



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

TŘÍVÁLCOVÝ ŘADOVÝ VZNĚTOVÝ MOTOR S EXCENTRICKÝM KLIKOVÝM MECHANISMEM PRO UŽITKOVÁ VOZIDLA

THREE-CYLINDER INLINE DIESEL ENGINE WITH AN ECCENTRIC CRANK
FOR COMMERCIAL VEHICLES

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. VIKTOR DOMSKÝ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Viktor Domský

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Automobilní a dopravní inženýrství (2301T038)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Tříválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem pro užitková vozidla

v anglickém jazyce:

Three-cylinder inline diesel engine with an eccentric crank for commercial vehicles

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Navrhnout tříválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem s hlavním cílem snížit třecí ztráty v pístní skupině.

Cíle diplomové práce:

Pro zadané základní parametry klikového mechanismu a válcové jednotky

- vyšetřit vliv excentricity na průběhy síly mezi pístem a vložkou válce
- vyšetřit vliv excentricity na vyvážení klikového mechanismu
- pro vybranou hodnotu excentricity navrhnout vyvážení klikového mechanismu
- provést pevnostní kontrolu klikového hřídele s uvážením torzních kmitů

Seznam odborné literatury:

STONE , Richard. Introduction to Internal Combustion Engines. 3rd edition. Hampshire : Palgrave, 1999. 641 s. ISBN 0-333-74013-0.

Kraftfahrzeug - Kurbelwellen : Konstruktion, Berechnung, Herstellung. 2001. Auflage. Landsberg/Lech Verlag Moderne Industrie 2001. 70 s. ISBN 3-478-93243-2.

Hafner, K.E., Maass, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine, Springer-Verlag Wien-New York 1995

HEISLER, Heinz. Advanced Engine Technology. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2002. 794 s. ISBN 1-56091-734-2.

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 20.10.2014

L.S.

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.
Ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan fakulty



ABSTRAKT

Cílem práce je vyšetření vlivu excentricity na průběh síly mezi pístem a vložkou válce a vlivu na vyvážení klikového mechanismu. Pro vybranou hodnotu excentricity navrhnout provedení vyvážení a provést pevnostní kontrolu klikového hřídele s uvážením torzních kmitů. Excentricita je zvolena pomocí poměru ztrátové práce excentrického a centrického mechanismu. V práci je znázorněn vliv excentricity na vybrané kinematické veličiny. Pevnostní kontrola je řešena v softwaru ANSYS. Pomocí zvolené excentricity se podařilo v kontaktu pístu a vložky válce snížit ztrátovou práci o 10 %.

KLÍČOVÁ SLOVA

Excentricita, třecí ztráty, klikový hřídel, vznětový motor, tříválcový, torzní kmitání, vyvažování

ABSTRACT

The goal is to investigate the influence of eccentricity on the force between the piston and the cylinder liner and the influence on balancing of the crank mechanism. For a selected eccentricity suggest a balancing method and perform stress analysis of crankshaft considering torsional vibration. Eccentricity is chosen by the ratio of centric and eccentric mechanism of friction work. The paper shows the effect of eccentricity on the selected kinematics values. Stress analysis is done in the software ANSYS. Using selected eccentricity the friction work was reduced by 10 %.

KEYWORDS

Eccentricity, friction loss, crankshaft, diesel engine, compression ignited engine, three-cylinder engine, torsional vibration, balancing



BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

DOMSKÝ, V. *Tříválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem pro užitková vozidla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 65 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.



ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením prof. Ing. Václava Píštěka, DrSc. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 29. května 2015

.....

Viktor Domský



PODĚKOVÁNÍ

Tímto chci poděkovat vedoucímu mé práce panu prof. Ing. Václavu Pištěkovi, DrSc. za ochotu, cenné rady a připomínky, které mi poskytl při konzultacích mé diplomové práce. Také bych chtěl poděkovat Ing. Pavlu Ramíkovi.



OBSAH

Úvod	11
1 Kinematické veličiny excentrického mechanismu	12
1.1 Vstupní parametry	12
1.2 Excentricita	12
1.3 Zdvih	13
1.4 Polohy kliky při úvrátích	13
1.5 Dráha pístu	14
1.6 Rychlost pístu	16
1.7 Zrychlení pístu	16
2 Síly působící v klikovém mechanismu	18
2.1 Síly od tlaku plynů	18
2.2 Síly setrvačné	19
2.2.1 Setrvačné síly od posuvných hmot	19
2.2.2 Setrvačné síly od rotačních hmot	20
2.3 Sílové působení na ojnicím čepu	20
2.4 Sílové působení na hlavním čepu	22
3 Rozbor nevyváženosti	23
3.1 Vliv pořadí zapalování	23
3.2 Setrvačné síly a momenty rotujících hmot	24
3.3 Setrvačné síly a momenty posuvných hmot	26
3.4 Varianty vyvážení	27
4 Excentrický klikový mechanismus	29
4.1 Vliv na průběh síly mezi pístem a vložkou válce	29
4.2 Vliv na mechanickou a indikovanou účinnost	31
5 Konstrukční návrh klikového hřídele	33
5.1 Návrh tvaru řešeného klikového hřídele	33
5.1.1 Sílové vyvážení pomocí optimalizace v softwaru PTC Creo	33
5.1.2 Návrh vývažků pro vyvážení setrvačných sil posuvných částí	35
5.2 Provedení mazání na klikovém hřídeli	36
5.3 Volba materiálu klikového hřídele	38
5.4 Možné přístupy k výpočtu únavové životnosti	39
5.5 Analýza napjatosti klikového hřídele	39
5.5.1 Vytvoření prostorové sítě	40
5.5.2 Zadání okrajových podmínek	41
5.5.3 Zadání zatížení	42



5.5.4	Výsledky metody LSA	44
5.5.5	Stanovení bezpečnosti	46
6	Torzní kmity	48
6.1	Náhradní torzní soustava	48
6.1.1	Redukce hmot	48
6.1.2	Redukce délek.....	49
6.1.3	Torzní tuhost.....	50
6.1.4	Vlastní frekvence a tvary vlastního kmitání	50
6.1.5	Výpočet vlastních frekvencí pomocí programu Holzer.....	53
6.2	Vynucené torzní kmitání	55
6.2.1	Harmonická analýza	55
6.2.2	Rezonanční otáčky.....	55
	Závěr.....	58
7	Reference	59
	Seznam použitých zkratk a symbolů	61



ÚVOD

Vývoj pístových spalovacích motorů probíhá neustále. Dnes zejména směrem snižování spotřeby paliva a produkce škodlivin, díky zpřísnujícím se emisním normám. Tato práce si klade za cíl snížení třecích ztrát v pístní skupině.

Cílem práce je navržení klikového mechanismu tříválcového vznětového spalovacího motoru. Předlohou je čtyřválcový zážehový motor, ze kterého jsou zachovány důležité zástavbové rozměry jako například rozměry čepů, vrtání aj. Jelikož zdvih s rostoucí excentricitou také roste, bude ve výsledném motoru větší. Taktéž se změní i úhly rozestupů zážehů. Pro navrhovaný motor bude zjištěna ideální hodnota vyosení klikového mechanismu, tedy excentricity, a vyšetřen vliv tohoto vyosení na průběh síly mezi pístem a vložkou válce.

V práci jsou dále rozebrány průběhy kinematických veličin a sil působících v klikovém mechanismu. Na vybraných kinematických veličinách bude ukázán vliv rostoucí excentricity.

Dalším krokem je vyšetření vlivu rostoucí excentricity na vyvážení klikového mechanismu. Pro zvolenou excentricitu je navrženo a v CAD programu provedeno vyvážení klikového mechanismu.

Následně je provedena i pevnostní analýza některou z dostupných metod a vyhodnoceny její výsledky. Při pevnostní kontrole jsou uvažovány i torzní kmity. Tlumič díky krátké a tuhé klíce není nutno navrhovat. U pevnostní analýzy, která je provedena v softwaru ANSYS, je popsán i postup aplikace okrajových podmínek a zatížení klikového hřídele.

Potřebné výpočty jsou prováděny v programu Matlab, modelování v PTC Creo 3.0. Z CAD modelů jsou brány i potřebné parametry jako momenty setrvačnosti nebo hmotnosti jednotlivých částí klikového mechanismu.



1 KINEMATICKÉ VELIČINY EXCENTRICKÉHO MECHANISMU

1.1 VSTUPNÍ PARAMETRY

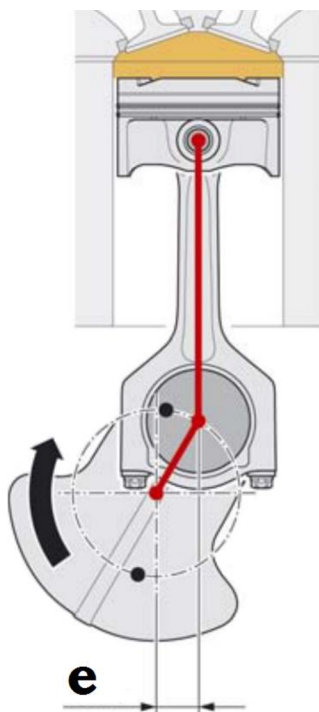
Hlavní rozměry klikového mechanismu a válcové jednotky byly zadány vedoucím práce. Parametry jsou převzaty ze čtyřválcového motoru.

Tab. 1 - zadané vstupní parametry

Parametr	Značka	Jednotka	Hodnota
Vrtání válce	D	mm	105
Poloměr zalomení klikové hřídele	r	mm	60
Počet válců	i_v	-	3
Délka ojnice	l	mm	215
Jmenovité otáčky	n	1/min	2000

1.2 EXCENTRICITA

Motor s excentrickým klikovým mechanismem je takový motor, kde osa válcové jednotky neprotíná osu rotace klikového hřídele. Excentricita je pak nejkratší vzdálenost mezi těmito osami.



Obr. 1 - excentricita v klikovém mechanismu, upraveno [1]



1.3 ZDVIH

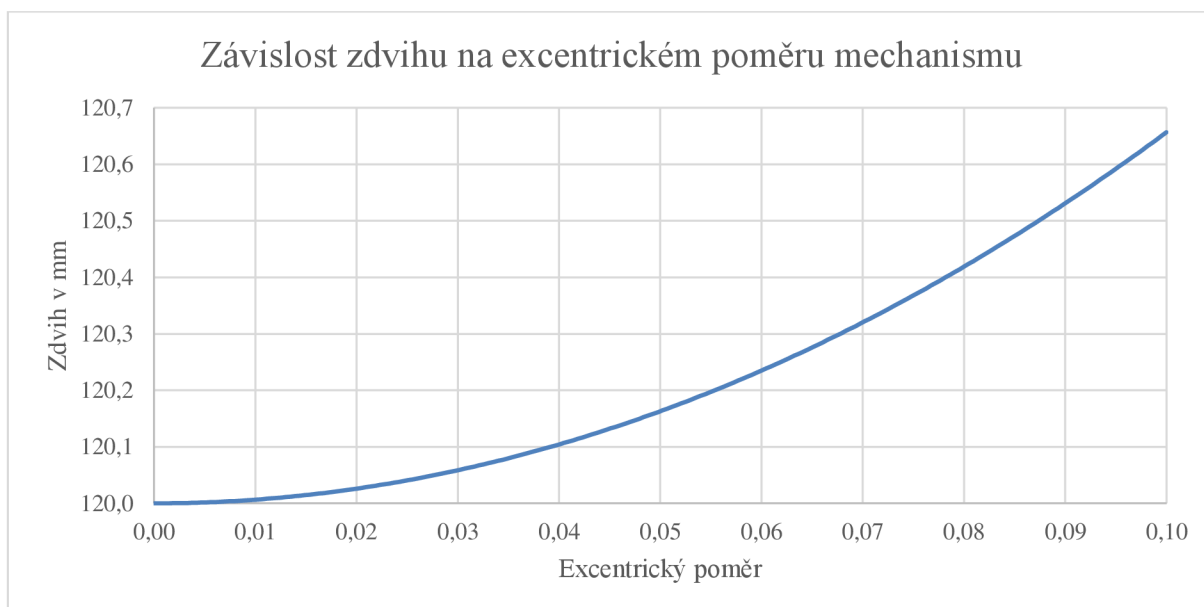
Zdvih je obecně definován jako rozdíl vzdáleností dna pístu od osy rotace klikového hřídele v horní úvrati a dolní úvrati. Zdvih je v excentrickém klikovém mechanismu větší než v centrickém a platí zde, že:

$$Z > 2 \cdot r \text{ [m]}, \quad (1)$$

Kde Z je zdvih pístu a r je poloměr zalomení klikového hřídele. Přesná hodnota zdvihu se určí dle vztahu:

$$Z = z_{HÚ} - z_{DÚ} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \text{ [m]}, \quad (2)$$

kde e je velikost excentricity klikového mechanismu. Na Obr. 2 je vidět závislost mezi zdvihem a excentrickým poměrem mechanismu pro zadané parametry. S rostoucí kladnou excentricitou roste i zdvih.



Obr. 2 - závislost zdvihu na excentrickém poměru klikového mechanismu u zadaného klikového mechanismu

1.4 POLOHY KLIKŮ PŘI ÚVRATÍCH

Pokud se úhel natočení klikového hřídele rovná nule, tak se u centrického klikového mechanismu nachází píst v horní úvrati. Hodnota horní úvratě je excentrickém mechanismu definována jako:

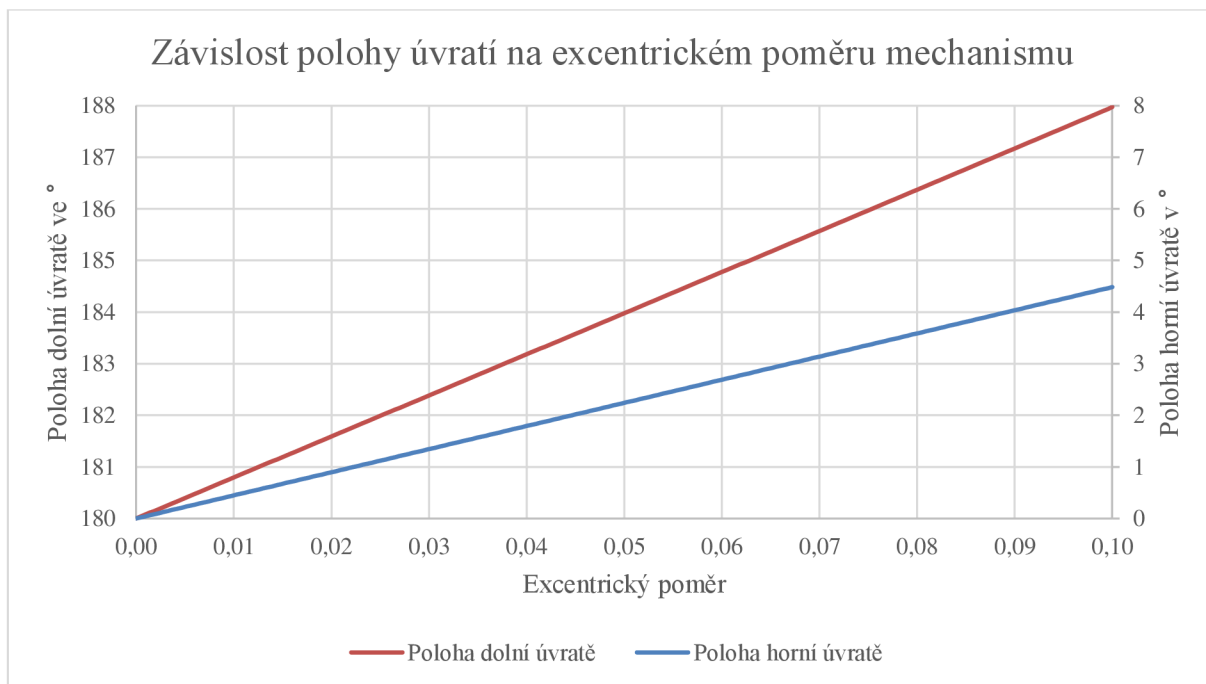
$$\alpha_{HÚ} = \arcsin\left(\frac{e}{l+r}\right) [^\circ], \quad (3)$$



a dolní úvratě jako:

$$\alpha_{D\dot{U}} = \arcsin\left(\frac{e}{l-r}\right) + 180^\circ \text{ [}^\circ\text{]}. \quad (4)$$

U excentrického klikového mechanismu s rostoucí kladnou excentricitou nastávají obě úvratě později. Zároveň se úvratě od sebe vzdalují a vzdálenost mezi nimi je obecně větší než 180° . Tyto skutečnosti jsou patrné z Obr. 3.



Obr. 3 - závislost polohy úvratí na excentrickém poměru klikového mechanismu u zadaného klikového mechanismu

1.5 DRÁHA PÍSTU

Změnou geometrie klikového mechanismu dojde i ke změně průběhů hlavních kinematických veličin. Dráha pístu je v excentrickém klikovém mechanismu definována vztahem:

$$s = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - r \cdot \cos \alpha - l \cdot \cos \beta \text{ [m]}, \quad (5)$$

kde α je úhel natočení klikového hřídele a β úhel odklonu ojnice od osy válce. Po úpravách vzorce a převedení na závislost pouze na natočení klikového hřídele, dostaneme upravený vztah pro dráhu pístu:

$$s = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - r \left\{ \cos \alpha + \frac{1}{\lambda} \left[1 - (\lambda \cdot \sin \alpha - \lambda_e)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \text{ [m]}, \quad (6)$$



Kde λ je klikový poměr a λ_e excentrický poměr. Klikový poměr je definován jako [2]:

$$\lambda = \frac{r}{l} [-], \quad (7)$$

Klikový poměr se u současných motorů pohybuje v rozmezí 0,25 až 0,35. [2]

Excentrický poměr je pak definován jako:

$$\lambda_e = \frac{e}{l} [-], \quad (8)$$

Excentrický poměr se u současných motorů pohybuje v rozmezí 0,01 až 0,1. [3]

Vztah (6) je pro další výpočty nevhodný. Proto se člen v hranaté závorce včetně exponentu vyjádří nekonečnou řadou podle binomické věty, která zní:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^{n-2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{n-3} y^3 + \dots [-]. \quad (9)$$

V případě vztahu (6) jsou členy binomické věty rovny:

$$x = 1 [-], \quad (10)$$

$$y = (\lambda \sin \alpha - \lambda_e)^2 [-], \quad (11)$$

$$n = \frac{1}{2} [-]. \quad (12)$$

Po dosazení členů (10), (11) a (12) do nekonečné řady (9) získáme člen v hranaté závorce rozepsaný ve formě nekonečné řady:

$$\left[1 - (\lambda \sin \alpha - \lambda_e)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} (\lambda \sin \alpha - \lambda_e)^2 - \frac{1}{4} (\lambda \sin \alpha - \lambda_e)^4 - \dots [-]. \quad (13)$$

Z nekonečné řady využijeme pouze dva první členy, protože další členy mají zanedbatelný vliv na průběh funkce. Dosazením zpět do vzorce (6) a upravením vzorce získáme konečný vzorec pro dráhu pístu:

$$s \doteq \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - r \left[\frac{1}{\lambda} + \cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha - \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right] [m]. \quad (14)$$



1.6 RYCHLOST PÍSTU

Derivací vztahu pro dráhu (14) podle času získáme výsledný vztah pro rychlost pístu:

$$v \doteq r \cdot \omega \left(\sin \alpha - \lambda_e \cdot \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) \left[m \cdot s^{-1} \right]. \quad (15)$$

Často se udává také střední pístová rychlost, která udává rychloběžnost motoru:

$$c_s = 2 \cdot Z \cdot n_j \left[m \cdot s^{-1} \right]. \quad (16)$$

Kde n_j jsou jmenovité otáčky motoru. V současné době se maximální střední pístová rychlost pohybuje okolo $27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ u závodních a sportovních automobilů. Pro vznětové motory se střední pístová rychlost pohybuje v intervalu $7,5$ až $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. V porovnání s centrickým klikovým mechanismem je v excentrickém mechanismu střední pístová rychlost větší. [2] [4]

1.7 ZRYCHLENÍ PÍSTU

Derivací vztahu pro rychlost pístu (15) získáme vztah pro zrychlení pístu:

$$a_p \doteq r \cdot \omega^2 (\cos \alpha + \lambda_e \sin \alpha + \lambda \cos 2\alpha) \left[m \cdot s^{-2} \right]. \quad (17)$$

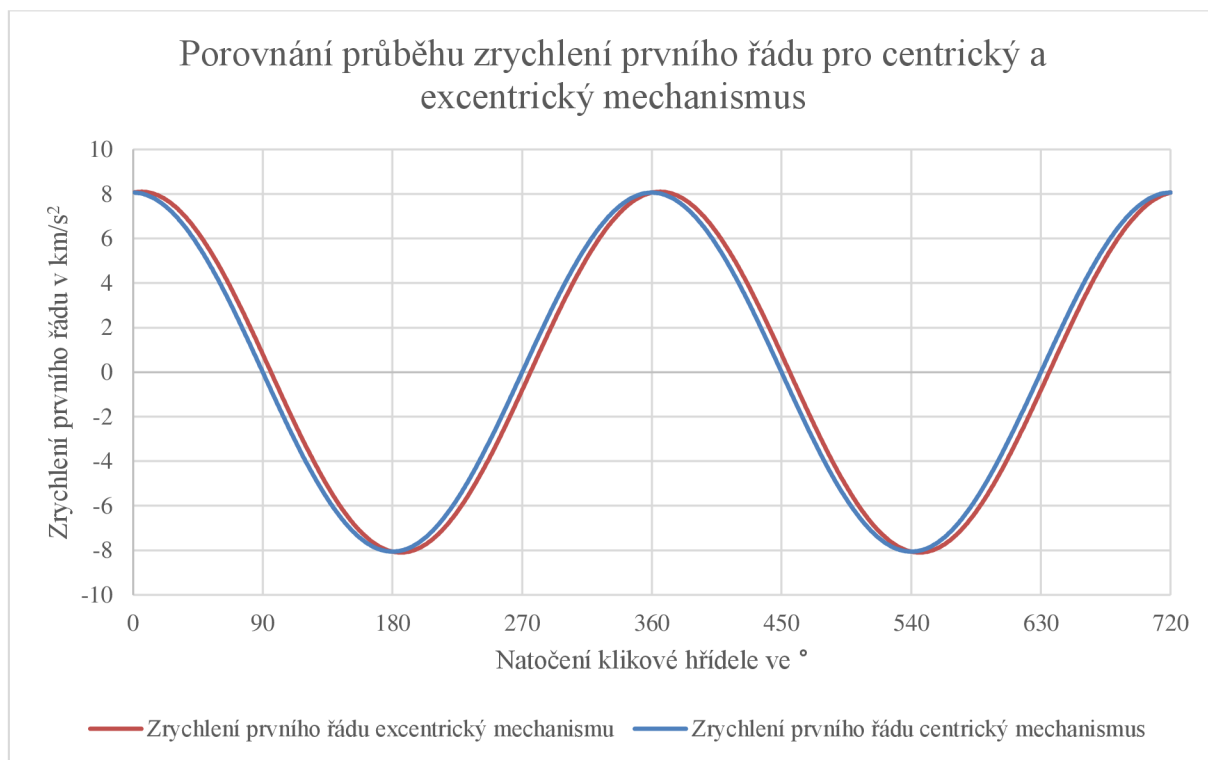
Zrychlení pístní skupiny bývá rozkládáno na dvě složky, a to zrychlení prvního řádu

$$a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \sin \alpha) \left[m \cdot s^{-2} \right] \quad (18)$$

a zrychlení druhého řádu

$$a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha \left[m \cdot s^{-2} \right]. \quad (19)$$

Oproti centrickému mechanismu se ve vztahu pro zrychlení prvního řádu objevuje navíc také sinová složka zrychlení. Na Obr. 4 je vidět rozdíl v průběhu zrychlení prvního řádu pro centrický a excentrický mechanismus.



