Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství

Bakalářská práce

Optimalizace dopravních tras

Vypracoval: **Jakub Puchar**

Vedoucí bakalářské práce: **prof. Ing. Jan Získal, CSc.**

Česká zemědělská univerzita v Praze | Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství | Akademický rok 2008/2009

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jakub Puchar

obor Provoz a ekonomika

Vedoucí katedry Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu ČZU v Praze čl. 16 určuje tuto bakalářskou práci.

Název tématu: **Optimalizace dopravních tras**

Struktura bakalářské práce:

1. Úvod
2. Cíl práce a metodika
3. Dopravní logistika a SYA
4. Formulace problému
5. Řešení problému
6. Závěr
7. Seznam literatury
8. Přílohy

Rozsah původní zprávy: 30 - 40 stran

Seznam odborné literatury:

1. Získal, J., Havlíček, J.: EMM I. a II., skripta PEF, ČZU, Praha , 2000
2. Šubrt, T.,Brožová, H., Dömeová, L., Kučera, P.: EMM II. - aplikace a cvičení, PEF ČZU v Praze, 2000
3. Gross, I.: Logistika, VŠCHT, Praha, 1996
4. Eisler, J.: Podniky a podníkání v dopravě, VŠE, Praha, 2000

Vedoucí bakalářské práce: **prof. Ing. Jan Získal, CSc.**

Termín odevzdání bakalářské práce: duben 2009

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE - Fakulta provozně ekonomická

.... Vedoucí katedry

.... Děkan

V Praze dne: 19.11.2008

Evidováno děkanátem PEF pod č.j.: KSI-064-08B

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Optimalizace dopravních tras" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 28. 4. 2009 ______________________________

Jakub Puchar

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval panu prof. Ing. Janu Získalovi, CSc. za odborné vedení a rady při zpracování bakalářské práce. Zároveň děkuji panu Ing. Igorovi Krejčímu za vysvětlení problematiky programu TSP a panu Ing. Jiřímu Pucharovi za poskytnutí údajů potřebných k řešení praktické části bakalářské práce.

Optimalizace dopravních tras

Optimization of the Transportation Routes

Souhrn

Předmětem této práce je optimalizace dopravních tras. Ta je základem snižování nákladů na dopravu služeb a výrobků , které vede ke snižování jejich ceny a zvyšování konkurenceschopnosti.

V literární rešerši jsou uvedeny dopravní problémy, které se v praxi vyskytují, především je to jednostupňová a dvoustupňová dopravní úloha, okružní dopravní problém a přiřazovací problém. Také jsou zde charakterizovány metody a postupy řešení, pomocí kterých se uvedené problémy řeší.

Ve druhé části je na příkladě z praxe vyřešen víceokruhový problém obchodního cestujícího, tedy okružní dopravní problém. Ten je rozřazen do jednotlivých okruhů pomocí Mayerovi metody. Okruhy samotné jsou optimalizovány pomocí metody nejbližšího souseda, Vogelovi metody a softwarové metody Traveling salesman problem.

V závěru je provedeno zhodnocení použitých metod v závislosti na výsledcích získaných z výpočtu příkladu.

Summary

The main subject of this thesis is the optimization of the transportation routes, which is the principle of the cost reduction in the services and goods transport. The cheaper transport cuts down then the final price of these services and products and increases their ability to compete.

In the literary research there are mentioned transport problems, which you can find in practice, in particular simple and double transportation problem, circular transportation problem and allocation problem. There are also specified the methods and ways of solution, which help to solve these problems.

In the second part there is the practical example of the multi-circular transportation problem of a sales representative and its solution. This problem is ranged into the single circles by means of Mayer's method. The circles separate are optimized by the means of Method of nearest neighbour, Vogel's method and software method, so-called Travelling salesman problem (TSP method).

Finally there are compared all the methods dependent on the results the calculation of this example.

Klíčová slova:

Logistika, dopravní logistika, logistické náklady, jednostupňová dopravní úloha, dvoustupňová dopravní úloha, okružní dopravní problém, přiřazovací problém, Mayerova metoda, metoda nejbližšího souseda, Vogelova metoda, Traveling salesman problem (Metoda TSP).

Keywords:

Logistics, transport logistics, logistics costs, simple transportation problem, double transportation problem, circular transportation problem, allocation problem, Mayer's method, Method of nearest neighbour, Vogel's method, Traveling salesman problem (TSP method).

Obsah:

1 Úvod

V současné době není poptávka a nabídka po produktech různých firem centralizována do jednoho místa. Trh se stal rozsáhlejším v poskytování služeb a výrobků, také vzdálenosti mezi jednotlivými poptávajícími a nabízejícími se zvětšily. Základním cílem většiny podniků je maximalizace zisku. K tomu je však nutné podřídit náklady týkající se poskytování služeb a zboží. Snížení nákladů nejen může zvyšovat zisk, ale také konkurenceschopnost podniku na trhu. Menší náklady mají vliv na celkovou cenu výrobku či služby. Nedílnou součástí nákladů na výrobky a služby je doprava. V poslední době je tomuto problému věnována stále větší pozornost. Jedná se o náklady spojené s přijetím materiálu, vnitropodnikovým oběhem a produkcí finálních produktů zákazníkovi. Tímto problémem se zabývá obor dopravní logistika. Nejedná se pouze o náklady na dopravu samotnou, ale také sem patří náklady spojené s uskladněním materiálu, náklady na balení, manipulaci, a také různé servisní práce.

Práce je rozdělena do několika částí. V první části práce je vysvětleno, co je vlastně logistika a dopravní logistika, čím se tyto obory zabývají. Dále se práce zaměřuje na dopravu. Konkrétně jsou uvedeny různé dopravní problémy, které v praxi vznikají a které je nutné optimalizovat. Jsou vysvětleny metody sloužící k optimalizaci vybraných problémů, kterými jsou jednostupňová dopravní úloha, dvoustupňová dopravní úloha, okružní dopravní problém a přiřazovací úloha. Optimalizace dopravních problémů přináší podniku menší náklady spojené s dopravou materiálu, výrobků či služeb.

V praktické části je potom řešen konkrétní okružní dopravní problém, vzniklý ve firmě FAGUZ AZ s. r. o. . Je řešen pomocí metod operační analýzy vysvětlených v literární rešerši a následně jsou vyčísleny náklady spojené s dopravou materiálu z firmy svým zákazníkům.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem této práce je popsat a vysvětlit různé postupy optimalizačních úloh a modelů dopravních problémů, které se v praxi mohou vyskytnout a také vyskytují. Jsou zde vysvětleny metody vedoucí k optimalizaci těchto problémů. Popsány jsou jednostupňová dopravní úloha, dvoustupňová dopravní úloha, okružní dopravní problém a přiřazovací úloha.

V praktické části je vyřešen příklad okružního dopravního problému pomocí Mayerovi metody, Vogelovy aproximační metody, metody nejbližšího souseda a softwarové metody Travelling salesman problem (dále jen metoda TSP).

2.2 Metodika práce

Hlavními zdroji pro tuto práci byla literatura zabývající se problematikou optimalizace dopravních tras, zejména pak skripta ČZU, VŠE, ČVUT a VŠCHT. Dále také informace čerpané z internetových stránek. Metodika řešení pomocí TSP byla vysvětlena osobní konzultací s řešitelem této metody.

Práce je rozdělena na část literární rešerše, kde jsou teoreticky vysvětleny optimalizační metody, a část praktickou, ve které je řešen okružní dopravní problém v konkrétním případě a interpretace výsledků.

3 Dopravní logistika a SYA

3.1 Logistika

Logistika je systémová vědecká disciplína zabývající se řešením, koordinací a synchronizací řetězů hmotných a nehmotných (tj. informačních, peněžních) operací, jež vznikají jako důsledek dělby práce a jež jsou spojeny s výrobou a s oběhem určité finální produkce. Cílem je maximalizovat efektivnost oběhových procesů, což znamená, co nejpružněji a nejhospodárněji uspokojit zákazníka. [2]

Definice logistiky formulované mezinárodními logistickými organizacemi:

Logistika je soubor všech činností sloužících k poskytování potřebného množství prostředků s nejmenšími náklady tam a tehdy, kde a kdy je po nich poptávka. Zabývá se všemi operacemi, určujícími pohyb zboží (alokace výroby a skladů, zásob, řízení pohybu zboží ve výrobě, balení, skladování, dodávání odběratelům) – *International Institut Applied Systems Analyses (IIASA) 1986*

Logistika je organizace, plánování, řízení a uskutečňování toku zboží, počínaje vývojem a nákupem a konče výrobou a distribucí dle objednávky finálního zákazníka tak, aby byly splněny všechny požadavky trhu při minimálních nákladech a minimálních kapitálových výdajích – *European Logistics Association (ELA) 1991*

Logistika uvádí do vztahu zboží, lidi, výrobní kapacity a informace, aby byly na správném místě ve správný čas, ve správném množství ve správné kvalitě, za správnou cenu – *Institute of Logistics, Cambridge 1995*

V nejobecnějším slova smyslu lze logistika definovat jako souhrn činností, systematicky zaměřených na získání materiálů z primárních zdrojů a všechny mezipostupy před dodáním konečnému uživateli, s výjimkou vlastních výrobních procesů. V tomto smyslu logistika zahrnuje dopravu, manipulaci, skladování a balení a všechny s tím spojené informační a řídící procesy. [6]

Předmětem zájmu logistiky je řízení toků zboží mezi podnikatelskými subjekty a ostatními účastníky kapitálového reprodukčního procesu.

Logistický systém představuje účelně uspořádanou množinu všech technických prostředků, zařízení, budov, cest a pracovníků podílejících se na uskutečňování logistických řetězců. Logistický systém lze považovat za zvláštní druh multisystému, který vymezuje jako technicko-technologický, informační komunikační systém a systém řízení. Cílem logistického systému podniku je upevnění a posílení pozice podniku jako ekonomického subjektu na trhu.

Logistický systém lze také pojmout jako integrované spojení podnikatele s jeho zákazníkem, které má dvě stránky. První stránkou je zhodnocovaní – logistika se zde chápe jako tok materiálu a zboží nákupem surovin počínaje a prodejem zboží zákazníkovi konče. Při něm dochází k postupnému růstu přidané hodnoty. A druhá stránka je informační – tu tvoří zejména informace o požadavcích zákazníků ve formě vlastních předpovědí či konkrétních pohledávek. [8]

Logistický řetězec je přepravní řetězec doplněný o informační toky. Přepravní řetězec je soubor činností, které jsou nutné k pohybu materiálu a zboží od získání základních surovin ze základních zdrojů do realizace směny konečného výrobku.[5]

Dle funkce a aktivit na logistickém řetězci rozeznáváme aktivní a pasivní prvky. Aktivními prvky jsou:

- technické prostředky a zařízení pro dopravu, manipulaci s materiály a skladování
- balení a fixace technické prostředky a zařízení pro informační technologie (výpočetní technika, telekomunikační sítě, zařízení pro dálkový přenos dat)
- lidské zdroje

a pasivní prvky jsou:

- prvky hmotného toku (suroviny, materiály, komponenty pro výrobu, hotové výrobky)
- pomocný materiál, obaly a přepravní prostředky
- odpad
- informace

[6]

Velmi výraznou roli v logistice hrají prostředky, které podniky či podnikatelé vynakládají na realizace logistických aktivit, lze je označit jako **logistické náklady**. Ty se dají členit do čtyř základních skupin a to:

1. náklady spojené s realizací logistických činností, ke kterým patří:
    - skladovací náklady (provozní náklady skladů, nájemné za pronájem skladovacích kapacit)
    - náklady na dopravu, provozní náklady vlastní dopravy, poplatky za externí přepravní služby a také náklady na vnitropodnikovou dopravu
    - náklady na činnost odborných útvarů, jejichž náplní je řízení toků zboží (nákupních, prodejních nebo logistických útvarů)
    - celkové náklady na nákup pro výrobní spotřebu
    - náklady na odborná školení a další náklady administrativní povahy
2. náklady spojené s vázáním kapitálových prostředků v zásobách
3. finanční logistické náklady (pojistné…)
4. ztráty související s realizací logistických činností (skladovací ztráty, odcizení)

[8]

Komponenty logistiky jako systému fyzických (hmotných) a informačních toků jsou doprava, balení, manipulace s materiály, informace, služby, dokumentace a technické vybavení, skladování, zásoby a jejich řízení a nakonec také územní rozmístění. [6]

Z toho logistické činnosti skladování, doprava a balení se vyskytují ve všech částech logistického řetězce. Skladuje se v nákupu, výrobě i distribuci, dopravují se suroviny, polotovary i hotové výrobky, obaly racionalizují pohyb materiálů i výrobků jak při jejich dopravě, tak skladování, balení polotovarů hraje významnou roli i ve vlastním výrobním procesu. [8]

3.1.1 Rozdělení logistiky

Jak již bylo výše uvedeno, prvky na logistickém řetězci se dají rozdělit na prvky pasivní (suroviny, materiál, výrobky, odpad apod., musejí překonat prostor a čas) a prvky aktivní (technické prostředky zařízení, které mají poslání realizovat posloupnost operací s pasivními prvky). Aktivní prvky v logistických systémech obstarávají veškerý pohyb pasivních prvků.

