



Univerzita Palackého
v Olomouci

Přírodovědecká fakulta

Katedra optiky

Analýza optických vad v digitální holografii

diplomová práce

Autor práce: Bc. Tomáš Fordey
Vedoucí práce: prof. RNDr. Zdeněk Bouchal, Dr.
Studijní obor: Digitální a přístrojová optika

Olomouc, květen 2017

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a veškeré použité zdroje jsem uvedl v seznamu literatury.

V Olomouci, 1. 5. 2017

.....

Tomáš Fordey

Poděkování

Děkuji prof. RNDr. Zdeňku Bouchalovi, Dr., za jeho trpělivost, věnovaný čas, za kvalitní odborné vedení diplomové práce a za rozvíjení mých znalostí optiky během celého studia.

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá holografickými aberacemi a jejich projevy v experimentech digitální holografie. Holografické aberace jsou důsledkem rozdílu mezi neparaxiálními členy rozvoje gaussovské referenční sféry a odpovídajícími členy rozvoje přesné holografické vlnoplochy. Vliv holografické aberace je studován v geometrii typické pro experimenty digitální holografie. Vyhodnocení holografických aberací je založeno na funkční závislosti aberačních koeficientů na klíčových parametrech experimentu digitální holografie. V práci je stručně diskutován vliv použití nemonochromatického světla v kontextu difrakční optiky. V závěru je provedena analýza experimentu uskutečněného v rámci řešení diplomové práce a je prokázána přítomnost a vliv holografických aberací na kvalitu rekonstruovaného obrazu v holografickém záznamu osového bodu.

Abstract

This thesis deals with holographic aberrations in digital holography. Holographic aberrations originate from the difference between nonparaxial terms of Taylor series of Gaussian reference sphere and corresponding terms of exact holographic wavefront. The influence of aberrations on the image of the point source is investigated in a typical geometry of digital holography. The evaluation is based on values of holographic aberration coefficients and their dependence on key parameters of digital holographic experiments. Effect of chromatic dispersion in diffractive elements is also briefly discussed. In the end, the presence of holographic aberration is experimentally verified in a setup with axial signal point.

Obsah

Úvod	- 1 -
1. Optické zobrazení	- 3 -
1.1 Zobrazení bodu z hlediska paprskové a vlnové optiky	- 3 -
1.2 Optická soustava jako lineární izoplanatický systém	- 7 -
1.3 Hodnocení kvality bodového zobrazení	- 9 -
2. Holografické zobrazení	- 15 -
2.1 Holografický záznam a rekonstrukce	- 15 -
2.2 Základní holografické konfigurace a metody	- 16 -
2.3 Paraxiální parametry holografického zobrazení	- 19 -
3. Holografické aberace v digitální holografii	- 22 -
3.1 Rekonstrukce obrazu v digitální holografii	- 22 -
3.2 Monochromatické holografické aberace	- 25 -
3.3 Chromatická aberace v digitální holografii	- 32 -
3.4 Experimentální výsledky	- 35 -
Závěr	- 41 -
Seznam literatury	

Úvod

Cílem diplomové práce je analýza holografických aberací v experimentech digitální holografie. Holografické zobrazení je stejně jako optické zobrazení ovlivněno aberací výsledné fáze. Ta může být způsobena aberacemi vnesenými předřazeným optickým systémem [1]. Holografické zobrazení je na rozdíl od optického zobrazení zatíženo aberací i v případě, pokud mají jednotlivé vlny, podílející se na holografickém záznamu, tvar ideálních kulových vln. Na základě analytických výrazů pro holografické aberační koeficienty [2] bude vyhodnocen vliv holografické aberace na bodový obraz v konkrétní osově konfiguraci digitální holografie. Bude studována závislost jednotlivých aberačních koeficientů na klíčových parametrech holografického experimentu, omezených reálně dosažitelnými hodnotami. Budou vyhodnoceny aberace osového i mimoosového předmětového bodu. Bude vymezena oblast teoreticky dosažitelných parametrů i oblast reálně použitelných parametrů v závislosti na tolerovatelné velikosti aberačních koeficientů, které jsou v daném uspořádání dominantní. Bude navržena optimální konfigurace pro maximalizaci rozlišení osového předmětového bodu a konfigurace pro maximalizaci dosažitelné velikosti předmětu, ve které obraz není výrazně degradován aberacemi. Budou také vyhodnoceny důsledky vlivu difrakční disperze v experimentech digitální holografie.

K dosažení cílů práce bylo průběžně k dílčím úkolům intenzivně využíváno prostředí MATLAB od firmy MathWorks. Tento software je ve fyzikálních aplikacích velmi rozšířený a často využívaný, zejména díky slabé typové kontrole, rozmanitým možnostem vizualizace a modelování a efektivnímu zpracování velkého množství dat. MATLAB rovněž obsahuje rozsáhlou databázi předdefinovaných funkcí a mnoha toolboxů. Výpočetní jádro programu je optimalizováno pro vektorové výpočty. To je pro aplikace v digitální holografii výhodné, jelikož záznam dat na CCD kameře je uložen ve formě matice intenzit naměřených na jednotlivých pixelech. K šíření světelného pole lze při splnění podmínek Fresnelovy aproximace difrakčního integrálu využít algoritmů rychlé Fourierovy transformace, výpočet paralelizovat a výpočetní čas mnohonásobně zkrátit. V neposlední řadě bylo pro účely práce výhodné, že je software MATLAB dostupný na Katedře optiky Univerzity Palackého v Olomouci.

Diplomová práce je dělena na obecnou část týkající se optického a holografického zobrazení a na část zabývající se holografickými aberacemi a jejich vlivem na holografické zobrazení. V první kapitole je popsáno optické zobrazení bodu z důvodu analogie s holografickým zobrazením, k uvědomění podobností i odlišností mezi oběma technikami. Je zde vysvětlena důležitost zobrazení bodu v kontextu teorie systémů a fourierovské optiky. Tuto kapitolu uzavírá popis základních metod hodnocení kvality bodového zobrazení. Druhá kapitola je věnována holografickému zobrazení. Zde je popsán princip holografického zobrazení a uveden teoretický popis holografického zobrazovacího řetězce včetně rekonstrukce. Následuje přehled základních holografických technik, metod a konfigurací. Zvýšená pozornost je věnována metodě fázových posunutí, která je stěžejní pro experimenty digitální holografie. Kapitola je zakončena odvozením paraxiálních vlastností a parametrů holografického zobrazení. Následuje část práce zabývající se holografickými aberacemi v digitální holografii. Zde bude důsledně popsán princip rekonstrukce hologramu v digitální holografii. Dále jsou tu popsány monochromatické holografické aberace, jejich původ, odvození holografických aberačních koeficientů v závislosti na klíčových parametrech holografických experimentů a vyhodnocení holografických aberací v geometrii typické pro experimenty digitální holografie. Poté je pozornost zaměřena na analýzu vlivu difrakční disperze při záznamu hologramu nemonochromatickým světlem. V závěrečné části je analyzován experiment provedený v rámci řešení práce, jsou zpracována a prezentována získaná data a je diskutován soulad mezi experimentálně zjištěnými skutečnostmi a teoretickými předpoklady.

1. Optické zobrazení

1.1 Zobrazení bodu z hlediska paprskové a vlnové optiky

Na zobrazení rozlehlého objektu lze nahlížet jako na nezávislé zobrazení jednotlivých bodů předmětu. Určení podoby obrazu je potom redukováno na řešení zobrazení bodu optickou soustavou. V přístupu vlnové optiky se jedná o výpočet rozložení komplexní amplitudy v obrazové rovině. Tento problém je řešen s využitím skalární difrakce a optická soustava je v něm nahrazena svou pupilovou funkcí, která je definovaná v rovině výstupní pupily soustavy a popisuje ovlivnění amplitudy a fáze procházející vlny optickou soustavou. Pokud zastavovací rovina odpovídá paraxiální obrazové rovině optické soustavy, je eliminován kvadratický fázový člen v integrálu a rozložení pole komplexní amplitudy v obrazové rovině lze zapsat jako Fourierovu transformaci pupilové funkce [3]

$$u(X', Y') \propto \iint_{-\infty}^{\infty} P(X_p, Y_p) \exp[-i2\pi(X_p X' + Y_p Y')] dX_p dY_p, \quad (1)$$

kde X_p, Y_p jsou normované pupilové souřadnice

$$X_p = \frac{x_p}{\rho_p}, \quad Y_p = \frac{y_p}{\rho_p},$$

kde ρ_p je maximální výška paprsku ve výstupní pupile, X', Y' jsou normované obrazové souřadnice

$$X' = \frac{x' - mx_0}{\lambda z'} \rho_p, \quad Y' = \frac{y' - my_0}{\lambda z'} \rho_p.$$

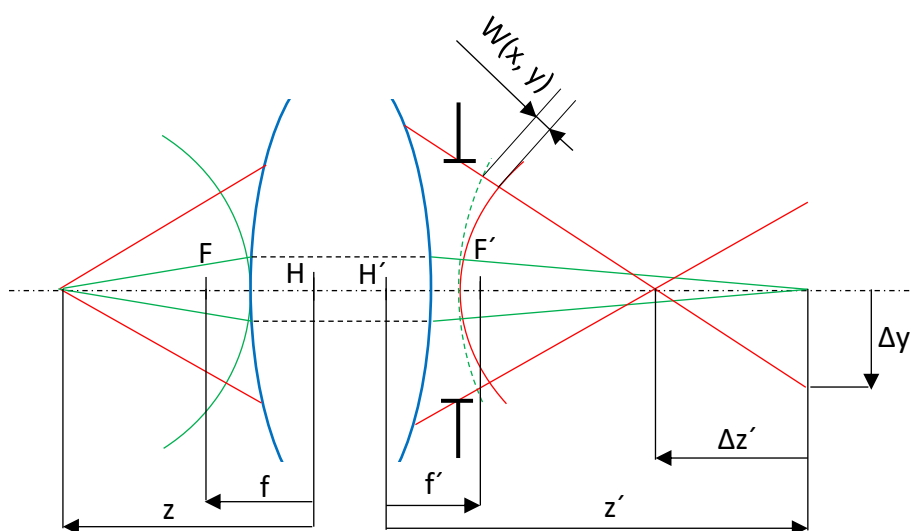
V těchto vztazích jsou x_p, y_p souřadnice ve výstupní pupile, x_0, y_0 jsou souřadnice v předmětové rovině a x', y' jsou souřadnice v obrazové rovině, λ je vlnová délka použitého světla, z' je vzdálenost paraxiální obrazové roviny od výstupní pupily optické soustavy a $m = z'/z$ je příčné měřítko zobrazení.

Veličina, kterou detekujeme, se nazývá optická intenzita a je dána vztahem

$$I = |u(X', Y')|^2. \quad (2)$$

V případě bodového zobrazení je normována svou maximální hodnotou, dosažitelnou fyzikálně dokonalým systémem stejných parametrů. Toto rozložení intenzity se nazývá funkce obrazu bodu (PSF z anglického „point spread function“)

$$I(X', Y') = \frac{|\iint_{-\infty}^{\infty} P(X_p, Y_p) \exp[-i2\pi(X_p X' + Y_p Y')] dX_p dY_p|^2}{|\iint_{-\infty}^{\infty} P_0(X_p, Y_p) dX_p dY_p|^2}. \quad (3)$$



obr. 1 Paraxiální a reálné zobrazení bodu optickou soustavou

Amplitudová část pupilové funkce ve výpočtu funkce obrazu bodu zastupuje příčné omezení světelné vlny optickou soustavou, které je příčinou konečného dosažitelného rozlišení fyzikálně dokonalého systému a u fyzikálně dokonalého systému rovněž určuje tvar difrakčního obrazce. Tomu v případě kruhové pupily odpovídá Airyho disk. Pro systém s kruhovou homogenně propustnou výstupní pupilou lze amplitudovou část pupilové funkce psát ve tvaru

$$P_0(X_p, Y_p) = 1 \text{ pro } \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \leq \rho_p$$

$$P_0(X_p, Y_p) = 0 \text{ pro } \sqrt{x_p^2 + y_p^2} > \rho_p.$$

U reálných systémů je zobrazení ovlivněno aberacemi. Vlnová aberace je definována jako rozdíl optické dráhy mezi reálnou vlnoplochou a gaussovskou referenční

sférou ve směru reálného paprsku v rovině výstupní pupily [4]. Informaci o aberaci soustavy nese fázová část pupilové funkce. Úplný tvar pupilové funkce potom je

$$P(X_p, Y_p) = P_0(X_p, Y_p) \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} W(X_p, Y_p) \right]. \quad (4)$$

V tomto vztahu $W(X_p, Y_p)$ symbolizuje vlnovou aberaci. Vlnová aberace je vypočítána z příčných paprskových aberací, které jsou s vlnovou aberací provázány vztahy

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial X_p} &= n' u' \Delta x, \\ \frac{\partial W}{\partial Y_p} &= n' u' \Delta y, \end{aligned} \quad (5)$$

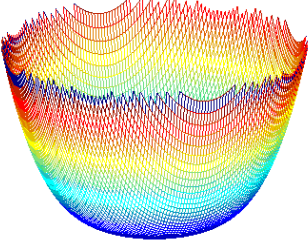
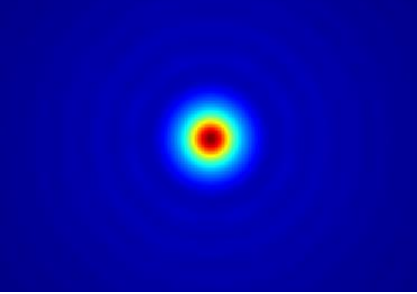
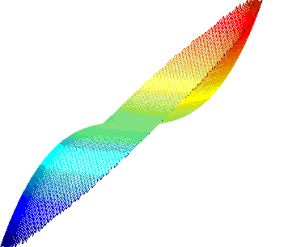
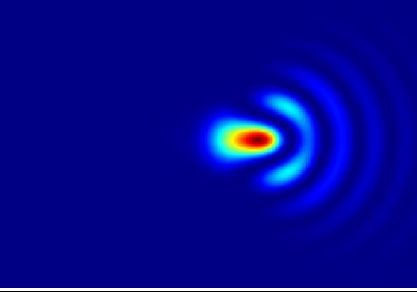
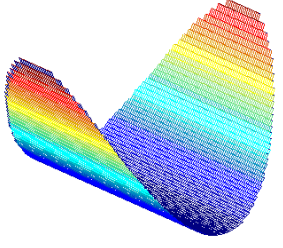
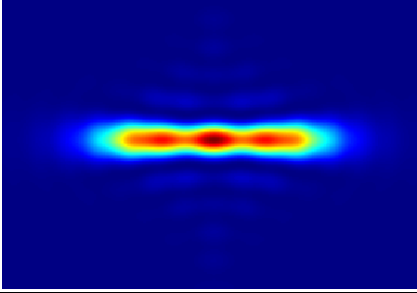
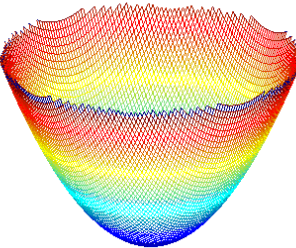
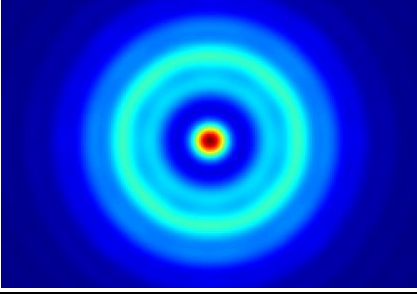
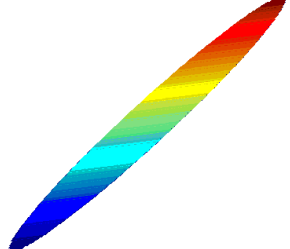
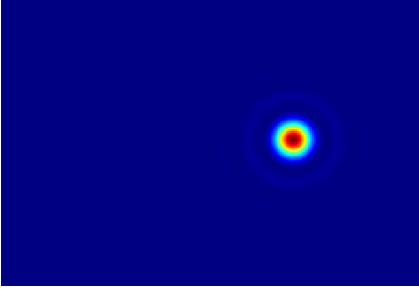
kde n' je index lomu v obrazovém prostoru, u' je sinus obrazového aperturního úhlu a $\Delta x, \Delta y$ jsou hodnoty příčných paprskových aberací v sagitálním a tangenciálním směru. Paprskové aberace jsou získány trasováním reálných paprsků optickou soustavou [5].