Obr. 4 - porovnání průběhu zrychlení prvního řádu pro centrický a excentrický mechanismus, pro excentrický platí $\lambda_e = 0,1$



2 SÍLY PŮSOBÍCÍ V KLIKOVÉM MECHANISMU

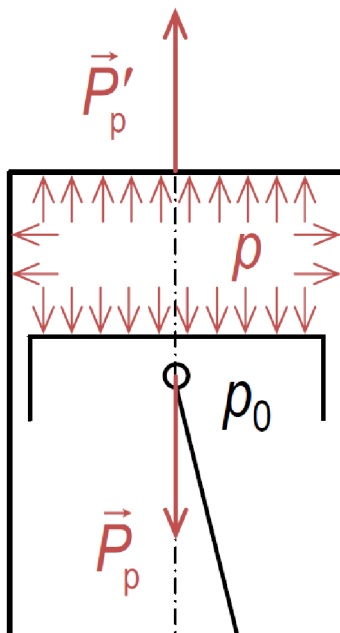
V pístových spalovacích motorech s přímočarým vratným pohybem pístu se přeměňuje energie vzniklá hořením paliva, tedy tlaková síla na píst, na rotační pohyb klikové hřídele. Dále se kromě tlakové síly na píst objevují i síly setrvačné, síly třecí a síly vzniklé torzním, ohybovým a obecným prostorovým kmitáním.

2.1 SÍLY OD TLAKU PLYNŮ

Tlak expandujících plynů ve spalovacím prostoru působí na dno pístu, stěny válce a hlavu válce. Velikost síly v ose válce vyvozené tlakem plynů je dána vztahem:

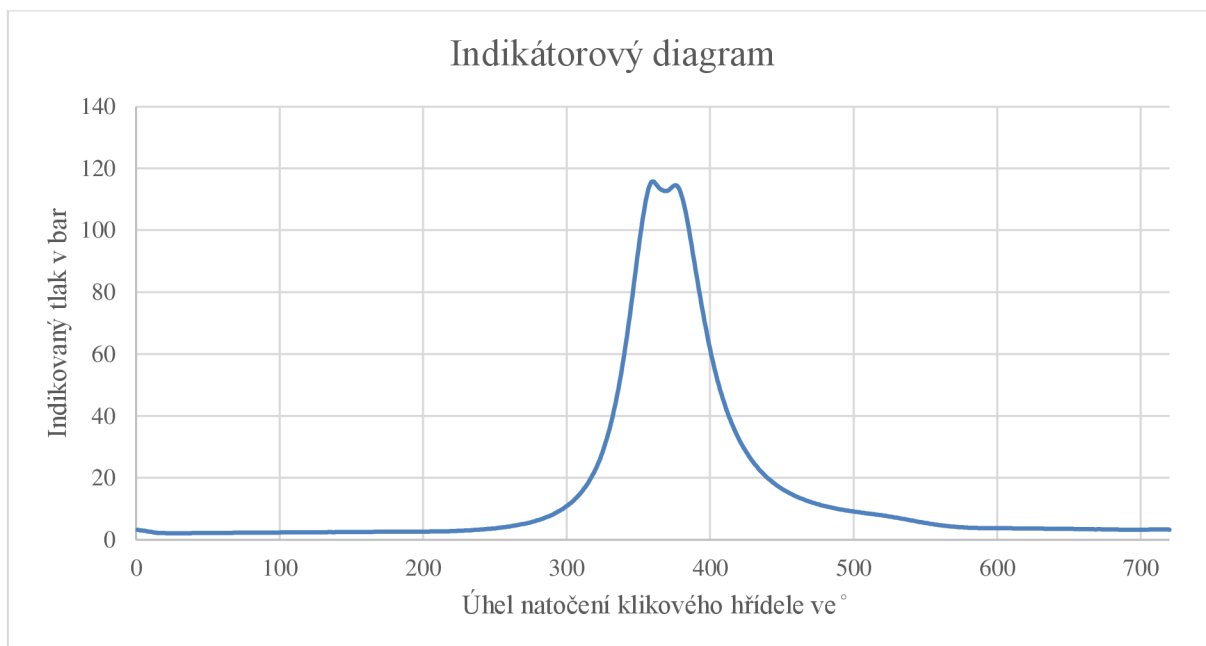
$$F_p = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (p - p_0) \quad [N], \quad (20)$$

kde D je vrtání válce, p tlak ve spalovacím prostoru a p_0 tlak v klikové skříně za předpokladu, že má konstantní velikost a je roven tlaku atmosférickému. Síla F_p je vyrovnávána silou F'_p , která má stejnou velikost a směr, ale opačný smysl působení. Normálová složka síly F_p , která vznikne rozložením do osy ojnice a do směru kolmého na osu válce, se přenáší na uložení motoru.



Obr. 5 - působení síly od tlaku plynů, upraveno [5]

Jedinou proměnou hodnotou ve vztahu (20) je tlak ve spalovacím prostoru. Ten je funkcí natočení klikového hřídele a je zobrazen na indikátorovém diagramu na Obr. 6. Indikovaný tlak pro vykreslení indikátorového diagramu byl zadán vedoucím práce.



Obr. 6 - indikátorový diagram

2.2 SÍLY SETRVAČNÉ

Setrvačné síly vznikají pohybem hmot klikového mechanismu. Velikost těchto sil je dána hmotností a zrychlením pohybujících se částí. Klikový hřídel koná rotační pohyb kolem své osy rotace, pístní skupina koná pohyb přímočarý vratný a ojnice koná obecný rovinný pohyb.

Setrvačná síla je obecně definována jako

$$F = -m \cdot a_p \quad [N], \quad (21)$$

kde m je hmotnost a a je zrychlení.

2.2.1 SETRVAČNÉ SÍLY OD POSUVNÝCH HMOT

Do hmotností posuvných hmot m_p zahrnujeme hmotnost pístu, pístního čepu, pístních kroužků a kroužku zajišťujícího pístní čep proti axiálnímu posuvu. K této hmotnosti je pak potřeba ještě přičíst část hmotnosti ojnice m_{ojp} , redukované do jejího malého oka. Okamžitá velikost setrvačné síly od posuvných hmot má velikost [6]:

$$F_{pos} = -(m_p + m_{ojp}) \cdot a_p \quad [N], \quad (22)$$

kde a je zrychlení posuvných hmot, které je popsáno vztahem (17). Síla působí ve směru osy válce, velikost má pak podle okamžité hodnoty zrychlení a smysl je opačný oproti zrychlení.



2.2.2 SETRVAČNÉ SÍLY OD ROTAČNÍCH HMOT

Setrvačná síla rotujících hmot působí na ojniční čep. Je vyvolaná rotací části hmotnosti ojnice redukované do hmotného bodu m_{ojr} a hmotností ojničního ložiska m_{ol} . Její velikost je:

$$F_{ro} = (m_{ol} + m_{ojr}) \cdot r \cdot \omega^2 \quad [N]. \quad (23)$$

Síla F_{ro} působí ve směru ramene kliky a při konstantní úhlové rychlosti ω má konstantní velikost.

2.3 SÍLOVÉ PŮSOBENÍ NA OJNIČNÍM ČEPU

Výsledná síla působící ve směru osy válce se skládá ze síly od tlaku plynů F_p a setrvačné síly posuvných hmot F_{pos} . Tato výsledná síla se dále rozkládá do směru osy ojnice

$$F_o = \frac{F_p + F_{pos}}{\cos \beta} \quad [N], \quad (24)$$

a sílu normálovou, která působí ve směru kolmém na osu válce

$$F_n = (F_p + F_{pos}) \cdot \tan \beta \quad [N]. \quad (25)$$

Úhel β je úhel odklonu ojnice a v závislosti na natočení klikového hřídele jej lze vyjádřit jako

$$\beta = \arcsin(\lambda \cdot \sin \alpha) \quad [^\circ]. \quad (26)$$

Síla působící v ojnici se na ojničním čepu rozkládá do směru tangenciálního jako

$$F_t = F_o \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad [N], \quad (27)$$

a do směru radiálního

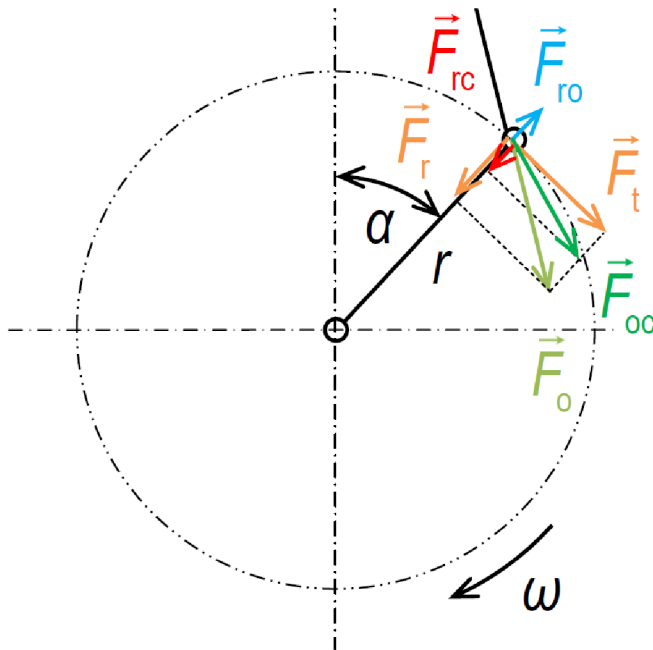
$$F_r = -F_o \cdot \cos(\alpha + \beta) \quad [N]. \quad (28)$$

Celková radiální síla zatěžující ojniční čep F_{rc} je dána součtem radiální síly F_r a setrvačné síly rotujících hmot F_{ro} vyjádřené vztahem (23):

$$F_{rc} = F_r + F_{ro} \quad [N]. \quad (29)$$

Velikost výsledné síly zatěžující ojniční čep je

$$F_{oc} = \sqrt{F_t^2 + F_{rc}^2} \quad [N]. \quad (30)$$



Obr. 7 - silové působení na ojnicím čepu, upraveno [5]

Vytvoříme-li v ose hlavního čepu dvě stejně velké síly s opačným smyslem F_t' a F_t'' , bude reakční síla F_t' tvořit s tangenciální silou F_t silovou dvojici. Tato silová dvojice dává na rameni r užitečný točivý moment M_t [4], jehož velikost je

$$M_t = F_t \cdot r \text{ [Nm]}. \quad (31)$$

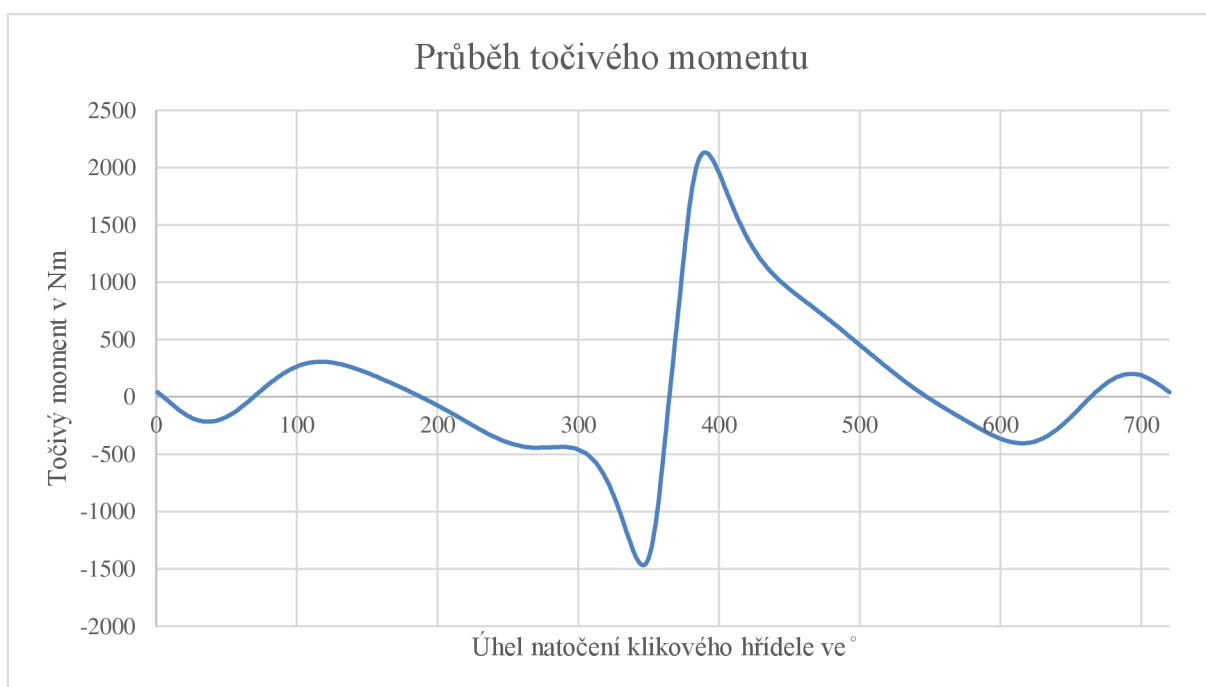
Průběh točivého momentu zadané válcové jednotky je na Obr. 8. Síla F_t'' , která zatěžuje hlavní ložisko, a vektorově k ní přičtená síla F_r'' dávají sílu F_{oj}'' . Tato síla má stejnou velikost i smysl jako síla v ojnici F_{oj} . Sílu F_{oj}'' lze opět rozložit na složky F_c'' a F_n'' . Složka F_c'' se ruší silou F_p , na níž je reakcí, a nepřenáší se na uložení motoru. Složka F_n'' tvoří společně se silou F_n opět silovou dvojici, která vytváří na rameni b klopný moment M_k ,

$$M_k = F_n \cdot b \text{ [Nm]}, \quad (32)$$

který je stejné velikosti, ale opačného smyslu k užitečnému momentu M_t . Rameno b se mění s natočením klikové hřídele a je dáno vztahem

$$b = l \cdot \cos \beta + r \cdot \cos \alpha \text{ [m]}. \quad (33)$$

Klopný moment M_k je kompenzován reakcemi v uložení motoru.



Obr. 8 - průběh točivého momentu od jedné válcové jednotky

2.4 SILOVÉ PŮSOBENÍ NA HLAVNÍM ČEPU

Ložisko na hlavním čepu zachycuje setrvačnou sílu rotujících hmot F_{ro} a také hmot samotného zalomení F_{rz} . Tyto síly mají stejný smysl a směr a proto je jejich výslednice dána algebraickým součtem:

$$F_{rhl} = F_{ro} + F_{rz} \quad [N]. \quad (34)$$

Celková reakční síla se pak skládá ze síly F_{rhl} a síly F_t'' , která vznikla jako reakce přenesené síly F_t na hlavní čep, a je dána vektorovým součtem těchto sil

$$\vec{F}_{hl} = \vec{F}_{oj}'' + \vec{F}_{rhl} \quad [N]. \quad (35)$$

Tato síla se dělí mezi hlavní ložiska sousedící válcové jednotce. [4]



3 ROZBOR NEVYVÁŽENOSTI

Požadavek na míru vyvážení klikového mechanismu je jedním z několika důležitých požadavků ovlivňujících výslednou podobu klikového hřídele. Dalšími požadavky jsou rovnoměrnost chodu motoru a co nejnižší zatížení ložisek a torzní kmitání.

Vyvážení motoru si klade za cíl klidnější chod motoru a omezení vibrací, které by se následně přenášely na uchycení motoru a konstrukci vozidla. Pokud se tohoto vyvážení dosáhne vhodným uspořádáním klikové hřídele, jedná se o vyvážení přirozené. Pokud je toto vyvážení nedostatečné, dochází k dodatečnému vyvažování pomocí vývažků na klikovém hřídeli nebo připojení vyvažovacích hřídelů. Význam vyvažování roste s rychloběžností motoru.

3.1 VLIV POŘADÍ ZAPALOVÁNÍ

Pro pravidelný chod motoru bude zvoleno zapalování s pravidelnými rozestupy. Jelikož čtyřdobý cyklus spalovacího motoru proběhne během dvou otáček klikového hřídele, vypočte se vzdálenost zážehů ρ dvou po sobě jdoucích válců jako

$$\rho = \frac{720^\circ}{i} [^\circ]. \quad (36)$$

Úhlový rozestup zážehů válců je tedy u tříválcového motoru 240° .

V případě tříválcového motoru jsou s přihlédnutím k pravidelnému rozestupu zapalování možné pouze dvě varianty pořadí zapalování:

- 1-2-3,
- 1-3-2.

Ze vznětových motorů používají první variantu například motory koncernu Volkswagen s označením CFWA, BNM nebo BNV, druhou variantu pak používá BMW B37. [7] [8]

Pořadí zážehů je možné zvolit na základě výpočtu velikosti rozkmitu točivého momentu na jednotlivých ojnicích čepech. Rozkmit je dán rozdílem mezi maximální a minimální hodnotou točivého momentu na ojnicím ložisku.

Tab. 2 - velikost rozkmitu točivého momentu pro jednotlivá ojnicí ložiska v závislosti na zvoleném pořadí zážehů

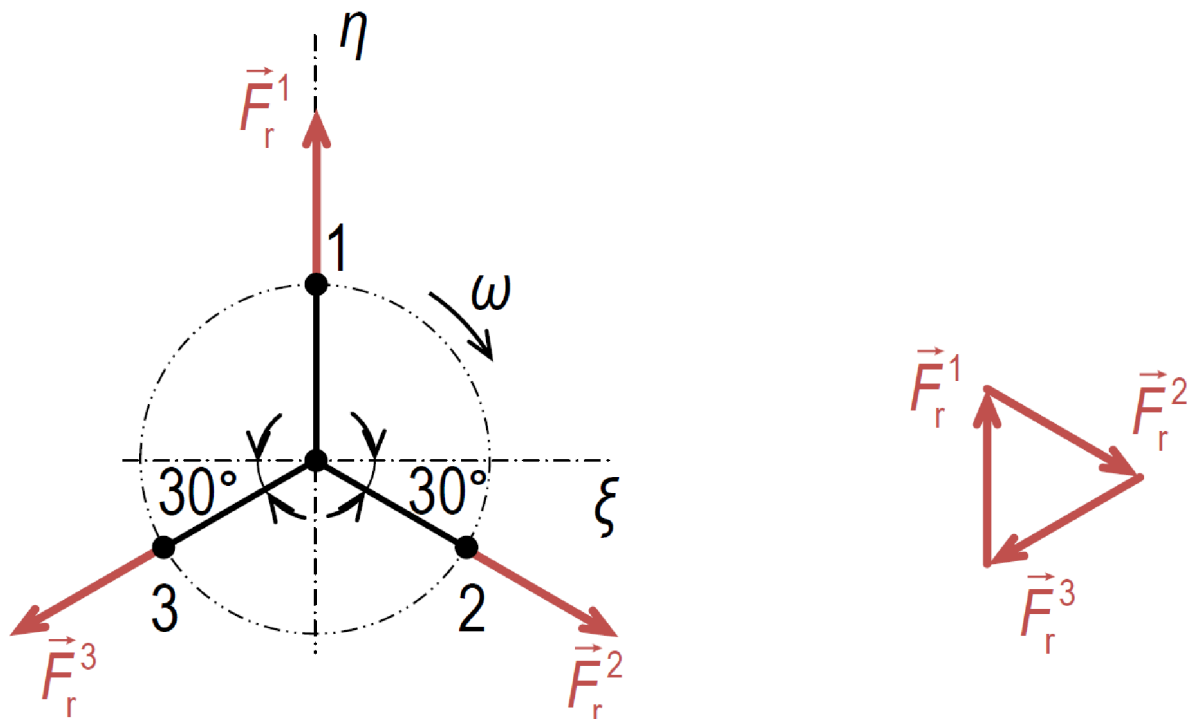
	Pořadí zážehů		
		1-2-3	1-3-2
Rozkmit točivého momentu [Nm]	1. čep	1800	1800
	2. čep	3567	3557
	3. čep	3768	3768



Na základě Tab. 2 je vidět, že jako nejvhodnější pořadí zapalování vychází varianta 1-3-2, tato byla tedy zvolena pro další výpočty.

