Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Stereometrické úlohy v přijímacích zkouškách na střední školy a v maturitních zkouškách

Vypracovala: Bc. Lenka Horáčková
Vedoucí práce: Mgr. Roman Hašek Ph.D.

České Budějovice 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma *Stereometrické úlohy v přijímacích zkouškách na střední školy a v maturitních zkouškách* jsem vypracovala samostatně, pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v citované literatuře.

Prohlašuji, že v souladu s §47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích ....

Bc. Lenka Horáčková

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph.D. za vedení mé diplomové práce, cenné rady, zapůjčené materiály, za trpělivost a čas.

Anotace

Cílem diplomové práce na téma Stereometrické úlohy v přijímacích zkouškách na střední školy a v maturitních zkouškách bylo zanalyzovat dostupné výsledky přijímacích a maturitních zkoušek z matematiky a na základě získaných informací vytvořit GeoGebra knihu příkladů na procvičování.

Klíčová slova: Stereometrie, GeoGebra, přijímací zkoušky, maturita, Cermat

Abstract

The aim of the diploma thesis on the subject of 'Stereometric Tasks in Entrance Exams for Secondary Schools and in Graduation Exams' was to analyse available results of entrance exams and graduation exams of mathematics and to create a GeoGebra book of exercises for practice based on the received information.

Key words: Stereometry, GeoGebra, entrance exam, graduation exam, Cermat

Obsah

Úvod

Diplomová práce na téma Stereometrické úlohy v přijímacích zkouškách na střední školy a v maturitních zkouškách se zaměřuje na řešení příkladů, které byly v letech 2015-2021 u přijímacích zkoušek na střední školy a víceletá gymnázia a zároveň na řešení maturitních příkladů zadaných *Centrem pro zjišťování výsledků vzdělávání (dále jen Cermat).* [8]

Práce se věnuje požadavkům (viz kapitola 3) na žákovu schopnost uplatnění prostorové představivosti, která úzce souvisí se zadáním příslušných testových úloh v jednotných přijímacích zkouškách na střední školy a v didaktických testech maturitní zkoušky. Cílem práce bylo zanalyzovat stereometrické úlohy vyskytující se v testech těchto zkoušek z hlediska jejich obsahu a vztahu k výstupům stanoveným Rámcovým vzdělávacím programem (RVP) a na základě výsledků úspěšnosti v testech i žáků z průzkumu vytvořit GeoGebra materiály na procvičování. V práci se zaobírám i úspěšností žáků při řešení konkrétních úloh. Všechna data účasti a úspěšnosti byla převzata z oficiálních stránek Cermatu. [1] Data z přijímacích zkoušek z roku 2016 nejsou zveřejněna, neboť se jednalo o cvičný test, kdy se nezapojily všechny střední školy a data by nebyla průkazná.

Diplomová práce je rozdělena na osm kapitol. V první kapitole je krátce rozebráno, co se rozumí pod pojmy stereometrie a prostorová představivost. Ve druhé kapitole se dozvíme o organizaci přijímacích a maturitních zkoušek a o významu a roli Cermatu (viz kapitola 2). Následují čtyři kapitoly příkladů, které se objevily v přijímacích a maturitních zkouškách. Tyto kapitoly jsou rozděleny dle ročníku, ke kterému se přijímací zkoušky, případně maturitní zkoušky vážou. Další kapitola je věnována průzkumu, ověření znalostí žáků na základní škole pomocí několika příkladů z předešlých testů Cermatu a pár vybraných řešení žáků.

Následuje kapitola, která pojednává o GeoGebra knize. Kniha je hlavní součástí diplomové práce a ve které jsou k nalezení příklady na procvičování k přijímacím zkouškám a maturitním zkouškám, viz odkaz GeoGebra kniha.

1 Stereometrie a prostorová představivost

Stereometrie je geometrie v prostoru [9], která se zabývá geometrickými útvary. Mezi základní pojmy stereometrie patří bod, přímka a rovina. Stereometrie se zabývá nejen vzájemnou polohou bodů, přímek a rovin, ale také tělesy, jejich řezy a výpočty odchylek v tělesech [10].

K prostorové představivosti lze najít několik různých definic, ovšem všechny se shodují v tom, že prostorová představivost jest: *vidění v prostoru, prostorová orientace, vizualizace, schopnost rozeznávat rovinné útvary, schopnost operovat prostorovými představami, přesné vnímání vizuálního světa, soubor dílčích schopností, týkajících se našich představ o prostoru, o tvarech a vzájemných vztazích mezi tělesy, o vztazích mezi předměty a námi a o prostorových vztazích jednotlivých částí našeho těla navzájem* [7].

Tělesa, se kterými se ve stereometrii žáci setkávají v hodinách matematiky již na základních školách, jsou krychle, kvádr, jehlan, komolý jehlan, kužel, komolý kužel, válec a koule.

Na prvním stupni se žáci učí poznávat tělesa, pojmenovat je a poznat jejich sítě. Zároveň tělesa pro lepší představivost vytvářejí (modelují) [4], [6]. Dále pak pracují s krychlovými stavbami a kreslí průměty (půdorys, bokorys a nárys) nejen těles, ale i různých předmětů [2].

Na druhém stupni se žáci učí, co je objem a povrch tělesa a počítají různé úlohy s tím související. Dále pak využívají Pythagorovu větu na určení tělesových a stěnových úhlopříček [3].

Na středních školách jsou poznatky ze stereometrie dále rozvíjeny komplexnějšími úlohami na výpočty povrchů a objemů těles.

2 Organizace jednotných zkoušek

Za přípravu jednotných zkoušek je zodpovědná organizace Cermat, celým názvem *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání. Jedná se o organizaci, zřízenou Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy (MŠMT) v roce 2006, která je pověřena přípravou maturitních didaktických testů pro všechny obory středních škol a zároveň přijímacích zkoušek pro čtyřleté, šestileté a osmileté obory.* [8]

Cermat zároveň s didaktickými testy vydal katalog požadavků pro jednotnou přijímací zkoušku v přijímacím řízení na střední školy v oborech vzdělávání s maturitní zkouškou a katalog požadavků zkoušek společné části maturitní zkoušky. [11], [5]

V požadavcích pro osmiletá gymnázia v kapitole geometrie v rovině a v prostoru je uvedeno, že *žák rozezná, načrtne a pojmenuje základní rovinné útvary, dodržuje zásady rýsování, narýsuje přímku, polopřímku, ... , vyznačí polohu dvou přímek v rovině, rozezná osově souměrné rovinné útvary ve čtvercové síti a v praktických situacích, měřením určí délku úsečky, používá jednotky délky a převodní vztahy mezi nimi, určí obsah čtverce a používá základní jednotky obsahu, rozezná a pojmenuje základní prostorové útvary, orientuje se v prostoru, rozezná obrazce při pohledu shora, zepředu, ze strany.* [11]

Pro šestiletá gymnázia se pak v požadavcích u geometrie v rovině a prostoru objevuje, že žák *rozezná základní rovinné útvary, určí vzájemnou polohu bodu a přímky, vzdálenost bodu od přímky, vzájemnou polohu dvou přímek, dodržuje zásady rýsování, úhel modeluje pomocí polorovin, rozlišuje druhy úhlů podle jejich velikosti, charakterizuje vlastnosti dvojic úhlů, třídí a popisuje trojúhelník, čtyřúhelník, rozlišuje a používá různé druhy čar, sestrojí osu a střed úsečky, provede rozbor konstrukční úlohy, rozumí pojmu shodnost trojúhelníků, rozpozná a charakterizuje útvary souměrné podle osy souměrnosti a podle středu souměrnosti, používá a převádí jednotky délky, obsahu, odhaduje a vypočítá obvod a obsah, rozlišuje pojmy rovina a prostor, načrtne a sestrojí síť krychle, kvádru a kolmého hranolu, používá a převádí jednotky délky, obsahu a objemu, řeší aplikační geometrické úlohy na výpočet obsahu a obvodu rovinných útvarů, povrchu a objemu těles.* [11]

Stereometrie v požadavcích pro čtyřleté obory je specifikována jako: *žák dovede charakterizovat jednotlivá tělesa, vypočítá jejich objem a povrch, užívá jednotky délky, obsahu, objemu a provádí převody jednotek, užívá polohové a metrické vlastnosti v hranolu, využívá poznatků o tělesech v úlohách.* [8]

3 Přijímací zkoušky na osmileté obory

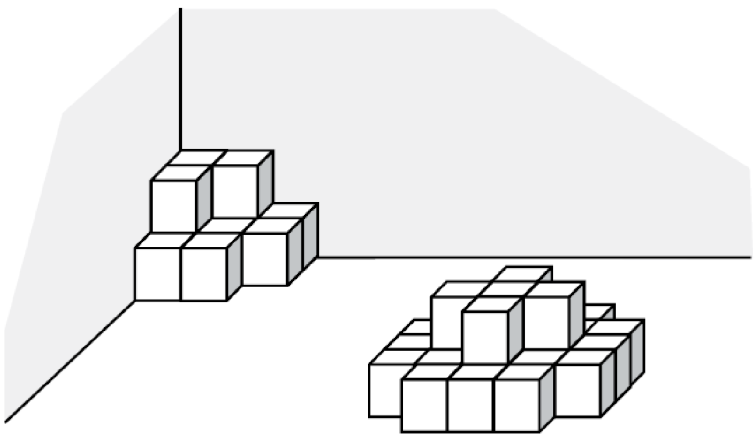
V této kapitole se věnuji výběru úloh z přijímacích zkoušek na osmileté obory, které se zabývají krychlovými stavbami a mají nízkou úspěšnost.

Každý příklad je označený rokem, ve kterém byl test konán, kódem testu, číslem termínu a číslem příkladu v termínu.

Příklad 1a, 1b: 2016, M5PZD16C0T01, 1, 13 a 14

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 13–14

Lukáš si postavil z kostek pravidelnou dvoupatrovou stavbu.
Ema si v rohu místnosti postavila jen část této stavby.



(CZVV)

2 body

13 O kolik kostek se obě stavby liší?

A) méně než o 15

B) o 15

C) o 16

D) o 17

E) více než o 17

2 body

14 Jaký nejmenší počet kostek potřebuje Ema k doplnění své stavby na krychli?

A) 7

B) 11

C) 16

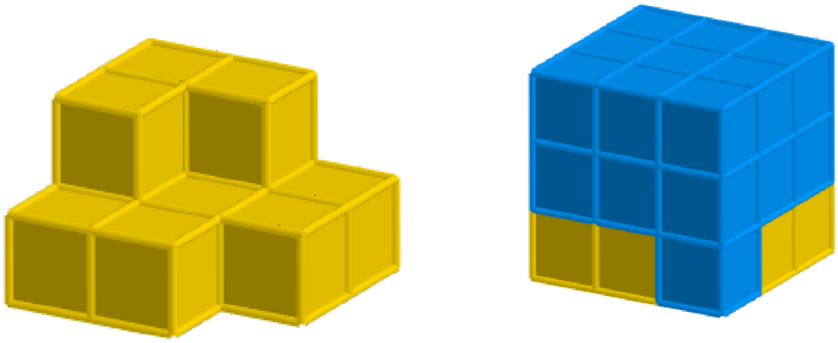
D) 17

E) jiný počet

Řešení příkladu 1a: Počet krychlí Eminy stavby: 11, počet krychlí Lukášovy stavby: 26

Celkem se liší o: $26 - 11 = 15$ → správná odpověď **B**

Řešení příkladu 1b:



Ema potřebuje vytvořit krychli 3x3x3, tedy krychli vytvořenou z 27 menších krychlí. Původní stavba obsahuje 11 krychlí.

Celkový počet – původní počet = doplněný počet $27 - 11 = 16$ → správná odpověď **C**.

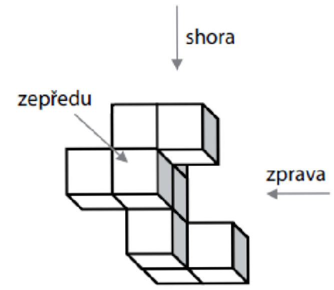
Účast a úspěšnost: bohužel neznámá (cvičný test)

Procvičení tohoto příkladu možno viz QR kód, příklad 16:

Příklad 2a, 2b, 2c: 2017, M5PAD17C0T01, 1, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Těleso na obrázku je slepeno z devíti stejně velkých krychlí.



(CZVV)

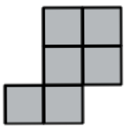
max. 5 bodů

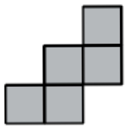
13 Každé situaci (13.1–13.3) přiřaďte odpovídající obrazec (A–F).

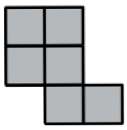
13.1 pohled na těleso zepředu ______

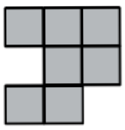
13.2 pohled na těleso shora ______

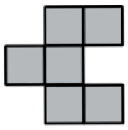
13.3 pohled na těleso zprava ______

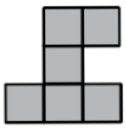
A) 

B) 

C) 

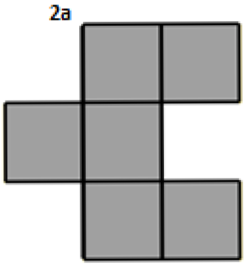
D) 

E) 

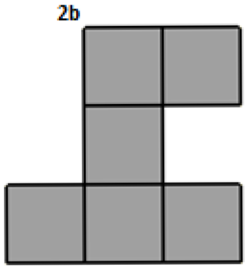
F) 

Řešení příkladu 2a-c:

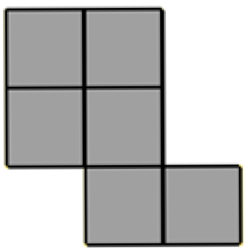
2a



2b



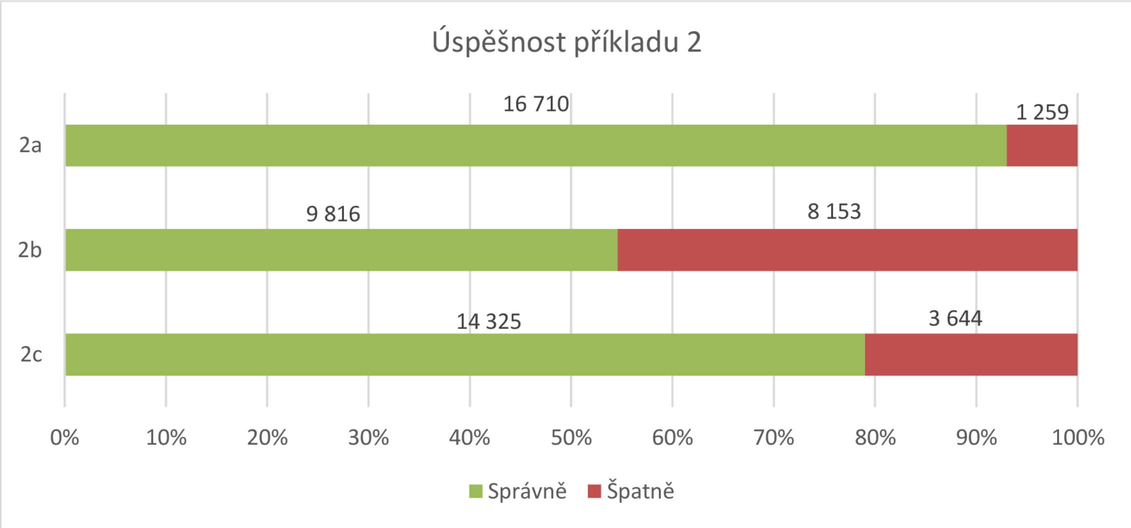
2c



Účast: 17 969 žáků

Úspěšnost:

Příklad 2a	93 %	16 710
Příklad 2b	54,59 %	9 816
Příklad 2c	79 %	14 325



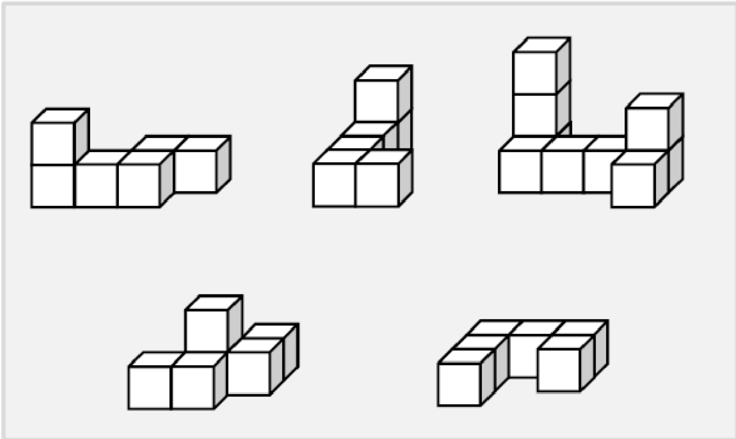
Procvičení tohoto příkladu možno viz QR kód:

Příklad 3a, 3b, 3c: 2017, M5PBD17C0T02, 2, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Čtyři různé díly stavebnice jsou složené z 1–4 kostek.

Z těchto dílů je možné postavit několika způsoby následujících pět staveb:



(CZVV)

max. 5 bodů

13 Vyberte všechny stavby, které splňují následující podmínku (13.1–13.3), a uveďte jejich počet (A–F).

13.1 Stavbu je možné postavit jen z **druhých dílů** stavebnice. ______

13.2 Ve stavbě je možné použít **čtvrtý díl** stavebnice. ______

13.3 Ve stavbě je možné použít **<u>dvakrát</u> třetí díl** stavebnice (a případně i jiné díly). ______

A) pět staveb

B) čtyři stavby

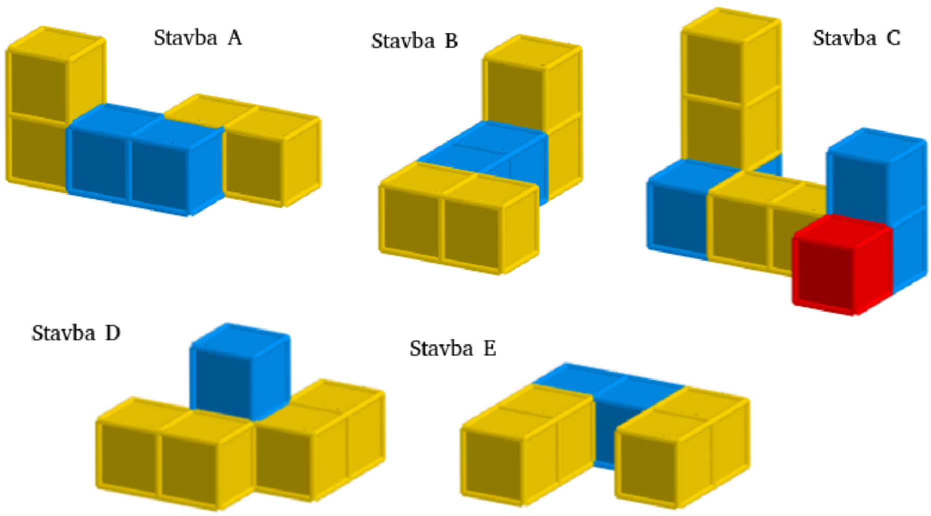
C) tři stavby

D) dvě stavby

E) jedna stavba

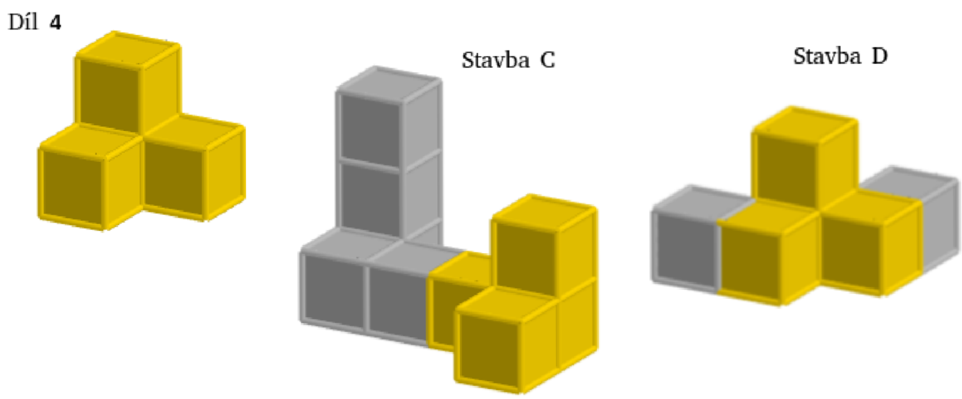
F) žádná stavba

Řešení příkladu 3a:



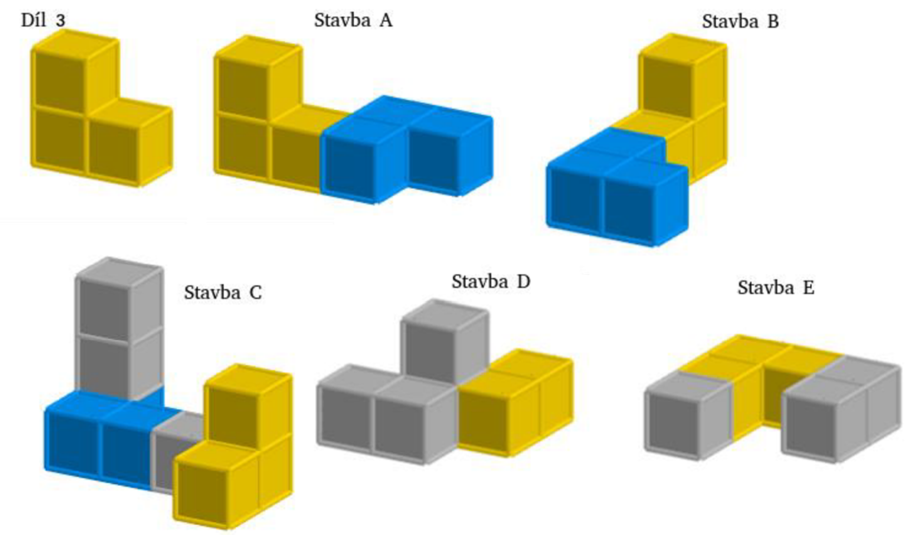
Stavbu C nelze sestavit pouze z dílu číslo 2. Lze postavit 4 stavby → správná odpověď **B**

Řešení příkladu 3b:



Díl 4 lze použít pouze ve dvou budovách → správná odpověď **D**.