Vlnová aberace je obecně funkcí polohy předmětu a souřadnic reálného paprsku ve výstupní pupile. Pro rotačně symetrický systém se funkční závislost zjednoduší na radiální vzdálenost předmětového bodu od optické osy a na souřadnice reálného paprsku ve výstupní pupile, obvykle zapsané v polárním systému souřadnic $X_p = R_p \cos \theta, Y_p = R_p \sin \theta$. Jednotlivé členy polynomu vlnové aberace pak mají tvar

$$W_{klm} = A_{klm} x_0^k R_p^l \cos^m \theta, \quad (6)$$

kde A_{klm} jsou koeficienty identifikující jednotlivé aberace. První tři členy rozvoje odpovídají primárním aberacím. Jedná se o konstantní fázový posun W_{200} , náklon vlnoplochy W_{111} a rozostření W_{020} . Tyto aberace se projeví již v prostoru prvního řádu, ve kterém stačí pro výpočty s dostatečnou přesností nahradit goniometrické funkce prvními členy jejich Taylorova rozvoje. Primární aberace eliminovat vhodným posunutím či nakloněním obrazové roviny. Následujících pět členů odpovídá aberacím třetího řádu, jmenovitě jsou to otvorová vada W_{040} , koma W_{131} , astigmatismus W_{222} , zklenutí W_{220} a zkreslení W_{311} . Tyto aberace se projeví v prostoru třetího řádu, tj. v prostoru, kde pro výpočty s dostatečnou přesností stačí nahradit goniometrické funkce prvními dvěma

členy jejich Taylorova rozvoje. Tento prostor se nazývá Seidelův prostor a aberace třetího řádu se podle něj nazývají Seidelovy aberace. Další členy rozvoje jsou aberace pátého řádu, aberace sedmého řádu atd.

<p>Otvorová vada</p> $W_{040} = A_{040}R_p^4$		
<p>Koma</p> $W_{131} = A_{131}x_0R_p^3 \cos \theta$		
<p>Astigmatismus</p> $W_{222} = A_{222}x_0^2R_p^2 \cos^2 \theta$		
<p>Zklenutí</p> $W_{220} = A_{220}x_0^2R_p^2$		
<p>Zkreslení</p> $W_{311} = A_{311}x_0^3R_p \cos \theta$		

Tab. 1: Seidelovy aberace s koeficienty 1.5λ a jejich vliv na PSF v paraxiální obrazové rovině (aberace a PSF byly vymodelovány v matlabu, PSF byla získána pomocí difrakce paraboloidní vlny s přidáním aberací na kruhovém otvoru)

1.2 Optická soustava jako lineární izoplanatický systém

Důležitost PSF vynikne, pokud je na optickou soustavu pohlíženo jako na systém [3], který je lineární a prostorově invariantní. První vlastnost umožňuje zapsat výstup ze systému jako superpoziční integrál

$$g_2(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} g_1(x_0, y_0) h(x', y'; x_0, y_0) dx_0 dy_0, \quad (7)$$

kde $g_2(x', y')$ je výstup ze systému jako funkce výstupních souřadnic, $g_1(x_0, y_0)$ je vstup systému jako funkce vstupních souřadnic a $h(x', y'; x_0, y_0)$ je impulzní odezva, která popisuje působení systému na elementární vstup a je obecně funkcí vstupních i výstupních souřadnic v blíže neurčené závislosti. Impulzní odezva je v optickém systému reprezentována PSF. S využitím linearit optické soustavy lze tedy popsat zobrazení libovolně složitěho předmětu, známe-li její PSF.

Druhou významnou vlastností optických soustav je prostorová invariance neboli izoplanazie. Pro tuto třídu systémů lze impulzní odezvu psát ve tvaru

$$h \equiv h(x' - x_0, y' - y_0), \quad (8)$$

což lze interpretovat tak, že se změnou polohy vstupu nezmění funkční podoba výstupu ale pouze jeho poloha. V praxi se funkční podoba PSF mění v závislosti na poloze bodu v zorném poli, jelikož samotné aberace určující podobu PSF jsou funkcí polohy předmětu. Potom je třeba rozdělit zorné pole na menší oblasti, uvnitř kterých je PSF prakticky neměnná, a spočítat její podobu pro každou tuto oblast. Po dosazení (8) do (7) je zřejmé, že vztah matematicky přechází do tvaru konvolučního integrálu, což lze symbolicky zapsat jako

$$g_2 = g_1 \otimes h, \quad (9)$$

kde symbol \otimes značí konvoluci. S využitím konvolučního teorému fourierovské analýzy můžeme po provedení Fourierovy transformace obou stran rovnice (9) psát

$$G_2 = G_1 \cdot H, \quad (10)$$

kde G_2 je úhlové spektrum výstupu, G_1 je úhlové spektrum vstupu a H je Fourierova transformace impulzní odezvy, nazývaná přenosová funkce systému a popisující efekty působení systému ve frekvenčním spektru. Na základě (9) a (10) lze říct, že zobrazení rozlehlého předmětu systémem je ekvivalentně popsáno jeho impulzní odezvou nebo jeho přenosovou funkcí, jedná-li se o lineární izoplanatický systém.

Přenosová funkce koherentního systému je Fourierova transformace škálované Fourierovy transformace pupilové funkce, podle teorémů fourierovské analýzy tedy odpovídá škálované pupilové funkci v inverzních souřadnicích (v případě symetrických pupil lze vynechat znaménko mínus)

$$H(f_x, f_y) = P(-\lambda z' f_x, -\lambda z' f_y), \quad (11)$$

kde $f_x = \cos \alpha / \lambda$, $f_y = \cos \beta / \lambda$ jsou prostorové frekvence, reprezentující elementární rovinné vlny, jejichž směrové vektory svírají úhly α, β se souřadnicovými osami x, y . Přenosová funkce nekoherentního optického systému je Fourierova transformace PSF, podle teorémů fourierovské analýzy lze tedy zapsat optickou přenosovou funkci jako autokorelaci škálované pupilové funkce, normovanou na svou maximální hodnotu

$$OTF(f_x, f_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} P\left(X_p + \frac{\lambda z' f_x}{2}, Y_p + \frac{\lambda z' f_y}{2}\right) P^*\left(X_p - \frac{\lambda z' f_x}{2}, Y_p - \frac{\lambda z' f_y}{2}\right) dX_p dY_p}{\iint_{-\infty}^{\infty} |P(X_p, Y_p)|^2 dX_p dY_p}. \quad (12)$$

OTF je obecně komplexní funkce, v případě optického zobrazení však detekujeme pouze její absolutní hodnotu. OTF lze rozepsat

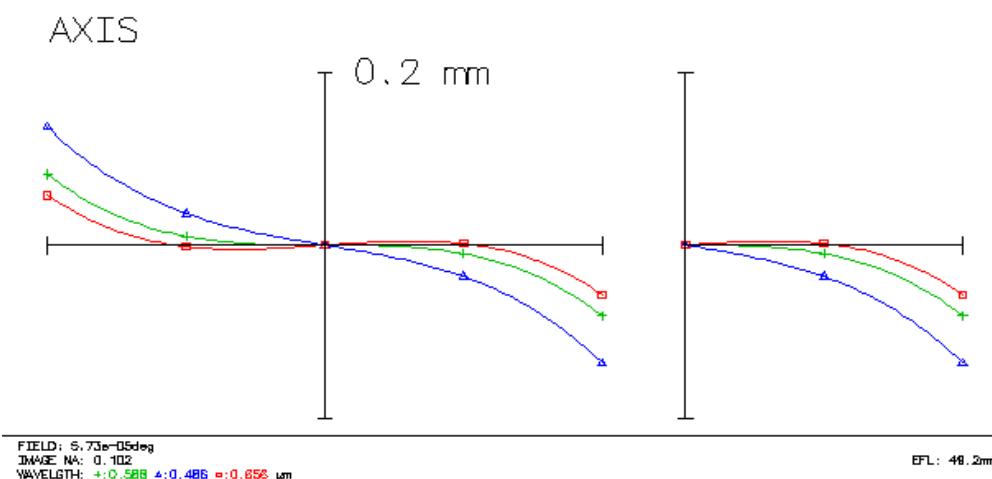
$$OTF = MTF \cdot \exp(i PTF), \quad (13)$$

kde MTF je funkce přenosu kontrastu (z angl. "modulation transfer function") a PTF je funkce přenosu fáze (z angl. „phase transfer function“). Pro funkci přenosu kontrastu potom platí

$$MTF = |OTF|. \quad (14)$$

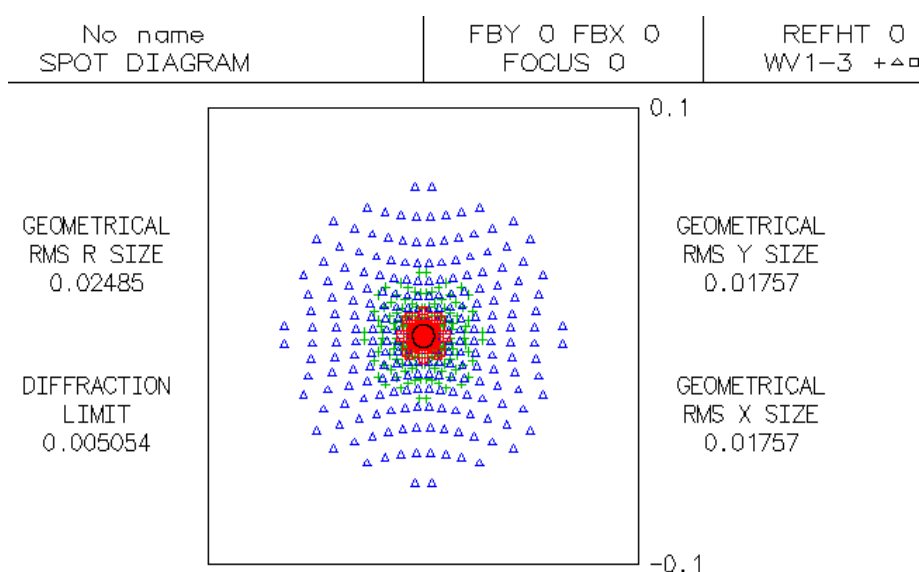
1.3 Hodnocení kvality bodového zobrazení

Kvalitu optického zobrazovacího systému lze hodnotit nepřímo, pomocí paprskových a vlnových aberací systému nebo přímo, na základě přesného rozložení intenzity v obrazové rovině [6].



Obr. 2: Ukázka hodnocení aberačních křivek příčných paprskových aberací v programu OSLO Premium (symetrická čočka s poloměry křivosti 50 mm, s tloušťkou 5 mm, ze skla BK7, průměr čočky 10 mm, předmětový osový bod v nekonečnu, vyhodnoceno v paraxiální obrazové vzdálenosti)

U aberací bodového zobrazení se obecně jedná o funkci příčné polohy předmětu a příčných souřadnic paprsku v rovině výstupní pupily, pro rotačně symetrický systém se



Obr. 3: Ukázka hodnocení průsečíkového diagramu v programu OSLO Premium (stejné parametry jako v obr. 2, zacloněno na průměr svazku 7 mm)

funkční závislost redukuje na radiální vzdálenost předmětu od optické osy a příčné souřadnice paprsku v rovině výstupní pupily. Grafy závislosti příčné paprskové aberace na normované pupilové souřadnici pro tangenciální a sagitální svazky paprsků se nazývají aberační křivky pro příčné paprskové aberace. Z jejich tvaru lze orientačně odhadnout základní aberace optické soustavy.

Průsečíkový diagram zobrazuje souřadnice průsečíků velkého množství paprsků, které rovnoměrně vyplňují vstupní pupilu soustavy, se zastavovací rovinou. Paprsky ve vstupní pupile mohou mít konstantní rozestupy v polárních souřadnicích, v kartézských souřadnicích, nebo rozdělení dané metodou monte carlo. Pro rychlé vyhodnocení průsečíkového diagramu lze využít druhých statistických momentů. Gaussovský moment průsečíkového diagramu je

$$\Delta r_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_j [(\Delta x_j - \Delta x_s)^2 + (\Delta y_j - \Delta y_s)^2]}, \quad (15)$$

kde N je počet trasovaných paprsků, Δx_j , Δy_j jsou složky příčné paprskové aberace jednotlivých paprsků a $\Delta x_s = \frac{1}{N} \sum_j \Delta x_j$, $\Delta y_s = \frac{1}{N} \sum_j \Delta y_j$. Obdobně lze definovat sagitální a tangenciální momenty průsečíkového diagramu

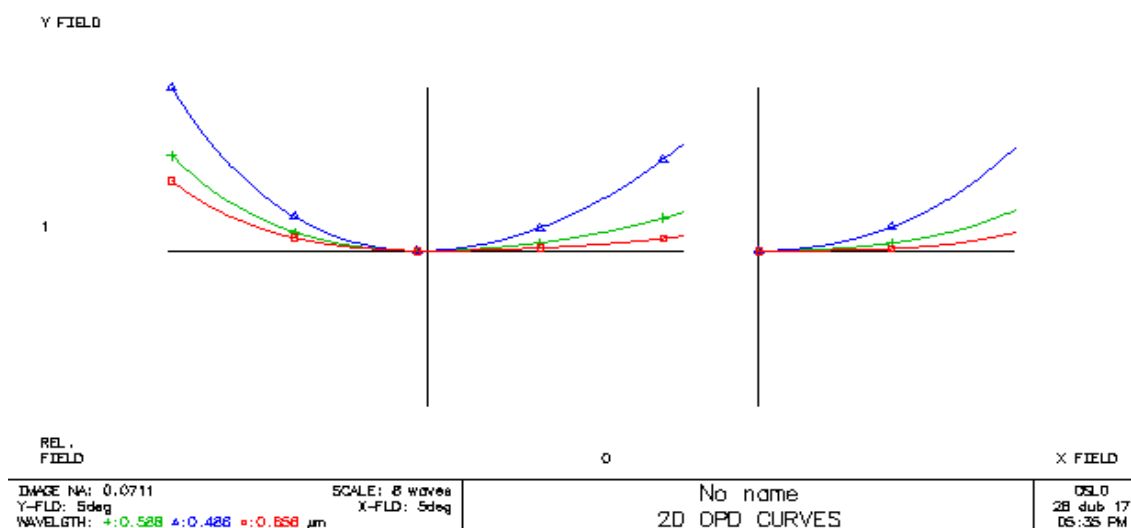
$$\Delta x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_j (\Delta x_j - \Delta x_s)^2}$$

$$\Delta y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_j (\Delta y_j - \Delta y_s)^2}. \quad (16)$$

Vyhodnocování průsečíkového diagramu metodou druhých momentů nicméně nepopisuje jeho tvar a rozdělení energie. Rovněž není výhodné, pokud vstupní pupila soustavy nemá kruhový tvar nebo jednotkovou propustnost. Problém proměnné propustnosti pupily při výpočtu statistických momentů lze řešit např. použitím váhových koeficientů pro jednotlivé paprsky.

Vlnová aberace na rozdíl od paprskových aberací umožňuje správně hodnotit i optické soustavy, jejichž zobrazení je difrakčně limitované. Při hodnocení vlnové

aberrace v analytickém tvaru můžeme pracovat s výrazem ve tvaru Seidelova aberačního polynomu nebo s aberačním polynomem s koeficienty získanými Taylorovým rozvojem. V případě, že se jedná o systém s kruhovou výstupní pupilou, je výhodné popsat aberaci v systému Zernikových polynomů, ortogonálních nad plochou jednotkového kruhu. Hodnocení analytického tvaru vlnové aberace je výhodné z hlediska datové úspory a snadného vyhodnocení typického vlivu jednotlivých členů polynomu na kvalitu obrazu. Tato metoda selhává, pokud se ve vlnové aberaci vyskytují rychlé oscilace nebo skokové lokální nárůsty funkčních hodnot např. při měření výstupní vlnoplochy reálného systému s lokální výrobní vadou, protože aberační polynom je typicky omezen na několik prvních



Obr. 4: Ukázka hodnocení tangenciálních a sagitálních řezů vlnové aberace v programu OSLO Premium, stejná čočka jako v obr. 3, úhel pole 5°

členů a ostrá změna funkční hodnoty se může projevit až při použití několika set členů polynomiálního rozvoje. Alternativně lze vlnovou aberaci hodnotit vizuálně z případného interferenčního záznamu nebo zaznamenaných či vypočítaných funkčních hodnot vlnové aberace. Rychlejší hodnocení, které poskytuje menší množství informace, je hodnocení tangenciálních a sagitálních řezů vlnové aberace.