3.2 SETRVAČNÉ SÍLY A MOMENTY ROTUJÍCÍCH HMOT

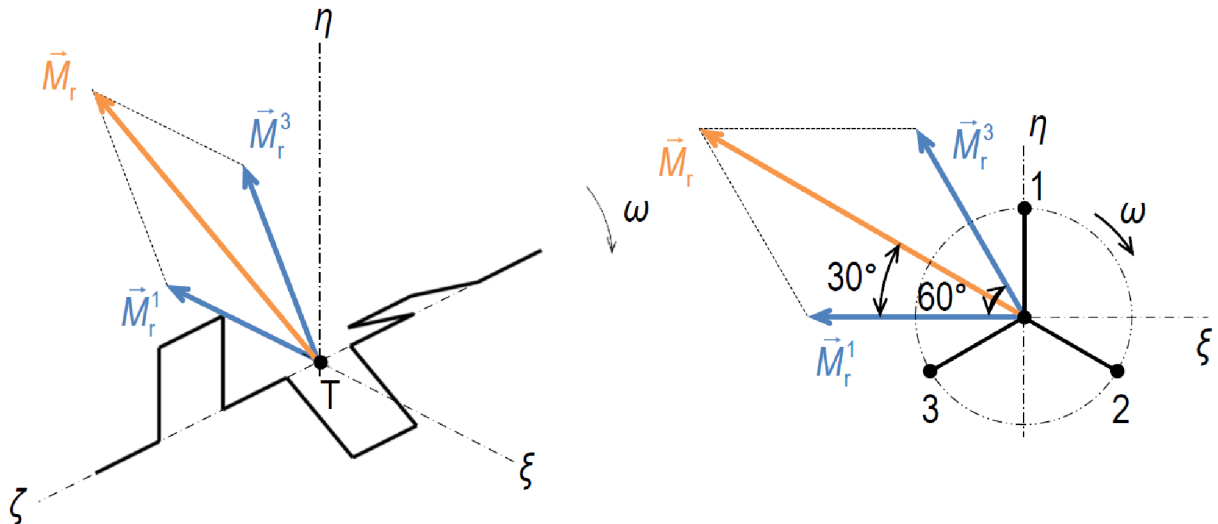
Jak bylo uvedeno v kapitole 2.2.2, setrvačná síla rotujících hmot má při konstantní úhlové rychlosti konstantní velikost, působí ve směru klikového ramene od středu rotace klikového hřídele a je vyjádřena vztahem (23). Pro určení zda je tato síla přirozeně vyvážená lze použít průmět klikového hřídele do roviny kolmé na jeho osu rotace, tzv. hvězdici.



Obr. 9 - setrvačné síly rotujících částí, upraveno [9]

Pokud je vektorový součet sil od jednotlivých zalomení roven nule, jako v tomto případě, je tato síla vyvážená.

Tyto síly však působí v různých rovinách vzdálených od sebe o rozteč válců A a vytváří také momenty. Pro určení výslednice těchto momentů je možné opět využít průmět klikového hřídele. Je však nutné zvolit vztažný bod, ke kterému budou momenty uvažovány. Jelikož je výslednice setrvačných sil rotujících částí nulová, lze vztažný bod zvolit libovolně. Zde je zvolen bod T , který je společným bodem roviny symetrie druhého válce a osy rotace klikového hřídele.



Obr. 10 - výslednice momentů setrvačných sil rotujících částí, upraveno [9]

Z grafického řešení na Obr. 10 je patrné, že výslednice již není nulová a je potřeba věnovat pozornost její eliminaci. Velikost výslednice momentů se řeší jako vektorový součet momentů od jednotlivých válců

$$\vec{M}_r = \sum_{j=1}^i \vec{M}_r^j = \vec{M}_r^1 + \vec{M}_r^2 + \vec{M}_r^3 \quad [Nm], \quad (37)$$

kde \vec{M}_r^j je moment setrvačných sil rotujících částí válce j . Velikost jednotlivých momentů setrvačných sil získáme algebraickým součtem jejich průmětů do osy η

$$\sum_{j=1}^3 M_{r\eta}^j = 0 + 0 + m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \sin 60^\circ = m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \sin 60^\circ \quad [Nm] \quad (38)$$

a osy ξ

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 M_{r\xi}^j &= -m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a + 0 - m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \\ &= -m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \cdot (1 + \cos 60^\circ) \quad [Nm] \end{aligned} \quad (39)$$

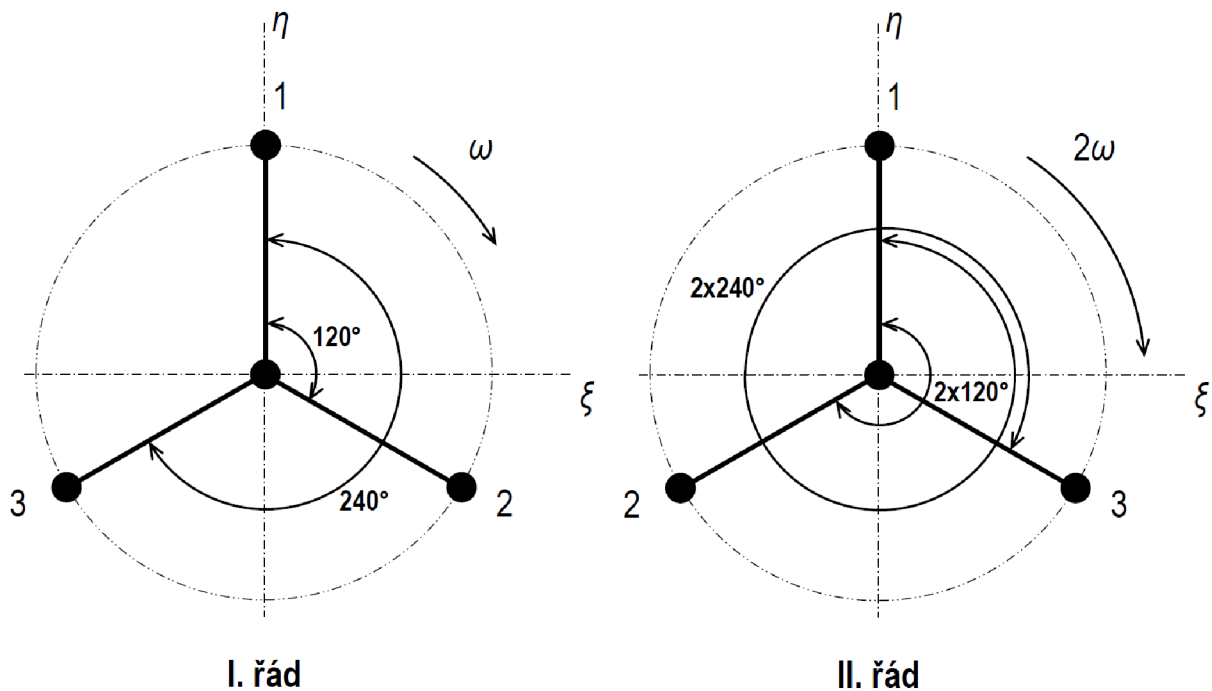
Složka druhého válce je vždy nulová, protože se vztažný bod nachází na jeho ose. Výsledná velikost momentu setrvačných sil je pak

$$|\vec{M}_r| = \sqrt{3} \cdot m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \quad [Nm]. \quad (40)$$



3.3 SETRVAČNÉ SÍLY A MOMENTY POSUVNÝCH HMOT

Setrvačná síla posuvných částí působí v ose každého válce a její velikost i směr jsou závislé na natočení klikového hřídele α . Výsledný vztah pro celkovou velikost setrvačných sil posuvných hmot byl popsán v kapitole 2.2.1 vztahem (22). Jelikož bylo zrychlení posuvných hmot a rozděleno na dvě složky (viz. kapitola 1.7), lze stejně tak pomocí dvou složek popsat i setrvačnou sílu posuvných hmot. Výslednici lze získat grafickým i početním řešením, následuje grafické řešení.



Obr. 11 - schémata klikového hřídele pro určení výslednice setrvačných sil posuvných částí, vlevo schéma I. řádu a vpravo fiktivní schéma II. druhého řádu, upraveno [9]

Z Obr. 11 je patrné, že schéma I. i fiktivní schéma II. řádu tvoří pravidelnou hvězdičku, a tedy výslednice obou řádů jsou nulové. [4] [9]

Stejně jako setrvačné síly rotujících částí, tak i setrvačné síly posuvných částí působí v různých rovinách a tím pádem vyvozují momenty. Tyto momenty působí v rovině kolmé na daný válec, mají tendenci natáčet motorem kolem osy kolmé na rovinu válců a procházející těžištěm motoru. Průběh momentu je dán velikostí setrvačné síly posuvných částí a ramenem působení. Toto rameno je opět vzdálenost ke vztažnému bodu, který je možné zvolit libovolně, protože výslednice setrvačných sil jsou nulové. Zde je opět zvolen bod T, který je společným bodem roviny symetrie druhého válce a osy rotace klikového hřídele.

Výsledná velikost momentu setrvačných sil posuvných částí I. řádu je dána algebraickým součtem momentů jednotlivých válců

$$\sum M_{p_{\text{vysl}}} = M_{p1}^1 + M_{p1}^2 + M_{p1}^3 = \sqrt{3} \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \cos(\alpha + 210^\circ) \text{ [Nm]}. \quad (41)$$



Stejně tak lze vyjádřit i výslednici momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu

$$\sum M_{p_{vys2}} = M_{p2}^1 + M_{p2}^2 + M_{p2}^3 = \sqrt{3} \cdot \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a \cdot \cos 2(\alpha + 150^\circ) \quad [Nm]. \quad (42)$$

Kde M_{p-t}^u je moment setrvačných sil posuvných částí řádu t a válcové jednotky u .

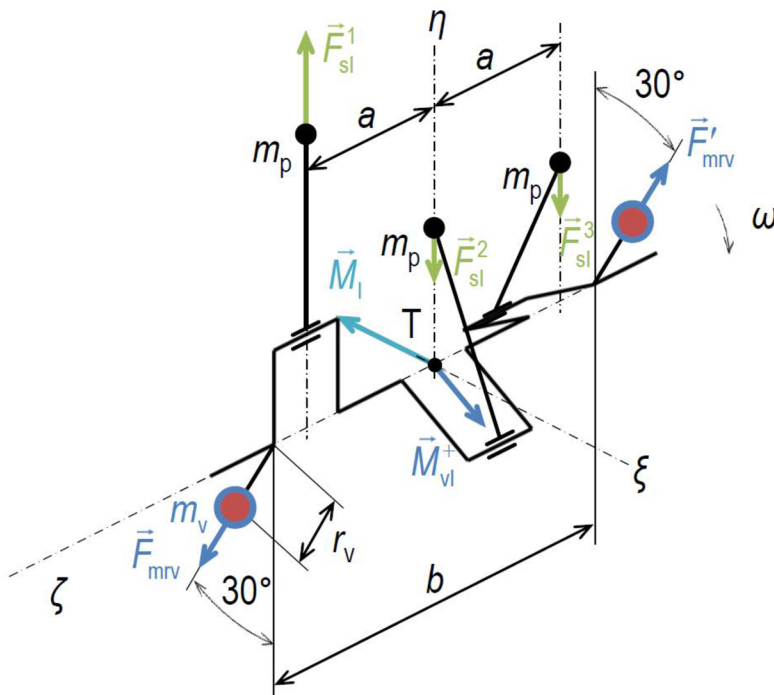
3.4 VARIANTY VYVÁŽENÍ

Vyvážení nežádoucích projevů volných sil a momentů lze dosáhnout několika způsoby. Předně je třeba rozhodnout, které volné síly a momenty budou vyvažovány, a to ať už z hlediska zvýšené hmotnosti, zvýšených ztrát nebo z hlediska finančního. Z předchozích kapitol je patrné, že všechny síly jsou vyváženy vnitřně a je tedy potřeba věnovat pozornost pouze vyvážení volných momentů.

Nejnákladnější a nejsložitější variantou je úplné vyvážení, při použití dvou vyvažovacích hřídelů pro vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu a dvou vyvažovacích hřídelů pro vyvážení momentů setrvačných hmot II. řádu.

Tuto konstrukci lze zjednodušit ztotožněním jednoho vyvažovacího hřídele s klikovým hřídelem. Dalším zjednodušením může být ponechání momentů II. řádu bez vyvážení, tedy odebrání dvou hřídelů. Možná je i kombinace obou zjednodušení. [4] [9]

Nejjednodušší a nejlevější variantou je pouze přeložení části volného podélného momentu setrvačné síly posuvných částí I. řádu do svislé roviny. Tato varianta bude použita pro další řešení. Podobně je například vyvážen motor Ford Ecoboost 1.0. [4] [10] [9]



Obr. 12 - vybraná varianta částečného vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu, upraveno [9]

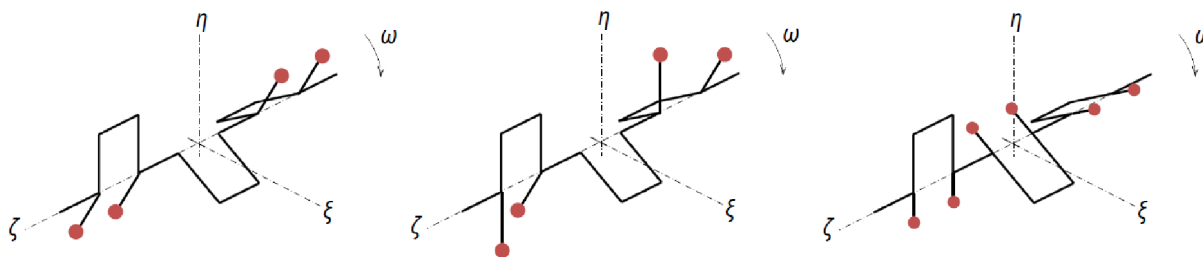


Pro vyvážení momentu setrvačných sil rotujících hmot lze také vybrat z několika variant. Základními typy vyvážení jsou

- silové,
- momentové,
- dle Schnürleho.

Všechny tři varianty plně eliminují moment setrvačných sil rotujících hmot. U momentového vyvážení a vyvážení dle Schnürleho vznikají vnitřní podélné momenty, které namáhají ložiska, klikový hřídel a klikovou skříň. Varianty se od sebe liší také hmotnostní klikového hřídele a s tím související náchylností na torzní kmitání. [11]

Po konzultaci s vedoucím práce byla zvolena varianta silového vyvážení setrvačných sil odstředivých částí. Tato varianta je použita i na předlohovém motoru. Zvažována byla i varianta momentového vyvážení, ale kvůli velkému rozměru vývažků by byla těžko proveditelná.



Obr. 13 - možné varianty vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí. Zleva - momentové, dle Schnürleho, silové, upraveno [9]



4 EXCENTRICKÝ KLIKOVÝ MECHANISMUS

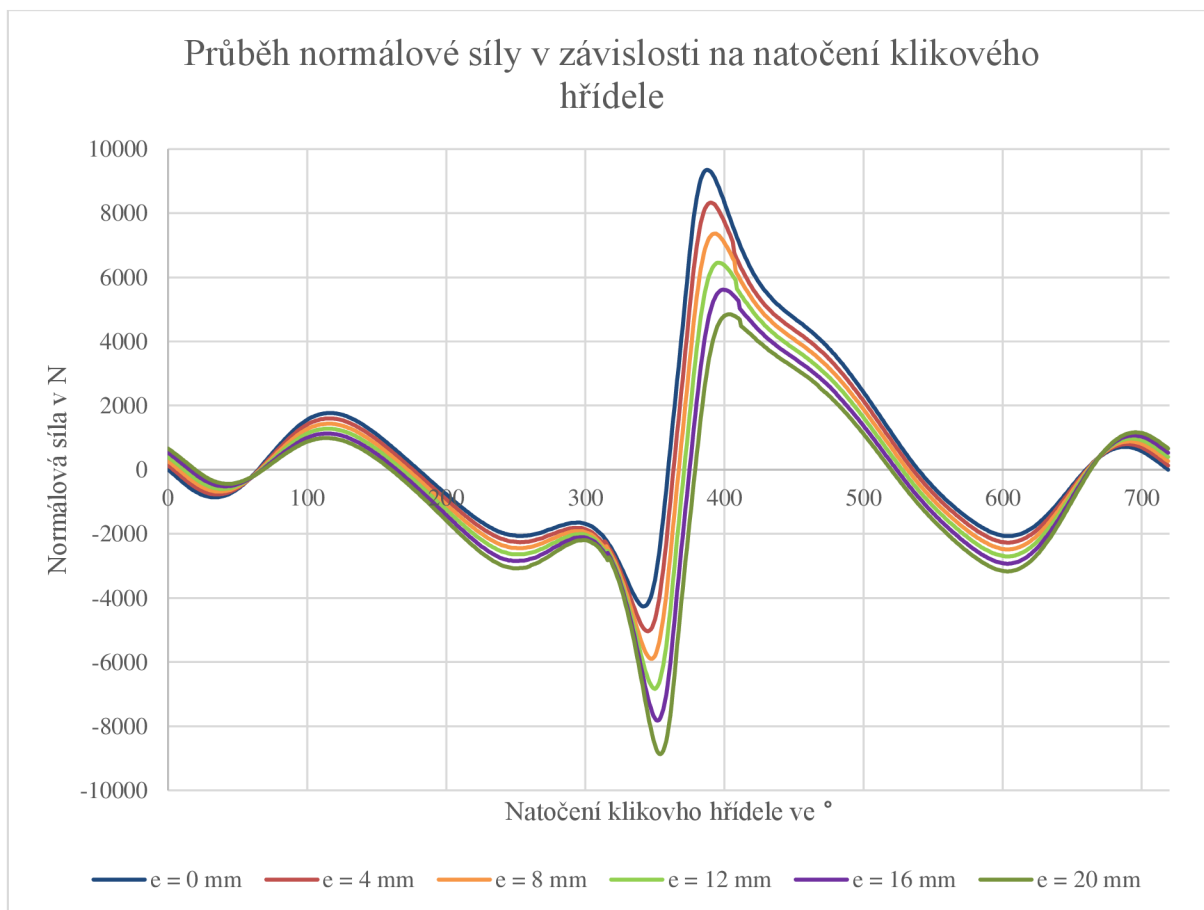
Excentricita má vliv na síly působící v klikovém mechanismu. Jedním z cílů práce je minimalizace třecích ztrát v pístní skupině. Hodnotu excentricity lze volit podle několika hledisek, které budou rozebrány v této kapitole.

4.1 VLIV NA PRŮBĚH SÍLY MEZI PÍSTEM A VLOŽKOU VÁLCE

Jedním z cílů práce je vyšetřit vliv excentricity na průběh normálové síly působící mezi pístem a vložkou válce. Tato síla se spočítá podle vztahu

$$N_{pc} = F_c \cdot \frac{\lambda \cdot \sin(\alpha) - \lambda_e}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin(\alpha) + 2 \cdot \lambda \cdot \lambda_e \cdot \sin(\alpha) - \lambda_e^2}} \quad [N], \quad (43)$$

kde F_c je celková síla působící v ose válce daná součtem vztahů (20) a (22).



Obr. 14 - normálová síla působící na píst v závislosti na natočení klikového hřídele s měnící se excentricitou

Z grafu na Obr. 14 jasně vyplývá vliv měnící se excentricity na průběh normálové síly. Vyjma prvních cca 60° a posledních 30° je patrný posun celého průběhu do záporné oblasti. Maximální



hodnota síly se při excentricitě 20 mm v expanzní části sníží o 48 %, ale minimální hodnota se zvýší více než dvojnásobně.