Logistika se člení podle oblastí působení na:

- Makrologistiku – zabývá se řešením ucelených souborů logistických řetězců v rámci regionů
- Mikrologistiku – zabývá se logistickými řetězci v rámci jednotlivých podniků
- Obchodní logistiku – je zaměřena na logistické řetězce důležité pro podnik v rámci obchodní činnosti
- Dopravní a zasílatelská logistika – koordinuje, synchronizuje a optimalizuje pohyby zásilek po dopravní sítě od místa vstupu až k příjemci. [2]

3.2 Dopravní logistika

Přemisťování zboží nebo samotného člověka bylo vždy nezbytnou součástí jeho života. Zprvu zajišťoval jedinec tyto přemisťovací služby sám. Rozvoj dopravních prostředků i dopravních cest, po kterých by bylo možné přemisťovat zboží, začal vynálezem kola. To vedlo k tomu, že k přemisťování začaly být používány upravené cesty. Postupem času rozvoj dopravních prostředků i dopravních cest dospěl do takové podoby, jak je známá dnes. [9]

Pohyb dopravních prostředků po dopravních cestách se nazývá doprava. Doprava je specifická lidská činnost, která probíhá v čase a prostoru a vede k cílevědomému a ekonomicky zdůvodněnému přemisťování osob a věcí k uspokojování potřeb přemístění. [5]

Lze ji rozdělit do dvou základních částí, dle toho jestli jsou určeny dopravní prostředky (někdy i cesty) k dopravě zboží, potom se hovoří o dopravě nákladní, nebo k dopravě osob, tedy k dopravě osobní. [9]

Podle fáze, ve které doprava v logistickém systému působí, lze rozdělit dopravu na:

- mezioperační – ta je začleněna do samotného procesu výroby, může být nahrazena manipulačními systémy, je prováděna na velmi krátkou vzdálenost. Může to být například jen v rámci jednoho podniku či jedné dílny.
- technologickou – probíhá mezi jednotlivými fázemi výroby, při aplikaci systémů specializace a kooperace, může dosahovat značné dopravní vzdálenosti.
- oběhovou – týká se finálního výrobku, realizuje se po jeho dokončení a probíhá v distribučních procesech, obchodní logistice, případně zpětné logistice. [5]

Pro dopravu surovin nebo výrobků je k dispozici velké množství dopravních prostředků. Z hlediska vlastnických vztahů může podnikatel používat vlastní dopravní prostředky, může ale také využívat služeb specializovaných firem nebo veřejných přepravců. Z hlediska typů dopravních prostředků může využít železnici, automobilovou dopravu, lodní, leteckou, potrubní nebo může různé typy doprav kombinovat. [8]

Zákazník při volbě druhu dopravy bere v úvahu různé okolnosti. Při přepravě nákladů nejde jen o cenu za přepravu, ale i o další náklady, které s přemístěním souvisí, tedy náklady na balení zboží, nakládku, vykládku zboží, možné ztráty během přepravy, ale také mohou být kladeny požadavky na rychlost, spolehlivost dodání zásilky v domluveném čase. [9]

Přeprava je vnějším projevem dopravy, je to vztah mezi dopravním podnikem a zákazníkem. Vyjadřuje kolik a jaké množství zboží nebo osob bylo přemístěno, na jakou vzdálenost, v jaké lhůtě a za jakou cenu. Kvalita přemístění je dána rychlostí, pravidelností, přesností a bezpečností přemístění. [9]

Dopravní logistika se zabývá koordinací, synchronizací a celkovou optimalizací všech hmotných i nehmotných procesů při pohybu zásilek v dopravní síti. Do řešení zahrnuje též problémy manipulace, skladování, balení a servisních služeb. Klíčový článek pro celý dopravní řetězec je zákazník.

Rozvoj dopravní logistiky je určen úrovní dopravní infrastruktury daného územního celku. Doprava je rostoucím odvětvím ekonomiky a poptávka po ní nepřetržitě vzrůstá. To je způsobeno změnami ve struktuře zpracovatelského průmyslu , změnami v metodách výroby, zmenšováním velikosti jednotlivých dodávek a současně zvyšováním jejich frekvence, nárůstem podílu odvětví služeb, ale také demografickými změnami. V dalších obdobích je nutné počítat s dále se rozvíjejícím silničním tranzitem (zvláště kamionovým) a kombinované přepravy za účasti železnice. [2]

Dopravní logistika vykazuje určité specifické rysy:

- plní potřeby přemístění v logistickém systému tak, aby byl v nákladové oblasti vytvářen synergický efekt. (doprava se nechová jako ryze komerční činnost, nýbrž jako činnost organicky včleněná do integrovaného systému
- dopravní logistika sama sebe optimalizuje především vytvářením funkčních modelů obsluhy na základě využitelných exaktních i heuristických optimalizačních metod [5]

Cílem dopravní logistiky je tedy takové pojetí sledu úkonů a dílčích procesů, které vede k minimalizaci nákladů na logistické řetězce při dosažené požadované výkonnosti. [2]

3.3 Přehled některých problémů z oblasti dopravy

Klasický dopravní problém (jednostupňová dopravní úloha)

Tento problém představuje požadavek na racionální dopravu (kladen důraz na minimalizaci přepravních nákladů) stejnorodého produktu od dodavatelů se známými kapacitami k odběratelům se známými požadavky při jasně specifikovaných (daných) nákladech (nebo vzdálenostech) mezi místy dodavatelskými a odběratelskými.

Dopravní problém s tranzitem (dvou či více stupňová úloha)

Doprava s tranzitem nepředpokládá přímou přepravu od dodavatele k odběrateli, ale počítá s dalšími tranzitními stanicemi (mezisklady). Jsou-li známy sazby mezi všemi mezistanicemi, vzniká otázka, jak je možné rozvrhnout přepravu daného zboží od dodavatelů přes mezisklady ke konečným spotřebitelům, aby celkové náklady na přepravu byly minimální.

Modely optimalizace přímých dopravních tras

Do této skupiny modelů optimalizace se řadí především dva modely teorie grafů.

Prvním z nich je problém **nalezení nejkratší cesty** mezi libovolnými dvěma dopravními místy v dané dopravní síti s délkově ohodnocenými komunikacemi. Problém se řeší vyhledáním nejkratší cesty v ohodnoceném grafu.

Druhým je **problém teorie toků** v sítích za účelem nalézt maximální tok. To znamená, nalézt maximální propustnost ze všech cest spojujících uvažované dva uzly (místa). Tento model se využívá v případě, kdy jsou jednotlivé komunikace ohodnoceny svoji propustností, která umožňuje za časovou jednotku projetí jen určitého počtu vozidel.

Dopravní problémy s horními a dolními mezemi

Jedná se o speciální typ klasického dopravního problému, ve kterém jsou proměnné xij, tj. přepravovaná množství omezeny nerovnostmi.

$$\underline{x}_{ij} \leq x_{ij} \leq \overline{x}_{ij}$$

V tomto případě jsou dodávky od určitého dodavatele nebo požadavky některého spotřebitele omezeny konkrétní výší dodávky. Pro řešení těchto problémů existuje speciální algoritmus. (viz např. lit. [2])

[2]

3.4 Optimalizační dopravní modely

Cílem všech klasických optimalizačních dopravních modelů je stanovení přepravního plánu (přepravních tras), při jehož realizaci budou náklady na přepravu zboží či materiálů od primárních dodavatelů ke koncovým spotřebitelům minimální (ujetí co nejmenší počtu kilometrů). Uskutečněním přepravního plánu musí vždy dojít buď k vyčerpání všech kapacit dodavatelů nebo k uspokojení všech požadavků koncových spotřebitelů. Takto sestavený přepravní plán tvoří zároveň optimální řešení dopravního modelu.

Optimalizační dopravní modely se dají rozdělit mimo jiné dle dvou základních hledisek:

1. dle počtu stupňů (jednostupňové, dvou a vícestupňové)
    - počtem stupňů se rozumí počet dopravních uzlů, přes které musí materiál projít na cestě od primárního dodavatele ke koncovému spotřebiteli.
    - Jestliže je přeprava uskutečněná přímo od dodavatele ke spotřebiteli, jedná se o model jednostupňový. Jestliže je ovšem nutné realizovat transport přes jeden mezisklad (nebo také místo zpracování materiálu), hovoří se o modelu dvoustupňovém. Když je nutné realizovat transport přes dva mezisklady, hovoří se o modelu třístupňovém atd.

- dvou a vícestupňové modely se někdy označují jako dopravní modely s tranzitem

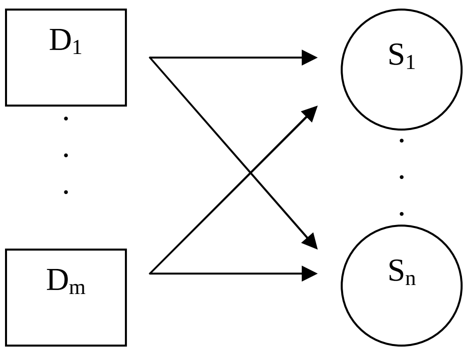
2. dle počtu rozměrů (dvourozměrné, tří a vícerozměrné)
   - počtem rozměrů se rozumí míra složitosti přepravy
   - jestliže se v úloze sledují pouze výchozí a cílové body, jedná se o úlohy dvourozměrnou (tedy odkud,kam). Sleduje-li se zároveň také způsob přepravy (použití dopravních prostředků), jedná se o úlohu třírozměrnou (odkud, kam, čím).
   - někdy se úlohy vícerozměrné nazývají úlohami víceindexními

[4]

3.4.1 Jednostupňová dopravní úloha

Jednostupňová dopravní úloha neboli jednoduchá dopravní úloha se zabývá uspořádáním přepravy stejnorodého materiálu od dodavatelů ke spotřebitelům, a to tak, aby byly splněny požadavky spotřebitelů a náklady na přepravu byly minimální.

V modelu jednoduché dopravní úlohy existuje m dodavatelů označených D_1, D_2, … D_m a každý dodavatel má svoji určitou kapacitu zboží d_1, d_2, … d_m. Také existuje n spotřebitelů označených S_1, S_2, … S_n a každý spotřebitel má svůj určitý požadavek na zboží s_1, s_2, … s_n. [3]



$D_{1…m}$ – dodavatelé
$S_{1…n}$ – spotřebitelé
Šipky znázorňují směr od D k S a jsou ohodnoceny sazbou c_{ij}

Náklady na jednotku přepravovaného zboží od kteréhokoliv dodavatele kterémukoliv spotřebiteli jsou vyjádřeny přepravní sazbou c_{ij} a hledané množství zboží, které má být mezi jednotlivými dodavateli a spotřebiteli přepravováni je označeno x_{ij}.

Všechny údaje se zapisují do tzv. dopravní (distribuční) tabulky a v ní se také provádí vlastní výpočet. [3]

		Spotřebitel					
		S_1	S_2	…	S_n		d_i
Dodavatel	D_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	c_{1n} x_{1n}		d_1
	D_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	c_{2n} x_{2n}		d_2
	D_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}		d_m
s_j		s_1	s_2	…	s_n		

(Zdroj: [3] str. 83)

Symbolika:

i – index dodavatele

D_i – i-tý dodavatel

d_i – kapacita i-tého dodavatele

j – index spotřebitele

S_j – j-tý spotřebitel

s_j – požadavek j-tého spotřebitele

c_{ij} – přepravní sazba (náklad na přepravu jedné jednotky materiálu od i-tého dodavatele j-tému spotřebiteli, vzdálenost od D_i k S_j)

x_{ij} – množství přepravovaného materiálu od D_i k S_j [3]

3.4.1.1 Matematická formulace jednostupňové úlohy

Úkolem je najít minimum lineární funkce

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} = z_{\min}$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = d_i,\ i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = s_j,\ j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m} d_i = \sum_{j=1}^{n} s_j$$

$$x_{ij} \geq 0,\ j = 1, 2, \ldots, n;\ i = 1, 2, \ldots, m$$

kde

c_{ij} – přepravní sazba (náklad na přepravu jedné jednotky materiálu od i-tého dodavatele j-tému spotřebiteli, vzdálenost od D_i k S_j)

x_{ij} – množství přepravovaného materiálu od D_i k S_j

d_i – kapacita i-tého dodavatele

s_j – požadavek j-tého spotřebitele

nazýváme jednostupňovou dopravní úlohu lineárního programování. [3]

Pro řešení jednoduché dopravní úlohy je nezbytné, aby byla úloha vyvážená. To znamená, že celkový objem kapacit dodavatelů se rovnají celkovému objemu požadavků spotřebitelů. Kde tato rovnost neplatí, hovoří se o nevyvážené dopravní úloze, a je nezbytné ji upravit. Úloha se upravuje pomocí tzv. fiktivního dodavatele respektive fiktivního spotřebitele. Těmto fiktivním prvkům se přiřazují nulové sazby. Je-li kapacita dodavatelů menší než požadavek spotřebitelů doplníme tabulku o fiktivního dodavatele s kapacitou, která se rovná rozdílu celkovému objemu požadavků spotřebitelů a celkovému objemu kapacit dodavatelů. Je-li kapacita dodavatelů větší než požadavky spotřebitelů doplníme tabulku o sloupec fiktivního spotřebitele s požadavkem, který se rovná rozdílu celkového objemu kapacit dodavatelů a celkovému objemu požadavků spotřebitelů. [3]

3.4.1.2 Algoritmus řešení jednostupňové dopravní úlohy

Postup řešení dopravní úlohy se skládá ze tří kroků:

1. **krok: Nalezení výchozího bázického řešení**

Při stanovování výchozího bazického řešení se dají využít různé metody výpočtu (severozápadního rohu, indexová, VAM, Habrova frekvenční). Výpočet výchozího bazického řešení pomocí zmíněných metod spočívá v tom, že se obsadí právě m + n +1 políček (tj. bazických proměnných) a ostatní prvky x_{ij}=0. K výpočtu pomocí zmíněných modelů využíváme tzv. výchozí distribuční tabulku, která nám umožňuje tyto metody plně využít.