Nejjednodušší metoda hodnocení vlnové aberace je výpočet hodnoty ΔPV (delta peak-to-valley), odpovídající rozdílu maximální a minimální hodnoty vlnové aberace. Tato hodnota odpovídá nejmenšímu rozdílu poloměrů křivostí kulových ploch, mezi které lze uzavřít reálnou vlnoplochu. Podle Rayleighova kritéria bude obraz difrakčně limitovaný pro $\Delta PV < 0.25 \lambda$. Analogicky k hodnocení pomocí druhých momentů v

případě průsečíkového diagramu lze hodnotit vlnovou aberaci její směrodatnou odchylkou

$$W_{rms} = \sqrt{\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2}, \quad (17)$$

kde $\langle W \rangle$ značí střední hodnotu vlnové aberace. Podle Maréchalova kritéria vyjádřeného v závislosti na směrodatné odchylce vlnové aberace je zobrazení difrakčně limitované pro $W_{rms} < \frac{\lambda}{14}$. Hodnocení vlnové aberace jedním číslem by však stejně jako v případě hodnocení průsečíkového diagramu mělo být považováno pouze za první přiblížení a mělo by být alespoň vizuálně srovnáno s průběhem vlnové aberace nebo doplněno jinak. Jako možný příklad lze uvést vlnovou aberaci, která s malou amplitudou rychle osciluje okolo nulové hodnoty, hodnota ΔPV je relativně malá ale kvalita zobrazení je velmi špatná.

Přímé hodnocení kvality optického zobrazení spočívá v hodnocení funkce obrazu bodu. Výpočet PSF může být relativně složitý a časově náročný, proto je jako rychlé hodnotící kritérium využíváno Strehlovo číslo D . To je definováno jako procentuální pokles intenzity v nulových frekvencích oproti systému bez aberací neboli funkční hodnota PSF v počátku souřadnic. To má dvě výhody – kvalita obrazu je vyjádřena jediným číslem, a Fourierova transformace ve výpočtu PSF přechází v určitý integrál z pupilové funkce, což je výpočetně snazší a rychlejší

$$D = \frac{|\iint_{-\infty}^{\infty} P_0(x, y) \exp[ikW(x, y)] dx dy|^2}{|\iint_{-\infty}^{\infty} P_0(x, y) dx dy|^2}. \quad (18)$$

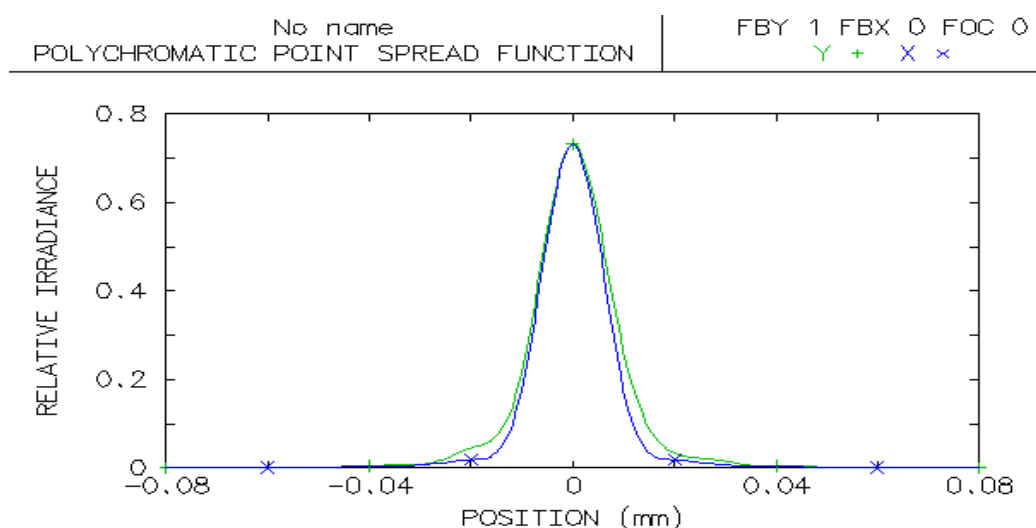
Pro výpočet Strehlova čísla byla odvozena řada aproximací, dále zjednodušující jeho výpočet a představu vlivu vlnové aberace na kvalitu obrazu. Tyto aproximace jsou platné pro malé hodnoty aberací, při větší hodnotě aberací Strehlovo číslo podhodnocují nebo dávají zcela nesmyslné výsledky [7]. Jednou z možných aproximací je výraz

$$D = 1 - k^2[\langle W^2 \rangle - \langle W \rangle^2], \quad (19)$$

umožňující vypočítat hodnotu Strehlova čísla na základě směrodatné odchylky, resp. druhé mocniny variance vlnové aberace. Obecně je zobrazení bodu považováno za

difrakčně limitované pro $D \geq 0.8$. Tomu zhruba odpovídá Rayleighovo čtvrtvlnové kritérium, ačkoliv např. při přítomnosti čtvrtvlnové komy nebo astigmatismu nedosahuje Strehlovo číslo hodnoty 0.8 [7].

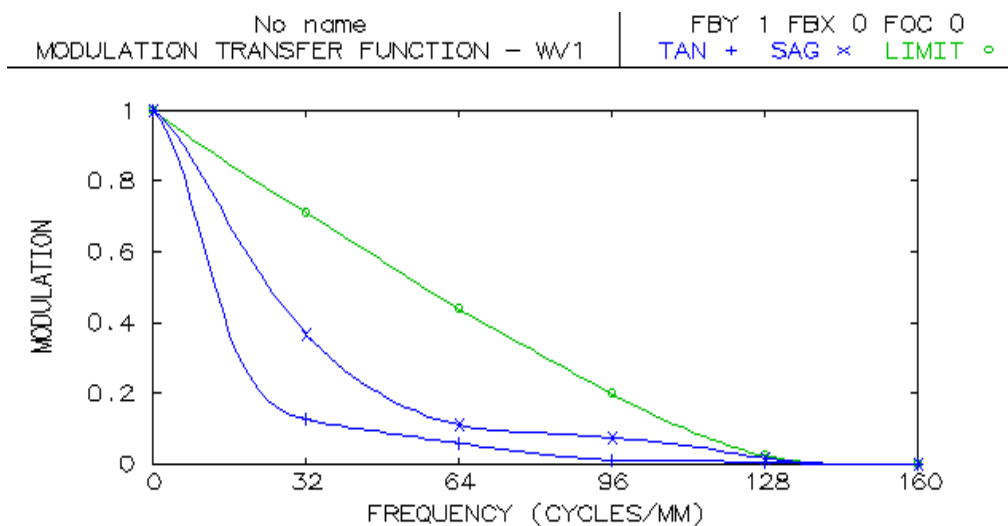
Přesnější informaci dávají o PSF její příčné řezy. Při malé hodnotě aberací dojde k nárůstu energie ve vedlejších maximech difrakčního obrazce, ale šířka centrálního maxima zůstává stejná, pouze poklesne jeho intenzita (platí zákon zachování energie). Při větších hodnotách aberace se ztrácí podobnost s ideální PSF a srovnání řezů reálné a ideální PSF nemá význam.



Obr. 5: Ukázka hodnocení příčných řezů PSF v programu OSLO Premium; stejné parametry jako v obr. 4, zacloněno na průměr svazku 2 mm

Jiná metoda hodnocení je posuzování kvality optického zobrazení pomocí přenosové funkce. U zobrazovacích optických soustav hodnotíme obvykle funkci přenosu kontrastu. V případě rotačně symetrické soustavy je i MTF rotačně symetrická a stačí hodnotit řez MTF libovolným směrem pro kladné prostorové frekvence. Rychlé hodnocení může být provedeno na základě hodnoty kontrastu pro několik různých prostorových frekvencí, např. 10 č/mm a 30 č/mm. Hodnocení bývá doplněno tzv. cut-off frekvencí, při které kontrast poprvé dosáhne nulové hodnoty. Kontrast obvykle nabývá nenulových hodnot i pro vyšší frekvence než cut-off frekvence, tyto frekvence jsou však považované za "falešné rozlišení". Alternativně lze zvolit přijatelný limit kontrastu, např. 0.7, a uvést prostorovou frekvenci, při které kontrast padá na tuto hodnotu. Pomocí MTF lze hodnotit i kvalitu obrazu v závislosti na přeostržení mimo

paraxiální obrazovou rovinu a nalézt rovinu optimálního zaostření pro požadovanou prostorovou frekvenci (poloha rovin optimálního zaostření je pro různé prostorové frekvence obecně různá).



Obr. 6: Ukázka hodnocení MTF v programu OSLO Premium, stejné parametry jako v obr. 5, zacloněno na průměr svazku 4 mm

2. Holografické zobrazení

2.1 Holografický záznam a rekonstrukce

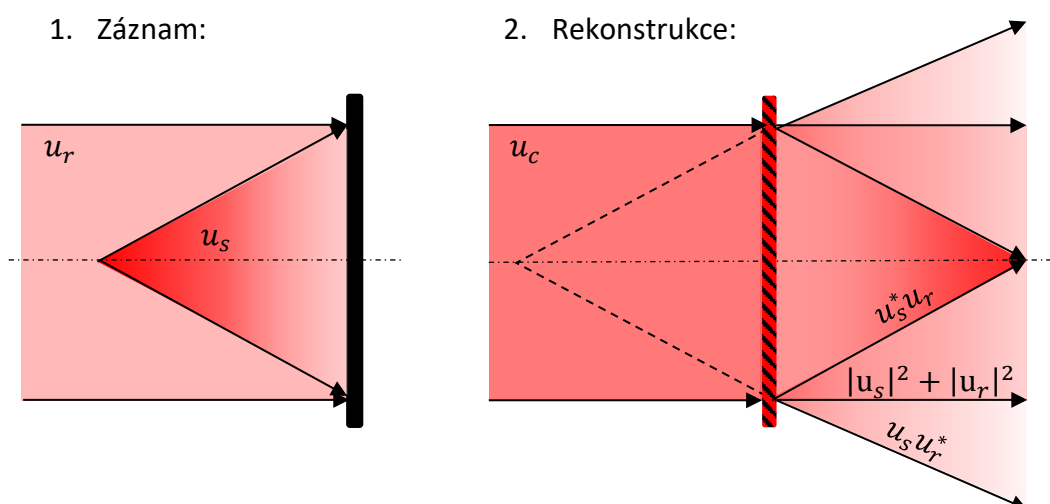
Holografické zobrazení je dvoustupňové. V prvním kroku je detekován interferenční záznam signální a referenční vlny, které jsou vzájemně koherentní. Pro intenzitu zaznamenaného pole platí interferenční zákon

$$I = |u_s|^2 + |u_r|^2 + u_s u_r^* + u_s^* u_r, \quad (20)$$

kde $u_s = A_s \exp(i\phi_s)$ je komplexní amplituda signální vlny a $u_r = A_r \exp(i\phi_r)$ je komplexní amplituda referenční vlny. První dva členy na pravé straně rovnice odpovídají intenzitě signální vlny a intenzitě referenční vlny a nenesou tedy žádnou informaci o fázi. Zbylé dva členy interferenčního zákona mají tvar

$$u_s u_r^* = A_s A_r \exp[i(\phi_s - \phi_r)] \quad (21)$$

a $u_s^* u_r$ je výraz komplexně sdružený k (21).



obr. 7: Záznam hologramu interferencí signální a referenční vlny a rekonstrukce hologramu difrakcí rekonstrukční vlny na vzniklé struktuře

Ve druhém kroku je zaznamenaný transparent rekonstruován šířením do požadované vzdálenosti. To je v klasické holografii provedeno osvětlením vyvolané fotografické desky rekonstrukční vlnou $u_c = A_c \exp(i\phi_c)$. Výsledná komplexní amplituda má tvar

$$u = A_c |A_s|^2 \exp(i\phi_c) + A_c |A_r|^2 \exp(i\phi_c) + A_c A_s A_r \exp[i(\phi_c + (\phi_s - \phi_r))] + A_c A_s A_r \exp[i(\phi_c - (\phi_s - \phi_r))], \quad (22)$$

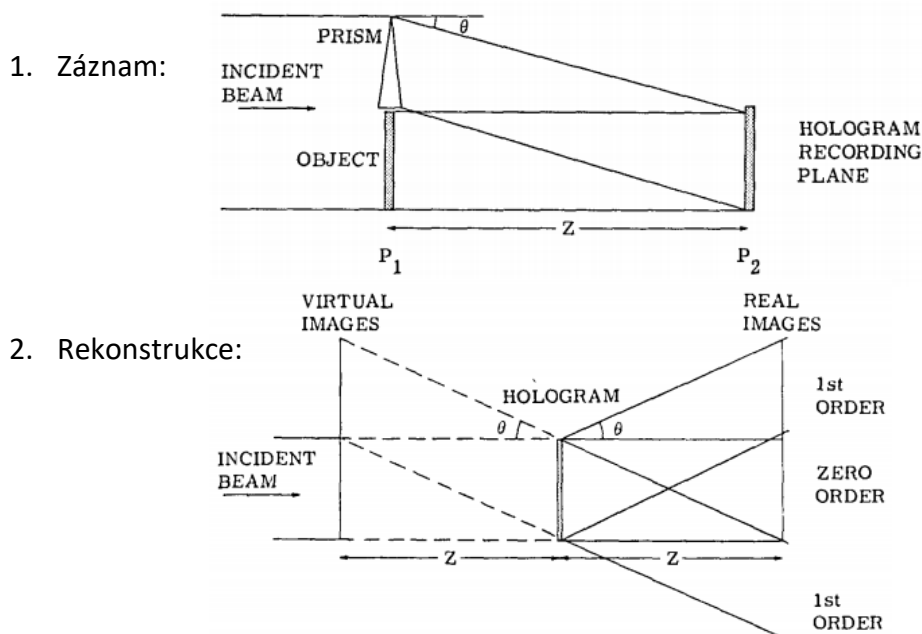
kde první dva členy odpovídají nultému difrakčnímu řádu, a zbylé dva členy, do jejichž fáze se s odlišným znaménkem promítl fázový rozdíl signální a referenční vlny, odpovídají prvnímu a minus prvnímu difrakčnímu řádu. Informaci o předmětu obsahují shodně třetí a čtvrtý člen. Pokud má navíc rekonstrukční vlna v rovině hologramu stejnou fázi jako referenční vlna, tyto fáze se od sebe ve třetím členu (22) dokonale odečtou a jeho výsledná komplexní amplituda má tedy tvar $A_c A_s A_r \exp[i\phi_s]$. V tomto případě leží obraz v místě původního předmětu a má jeho přesnou podobu kromě intenzity. Je-li signální vlna divergentní, jde o virtuální obraz. Čtvrtý člen rekonstruované vlny potom odpovídá reálnému obrazu, zkreslenému fází rekonstrukční vlny. Alternativně je možné získat nezkraslený reálný obraz $A_c A_s A_r \exp[-i\phi_s]$ rekonstrukcí hologramu vlnou, která odpovídá komplexně sdružené referenční vlně. Zkraslený je pak virtuální obraz.

2.2 Základní holografické konfigurace a metody

Jednotlivé difrakční řády výsledného pole v obr. 7 mají stejnou optickou osu a překrývají se. Toto odpovídá původní Gaborově osové konfiguraci [8]. Nultý difrakční řád rekonstruované vlny však nenese žádnou informaci a způsobuje ztrátu kontrastu a kvality rekonstruovaného obrazu. Tento problém vyřešili v optické holografii Leith a Upatnieks [9] mimoosovou konfigurací holografického záznamu, ve které jsou optické osy signální a referenční vlny různé. V tomto uspořádání mají jednotlivé difrakční řády výstupního pole různé směry šíření (obr. 8) a jejich prostorová separace umožňuje rekonstruovat libovolný člen bez vlivu zbylých členů pole.

Prostorová separace jednotlivých členů rekonstruované fáze je v experimentech digitální holografie limitována rozlišením záznamových prvků. Typický rozměr pixelu kamery je $5 - 7 \mu m$, tomu podle Nyquistova kritéria odpovídají maximální prostorové frekvence cca $100 \text{ č}/mm$ pro záznam bez aliasingu. V mimoosové konfiguraci se k prostorovým frekvencím, přítomným v holografickém záznamu, přičítá nosná prostorová frekvence $\sin \gamma / 2\lambda$, odpovídající periodě interferenčního obrazce dvou

rovinných vln, které spolu svírají úhel γ . V klasické holografii toto není problém, protože jsou dostupné filmové materiály s rozlišovací schopností až $7000\text{č}/\text{mm}$ [3]. V digitální holografii je v některých případech nutné odstranit vliv nežádoucích členů rekonstruované fáze na výsledný obraz jinak.