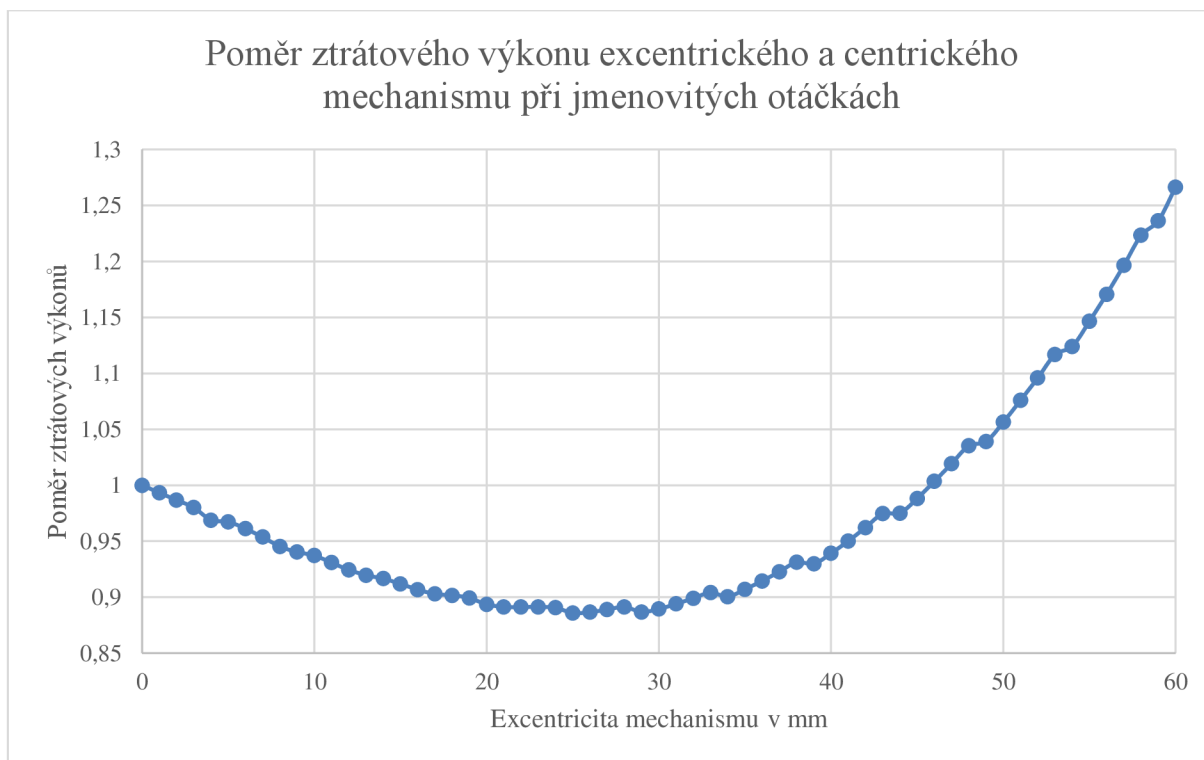
Jedním z vodítek pro volbu excentricity může být výpočet ztrátové práce v kontaktu pístu s vložkou válce. Pro výpočet přesné hodnoty ztrátové práce by však bylo nutné znát Stribeckovu křivku pro tento kontakt, která však není dostupná. Proto byl pro volbu excentricity zvolen výpočet poměru ztrátové práce excentrického a centrického mechanismu, čímž se eliminuje neznámý součinitel tření. Ztrátová práce se vypočítá jako obsah plochy pod křivkou průběhu ztrátového výkonu

$$W_z = \int \mathbf{N}_{pc} \cdot \mathbf{v} \cdot dt \quad [J]. \quad (44)$$

Ve vztahu (44) \mathbf{N}_{pc} značí vektor normálové síly působící mezi vložkou válce a pístem a dt značí přírůstek času, v tomto případě přírůstek otáčky klikového hřídele. Poměr ztrátových prací excentrického a centrického mechanismu se pak počítá podle vztahu

$$W_{zp} = \frac{W_{ze,i}}{W_{zc}} \quad [-], \quad (45)$$

kde W_{zp} je poměr ztrátových prací excentrického a centrického mechanismu, $W_{ze,i}$ je velikost ztrátové práce excentrického mechanismu pro excentricitu o velikosti i a W_{zc} je velikost ztrátové práce centrického mechanismu. Průběh veličiny W_{zp} je vykreslen do grafu.



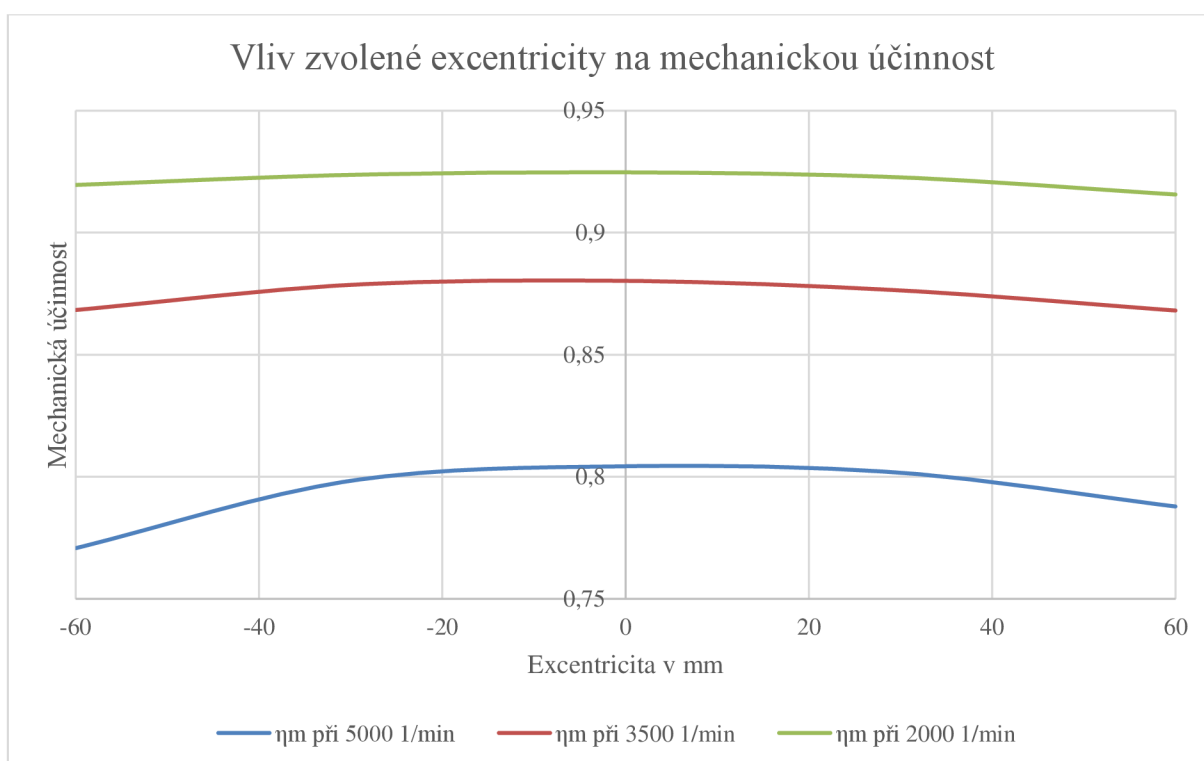
Obr. 15 - průběh poměru ztrátového výkonu excentrického a centrického mechanismu při jmenovitých otáčkách na zvolené excentricitě



Na Obr. 15 je vidět průběh poměru ztrátových prací v závislosti na zvolené excentricitě mechanismu. Je vidět, že od 48 mm se ztrátová práce rovná ztrátové práci centrického mechanismu. Nejnižší hodnota poměru ztrátové práce je při 26 mm a to 0,886, což značí úsporu 11,4 %. Pro praktické využití je však hodnota excentricity 26 mm příliš velká, proto byla s cílem uspořit alespoň 10 % ztrátové práce zvolena excentricita o velikosti 18 mm, kde je uspořeno 9,8 % ztrátové práce. Například motor BMW N20, používá excentricitu 14 mm. [1]

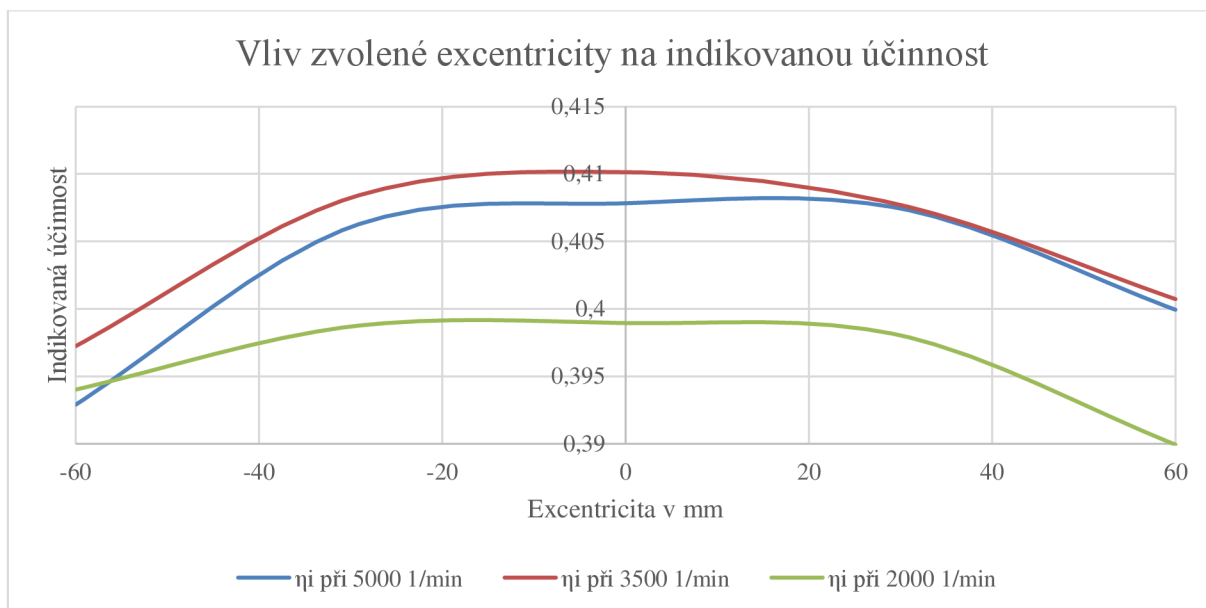
4.2 VLIV NA MECHANICKOU A INDIKOVANOU ÚČINNOST

Na Obr. 16 a Obr. 17 jsou vidět průběhy mechanické a indikované práce, jejichž simulace proběhla na ČVUT. [12]



Obr. 16 - mechanická účinnost v závislosti na zvolené excentricitě u testovacího motoru, kladná excentricita přísluší prodloužené expanzi, upraveno [12]

Excentricita nemá při nízkých otáčkách významný vliv na mechanickou účinnost. Při vyšších otáčkách se pak mechanická účinnost zhoršuje, ale ne díky větším ztrátám, ale kvůli poklesu indikovaného výkonu při horší plnicí účinnosti. Při nízké střední pístové rychlosti se totiž během expanze projeví zvýšený přestup tepla do stěn válce v důsledku prodlouženého času styku náplně se stěnami, tím dojde ke snížení indikované účinnosti. Negativně působí také ohřívání čerstvé směsi během prodlouženého sání, což negativně ovlivní i plnicí účinnost. [12]



Obr. 17 - indikovaná účinnost v závislosti na zvolené excentricitě u testovacího motoru, kladná excentricita přísluší prodloužené expanzi, upraveno [12]

Z pohledu mechanické, ale hlavně indikované účinnosti, je vhodné u modelovaného testovacího motoru volit velikost excentricity do 20 mm. Za touto hranicí již výrazněji klesá indikovaná účinnost.



5 KONSTRUKČNÍ NÁVRH KLIKOVÉHO HŘÍDELE

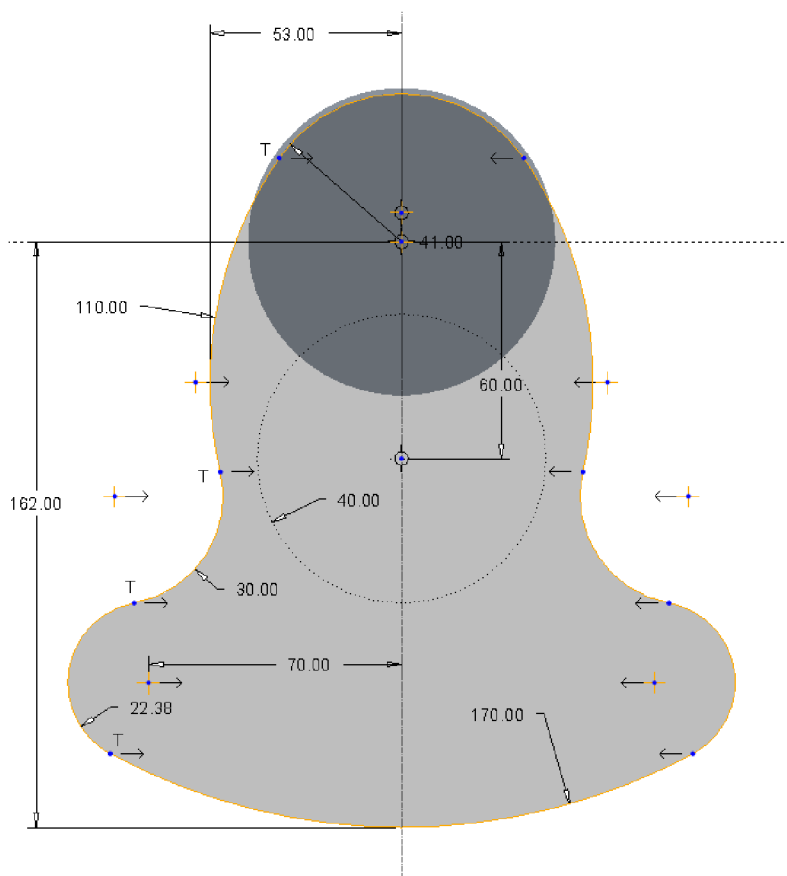
Při návrhu klikového hřídele je potřeba brát v úvahu několik hledisek. Základní parametr, jakým je počet válců, je dán už zadáním práce. Způsob vyvážení klikového ústrojí také ovlivňuje konstrukci klikového hřídele, tento způsob byl zvolen v kapitole 3.4. Namáhání, které vzniká při práci spalovacího motoru, tedy od sil od tlaku plynů a sil setrvačných, určuje hlavní rozměry čepů a materiál hřídele. Vhodnou konstrukcí klikového hřídele lze také snížit náchylnost k torzním vibracím. Klikový hřídel by tedy měl být co nejtužší a nejkratší. [4]

5.1 NÁVRH TVARU ŘEŠENÉHO KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Základní tvar klikového hřídele je tedy dán především počtem válců a způsobem vyvážení klikového ústrojí. Další parametry jako průměry čepů a vnější zástavbové rozměry, byly dány výkresem předlohového motoru, který poskytl vedoucí práce.

5.1.1 SILOVÉ VYVÁŽENÍ POMOCÍ OPTIMALIZACE V SOFTWARE PTC CREO

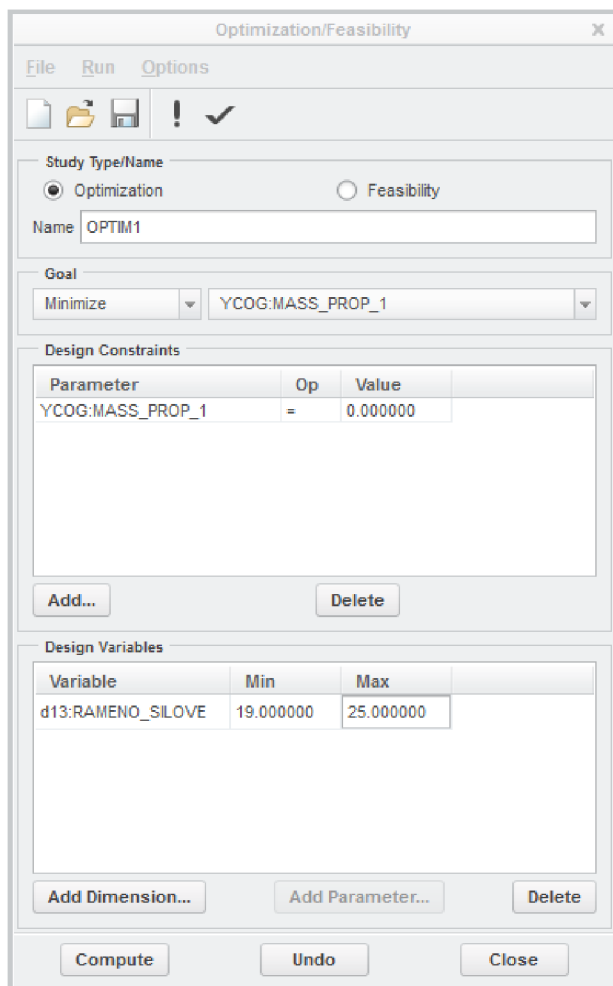
Po vymodelování základního tvaru ramen byla vytvořena sestava ze dvou hlavních čepů, dvou ramen a ojnicního čepu. Do sestavy byla také přidána rotační část ojnice a ložiska ve formě kovového prstence, jehož osa byla totožná s osou ojnicního čepu. Ta byla následně podrobena optimalizaci s cílem získat souřadnici těžiště v ose y rovnou nule.



Obr. 18 - schéma náčrtu použitého pro optimalizaci

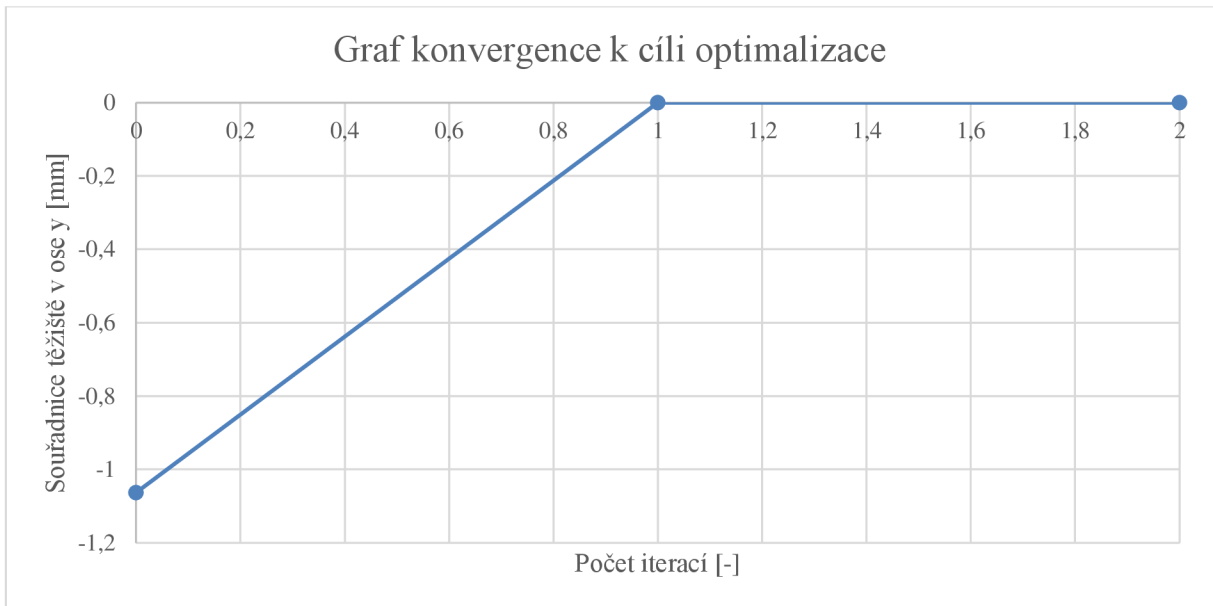


Pro finální optimalizaci polohy těžiště byl použit rozměr oblouku, který má po optimalizaci na Obr. 18 rozměr 22,38 mm. Kóty s rozměry 53 a 162 mm omezují maximální rozměry a zamezují vzniku kolize klikového hřídele s pístem. Mezi pístem a vývažkem klikového hřídele je v dolní úvratí mezera 1,2 mm.



Obr. 19 - nastavení optimalizačního procesu

Na Obr. 19 je pak vidět nastavení optimalizačního procesu. V sekci *Design Constraints* jsou nastaveny cíle optimalizace, tedy souřadnice těžiště v ose y má být rovna nule. V sekci *Design Variables* je zadán oblouk, kterému lze měnit rozměr pro dosažení cíle a možný rozsah. Optimalizace proběhla i pro některé další rozměry avšak za určitou hranici již náčrt havaroval a optimalizace tedy přešla na další rozměr.



Obr. 20 - graf konvergence k cíli optimalizace

Na Obr. 20 je vidět rychlá konvergence k cíli optimalizace hned v první iteraci běhu. Dalším krokem již nedošlo k žádnému zlepšení sledovaného parametru a optimalizace byla automaticky ukončena.

5.1.2 NÁVRH VÝVAŽKŮ PRO VYVÁŽENÍ SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Jak bylo zmíněno v kapitole 3.4, pro vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí byla zvolena silová varianta a bude částečně vyvážen pouze I. řád. Toto vyvážení se provádí přidáním dvou vývažků na klikový hřídel. Tyto přidané vývažky vyvozují přídavný moment a výsledný moment setrvačných sil posuvných částí se přesune částečně i do svislé roviny. Cílem bude do svislé roviny přeložit polovinu momentu setrvačných sil posuvných částí.

Důležité je také zvolit umístění vývažků. Lze je umístit buď na vnější vývažky přímo na klikový hřídel a vytvořit tak tzv. kombinovaný vývažek, nebo úmyslně nevyvážit řemenici a setrvačnick. Zde bude použita varianta nevyvahy řemenice a setrvačnicku, kde se využije velkého poloměru obou částí a jejich velké vzájemné vzdálenosti.

Pro výpočet parametrů vývažků je potřeba nejprve spočítat moment M_v , který mají vyvozovat, a to podle vztahu

$$M_v = \frac{1}{2} \cdot M_{p_{vys1,max}} [N], \quad (46)$$

kde $M_{p_{vys1,max}}$ je maximum momentu setrvačných sil posuvných částí I. řádu. To lze zjistit upravením vztahu (41) do tvaru

$$M_{p_{vys1,max}} = \sqrt{3} \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot a [Nm]. \quad (47)$$



Moment, který budou navrhované vývažky vyvozovat, se spočítá podle vztahu

$$M_v = m_v \cdot r_v \cdot b_v \quad [Nm], \quad (48)$$

kde m_v je hmotnost vývažku, r_v je velikost ramene, na kterém vývažek působí, a b_v je vzdálenost rovin, v nichž leží těžiště vývažků.

