



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NAPĚŤOVĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA PŘÍRUBOVÉHO SPOJE

STRESS AND DEFORMATION ANALYSES OF THE FLANGE CONNECTION

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Ondřej Lehnert

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Ondřej Lehnert
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Napět'ově deformační analýza přírubového spoje

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Společnost Huisman používá přírubové spoje dvou trubek ke spojení rozebíratelných součástí přenášející osově síly v konstrukci. Tento druh spojení výrazně ovlivňuje celkovou únosnost konstrukce, přičemž jeho analytický výpočet je komplikovaný a časově náročný. Z tohoto důvodu je pro společnost Huisman výhodné, aby byl vytvořen parametrický analytický výpočet napjatosti a deformace přírubového spoje v Excelu, který bude sloužit k návrhu konstrukcí. Tento analytický výpočet je však nutné verifikovat numericky metodou konečných prvků.

Cíle diplomové práce:

1. Zpracování rešerše týkající se přírubových spojů.
2. Popis analytického napět'ově-deformačního řešení přírubového spoje.
3. Ověření analytického výpočtu numerickým řešením metodou konečných prvků.
4. Vyhodnocení vlivu pákového efektu na napětí a deformaci přírubového spoje.
5. Vytvoření parametrického rozhraní v prostředí Excel.

Seznam literatury:

Janiček, P., Ondráček, E., Vrbka, J. a Burša, J. (2004): Mechanika těles Pružnost a pevnost I. Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno.

Janiček, P., Ondráček, E. a Vrbka, J. (2002): Mechanika těles Pružnost a pevnost II. Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt:

Tato diplomová práce se zabývá analytickým řešením přírubového spoje různých geometrických konfigurací s využitím teorie tenkostěnných těles a předpokladů o rotačně symetrických úlohách. Samotný výpočet je demonstrován na jednom z mnoha případů možné geometrie příruby. Numerické řešení pomocí metody konečných prvků sloužilo k ověření výpočtového modelu a zároveň umožnilo hlubší rozbor problému pákového efektu, který má negativní vliv na namáhání šroubového spoje. Konečným výstupem je vztah pro polohu opěrného bodu, jenž tento efekt způsobuje, v závislosti na tloušťce listu příruby a jeho aplikaci do analytického řešení.

Abstract:

This master thesis deals with analytical calculation of the various flange connections using theory of thin-walled bodies and axisymmetric assumptions. The calculation is demonstrated by one specific geometry configuration. Numerical finite element method was performed to verify analytical calculation model and also this method enabled more in-depth analysis of the prying effect which has negative influence on the bolt connection tensile load. Output from this analysis is prying point location function in plate thickness dependence and application this function into analytical calculation.

Klíčová slova:

Přírubový spoj, analytický výpočet, metoda konečných prvků, pákový efekt.

Key words:

Flange connection, analytical calculation, finite element method, prying effect.

Bibliografická citace:

LEHNERT, O. *Napětově deformační analýza přírubového spoje*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 81 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou prací na téma „Napětově deformační analýza přírubového spoje“ vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Vladimíra Fuise, Ph.D, s použitím uvedených pramenů.

V Brně, dne 19. 5. 2016

Ondřej Lehnert

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval svému vedoucímu práce, panu doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, Ph.D., za odbornou podporu a připomínky během vypracovávání své diplomové práce a zároveň Michalu Horákovi ze společnosti Huisman Konstrukce ve Sviadnově za odborné konzultace, které směřovaly k požadovanému řešení. Velice rád bych rovněž poděkoval svým rodičům za finanční a své přítelkyni za emoční podporu při náročném studiu na vysoké škole.

Obsah

1	Druhy spojů strojních součástí.....	12 -
1.1	Nerozebíratelné spoje.....	12 -
1.2	Rozebíratelné spoje.....	12 -
2	Možnosti statického výpočtu přírubových spojů.....	15 -
3	Problémová situace.....	16 -
3.1	Formulace problému.....	16 -
3.2	Formulace cílů.....	16 -
4	Metoda řešení.....	17 -
5	Systém podstatných veličin.....	17 -
6	Rotační a tenkostěnná tělesa.....	18 -
6.1	Předpoklady rotačních těles.....	19 -
6.2	Předpoklady tenkostěnných těles.....	20 -
6.3	Těleso typu kruhová stěna.....	21 -
6.4	Těleso typu kruhová deska.....	22 -
6.5	Těleso typu válcová skořepina.....	24 -
7	Analytický výpočtový model.....	27 -
7.1	Model geometrie.....	27 -
7.2	Model materiálu.....	27 -
7.3	Model vazeb a zatížení.....	28 -
8	Řešení analytického výpočtového modelu.....	29 -
8.1	Rozbor.....	29 -
8.2	Výpočet integračních konstant.....	30 -
8.3	Vyhodnocení napětí a deformace.....	34 -
8.4	Kontrola sevření šroubového spojení.....	36 -
9	Kontrola řešení numerickým výpočtem.....	40 -
9.1	Metoda konečných prvků.....	40 -
9.2	Numerický výpočtový model.....	42 -
9.3	Numerické řešení.....	43 -
9.4	Vliv tloušťky listu na výpočet.....	45 -
10	Vliv pákového efektu na napětí a deformaci.....	47 -
10.1	Rozbor.....	49 -
10.2	Řešení kontaktní úlohy s rotační vazbou.....	49 -
10.3	Řešení kontaktní úlohy s předpětím.....	52 -
10.4	Řešení kontaktní úlohy s využitím plochy symetrie.....	58 -
10.5	Analytický výpočet pákového efektu.....	60 -

10.6	Vliv tloušťky listu na polohu opěrného bodu	- 63 -
11	3-dimenzionální numerický model příruby	- 65 -
12	Parametrický výpočtový program	- 69 -
13	Návrh dalších řešení	- 74 -
14	Závěr.....	- 76 -
	Seznam použitých zdrojů	- 77 -
	Seznam použitých symbolů.....	- 78 -
	Seznam příloh.....	- 80 -
	Obsah CD	- 81 -

Úvod

Veškeré strojní zařízení či konstrukce je nutné vzájemně spojovat k zajištění funkce, pro které byly navrženy. Tyto spoje bývají často kritickými místy, a je tedy velice podstatný způsob jejich konstrukčních provedení pro výslednou únosnost strojního díla. Společnost Huisman Konstrukce s.r.o., zaměřená na zařízení pro těžké zdvihy, pokládku potrubí, vrtné soupravy na pevnině i na moři, užívá rozebíratelné přírubové spoje ke spojení konstrukčních součástí, jak za účelem možné pravidelné údržby, tak za účelem snazší přepravy a následné montáže na plavidle či zařízení. Těmito přírubami však neteče žádné médium (plyn, voda, apod.), ale jsou navrženy pouze k přenosu osových sil v konstrukci. Analytický výpočet takovýchto přírub (především v případě tahového zatížení) je velice náročný, z tohoto důvodu je zapotřebí vytvořit parametrický program v prostředí Microsoft Excel užitím programovacího jazyka Visual Basic for Applications, který bude schopný, dle vstupních dat, okamžitě vyhodnotit výsledné rozložení napjatosti v navrhované přírubě na základě zpracovaného analytického řešení.

1 DRUHY SPOJŮ STROJNÍCH SOUČÁSTÍ

1.1 Nerozebíratelné spoje

Nerozebíratelné spoje jsou definovány jako spojení, které lze demontovat pouze užitím destruktivních metod. Spojovací, v některých případech i spojované součásti je pak třeba nahradit novými.

Svarové spoje

Spojovacím mechanismem svarového spoje je materiálový styk, kde účinkem vysokých teplot dojde k roztavení materiálu součástí, jenž se vzájemně promísí a po zchlazení opět ztuhne. Během teplotního procesu dochází ke vzniku tepelně ovlivněné zóny, která má výrazně negativní vliv na mechanické vlastnosti svaru. Z tohoto důvodu je často užívána technologie s přídavným materiálem a svařování v atmosféře, která snižuje velikost tepelně ovlivněné zóny. Po svařovacím procesu je navíc nutná nedestruktivní kontrola svarů pro případ přítomnosti neakceptovatelných vad.

Lepené spoje

V současné době je spojování součástí lepením, tedy materiálovým stykem, v rozvoji. Výhodou je snížení počtu součástí v zařízení a může být využito i zajištění těsnosti. Lepené spoje jsou však omezené pouze na smykové namáhání, při kterých dosahují vysoké pevnosti. S tímto omezením je zapotřebí počítat a namáhané součásti pro tento mód zatížení navrhovat. Největšího významu díky úspoře hmotnosti nabývají lepené spoje v automobilním a leteckém průmyslu.

Nýtové spoje

Nýty plní svou funkci pomocí tvarového styku, který je navíc kombinován po jejich plastizaci se stykem silovým. Nýtové spoje byly užívány pro svoji jednoduchost, dnes však jsou opodstatněně používány převážně v leteckých konstrukcích.

1.2 Rozebíratelné spoje

Rozebíratelné spoje mohou být demontovány, aniž dojde k poškození spojovacích či spojovaných součástí během demontace.

Závitový či šroubový spoj

Mechanismem závitového spoje je tvarový styk, jenž je proveden formou závitu, k přenosu sil dochází stykem drážek závitu. Nejpoužívanější součástí užívající tohoto typu spoje je šroub. Jeho utažením před aplikací provozního zatížení se vkládá tzv. předpětí, které vyvolává další typ mechanismu spojení – silové. Toto silové spojení je však závislé na aplikovaném zatížení, v případě jeho růstu může dojít k otevření spoje a celkové zatížení se potom přeneso do šroubu. Proto je nutné kontrolovat předepjaté šrouby na ztrátu sevření. Závitový typ spojení se někdy užívá i pro tzv. závitové příruby, kde dochází ke spojení listu příruby s pláštěm pomocí závitu.

Tvarové spoje

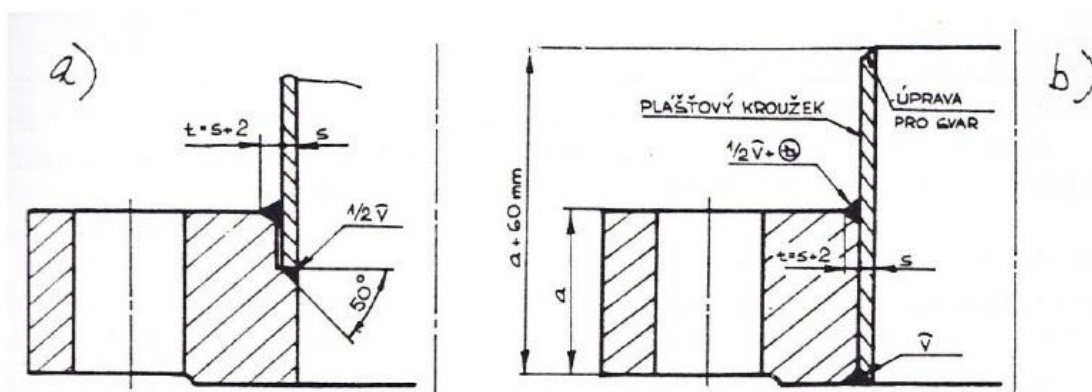
Zajištění spojení pohybu mezi součástmi a přenosu sil je splněno tvarovými spoji (např. spoj hřídele s nábojem pomocí pera, kloubové spojení pomocí čepu, zajištění kolíky apod.), které je nutné správně navrhnut, aby mohly plnit svoji funkci.

Přírubové spoje

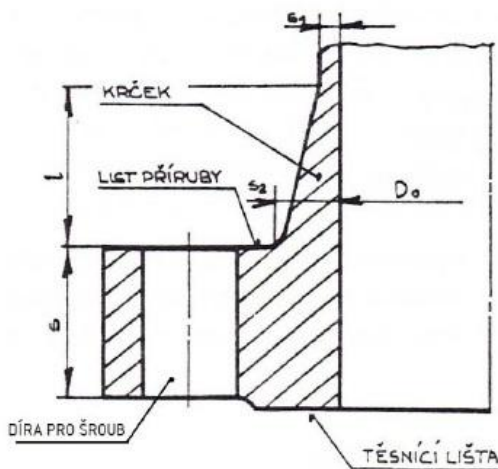
Přírubou (zesíleným okrajem součásti) je řešeno rozebíratelné spojení, jež má ve většině případů za úkol zajištění těsnosti spoje. Těsnosti je vyvoláno pomocí předepjatých šroubů, které vyvíjejí tlak na vložené těsnění (obvykle z pryžového materiálu).

Základními typy přírub jsou [1]:

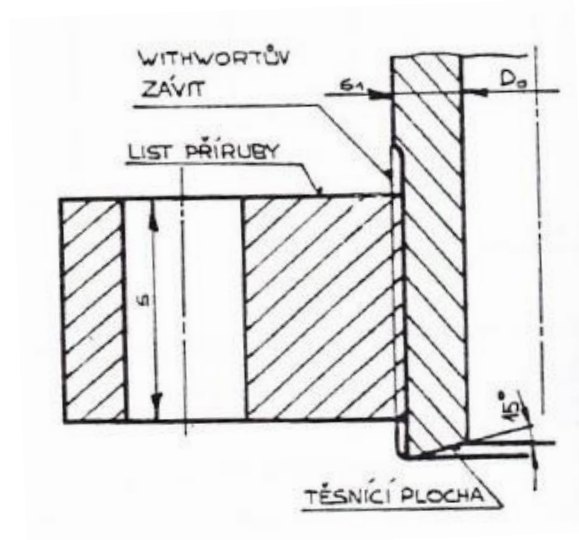
- Ploché příruby – list příruby je navařen přímo na plášť (obr. 1).
- Příruby s krčkem – list je vyztužen krčkem (obr. 2), nejběžnější typ.
- Závitové příruby – spojení listu příruby s pláštěm pomocí závitů. Těsnění se vkládá mezi čelní plochy trubek speciálním způsobem upravené (obr. 3).
- Točivé příruby – koncem trubky je tzv. obruba. List je pohyblivý a těsnění se vkládá mezi obruby (obr. 4).
- Vnitřní příruby – určen k zaslepování potrubí či uzavření tlakových nádob. Zvláštností je roztečný průměr šroubů, jenž je menší než průměr pláště.



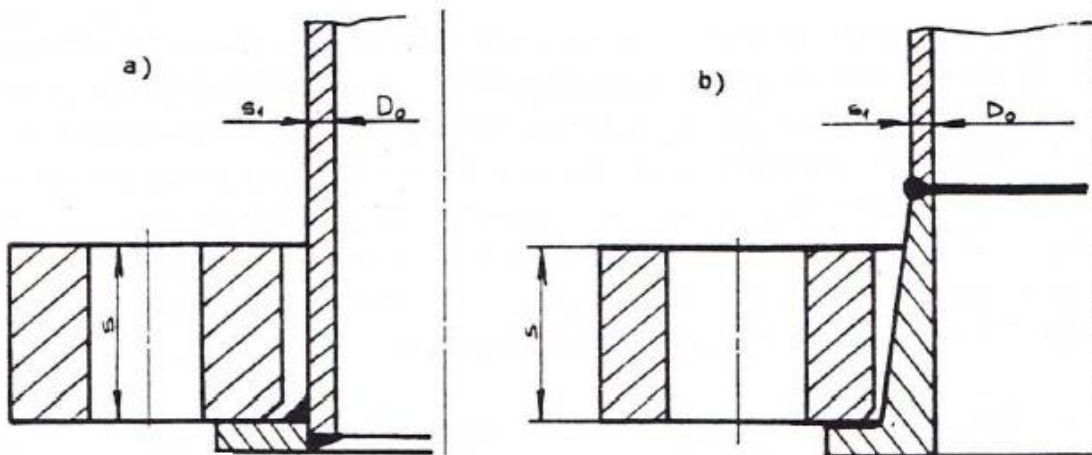
Obr. 1 Plochá příruba [1]



Obr. 2 Příruba s krčkem [1]



Obr. 3 Závitová příruba [1]



Obr. 4 Točivá příruba [1]

2 MOŽNOSTI STATICKÉHO VÝPOČTU PŘÍRUBOVÝCH SPOJŮ

Normy aplikují různé metodiky pro napjatostní výpočet tlakových přírub. Vzhledem k tomu, že v současné době neexistuje zcela správný analytický výpočet, vychází z různých předpokladů, které více či méně zjednodušují skutečný stav. Detailní rozbor přírubového spoje je nutný pouze pro kritická místa pro tzv. díla (např. jaderné elektrárny). Z tohoto důvodu je použití normovaného výpočtu pro běžné konstrukce, kde hlavními vstupními údaji jsou provozní tlak a teplota, plně dostačující [2].

Norma ČSN EN 1591

Tato norma je navržena přednostně pro ploché přivařovací příruby. Výpočet je proveden pomocí 3 iterací řešení síly od těsnění za pomoci určení tečného modulu pružnosti pro nekovové těsnění, která mají nelineární vztahy napětí deformace [2].

DIN 2505

Německá norma DIN 2505 je běžně používána v praxi vzhledem ke své přesnosti výpočtu, v němž je zahrnut i samotný tvar těsnění [2].

ČSN EN 13445-3

Převzatý postup z americké normy ASME Code užívá tzv. zkušenostního přístupu k řešení přírubového spoje. Nabízí 2 metody výpočtu [2]:

- Integrální – uvažuje únosnost pláště.
- Volná – neuvažuje vliv pláště, což vede k nulovému radiálnímu napětí listu. Pro platný výpočet však je zapotřebí splnit několik podmínek geometrie a zatížení.

3 PROBLÉMOVÁ SITUACE

Společnost Huisman navrhuje velkorozměrové konstrukční díla, která jsou provozována na pevnině i na moři. Správný návrh takovýchto zařízení je velmi kritický, při jejich selhání jsou velké finanční ztráty a v nejhorším případě dojde i na ztráty na životech. Z těchto důvodů je nutné zajistit pro návrháře možnosti rychlých výpočtů určitých součástí či konstrukčních prvků, aby mohli již v okamžiku návrhu hodnotit rozložení sil, napětí a deformace.

Jedním z mnoha těchto kritických míst je plochý přírubový spoj dvou trubek, který je navrhován k přenosu osových sil (tah, tlak). Mezikruhový průřez je pro tuto funkci nejvýhodnější díky maximální využitelnosti materiálu. Oproti plnému kruhovému profilu o stejné ploše průřezu zajišťuje vysoký kvadratický moment, který je navíc konstantní ve všech směrech, a tak má pozitivní vliv na hodnocení bezpečnosti vůči meznímu stavu vzpěrné stability v případě tlakového zatížení. Výpočet této součásti je s pomocí membránové teorie v ne-okrajových místech poměrně jednoduchý, problémem však je vyhodnocení rozložení napětí a deformace právě v místech napojení a přenosu sil, obzvláště při současném užití přírubového spojení.

Napjatost v trubce je výrazně ovlivněna vzniklým ohybovým momentem, který je vyvolán výraznou změnou tuhosti použitým listem příruby. Zároveň předepjaté šrouby jsou zatěžovány v případě tahové síly a může dojít k funkčně nepřijatelnému stavu, tj. uvolnění sevření, které může vést až k jejich přetržení a selhání celé konstrukce. Dalším negativním vlivem je pákový efekt tahově zatížené příruby, jenž je způsoben opíráním okrajových částí listu navzájem, a který dává za vznik přídavným silám do šroubového spojení. Analytický výpočet takového komplexního problému je velice časově a operačně náročný. Proto je zapotřebí vytvořit parametrický program přímo pro návrháře, který na základě vstupních dat (zatížení, tloušťka a průměr trubky a listu, počet a jmenovitý rozměr šroubů, atd.) a zpracovaného analytického řešení problému v krátkém čase vyhodnotí rozložení napětí ve spoji a zkontroluje zachování předpětí ve šroubech.

3.1 Formulace problému

Provést analytický popis přírubového spoje s listem kruhového a mezikruhového průřezu pro tahové a tlakové zatížení. Vyhodnotit vliv pákového efektu na napjatost a deformaci příruby.

3.2 Formulace cílů

- Zpracování analytického řešení přírubového spoje s využitím rotační symetrie.
- Ověření analytického řešení pomocí metody konečných prvků.
- Analytické řešení přírubového spoje zahrnující vliv pákového efektu na napjatost a deformaci příruby a výpočet přídavného zatížení do šroubů.
- Tvorba parametrického rozhraní v programu Excel využitím Visual Basic for Applications.

4 METODA ŘEŠENÍ

Tématem diplomové práce je napětově deformační analýza přírubového spoje. S využitím rotačně symetrického charakteru úlohy a aplikací teorie tenkostěnných konstrukcí lze dosáhnout analytického popisu odezvy napětí a deformace na tahové či tlakové zatížení, jedná se tedy o přímou úlohu. Numerická metoda konečných prvků při použití skořepinových Shell, popř. Plane elementů je vhodná na ověření komplikovaného řešení.

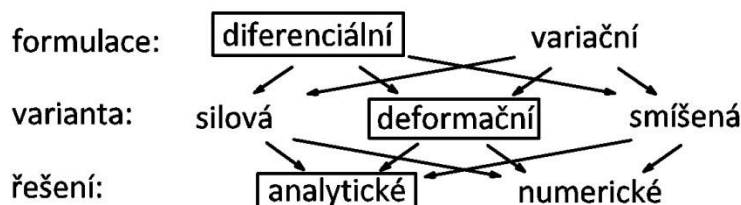
5 SYSTÉM PODSTATNÝCH VELIČIN

Při řešení jakéhokoliv problému v běžném životě se člověk musí rozhodnout, jaké veličiny brát do úvahy, a které je možné zanedbat. S využitím systémového přístupu lze na modelovém objektu Ω vytvořit systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$, které jsou rozčleněny na 9 podmnožin S0-S8 [3]:

- **S0 Prvky okolí entity**
Pro úlohu řešení přírubového spojení se nabízí zahrnutí vlivu teploty a okolního tlaku, který by byl podstatný v případě podvodního užití.
- **S1 Veličiny popisující strukturu a topologii objektu**
Celková struktura je dána výkresovou dokumentací či návrhem, který udává všechny potřebné údaje.
- **S2 Vazby objektu s okolím a na nich probíhající interakce**
Přírubový spoj je pevně svařen s trubicí, která je dále pevně či rozebíratelně spojena k dalšímu konstrukčnímu prvku.
- **S3 Aktivace objektu z okolí**
Aktivací je aplikace liniové síly po obvodu trubky, jež vyvolává tahové či tlakové namáhání.
- **S4 Ovlivnění objektu z okolí**
Teplota, tlak, ani zbytková napjatost tepelně ovlivněné zóny po svařování není do analýzy zahrnuta.
- **S5 Veličiny popisující vlastnosti jednotlivých prvků objektu**
Podstatné vlastnosti objektu jsou Youngův modul pružnosti a Poissonův poměr, které umožňují řešení konstitutivních vztahů.
- **S6 Veličiny popisující procesy probíhající na objektu**
Přenos a rozložení liniových posouvajících sil a momentů v jednotlivých místech příruby i trubky jsou podstatnými procesy probíhajícími na objektu.
- **S7 Veličiny popisující chování objektu**
Při řešení je vypočtena napjatost a deformace v jednotlivých místech příruby i trubky, které jsou důležitými veličinami pro jejich hodnocení.
- **S8 Veličiny popisující důsledky chování objektu**
Důsledkem špatného návrhu či přetížení může dojít k překročení příslušných mezních stavů.

6 ROTAČNÍ A TENKOSTĚNNÁ TĚLESA

Napětově deformační stav přírubového spoje lze popsat analyticky s využitím znalostí teorie o rotačních a tenkostěnných tělesech. Tyto teorie vychází z určitých předpokladů, které musí být respektovány a brány v úvahu při závěrečném hodnocení. Samotné řešení přímé úlohy pružnosti diferencálním přístupem je pak závislé na sestavení rovnic obecné pružnosti skládající se z 3 kategorií a vyjádření nezávislých posuvů [4].



Obr. 5 Schéma řešení úloh pružnosti diferencálním přístupem [4]

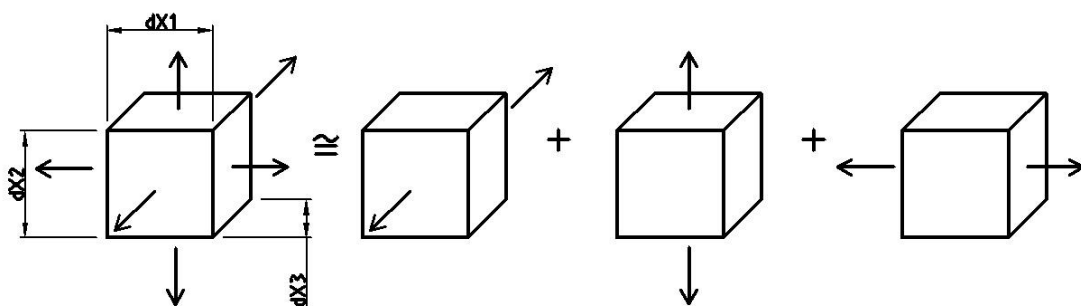
- **Rovnice rovnováhy** – popisují silové účinky na uvolněném elementu ve statické rovnováze.
- **Geometrické vztahy** – popisují vzájemné vztahy mezi posuvy a deformací. U těles s rotační symetrií se jedná o tyto rovnice:

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \tag{1}$$

$$\epsilon_t = \frac{u}{r} \tag{2}$$

$$\epsilon_z = \frac{dw}{dz} \tag{3}$$

- **Konstitutivní vztahy** – vyjadřují závislosti mezi napětími a deformacemi. Pro vyhodnocení jejich popis je nutné užití Hookova zákona v 3-rozměrném prostoru (obr. 6). Za předpokladu malých deformací, tj. maximální zkosení γ do 5° a maximální deformace do 1% a zároveň za předpokladu izotropního lineárně elastického materiálu platí princip superpozice a celková deformace elementární buňky v jednom směru je ovlivněna deformací v ostatních směrech dle Poissonova poměru μ (obr. 6, rov. (4)) [5].



Obr. 6 Odvození 3-rozměrného Hookova zákona pro izotropní elastický materiál

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} \\
 \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} \\
 \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Tyto konstitutivní vztahy je nutné vyjádřit i opačně jako $\pi_\sigma = f(\pi_\varepsilon)$. K řešení lze dospět vyjádřením napětí z poměrné změny objemu e :

$$\begin{aligned}
 e = \frac{\Delta V}{V} &\cong \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\
 \sigma_1 &= \frac{E\varepsilon_1}{2(1 + \mu)} + \frac{\mu E e}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)} = 2G\varepsilon_1 + \lambda e \\
 \sigma_2 &= 2G\varepsilon_2 + \lambda e \\
 \sigma_3 &= 2G\varepsilon_3 + \lambda e,
 \end{aligned} \tag{5}$$

kde G je modul pružnosti ve smyku a λ je označována jako Lamého konstanta. Pro elementární rotační tělesa vede řešení výše uvedených rovnic obecné pružnosti deformační variantou k nezávislé funkci u pružnosti na diferenciální rovnici typu:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \tag{6}$$

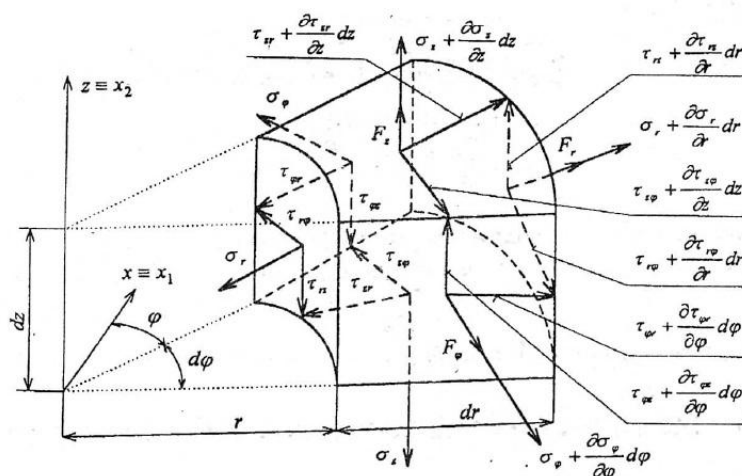
Jedná se o obyčejnou lineární homogenní dif. rovnici II. řádu Eulerova typu. Její obecné řešení je ve tvaru:

$$u = \sum_{j=1}^n C_j r^{\lambda_j} \Rightarrow u = C_1 r + \frac{C_2}{r}, \tag{7}$$

kde C_j jsou integrační konstanty a λ_j jsou kořeny charakteristické rovnice.

