



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

## ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ

INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

# STUDIE CHOVÁNÍ ŽELEZOBETONOVÝCH SLOUPŮ ZESÍLENÝCH OVINUTÍM FRP TKANINOU

BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS CONFINED WITH FRP WRAP

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jakub Niesner

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. VOJTĚCH KOSTIHA, Ph.D.

BRNO 2019



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3608T001 Pozemní stavby
Pracoviště	Ústav betonových a zděných konstrukcí

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student	Bc. Jakub Niesner
Název	Studie chování železobetonových sloupů zesílených ovitím FRP tkaninou
Vedoucí práce	Ing. Vojtěch Kostiha, Ph.D.
Datum zadání	31. 3. 2019
Datum odevzdání	10. 1. 2020

V Brně dne 31. 3. 2019

---

prof. RNDr. Ing. Petr Štěpánek, CSc.  
Vedoucí ústavu

---

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **PODKLADY A LITERATURA**

Při vypracování práce využijte následující předpisy a normy (včetně změn a oprav):

ČSN EN 1990: Zásady navrhování konstrukcí;

ČSN EN 1991-1 až 7: Zatížení stavebních konstrukcí;

ČSN EN 1992-1-1: Navrhování betonových konstrukcí - Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby;

fib Bulletin no. 14: Externally bonded FRP reinforcement for RC structures;

ACI 440.2R-17: Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures;

CSA S806-12: Design and construction of building structures with Fibre-reinforced Polymers.

Další literatura dle doporučení vedoucího diplomové práce

## **ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ**

V rámci diplomové práce zpracujte:

- 1) přehled teorie a porovnání návrhu zesílení železobetonových sloupů ovinutím FRP tkaninou dle zadaných předpisů a podkladů (např. EN, ACI, fib a CSA) a to v rozsahu dle zadání vedoucího práce;
- 2) podrobně řešte problematiku ovinutého betonu, resp. popisu chování železobetonového sloupu ovinutého FRP tkaninou;
- 3) pro železobetonový sloup (dle zadání vedoucího práce) proveďte návrh zesílení ovinutím FRP tkaninou a zpracujte statický výpočet.

Požadované výstupy:

Textová část (obsahuje zprávu a ostatní náležitosti dle níže uvedených směrnic)

Přílohy textové části:

P1. Statický výpočet (v rozsahu určeném vedoucím diplomové práce)

Diplomová práce bude odevzdána v listinné a elektronické formě a pro ÚBZK 1x na CD.

## **STRUKTURA DIPLOMOVÉ PRÁCE**

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).
2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

---

Ing. Vojtěch Kostih, Ph.D.  
Vedoucí diplomové práce

## **ABSTRAKT**

Zesilování železobetonových sloupů ovinutím pomocí moderních kompozitních materiálů je efektivní metoda, umožňující rychlou realizaci zesílení bez výrazného zvětšení rozměrů zesilovaného sloupu. Stejně jako při použití betonářské výztuže, je u této metody hlavním předpokladem využití víceosého stavu napjatosti a vyvození příčného tlaku, čímž dojde k nárůstu pevnosti betonu. Zlepšené mechanické vlastnosti ovinutého betonu lze určit využitím vztahů, mezi kterými ovšem panují značné rozdíly. Tato diplomová práce, zabývající se zesílením železobetonových sloupů kruhového průřezu ovinutím FRP tkaninou, si klade za cíl porovnat jednotlivé přístupy k návrhu zesílení betonu ovinutím a pomocí výsledků provedené analytické a numerické studie popsat problematiku ovinutého betonu a porovnat různé faktory ovlivňující výsledné vlastnosti ovinutého betonu.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Zesílení ovinutím FRP tkaninou, železobetonový sloup, příčný tlak, ovinutý beton, analytická studie, numerické modelování, interakční diagram, porovnání přístupů k návrhu ovinutého betonu

## **ABSTRACT**

Strengthening of reinforced columns confining by modern composite materials is effective method, allows quickly realized strengthening, without increase dimension of strengthening columns. Just like using reinforcing bars, is the mainly assumption for this method the multi-axis state tension and deducing confining pressure, which will increase strength of concrete. Improved of properties of confining concrete can be determined by using relationships, but there are considerably differences. This diploma theses, dealing with strengthening of circular reinforced columns confinement by external FRP fabric, compared approaches to design of reinforced concrete by confining and using the results of an analytical and numerical study to describe problem of confining concrete and compare factors influencing the final properties of the wrapped concrete.

## **KEYWORDS**

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

Bc. Jakub Niesner *Studie chování železobetonových sloupů zesílených ovinutím FRP tkaninou*. Brno, 2020. 55 s., 6 s. příl. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav betonových a zděných konstrukcí. Vedoucí práce Ing. Vojtěch Kostiha, Ph.D.

## **PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE**

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané diplomové práce s názvem *Studie chování železobetonových sloupů zesílených ovinutím FRP tkaninou* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 7. 1. 2020

---

Bc. Jakub Niesner  
autor práce

## **PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem *Studie chování železobetonových sloupů zesílených ovinutím FRP tkaninou* zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 7. 1. 2020

---

Bc. Jakub Niesner  
autor práce

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucímu práce Ing. Vojtěchu Kostihovi, Ph.D. za jeho ochotu, vstřícnost, cenné rady a informace, které mi při zpracování této práce poskytl. Dále děkuji Ing. Dorde Cairović za pomoc při numerickém modelování. Velký dík patří mé rodině a přátelům za podporu během celého studia.

## Obsah

1	Úvod .....	2
2	Cíle práce .....	2
3	využití moderních stavebních materiálů při zesilování železobetonových konstrukcí.....	3
3.1	Obecné informace o kompozitních materiálech.....	3
3.2	Složení FRP tkanin.....	5
3.2.1	Aplikace FRP tkanin .....	6
3.2.2	Fyzikálně mechanické vlastnosti .....	7
4	koncepte zesilování železobetonových sloupů ovinutím .....	8
4.1	Příčný tlak .....	9
4.2	Chování ovinutého betonu .....	11
5	shrnutí řešené problematiky dle některých norem .....	12
5.1	ČSN EN 1992-1-1 .....	12
5.2	ACI 440.2R-17 .....	14
5.3	CSA S806-12 .....	16
5.4	fib Bulletin no. 14.....	17
5.5	Přehled výpočtových vztahů .....	20
6	analytická studie chování železobetonových sloupů ovinutých FRP tkaninou.....	22
6.1	Porovnání přístupů jednotlivých norem.....	22
6.1.1	Výsledné mechanické vlastnosti ovinutého prvku.....	23
6.1.2	Shrnutí.....	25
6.2	Porovnání pomocí interakčního diagramu.....	25
6.2.1	Postup výpočtu .....	26
6.2.2	Ověření správnosti výpočtu sloupu bez vlivu ovinutí.....	27
6.2.3	Vliv ovinutí.....	29
6.3	Shrnutí .....	30
7	nelineární analýza ovinutí sloupů.....	31
7.1	Obecné informace o nelineární analýze .....	31
7.2	Tvorba modelu.....	32
7.2.1	Modelování železobetonového prvku .....	32
7.2.2	Modelování ovinutí FRP tkaninou .....	41
7.3	Porovnání výsledků nelineární a analytické analýzy.....	45
7.3.1	Vliv ovinutí numerického modelu .....	46



7.3.2	Porovnání s analytickou studií.....	46
7.3.3	Porovnání s výpočtním softwarem společnosti Sika .....	47
7.4	Shrnutí numerické části .....	49
8	Závěr.....	49

## 1 ÚVOD

Tato diplomová práce je tematicky zaměřena na zesilování železobetonových sloupů pomocí kompozitní výztuže. Konkrétně se jedná o řešení problematiky betonu ovinutého tkaninou z uhlíkových vláken a přehlednění přístupů zahraničních normativních předpisů zabývajících se řešenou problematikou, včetně porovnání s výsledky numerické studie. S postupným pronikáním moderních kompozitních materiálů do stavebnictví, našli díky svým vlastnostem uplatnění také v oblasti zesilování a v dnešní době již FRP tkaniny tvoří výraznou část sortimentu pro různé zesilovací práce železobetonových a zděných konstrukcí. Na druhou stranu, se alespoň u nás jedná o relativně nový materiál, a s tím souvisí připravenost norem pro navrhování. Z toho důvodu jsou v diplomové práci přehledněny a porovnány přístupy u nás platných a vybraných zahraničních norem a směrnic k zesilování betonu ovinutím. V závěru jsou doplněny o numerickou studii chování ovinutého betonu, za účelem porovnání výsledků a stanovení vhodného přístupu pro praktický a spolehlivý návrh zesílení ovinutím.

## 2 CÍLE PRÁCE

Cílem diplomová práce, zabývající se zesílením železobetonových sloupů kruhového průřezu ovinutím FRP tkaninou, je na základě provedených studií poukázat na rozdíly v jednotlivých přístupech k řešené problematice. Popsat faktory, jež limitují účinnost tohoto druhu zesílení jako například parametry sloupu, materiálové charakteristiky zesilující vrstvy a redukující součinitele vstupující do výpočtu výsledných charakteristik ovinutého betonu. Na základě výsledků provedené analytické a numerické studie pak určit nejvýstižnější přístup vhodný pro praktický návrh zesílení železobetonových sloupů ovinutím FRP tkaninou.

### 3 VYUŽITÍ MODERNÍCH STAVEBNÍCH MATERIÁLŮ PŘI ZESILOVÁNÍ ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

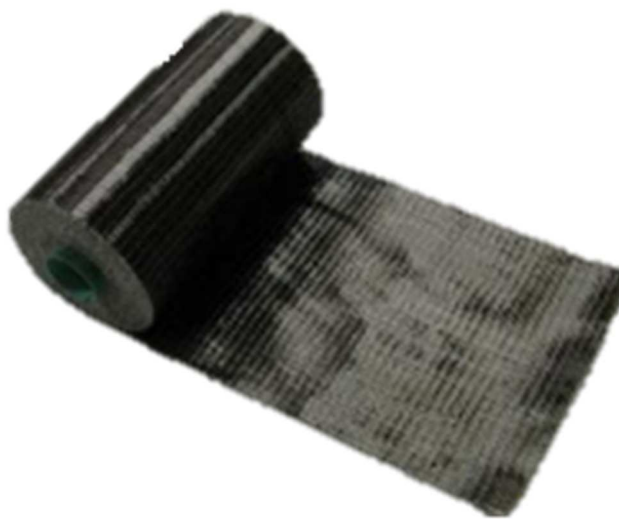
Kompozitní tkaniny společně s lamelami patří do sortimentu kompozitních výztuží pro zesilování železobetonových konstrukcí a od počátku devadesátých let minulého století se u nás dostávají stále více do popředí. Díky své vysoké pevnosti, odolnosti vůči agresivnímu prostředí a výrazně nižší hmotnosti oproti oceli, se stávají její alternativou při zesilování sloupů nebo zvýšení ohybové a smykové únosnosti nosníků. Vzhledem k odlišnému chování kompozitních materiálů je při návrhu zesílení železobetonových konstrukcí nutné zohlednit určité omezení, související s rozdílným průběhem pracovního diagramu kompozitních výztuží oproti oceli. V současnosti dostupné platné evropské normy pro navrhování betonových konstrukcí (EN 1992-1-1) se využitím kompozitních tkanin pro zesilování vůbec nezabývají, a proto je důležité mít v praxi při navrhování podklad pro používání kompozitních FRP tkanin. Jednak je důležité vycházet při návrhu z charakteristik konkrétní tkaniny, které výrobce deklaruje v technickém listu a zároveň postupovat v souladu se zpracovanými manuály a směrnici pro navrhování jako například mezinárodní *fib bulletin* [4] nebo zahraniční normy. Předpisy uvádějí na základě provedených experimentů a praktických aplikací v zemích, kde se kompozitní materiály využívají delší dobu, doporučení k využití FRP výztuží pro zesilování a vyztužování konstrukcí.