Výsledný vztah pro výpočet hmotnosti vývažku je tedy složen ze vztahů (46) a (48) a vyjádřením jeho hmotnosti m_v ,

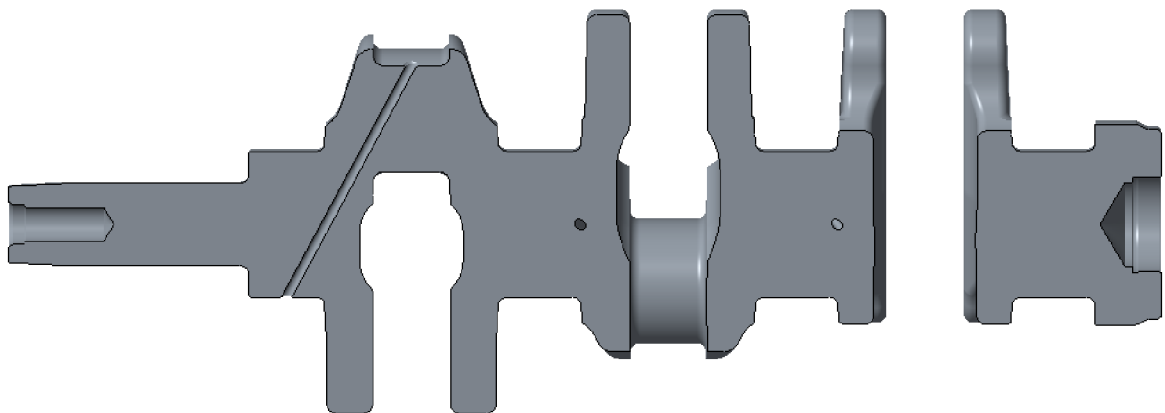
$$m_v = \frac{\sqrt{3} \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot A}{2 \cdot r_v \cdot b_v} \quad [kg]. \quad (49)$$

Do tohoto vztahu je potřeba z CAD modelů setrvačnicku a řemenice doplnit příslušné poloměry vývažků r_v . Setrvačnick má větší poloměr než řemenice, velikost nevývahy tedy nebude totožná na obou součástech.

Nevývahu je možné na obou součástech vytvořit buď přidáním, nebo naopak odebráním materiálu na opačné straně. Na řemenici je vzhledem k její konstrukci vhodnější materiál přidat buď přímo do odlitku, nebo lze nevývahu například přivařit. Na setrvačnicku bude lepší naopak materiál odebrat buď odebráním části jeho materiálu, nebo odvrtáním otvorů.

5.2 PROVEDENÍ MAZÁNÍ NA KLIKOVÉM HŘÍDELI

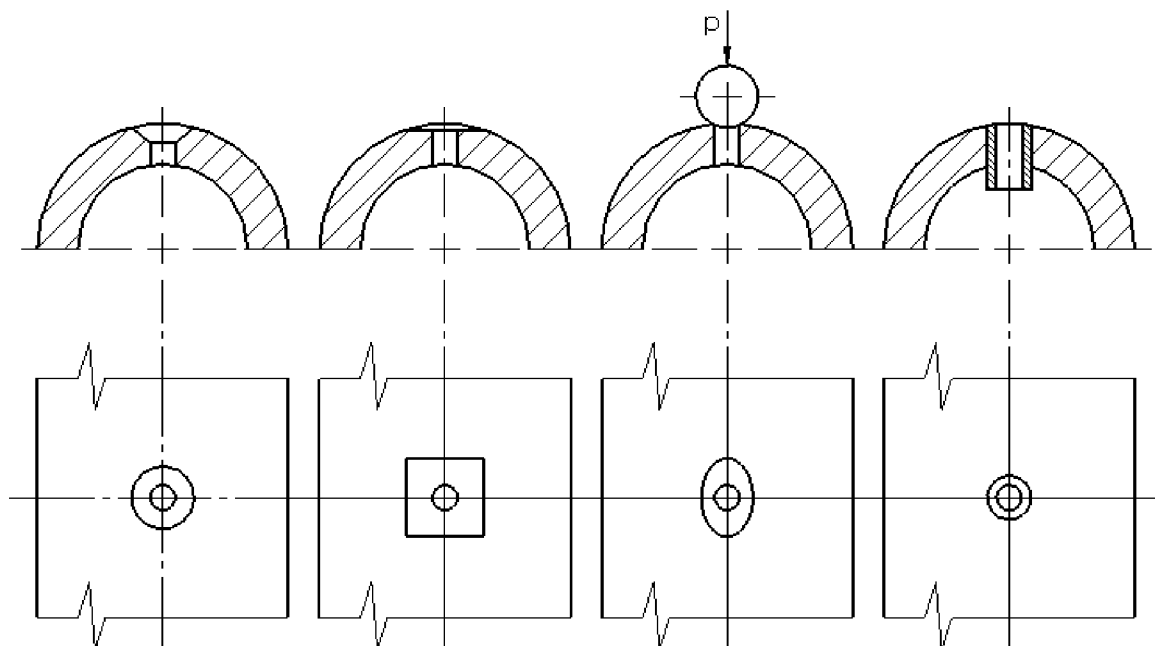
Mazací systém kanálek v klikovém hřídeli je proveden jako tři přímé vývrty. Před modelováním mazacího systému byl nalezen analytickým výpočtem nejvíce namáhaný hlavní čep, který byl následně ponechán celistvý bez vývrty. První ojniční čep je mazán z prvního hlavního čepu, druhý ojniční čep je mazán z druhého hlavního čepu a třetí ojniční čep je mazán ze čtvrtého hlavního čepu. Nejvíce namáhaný třetí hlavní čep tedy zůstal bez vývrty.



Obr. 21 – náhled na mazací kanálky na klikovém hřídeli

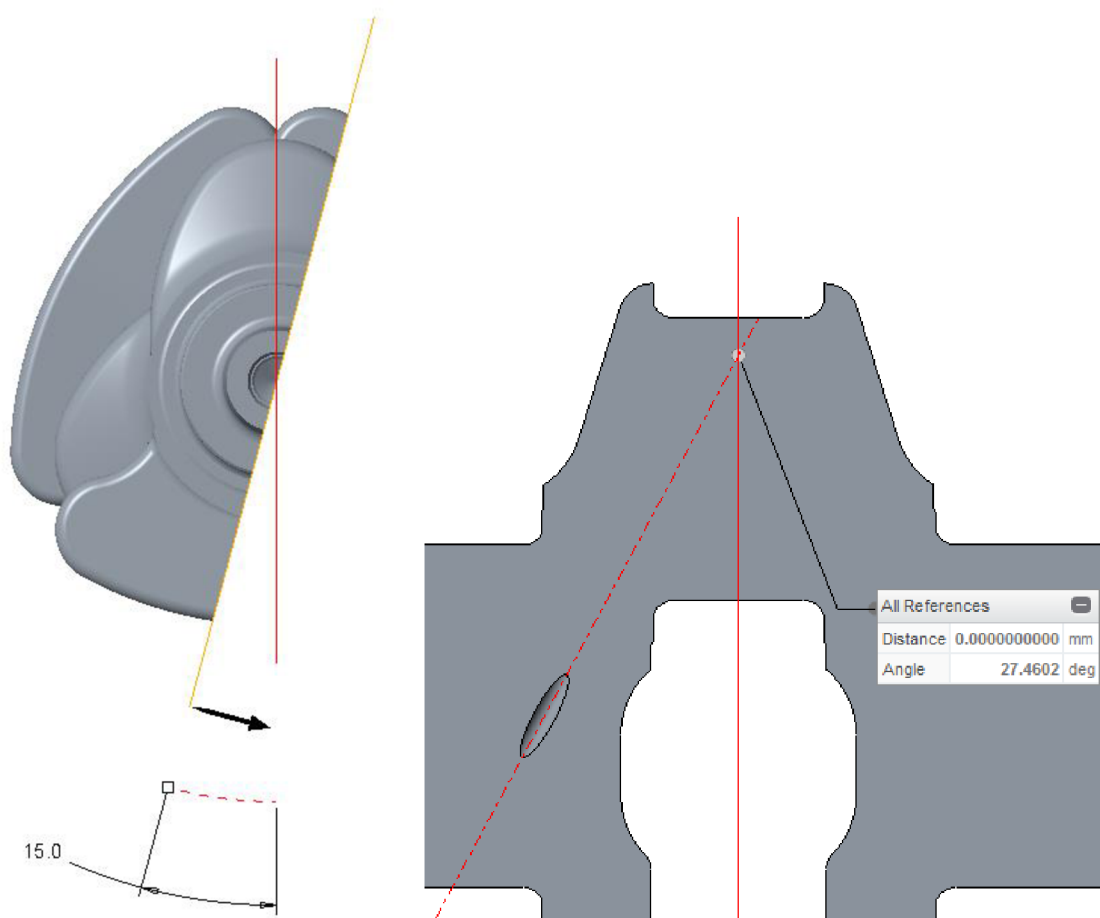


Vyústění mazacího otvoru na čepu vytváří značný vrub a koncentruje napětí. Je tedy potřeba věnovat pozornost jeho tvaru. Na Obr. 22 je vidět několik nejčastěji využívaných možností. Nejjednodušší je vyústění kanálku odvrtat vrtákem s vhodným vrcholovým úhlem, tím se roznese napětí postupně do většího průměru. Otláčení kuličky vytvoří na vyústěních výhodný eliptický tvar. Přechod mazacího otvoru do čepu by měl být nakonec zaoblen. Pro navrhovaný klikový hřídel bylo zvoleno otláčení kuličky o průměru 12 mm. [13]



Obr. 22 – úpravy vústění mazacího otvoru, zleva – odvrtání vrtákem, odfrézování plošky, otláčení kuličkou, nalisování pouzdra [13]

Posledním důležitým parametrem pro vytvoření mazání je sklon mazacího otvoru od podélné roviny klikového hřídele. Kanálek nesmí ústít na stranu, kam působí síla od ojnice při maximálním točivém momentu, ale na opačné straně. Úhel odklonu v tomto směru také nesmí být příliš velký, aby kanálek správně plnil svou funkci. Důležitý je také úhel odklonu od roviny symetrie zalomení. Pokud je to možné, měl by se tento úhel pohybovat do 25° pro zachování co nejlepší únavové životnosti. Díky velké rozteči válců je tento úhel $27,5^\circ$, což je patrné z Obr. 23. [4] [13]



Obr. 23 – úhel odklonu od podélné roviny (vlevo) a úhel odklonu od roviny symetrie ojničního čepu (vpravo)

5.3 VOLBA MATERIÁLU KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Před provedením analýzy napjatosti klikového hřídele je potřeba zvolit materiál, ze kterého bude vyroben. Předpokládá se výroba klikového hřídele kováním. Na rozdíl od předlohového motoru, který je čtyřválcový, je motor v této práci tříválcový, tedy nemá koplánární zalomení. Bude tedy nutné využít speciálních kovacích strojů, které částečně předkovanému hřídeli za vysokých teplot „pootočí“ patřičnými zalomeními.

Stejně jako u předlohového klikového hřídele je pro potřeby této práce zvolen materiál s označením 1.7225 dle ČSN EN 10083-3. Jedná se o nízkolegovanou ušlechtilou chrom-molybdenovou ocel určenou k zušlechťování. Mechanické vlastnosti zvoleného materiálu jsou uvedeny v Tab. 3. [14]



Tab. 3 – mechanické charakteristiky materiálu 1.7225, únavové charakteristiky platí pro symetrický cyklus [15]

	Značka	Hodnota
Modul pružnosti v tahu [GPa]	E	210
Modul pružnosti ve smyku [GPa]	G	81
Mez pevnosti v tahu [MPa]	R_m	1 283
Mez kluzu [MPa]	R_e	900
Mez únavy v tahu / tlaku [MPa]	$\sigma_{c,tah/tlak}$	495
Mez únavy v ohybu [MPa]	$\sigma_{c,ohyb}$	525

5.4 MOŽNÉ PŘÍSTUPY K VÝPOČTU ÚNAVOVÉ ŽIVOTNOSTI

Existuje několik přístupů k výpočtu únavové životnosti součásti, která je namáhána periodicky. Stejně jako v ostatních odvětvích průmyslu, se i zde projevilo široké rozšíření výpočetní techniky, a tak se od analytických metod přechází k metodám numerickým. Základní metody výpočtů jsou:

- *Přibližný výpočet s využitím analytických metod na základě nominálních napětí (NSA).* Výhodou této metody je jednoduchost a rychlost výpočtu a velké množství dostupných podkladů pro tuto metodu. Nevýhodou je pak použití prutových předpokladů, protože pomocí prutů nelze přesně vystihnout často komplexní geometrii klikového hřídele. [15]
- *Přibližný výpočet s využitím metody konečných prvků (MKP) na základě skutečných elastických MKP napětí (LSA).* Výpočet touto metodou probíhá s využitím geometrie součásti pomocí numerického řešení metodou konečných prvků. Je vypočtena napjatost odpovídající zadanému zatížení a okrajovým podmínkám v každém uzlu a na základě tohoto výpočtu je zjištěna míra bezpečnosti. Výpočet je časově náročnější, ale je přesnější než předchozí zmíněná metoda. [15] [16]
- *Řešení s využitím metod na bázi MKP/MBS.* Nejmodernější metoda výpočtu únavové životnosti. Využívá předností jak MKP, tak i MBS. Z MKP modelu je pomocí modální syntézy za použití Craig-Bamptonovy redukce vytvořen model poddajného tělesa. Nevýhodou je opět zvýšená výpočtová náročnost a materiálové nelinearity, ale opět je zde lepší přesnost výpočtu. [15] [16]

Pro tuto práci byla zvolena metoda s využitím MKP na základě skutečných elastických napětí. K této metodě jsou také dostupné studijní opory, které pomohly s počátečním nastavením metody. [15]

5.5 ANALÝZA NAPJATOSTI KLIKOVÉHO HŘÍDELE

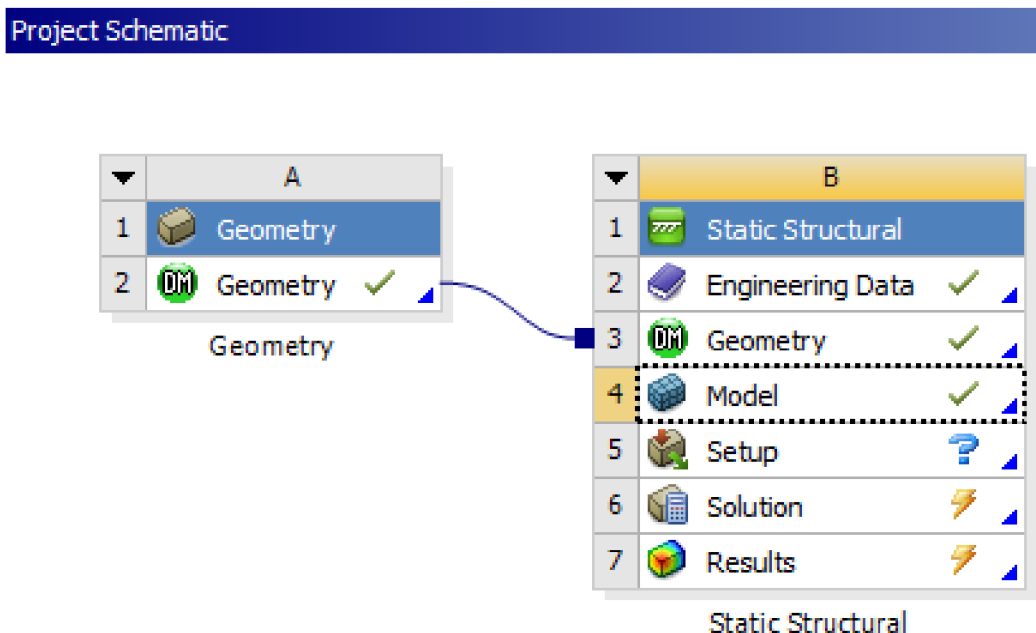
Vstupem do této metody je CAD model klikového hřídele vytvořený v softwaru *PTC Creo* a materiálové charakteristiky, které jsou popsány v kapitole 5.3. U zvolené metody LSA je nutné správně zadat zatížení a okrajové podmínky, aby nedošlo ke zpevnění modelu a případnému negativnímu ovlivnění výsledků.



5.5.1 VYTVOŘENÍ PROSTOROVÉ SÍTĚ

Po vytvoření CAD modelu celého klikového hřídele v softwaru *PTC Creo*, byl model rozdělen v místech, kam budou později zadávány zatížení nebo okrajové podmínky modelu. Následně byla tato sestava exportována do formátu STEP (*.stp), který je jednoduše importovatelný do softwaru ANSYS Workbench.

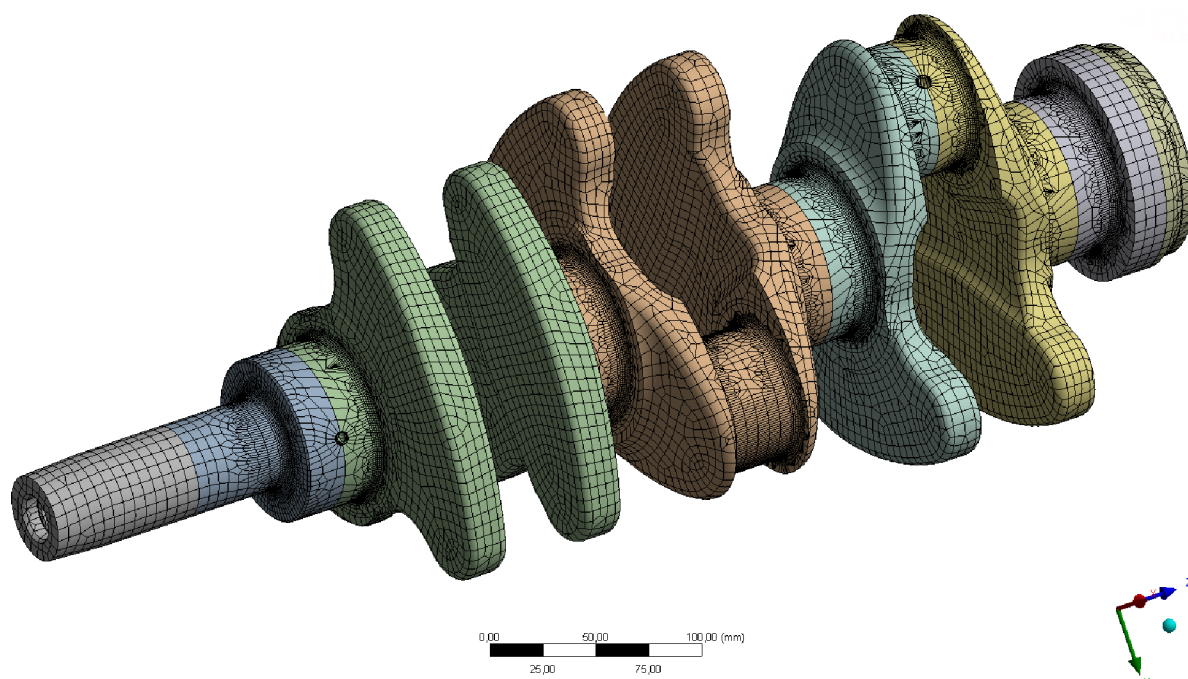
Po importu do zmíněného programu byl vytvořen projekt, jehož schéma je naznačeno na Obr. 18. V části A je importovaný model, který je následně v části B navázán na statickou analýzu (na obrázku jako *Static Structural*).



Obr. 24 – schéma projektu v softwaru ANSYS Workbench

V prostředí *Design Modeler* byly následně jednotlivé části sloučeny pod jeden part, aby po vysíťování v místech spojení součástí byla vytvořena spojená síť.

Dále byly již v prostředí *Mechanical* nastavovány samotné parametry sítě. Na celý model bylo nastaveno síťování metodou *Hex Dominant*, což je metoda upřednostňující síťování pomocí šestistěnných prvků. Tato metoda se používá pro komplexní součásti, které nelze síťovat metodou *Sweep*. Velikost elementů byla nejprve globálně nastavena na 6 mm a následně byla zmenšena v přechodech čepů do ramen, začátku hřídele a příruby pro setrvačnick na 1,2 mm. Zjemnění sítě proběhlo také v oblasti vyústění mazacích kanálků a to na hodnotu 1,2 mm. Výsledkem pak byla síť skládající se z 984 574 uzlů a 315 456 elementů. [17]



Obr. 25 - výsledná síť po vysíťování v softwaru ANSYS Workbench

Po vysíťování byla zadána jedna okrajová podmínka, v tomto případě pevná opora na čelní plochu přední stranu klikového hřídele, aby bylo možné vyexportovat vstupní soubor do prostředí ANSYS. Posledním krokem tedy byl export vstupního souboru s koncovkou *.inp.

