



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**ANALÝZA VIBRAČNÍHO GENERÁTORU S
PŘIDANÝM NEVÁZANÝM TĚLESEM**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Patrik Moravčík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Patrik Moravčík
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Mechatronika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
Akademický rok:	2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Analýza vibračního generátoru s přidaným nevázaným tělesem

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V rámci projektů a dlouhotrvajícího výzkumu se na pracovišti vyvíjejí piezoelektrické a elektromagnetické generátory. Úkolem práce je analyzovat chování rezonančního mechanismu, který je tvořený piezoelektrickými nosníky a přidaným nevázaným tělesem, které se volně pohybuje v této mechanické soustavě a ovlivňuje dynamickou odezvu systému na harmonické a periodické buzení.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Rešerše nelineárních vibračních generátorů.
- 2) Analýza mechanického rezonátoru s přidaným nevázaným tělesem.
- 3) Analýza vlivu parametrů tuhosti a hmotnosti na odezvu rezonátoru na harmonické buzení.
- 4) Integrace modelu piezoelektrické vrstvy do rezonátoru a simulace odezvy.

Seznam doporučené literatury:

PRIYA, Shashank a Daniel J. INMAN, ed., 2009. Energy Harvesting Technologies. Boston, MA: Springer US.

ADHIKARI, S, M I FRISWELL a D J INMAN, 2009. Piezoelectric energy harvesting from broadband random vibrations. Smart Materials and Structures [online]. 18(11), 115005.

HADAS, Zdenek a Radek LAN, 2015. Modelling and Verification of Piezoelectric Vibration Energy Harvester. In: R JABLONSKI a T BREZINA, ed. ADVANCED MECHATRONICS SOLUTIONS. SPRINGER-VERLAG BERLIN, s. 305–310. Advances in Intelligent Systems and Computing.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Práca sa zameriava na analýzu piezoelektrického generátora s neviazaným telesom, zisťovanie najvhodnejších kombinácií, ktoré by najlepšie umožňovali konštrukciu takéhoto typu generátora. Pri pridávaní rôznych hmotností na nosník môžeme vidieť rôzne odozvy na budenie typu sínusového harmonického signálu, ako aj pulzujúceho signálu. Výsledné najvhodnejšie kombinácie budú podrobené aj simulácii s piezoelektrickou vrstvou, vyhodnotené výsledky výstupného napätia a výkonu.

Abstract

This thesis is focused on analysis of piezoelectric harvester, with unattached mass, finding out best combinations of masses, which would be the best for designing this type of generator. Adding different masses on this beam, we can see different responses to the sinusoidal harmonical signal excitation as well as the pulsating signal. The resulting most suitable combinations will also be subjected to simulations with the piezoelectric layer, the results of the output voltage and power evaluated.

Kľúčové slová

Vibračný generátor, piezoelektrický generátor, energy harvesting, nelinearita, ráz, sínusové budenie, pulzujúce budenie, piezoelektrická vrstva, Matlab, Simulink

Keywords

Vibration generator, piezoelectric generator, energy harvesting, nonlinearity, contact, sinusoidal excitation, pulse excitation, piezoelectric layer, Matlab, Simulink

Bibliografická citácia

MORAVČÍK, Patrik. *Analýza vibračného generátora s pridaným neviazaným telesom* [online]. Brno, 2019 [cit. 2019-05-23]. Dostupné

z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/116925>. Bakalárska práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Zdeněk Hadaš.

Čestné prehlásenie

Týmto čestne prehlasujem, že som bakalársku prácu *Analýza vybračného generátoru s pridaným nevázaným tělesem* vypracoval samostatne, pod vedením vedúceho práce doc. Ing. Zdeňka Hadaše, Ph.D., a v práci sú uvedené všetky informačné zdroje.

V Brne dňa 30.4.2019

.....

Patrik Moravčík

Podakovanie

Chcel by som sa poďakovať vedúcemu mojej bakalárskej práce doc. Ing. Zdeňkovi Hadašovi, Ph.D., za veľmi cenné rady, výborný prístup a prospešné pripomienky, ktoré ma viedli k napísaniu tejto práce.

Obsah

1	Úvod	8
2	Ciele práce.....	9
3	Vibrácie ako zdroj energie.....	10
3.1	Elektromechanická premena energie	10
3.2	Získavanie energie z vibrácií.....	10
3.2.1	Piezoelektrické vibračné generátory.....	11
3.3	Rešerš.....	12
3.3.1	Dorazy z rôznych materiálov	12
3.3.2	Energy harvesting z ľudského pohybu bistabilným nosníkom	13
3.3.3	Vibračný systém s vnútorným nárazom energie.....	14
3.4	Prídavné teleso.....	15
4	Mechanický rezonátor s prídavným telesom.....	16
4.1	Mechanický rezonátor bez prídavným telesom.....	16
4.2	Mechanický rezonátor s prídavným telesom.....	17
4.3	Teória rázu	18
4.3.1	Priamy centrálny ráz	19
4.3.2	Hertzova teória rázu.....	20
4.4	Model s lokálnou tuhosťou	21
5	Modelácia a analýza mechanického rezonátoru	23
5.1	Budenie sínusovým signálom.....	24
5.2	Budenie harmonickým pulzujúcim signálom	28
6	Integrácia modelu piezoelektrickej vrstvy do rezonátoru	29
7	Záver.....	33
8	Zoznam použitých zdrojov	34
9	Zoznam obrázkov	35
10	Zoznam príloh	36

1 Úvod

Dnešná doba je dobou zmien, modernizácie a inovácie. Pokrok napreduje vpred. V technickom odvetví sa už niekoľko rokov posúvame míľovými krokmi a veci, ktoré ešte pred pár rokmi neboli zaujímavé, napríklad hodinky, sa dnes stávajú smart zariadeniami, ktoré o nás zbierajú údaje, počítajú nám kroky, spálené kalórie a dokonca, aj kde sme strávili voľný čas.

S týmto rýchlym postupom doby, keď chceme mať okolo nás všetko online, potrebujeme nepretržitý prísun elektrickej energie. Snažíme sa ju získať nielen na úkor prírody, ale aj v elektrárňach z fosílnych palív a z energie, ktorá je všade okolo nás, a zbytočne sa stráca namiesto toho, aby sme ju využívali v náš prospech. Sú rôzne typy energie, ktorá doteraz nebola absolútne využívaná. Ak sa pozrieme na človeka, ktorý za deň spraví vyše 10 000 krokov, z ktorých by sa dal každý využiť, tak si vieme predstaviť, aké možnosti nám doslova unikajú medzi prstami.

Okrem pohybu človeka, by sme mohli využívať aj iné druhy energie, ktoré sú všade okolo nás. Napríklad: nechceným javom, ktorý vzniká pri každom stroji či sústave, ktorá sa pohybuje. Sú ňou vibrácie. Vibrácie vznikajú všade a je možné ich dobre využiť. Existuje niekoľko druhov generátorov, ktoré premieňajú vibrácie na elektrickú energiu.

2 Ciele práce

Táto práca sa zameriava na nelineárne vibračné generátory, ktoré môžu byť prevedené rôznymi či už konštrukčnými alebo principiálnymi spôsobmi. Ďalej tu budeme rozoberať nelineárny vibračný generátor s piezoelektrickým nosníkom, ktorého nelinearita je spôsobená prídavným telesom, ktoré nie je pripevnené, ani mechanicky spojené s nosníkom tzn. teleso môže voľne poskakovať na nosníku.

Vytvoríme model v programe Simulink, kde budeme simulovať harmonické budenie-sínusové a pulzujúce a sledovať odozvy sústavy, výchylky telies a ďalšie veličiny. Následne sa zaoberáme rôznymi kombináciami parametrov, hmotností telies, nosníka a závažia, a taktiež tuhosťou nosníka. Vyhodnotíme vhodné kombinácie, ktoré budú preukazovať najlepšie výsledky. Tie podrobíme aplikácii piezoelektrickej vrstvy. Pozrieme sa na výsledné výkony a výstupné napätia jednotlivých kombinácií.

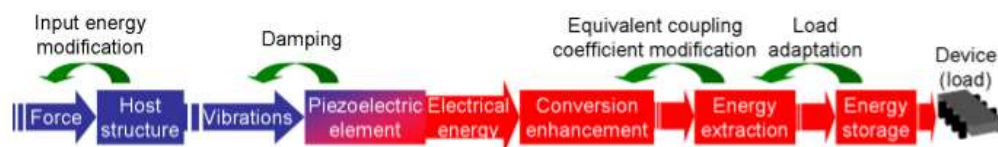
3 Vibrácie ako zdroj energie

3.1 Elektromechanická premena energie

Vibračné generátory sú zariadenia, ktoré premieňajú mechanickú energiu na elektrickú. Samozrejme je dôležité pripomenúť, že sa jedná o pohyby človeka, alebo vibrácie strojov, a nie je možné čakať generátory s vysokým výkonom. Väčšinou sa jedná o pomerne malé zariadenia, ktorých rozmery sú dostatočne malé na to, aby sa vošli do bežných predmetov, ako napríklad smart hodinky. V nich sa prirodzenými ľudskými pohybmi batéria dobíjala, a tým sa zväčšila doba, ktorú vydržali fungovať bez dobíjania iným spôsobom.

Obvyklým problémom pri týchto generátoroch je malé pásmo frekvencií, ktoré dokážu rozkmitať generátor na dostatočne veľkú výchylku, aby bol výkon relevantný. Spomínaný problém je rozoberaný v článku [1]. Naladiť generátor tak, aby frekvencia ktorou bude budený bola veľmi blízka rezonančnej, je často problém. Pokiaľ by sme budili generátor frekvenciou vzdialenou od rezonančnej, jeho výkon prudko klesá a stáva sa neefektívnym.

Riešením okrem vhodného konštrukčného prevedenia a materiálov s ktorými pracujeme, je pridanie hmoty, zmena polohy ťažiska, alebo zmena tvaru nosníka. Diagram vibračného generátora je na Obr. 1. pôvodne v publikácii [2].