#### 3.1 Obecné informace o kompozitních materiálech

Obecně vzato je kompozitní materiál takový materiál, který vznikl spojením alespoň dvou složek a jeho výsledné vlastnosti jsou lepší než vlastnosti jednotlivých složek. V případě kompozitního FRP materiálu (fiber reinforced polymer) se jedná o spojení nosných vláken a polymerové matrice do jednoho celku. Nosná vlákna, jenž mají většinové zastoupení, se nejčastěji používají skleněná nebo uhlíková. Výsledný tvar kompozitu je dán způsobem výroby, kdy dochází k impregnaci nosných vláken polymerovou matricí a následnému vytvrzení matrice za působení tepla. Výrobky z kompozitního materiálu našli uplatnění v mnoha odvětvích průmyslu. Díky své velké pevnosti a nízké hmotnosti se používají například v leteckém, automobilovém nebo zbrojním průmyslu. Během druhé poloviny minulého století pronikli také do stavebnictví, kde se používají pro zesilování a vyztužování jako alternativa k betonářské výztuži.

Kompozitní FRP výztuže se v pozemním stavitelství používají především u konstrukcí, u kterých lze díky výhodným vlastnostem kompozitu, dosáhnout vyšší únosnosti nebo prodloužení životnosti konstrukce. Mezi hlavní výhody patří odolnost agresivnímu prostředí, trvanlivost, nevodivost, vysoká pevnost v tahu a nízká objemová hmotnost [13]. Oblast použití souvisí zejména s její odolností vůči korozi a agresivnímu prostředí. Kompozitní vnitřní prutová výztuž se používá při vyztužování betonových konstrukcí, kdy doplňuje nebo dokonce zcela nahrazuje betonářskou výztuž. Prutovou FRP výztuž lze také použít pro zesilování a sanaci konstrukcí. Nejznámější využití je v podobě výztuže kladené do drážek, vytvořených v povrchu zesilovaného prvku (tzv. NSM výztuž – near surface mounted reinforcement). Pro vnější zesilování jsou však nejpoužívanější FRP lamely nebo tkaniny. V současné době se lze setkat také s kompozitní předpínací nebo rozptýlenou výztuží.

Tkaniny tvoří výraznou část sortimentu pro různé zesilovací práce konstrukcí z železobetonu a cihelného zdiva. Jsou vhodné pro zesílení a celkové zvýšení únosnosti v tlaku i ohybu sloupů ovinutím, ale používají se také u vodorovných prvků pro zvýšení únosnosti v ohybu, i ve smyku železobetonových nosníků, průvlaků nebo trámů. Pro tyto účely se vyrábí tkaním svazků vláken do tenkých pásů nebo rohoží a dodávají se ve formě rolí. Impregnace tkanin polymerní matricí probíhá až při její aplikaci na zesilovaný prvek. Tento způsob výroby dovoluje aplikaci zesilující vrstvy na zakřivený povrch sloupu nebo nosníku a výsledné vlastnosti kompozitu jsou získány až po vytvrzení matrice. Celková tloušťka zesilující vrstvy je od 0,1 do 1,3 mm a závisí kromě tloušťky tkaniny také na způsobu její aplikace.



*Obrázek 1 - FRP tkanina z uhlíkových vláken [15]*

Kromě způsobu aplikace lze tkaniny dělit dle druhu použitých nosných vláken, jejich orientace nebo množství. Pro zesilování železobetonových sloupů ovinutím se v dnešní době nejčastěji používají jednosměrné FRP tkaniny, které mají nosná vlákna srovnána do jednoho směru. Lze se setkat i s obousměrným, vzájemně kolmým urovňáním vláken tkanin nebo rohožemi s neusměrněnými vlákny.

### 3.2 Složení FRP tkanin

#### Nosná vlákna:

V dnešní době se nejčastěji používají vlákna skleněná (GFRP – glass fiber reinforced polymer) nebo uhlíková (CFRP – carbon fiber reinforced polymer). Skleněná vlákna se vyznačují dobrými tahovými vlastnostmi a cenovou dostupností ale mají sklon k dotvarování vlivem dlouhodobě působícího zatížení. Uhlíková vlákna se díky svým výborným mechanickým vlastnostem používají zejména v oblasti zesilování a předpínání a s tím souvisí i jejich vyšší cena. Na trhu se lze ale setkat i s výrobky obsahující aramidová nebo čedičová vlákna. Všechny typy vláken se vyznačují lineárně pružným chováním až do porušení překročením meze pevnosti v tahu. Její hodnota společně s mezním přetvořením a modulem pružnosti v tahu jsou důležité materiálové charakteristiky a konkrétní hodnoty musí vždy specifikovat výrobce vláken. Základní přehled hodnot a jejich porovnání s ocelí je uveden v tab. 1.

Vlastnosti vlákna	Skleněná	Uhlíková	Aramidová	Ocel
Modul pružnosti [GPa]	70-76	250-800	120	210
Pevnost v tahu [MPa]	1800-3500	3800-4800	2900	450-600
Mezní přetvoření [%]	2,8-4,5	1,5-2,1	2,5	5-20
Objemová hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	2300	1700-2100	1500	7850

Tabulka 1 - Porovnání základních fyzikálně-mechanických vlastností vláken a oceli

#### Polymerní matrice:

Spojení nosných vláken do výsledného tvaru kompozitu zajišťuje polymerová matrice. Její hlavní funkcí je ochrana vláken před vlivy okolního prostředí a přenos namáhání do nosných vláken. Po vytvrzení, společně s množstvím a typem nosných vláken, určuje výsledné fyzikálně-mechanické vlastnosti kompozitu. Dle typu vazeb mezi molekulami polymeru se dělí na dva základní druhy. Termosetové matrice po vytvrzení vytvářejí silné vazby a neumožňují dodatečné tvarování. Zejména u FRP výztuže do betonu je nutné již při její výrobě provést požadované ohyby, což zvyšuje požadavky na přesnost výroby. Dalším typem jsou termoplastické matrice, tvořené polymery se

slabšími vazbami, které umožňují opětovnou tvarovatelnost při zahřátí. Pro FRP tkaniny se nejčastěji používají termosetové polymerové matrice na bázi epoxidové, polyesterové nebo vinylesterové pryskyřice.

Obecně jsou polymerové matrice dobrými tepelnými izolanty ale jsou náchylné působení zvýšených teplot, které způsobují změnu mechanických vlastností a chování celého kompozitu. Velmi důležitý je charakter teplotního zatížení a mez teploty skelného přechodu  $T_g$  matrice, při které dochází k fyzikálně-mechanickým změnám (matrice měkne). U běžně používaných polymerních matric se teplota  $T_g$  pohybuje od 100–150 °C. Rozptyl teploty skelného přechodu je dán složením matrice. Uvedené hodnoty jsou pouze orientační. Při překročení teploty  $T_g$  kompozit postupně ztrácí svou tuhost, matrice přestává přenášet smyková napětí a dochází ke snížení tahové pevnosti a velmi výrazné ztrátě soudržnosti. [13] V případě vystavení matrice dlouhodobému konstantnímu napětí podléhají dotvarování a některé typy degradují vlivem UV záření. V tomto směru je nutné dbát na zajištění ochrany zejména vnější výztuže proti uvedeným vlivům například obkladem, betonovou krycí vrstvou nebo speciálním nátěrem.

Vlastnosti matrice	Polyesterová	Epoxidová	Vinylesterová
Modul pružnosti [GPa]	2,1-3,45	2,75-4,41	3,0-3,5
Pevnost v tahu [MPa]	34-104	55-130	73-81
Poissonovo číslo [-]	0.35/0.39	0.38-0.4	0.36-0.39
Objemová hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	1200-1400	1200-1400	1150-1350

Tabulka 2 - Vlastnosti používaných matric (převzato z [13])

### 3.2.1 Aplikace FRP tkanin

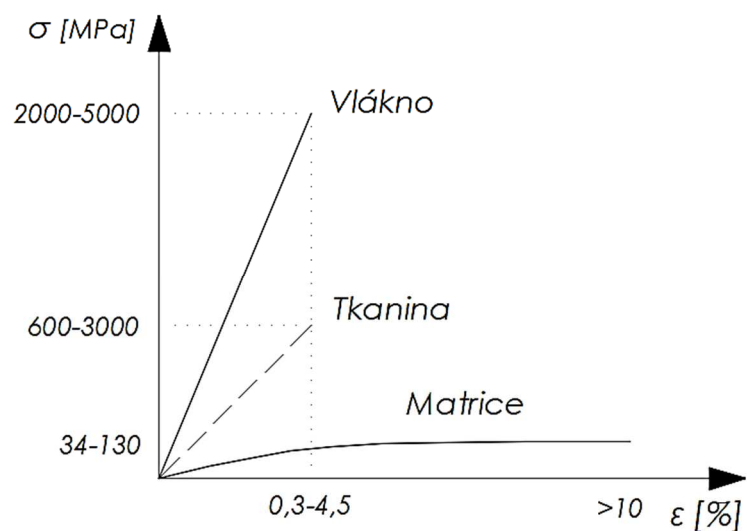
Podle typu, resp. tloušťky tkaniny se rozlišuje suchý nebo mokrý způsob aplikace. Suchý způsob umožňuje kontinuální laminaci, protože suchá tkanina je vtlačována pružným válečkem do vrstvy pryskyřice aplikované na povrch prvku, dokud pryskyřice neprostoupí skrz vlákna tkaniny na povrch. Tímto způsobem se laminují tkaniny o gramáži do 300 g/m<sup>2</sup> a tloušťce kolem 0,1 mm. Větší tloušťky se aplikují mokrým způsobem, kdy se tkanina k tomuto určená (s větší tloušťkou a gramáží kolem 600 g/m<sup>2</sup>) laminuje po pásech potřebné délky, které jsou nejprve důkladně nasyceny pryskyřicí, a až poté aplikovány na povrch zesíleného prvku [6]. U obou procesů musí být podklad soudržný, pevný a zbavený nečistot. Před aplikací další vrstvy je vždy nutné dodržet potřebný čas pro vytvrzení pryskyřice, který je pro suchý způsob kratší ale obecně platí, že s vyšší aplikační teplotou se doba potřebná k vytvrzení zkracuje.

	Suchý způsob	Mokrá způsob
Spotřeba	2,1-3,45	2,75-4,41
Doba vytvrzení (při 23°C)	5 dní	7 dní
Objemová hmotnost [kg/l]	1,3	1,16
Doba zpracovatelnosti	65 min	90 min
Výsledná tloušťka vrstvy	0,13 mm	1,3 mm

Tabulka 3 - rozdíly ve způsobu aplikace

### 3.2.2 Fyzikálně mechanické vlastnosti

Výsledné vlastnosti FRP tkaniny závisí na druhu použitých vláken a matrice, jejich vzájemném poměrném zastoupení a způsobu výroby. Se způsobem výroby souvisí orientace vláken tkaniny. Pro zesilování sloupů ovinutím je vhodnější použít jednosměrně orientované tkaniny, které mají nosná vlákna orientovaná v jednom směru. S tím souvisí ortotropní chování tkaniny, kdy ve směru vláken dosahuje tkanina několikanásobně lepší mechanické vlastnosti než ve směru kolmém na vlákna, kde výsledné parametry kompozitu určují vlastnosti matrice [13]. Z tohoto důvodu by se měl volit takový způsob zesílení, aby přetvoření způsobené zatížením působilo ve směru vláken. Tedy aplikaci FRP tkanin je vhodné zaměřit především pro tahová namáhání ve směru vláken. V tomto směru se kompozitní FRP tkaniny chovají pružně až do porušení vlivem dosažení mezního napětí. Chování souvisí s lineárně elastickým chováním jednotlivých složek, především nosných vláken. Pracovní diagram (obr. 2) má lineární průběh až do porušení a v celém jeho rozsahu platí Hookuv zákon to je hlavní rozdíl oproti betonářské výztuži, který se musí při návrhu zesílení zohlednit.