5.5.2 ZADÁNÍ OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Po importu *.inp souboru do softwaru *ANSYS Mechanical*, je nutné v části *Preprocessor* odstranit zadanou okrajovou podmínku a nadefinovat nové prvky. Prvním prvkem je MPC184 s KEYOPT(1) nastaveným na *Rigid Beam*. Druhým prvkem je COMBIN14. K němu je pak potřeba vytvořit reálnou konstantu, která bude obsahovat tuhost. Ta musí mít takovou velikost, aby se stlačení v místě středu ložiska rovnalo 80 % ložiskové vůle. Tuhost se tedy spočte podle vztahu [15] [18] [19]

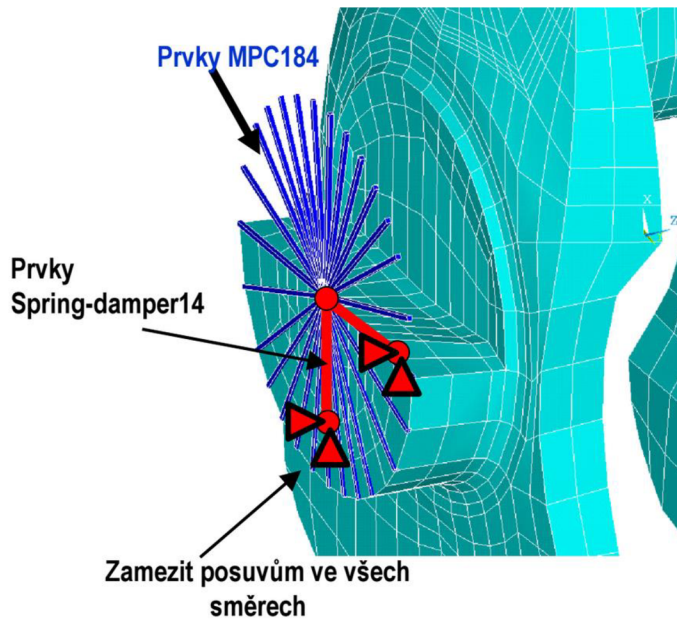
$$k_c = \frac{0,5 \cdot F_p}{0,8 \cdot c} \left[N \cdot m^{-1} \right], \quad (50)$$

kde F_{\max} je maximální síla od tlaku plynů a c je ložisková vůle, jejíž rozmezí 0,07 až 0,12 mm bylo zadáno vedoucím práce. Pro případ tohoto výpočtu byla zvolena vůle 0,09 mm. Vypočtená tuhost zadaná to reálné konstanty je $696\,181 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Do každého hlavního ložiska byl vložen „ježek“ skládající se z prvků MPC184, který z vytvořeného uzlu ve středu vede k uzlům na kraji čepu. Prvky nesmí však končit příliš blízko vyústění mazacích kanálků, protože toto nepříznivě ovlivňovalo výsledky simulace. Do hlavních ložisek byly také umístěny dva prvky COMBIN14 a jejich vnější konce byly zavazbeny proti posuvům ve všech směrech. Situace pak odpovídá Obr. 26.



Dalšími okrajovými podmínkami jsou zavazbení libovolného bodu na místě pro řemenici, a to proti všem posuvům i rotacím, a zavazbení středu „ježka“ ve volném konci klikového hřídele pro natočení v ose rotace.



Obr. 26 – pohled na uchycení hlavního čepu

5.5.3 ZADÁNÍ ZATÍŽENÍ

Zatížení se zadává jako dva stavy, a to jako

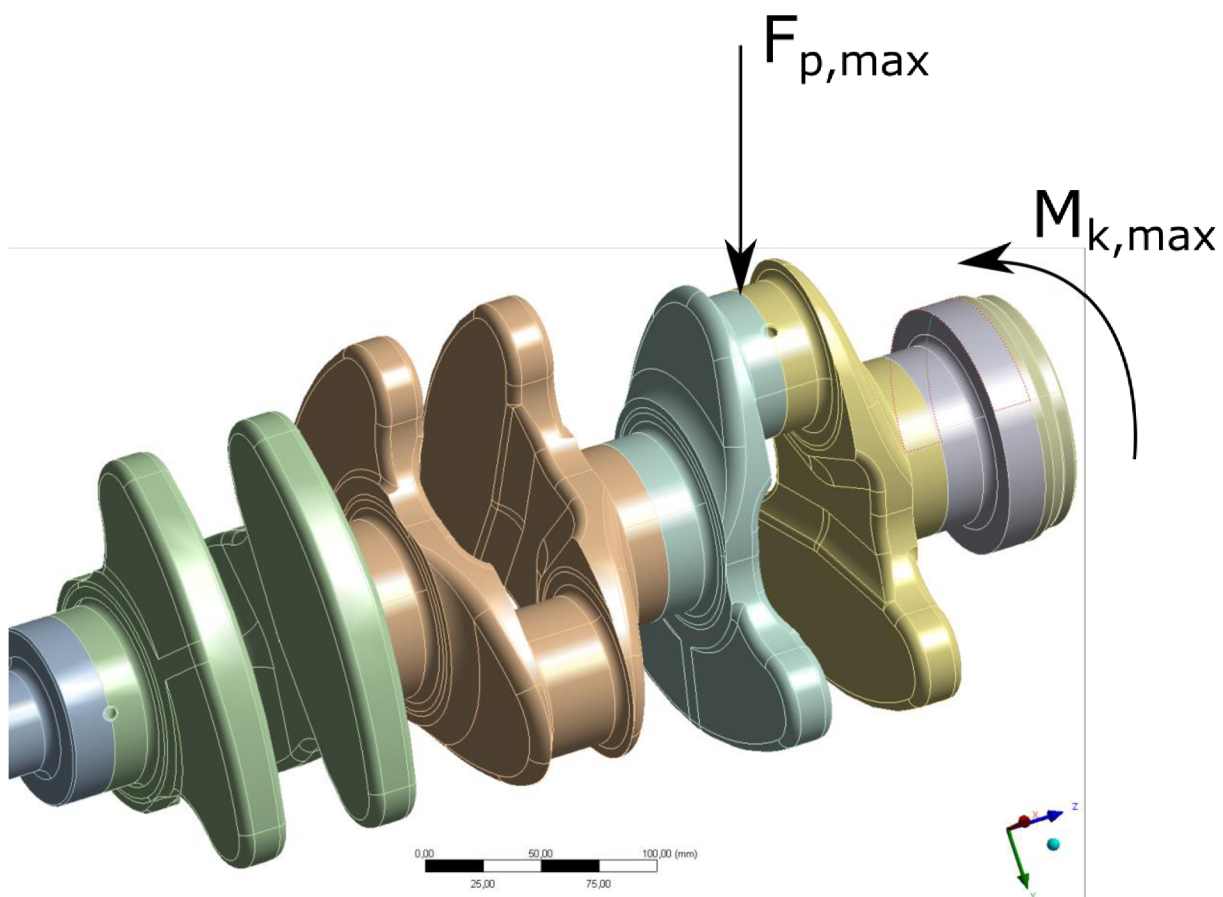
- zatížení od maximální síly od tlaku plynů a maximální krouticí moment v kladné oblasti a
- zatížení od maximálního krouticího momentu v záporné oblasti.

Krouticí moment byl spočítán vedoucím práce jako namáhání od vynuceného torzního kmitání. Moment byl pak zadáván na stranu setrvačnicku do středu „ježka“, který byl v polovině příruby pro setrvačnick.

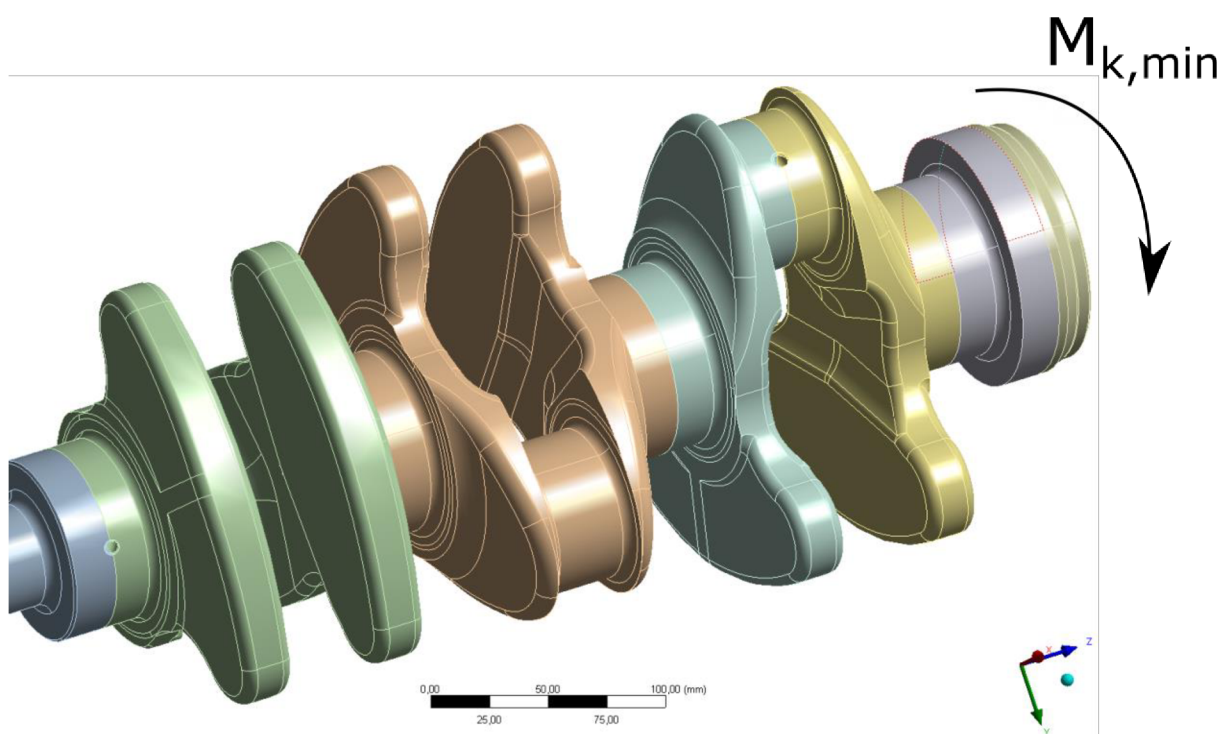
Síla od tlaku plynů byla zadávána jako dvě síly, aby byl respektován úhel natočení klikového hřídele při maximální velikosti této síly. Úhel natočení byl odečten z průběhu krouticího momentu na zalomení.

Tab. 4 - velikosti zatížení v obou zkoumaných stavech

		Značka	Hodnota
Zátěžný stav A	Síla [N]	$F_{p,max}$	100 250
	Moment [Nm]	$M_{k,max}$	2 446
Zátěžný stav B	Síla [N]	$F_{p,min}$	0
	Moment [Nm]	$M_{k,min}$	-1 029



Obr. 27 – zátěžný stav A

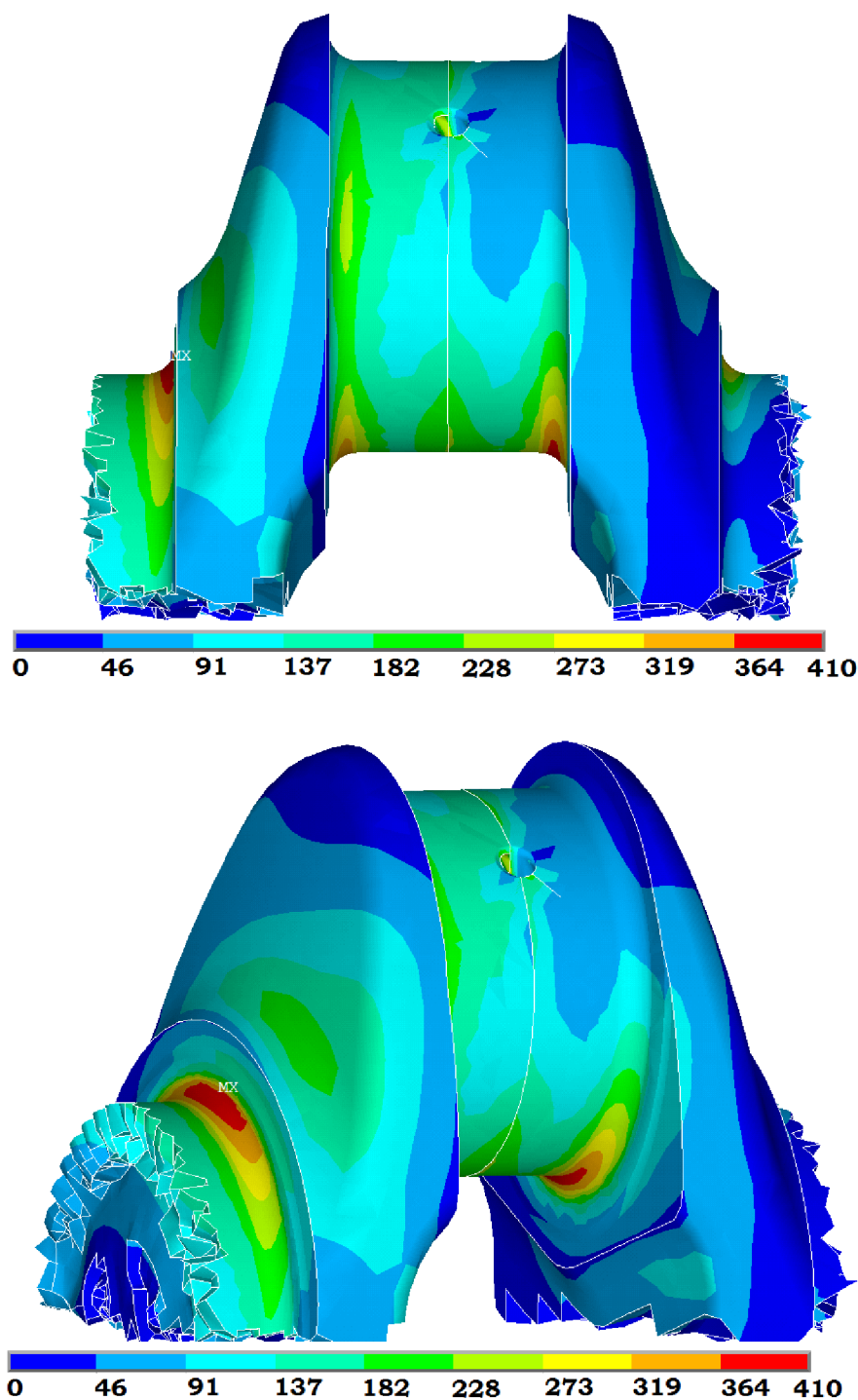


Obr. 28 - zátěžný stav B

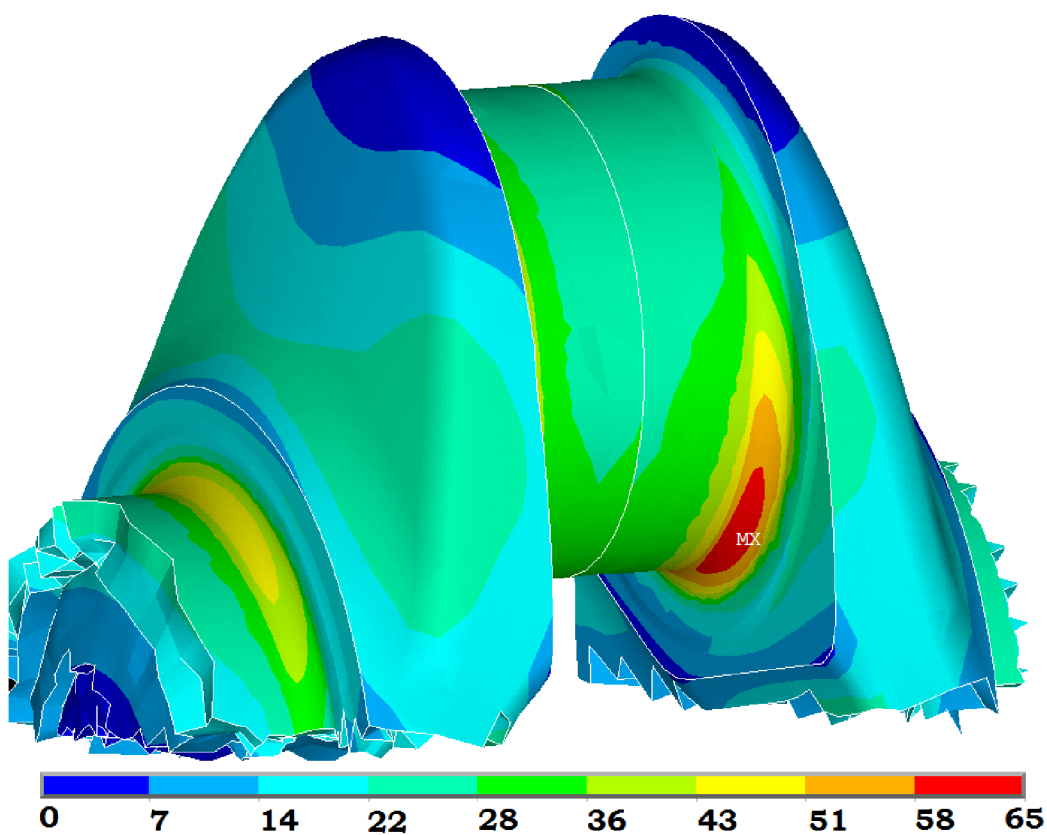
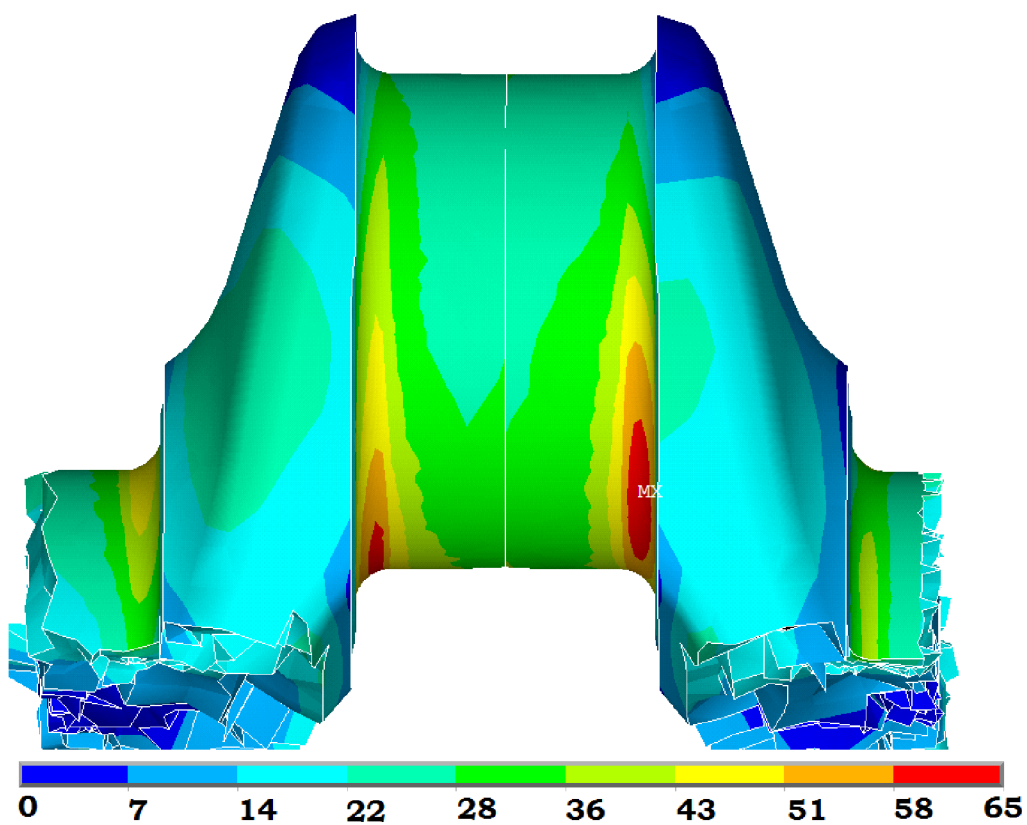


5.5.4 VÝSLEDKY METODY LSA

Výstupem této metody je mnoho různých veličin. Pro potřeby určení bezpečnosti byla využita lokální redukovaná napětí dle hypotézy HMM. Výstupem byla také hlavní napětí σ_1 a σ_3 , která jsou nutnými vstupy do výpočtu bezpečnosti hřídele k mezi únavy materiálu. Jako kritická místa se dle očekávání ukázaly přechody čepů do ramen, naopak vyústění mazacích kanálků nebyla kritická.



Obr. 29 - výsledky zátěžného stavu A, MN značí místo s minimálním napětím a MX místo s maximálním napětím dle hypotézy HMM



Obr. 30 - výsledky zátěžného stavu B, MN značí místo s minimálním napětím a MX místo s maximálním napětím dle hypotézy HMH



5.5.5 STANOVENÍ BEZPEČNOSTI

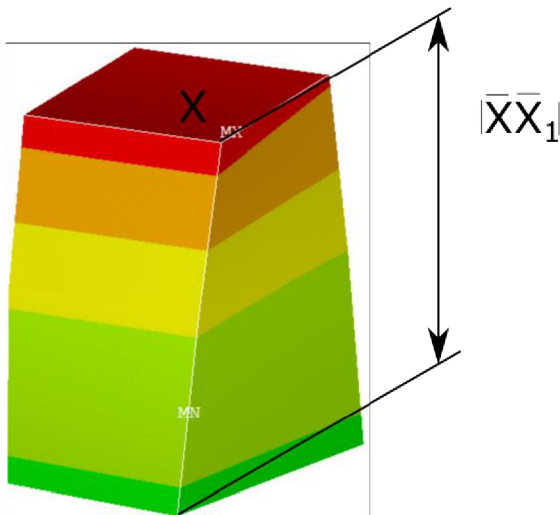
Pro výpočet bezpečnosti je nutné znát materiál klikového hřídele, ten byl určen v kapitole 5.3.

Poměrný gradient χ_R se spočítá podle vztahu [15]

$$\chi_R = \frac{1}{\sigma_{eX}} \cdot \left(\frac{\sigma_{eX} - \sigma_{eX1}}{|\bar{X}\bar{X}_1|} \right) [m^{-1}], \quad (51)$$

kde σ_{eX} je napětí v bodě X s největším napětím a σ_{eX1} je napětí v bodě X_1 , který je od bodu X vzdálený o hodnotu $|\bar{X}\bar{X}_1|$.

Napětí v bodě X, bylo zjištěno vybráním daného uzlu. Vzdálenost $|\bar{X}\bar{X}_1|$ pak byla zjištěna pomocí příkazu NDIST. Naměřená vzdálenost je 1,716 mm.