Obr.1 Schéma vibračného generátora[2]

3.2 Získavanie energie z vibrácií

Spôsobov ako získať energiu z vibrácií existuje niekoľko, využíva sa elektromechanická premena energie, ktorú rozdeľujeme nasledovne [3]:

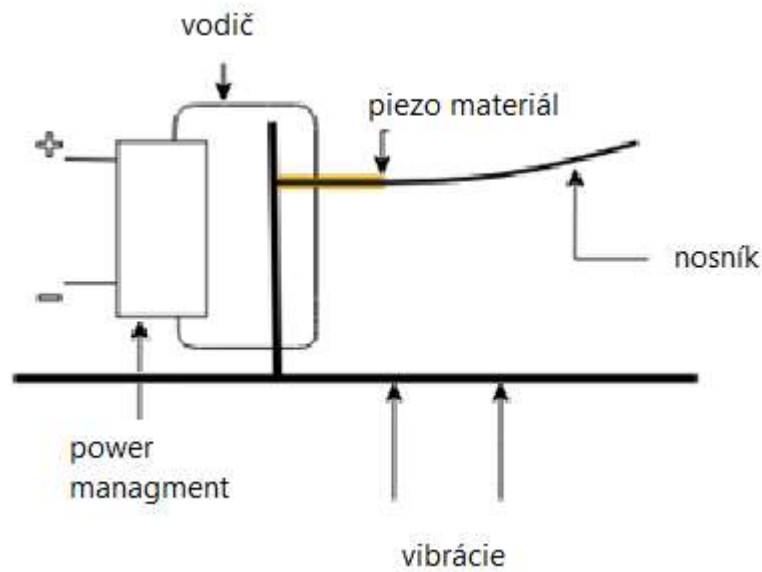
- Elektromagnetická indukcia
- Elektrostatická premena energie
- Piezoelektrický jav

V nasledujúcej podkapitole si priblížime piezoelektrický generátor.

3.2.1 Piezoelektrické vibračné generátory

Tieto generátory využívajú piezoelektrický dej. Pri namáhaní, napríklad stlačovaní alebo ohýbaní piezoelektrického materiálu sa na jeho stranách produkuje napätie, ktoré sa dá využiť[3]. Generátor teda funguje na princípe, kedy okolité vibrácie spôsobujú namáhanie piezoelektrického materiálu, čo produkuje energiu.

Typické prevedenie tohto druhu generátora je votknutý nosník, na ktorom sú vrstvy piezoelektrického materiálu. Sukotvenou častou sa kmitá, čo spôsobuje deformáciu nosníka. Z nosníka sú vyvedené dva vodiče, ktoré sú pripojené na powermanagement device. Schéma je na Obr. 2



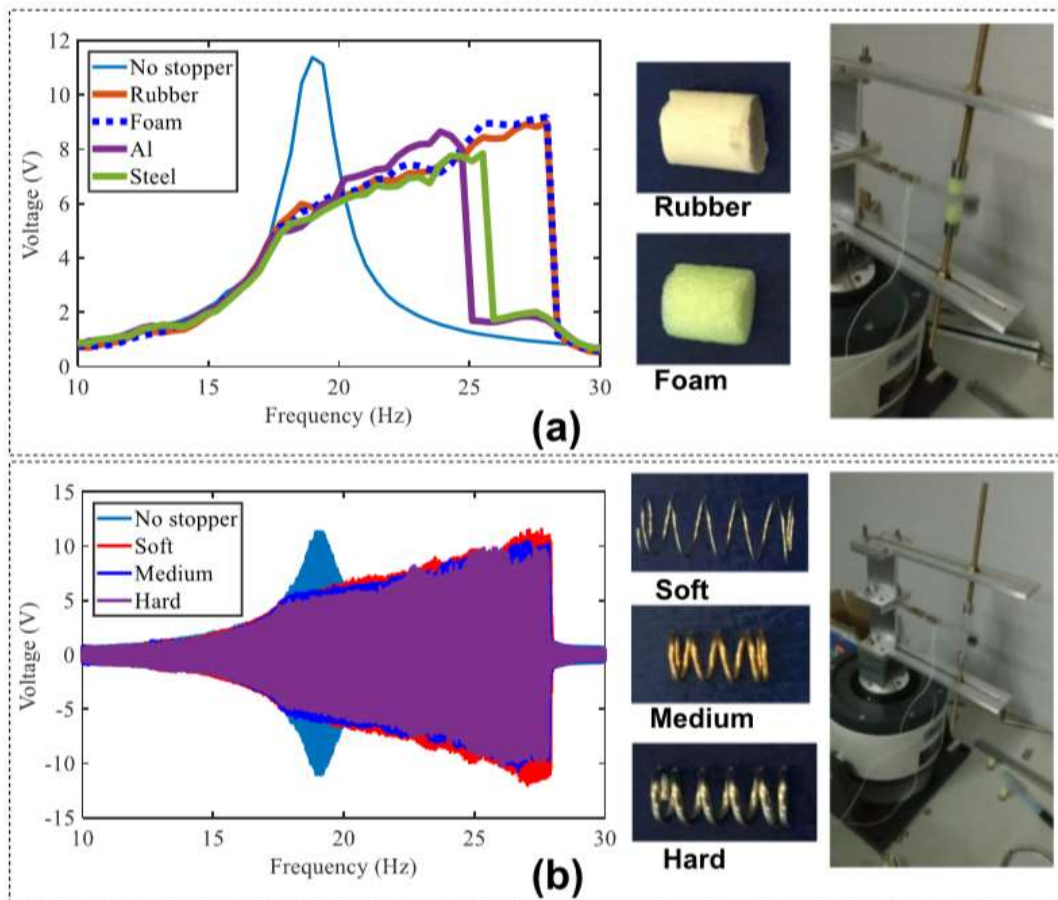
Obr. 2 Schéma piezoelektrického vibračného generátora

Vibrácie, ktoré sú využiteľné, pochádzajú z mnohých rôznych zdrojov, či už sa jedná o vietor, seizmickú aktivitu, alebo pohyb samotného človeka[3]. Je dokázateľné, že vibrácie prichádzajú vo veľkom pásme frekvencií, to znamená, že každý špecifický nosník musí byť presne naladený tak, aby zbieral energiu z okolia.

3.3 Rešerš

3.3.1 Dorazy z rôznych materiálov

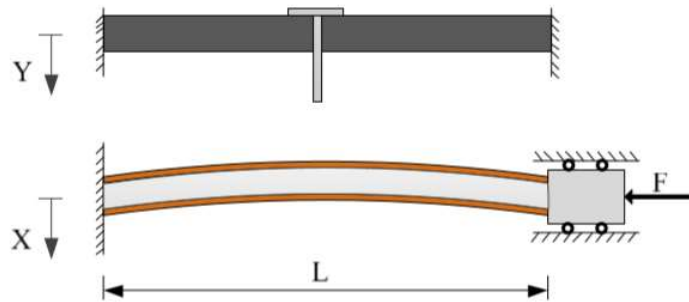
Autori publikácie [4] pridávajú k nosníku s piezoelektrickou vrstvou 2 dorazy, ktoré sú z rôznych materiálov a porovnávajú výsledky. Začínajú s gumou a postupne prechádzajú až na železné pružiny. Obrázok 3 ukazuje použité materiály na dorazy a výstupné napätie generátora pri rôznych frekvenciách budiacich vibrácií.



Obr.3 Výstupné napätie v závislosti na budiacej frekvencii [6]

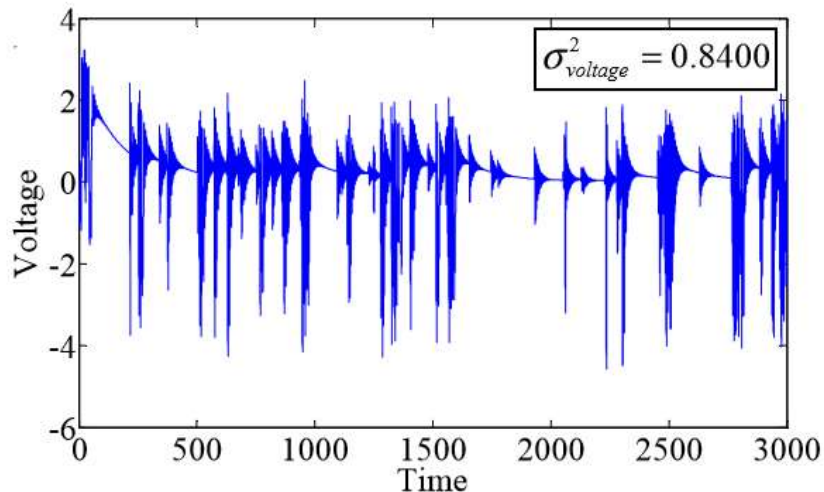
3.3.2 Energy harvesting z ľudského pohybu bistabilným nosníkom

Autori článku [5] popisujú napnutý nosník, ktorý je zaťažený statickou silou F . Nosník je pokrytý vrstvou piezo materiálu a s konštrukciou vibruje. Obrázok 4 ukazuje toto riešenie nelinearity.



Obr.4 Schéma generátora so staticky zaťaženým nosníkom [5]

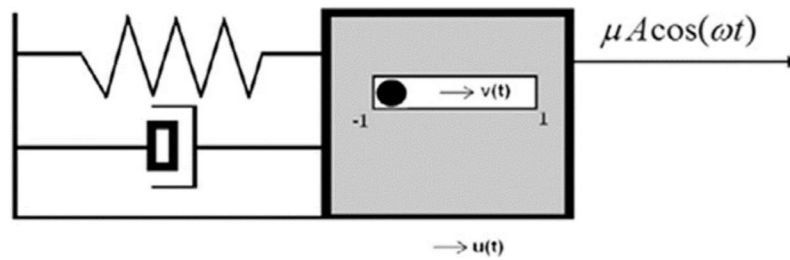
Autori v tejto publikácii používajú pre mechanické styky Hertzov model kontaktu. Analyzujú vplyvy štruktúry a amplitúd budenia, budiacich frekvencií a taktiež kolíznej tuhosti. Analýzy preukázali optimálny systém s vysokým elektrickým výkonom. Najlepšie výsledky sú dokázané pri náhodnom budení systému a zároveň autori hovoria o účinku absorpcie šokov a vysoko účinným modelom aplikácie pre získanie energie z ľudského pohybu. Výstupné napätie je na obrázku 5. Na podobný problém sa zameriava aj článok [6].