Metody výpočtu:

- ***Metoda severozápadního rohu***

Při této metodě se ve výchozí distribuční tabulce jako první obsadí políčko v levém horním rohu, a to maximálním možným množstvím, tj. menším z čísel d1, s1 (kapacita prvního dodavatele a požadavek prvního spotřebitele). Postup při vyplňování dalších políček tabulky je směrem doprava nebo dolů. Při vyčerpání kapacity dodavatele se přejde o řádek níž, při uspokojení požadavku spotřebitele se přejde o políčko doprava, tj. k uspokojení dalšího spotřebitele dodávkou od stejného dodavatele. Pokaždé je nutné dodržet omezující podmínky (součet přepravovaného zboží na řádku i ve sloupci se rovná kapacitě daného řádku a požadavku příslušného sloupce).

- ***Metoda indexová (nejmenší ceny)***

Políčka se obsazují od nejvýhodnější (nejmenší) sazby maximálním možným množstvím. Při vyčerpání kapacity dodavatele se vyškrtne řádek, při uspokojení požadavku spotřebitele se vyškrtne sloupec. Pro obsazení dalšího políčka se vyhledá pole s nejmenší sazbou a toto pole se obsadí maximálním možným množstvím (při situaci, kdy např. mají dvě políčka stejnou nejmenší sazbu, rozhodujeme se pro to, které lze obsadit větším množstvím, pokud jsou i množství stejná, je jedno, které se obsadí). Takto se postupuje do vyčerpání kapacity všech dodavatelů a uspokojení všech požadavků spotřebitelů.

- ***Vogelova aproximační metoda***

Tuto metodu lze rozdělit do několika kroků:

1. V každém řádku a sloupci se vypočítá diference (rozdíl) mezi dvěma nejmenšími sazbami (v případě minimalizační úlohy). Vyskytnou-li se dvě nebo více stejně velkých nejmenších sazeb, vybere se jen jedna a odečte se od další nejvýhodnější sazby další nejvýhodnější sazby.
2. V řádku nebo sloupci s největší diferencí se obsadí políčko s nejmenší sazbou maximálním možným množstvím.
3. Při vyčerpání kapacity dodavatele se vyškrtne příslušný řádek přepočítají se sloupcové diference, při uspokojení požadavků spotřebitele se vyškrtne příslušný sloupec a přepočítají se řádkové diference.
4. Tento postup se opakuje tak dlouho, dokud nejsou vyčerpány kapacity všech dodavatelů a uspokojeny požadavky všech spotřebitelů.

Vyskytne-li se největší diference u více řádků nebo sloupců, obsadíme pole s nejmenší sazbou z hlediska řádků i sloupců. V případě, že i minimálních sazeb je více, obsadí se pole s nejmenší sazbou a současně větším možným množstvím.

- ***Habrova frekvenční metoda***

V této metodě se pro každé políčko spočítá frekvence na základě diferencí křížových součtů všech čtveřic sazeb. Frekvence představuje koeficient výhodnosti políčka vzhledem k ostatním spojům.

Políčka se obsazují postupně (podobně jako u metody indexové) od nejnižší frekvence maximálním možným množstvím. Pro každé políčko se sestrojí všechny možné čtveřice políček. U úloh o rozměrech m x n je možné ke každému poli sestavit (m – 1)*(m – 1) čtveřic políček.

Ukázka výpočtu frekvence pro pole D_1S_1 (pole prvního dodavatele a prvního spotřebitele):

V úloze se vyskytují 3 dodavatele a 3 spotřebitele, to znamená, že pro pole D_1S_1 lze sestavit 4 čtveřice políček.

1. čtveřice: $(D_1S_1 + D_2S_2) – (D_1S_2 + D_2S_1)$
2. čtveřice: $(D_1S_1 + D_2S_3) – (D_1S_3 + D_2S_1)$
3. čtveřice: $(D_1S_1 + D_3S_2) – (D_1S_2 + D_3S_1)$
4. čtveřice: $(D_1S_1 + D_3S_3) – (D_1S_3 + D_3S_1)$

Součtem těchto křížových diferencí dostaneme frekvenci příslušného políčka (v našem případě D_1S_1). [3]

2. **krok: Test optima (kritérium vstupu)**

Pro test optima se používá modifikovaná distribuční metoda (MODI), která je odvozená z vlastností duálně sdružených úloh. Tato metoda zjišťuje, zda je nalezené řešení optimální.

Postup při testu optimality pomocí MODI

a) Je vypočítané výchozí bazické řešení
b) Pro $x_{ij} > 0$ se vypočítají duální proměnné u_i a v_j, a to dle vztahu $u_i + v_j = c_{ij}$. Vybere se jedna z těchto duálních proměnných a zvolí se rovna nule a postupně se dopočítají ostatní duální proměnné.
c) Pro $x_{ij} = 0$ se vypočítají hodnoty z_{ij}, a to ze součtu duálních proměnných $z_{ij} = u_i + v_j$. Výsledné hodnoty se zapíší do levého dolního rohu do jednotlivých buněk v distribuční tabulce.
d) Jestliže platí pro všechna volná pole (ta pole, která nejsou obsazena žádným množstvím), že $z_{ij} – c_{ij} \leq 0$, pak je řešení optimální a výpočet končí.
e) Jestliže je ale alespoň u jednoho pole $z_{ij} – c_{ij} \geq 0$, řešení není optimální a dá se ještě vylepšit. Kladné rozdíly se zapisují do levého horního rohu buněk. Je-li kladných rozdílů více, vybere se buňka s rozdílem největším (je to nově obsazované pole). [7]

Dá-li se řešení zlepšit, přijdeme ke kroku 3.

3. **krok: Zlepšení řešení**

Přechod na lepší řešení se uskutečňuje graficky, přímo v dopravní tabulce pomocí Dantzingových uzavřených obvodů. V nové tabulce se objeví zlepšené bázické řešení a postup opakujeme od 2. kroku.

Dantzingův uzavřený obvod je lomená čára, která vychází z pole, které není obsazené žádnou hodnotou x_{ij}. Lomí se v polích, která obsazená jsou a končí v původním volném poli. Po obvodu se obsazená pole označí znaménky plus a mínus, dle toho, jestli se hodnota x_{ij} k trase přidává nebo odebírá. Nově obsazované pole bude mít znaménko plus. Po Dantzingově uzavřeném obvodu můžeme posunout maximálně tolik množství, které se rovná minimu množství v obsazených polích, přes které obvod prochází. U znaménka plus toto množství přičítáme, u znaménka mínus naopak odečítáme. [7]

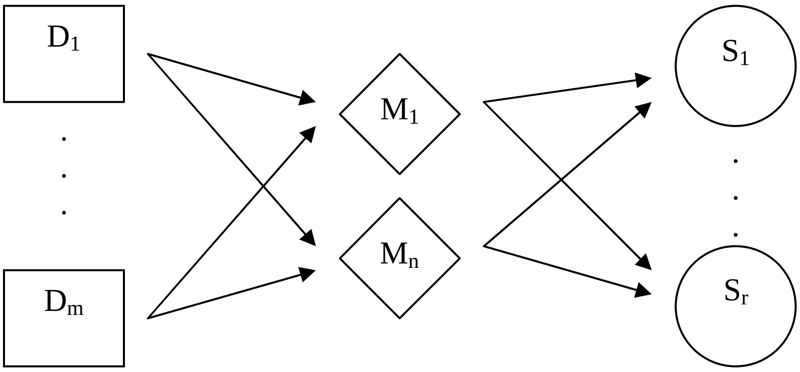
3.4.2 Dvoustupňová dopravní úloha

Dvoustupňová dopravní úloha je speciálním případem úlohy lineárního programování. Na tuto úlohu se také dá kdykoliv převést, ovšem již malá dvoustupňová dopravní úloha vede k velmi rozsáhlé soustavě omezujících podmínek, proto je tento převod málo efektivní. [4]

V modelu dvoustupňové dopravní úlohy jsou dodavatelé D_1, D_2, …, D_m, kteří mají nějaký materiál o kapacitách a_1, a_2, …, a_m. Tento materiál se má dopravit přes mezisklady M_1, M_2, …, M_n o kapacitách b_1, b_2, …, b_n k finálním spotřebitelům S_1, S_2, …, S_r, jejichž požadavky jsou p_1, p_2, …, p_r.

Přepravní náklady na jednotku přepraveného materiálu jsou konstantní, jsou nezávislé na množství přepravovaného materiálu a činí c_{ij} při přepravě od dodavatele D_i k meziskladu M_j a d_{jk} při přepravě z meziskladu M_j k finálnímu spotřebiteli S_k.

[1]



$D_{1\ldots m}$ – dodavatelé
$M_{1\ldots n}$ – mezisklady
$S_{1\ldots r}$ – spotřebitelé
Šipky označují přepravu materiálu od D k M a od M k S a jsou ohodnoceny sazbou c_{ij}

3.4.2.1 Matematický model dvoustupňové dopravní úlohy

Máme minimalizovat funkci:

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{r} d_{jk} y_{jk} \longrightarrow \min$$

za podmínek

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq a_i ;\ i = 1, 2, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq b_j ;\ j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{k=1}^{r} y_{jk} \leq b_j ;\ j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = p_k ;\ k = 1, 2, \ldots, r$$

$$x_{ij} \geq 0; y_{jk} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_j \geq \sum_{k=1}^{r} p_k ; \sum_{i=1}^{m} a_i \geq \sum_{k=1}^{r} p_k$$

kde

m – počet primárních dodavatelů

n – počet meziskladů

r – počet finálních spotřebitelů

c_{ij} – přepravní náklady za jednu jednotku přepravené od i-tého dodavatele k j-tému mezískladu

d_{jk} – přepravní náklady za jednu jednotku přepravené od j-tého meziskladu ke k-tému spotřebiteli

x_{ij} – objem přepravy od i-tého dodavatele k j-tému meziskladu

y_{jk} – objem přepravy od j-tého meziskladu ke k-tému spotřebiteli

a_i – kapacita i-tého dodavatele

b_j – objem j-tého meziskladu

p_k – požadavek k-tého spotřebitele

[1]

3.4.2.2 Řešení dvoustupňové dopravní úlohy

Dvoustupňovou dopravní úlohu je možné řešit metodou, která je principem podobná algoritmům v úloze jednostupňové. Tato metoda je však při ručním řešení poměrně náročná, proto je lepší ji řešit jako speciální typ jednostupňové úlohy. Podstatou řešení je pojetí primárních dodavatelů a meziskladů dvoustupňové úlohy jako dodavatele úlohy jednostupňové a současně meziskladů a finálních spotřebitelů dvoustupňové úlohy jako spotřebitele jednostupňové dopravní úlohy. Je ale nutné uvést doplňkové proměnné dvoustupňové úlohy (nevyužití meziskladů) jako strukturní proměnné jednostupňové úlohy. Také je nutné zavést „zakázaný transport“ (cesta od dodavatele ke spotřebiteli bez vykládky zboží v meziskladu, transporty zboží mezi mezisklady), který bude ohodnocen prohibitivní sazbou (sazba neúměrně vysoká, která zajišťuje, že se tyto zakázané cesty nevyskytnou ve výsledném řešení). Do základní matice jednostupňového modelu se tedy zavede submatice prohibitivních sazeb (přímá cesta dodavatel – spotřebitel) a submatice nevyužití meziskladů s prohibitivními sazbami kromě hlavní diagonály (sazba na hlavní diagonále je rovna 0, protože náklady na transport zboží v rámci jednoho meziskladu jsou nulové). [4]

Struktura matice sazeb C´ lze vyjádřit schématem:

$$\begin{pmatrix} C & P \\ F & D \end{pmatrix}$$

kde

C – je matice sazeb C (sazby od dodavatelů k meziskladům) dvoustupňového modelu

D – je matice sazeb D (sazby od meziskladů ke spotřebitelům) dvoustupňového modelu

P – je matice prohibitivních sazeb (sazby od dodavatelů ke spotřebitelům)

F – matice sazeb nevyužití meziskladů (sazby z meziskladů do meziskladů)

Struktura matice přepravovaného množství X´ lze též vyjádřit schématem:

$$\begin{pmatrix} X & O \\ Z & Y \end{pmatrix}$$

kde

X – struktura přepravy mezi dodavateli a mezisklady

Y – struktura přepravy mezi mezisklady a spotřebiteli

O – struktura přepravy mezi dodavateli a spotřebiteli

Z – struktura přepravy mezi mezisklady navzájem

Jsou-li dobře zvoleny prohibitivní sazby, musí být v optimálním řešení všechny prvky submatice O a prvky submatice Z mimo hlavní diagonálu nulové. Vypočítané prvky v submatici X zobrazují uskutečněnou přepravu od dodavatelů do meziskladů, v submatici Y uskutečněnou přepravu z meziskladů k finálním spotřebitelům. Prvky na hlavní diagonále submatice Z ukazují strukturu nevyužití meziskladů. Hodnota účelové funkce se vypočítá vynásobením sazeb v obsazených buňkách a přepravovaným množstvím v daných buňkách, uvádí se v tkm (tunokilometrech). [3]

3.4.3 Okružní dopravní problém

Často se řeší problém, jak nejvýhodněji realizovat úkon ne přímým spojením mezi dodavatelem a odběratelem, ale spojením okružním. Tento problém je také znám pod pojmem „problém obchodního cestujícího".