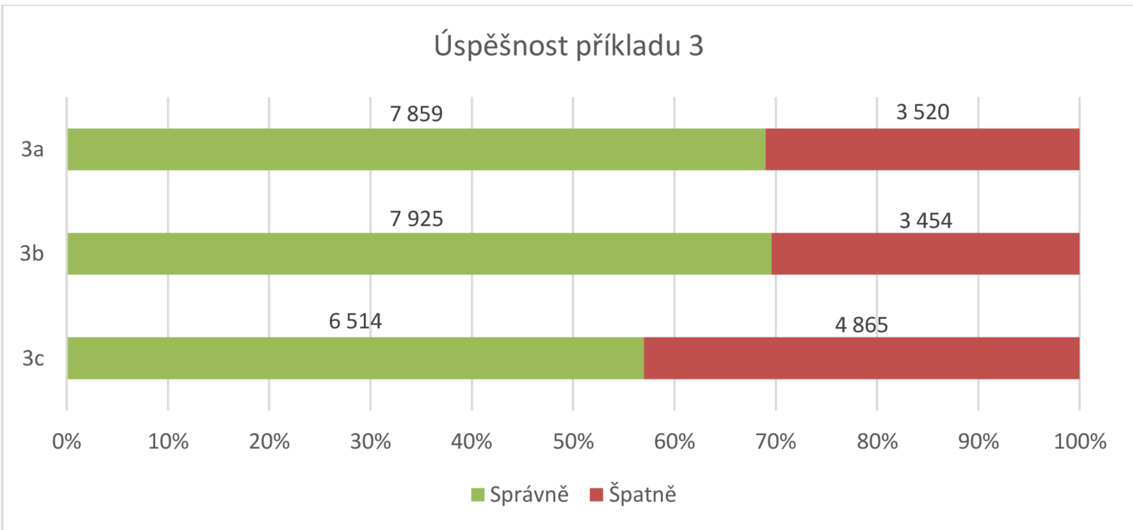
Řešení příkladu 3c:



Ve stavbě A, B a C lze použít třetí díl 2x, ve stavbě D a E pouze 1. Správná odpověď → **C**

Účast: 11 379 žáků
Úspěšnost:

Příklad 3a	69 %	7 859
Příklad 3b	69,6 %	7 925
Příklad 3c	57 %	6 514

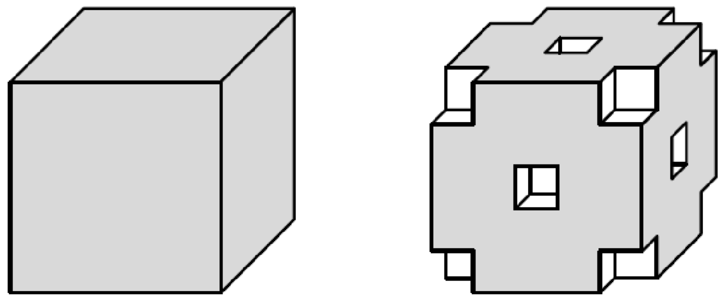


Příklad 4a, 4b, 4c: 2018, M5PAD18C0T01, 1, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Krychle vlevo byla slepena ze 125 bílých krychliček, má tedy v každé řadě 5 krychliček. Krychle je na povrchu obarvena na šedo.

Když se z každého **rohu** a ze **středu** každé stěny této krychle odebere jedna krychlička, vznikne těleso vpravo.



(CZVV)

max. 5 bodů

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) odpovídající odpověď (A–F).

13.1 Kolik krychliček v tělese vpravo má právě jednu stěnu obarvenou na šedo? ______

13.2 Kolik krychliček v tělese vpravo má právě dvě stěny obarvené na šedo? ______

13.3 Kolik krychliček v tělese vpravo nemá obarvenou žádnou stěnu na šedo? ______

A) 27

B) 30

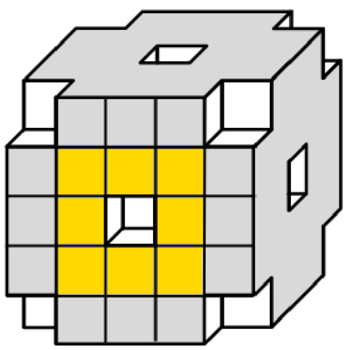
C) 36

D) 41

E) 48

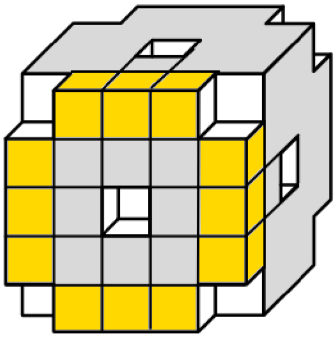
F) jiný počet krychliček

Řešení příkladu 4a:



Na jedné stěně je 8 krychliček s jednou šedivou stěnou. Krychle má 6 stěn. $8 \cdot 6 = 48$ krychlí má obarvenou jednu stěnu na šedivo. Správná odpověď → **E**

Řešení příkladu 4b:



2 stěny na šedivo

2 stěny na šedivo mají obarveny krychle na hranách velké krychle. Krychle má celkem 12 hran, každá hrana má 3 krychle. Proto $12 \cdot 3 = 36$ krychlí. Správná odpověď → **C**

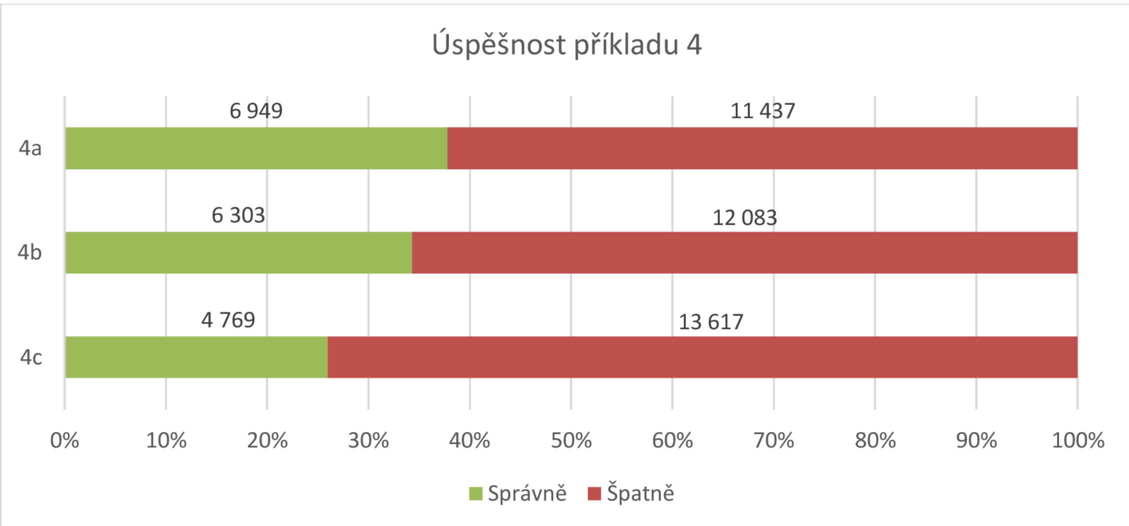
Řešení příkladu 4c:

Krychle je šedivá pouze na povrchu, odstraněním horních šedivých krychlí dostaneme menší krychli o velikosti 3x3x3, tedy 27 krychlí, z toho vyplývá, že 27 krychlí není obarveno na šedivo. Správná odpověď → **A**

Účast: 18 386 žáků

Úspěšnost:

Příklad 4a	37,8 %	6 949
Příklad 4b	34,3 %	6 303
Příklad 4c	26 %	4 769

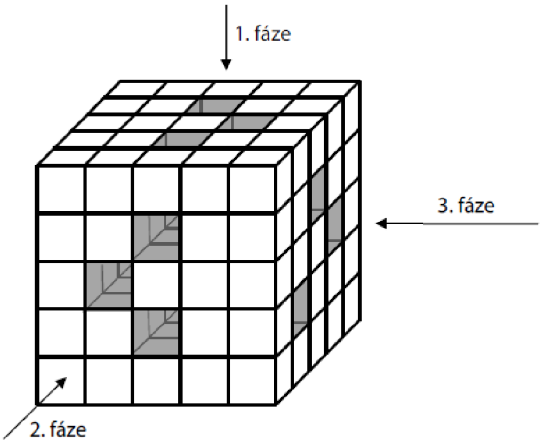


Příklad 5a, 5b: 2018, M5PBD18C0T02, 2, 11 a 12

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 11–12

V krychli slepené ze 125 krychliček (po 5 v každé řadě) se vytvoří 9 otvorů skrz naskrz (ústí každého otvoru je vyznačeno tmavě).

V první fázi se vytvoří svislé otvory tak, že se vytlačí celkem 15 krychliček ze tří svislých sloupců. Ve druhé fázi se prorazí tři otvory směřující zepředu dozadu. Ve třetí fázi se vytlačí poslední krychličky tak, aby vznikly tři otvory směřující zprava doleva.



(CZVV)

2 body

11 Kolik krychliček se vytlačí ve 2. fázi?

A) méně než 11

B) 11

C) 12

D) 13

E) více než 13

2 body

12 Kolik krychliček zbyde v krychli po vytvoření všech 9 otvorů?

A) 87

B) 88

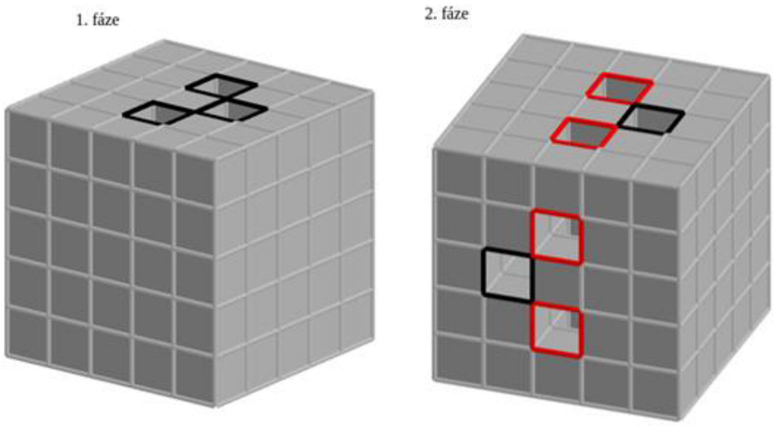
C) 89

D) 90

E) jiný počet krychliček

Řešení příkladu 5a:

V první fázi se vytlačí 15 krychlí. Druhá fáze se částečně prolíná s první fází, proto se vytlačí méně krychlí (nemůžeme jednu krychli vytlačit víckrát).



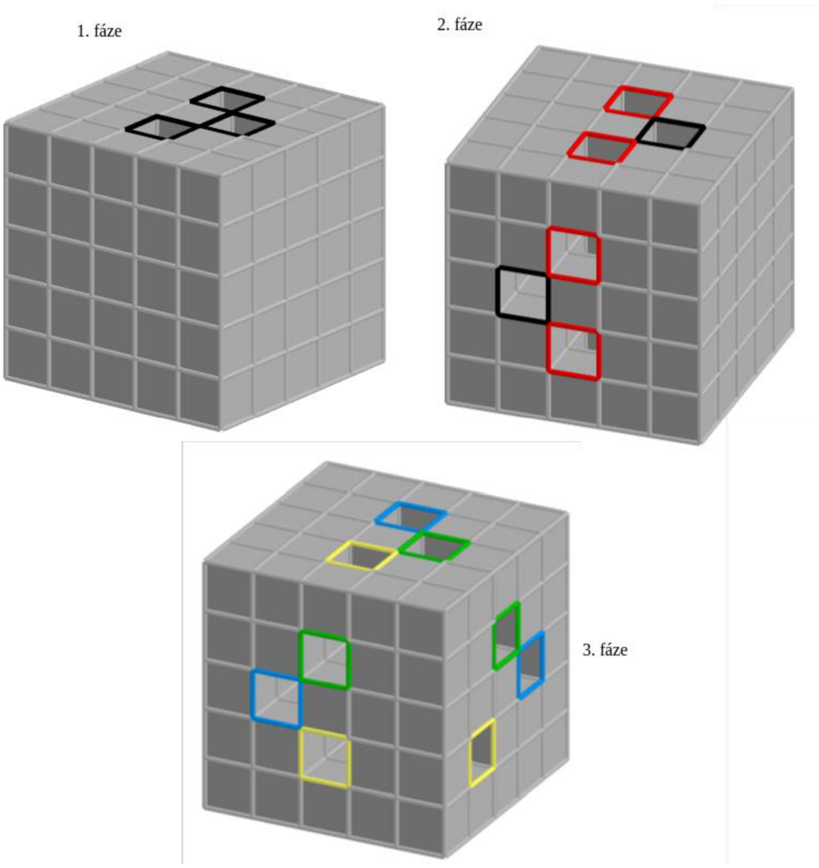
Červeně obarvené otvory se prolínají vždy ve 2 místech, proto nemůžeme počítat již 4 vytlačené krychle, a tak ve druhé fázi vytlačíme pouze 11 krychlí na místo 15. Správná odpověď → **B**

Řešení příkladu 5b:

Třetí fáze: modré obarvení se protíná ve 2 místech, zelené ve 2 místech a žluté má společnou 1 krychli. Proto se nevytlačí 15 krychlí, ale pouze 10.

$125 - \text{první fáze} - \text{druhá fáze} - \text{třetí fáze} = 125 - 15 - 11 - 10 = 89 \text{ krychlí}$

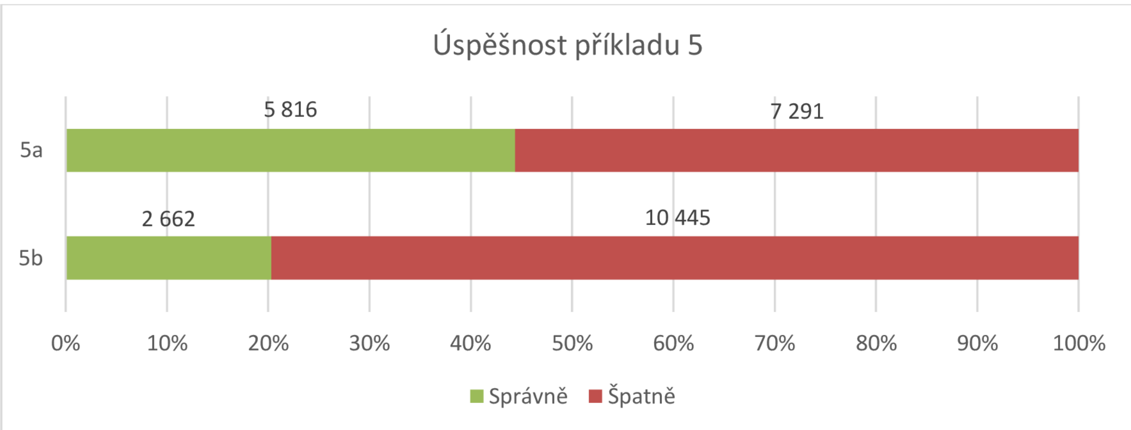
Správná odpověď→ **C**



Účast: 13 107

Úspěšnost:

Příklad 5a	44,37 %	5 816
Příklad 5b	20,3 %	2 662

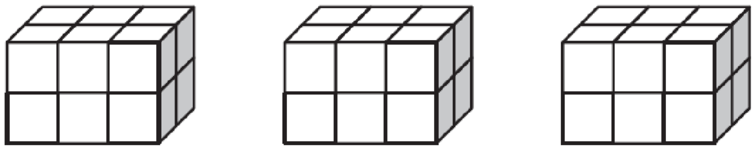


Procvičení tohoto příkladu možno viz QR kód:

Příklad 6a, 6b, 6c: 2019, M5PAD19C0T01, 1, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

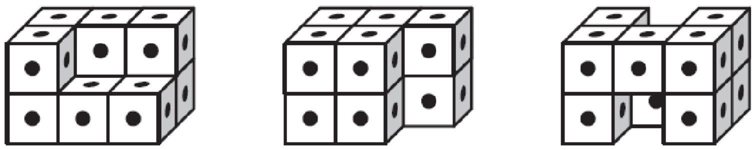
Z malých krychliček byly slepeny tři stejné kvádry.



Z každého kvádru jsme odstranili **dvě** malé krychličky a vytvořili tak tři nová tělesa.

Na každé nové těleso jsme doprostřed **každého čtverečku** na jeho povrchu (i zespodu) nalepili jeden černý puntík.

1. těleso 2. těleso 3. těleso



(CZVV)

max. 5 bodů

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) správnou odpověď (A–F).

13.1 Kolik puntíků je na 1. tělese? _____

13.2 Kolik puntíků je na 2. tělese? _____

13.3 Kolik puntíků je na 3. tělese? _____

A) 30

B) 31

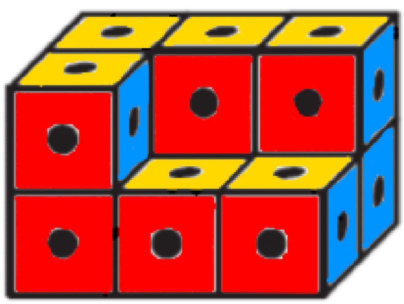
C) 32

D) 34

E) 36

F) jiný počet

Řešení příkladu 6a:



Horní a dolní podstava (pohled shora – žlutě obarven): $6 + 6 = 12$

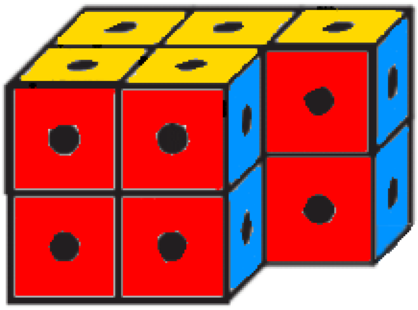
Pohled z boku (modře obarveno): $4 + 4 = 8$

Pohled zpředu (červeně obarveno): $6 + 6 = 12$

Celkem: $12 + 8 + 12 = 32$

Správná odpověď → **C**

Řešení příkladu 6b:



Horní a dolní podstava (pohled shora – žlutě obarven): $5 + 5 = 10$

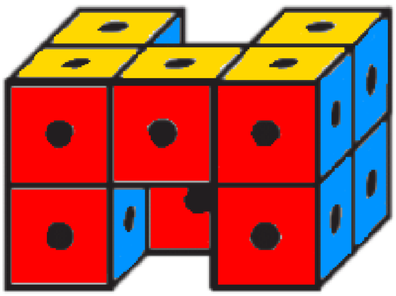
Pohled z boku (modře obarveno): $4 + 4 = 8$

Pohled zpředu (červeně obarveno): $6 + 6 = 12$

Celkem: $10 + 8 + 12 = 30$

Správná odpověď → **A**

Řešení příkladu 6c:



Horní a dolní podstava (pohled shora – žlutě obarven): $6 + 6 = 12$

Pohled z boku (modře obarveno): $6 + 6 = 12$

Pohled zpředu (červeně obarveno): $6 + 6 = 12$

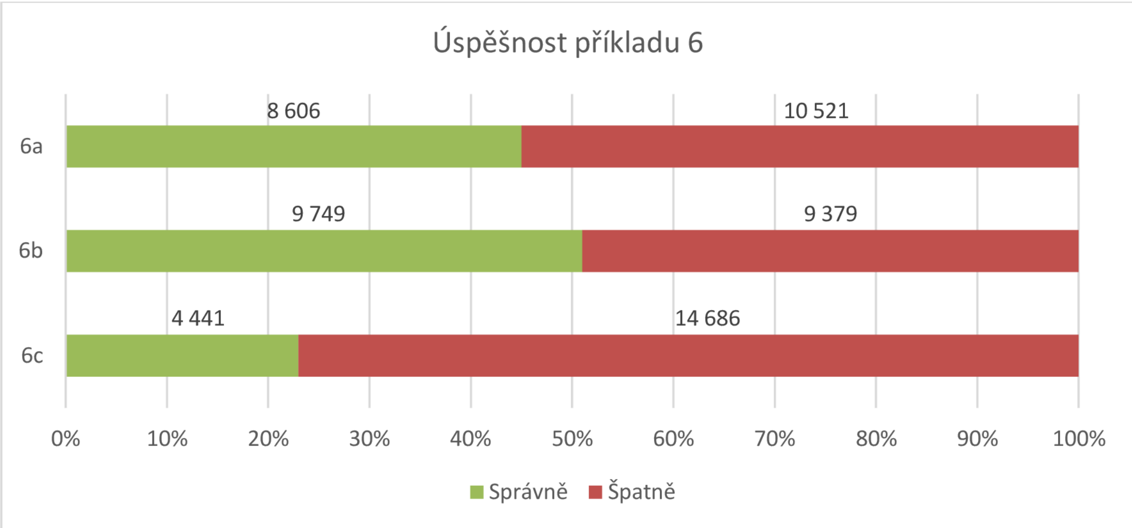
Celkem: $12 + 12 + 12 = 36$

Správná odpověď → **E**

Účast: 19 127 žáků

Úspěšnost:

Příklad 6a	45 %	8 606
Příklad 6b	51 %	9 749
Příklad 6c	23 %	4 441



Příklad 7a, 7b, 7c: 2019, M5PBD19C0T02, 2, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Na podložce stavíme různé stavby ze stejných krychliček. Každá krychlička stavby stojí buď na podložce, nebo na jiné krychličce.