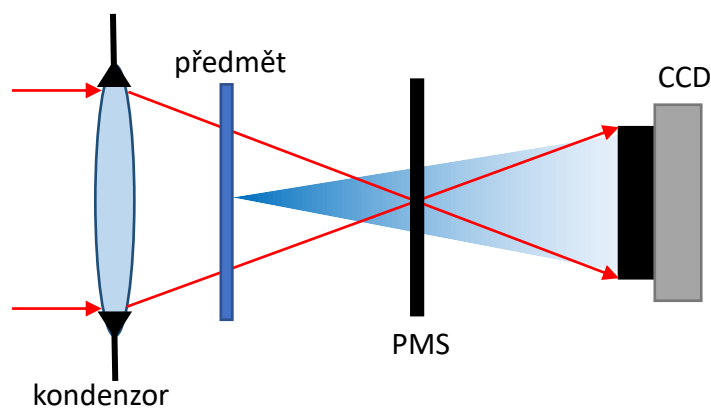
obr. 8: Mimoosová konfigurace holografického záznamu podle Leitha a Upatniekse, převzato z [9]

V experimentech digitální holografie je k eliminaci vlivu nežádoucích interferenčních členů nejčastěji využíváno metody fázového posunutí [10]. Její princip spočívá v provedení několika holografických záznamů, během kterých se jedna z vln fázově posouvá o konstantní interval fáze tak, že se během daného počtu kroků rovnoměrně navzorkuje interval $2k\pi$. V případě použití tříkrokového fázového posunutí [11] se vliv nežádoucích členů hologramu eliminuje použitím vztahu

$$T = I_1 \left[\exp\left(i\frac{4}{3}\pi\right) - \exp\left(i\frac{2}{3}\pi\right) \right] + I_2 \left[1 - \exp\left(i\frac{4}{3}\pi\right) \right] + I_3 \left[\exp\left(i\frac{2}{3}\pi\right) - 1 \right], \quad (23)$$

kde získaná komplexní amplituda má tvar $T = -i\sqrt{3}A_s A_r \exp[i(\phi_s - \phi_r)]$, I_1 je záznam bez fázového posunutí, I_2 je záznam s posunutím fáze o $2/3\pi$ a I_3 je záznam s posunutím fáze o $4/3\pi$. V digitální holografii je fázové posunutí nejčastěji realizováno

přesným mechanickým posunutím s využitím piezoelektrických prvků. Alternativně lze fázové posunutí realizovat pomocí prostorového modulátoru světla. Jedná se o maticovou strukturu kapalných krystalů, jejímž jednotlivým pixelům je možné počítačem adresovat různé hodnoty posunutí fáze. Modulátor se může podílet na experimentu i jinak, např. jako difrakční čočka, difrakční dělič vlnoplochy apod. Možná konfigurace metody fázových posunutí je na obr 9. Referenční vlna, neovlivněná difrakcí na předmětu, je fokusována na prostorový modulátor světla. Její difrakční stopa odpovídá několika málo pixelům, na které je adresováno fázové posunutí. Signální vlna není významně ovlivněna.



Obr. 9: Metoda fázových posunutí v jednocestné konfiguraci; převzato z V. Micó, J. García, Z. Zalevsky, B. Javidi, *Phase-shifting Gabor holography*, *Opt. Lett.* 34, 1492-1494 (2009)

Zpracováním tří fázově posunutých záznamů se dosáhne oddělení požadovaného členu, odpovídajícího reálnému nebo virtuálnímu obrazu, od ostatních členů zaznamenaného hologramu. V digitální holografii není relevantní, zda se pracuje s fází odpovídající reálnému nebo virtuálnímu obrazu, jeden z druhého lze před rekonstrukcí získat numericky komplexním sdružením vypočtené komplexní amplitudy.

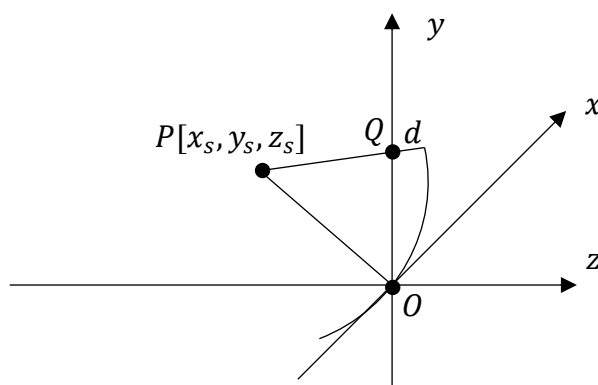
Geometrie holografického záznamu může dále být jednocestná nebo dvoucestná. Výhody a nevýhody obou geometrií mají analogii v interferenčním měření. Jednocestná konfigurace odpovídá např. Smartovu dírkovému interferometru. Výhodou je netečnost experimentu vůči vibracím, které se ve fázi dílků vln projeví stejně a v interferenčním záznamu se od sebe odečtou, nevýhodou je nesnadná úprava optické cesty jedné vlny

bez ovlivnění druhé. Dvoucestná konfigurace má analogii v Machově-Zenderově interferometru. Toto uspořádání je náchylnější na vibrace, umožňuje však snadno provádět nezávislou úpravu svazku signální či referenční vlny. Volba mezi jednocestnou a dvoucestnou geometrií závisí na konkrétních požadavcích experimentu.

Moderní aplikací holografických zobrazovacích principů je nekoherentní digitální holografie. Předmět je zde osvětlen prostorově nekoherentním světlem a holografický záznam odpovídá nekoherentní superpozici autokorelačních záznamů jednotlivých bodů. Použitím prostorově nekoherentního zdroje záření jsou potlačeny artefakty zobrazení v koherentním světle. Hlavní úsilí vývoje v této oblasti směřuje k maximalizaci kvality obrazu. V metodě FINCH (Fresnelova nekoherentní digitální holografie [12]) bylo prokázáno subdifrakční rozlišení [13], [14], [11], dosažené porušením Lagrangeova invariantu. Metoda FINCH je specifická použitím prostorového modulátoru světla, který umožňuje difrakční rozštěpení světelné vlny.

2.3 Paraxiální parametry holografického zobrazení

Paraxiální parametry bodového holografického zobrazení, ve kterém je rekonstrukční vlna obecně různá od referenční vlny, lze vypočítat na základě fáze vln, podílejících se na holografickém zobrazení [2], v rovině hologramu. Výsledná fáze v rovině hologramu je dána součtem fází jednotlivých vln.



Obr. 10: Fáze sférické vlny v rovině hologramu podle [2]

Fázi sférické signální vlny v rovině hologramu lze podle Obr. 10 psát

$$\phi_s = \frac{2\pi}{\lambda_s} d = \frac{2\pi}{\lambda_s} (|PQ| - |PO|) = \frac{2\pi}{\lambda_s} \left[\sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + z_s^2} - \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2} \right], \quad (24)$$

kde $[x_s, y_s, z_s]$ jsou souřadnice bodu konvergence signální vlny, $[x, y]$ jsou souřadnice paprsku v rovině hologramu a λ_s je vlnová délka světla signální vlny. S využitím Taylorova rozvoje a zanedbáním jeho členů vyšších řádů lze fázi signální vlny v rovině hologramu zapsat ve tvaru

$$\phi_s = \frac{2\pi}{\lambda_s} \cdot \frac{x^2 + y^2 - 2xx_s - 2yy_s}{2z_s}. \quad (25)$$

Obdobně lze rozvinout také fáze referenční a rekonstrukční vlny v rovině hologramu. Fáze virtuálního a reálného obrazu v rovině hologramu odpovídají

$$\begin{aligned} \Phi_v &= \phi_c + \phi_s - \phi_r, \\ \Phi_r &= \phi_c - \phi_s + \phi_r, \end{aligned} \quad (26)$$

a s použitím (25) lze výslednou fázi v rovině hologramu při rekonstrukci světlem s vlnovou délkou λ_c přepsat jako

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{2\pi}{\lambda_c} \frac{x^2 + y^2 - 2xx_c - 2yy_c}{2z_c} \pm \\ &\frac{2\pi}{\lambda_s} \frac{x^2 + y^2 - 2xx_s - 2yy_s}{2z_s} \mp \\ &\frac{2\pi}{\lambda_s} \frac{x^2 + y^2 - 2xx_r - 2yy_r}{2z_r}, \end{aligned} \quad (27)$$

kde v operátorech \pm a \mp horní symbol platí pro virtuální obraz a dolní symbol pro reálný obraz. Získaný výraz lze uspořádat do tvaru

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_c} \frac{1}{2} \left[(x^2 + y^2) \left(\frac{1}{z_c} \pm \frac{\mu}{z_s} \mp \frac{\mu}{z_r} \right) - \right. \\ \left. 2x \left(\frac{x_c}{z_c} \pm \frac{\mu x_s}{z_s} \mp \frac{\mu x_r}{z_r} \right) - \right. \\ \left. 2y \left(\frac{y_c}{z_c} \pm \frac{\mu y_s}{z_s} \mp \frac{\mu y_r}{z_r} \right) \right], \quad (28)$$

kde $\mu = \lambda_c/\lambda_s$. Výraz (28) lze plně ztotožnit s paraxiálním členem rozvoje gaussovské referenční sféry, která konverguje v bodě o souřadnicích $[X, Y, Z]$, daných jako

$$X = \frac{x_c z_s z_r \pm \mu x_s z_c z_r \mp \mu x_r z_c z_s}{z_s z_r \pm \mu z_c z_r \mp \mu z_c z_s}, \\ Y = \frac{y_c z_s z_r \pm \mu y_s z_c z_r \mp \mu y_r z_c z_s}{z_s z_r \pm \mu z_c z_r \mp \mu z_c z_s}, \quad (29) \\ Z = \frac{z_c z_s z_r}{z_s z_r \pm \mu z_c (z_r - z_s)}.$$

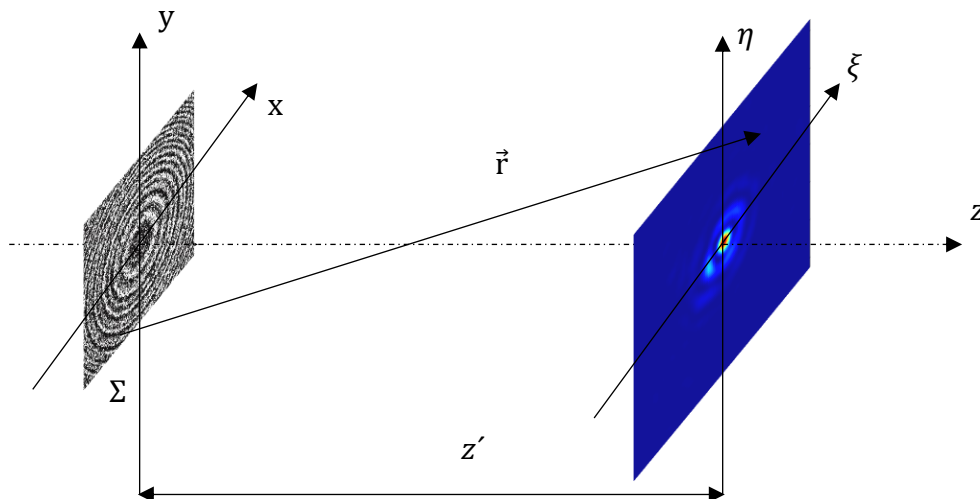
Holografickému zobrazení lze přiřadit i příčné měřítko zobrazení

$$m = \frac{dX}{dx_s} = \frac{\pm \mu z_c z_r}{z_s z_r \pm \mu z_c (z_r - z_s)} \quad (30)$$

a další paraxiální zobrazovací parametry.

3. Holografické aberace v digitální holografii

3.1 Rekonstrukce obrazu v digitální holografii



Obr. 11: Geometrie pro rekonstrukci hologramu

V experimentech digitální holografie je hologram detekován CCD kamerou a následně numericky rekonstruován. Po aplikaci metody fázových posunutí je získán jeden z obrazových členů zaznamenaného hologramu, obvykle člen odpovídající reálnému obrazu. Upravený hologram použitý v numerické rekonstrukci je pak dán jako $u_0(x, y) = A_s A_r \exp[-i(\phi_s - \phi_r)]$. Jeho šíření do bodu o souřadnicích $[\xi, \eta, z']$ je v přístupu skalární difrakce popsáno Kirchhoffovým difrakčním integrálem,

$$u(\xi, \eta) = \frac{z'}{i\lambda} \iint_{\Sigma} u_0(x, y) \frac{\exp(ikr)}{r^2} dx dy, \quad (31)$$

kde Σ je integrační oblast odpovídající ploše hologramu, x, y jsou souřadnice ve vstupní rovině, ξ, η jsou souřadnice ve výstupní rovině, z' je rekonstrukční vzdálenost a r je vzdálenost mezi bodem hologramu a bodem obrazu

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z'^2}. \quad (32)$$

Ve vztahu jsou vstupní a výstupní souřadnice ve tvaru rozdílu, jedná se tedy o konvoluci vstupního pole s impulzní odezvou volného prostoru

$$h = \frac{z'}{i\lambda} \frac{\exp(ikr)}{r^2}. \quad (33)$$

Nahrazením r v exponentu prvními dvěma členy jeho Taylorova rozvoje a ve jmenovateli prvním členem jeho rozvoje lze Kirchhoffův integrál (31) přepsat do tvaru

$$u(\xi, \eta) = \frac{\exp(ikz') \exp\left[\frac{ik}{2z'} (\xi^2 + \eta^2)\right]}{i\lambda z'} \times \iint_{-\infty}^{\infty} P_{\Sigma} \cdot u_0 \exp\left[\frac{ik}{2z'} (x^2 + y^2)\right] \exp\left[-i2\pi \frac{x\xi + y\eta}{\lambda z'}\right] dx dy, \quad (34)$$

kde P_{Σ} zastupuje omezení integrační oblasti na plochu hologramu. Vztah formálně odpovídá škálované Fourierově transformaci vstupního pole, násobeného faktorem $\exp[ik(x^2 + y^2)/(2z')]$, a nazývá se Fresnelova aproximace difrakčního integrálu (též Fresnelova transformace). Opět jde o konvoluci, jejíž impulzní odezva má nyní tvar

$$h = \frac{\exp(ikz')}{i\lambda z'} \exp\left[\frac{ik}{2z'} (\xi^2 + \eta^2)\right]. \quad (35)$$

Numerické šíření hologramu do rekonstrukční roviny lze tedy řešit přesným výpočtem Kirchhoffova difrakčního integrálu nebo jeho aproximací do tvaru Fresnelovy transformace.

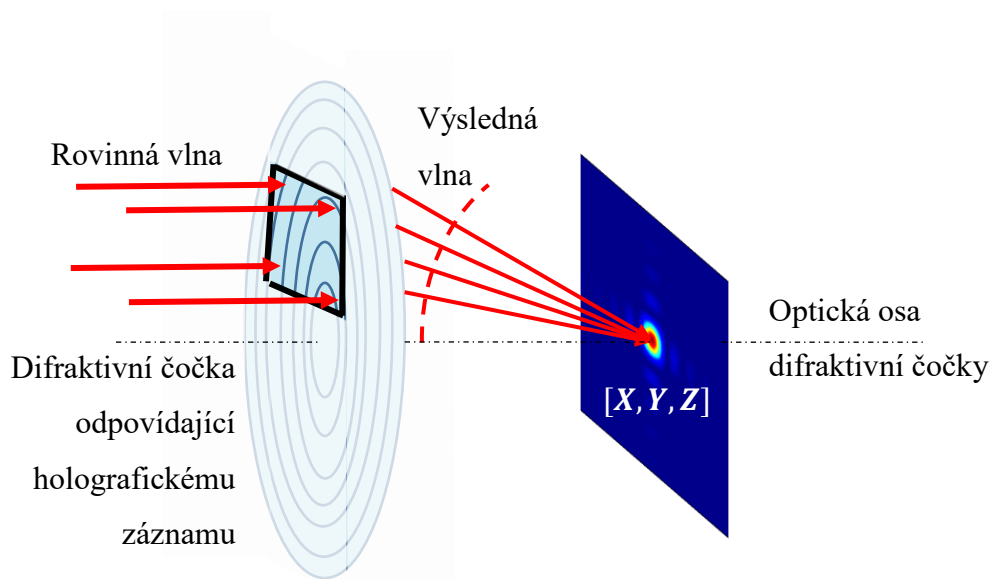
V paraxiálním přístupu má fáze zaznamenaná v hologramu tvar

$$\Phi = -\frac{2\pi (x^2 + y^2 - 2xX - 2yY)}{\lambda 2Z},$$

odpovídající konvergentní paraboloidní vlně s bodem konvergence ve vzdálenosti Z podle (29). Při rekonstrukci Fresnelovou transformací má výsledné pole komplexní amplitudy ve vzdálenosti Z podobu

$$U(\xi, \eta) \propto \iint_{-\infty}^{\infty} P_{\Sigma} \exp\left[-i2\pi \frac{x(\xi - X) + y(\eta - Y)}{\lambda Z}\right] dx dy. \quad (36)$$

V tomto přístupu je holografické zobrazení bodového zdroje ekvivalentní zobrazení bodu tenkou čočkou, kde roli prostorového omezení vlny amplitudovou částí pupilové funkce zastupuje plocha rekonstruovaného hologramu, rekonstruovaný obraz je difrakčně limitovaný a odpovídá Fourierově transformaci oblasti zaznamenaného hologramu.