6.1 Předpoklady rotačních těles

- **Charakteristika úlohy pružnosti**
Vstupy (geometrie, zatížení, apod.) i výstupy (napjatost, deformace) jsou rotačně souměrné kolem osy tělesa.
- **Geometrický tvar tělesa v nezatíženém stavu**
Těleso je ohraničené jednou nebo dvěma rotačně souměrnými plochami π_1, π_2 se společnou osou rotace Z .
- **Typický elementární prvek**
Trojnásobně elementární prvek je uvolněný souřadnicovými řezy – válcovým, meridiánovým a radiálním.
- **Deformace prvku**
Body ležící v meridiánové rovině zůstávají v této rovině i při deformaci.
- **Nezávislý posuv**
Při obecném rotačně souměrném zatížení tělesa jsou nezávislými posuvy v radiálním směru – $u(r, z)$ a osovém směru – $w(r, z)$.
- **Charakteristické zatížení a vazby**
Zatížení i vazby musí mít rotačně symetrický charakter (obr. 7) [4].



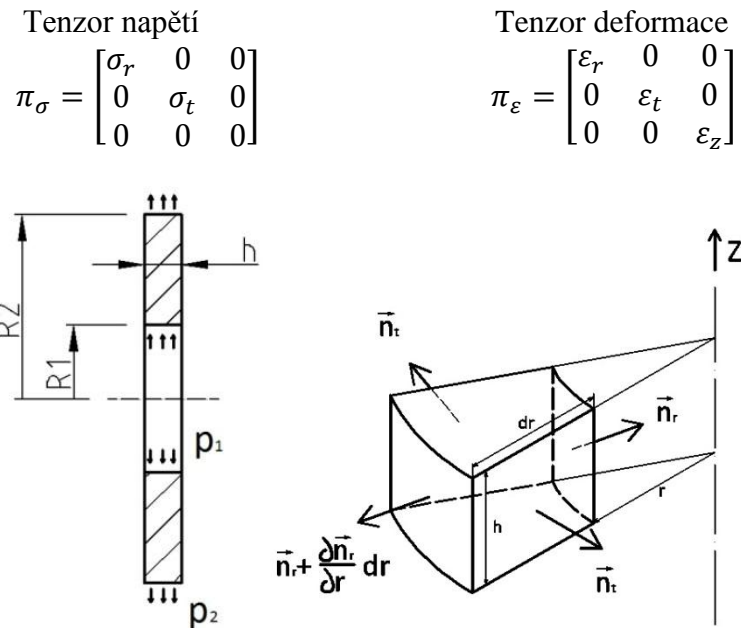
Obr. 7 Uvolněný element ve válcovém souřadném systému [5]

6.2 Předpoklady tenkostěnných těles

- Geometrické předpoklady**
 Tenkostěnné těleso je určeno střednicovou plochou Γ a v každém jejím bodě tloušťkou h na normále n plochy Γ . Střednicová plocha je spojitá a hladká. Vzájemné poměry poloměrů a tlouštěk R/t jsou vyšší než 10.
- Předpoklady vazeb a zatížení**
 Vazby omezují jen posuvy a úhly natočení střednicové plochy. Vnější síly působí pouze v bodech střednicové plochy.
- Deformační předpoklady**
 Střednicová plocha zůstává hladká a spojitá po deformaci. Řezy kolmé na tuto plochu zůstávají rovinné a kolmé i po deformaci („Kirchhoffův předpoklad řešení desek“). Průhyby jsou nižší než hodnota tloušťky.
- Napjatostní předpoklady**
 Normální napětí σ_n (kolmá na střednicovou plochu) se nepovažují za podstatné [4].

6.3 Těleso typu kruhová stěna

Je speciálním typem **rotujícího kotouče**, u kterého nedochází k jeho zatížení v každém hmotném elementu odstředivými silami důsledkem rotace, ale pouze vnějšími silami působícím ve střednicové rovině (obr. 8). Kruhovou či mezikruhovou stěnu lze rozdělit na soustředné proužky, jejichž přetvoření brání změna jejich délky obvodu a zároveň ostatní sousední proužky. Deformace střednicové plochy zůstává rovinná. Působícími napětími jsou tedy radiální σ_r a tečné σ_t , u nichž se předpokládá rovnoměrné rozložení po tloušťce. Třetí hlavní napětí - osové se považuje za nulové, element je tedy v rovinném stavu napjatosti [4].



Obr. 8 Charakteristické zatížení stěny a uvolněný element stěny [4]

Nezávislý posuv dle rovnice (7) je:

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r}$$

Užitím rovnice (5) Hookova zákona a dosazením do řešení diferenciální rovnice (7) nabývá funkce napětí tvaru:

$$\sigma_r(r) = C_1 \frac{E}{1 - \mu} - C_2 \frac{E}{r^2(1 + \mu)} \quad (8)$$

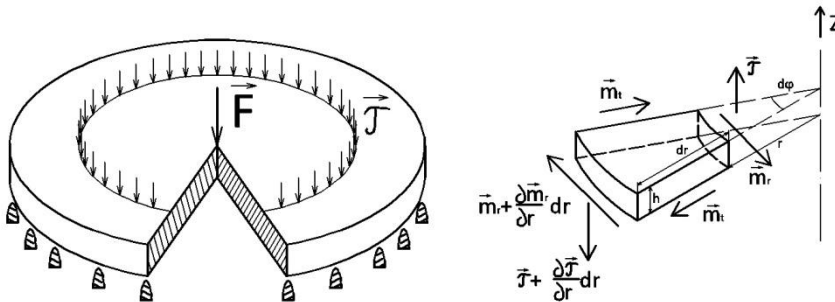
$$\sigma_t(r) = C_1 \frac{E}{1 - \mu} + C_2 \frac{E}{r^2(1 + \mu)} \quad (9)$$

V případě plných rotačních těles (bez mezikruží) je konstanta $C_2 = 0$. Není možné tedy, aby došlo k hodnotám napětí a posuvu blízcích se nekonečnu pro případ hodnocení stavu na poloměru $r = 0$.

6.4 Těleso typu kruhová deska

Deska je tenkostěnným tělesem, jejíž střednicová plocha je ve výchozím stavu rovinná a v deformovaném stavu prohnutá. Normálové řezy prvku se při deformaci natačejí a významným nezávislým posuvem je průhyb w ve směru kolmém na střednicovou rovinu. Napětí a deformaci způsobené ohybovým namáháním lze vyhodnotit pouze v bodech mimo střednicovou plochu. Analytický výpočet je možný jen u desek střední tloušťky (tzv. Kirchhoffovy desky), u kterých je možné zanedbat vliv smykového namáhání (obr. 9) [4].

<p style="text-align: center;">Tensor napětí</p> $\pi_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	<p style="text-align: center;">Tensor deformace</p> $\pi_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$
---	---



Obr. 9 Charakteristické zatížení a uvolněný element desky [4]

Řešení kruhové desky vyplývá z rovnic obecné pružnosti. Prvním krokem je sestavení rovnic rovnováhy z uvolněného elementu (obr. 9), které vedou na tvar:

$$m_r - m_t + r \frac{dm_r}{dr} = r\mathcal{T} \tag{10}$$

Liniové ohybové momenty m_r a m_t způsobují lineární změnu radiálního a tečného napětí po průřezu, lze je tedy určit vztahy:

$$m_r = \int_{-h/2}^{h/2} z\sigma_r dz \tag{11}$$

$$m_t = \int_{-h/2}^{h/2} z\sigma_t dz \tag{12}$$

Upravené rovnice Hookova zákona (5) pro rovinný stav napjatosti jsou:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_r + \mu\varepsilon_t) \tag{13}$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_t + \mu\varepsilon_r) \tag{14}$$

Výraz $\frac{E}{1-\mu^2}$ je označován jako zpevněný modul pružnosti E^* , který vysvětluje vliv zamezení deformace důsledkem rotační symetrie. Geometrické vztahy (1,2) jsou funkcí radiálního posuvu u , jenž je závislý na natočení ϑ :

$$u = -z \cdot \sin(\vartheta) \cong -z\vartheta = -z \frac{dw}{dr} \quad (15)$$

$$\varepsilon_r = -z \frac{d\vartheta}{dr} \quad (16)$$

$$\varepsilon_t = -z \frac{\vartheta}{r} \quad (17)$$

Dosazením rovnic (16,17) do (13,14) a následně jejich integrací po vyjádření v liniových ohybových momentech (11,12) dostaneme vztah mezi liniovými ohybovými momenty a natočením desky:

$$m_r = -B \left(\frac{d\vartheta}{dr} + \mu \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (18)$$

$$m_t = -B \left(\mu \frac{d\vartheta}{dr} + \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (19)$$

$$B = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \quad (20)$$

Výraz B je označován jako ohybová tuhost desky. Po vyjádření rovnic (18,19) v rovnici rovnováhy elementu (10) přechází konečná diferenciální rovnice do tvaru:

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{\vartheta}{r^2} = -\frac{\mathcal{T}(r)}{B} \quad (21)$$

Jedná se o nehomogenní diferenciální rovnici II. řádu (Eulerova). Její řešení je obohaceno o partikulární člen ϑ_p :

$$\vartheta(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \vartheta_p \quad (22)$$

$$\vartheta_p = -\frac{1}{rB} \int \left[r \int \mathcal{T}(r) dr \right] dr \quad (23)$$

Průhyb desky w je potom integrací natočení ϑ přes poloměr r :

$$w(r) = \int \vartheta(r) dr + C_3 \quad (24)$$

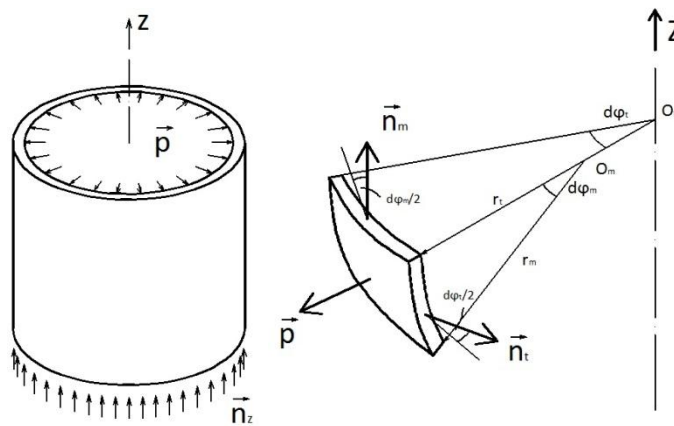
6.5 Těleso typu válcová skořepina

Válcová skořepina je tenkostěnné těleso, jehož střednicová plocha je rotačním válcem. Zatížení, vazby i tloušťka jsou rotačně souměrné. Skořepiny se dělí dle charakteru napjatosti na **momentové** a **bezmomentové**.

Bezmomentová skořepina

V bezmomentové skořepině vzniká membránová napjatost - dvouosá napjatost po tloušťce konstantní (obr. 10). Délková přetvoření tělesa jsou v radiálním, meridiánovém i tečném směru, avšak úhlová přetvoření jsou nulová. Nevznikají ani žádná natočení, a tedy ani ohybové momenty. Nezávislým posuvem je radiální u a osový w [4].

Tenzor napětí $\pi_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	Tenzor deformace $\pi_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_m & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_n \end{bmatrix}$
---	---



Obr. 10 Příklad bezmomentové skořepiny a uvolněný element obecné bezmomentové skořepiny [4]

K řešení válcové bezmomentové skořepiny dospějeme z rovnic rovnováhy elementu dle obr. 10. Jedná se o soustavu sil procházející jedním bodem, není tedy nutné uvažovat momentovou rovnováhu:

$$2n_t r_m d\varphi_m \cdot \sin\left(\frac{d\varphi_t}{2}\right) + 2n_m r_t d\varphi_t \cdot \sin\left(\frac{d\varphi_m}{2}\right) = p r_m d\varphi_m r_t d\varphi_t \quad (25)$$

Po úvaze, že $\sin\left(\frac{d\varphi}{2}\right) \cong \frac{d\varphi}{2}$ dostaneme výrazy označované jako Laplaceovy rovnice, které popisují vztahy mezi silami v závislosti na poloměrech meridiánového a tečného řezu [4]:

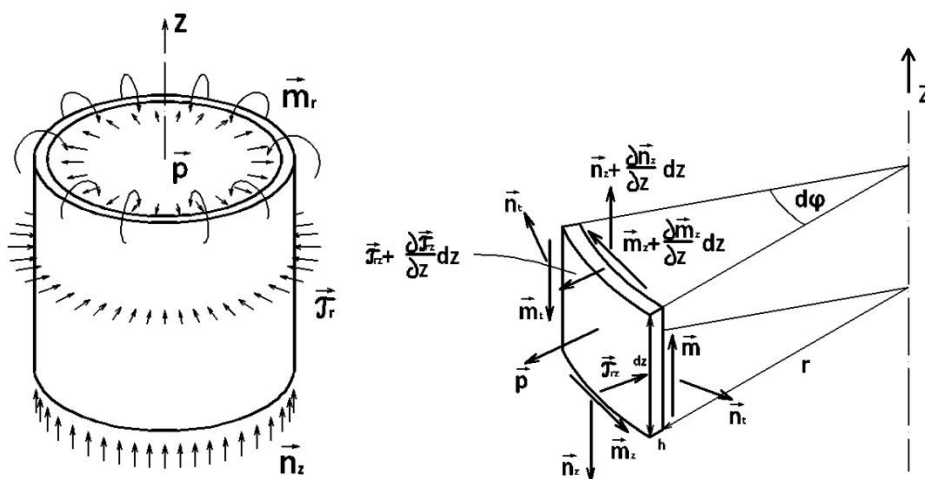
$$\frac{n_m}{r_m} + \frac{n_t}{r_t} = p, \quad \frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_t}{r_t} = \frac{p}{h} \quad (26)$$

Momentová skořepina

Momentová skořepina je zatížena jak membránovými liniovými silami, tak liniovými ohybovými momenty (obr. 11), které způsobují po deformaci obecnou rotačně symetrickou střednicovou plochu. Nezávislými posuvy jsou radiální u a osový w . Zvláštností je, že po určité délce se mění momentová skořepina v bezmomentovou, ohybové momenty se vzdáleností od jejich působení klesají, až se považují za nepodstatné. V kterých místech přesně k tomu dochází nelze konkrétně stanovit, záleží na míře konzervativnosti. Nejčastěji se uvádí vzdálenostní mez l_0 jako [4]:

$$l_0 = 1,5\sqrt{rh} \tag{27}$$

<p>Tenzor napětí</p> $\pi_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	<p>Tenzor deformace</p> $\pi_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t \end{bmatrix}$
---	---



Obr. 11 Charakteristické zatížení a uvolněný element válcové momentové skořepiny [4]

Řešení momentové rotační válcové skořepiny je opět založené na sestavení rovnic rovnováhy a vyjádření geometrických a konstitutivních vztahů. Z uvolněného elementu ve statické rovnováze dostaneme rovnice (nyní již s uvážením momentové rovnováhy) [4]:

$$\frac{dn_z}{dz} + p_z = 0 \tag{28}$$

$$\frac{dJ_{rz}}{dz} - \frac{n_t}{r} + p_r = 0 \tag{29}$$

$$-\frac{dm_z}{dz} + J_{rz} = 0 \tag{30}$$

Geometrické vztahy (1,2) lze aplikovat pro těleso typu válcová skořepina. Do vztahu (3) je však nutné zahrnout i ohybovou vložku. Dostaneme tedy:

$$\varepsilon_z = \frac{dw}{dz} - x \frac{d^2u}{dz^2} \tag{31}$$

V momentové skořepině se vyskytuje rovinný stav napjatosti, konstitutivní vztahy jsou ve tvaru:

$$\sigma_z = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_z + \mu\varepsilon_t) \quad (32)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_t + \mu\varepsilon_z) \quad (33)$$

Liniové ohybové momenty je možné vyjádřit podobně jako v případě rotační desky (11,12). Liniové normálové síly n_z a n_t a liniové posouvající síly τ_{rz} jsou analogicky ve tvaru:

$$n_z = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z dx \quad (34)$$

$$n_t = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_t dx \quad (35)$$

$$\tau_{rz} = \int_{-h/2}^{h/2} \mathcal{T}_{rz} dx \quad (36)$$

Postupným vyjadřováním a dosazováním do výše uvedených rovnic dostáváme závislost liniových ohybových momentů na nezávislém posuvu v radiálním směru:

$$m_z = -B \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (37)$$

$$m_t = -B\mu \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (38)$$

Ke konečnému řešení (42) dospějeme využitím rovnice rovnováhy (29), které vede na lineární nehomogenní diferenciální rovnici IV. řádu ve tvaru:

$$\frac{d^4 u}{dz^4} + 4\beta^4 u = 0 \quad (39)$$

$$\tilde{u} = e^{-\beta z} (C_1 \sin \beta z + C_2 \cos \beta z) + e^{\beta z} (C_3 \sin \beta z + C_4 \cos \beta z) \quad (40)$$

$$u_p = \frac{r^2}{Eh} \left[p_r - \frac{\mu}{r} \left(C_0 - \int p_z(z) dz \right) \right] \quad (41)$$

$$u(z) = \tilde{u}(z) + u_p(z), \quad (42)$$

kde β je označována jako skořepinová konstanta:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1 - \mu^2)}{r^2 h^2}} \quad (43)$$

Osový posuv w lze vyjádřit využitím rovnice (31) a natočení ϑ je derivací radiálního posuvu u podle osy Z :

$$w(z) = \frac{1 - \mu^2}{E} \int \frac{\eta_z}{h} dz - \frac{\mu}{r} \int u dz \quad (44)$$

$$\vartheta(z) = \beta e^{-\beta z} C_1 [\cos(\beta z) - \sin(\beta z)] - \beta e^{-\beta z} C_2 [\cos(\beta z) + \sin(\beta z)] \quad (45)$$

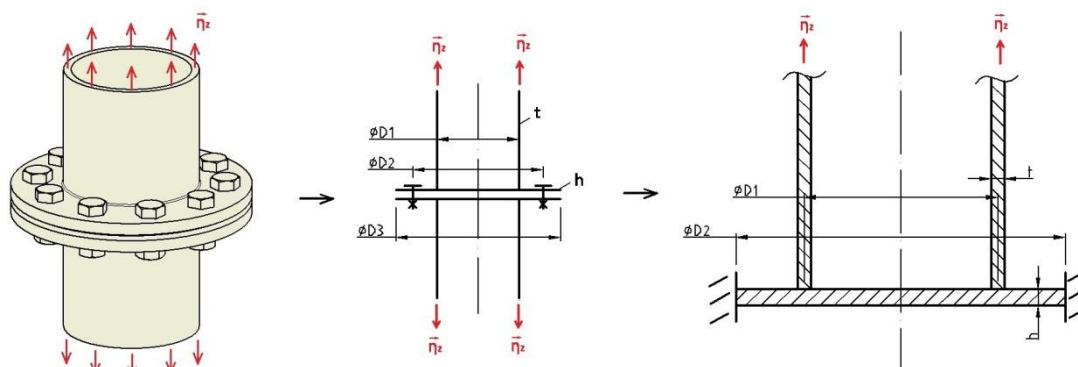
7 ANALYTICKÝ VÝPOČTOVÝ MODEL

Analytické „ruční“ výpočty jsou ve velké míře omezené na lineární řešení napěťově deformačních úloh, které vystihují stav napjatosti a deformace v počítaných tělesech pouze do určité úrovně závislé na nahrazení skutečnosti výpočtovým modelem. Řešení je pak možné pouze po zavedení určitých předpokladů o geometrii, materiálu a o vazbách.

7.1 Model geometrie

Přírubový spoj dvou trubek lze považovat za úlohu s rotační symetrií, která je složena z kruhové či mezikruhové desky (listu) ideálně spojené (relativní posuv a natočení je nulový) v místě svaru s rotační momentovou skořepinou (trubkou). Šroubové spojení je nahrazeno na základě předpokladu předepjatého spoje vazbou vetknutí omezující natočení a osový posuv (obr. 12). Kompletní geometrie je popsána vstupními údaji:

- tloušťka trubky t ,
- tloušťka listu h ,
- průměr střednicové plochy trubky $\phi D1$,
- průměr listu $\phi D3$,
- roztečný průměr šroubového spojení $\phi D2$,
- (vnitřní průměr mezikruhového listu $\phi D0$).



Obr. 12 Geometrie přírubového spoje

7.2 Model materiálu

Předpokladem je lineární odezva příruby. Model materiálu je uvažován jako homogenní izotropní lineárně pružný s materiálovými charakteristikami odpovídající oceli.

- Modul pružnosti $E = 210\,000$ MPa.
- Poissonův poměr $\mu = 0,3$.

Mez kluzu je použita pouze k výpočtu výsledné bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti.

7.3 Model vazeb a zatížení

Předpokladem analytického řešení s využitím rotační symetrie jsou ideální okrajové podmínky, které v případě deformačních vazeb mají nekonečně velkou tuhost (i torzní) a v případě silových podmínek se předpokládá konstantní rozložení kolem osy Z působící na střednicovou plochu. Přechodná místa, tj. svar mezi trubicí a listem, respektují podmínky kontinuity, a tedy posuvy a natočení pro jednotlivá tělesa jsou v tomto místě stejné. Dochází však k rozložení sil a momentů, které jsou závislé na tuhostních poměrech v přírubě.

Šroubové spojení je nahrazeno vazbou podobnou vetknutí. Natočení a posuvy v ose Z jsou nulové, avšak radiální posunutí stěny je stále umožněno. Liniové membránové zatížení je aplikováno na bezmomentovou skořepinu ve vzdálenosti odpovídající vnějšímu poloměru listu, kde se již bezpečně nenachází ohybové momenty způsobené omezením deformace v místě svaru.

8 ŘEŠENÍ ANALYTICKÉHO VÝPOČTOVÉHO MODELU

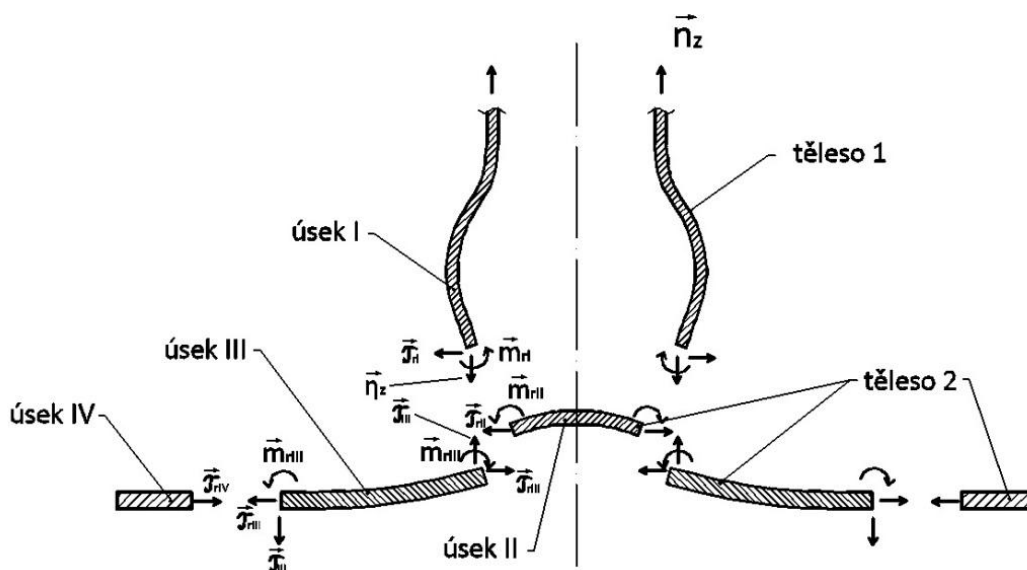
Vzhledem k parametrickému řešení daného problému není možné v této práci vystihnout všechny možné geometrické tvary příruby. Z tohoto důvodu bude níže uvedený výpočetní postup aplikován na příkladě příruby skládající se z listu kruhového průřezu (modelován stěnodeskou) a přivařené trubky (modelované momentovou válcovou skořepinou) o těchto vstupních parametrech:

- tloušťka trubky $t = 5 \text{ mm}$,
- tloušťka listu $h = 5 \text{ mm}$,
- průměr střednicové plochy trubky $\phi D1 = 200 \text{ mm}$,
- průměr listu $\phi D3 = 300 \text{ mm}$,
- roztečný průměr šroubového spojení $\phi D2 = 250 \text{ mm}$,
- šroubové spojení **16xM16 třídy 8.8 s předpětím 70%**,
- celkové tahové zatížení $F = 50 \text{ kN}$,
- materiál **StE52-3N** s mezí kluzu $\sigma_k = 350 \text{ MPa}$.

Rozměry jsou voleny tak, aby vyhovovaly podmínkám tenkostěnnosti, tj. vzájemné poměry poloměrů a tloušťek byli vyšší než 10. Jiné geometrické tvary či ostatní parametry jsou řešeny analogicky a jsou zahrnuty ve výpočtovém parametrickém rozhraní v programu Excel.

8.1 Rozbor

Řešená soustava se skládá ze dvou rotačně symetrických těles (obr. 13). Těleso č. 1 je válcovou skořepinou. Těleso č. 2 je při zatížení liniovou posouvající silou \mathcal{T} a liniovým ohybovým momentem m_r kruhovou deskou a při zatížení liniovou radiální silou \mathcal{T}_r je kruhovou stěnou. Spojením těchto modelů vzniká tzv. stěnodeska, kterou je dále nutné rozdělit na 3 úseky vzhledem k tomu, že každý z nich má odlišné okrajové podmínky (obr. 14).