Stavbu z krychliček popisujeme **dvěma** plánky.

Vzor:

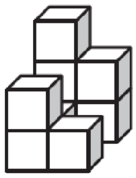
shora

3	2
1	0
2	1

zepředu

1	0
2	1
3	2

stavba



Na prvním plánku jsou v jednotlivých polích uvedeny počty krychliček nad sebou při pohledu shora. Na druhém plánku jsou počty krychliček za sebou při pohledu zepředu.

Na plánních **jiné** stavby jsou tři čísla zakryta šedými kartičkami **K**, **L**, **M**.

shora

1	3
K	3
2	1

zepředu

0	**M**
2	2
3	**L**

(CZVV)

max. 5 bodů

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) správnou odpověď (A–F).

13.1 Jaké číslo je zakryté kartičkou **K**? ______

13.2 Jaké číslo je zakryté kartičkou **L**? ______

13.3 Jaký je **součet** čísel zakrytých kartičkami **L** a **M**? ______

A) 0

B) 1

C) 2

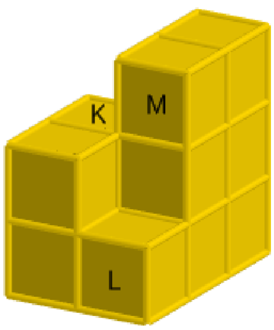
D) 3

E) 4

F) 5

Řešení příkladu 7a, 7b, 7c:

Hledaná stavba:



7a: $K = 2 \rightarrow$ Správná odpověď **C**

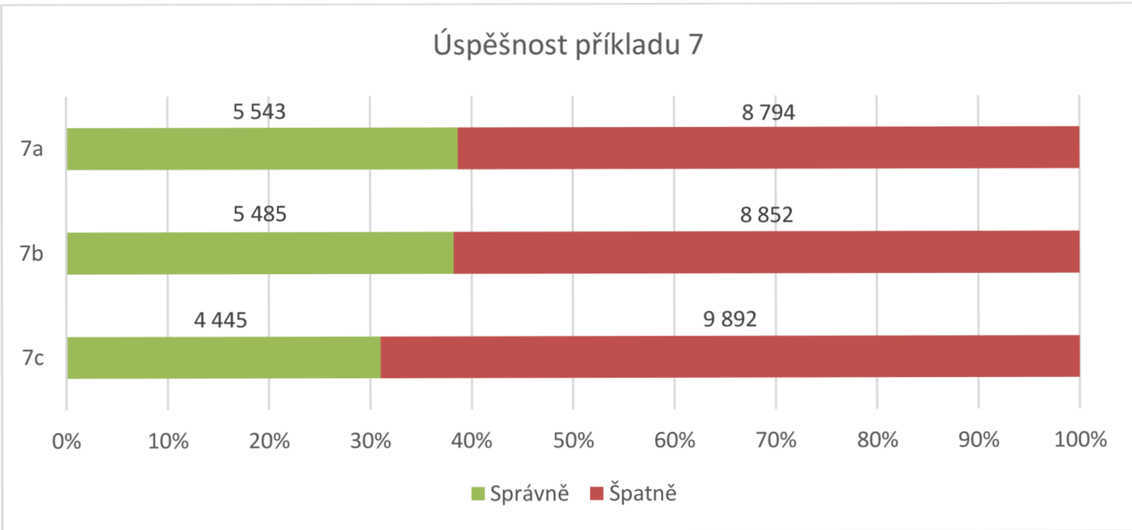
7b: $L = 3 \rightarrow$ Správná odpověď **D**

7c: $M = 2$; Součet M a L: $2 + 3 = 5 \rightarrow$ Správná odpověď **F**

Účast: 14 337 žáků

Úspěšnost:

Příklad 7a	38,66 %	5 543
Příklad 7b	38,25 %	5 485
Příklad 7c	31 %	4 445



Procvičení tohoto příkladu možno viz QR kód:

Příklad 8a, 8b, 8c: 2021, M5PBD21C0T02, 2, 13

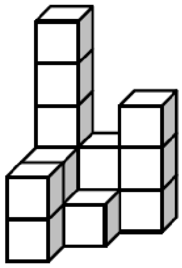
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Na podložce vytváříme stavby ze stejně velkých krychliček.

Spodní krychlička každého sloupce stojí na podložce a patří do prvního patra stavby.

Stavbu popisuje tabulka. **Číslo v tabulce** představuje počet krychliček umístěných ve sloupci nad sebou (počet pater).

Ukázka



Stavba na ukázce má
v prvním patře celkem 6 krychliček, ve druhém 5 krychliček,
ve třetím 2 krychličky a ve čtvrtém a pátém po 1 krychličce.

5	2	3
2	1	
2		

V následujících tabulkách tří staveb jsou kartičkami **K**, **L** a **M** zakryta tři čísla.

1. stavba

5	**K**	3
1	3	2
		2

2. stavba

10	1	7
	5	
2	**L**	6

3. stavba

7	3	
	M	6
4	8	7

(CZVV)

max. 5 bodů

13 Přiřaďte ke každé otázce (13.1–13.3) správnou odpověď (A–F).

13.1 V 1. stavbě je celkem 24 krychliček.

Jaké číslo je zakryto kartičkou K? ____

13.2 Ve 2. stavbě se počet krychliček v 5. a 6. patře liší o 2 krychličky.

Jaké číslo je zakryto kartičkou L? ____

13.3 Ve 3. stavbě je v <u>nejvyšších třech</u> patrech celkem 9 krychliček.

Jaké číslo je zakryto kartičkou M? ____

A) menší než 4

B) 4

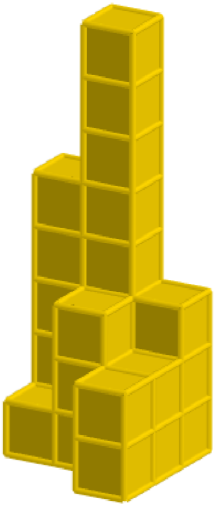
C) 5

D) 6

E) 7

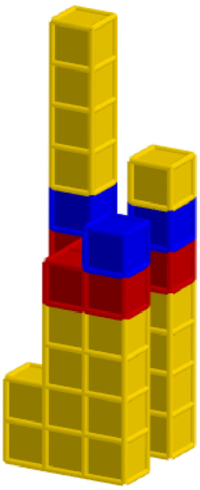
F) větší než 7

Řešení příkladu 8a:



$K = 24 - 5 - 3 - 1 - 3 - 2 - 2 = 8$, správná odpověď →**F**

Řešení příkladu 8b:

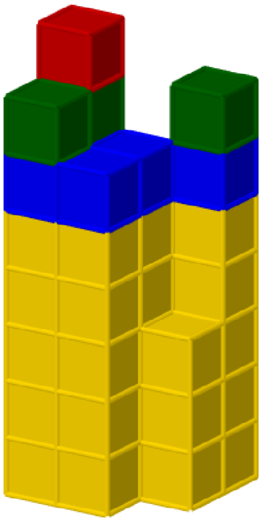


5. patro (červeně obarveno) = 5 krychliček

6. patro (modře obarveno) = 3 krychličky

L = 5, správná odpověď → **C**

Řešení příkladu 8c:



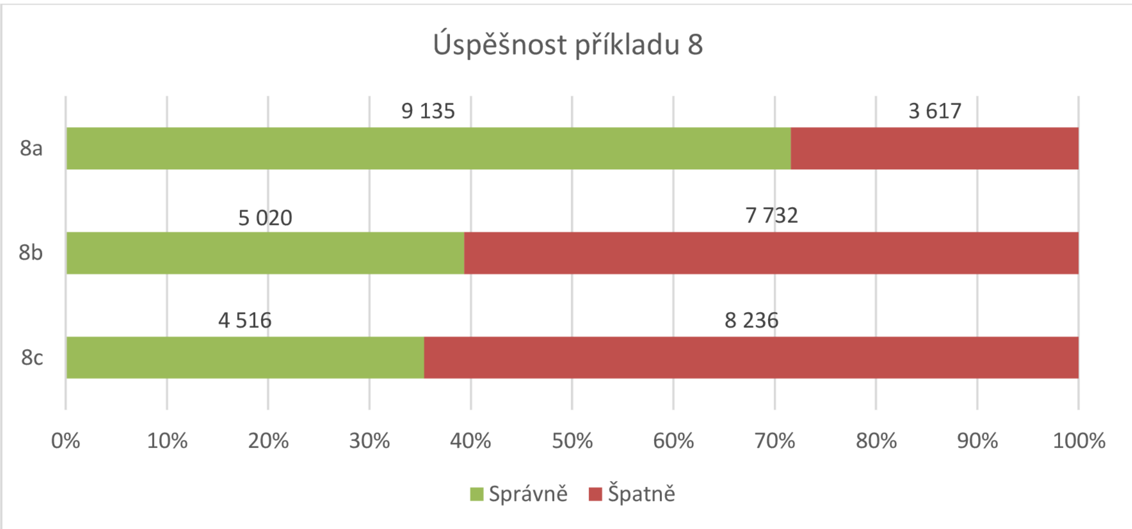
3 patra (modrá, zelená, červená), v modrém patře je 5 krychliček, v zeleném 3 a v červeném 1 krychlička. Dohromady 9 krychliček.

M = 6, správná odpověď → **D**

Účast: 12 752 žáků

Úspěšnost:

Příklad 8a	71,6 %	9 135
Příklad 8b	39,36 %	5 020
Příklad 8c	35,41 %	4 516



4 Přijímací zkoušky na šestileté obory

V této kapitole se věnuji výběru úloh z přijímacích zkoušek na šestileté obory, ve kterých se řeší objem a povrch krychle a kvádru.

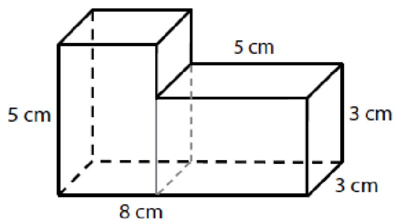
Každý příklad je označený rokem, ve kterém byl test konán, kódem testu, číslem termínu a číslem příkladu v termínu.

Procvičení krychle a kvádru možno v kapitole viz QR kód:

Příklad 9a, 9b: 2016, M7PZD16C0T01, 1, 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Těleso je slepeno ze dvou shodných kvádrů s délkami hran 3 cm, 3 cm a 5 cm.



(CZVV)

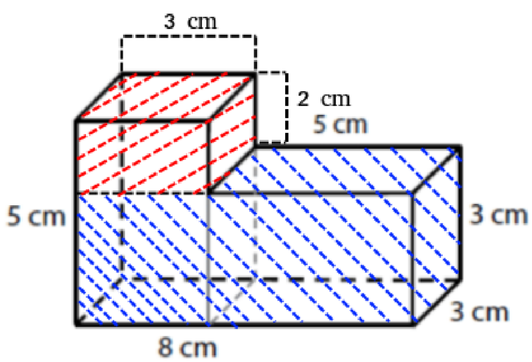
max. 3 body

9 **V záznamovém archu** uveďte **postup řešení.**

9.1 Vypočtěte v cm^3 objem slepeného tělesa.

9.2 Vypočtěte v cm^2 povrch slepeného tělesa.

Řešení příkladu 9a:

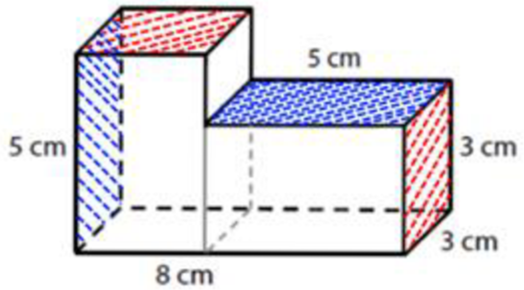


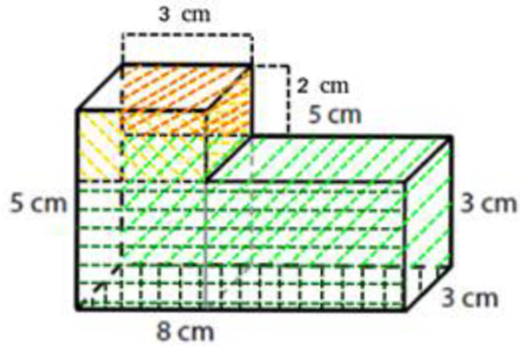
$V_{tělesa} = V_{červeného\ kvádru} + V_{modrého\ kvádru}$, $V_{kvádru} = a \cdot b \cdot c$

$V_{červeného\ kvádru} = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18\ cm^3$, $V_{modrého\ kvádru} = 8 \cdot 3 \cdot 3 = 72\ cm^3$

$V_{tělesa} = 18 + 72 = \mathbf{90\ cm^3}$

Řešení příkladu 9b:





$S_{celého\ tělesa} = 2 \cdot S_{modré\ plochy} + 2 \cdot S_{červené\ plochy} + 3 \cdot S_{oranžové\ plochy} + 3 \cdot S_{zelené\ plochy}$

$S_{jedné\ modré\ plochy} = 5 \cdot 3 = 15\ cm^2$, $S_{jedné\ červené\ plochy} = 3 \cdot 3 = 9\ cm^2$,

$S_{jedné\ oranžové\ plochy} = 2 \cdot 3 = 6\ cm^2$, $S_{jedné\ zelené\ plochy} = 8 \cdot 3 = 24\ cm^2$

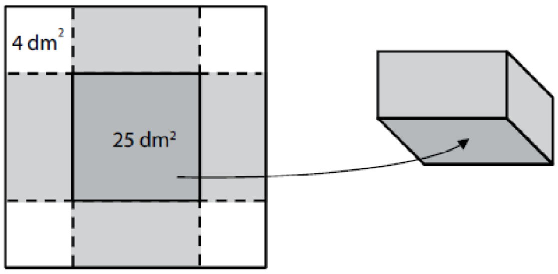
$S_{celého\ tělesa} = 2 \cdot 15 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 6 + 3 \cdot 24 = 30 + 18 + 18 + 72 = \mathbf{138\ cm^2}$

Účast a úspěšnost: bohužel neznámá (cvičný test)

Příklad 10a, 10b: 2017, M7PAD17C0T01, 1, 8

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V každém rohu papírového čtverce odstřihneme bílý čtverec o obsahu 4 dm². Přehneme hrany, složíme krabici a spoje přelepíme izolepou. Dno krabice má obsah 25 dm².



(CZVV)

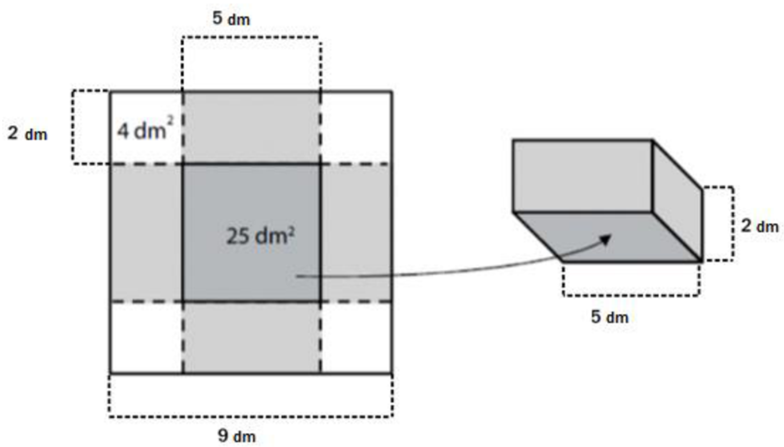
max. 3 body

8

8.1 Vypočtěte v dm obvod papírového čtverce (před odstřižením v rozích).

8.2 Vypočtěte v dm³ objem krabice.

Řešení příkladu 10a:



Známe-li obsah podstavy a obsah bílého čtverečku, dokážeme spočítat hranu krabice:

$S_{podstavy} = 25\ dm^2 = a^2, a^2 = 25 \rightarrow a = 5\ dm.$

$S_{bílého\ čtverce} = 4\ dm^2 = b^2, b^2 = 4 \rightarrow b = 2\ dm$

Strana papírového čtverce $= a + 2b = 5 + 4 = 9\ dm$

$o_{papírového\ čtverce} = 4 \cdot 9 = \mathbf{36\ dm}$

Řešení příkladu 10b:

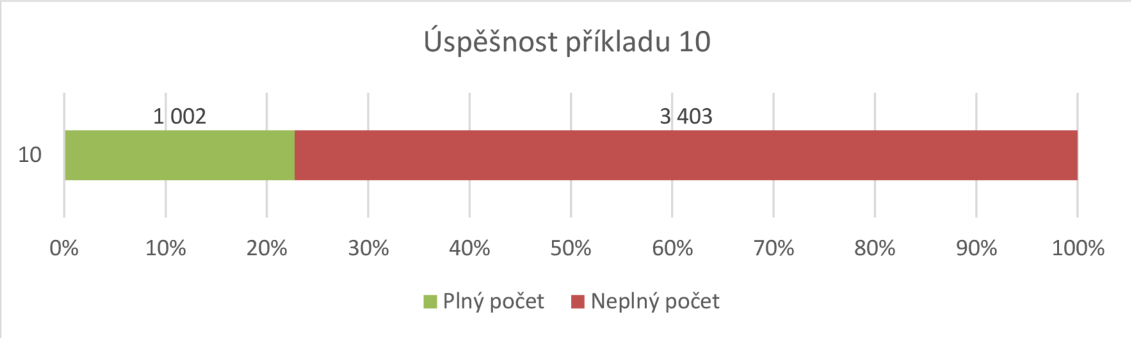
$V_{krabice} = a \cdot a \cdot b, a = 5\ dm, b = 2\ dm.\ V_{krabice} = 5 \cdot 5 \cdot 2 = \mathbf{50\ dm^3}$

Účast: 4 405 žáků

Úspěšnost:

Příklad (plný počet)	10	22,74 %	1 002

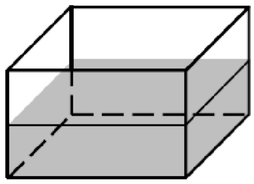
Pozn.: V tomto příkladu bylo možné získat až tři body (plný počet). Nula bodů získalo 2547 žáků, jeden bod 770 přijímačkářů a dva body 86 žáků.



Příklad 11a, 11b: 2017, M7PBD17C0T02, 2, 8

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V akváriu tvaru kvádru se čtvercovou podstavou je voda napuštěna do výšky 2 dm. Dno akvária má obsah 36 dm².



(CZVV)

max. 3 body

8

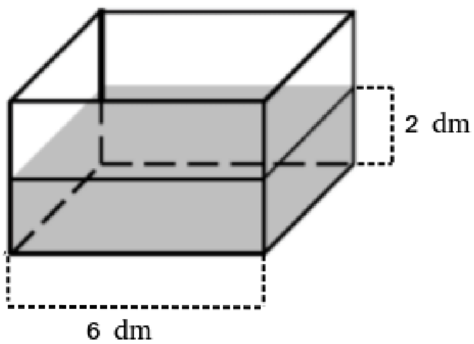
8.1 Vypočtěte v litrech objem vody v akváriu.

8.2 Vypočtěte v dm² obsah všech ploch smáčených vodou (tj. dna a částí stěn).

Řešení příkladu 11a:

$V_{akvária} = S_{podstavy} \cdot výška\ vody = 36 \cdot 2 = 72\ dm^3 = \mathbf{72\ l}$

Řešení příkladu 11b:



Z podstavy spočítáme velikost hrany, potřebné pro výpočet obsahu smáčených stěn:

$S_{podstavy} = 36\ dm^2 = a^2, a^2 = 36 \rightarrow a = 6\ dm.$

$S_{jedné\ smáčené\ stěny} = a \cdot b = 6 \cdot 2 = 12\ dm^2,$ 4 smáčené stěny: $4 \cdot 12 = 48\ dm^2$

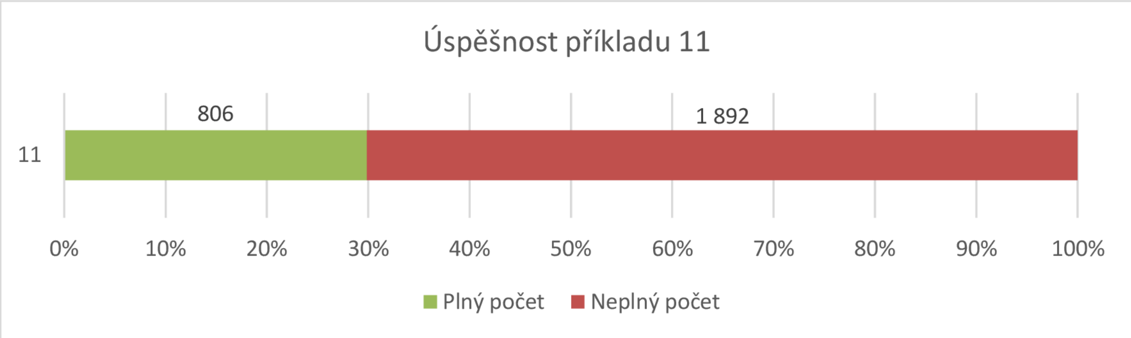
$S_{všech\ smáčených\ ploch} = S_{podstavy} + S_{všech\ smáčených\ stěn} = 36 + 48 = \mathbf{84\ dm^2}$

Účast: 2 698 žáků

Úspěšnost:

Příklad 11 (plný počet)	29,87 %	806

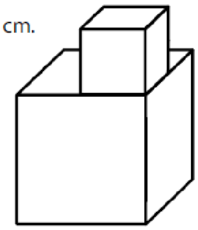
Pozn: V tomto příkladu bylo možné získat až tři body (plný počet). Nula bodů získalo 1206 žáků, jeden bod 462 přijímačkářů a dva body 224 žáků.