Obr. 12: Představa rekonstrukce hologramu v digitální holografii jako čočky s decentrovanou aperturní clonou, osvětlenou rovinnou vlnou

Fresnelova aproximace difrakčního integrálu umožňuje rychle a efektivně vypočítat výstupní rozložení komplexní amplitudy s využitím algoritmů rychlé Fourierovy transformace (fft). Ta je díky faktorizaci výpočtu mnohonásobně rychlejší než přímá integrace Kirchhoffovým integrálem. Časově nejefektivnější je výpočet s počtem vzorků 2^M , kde M je celé číslo. Algoritmus má i několik nevýhod. Počet vzorků výstupní sítě je konečný, a stejný jako počet vzorků vstupní sítě. Navíc se jedná o škálovanou Fourierovu transformaci, takže krok vzorkování Δ_2 i velikost výstupní oblasti L jsou pevně dané vztahy

$$\Delta_2 = \frac{\lambda z'}{N\Delta_1}, \quad L = \frac{\lambda z'}{\Delta_1}, \quad (37)$$

kde N je počet vzorků a Δ_1 je krok vzorkování vstupní oblasti. Důsledkem konečného počtu vzorků je periodicitu spektra. Při nedostatečně malém kroku vzorkování vstupní či výstupní oblasti může dojít k přelití informace z vedlejší oblasti periodického spektra a ke vzniku aliasingu. V experimentech je proto geometrie záznamu limitována velikostí pixelu CCD kamery. Maximální frekvence přítomná v holografickém záznamu je

$$v_h = \frac{\rho_h}{\lambda|Z|} = \frac{NA'}{\lambda}, \quad (38)$$

kde ρ_h je holografická apertura, Z podle (29) při rekonstrukci rovinnou vlnou odpovídá holografické ohniskové vzdálenosti a NA' je holografická numerická apertura v obrazovém prostoru. Při rekonstrukci je numericky dosažitelné rozlišení obrazu limitováno podle (37). To lze částečně řešit rozšířením vstupního pole nulami (metoda „zero-padding“). Tím se zvětší vstupní oblast a zmenší vzorkování výstupní oblasti, čímž dojde k interpolaci výstupu. Pokud je požadováno např. jemnější vzorkování konkrétní malé oblasti, je třeba výpočet řešit přímou integrací.

Alternativou k výpočtu v impulzním přístupu je frekvenční přístup (viz kapitola 1.2). Vztahy (31) a (34) jsou ve tvaru konvoluce, impulzní odezvě volného prostoru lze tedy přiřadit přenosovou funkci volného prostoru

$$H = \begin{cases} \exp \left[ikz \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2} \right] & \text{pro } \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq \frac{1}{\lambda}, \\ \text{evanescentní vlna} & \text{pro } \sqrt{f_x^2 + f_y^2} > \frac{1}{\lambda}, \end{cases} \quad (39)$$

kde $f_x = \cos \alpha / \lambda$, $f_y = \cos \beta / \lambda$ jsou prostorové frekvence, reprezentující elementární rovinné vlny, jejichž směrové vektory svírají úhly α, β se souřadnicovými osami x, y . Šíření volným prostorem se chová jako dolní propust' pro prostorové frekvence s limitní frekvencí $f = 1/\lambda$. Rovinné vlny, kterým odpovídá vyšší prostorová frekvence, se systémem nepřenesou a mění se v evanescentní vlnu. Přenosovou funkci volného prostoru lze s využitím Taylorova rozvoje psát ve Fresnelově aproximaci ve tvaru

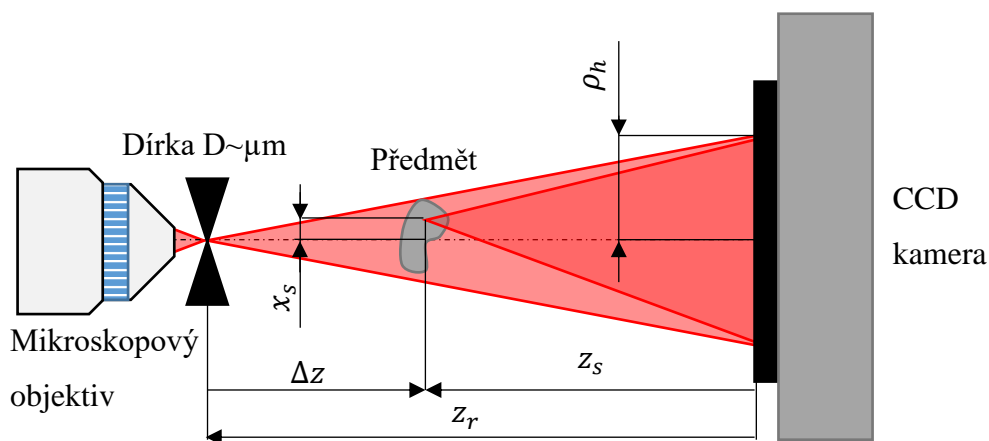
$$H = \exp(ikz) \exp[-i\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)].$$

3.2 Monochromatické holografické aberace

Podle paraxiálního členu gaussovské referenční sféry (28) je další člen Taylorova rozvoje

$$\begin{aligned} \Phi^{(3)} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \left(-\frac{1}{8Z^3} \right) [x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 4x^3X - 4y^3Y - \\ 4xy^2X - 4x^2yX + 6x^2X^2 + 6y^2Y^2 + 2x^2Y^2 + 2y^2X^2 + \\ 8xyXY - 4xX^3 - 4yY^3 - 4xXY^2 - 4yX^2Y]. \end{aligned} \quad (40)$$

Tento výraz však neodpovídá součtu členů třetího řádu fáze jednotlivých vln. Rozdíl mezi součtem neparaxiálních členů Taylorova rozvoje jednotlivých dílčích vln a neparaxiálních členů rozvoje referenční sféry je příčinou vzniku holografických aberací [2].



Obr. 13: Typická geometrie vln v experimentu osové digitální holografie

V digitální holografii je rekonstrukce prováděna osovou rovinnou vlnou, pro kterou platí $z_c \rightarrow \infty, x_c = 0, y_c = 0$. Z tohoto pohledu se hologram bodového zdroje při rekonstrukci v digitální holografii chová jako čočka (viz obr. 12) s ohniskovou vzdáleností Z , jejíž aperturní clona není centrována na její optickou osu, pokud $X \neq 0$ a $Y \neq 0$. Na rozdíl od optického zobrazení není v obecném případě možné pootočit souřadnicový systém tak, aby bylo možné psát polynom vlnové aberace ve tvaru $\sum A_{klm} x_0^k R_p^l \cos^m \theta$. Přesný tvar vlnové aberace třetího řádu v digitální holografii je

$$\begin{aligned}
 W = & A_{040} R_p^4 + \\
 & (A_{311x} \cos \theta + A_{311y} \sin \theta) R_p^3 + \\
 & (A_{222x} \cos^2 \theta + A_{222y} \sin^2 \theta + A_{222xy} 2 \sin \theta \cos \theta) R_p^2 + \quad (41) \\
 & A_{220} R_p^2 + \\
 & (A_{311x} \cos \theta + A_{311y} \sin \theta) R_p,
 \end{aligned}$$

kde R_p je radiální souřadnice v rovině hologramu normovaná na jednotku, θ je úhlová souřadnice v rovině hologramu a A_{040} , A_{311x} , A_{311y} , A_{222x} , A_{222y} , A_{222xy} , A_{220} , A_{311x} a A_{311y} jsou holografické aberační koeficienty třetího řádu.

V experimentech digitální holografie je předmět typicky osvětlen osovou referenční vlnou $x_r = y_r = 0$, jejímž zdrojem je dírka, na kterou je mikroskopovým

objektivem fokusován laserový svazek. Jednotlivé body osvětleného předmětu jsou potom zdroje signálních vln (viz obr. 13). V této geometrické konfiguraci je při analýze bodového zobrazení možné soustavu souřadnic pootočit tak, aby platilo $y_s = 0$. Aberační polynom se potom zjednoduší na tvar

$$W = A_{040}R_p^4 + A_{311} \cos \theta R_p^3 + A_{222} \cos^2 \theta R_p^2 + A_{220}R_p^2 + A_{311} \cos \theta R_p. \quad (42)$$

Pro jednotlivé aberační koeficienty lze podle [2] odvodit vztahy

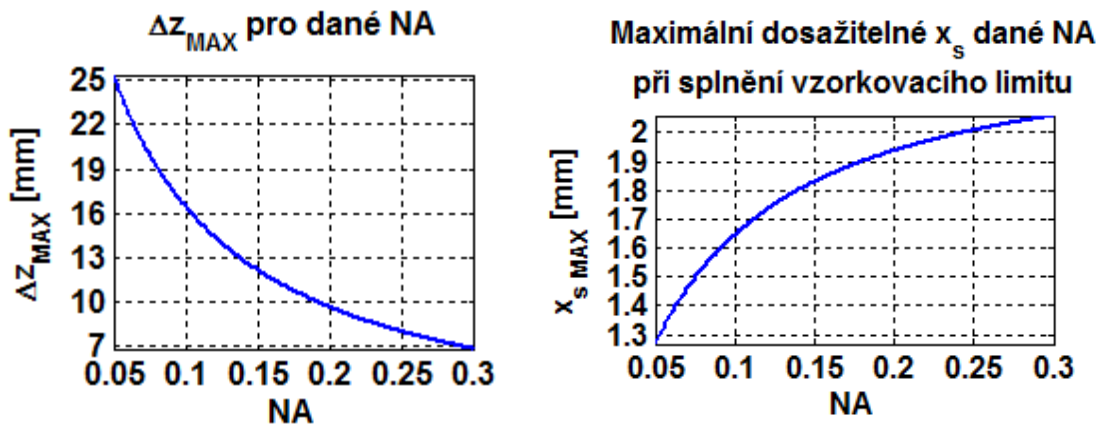
$$\begin{aligned} A_{040} &= \pm \frac{1}{8} \left[\mu \left(\frac{1}{z_r^3} - \frac{1}{z_s^3} \right) - \frac{\mu^3 (z_s - z_r)^3}{z_s^3 z_r^3} \right] \rho_H^4 = \pm \frac{3}{8} \frac{z_r - z_s}{z_s^2 z_r^2} \rho_H^4, \\ A_{131} &= \pm \frac{1}{2} \left[\mu \frac{x_s}{z_s^3} - \frac{\mu^3 x_s (z_s - z_r)^2}{z_s^3 z_r^2} \right] \rho_H^3 = \pm \frac{1}{2} x_s \frac{2z_r - z_s}{z_s^2 z_r^2} \rho_H^3, \\ A_{222} &= \pm \frac{1}{2} \left[\frac{x_s^2 \mu^3 (z_r - z_s)}{z_s^3 z_r} - \mu \frac{x_s^2}{z_s^3} \right] \rho_H^2 = \mp \frac{1}{2} \frac{x_s^2}{z_s^2 z_r} \rho_H^2, \\ A_{220} &= \pm \frac{1}{4} \left[\frac{x_s^2 \mu^3 (z_r - z_s)}{z_s^3 z_r} - \mu \frac{x_s^2}{z_s^3} \right] \rho_H^2 = \mp \frac{1}{4} \frac{x_s^2}{z_s^2 z_r} \rho_H^2, \\ A_{311} &= \pm \frac{1}{2} \frac{x_s^3}{z_s^3} (\mu - \mu^3) \rho_H = 0, \end{aligned} \quad (43)$$

kde $\mu = \lambda_c / \lambda_s$ je poměr vlnových délek rekonstrukční a signální vlny (při analýze monochromatických aberací platí $\mu = 1$) a kde je nejprve uveden výraz pro obecnou hodnotu μ a poté výraz pro rekonstrukci stejnou vlnovou délkou, jako byla vlnová délka signální a referenční vlny. Podle vztahů (43) jsou holografické aberace v digitální holografii automaticky nulové pro případ rovinné referenční vlny. Obecněji platí, že jsou holografické aberace nulové, pokud je rekonstrukční vlna stejná jako referenční nebo signální vlna. V testované konfiguraci jsou navíc nulové i mimoosové holografické aberace, pokud se jedná o osový bod předmětu. V obecném případě referenční nebo rekonstrukční vlny jiné, než osové může nastat i případ, že je rekonstruovaný obraz osového signálního bodu zatížený holografickou komou nebo holografickým astigmatismem.

Holografické aberace budou vyhodnoceny pro konkrétní sadu parametrů $z_r = -55\text{mm}$, $\lambda = 632.8\text{nm}$ a velikost pixelu kamery $7.4\ \mu\text{m}$. Aberace budou testovány pro různé hodnoty numerické apertury osvětlovacího svazku NA , limitované maximální hodnotou $NA = 0.3$, odpovídající nejmenší vyrobitelné dírce, pro různé hodnoty vzdálenosti Δz předmětu od zdroje referenční vlny, limitované splněním Shannon-Nyquistova kritéria pro korektní vzorkování výsledné fáze bez aliasingu

$$\Delta z_{max} = \frac{|z_r|}{\frac{2pNA}{\lambda} + 1}, \quad (44)$$

kde p je velikost pixelu kamery, a pro různé hodnoty velikosti předmětu x_s , limitované výškou okraje osvětlovacího svazku při konkrétní hodnotě posunutí Δz . Omezení potřebnou reálnou velikostí CCD kamery ($z_r = -55\text{mm}$ a $NA = 0.3$ odpovídá $\rho_H = 16.5\text{mm}$) nebude uvažováno.



Obr. 14: Reálně dosažitelné parametry pro danou NA osvětlovacího svazku

Velikost rozlišovacího limitu v předmětovém prostoru je v dané konfiguraci

$$r_{min} = 0.61\lambda \frac{|z_s|}{\rho_h} = 0.61\lambda \frac{|z_r| - \Delta z}{\rho_h}, \quad (45)$$

kde ρ_h je holografická apertura, odpovídající poloměru difrakční stopy osvětlovací vlny na CCD kameře.

Pro další analýzu je výhodné upravit aberační koeficienty (pro reálný obraz) do tvaru

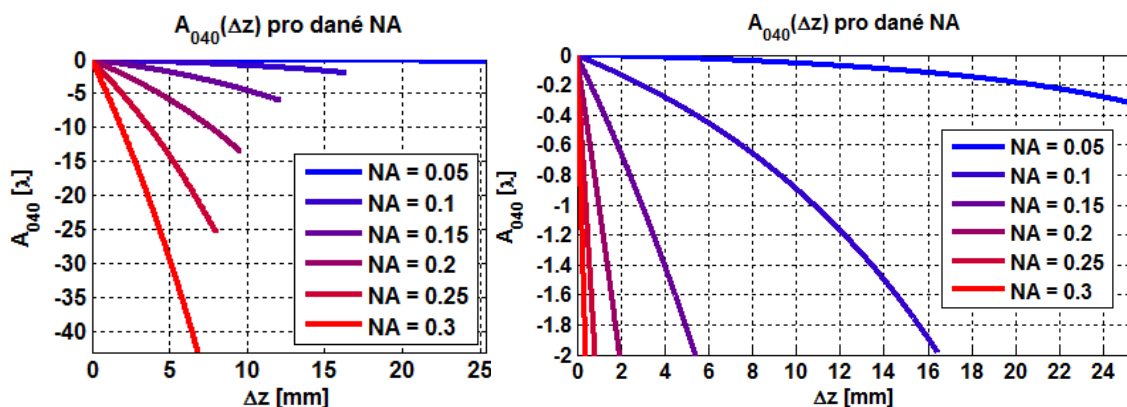
$$A_{040} = -\frac{3}{8} \frac{\Delta z z_r^2}{(z_r + \Delta z)^2} NA^4,$$

$$A_{131} = -\frac{1}{2} x_s \left[\frac{|z_r| \Delta z}{(z_r + \Delta z)^2} + \frac{z_r^2}{(z_r + \Delta z)^2} \right] NA^3,$$

$$A_{222} = \frac{1}{2} x_s^2 \frac{z_r}{(z_r + \Delta z)^2} NA^2,$$

$$A_{220} = \frac{1}{4} x_s^2 \frac{z_r}{(z_r + \Delta z)^2} NA^2,$$
(46)