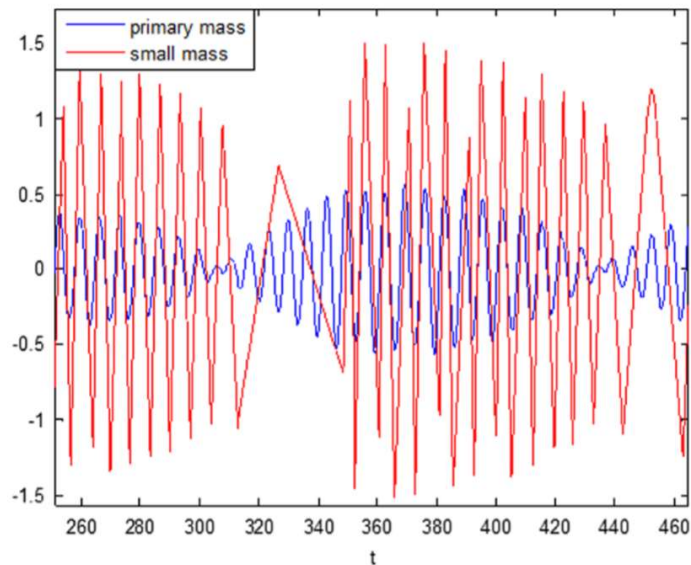
Obr.5 Výstupne napätie pri budení náhodným signálom [5]

3.3.3 Vibračný systém s vnútorným nárazom energie

Primárne sa jedná o lineárny oscilátor, ktorý je obohatený o dutinu v hmote na konci oscilátora, v ktorej sa môže voľne pohybovať prídavná hmota. Táto hmota pri budení naráža do stien, a tým vytvára nelinearitu. Schéma modelu je na obrázku 6. Autori v tejto publikácii [7] používajú tradičný Newtonovský koncept okamžitého rázu, v ktorom sa relatívna rýchlosť nárazových prvkov mení v súlade s reštitučným koeficientom.



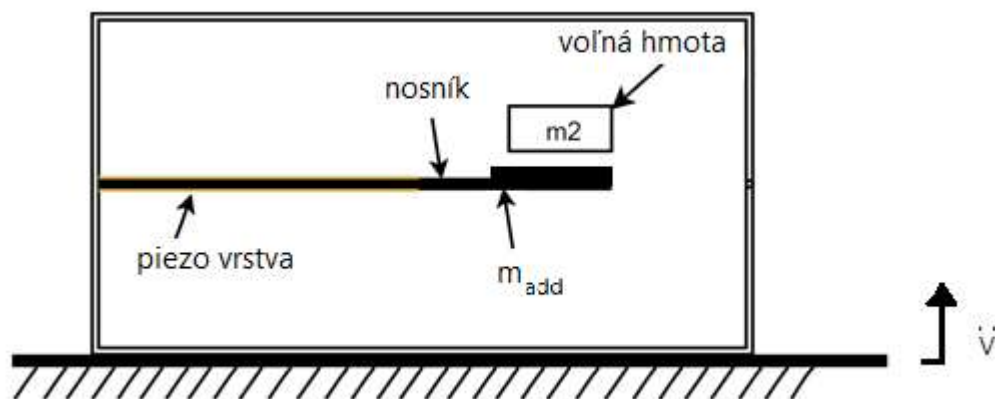
Obr.6 Schéma modelu oscilátora s prídavným telesom vnútri [7]



Obr.7 Priebeh polohy vonkajšej a vnútornej hmotnosti v závislosti na čase [7]

3.4 Prídavné teleso

V mnohých prípadoch piezoelektrických vibračných generátorov je pridaná hmotnosť pevne uchytená na konci nosníka, aby sa zlepšila deformácia, dosiahla nelineárna tuhosť, a tým aj výsledný výkon. Tento typ má taktiež na konci prídavnú hmotu a okrem nej je do modelu implementované aj ďalšie teleso, ktoré ale nie je nijak mechanicky pripevnené, tzn. môže voľne poskakovať. Schému generátora popisuje obrázok 8.



Obr.8 Schéma nelineárneho generátora s prídavným telesom

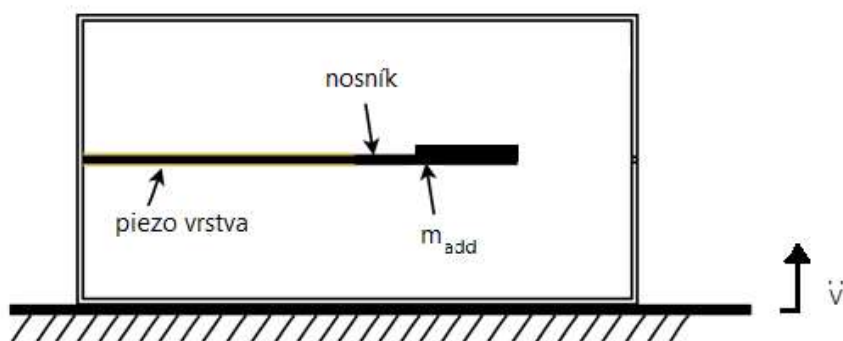
Najprv sa zoznámime s mechanickým rezonátorom, potom pridáme nelinearitu a budeme rozoberať jeho správanie a odozvu na harmonické budenie. Začneme budením sínusovým, ale neskôr podrobíme analýze aj budenie pulzujúcim signálom.

4 Mechanický rezonátor s prídavným telesom

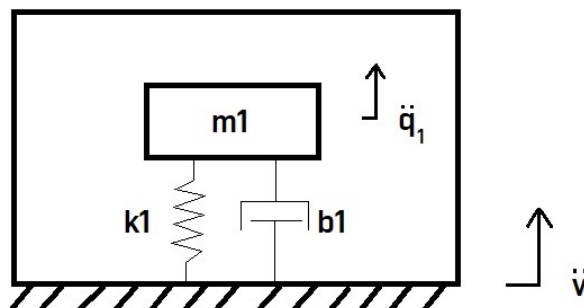
V tejto kapitole sa najprv pozrieme na rezonátor bez prídavného telesa. Určíme si základné rovnice pohybu a jeho parametre. Budeme pokračovať pridaním neviazaného telesa a podobným postupom.

4.1 Mechanický rezonátor bez prídavným telesom

Rozoberme si najprv mechanický rezonátor bez prídavného telesa. Ide o jednoduchú konštrukciu, ktorú ukazuje obrázok 9. Túto variantu si vieme upraviť na model, ktorý popisuje obrázok 10. Pre pohyb tohto modelu je jednoduché napísať základnú rovnicu dynamiky (1).[8]



Obr.9 Mechanický rezonátor bez prídavného telesa



Obr.10 Model mechanického rezonátoru bez prídavného telesa

Pohybová rovnica tohto modelu má tvar:

$$m_1 \ddot{q}_1 + b_1 \dot{q}_1 + k_1 q_1 = \ddot{v} + m_1 g \quad (1)$$

Kde m_1 – hmotnosť nosníku spolu s hmotnosťou prídavnou, pevne uchytenou na konci nosníka, b_1 – tlmenie, k_1 – tuhosť nosníku a \ddot{v} budenie celej konštrukcie. Ak chceme pracovať s modelom, musíme všetky veličiny prepočítať na redukované. Redukovaná hmotnosť sa počíta 30% z pôvodnej hmotnosti, tuhosť sa dá získať z rozmerov a vlastností materiálu. Tlmenie sa musí určiť experimentálne, a tak isto ako predošlé dve veličiny, je prebraté z publikácie [1].

$$b_1 = 0,03 \text{ N/m.s}^{-1}$$

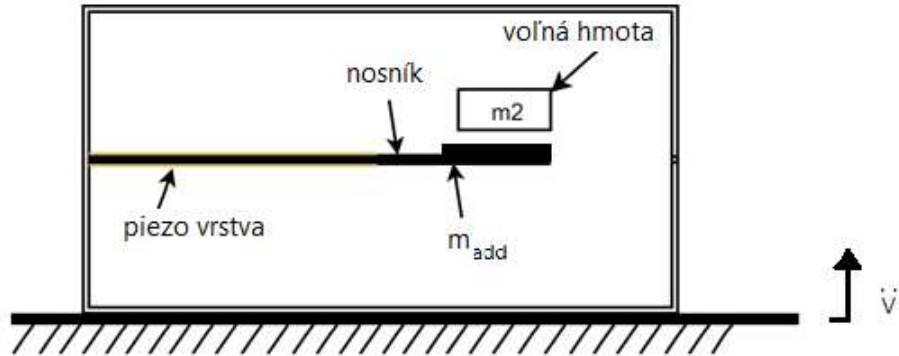
$$k_1 = 233 \text{ N/m}$$

Toto je jednoduchý model, ktorý popisuje len pohyb v ose y . Ak poznáme frekvenciu, ktorou bude budený, vieme jednoducho doladiť jeho parametre tak, aby sme sa rezonančnou frekvenciou trafili do budiacej, a tým dostali čo najlepšie výkony.

Pre zjednodušenie, rovnako sa budeme zaoberať len týmto pohybom aj v ďalšom modeli, ktorý bude obohatený o prídavné teleso a dostaneme teda nelineárny generátor.

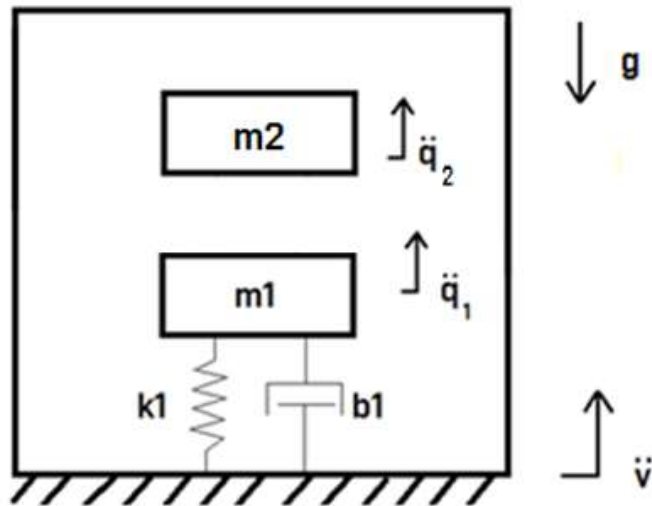
4.2 Mechanický rezonátor s prídavným telesom

Táto podkapitola je zameraná na model s prídavným telesom, situácia je na obrázku 11. Nosník je votknutý, s celou konštrukciou sa vibruje a všetko ostáva tak, ako to popisujeme v predchádzajúcej podkapitole (4.1). Zmenili sme jedine to, že sme pridali neviazané teleso, ktoré nám zabezpečuje nelinearitu. Toto teleso je ťažšie ako samotný nosník, a tým sú poskytnuté väčšie ohyby, ktoré sú odpovedajúce produkovanému napätiu.