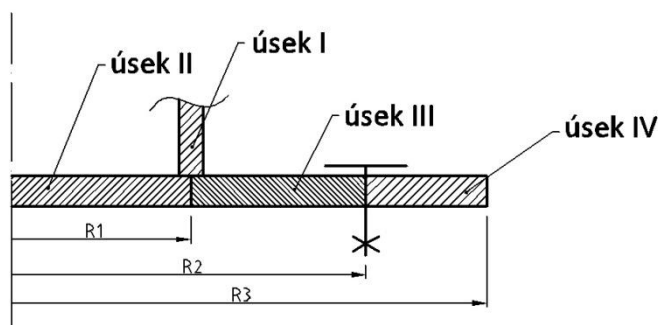


Obr. 13 Uvolnění těles příruby

Samotné řešení vyplývá z vyhodnocení integračních konstant vycházející z diferenciálních rovnic jednotlivých rotačních těles, jsou to $NP=\{C_1^I, C_2^I, C_3^I\}$ pro momentovou skořepinu (těleso č. 1), $NP=\{C_1^{II}, C_3^{II}, C_4^{II}\}$ pro kruhovou stěnodesku, $NP=\{C_1^{III}, C_2^{III}, C_3^{III}, C_4^{III}, C_5^{III}\}$ pro mezikruhovou stěnodesku a $NP=\{C_1^{IV}, C_2^{IV}\}$ pro mezikruhovou stěnu. V posledním úseku dochází pouze k přenosu sil, není tedy nutné určovat konstanty $\{C_1^{IV}, C_2^{IV}\}$, hodnocení radiálního napětí a deformace je totožné se stěnovými funkcemi pro druhý úsek mezikruhové stěnodesky. Výsledný vektor neznámých parametrů tedy je:

$$NP = \{C_1^I, C_2^I, C_3^I, C_1^{II}, C_3^{II}, C_4^{II}, C_1^{III}, C_2^{III}, C_3^{III}, C_4^{III}, C_5^{III}\}$$

K řešení 11 neznámých je zapotřebí 11 rovnic. Tyto rovnice dostaneme z okrajových podmínek v místech napojení jednotlivých úseků, které respektují kontinuitu celé soustavy:



Obr. 14 Poloměry částí příruby

pro parametr $r = R1$:

$$\begin{aligned} u^I &= u^{II} \\ u^{II} &= u^{III} \\ g^I &= g^{II} \\ g^I &= g^{III} \\ w^I &= w^{II} \\ w^I &= w^{III}, \end{aligned}$$

a ze silových a geometrických okrajových podmínek:

pro parametr $r = R1$:

$$m_r^I = m_r^{III} - m_r^{II}$$

pro parametr $r = R2$:

$$\frac{T_r^I}{h} = \sigma_r^{II} - \sigma_r^{III}$$

$$g^{III} = 0$$

$$w^{III} = 0$$

pro parametr $r = R3$:

$$\sigma_r^{III} = 0$$

8.2 Výpočet integračních konstant

K vyhodnocení neznámých je možno přistoupit vícero způsoby. Je nutné uvážit, který z nich v závislosti na požadovaném výsledku či požadované přesnosti výpočtu zvolit.

Analytické vyjádření neznámých vyplývá z úprav soustavy n lineárních rovnic až do té míry, kdy neznámé x_1 až x_n jsou vyjádřena pouze v závislosti na vstupních datech, nikoliv sama na sobě. Výsledkem je vysoká přesnost závislá pouze na zaokrouhlovací chybě, avšak s tím je spojena operační náročnost a tedy vysoká pravděpodobnost dopuštění se chyby. Pro větší soustavy rovnic je řešení navíc téměř nemožné.

Gaussova eliminační metoda je přímá metoda řešení lineárních rovnic, která převádí řešenou soustavu na soustavu ekvivalentní $\underline{U} \cdot \underline{x} = \underline{c}$, kde \underline{U} je tzv. horní trojúhelníková matice (prvky pod hlavní diagonálou jsou nulové). Výsledným řešením jsou rovnice vyjadřující závislosti neznámých na sobě, přičemž z poslední rovnice dostaneme neznámou x_n , z předposlední x_{n-1} , atd. až nakonec z první x_1 . Je tedy patrné, že numerická chyba roste s každou další určenou neznámou.

Iterační metody jsou založené na volbě počátečního vektoru \underline{x}_0 a generaci posloupnosti $\underline{x}_0 \rightarrow \underline{x}_1 \rightarrow \underline{x}_2$ apod., která konverguje k hledanému řešení. Jejich použití je vhodné pro rozsáhlé soustavy rovnic. Výhodou těchto metod je volba požadované přesnosti výsledku, problémem však je zajištění konvergence řešení [6].

Jako ideální metoda pro řešení daného problému se jeví využití **inverzní matice**. Soustava rovnic zapsaná v maticovém tvaru:

$$\underline{A} \cdot \underline{x} = \underline{B} \quad (46)$$

, kde \underline{A} je matice koeficientů vektoru neznámých \underline{x} a \underline{B} je označován jako vektor pravých stran, se řeší využitím inverze:

$$\begin{aligned} \underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} \cdot \underline{x} &= \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B} \\ \underline{x} &= \underline{A}^{-1} \cdot \underline{B} \end{aligned} \quad (47)$$

Současné počítačové technologie umožňují okamžité řešení i rozsáhlejších úloh tohoto typu, podmínkou je pouze, aby matice \underline{A} nebyla singulární a vektory měly stejný rozměr.

Nyní je tedy podstatný správný zápis matice a vektorů. Tento zápis vychází z vyjádřených okrajových podmínek pro jednotlivé úseky řešených těles (seřazeno dle jejich vyjádření v kapitole 8.1):

$$\mathbf{u}: -C_2^I - R1\mu \frac{n_z}{Et} = C_4^{III}R1 + \frac{C_5^{III}}{R1} \quad (48)$$

$$\mathbf{u}: C_4^I R1 = C_4^{III}R1 + \frac{C_5^{III}}{R1} \quad (49)$$

$$\boldsymbol{\vartheta}: \beta C_1^I - \beta C_2^I = C_1^{II}R1 \quad (50)$$

$$\boldsymbol{\vartheta}: \beta C_1^I - \beta C_2^I = C_1^{III}R1 + \frac{C_2^{III}}{R1} + R1^2 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1) - 0,5}{2B_2} \quad (51)$$

$$\mathbf{w}: \frac{\mu C_1^I + \mu C_2^I}{2\beta R1} + C_3^I = C_1^{II} \frac{R1^2}{2} + C_3^{II} \quad (52)$$

$$\mathbf{w}: \frac{\mu C_1^I + \mu C_2^I}{2\beta R1} + C_3^I = C_1^{III} \frac{R1^2}{2} + C_2^{III} \ln(R1) + C_3^{III} + R1^3 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1) - 1}{4B_2} \quad (53)$$

$$\mathbf{m}_r: -2B_1\beta^2 C_1^I = B_2(C_1^{II} + \mu C_1^{III}) \quad (54)$$

$$-B_2 \left[C_1^{III} - \frac{C_2^{III}}{R1^2} + R1 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1)}{2B_2} + R1 \frac{\mathcal{J}_{III}}{4B_2} + \mu C_1^{III} + \mu R1 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1) - 0,5}{2B_2} \right]$$

$$\boldsymbol{\sigma}_r: -2B_1\beta^3 \frac{C_1^I + C_2^I}{h} = E \frac{C_4^{III}}{1 - \mu} - E \frac{C_5^{III}}{(1 + \mu)R1^2} - E \frac{C_4^{II}}{1 - \mu} \quad (55)$$

$$\boldsymbol{\vartheta}: C_1^{III}R2 + \frac{C_2^{III}}{R2} + \mathcal{J}_{III}R1R2 \frac{\ln(R2) - 0,5}{2B_2} = 0 \quad (56)$$

$$\mathbf{w}: C_1^{III} \frac{R2^2}{2} + C_2^{III} \ln(R2) + \mathcal{J}_{III}R1R2^2 \frac{\ln(R2) - 1}{4B_2} = 0 \quad (57)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_r: E \frac{C_4^{III}}{1 - \mu} - E \frac{C_5^{III}}{(1 + \mu)R3^2} = 0 \quad (58)$$

Matice A tedy pro případ kruhového listu příruby nabývá tvaru:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -R1 & \frac{-1}{R1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R1 & -R1 & \frac{-1}{R1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & -R1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & -\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R1 & \frac{-1}{R1} & 0 \\ \frac{\mu}{2\beta R1} & \frac{\mu}{2\beta R1} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R1^2}{2} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{2\beta R1} & \frac{\mu}{2\beta R1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R1^2}{2} & -\ln(R1) & -1 \\ 2B_1\beta^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_2 + \mu B_2 & 0 & -B_2 - \mu B_2 & B_2 \left(\frac{1}{R1^2} - \frac{\mu}{R1^2} \right) & 0 \\ 2B_1 \frac{\beta^3}{h} & 2B_1 \frac{\beta^3}{h} & 0 & \frac{E}{1 - \mu} & \frac{-E}{1 - \mu} & \frac{E}{(1 + \mu)R1^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R2 & \frac{1}{R2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R2^2 & \ln(R2) & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{1 - \mu} & \frac{-E}{(1 + \mu)R3^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vektor pravých stran \underline{B} je:

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} R1\mu \frac{n_z}{Et} \\ 0 \\ 0 \\ R1^2 J_{III} \frac{\ln(R1) - 0,5}{2B_2} \\ 0 \\ J_{III} R1^3 \frac{\ln(R1) - 1}{4B_2} \\ R1 J_{III} \frac{\ln(R1)}{2} + R1 \frac{J_{III}}{4} + \mu R1 J_{III} \frac{\ln(R1) - 0,5}{2} \\ 0 \\ -J_{III} R1 R2 \frac{\ln(R2) - 0,5}{2B_2} \\ -J_{III} R1 R2^2 \frac{\ln(R2) - 1}{4B_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pro zadané vstupní parametry v kap. 8 (jednotky zatížení v N , jednotky rozměrové v mm) je výsledný vektor neznámých:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} C_1^I \\ C_2^I \\ C_3^I \\ C_4^{II} \\ C_4^{III} \\ C_5^{III} \\ C_1^{II} \\ C_3^{II} \\ C_1^{III} \\ C_2^{III} \\ C_3^{III} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,06 \cdot 10^{-2} \\ -2,71 \cdot 10^{-4} \\ 6,71 \cdot 10^{-2} \\ -2,00 \cdot 10^{-5} \\ -3,87 \cdot 10^{-6} \\ -1,62 \cdot 10^{-1} \\ -2,32 \cdot 10^{-5} \\ 1,82 \cdot 10^{-1} \\ -7,78 \cdot 10^{-3} \\ 9,62 \\ -3,52 \cdot 10^1 \end{bmatrix}$$

Z uvedených výsledků je patrný řádový rozdíl mezi jednotlivými konstantami, který dosahuje hodnoty až 10^7 . Stejně tak u některých členů matice \underline{A} , který je navíc po inverzi ještě výraznější. Výpočet je tedy velice závislý na vzájemných tuhostních poměrech válcové skořepiny a listu příruby a může vést k špatné podmíněnosti matice a tedy rapidního nárůstu dopuštěné chyby.

8.3 Vyhodnocení napětí a deformace

Vektor neznámých parametrů je již určen, lze tedy nyní zobrazit průběhy napětí a deformací jednotlivých těles a vyhodnotit bezpečnost vůči meznímu stavu.

Napětově deformační průběhy v trubce

Trubka je modelována jako válcová momentová skořepina, pro niž platí obecné rovnice (31-45). Pro myšlený případ příruby s kruhovým listem zatížené tahově nabývají těchto konkrétních tvarů:

$$u^I(z) = -e^{-\beta z} [C_1^I \sin(\beta z) + C_2^I \cos(\beta z)] - R1\mu \frac{n_z}{Et} \quad (59)$$

$$w^I(z) = -\frac{\mu}{2\beta R1} [(C_2^I - C_1^I)e^{-\beta z} \sin(\beta z) - (C_2^I + C_1^I)e^{-\beta z} \cos(\beta z)] + \frac{n_z(1 - \mu^2)}{Et} z + C_3^I \quad (60)$$

$$\vartheta^I(z) = \beta e^{-\beta z} C_1^I [\cos(\beta z) - \sin(\beta z)] - \beta e^{-\beta z} C_2^I [\cos(\beta z) + \sin(\beta z)] \quad (61)$$

$$m_r^I(z) = 2B_1\beta^2 e^{-\beta z} [C_1^I \cos(\beta z) - C_2^I \sin(\beta z)] \quad (62)$$

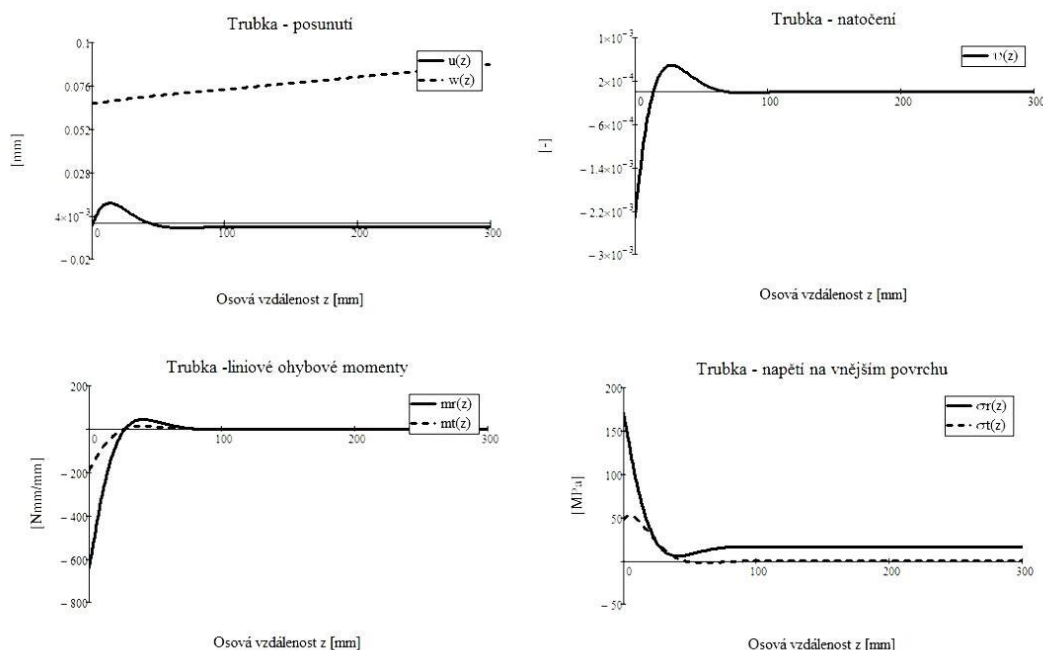
$$m_t^I(z) = \mu m_r^I(z) \quad (63)$$

$$T_r^I(z) = 2B_1\beta^3 e^{-\beta z} \{C_1^I [\cos(\beta z) - \sin(\beta z)] - C_2^I [\sin(\beta z) - \cos(\beta z)]\} \quad (64)$$

$$\sigma_r^I(z) = \pm 6 \frac{m_r^I(z)}{t^2} + \frac{n_z}{t} \quad (65)$$

$$\sigma_t^I(z) = \pm 6 \frac{m_t^I(z)}{t^2} + \frac{n_t}{t} \quad (66)$$

Z těchto rovnic, kde vystupuje osová vzdálenost z jako parametr, vyplývají napětově deformační průběhy zobrazené pomocí programu MathCAD, který je velmi uživatelsky přístupný pro zápis složitých rovnic a jejich následné zobrazení (obr. 15).



Obr. 15 Napětově deformační průběhy trubky

K vyhodnocení bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti pro obecnou napjatost se užívá podmínka plasticity HMM. Tato podmínka umožňuje srovnávat 3-osou napjatost s tahovým diagramem z tahové zkoušky, při které je napjatost jednoosá. Jedná se tedy o přepočítání na fiktivní jednoosé tahové napětí, které má stejnou bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti jako řešené obecné napětí [4]:

$$\sigma_{HMM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}, \quad (67)$$

kde σ_1 , σ_2 a σ_3 jsou hlavní napětí. Tento přepočítání je platný pouze za předpokladu, že hlavní napětí jsou proporcionální a v průběhu zatěžování se nemění jejich směry. Hodnota redukovaného napětí dle podmínky plasticity HMM pro řešený případ je 152,6 MPa. Součinitel bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti tedy je:

$$k_k^1 = \frac{\sigma_k}{\sigma_{redHMM}} = \frac{350}{152,6} = 2,29 \quad (68)$$

Napětově deformační průběhy v listu příruby

List příruby je počítán dle matematického modelu tzv. stěnodesky, který kombinuje radiální liniové zatížení s linovými ohybovými momenty a výsledné napětí (či deformace) je superpozicí jejich důsledků. Pro tento model platí rovnice (8-24), které lze konkrétně vyjádřit jako:

$$u^{II}(r) = C_4^{II} r \quad (69)$$

$$u^{III}(r) = C_4^{III} r + \frac{C_5^{III}}{r} \quad (70)$$

$$u^{IV}(r) = C_4^{III} r + \frac{C_5^{III}}{r} \quad (71)$$

$$w^{II}(r) = C_1^{II} \frac{r^2}{2} + C_3^{II} \quad (72)$$

$$w^{III}(r) = C_1^{III} \frac{r^2}{2} + C_2^{II} \ln(r) + \mathcal{J}_{III} R 1 r^2 \frac{\ln(r) - 1}{4B_2} + C_3^{III} \quad (73)$$

$$\vartheta^{II}(r) = C_1^{II} r \quad (74)$$

$$\vartheta^{III}(r) = C_1^{III} r + \frac{C_2^{III}}{r} + \mathcal{J}_{III} R 1 r \frac{\ln(r) - 0,5}{2B_2} \quad (75)$$

$$m_r^{II}(r) = -B_2 C_1^{II} - \mu B_2 C_1^{II} \quad (76)$$

$$m_r^{III}(r) = -B_2 \left[C_1^{III} - \frac{C_2^{III}}{r^2} + \mathcal{J}_{III} R 1 \frac{\ln(r)}{2B_2} + \mathcal{J}_{III} \frac{R 1}{4B_2} + \mu C_1^{III} + \mu \frac{C_2^{III}}{r^2} + \mu \mathcal{J}_{III} R 1 \frac{\ln(r) - 0,5}{2B_2} \right] \quad (77)$$

$$m_t^{II}(r) = m_r^{II}(r) \quad (78)$$

$$m_t^{III}(r) = -B_2 \left[\mu C_1^{III} - \frac{\mu C_2^{III}}{r^2} + \mu \mathcal{J}_{III} R 1 \frac{\ln(r)}{2B_2} + \mu \mathcal{J}_{III} \frac{R 1}{4B_2} + C_1^{III} + \frac{C_2^{III}}{r^2} + \mathcal{J}_{III} R 1 \frac{\ln(r) - 0,5}{2B_2} \right] \quad (79)$$

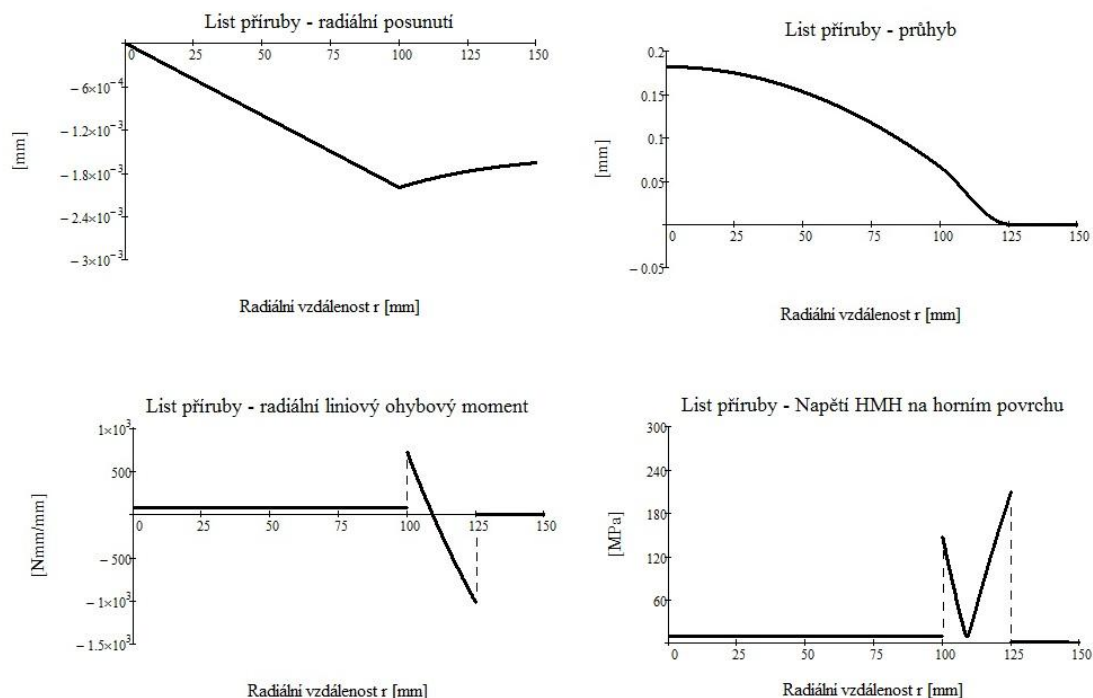
$$\sigma_r^{II}(r) = E \frac{C_4^{II}}{1 - \mu} \pm 6 \frac{m_r^{II}(r)}{h^2} \quad (80)$$

$$\sigma_r^{III}(r) = E \frac{C_4^{III}}{1 - \mu} - E \frac{C_4^{III}}{(1 + \mu)r^2} \pm 6 \frac{m_r^{III}(r)}{h^2} \quad (81)$$

$$\sigma_t^{II}(r) = E \frac{C_4^{II}}{1 - \mu} \pm 6 \frac{m_t^{II}(r)}{h^2} \quad (82)$$

$$\sigma_t^{III}(r) = E \frac{C_4^{III}}{1 - \mu} + E \frac{C_4^{III}}{(1 + \mu)r^2} \pm 6 \frac{m_t^{III}(r)}{h^2} \quad (83)$$

Úžitím programu MathCAD lze snadno zobrazit některé z napěťově deformačních průběhů (obr. 16).



Obr. 16 Napěťově deformační průběhy listu příruby

Hodnota maximálního redukovaného napětí dle podmínky plasticity HMM pro řešený případ je $218,7 \text{ MPa}$. Součinitel bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti tedy je:

$$k_k^2 = \frac{\sigma_k}{\sigma_{redHMM}} = \frac{350}{218,7} = 1,60 \quad (84)$$

8.4 Kontrola sevření šroubového spojení

Kontrola sevření šroubového spojení vychází z teorie o předepjatých šroubových spojích, ve které je základem určení tuhosti sevřených částí k_p a tuhosti šroubového spojení k_s . Účelem šroubů je spojení dvou či více součástí dohromady. Během utahování se šroub prodlužuje, zatímco spojované součásti se stlačují a vzniká tak síla předpětí F_i . Tah vyvozený ve šroubech je rovný velikosti tlaku v součástech. Teprve poté je předepjatý spoj namáhán provozním zatížením F . Důvodem užití předepjatého spoje je zachování spojení součástí i při odtížení a zároveň rozložení provozní síly mezi šroubem a součástmi, tah působící ve šroubech potom není roven hodnotě tlaku ve spojovaných součástech [7]. Tuhost šroubu je pro zjednodušený případ rovna poměru:

$$k_s = \frac{A_s E}{l_s}, \quad (85)$$

kde A_s je efektivní průřez šroubu (výpočtový) a l_s je délka šroubu.

Pro danou úroveň řešení je plně postačující délka šroubu rovna dvěma tloušťkám listu příruby. Výpočtový průřez je určen jako aritmetický průměr malého a středního průměru závitu, který pro šrouby M16 nabývá hodnoty:

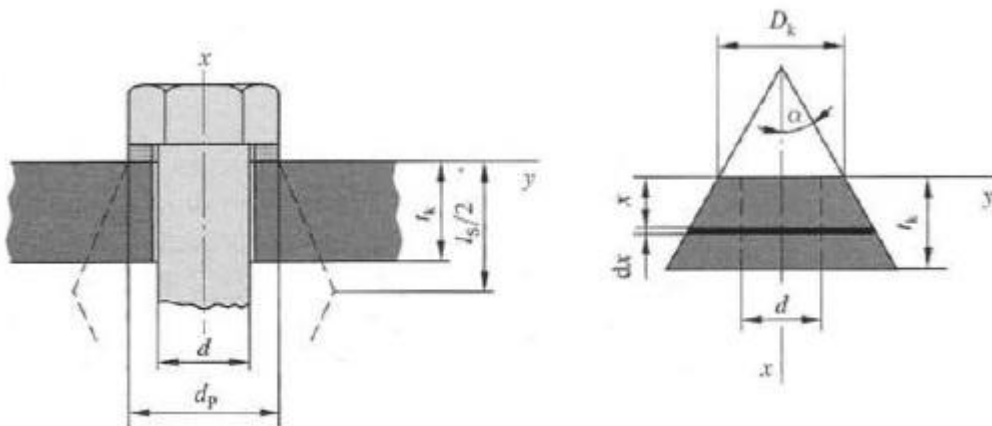
$$A_s = \frac{d_3 + d_2}{2} = 156,67 \text{ mm}^2 \quad (86)$$

$$l_s = 2h = 10 \text{ mm} \quad (87)$$

$$k_s = \frac{156,67 \cdot 210000}{10} = 3\,290 \text{ kNmm}^{-1} \quad (88)$$

Dle [7] lze tuhost spojovaných součástí vyvodit z jejich náhrady za komolý kužely s neproměnným vrcholovým úhlem $\alpha=30^\circ$ (obr. 17), který nejvíce přibližuje realitu. Deformační posunutí δ je:

$$\delta = \frac{Fdx}{ES} \quad (89)$$

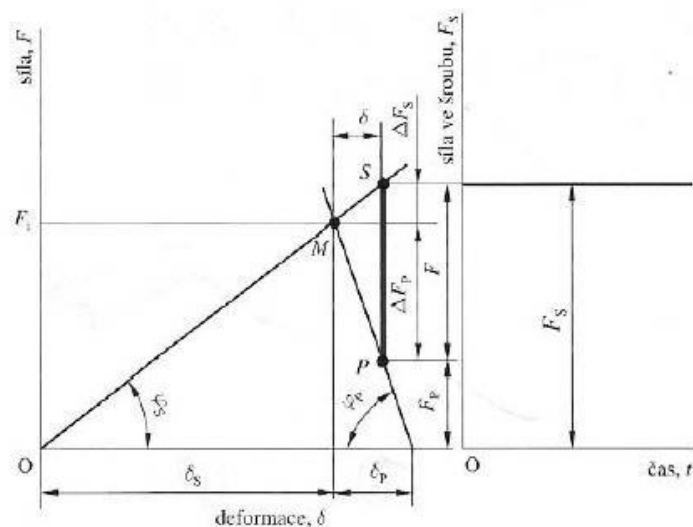


Obr. 17 Nahrazení spojovaných součástí dutým komolým kuželem [7]

Vyjádřením tuhosti z (72) a následnou integrací dostaneme výsledný vztah pro tuhost spojovaných součástí:

$$k_p = \frac{\pi E d \tan(\alpha)}{2 \ln \left[5 \frac{\tan(\alpha) l_s + 0,5d}{\tan(\alpha) l_s + 2,5d} \right]} = \frac{\pi \cdot 210000 \cdot 16 \cdot \tan(30)}{2 \ln \left[5 \frac{\tan(30) \cdot 10 + 0,5 \cdot 16}{\tan(30) \cdot 10 + 2,5 \cdot 16} \right]} = 7\,460 \text{ kNmm}^{-1} \quad (90)$$

Výsledné síly v předepjatém šroubovém spoji při aplikaci provozního zatížení se řeší dle montážního a pracovního diagramu (obr. 18). Tuhost šroubu k_s je tangenta úhlu jeho zatěžovací dráhy s úhlem φ_s , analogicky u tuhosti spojovaných součástí s úhlem φ_p , přičemž šroub se při montáži prodloužil o δ_s , součásti se stlačily o δ_p . Vzniká tak silový spoj, který rozkládá aplikované provozní zatížení mezi šroub a spojované součásti dle jejich zatěžovacích drah.