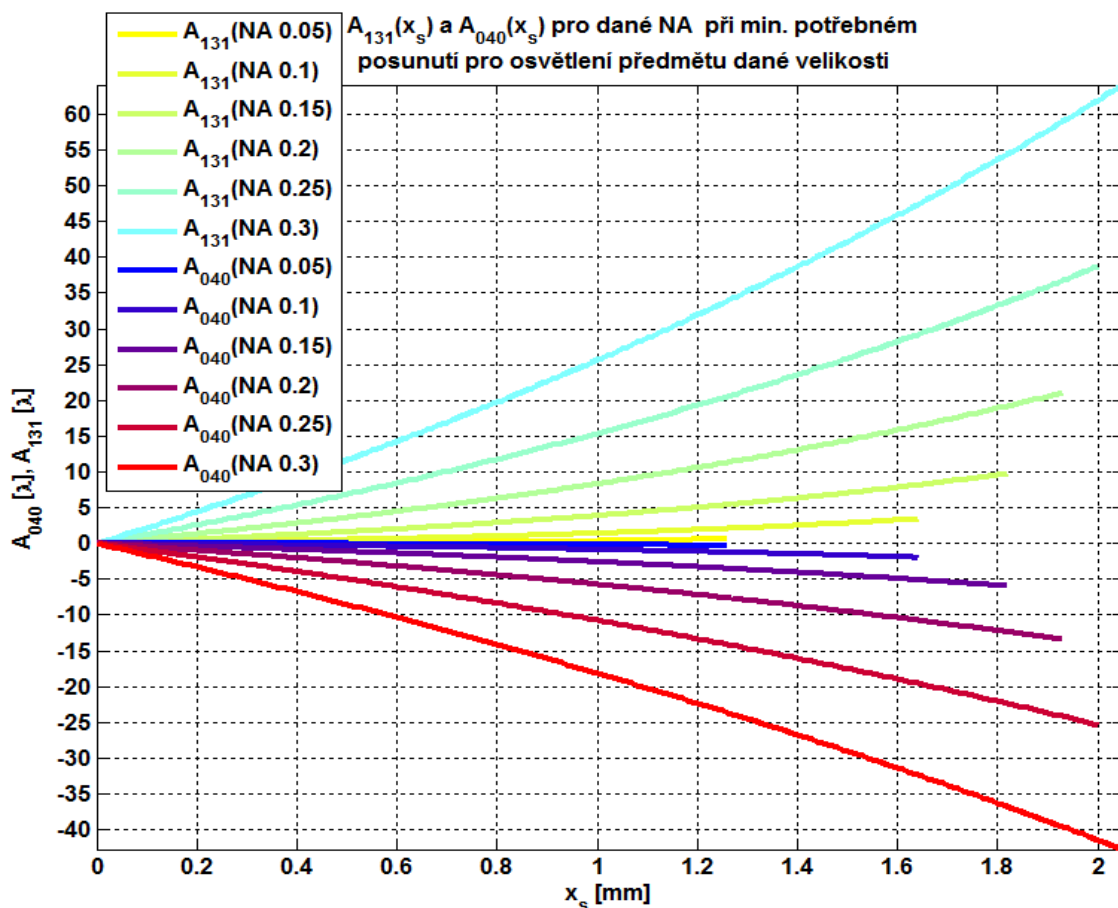
kde $NA = \rho_h/|z_r|$ značí numerickou aperturu osvětlovacího svazku, která je určujícím parametrem pro holografickou aperturu ρ_h . U osového bodu se projeví pouze otvorová vada, a její velikost v závislosti na posunutí Δz narůstá. To je opačný trend než u rozlišovacího limitu (45), který se s rostoucím Δz snižuje. Ostatní aberace jsou nenulové pouze u mimoosového bodu.



Obr. 15: Aberace osového bodu: závislost koeficientu A_{040} na vzdálenosti předmětu pro danou aperturu osvětlovacího svazku; na obrázku vpravo zobrazení omezeno na oblast malých aberací $|A_{040}| < 2 \lambda$

Z mimoosových aberačních koeficientů má největší velikost pro většinu parametrů koma. To je způsobeno tím, že její koeficient závisí vyšší mocninou než ostatní mimoosové aberace na vzdálenosti referenční vlny z_r , která má z parametrů x_s, NA, z_r výrazně nejvyšší hodnotu. Astigmatismus a křivost pole by teoreticky mohly převládnout pro malé hodnoty apertury, které výrazněji snižují hodnoty koeficientů A_{131} a A_{040} než A_{222} a A_{220} , a pro velké hodnoty velikosti předmětu x_s . V praxi toto nemůže

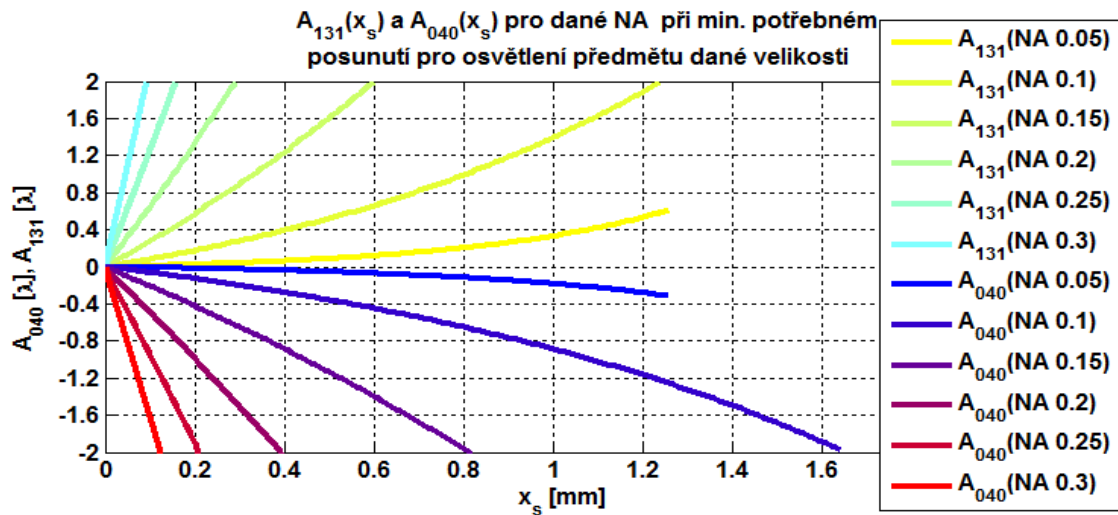
nastat, protože velikost předmětu je limitována aperturou osvětlovací vlny a maximální vzdáleností předmětu při splnění vzorkovacího kritéria.



Obr. 16a: Aberace mimoosového bodu: A_{040} a A_{131} v minimální vzdálenosti Δz , potřebné pro osvětlení předmětu o velikosti x_s při dané NA osvětlovacího svazku

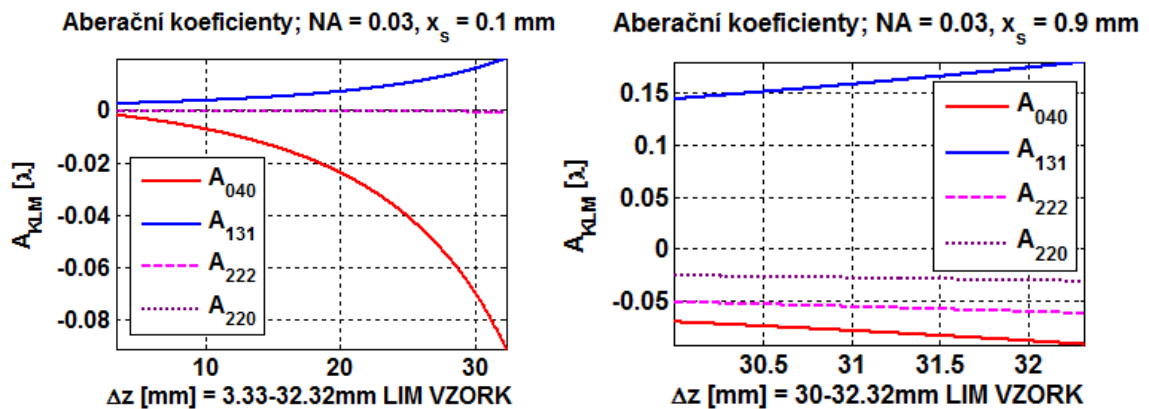
Např. pro nejmenší vyrobiteľnou díрку, tj. aperturu referenčního svazku $NA = 0.3$ a maximální posunutí splňující vzorkovací kritérium cca 7 mm , je největší osvětlená velikost předmětu cca 2.1 mm ; pro konfiguraci s méně výraznou komou, $NA = 0.05$ a maximální posunutí 25 mm je největší možná velikost předmětu 1.2 mm . V obou případech je z mimoosových aberací silně dominantní holografická koma. Obecně bude volba parametrů v případě osového bodu limitována hodnotou posunutí Δz , kterému při dané apertuře odpovídá tolerovatelná hodnota otvorové vady (viz obr. 15). V případě mimoosového bodu je rozhodující požadovaná velikost předmětu. Od té se odvíjí minimální potřebná hodnota posunutí Δz , kterou tedy nelze volit zcela libovolně, a volba apertury osvětlovacího svazku závisí na tolerovatelné hodnotě koeficientů A_{131} a A_{040} (viz obr. 16). Z hlediska kvality obrazu je u mimoosového bodu zajímavá konfigurace

s malou aperturou osvětlovací vlny a velkou hodnotou posunutí Δz ; holografické aberace budou malé a díky velké dosažitelné hodnotě posunutí je možné osvětlit relativně velký mimoosový předmět. V důsledku malé apertury a velikosti předmětu několika milimetrů se neprojeví výrazně ani mimoosové aberace a kvalita obrazu nebude výrazně ovlivněna aberacemi ani v kraji zorného pole (viz obr. 17).



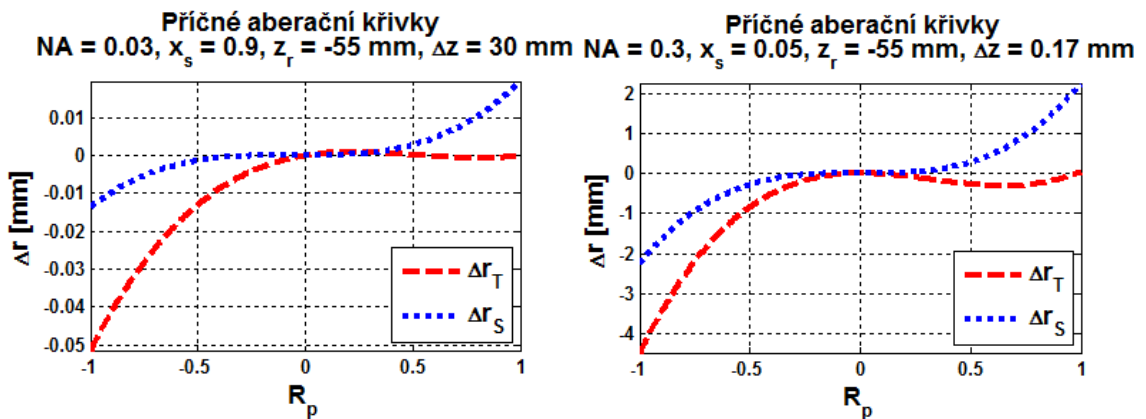
Obr. 16b: A_{040} a A_{131} při min. potřebném posunutí Δz pro osvětlení předmětu o velikosti x_s (omezeno na aberace $< 2\lambda$)

V reálných experimentech se při volbě apertury osvětlovacího svazku jako klíčového parametru bude jednat o kompromis mezi osovým rozlišením a velikostí dosažitelného pole s přijatelnou kvalitou obrazu (obr. 16). Při velkých aperturách osvětlovacího svazku je maximalizováno rozlišení osového bodu, v důsledku značné



Obr. 17: Aberace pro NA = 0.03 a velikost předmětu 0.1 mm a 0.9 mm (maximum pro danou NA). Vodorovná osa limitována zprava vzorkováním, zleva hodnotou posunutí, při kterém je osvětlena daná velikost předmětu; z mimoosových aberací je patrná dominance komy

otvorové vady je však možná hodnota posunutí Δz malá a velikost předmětu je silně limitována holografickou komou (pro $NA = 0.3$ je pro velikost předmětu $x_s = 0.05 \text{ mm}$ při potřebné hodnotě posunutí $\Delta z = 0.17 \text{ mm}$ pro osvětlení mimoosového předmětu velikost aberačních koeficientů komy a otvorové vady cca 1λ). Při malých aperturách je možné výraznější posunutí Δz a kvalita zobrazení nebude významně ovlivněna aberacemi ani pro kraj zorného pole. Pro $NA = 0.03$ a velikost předmětu $x_s = 0.9 \text{ mm}$ jsou při potřebném posunutí pro osvětlení předmětu $\Delta z = 30 \text{ mm}$ velikosti aberačních koeficientů $A_{040} \sim 0.05\lambda$ a $A_{131} \sim 0.15\lambda$ (viz obr. 17); oproti předchozí sadě parametrů je použitelné zorné pole téměř $20\times$ větší.



Obr. 18: Ukázka příčných paprskových aberací pro parametry umožňující maximální zorné pole při malé a velké apertuře s kvalitou blízko difrakčnímu limitu; odpovídající paraxiální rekonstrukční vzdálenosti jsou 155.8 mm a 17.8 m, poloměry Airyho disku v obrazovém prostoru jsou 0.03 mm a 0.41 mm

3.3 Chromatická aberace v digitální holografii

Osová vzdálenost rekonstruovaného obrazu při rekonstrukci rovinnou vlnou přímo úměrně závisí na poměru vlnových délek signální a rekonstrukční vlny

$$Z = \pm \frac{1}{\mu} \frac{z_s z_r}{z_r - z_s} = \frac{\lambda_s}{\lambda_c} Z_0, \quad (47)$$

kde Z_0 značí holografickou ohniskovou vzdálenost při rekonstrukci světlem stejné vlnové délky jako při záznamu hologramu. Příčné souřadnice bodu konvergence rekonstruované fáze při rekonstrukci rovinnou vlnou na μ nezávisí. Důsledkem je vznik

podélné barevné vady. U refraktivních optických prvků je podélná barevná vada způsobena materiálovou disperzí skla, jejíž velikost je popsána Abbeovým číslem

$$v_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}}, \quad (48)$$

kde $n_e, n_{F'}, n_{C'}$ jsou indexy lomu materiálu pro vlnové délky odpovídající Fraunhoferovým spektrálními čarám e, F', C' . S využitím rovnice pro optickou mohutnost tenké čočky

$$K_e = (n_e - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (49)$$

lze Abbeovo číslo přepsat pomocí optických mohutností pro jednotlivé vlnové délky jako optickou mohutnost pro střední vlnovou délku, dělenou rozdílem optických mohutností pro krajní vlnové délky

$$v_e = \frac{K_e}{K_{F'} - K_{C'}}. \quad (50)$$

Rekonstrukce hologramu rovinnou vlnou odpovídá fokusaci vlny difrakční čočkou do ohniskové vzdálenosti Z . Abbeovo číslo difrakční čočky lze potom přepsat do tvaru

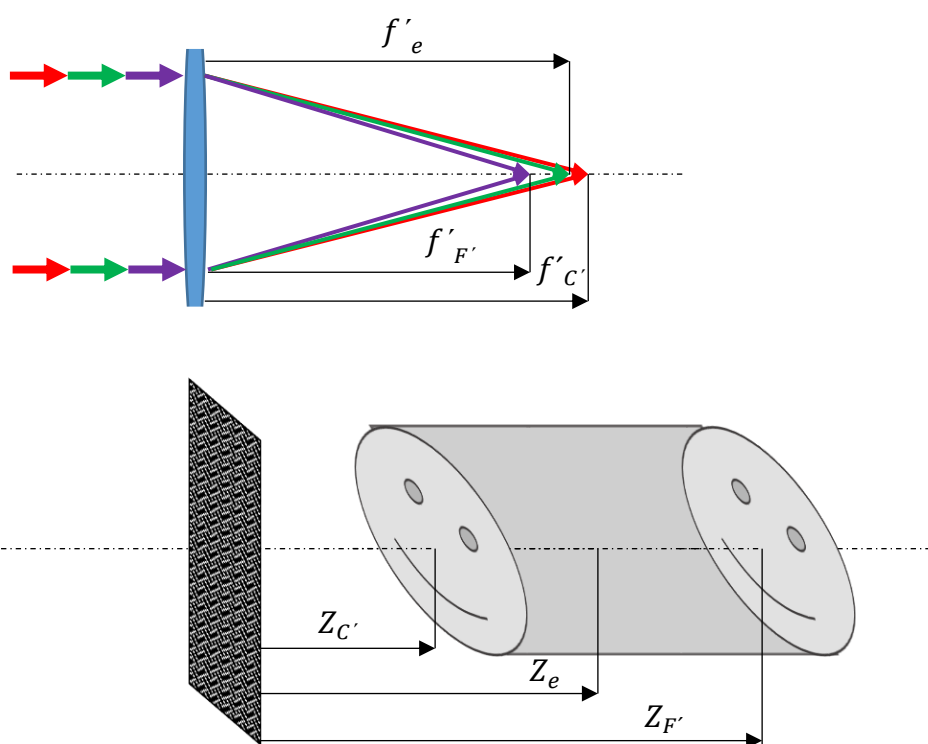
$$v_e = \frac{\lambda_e}{\lambda_{F'} - \lambda_{C'}}. \quad (51)$$

Podélná barevná vada difrakční optiky závisí tedy pouze na spektrálním intervalu použitých vlnových délek. Pro Fraunhoferovy spektrální čáry e, F', C' je Abbeovo číslo difrakční optiky -3.3 . Pro sklo BK7 má Abbeovo číslo pro stejné spektrální čáry hodnotu cca 64. Podélná barevná vada difrakční čočky má tedy opačný průběh než u tenké čočky, a navíc je zhruba $20\times$ větší.