Obrázek 2 - Pracovní diagram FRP tkaniny

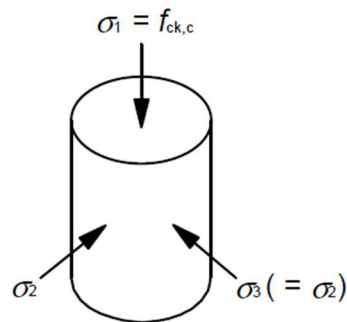
Veškeré vlastnosti tkaniny závisí na vlastnostech dílčích složek a jejich procentuálním zastoupením. Některé z těchto vlastností (hustota, modul pružnosti) lze jednoduše určit pomocí smíšeného pravidla. Jiné se zase liší v příčném a podélném směru jako teplotní roztažnost, Poissonův součinitel či tahová pevnost. Mezi základní charakteristiky popisující chování FRP tkaniny v tahu patří modul pružnosti, tahová pevnost a přetvoření při přetržení tkaniny. Jednotlivé hodnoty se mohou podle výrobce tkaniny vzájemně lišit, a proto je při návrhu vždy nutné vycházet z technického listu konkrétní tkaniny. Zde bývají, vedle základních charakteristik tkaniny, uvedeny také vlastnosti nosných vláken. Někteří výrobci uvádí pouze vlastnosti vláken, ale při návrhu zesílení musí být tyto charakteristiky rozlišeny a pro výpočet použity charakteristiky výsledného laminátu, vzniklého impregnací tkaniny pryskyřicí.

#### **4 KONCEPCE ZESILOVÁNÍ ŽELZOBETONOVÝCH SLOUPŮ OVINUTÍM**

Zesilování železobetonových sloupů se provádí za účelem prodloužení životnosti a zajištění další funkčnosti v konstrukci. Zesílení ovinutím patří do skupiny metod založených na principu zvětšení průřezu, které zvyšují tlakovou únosnost sloupů zatížených převážně osovou silou. Ovinutí je efektivní způsob zesílení sloupu a používá se již dlouho. Hlavním předpokladem je zamezení deformace betonu v příčném směru a vyvození příčného tlaku, čímž dojde k nárůstu pevnosti betonu. Potřebného přítlaku, lze například docílit dle [1] přidáním příčné betonářské výztuže ve tvaru spirály u kruhových sloupů nebo náležitě uzavřených třmínek u sloupů obdélníkového a čtvercového průřezu. Přidaná betonářská výztuž musí být poté chráněna novou betonovou vrstvou vytvořenou například stříkaným betonem. Mezi výhody tohoto způsobu zesílení patří zvýšení tlakové i ohybové únosnosti sloupu. Nevýhodami klasického způsobu ovinutí betonářskou výztuží jsou zvýšená pracnost, náročnost na připravenost a přesnost, zajištění ochrany proti korozi výztuže a proti vlivům agresivního prostředí. Při použití FRP materiálů pro zesílení, lze díky jejich vlastnostem odstranit nedostatky klasických materiálů používaných pro zesílení. Nízká hmotnost a způsob aplikace snižují pracnost při provádění a vysoká pevnost zvyšuje efekt ovinutí. Odolnost agresivnímu prostředí a nevodivost rozšiřují oblast využití FRP materiálů i tam, kde by použití betonářské výztuže nebylo efektivní.

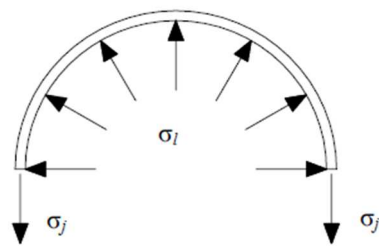
#### 4.1 Příčný tlak

Při zesílení sloupu ovinutím je bráněno příčné deformaci betonu. Deformace je zachycována zesilující vrstvou ovinutí, která je tím pádem natahována a působí na prvek příčným napětím (tlakem). Tomuto působení se říká víceosý (trojosý) stav napjatosti, kdy žádné z hlavních napětí není rovno nule (obecně  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ ). Pro sloup kruhového průřezu lze příčný tlak vyjádřit pomocí jednoho z hlavních napětí. Ve směru působící tlakové síly  $N$  vzniká normálové napětí  $\sigma_l$  a v příčném směru působí příčné napětí  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_l$ .



Obrázek 3 - Víceosý stav napjatosti

Velikost příčného tlaku  $\sigma_l$  lineárně závisí na stupni vyztužení  $\rho_f$  a velikosti tahové síly v zesilující vrstvě  $\sigma_f$ . Tato tahová síla se s rostoucí příčnou deformací betonu během zatěžování zvětšuje a vyvozuje stále větší přítlak, který přispívá k nárustu mezní pevnosti zesilovaného průřezu a efekt ovinutí tak stoupá.



Obrázek 4 - Příčný tlak [4]

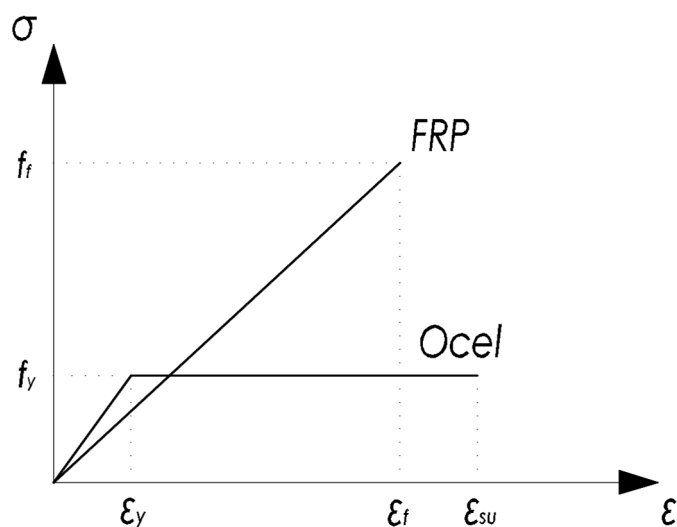
- Příčný tlak:  $\sigma_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot \sigma_f$
- Stupeň vyztužení:  $\rho_f = \frac{4 t_f}{D}$
- Lineární tahové napětí v zesilující vrstvě:  $\sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_f$



kde jednotlivé symboly značí:

- $\epsilon_f$       mezní poměrné přetvoření
- $E_f$       modul pružnosti
- $D$       průměr zesilovaného sloupu
- $t_f$       tloušťka zesilující vrstvy

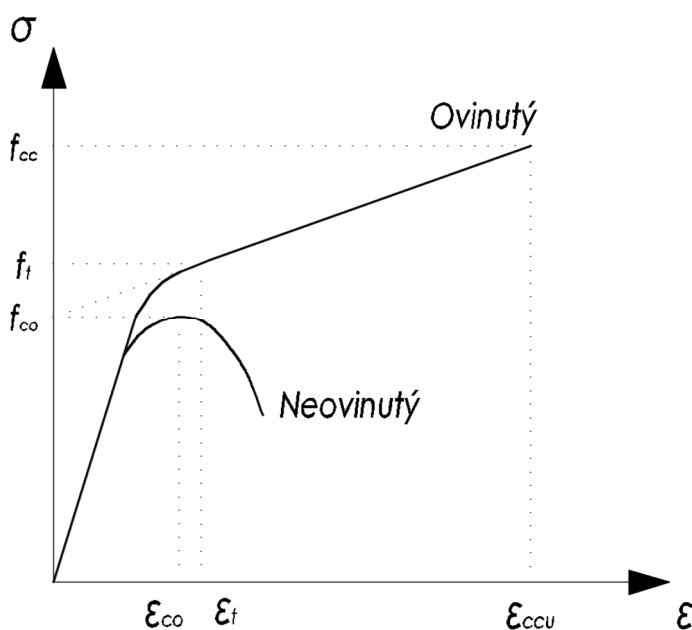
Tento základní vztah vychází analogicky ze vztahu pro příčné napětí centricky tlačенých sloupů zesílených betonářskou výztuží ve formě spirál nebo třmínků. V případě, kdy zesilující vrstvu tvoří kompozitní výztuž ve formě tkanin, musí být zohledněno odlišné chování FRP materiálů, které se chovají elasticky až do porušení. Idealizovaný pracovní diagram (obr. 5), pro který platí Hookův zákon má lineární průběh v celém rozsahu, na rozdíl od oceli, která se chová pružně do meze kluzu a pak dochází k plastizaci výztuže. Z pohledu příčného tlaku je tedy pro zesílení ovinutím efektivnější využití FRP tkaniny s jejím lineárně pružným pracovním diagramem. A to zejména s ohledem na průběh v oblasti větších přetvoření, kde u oceli dochází k plastizaci v jejímž důsledku neroste velikost příčného tlaku. U zesilování ovinutím, lze tedy v důsledku lepších tahových vlastností FRP tkaniny dosáhnout většího přítlaku, který má vliv na výsledné fyzikálně-mechanické vlastnosti ovinutého betonu. Výsledný účinek zesílení ovinutím se vyjadřuje změnou fyzikálně-mechanických charakteristik betonu na charakteristiky ovinutého betonu.



Obrázek 5 - Idealizovaný pracovní diagram [4]

## 4.2 Chování ovinutého betonu

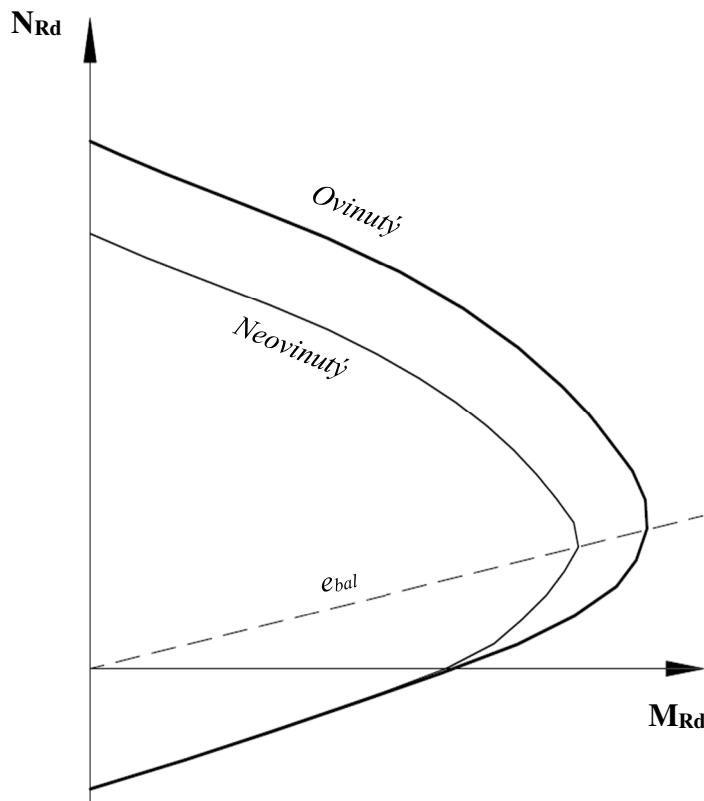
Pracovní diagram ovinutého betonu (obr. 6) lze rozdělit do tří částí. V počáteční fázi, kdy platí Hookův zákon, se betonový průřez chová lineárně pružně a průběh je shodný s neovinutým betonem, protože deformace je malá a nedostatečná k aktivaci ovinutí. Ve druhé části, kdy dochází k rozvoji trhlin v betonu a zesilující vrstva se začíná natahovat, dochází k aktivaci ovinutí. Přechodová část se nachází přibližně v oblasti mezi dosažením pevnosti neovinutého betonu  $f_{co}$  (a odpovídajícím přetvořením  $\varepsilon_{co}$ ) a přechodovým bodem (daný pevností betonu  $f_t$  a odpovídajícím přetvořením  $\varepsilon_t$ ). Třetí fáze se vyznačuje plnou aktivací ovinutí a v této oblasti se vlivem rozvoje trhlin zvyšuje s narůstající příčnou deformací také příčný tlak. Výsledkem je nárůst tlakové pevnosti ovinutého betonu  $f_{cc}$  a také k nárůstu mezního přetvoření  $\varepsilon_{ccu}$ ). Vyčerpáním tahové pevnosti zesilující vrstvy nastává náhlé porušení. [6]



Obrázek 6 - Pracovní diagram ovinutého betonu [4]

Výsledné lepší mechanické vlastnosti ovinutého betonu zvyšují tlakovou a ohybovou únosnost prvku, jak je znázorněno pomocí zjednodušeného interakčního diagramu na obr. 7. Nárůst únosnosti průřezu sloupu zesíleného ovinutím FRP tkaninou souvisí s jejím působením, kdy je zesílení aktivováno a plně funkční v okamžiku převládající tlačené části průřezu. Pro tento stav vlivem příčné deformace dochází k tahovému namáhání tkaniny (ve směru nosných vláken), což vede k vyvození příčného tlaku a tím pádem ke vzniku trojosého stavu napjatosti. S ubývající tlačnou částí průřezu je tkanina méně namáhána tahem a dochází ke snížení účinku jejího působení. V případě,

kdy převládá tažená část průřezu sloupu nad tlačenu, lze předpokládat „stlačení“ vrstvy tkaniny (ve směru nosných vláken), čímž je vliv zesílení prakticky eliminován – platí pro jednosměrně působící tkaninu s provedením zesílení v příčném směru.