Obr. 18 Montážní a pracovní diagram předepjatého šroubového spoje [7]

Rozevření spoje je funkčně nepřijatelný stav, který okamžitě přenáší celé provozní zatížení do šroubu, při dalším zatěžování může dojít až k meznímu stavu pevnosti a následnému utržení. Při výpočtu se zavádí tuhostní konstanta spoje C jako:

$$C = \frac{k_s}{k_s + k_p} = \frac{3290}{3290 + 7460} = 0,306 \quad (91)$$

Výsledné rozložení sil ve šroubu a spojovaných součástech je:

$$F_s = F_i + \Delta F_s = 0,7 \cdot \sigma_k^s A_s + CF = 0,7 \cdot 640 \cdot 156,67 + 0,306 \cdot \frac{50000}{16} = 71,14 \text{ kN} \quad (92)$$

$$F_p = F_i - \Delta F_p = 0,7 \cdot \sigma_k^s A_s - (1 - C)F = 0,7 \cdot 640 \cdot 156,67 - 0,694 \cdot \frac{50000}{16} = 68,02 \text{ kN} \quad (93)$$

$$F_p > 0$$

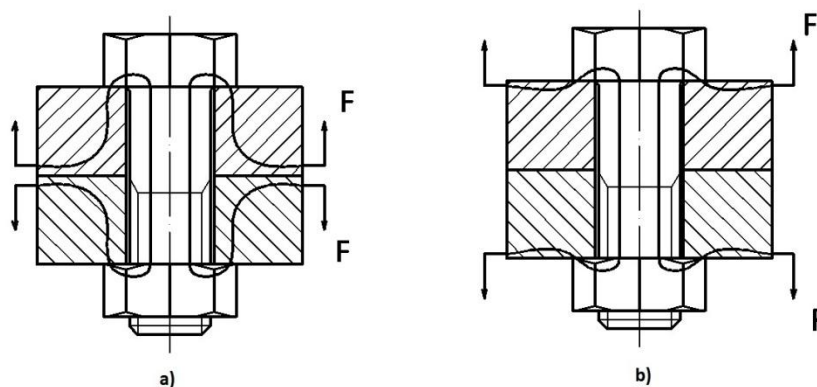
Podmínkou sevření je $F_p > 0$, což tento případ zatížení splňuje. Dále je nutná kontrola šroubů, zda nedošlo k překročení meze kluzu, případně meze pevnosti.

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} = \frac{71\,140}{156,67} = 454,1 \text{ MPa} \quad (94)$$

$$k_k^s = \frac{\sigma_k^s}{\sigma_s} = \frac{640}{454,1} = 1,41 \quad (95)$$

Předepjatý šroubový spoj je stále ve funkčním stavu, listy příruby jsou sevřeny a šrouby mají stále dostatečnou rezervu vůči meznímu stavu pružnosti.

Dle [8] je však velikost zatížení šroubu ΔF_s závislá nejen na vzájemných tuhostních poměrech spojovaných součástí a šroubu, ale také na působišti provozní síly. V případě, že provozní zatížení má jiné působíště než předpětí (obr. 19a), rozklad provozní síly neodpovídá pracovnímu diagramu, ve skutečnosti je tuhost šroubu C_s zvětšována a tuhost sevření C_p snižována při působení provozního zatížení. V praxi se zřídka vyskytuje případ stejného působíště síly předpětí a síly provozní. Výše uvedený výpočet kontroly šroubového spojení je však použit právě pro tento případ (obr. 19b), předmětem této diplomové práce je analytický výpočet trubky a listu příruby, nikoliv studie o rozložení napětí a sil ve šroubových spojích.



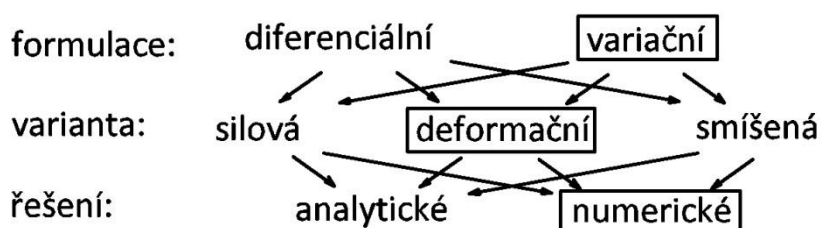
Obr. 19 Schématické znázornění působíště provozního zatížení [8]

9 KONTROLA ŘEŠENÍ NUMERICKÝM VÝPOČTEM

Vzhledem k operační náročnosti analytického výpočtu příruby je zapotřebí jeho správnost ověřit jinými možnými prostředky. Současné počítačové technologie umožňují využití numerické metody řešení, která se nazývá metoda konečných prvků.

9.1 Metoda konečných prvků

Diferenciální řešení přímé úlohy pružnosti vychází z vyjmutí prvku (elementu), jehož rozměry jsou považovány za nekonečně malé. Metoda konečných prvků (zkráceně MKP) také pracuje s prvky, jejich rozměry jsou však konečné. Tato metoda je naprogramována ve výpočtovém programu Ansys, který jsem použil k ověření analytických výpočtů.



Obr. 20 Schéma řešení úloh pružnosti variačním přístupem

Numerické metody řešení převádí problém hledání spojitých funkcí na problém hledání konečného počtu parametrů diskretizující tento problém. Základní myšlenkou je Lagrangeův variační princip, který je v [9] definován takto: „Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkovou potenciální energii Π stacionární hodnotu.“ Celková potenciální energie je dána jako:

$$\Pi = W - P, \tag{96}$$

kde W je energie napjatosti tělesa a P je potenciál vnějšího zatížení.

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \underline{\sigma}^T \underline{\varepsilon} dV \tag{97}$$

$$P = \int_{\Omega} \underline{u}^T \underline{q} dV + \int_{\Gamma_p} \underline{u}^T \underline{p} dS, \tag{98}$$

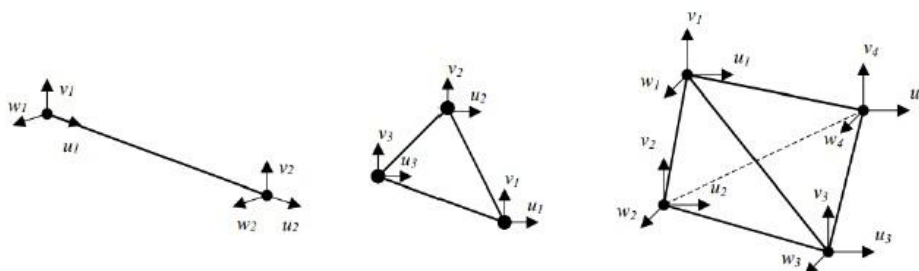
kde $\underline{\sigma}^T$ je matice napětí, $\underline{\varepsilon}$ matice přetvoření, \underline{u}^T matice posuvů, \underline{q} matice objemových sil a \underline{p} matice plošného zatížení. Potenciální energie P pak závisí na konečném počtu hodnot, kterými jsou určeny posuvy u, v, w . Tyto posuvy se aproximují bázovými funkcemi $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$.

$$u = \sum_{i=1}^l a_i \tilde{u}_i \tag{99}$$

$$v = \sum_{j=1}^m b_j \tilde{v}_j \tag{100}$$

$$w = \sum_{k=1}^n c_k \tilde{w}_k \tag{101}$$

Takto zavedené posuvy se použijí v (96) a užitím podmínky pro stacionární hodnotu se získává soustava rovnic, z kterých lze vyřešit neznámé parametry $a_i - c_k$. Na obr. 21 jsou zobrazeny některé příklady používaných prvků v MKP.



Obr. 21 Příklady používaných elementů v MKP [10]

Výše uvedené aproximované posuvy jsou dány ve vrcholech těchto prvků. Tyto prvky se liší jak tvarem (rovinné, prostorové, 2-uzlové, 3-uzlové, apod.), tak bázovými funkcemi, které mohou být lineární, kvadratické či vyšších řádů. Algoritmus řešení pak vede na řešení základní rovnice MKP:

$$\Pi = \frac{1}{2} \underline{U}^T \underline{K} \underline{U} - \underline{U}^T \underline{F}, \tag{102}$$

kde \underline{U} je globální matice posuvů, \underline{K} globální matice tuhosti a \underline{F} globální matice zatížení. Při aplikaci variačního principu získáváme základní rovnici MKP:

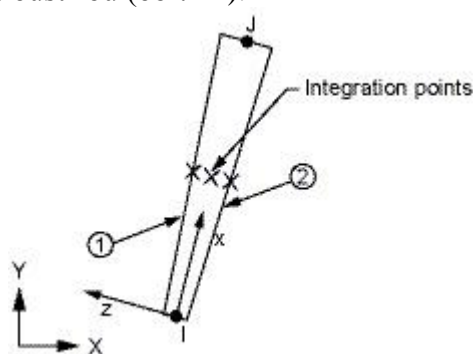
$$\frac{\partial \Pi}{\partial \underline{U}} = 0 \Rightarrow \underline{K} \underline{U} = \underline{F} \tag{103}$$

9.2 Numerický výpočtový model

V prostředí Ansys je integrována výše uvedená numerická metoda, jejíž jednou z mnoha možností je provádění statických napěťově deformačních analýz. Výsledná přesnost řešení je pak přímo závislá na hustotě sítě, tedy počtu použitých prvků.

Model geometrie

Jedním z mnoha prvků využívaných v numerických výpočtových modelech je prvek skořepinový (angl. Shell). Pro tento typ řešené úlohy je nejvhodnější vzhledem k tomu, že skořepinové prvky mají podobný matematický základ jako teorie tenkostěnných těles pro analytické výpočty. Narozdíl však od analytiky, zahrnují do výpočtu i vliv smykových napětí, lze tedy tyto prvky užívat i pro tlusté desky. Z nabídky různých typů skořepinových prvků jsem vybral **Shell 208** s axisymetrickými okrajovými podmínkami. Jedná se o 2 uzlový prvek se 6 stupni volnosti ($u_1, u_2, v_1, v_2, \varphi_{z1}, \varphi_{z2}$), který je definován střednicí a tloušťkou (obr. 22).



Obr. 22 Prvek Shell 208 [10]

Geometrie příruby je potom obdobně popsána jako v případě analytického řešení. Pro ukázkou přechodu momentové skořepiny v bezmomentovou jsem navrhl trubku s délkou 100 mm , kde se již dle (27) bezpečně vyskytuje membránová napjatost. List příruby je modelován prvky s délkou $0,5\text{ mm}$, celkově tedy 300 elementů. Trubka je nahrazena 1000 elementy o délce $0,1\text{ mm}$ z důvodu přesnějšího popisu průběhu napětí a deformace v oblasti velkých změn ohybového momentu. Tyto vzdálenosti mezi prvky jsem volil po provedené kontrole konvergence sítě (obr. 26). Je vhodné zmínit, že prvek Shell 208 neumožňuje analýzu koncentrace napětí v oblastech velkých tuhostních změn, či výrazných přechodech, jakým právě místo spojení trubky s listem je.

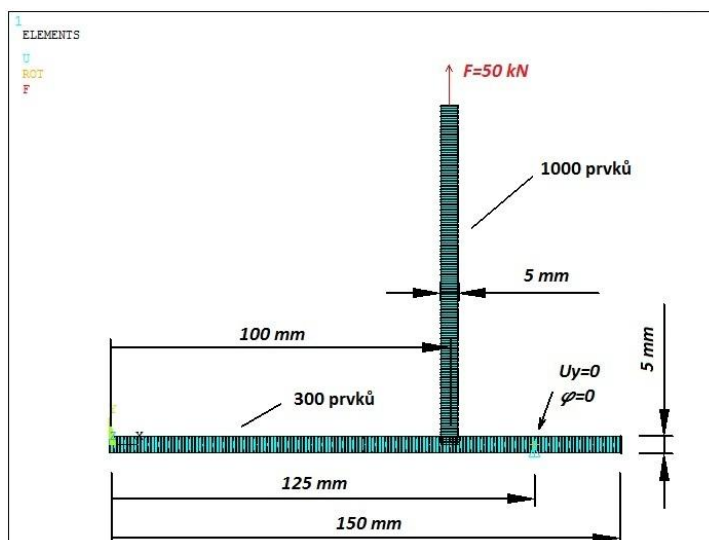
Lze uvažovat i o řešení s prvky Solid 182 axisymetrický (rovinný 4-uzlový prvek). Tyto elementy však jsou citlivé na zadávání okrajových podmínek a vznikají tak lokální koncentrace napětí, které nelze v současné době analytickými výpočty hodnotit (pomineme-li využití nomogramů pro výpočty napěťových špiček u typových těles a zatížení a teorie těles s trhlinami).

Model materiálu

Model materiálu je shodný s analytickým řešením (kap. 7.2).

Model vazeb a zatížení

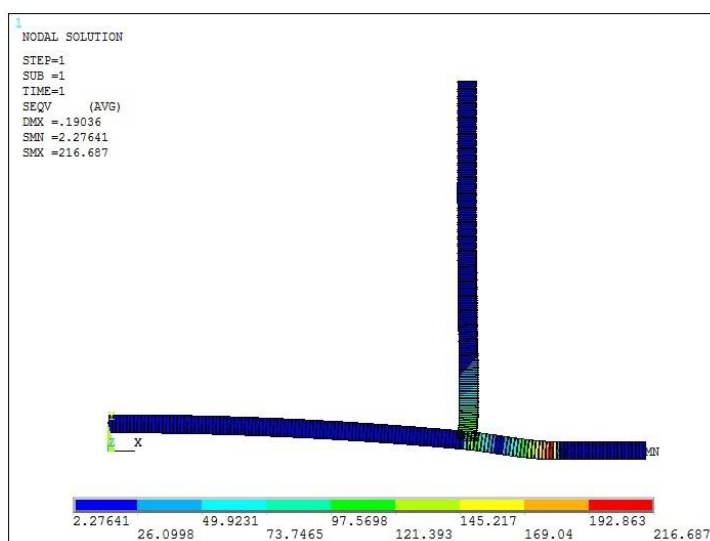
Vazby jsou modelovány obdobně dle analytického řešení (kap. 7.3) a jsou aplikovány na příslušné uzly geometrického modelu (obr. 23). Zatížení se v axisymetrické úloze zadává v celkovém tvaru, není nutný přepočít celkové síly F na liniové zatížení F_{lin} .



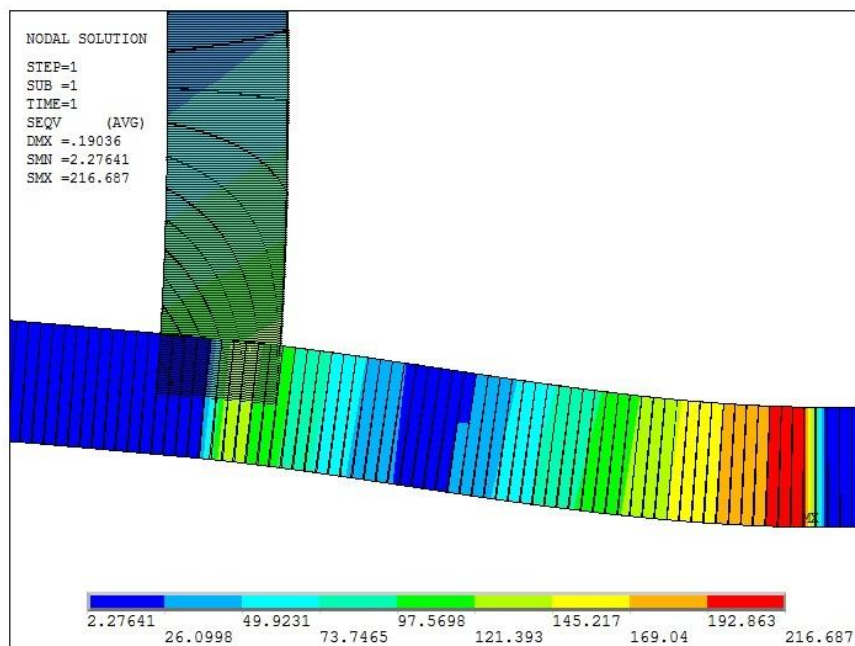
Obr. 23 Model geometrie, vazeb a zatížení numerického modelu s použitými prvky Shell 208

9.3 Numerické řešení

Řešená úloha je statická, díky rotační symetrii je zapotřebí pouze omezení posuvu v ose Y, aby byla úloha řešitelná. Počet použitých elementu Shell 208 je 1300. Výpočet je tedy časově nenáročný. Na obr. 24, 25 jsou zobrazeny výsledky napětí dle podmínky HMM.

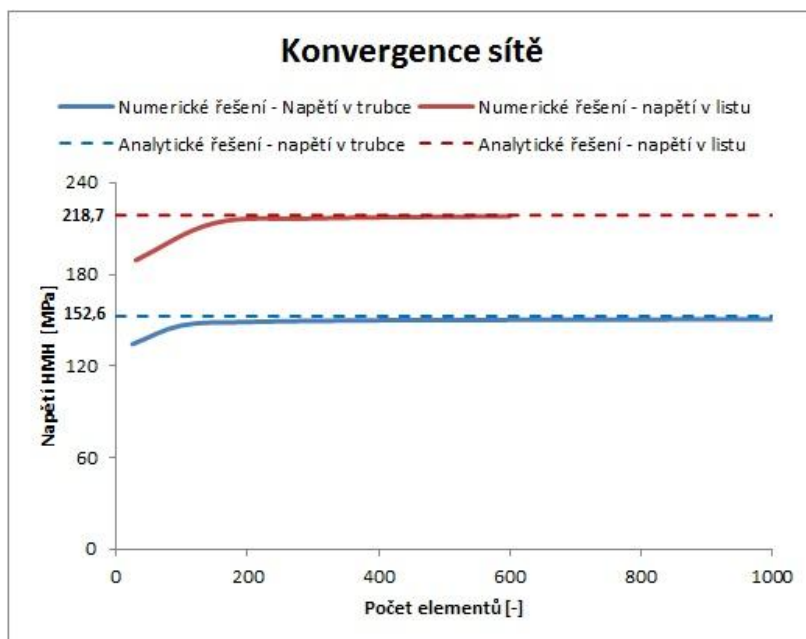


Obr. 24 Napětí dle HMM v přírubě s prvky Shell 208



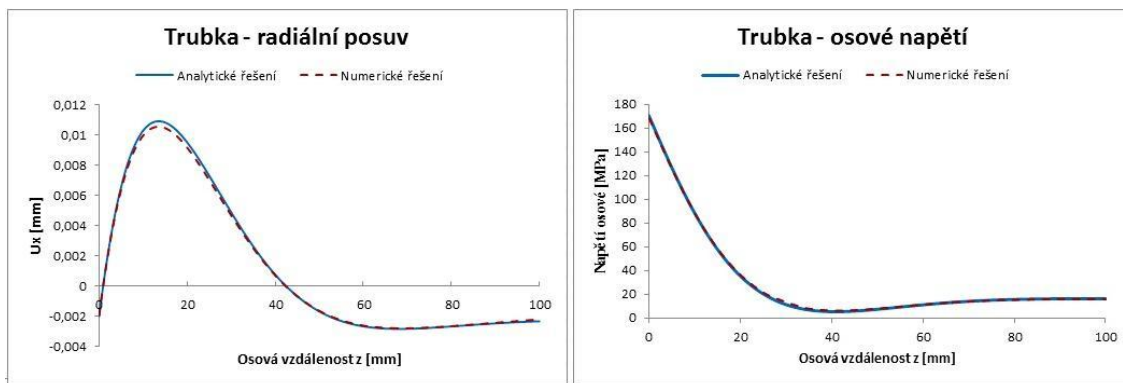
Obr. 25 Napětí dle HMH b přírubě - detail kritických oblastí

Aby se výsledky mohly považovat za správné, je nutná kontrola konvergence sítě. Výpočty MKP jsou přímo závislé na hustotě sítě a počtu použitých prvků. Výsledky tedy mohou odpovídat analytickým předpokladům, mohou však být dílem náhody, kdy při určitém počtu prvků jsou analytické i numerické hodnoty shodné. Numerické metody jsou přibližné, nikoliv přesné, je pouze naší volbou, jakou odchylku připustíme. S přesnějším modelem však nabývá časová náročnost řešení, která v nelineárních úlohách s vysokou hustotou sítě může dosahovat až dní, týdnů, či dokonce měsíců. Provedená konvergenční analýza je na obr. 26, z které vyplývá, že celkový počet prvků 1300 je dostatečný.

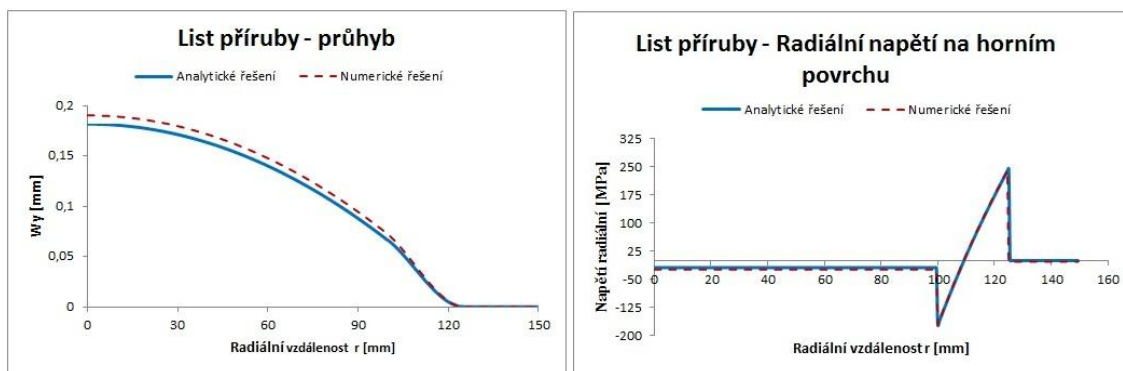


Obr. 26 Kontrola konvergence sítě

Pro kontrolu řešení je vhodné vykreslit některé napěťově deformační průběhy a srovnat je s analytickým řešením (obr.27, 28).



Obr. 27 Napětově deformační průběhy trubky



Obr. 28 Napětově deformační průběhy listu příruby

Z porovnání analytických a numerických napětově deformačních průběhů je zřetelná značná shoda. Deformační parametry vykazovali větší odchylku, napětěvé se však lišily minimálně. Relativní shoda průhybu listu, jakožto parametru s největší chybou, je:

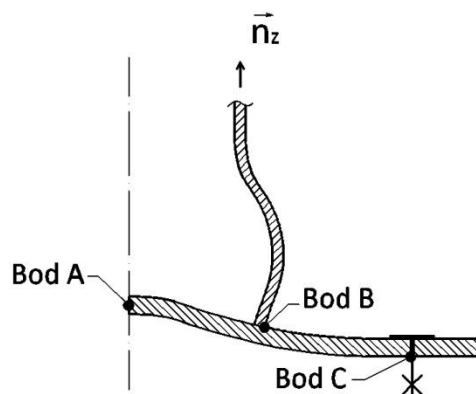
$$\frac{0,1818}{0,1904} \cdot 100 = 95,5 \%$$

Pro informativní výpočty návrhářů je podstatné rozložení napětí v přírubovém spoji, analytické výpočty jsou tedy vyhovující pro řešení problému.

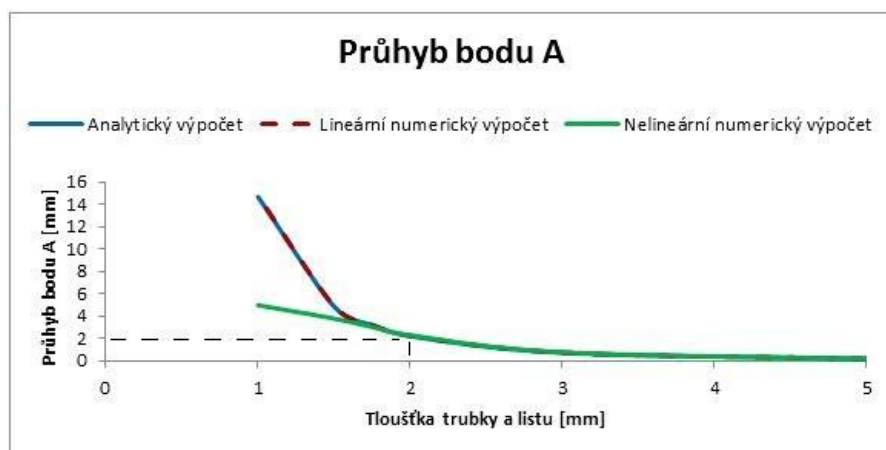
9.4 Vliv tloušťky listu na výpočet

Teorie tenkostěnných těles, na které je analytický výpočet založený, je omezena pouze pro určité geometrické konfigurace. Element Shell 208 však počítá i s vlivem smykových napětí, lze tedy vyhodnotit s využitím nelineárního řešiče, pro které geometrie je stále teorie platná a pro které již řešení není vyhovující.

Provedl jsem výpočty pro tloušťky těles v intervalu (1 mm – 5 mm) při zachování vstupních poloměrů $R1, R2$ a $R3$ dle zadání. Hodnocena byla závislost napětí HMH v bodech B, C na tloušťce, resp. na celkovém průhybu listu v bodě A (obr. 29-32). Výpočty dle teorie tenkostěnných desek jsou odvozeny pouze pro desky střední tloušťky, desky malých tloušťek vykazují větší průhyby, které se blíží membránovým tělesům a nelze je tedy řešit lineárně.

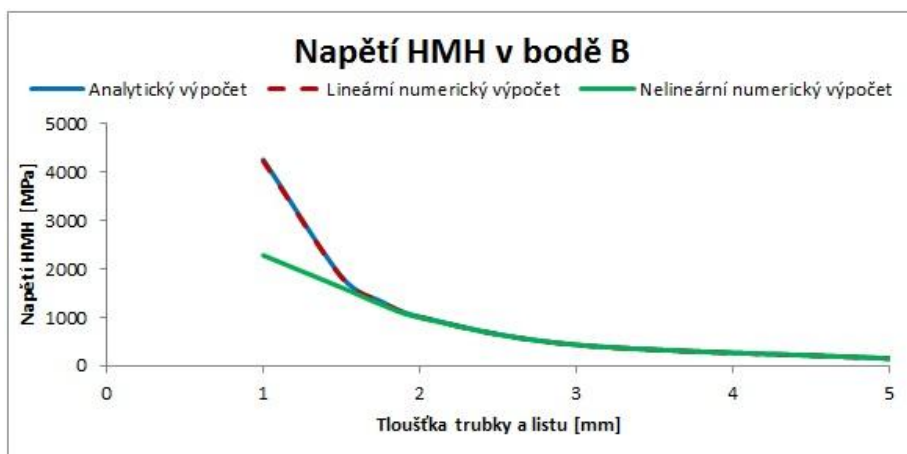


Obr. 29 Body určené pro hodnocení správnosti výpočtu na základě geometrie

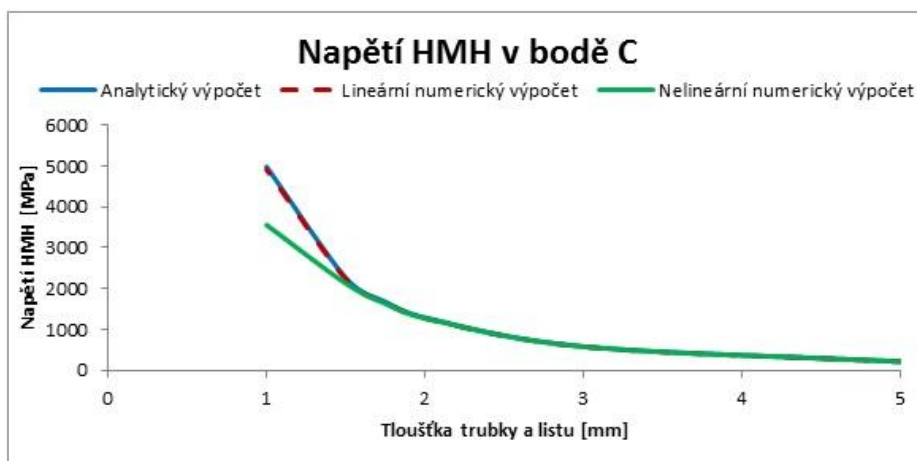


Obr. 30 Průhyb bodu A v závislosti na tloušťce

Z obr. 30 je patrný vliv tloušťky na výsledném průhybu bodu A. Nelineární řešení, které více odpovídá skutečnosti, zahrnuje i postupný vliv membránových sil na celkovou tuhost. Jedná se o geometrickou nelinearitu vznikající v důsledku velkých deformací, konkrétně v důsledku velkých úhlů natočení. Dále lze vyčíst, že předpoklad o průhybech, které musí být nižší než tloušťka tělesa, je na místě. Při tloušťce nižší než 2 mm docházelo k průhybům větším než tato hodnota a řešení se začalo odchýlovat.