Příklad 12a, 12b: 2018, M7PBD18C0T02, 2, 6

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Těleso bylo sestaveno ze dvou krychlí ze stejného materiálu.
Ke krychli s délkou hrany 8 cm je přilepena krychle s délkou hrany 4 cm.
Přilepená stěna menší krychle nepřečnívá přes větší krychli.
Menší krychle váží 400 g.



(CZVV)

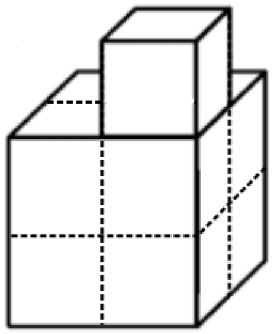
max. 4 body

6 Vypočtěte

6.1 v gramech hmotnost tělesa;

6.2 v cm^2 povrch tělesa (včetně dolní stěny větší krychle).

Řešení příkladu 12a:



Malá krychle $= 400\ g$, velká krychle $= 8$ malých krychlí $= 8 \cdot 400 = 3\ 200g$

Hmotnost celého tělesa $=$ hmotnost malé krychle $+$ hmotnost velké krychle $= 400 + 3200 = \mathbf{3\ 600}\boldsymbol{g}$.

Řešení příkladu 12b:

$S_{krychle} = 6 \cdot a^2$, $S_{velké\ krychle} = 6 \cdot 8^2 = 384\ cm^2$,

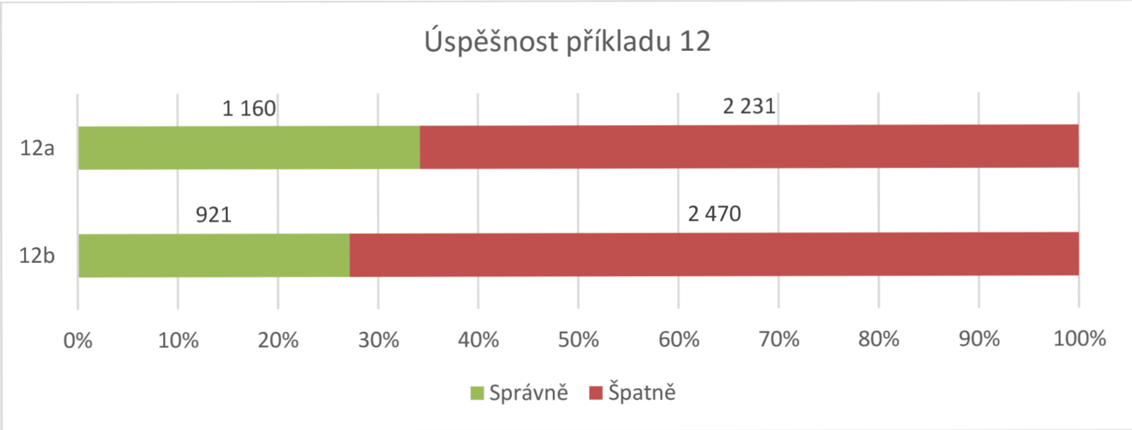
U malé krychle počítáme pouze se 4 stěnami, neboť horní podstavu jsme započítali do velké krychle a dolní podstavu nevidíme, proto: $S_{malé\ krychle} = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64\ cm^2$

$S_{tělesa} = S_{velké\ krychle} + S_{malé\ krychle} = 384 + 64 = \mathbf{448\ cm^2}$

Účast: 3 391 žáků

Úspěšnost:

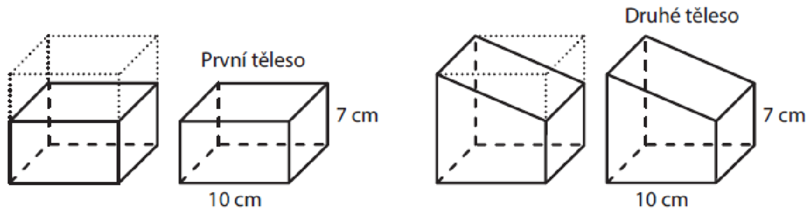
Příklad 12a	34,2 %	1 160
Příklad 12b	27,16 %	921



Příklad 13a, 13b: 2019, M7PAD19C0T01, 1, 7

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Ze dvou krychlí s hranou délky 10 cm jsme vytvořili dvě nová tělesa.
První těleso vzniklo z krychle po odříznutí části tvaru kvádru.
Druhé těleso vzniklo z krychle po odříznutí části tvaru trojbokého hranolu.
Nejkratší hrana prvního i druhého tělesa měří 7 cm.



(CZVV)

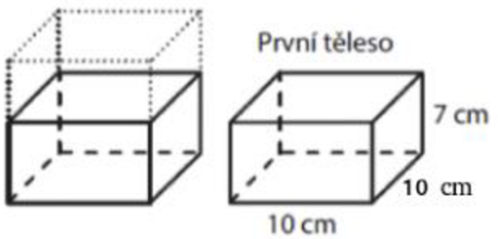
max. 4 body

7 Vypočtěte v cm^3 objem

7.1 prvního tělesa,

7.2 druhého tělesa.

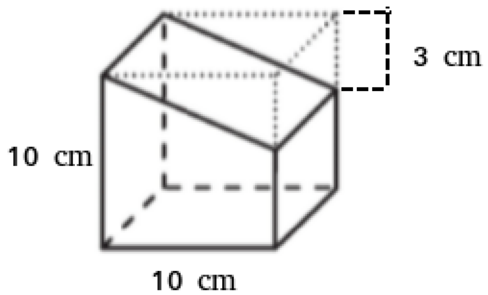
Řešení příkladu 13a:



$V_{prvního\ tělesa} = a \cdot b \cdot c, a = 10\ cm, b = 10\ cm, c = 7\ cm$

$V_{prvního\ tělesa} = 10 \cdot 10 \cdot 7 = \mathbf{700\ cm^3}$

Řešení příkladu 13b:



$V_{celé\ krychle} = a^3, a = 10\ cm, V_{celé\ krychle} = 10^3 = 1\ 000\ cm^3$

$V_{odřezku} = V_{jehlanu} = \frac{a \cdot v_a}{2} \cdot v, a = 3\ cm, v_a = 10\ cm, v = 10\ cm.$

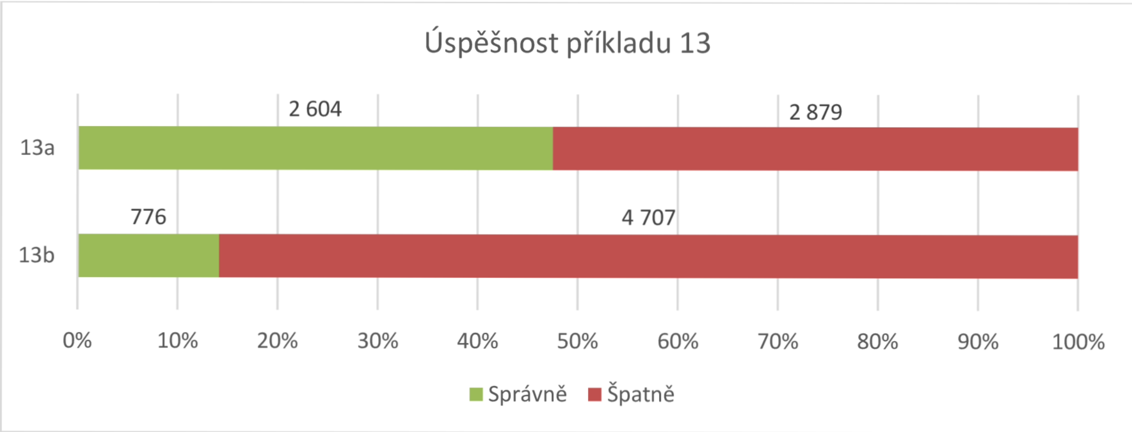
$V_{jehlanu} = \frac{3 \cdot 10}{2} \cdot 10 = 150\ cm^3$

$V_{druhého\ tělesa} = V_{krychle} - V_{odřezku} = 1000 - 150 = \mathbf{850\ cm^3}$

Účast: 5 483 žáků

Úspěšnost:

Příklad 13a	47,49 %	2 604
Příklad 13b	14,15 %	776



Příklad 14a, 14b, 14c: 2021, M7PAD21C0T01, 1, 7

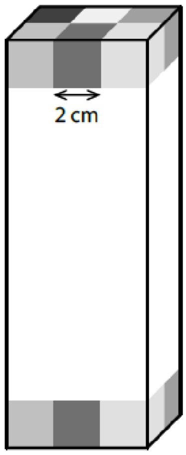
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Horní část skleněného kvádru tvoří 6 krychlí z barevného skla umístěných v jedné vrstvě. Každá krychle má hranu délky 2 cm.

Stejná vrstva krychlí tvoří také spodní část kvádru.

Obě vrstvy barevných krychlí dohromady zaujímají 20 % objemu celého kvádru.

Zbytek kvádru je z bílého skla.



(CZVV)

max. 4 body

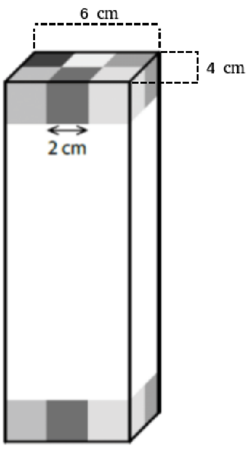
7 Vypočtěte

7.1 v cm^3 objem **jedné** vrstvy barevných krychlí,

7.2 v cm délku nejdelší hrany **celého** kvádru,

7.3 v cm^2 povrch **celého** kvádru.

Řešení příkladu 14a:



$V_{jedné\ vrstvy} = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 4 \cdot 6 = \boldsymbol{48\ cm^3}$

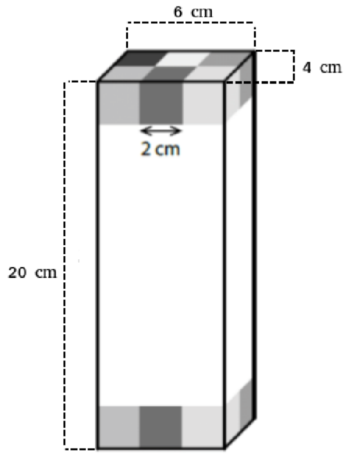
Řešení příkladu 14b:

2 vrstvy … … … 20% … … … 4 cm

x vrstvy … … … 100% … … … y cm

$x = \frac{100}{20} \cdot 2 = 10$ vrstev, $y = \frac{10}{2} \cdot 4 = \boldsymbol{20\ cm}$

Řešení příkladu 14c:



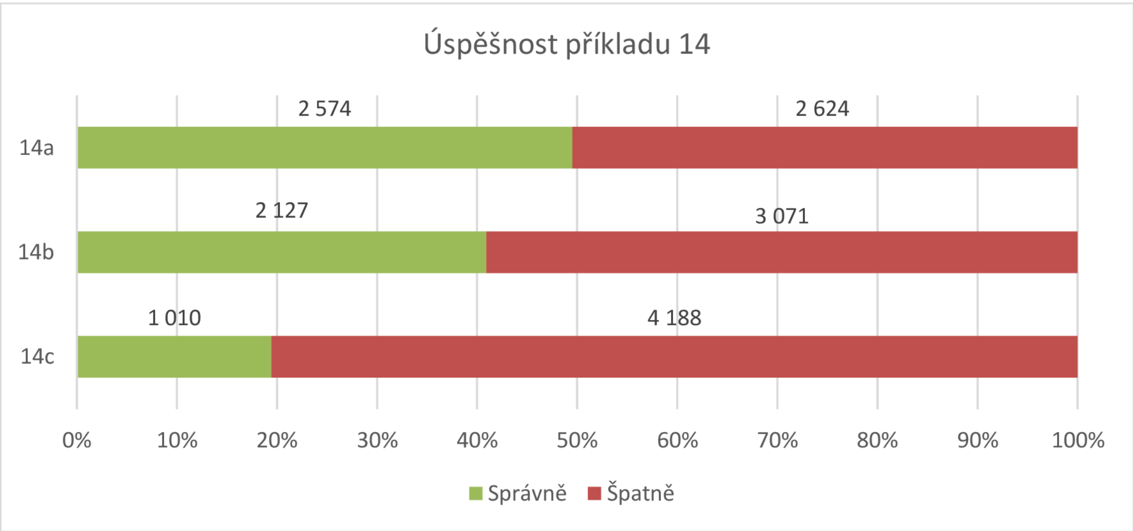
$S_{kvádru} = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c), a = 6\ cm, b = 4\ cm, c = 20\ cm$

$S_{kvádru} = 2 \cdot (6 \cdot 4 + 4 \cdot 20 + 6 \cdot 20) = 2 \cdot (24 + 80 + 120) = 2 \cdot 224 = \mathbf{448\ cm^2}$

Účast: 5 198 žáků

Úspěšnost:

Příklad 14a	49,5 %	2 574
Příklad 14b	40,9 %	2 127
Příklad 14c	19,43 %	1 010



5 Přijímací zkoušky na čtyřleté obory

V této kapitole se věnuji výběru úloh z přijímacích zkoušek na čtyřleté obory a nástavbová studia.

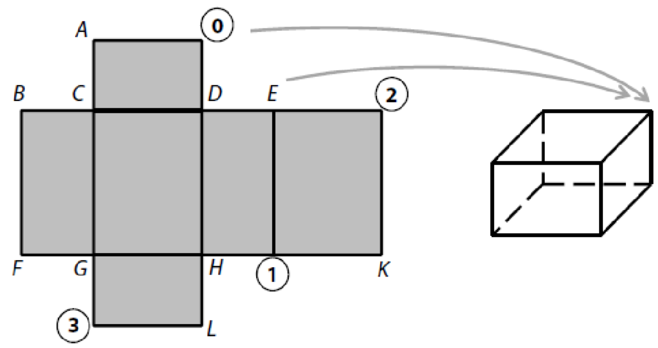
Každý příklad je označený rokem, ve kterém byl test konán, kódem testu, číslem termínu a číslem příkladu v termínu.

Procvičení objemů a povrchů těles možno viz QR kód:

Příklad 15a, 15b, 15c: 2015, M9PZD15C0T01, 1, 8

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Některé z bodů vyznačených v síti kvádru představují ve složeném kvádru jeden a týž vrchol.
Např. dva různé body 0 a *E* sítě kvádru představují ve složeném kvádru stejný vrchol.



(CZVV)

max. 3 body

8 Připište k uvedenému bodu <u>všechny body</u> sítě kvádru, které ve složeném kvádru představují stejný vrchol.

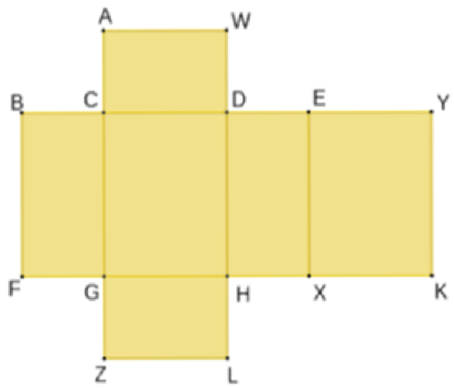
8.1 bod 1

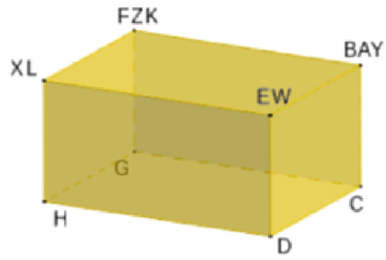
8.2 bod 2

8.3 bod 3

Řešení příkladu 15a, 15b, 15c:

Ze zadání: Bod W = bod 0, bod X = bod 1, bod Y = bod 2, bod Z = bod 3





15a → Správná odpověď **L**

15b → Správná odpověď **A, B**

15c → Správná odpověď **F, K**

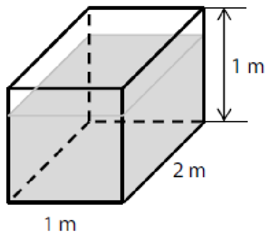
Účast a úspěšnost: bohužel neznámá (cvičný test)

Procvičení tohoto příkladu možno viz QR kód:

Příklad 16: 2017, M9PAD17C0T01, 1, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Nádrž s vodou má tvar kvádru. Rozměry nádrže jsou uvedeny v obrázku.
Zahrádkář naplnil vodou z nádrže 15 prázdných dvanáctilitrových konví, a hladina vody v nádrži tak klesla.



(CZVV)

2 body

13 O kolik cm klesla hladina vody v nádrži?

A) o méně než 9 cm

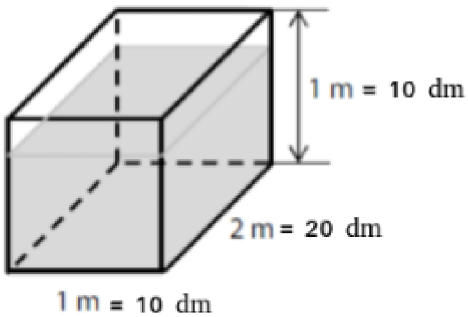
B) o 9 cm

C) o 10 cm

D) o 11 cm

E) o více než 11 cm

Řešení příkladu 16:



$1\ dm^3 = 1\ l$

$V_{celkem} = a \cdot b \cdot v_{původní} = 10 \cdot 20 \cdot 10 = 2000\ dm^3 = 2\,000\ l$

Zahrádkář naplnil patnáct 12 litrových konví → $15 \cdot 12 = 180\ l$

$V_{po\ konvicích} = 2000 - 180 = 1\,820\ l$

$1820 = 10 \cdot 20 \cdot v_{nová}, v_{nová} = \frac{1820}{200} = 9{,}1\ dm = 91\ cm$

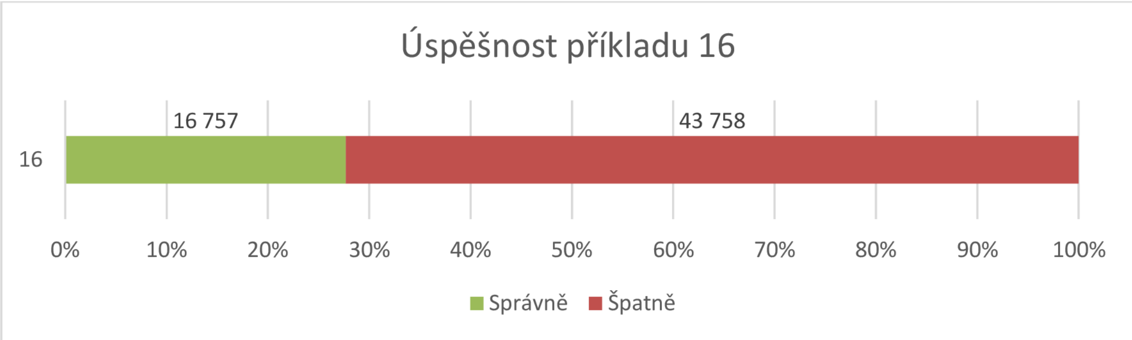
$v_{původní} = 100\ cm, v_{nová} = 91\ cm.$ Pokles $= v_{původní} - v_{nová} = 100 - 91 = 9\ cm$

Správná odpověď → **B**

Účast: 60 515 žáků

Úspěšnost:

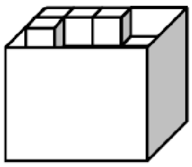
Příklad 16	27,69 %	16 757



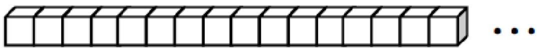
Příklad 17a, 17b: 2017, M9PBD17C0T02, 2, 13-14

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 13–14

Krabici tvaru kvádru lze naplnit až po okraj krychličkami s délkou hrany 2 cm. Na dno krabice se do jedné vrstvy naskládá bez mezer 20 krychliček a takové vrstvy mohou být v krabici nejvýše 4.



Ze zcela naplněné krabice vyjmeme všechny krychličky a vytvoříme z nich jedinou řadu.