Obrázek 7 - Interakční diagram znázorňující efekt ovinutí

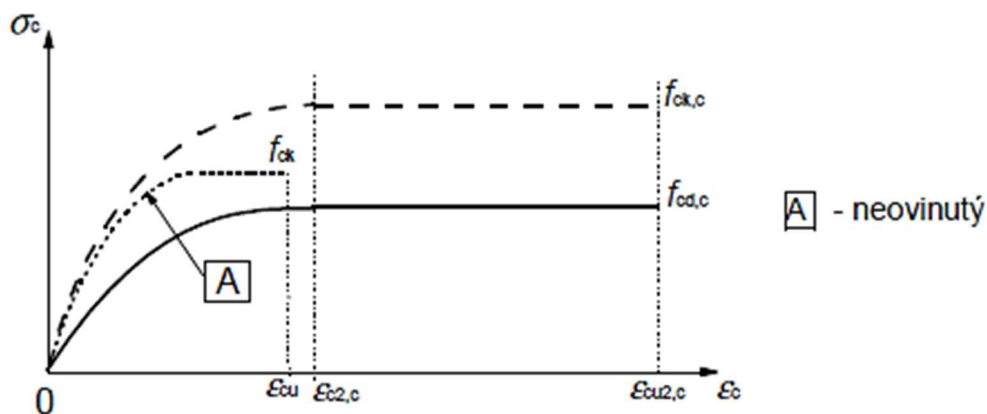
## 5 SHRNUÍ ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY DLE NĚKTERÝCH NOREM

Při rozhodnutí projektanta přistoupit k zesílení sloupu ovinutím FRP tkaninou se nabízí hledat oporu v příslušné normě. Platný předpis pro navrhování betonových konstrukcí v české republice ČSN EN 1992-1-1 se o ovinutí zmiňuje jen velmi stručně a nezabývá se vůbec použitím kompozitu jako moderního materiálu pro zesilování ovinutím. Další možností je nahlédnout do zahraničních předpisů, kdy některé se ovinutím zabývají více či méně. Pokusím se shrnout základní podstatu návrhových modelů těchto předpisů a jejich přístup k návrhu ovinutí.

### 5.1 ČSN EN 1992-1-1

Záměrně uvádím tuto normu jako první, protože nejméně vystihuje chování ovinutí FRP tkaninou, kterým se v této práci zabývám. Ovinutí je zde vytvořeno

uzavřenými třmínky nebo šroubovicí, ve kterých je dosažen plastický stav v důsledku příčného roztažení betonu. Nicméně pomocí jednoduchých vztahů lze snadno určit zvýšenou charakteristickou pevnost a mezní přetvoření ovinutého betonu dle modifikovaného parabolicko-rektangulárního pracovního diagramu znázorněného na obr. 8. Ovšem za předpokladu, že známe efektivní příčné tlakové napětí, o jehož výpočtu se ale Eurokód nezmiňuje. Jeho velikost je možné popsat pomocí fyzikálního působení (kap. 4.1.) pro daný typ materiálu a průřezu zesilovaného sloupu a závisí na stupni vyztužení  $\rho_f$  a velikosti tahové síly v zesilující vrstvě  $f_f$ .



Obrázek 8 - Pracovní diagram ovinutého betonu [1]

V závislosti na velikosti příčného tlaku, kdy jeho minimální hodnota musí být alespoň 5% pevnosti neovinitého betonu v tlaku, se určí zvýšená charakteristická pevnost  $f_{ck,c}$  a mezní přetvoření  $\epsilon_c$  ovinutého betonu následovně:

- $f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,0 + 5,0 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right)$  pro  $\sigma_2 \leq 0,05 \cdot f_{ck}$
- $f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,125 + 2,5 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right)$  pro  $\sigma_2 > 0,05 \cdot f_{ck}$
- $\epsilon_{c2,c} = \epsilon_{c2} \cdot \left( \frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2$
- $\epsilon_{cu,c} = \epsilon_{cu2} + 0,2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}$

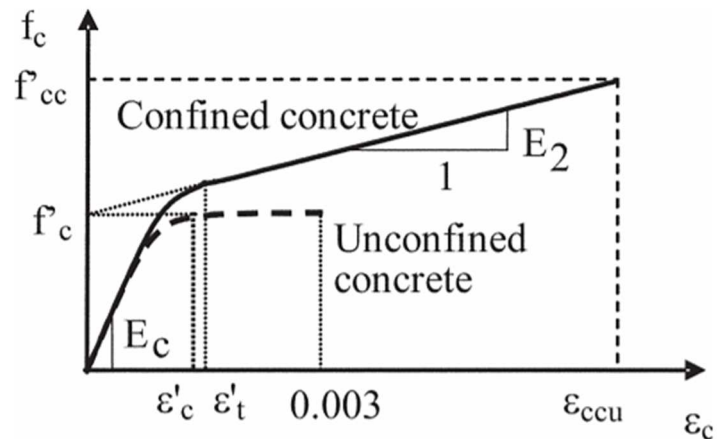
kde jednotlivé symboly značí:

- $f_{ck,c}, f_{ck}$  pevnost ovinutého, resp. neovinitého betonu v tlaku  
 $\sigma_2, \sigma_l$  efektivní příčné tlakové napětí v FRP  
 $\epsilon_{c2,c}$  poměrné přetvoření ovinutého betonu při dosažení maximální pevnosti  
 $\epsilon_{c2}$  poměrné přetvoření neovinitého betonu při dosažení maximální pevnosti  
 $\epsilon_{cu,c}$  mezní poměrné přetvoření ovinutého betonu při porušení

$\varepsilon_{cu2}$	mezní poměrné přetvoření neovinutého betonu při porušení (tab. 3.1. [1])
$f_{ck}$	charakteristická pevnost neovinutého betonu

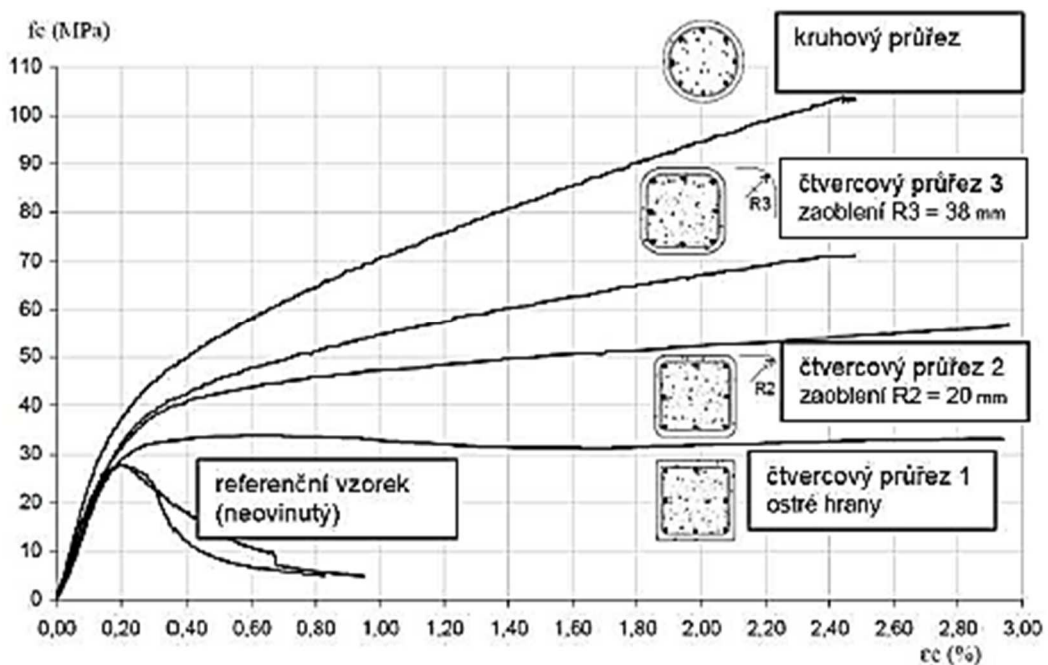
## 5.2 ACI 440.2R-17

Americká směrnice, zabývající se externím zesilováním stávajících betonových konstrukcí FRP materiály, poskytuje pro návrh a provádění konstrukcí přesnější technická doporučení než evropská norma. Je to nejspíš z důvodu početnějšího využívání tohoto materiálu, jako alternativa k tradičním způsobům zesilování, a to nejen v Americe ale i v Kanadě nebo v Japonsku. Zde kompozitní materiály našli uplatnění také v dopravních stavbách při zesilování pilířů mostů. Řadou zkoušek, výzkumů a skutečných realizací vznikl materiálový model betonu ovinutého FRP systémy, modifikující základní model pro beton ovinutý ocelí. Zahnuje různé faktory ovlivňující ovinutí v závislosti na podmínkách zesílení a použitém materiálu. O účinnosti ovinutí rozhoduje hned několik činitelů. Kromě rozměrů zesilovaného prvku jsou to vlastnosti zesilujícího materiálu, které závisí na způsobu výroby, druhu použitých vláken a jejich orientaci, vlastnostech matrice atd. Základní charakteristiky popisující chování FRP výztuže jsou pevnost v tahu  $f_f$ , modul pružnosti  $E_f$  a mezní poměrné přetvoření  $\varepsilon_f$ . Americká, ale i Kanadská norma zavádí efektivní součinitele redukující základní veličiny na efektivní. Je to z důvodu odlišného chování laminátu při zkoušce pevnosti v tahu od skutečného chování při ovinutí. Americká norma zavádí efektivní poměrné přetvoření jako  $\varepsilon_f = k_\varepsilon \cdot \varepsilon_{fu}$  kde  $k_\varepsilon$  vyjadřuje součinitel předčasného přetržení FRP tkaniny. Experimenty na betonových vzorcích ovinutých CFRP tkaninou stanovily střední hodnotu na 0,586 (podle Lam a Teng 2003a). Podobně z dalších zkoušek 0,57 (dle Harries and Carey 2003). Na základě těchto zkoušek bylo stanoveno, že poměr mezi příčným tlakem  $\sigma_l$  a charakteristickou hodnotou válcové pevnosti neovinutého betonu  $f_c'$  by neměl být menší než 0,08. Tím je deklarován minimální přítlak pro účinnou aktivaci ovinutí a použití pracovního diagramu  $\sigma$ – $\varepsilon$  (obr. 9) pro stanovení charakteristik betonu ovinutého FRP tkaninou. Provedené experimenty potvrdily dříve stanovené hodnoty z analytického modelu (Spoelstra and Monti 1999) udávající pro kruhové sloupy hodnotu  $k_\varepsilon = 0,55$  a minimální poměr  $\sigma_l/f_c' = 0,08$ .