Existují dva základní typy okružních dopravních problémů lišících se charakterem cestní sítě. Prvním je problém s úplnou sítí cest, ve kterém existuje mezi libovolnými dvěma místy přímé spojení, a druhým je problém s neúplnou sítí cest, ve kterém nelze realizovat v libovolném směru přímé spojení mezi každou dvojicí míst (je nutné projet dalším místem). [2]

3.4.3.1 Matematická formulace základní okružní jízdy

Je dána konečná množina míst a vzdáleností, spotřeba času a náklady, sazby pro spojení každé dvojice těchto míst. Hledá se vždy taková posloupnost míst, ve které se každé místo objeví právě jednou a součet ohodnocení jednotlivých spojení v této posloupnosti je minimální.

Označí-li se vybraná posloupnost m míst indexy i_1, i_2, …, i_m, lze hodnotu tohoto spojení vypočítat jako součet sazeb (vzdáleností).

$$\sum_{k=1}^{m-1} c_{ik,ik+1} + c_{im,il}$$

Požadavek, aby se každé místo objevilo ve vybrané trase jen jednou, nelze chápat tak, že se každým místem projíždí pouze jednou, do trasy je také nutno zahrnout odbočky a koncová místa, protože nemusí existovat unikátní spojení mezi každou dvojicí míst. [2]

3.4.3.2 Tuckerova formulace obchodního cestujícího

Úkolem obchodního cestujícího je navštívit n míst. Vzdálenost mezi i-tým a j-tým místem je označeno symbolem dij. Celkovou délku okružní cesty, která se má minimalizovat se dá vyjádřit vztahem

$$Z = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} d_{ij} x_{ij}$$

kde xij je počet jízd z místa i do místa j.

Protože obchodní cestující navštíví na okružní cestě každé místo jen jednou, musí platit tyto omezující podmínky:

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \text{j = 1, 2, …, n}$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \text{i = 1, 2, …, n}$$

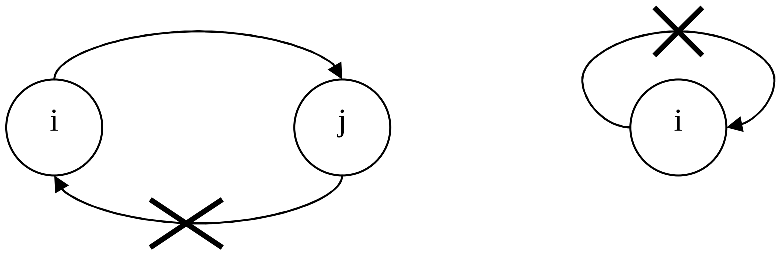
Tyto omezující podmínky ale k přesné formulaci problému nestačí, protože se dají také splnit tak, že se jednotlivá místa objedou po několika samostatných okruzích. Z důvod vyloučení možnosti dalších okruhů, formuloval Tucker další omezení:

$$u_i - v_j + n x_{ij} \leq n - 1, \; (i \neq j, i, j = 1, 2, \ldots, n)$$

kde u_i je neznámé reálné číslo přiřazené místu i a u_j je neznámé reálné číslo přiřazené místu j. [2]

3.4.3.3 Řešení okružního dopravního problému

Existuje více metod, jejichž princip je založen na vytvoření a zpracování posloupnosti sledovaných míst, ve kterých se musí každé místo objevovat právě jednou. Aby se zamezilo předčasnému uzavření okruhu, je nutno vyloučit všechny trasy, které by předčasně uzavřeli kruh. Nezbytné je vyloučit současné zařazení úseku oběma směry (v matici sazeb vyškrtnout symetrické prvky podle hlavní diagonály) a zpětnou vazbu každého uzlu (vyloučit z úvahy diagonální prvky matice).



Příklady nedovolených tras [2]

3.4.3.4 Přehled nejznámějších metod

Dantzingova, Fulkersonova a Johnsonova metoda – tato metoda převádí řešení okružního problému na úlohu celočíselného programování, která se řeší pomocí simplexového algoritmu.

Croesova metoda – problém se řeší postupným zlepšováním počátečního řešení určitými změnami v pořadí vrcholů tak dlouho, dokud je to možné. Nalezené řešení ale nemusí být optimální.

Littlova metoda – je založena na metodě větvení a mezí (Branch and Bround). Tato metoda je vhodná pro stanovení trasy při neomezené kapacitě vozidel.

Barták a kolektiv pracovníků vyvinuli pro různé typy okružních úloh kombinatorickou metodu, která využívá maďarské metody. [2]

3.4.3.5 Řešení dopravního okružního problému pomocí Mayerovi metody

Tato metoda je vhodná pro úlohy víceokruhové s úplnou sítí cest a s omezenou kapacitou, využívá se pro sestavení svozných, respektive rozvozních plánů pro kratší období několika dnů.

Postup řešení vychází ze symetrické matice vzdáleností v km mezi místy zahrnutými do řešení. Jednotlivá místa jsou v matici sestavena v posloupnosti dle vzdáleností od místa centrálního svozu. Nejvzdálenější místo je v matici uvedeno jako první, centrální místo jako poslední.

Řešení se provádí ve dvou krocích:

1. **<u>krok: Výběr míst pro jednotlivé okružní trasy</u>**

V matici vzdáleností se začíná nejvzdálenějšího místa, které bude zařazeno do první okružní trasy (nejvýše poležené místo v matici se zadaným přepravovaným množstvím). K takto vybranému místu se přiřazuje místo od něj nejméně vzdálené.

Poté je potřeba provést součet přepravních požadavků vybraných míst a porovnat ho s kapacitou zvoleného vozidla. Pokud není vyčerpána kapacita vozidla, může se pokračovat a zařadit místo nejméně vzdálené od místa předchozího. Poté se opět provede součet požadavků a porovnání s kapacitou vozidla. Tímto způsobem se postupuje do naplnění kapacity zvoleného vozidla.

Výběr míst pro další okružní trasu začíná opět nejvzdálenějším místem (s přepravním požadavkem), které ještě nebylo zařazeno do jiné okružní trasy. Postup vybírání dalších místo do druhé okružní trasy je shodný s postupem v první okružní trase.

2. **krok: Řazení míst v jednotlivých trasách**

Místa, která jsou vybrána do jednotlivých okružních tras, jsou seřazena podle minimální délky jednotlivých spojení a tras celkem. Trasy jsou upravovány na základě intuitivního rozhodování a znalostí člověka. K tomu je nezbytné znát rozložení a vlastnosti cestní sítě. Zároveň je vhodné uvažovat i objem přepravovaného materiálu jednotlivými úseky.

Při ručním řešení okružního dopravního problému se využívají nejčastěji dvě metody: Vogelova metoda, která se dá využít i pro jiné distribuční úlohy, a metoda nejbližšího souseda, která se dá považovat asi vůbec za nejjednodušší metodu pro řešení okružního dopravního problému. Dále lze využít softwarové metody TSP, která pracuje v programu Microsoft Excel. [2]

Metody využívané pro řešení okružního dopravního problému

- ***Vogelova metoda***

Postup výpočtu pomocí Vogelovy metody je téměř shodný s řešením jednostupňového dopravního problému, ovšem jsou tu i jisté rozdíly. Největším rozdílem u jednookruhového okružního problému oproti jednostupňové dopravní úloze je, že není třeba uvažovat přepravované množství zboží, proto se do výpočetní tabulky zapisují pouze sazby a obsazované buňky se pouze označují, tj. tyto buňky jsou přidávány do konstruované trasy obchodního cestujícího. Další rozdíl spočívá ve vyškrtávání po obsazení buňky. Je vyškrtnut jak sloupec, tak i řádek, ve kterých se právě obsazená buňka nachází (obchodní cestující jede z i do každého místa pouze jednou). Kromě tohoto je nutné ještě vyškrtnout buňku, která s právě obsazenou či dříve obsazenými buňkami uzavírá kruh aniž by byly projeta všechna místa. Po této akci se znovu přepočítají řádkové i sloupcové diference. [4]

- ***Metoda nejbližšího souseda***

Principem této metody je to, že se zvolí výchozí místo, z něhož se vyhledá místo výchozímu místu nejblíže vzdálené (hledáme nejvýhodnější spojení), odtud se poté vyhledá další místo , kde jsme ovšem ještě nebyli a má nejvýhodnější spojení z místa, kde se právě nacházíme. Tímto postupem se pokračuje dál, dokud neprojedeme všechna místa v okruhu, poté se vracíme do místa výchozího, tím se okruh uzavírá. Postupně si zvolíme všechna místa v okruhu jako výchozí a pro každé toto výchozí místo najdeme tímto postupem okružní trasu. Ze všech takto nalezených tras se vybírá ta nejvýhodnější (s nejmenším celkovým součtem sazeb). [4]

- ***Travelling salesman problem (metoda TSP)***

Tato metoda, respektive program, využívá k výpočtu prostředí programu Microsoft Excel. Je naprogramován jazykem Visual Basic, je nutné mít v Excelu povolená Makra, jinak výpočet nebude možný. Dále musí být zapnutý doplněk Řešitel. TSP k řešení využívá Tuckerovu formulaci obchodního cestujícího.

<u>Postup řešení:</u> Po spuštění programu TSP (v Microsoft Excel) je uveden výběr pro kolik měst bude okružní problém počítán (maximální počet měst je 14). Poté je nutné alespoň jednou zapnout a vypnout doplněk Řešitel, v Excelu se objeví přednastavená matice (dle toho, kolek měst se nastaví, viz Příloha č. 5), musí se vyplnit vzdálenostmi jednotlivých měst a poté se aktivuje tlačítko „Řeš“. Zanedlouho je příklad vypočítán, objeví se okno „Výsledky řešení“. V něm je důležité označit výsledkovou zprávu, v ní nalezneme hodnotu účelové funkce (celkovou délku okruhu) a tabulku „Měněné buňky“, kde ve sloupci „Název“ jsou jednotlivé trasy mezi městy (x1_2 označuje trasu mezi prvním a druhým městem atd.) a ve sloupci „Konečná hodnota“ je pro výpočet důležité číslo 1. V jakém řádku je ve sloupci „Konečná hodnota“ číslo 1, znamená to, že tímto uzlem vede optimální trasa.

3.4.4 Přiřazovací úloha

Přiřazovací úloha (přiřazovací problém) spadá do skupiny distribučních úloh, zabývá se přiřazováním určitých prvků k jiným prvkům (o stejném počtu) tak, aby výsledný efekt přiřazení byl optimální. Příklady využití přiřazovacího problému v praxi je například přiřazení pracovníků k pracovištím nebo výrobků ke strojům. [7]

<u>Matematický model přiřazovací úlohy</u>

Úkolem je najít taková čísla x_{ij}, při kterých bude účelová funkce optimální.

$$z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_i \longrightarrow \min$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \qquad (j = 1, 2, \ldots, m)$$

$$x_{ij} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, m)$$

Matematický model přiřazovacího úlohy je ekvivalentní formulaci jednostupňové dopravní úlohy. Přiřazovací úloha má ovšem na rozdíl od ní vždy stejný počet sloupců i řádků (m = n) a kapacity a_i a požadavky b_j jsou vždy jedna.

Je - li $x_{ij} = 1$, znamená to, že i-tý prvek byl přiřazen k j-tému prvku. Naopak je-li $x_{ij} = 0$, pak se přiřazení neuskuteční. Z omezujících podmínek vyplývá, že v každém řádku i v každém sloupci se obsadí právě jedno políčko o hodnotě rovné 1. Tímto však dochází k degeneraci úlohy, protože základní řešení obsahuje právě m obsazených políček, zatímco v negenerovaném řešení by jich mělo být právě m + n - 1.