Obr. 31 Napětí HMH v bodě B v závislosti na tloušťce

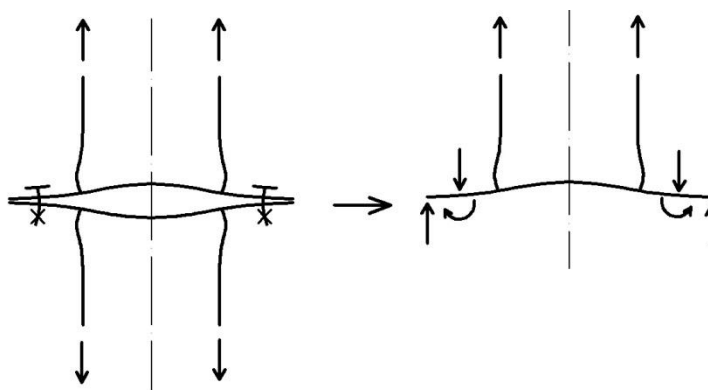


Obr. 32 Napětí HMMH v bodě C v závislosti na tloušťce

Velké odchylení nastává až při tloušťce cca $1,5 \text{ mm}$. Při těchto hodnotách průhybů však již redukované napětí dle podmínky HMMH dosahuje hodnot nad 1000 MPa , materiál příruby by byl již dávno za mezí kluzu a mnohem dříve by se začala projevovat nelinearita materiálová.

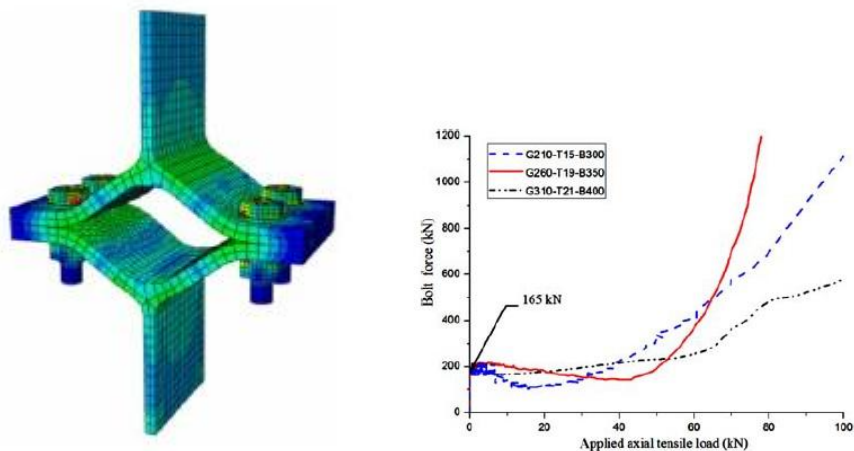
10 VLIV PÁKOVÉHO EFEKTU NA NAPĚTÍ A DEFORMACI

Předepjaté šroubové spojení bylo v předešlých kapitolách chápáno jako dokonalé. Nedochovalo k natažení listu v místě spojení, celkový ohybový moment v tomto místě působil na dokonale tuhou vazbu vetknutí, kterou byl spoj modelován. Není však zcela jasné, jakým způsobem silové spojení pracuje při ohýbání, jaká část ohybového momentu se přenáší mezi šrouby a jaká zůstává ve spojovaných součástech, které se poté snaží natočit, přičemž se opírají samy o sebe (v případě modelové příruby počítané v předchozích kapitolách). Tento nepříznivý jev má vliv na celkovou deformaci a napjatost jak spojovaných součástí, tak šroubového spojení, které je poté zatíženo přídatným zatížením, jenž je důsledkem statické rovnováhy soustavy (obr. 33). Cílem této kapitoly je pokus o analytické vyjádření pákového efektu s využitím rotační symetrie, aby bylo možné, co nejvíce modelovat skutečný napětově deformační stav příruby.



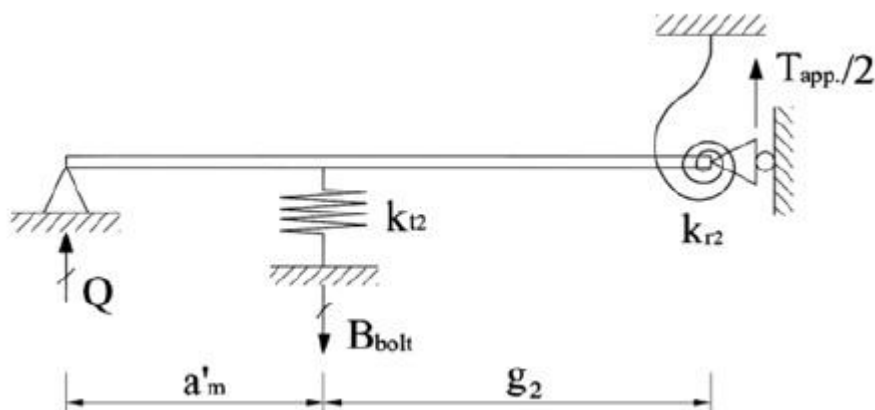
Obr. 33 Schématické znázornění pákového efektu

Vědecký článek z Korejské univerzity v Incheonu z roku 2013 [11] popisuje studii vlivu tohoto pákového efektu na T-profilu spojené čtyřmi šrouby (obr. 34). Vědci zde využívají nelineární simulace s předepjatými šrouby užitím MKP k odvození rovnic, které vyjadřují závislost zatěžovacích sil ve šroubech na aplikovaném zatížení.



Obr. 34 Simulace zatěžování T-profilů s předepjatými šrouby [11]

Výsledkem je pokus o analytické vyjádření této závislosti s korekcí polynomem, určený dle diagramu na obr. 34 na základě schématu na obr. 35.



Obr. 35 Schéma pákového efektu [11]

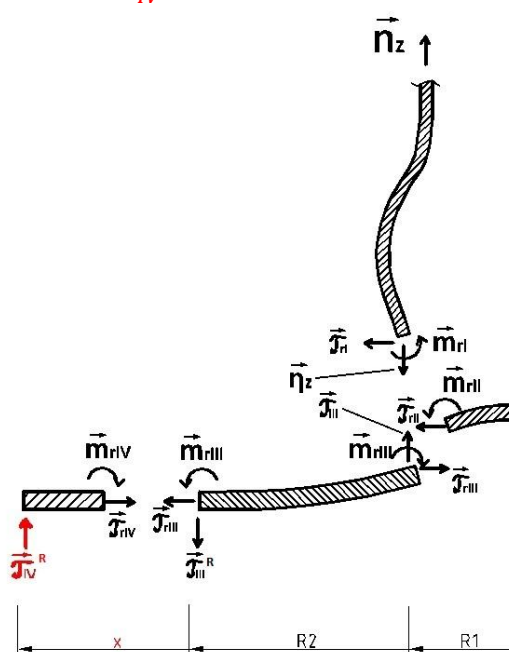
Z tohoto schématu je zřejmý pokus o přidání pákového efektu do celkové analýzy pomocí tuhé vazby (v místě Q), přičemž šroubový spoj je modelován pružinou s určitou tuhostí. Na druhé straně je kloub T-profilu, přes něhož se přenáší polovina zatížení ($T_{app}/2$).

10.1 Rozbor

Aplikací tohoto schématu na problém přírubového spoje dostaneme úlohu, která má o jeden neznámý parametr více ve vektoru neznámých. Jedná se o reakční sílu \mathcal{J}_{IV}^R (obr. 36). Tato přidaná reakční síla v místě opěrného bodu však musí respektovat statickou rovnováhu celé řešené soustavy:

$$\|SR\|: 2\pi R1 n_z - 2\pi R2 \mathcal{J}_{III}^R + 2\pi x \mathcal{J}_{IV}^R = 0 \quad (104)$$

$$\mathcal{J}_{IV}^R = ? \quad x = ?$$



Obr. 36 Silový rozbor příruby s pákovým efektem

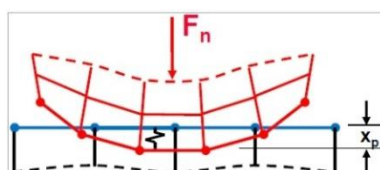
Problémem však je stanovení jak reakční síly \mathcal{J}_{IV}^R , tak jejího působíště x . Je zřejmé, že list s předepjatými šrouby s roztečnou kružnicí 100 mm a vnějším okrajem o průměru 1000 mm nebude mít opěrný bod na okraji, ale rozloží se na mezikruhovou plochu za roztečnou kružnicí. Jedná se tedy o kontaktní úlohu.

10.2 Řešení kontaktní úlohy s rotační vazbou

Simulace kontaktů patří k těm náročnějším typům statických úloh. K řešení lze přistoupit třemi různými přístupy.

Pokutový přístup

Teorie je odvozena na základě schématu (obr. 37) pomyslných pružinek, které jsou do výpočtu zahrnuty za účelem snížit penetraci těles. Kritériem pro úspěšné řešení je právě volba jejich kontaktní tuhosti. Obecně platí zásada, že velká kontaktní tuhost má přesnější výsledky (nižší penetrace), ale naopak negativní vliv na konvergenci řešení.



Obr. 37 Schéma pokutového přístupu [10]

Metoda Lagrangeových multiplikátorů

Je založena na přesném splnění podmínky neproniknutí kontaktních povrchů dle:

$$\underline{G} \underline{u} - \underline{g}_0 = 0, \quad (105)$$

kde \underline{g}_0 zahrnuje počáteční kontaktní mezery mezi příslušnými deformačními parametry definovanými maticí \underline{G} na protilehlých površích. Pomocí Lagrangeových multiplikátorů λ_N a λ_T je tato podmínka zavedena do funkcionálu celkové potenciální energie. Fyzikálním významem multiplikátoru je kontaktní tlak.

$$\begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{G}^T \\ \underline{G} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \underline{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F} \\ \underline{g}_0 \end{bmatrix} \quad (106)$$

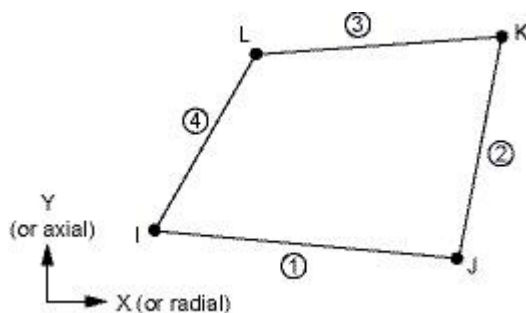
Rozšířená Lagrangeova metoda

Tato metoda kombinuje vlastnosti předešlých. Jedná se o iterativní cyklus pokutových přístupů, kdy konečná penetrace musí být menší než dovolená hodnota. Výhodou je dobrá podmíněnost a menší citlivost na hodnotu kontaktní tuhosti.

V programu ANSYS se užívají ke kontaktním simulacím prvky Conta 174 a Targe 170. Účelem prvků Targe je detekce přítomnosti prvků Conta, na níž je vyhodnoceno, zda došlo ke kontaktu či nikoliv. Vhodným nastavením pro tento typ úlohy je symetrický kontakt, který nastaví prvky Conta a Targe na obě strany. Vzhledem k celkové symetrii úlohy není nutné zadávat nějaký koeficient tření, plochy se pouze dotýkají navzájem, nedochází k žádným relativním posunutím.

Model geometrie

Kontaktní problém je vhodné modelovat na prvcích typu Solid, konkrétně pro tento případ čtyř-uzlový Solid 182 axisymetrický (obr. 38) se 16 stupni volnosti. Celková geometrie je dle zadání v kap. 8, s tím, že jsem modeloval obě strany příruby. Velikost elementu jsem nastavil kvůli potřebě zachycení rozložení kontaktního tlaku na $0,25 \text{ mm}$.



Obr. 38 Prvek Solid 182 [10]

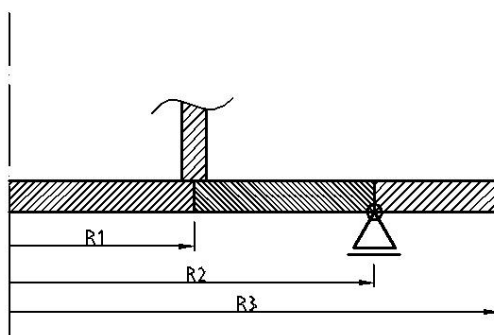
Model materiálu

Materiál je shodný dle kap. 7.2.

Model vazeb a zatížení

Kontaktní úlohy mají mnohem lepší konvergenci při deformačním zatížení, popř. v prvním zatěžovacím kroku je dobré volit deformační zatížení a až po zachycení kontaktu změnit řešení na silovou variantu. Řešičem kontaktu jsem zvolil rozšířenou Lagrangeovu metodu. V místě R2, poloměru roztečné kružnice šroubů, jsem omezil osové posunutí, abych zachytil celkový model v prostoru a nedošlo k neomezenému posunutí a zároveň jsem takto nahradil šroubový spoj rotační vazbou (obr. 39). Ohybový moment v listu má tak možnost přenosu přes vazbu (podobně jako v korejské studii [11]) Předpětí v tomto případě není modelováno, předpokladem je nulový osový posuv, který je vyplývá z předepjatého šroubového spojení.

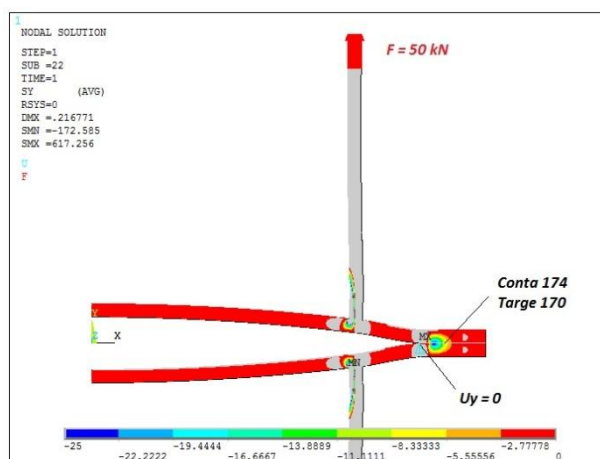
V prvním zatěžovacím kroku (loadstepu) jsem aplikoval okrajovou podmínku osového posunutí o hodnotě $0,01 \text{ mm}$ na okraje trubky, abych zajistil rozevření příruby, penetrace listů do sebe navzájem a kontakt mezi elementy. Prvotní penetrace má pozitivní vliv na konvergenci v případě silového zatěžování. V dalším kroce jsem aplikoval síly ve směru osy Y na jednotlivé uzly horní trubky o celkové hodnotě odpovídající vstupním parametrům v kap. 8, a zároveň proti směru osy Y na uzly spodní trubky. Modeloval jsem tímto způsobem tahově namáhanou přírubu.



Obr. 39 Model příruby s rotační vazbou

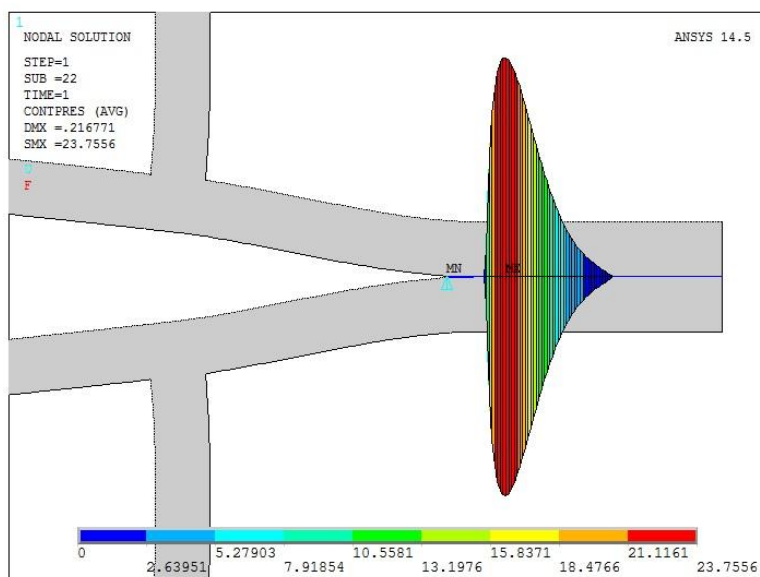
Řešení

Po aplikaci prvního zatěžovacího kroku došlo k vzájemné penetraci mezi elementy listů. Druhý krok spočíval v aplikaci zatížení na uzly trubky. Pro lepší zobrazení tlakového rozložení v místě kontaktu je vhodné vykreslení napětí v osovém směru pouze v záporných hodnotách (obr. 40).



Obr. 40 Výsledky kontaktní úlohy

Při detailnějším zaměření na místo kontaktu je patrné výrazná oblast největšího tlakového působení (obr. 41). Tato oblast se dle předpokladu nenachází v krajním bodě listu ($R3$), což je důvodem provedení této úlohy.

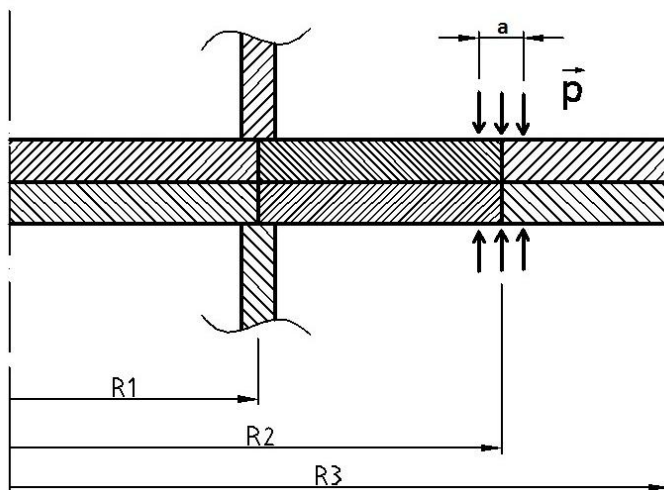


Obr. 41 Detail na místo kontaktu – kontaktní tlak

Z obr. 41 vyplývá, že k zahájení kontaktu dochází až v nějaké vzdálenosti od rotační vazby. Tento projev je způsoben právě citlivostí prvků typu Solid na zadávání okrajových podmínek. Aplikované zatížení způsobilo osové posunutí u_y i za rotační vazbou a nemohlo tedy dojít ke kontaktu v její blízkosti. Užití jakýchkoliv dat z takto provedené simulace je nevyhovující, předpětí v celkovém rozložení kontaktního tlaku hraje důležitou roli.

10.3 Řešení kontaktní úlohy s předpětím

Je otázkou, jakým způsobem zahrnout předpětí šroubového spojení do rotačně symetrických úloh. Zcela jistě výsledné hodnoty nebudou odpovídat skutečnosti, nahrazení šroubů linovým zatížením (tlakem) vyvolávající sevření listů je však jedna z možností, jak se realitě přiblížit (obr. 42).



Obr. 42 Model příruby s tlakovým sevřením

Pro výpočet tlaku od šroubového spojení je nutné vyjádřit jeho velikost i plochu působení ze známých vstupních parametrů a aplikovat jej na rotační symetrii. Šířka působení tlaku a vynásobená delkou mezikruží je rovna celkové ploše šroubového spojení pod užitými podložkami – zpravidla mají podložky o 50 % větší průměr než jmenovitý průměr šroubu [7]. Celková plocha tedy potom je:

$$S_{sevření} = N \cdot \pi \frac{(1,5D)^2}{4} = 16 \cdot \pi \frac{(1,5 \cdot 16)^2}{4} = 452,4 \text{ mm}^2 \quad (107)$$

Vyjádřením rovnosti ploch sevření a mezikruží dostaneme šířku pásu působení od tlaku sevření:

$$a = \frac{S_{sevření}}{4\pi R^2} = \frac{452,4}{4\pi \cdot 125} \doteq 4,5 \text{ mm} \quad (108)$$

Celkovou sílu od sevření lze vyjádřit jako přírutek síly předpětí od každého utaženého šroubu:

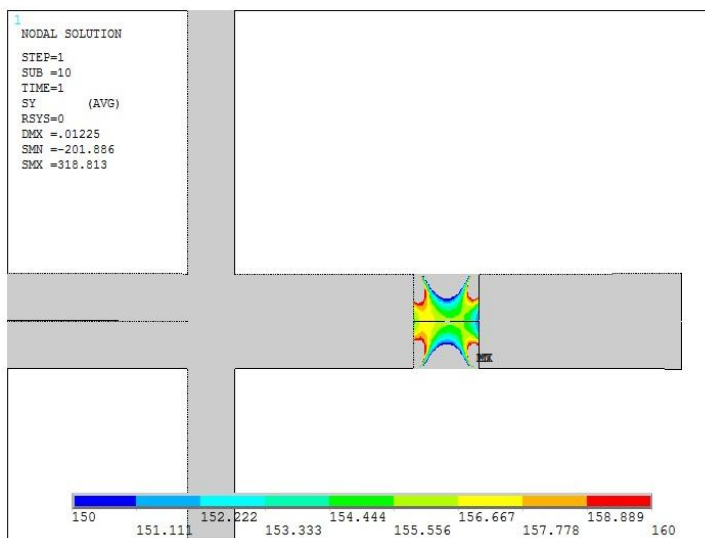
$$F_{sevření} = N \cdot 0,7 \sigma_k^s A_s = 16 \cdot 0,7 \cdot 640 \cdot 156,7 = 1\,123 \text{ kN} \quad (109)$$

Výsledný tlak, který svírá listy příruby je:

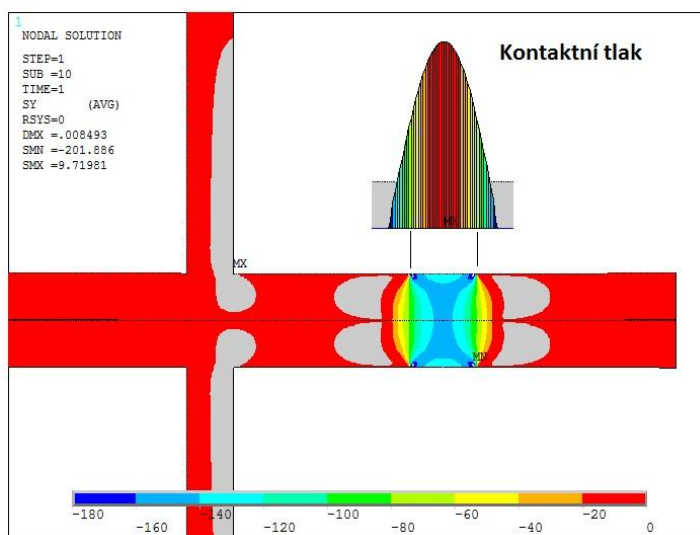
$$p_{sevření} = \frac{F_{sevření}}{S_{sevření}} = \frac{1\,123\,000}{452,4} = 155 \text{ MPa} \quad (110)$$

Upravil jsem tedy geometrii příruby přidáním plochy o šířce a na místo rotační vazby a do této plochy umístil elementy Prets 179 umožňující zahrnout předpětí do výpočtu a zároveň přidavné elementy Solid 182, jejichž povrchové uzly jsem spojil s uzly listu příruby. Cílem bylo zajištění předpětí a zároveň zachycení přidavného tahového namáhání těchto Solid prvků jako důsledek pákového efektu (obr. 43).

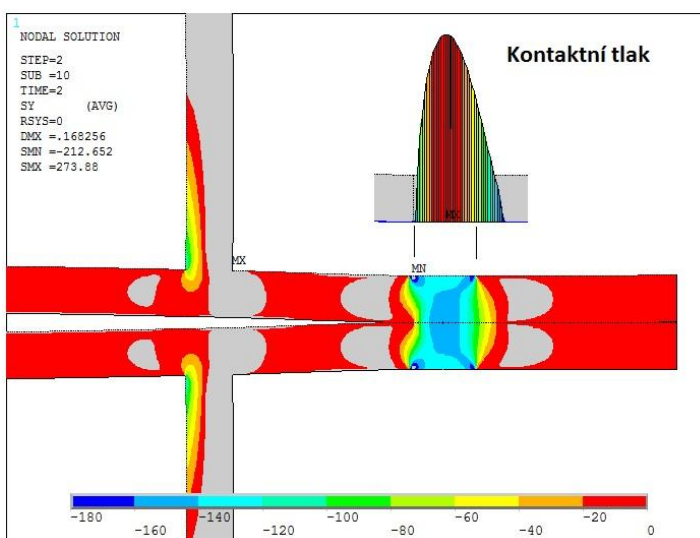
Předpětí je kvůli lepší konvergenci zadávat v hodnotě relativního pohybu elementů, tzn. prodloužení šroubu jako důsledek tahové síly na něj působící. V zatěžovacím kroce 1 jsem tedy aplikoval vznik předpětí pomocí elementů Prets 179 pomocí relativního pohybu okolních prvků, abych dosáhl aspoň přibližně požadovaného předpětí (koncentrace napětí má značný vliv na napjatost v této oblasti). Krok 2 již spočíval v zatížení trubek stejným způsobem dle kap. 10.2. Následně jsem navýšil provozní zatížení v kroce 3 na 3-násobek (při zatížení 150 kN je napjatost v přírubě na hranici meze kluzu), abych lépe vystihl průběh posunutí těžiště kontaktního tlaku v závislosti na aplikovaném zatížení.