Obrázek 9 - Průběh napětí a přetvoření betonu ovinutého FRP tkaninou [2]

Dalším faktorem ovlivňujícím ovinutí je tvar a rozměry zesílovaného prvku. Vhodnějším tvarem pro ovinutí je kruhový průřez, u kterého dochází po obvodě k rovnoměrnému působení příčného tlaku. U rektangulárního průřezu dochází díky jeho tvaru ke vzniku neúčinně ovinutých oblastí a tím ke snížení efektu ovinutí. Velikost těchto oblastí a výsledný efekt ovinutí závisí na vzájemném poměru stran a poloměru zaoblení rohů. Čím více se tvar blíží kruhu, tím je efekt ovinutí větší. [5]



Obrázek 10 - Vliv tvaru sloupu na pracovní diagram  $\sigma$ - $\epsilon$ . [6]

Při výpočtu výsledných veličin je tato problematika zohledněna zavedením redukčních součinitelů tvaru  $K_a$  a  $K_b$ . Pro kruhový průřez, kterým se v této práci zabývám, norma stanovuje jejich hodnotu na 1,0. Ve výpočtu pevnosti ovinutého betonu se objevuje ještě součinitel redukující pevnost tkaniny  $\psi_f$  stanoven na hodnotu 0,95. Pro výpočet únosnosti kruhového sloupu ovinutého FRP tkaninou lze využít následující vzorce předepsané normou.

- $f_{cc'} = f_c' + \psi_f 3,5 K_a \cdot f_l$
- $f_l = \frac{2 \cdot E_f \cdot n \cdot t_f \cdot \varepsilon_f}{D}$
- $\frac{f_l}{f_c'} > 0,08$
- $\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_c' \left( 1,5 + 12 K_b \frac{f_l}{f_c'} \left( \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c'} \right)^{0,45} \right)$
- $\varepsilon_{ccu} < 0,01$

kde jednotlivé symboly značí:

$f_{cc'}, f_c'$  pevnost ovinutého, resp. neovinutého betonu v tlaku

$f_l$  efektivní příčné tlakové napětí v FRP

$\varepsilon_{ccu}, \varepsilon_c'$  mezní přetvoření ovinutého, resp. neovinutého betonu

$\psi_f$  součinitel redukující pevnost FRP tkaniny

$K_a$  efektivní součinitel zohledňující tvar a rozměry prvku

### 5.3 CSA S806-12

Podobně k řešené problematice přistupuje i kanadská norma, která poskytuje vlastní vztahy pro výpočet charakteristik betonu ovinutého FRP tkaninou, vycházejících z velikosti příčného tlaku. Výsledná pevnost betonu pro sloupy kruhového průřezu je ovlivněna velikostí příčného tlaku vyvozeného ovinutím a redukována součinitelem tvaru  $K_c$ . Pro kruhové a oválné průřezy nabývá hodnoty 1,0. Velikost příčného tlaku je omezena mezními materiálovými charakteristikami ovíjecí tkaniny, limitující velikost jejího tahového napětí. Dle tohoto předpisu lze tahové napětí tkaniny  $f_f$  určit jako 4 % modulu pružnosti  $E_f$ , maximálně však jako hodnotu redukované pevnosti tkaniny v tahu. Konkrétní hodnotu pevnosti tkaniny deklaruje výrobce v jejím technickém listu a je stanovena na základě zkoušek. Hodnota redukčního součinitele, kterou se katalogová

pevnost snižuje, je dle tohoto předpisu stanovena pro železobetonové prvky jako faktor odporu  $\phi_f = 0,75$ . Pro předpjaté prvky nabývá hodnot 0,65 až 0,8 v závislosti na druhu vláken a zdali se jedná o předem nebo dodatečně předpjaté prvky. Vztah pro mezní přetvoření ovinutého betonu  $\varepsilon_{ccu}$  norma neposkytuje.

- $f_{cc'} = 0,85f_c' + K_c + K_l + f_l$
- $K_l = 6,7(K_c \cdot f_l)^{-0,17}$
- $f_l = \frac{2 \cdot t_f \cdot f_f}{D}$
- $f_f = \min(0,004 \cdot E_f; \phi_f \cdot f_{fu})$

kde jednotlivé symboly značí:

$f_{cc'}, f_c'$  pevnost ovinutého, resp. neovinutého betonu v tlaku

$f_l$  efektivní příčné tlakové napětí v FRP

$K_c$  efektivní součinitel zohledňující tvar a rozměry prvku dle [3]

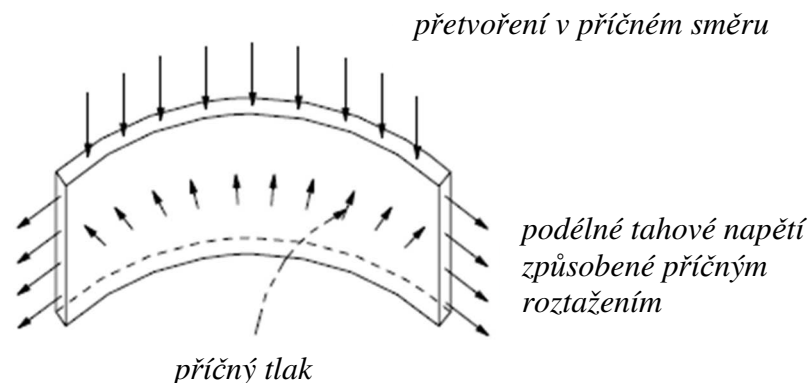
$\phi_f$  součinitel redukující tahovou pevnost tkaniny

#### 5.4 fib Bulletin no. 14

Technická zpráva fib Bulletin no. 14, „Externally bonded FRP reinforcement for RC structures“ podává souhrnné informace pro návrh zesílení železobetonových sloupů ovinutím FRP tkaninou. Předkládané informace jsou odvozeny z výsledků provedených experimentálních studií, ale také z řady analytických a numerických studií, založených na metodě konečných prvků. Návrh zesílení vychází z tradičních technik ovinutí sloupu ocelovými třmínky nebo spirálou, ovšem velký důraz je zde kladen na rozdílné chování oceli a FRP materiálů. Jak již bylo zmíněno v kap. 2. je výsledný efekt ovinutí závislý na napětí v ovíjecí vrstvě. U oceli je napětí omezeno dosažením meze kluzu, zatímco FRP materiály se chovají elasticky až do porušení, což přispívá k nárustu příčného tlaku a zvýšení efektu ovinutí, zároveň ale v důsledku toho dochází k náhlému selhání vlivem přetržení FRP tkaniny. Tato skutečnost musí být při návrhu respektována. Dále experimentální studie ovinutých sloupů odhalily že tahové napětí v ovíjecí tkanině vychází nižší než tahové napětí tkaniny získané z klasické tahové zkoušky. Toto snížení je způsobeno několika důvody. Jedním z nich je působení trojosého stavu napjatosti, který redukuje poměrné přetvoření tkaniny ( $\varepsilon_f$ ), získané z klasické tahové zkoušky (obr. 11).



Ve skutečnosti tedy nelze uvažovat s mezním přetvořením FRP materiálu získaným z tahové zkoušky ale s jeho efektivní hodnotou.



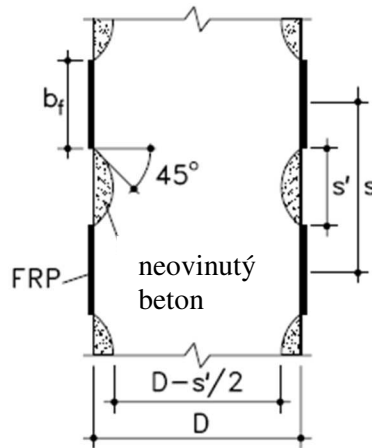
Obrázek 11 - Trojosý stav napjatosti FRP tkaniny

Míra redukce souvisí například s uspořádáním vláken, použitím více vrstev tkaniny nebo kvalitou provedení. Konkrétně s připraveností povrchu a zajištěním kontaktu mezi povrchem a ovíjecí tkaninou. Redukce dále souvisí s tzv. aktivací tkaniny, kdy je určitá část příčného přetvoření betonu spotřebována na narovnání vláken ovíjecí tkaniny a výsledné tahové napětí je tedy nižší než hodnota získaná z tahové zkoušky.

Redukce materiálových vlastností vlivem aktivace tkaniny je typická pro pasivní způsob zesílení. Příčné napětí závisí na přetvoření zesilovaného sloupu v příčném směru. Před zesílením prvku je tedy nutné správně určit počáteční přetvoření, které je definováno působením vlastní tíhy a ostatním stálým zatížením. K aktivaci ovinutí dochází až po dalším přitížení sloupu. Tento efekt může být odstraněn předepnutím tkaniny během provádění ovinutí (aktivní způsob zesílení). Napínáním tkaniny při aplikaci je vnášen příčný tlak do zesilovaného prvku bez nutnosti dalšího přitížení, což zvyšuje efekt ovinutí. Oproti pasivnímu způsobu zesílení je ale nutná mechanizace, což zvyšuje další finanční náklady. [6]

Další redukující faktor snižující příčné tlakové napětí souvisí se způsobem provedení ovinutí. Zesílení lze totiž provést lokálně nebo celoplošně. V případě lokálního ovinutí (obr. 12) se napětí snižuje zavedením součinitele účinnosti ovinutí  $k_e$  zohledňujícího vznik neovinitých oblastí mezi jednotlivými pruhy FRP tkaniny.

$$k_e \approx \left(1 - \frac{s'}{2D}\right)^2 < 1.0$$



Obrázek 12 - Lokální (částečné) ovinutí [4]

Orientace vláken tkaniny rovněž snižuje efekt ovinutí. Pokud je tkanina aplikována kontinuálně pod určitým sklonem, tvořící šroubovici, odklon vláken od vodorovného směru způsobí rovnoměrné rozdělení napětí do složek tahového  $\sigma_{l,h}$  a tlakového  $\sigma_{l,c}$  namáhání. Vliv šroubovicového efektu ovinutí lze zohlednit podobně jako předchozí způsob provedení ovinutí redukujícím součinitelem.

$$k_e = \frac{\sigma_{l,h}}{\sigma_{l,c}} = \left[ 1 + \left( \frac{p}{\pi D} \right)^2 \right]^{-1}$$

Kde jednotlivé symboly značí:

$$\sigma_{l,h} \quad \text{tahové napětí, } \sigma_{l,h} = \frac{N_f}{b_f \cdot R}$$

$$\sigma_{l,c} \quad \text{tlakové napětí, } \sigma_{l,c} = \frac{N_f}{b_f \cdot r}$$

$$R \quad \text{zakřivení tkaniny ve tvaru šroubovice, } R = \frac{k^2 \cdot r^2}{r}$$

$$k = p/2\pi$$

$$p \quad \text{stoupání šroubovice}$$

$$r \quad \text{poloměr šroubovice}$$

$$D \quad \text{průměr zesilovaného sloupu}$$

$$s' \quad \text{osová vzdálenost pruhů tkaniny}$$

Mezi další faktory snižující efekt ovinutí patří tvar průřezu. Jak jsem se již zmínil nejvhodnějším tvarem pro ovinutí je kruhový průřez, kde součinitel zohledňující tvar

průřezu je roven 1,0. Podobně jako ve [2] se pro rektangulární průřez stanoví součinitel zohledňující neúčinně ovinuté oblasti, jejichž velikost je dána poloměrem zaoblení rohů.