Přiřazovací problém se řeší speciální metodou, tzv. maďarskou metodou, která byla vyvinuta na základě teorie grafů. Tato metoda velmi urychlí řešení přiřazovací úlohy, řešení pomocí distribučních úloh by bylo velmi obtížné v důsledku velké degenerace úlohy. [7]

3.4.4.1 Algoritmus řešení přiřazovací úlohy pomocí maďarské metody

Algoritmus lze popsat následujícími šesti kroky:

(1) Redukce matice sazeb – nejprve se provede řádková redukce (v každém řádku matice se odečte nejmenší sazba nacházející se v příslušném řádku), poté se provede sloupcová redukce (v každém sloupci se odečte nejmenší sazba od ostatních sazeb ve sloupci)

(2) Výběr nezávislých nul – v redukované matici je v každém řádku a sloupci alespoň jedna nula. Z těchto existujících nul vybíráme maximální počet tzv. nezávislých nul. Nejprve se vybere silně nezávislá nula (je osamocená jak v řádku, tak i ve sloupci), označí se, řádek a sloupec ve kterých se nezávislá nula nachází se vyškrtne (dále se neuvažují). Poté se hledají další silně nezávislé nuly již ve zmenšené matici, opět se nula označí a příslušný řádek a sloupec vyškrtne. Když už se v úloze nevyskytuje žádná silně nezávislá nula, vybírají se slabě nezávislé nuly (je osamocená pouze v řádku nebo pouze ve sloupci a z druhé pozice má jednu či více nul). Výběr nezávislých nul skončí, když už nelze z matice sazeb vybrat žádnou slabě nezávislou nulu.

Je-li vybráno m nezávislých nul, řešení je optimální a poloha vybraných nul v matici ukazuje polohu jednotek v dopravní tabulce (v původní matici sazeb).

(3) Kontrola správnosti výběru nezávislých nul – správnost výběru nezávislých nul se zjišťuje podle věty König – Egerváryho: *„Maximální počet nezávislých nul, které je možné vybrat z redukované matice sazeb, je roven minimálnímu počtu krycích čar, kterými lze pokrýt všechny nuly v matici.“*

(4) Sekundární redukce matice – pokud se nepodaří vybrat právě m nezávislých nul, je nutné získat další nezávislé nuly. To se provádí následující redukcí: Vybere se prvek nejmenší ze všech nepřeškrtnutých prvků a dále se tento prvek odečte od všech nepřeškrtnutých prvků, přičte se dvakrát ke všem dvakrát přeškrtnutým. Prvky přeškrtnuté pouze jednou se nechají beze změny.

(5) Postup se opakuje v nové redukované matici od bodu výběru nezávislých nul.

(6) Optimální řešení – je ho dosaženo po vybrání právě m nezávislých nul. Může se stát, že poloha těchto nul není jednoznačná, poté existují rovnocenná optimální řešení.

Hodnota účelová funkce se zjistí tak, že se nalezené řešení dosadí do původní matice. To znamená, že za nezávislé nuly se dosadí původní sazby a jejich součet určuje hodnotu účelové funkce.

[7]

4 Formulace problému

4.1 Charakteristika podniku

Podnik byl založen v roce 1992 pod názvem Fagus s. r. o. Začátky byly velice skromné. Podnik měl k dispozici minimální skladovací prostory, jednu malou dílnu, jednu kancelář. Na rozdíl od toho, ale také mnoho aktivit. Z důvodu různého zaměření se firma v roce 1998 rozdělila na dvě firmy. Společnost byla přejmenována na FAGUS AZ PRAHA s. r. o. Od roku 2001 nemá společnost sídlo jen na území Prahy, ale také provozuje sklady na barvy v Brandýse nad Labem.

Předmětem podnikání společnosti FAGUS AZ PRAHA s. r. o. jsou dvě oblasti, jednou z nich je hydraulika a druhou nátěrové hmoty.

V odvětví hydrauliky podnik v současné době spolupracuje s firmou Parker. V oboru hydrauliky také firma dělá poradenství a návrhy systémů. Také navázala spolupráci s dalšími výrobci, které vyrábějí další potřebné komponenty. S firmou Stauff, která vyrábí příchytky, filtrační a měřící zařízení, a firmou MHA Zentgraf, která vyrábí kulové kohouty. Společnost v tomto odvětví prodává vysokotlaké hadice, různé druhy šroubení, příchytky firmy Stauff, kulové kohouty a dále také různé druhy ventilů (dvoucestné, třícestné, vícecestné, zpětné, škrtící)

V odvětví barvy působí firma již od svého začátku, tedy od roku 1992. V tomto odvětví poskytují tyto odborné služby: dodávky nátěrových hmot, doprovodný program, návrhy nátěrových systémů, technická pomoc u zákazníka a doporučení technologie.

Firma nejdříve spolupracovala s německou firmou Lackfabrik Büchner, od roku 2002 spolupracuje s firmou Franken – Coatings, která vyrábí barvy pro průmyslové použití. Situace v německém průmyslu, recese německého hospodářství a zvýšená konkurence v oblasti nátěrových hmot vyvolala to, že se menší firmy začaly sdružovat do větších celků. Tímto se firma Fraknken – Coatings stala součástí Regensburger – Lacke a firma Lackfabrik Büchner se stala součástí FEIDAL – COATINGS pod jejíž značkou se barvy prodávají. Následně pak spojili sortiment firmy Regensburger – Lacke a Feycolor pod jednotnou značku Faycolor.

Díky těmto dodavatelům společnost FAGUS AZ PRAHA s. r.o. dodává nátěrové hmoty do různých oblastí jako například barvy pro podlahové systémy, ocelové konstrukce do různých prostředí, nástavby užitkových automobilů, střechy a chemické provozy. Nově také začal podnik prodávat práškové barvy firmy Rembrantin Powder Coating GmbH.

Společnost FAGUS AZ PRAHA s. r. o. je také držitelem certifikátu ISO 9001:2000. [10]

4.2 Formulace problému

Firma FAGUS AZ PRAHA s. r. o. dostala objednávku na dodávku barev od svých zákazníků z různých měst v České republice. Tato města jsou uvedena v následující tabulce i se svými požadavky na množství barev (v kilogramech).

Litoměřice 50	Beroun 75	Praha 10 80	Česká Lípa 110	Plzeň 65	Kladno 90	Šumperk 60
Kadaň 75	Liberec 55	Jablonec n/N 115	Ostrava-Zabřeh 80	Zlín 100	Prostějov 105	

Rozvoz barvy začíná z města Lovosice, jež je tedy počátečním místem pro distribuci do dalších měst. Požadavky na dodání barev firmám, jež sídlí v uvedených městech by mělo proběhnout v rámci jednoho týdne, to znamená v pěti pracovních dnech.

Pro rozvoz barev se využívá osobního automobilu Škoda Fabia combi, jenž uveze najednou maximálně 400 kg barvy. Průměrné náklady na přepravu barvy jsou 3,20 Kč za jeden ujetý kilometr.

V současné době pracovník, který rozváží barvy nevyužívá žádné speciální metody pro optimalizaci tras, trasy si vybírá pouhým předběžným náhledem do mapy a samozřejmě trasy volí v závislosti na maximální kapacitě automobilu.

Úkolem je nalézt jednotlivé okruhy pro rozvoz tak, aby náklady na přepravu byly minimální.

5 Řešení problému

Řešení daného problému lze rozdělit do dvou částí. V první části se řeší rozdělení měst do jednotlivých okruhů pomocí Mayerovi metody. Další, druhá část, je již výpočet jednotlivých optimálních tras pomocí metody nejbližšího souseda, Vogelovi metody a softwarové metody Travelling salesman problem (TSP).

5.1 Řešení Mayerovou metodou

Po sečtení všech požadavků firem je zřejmé, že tyto požadavky převyšují maximální kapacitu dopravního vozidla téměř třikrát. Proto lze uvažovat, že daný problém je možné rozdělit celkem do tří tras.

Postup řešení pomocí Mayerovi metody byl již popsán v části o optimalizaci dopravních cest, za zmínku stojí snad jen, že největší (případně nejmenší) vzdálenosti se hledají v řádcích (v řádku již vybraného města se hledá město následující), poté co se vybere, škrtne se sloupec, odpovídající právě vybranému městu.

Pro výpočet je nutné znát matici vzdáleností mezi jednotlivými firmami, respektive mezi městy, ve kterých se tyto firmy nacházejí. Tuto matici obsahuje Příloha č. 1.

5.1.1 Nalezení prvního okruhu

Počáteční místo, ze kterého se začíná je město Lovosice. V matici vzdáleností se hledá to město, které je od výchozího nejvíce vzdálené. To se hledá v řádku počátečního místa, je to číslo největší. V tomto případě bude do prvního okruhu zařazeno město Ostrava-Zábřeh. Přičte se požadavek daného města do celkové kapacity vozidla, pokud je menší může se pokračovat do dalšího města. To se hledá v řádku města Ostrava-Zábřeh, tentokrát se hledá město nejméně vzdálené. Tímto městem je město Zlín. Opět se přičtou požadavky firmy sídlící ve Zlíně, kapacita vozidla není ještě naplněna, proto se pokračuje přiřazením dalšího města. Nejblíže Zlínu je město Prostějov. Přičtením požadavků firmy ve Zlíně není dosaženy ještě maximální kapacity vozidla, proto jako další do okruhu bude zařazeno město Šumperk, protože je nejblíže Prostějovu. Požadavky dalšího města, které by bylo vybráno do prvního okruhu již překračuje svými požadavky celkovou kapacitu vozidla, proto nebude do prvního okruhu přibrán.

5.1.2 Nalezení druhého okruhu

V druhém okruhu se začíná opět ve výchozím místě a hledá se místo jemu nejvíce vzdálené. Tímto městem je Plzeň. Kapacity vozidla nejsou firmou v Plzni naplněna, proto se pokračuje do Berouna, města Plzni nejbližšímu. Ani firma v tomto městě nenaplní kapacity vozidla, a proto se jako další do okruhu dostává město nejbližší Berounu, Kladno. Z Kladna je nejblíže Praha 10, ani její požadavky nenaplní kapacitu. Z Prahy 10 jsou jako nejbližší místo vybrány Litoměřice, jejíž požadavky ještě splňují kapacitu vozidla. Z Litoměřic je nejblíže Česká Lípa, ovšem její požadavky již překračují kapacitu vozidla, které převáží barvy a tak posledním vybraným městem do druhého okruhu jsou Litoměřice.

5.1.3 Nalezení třetího okruhu

Ze zbývajících měst je nejdále městu výchozímu, tedy Lovosicím, město Jablonec nad Nisou, kterým bude procházet třetí okruh. Z Jablonce je to nejblíže do Liberce, kapacita vozidla není dosud naplněna. Po Liberci bude vybrána Česká Lípa, která je mu nejblíže. Posledním nezařazeným městem je Kadaň, která bude vybrána po České Lípě. Součet požadavků ve třetím okruhu nepřesahuje celkovou kapacitu vozidla, nicméně byly již vybrána všechna města, proto se do tohoto okruhu už žádné nepřidá.

Pomocí Mayerovi metody byla města rozdělena celkem do tří okruhů.

V prvním okruhu jsou města Lovosice, Ostrava-Zábřeh, Zlín , Prostějov a Šumperk. Ve druhém okruhu jsou Lovosice, Plzeň, Beroun, Kladno, Praha 10 a Litoměřice. Nakonec do třetího okruhu byly vybrány Lovosice, Jablonec nad Nisou, Liberec, Česká Lípa a Kadaň.

Tabulka, kde jsou již města rozřazena do jednotlivých okruhů obsahuje Příloha č. 2.

5.2 Optimalizace jednotlivých tras

5.2.1 Optimalizace trasy prvního okruhu

Matice vzdáleností měst, která jsou zařazena v prvním okruhu, je uvedena v Příloze č.3, spolu s ní jsou zde uvedeny trasy dle metody nejbližšího souseda.

5.2.1.1 Metoda nejbližšího souseda

První bude výpočet pomocí metody nejbližšího souseda:

Jako první budou vybrány Lovosice, jako místo výchozí, k němu nejbližší je Šumperk, poté Prostějov, z Prostějova Zlín, ze Zlína Ostrava-Zábřeh a pro uzavření okruhu jsou další Lovosice.

Dalším postupem je, že za výchozí město se vybere jiné než Lovosice a postup se opakuje. Tedy výchozím místem bude Ostrava-Záhřeb, nejblíže jí Zlín, ze Zlína pokračuje trasa do Prostějova, odtud do Šumperka, ze něj do Lovosic a poté zpátky do Ostravy-Zábřehu.

Trasa pro výchozí město Zlín vypadá tak, že Zlína se pojede do Prostějova, poté do Šumperka, následuje Ostrava-Zábřeh, Lovosice a Zlín.

Pro výchozí Prostějov je další Šumperk, dále Zlín, Ostrava-Zábřeh, Lovosice a zpátky Prostějov.

Pro výchozí Šumperk je trasa do Prostějova, poté do Zlína, Ostravy, Lovosic a opět do Šumperka.

Výsledky metody nejbližšího souseda jsou (včetně celkové délky trasy):

	Celkem km
Lovosice – Šumperk – Prostějov – Zlín – Ostrava-Zábřeh – Lovosice	990,2
Ostrava Zábřeh – Zlín – Prostějov – Šumperk – Lovosice – Ostrava-Zábřeh	990,2
Zlín – Prostějov – Šumperk – Ostrava-Zábřeh – Lovosice – Zlín	1048,4
Prostějov – Šumperk – Zlín – Ostrava-Zábřeh – Lovosice – Prostějov	1083,5
Šumperk – Prostějov – Zlín – Ostrava-Zábřeh – Lovosice – Šumperk	990,2

Při bližším zkoumání je zřejmé, že trasy první a druhá jsou identické trasy, ovšem projeté v opačném směru. Trasy první a pátá, jsou ty samé.