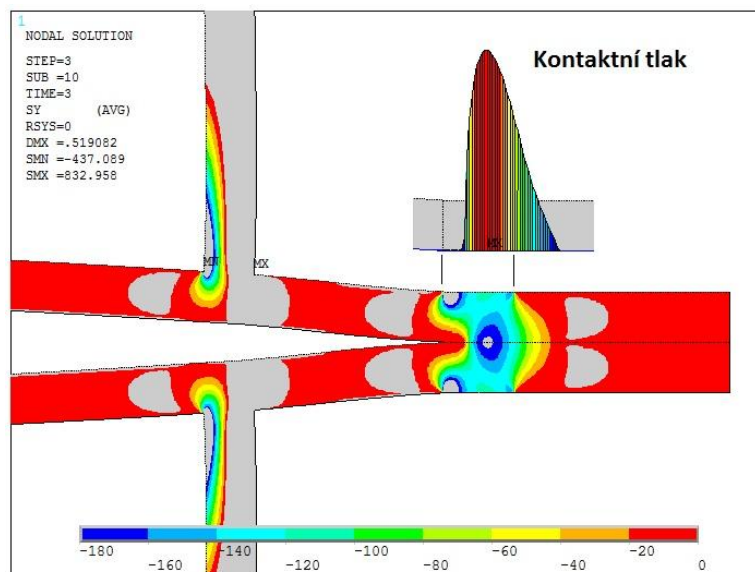
Obr. 43 Zahnutí předpětí do výpočtového modelu – napětí σ_y



Obr. 44. Zahnutí předpětí do výpočtového modelu - tlakové napětí σ_y ve spojovaných součástech



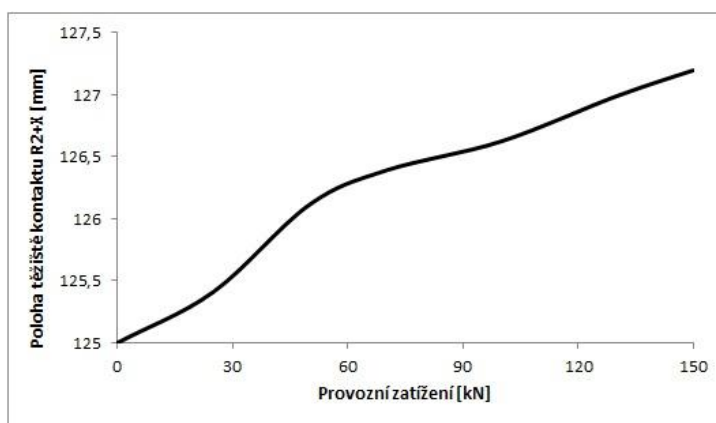
Obr. 45 Zatěžovací krok 2 - aplikace provozního zatížení 50 kN



Obr. 46 Zatěžovací krok 3 – aplikace provozního zatížení 150 kN

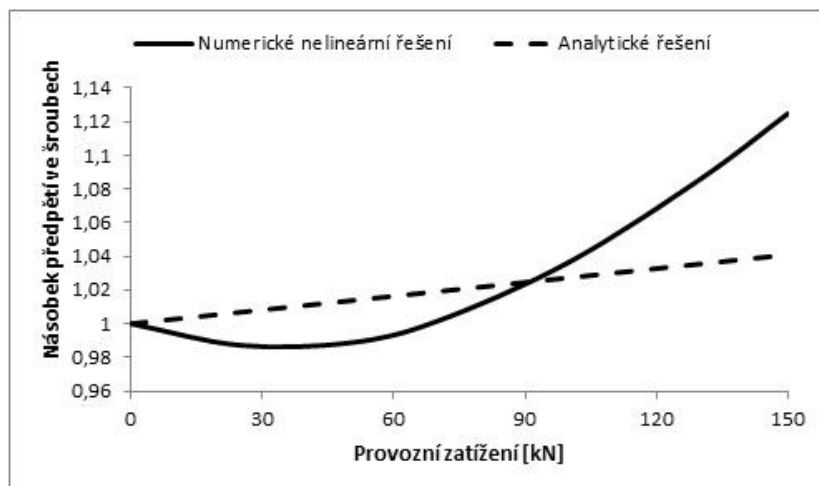
Z výše uvedených obrázků vyplývá značný vliv provozního zatížení na těžiště kontaktní plochy (obr. 44-46). Se zvyšující se zatěžující silou se příruba rozevírá a ohýbá v místě šroubového spojení, které se jí snaží udržet sevřenou, centrum kontaktu se vzdaluje od roztečné kružnice šroubového spojení. Ohýbáním vzniká právě přídavné namáhání do tohoto šroubového spoje, není však zcela zřejmé, kdy dochází k otevření silového spojení a tedy vzniku funkčně nepřijatelného stavu. Pro vyhodnocení vlivu zatížení na polohu těžiště kontaktu jsem využil dat z jednotlivých pod-kroků (substepů) o kontaktním tlakovém rozložení na kontaktních uzlech a z nich jsem vyhodnotil polohu těžiště tlakové plochy dle vztahu (111) a nechal jej zobrazit v grafu poloha/zatížení (obr. 47).

$$x = \frac{\int f(tlak)rdr}{\int f(tlak)dr} \tag{111}$$



Obr. 47 Závislost polohy těžiště kontaktu na provozním zatížení

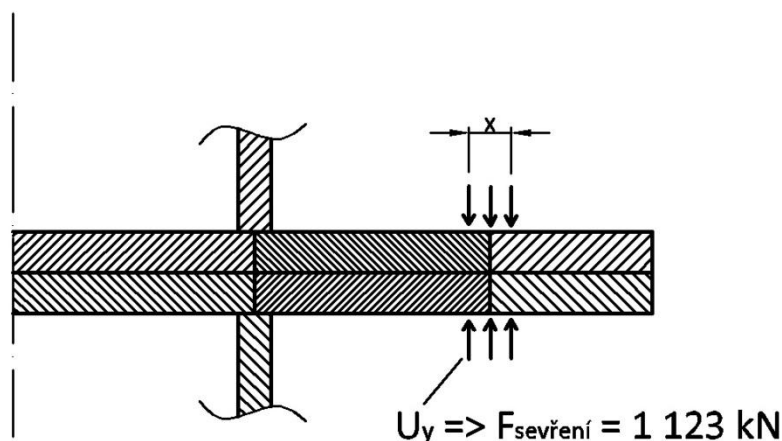
Výše uvedený graf ukazuje zřetelný přímo úměrný vliv aplikovaného zatížení na polohu těžiště kontaktní plochy. Z přidanych prvků, které nahrazují šrouby, lze zároveň vyhodnotit jejich napjatost v závislosti na zatížení (obr. 48). Napětí v ose Y jsem normoval vůči počátečnímu stavu, tzn. vůči aplikovanému předpětí. K porovnání jsem použil vztah (92) pro výpočet síly ve šroubech dle analytického modelu v kap. 8.



Obr. 48 Vliv provozního zatížení na napětí ve šroubech

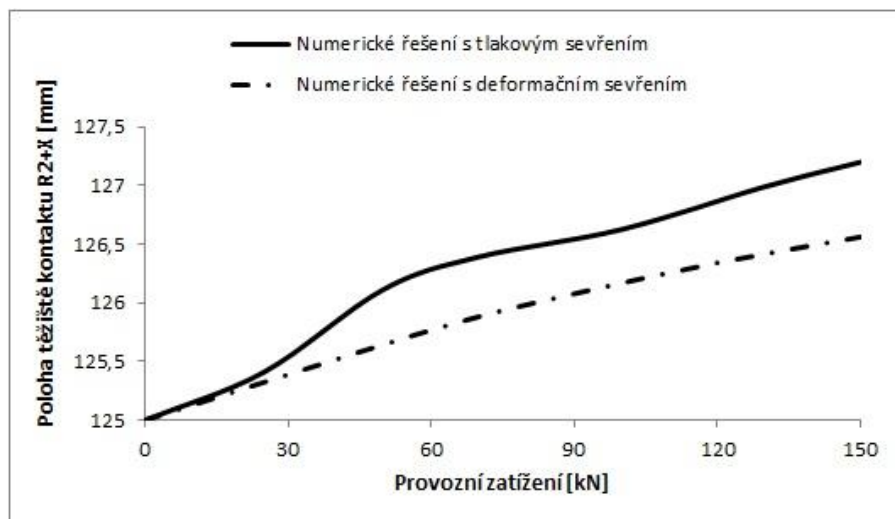
Tato závislost jasně dokazuje vliv pákového efektu. Při zatížení 150 kN je napětí (zatížení) ve šroubech na více než $1,12$ -násobku, analytické řešení počítá s $1,04$ -násobkem. Zároveň do určité chvíle (cca 40 kN) dochází naopak k odlehčení šroubů, což by mohlo být způsobené ohybáním listu příruby, který se stlačuje a uvolňuje tak sevření. Výše znázorněný průběh vlivu zatížení na napětí ve šroubech navíc velice dobře koresponduje s výsledky z korejské studie (obr. 34).

Další z možností řešení tohoto problému je výpočtový model s deformační okrajovou podmínkou, které nahrazuje předpětí. Oproti tlakovému zatížení (obr. 42) neumožňuje uvolnění sevření listů příruby, těžiště kontaktní plochy by se tedy mělo přibližovat ke konečné hodnotě – mělo by mít exponenciální průběh. Modeloval jsem tedy úlohu s podobnou geometrií, jak na začátku kapitoly, s tím, že jsem zadal deformační okrajovou podmínku u_y sevření na šířce působení sevření a , která vyvolává reakční síly na uzlech (obr. 49), jejichž součet odpovídá hodnotě síly sevření vyvolané utažením šroubů (109).

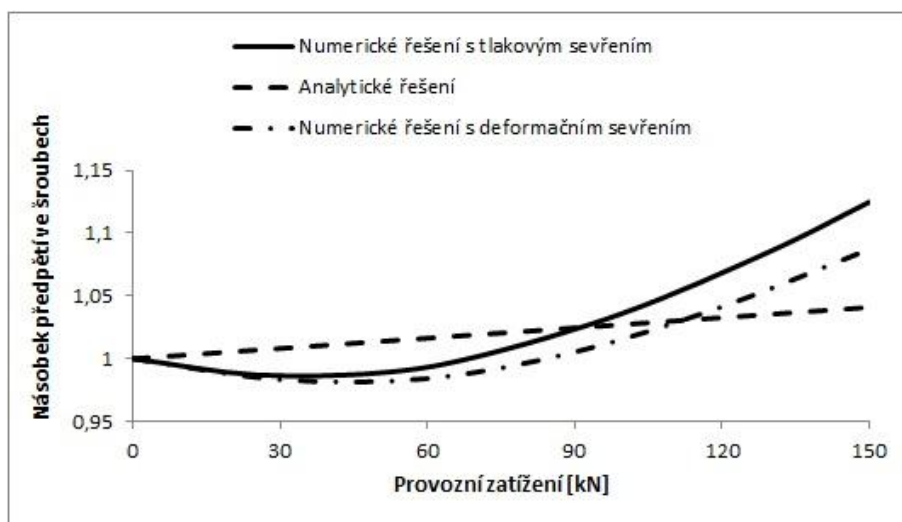


Obr. 49 Model příruby s deformačním sevřením

Zatěžovací kroky a jejich vyhodnocení jsou totožné, mohou tedy porovnat výsledné hodnoty pro model s tlakovým a model s deformačním sevřením.



Obr. 50 Vliv provozního zatížení na polohu těžiště kontaktu



Obr. 51 Vliv provozního zatížení na napětí ve šroubech

Obr. 50 skutečně ukazuje exponenciální závislost polohy těžiště kontaktního tlaku na aplikovaném zatížení. V případě stále sevřeného spojení listů, což je hlavním předpokladem pro řešení předepjatých spojů, se kontaktní tlak blíží konečné poloze. Tuto konečnou hodnotu, resp. místo opěrného bodu pro analytické výpočty, však lze jen obtížně vyhodnotit. Celá oblast je ovlivněná sevřením, není tedy zřejmé, kde dochází k opírání listů o sebe nezájem v důsledku zatížení a kde v důsledku sevření.

Porovnání tlakového a deformačního sevření na obr. 51 vystihuje jejich vliv na rozložení sil ve šroubovém spoji. Za předpokladu, že nedochází k otevření spoje (deformační sevření) je namáhání šroubu sníženo, což odpovídá teorii o šroubových spojích, na hodnotu 1,09-násobek při zatížení 150 kN. Model umožňující otevření spoje (tlakové sevření) má při stejném zatížení 1,12-násobek předpětí ve šroubech. Předepjatý šroubový spoj modelovaný pomocí rotační symetrie tedy odpovídá teorii šroubových spojů v klasických úlohách.

10.4 Řešení kontaktní úlohy s využitím plochy symetrie

Předpětí má značný vliv na rozložení kontaktního tlaku a je obtížné z něj vyhodnotit polohu opěrného bodu, který by byl vstupem do analytického výpočtu. Nicméně předpoklad o stálém sevření šroubového spojení (deformační sevření) vykazoval exponenciální závislost polohy těžiště kontaktu na provozním zatížení. Využitím tedy tohoto předpokladu a zároveň vynecháním okrajové podmínky deformačního sevření, lze přímo hodnotit polohu hledaného opěrného bodu. Problémová úloha je navíc symetrická. Model geometrie horní a spodní příruby je totožný, zatížení je rovněž ve statické rovnováze a okrajové podmínky jsou symetrické dle plochy symetrie nacházející se ve středu přírubového spoje (tj. mezi horním a spodním listem) a kolmé na osu rotační symetrie.

Model geometrie

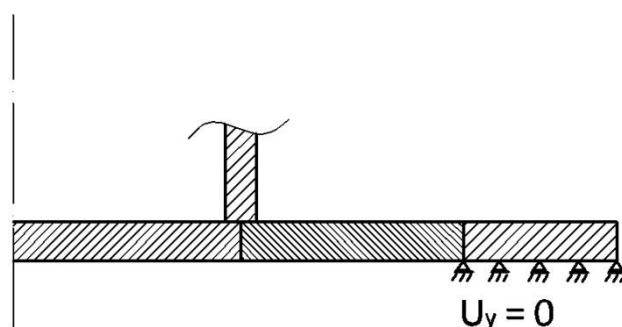
Celková geometrie je totožná s analyticky počítanou dle kap. 8. Použil jsem prvky typu Solid 182 axisymetrický s velikostí $0,25 \text{ mm}$, abych mohl zachytit tlakové rozložení za roztečnou kružnicí šroubového spoje.

Model materiálu

Materiál je shodný dle kap. 7.2.

Model vazeb a zatížení

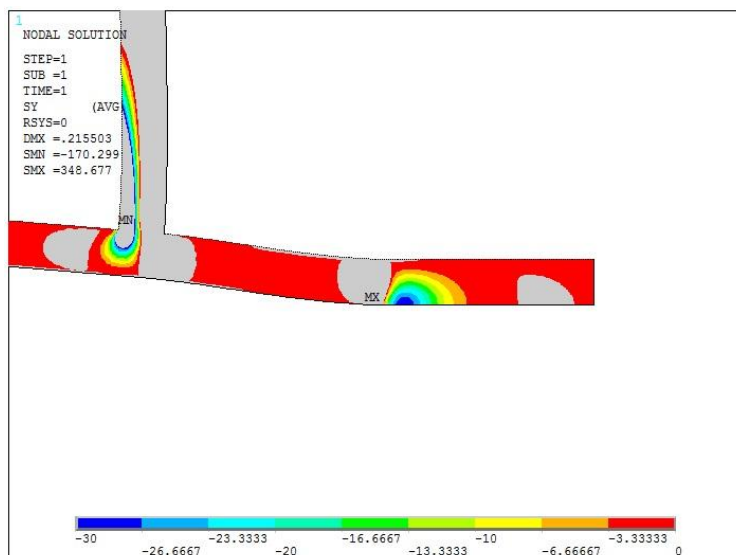
Na spodní stranu listu příruby za roztečnou kružnicí šroubů jsem umístil zamezení osového posuvu, který vychází z plochy symetrie (obr. 52). Tímto způsobem je zamezeno natočení a zároveň otevření šroubového spoje, což je předpokladem pro takto řešenou úlohu. Ohybový moment však má možnost přenosu a listu je takto umožněno opírání o tuto vazbu posunutí, resp. o hledaný opěrný bod. Osové zatížení jsem aplikoval na trubku o celkové hodnotě 50 kN .



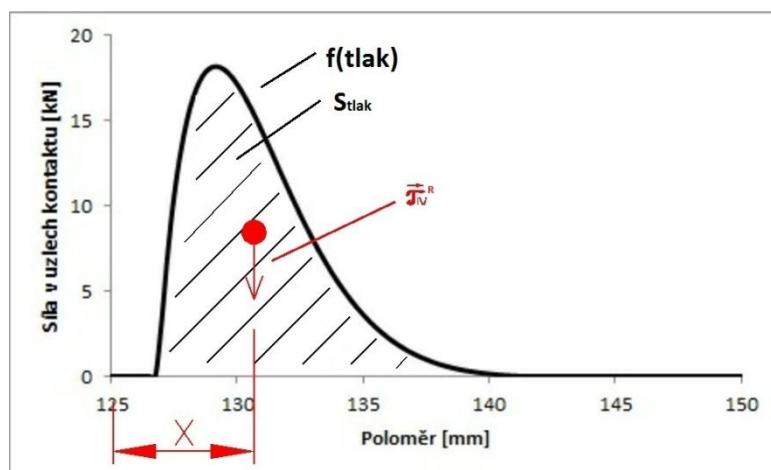
Obr. 52 Model geometrie pro úlohu s plochou symetrie

Řešení

Úloha je to lineární, kontaktní tlak je přímo úměrný aplikovanému zatížení (obr. 53). Výsledné rozložení této reakční plochy jsem opět zpracoval dle vztahu (111) a získal tak hodnotu jeho těžiště, zároveň lze z její velikosti získat hodnotu přidané reakční síly. Mohu tímto způsobem zavést statickou ekvivalenci plošného zatížení jako bod (jeho těžiště), nimž prochází nositelka síly rovnající se ploše zatížení (obr. 54).



Obr. 53 Řešení úlohy s plochou symetrie



Obr 54 Rozložení kontaktního tlaku

Polohu těžiště x jsem vyhodnotil jako **130,74 mm**. Celková reakční liniová síla \mathcal{J}_{IV}^R je součet všech elementárních sil, tedy:

$$\mathcal{J}_{IV}^R = \frac{\int f(\text{tlak})dF}{2\pi(R^2 + x)} \tag{112}$$

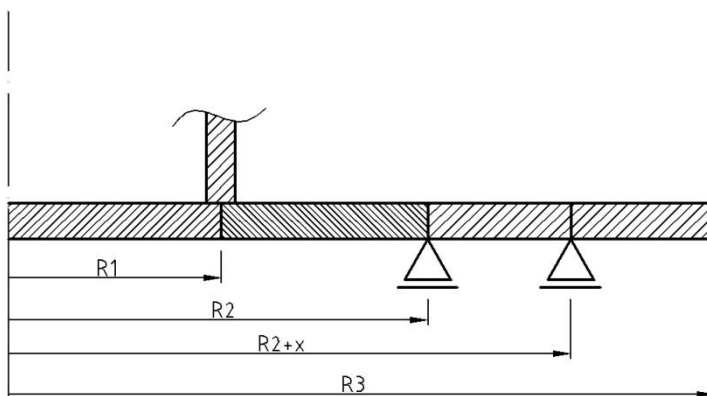
Dle tohoto výpočtového modelu je liniová reakční síla $\mathcal{J}_{IV}^R = 0,164 \text{ kN.mm}^{-1}$. Přepočteno na zatížení v jednotkách N se jedná o cca **135 kN** přídavného zatížení do šroubového spojení způsobené pákovým efektem. Klasická úloha počítá se zatížením **50 kN** ve šroubovém spoji. Na základě tedy tohoto modelu dochází k více než 3-násobnému navýšení síly v místě sevření. Využitím vztahu (92, 94, 95) pro výpočet předepjatého šroubového spoje dostaneme bezpečnost šroubu vůči meznímu stavu pružnosti $k_k^s = 1,36$. Pákový efekt tedy snížil hodnotu bezpečnosti o **0,05**. Síla sevření ve spojovaných součástech by měla být dle (93) $F_s = 62,2 \text{ kN}$, stále jsou tedy listy sevřené.

10.5 Analytický výpočet pákového efektu

Jak již bylo zmíněno v kap. 10.1, úloha s pákovým efektem má o jednu neznámou více, než úloha klasická. Touto neznámou je právě reakční síla \mathcal{T}_{IV}^R , působící v místě opěrného bodu ve vzdálenosti x od roztečné kružnice šroubového spojení. Cílem kapitol 10.2-10.4 bylo zjištění umístění tohoto opěrného bodu, jednalo se tedy o úlohu nepřímou, tj. zjištění modelu vazeb na základě odezvy na zatížení. Nyní lze s výsledky pracovat a zjistit shodu mezi analytickým a numerickým modelem.

Je zřejmé, že opěrný bod bude mít vliv na deformaci listů, které se opírají navzájem. Jejich prohnutí s uvažením plochy symetrie mezi listy je tedy $w = 0$. Zároveň se jedná pouze o kontakt, tzn., že nebude přenášet žádný ohybový moment. Dostaneme tedy obecnou podporu v místě jeho působení (tedy $R2+x$). Aby mohl analytický výpočet hodnotit přidanou reakční sílu, je zapotřebí odstranit vazbu omezující natočení v místě šroubového spojení (obr. 55). Neznámých je tedy pro kontrolní úlohu celkově 15, je tedy zapotřebí 15 rovnic k jejich řešení.

$$NP = \{C_1^I, C_2^I, C_3^I, C_1^{II}, C_3^{II}, C_4^{II}, C_1^{III}, C_2^{III}, C_3^{III}, C_4^{III}, C_5^{III}, C_1^{IV}, C_2^{IV}, C_3^{IV}, \mathcal{T}_{IV}^R\}$$



Obr. 55 Model vazeb pro výpočet pákového efektu

Okrajové podmínky respektující kontinuitu tedy jsou:

pro parametr $r = R1$:

$$\begin{aligned} u^I &= u^{II} \\ u^{II} &= u^{III} \\ g^I &= g^{II} \\ g^I &= g^{III} \\ w^I &= w^{II} \\ w^I &= w^{III} \\ g^{III} &= g^{IV} \end{aligned}$$

pro parametr $r=R2$:

a okrajové podmínky zahrnující geometrii a rozložení sil jsou:

pro parametr $r = R1$:

$$\begin{aligned} m_r^I &= m_r^{III} - m_r^{II} \\ \frac{\mathcal{T}_r^I}{h} &= \sigma_r^{II} - \sigma_r^{III} \end{aligned}$$

pro parametr $r = R2$:

$$\begin{aligned} m_r^{III} &= m_r^{IV} \\ w^{III} &= 0 \\ w^{IV} &= 0 \end{aligned}$$

pro parametr $r = R3$:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{III} &= 0 \\ m_r^{IV} &= 0 \end{aligned}$$

pro parametr $r = R2+x$:

$$w^{IV} = 0$$

Pro vyjadřování rovnic z okrajových podmínek a vyhodnocení napěťově deformačních průběhů v listu je výhodnější vyjádření liniové posouvající síly \mathcal{J}_{IV} působící v poslední části listu. Výsledná reakční síla v místě opěrného bodu potom bude:

$$\mathcal{J}_{IV}^R = \mathcal{J}_{IV} 2\pi(R2 + x) \quad (113)$$

Šroubový spoj pak bude přenášet zatížení rovnající se skoku posouvající síly ve vnitřních účincích:

$$\mathcal{J}_{III}^R = 2\pi R2(\mathcal{J}_{IV} - \mathcal{J}_{III}) \quad (114)$$

Rovnice vyjadřené z okrajových podmínek jsou ve tvaru:

$$\mathbf{u}: -C_2^I - R1\mu \frac{n_z}{Et} = C_4^{III} R1 + \frac{C_5^{III}}{R1} \quad (115)$$

$$\mathbf{u}: C_4^I R1 = C_4^{III} R1 + \frac{C_5^{III}}{R1} \quad (116)$$

$$\mathbf{\vartheta}: \beta C_1^I - \beta C_2^I = C_1^I R1 \quad (117)$$

$$\mathbf{\vartheta}: \beta C_1^I - \beta C_2^I = C_1^{III} R1 + \frac{C_2^{III}}{R1} + R1^2 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1) - 0,5}{2B_2} \quad (118)$$

$$\mathbf{w}: \frac{\mu C_1^I + \mu C_2^I}{2\beta R1} + C_3^I = C_1^I \frac{R1^2}{2} + C_3^I \quad (119)$$

$$\mathbf{w}: \frac{\mu C_1^I + \mu C_2^I}{2\beta R1} + C_3^I = C_1^{III} \frac{R1^2}{2} + C_2^{III} \ln(R1) + C_3^{III} + R1^3 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1) - 1}{4B_2} \quad (120)$$

$$\mathbf{m}_r: -2B_1 \beta^2 C_1^I = B_2 (C_1^I + \mu C_1^I) \quad (121)$$

$$-B_2 \left[C_1^{III} - \frac{C_2^{III}}{R1^2} + R1 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1)}{2B_2} + R1 \frac{\mathcal{J}_{III}}{4B_2} + \mu C_1^{III} + \mu R1 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R1) - 0,5}{2B_2} \right] \quad (122)$$

$$\sigma_r: -2B_1 \beta^3 \frac{C_1^I + C_2^I}{h} = E \frac{C_4^{III}}{1 - \mu} - E \frac{C_5^{III}}{(1 + \mu)R1^2} - E \frac{C_4^I}{1 - \mu} \quad (122)$$

$$\mathbf{w}: C_1^{III} \frac{R2^2}{2} + C_2^{III} \ln(R2) + \mathcal{J}_{III} R1 R2^2 \frac{\ln(R2) - 1}{4B_2} = 0 \quad (123)$$

$$\sigma_r: E \frac{C_4^{III}}{1 - \mu} - E \frac{C_5^{III}}{(1 + \mu)R3^2} = 0 \quad (124)$$

$$\mathbf{\vartheta}: C_1^{III} R2 + \frac{C_2^{III}}{R2} + R1 R2 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R2) - 0,5}{2B_2} = C_1^{IV} R2 + \frac{C_2^{IV}}{R2} + R1 R2 \mathcal{J}_{IV} \frac{\ln(R2) - 0,5}{2B_2} \quad (125)$$

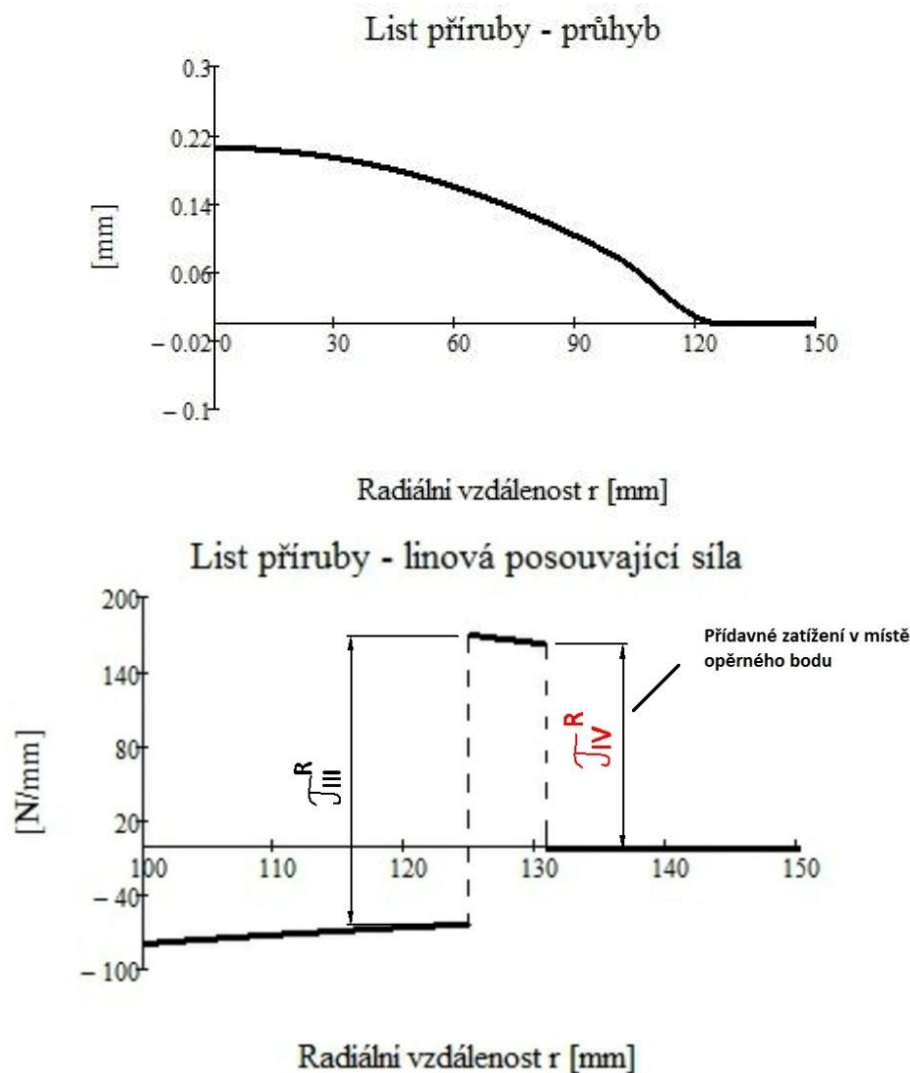
$$\mathbf{w}: C_1^{III} \frac{R2^2}{2} + C_2^{III} \ln(R2) + C_3^{III} + R1 R2^2 \mathcal{J}_{III} \frac{\ln(R2) - 1}{4B_2} = 0 \quad (126)$$

$$\mathbf{w}: C_1^{IV} \frac{R2^2}{2} + C_2^{IV} \ln(R2) + C_3^{IV} + R1 R2^2 \mathcal{J}_{IV} \frac{\ln(R2) - 1}{4B_2} = 0 \quad (127)$$

$$\mathbf{m}_r: -B_2 \left[C_1^{IV} - \frac{C_2^{IV}}{R3^2} + R2 \mathcal{J}_{IV} \frac{\ln(R3)}{2B_2} + R2 \frac{\mathcal{J}_{IV}}{4B_2} + \mu C_1^{IV} + \mu R2 \mathcal{J}_{IV} \frac{\ln(R3) - 0,5}{2B_2} \right] = 0 \quad (128)$$

$$\mathbf{w}: C_1^{IV} \frac{(R2 + x)^2}{2} + C_2^{IV} \ln(R2 + x) + C_3^{IV} + R1 (R2 + x)^2 \mathcal{J}_{IV} \frac{\ln(R2 + x) - 1}{4B_2} = 0 \quad (129)$$

Matice \underline{A} a vektor pravých stran \underline{B} je vytvořen z výše uvedených vyjádřených okrajových podmínek. Výpočet neznámých je provedene dle vztahu (47). Pro ukázkou řešení si lze jednoduše pomocí programu MathCAD vykreslit některé z napěťově deformačních průběhů (obr. 56).