S ohledem na redukující faktory, lze vzorec pro výpočet příčného tlaku napsat jako:

$$\bullet \quad \sigma_l = K_{counf} \varepsilon_j = \frac{1}{2} \cdot k_e \cdot \rho_j \cdot E_j \cdot \varepsilon_j$$

Maximální příčný tlak vyvozený ovinutím, s ohledem na efektivní přetvoření tkaniny  $\varepsilon_j = \varepsilon_{ju}$  se získá jako:

$$\bullet \quad f_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_j \cdot E_j \cdot \varepsilon_{ju}$$

kde  $\rho_j = \frac{4 \cdot t_j}{D_j}$  je stupeň vyztužení, pak lze přepsat vztah jako:

$$\bullet \quad f_l = \frac{2 \cdot t_j \cdot E_f \cdot \varepsilon_{ju}}{D}$$

Pro výpočet výsledné pevnosti ovinutého betonu lze využít vztahy predikované dle provedených experimentálních nebo analytických studií (Spoelstra and Monti 1999)

$$\bullet \quad f_{cc} = f_{co} \left( 2,254 \sqrt{1 + 7,94 \frac{f_l}{f_{co}}} - 2 \frac{f_l}{f_{co}} - 1,254 \right)$$

$$\bullet \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left( 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right)$$

Kde jednotlivé symboly značí

$f_{cc}, f_{co}$  maximální pevnost ovinutého, resp. neovinutého betonu v tlaku

$f_l$  efektivní příčné tlakové napětí v FRP

$\varepsilon_{cc}, \varepsilon_{co}$  mezní přetvoření ovinutého, resp. neovinutého betonu

$E_j$  modul pružnosti tkaniny

$\varepsilon_j$  mezní přetvoření tkaniny při tahové zkoušce

$\varepsilon_{ju}$  efektivní mezní přetvoření tkaniny

$K_{counf}$  tuhost ovinutého betonu

## 5.5 Přehled výpočtových vztahů

Kromě Eurokódu, který zatím není na zesilování FRP materiály připraven, poskytují ostatní směrnice výpočtové vztahy pro určení charakteristik ovinutého betonu, které jsem shrnul v následující tabulce. Jsou to: příčné tlakové napětí, pevnost ovinutého

betonu a mezní přetvoření. Jednotlivé přístupy jsem seřadil postupně podle srozumitelnosti a náročnosti předkládané problematiky.

ČSN EN 1992-1-1		
$\sigma_l = \frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot \sigma_f$ <p>dle pružnosti</p>	$f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,0 + 5,0 \cdot \frac{\sigma_l}{f_{ck}} \right) \text{ pro } \sigma_2 \leq 0,05 \cdot f_{ck}$ $f_{ck,c} = f_{ck} \left( 1,125 + 2,5 \cdot \frac{\sigma_l}{f_{ck}} \right) \text{ pro } \sigma_2 > 0,05 \cdot f_{ck}$	$\varepsilon_{cu,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}$ $\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \cdot \left( \frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2$
ACI 440.2R - 17		
$f_l = \frac{2 \cdot E_f \cdot n \cdot t_f \cdot \varepsilon_f}{D}$	$f_{cc'} = f_c' + \psi_f 3,5 K_a \cdot f_l$	$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_c' \left( 1,5 + 12 K_b \frac{f_l}{f_c'} \left( \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_c'} \right)^{0,45} \right)$
CSA S806 - 12		
$f_l = \frac{2 \cdot t_f \cdot f_f}{D}$ $f_f = \min(0,004 \cdot E_f; \phi_f \cdot f_{fu})$	$f_{cc'} = 0,85 f_c' + K_c + K_l + f_l$ $K_l = 6,7 (K_c \cdot f_l)^{-0,17}$	-
fib Bulletin no. 14		
$f_l = \frac{2 \cdot t_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_{ju}}{D}$	$f_{cc} = f_{co} \left( 2,254 \sqrt{1 + 7,94 \frac{f_l}{f_{co}}} - 2 \frac{f_l}{f_{co}} - 1,254 \right)$	$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left( 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right)$

Tabulka 4 - Přehled výpočtových vztahů dle jednotlivých norem

Kde jednotlivé symboly značí

- $f_l = \sigma_l$  příčný tlak ovinutím
- $f_f = \sigma_f$  tahové napětí tkaniny
- $\rho_f$  stupeň vyztužení
- $E_f$  modul pružnosti tkaniny
- $\varepsilon_f$  mezní přetvoření tkaniny při tahové zkoušce
- $\varepsilon_{ju}$  efektivní mezní přetvoření tkaniny
- $t_f$  tloušťka tkaniny
- $n$  počet vrstev tkaniny
- $D$  průměr zesilovaného sloupu
- $f_{cc} = f_{cc'}$  pevnost ovinutého betonu v tlaku
- $f_{co} = f_c'$  pevnost neovinutého betonu v tlaku
- $f_{ck}$  charakteristická pevnost neovinutého betonu
- $\psi_f$  součinitel redukující pevnost FRP tkaniny
- $K_a$  efektivní součinitel zohledňující tvar a rozměry prvku dle [2]
- $K_c$  efektivní součinitel zohledňující tvar a rozměry prvku dle [3]
- $\varepsilon_{ccu}, \varepsilon_{cu,c}$  mezní poměrné přetvoření ovinutého betonu při porušení

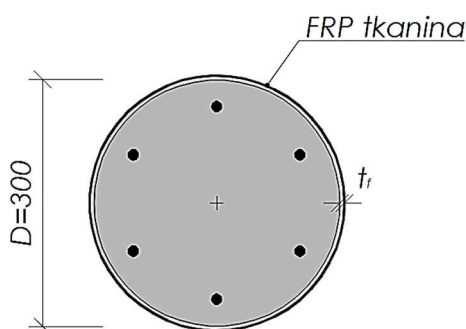
$\varepsilon_{cu2}$	mezí poměrné přetvoření neovinutého betonu při porušení
$\varepsilon_{c2,c}$	poměrné přetvoření ovinutého betonu při dosažení maximální pevnosti
$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_c'$	poměrné přetvoření neovinutého betonu při dosažení maximální pevnosti
$\varepsilon_{cc}$	mezí poměrné přetvoření ovinutého betonu při dosažení $f_{cc}$ dle [3]
$\varepsilon_{co}$	mezí poměrné přetvoření neovinutého betonu při porušení

## 6 ANALYTICKÁ STUDIE CHOVÁNÍ ŽELEZOBETOVÝCH SLOUPŮ OVINUTÝCH FRP TKANINOU

V návaznosti na předchozí kapitolu jsou v této části diplomové práce prezentovány jednotlivé přístupy norem k zesílení ovinutím na jednoduchém příkladu železobetonového sloupu kruhového průřezu zesíleného jednou vrstvou FRP tkaniny po celé ploše. V první části je prezentován vliv zesílení nejprve s ohledem na stanovení výsledných vlastností ovinutého betonu, dále je pak studován samotný návrh sloupu zesíleného ovinutím. Výsledné chování zesíleného sloupu je pak vyjádřeno pomocí interakčního diagramu, na kterém je popsán vliv ovinutí nekovovou FRP tkaninou.

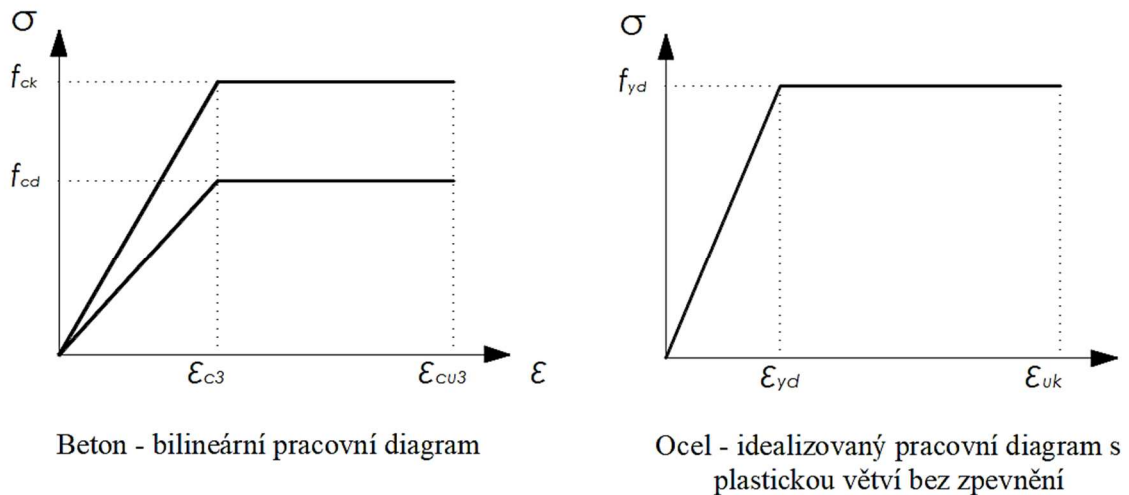
### 6.1 Porovnání přístupů jednotlivých norem

Porovnání jednotlivých vztahů uvedených v kapitole 5. je prezentováno na jednoduchém příkladu tlačného prvku. Jedná se o železobetonový prvek kruhového průřezu o průměru 300 mm a výšce 900 mm z betonu třídy C30/37, vyztuženého podélnou výztuží průměru 16 mm. Poměr výšky k průměru sloupu (3:1) je volen s ohledem na eliminaci vlivu štíhlosti. Díky tomu bylo možné lépe popsat chování ovinutí tkaninou v různých stádiích působení průřezu sloupu (zejména v oblasti tlakového namáhání) a pochopit tak řešenou problematiku. Zesílení ovinutím je pro všechny uvedené přístupy shodně modelováno jednou vrstvou FRP tkaniny z uhlíkových vláken SikaWrap 600 C120.



Obrázek 13 – Železobetonový sloup kruhového průřezu

Aplikace tkaniny na prvek je uvažována celoplošně a charakteristiky potřebné pro výpočet přítlaku jsou použity z technického listu výrobce tkaniny [11]. Výpočet je závislý na volbě zjednodušených pracovních diagramů materiálů neovinutého prvku. Pro beton jsem zvolil bilineární pracovní diagram a pro ocel pracovní diagram bez zpevnění. Materiálové charakteristiky uvažuji pro všechny přístupy analytické studie stanoveny shodně, a to výpočtovými hodnotami použitých materiálů stanovených dle Eurokódu [1]. Díky tomuto zjednodušení jsou výsledky vzájemně porovnatelné.



Obrázek 14 - Pracovní diagramy použitých materiálů.

Beton C30/37	
Charakteristická pevnost v tlaku $f_{ck}$ [MPa]	30
Návrhová pevnost v tlaku $f_{cd}$ [MPa]	20
Poměrné přetvoření $\varepsilon_{c3}$ [‰]	1,75
Mezní poměrné přetvoření $\varepsilon_{cu3}$ [‰]	3,5
Ocel B500B	
Charakteristická pevnost v tahu $f_{yk}$ [MPa]	500
Návrhová pevnost v tahu $f_{yd}$ [MPa]	434,78
Poměrné přetvoření $\varepsilon_{yd}$ [‰]	2,17
Modul pružnosti $E_s$ [MPa]	200 000
Tkanina SikaWrap 600 C120	
Tloušťka $t_f$ [mm]	1,3
Modul pružnosti $E_s$ [MPa]	50 000
Mezní poměrné přetvoření $\varepsilon_f$ [‰]	6
Pevnost v tahu [MPa]	400

Tabulka 5 - Přehled materiálových charakteristik

### 6.1.1 Výsledné mechanické vlastnosti ovinutého prvku

Výsledné hodnoty mechanických vlastností zesíleného prvku dle vztahů uvedených v kap. 5.5. jsou prezentovány v následující tabulce.