Obr. 11 Mechanický rezonátor s prídavným telesom

Nahradíme si nosník a prídavné teleso dvomi telesami, m_1 a m_2 , ktoré spolu nie sú prepojené. Hmotnosť m_1 , tuhosť k_1 a tlmenie b_1 ostávajú z predošlého modelu.



Obr. 12 Schéma modelu mechanického rezonátoru s prídavným telesom

Táto schéma objasňuje, že bude dochádzať k rázom. Následne sa budeme zaoberať teóriou rázu.

4.3 Teória rázu

Koncept teórií rázu je veľmi komplikovaný problém[8]. Ak by sme chceli popísať reálne rázy medzi dvoma telesami, museli by sme počítať s množstvom detailov, ktoré sa väčšinou zanedbávajú. Reálne telesá sa nahrádzajú bodovými. Pre základné analýzy sa

využíva Newtonova mechanika. Tou sa riešia: priamy centrálny ráz a excentrický ráz. Hertzova teória rázu je rozsiahlejšia a rieši niektoré nedostatky, ktoré Newton zanedbáva. S jednotlivými teóriami sa oboznámime v najbližších podkapitolách. Každý z nasledujúcich prípadov má určité body, ktoré musí spĺňať. Ďalšie úvahy sú prevzaté od autora zo zdroja [8].

4.3.1 Priamy centrálny ráz

- Rázová sila leží na rázovej normále
- Dotyk nastáva na veľmi malej ploche, jej normála je rázová normála
- Jediný pohyb je po rázovej normále
- Na ploche dotyku nie je trenie

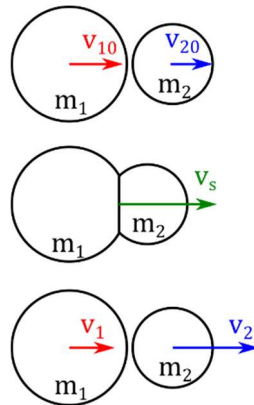
Priebeh rázu rozdeľujeme do dvoch fáz

1. Fáza kompresie

Začína sa v momente, kedy sa telesá dotknú, a končí pri maximálnej deformácii telies a rovnakej veľkosti normálových síl

2. Fáza reštitúcie

Začiatok je moment, kedy sú normálové rýchlosti rovnaké, a končí pri oddelení telies. Deformáciu telies spôsobuje sila, ktorá sa vytvára v mieste nárazu. Táto sila musí byť rovnako veľká na oboch telesách.



Obr.13 Priamy centrický ráz [10]

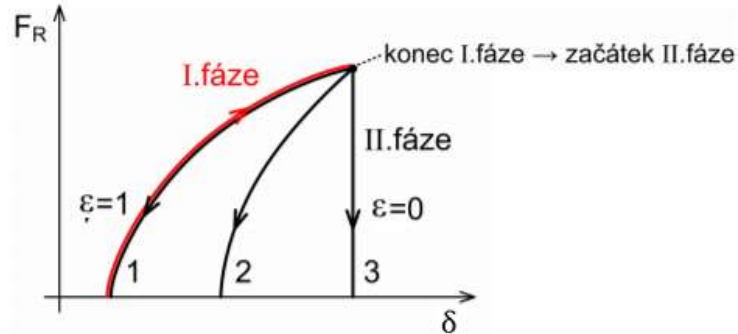
Časť energie sa vždy v telesách pri ráze stratí, pretože dané telesá nie sú nikdy dokonale tuhé a čiastočne sa deformujú a následne sa snažia dostať do pôvodného stavu. Stratu energie pri ráze vyjadruje koeficient reštitúcie ϵ . Závislosť rázovej sily a pretvorenia je na obrázku 14.

Koeficient reštitúcie je vždy v intervale $\epsilon \in \langle 0; 1 \rangle$.

$\epsilon = 1$ – dokonale elastický ráz

$\epsilon = 0$ – dokonale plastický ráz

$\epsilon \in (0; 1)$ – pružně - plastický ráz



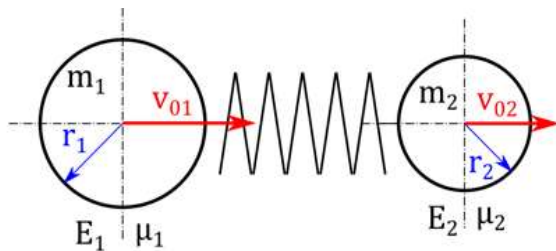
Obr.14 Závislost rázové sily na pretvorení telesa [10]

4.3.2 Hertzova teória rázu

Ako bolo spomenuté v úvode 4.2, táto teória je pokročilejšia a pracuje s týmito predpokladmi:

- Tvar telies v okolí rázovej plochy nahradzujeme guľovými plochami
- Deformácie pri ráze sa dejú len v bezprostrednej blízkosti dotyku
- Samotný ráz trvá rádovo dlhšie ako čas, ktorý treba napäťovej vlne, kým prejde teleso a vráti sa späť
- Dotyčnicové napätie na ploche sa zanedbáva

Ráz pomocou tejto teórie modelujeme tak, že si samotné telesá nahradíme guľami, a medzi gule vložíme pružinu.



Obr.15 Model Hertzovej teórie rázu [10]

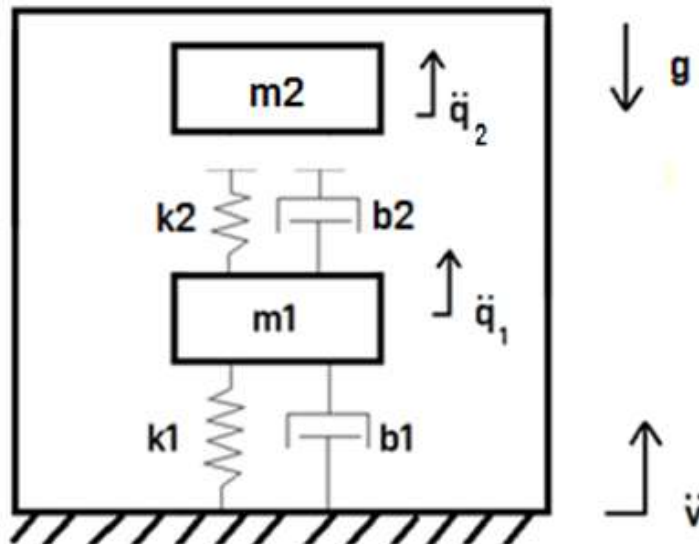
Vzniknutú silu môžeme popísať rovnicou (2). α je vyjadrená v rovnici (3).

$$F = \left(\frac{u}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9}{16} \frac{r_1+r_2}{r_1 r_2} \left[\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right]^2} \quad (3)$$

4.4 Model s lokálnou tuhosťou

Hmotnosť m_1 , tuhosť k_1 a tlmenie b_1 ostávajú z predošlého modelu kap. (4.1). Aj v našom novom modeli bude dochádzať k rázom. Rôzne typy rázov boli opísané v podkapitole 4.2. Ak zanedbávame všetky pohyby okrem pohybu vertikálneho, a pre zjednodušenie sa nezameriavame na problémy ako sa teleso odkloní, alebo že by z nosníka odpadlo, môže model vyzeráť vid'. obrázok 16. Je treba pripomenúť, že ak hovoríme o veličinách k_2 a b_2 , nehovoríme o jednom konkrétnom čísle, ale o číslach, ktoré vkladáme do simulinkovského modelu, ktorý s nimi pracuje ako s grafom, a podľa rozdielu $q_2 - q_1$ určuje veľkosť týchto parametrov.



Obr.16 Schéma modelu s lokálnou tuhosťou

Za predpokladu, že sú telesá spojené, tu máme jednoduchý príklad na 2DOF, teda dva stupne voľnosti, pre ktoré si vieme odvodiť rovnice pohybu jednotlivých telies. Rovnice telesa 1 a 2 sú rovnice (4) a (5). Tieto rovnice platia len v momente, keď sa telesá dotknú – moment rázu.

$$m_1\ddot{q}_1 + b_1\dot{q}_1 + b_2\dot{q}_1 - b_2\dot{q}_2 + k_1q_1 + k_2q_1 - k_2q_2 = -m_1A\sin\omega t \quad (4)$$

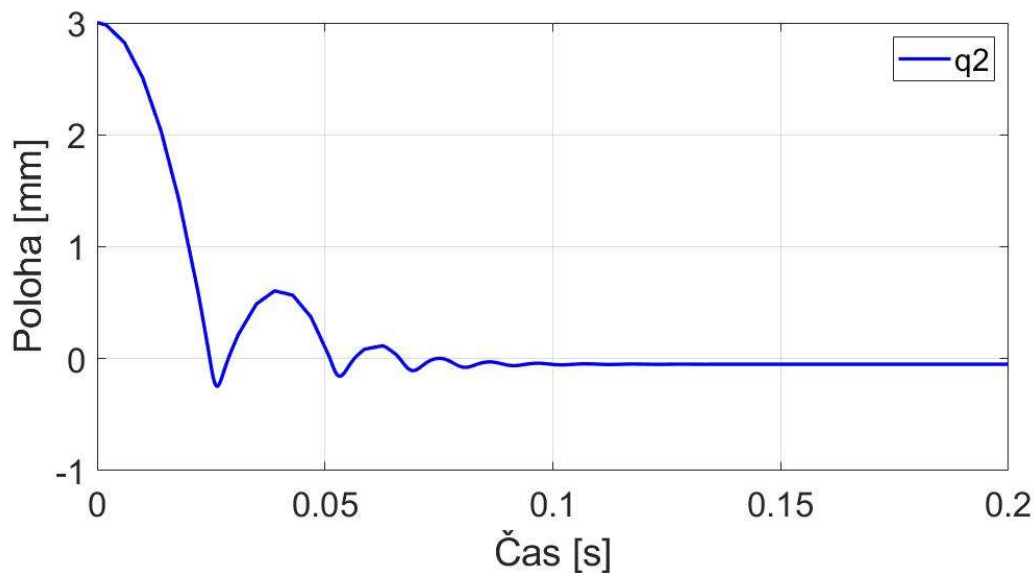
$$m_2\ddot{q}_2 - b_2\dot{q}_1 + b_2\dot{q}_2 - k_2q_1 + k_2q_2 = m_2g \quad (5)$$