Obr. 56 Řešení příruby s pákovým efektem

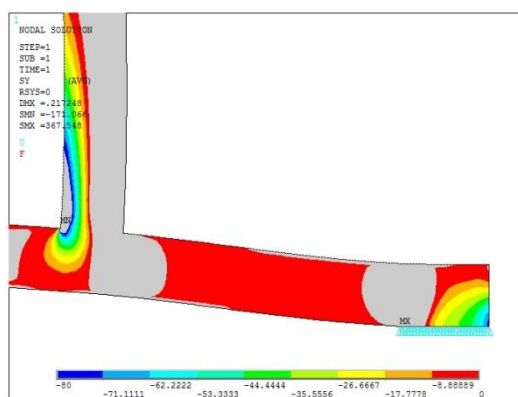
Přestože nahrazením šroubového spojení obecnou podporou je umožněno natočení listu, opěrný bod (a tedy další obecná podpora) má za následek díky své blízkosti k této vazbě omezení průhybu. Jedná se tedy o podobnou situaci jako řešení pomocí plochy symetrie v kap. 10.4. V průběhu liniové posouvající síly je znatelný skok, který přenáší podpora šroubového spojení, celková hodnota tohoto skoku je právě důsledek pákového efektu.

Liniová reakční síla opěrného bodu tedy je na základě výše uvedeného řešení dle (113) $\mathcal{J}_{IV}^R = 0,162 \text{ kN.mm}^{-1}$. Přepočteno na celkovou reakční sílu má přídavné zatížení důsledkem pákového efektu hodnotu **133 kN**. Pro kontrolu si lze vyjádřit celkovou sílu ve šroubovém spoji dle (114) $\mathcal{J}_{III}^R = 0,233 \text{ kN.mm}^{-1}$ a celková síla tedy je **183 kN**. Odečtením **50 kN** (provozní zatížení) dostaneme navýšení o **133 kN**. Soustava je tedy ve statické rovnováze. Odchylka analytického a numerického výpočtu reakční síly je **1,5 %**, což je velmi uspokojivý výsledek.

10.6 Vliv tloušťky listu na polohu opěrného bodu

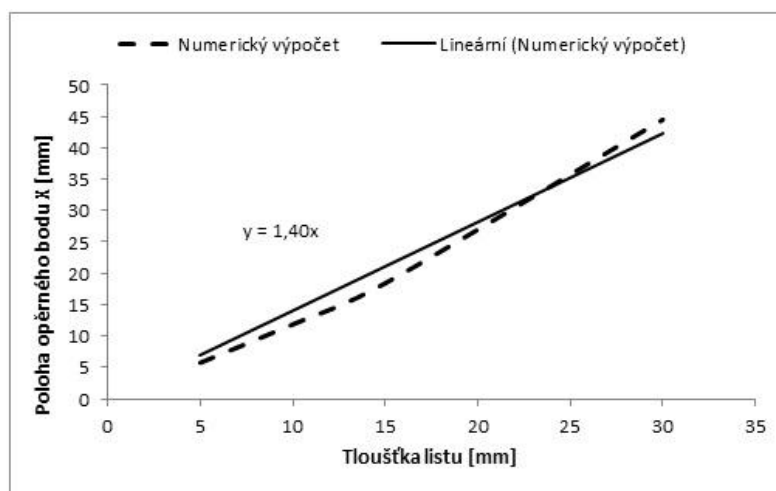
Výše uvedený výpočet je nutné ověřit i pro jiné geometrické konfigurace, aby bylo možné zjistit, jaký je vliv tloušťky listu příruby na polohu opěrného bodu a zavést tímto způsobem vztah do analytického výpočtu, který by zobecnil řešení pro možné geometrie.

Provedl jsem tedy výpočty obdobné kapitole 10.4. a 10.5 pro tloušťky příruby 5-30 mm. Zároveň bylo zapotřebí hlídat vnější průměr listu D_3 , aby došlo k plynulému rozložení kontaktního tlaku a nebyl ovlivněn okrajem příruby (obr. 57), což by mělo značný vliv na polohu opěrného bodu a tedy způsobovalo navýšení přídavného zatížení.



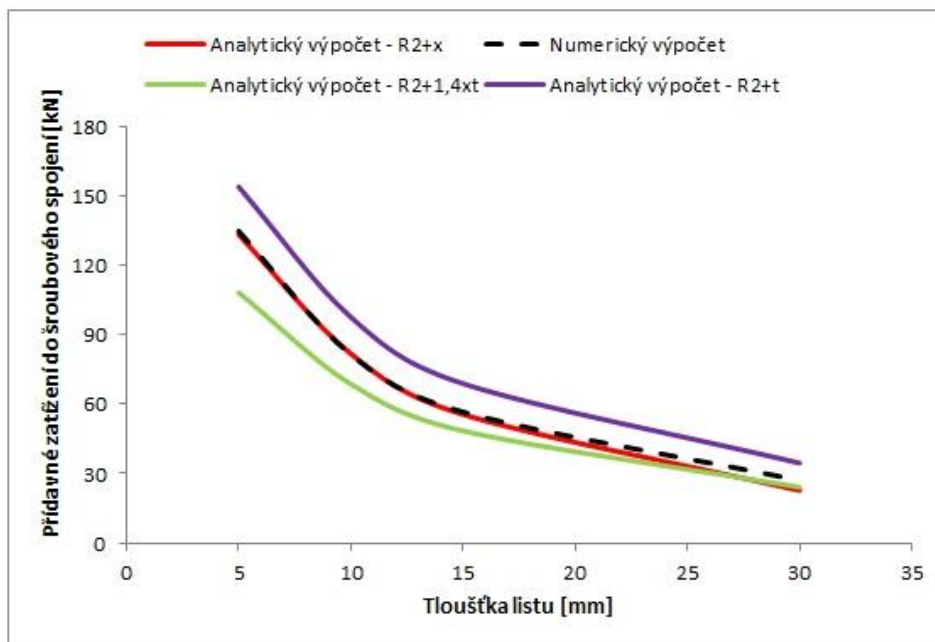
Obr. 57 Negativní vliv okraje příruby na polohu opěrného bodu

Výsledná závislost tloušťky listu na polohu opěrného bodu a hodnotu přídavného zatížení jsou na obr. 58,59. Zahrnul jsem do této závislosti i výsledky s analytických výpočtů, abych je mohl porovnat.



Obr. 58 Vliv tloušťky listu na polohu opěrného bodu

Z obr. 58 je zřetelný vliv tloušťky na hodnotu x vzdálenosti opěrného bodu od šroubového spojení. Tuto závislost jsem proložil přímkou a nechal vyhodnotit její rovnici, abych dostal funkci, která by mohla vstupovat do analytického řešení k výpočtu pákového efektu.



Obr. 59 Vliv tloušťky listu na přídavné zatížení

Celkově jsem porovnával numerický výpočet s 3 různými přístupy analytického výpočtu. **Červená** křivka zobrazuje výpočet s hodnotou x , která je získána až z numerického řešení. Tento model řešení vykazoval největší shodu, na druhou stranu hodnota x by musela být stanovena pro každou geometrickou konfiguraci, což se jeví jako nereálné. Využil jsem tedy lineární proložení (obr. 58) k získání funkce $x = 1,4 \cdot h$ k vykreslení **zelené** křivky. Ta se přibližovala numerickému řešení až ve větších hodnotách tlouštěk. Další možností je analytický model, který uvažuje opěrný bod ve vzdálenosti $x = h$, tedy křivka **fialová**. Tato závislost odpovídala numerickému řešení pouze tvarem, byla však posunuta k vyšším hodnotám přídavného zatížení, takže dochází spíše k přehodnocení vlivu pákového efektu. **V technické praxi je zvykem se vždy pohybovat na bezpečné straně** (tzn. počítat s vyšším zatížením, vyšším napětím než se nachází v reálné konstrukci), a tedy jsem zvolil předpoklad pro bezpečnější návrhy konstruktérů, že vzdálenost opěrného bodu x je rovna tloušťce listu h , tedy:

$$x = h \quad (130)$$

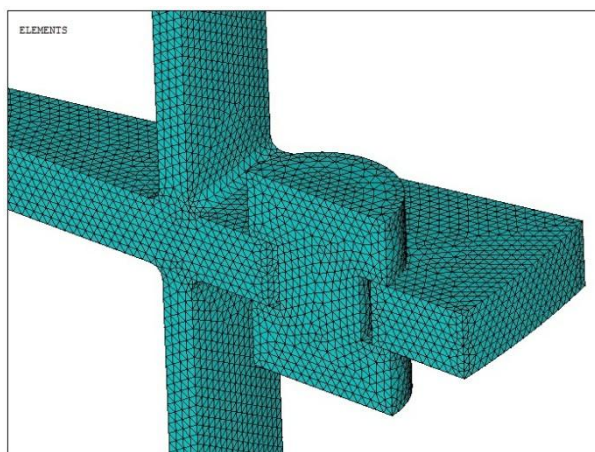
Tento předpoklad jsem zahrnul do výpočtového parametrického programu, viz kap. 12.

11 3-DIMENZIONÁLNÍ NUMERICKÝ MODEL PŘÍRUBY

Všechny užití výpočtové modely ve výše uvedených kapitolách byly navrženy na základě předpokladů o rotačně symetrických a tenkostěnných úlohách. Šroubové spojení bylo nahrazeno vazbou omezující natočení, případně obecnou podporou, pákový efekt zase jedním bodem, který působil na střednici tenkostěnného tělesa – listu. Cílem této kapitoly je výpočtový model, který by zahrnoval skutečnou geometrii příruby a porovnat jej s předešlými.

Model geometrie

K ušetření výpočtového času jsem modeloval pouze kruhovou výseč příruby o úhlu $\theta=11,25^\circ$. Rozměry vychází z kap.8. Geometrii reálných šroubů jsem nahradil válci o výpočtovém průřezu A_s , hlavy šroubů jsem modeloval opět válcem s výškou 10 mm s průměrem použitých podložek, tedy 24 mm . Díry pro šrouby jsem volil s průměrem 18 mm . Celá výpočtový model se skládá ze 3 těles – horní a spodní řez příruby a polovičním podélným řezem šroubu. Prvky Solid 185 s globálním rozměrem $1,5\text{ mm}$ jsem použil k modelování struktury (obr. 60). Mezi horním a spodním listem jsem nastavil kontaktní prvky, zároveň mezi jejich povrchovou plochou a spodní stranou hlavy šroubu. Do samotného šroubu jsem umístil prvky Prets 179 k simulaci předpětí.



Obr. 60 Model geometrie pro 3-dimenzionální úlohu

Model materiálu

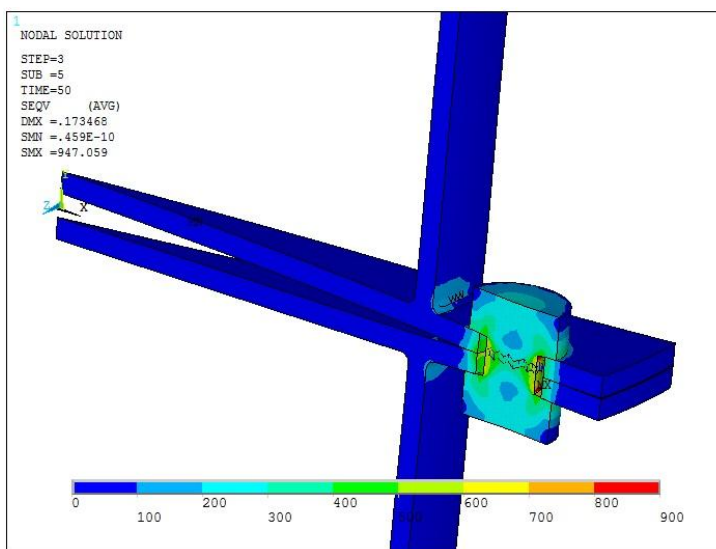
Materiál je shodný s kap. 8.

Model vazeb a zatížení

Řešení jsem rozdělil na 3 kroky. Zatěžovací krok 1 spočíval v aplikaci předpětí na prvky Prets 179 pomocí relativního posunutí mezi nimi, abych vyvolal sevření listů. Oproti rotačně symetrickým úlohám jsem zde použil předpětí odpovídající zadání v kap. 8 ($0,7 \cdot \sigma_k^s = 448\text{ MPa}$). V kroce 2 jsem aplikoval tahové zatížení na obě strany trubky, které po přepočtu dává celkovou hodnotu 50 kN (obr. 61). V kroce 3 jsem navýšil toto zatížení na 150 kN , abych zatížil přírubu na hranici meze kluzu a zároveň mohl hodnotit sevření spoje. Ve všech krocích byla respektovaná symetrie úlohy, tzn., že na krajních plochách modelu byly použity symetrické deformační okrajové podmínky (nulové posunutí ve směru normály plochy).

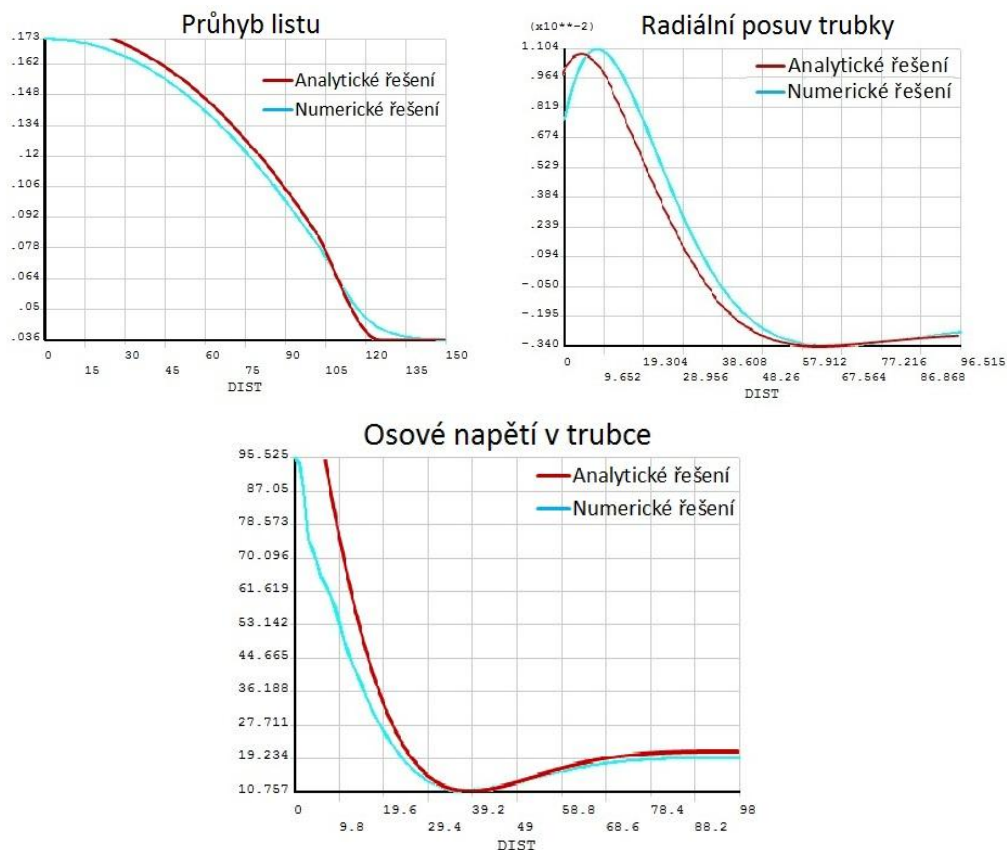
Řešení

Každý zatěžovací krok jsem dále rozdělil na 5 pod-kroků (substepů), s konvergencí tak nebyly problémy.



Obr. 61 Aplikace zatížení 50 kN – napětí HMH

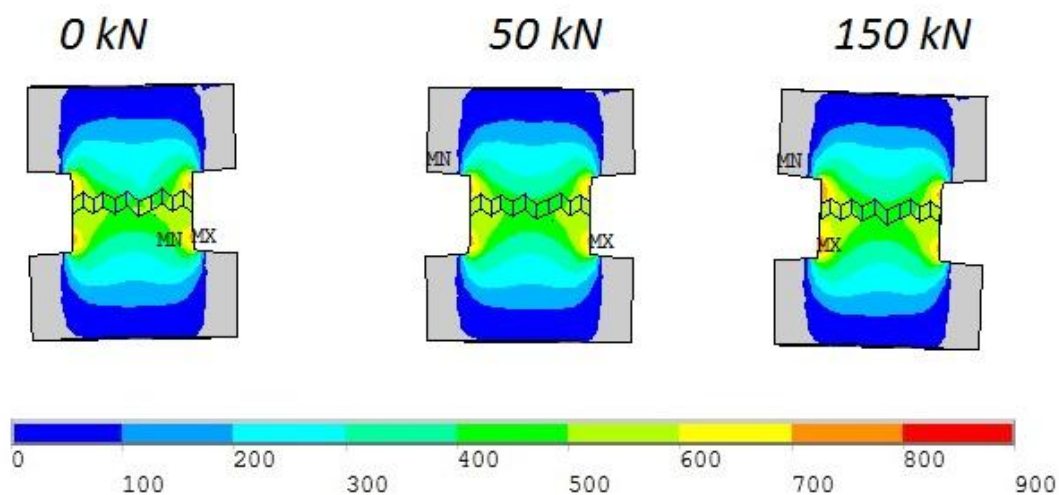
Pro porovnání analytického a numerického 3D řešení jsem si nechal vykreslit některé napětově deformační průběhy po hranách příruby (obr. 62).



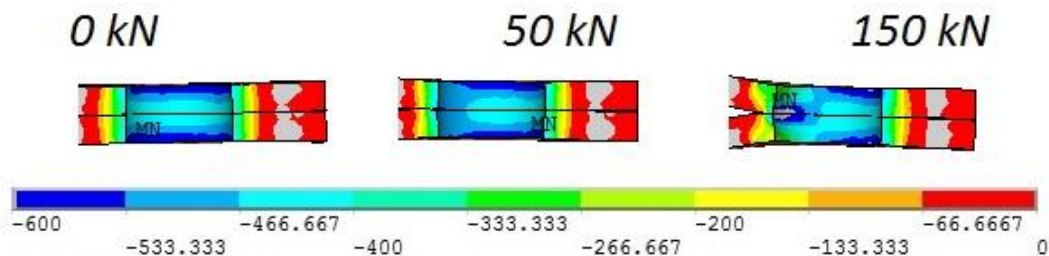
Obr. 62 Porovnání napětově deformačních průběhů v přírubě

Výše uvedené průběhy ukazují značnou tvarovou shodu, která odpovídá teorii dané úlohy. Konečné hodnoty se však liší, což je způsobeno rozdílnou úrovní řešení daného problému, tedy různými výpočtovými modely.

Objektem zájmu je vliv pákového efektu na přídatné zatížení ve šroubovém spoji. Zaměřil jsem se tedy na samotné šrouby, z nichž jsem vyhodnocoval celkovou napjatost (obr. 63) v závislosti na zatěžovacím kroku (0-150 kN), která by se měla dle předchozích řešení měnit nelineárně. Osové napětí ve šroubech jsem opět normoval vůči hodnotě předpětí a výsledný průběh hodnot zobrazil na obr. 65.

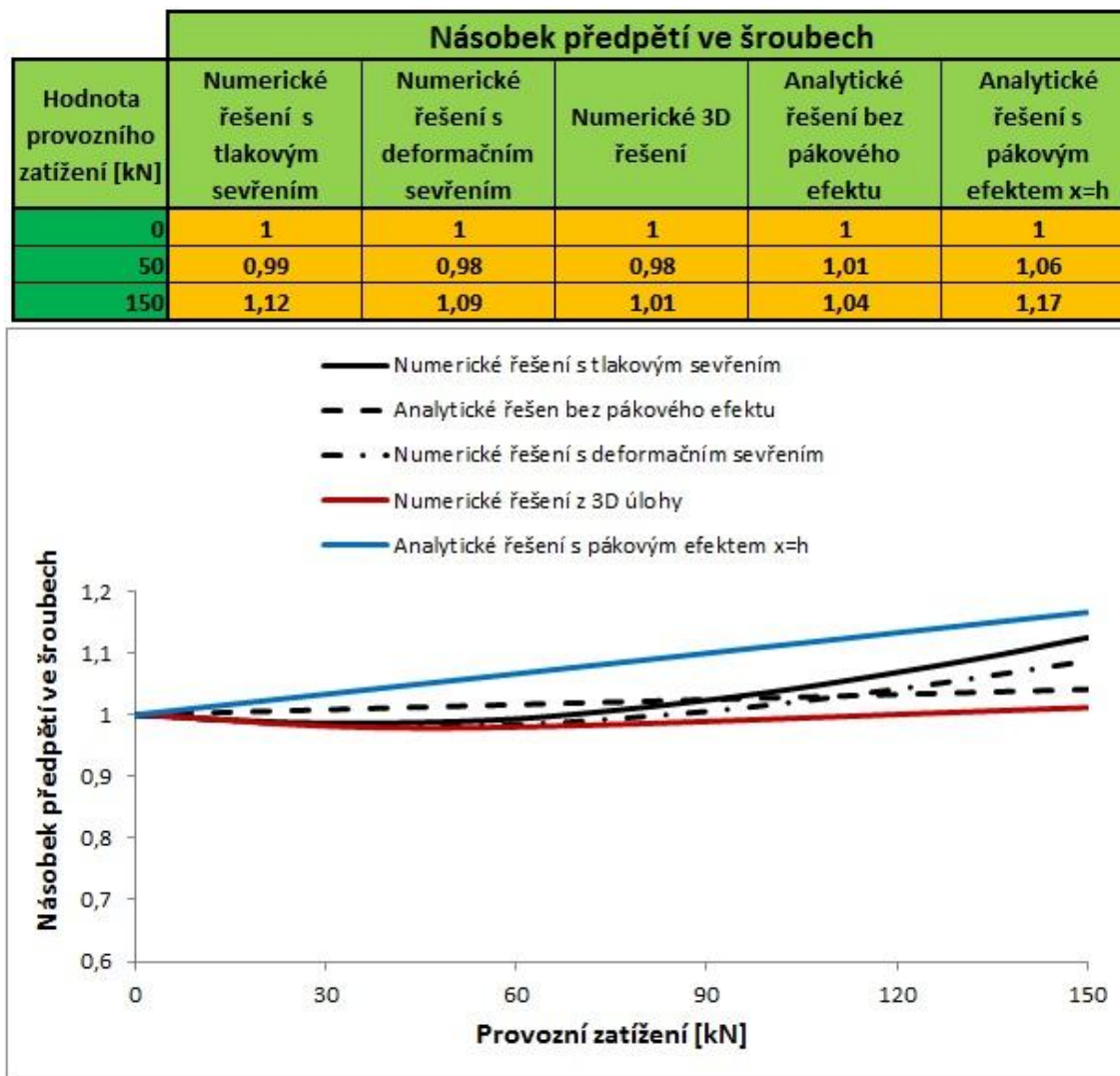


Obr. 63 Osové napětí ve šroubech



Obr. 64 Rozložení tlaku ve spojovaných součástech

Obr. 63 ukazuje nepatrný vliv provozního zatížení na osové napětí ve šroubech. To je důsledkem předepjatého šroubového spoje, který rozkládá zatížení mezi šrouby a spojované součásti. Obr. 64 zobrazuje posunutí těžiště kontaktního tlaku po zatížení důsledkem ohybu spojení. Pro detailní rozbor napětí v listech je určitě podstatný, nicméně analytické předpoklady řešení tenkostěnných těles neuvažují napětí kolmé na plochu střednice (podobně jako koncentrace napětí v místě vazeb). Z tohoto důvodu jsem jeho vliv nezahrnul do svého řešení.



Obr. 65 Porovnání řešení pákového efektu

Obr. 65 porovnává možné numerické a analytické modely výpočtu pákového efektu. Pozoruhodné je, že 3D model, který nejlépe odpovídá realitě, vykazuje nejmenší vliv pákového efektu na síly ve šroubovém spoji v daném zatěžovacím intervalu pro danou geometrii. Veškeré nelineární numerické modely vykazovaly pokles předpětí ve šroubech při zatížení do určité úrovně, tento pokles dobře koresponduje s výsledky z korejské studie (obr. 34). Pravděpodobně se jedná o důsledek deformace listu při ohýbání po aplikaci provozního zatížení. Analytické lineární řešení, které počítá se vzdáleností opěrného bodu $x = h$, celkově přídatné zatížení zase nadhodnocuje, tvoří tak „obálku“ všem ostatním výpočtovým modelům a posouvá hodnocení součinitele bezpečnosti na bezpečnější stranu.

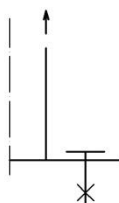
Není tedy zcela zřejmé, jaký je skutečný vliv opěrného bodu v předepjatém šroubovém spoji, bylo by nutné provést mnohem komplexnější rozbor problému pro různé geometrické konfigurace a s experimentálním ověřením, nicméně, s předpokladem $x = h$ dostáváme model, jenž má pozitivní vliv na bezpečnost konstrukcí již ve fázi návrhu, což je velmi podstatné pro práci návrhářů.

12 PARAMETRICKÝ VÝPOČTOVÝ PROGRAM

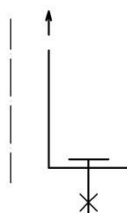
Hlavním důvodem provedení této diplomové práce je analytické řešení přírubového spoje s více geometrickými konfiguracemi, aby mohlo být následně použito jako parametrické rozhraní v programu Microsoft Excel pomocí programovacího jazyka Visual Basic for Applications. Tento výpočtový program je schopen hodnotit napjatost ve spoji v reálném čase a pomoci tak ušetřit množství materiálu již ve fázi návrhu. Nevýhodou tohoto řešení je jeho značné zjednodušení reality na úroveň řešitelnosti, zaměstnanci tedy musí hodnotit výsledky s určitým odstupem a nadhledem nad situací.

Rozdělil jsem geometrické konfigurace na 3 druhy (na základě tvaru listu):

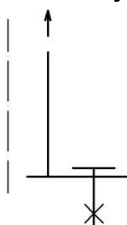
- Příruba s kruhovým listem – řešením je list plného průřezu, na který se navařuje trubka.