Obr. 31 - vybraný element s bodem X a měřenou vzdáleností $|\bar{X}\bar{X}_1|$

Všechny vstupní hodnoty potřebné pro výpočet bezpečnosti byly získány ze softwaru ANSYS a jsou shrnuty v Tab. 5.

Tab. 5 – vstupní veličiny do výpočtu bezpečnosti

Zátěžný stav A			Zátěžný stav B		
σ_{HMHa} [MPa]	σ_{1a} [MPa]	σ_{3a} [MPa]	σ_{HMHb} [MPa]	σ_{1b} [MPa]	σ_{3b} [MPa]
399,06	4,7	-413,41	61,94	14,39	-53,521

Korekční součinitel se vypočítá jako [15]



$$f_G = 1 + \chi_R \frac{\frac{\sigma_{c,ohyb}}{2} - 1}{d_{vzorek}} [-], \quad (52)$$

kde d_{vzorek} je průměr zkušební vzorku namáhaného střídavým ohybem, který je stanoven na 7,5 mm.

Poměr β_p / α_p se vypočítá [15]

$$\frac{\beta_p}{\alpha_p} = 1 + \sqrt{\chi_R} \cdot 10^{-\left(0,35 + \frac{R_e}{810}\right)} [-]. \quad (53)$$

Ekvivalentní napětí se znaménkem největšího hlavního napětí, amplituda a střední hodnota napětí se stanoví podle vztahů

$$\sigma_{e,max} = \text{sign}(\sigma_{3a}) \cdot \sigma_{HMHa} [MPa], \quad (54)$$

$$\sigma_{e,min} = \text{sign}(\sigma_{1b}) \cdot \sigma_{HMhb} [MPa], \quad (55)$$

$$\sigma_{e,amp} = \frac{\sigma_{e,max} - \sigma_{e,min}}{2} [MPa], \quad (56)$$

$$\sigma_{e,str} = \frac{\sigma_{e,max} + \sigma_{e,min}}{2} [MPa]. \quad (57)$$

Výsledná bezpečnost se stanoví vztahem [15]

$$k = \left(\frac{\beta_p}{\alpha_p} \cdot \frac{\sigma_{e,amp}}{\sigma_{c,ohyb} \cdot \eta_\sigma \cdot \nu_\sigma \cdot f_G} + \frac{\sigma_{e,str}}{R_m} \right)^{-1} [-], \quad (58)$$

kde ν_σ je vliv zpracování povrchu, který byl zvolen 0,9, tedy jemné broušení, a η_σ vliv velikosti součásti

$$\eta_\sigma = 1,189 \cdot D^{-0,097} [-], \quad (59)$$

kde D je průměr ojnicního čepu.

Zakalením rádiusů ojnicních a hlavních čepů se bezpečnost zvýší na

$$k_k = 1,3 \cdot k [-]. \quad (60)$$

Výsledná bezpečnost je $k = 1,42$ a bezpečnost po zakalení rádiusů je $k_k = 1,85$.



6 TORZNÍ KMITY

Reálný klikový hřídel není dokonale tuhý, ale je vyroben z pružného materiálu. Tato vlastnost dává předpoklad pro kmitání klikového hřídele. Další vlastností, která zvyšuje náchylnost ke kmitání, je vlastní délka hřídele. U klikových hřídelů se objevují tři druhy kmitání:

- *Kmitání torzní*, tedy kmitání kolem osy hřídele, které bude dále rozebráno v této kapitole.
- *Kmitání ohybové*, tedy kolmo k ose hřídele. Je způsobeno periodicky proměnnými tangenciálními a radiálními silami. Velký vliv na frekvenci vlastního ohybového kmitání má způsob uložení hřídele a tuhost ložisek, klikové skříně a rámu motoru. Velice důležitá je také souosost uložení hřídele. [4] [10]
- *Kmitání podélné*, tedy rovnoběžné s osou hřídele. Toto kmitání způsobuje periodické prodlužování a zkracování hřídele.

6.1 NÁHRADNÍ TORZNÍ SOUSTAVA

Skutečná soustava se při výpočtu vlastních frekvencí torzních kmitů nahrazuje soustavou zjednodušenou, avšak energeticky ekvivalentní. Protože se však kinetická energie posuvných setrvačných hmot mění v průběhu času, je tato soustava ekvivalentní pro střední hodnotu tohoto průběhu. Při nahrazování reálné soustavy náhradní je nutné zavést několik zjednodušujících předpokladů:

- hmoty jsou konstantní, nezávislé na čase,
- délky jsou konstantní, nezávislé na čase,
- hmoty klikového ústrojí jsou redukovány do os válců nebo rovnoměrně rozloženy podél klikového hřídele,
- hřídel je nehmotný.

Náhradní soustava se pak skládá z hmotných kotoučů, které jsou spojeny válcovým nehmotným hřídelem. Do kotoučů jsou redukovány hmoty řemenice, zalomení, pístní skupiny, části ojnice a setrvačnicku. Zároveň se provádí redukce délky klikového hřídele. [4]

6.1.1 REDUKCE HMOT

Hmota jednotlivých částí mechanismu je po redukcí soustředěna do kotouče s konstantním momentem setrvačnosti a stejnou pohybovou energií. Při redukcí se určuje moment setrvačnosti částí soustavy k ose rotace klikového hřídele. Hmoty se opět rozdělují na rotující a posuvné. Pokud je s redukovanou částí spojená některá další (např. posuvná část ojnice a pístní skupina), tak se momenty setrvačnosti, vztažené na stejný poloměr, obou hmot sčítají.

Do rotujících hmot patří rotační část ojnice m_{ojr} a hmotnost ložiska m_{ol} . Vztah pro moment setrvačnosti těchto hmot je tedy:

$$J_{ored} = (m_2 + m_{ol}) \cdot r^2 \quad [kg \cdot m^2]. \quad (61)$$



Redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí je dán vztahem:

$$J_{pred} = (m_1 + m_{ps}) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2 \quad [kg \cdot m^2], \quad (62)$$

kde m_{ps} je hmotnost pístní skupiny a m_1 je hmotnost posuvné části ojnice.

Momenty setrvačnosti řemenice J_{rem} , předního konce hřídele J_{pk} , ramene kliky J_{ram} , ojničního čepu J_{oc} , hlavního čepu J_{hc} , zadního konce s přírubou pro setrvačnick J_{zk} a setrvačnicku J_{set} byly zjištěny z modelů vytvořených v programu *PTC Creo*.

Jednotlivé momenty setrvačnosti, ze kterých se sestavuje matice hmotnosti, jsou definovány takto:

$$J_0 = J_{rem} + J_{pk} + \frac{J_{hc}}{2} \quad [kg \cdot m^2] \quad (63)$$

je moment setrvačnosti přední části klikového hřídele s řemenicí a polovinou prvního hlavního čepu.

$$J_1 = J_{hc} + 2 \cdot J_{ram} + J_{oc} + J_{ored} + J_{pred} \quad [kg \cdot m^2] \quad (64)$$

je redukovaný moment setrvačnosti pro část klikového hřídele náležící jedné válcové jednotce. Momenty setrvačnosti J_2 a J_3 jsou tedy stejné jako J_1 . Moment setrvačnosti zadní části klikového hřídele se setrvačnickem je pak dán vztahem

$$J_4 = \frac{J_{hc}}{2} + J_{zk} + J_{set} \quad [kg \cdot m^2]. \quad (65)$$

6.1.2 REDUKCE DÉLEK

Jak bylo zmíněno výše, kotouče jsou spojeny hladkým nehmotným hřídelem. U něj je nutné znát jeho redukovanou délku l_{red} a z té následně vypočítat jeho torzní tuhost c_i . Tento hladký nehmotný hřídel má stejnou torzní tuhost jako část klikového hřídele do něj zredukováná. Redukuje se na průměr D_{red} , který se nejčastěji volí stejný jako je průměr hlavního čepu D_{hc} .

Vztahy pro výpočty redukovaných délek jednodušších částí klikového hřídele, jako čepů nebo částí s perem, jsou dostupné v literatuře [4]. Vztah pro výpočet redukované délky zalomení dle Ker-Wilsona zní:

$$l_{red} = D_{red}^4 \cdot \left[\frac{L_{hc} + 0,4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4 - d_{hc}^4} + \frac{L_{oc} + 0,4 \cdot D_{oc}}{D_{oc}^4 - d_{oc}^4} + \frac{r - 0,2 \cdot (D_{oc} + D_{hc})}{t_r \cdot B^3} \right] \quad [m], \quad (66)$$



kde L_{hc} a L_{oc} je délka hlavního, resp. ojničního čepu, D_{hc} a D_{oc} je vnější průměr hlavního, resp. ojničního čepu, d_{hc} , d_{oc} je vnitřní průměr hlavního, resp. ojničního čepu, r je poloměr kliky, t_r je tloušťka ramene kliky a B je šířka ramene kliky. [20]

6.1.3 TORZNÍ TUHOST

Pro výpočet torzní tuhosti c ze známých redukovaných délek byl použit vztah

$$c_i = \frac{G \cdot I_p}{l_{red,i}} \left[Nm \cdot rad^{-1} \right], \quad (67)$$

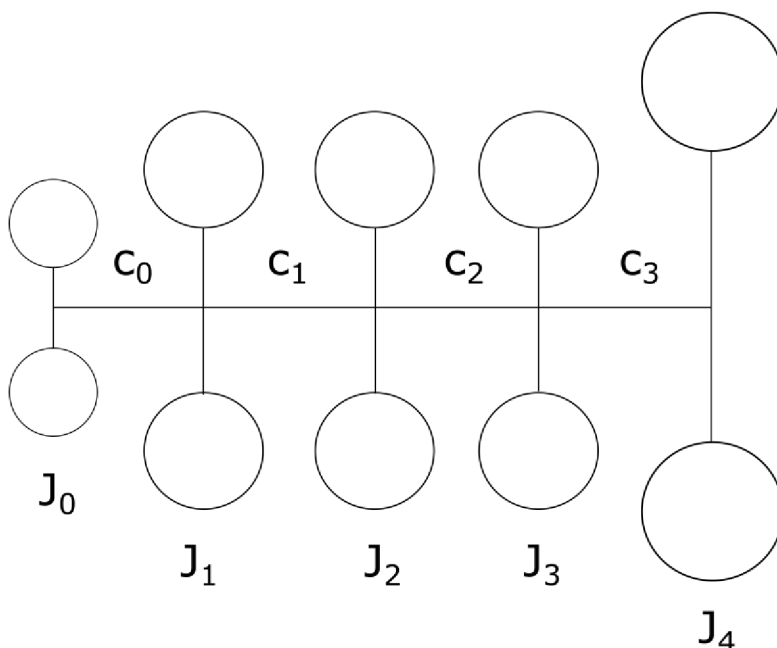
kde G je modul pružnosti ve smyku a

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} \left[m^4 \right], \quad (68)$$

je polární moment průřezu redukovaného hřídele.

6.1.4 VLASTNÍ FREKVENCE A TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ

Vlastní kmitání je takové kmitání, které pokračuje i po počátečním impulsu bez působení vnějších sil. Bez tlumení by toto kmitání trvalo nekonečně dlouhou dobu. Vlastní frekvenci a tvary tohoto kmitání má každá soustava jiná a závisí na momentech setrvačnosti a tuhosti této soustavy.



Obr. 32 - model náhradní torzní soustavy



Následuje přehled hodnot momentů setrvačnosti a torzních tuhostí vypočítaných na základě vztahů popsaných k předchozích kapitolách.

Tab. 6 – Velikost momentů setrvačnosti kotoučů v náhradní torzní soustavě

Momenty setrvačnosti jednotlivých kotoučů [kg · m ²]				
J_0	J_1	J_2	J_3	J_4
0,021 0	0,051 7	0,051 7	0,051 7	0,004 1

Tab. 7 - Velikost torzních tuhostí hřídelů v náhradní torzní soustavě

Torzní tuhosti redukovaných hřídelů [Nm · rad ⁻¹]			
c_0	c_1	c_2	c_3
624 943	1 248 842	1 248 842	11 327 100

Počet možných tvarů (stupňů) kmitání je $n-1$, je-li n počet hmot soustavy. Při výpočtu vlastních torzních kmitů se vychází z Lagrangeovy pohybové rovnice, která je v maticovém tvaru dána jako

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{Q} [-], \quad (69)$$

kde \mathbf{M} je matice momentů setrvačnosti, \mathbf{K} je matice tlumení, \mathbf{C} je matice tuhostí, \mathbf{q} je vektor zobecněných souřadnic a \mathbf{Q} je matice buzení.

Jelikož se jedná volné kmitání, je $\mathbf{Q} = 0$. Kmitání je zároveň i netlumené a tedy i $\mathbf{K} = 0$. Rovnice (69) přejde na vztah

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} = 0 [-]. \quad (70)$$

Matice momentů setrvačnosti \mathbf{M} je diagonální a má následující tvar

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 \end{pmatrix} [kg \cdot m^2]. \quad (71)$$

Matice tuhostí \mathbf{C} je tridiagonální a má následující tvar



$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix} [Nm \cdot rad^{-1}]. \quad (72)$$

Vektor zobecněných souřadnic \mathbf{q} má předpokládaný tvar řešení

$$\mathbf{q} = \mathbf{a} \cdot e^{j\Omega t} [-], \quad (73)$$

kde \mathbf{a} je vektor vlastních tvarů a Ω je vlastní úhlová frekvence.

Po dosazení (73) do (70) a úpravě získáme

$$(\mathbf{C} - \Omega^2 \mathbf{M}) \cdot \mathbf{a} = 0 [-]. \quad (74)$$

Rovnici (74) vynásobíme zleva maticí \mathbf{M}^{-1} a získáme rovnici

$$(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} - \Omega^2 \mathbf{I}) \cdot \mathbf{a} = 0 [-]. \quad (75)$$

Při řešení problému vlastních čísel má rovnice výchozí tvar

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \cdot \mathbf{a} = 0 [-], \quad (76)$$

kde

$$\mathbf{A} = \mathbf{M} \mathbf{C}^{-1} [-] \quad (77)$$

je čtvercová modální matice a

$$\lambda_v = \Omega^2 [-] \quad (78)$$

je vlastním číslem a \mathbf{I} je jednotková matice. Výstupem po řešení jsou vektory vlastních tvarů a jejich vlastní úhlové frekvence. Vlastní tvary jsou poměrnou veličinou, proto se první člen vektoru, který odpovídá výkmitu volného konce hřídele, zvolí jako jednotkový a zbylé složky se berou jako jeho násobky. Vztah pro výpočet poměrných amplitud tedy zní

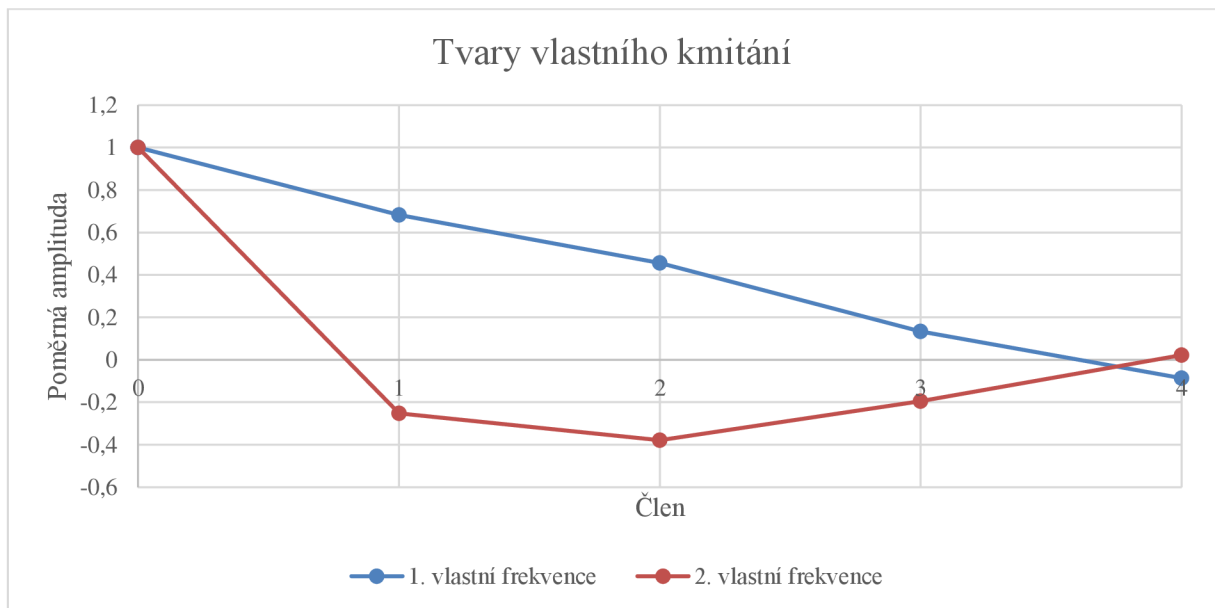
$$a_i = \frac{w_i}{w_0} [-], \quad (79)$$

kde a_i je poměrná amplituda i -tého členu a w_i je vlastní tvar i -tého členu.

V praxi se používají pouze první dva vlastní tvary. K prvnímu tvaru (jednouzlovému kmitání) se přidává ještě druhý tvar (dvojuzlového kmitání). Dvojuzlové kmitání může dát podnět k rezonancím v provozních otáčkách spíše než vlastní kmitání jednouzlové. Vyšší stupně



kmitání se neuvažují, protože jejich vlastní frekvence jsou vysoké a nejsou v provozu běžně dosažitelné. [4] [21]



Obr. 33 - tvary jednouzlového a dvojuzlového kmitání

Na základě znalosti vlastní úhlové frekvence lze vypočítat vlastní frekvenci otáček

$$N = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \text{ [Hz]}. \quad (80)$$

Hodnoty vlastních frekvencí otáček pro jednouzlové a dvojuzlové kmitání klikového hřídele jsou uvedeny v Tab. 8.

Tab. 8 - vlastní frekvence otáček odpovídající jednouzlovému a dvojuzlovému kmitání

Jednouzlové kmitání	Dvojuzlové kmitání
$N_1 \text{ [Hz] / [min}^{-1}\text{]}$	$N_2 \text{ [Hz] / [min}^{-1}\text{]}$
356,96 / 21 417,6	708,22 / 42 493,2

6.1.5 VÝPOČET VLASTNÍCH FREKVENCÍ POMOCÍ PROGRAMU HOLZER

Jako kontrola výsledků výpočtů provedených v kapitole 6.1.4 byl proveden výpočet vlastních frekvencí v programu Holzer. Ten pracuje se soustavou rovnic v komplexní proměnné. Výpočet je založen na Holzerově iterační metodě.

Vstupními hodnotami jsou momenty setrvačnosti jednotlivých kotoučů, jejich počet, torzní tuhosti a počet vlastních frekvencí, které mají být vypočítány.



```
>> NATURAL FREQUENCY CALCULATION + Jef<<
*****
```

```
MOMENTS of INERTIA [kg*m**2]
```

```
J1: 0.021000 J2: 0.051685 J3: 0.051685 J4: 0.051685
J5: 1.006000 J
```

```
TORSIONAL STIFFNESSES [N*m/rad]
```

```
C1: 332341.0 C2: 1248841.0 C3: 1248841.0 C4: 1982103.0
```

```
1. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 2243.15 ( => N1 = 21420.5 1/min )
```

```
RELATIVE AMPLITUDES:
```

```
A1: 1.00000
A2: 0.68206
A3: 0.45541
A4: 0.13393
A5: -0.08620
```

```
Jef = 0.064
```

```
2. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 4450.94 ( => N2 = 42503.3 1/min )
```

```
RELATIVE AMPLITUDES:
```

```
A1: 1.00000
A2: -0.25181
A3: -0.37848
A4: -0.19484
A5: 0.02152
```

```
Jef = 0.098
```

Obr. 34 – výstup z programu Holzer

Na Obr. 34 je vidět výstup z programu Holzer. Vlastní frekvence jsou vidět u 1. *NATURAL FREQUENCY* a 2. *NATURAL FREQUENCY*. Pro porovnání jsou frekvence vidět i v Tab. 9. Je vidět, že rozdíly jsou velice malé, a tedy výsledky z kapitoly 6.1.4 lze považovat za správné.

Tab. 9 - vlastní frekvence otáček odpovídající jednonuzlovému a dvojnuzlovému kmitání vypočítané programem Holzer

Jednonuzlové kmitání	Dvojnuzlové kmitání
$N_{1H} [Hz] / [\text{min}^{-1}]$	$N_{2H} [Hz] / [\text{min}^{-1}]$
357,01 / 21 420,5	708,39 / 42 503,3



6.2 VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ

U skutečného klikového hřídele vlastní torzní kmitání po čase zanikne díky vnitřnímu tlumení materiálu. Při provozu je však tento hřídel buzen periodicky proměnným točivým momentem. Toto kmitání namáhá klikový hřídel přídatnými napětími, a proto může být nebezpečné pro pevnost hřídele.

6.2.1 HARMONICKÁ ANALÝZA

Budícím momentem torzního kmitání je točivý moment od tangenciální od tlaku plynů a setrvačných sil. Tento moment má periodický průběh s periodou dvou otáček klikového hřídele a lze jej rozložit na nekonečnou Fourierovu řadu sinusových funkcí, harmonických složek. Tyto sinusovky mají různé amplitudy i fázový posun. Harmonická analýza je právě rozklad tohoto průběhu na harmonické složky.