Pokiaľ sa telesá nebudú dotýkať, tieto rovnice môžeme jednoducho upraviť tak, že za k_2 a b_2 dosadíme nulu, tým nám členy rovnice, ktoré obsahujú tieto parametre vypadnú a dostaneme:

$$m_1\ddot{q}_1 + b_1\dot{q}_1 + k_1q_1 = -m_1A\sin\omega t \quad (6)$$

$$m_2\ddot{q}_2 = m_2g \quad (7)$$

Z rovníc je jasné, že mimo dotyku na teleso 1 pôsobí len budenie konštrukcie, a na teleso 2 len gravitačné zrýchlenie. Ráz budeme modelovať tak, že tuhosť k_1 označíme ako nekonečnú, tým zafixujeme teleso m_1 a necháme naň padnúť teleso m_2 z určitej počiatocnej výšky. V tomto modeli budeme počítať len s gravitačným zrýchlením pre teleso m_2 , a zvyšné parametre ako gravitačné zrýchlenie pre teleso m_1 a budenie modelu uvažujeme 0. Touto simuláciou zistíme vhodné parametre k_2 a b_2 , s ktorými budeme ďalej pracovať. Priebeh pádu telesa m_2 popisuje obrázok 17.



Obr. 17 Priebeh polohy padajúceho telesa m_2

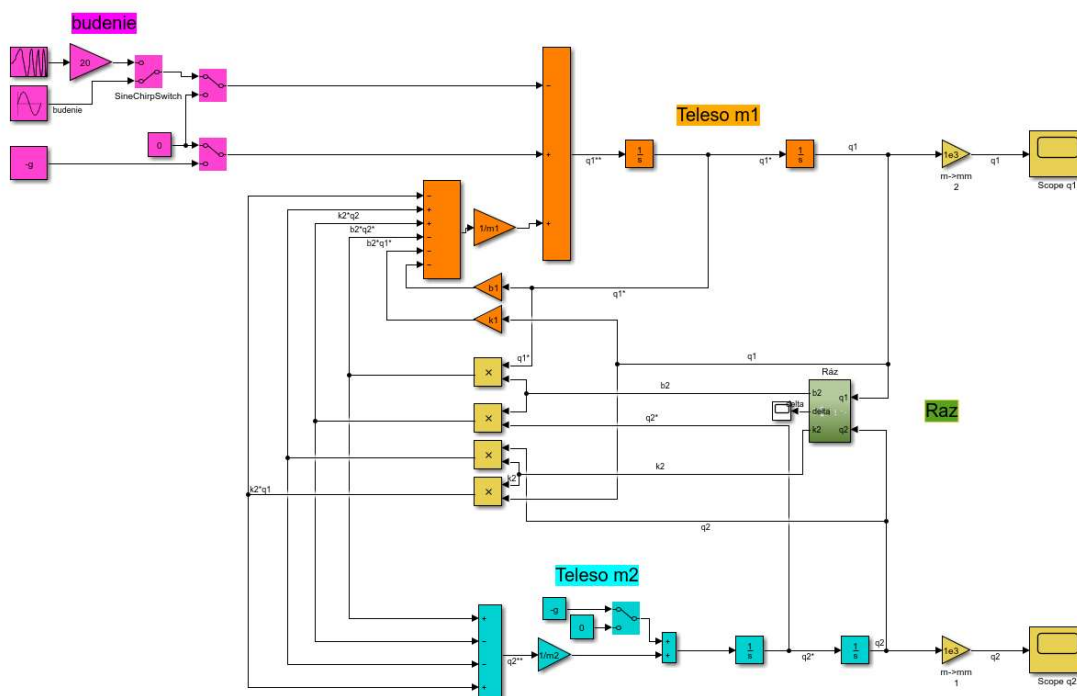
5 Modelácia a analýza mechanického rezonátora

Na začiatok si pripomeňme, že okrem pridávania hmotnosti na teleso m_2 , tu takisto budeme zvyšovať hmotnosť m_1 , čo ale nie je len hmotnosť samotného nosníka, ale hmotnosť telesa pevne ukotveného na jeho konci. Pridávať budeme dovtedy, kým nám to dovoľia parametre zadané výrobcom, t. j. maximálny priehyb 3mm.

$$m_1 = m_{nosnik} + m_{pridana}$$

Pre analýzu boli vybrané kombinácie hmotností, ktoré zodpovedajú predpokladu dobrých výsledkov.

Vyhovujúce kombinácie, teda tie ktoré pri rezonancií nepresahujú maximálnu výchylku 3 mm spolu so statickou výchylkou podrobíme analýze, a zároveň na kombinácie dosahujúce najlepšie výsledky budeme aplikovať piezoelektrickú vrstvu a sledovať výsledky simulácií. Rovnice 4, 5, 6, 7 popísané v kapitole (4.4) sme previedli do modelu v prostredí Simulink, model ukazuje obrázok 18.

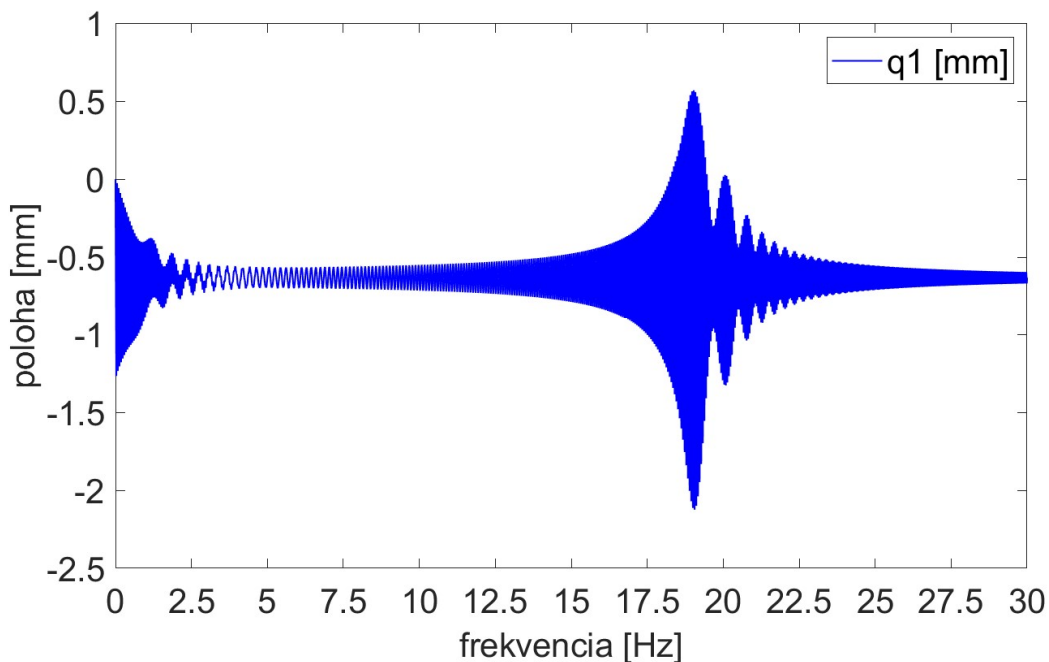


Obr. 18 Model s lokálnou tuhosťou v prostredí Simulink

5.1 Budenie sínusovým signálom

V tejto podkapitole budeme model budiť sínusovým signálom a zároveň odsledujeme odozvu modelu na toto budenie.

Keďže pracujeme s veličinami, ktoré ovplyvňujú vlastnú frekvenciu, tak pre každú jednu kombináciu sme museli nájsť jej rezonančnú frekvenciu. Tento proces sme jednoducho urobili tak, že sme sústavu budili frekvenciou, s ktorou sme prešli od 0 po 30Hz a zobrali sme frekvenciu, pri ktorej sme mali najväčšie výchylky. Všetky kombinácie majú vlastnú frekvenciu v rozmedzí 14 – 24 Hz, tak nie je nutné ísť s frekvenciami vyššie. S týmito frekvenciami sme ďalej budili všetky kombinácie a vybrali sme tie najlepšie. Pre ukážku môžeme prezentovať jeden príklad tohto procesu. Obrázok 19 ukazuje jednu z analýz vlastnej frekvencie pre jednu presnú kombináciu. Všetky analýzy sú spracované v programe Matlab a Simulink.



Obr.19 Priebek kmitania pri plynulej zmene budiacej frekvencie sústavy pre $m_1 = 1g$; $m_2 = 23g$

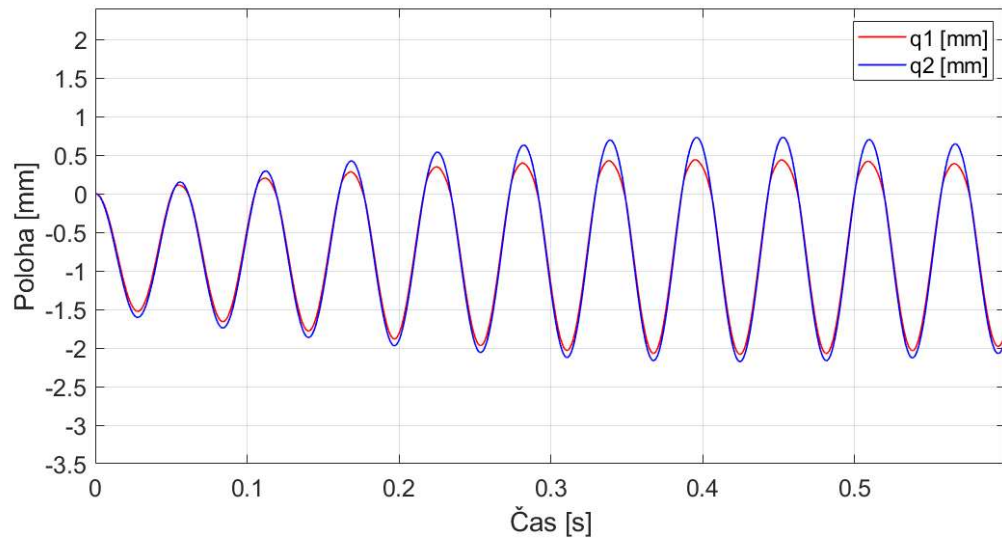
Toto všetko zabezpečuje matlab script, ktorý autor zhotovil. Takto zistené frekvencie uložíme, a budeme s nimi budiť ich modely. Ďalší script vyhotovuje grafy, kde simulujeme každú kombináciu s jej rezonančnou frekvenciou a rovnako zisťujeme či danú kombináciu nosník znesie, sme totiž obmedzení maximálnou výchylkou, ktorú nosník vydrží a nemôžeme stále pridávať hmotnosti, aby sme dostali lepšie výsledky.