(CZVV)

2 body

13 Jak dlouhá bude řada?

A) 0,8 m

B) 1,6 m

C) 2,0 m

D) 2,4 m

E) delší než 2,4 m

2 body

14 Jaký je objem krabice?

A) 160 cm³

B) 320 cm³

C) 480 cm³

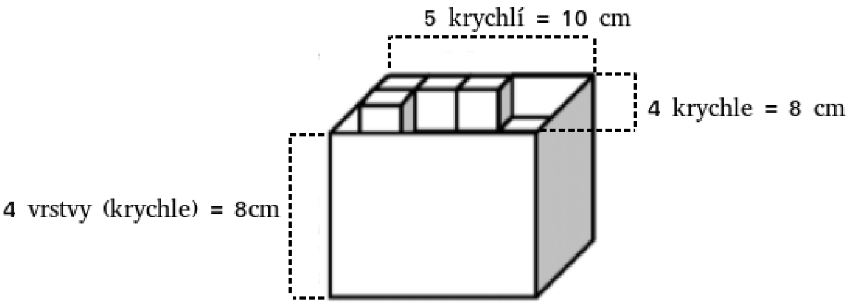
D) 640 cm³

E) jiný objem

Řešení příkladu 17a:

1 vrstva = 20 krychlí, 4 vrstvy = 80 krychlí, 1 krychle má hranu 2 cm.

Délka řady = 80 krychlí · 2 cm hrana = 160 cm = 1,6 m, správná odpověď → **B**



Řešení příkladu 17b:

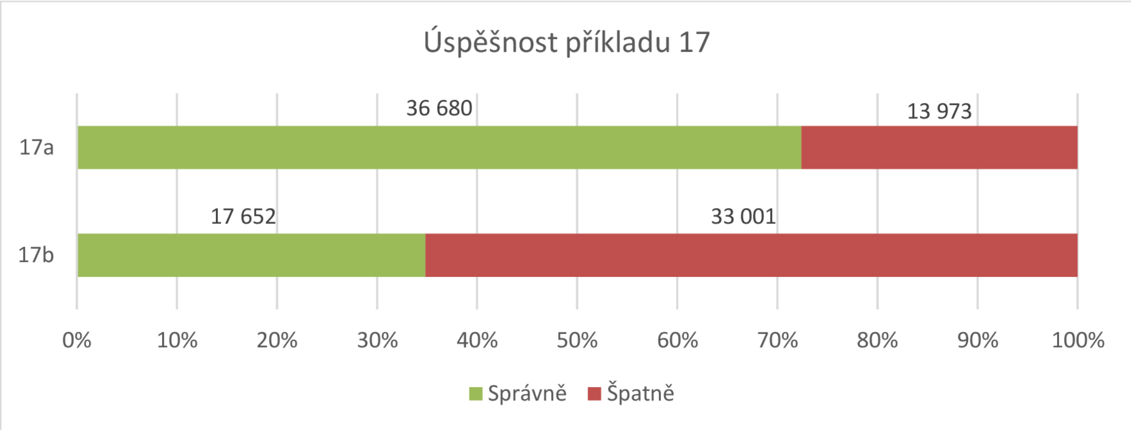
$V_{krabice} = a \cdot b \cdot c, a = 10\ cm, b = 8\ cm, c = 8\ cm, V_{krabice} = 10 \cdot 8 \cdot 8 = 640\ cm^3$

Správná odpověď → **D**

Účast: 50 653 žáků

Úspěšnost:

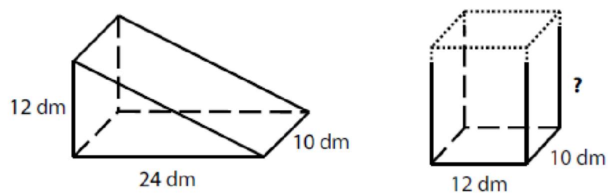
Příklad 17a	72,4 %	36 680
Příklad 17b	34,84 %	17 652



Příklad 18: 2018, M9PBDC0T02, 2, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Kolmý hranol, jehož podstavy tvoří pravoúhlé trojúhelníky, má stejný objem jako kvádr.



(CZVV)

2 body

13 Jaký je chybějící rozměr kvádru?

A) 8 dm

B) 12 dm

C) 15 dm

D) 16 dm

E) jiný počet dm

Řešení příkladu 18:

$V_{kolmý\ hranol} = V_{jehlanu} = \frac{a \cdot v_a}{2} \cdot v, a = 12\ dm, v_a = 24\ dm, v = 10\ dm$

$V_{jehlanu} = \frac{12 \cdot 24}{2} \cdot 10 = 1\,440\ dm^3$

$V_{kvádru} = a \cdot b \cdot c, a = 12\ dm, b = 10\ dm, c = ?, V = 1\,440\ dm^3$

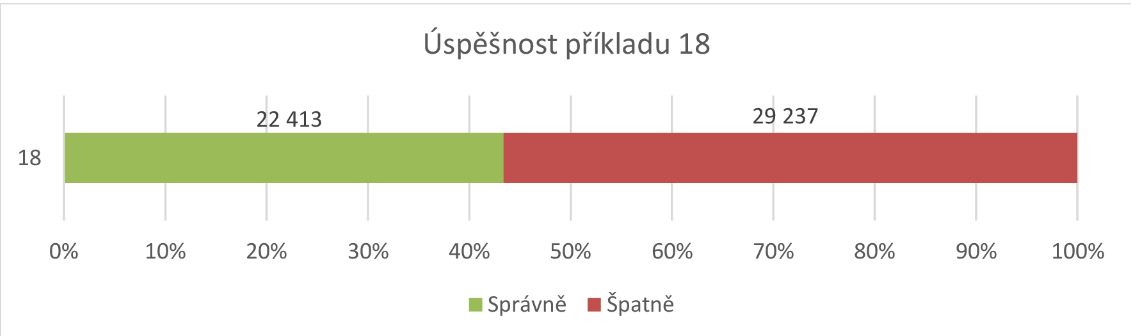
$1\,440 = 12 \cdot 10 \cdot c, c = \frac{1\,440}{120} = 12\ dm$

Správná odpověď → **B**

Účast: 51 650 žáků

Úspěšnost:

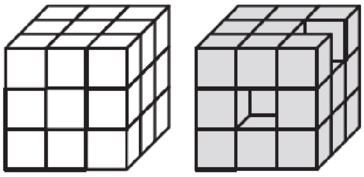
Příklad 18	43,39 %	22 413



Příklad 19: 2019, M9PAD19C0T01, 1, 14

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 14

Krychle byla slepena z 27 malých bílých krychliček o hraně délky 2 cm.
Dvě malé krychličky jsme odstranili, a vzniklo tak nové těleso. Všechny dostupné plochy nového tělesa jsme obarvili na šedo (i zespodu).



(CZVV)

2 body

14 Jaký je celkový obsah šedých ploch nového tělesa?

A) menší než 236 cm^2

B) 236 cm^2

C) 240 cm^2

D) 244 cm^2

E) větší než 244 cm^2

Řešení příkladu 19:

Počet šedých čtverečků: 60

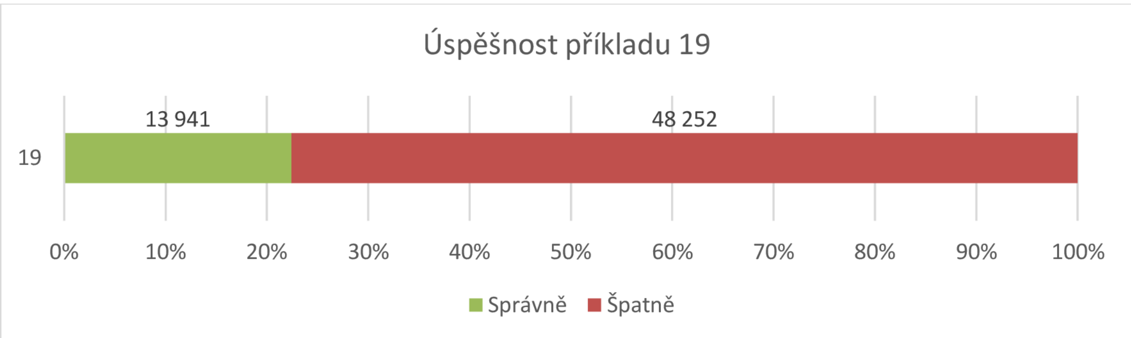
$S_{jednoho\ čtverečku} = 2 \cdot 2 = 4\ cm^2,\ 60 \cdot S_{jednoho\ čtverečku} = 60 \cdot 4 = 240\ cm^2$

Správná odpověď → **C**

Účast: 62 193 žáků

Úspěšnost:

Příklad 19	22,41 %	13 941

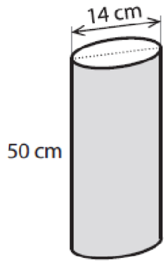


Příklad 20a, 20b: 2020, M9PAD20C0T01, 1, 7

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Škrabací sloupek pro kočky má tvar rotačního válce.
Válec má výšku 50 cm a jeho podstava má průměr 14 cm.
Obě podstavy jsou bílé, plášť válce je šedý.

(Za π dosazujte $\frac{22}{7}$.)



(CZVV)

max. 3 body

7 Vypočtěte v cm²

7.1 obsah jedné podstavy válce,

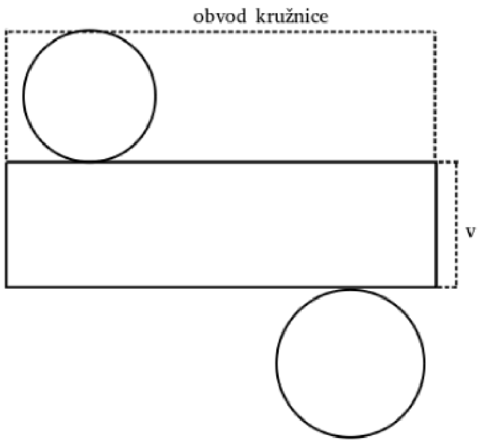
7.2 obsah pláště válce.

Řešení příkladu 20a:

$$S_{podstavy} = S_{kruhu} = \pi \cdot r^2, r = \frac{d}{2} = 7\ cm, \pi = \frac{22}{7}$$

$$S_{kruhu} = \frac{22}{7} \cdot 7^2 = \mathbf{154\ cm^2}$$

Řešení příkladu 20b:



$$S_{pláště} = S_{obdélníku} = a \cdot b, \quad a = o_{kružnice} = 2 \cdot \pi \cdot r, \quad b = v = 50\ cm$$

$$o_{kružnice} = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 = 44\ cm$$

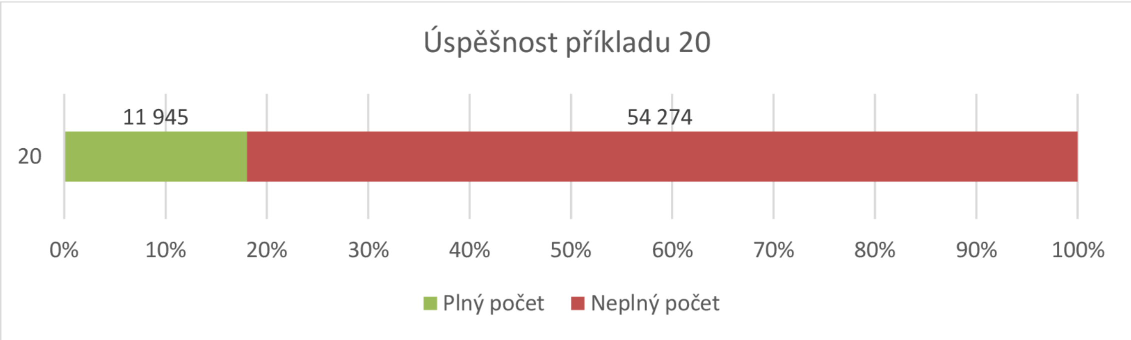
$$S_{pláště} = 44 \cdot 50 = \mathbf{2\,200\ cm^2}$$

Účast: 66 219 žáků

Úspěšnost:

Příklad (plný počet)	20	18,03 %	11 945

Pozn.: V tomto příkladu bylo možné získat až tři body (plný počet). Nula bodů získalo 21 486 žáků, jeden bod 280 přijímačkářů a dva body 15 356 žáků. 17 152 žáků tento příklad přeskočilo, nevypočítalo.

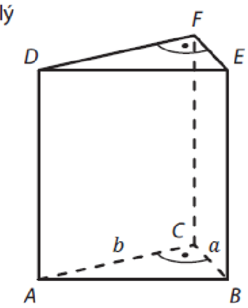


Příklad 21: 2020, M9PAD20C0T01, 1, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Podstavou kolmého trojbokého hranolu *ABCDEF* je pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami délek $a = 9$ cm a $b = 12$ cm.

Obsah největší boční stěny *ABED* je 300 cm^2.



(CZVV)

2 body

13 Jaký je povrch hranolu?

A) 828 cm^2

B) 888 cm^2

C) 936 cm^2

D) 1 008 cm^2

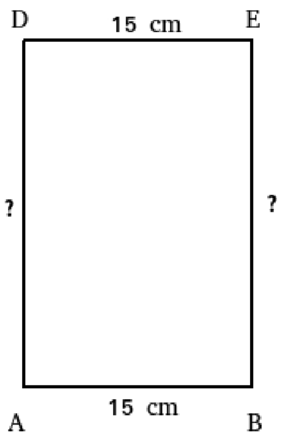
E) 1 080 cm^2

Řešení příkladu 21:

1) Dopočítáme hranu c pomocí Pythagorovy věty: $c^2 = a^2 + b^2$, $c^2 = 9^2 + 12^2$

$c^2 = 225, c = 15\ cm$

2) Známe-li obsah stěny ABED, spočítáme hranu BE. $S_{ABED} = a \cdot b \rightarrow 300 = 15 \cdot b, b = 20\ cm$



3) $S_{celkem} = S_{ABC} + S_{DEF} + S_{ABED} + S_{BCFE} + S_{CADF}, S_{ABC} = S_{DEF}$

$S_{ABC} = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54\ cm^2$ $S_{DEF} = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54\ cm^2$ $S_{ABED} = 300\ cm^2$

$S_{BCFE} = 9 \cdot 20 = 180\ cm^2$ $S_{CADF} = 12 \cdot 20 = 240\ cm^2$

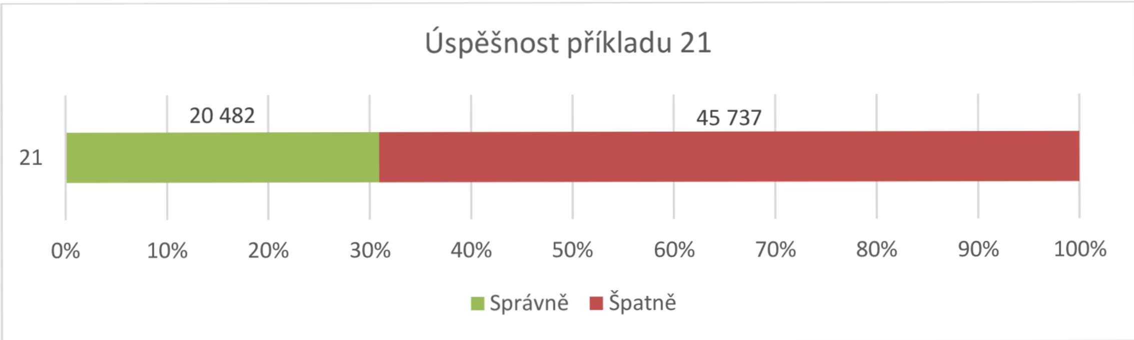
$S_{celkem} = 54 + 54 + 300 + 180 + 240 = 828\ cm^2$

Správná odpověď → **A**

Účast: 66 219 žáků

Úspěšnost:

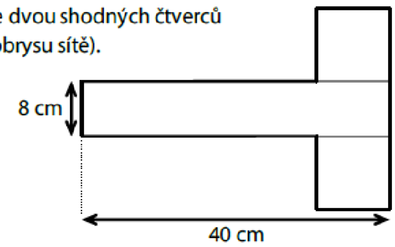
Příklad 21	30,93 %	20 482



Příklad 22a, 22b: 2021, M9PAD21C0T01, 1, 8

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Síť kolmého čtyřbokého hranolu se skládá ze dvou shodných čtverců a obdélníku s rozměry 40 cm a 8 cm (viz náčrt obrysu sítě).



(CZVV)

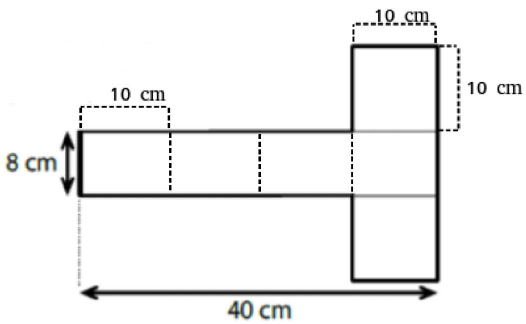
max. 3 body

8 Vypočtěte

8.1 v cm^2 povrch hranolu,

8.2 v cm^3 objem hranolu.

Řešení příkladu 22a:

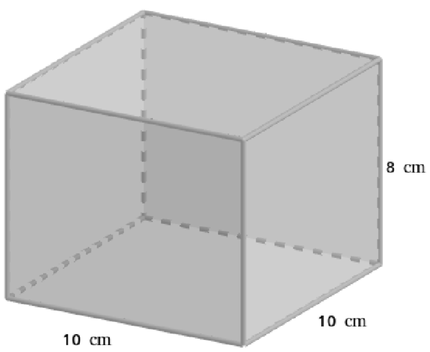


$S_{hranolu} = S_{dvou\ podstav} + S_{pláště}, S_{jedné\ podstavy} = a^2, S_{pláště} = b \cdot c, a = 10\ cm,$

$b = 40\ cm, c = 8\ cm$

$S_{hranolu} = 2 \cdot a^2 + b \cdot c = 2 \cdot 10^2 + 40 \cdot 8 = 200 + 320 = \mathbf{520\ cm^2}$

Řešení příkladu 22b:



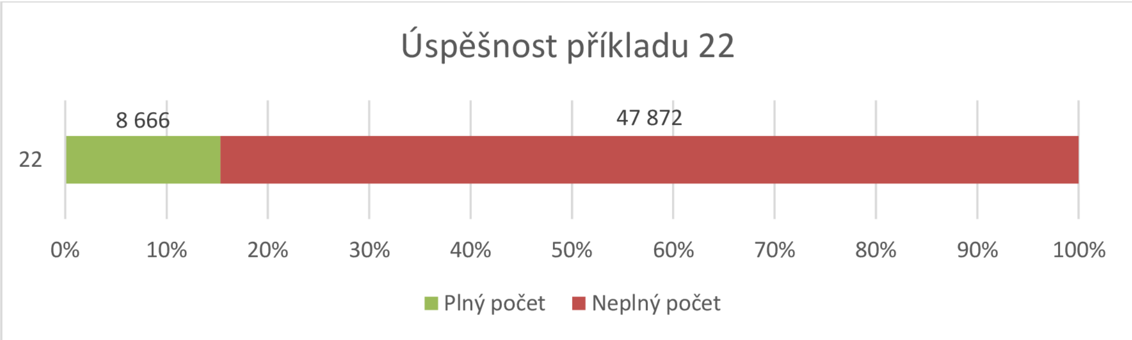
$V_{hranolu} = a \cdot b \cdot c, a = 10\ cm, b = 10\ cm, c = 8 cm. V = 10 \cdot 10 \cdot 8 = \mathbf{800\ cm^3}$

Účast: 56 538 žáků

Úspěšnost:

Příklad (plný počet)	22	15,32 %	8 666

Pozn.: V tomto příkladu bylo možné získat až tři body (plný počet). Nula bodů získalo 20 301 žáků, jeden bod 21 přijímačkářů a dva body 5 310 žáků. 22 240 žáků tento příklad přeskočilo, nevypočítalo.



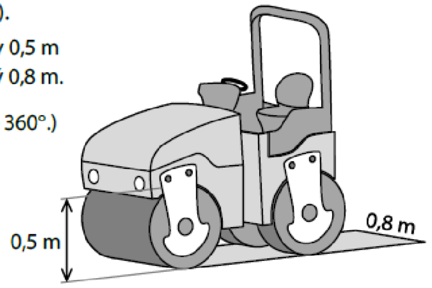
Příklad 23: 2021, M9PBD21C0T02, 2, 13

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Válcovací stroj se pohyboval v přímém směru vpřed. Jeho přední rotační válec vykonal při tomto pohybu 200 otáček (bez prokluzu).

Přední rotační válec má průměr podstavy 0,5 m a zanechává za sebou uválcovaný pás široký 0,8 m.

(Jedna otáčka je otočení kolem osy válce o 360°.)



(CZVV)

2 body

13 Kolik m^2 uválcoval přední rotační válec?

Výsledek je zaokrouhlen na celé m^2. Za π lze dosadit 3,14.