Rozklad budícího momentu na harmonické složky se v komplexním oboru provádí podle rovnice:

$$M_k = \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} M_i \cdot e^{j \left(k_h \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n} \right)} \quad [Nm], \quad (81)$$

kde M_k je amplituda momentu náležící harmonické složce k_h , j je imaginární jednotka, M_i je diskretní hodnota momentu vzorku i a n je počet diskretních vzorků.

Počet period harmonické složky během jedné otáčky určuje její řád κ . Ten je dán u čtyřdobého spalovacího motoru vztahem

$$\kappa = \frac{k_h}{2} \quad [-]. \quad (82)$$

U spalovacích motorů se dále zjišťují hlavní řády těchto složek. Tedy řády, kde mají harmonické složky synchronní průběh. Pro hlavní řád čtyřdobého motoru s pravidelným rozestupem zážehů platí vztah

$$\kappa_{hl} = \frac{i_v}{2} \cdot k_h \quad [-], \quad (83)$$

kde i_v je počet válců. Pro tříválcový motor jsou tedy hlavní řády $\kappa_{hl} = 1,5; 3; 4,5...$

6.2.2 REZONANČNÍ OTÁČKY

Každá z harmonických složek budícího momentu vzbuzuje nezávisle na ostatních složkách vynucené kmitání stejné frekvence jako má tato složka. Její velikost je pak dána součinem řádu složky κ a otáček motoru n . Motor má teda za provozu nekonečně mnoho rezonančních otáček, příslušných kmitání jednoválcovému nebo dvojeválcovému. [4]

Konkrétní hodnoty rezonančních otáček jsou pro jednoválcové kmitání



$$n_{1rez} = \frac{N_1}{\kappa} \text{ [Hz]} \quad (84)$$

a pro dvojzlové kmitání

$$n_{2rez} = \frac{N_2}{\kappa} \text{ [Hz]}. \quad (85)$$

Z takto vypočtených rezonančních otáček však nejsou všechny nebezpečné pro pevnost klikového hřídele. Velikost úhlových výchylek závisí i na vydatnosti rezonance a řádu harmonické složky. Uvažovány jsou také pouze rezonanční otáčky, které leží v provozní oblasti motoru. Ta je od 1 000 do 2 200 min⁻¹.

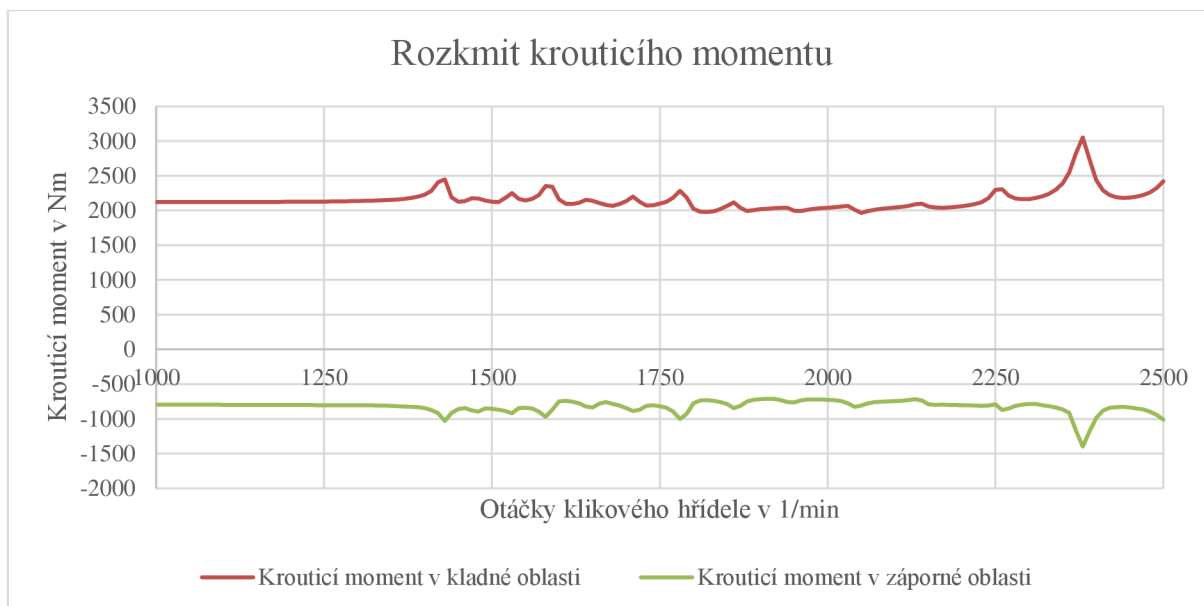
Tab. 10 - Resonanční otáčky

Řád harmonické složky	Resonanční otáčky	
	1. tvar kmitání	2. tvar kmitání
κ [-]	n_{1rez} [min ⁻¹]	n_{2rez} [min ⁻¹]
1,5	14 280,33	28 335,53
2	10 710,25	21 251,65
2,5	8 568,2	17 001,32
3	7 140,17	14 167,77
3,5	6 120,14	12 143,8
4	5 355,13	10 625,83
4,5	4 760,11	9 445,18
5	4 284,1	8 500,66
5,5	3 894,64	7 727,87
6	3 570,08	7 083,88
6,5	3 295,46	6 538,97
7	3 060,07	6 071,9
7,5	2 856,07	5 667,11
8	2 667,56	5 312,91
8,5	2 520,06	5 000,39
9	2 380,06	4 722,59
9,5	2 254,79	4 474,03
10	2 142,05	4 250,33
10,5	2 040,05	4 047,93
11	1 947,32	3 863,94
11,5	1 862,65	3 695,94
12	1 785,04	3 541,94



Pro navržený klikový hřídel připadají v úvahu pouze rezonance jednuzlového kmitání od řádu $\kappa = 9,5$, při uvažování malého přeběhu až do 2 255 1/min. Z možných řádů mohou být kritické řády $\kappa = 10,5$ a $\kappa = 12$.

Rezonanční otáčky dvojuzlového kmitání leží i při řádu $\kappa = 12$ nad maximálními provozními otáčkami.



Obr. 35 - rozkmit kroučicího momentu od vynuceného kmitání

Na Obr. 35 jsou vidět hodnoty periodicky proměnných kroučících momentů poslední části a to jak pro kladnou tak i pro zápornou oblast. Je vidět, že nejkritičtější 9. řád leží až nad maximálními provozními otáčkami spalovacího motoru, proto není považován za nebezpečný.



ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zabývá návrhem tříválcového řadového vznětového motoru s excentrickým klikovým mechanismem s hlavním cílem snížit třecí ztráty v pístní skupině.

V práci je vyšetřen vliv excentricity na průběh síly mezi pístem a vložkou válce. Z výsledků je patrné, že kladný extrém se sice snižuje, avšak záporný extrém také klesá. Není tedy možné zvolit konkrétní hodnotu excentricity pouze na základě znalosti průběhu této síly.

Pro volbu excentricity byl zvolen poměr mezi ztrátovou prací excentrického a centrického mechanismu. Za cíl byla zvolena úspora 10 % ztrátové práce. Tento cíl splnila hodnota excentricity 18 mm. Bylo také přihlíženo k vlivu excentricity na mechanickou a indikovanou účinnost, jejichž průběhy byly výstupem modelování motoru na ČVUT.

Cílem bylo také vyšetřit vliv na vyvážení klikového mechanismu a navrhnout jeho provedení. Aplikace excentrického mechanismu způsobí, že se v průběhu zrychlení posuvných částí objeví sinová složka, což má následně vliv na všechny veličiny obsahující zrychlení. Vyvážení momentu setrvačných sil rotujících částí bylo navrženo jako silové. Momenty setrvačných sil posuvných částí byly pouze částečně vyváženy v prvním řádu a to překlopením poloviny tohoto momentu do svislé roviny.

Pevnostní kontrola byla provedena metodou LSA v programu ANSYS. Klikový hřídel vyhověl z pevnostního hlediska a po zakalení rádiusů byla bezpečnost dále zvýšena. Další zvýšení bezpečnosti nebo odlehčení konstrukce by bylo možné dosáhnout pomocí použití tlumiče torzních kmitů.

Věřím, že aplikace excentrického mechanismu může v dnešní době přispět k dalšímu snižování mechanických ztrát ve spalovacích motorech. Mnou navržený klikový mechanismus nabízí teoretickou úsporu 10 % ztrátové práce v kontaktu pístu s vložkou válce, tuto hodnotu by bylo vhodné dále ověřit praktickým experimentem.

7 REFERENCE

1. BMW AG. *Technical training. Product information. N20 Engine* [Návod]. Mnichov: BMW Service, 2013 [cit. 2015-květen]. Dostupné z: <http://www.bimmerfest.com/forums/attachment.php?attachmentid=399699&d=1380589417>
2. PÍŠTĚK, V. *Hnací ústrojí: Kinematika centrického klikového mechanismu (přednáška)*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, studijní opory, 2012.
3. PÍŠTĚK, V. *Hnací ústrojí: Kinematika excentrického klikového mechanismu (přednáška)*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, studijní opory, 2012.
4. KOLEKTIV VÚNM A ČKD. *Naftové motory čtyřdobé. 2*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962.
5. PÍŠTĚK, V. a L. DRÁPAL. *Hnací ústrojí: Síly a momenty v klikovém mechanismu (přednáška)*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, studijní opory, 2012.
6. STONE, R. *Introduction to internal combustion engines. 4*. New York: Palgrave Macmillan, 2012. ISBN 978-0-230-57663-6.
7. MOTA, J. *BMW 3 cylinder 1.5-Liter TwinTurbo Engine First Drive on a Prototype* [Video]. 2013 [cit. 2015-únor-28]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=1P9VCYvJI3g>
8. *Skoda Workshop Manuals*. 2011 [cit. 2015-Únor-21]. Dostupné z: http://workshop-manuals.com/skoda/roomster/power_unit/1.2/55_kw_tdi_cr_engine/technical_data/technical_data/engine_characteristics/
9. PÍŠTĚK, V. a L. DRÁPAL. *Hnací ústrojí: Vyvažování řadových motorů - tříválec (přednáška)*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, studijní opory, 2012.
10. TAYLOR, C. F. *The Internal-Combustion Engine in Theory and Practice* [Kniha]. 9. Massachusetts: The M.I.T. Press, 1985 [cit. 2015-únor-28]. ISBN 0-262-20052-1.
11. PÍŠTĚK, V. a L. DRÁPAL. *Hnací ústrojí: Vyvažování řadových motorů (přednáška)*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, studijní opory, 2012.
12. MACEK, J. E. ZENTS a P. PŘIBYL. *Vliv excentricity kliky a mechanismu PSA s proměnlivým kompresním poměrem na oběh motoru*. Praha: 2003. ČVUT v Praze, Výzkumné centrum spalovacích motorů a automobilů Josefa Božka [cit. 2015-leden]. Dostupné z: <http://www3.fs.cvut.cz/web/fileadmin/documents/12241-BOZEK/publikace/2003/KoKa2003-PSA-mech.pdf>



13. KOŽOUŠEK, J. *Výpočet a konstrukce spalovacích motorů II*. [Kniha]. 2. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1983 [cit. 2014].
14. BOHDAN BOLZANO. *Přehled vlastností oceli 42CrMo4 (42CrMoS4)* [Materiálový list]. 2015 [cit. 2015-duben]. Dostupné z: http://www.bolzano.cz/assets/files/TP/MOP_%20Tycova_ocel/EN_10083/MOP_vlastnosti_42CrMo4.pdf
15. NOVOTNÝ, P. *Počítačové simulace v automobilovém průmyslu II: Klikový mechanismus - část I*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, studijní opory.
16. ŠOPÍK, L. *Řadový čtyřválcový motor sportovního vozu*. Vedoucí diplomové práce: Ing. Lubomír Drápal. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014 [cit. 2014-prosinec].
17. SAS IP, INC. *Hex Dominant Method Control* [Nápověda]. Pennsylvania: ANSYS Inc. 2013 [cit. 2015-duben].
18. SAS IP, INC. *MPC184 Element Description* [Nápověda]. Pennsylvania: ANSYS Inc. 2013 [cit. 2015-duben].
19. SAS IP, INC. *COMBIN14 Element Description* [Nápověda]. Pennsylvania: ANSYS Inc. 2013 [cit. 2015-duben].
20. BRITISH INTERNAL COMBUSTION ENGINE RESEARCH ASSOCIATION. *A Handbook on Torsional Vibration*. Cambridge: Cambridge university press, 1958 [cit. 2015].
21. PÍŠTĚK, V. a J. ŠTĚTINA. *Pevnost a životnost* [Kniha]. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1993 [cit. 2015]. ISBN 9788021404748.
22. FESTIGKEITSWERTE. *Schweizer-fn* [Webová stránka]. 2014 [cit. 2015-duben]. Dostupné z: http://www.schweizer-fn.de/festigkeit/festigkeitswerte/stahl/stahl_start.php



SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

BMW	Bayerische Motoren Werke AG
CAD	Computer aided engineering
ČVUT	České Vysoké Učení Technické
ČSN	Česká technická norma
EN	Evropská norma
HMH	Hypotéza dle Huber, von Mises, Hencky
KEYOPT	Key option
LSA	Linear stress analysis
MBS	Multi Body System
MKP	Metoda konečných prvků
NSA	Nominal stress analysis
PTC	Parametric Technology Corporation

A	$[mm]$	Rozteč os válců
\mathbf{a}		Vektor vlastních tvarů
a	$[m \cdot s^{-2}]$	Obecné zrychlení
a_1	$[m \cdot s^{-2}]$	Zrychlení prvního řádu pístní skupiny
a_2	$[m \cdot s^{-2}]$	Zrychlení druhého řádu pístní skupiny
a_i	$[-]$	Poměrná amplituda
b	$[mm]$	Rameno klopného momentu
B	$[mm]$	Šířka ramene kliky
b_v	$[mm]$	Vzdálenost vývažků
c	$[mm]$	Ložisková vůle
\mathbf{C}		Matice tuhostí
c_i	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	Torzni tuhost v matici tuhosti
c_s	$[m \cdot s^{-1}]$	Střední pístová rychlost
D	$[mm]$	Vrtání válce
d_{hc}	$[mm]$	Vnitřní průměr hlavního čepu
D_{hc}	$[mm]$	Vnější průměr hlavního čepu
d_{oc}	$[mm]$	Vnitřní průměr ojnicního čepu
D_{oc}	$[mm]$	Vnější průměr ojnicního čepu

D_{red}	$[mm]$	Redukovaný průměr
d_{vzorku}	$[mm]$	Průměr zkušební vzorku
e	$[mm]$	Excentricita mechanismu
E	$[MPa]$	Modul pružnosti v tahu
F	$[N]$	Obecná síla
F_c	$[N]$	Celková síla působící v ose válce
f_G	$[-]$	Korekční součinitel
F_{hl}	$[N]$	Celková reakční síla v hlavním ložisku
F_o	$[N]$	Síla působící v ojnici
F_{oc}	$[N]$	Síla zatěžující ojniční čep
F_n	$[N]$	Normálová síla
F_p	$[N]$	Síla od expanze plynů
F_{pos}	$[N]$	Setrvačná síla posuvných hmot
F_{ro}	$[N]$	Setrvačná síla rotujících hmot
F_r	$[N]$	Radiální síla
F_{rc}	$[N]$	Celková radiální síla v ose ojničního čepu
F_{rhl}	$[N]$	Reakční síla rotujících hmot zalomení a ojnice
F_{rz}	$[N]$	Odstředivá síla zalomení
F_t	$[N]$	Tangenciální síla
G	$[MPa]$	Modul pružnosti ve smyku
i	$[-]$	Počet válců
I		Jednotková matice
I_p	$[m^4]$	Polární moment
J_{hc}	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti hlavního čepu
J_i	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti v matici momentů setrvačnosti
J_{oc}	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti ojničního čepu
J_{ored}	$[kg \cdot m^2]$	Redukovaný moment setrvačnosti rotačních částí ojnice
J_{pk}	$[kg \cdot m^2]$	Moment předního konce klikového hřídele
J_{pred}	$[kg \cdot m^2]$	Redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí
J_{ram}	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti ramene kliky
J_{rem}	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti řemenice
J_{set}	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti setrvačnicku

J_{zk}	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti zadního konce s přírubou pro setrvačnick
k	$[-]$	Bezpečnost
K		Matice tlumení
k_c	$[N \cdot m^{-1}]$	Tuhost ložiska
k_h	$[-]$	Harmonická složka
k_k	$[-]$	Bezpečnost po zakalení rádiusů
l	$[mm]$	Délka ojnice
L_{hc}	$[mm]$	Délka hlavního čepu
L_{oc}	$[mm]$	Délka ojničního čepu
l_{red}	$[mm]$	Redukovaná délka zalomení
m	$[kg]$	Obecná hmotnost
M		Matice hmotnosti
M_k	$[Nm]$	Klopný moment
m_{ojp}	$[kg]$	Hmotnost posuvné části ojnice
m_{ojr}	$[kg]$	Hmotnost rotační části ojnice
m_{ol}	$[kg]$	Hmotnost ojničního ložiska
m_p	$[kg]$	Hmotnost posuvných hmot
m_{ps}	$[kg]$	Hmotnost pístní skupiny
M_{p1}^{iv}	$[Nm]$	Moment setrvačných sil posuvných částí prvního řádu i-tého válce
M_{p2}^{iv}	$[Nm]$	Moment setrvačných sil posuvných částí druhého řádu i-tého válce
M_{pvs1}	$[Nm]$	Výslednice momentu setrvačných sil posuvných částí prvního řádu
M_{pvs2}	$[Nm]$	Výslednice momentu setrvačných sil posuvných částí druhého řádu
m_r	$[kg]$	Hmotnost rotujících hmot
M_r	$[Nm]$	Výslednice momentů setrvačných sil rotujících částí
M_r^{iv}	$[Nm]$	Moment setrvačných sil rotujících částí i-tého válce
$M_{r\eta}$	$[Nm]$	Výslednice momentů setrvačných sil v ose η
$M_{r\xi}$	$[Nm]$	Výslednice momentů setrvačných sil v ose ξ
M_v	$[Nm]$	Moment vývažků
n	$[mm]$	Otáčky klikové hřídele
n_{1rez}	$[Hz]$	Rezonanční otáčky pro jednouzlové kmitání
n_{2rez}	$[Hz]$	Rezonanční otáčky pro dvojuzlové kmitání
n_j	$[1/min]$	Jmenovité otáčky

N_i	$[rad \cdot s^{-1}]$	Vlastní frekvence otáček i-uzlového kmitání
N_{iH}	$[rad \cdot s^{-1}]$	Vlastní frekvence otáček i-uzlového kmitání z programu Holzer
N_{pc}	$[N]$	Normálová síla mezi pístem a vložkou válce
p	$[Pa]$	Tlak ve spalovacím prostoru
p_0	$[Pa]$	Tlak v klikové skříni pod pístem
\mathbf{q}		Vektor zobecněných souřadnic
\mathbf{Q}		Matice buzení
r	$[mm]$	Poloměr zalomení klikové hřídele
R_e	$[MPa]$	Mez kluzu
R_m	$[MPa]$	Mez pevnosti v tahu
r_v	$[mm]$	Rameno vývažků
t_r	$[mm]$	Tloušťka ramene kliky
v	$[m \cdot s^{-1}]$	Rychlost pístní skupiny
w_i		Vlastní tvar
W_z	$[J]$	Ztrátová práce
W_{zc}	$[J]$	Ztrátová práce centrického mechanismu
W_{ze,i_v}	$[J]$	Ztrátová práce excentrického mechanismu pro i-tou excentricitu
W_{zp}	$[-]$	Poměr ztrátových prací
Z	$[mm]$	Zdvih
X		Bod X
$X1$		Bod X1
α	$[^\circ]$	Úhel natočení klikového hřídele
$\alpha_{DÚ}$	$[^\circ]$	Poloha dolní úvratě
$\alpha_{HÚ}$	$[^\circ]$	Poloha horní úvratě
α_p	$[-]$	Součinitel koncentrace napětí
β	$[^\circ]$	Úhel odklonu ojnice
β_p	$[-]$	Součinitel vrubu
κ	$[-]$	Řád harmonické složky
κ_{hl}	$[-]$	Hlavní řady harmonických složek
λ	$[-]$	Klikový poměr
λ_e	$[-]$	Excentrický poměr
λ_v	$[-]$	Vlastní číslo

η		Osa klikového hřídele
η_i	$[-]$	Indikovaná účinnost
η_m	$[-]$	Mechanická účinnost
η_σ	$[-]$	Vliv velikosti součásti
υ_σ	$[-]$	Vliv zpracování povrchu
ξ		Osa klikového hřídele
ρ	$[\circ]$	Úhlová vzdálenost zážehů
$\sigma_{c,ohyb}$	$[MPa]$	Mez únavy v ohybu
$\sigma_{c,tah/tlak}$	$[MPa]$	Mez únavy v tahu / tlaku
σ_e	$[MPa]$	Ekvivalentní napětí
$\sigma_{e,amp}$	$[MPa]$	Amplituda ekvivalentního napětí
$\sigma_{e,str}$	$[MPa]$	Střední ekvivalentní napětí
σ_{eX}	$[MPa]$	Napětí v místě X
σ_{eX1}	$[MPa]$	Napětí v místě X1
$\sigma_{i,a}$	$[MPa]$	i-té hlavní napětí v zátěžném stavu A
$\sigma_{i,b}$	$[MPa]$	i-té hlavní napětí v zátěžném stavu B
σ_{HMHa}	$[MPa]$	Ekvivalentní napětí dle HMH v zátěžném stavu A
σ_{HMHb}	$[MPa]$	Ekvivalentní napětí dle HMH v zátěžném stavu B
χ_R	$[m^{-1}]$	Poměrný gradient
ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	Úhlová rychlost
Ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	Vlastní úhlová frekvence