Kombinácii je tak veľa, že pridanie každej, by ďaleko presahovalo rozsah tejto práce, preto tento proces v publikácii preskočíme a vyberieme si rovno 4 najzaujímavejšie kombinácie.

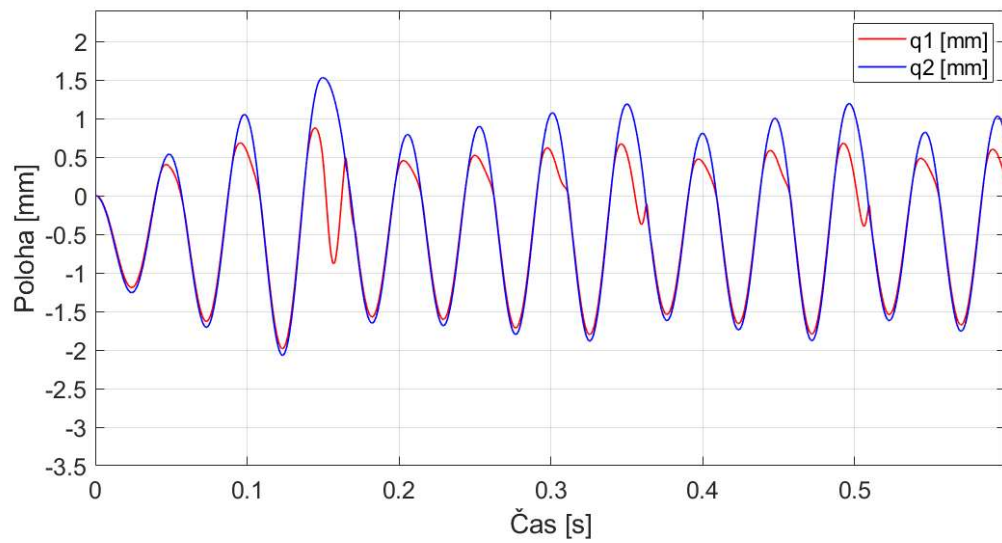
m_1 [kg]	m_2 [kg]	Rezonančná frekvencia [Hz]	Max. priehyb [mm]
0.0007	0.017	18.05	-2.16
0.002	0.011	20.43	-2.54
0.003	0.014	17.84	-2.30
0.004	0.011	17.81	-2.92

Tab. 1 Tabuľka kombinácií s najlepšimi výsledkami

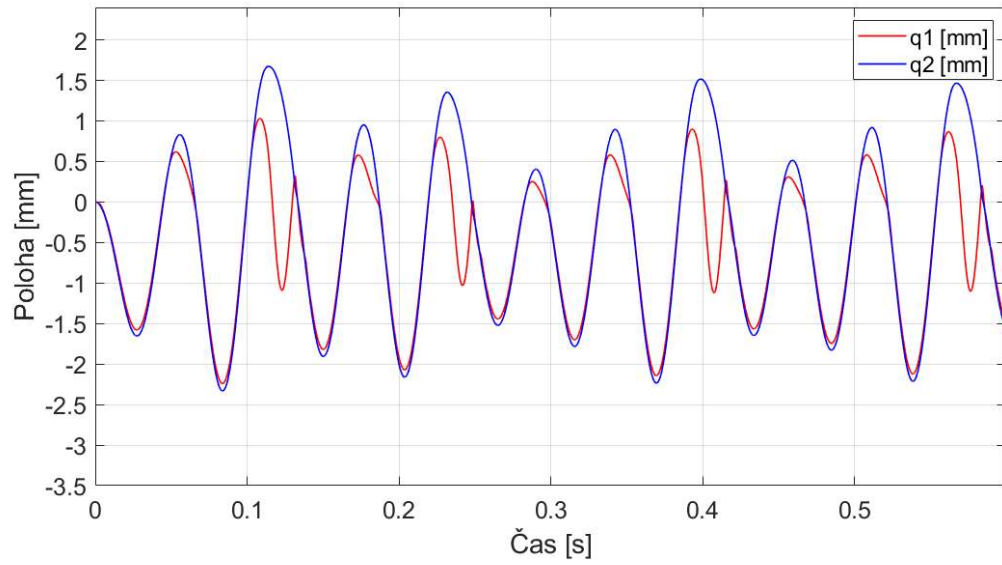
Tieto kombinácie vykazujú najlepšie výsledky, a tak ich podrobíme aplikácii piezoelektrickej vrstvy. Na obrázkoch 20 – 23 môžeme vidieť výsledky simulácií s vybranými hmotnosťami.



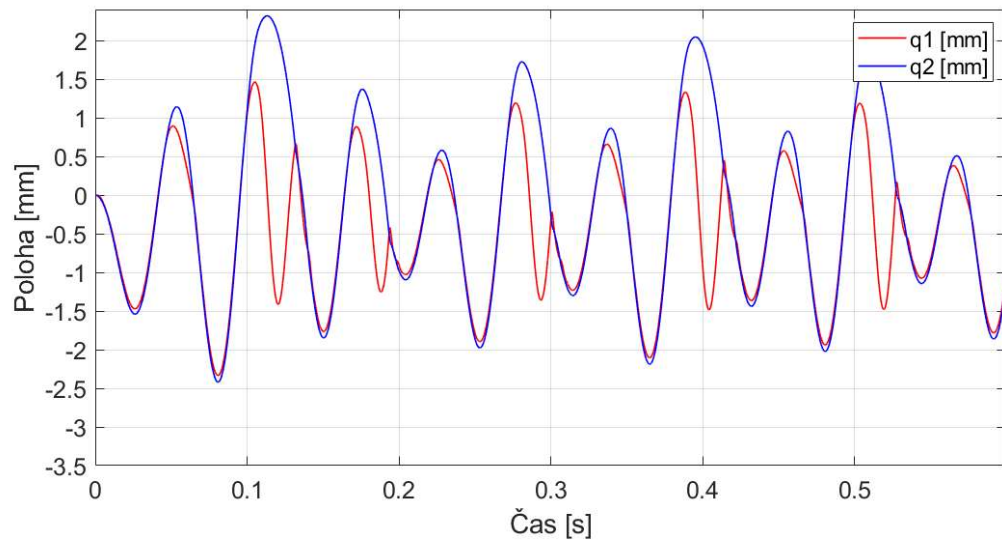
Obr. 20 Priebek kmitania kombinácie $m_1 = 0.7g$, $m_2 = 17g$



Obr. 21 Priebek kmitania kombinácie $m_1 = 2g$, $m_2 = 11g$



Obr. 22 Priebek kmitania kombinácie $m_1 = 3g$, $m_2 = 14g$

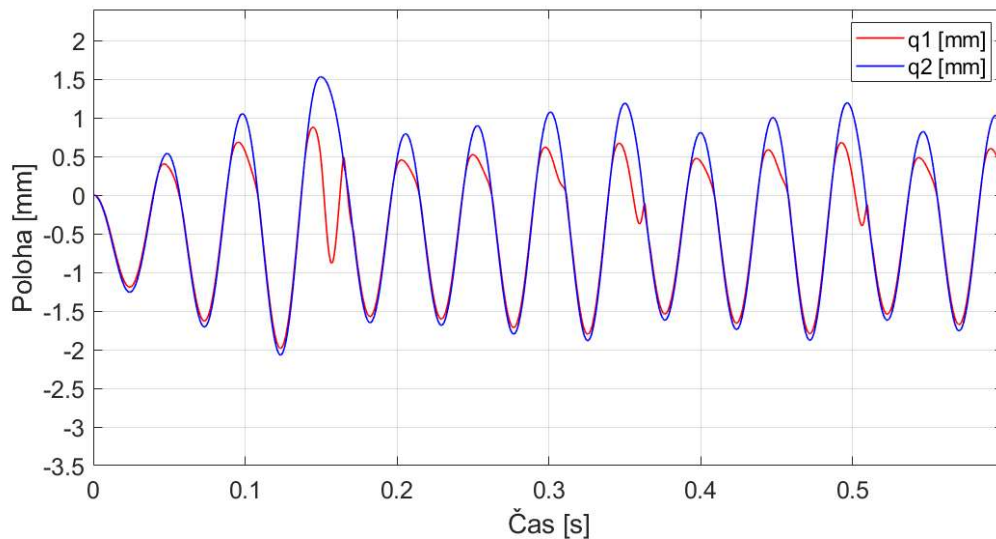


Obr.23 Priebek kmitania kombinácie $m_1 = 4g$, $m_2 = 11g$

5.2 Budenie harmonickým pulzujúcim signálom

Pre túto analýzu prevedieme simulácie modelu, kde vymeníme doterajšie budenie sínusovým signálom, za budenie pulzujúcim signálom. Períodu pulzujúceho signálu nastavíme od 0,01 po 1 sekundu s krokom 0,05 sek. Aby sme nemali veľa zbytočných simulácií, vyberieme len hmotnosti, ktoré boli vybrané v predošlej kapitole. Tak isto budeme meniť aj šírku pulzu z periódy.

Opäť boli prevedené simulácie, ktorých uverejnenie v tejto publikácii by presahovalo rozsah práce a preto vyberieme len tú najzaujímavejšiu. Priebeh výchylek môžeme vidieť na obrázku 24.