- Příruba s mezikruhovým listem – řešením je list mezikruhového průřezu o vnitřním průměru dosedající na trubku.

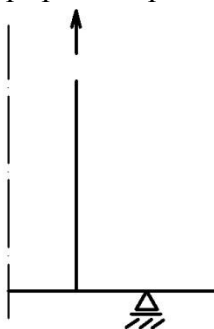


- Příruba s ne-úplným listem – řešením je list mezikruhového průřezu s nižším vnitřním průměrem, než je průměr trubky.



Dále jsem rozdělil řešení dle okrajových podmínek na 5 typů:

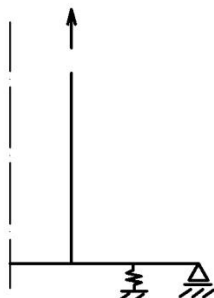
- Příruba s obecnou vazbou – případ bez předepjatého šroubového spojení.



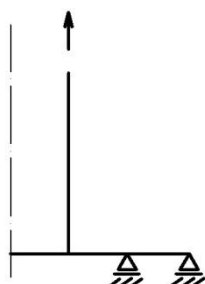
- Příruba s vazbou vetknutí v místě šroubového spojení – případ s počítaným předpětím bez pákovéh efektu.



- Příruba s pružinou a podporou – případ bez předepjatého šroubového spoje s možností natahování šroubů.



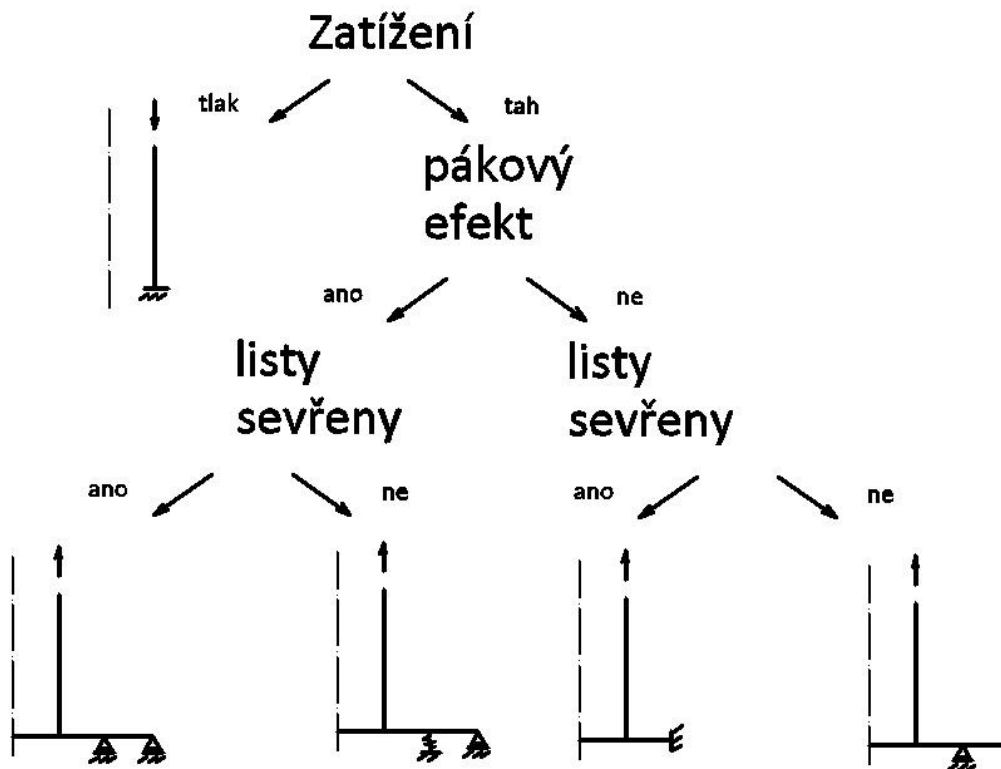
- Příruba s dvěma podporami – případ předepjatého šroubového spoje s pákovým efektem. Tento model je nejvíce konzervativní. Je tedy doporučován.



- Příruba tlačená – případ vetknuté momentové skořepiny tlačené osovou silou.



Výpočetní program rozděluje na základě dané geometrie a okrajových podmínek uživatelem za pomoci podmínky typu *IF* na výše uvedené modely. Přehledně je toto rozdělení vidět na schématu na obrázku 66.



Obr. 66 Rozdělení řešení ve výpočtovém programu

Celkově tedy bylo vyřešeno 13 modelových případů výpočtu přírubového spojení, tyto případy jsou pomocí matic A, x a B řešeny za pomoci programovacího jazyka Visual Basic for Applications (obr. 67).

```

Sub GeneralProcedure()
    Call Bolt_Library

    Worksheets("Calc").Range("A11:B30").Clear
    Worksheets("Calc").Range("E1:E300").Clear
    Worksheets("Calc").Range("H1:J300").Clear
    Worksheets("Calc").Range("K1:L300").Clear
    Worksheets("Flange").Range("F39:H39").Value = 0

    If Worksheets("Flange").Range("D30") < 0 Then 'Compression mode
        Call Calculation_Compression
    Else 'Tension mode

        If Worksheets("Calc").Range("B7") = 0 Then 'Frying not considered

            If Worksheets("Flange").Range("D28") = 0 Then 'Pretension not considered

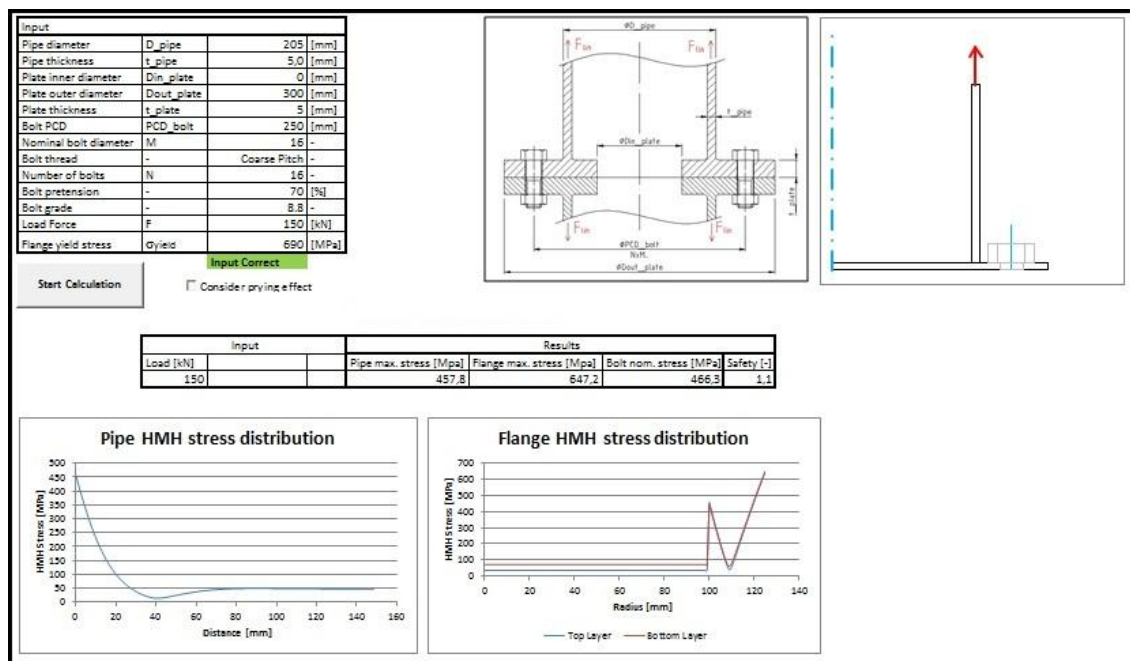
                If Worksheets("Flange").Range("d21").Value = 0 Then
                    Call Calculation_FullFlange
                    MsgBox "plna priruba"

                ElseIf Worksheets("Flange").Range("d21").Value = Worksheets("Flange").Range("d19").Value - Worksheets("
                    Call Calculation_InterocircularFlange
                    MsgBox "mezikruhova priruba"

                Else
            End If
        End If
    End If
End Sub
    
```

Obr. 67 Ukázka programovacího jazyka Visual Basic

Konečnou fází je vyhotovení rozhraní v Excelu tak, aby bylo uživatelsky přístupné pro zaměstnance. Po dohodě bylo stanoveno hlavním výstupem rozložení napětí dle podmínky HMH v trubce a listu příruby a kontrola sevření příruby (obr. 68).



Obr. 68 Ukázka parametrického rozhraní v prostředí Microsoft Excel

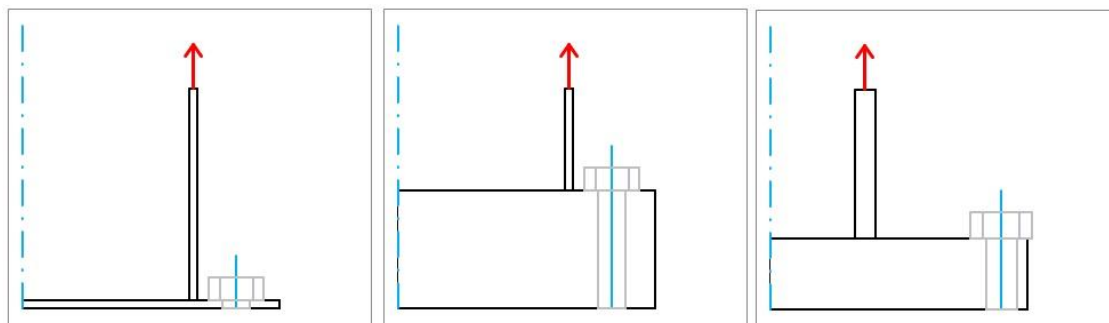
Vstupní hodnoty jsou v levém horním rohu v tabulce **Input** (obr. 69). Zde má uživatel možnost nastavit si parametry geometrie, zatížení, šroubového spojení a materiálové meze kluzu na základě svého návrhu konstrukčního řešení. V pravém horním rohu je umístěn proměnlivý obrázek, který umožňuje zobrazení aktuální geometrie, a tedy představu o reálném rozvržení příruby (obr. 70). Dále je zde zaškrkavací políčko „Consider prying effect“, které rozhoduje o tom, zda počítat i s opěrným bodem či nikoliv. Použitím tlačítka **Start Calculation** započne vlastní výpočet na základě výše uvedeného řešení a nechá zobrazit průběhy napětí dle podmínky HMH na povrchu příruby, kde jsou hodnoty napětí největší. Z těchto průběhů se pomocí funkce MAX vyberou nejvyšší hodnoty, aby se mohly přenést do tabulky **Results**, a z nich je vyhodnocena výsledná bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti (obr. 71).

Input			
Pipe diameter	D_pipe	205	[mm]
Pipe thickness	t_pipe	5,0	[mm]
Plate inner diameter	Din_plate	0	[mm]
Plate outer diameter	Dout_plate	300	[mm]
Plate thickness	t_plate	5	[mm]
Bolt PCD	PCD_bolt	250	[mm]
Nominal bolt diameter	M	16	-
Bolt thread	-	Coarse Pitch	-
Number of bolts	N	16	-
Bolt pretension	-	70	[%]
Bolt grade	-	8.8	-
Load Force	F	150	[kN]
Flange yield stress	σ_{yield}	690	[MPa]

Input Correct

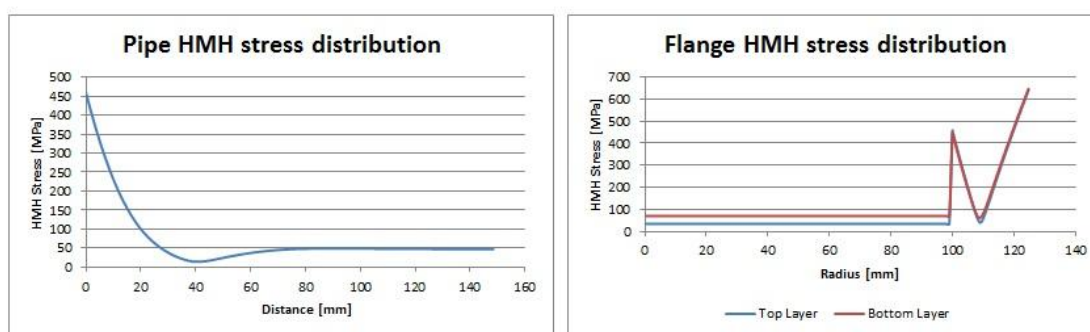
Start Calculation Consider prying effect

Obr. 69 Tabulka vstupních parametrů



Obr. 70 Obrázek zobrazující aktuální geometrii dle vstupních parametrů

Input		Results			
Load [kN]		Pipe max. stress [Mpa]	Flange max. stress [Mpa]	Bolt nom. stress [MPa]	Safety [-]
150		457,8	647,2	466,3	1,1



Obr. 71 Výstup výpočtu - hodnocení napětí

13 NÁVRH DALŠÍCH ŘEŠENÍ

Závěrem diplomové práce je vhodné zhodnotit i její nedostatky a navrhnout tak další možnosti řešení, či další postup v hledání podstatných veličin.

Úprava analytického řešení

Analytické řešení vychází z teorie tenkostěnných těles, jejíž hlavním nedostatkem je právě hodnocení napětí v kolmém směru na střednici. Je zřejmé, že předepjaté šroubové spojení bude mít značný vliv na napětí listů v jeho okolí, které se v mém řešení zanedbává. Mohlo by se tedy uvažovat nad využitím řešení kontaktního komolého kužele a jeho zahrnutí do výpočtu.

Další nedostatkem je vliv koncentrace napětí. Svarový spoj v místě napojení trubky na list je ovlivněn velkou změnou tuhosti, což má za příčinu vznik koncentrátoru, který navíc může být ovlivněn i určitým typem vady svaru. Na základě rozdílných geometrií příruby by bylo možné najít vztah pro hodnotu koncentrace a do tohoto vztahu zahrnout i uvažovanou vadu jakožto násobící konstantu.

Poslední možností je navázat na výzkum z korejské univerzity [11] a hledat korekční polynom pružné vazby šroubového spoje, jenž by mohl být zahrnut ve výpočtu.

Úprava numerického axisymetrického řešení

Největším problémem numerického řešení byl předpoklad rotační symetrie úlohy. Není zcela jasné, jakým způsobem modelovat šroubové spojení, zahrnout tak ohyb i přídavné namáhání pákového efektu.

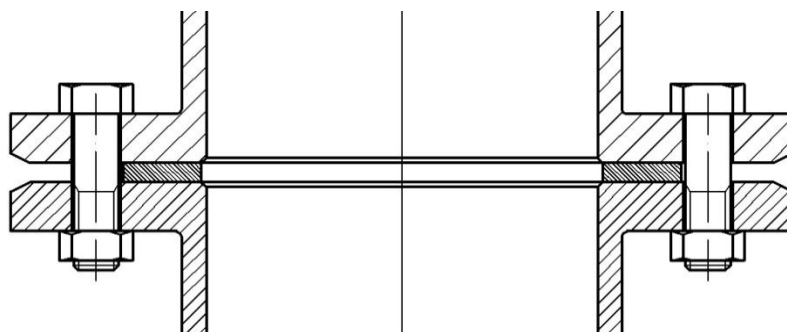
Experimentální ověření

Vzhledem k povaze této práce, nebyl proveden žádný skutečný experiment, který by alespoň přibližně ověřil teoretické řešení. Tento experiment by se mohl skládat ze zatěžovacího stroje, který by přenášel osově zatížení do příruby (tah či tlak). Samotná příruha bude připravena k experimentálnímu ověřování pomocí tenzometrických měřících čidel. Šroubové spojení by rovněž mohlo být zahrnuto do měření, tenzometry lze umístit do vyvrtného otvoru v ose šroubů a hodnotit tak přídavné zatížení od pákového efektu i případný ohyb šroubů.

Eliminace pákového efektu

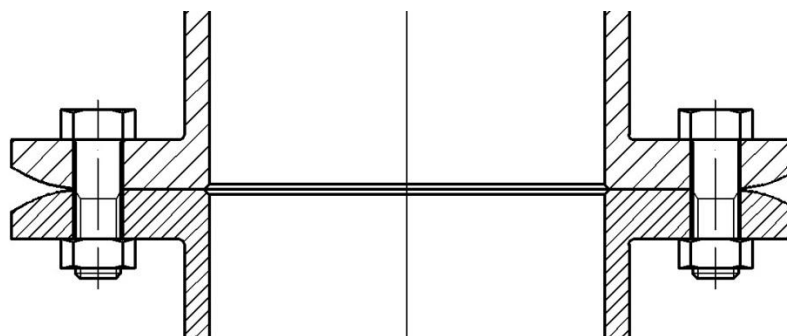
Do této kapitoly jsem zahrnul i návrh řešení příruby, u které by byl pákový efekt potlačen. Aby mohlo k potlačení dojít, musí je nutné omezení kontaktu mezi listy a tedy odstranění opěrného bodu. Nabízí se dvě řešení.

- Použití podložky – podložka by zajistila odstup listů od sebe navzájem, k jejich opření by došlo až po značné deformaci (obr. 72). Nevýhodou tohoto konstrukčního řešení je zavádění přídatného ohybové namáhání listů způsobené jak utahováním šroubů, tak aplikovaným provozním zatížením.



Obr. 72 Eliminace pákového efektu užitím podložky

- Vhodným tvarem okraje listu – tvar okrajové části listu může kompenzovat natočení příruby a minimalizovat tak hodnoty přídatného zatížení (obr. 73).



Obr. 73 Eliminace pákového efektu vhodným tvarem listu

14 ZÁVĚR

Přírubový spoj je častý konstrukční uzel užívaný v potrubních systémech k napojení dvou trubek a zajištění těsnosti přenosu média. Tyto konstrukční prvky jsou řešeny na základě norem, které uvažují značné zjednodušení reality.

Objektem řešení této práce byla však příruba navržena k přenosu osových sil v konstrukci, která může mít různé geometrické konfigurace dle vstupních dat návrháře. Bylo tedy provedeno rozsáhlé analytické řešení příruby s využitím teorie tenkostěnných těles a předpokladů rotační symetrie pro různé geometrie příruby.

Z tohoto řešení byl vybrán jeden demonstrativní model, na kterém byl ukázán postup výpočtu a výsledné napěťově deformační průběhy trubky (momentové skořepiny) a listu příruby (kruhová či mezikruhová stěnodeska). Součinitel bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti pro modelovou přírubu z oceli St 52-3N s mezí kluzu 350 MPa o vnějším průměru kruhového listu 300 mm , průměru trubky $102,5 \text{ mm}$, tloušťkou listu a trubky 5 mm , zatížené 50 kN je $k_k = 1,6$. Další kritickou analýzou byl samotný šroubový spoj, který bylo nutné ověřit s využitím teorie návrhu předepjatých šroubových spojů, zda jsou listy stále sevřeny či ne. Šroubový spoj skládající se z 16 šroubů M16 třídy 8.8 byl předepnut na hodnotu 70% meze kluzu. Po aplikaci provozního zatížení nedošlo k funkčně nepřijatelnému stavu, tedy otevření spoje a šrouby měly stále dostatečnou rezervu vůči překročení meze kluzu.

Druhou částí diplomové práce bylo ověření analytického výpočtu numerickým modelem. Užitím programu Ansys byl daný problém modelován pomocí prvků Shell 208 axisymetrických. Napěťově deformační průběhy vykazovaly značnou shodu, největší relativní chyba (průhyb listu příruby) dosahovala hodnoty **4,5 %**. Pro výpočty návrháře je však podstatné rozložení napětí v přírubě, analytické řešení tedy vyhovovalo.

Tahové namáhání příruby má vliv na deformaci, a tedy na rozložení sil ve šroubovém spoji. Ohýbáním a natáčením listu dochází k opírání vnitřních ploch o sebe navzájem a tedy ke vzniku přídatného zatížení šroubů – pákovému efektu. Přestože na základě klasického výpočtu předepjatých šroubových spojů by měly být spojované součásti stále sevřeny, pákový efekt může zapříčinit jeho otevření, dosažení funkčně nepřijatelného stavu a selhání konstrukce. Pomocí numerické metody konečných prvků byl tedy tento jev modelován s ohledem na rotační symetrii úlohy několika přístupy. Z těchto modelů byla vyhodnocena s uvážením statické ekvivalence kontaktního tlakového působení přímá závislost polohy opěrného bodu x na tloušťce sevřených listů h . Tato závislost byla implementována do analytického řešení s ohledem na vyšší bezpečnost předpokladem, že **opěrný bod je vzdálen o hodnotu tloušťky listu ($x = h$)** od roztečné kružnice šroubového spojení. Na základě statické rovnováhy pak je analytické řešení schopné vyhodnotit výsledné namáhání předepjatého šroubového spoje.

Závěrem diplomové práce je tvorba rozhraní v programu Microsoft Excel s využitím programovacího jazyka Visual Basic for Applications, který umožňuje statický výpočet přírubového spoje v reálném čase na základě vstupních dat. Tento výpočtový nástroj tak přináší možnost efektivnější práce návrhářů ve společnosti Huisman Konstrukce, což bylo hlavním důvodem vzniku zadání této práce.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] SCHNEIDER, Petr. *Základy konstruování procesních zařízení*. Vyd. 1. Brno: PC-DIR Real, 1999, 169 s. ISBN 80-214-1483-9.
- [2] SCHÜTZ, S. *Software pro výpočet přírub podle ČSN EN 13445*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 35 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Tomáš Létal.
- [3] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí: učební texty*. 1. vyd. Brno: CERM, 2007, 1234s. ISBN 978-80-7204-555-6.
- [4] ONDRÁČEK, E., VRBKA, J., JANÍČEK, P. a BURŠA, J.: *Mechanika těles: Pružnost a pevnost II*. 4. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2006, 262 s. ISBN 80-214-3260-8.
- [5] LENERT, J.: *Pružnost a pevnost II*, VŠB Ostrava, 1998
- [6] ČERMÁK, Libor a Rudolf Hlavička. *Numerické metody*. Brno: CERM, 2008. ISBN 978-80-214-3752-4.
- [7] SHIGLEY, Joseph E.; MISCHKE, Charles R.; BUDYNAS, Richard G. *Konstruování strojních součástí*. Vysoké učení technické v Brně: VUTIUM, 2010. 1186 s.
- [8] POSPÍŠIL, František. *Závitová a šroubová spojení*. Praha: SNTL, 1968.
- [9] PETRUŠKA Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Dostupné z <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>.
- [10] ANSYS Multiphysics, Release 15. Product help
- [11] YANG, Jae-Guen. Analytical models for the initial axial tensile stiffness and ultimate tensile load of a T-stub, including the effects of prying action. *International Journal of Steel Structures* [online]. 2013, vol 13, iss. 2, s. 341-352 [cit. 2016-05-08]. ISSN 2093-6311. Dostupné z: <http://link.springer.com/article/10.1007/s13296-013-2012-7>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

\underline{A}	[-]	matice konstant
A_s	[m ²]	efektivní průřez šroubu
a	[m]	délka pásu sevření
a_i, b_j, c_k	[-]	konstanty bázevých funkcí
α	[°]	úhel komolého kužele nahrazující spojované součásti
\underline{B}	[-]	vektor pravých stran
B	[Pa.m ³]	ohybová tuhost desky
β	[m ⁻¹]	skořepinová konstanta
C_s, C_p	[-]	tuhostní konstanta šroubů a spojovaných součástí
C_j	[-]	integrační konstanta
\underline{c}	[-]	vektor pravých stran v Gaussově eliminační metodě
$D1, D2, D3$	[m]	průměr listu a trubky
d_2, d_3	[m]	malý a střední průměr závitu šroubu
δ	[m]	deformační posunutí předpjatého spoje
δ_s, δ_p	[m]	přetvoření šroubu a spojovaných součástí
E, E^*	[Pa]	Youngův modul pružnosti a zpevněný modul pružnosti
e	[-]	poměrná změna objemu
$\varepsilon_r, \varepsilon_t, \varepsilon_z$	[-]	poměrné přetvoření radiální, tečné a osově
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	[-]	hlavní poměrné přetvoření
$\varepsilon_m, \varepsilon_n$	[-]	poměrné přetvoření meridiánové a normálové
$\underline{\varepsilon}$	[-]	matice přetvoření
\underline{F}	[N]	vektor zatížení
F	[N]	aplikované zatížení
F_i	[N]	síla předpětí
F_s	[N]	tahová síla ve šroubu
F_{lin}	[N.m ⁻¹]	aplikované liniové zatížení
$F_{sevření}$	[N]	síla sevření
φ_m, φ_t	[rad]	úhel meridiánové a tečného řezu
φ_s, φ_p	[°]	úhel zatěžovací dráhy šroubu a spojovaných součástí
θ	[°]	úhel výřezu z přírubového spoje
G	[Pa]	smykový modul pružnosti
\underline{G}	[-]	matice deformačních parametrů
\underline{g}_0	[m]	matice počátečních kontaktních mezer
γ	[rad]	úhel zkosu
Γ	[m ²]	střednicová plocha
h	[m]	tloušťka listu
\underline{K}	[N.m ⁻¹]	matice tuhosti
k_k, k_p	[N.m ⁻¹]	tuhost šroubu a spojovaných součástí
k_k	[-]	součinitel bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti
l_0	[m]	mezní délka momentové skořepiny
l_s	[m]	délka šroubu
λ	[-]	Lamého konstanta
λ_j	[-]	kořeny charakteristické rovnice
m_r, m_t, m_z	[Nm.m ⁻¹]	liniový ohybový moment radiální, tečný a osový
μ	[-]	Poissonův poměr
N	[-]	počet šroubů
n_r, n_t, n_z	[N.m ⁻¹]	liniová síla radiální, tečná a osová
$\underline{\rho}$	[N.m ⁻³]	matice objemových sil

P	[J]	potenciál vnějšího zatížení
p	[N.m ⁻²]	matice plošných sil
p_z, p_r	[N.m ⁻²]	plošné zatížení v osovém a radiálním směru
$p_{sevření}$	[Pa]	tlak sevření
Π	[J]	potenciální energie
π	[-]	Ludolfovo číslo
π_σ	[Pa]	tenzor napětí
π_ε	[-]	tenzor deformace
$R1, R2, R3$	[m]	poloměr listu a trubky
r_m, r_t	[m]	poloměr meridiánového a tečného řezu
S	[m ²]	plocha komolého kužele nahrazující spojované součásti
$S_{sevření}$	[m ²]	plocha sevření
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	[Pa]	hlavní napětí
σ_{redHMH}	[Pa]	redukované napětí dle podmínky HMH
σ_k	[Pa]	mez kluzu materiálu příruby
σ_k^s	[Pa]	mez kluzu materiálu šroubu
$\sigma_n, \sigma_r, \sigma_t, \sigma_m$	[Pa]	napětí normálové, radiální, tečné a meridiánové
$\underline{\sigma}$	[Pa]	matice napětí
t	[m]	tloušťka trubky
\mathcal{T}	[N.m ⁻¹]	liniová posouvající síla
\mathcal{T}_r	[N.m ⁻¹]	liniová radiální posouvající síla
\mathcal{T}^R	[N.m ⁻¹]	liniová reakční síla
ϑ	[rad]	natočení
\underline{U}	[m]	matice posunutí
u	[m]	deformační posunutí
V	[m ³]	objem
W	[J]	energie napjatosti tělesa
w	[m]	průhyb
x	[m]	vzdálenost opěrného bodu
\underline{x}	[-]	vektor neznámých
z	[m]	vzdálenost ve směru osy Z

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1. Obsah CD

OBSAH CD

- Parametrické rozhraní v programu Microsoft Excel umožňující statický výpočet rozložení napětí v přírubovém spoji pod názvem „Flange Strength Analysis“.
- Analytické řešení přírubového spoje pro různé konfigurace v programu MathCAD.