5.2.1.2 Vogelova metoda

Pro druhý výpočet použijeme Vogelovu metodu:

Výpočet v tabulce vzdáleností je uveden v Příloze č.4.

Po spočítání řádkových i sloupcových diferencí (rozdíl dvou nejmenších sazeb v řádku či sloupci) byla nejvyšší diference vypočtena u Šumperka a to shodně jak v řádku, tak ve sloupci. V tomto případě se vybere řádek (výsledek vyjde stejný, pouze trasa by byla projeta opačným směrem). v řádku najdeme nejnižší sazbu (vzdálenost) a označíme jí. Z tohoto prvního kroku vznikla trasa Šumperk – Prostějov. Dále se vyškrtne řádek u Šumperku a sloupec u Prostějova, dále buňka značící trasu Prostějov – Šumperk. Přepočtou se řádkové i sloupcové diference a označí se největší, tedy v řádku u Lovosic. V tomto řádku se najde nejnižší sazba, je to trasa Lovosice – Šumperk a označí se. Vyškrtne se řádek Lovosice a sloupec Šumperk, také buňka Prostějov – Lovosice. Přepočtou se diference, nejvyšší diference je v řádku Ostrava-Zábřeh, označí se nejmenší sazba odpovídající spojení měst Ostrava-Zábřeh – Zlín. Škrtne se řádek Ostrava-Zábřeh a sloupec Zlín a také buňka Zlín – Ostrava-Zábřeh. Opět dojde k přepočtení diferencí, v řádku Zlín a ve sloupci Lovosice vyjde stejná nejvyšší diference, která odkazuje na stejnou buňku, a to na trasu Zlín – Lovosice. Zbylou buňkou je trasa Prostějov – Ostrava-Zábřeh.

Vypočítané optimální řešení Vogelovou metodou je tedy tato trasa (včetně celkové vzdálenosti):

	Celkem km
Lovosice – Šumperk – Prostějov – Ostrava-Zábřeh – Zlín – Lovosice	945,1

5.2.1.3 TSP

Třetím výpočtem optimální trasy prvního okruhu využijeme Microsoft Excel a v něm pracující program TSP.

Samotný výpočet probíhá velmi rychle, výstup optimálního řešení z programu je uveden v Příloze č.6. Do programem předem připravené matice se dosadí jednotlivé sazby a výpočet začne kliknutím na tlačítko „Řeš".

Vypočítané optimální řešení vypadá takto (včetně celkové vzdálenosti):

	Celkem km
Lovosice – Zlín – Ostrava-Zábřeh – Prostějov – Šumperk – Lovosice	945,1

5.2.2 Optimalizace trasy druhého okruhu

Matice vzdáleností měst patřících do druhého okruhu je uvedena v Příloze č. 7.

5.2.2.1 Metoda nebližšího souseda

Ve druhém okruhu je celkem šest měst, nicméně samotný výpočet není nijak náročnější, možná jen časově delší.

Nejprve jako první výchozí místo zvolíme Lovosice, z nichž je to nejblíže do Litoměřic, trasa dále vede do Kladna, z Kladna je nejkratší vzdálenost do Prahy 10, z ní do Berouna a poté do Plzně, odkud se trasa vrací do Lovosic.

Dále bude výchozím městem vybrána Plzeň. Z Plzně se pojede do Berouna, pak do Kladna, z něj je nejblíže Praha 10, odkud se pokračuje do Litoměřic, dále Lovosic a zpátky do Plzně.

Z Berouna, jako výchozího místa, se pojede do Kladna, dále do Prahy 10, z Prahy do Lovosic, z nich do Litoměřic, poté z Litoměřic vede trasa do Plzně a z ní zpět do Berouna.

Dalším výchozím městem je Praha 10, odtud trasa povede do Kladna, potom do Berouna, z Berouna do Plzně, po Plzni následují Lovosice, po nich Litoměřice a trasa končí opět v Praze 10.

Pro začátek v Kladně, je pokračování do Prahy 10, z Prahy do Berouna, z Berouna do Plzně, z ní do Lovosic, z Lovosic do Litoměřic a zpět do Kladna.

Jako poslední možnost zvolení výchozího místa je zvolení Litoměřic. Z nich se pokračuje do Lovosic, poté do Kladna, Prahy 10, z Prahy do Berouna, do Plzně a zpátky do výchozího místa, tedy Litoměřic.

Výsledky metody nejbližšího souseda tedy jsou (včetně celkové délky):

	Celkem km
Lovosice – Litoměřice – Kladno - Praha 10 – Beroun – Plzeň – Lovosice	379,7
Plzeň – Beroun – Kladno - Praha 10 – Lovosice – Litoměřice – Plzeň	382,9
Beroun – Kladno - Praha 10 – Lovosice – Litoměřice – Plzeň – Beroun	382,9
Praha 10 – Kladno – Beroun – Plzeň – Lovosice – Litoměřice - Praha 10	382,9
Kladno - Praha 10 – Beroun – Plzeň – Lovosice – Litoměřice – Kladno	379,7
Litoměřice – Lovosice – Kladno - Praha 10 – Beroun – Plzeň – Litoměřice	379,7

První trasa je identická s pátou, od šesté se liší pouze v opačném projetí měst Litoměřice, Lovosice. Druhá trasa je identická se třetí, čtvrtá trasa je stejná jako druhá trasa, ovšem projetá v opačném směru

5.2.2.2 Vogelova metoda

Tabulka s výpočtem druhého okruhu pomocí Vogelovi metody je uvedena v Příloze č. 8.

Jako u výpočtu prvního okruhu touto metodou se nejdříve spočítají řádkové a sloupcové diference a vybere se největší z nich. V tomto případě je shodná diference v řádku i ve sloupci Litoměřice, vybere se řádek (v případě vybrání sloupce by byla trasa projetá opačným směrem, ale ve stejné délce), v něm nejmenší sazba, a ta je v buňce trasy Litoměřice – Lovosice, která se označí a současně se vyškrtne řádek Litoměřice, sloupec Lovosice a buňka Lovosice – Litoměřice. Přepočítají se diference, nyní je největší ve sloupci Plzeň. Nejmenší sazba v tomto sloupci je v buňce Beroun – Plzeň, ta se označí a vyškrtne se řádek Beroun, sloupec Plzeň a buňka Plzeň – Beroun. Po dalším přepočítání diferencí vyjde největší ve sloupci Praha 10, v němž je nejmenší sazba v buňce určující trasu Kladno – Praha 10. Škrtne se řádek Kladno, sloupec Praha 10, buňka Praha 10 – Kladno. Následuje další přepočítání diferencí, největší je v řádku Plzeň, kde nejnižší dosud nevyškrtnutá sazba je Plzeň – Kladno. Ta se označí a řádek Plzeň, sloupec Kladno se dále neberou v úvahou. Přepočítají se diference a nejvyšší je ve sloupci Litoměřice, kde nejnižší sazba určuje trasu Praha 10 – Litoměřice. Řádek Praha 10 a sloupec Litoměřice se škrtnou. Po posledním přepočítání je nejvyšší diference v prvním řádku, Lovosic. Konkrétně zbylá je buňka Lovosice – Beroun.

Vypočítaná trasa pro druhý okruh pomocí Vogelovy metody je:

	Celkem km
Lovosice – Beroun – Plzeň – Kladno – Praha 10 – Litoměřice – Lovosice	383

5.2.2.3 TSP

Výstup optimálního řešení z tohoto programu je uveden v Příloze č. 10.

Vypočítané optimální řešení vypadá takto:

	Celkem km
Lovosice – Praha 10 – Beroun – Plzeň – Kladno – Litoměřice – Lovosice	354,2

5.2.3 Optimalizace trasy třetího okruhu

Matice vzdáleností a měst patřících do třetího okruhu je uvedená v Příloze č. 11.

5.2.3.1 Metoda nejbližšího souseda

Stejně jako u obou předešlých okruhů se začíná výchozím místem Lovosicemi, ze kterých se pokračuje do České Lípy, dále je nejblíže Liberec, hned za ním Jablonec nad Nisou, z Jablonce je vybrána Kadaň a okruh se uzavírá zpátky v Lovosicích.

Při výchozím místě Jablonci nad Nisou se pokračuje do Liberce, z Liberce do České Lípy, odtud do Lovosic, z Lovosic do Kadaně a je nutné okruh uzavřít v Jablonci nad Nisou.

Jako další výchozí místo je vybrán Liberec, odtud se pokračuje do Jablonce nad Nisou, České Lípy, dále také do Lovosic, z Lovosic do Kadaně a z ní zpět do Liberce.

Když je výchozí místo Česká Lípa, nejblíže ní jsou Lovosice, kam také trasa povede, z nich pak do Kadaně, pak do Liberce, z Liberce je to nejblíže do Jablonce a pak zpátky do České Lípy.

Jako poslední výchozí místo je zvolena Kadaň, ze které je nejmenší vzdálenost do Lovosic, z nich do České Lípy, odtud poté do Liberce, pak Jablonce a nakonec cestou zpátky do Kadaně.

Výsledky metody nejbližšího souseda jsou:

	Celkem km
Lovosice – Česká Lípa – Liberec – Jablonec nad Nisou – Kadaň – Lovosice	393
Jablonec nad Nisou – Liberec – Česká Lípa – Lovosice – Kadaň – Jablonec	393
Liberec – Jablonec nad Nisou – Česká Lípa – Lovosice – Kadaň – Liberec	393
Česká Lípa – Lovosice – Kadaň – Liberec – Jablonec nad Nisou – Česká Lípa	393
Kadaň – Lovosice – Česká Lípa – Liberec – Jablonec nad Nisou – Kadaň	393

U všech tras vyšel stejný počet kilometrů, je to dáno tím, že první trasa je shodná s pátou, současně k ní je zrcadlově obrácená trasa druhá. Třetí a čtvrtá jsou stejné jako trasa druhá, pouze jsou prohozena města Jablonec nad Nisou a Liberec.

5.2.3.2 Vogelova metoda

Tabulka s výpočtem třetího okruhu pomocí Vogelovi metody je uvedena v Příloze č. 12.

Tak jako u obou dvou předešlých okruhů se nejdříve vypočítají řádkové i sloupcové diference a vybere se hodnota z těchto diferencí největší. Tato největší diference se nachází jak v řádku, tak i ve sloupci Jablonce nad Nisou. Tentokrát se vybere sloupec (i tentokrát je to jedno) a v něm se najde nejnižší sazba. Tu obsahuje buňka Liberec – Jablonec nad Nisou, tato trasa se označí a vyškrtne se řádek Liberec, sloupec Jablonec a buňka značící trasu Jablonec – Liberec. Další nejvyšší diference, po řádném přepočítání, se nachází v řádku Kadaň a nejmenší sazba v tomto řádku je Kadaň – Lovosice. Ta se označí, škrtne se řádek Kadaň, sloupec Lovosice a symetrická trasa k trase vybrané, tedy Lovosice – Kadaň. Přepočtou se opět diference a nyní je nejvyšší v řádku Jablonce, v němž nejnižší sazba určuje trasu Jablonec – Česká Lípa. vyškrtne se příslušný řádek, tedy Jablonec, a příslušný sloupec, Česká Lípa. Po dalším přepočítání diferencí se nachází nejvyšší ve sloupci Kadaň, kde se označí trasa Česká Lípa – Kadaň. Škrtne se řádek Česká Lípa, sloupec Kadaň. Jako poslední zůstane neobsazená a současně nevyškrtnutá trasa Lovosice – Liberec, která uzavírá vybrané jednotlivé trasy do kruhu.

Vypočítaná trasy pro třetí okruh je:

	Celkem km
Lovosice – Liberec – Jablonec nad Nisou – Česká Lípa – Kadaň – Lovosice	389,1

5.2.3.3 TSP

Výstup optimálního řešení pro třetí okruh v tomto programu je uveden v Příloze č. 14.

Vypočítané optimální řešení vypadá takto:

	Celkem km
Lovosice – Liberec – Jablonec nad Nisou – Česká Lípa – Kadaň – Lovosice	389,1

5.3 Porovnání a analýza získaných výsledků

V prvním okruhu bylo nejlepší trasy dosaženo pomocí metod Vogelovy a metody TSP. Trasa má celkovou délku 945,1 km, což je pro rozvoz během jednoho dne skoro až nemožné, proto by bylo vhodné tuto trasu rozdělit do dvou dnů, s tím, že by řidič přenocoval v některém městě na trase. Náklady na tuto trasu jsou téměř 3025 Kč.

Pro druhý okruh byla vypočítána optimální trasa pomocí metody TSP. Tato trasa měří 354,2 km, což je téměř o 30 km více, než trasy spočítané dalšími metodami. Náklady na tuto trasu činí 1134,50 Kč.

Ve třetím okruhu bylo optimální trasy dosaženo metodami TSP a Vogelovou. Zde celková délka činí 389,1 km. Pomocí metody nejbližšího souseda bylo ovšem dosaženo výsledku pouze o necelé 4 km většího. Náklady na dopravu zde jsou 1245 Kč.