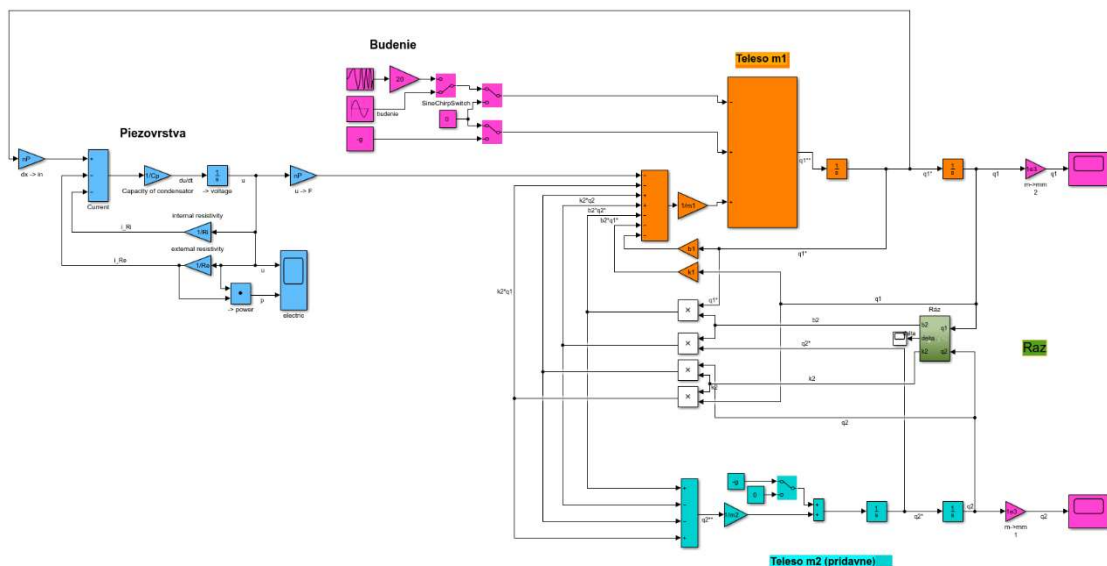
Obr. 24 Priebeh kmitania pre kombináciu $m_1 = 2g$; $m_2 = 11g$; Perióda = 0,05s; šírka pulzu 60% z periódy

Táto kombinácia bola vybraná a spolu so štyrmi z podkapitoly (5.1- Budenie sínusovým signálom), podrobená integrácii piezoelektrickej vrstvy do modelu.

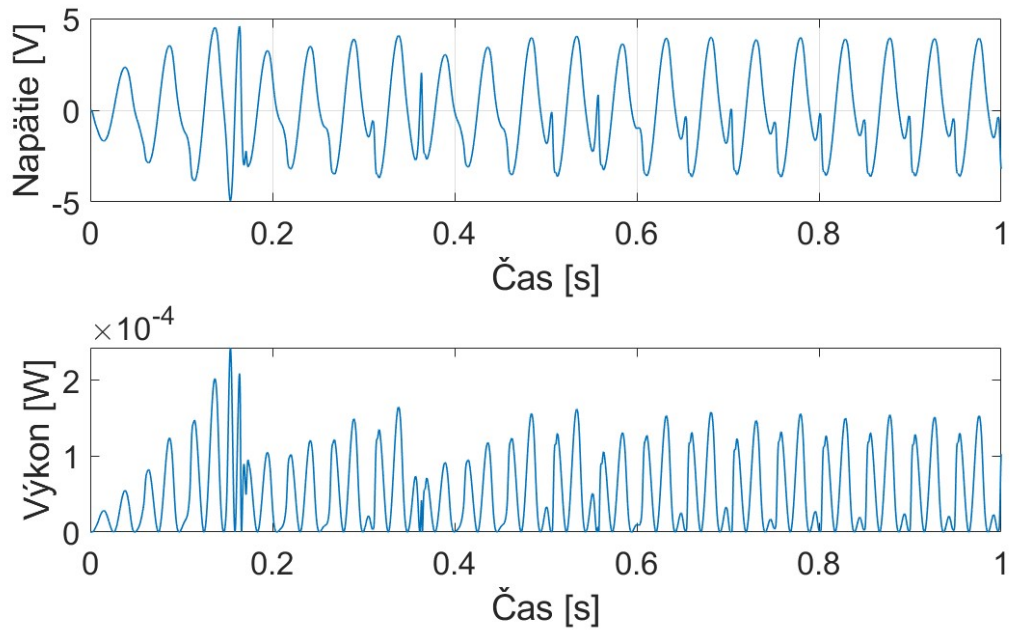
6 Integrácia modelu piezoelektrickej vrstvy do rezonátora

Teraz už máme existujúci model rezonátora s prídavným telesom, a preskúmali sme tie najlepšie kombinácie pomerov hmotností. Neostáva iné ako tieto údaje aplikovať do nového modelu obsahujúceho piezoelektrickú vrstvu, z ktorého vieme priamo zistiť výkon a napätie, ktoré bude generátor produkovať.

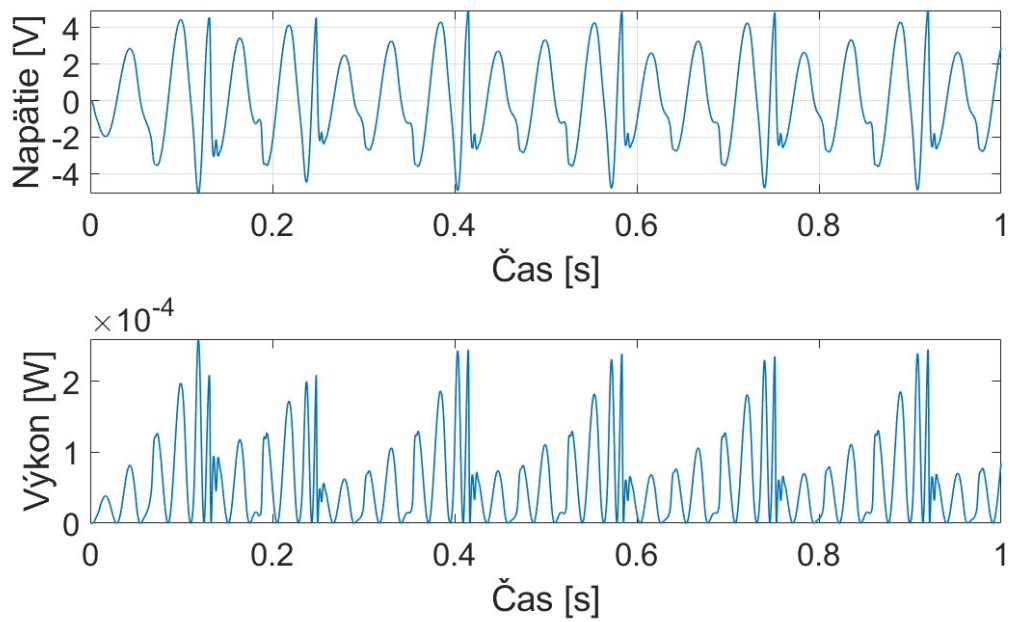
Ako základ použijeme už nami vytvorený model, do ktorého pridáme časť, ktorá simuluje správanie piezoelektrickej vrstvy. Táto časť je prebratá z publikácie [1]. Použitý m-script upravíme tak, aby výsledky boli priamo grafy napätia a výkonu. Obrázok 25 ukazuje model generátora v Simulinku s pridanou piezoelektrickou vrstvou. Na obrázkoch 26-30 môžeme vidieť priebehy výstupného napätia a výkonu generátora.



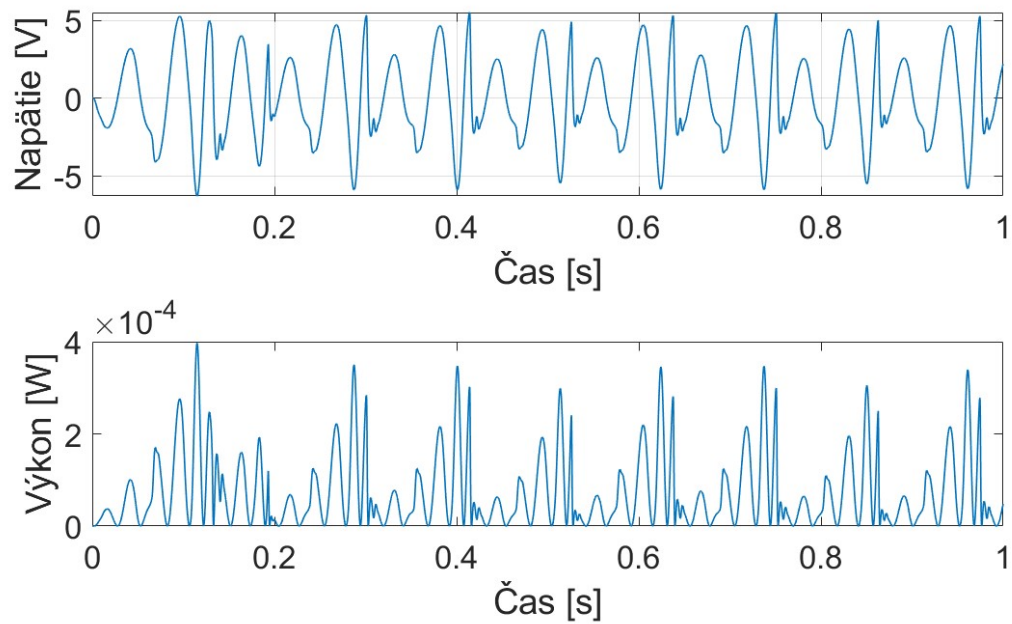
Obr. 25 Model s pridanou piezoelektrickou vrstvou