Difrakční disperze se v praxi využívá při korekci barevné vady refraktivní optiky. Platí podmínka achromazie soustavy tenkých čoček

$$\sum_i \frac{K_i}{v_i} = 0,$$

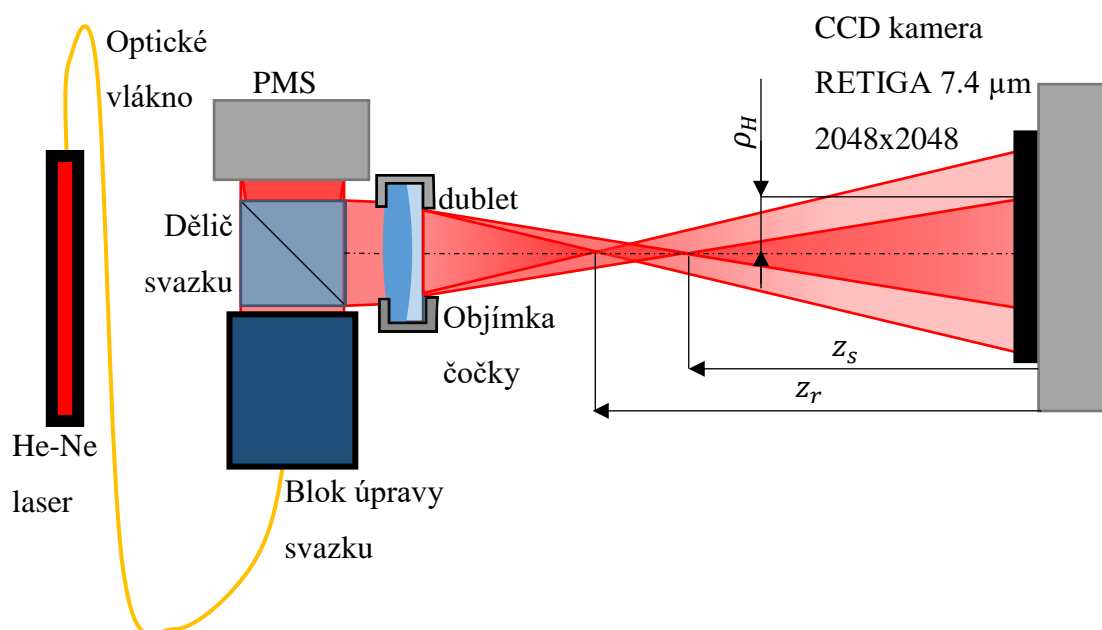
kde K_i je lámavost i -tého optického prvku a ν_i je jeho Abbeovo číslo. Podmínku lze splnit např. kombinací spojky s relativně silnou lámavostí a malou refraktivní disperzí s difraktivním prvkem s malou lámavostí ale silnou a opačnou difraktivní disperzí. To má oproti řešení s rozptylnou čočkou dvě výhody. Rozptylná čočka ovlivňuje a snižuje optickou mohutnost spojné čočky, oproti tomu difraktivní prvek výslednou optickou mohutnost ovlivní jen málo, a navíc ji zesiluje. Druhá výhoda je úspora hmotnosti skla rozptylné čočky. Korekce primární barevné vady se v technické praxi realizuje například tak, že se na zadní ploše spojné čočky vytvoří slabá difraktivní struktura, která funguje jako korektor. Takový prvek se nazývá hybridní dublet.



Obr. 19: Srovnání refraktivní disperze čočky a difraktivní disperze v digitální holografii při rekonstrukci hologramu zaznamenaného nemonochromatickým světlem

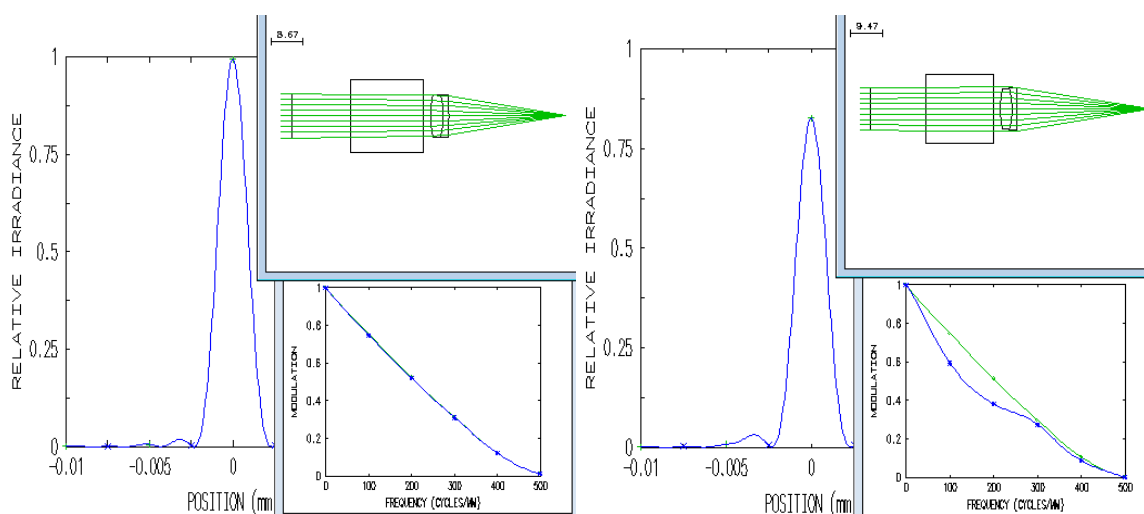
V paraxiálním prostoru se rekonstrukce hologramu zaznamenaného nemonochromatickým světlem projeví ve formě podélné barevné vady rozlitím energie rekonstruovaného obrazu podél optické osy. V prostorech vyšších řádů se barevná vada projeví změnou hodnoty holografických aberačních koeficientů v závislosti na μ , obdobně jako u refraktivní optiky, kde např. různé hodnoty otvorové vady pro různé vlnové délky jsou označovány termínem sférochromatismus.

3.4 Experimentální výsledky



Obr. 20: Schéma provedeného experimentu

V rámci ověření projevů holografické aberace byl realizován experiment v laboratoři digitální optiky. Byla navržena sestava v jednocestné osové konfiguraci podle obr.20. Jako zdroj záření byl použit helium-neonový laser s vlnovou délkou 632.8 nm . Signální a referenční vlna byly vytvořeny difraktivním rozštěpením svazku na odrazném prostorovém modulátoru světla (PMS), na který byly metodou náhodného výběru pixelů s rozdělením počtu pixelů 1:1 adresovány fáze dvou



Obr. 21: Kvalita použité optické cesty při přímé detekci obrazu, testovaná v programu OSLO Premium; ohniska PMS 400 mm (vlevo), -400 mm (vpravo)

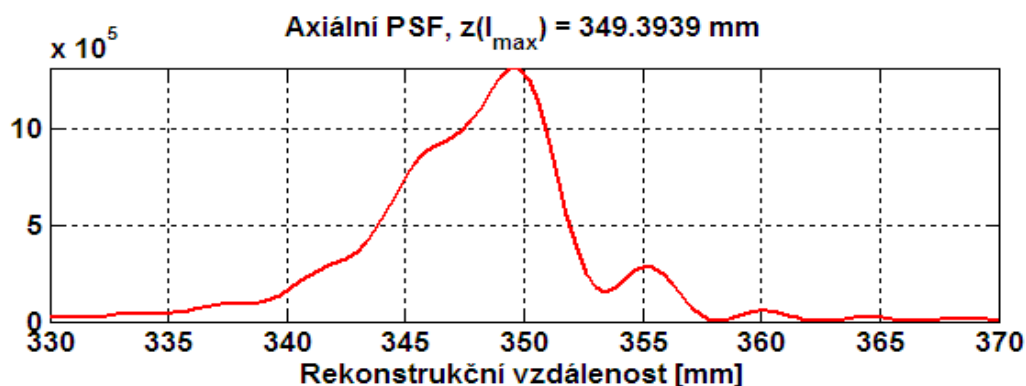
paraboloidních vln s ohniskovou vzdáleností 400 mm a -400 mm . Dosažitelná numerická apertura vln vytvořených prostorovým modulátorem světla je limitována splněním vzorkovacího kritéria pro oscilaci kvadratické fáze odpovídající vytvořeným paraboloidním vlnám. Za účelem zvětšení apertury byly svazky dále transformovány dubletem firmy Edmund optics ze skel N-SSK8 a N-SF56 s parametry $R = [25.43 - 20.03 - 74.39]$, $d = [3.5\ 1.5]$, s opticky účinným průměrem omezeným objímkou o průměru 11.1 mm . Ta v soustavě zároveň působila jako aperturní clona svazku. Výsledná optická cesta byla vymodelována v programu OSLO Premium a byla otestována její kvalita při přímé detekci obrazu. Bylo ověřeno, že pro oba případy fáze adresované na PMS je výsledná kvalita obrazu při přímé detekci blízka difrakčnímu limitu (viz obr. 21).

Z hlediska projevu holografické otvorové vady je rozhodující holografická apertura. Ta je v testované soustavě dána velikostí geometrické stopy signální vlny na CCD detektoru, čemuž odpovídala hodnota cca 6.5 mm . Souřadnice bodů konvergence signální a referenční vlny vzhledem k rovině CCD kamery byly cca $z_r = -54.7\text{ mm}$ a $z_s = -47.2\text{ mm}$. Tomu odpovídá paraxiální rekonstrukční vzdálenost hologramu přibližně $Z = 344.25\text{ mm}$. Při dané holografické apertuře je hologram zatížen holografickou otvorovou vadou s koeficientem $A_{040} = 1.2\lambda$. Byly provedeny tři intenzitní záznamy s postupným fázovým posunutím $0, 2/3\pi, 4/3\pi$. Jednotlivé intenzitní záznamy byly před eliminací nežádoucích členů nelineárně filtrovány funkcí medfilt2 s jádrem o velikosti 3×3 pixely pro omezení vlivu koherenční zrnitosti, způsobené náhodným rozdělením pixelů na prostorovém modulátoru světla. Požadovaný interferenční člen byl poté získán podle vztahu

$$T = I_1 \left[\exp\left(i\frac{4}{3}\pi\right) - \exp\left(i\frac{2}{3}\pi\right) \right] + I_2 \left[1 - \exp\left(i\frac{4}{3}\pi\right) \right] + I_3 \left[\exp\left(i\frac{2}{3}\pi\right) - 1 \right],$$

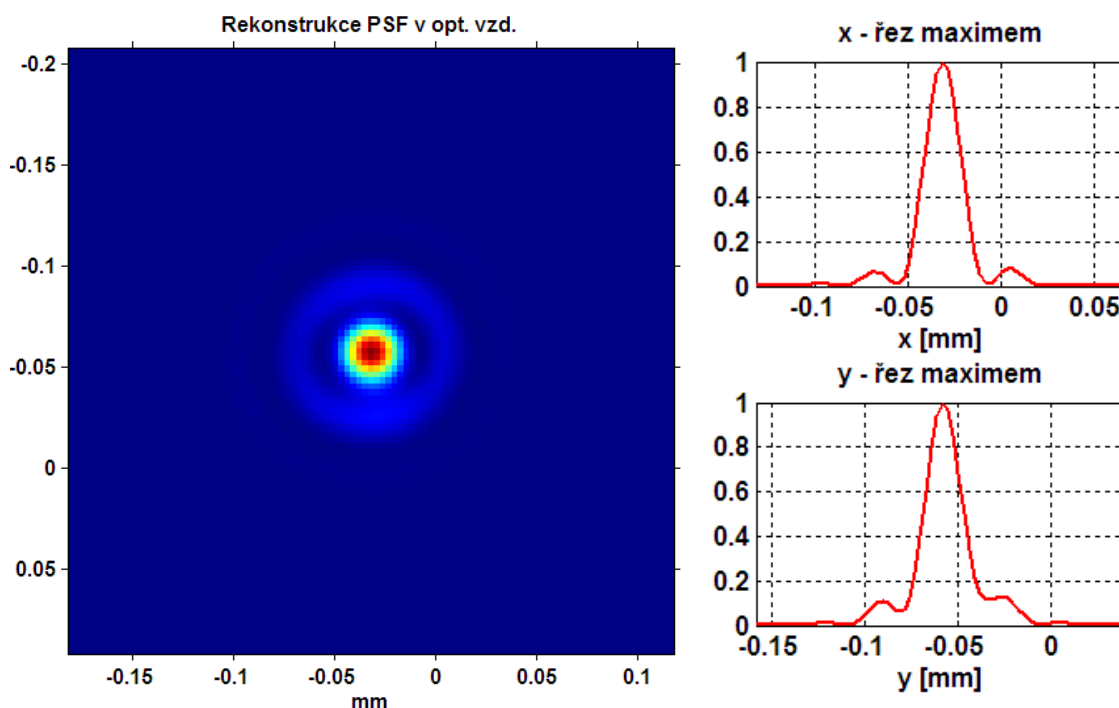
kde I_1, I_2, I_3 jsou po řadě záznamy s fázovým posunutím $0, 2/3\pi, 4/3\pi$. K rekonstrukci byl využíván algoritmus numerické Fresnelovy transformace s implementací funkce fft2.

K výpočtu axiální PSF pro určení optimální rekonstrukční vzdálenosti byl vytvořen algoritmus pro numerický výpočet Kirchhoffova difrakčního integrálu.



Obr. 22: Axiální PSF pro nalezení optimální rekonstrukční vzdálenosti

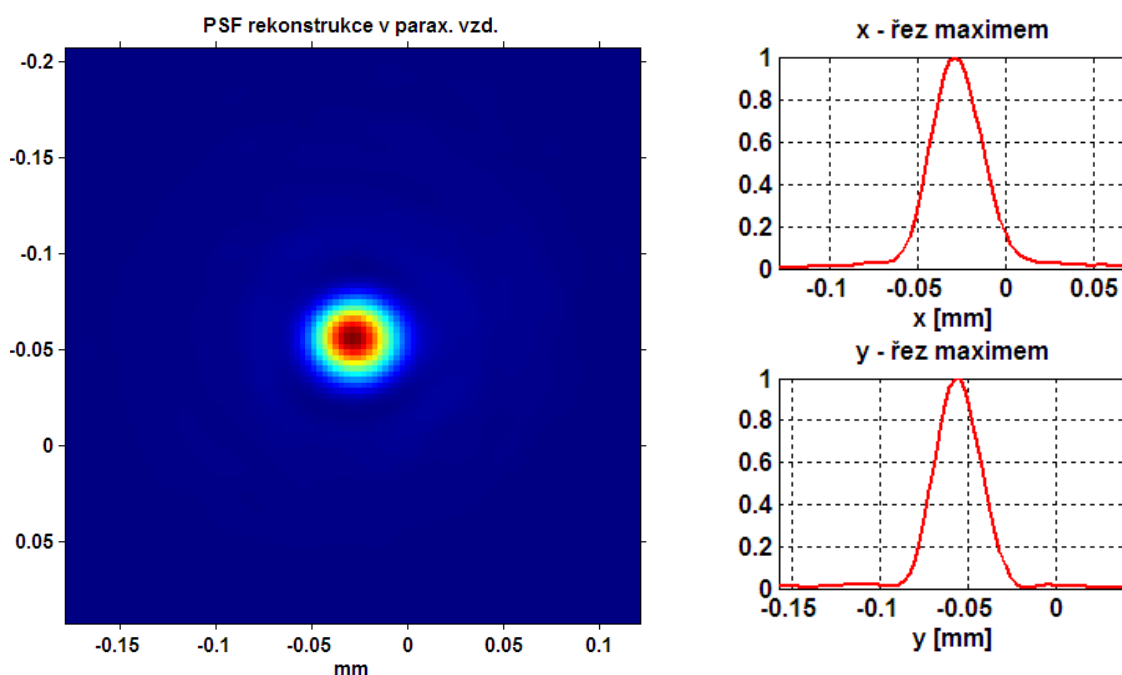
Nejprve byla vypočítána axiální PSF v nulových příčných souřadnicích pro určení optimální rekonstrukční vzdálenosti. Axiální PSF (obr. 22) je výrazně asymetrická v důsledku přítomnosti aberací. Poté byl hologram rekonstruován Fresnelovou transformací do vypočítané rekonstrukční vzdálenosti. V rekonstruovaném obraze byly nalezeny příčné souřadnice bodu maximální intenzity a pro tento bod byla znovu vypočítána axiální PSF pro přesnější nalezení optimální rekonstrukční roviny. Poté byla provedena kvalitnější rekonstrukce (viz obr. 23), kdy byl hologram rozšířen nulami na pětinasobek svojí šířky a výšky pro jemnější vzorkování rekonstruovaného obrazu,