A) méně než 250 m^2

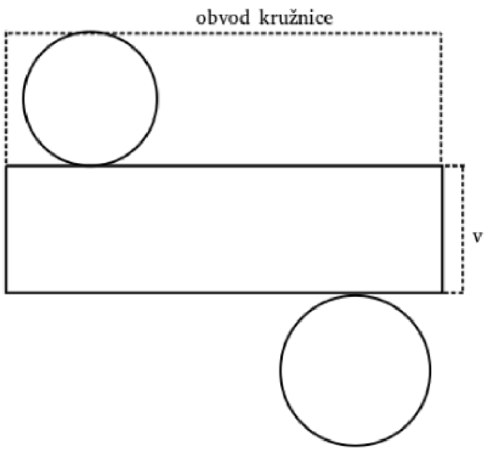
B) 251 m^2

C) 314 m^2

D) 331 m^2

E) více než 332 m^2

Řešení příkladu 23:



$S_{pásu\ po\ jednom\ otočení} = v \cdot o_{kružnice}, v = 0{,}8\ m, o_{kružnice} = \pi \cdot d, d = 0{,}5\ m$

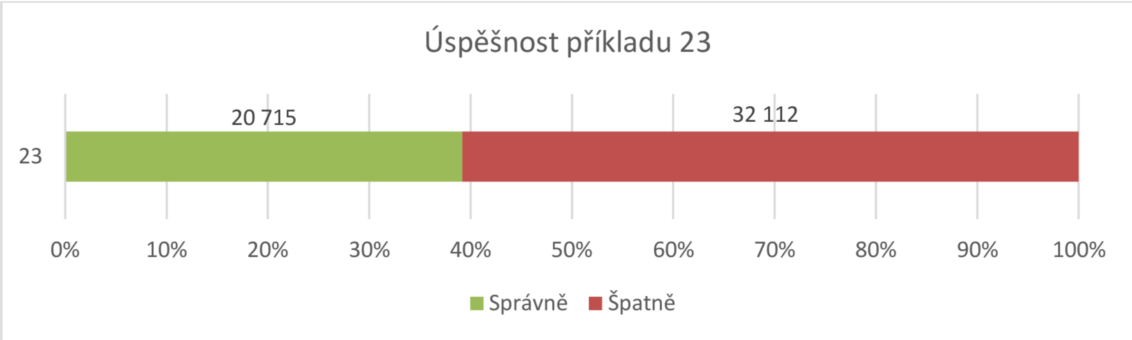
$S = 0{,}8 \cdot \pi \cdot 0{,}5 = 1{,}256\ cm^2$ → 200 otáček = $200 \cdot S = 200 \cdot 1{,}256 \cong 251\ cm^2$

Správná odpověď → **B**

Účast: 52 827 žáků

Úspěšnost:

Příklad 23	39,2 %	20 715



6 Maturitní zkoušky

V této kapitole se věnuji výběru úloh z jarních i podzimních termínů maturitních zkoušek. Ve výběru příkladů se vyskytují všechna tělesa (krychle, kvádr, jehlan, kužel, válec i koule).

V termínech, kdy test psali prvomaturanti i studenti, pro které byl termín opravným či náhradním pokusem, zahrnuji všechny testované dohromady.

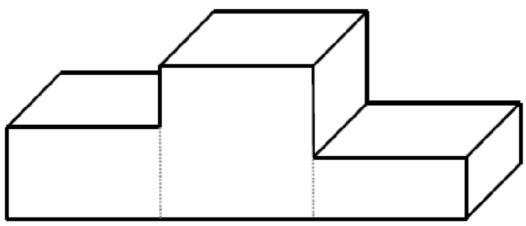
Každý příklad je označený rokem, ve kterém byl test konán, kódem testu, druhem termínu (J = jarní, P = podzimní) a číslem příkladu v termínu.

Procvičení objemů a povrchů těles možno viz QR kód:

Příklad 24a, 24b: 2016, MAMZD16C0T01, J, 9

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Stupně vítězů představují těleso, které vzniklo připojením dvou kvádrů ke krychli. Stěna krychle má obsah 25 dm^2. Pokud by se oba postranní kvádry postavily na sebe, vytvořily by stejnou krychli, jako je ta mezi nimi.



(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 **Vypočtěte v dm^3 objem tělesa** (stupňů vítězů).

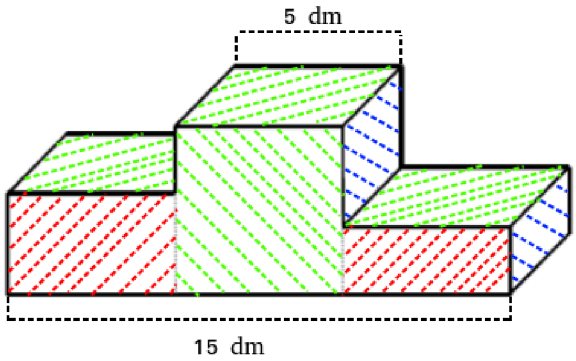
9.2 Čtvercová lepicí fólie má stejný obsah jako jedna stěna krychle. Lepicími fóliemi se má pokrýt celé těleso (stupně vítězů) s výjimkou stěny ležící na zemi. Fólie je možné stříhat.

Určete minimální počet lepicích fólií potřebných k pokrytí.

Řešení příkladu 24a:

$V_{tělesa} = 2 \cdot V_{krychle} = 2 \cdot a^3, a = 5\ dm, V_{tělesa} = 2 \cdot 5^3 = \mathbf{250\ dm^3}$

Řešení příkladu 24b:



1 zelená plocha = 1 fólie, 2 červené plochy = 1 fólie, 2 modré plochy = 1 fólie

Při pohledu shora vidíme 3 zelené plochy → 3 fólie

Pohled zepředu je stejný jako zezadu, tedy „vidíme“ 2 zelené a 4 červené plochy → 4 fólie

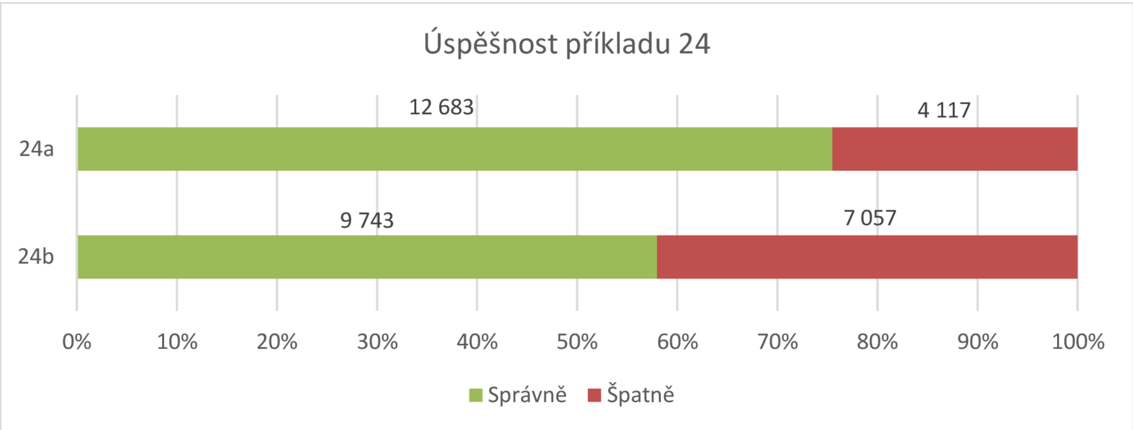
Pohled zprava je stejný jako zleva, „vidíme“ tedy celkem 4 modré plochy → 2 fólie.

Celkem fólií: $3 + 4 + 2 = \mathbf{9}$

Účast: 16 800 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 24a	75,49 %	12 683
Příklad 24b	57,99 %	9 743



Příklad 25: 2016, MAMZD16C0T01, J, 18

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 18

Rotační válec má **průměr** podstavy 12 cm a obsah pláště 60π cm^2.

(CZVV)

2 body

18 Jaký je objem válce?

A) 36π cm^3

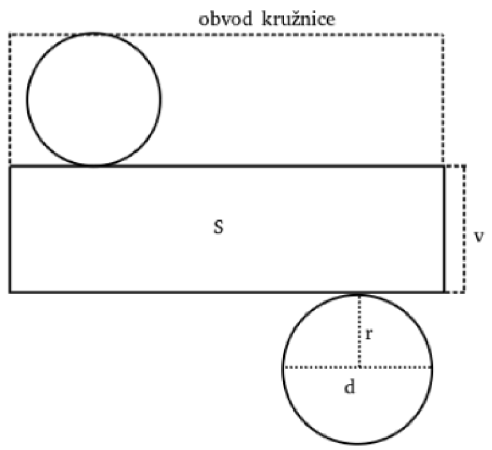
B) 84π cm^3

C) 180π cm^3

D) 240π cm^3

E) jiný objem

Řešení příkladu 25:



$d = 12\ cm, r = 6\ cm, S = 60\pi\ cm^2, S = o \cdot v$

$o = \pi \cdot d = 12\pi\ cm \quad 60\pi = 12\pi \cdot v, v = 5\ cm$

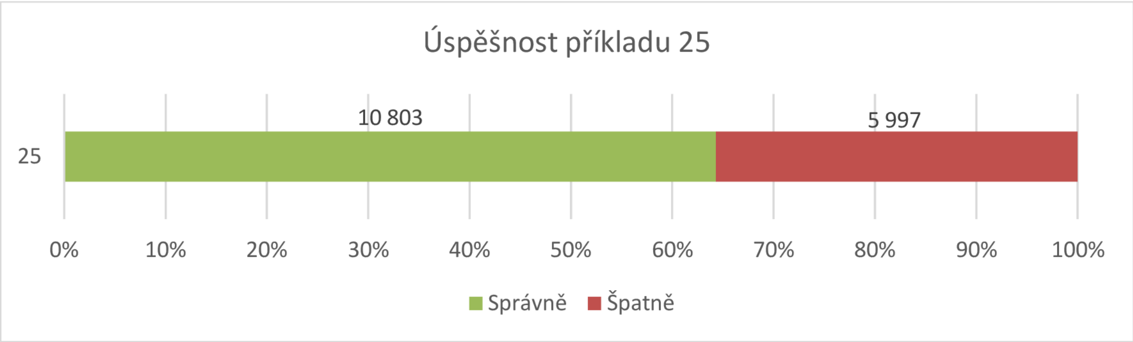
$V_{válce} = \pi \cdot r^2 \cdot v = \pi \cdot 6^2 \cdot 5 = \pi \cdot 36 \cdot 5 = 180\pi\ cm^3$

Správná odpověď → **C**

Účast: 16 800 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 25	64,3 %	10 803



Příklad 26: 2018, MAMZD18C0T01, J, 23

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Voda o objemu $40{,}5\pi\ cm^3$ vyplňuje ve sklenici prostor tvaru rotačního kužele. Voda nesahá až po okraj sklenice, ale pouze do výšky 6 cm od vrcholu kužele.

(CZVV)

2 body

23 Jaký je obsah plochy sklenice smáčené vodou?

Výsledek je zaokrouhlen na desetiny cm^2.

A) $51{,}9\ cm^2$

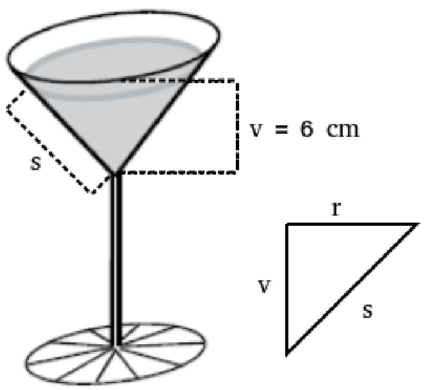
B) $54{,}3\ cm^2$

C) $106{,}0\ cm^2$

D) $169{,}5\ cm^2$

E) $211{,}9\ cm^2$

Řešení příkladu 26:



$$V_{kužel} = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot v = 40{,}5\pi\ cm^3, v = 6\ cm$$

$$40{,}5\pi = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot 6 \rightarrow r^2 = 20{,}25 \rightarrow r = 4{,}5\ cm$$

$$S_{plochy\ smáčené\ vodou} = S_{kužel} - S_{kruhu},\ S_{kužel} = \pi \cdot r \cdot (r + s),\ S_{kruhu} = \pi \cdot r^2$$

$$s^2 = r^2 + v^2 \rightarrow s^2 = 4{,}5^2 + 6^2 \rightarrow s = 7{,}5\ cm$$

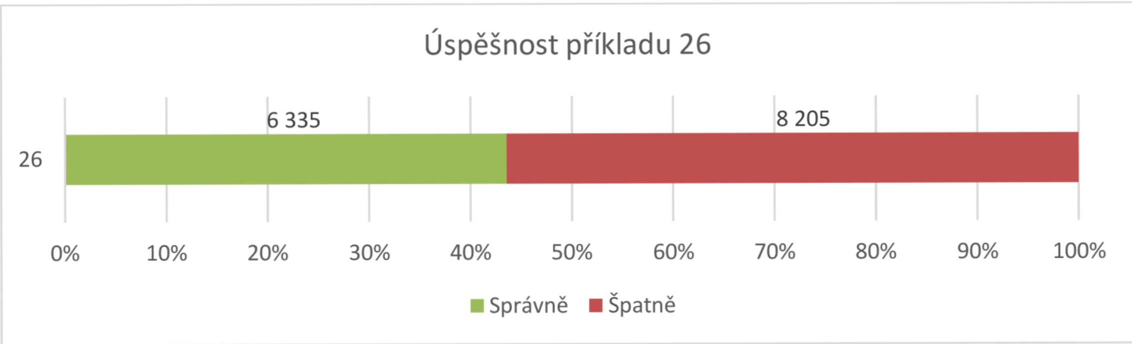
$$S_{kužel} = \pi \cdot 4{,}5 \cdot (4{,}5 + 7{,}5) = \pi \cdot 4{,}5 \cdot 12 = 54\pi\ cm^2,\ S_{kruhu} = 20{,}25\pi\ cm^2$$

$S_{plochy\ smáčené\ vodou} = 54\pi - 20{,}25\pi = 33{,}75\pi \cong 106\ cm^2$, Správná odpověď → **C**

Účast: 14 540 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 26	43,56 %	6 335

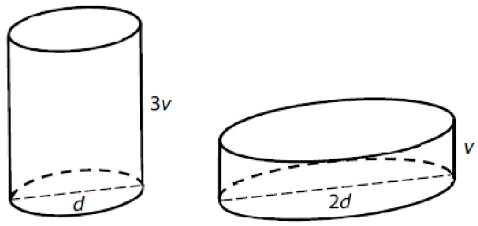


Příklad 27: 2018, MAMZD18C0T04, P, 19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

Dvě nádoby mají tvar válce. První z nádob je třikrát vyšší než druhá, ale průměr dna má dvakrát menší než druhá.

První nádobu naplníme po okraj vodou a potom všechnu vodu přelijeme do druhé nádoby, která byla prázdná.



(CZVV)

2 body

19 Jakou část objemu druhé nádoby voda zaplní?

A) $\frac{3}{4}$

B) $\frac{2}{3}$

C) $\frac{2}{9}$

D) $\frac{1}{5}$

E) Voda přeteče, objem druhé nádoby je menší než objem první nádoby.

Řešení příkladu 27:

$V_{válce} = \pi \cdot r^2 \cdot v, r = \frac{d}{2}$

$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot 3v = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot 3v$

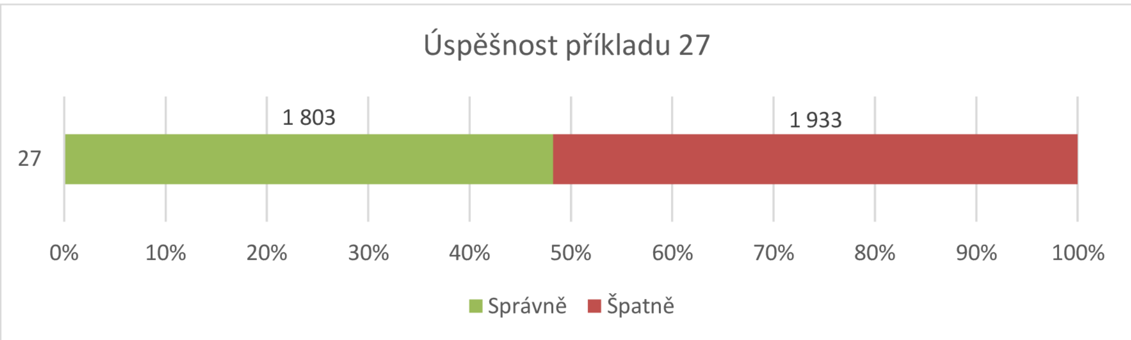
$V_2 = \pi \cdot \left(\frac{2d}{2}\right)^2 \cdot v = \pi \cdot d^2 \cdot v$

$V_1 : V_2 \rightarrow \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot 3v : \pi \cdot d^2 \cdot v \rightarrow \frac{3d^2}{4} : d^2 \rightarrow \frac{3}{4} : 1$, Správná odpověď → **A**

Účast: 3 736 maturantů (z toho 463 prvomaturantů a 3 273 opakujících)

Úspěšnost:

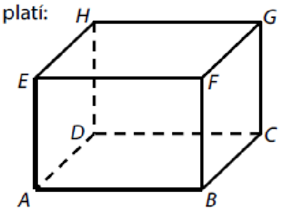
Příklad 27	48,26 %	1 803



Příklad 28: 2018, MAMZD18C0T04, P, 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

V kvádru *ABCDEFGH* se **čtvercovou podstavou** *ABCD* platí: Vrchol *C* je od hrany *GH* ve vzdálenosti 3 cm stejně jako od stěnové úhlopříčky *BD*, tedy $|C; \leftrightarrow GH| = |C; \leftrightarrow BD| = 3$ cm.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je objem kvádru?

A) 27 cm³

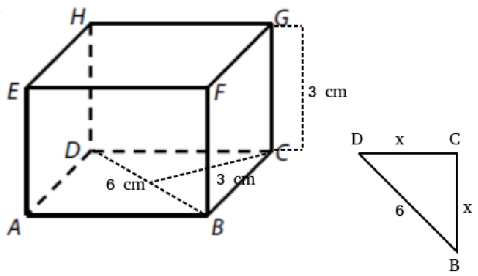
B) $27\sqrt{2}$ cm³

C) $27\sqrt{3}$ cm³

D) 54 cm³

E) jiný objem

Řešení příkladu 28:



1) $x^2 \rightarrow 6^2 = x^2 + x^2 \quad 36 = 2x^2 \qquad 18 = x^2 \rightarrow x = 3\sqrt{2} \cong 4{,}24\ cm$

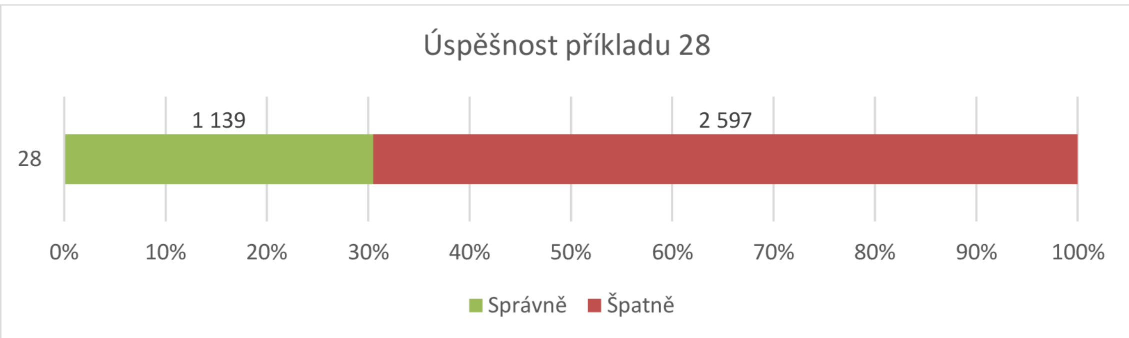
2) $V_{kvádru} = a \cdot b \cdot c = 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 3 = 54\ cm^3$

Správná odpověď $\rightarrow$ **D**

Účast: 3 736 maturantů (z toho 463 prvomaturantů a 3 273 opakujících)

Úspěšnost:

Příklad 28	30,49 %	1 139

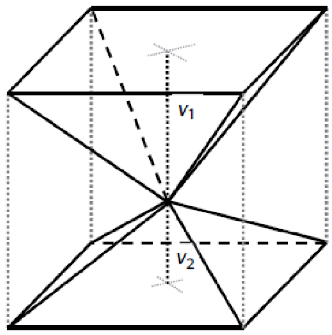


Příklad 29: 2019, MAMZD19C0T01, J, 19

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 19

V krychli jsou dva čtyřboké jehlany umístěny tak, že mají společný hlavní vrchol a podstavy obou jehlanů tvoří rovnoběžné stěny krychle.

Výšky obou jehlanů jsou v poměru $v_1 : v_2 = 3 : 2$.



(CZVV)

2 body

19 Jakou část objemu krychle tvoří objem většího z obou jehlanů?

A) $\frac{3}{5}$

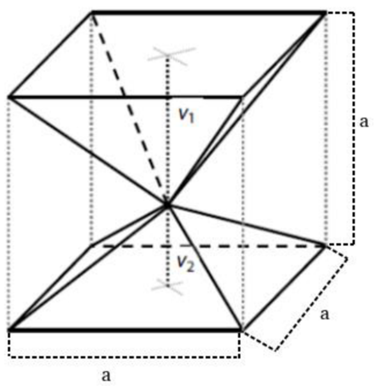
B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{9}$

D) $\frac{1}{5}$

E) $\frac{1}{6}$

Řešení příkladu 29:



$V_{jehlan} = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v, S_p = a^2$

$v_1 : v_2 = 3 : 2 \left(3 + 2 = 5 \text{ částí}, v_1 = \frac{3}{5} a\right)$

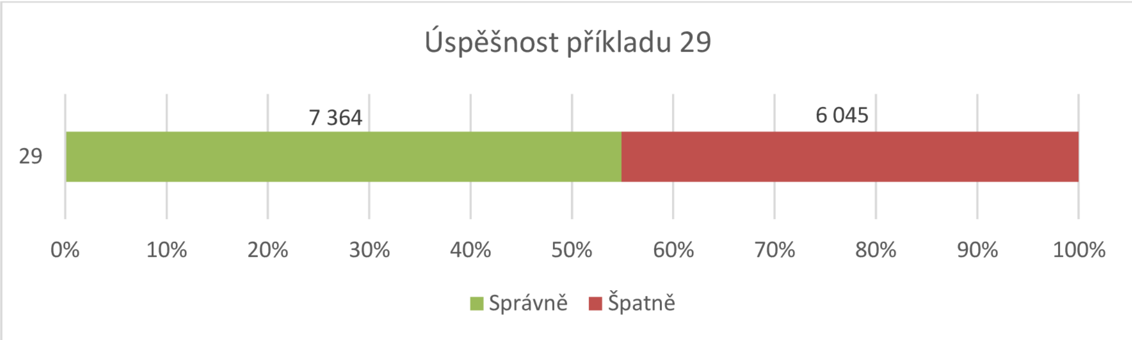
$V_{jehlan\,1} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{3}{5} a = \frac{a^3}{5}, V_{krychle} = a^3$

$\frac{V_{jehlan}}{V_{krychle}} = \frac{\frac{a^3}{5}}{a^3} = \frac{a^3}{5} \cdot \frac{1}{a^3} = \frac{1}{5}$, správná odpověď → **D**

Účast: 13 409 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 29	54,91 %	7 364



Příklad 30: 2019, MAMZD19C0T01, J, 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Rozvinutý plášť rotačního kužele tvoří půlkruh o poloměru 10 cm.