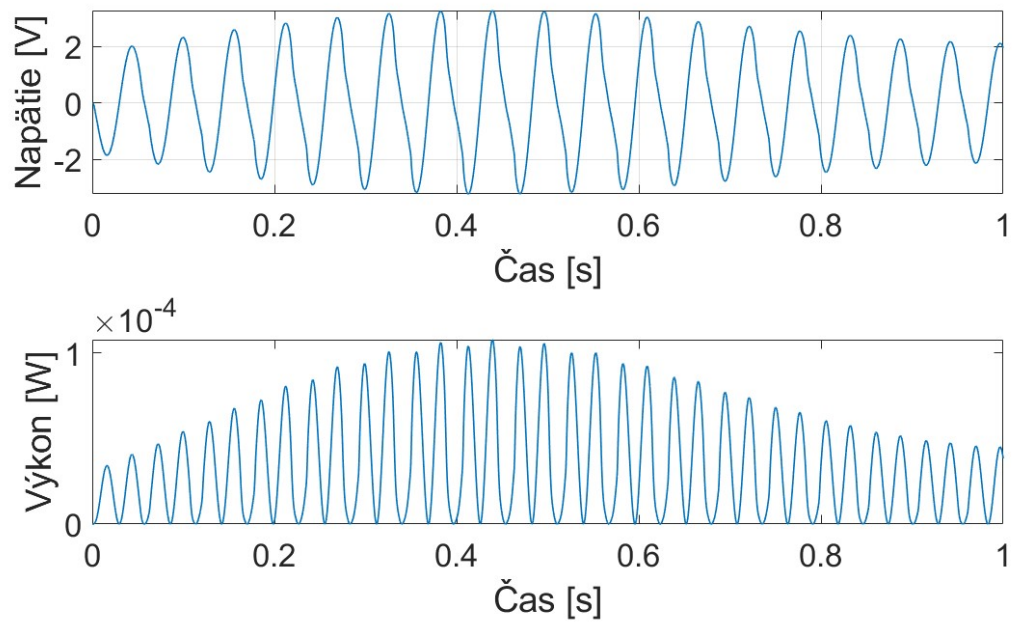
Obr. 26 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 2\text{g}$, $m_2 = 11\text{g}$, sínusové budenie



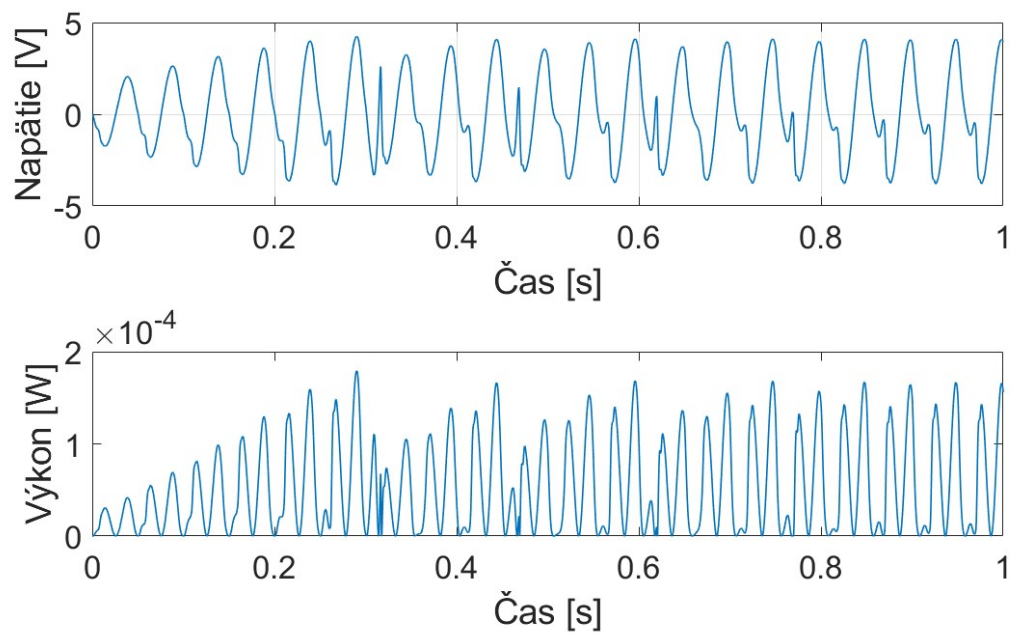
Obr. 27 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 3\text{g}$, $m_2 = 14\text{g}$, sínusové budenie



Obr. 28 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 4g$, $m_2 = 11g$, sínusové budenie



Obr. 29 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 0,7g$, $m_2 = 17g$, sínusové budenie



Obr. 30 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 2g$; $m_2 = 11g$; pulzujúce budenie

7 Záver

Na začiatku práce sme v rešerši rozobrali rôzne typy nelinearít a každá z nich sa týkala určitého druhu kontaktu. Vzhľadom na to, že táto práca je zameraná na túto problematiku, môžeme konštatovať, že generátory s využívaním kontaktných nelinearít vykazujú v celku dobré výsledky a ich využitie stále rastie, aj keď sa stále pohybujeme väčšinou v laboratórnych podmienkach.

Pri riešení problematiky mechanického rezonátora sme museli najprv analyzovať samotný rezonátor bez prídavného telesa a následne sme si ujasnili teóriu rázu. Implementovali sme tento ráz do modelu obohateného o prídavné neviazané teleso. Kombinácií, ktoré sme odsimulovali, bolo veľa, a tak sme vybrali len tie najzaujímavejšie, ktorých správanie by mohlo priniesť vhodné výsledky.

Samotné simulácie sme budili nielen sínusovým, ale aj pulzujúcim signálom, a ako sa dalo predpokladať, niektoré kombinácie hmotností priniesli priaznivejšie výsledky ako iné. Taktiež sme boli obmedzení maximálnou deformáciou, ktorú nám výrobca uviedol.

Po aplikácii samotnej piezoelektrickej vrstvy sme mohli sledovať odozvy na budenie vybraných kombinácií. Výsledky priniesli výstupné napätie v jednotkách voltov a okamžitý výkon v desatinách mW, čo pre tieto druhy generátorov predstavuje priemerný výsledok.

Práca priniesla výsledky, na základe ktorých je možno realizovať vibračný generátor s prídavným telesom. Následne boli zistené najvyhovujúcejšie kombinácie hmotností. Generátor by sa mal podrobiť experimentálnemu overeniu, a tým potvrdiť svoju životaschopnosť v praxi.

8 Zoznam použitých zdrojov

- [1] RUBEŠ, O. Návrh vibračního generátoru s využitím nelineárních charakteristik. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 68 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D..
- [2] Mickaël Lallart and Daniel Guyomar 2011 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 18.09.2006
- [3] PRIYA, Shashank a Daniel J. INMAN, ed., 2009. Energy Harvesting Technologies. Boston, MA: Springer US.
- [4] Impacts of stopper type and material on the broadband characteristics and performance of energy harvesters K. Zhou, H.L. Dai, A. Abdelkefi, H.Y. Zhou, and Q. Ni
- [5] Zheng-qiu XIE¹, C.A. Kitio KWUIMY², Wen-bin HUANG¹, * ¹The State Key Lab of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing, 400044, China ²Department of Engineering Education, College of Engineering and Applied Science, University of Cincinnati, Cincinnati, OH 45220, USA
- [6] RUBEŠ, O.; HADAŠ, Z. Design and Simulation of Bistable Piezoceramic Cantilever for Energy Harvesting from Slow Swinging Movement. In *2018 IEEE 18th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*. Budapest, Hungary: IEEE, 2018. s. 664-668. ISBN: 978-1-5386-4198-9.
- [7] Dynamics of forced system with vibro-impact energy sink, O.V. Gendelmann, A. Alloni, Faculty of Mechanical Engineering, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa, 32000, Israel
- [8] Dynamika přednášky, Ing. Lubomír Houfek, Ph.D., Ustav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, Brno 2011

9 Zoznam obrázkov

Obr. 1 Schéma vibračného generátora [2].....	10
Obr. 2 Schéma piezoelektrického vibračného generátora	11
Obr. 3 Výstupné napätie v závislosti na budiacej frekvencii [6].....	12
Obr. 4 Schéma generátora so staticky zaťaženým nosníkom [5].....	13
Obr. 5 Výstupné napätie pri budení náhodným signálom [5].....	13
Obr. 6 Schéma modelu oscilátora s prídavným telesom vnútri [7]	14
Obr. 7 Priebeh polohy vonkajšej a vnútornej hmotnosti v závislosti na čase [7]	14
Obr. 8 Schéma nelineárneho generátora s prídavným telesom.....	15
Obr. 9 Mechanický rezonátor bez prídavného telesa.....	16
Obr. 10 Model mechanického rezonátora bez prídavného telesa	16
Obr. 11 Mechanický rezonátor s prídavným telesom.....	18
Obr. 12 Schéma modelu mechanického rezonátora s prídavným telesom.....	18
Obr. 13 Priamy centrický ráz [10].....	19
Obr. 14 Závilosť rázovej sily na pretvorení telesa [10].....	20
Obr. 15 Model Hertzovej teórie rázu [10].....	20
Obr. 16 Schéma modelu s lokálnou tuhosťou.....	21
Obr. 17 Priebeh polohy padajúceho telesa m_2	23
Obr. 18 Model s lokálnou tuhosťou v prostredí Simulink	24
Obr. 19 Priebeh kmitania pri plynulej zmene budiacej frekvencie sústavy pre $m_1 = 1g$; $m_2 = 23g$.	25
Obr. 20 Priebeh kmitania kombinácie $m_1 = 0.7g$, $m_2 = 17g$	26
Obr. 21 Priebeh kmitania kombinácie $m_1 = 2g$, $m_2 = 11g$	26
Obr. 22 Priebeh kmitania kombinácie $m_1 = 3g$, $m_2 = 14g$	27
Obr. 23 Priebeh kmitania kombinácie $m_1 = 4g$, $m_2 = 11g$	27
Obr. 24 Priebeh kmitania pre kombináciu $m_1 = 2g$; $m_2 = 11g$; Perióda = 0,05s; šírka pulzu 60% z periódy.....	28
Obr. 25 Model s pridanou piezoelektrickou vrstvou	29
Obr. 26 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 2g$, $m_2 = 11g$, sínusové budenie.....	30
Obr. 27 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 3g$, $m_2 = 14g$, sínusové budenie.....	30
Obr. 28 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 4g$, $m_2 = 11g$, sínusové budenie.....	31
Obr. 29 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 0,7g$, $m_2 = 17g$, sínusové budenie.....	31
Obr. 30 Priebeh výstupného napätia a výkonu $m_1 = 2g$; $m_2 = 11g$; pulzujúce budenie	32

10 Zoznam príloh

- Príloha 1 _____ Script pre frekvenčnú analýzu
- Príloha 2 _____ Script pre simuláciu sínusového / pulzujúceho budenia
- Príloha 3 _____ Model mechanického rezonátora s prídavným telesom
- Príloha 4 _____ Model mechanického rezonátora s prídavným telesom
spolu s piezoelektrickou vrstvou