Celkem doprava zahrnující tři různé okruhy podnik stojí 5404,50 Kč. Firma tyto náklady zaúčtuje do celkové ceny, kterou bude požadovat od odběratelů, které od ní požadovali distribuci barvy. Tento způsob vlastní dopravy firmou prodávající barvy je výhodná pro odběratelé, pro které tato zásilka není akutní a proto mohou pár dní počkat. V akutních případech se doprava dá řešit pomocí logistické firmy, nicméně zde již jsou daleko vyšší sazby, protože doprava pro tyto firmy je jedním z hlavních podnikatelských aktivit, ale u firmy FAGUZ AZ s.r.o. je tato činnost vedlejší, důležitější spíše pro zachování dobrých vztahů se svými zákazníky. Ale i přesto je nutné náklady s touto činností minimalizovat.

Okružní trasy, tak jak jsou zde vypočítané, ovšem nemusí ve skutečnosti připomínat pravou okružní trasu, kde se projíždí každým městem pouze jednou, ale může se stát, že některým městem ležícím na trase se projede cestou tam a cestou zpět. Je to dáno tím, že obecně nejrychlejší trasy jsou trasy vedené přes dálnice, popřípadě silnice prvních tříd. Toto je zřejmé z Přílohy č. 16, kde v druhém okruhu se jede Berounem tam i zpět. V případě třetí trasy (Příloha č. 17) dokonce nastala situace, kdy města jsou téměř v rovině, a proto tento okružní problém moc okružní nepřipomíná.

Třetí trasu lze též rozdělit do dvou dnů, protože výchozí místo, Lovosice, leží téměř ve prostřed této trasy. Lze tak jeden den jet z Lovosic do Kadaně a zpět, další den jet trasu do Jablonce nad Jizerou a zpět.

6 Závěr

V této práci jsem se zabýval problematikou týkající se dopravy v podniku, konkrétně optimalizacemi dopravních tras. Minimalizace nákladů spojená s přepravou hraje klíčovou roli při konečném vyúčtování služeb zákazníkovi. Čím menší tyto náklady budou, tím menší může být cena finálního produktu a současně větší konkurenceschopnost tohoto produktu na trhu. Samozřejmě se nejedná o úsporu pouze finanční, ale dá se předpokládat, že optimálnější trasa povede i k úsporám časovým. V podnicích, které se setkávají s dopravními problémy uvedenými v této práci, je nutné metody vedoucí k optimalizaci tras znát a hlavně využívat.

V praktické části jsem řešil okružní dopravní problém nejprve Mayerovou metodou, protože bylo nutné rozřadit města do jednotlivých okruhů z důvodu omezené kapacity dopravního vozidla. Tato metoda je rychlá a přesně nám určí počet okruhů a města v nich. Zde se města rozdělila celkem do tří různých okruhů. Na každý okruh byly použité další metody pro porovnání jejich výhodností (metoda nejbližšího souseda, Vogelova aproximační metoda, metoda TSP), pomocí kterých byla seřazena města, jejich pořadí projetí.

Jako nejméně výhodná metoda se ukázala v našem případě metoda nejbližšího souseda, kdy ani v jednom okruhu nebyla výsledná trasa nejoptimálnější. Pomocí metody VAM byly nalezeny optimální trasy v prvním a druhém okruhu. Tento výpočet je ovšem oproti metodě nejbližšího souseda pracnější a časově náročnější. Nejlepších výsledků dosáhla metoda TSP, a to ve všech třech okruzích. V prvním a ve třetím okruhu vyšly stejné vzdálenosti u metody VAM i u TSP, v okruhu druhém byla dokonce optimální trasa pomocí TSP o téměř 30 km kratší. Výpočet pomocí této metody byl navíc velice rychlý a pohodlný (vše řeší Microsoft Excel).

Z metod využitých v práci nejlepších výsledků dosáhla metoda TSP. Ale díky nenáročnosti ostatních metod lze říci, že při výpočtu okružního problému v podniku by bylo vhodné tyto metody kombinovat, třeba jen z důvodu kontroly správnosti výpočtu.

7 Seznam literatury

[1] Záskal, J., Havlíček, J. *Ekonomicko matematické metody I – studijní texty pro distanční studium.* 2. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2006. 262 s. ISBN 80-213-0761-7.

[2] Získal, J., Havlíček, J. *Ekonomicko matematické metody II – studijní texty pro distanční studium.* 2. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2007. 204 s. ISBN 978-80-213-0664-6

[3] Získal, J., Kosková, I. *Cvičení z metod operační a systémové analýzy.* 3. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2006. 206 s. ISBN 80-213-0411-1

[4] Šubrt., T., Brožová, H., Dömeová, L., Kučera, P. *Ekonomicko matematické metody II – aplikace a cvičení.* 2. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2003. 152 s. ISBN 80-213-0721-8

[5] Svoboda, V. *Dopravní logistika.* 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. 115 s. ISBN 80-01-02914-X

[6] Svoboda, V. *Logistika.* 2. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. 160 s. ISBN 80-01-02735-X

[7] Kosková, I. *Distribuční úlohy I.* 1. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2007. 52 s. ISBN 978-80-213-1156-5

[8] Gros, I. *Logistika.* 1. vyd. Praha: Vydavatelství VŠCHT, 1996. 228 s. ISBN 80-7080-262-6

[9] Eisler, J. *Podniky a podnikání v dopravě.* 1. vyd. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, 2000. 171 s. ISBN 80-245-0111-2

[10] http://www.fagusaz.cz/?q=historie (dne 15. 4. 2009)

8 Přílohy

Příloha č. 1 – Vzdálenosti mezi městy okružního problému, včetně požadavků

Příloha č. 2 – Tabulka měst vypočítaná Mayerovou metodou

Příloha č. 3 – Metoda nejbližšího souseda pro první trasu

Příloha č. 4 – Metoda VAM pro první trasu

Příloha č. 5 – Základní matice pro výpočet první trasy pomocí TSP

Příloha č. 6 – Výstupní tabulka výpočtu první trasy pomocí TSP

Příloha č. 7 – Metoda nejbližšího souseda pro druhou trasu

Příloha č. 8 – Metoda VAM pro druhou trasu

Příloha č. 9 - Základní matice pro výpočet druhé trasy pomocí TSP

Příloha č. 10 - Výstupní tabulka výpočtu první trasy pomocí TSP

Příloha č. 11 - Metoda nejbližšího souseda pro třetí trasu

Příloha č. 12 - Metoda VAM pro třetí trasu

Příloha č. 13 - Základní matice pro výpočet třetí trasy pomocí TSP

Příloha č. 14 - Výstupní tabulka výpočtu třetí trasy pomocí TSP

Příloha č. 15 – Mapa první trasy

Příloha č. 16 – Mapa druhé trasy

Příloha č. 17 – Mapa třetí trasy

Příloha č. 1 – Vzdálenosti mezi městy okružního problému, včetně požadavků

	požadavky	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
A	80	X	104,7	118,2	162,9	469	340,5	342,3	411,2	496,5	376,1	413,1	372,9	449,4
B	100	104,7	X	85,3	128	391	305,6	307,4	333,2	418,5	298,1	335,6	400,8	371,4
C	105	118,2	85,3	X	77,3	353,9	254,9	256,8	296,1	381,4	261	298,5	287,4	334,3
D	60	162,9	128	77,3	X	321,7	209,1	210,7	263,9	351,3	223,1	266,3	242,6	283,7
E	65	469	391	353,9	321,7	X	203	204,6	60,7	91,6	102,3	101,2	184,9	164,1
F	115	340,5	305,6	254,9	209,1	203	X	12,2	145,2	192,3	104,4	147,6	71,1	108,6
G	55	342,3	307,4	256,8	210,7	204,6	12,2	X	146,8	181,6	106	149,2	60,4	97,9
H	75	411,2	333,2	296,1	263,9	60,7	145,2	146,8	X	126,5	43,8	43,4	129,8	106,3
I	75	496,5	418,5	381,4	351,3	91,6	192,3	181,6	126,5	X	119,1	88,4	125,2	84,8
J	80	376,1	298,1	261	223,1	102,3	104,4	106	43,8	119,1	X	36	108,2	73,4
K	90	413,1	335,6	298,5	266,3	101,2	147,6	149,2	43,4	88,4	36	X	90,6	69,8
L	110	372,9	400,8	287,4	242,6	184,9	71,1	60,4	129,8	125,2	108,2	90,6	X	45,4
M	50	449,4	371,4	334,3	283,7	164,1	108,6	97,9	106,3	84,8	73,4	69,8	45,4	X
Z	X	444,3	366,3	329,2	278,6	159	116,5	105,8	101,3	74,8	68,3	64,7	53,3	10,4

Označení měst

A	Ostrava - Zábřeh	F	Jablonec nad Nisou	K	Kladno
B	Zlín	G	Liberec	L	Česká Lípa
C	Prostějov	H	Beroun	M	Litoměřice
D	Šumperk	I	Kadaň	Z	Lovosice
E	Plzeň	J	Praha 10		

Příloha č. 2 – Tabulka měst vypočítaná Mayerovou metodou

	požadavky	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
A	80	X	104,7	118,2	162,9	469	340,5	342,3	411,2	496,5	376,1	413,1	372,9	449,4
B	100	104,7	X	85,3	128	391	305,6	307,4	333,2	418,5	298,1	335,6	400,8	371,4
C	105	118,2	85,3	X	77,3	353,9	254,9	256,8	296,1	381,4	261	298,5	287,4	334,3
D	60	162,9	128	77,3	X	321,7	209,1	210,7	263,9	351,3	223,1	266,3	242,6	283,7
E	65	469	391	353,9	321,7	X	203	204,6	60,7	91,6	102,3	101,2	184,9	164,1
F	115	340,5	305,6	254,9	209,1	203	X	12,2	145,2	192,3	104,4	147,6	71,1	108,6
G	55	342,3	307,4	256,8	210,7	204,6	12,2	X	146,8	181,6	106	149,2	60,4	97,9
H	75	411,2	333,2	296,1	263,9	60,7	145,2	146,8	X	126,5	43,8	43,4	129,8	106,3
I	75	496,5	418,5	381,4	351,3	91,6	192,3	181,6	126,5	X	119,1	88,4	125,2	84,8
J	80	376,1	298,1	261	223,1	102,3	104,4	106	43,8	119,1	X	36	108,2	73,4
K	90	413,1	335,6	298,5	266,3	101,2	147,6	149,2	43,4	88,4	36	X	90,6	69,8
L	110	372,9	400,8	287,4	242,6	184,9	71,1	60,4	129,8	125,2	108,2	90,6	X	45,4
M	50	449,4	371,4	334,3	283,7	164,1	108,6	97,9	106,3	84,8	73,4	69,8	45,4	X
Z	X	444,3	366,3	329,2	278,6	159	116,5	105,8	101,3	74,8	68,3	64,7	53,3	10,4
celkem	1060													

Označení měst

A	Ostrava - Zábřeh	F	Jablonec nad Nisou	K	Kladno
B	Zlín	G	Liberec	L	Česká Lípa
C	Prostějov	H	Beroun	M	Litoměřice
D	Šumperk	I	Kadaň	Z	Lovosice
E	Plzeň	J	Praha 10		

Příloha č. 3 – Metoda nejbližšího souseda pro první trasu

1. trasa	Lovosice	Ostrava-Zábřeh	Zlín	Prostějov	Šumperk
Lovosice	X	444,3	366,3	329,2	278,6
Ostrava-Zábřeh	444,3	X	104,7	118,2	162,9
Zlín	366,3	104,7	X	85,3	128
Prostějov	329,2	118,2	85,3	X	77,3
Šumperk	278,6	162,9	128	77,3	X

	Celkem km
Lovosice-Šumperk- Prostějov- Zlín-Ostrava Zábřeh-Lovosice	990,2
Ostrava Zábřeh-Zlín- Prostějov- Šumperk-Lovosice- Ostrava Zábřeh	990,2
Zlín-Prostějov-Šumperk-Ostrava Zábřeh- Lovosice- Zlín	1048,4
Prostějov- Šumperk-Zlín- Ostrava Zábřeh- Lovosice- Prostějov	1083,5
Šumperk- Prostějov- Zlín- Ostrava Zábřeh - Lovosice- Šumperk	990,2

Příloha č. 4 – Metoda VAM pro první trasu

1. trasa	Lovosice	Ostrava-Zábřeh	Zlín	Prostějov	Šumperk					
Lovosice	X	444,3	366,3	329,2	278,6	50,6	87,7			
Ostrava-Zábřeh	444,3	X	104,7	118,2	162,9	13,5	58,2	339,6		
Zlín	366,3	104,7	X	85,3	128	19,4	23,3	261,6	366,3	
Prostějov	329,2	118,2	85,3	X	77,3	8	32,9	32,9	118,2	118,2
Šumperk	278,6	162,9	128	77,3	X	50,7				
	50,6	13,5	19,4	8	50,7					
	37,1	13,5	19,4		34,9					
	78	13,5	19,4							
	366,3	118,2								
		118,2								

Celkem km

Lovosice - Šumperk - Prostějov - Ostrava Zábřeh - Zlín - Lovosice 945,1

Příloha č. 5 – Základní matice pro výpočet první trasy pomocí TSP

	M1	M2	M3	M4	M5
M1	**X**	444,3	366,3	329,2	278,6
M2	444,3	**X**	104,7	118,2	162,9
M3	366,3	104,7	**X**	85,3	128
M4	329,2	118,2	85,3	**X**	77,3
M5	278,6	162,9	128	77,3	**X**