(CZVV)

2 body

20 Jaký je povrch kužele (včetně podstavy)?

A) $75\pi\ cm^2$

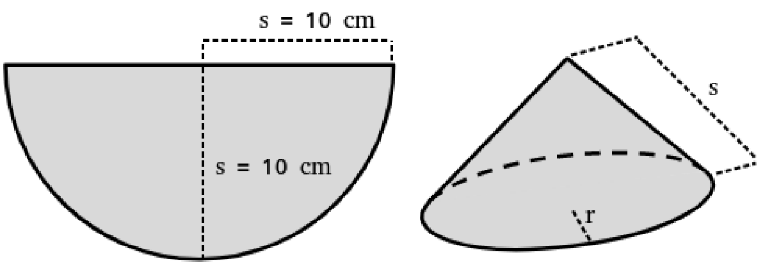
B) $100\pi\ cm^2$

C) $125\pi\ cm^2$

D) $150\pi\ cm^2$

E) jiný povrch

Řešení příkladu 30:



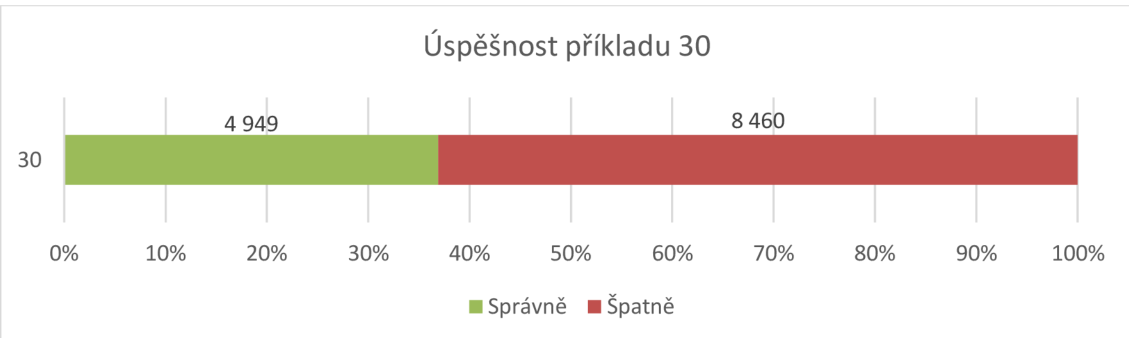
$$r = \frac{s}{2} = \frac{10}{2} = 5\ cm$$

$S_{kužele} = \pi \cdot r \cdot (r + s) = \pi \cdot 5 \cdot (5 + 10) = 75\pi\ cm^2$, Správná odpověď → **A**

Účast: 13 409 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 30	36,9 %	4 949



Příklad 31: 2019, MAMZD19C0T04, P, 22

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Váza je zasazena do drátěného podstavce.

Vnitřní prostor vázy má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s výškou 24 cm a objemem 1 568 cm^3.

(CZVV)

2 body

22 Jaký je obsah všech vnitřních ploch vázy?

A) 672 cm^2

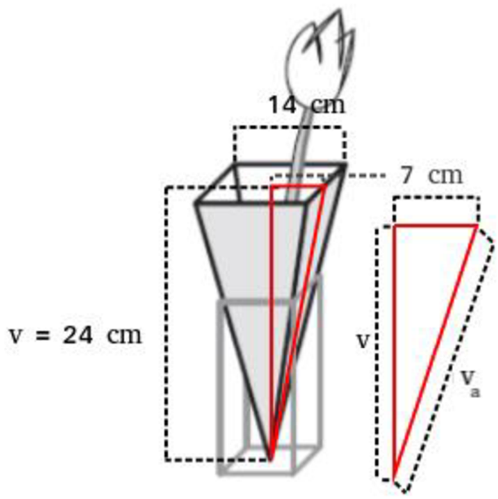
B) 700 cm^2

C) 720 cm^2

D) 732 cm^2

E) jiný obsah

Řešení příkladu 31:



1) Podstavná hrana jehlanu: $V_{jehlanu} = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v, S_p = a^2 \rightarrow 1568 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 24$

$a^2 = 196 \rightarrow a = 14\ cm$

2) Výška stěny z červeného trojúhelníku: $v_a^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow v_a^2 = 625$

$v_a = 25\ cm$

3) $S_{vnitřních\ ploch} = 4 \cdot S_{trojúhelníku}, S_{trojúhelníku} = \frac{a \cdot v_a}{2}$

$S_{trojúhelníku} = \frac{14 \cdot 25}{2} = 175\ cm$

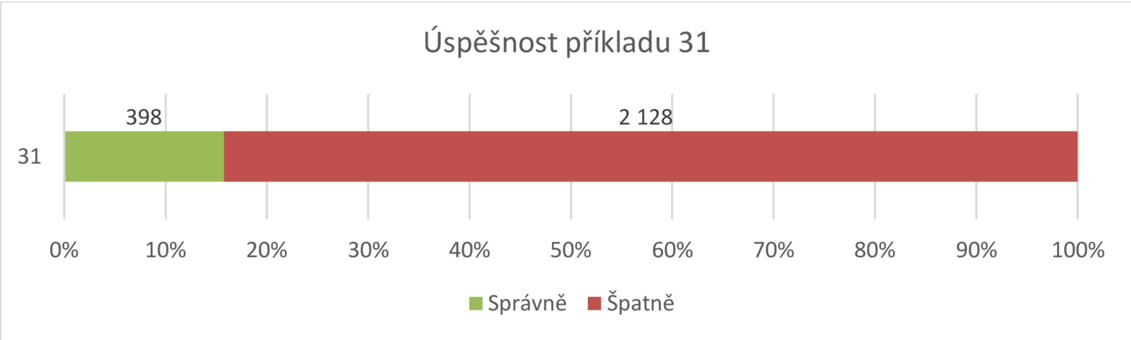
$S_{vnitřích\ ploch} = 4 \cdot 175 = 700\ cm^2$

Správná odpověď → **B**

Účast: 2 526 maturantů (z toho 344 prvomaturantů a 2 182 opakujících)

Úspěšnost:

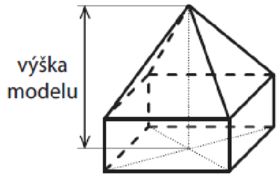
Příklad 31 15,76 % 398



Příklad 32: 2020, MAMZD20C0T01, J, 20

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Model domku se skládá z kvádru a jehlanu.
Obě tělesa mají stejnou čtvercovou podstavu.
Výška jehlanu je 6 dm.
Objem kvádru je polovinou objemu celého modelu.



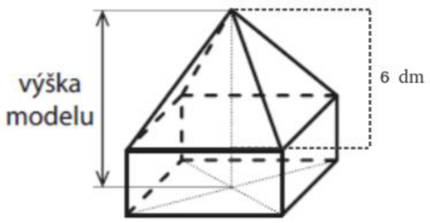
(CZVV)

2 body

20 Jaká je výška modelu?

A) 7,5 dm
B) 8 dm
C) 9 dm
D) 10,5 dm
E) 12 dm

Řešení příkladu 32:



$V_{jehlanu} = V_{kvádru}, \; V_{jehlanu} = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot v, \quad V_{kvádru} = a \cdot a \cdot b$

$V_{jehlanu} = \frac{1}{3} a^2 \cdot 6 \rightarrow 2a^2$

$V_{kvádru} \rightarrow 2a^2 = a^2 \cdot b \rightarrow b = 2\ cm$

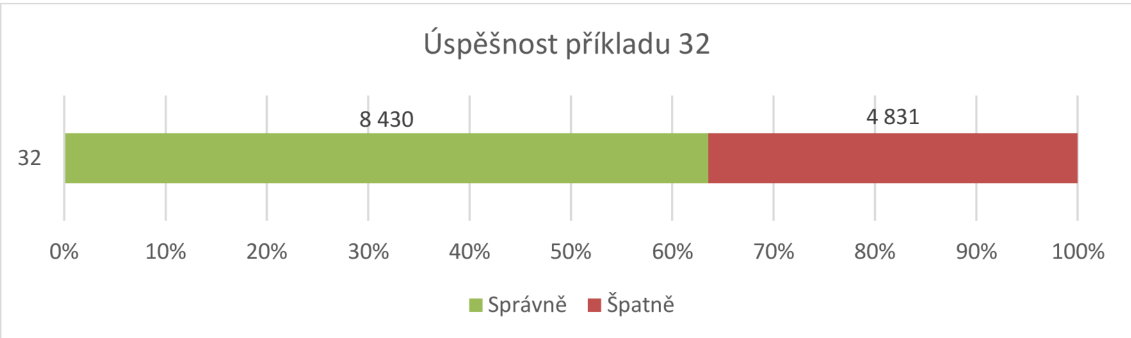
$v_{celkem} = v + b = 6 + 2 = 8\ cm$

Správná odpověď → **B**

Účast: 13 261 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 32	63,57 %	8 430

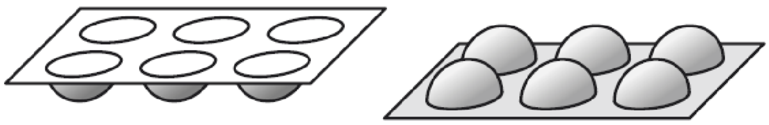


Příklad 33: 2020, MAMZD20C0T01, J, 21

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Plechová pečicí forma má při pohledu shora tvar obdélníku o rozměrech 20 cm a 29 cm. Forma má šest shodných dutin (resp. vypouklin) tvaru polokoule, každou o poloměru 3,5 cm. Plochy pečicí formy jsou z jedné strany světlé a z opačné strany tmavé.

Tloušťku plechu zanedbáváme.



(CZVV)

2 body

21 Jaký je celkový obsah tmavých ploch pečicí formy?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^2.

A) 811 cm^2

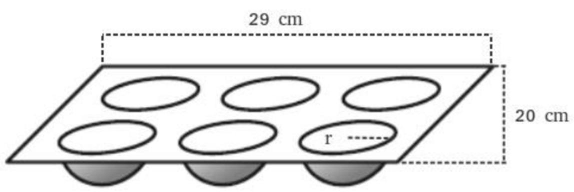
B) 888 cm^2

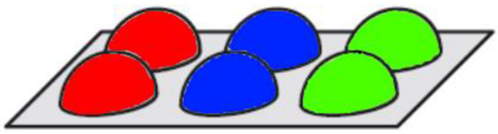
C) 910 cm^2

D) 1 042 cm^2

E) 1 273 cm^2

Řešení příkladu 33:





$$S_{tmavých\ ploch} = S_{obdélníku} + 3 \cdot S_{koule} - 6 \cdot S_{kruhu}$$

$$S_{obdélníku\ (plechu)} = a \cdot b = 20 \cdot 29 = 580\ cm^2$$

$$S_{jedné\ koule} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 3{,}5^2 = 49\pi \rightarrow S_{tří\ koulí} = 3 \cdot 49\pi = 147\pi\ cm^2$$

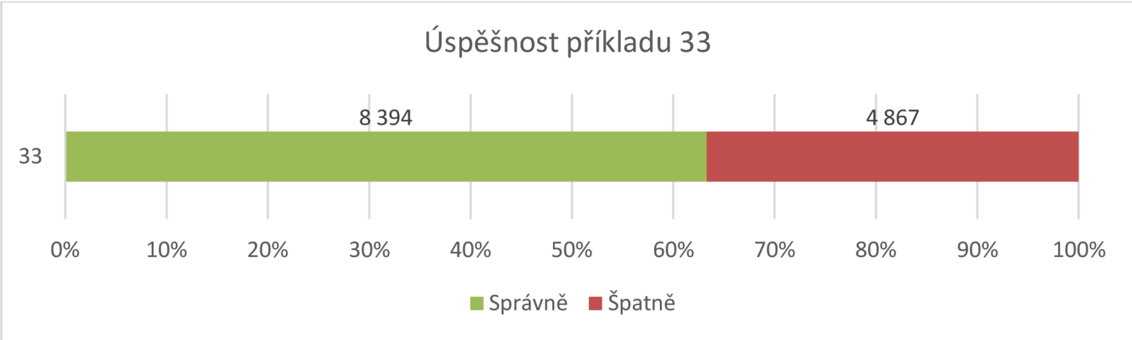
$$S_{jednoho\ kruhu} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3{,}5^2 = \frac{49\pi}{4} \rightarrow S_{šesti\ kruhů} = 6 \cdot \frac{49\pi}{4} = \frac{147\pi}{2}\ cm^2$$

$S_{tmavých\ ploch} = 580 + 147\pi - \frac{147\pi}{2} \cong 811\ cm^2$, správná odpověď → **A**

Účast: 13 261 maturantů

Úspěšnost:

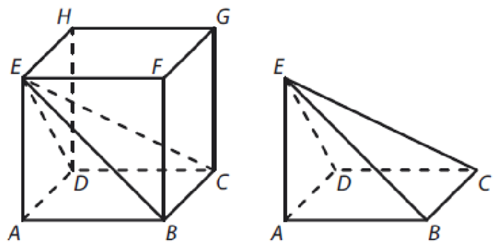
Příklad 33 63,29 % 8 394



Příklad 34: 2020, MAMZD20C0T04, P, 10

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V krychli *ABCDEFGH* je umístěn čtyřboký jehlan *ABCDE*, který má objem 243 cm^3.

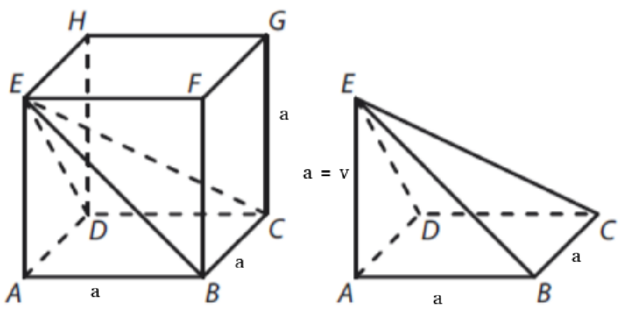


(CZVV)

1 bod

10 Vypočtěte v cm^2 obsah podstavy *ABCD*.

Řešení příkladu 34:



$V_{jehlanu} = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a$

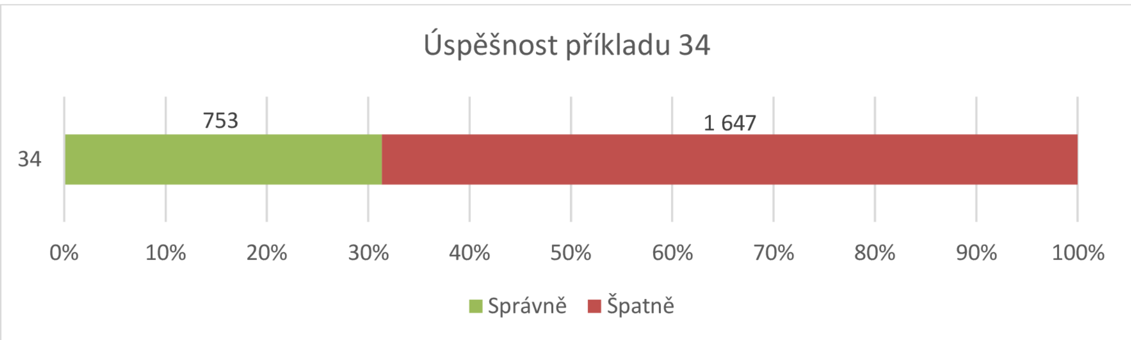
$243 = \frac{1}{3} a^3 \rightarrow a^3 = 729 \rightarrow a = 9\ cm$

$S_{ABCD} = a^2 = 9^2 = \mathbf{81\ cm^2}$

Účast: 2 400 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 34 31,37 % 753



Příklad 35a, 35b: 2020, MAMZD20C0T04, P, 20 a 21

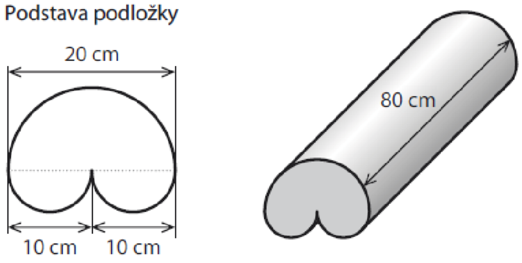
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 20–21

Molitanová balanční podložka je těleso složené ze tří půlválců (částí rotačních válců).

Podstavou největšího půlválce je půlkruh s průměrem 20 cm a podstavami dvou stejných menších půlválců jsou půlkruhy s průměrem 10 cm.

Výšky všech půlválců jsou 80 cm.

Podstava podložky



(CZVV)

2 body

20 Jaký je objem balanční podložky?

A) 4π dm^3

B) 5π dm^3

C) 6π dm^3

D) 8π dm^3

E) jiný objem

2 body

21 Jaký je povrch balanční podložky (včetně obou podstav)**?**

A) menší než 1600π cm^2

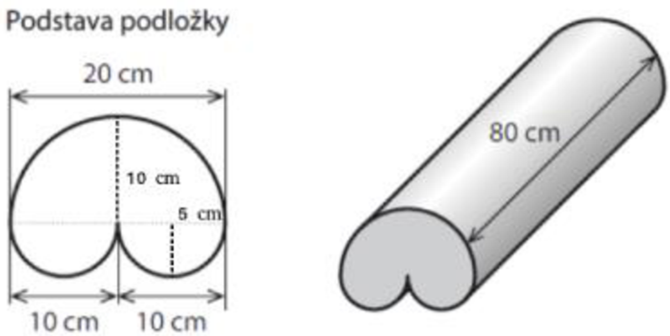
B) 1600π cm^2

C) 1675π cm^2

D) 1750π cm^2

E) větší než 1750π cm^2

Řešení příkladu 35a:



Podložku rozložíme na jeden větší půlválec a dva menší půlválce.

$V_{větší\ půlválec} = \frac{V_{válce}}{2} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot v}{2} = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 80}{2} = 4\,000\pi\ cm^3 = 4\pi\ dm^3$

$V_{menší\ půlválce} = V_{válce} = \pi \cdot r^2 \cdot v = \pi \cdot 5^2 \cdot 80 = 2\,000\pi\ cm^3 = 2\pi\ dm^3$

$V_{balanční\ podložky} = V_{větší\ půlválce} + V_{menší\ půlválce} = 4\pi + 2\pi = 6\pi\ dm^3$

Správná odpověď → **C**

Řešení příkladu 35b:

$S_{podložky} = S_{větší\ půlválec} + S_{dva\ menší\ půlválce}$

$S_{větší\ půlválec} = \frac{S_{válec}}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r+v)}{2} = \pi \cdot 10 \cdot 90 = 900\pi\ cm^2$

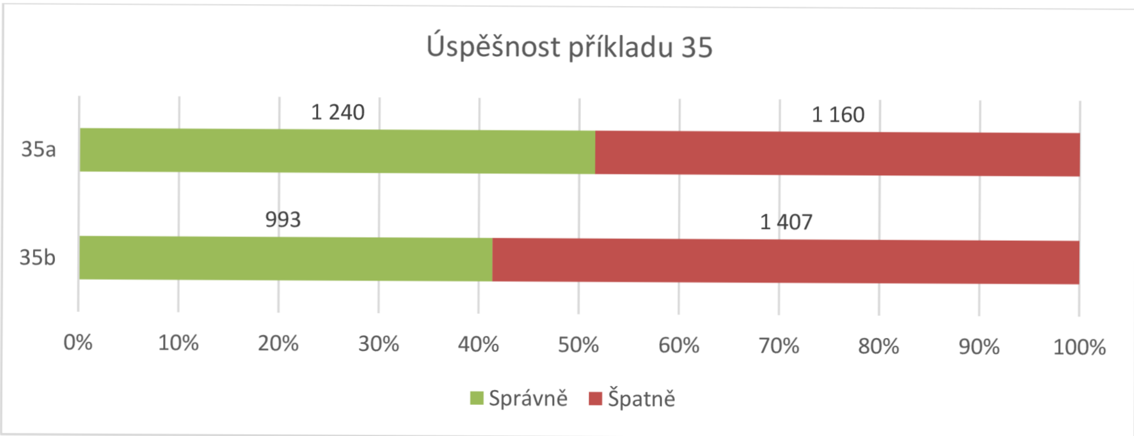
$S_{menší\ půlválce} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r+v) = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 85 = 850\pi\ cm^2$

$S_{podložky} = 900\pi + 850\pi = 1\,750\pi\ cm^2$, správná odpověď → **D**

Účast: 2 400 maturantů

Úspěšnost:

Příklad 35a	51,6 %	1 240
Příklad 35b	41,37 %	993



7 Ověření vybraných příkladů v praxi

V návaznosti na výsledky z přijímacích zkoušek od Cermatu jsem provedla šetření, abych porovnala úspěšnost žáků na několika příkladech. Toto šetření jsem provedla na 56 žácích, kteří navštěvují 3 třídy sedmého ročníku. Test byl rozdělen na oddělení A a oddělení B. Každý test obsahoval jednu úlohu z přijímacího testu z páté třídy a jednu úlohu z přijímacího testu ze sedmé třídy. Žáci měli vždy 20 minut na vyřešení daných úloh.