Obr. 23: PSF v optimální rekonstrukční vzdálenosti a její příčné řezy

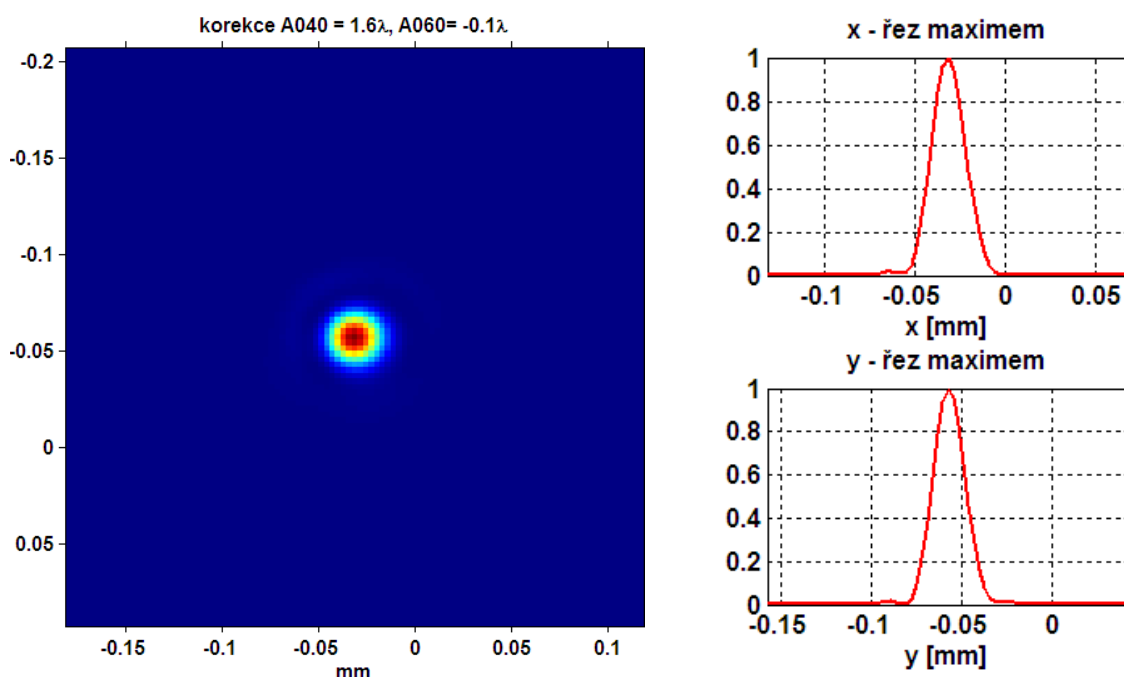
a z hologramu byly extrahovány příčné řezy bodem maximální intenzity. Z rekonstruovaného obrazu a jeho řezů na obr. 23 je patrné, že kvalita obrazu je i v optimální vzdálenosti nezanedbatelně degradována aberacemi.

Pro další analýzu bylo potřeba získat paraxiální obrazovou rovinu. Hologram byl numericky zacloněn aperturou o poloměru 2 mm , čímž byl eliminován vliv aberací na kvalitu obrazu. Byla opět počítána podélná PSF a podle jejího maxima přibližně (s uvážením axiální nesymetrie a posunu maxima podélné PSF při malých Fresnelových číslech [15]) určena paraxiální rekonstrukční vzdálenost jako 344.5 mm . Následně byl hologram rekonstruován do této vzdálenosti s plnou aperturou. V rekonstruovaném obrazu je v této vzdálenosti patrný vliv otvorové vady (viz obr. 24).



Obr. 24: Příčná PFS rekonstruovaná v paraxiální rekonstrukční vzdálenosti 342.9 mm a její řezy ve směrech x a y

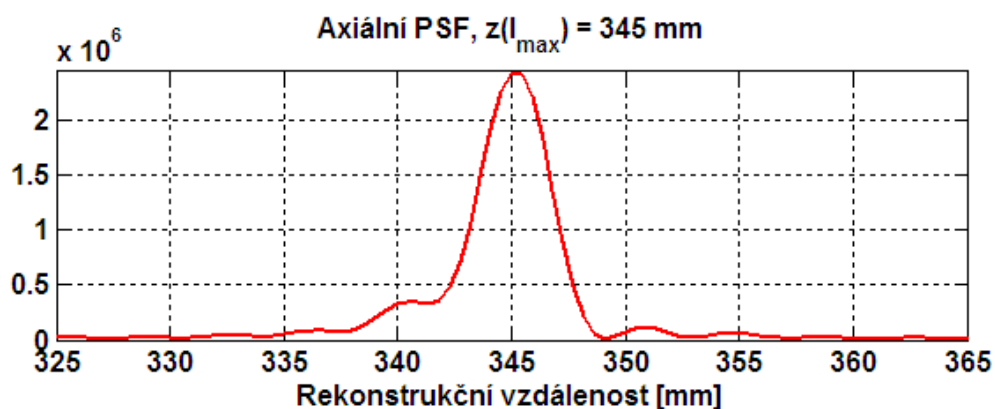
Osovým vlnám daných parametrů odpovídá holografická otvorová vada $A_{040} = 1.2\lambda$. Byla provedena rekonstrukce s konjugovanou aberační funkcí s odpovídající hodnotou aberace. Došlo ke znatelnému zlepšení obrazu, daná korekce se ale ukázala jako nedostatečná. Byla empiricky nalezena optimální konjugovaná aberační funkce s koeficienty $A_{040} = -1.6\lambda$ a $A_{060} = 0.1\lambda$. Holografická otvorová vada pátého řádu má v této konfiguraci velikost přibližně $A_{060} = 0.01\lambda$ a její vliv je zanedbatelný. Rozdíl od předpokládané potřebné korekční funkce je způsobený optickou cestou,



Obr. 25: Příčná PFS hologramu korigovaného konjugovanou aberační funkcí, rekonstruovaná v paraxiální rekonstrukční vzdálenosti, a její řezy ve směrech x a y předřazenou holografickému záznamu. Otvorová vada třetího řádu je u použitého dubletu korigována otvorovou vadou pátého řádu. Při použití v optické cestě předřazené holografickému záznamu se však rozdíl hodnot otvorové vady dubletu pro signální a referenční vlnu projevil v holografickém záznamu [1]. Částečně se také mohlo projevit nepřesné určení holografické apertury. Geometrické vzdálenosti v experimentu byly změřeny s omezenou přesností a jen malá změna holografické apertury způsobí velkou změnu holografické otvorové vady (1.2λ vs. 1.6λ pro 6.5 mm vs. 7 mm aperturu). Při určování holografické apertury byl navíc zanedbán vliv apodizace apertury poklesem intenzity v krajích interferenčního obrazce. Přesnost empiricky určené hodnoty korekční aberační funkce se pohybuje v rozmezí $\pm 0.1\lambda$.

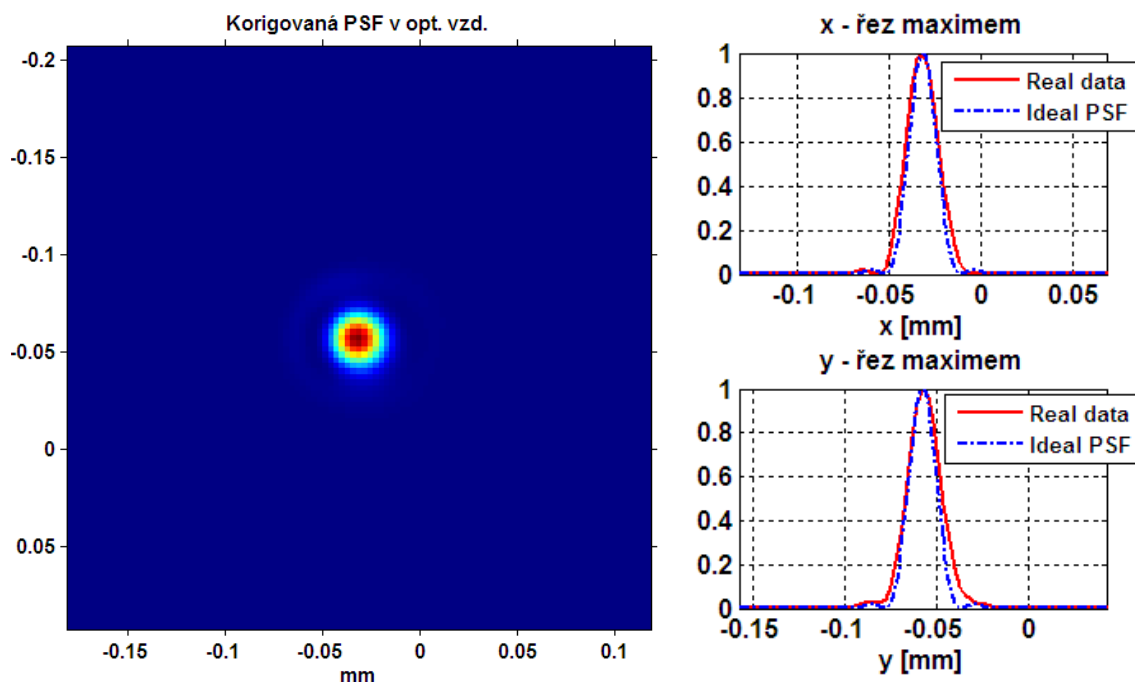
Po aplikaci konjugované aberační funkce a opětovné rekonstrukci obrazu v paraxiální rekonstrukční vzdálenosti se kvalita obrazu znatelně zlepšila a přiblížila se difrakčnímu limitu. Znovu byla vypočítána axiální PSF, pro nalezení optimální rekonstrukční vzdálenosti pro korigovaný hologram. Získaná podélná PSF (obr. 26) je výrazně symetričtější, což ukazuje na dobrou korekci aberací. Rovněž potřebný posun

z paraxiální rekonstrukční vzdálenosti do optimální vzdálenosti pro konjugovaný hologram přibližně 0.5 mm je velmi malý a ukazuje na blízkost difrakčnímu limitu.



Obr. 26: Axiální PFS odpovídající bodu maxima příčné PSF hologramu korigovanému konjugovanou aberační funkcí v paraxiální rekonstrukční vzdálenosti

Pro srovnání s difrakčně limitovaným systémem stejných parametrů byly získány řezy výsledného rekonstruovaného obrazu a proloženy řezy PSF ideálního systému stejných parametrů (obr. 27). Rekonstrukce korigovaného hologramu do optimální vzdálenosti se blíží difrakčně limitovanému obrazu. Autor práce by na tomto místě rád vyjádřil upřímné poděkování Mgr. Jaromíru Běhalovi za veškerou součinnost ohledně praktické realizace experimentu v laboratoři.



Obr. 27: PSF korigovaného hologramu v optimální rekonstrukční vzdálenosti; srovnání příčných řezů s ideální PSF

Závěr

Cílem diplomové práce bylo vyhodnocení vlnové aberace v experimentech digitální holografie. Vztahy pro holografické aberace byly odvozeny [2] a systematicky studovány pro případ klasické holografie. Diplomová práce byla zaměřena na analýzu holografických aberací v konkrétní konfiguraci, využívané v digitální holografii. Byla vymezena oblast reálně použitelných parametrů a diskutovány potenciální výhody jednotlivých nastavení. Byla analyzována závislost aberačních koeficientů pro případ osového a mimosového bodu na parametrech experimentu, omezených reálně dosažitelnými hodnotami. Byly určeny dominantní aberace a jejich závislosti na klíčových parametrech experimentů pro oba případy. Na základě provedených analýz lze určit optimální konfiguraci experimentu k dosažení maximální kvality obrazu osového předmětového bodu i mimoosového předmětového bodu požadované velikosti. V diplomové práci bylo nepřímo vymezeno předmětové zorné pole pomocí tolerovatelné hodnoty dominantních aberačních koeficientů v jednotlivých nastaveních. Byla navržena optimální konfigurace pro maximální možné předmětové zorné pole.

V diplomové práci bylo popsáno optické zobrazení z hlediska vlnové optiky, byla vysvětlena důležitost bodového zobrazení a diskutovány metody vyhodnocení kvality bodového zobrazení. Byl popsán princip holografického zobrazení a holografický zobrazovací řetězec a zdůrazněna analogie mezi optickým a holografickým zobrazením. Bylo diskutováno šíření světla volným prostředím na principu vlnové optiky a byla věnována pozornost jeho numerické implementaci. Byly analyzovány holografické aberace v geometrii typické pro experimenty digitální holografie, stanovena jejich závislost na důležitých parametrech experimentu a vyhodnoceny hodnoty dominantních aberačních koeficientů v případě osového i mimoosového bodu různých velikostí. Byl diskutován vliv šířky spektra použitého světla v difrakčních optických systémech a využití jevu difrakční disperze ke kompenzaci materiálové disperze optických prvků. Vliv holografických aberací byl experimentálně ověřen v laboratoři digitální optiky pro jednocestnou osovou konfiguraci pro případ osového bodu. Získaná data byla zpracována, analyzována a vyhodnocena. Na základě výsledků analýz byl diskutován vliv holografické aberace spolu s vlivem optické cesty, předřazené holografickému záznamu.

Po uvážení vlivů předřazené optiky a justáže experimentu byl nalezen soulad s teoretickými předpoklady vlivu holografických aberací na kvalitu bodového zobrazení.

Trendy v oblasti digitální holografie směřují ke zvyšování rozlišení. Toho lze teoreticky dosáhnout zkracováním holografické ohniskové vzdálenosti při zachování holografické apertury. Tento postup ale vede k maximalizaci holografických aberací. Nalezení nejvýhodnější kombinace parametrů holografického experimentu je v digitální holografii aktuální problém. Vliv aberací klesá se zmenšováním holografické apertury, zároveň s tím však klesá dosažitelné rozlišení. Při malých aperturách je obraz navíc degradován axiální nesymetrií PSF, posouvá se poloha optimální rekonstrukční roviny a dochází ke ztrátě podélného rozlišení [15]. Na základě analýzy provedeného experimentu bylo ukázáno, že holografické aberace v experimentech digitální holografie zásadně ovlivňují kvalitu rekonstruovaného obrazu i optimální rekonstrukční vzdálenost.

Seznam literatury

1. T. Fordey: *Vyhodnocení vlnových vad v experimentech nekoherentní digitální holografie* (bakalářská práce). Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, 2015.
2. R. W. Meier: *Magnification and Third-Order Aberrations in Holography*. JOSA. 1965, Sv. 55, 8, s. 987-992.
3. J. W. Goodman: *Introduction to Fourier optics 3. ed.* Greenwood Village : Roberts & Company Publishers, 2005.
4. M. Born, E. Wolf: *Principles of Optics; Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light, 7th (expanded) edition*. Cambridge : CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1999.
5. D. P. Feder: *Differentiation of Ray-Tracing Equations with Respect to Construction Parameters of Rotationally Symmetric Optics*. Journal of the Optical Society of America. 1968, s. 1494-1505.
6. H. Gross, H. Zügge, M. Peschka, F. Blechinger: *Handbook of Optical Systems, volume 3: Abberation Theory and Correction of Optical Systems*. Weinheim : Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2007.
7. V. N. Mahajan: *Strehl ratio for primary aberrations: some analytical results for circular and annular pupils*. J. Opt. Soc. Am. 72, 1982, Sv. September, 9.
8. D. Gabor: *A New Microscopic Principle*. Nature. 15. květen 1948, s. 777-778.
9. E. N. Leith, J. Upatnieks: *Wavefront Reconstruction with Continuous-Tone Objects*. J. Opt. Soc. Amer. 1963, Sv. 53, s. 1377-1381.
10. I. Yamaguchi, T. Zhang: *Phase-shifting digital holography*. Opt. Lett. 1997, Sv. 22, s. 1268-1270.
11. P. Bouchal, J. Kapitán, R. Chmelík, Z. Bouchal: *Point spread function and two-point resolution in Fresnel incoherent correlation holography*. Opt. Express. 2011, Sv. 19, s. 15603-15620.

12. J. Rosen, G. Brooker: *Digital spatially incoherent Fresnel holography*. Opt.Lett. 2007, Sv. 32, s. 912-914.

13. P. Bouchal: *Fresnelova nekoherentní korelační holografie (FINCH)* (bakalářská práce). Brno : FSI VUT, 2010.

14. P. Bouchal: *Fresnelova nekoherentní korelační holografie (FINCH)* (diplomová práce). Brno : FSI VUT, 2012.

15. J. Běhal, P. Bouchal , P. Schovánek , T. Fordey , Z. Bouchal: *Axial asymmetry in holographic and incoherent correlation imaging*. Jasná : SPIE 10142, 20th Slovak-Czech-Polish Optical Conference on Wave and Quantum Aspects of Contemporary Optics, 2016.