Označení měst

M1	Lovosice
M2	Ostrava Zábřeh
M3	Zlín
M4	Prostějov
M5	Šumperk

Vypočítaná optimální trasa

	Celkem km
Lovosice - Zlín - Ostrava-Zábřeh - Prostějov - Šumperk - Lovosice	945,1

Příloha č. 6 – Výstupní tabulka výpočtu první trasy pomocí TSP

Nastavovaná buňka (Min)

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
C29	z= x1_2		945,1

Měněné buňky

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
C27	x1_2	0	0
D27	x1_3	0	1
E27	x1_4	0	2,77556E-16
F27	x1_5	0	1,47911E-31
G27	x2_1	0	1,11022E-16
H27	x2_3	0	0
I27	x2_4	0	1
J27	x2_5	0	1,11022E-16
K27	x3_1	0	0
L27	x3_2	0	1
M27	x3_4	0	1,11022E-16
N27	x3_5	0	0
O27	x4_1	0	0
P27	x4_2	0	0
Q27	x4_3	0	0
R27	x4_5	0	1
S27	x5_1	0	1

Příloha č. 7 - Metoda nejbližšího souseda pro druhou trasu

2. trasa	Lovosice	Plzeň	Beroun	Praha 10	Kladno	Litoměřice
Lovosice	X	159	101,3	68,3	64,7	10,4
Plzeň	159	X	60,7	102,3	101,2	164,1
Beroun	101,3	60,7	X	43,8	43,4	106,3
Praha 10	68,3	102,3	43,8	X	36	73,4
Kladno	64,7	101,2	43,4	36	X	69,8
Litoměřice	10,4	164,1	106,3	73,4	69,8	X

	Celkem km
Lovosice-Litoměřice- Kladno- Praha 10- Beroun- Plzeň- Lovosice	379,7
Plzeň- Beroun- Kladno- Praha 10- Lovosice- Litoměřice- Plzeň	382,9
Beroun- Kladno- Praha 10- Lovosice- Litoměřice- Plzeň- Beroun	382,9
Praha 10- Kladno- Beroun- Plzeň- Lovosice- Litoměřice- Praha 10	382,9
Kladno- Praha 10- Beroun- Plzeň- Lovosice- Litoměřice- Kladno	379,7
Litoměřice- Lovosice- Kladno- Praha 10- Beroun- Plzeň- Litoměřice	379,7

Příloha č.8 - Metoda VAM pro druhou trasu

2. trasa	Lovosice	Plzeň	Beroun	Praha 10	Kladno	Litoměřice						
Lovosice	X	159	101,3	68,3	64,7	10,4	54,3	3,6	3,6	36,6	36,6	101,3
Plzeň	159	X	60,7	102,3	101,2	164,1	40,5	40,5	1,1	101,2		
Beroun	101,3	60,7	X	43,8	43,4	106,3	0,4	0,4				
Praha 10	68,3	102,3	43,8	X	36	73,4	7,8	7,8	7,8	29,6	29,6	43,8
Kladno	64,7	101,2	43,4	36	X	69,8	7,4	7,4	7,4			
Litoměřice	10,4	164,1	106,3	73,4	69,8	X	59,4					
	54,3	40,5	0,4	7,8	7,4	59,4						
		40,5	0,4	7,8	7,4	3,6						
			0,4	32,3	28,7	3,6						
			57,5		36,5	90,7						
			57,5			73,4						
			57,5									

	Celkem km
Lovosice- Beroun- Plzeň- Kladno- Praha 10- Litoměřice- Lovosice	383

Příloha č. 9 - Základní matice pro výpočet druhé trasy pomocí TSP

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
M1	**X**	159	101,3	68,3	64,7	10,4
M2	159	**X**	60,7	102,3	101,2	164,1
M3	101,3	60,7	**X**	43,8	43,4	334,3
M4	68,3	102,3	43,8	**X**	36	73,4
M5	64,7	101,2	43,4	36	**X**	69,8
M6	10,4	164,1	334,3	73,4	69,8	**X**

Označení měst

M1	Lovosice
M2	Plzeň
M3	Beroun
M4	Praha 10
M5	Kladno
M6	Litoměřice

Vypočítaná optimální trasa

	Celkem km
Lovosice - Praha 10 - Beroun - Plzeň - Kladno - Litoměřice - Lovosice	354,2

Příloha č. 10 - Výstupní tabulka výpočtu první trasy pomocí TSP

Nastavovaná buňka (Min)

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
C29	z= x1_2		354,2

Měněné buňky

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
C27	x1_2	0	8,32667E-17
D27	x1_3	0	0
E27	x1_4	0	1
F27	x1_5	0	1,11022E-16
G27	x1_6	0	0
H27	x2_1	0	0
I27	x2_3	0	1,11022E-16
J27	x2_4	0	0
K27	x2_5	0	1
L27	x2_6	0	0
M27	x3_1	0	0
N27	x3_2	0	1
O27	x3_4	0	1,11022E-16
P27	x3_5	0	0
Q27	x3_6	0	0
R27	x4_1	0	0
S27	x4_2	0	2,77556E-17
T27	x4_3	0	1
U27	x4_5	0	0
V27	x4_6	0	3,60822E-16
W27	x5_1	0	1,11022E-16
X27	x5_2	0	0
Y27	x5_3	0	0
Z27	x5_4	0	8,32667E-17
AA27	x5_6	0	1
AB27	x6_1	0	1
AC27	x6_2	0	0
AD27	x6_3	0	0
AE27	x6_4	0	1,11022E-16
AF27	x6_5	0	0
AG27	u1	0	0
AH27	u2	0	4
AI27	u3	0	3
AJ27	u4	0	1
AK27	u5	0	5
AL27	u6	0	6

Příloha č. 11 - Metoda nejbližšího souseda pro třetí trasu

3. trasa	Lovosice	Jablonec	Liberec	Česká Lípa	Kadaň
Lovosice	X	116,5	105,8	53,3	74,8
Jablonec	116,5	X	12,2	71,1	192,3
Liberec	105,8	12,2	X	60,4	181,6
Česká Lípa	53,3	71,1	60,4	X	125,2
Kadaň	74,8	192,3	181,6	125,2	X

	Celkem km
Lovosice - Česká Lípa - Liberec - Jablonec - Kadaň - Lovosice	393
Jablonec - Liberec - Česká Lípa- Lovosice - Kadaň - Jablonec	393
Liberec - Jablonec - Česká Lípa - Lovosice - Kadaň - Liberec	393
Česká Lípa - Lovosice - Kadaň - Liberec - Jablonec - Česká Lípa	393
Kadaň - Lovosice - Česká Lípa - Liberec - Jablonec - Kadaň	393

Příloha č. 12 – Metoda VAM pro třetí trasu

3. trasa	Lovosice	Jablonec	Liberec	Česká Lípa	Kadaň					
Lovosice	X	116,5	105,8	53,3	74,8	21,5	21,5	52,5	105,8	105,8
Jablonec	116,5	X	12,2	71,1	192,3	58,9	45,4	121,2		
Liberec	105,8	12,2	X	60,4	181,6	48,2				
Česká Lípa	53,3	71,1	60,4	X	125,2	7,1	7,1	64,8	64,8	
Kadaň	74,8	192,3	181,6	125,2	X	50,4	50,4			
	21,5	58,9	48,2	7,1	50,4					
	21,5		45,4	17,8	50,4					
			45,4	17,8	67,1					
			45,4		125,2					
			105,8							

	Celkem km
Lovosice- Liberec- Jablonec nad Nisou- Česká Lípa- Kadaň- Lovosice	389,1

Příloha č. 13 - Základní matice pro výpočet třetí trasy pomocí TSP

	M1	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**
M1	**X**	116,5	105,8	53,3	74,8
M2	116,5	**X**	12,2	71,1	192,3
M3	105,8	12,2	**X**	60,4	181,6
M4	53,3	71,1	60,4	**X**	125,2
M5	74,8	192,3	181,6	125,2	**X**

Označení měst

M1	Lovosice
M2	Jablonec nad Nisou
M3	Liberec
M4	Česká Lípa
M5	Kadaň

Vypočítaná optimální trasa

	Celkem km
Lovosice - Liberec - Jablonec nad Nisou - Česká Lípa - Kadaň - Lovosice	389,1

Příloha č. 14 - Výstupní tabulka výpočtu třetí trasy pomocí TSP

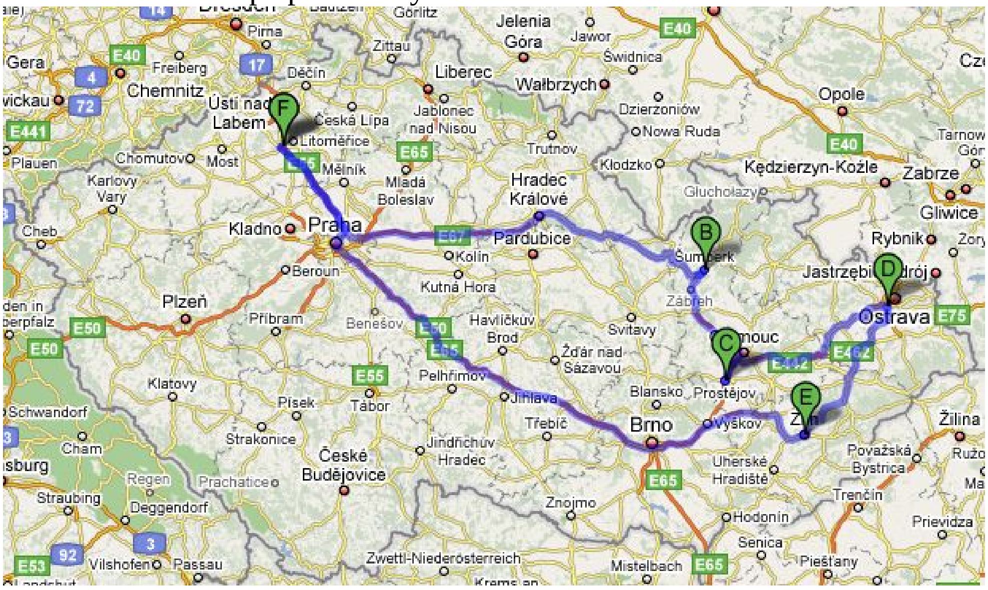
Nastavovaná buňka (Min)

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
C29	z= x1_2		389,1

Měněné buňky

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
C27	x1_2	0	1,11022E-16
D27	x1_3	0	1
E27	x1_4	0	0
F27	x1_5	0	1,11022E-16
G27	x2_1	0	1,66533E-16
H27	x2_3	0	2,498E-16
I27	x2_4	0	1
J27	x2_5	0	0
K27	x3_1	0	0
L27	x3_2	0	1
M27	x3_4	0	1,11022E-16
N27	x3_5	0	0
O27	x4_1	0	0
P27	x4_2	0	0
Q27	x4_3	0	0
R27	x4_5	0	1
S27	x5_1	0	1
T27	x5_2	0	0
U27	x5_3	0	8,32667E-17
V27	x5_4	0	0
W27	u1	0	0
X27	u2	0	2
Y27	u3	0	1
Z27	u4	0	3
AA27	u5	0	4

Příloha č. 15 – Mapa první trasy

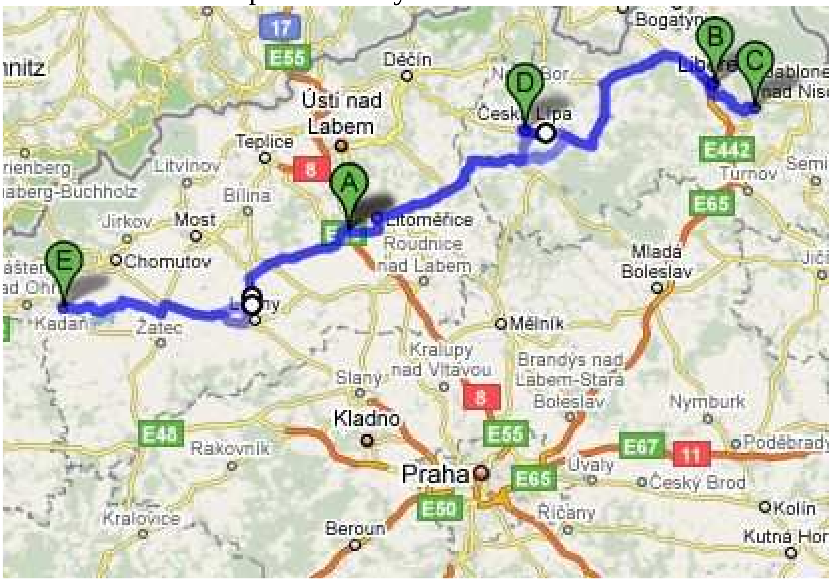


(Zdroj: http://www.google.cz/maps)

Příloha č. 16 – Mapa druhé trasy

(Zdroj: http://www.google.cz/maps)

Příloha č. 17 – Mapa třetí trasy



(Zdroj: http://www.google.cz/maps)