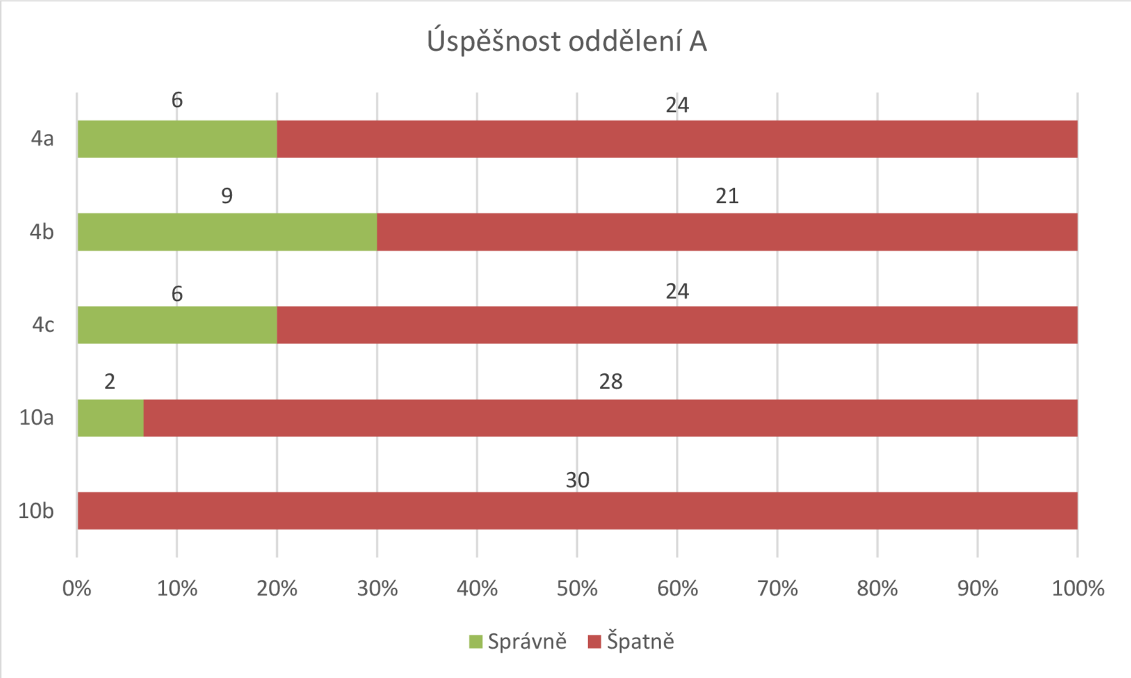
Oddělení A řešilo příklad 4a, 4b, 4c (viz strana 11) a příklad 10a, 10b (viz strana 26), oddělení B příklady 5a, 5b (viz strana 13) a 11a, 11b (viz strana 28).

V první testované třídě bylo celkem 17 dětí, přičemž 11 z nich řešilo oddělení A a 6 dětí oddělení B. V druhé testované třídě bylo také 17 žáků, oddělení A řešilo 9 žáků a oddělení B 8 žáků. V poslední testované třídě bylo 21 žáků, přičemž oddělení A řešilo 10 dětí a oddělení B 12 dětí. Jeden žák z této třídy řešil nejprve oddělení A, poté i druhé, protože ho to bavilo. Celkem tedy řešilo oddělení A 30 žáků a oddělení B 26 žáků.

Z níže uvedených úspěšností vyplývá, že vzorek testovaných žáků dosáhl nižší procentuální úspěšnosti než celorepublikové přijímací zkoušky.

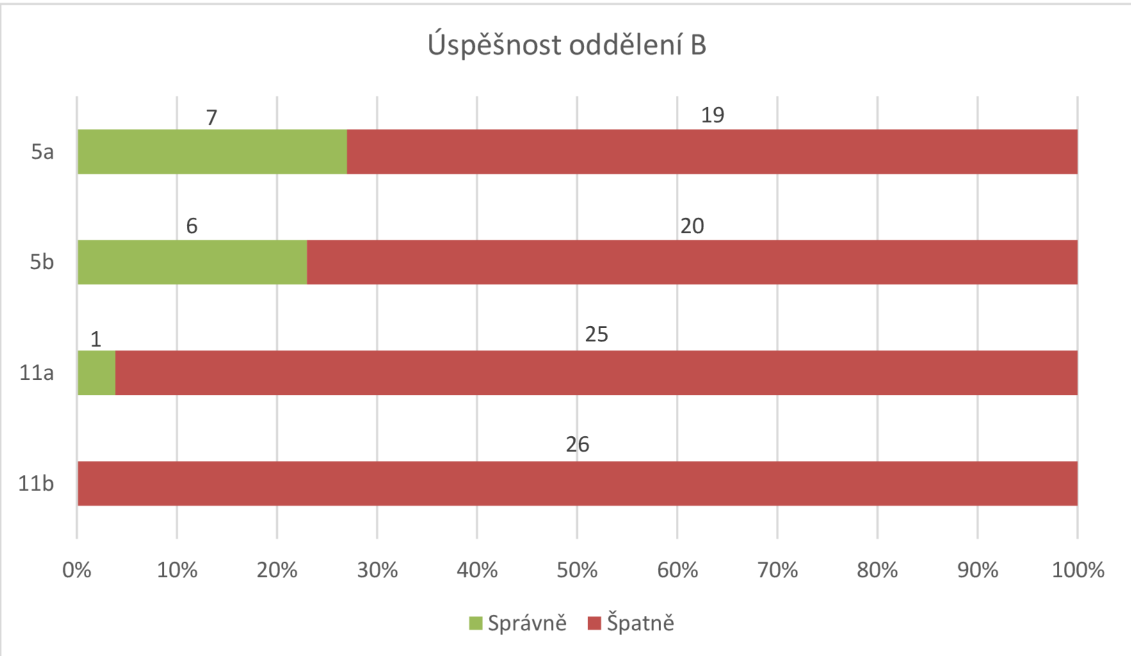
Úspěšnost oddělení A: (ze všech 30 řešitelů)

Příklad 4a	20 %	6
Příklad 4b	30 %	9
Příklad 4c	20 %	6
Příklad 10a	6,67 %	2
Příklad 10b	0	0



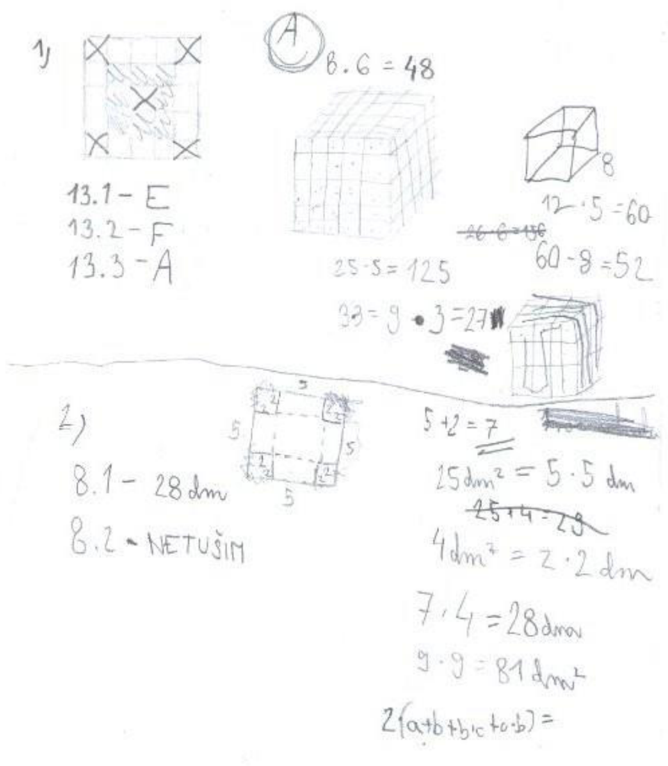
Úspěšnost oddělení B: (ze všech 26 řešitelů)

Příklad 5a	27 %	7
Příklad 5b	23 %	6
Příklad 11a	3,85 %	1
Příklad 11b	0	0



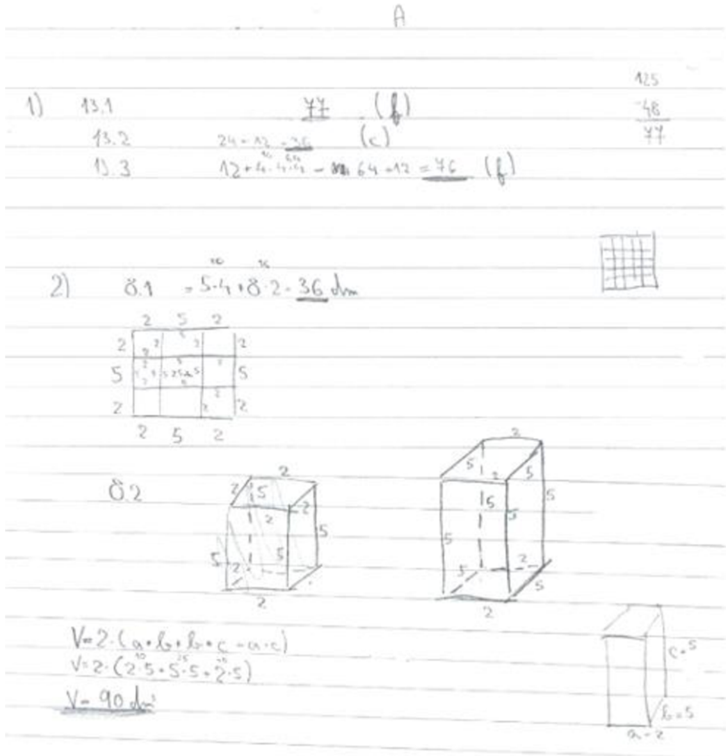
7.1 Řešení některých žáků

Žákyně 1:



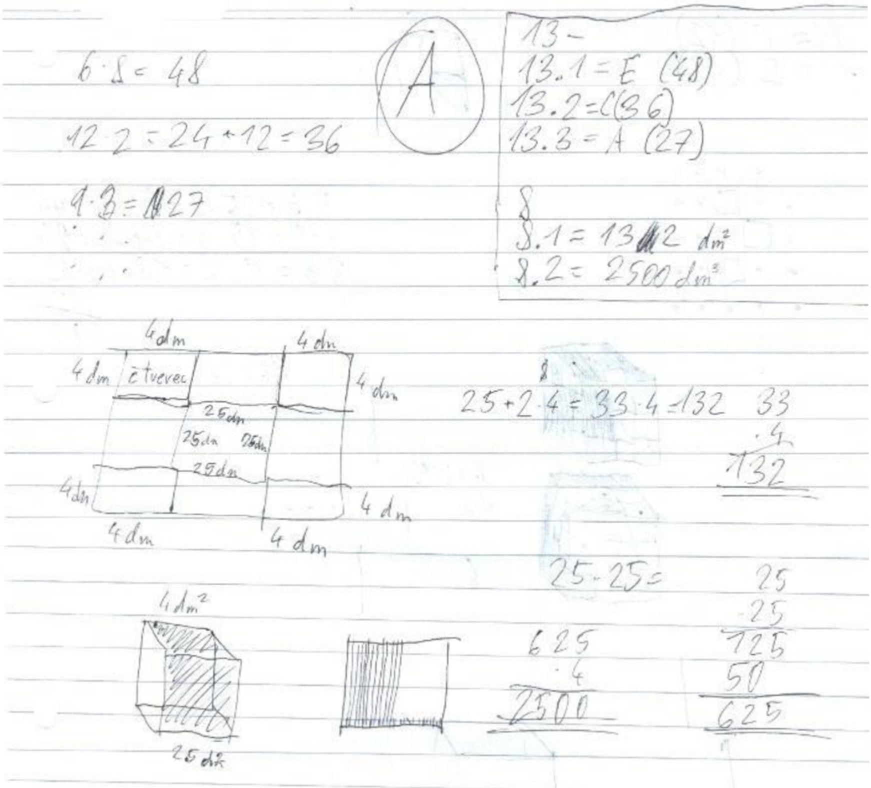
Z výpočtů vidíme, že žákyně řešící oddělení A si pravděpodobně uvědomila, jak spočítat počet barevných krychlí. Správně zodpověděla 2 otázky z prvního cvičení V druhém příkladě správně odvodila, kolik decimetrů budou měřit jednotlivé strany (strana menšího čtverečku a strana většího čtverečku), ale bohužel do strany celého čtverce započítala stranu menšího čtverce pouze jednou, nikoliv dvakrát, čímž dospěla ke špatnému řešení.

Žákyně 2:



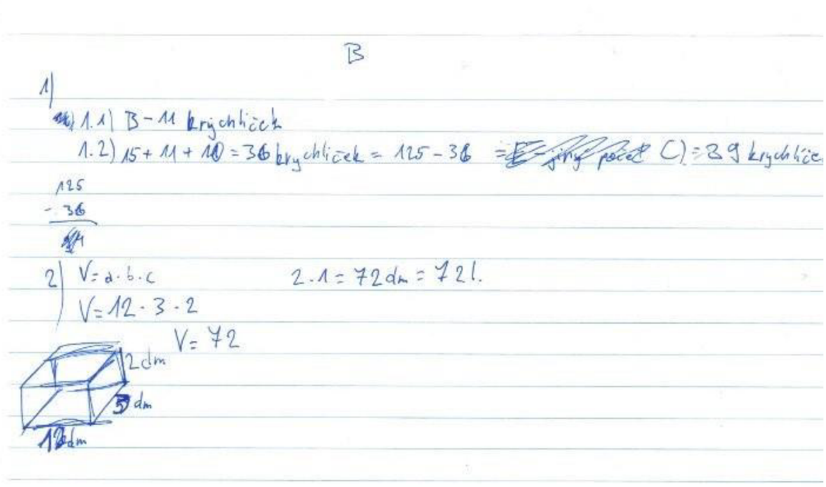
U druhé žákyně, řešící oddělení A, v druhém příkladě vidíme, že strany jsou určeny správně a obvod čtverce je též vypočítán správně bez použití vzorečku. Výpočet objemu je zaměněn za výpočet povrchu kvádru a tím je výsledek nesprávný.

Žák 3:



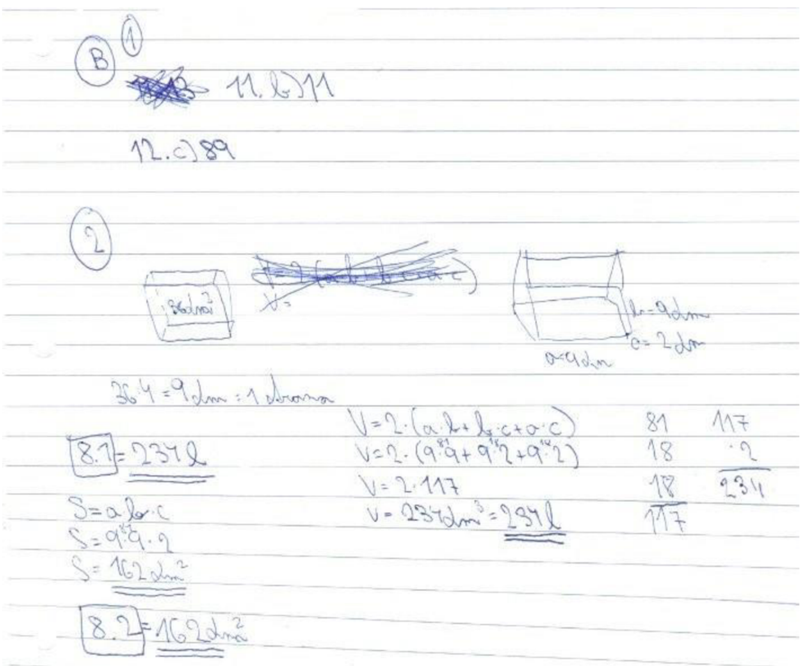
Třetí žák (oddělení A) správně vypočítal celý první příklad. Ve druhém příkladu nejsou spočítány strany čtverců, a proto žák nedokázal správně vypočítat obvod celého čtverce a objem krabice.

Žák 4:



Čtvrtý žák, který řešil oddělení B, správně vypočítal celý první příklad i objem akvária, ale nespočítal obsah zmáčených ploch.

Žák 5:



U pátého žáka (oddělení B) vidíme, že správně vyřešil celý první příklad. Má ale problémy nakreslit kvádr. Místo aby odmocnil podstavu a získal tak hranu, vydělil obsah podstavy čtyřmi, a prohodil vzorečky na výpočet objemu a povrchu kvádru.

8 GeoGebra kniha

V návaznosti na analýzu nejen příkladů z přijímacích a maturitních zkoušek, ale i analýzy testování žáků, jsem vytvořila sadu online příkladů, díky kterým si žáci mohou otestovat své dosažené znalosti.

Kniha obsahuje čtyři kapitoly, opět rozdělené dle druhu přijímacích zkoušek či maturitních zkoušek. Každá kapitola je rozložena do podkapitol dle tématu v úlohách. Aktuálně se v knize nachází 50 příkladů. V kapitole pro osmiletá gymnázia se nachází tři kapitoly, celkem s 16 příklady. Druhá kapitola, kapitola pro šestiletá gymnázia, obsahuje dvě podkapitoly, s devíti příklady. V kapitole pro čtyřletá gymnázia a střední školy jsou pouze dvě podkapitoly s 15 příklady. A v poslední kapitole pro maturitu je pouze jedna podkapitola, která obsahuje 10 příkladů.

Celá kniha k nalezení viz odkaz, případně QR kód: GeoGebra kniha

QR kód:

9 Závěr

V mé diplomové práci jsem zanalyzovala výsledky stereometrických úloh v přijímacích a maturitních testech z matematiky, zpracovala jsem grafické řešení, otestovala pár úloh na dětech základní školy a vytvořila GeoGebra knihu příkladů.

Program GeoGebra jsem použila nejen pro vytvoření sady příkladů na procvičení, ale i pro grafické zpracování řešení příkladů.

Věřím, že příklady, které jsem v knize vytvořila, najdou využití a pomohou žákům procvičit dosažené znalosti.

V budoucnu bych ráda využila svou diplomovou práci především k pomoci žákům připravit se na přijímací či maturitní zkoušky. Ráda bych se danému tématu nadále věnovala a přidávala postupně další příklady do GeoGebra knihy.

Literatura

[1] *Agregovaná položková data jednotné přijímací zkoušky*. [online], [cit. 22.8.2021] Dostupné z: https://vysledky.cermat.cz/statistika/Default.aspx

[2] DIVÍŠEK, Jiří. *Svět čísel a tvarů: sbírka úloh z matematiky pro 4. ročník základní školy*. Praha: Prometheus, 2003. ISBN 80-7196-269-4.

[3] DIVÍŠEK, Jiří. *Svět čísel a tvarů: sbírka úloh z matematiky pro 5. ročník základní školy*. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-7196-291-0.

[4] HEJNÝ, Milan, Pavel ŠALOM, Darina JIROTKOVÁ, et al. *Matematika*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, 2019. ISBN 978-80-905756-5-3.

[5] *KATALOG POŽADAVKŮ ZKOUŠEK SPOLEČNÉ ČÁSTI MATURITNÍ ZKOUŠKY platný od školního roku 2015/2016* [online], 34 [cit. 16.7.2021]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/files/files/katalog-pozadavku/MA_Katalog_pozadavku_MZ_1718.pdf

[6] Metodické komentáře k oboru Matematika a její aplikace. *Metodický portál RVP – Modul Články* [online], [cit. 16. 4. 2020]
Dostupné z: https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/20617/METODICKE-KOMENTARE-K-OBORU-MATEMATIKA-A-JEJI-APLIKACE.html/

[7] MOLNÁR, Josef. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. 2., rozš. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2009. ISBN 978-80-244-2254-1.

[8] O nás | CZVV. *CZVV* [online], Copyright © 2019 Všechna práva vyhrazena [cit. 11.07.2021]. Dostupné z: https://czvv.cermat.cz/menu/o-nas

[9] POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 10. vydání. Praha: Prometheus, 2015. ISBN 978-80-7196-458-2.

[10] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia – Stereometrie*. 4. vyd. Praha: Prometheus, 2009. ISBN 978-80-7196-389-9.

[11] *SPECIFIKACE POŽADAVKŮ PRO JEDNOTNOU PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKU V PŘIJÍMACÍM ŘÍZENÍ NA STŘEDNÍ ŠKOLY V OBORECH VZDĚLÁNÍ S MATURITNÍ ZKOUŠKOU* [online], 35 [cit. 16.7.2021]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/specifikace-pozadavku/JP17_Specifikace_pozadavku-MA.pdf