Norma	$\sigma_l$ [MPa]	Neovinutý		Ovinutý		Navýšení pevnosti [%]
		$\varepsilon_{co}$ [-]	$f_{co}$ [Mpa]	$\varepsilon_{cc}$ [-]	$f_{cc}$ [Mpa]	
ČSN EN 1992-1-1	2,60	3,50	30,00	3,517	40,25	25
ACI.2R-17	1,51			4,978	35,01	14
CSA S806-12	1,73			-	33,34	10
fib Bulletin no.14	1,30			4,134	38,17	21

Tabulka 6 - Porovnání výsledných vlastností ovinutého betonu

Kde jednotlivé symboly značí

- $f_l$       efektivní příčné tlakové napětí vyvozené ovinutím
- $f_{cc}, f_{co}$     maximální pevnost ovinutého, resp. neovinutého betonu v tlaku
- $\varepsilon_{cc}, \varepsilon_{co}$     mezní přetvoření ovinutého, resp. neovinutého betonu

Rozdílnost jednotlivých přístupů k návrhu ovinutí je patrná z prezentovaných výsledků, a to jak při výpočtu příčného tlaku, tak výsledných mechanických vlastností ovinutého betonu. Největší vliv ovinutí na výslednou pevnost betonu má Eurokód (až o 25 %), který příznivý efekt ovinutí připisuje příčné výztuži z betonářské oceli. Rozdílné chování oceli a FRP tkaniny zohledňují ostatní směrnice zavedením redukčních součinitelů. U těchto směrnic vychází průměrná hodnota pevnosti betonu ovinutého jednou vrstvou FRP tkaniny 35,5 MPa, což odpovídá zvýšení pevnosti betonu vlivem ovinutí o 15,2 %. Přesto je mezi hodnotami značný rozdíl a určit vhodný výpočtový model může být v praxi obtížné.

Z toho důvodu jsem provedl následující porovnání výsledných mechanických vlastností, s uvážením hodnoty příčného tlaku pro všechny přístupy stejně, stanovené dle postupu pro příčné napětí tlačných sloupů zesílených ocelovou výztuží. Takto stanovené výsledky jsou lépe porovnatelné a ukazují rozdíly v jednotlivých přístupech (bez uvážením redukujících součinitelů).

Norma	$\sigma_l$ [MPa]	Neovinutý		Ovinutý		Navýšení pevnosti [%]
		$\varepsilon_{c0}$ [-]	$f_{c0}$ [Mpa]	$\varepsilon_{cc}$ [-]	$f_{cc}$ [Mpa]	
ČSN EN 1992-1-1	2,60	3,50	30,00	3,517	40,25	25
ACI.2R-17				6,41	38,65	22
CSA S806-12				-	33,80	11
fib Bulletin no.14				6,14	45,04	33

Tabulka 7 - Porovnání výsledných vlastností ovinutého betonu

### 6.1.2 Shrnutí

Z porovnání tabulek 6 a 7 je patrné že na výsledné mechanické vlastnosti ovinutého betonu má vliv příčný tlak, k jehož výpočtu, přistupují normy odlišně zavedením redukujících součinitelů. Při uvažování jednotné hodnoty velikosti příčného tlaku pro všechny uvedené přístupy  $\sigma_l = 2,6$  MPa dle vztahu pro příčné napětí tlačných sloupů zesílených ocelovou výztuží, je v tab. 7 možné pozorovat rozptýl pevností ovinutého betonu v tlaku od 11 do 33 %. Při návrhu zesílení a vyjádření únosnosti sloupu pomocí interakčního diagramu lze na základě zvoleného přístupu dostat značný rozdíl, což může vést při posouzení k nežádoucímu jevu nadhodnocení únosnosti. Nejméně zohledňuje vliv příčného tlaku kanadská norma, pro kterou je jeho velikost přímo omezena mezními materiálovými charakteristikami ovíjecí tkaniny. Kromě Eurokódu, který není na používání FRP materiálů pro zesílené ovinutím připraven, ostatní přístupy zohledňují odlišné chování od oceli zavedením redukujících součinitelů, jejichž velikost má vliv na výslednou pevnost betonu.

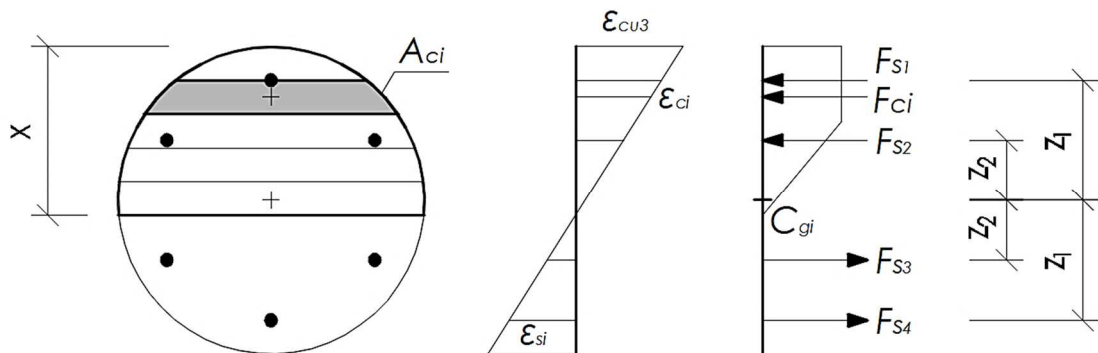
### 6.2 Porovnání pomocí interakčního diagramu

Pro popis chování železobetonového sloupu zesíleného FRP tkaninou jsem účinek ovinutí podle jednotlivých přístupů porovnal na interakčním diagramu, vyjadřující normálovou a ohybovou únosnost prvku. Oblast únosnosti je ohraničena mezní křivkou procházející charakteristickými body a popisující únosnost průřezu od zcela tlačného až po tažený. Velikost normálové a ohybové únosnosti v každém z bodů (charakteristické body 0. až 5.), vychází ze silové a momentové podmínky rovnováhy na průřezu pro danou polohu neutrální osy.



## 6.2.1 Postup výpočtu

Princip výpočtu mezního stavu únosnosti pro jednotlivé případy porušení spočívá v rozdělení plochy tlačeneho betonu na určitý počet dílků. Ze známého průběhu přetvoření je pro každý dílek o ploše  $A_{ci}$  určena konkrétní hodnota přetvoření  $\varepsilon_{ci}$  a z pracovního diagramu betonu zjištěno odpovídající napětí. Výsledná únosnost tlačeneho betonu  $F_{cc}$  je dána součtem únosností jednotlivých dílků  $F_{ci}$ . Příspěvek betonářské výztuže  $F_s$  je dán součtem únosností jednotlivých vložek  $F_{si}$ . Odpovídající napětí je stanoveno z pracovního diagramu oceli se zpevněním, na základě přetvoření konkrétního prutu. Materiálové charakteristiky betonu a oceli jsou použity v návrhových hodnotách stanovených podle Eurokódu [1]



Stanovení napětí v betonu:

Pro:  $\varepsilon_{ci} \geq \varepsilon_{c3} \rightarrow \sigma_{ci} = f_{cd}$

Pro:  $\varepsilon_{ci} < \varepsilon_{c3} \rightarrow \sigma_{ci} = \varepsilon_{ci} \cdot (f_{cd}/\varepsilon_{c3})$

Stanovení příspěvku betonářské výztuže:

$$\text{pro } d_{si} \leq x \rightarrow \varepsilon_{si} = \varepsilon_{cu3} \left( \frac{x - d_{si}}{x} \right)$$

$$\text{pro } d_{si} > r \rightarrow \varepsilon_{si} = \varepsilon_{cu3} \left( \frac{d_{si} - x}{x} \right)$$

$$\text{pro } \varepsilon_{si} < \varepsilon_y \rightarrow \sigma_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si} < f_y$$

$$\text{pro } \varepsilon_{si} > \varepsilon_y \rightarrow \sigma_{si} = f_y$$

Stanovení plochy tlačeneho betonu:

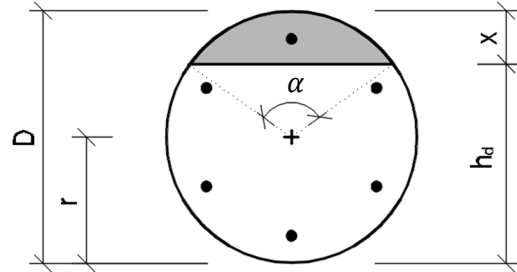
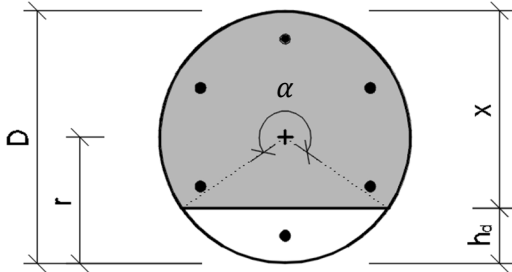
Plocha dílku je stanovena podle vzorce pro výpočet obsahu kruhové úseče:

$$A_{ci} = \frac{r^2}{2} \cdot \left( \frac{\pi \cdot \alpha}{180} - \sin(\alpha) \right)$$

Stanovení vnitřního úhlu  $\alpha$ :

$$\alpha = 360 - \left( 2 \cdot \arccos \left( \frac{h_d}{r} \right) \right) \text{ pro } x > r$$

$$\alpha = 360 - \left( 2 \cdot \arccos \left( \frac{h_d}{r} \right) \right) \text{ pro } x < r$$



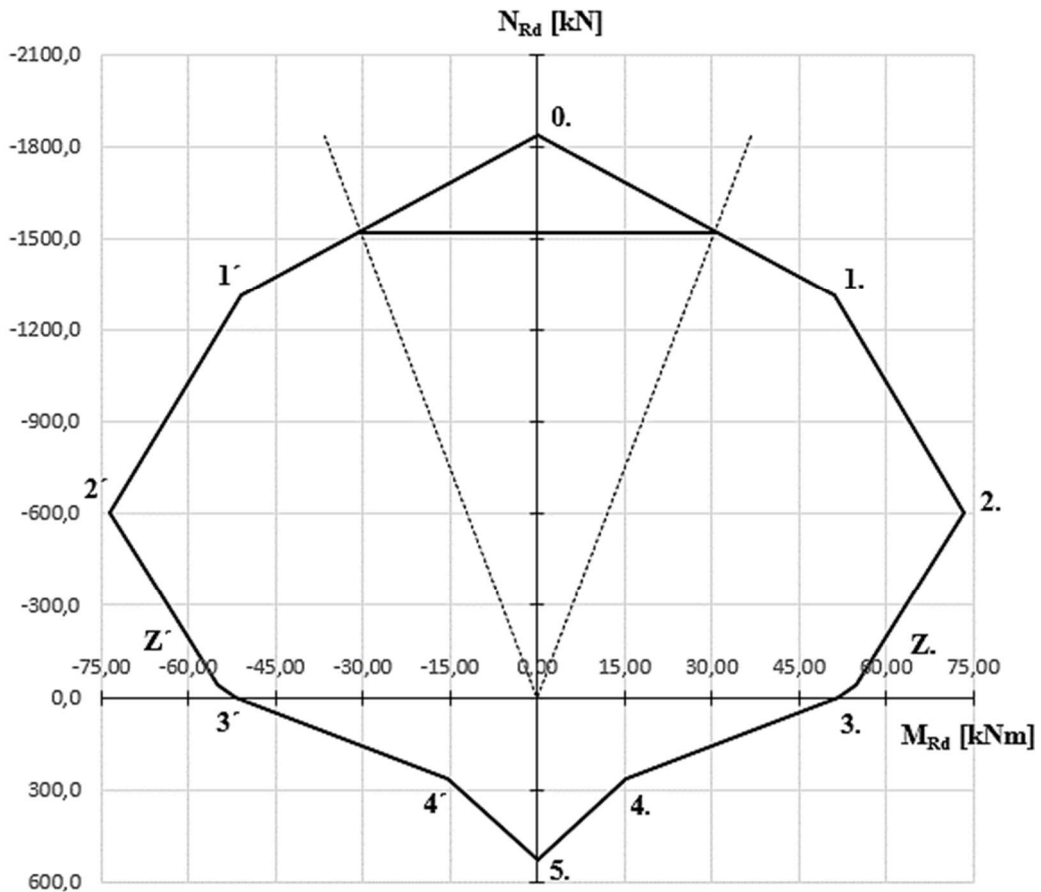
Výpočet únosnosti průřezu:

$$N_{Rd} = \Sigma F_{ci} + \Sigma F_{si}$$

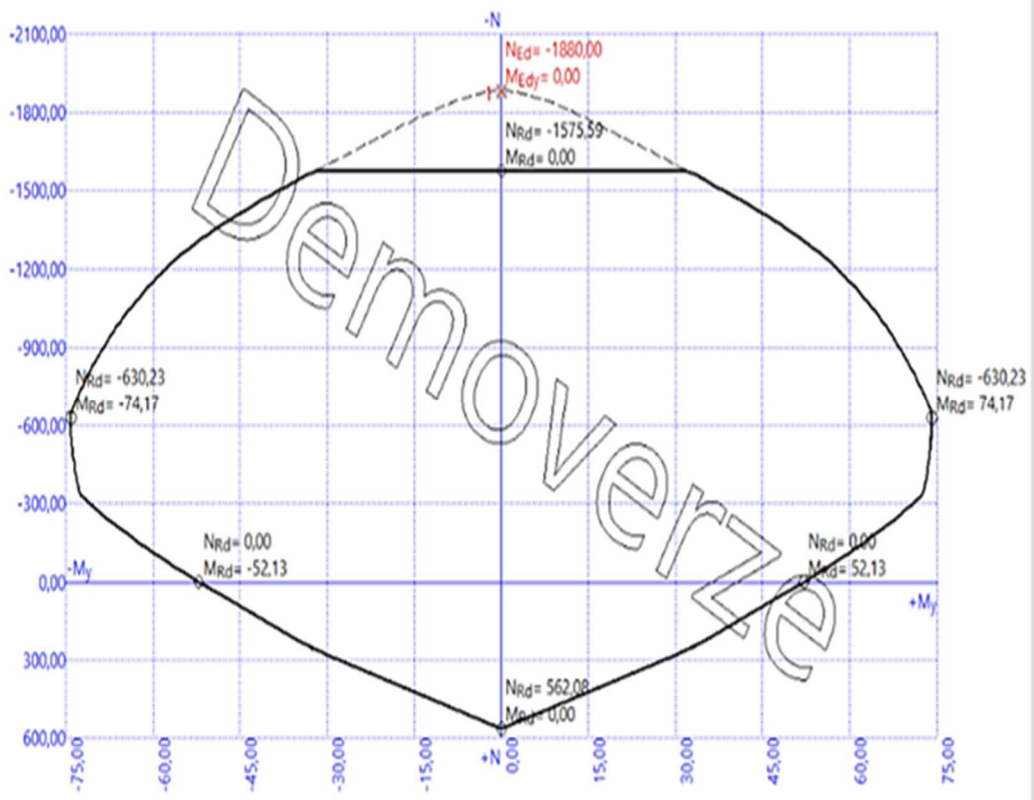
$$M_{rd} = \Sigma F_{ci} z_{ci} + \Sigma F_{si} z_{ci}$$

**6.2.2 Ověření správnosti výpočtu sloupu bez vlivu ovinutí**

Nejprve jsem sestrojil interakční diagram pro sloup bez vlivu ovinutí (graf. 1) a porovnal s výpočetním programem FIN EC 2019 (graf 2) za účelem ověření správnosti výpočtu. Výše uvedeným postupem výpočtu bylo dosaženo teoretické mezní odolnosti v dostředném tlaku 1835 kN, což přibližně koresponduje s výpočetním programem (1880 kN). Ohybová únosnost na hladině 600 kN stanovená výpočtem je 73,5 kNm. (výpočetní program 74,17 kNm). Výpočet pro stanovení únosnosti neovinutého sloupu tímto považuji za korektní a vhodný pro stanovení vlivu ovinutí. Výpočet jednotlivých bodů interakčního diagramu neovinutého sloupu je přílohou P1.



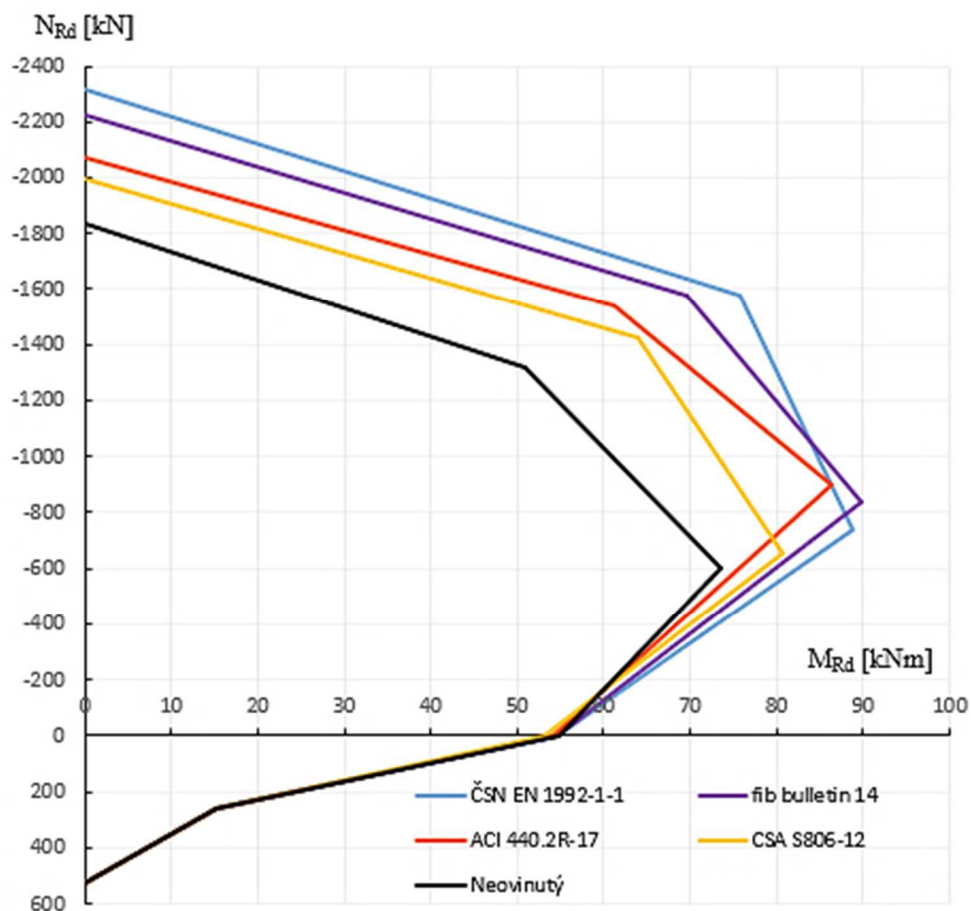
Graf 1 - Interakčního diagramu sloupu kruhového průřezu stanovený ručním výpočtem



Graf 2 - Interakční diagram sloupu kruhového průřezu FIN EC 2019

### 6.2.3 Vliv ovinutí

Vliv ovinutí je započítán odpovídajícím zvýšením mechanických vlastností betonu, což se projevuje zvýšením únosnosti v oblasti tlakového namáhání, v závislosti na velikosti vyvozeného příčného tlaku. Jeho velikost je dána velikostí tlačené části betonu. Pokud převládá tažená část betonového průřezu nad tlačnou, vliv ovinutí vymizí, protože tkanina již není natahována vlivem přetvoření betonu a nedochází tak k vyvození příčného tlaku. Vliv ovinutí jednou vrstvou FRP tkaniny na zvýšení únosnosti podle studovaných přístupů je patrný z grafu x. Z důvodu symetrického vyztužení prvku je zobrazena polovina interakčního diagramu.



Graf 3 - Porovnání vlivu ovinutí

Zvýšení mechanických vlastností ovinutého betonu podle vztahů v kapitole 3. se projevilo zvýšením tlakové i ohybové únosnosti prvku. Z grafu je zřejmý největší vliv ovinutí v oblasti tlakového namáhání. Postupně jak prvek přechází do tahového namáhání, vliv ovinutí se zmenšuje a jakmile převezme únosnost tažená ocelová výztuž, vliv ovinutí vymizí. Oproti prvku bez ovinutí došlo ke zvýšení mezní tlakové únosnosti

(bod 0.) v rozmezí od 1993,12 kN po 2318,97 kN což je v průměru 14 % navýšení únosnosti vlivem jedné vrstvy FRP tkaniny. Na nárůst únosnosti v dostředném tlaku, kdy je celý průřez rovnoměrně tlačěn, má vliv pevnost ovinutého betonu. V souladu s hodnotami uvedenými kap. 6.1.1. dosahuje nejvyšší tlakové únosnosti Eurokód 2 [1] vlivem nerespektování skutečného chování FRP tkaniny. Ostatní přístupy dosahují v této oblasti hodnot tlakové únosnosti korespondujících s výsledky pevností ovinutého betonu dle zmiňované kapitoly. Nejvyšší ohybové únosnosti dosahuje fib bulletin 14 a to téměř 90 kNm na úrovni tlakového namáhání 836,69 kN. Ze všech ostatních přístupů má průběh únosnosti nejvíce shodný s neovinutým betonem až do dosažení bodu 2 (ŽB), který představuje rozhraní mezi tlakovým a tahovým porušením. V tomto bodě by mělo dojít k postupné aktivaci tkaniny a k zavedení charakteristik ovinutého betonu do výpočtu. Vliv aktivace tkaniny je dobře patrný z průběhu křivky dle americké normy [2], která má nejmenší odklon od křivky neovinutého prvku mezi body 2. a 3. (ŽB).

### 6.3 Shrnutí

Rozdíly ve stanovených mechanických vlastnostech betonu ovinutého FRP tkaninou poukázali na to, že přesnost jednotlivých směrnic je podmíněna správným použitím pracovního diagramu ovinutého betonu, a především zavedením redukčních součinitelů. Kromě samotné koncepce vztahu pro výpočet mechanických vlastností ovinutého betonu  $f_{cc}$  a  $\epsilon_c$ , má na výsledné mechanické vlastnosti vliv také velikost příčného tlaku vyvozeného ovinutím. V důsledku různého přístupu jednotlivých předpisů (použitím součinitelů) je velikost příčného tlaku různá, což by při tomto zohlednění znamenalo výraznější rozptýl výsledných vlastností ovinutého betonu a tím i únosnosti ovinutím zesíleného sloupu. Při uvážení jednotné hodnoty příčného tlaku dle vztahu pro sloupy zesílené ocelovou výztuží ve formě třmínek se projevuje jeho vliv zvýšením pevností a mezního přetvoření ovinutého betonu. Chování ovinutého betonu je patrné z interakčního diagramu, zobrazujícího účinnost použití tohoto druhu zesílení pro zvýšení tlakové a ohybové oblasti namáhání. V oblasti dostředného tlaku došlo průměrně ke zvýšení pevnosti ovinutého betonu o 14,4 % na hodnotu 2151 kN. Navýšení pevnosti ovinutého betonu je od 8 do 20 %, a proto je při návrhu obtížné usuzovat na výstižný předpis.

Závěry provedené studie poukazují na významný rozdíl, při určení výsledných vlastností ovinutého betonu (i při uvážení jednotného příčného tlaku), a tím pádem i na

rozdíl v únosnostech ovinutého sloupu dle jednotlivých přístupů. Tento fakt ztěžuje projektantovi provést bezpečný a vhodný návrh tohoto způsobu zesílení bez dalšího ověření chování sloupu ovinutého FRP tkaninou. Z tohoto důvodu, přistupuji v další části diplomové práce, k provedení numerické simulace řešeného vzorového příkladu.

## **7 NELINEÁRNÍ ANALÝZA OVINUTÍ SLOUPŮ**

Cílem této kapitoly je ověřit vliv ovinutí a stanovit únosnost prvku ovinutého FRP tkaninou. Dále tato kapitola na referenčním vzorku porovnává výsledky analytické a numerické studie chování ovinutého betonu zesíleného FRP tkaninou.

### **7.1 Obecné informace o nelineární analýze**

Za účelem porovnání získaných poznatků z teoretické studie v kap. 3 jsem využil nelineární analýzu pomocí programu umožňujícího řešit nelineární úlohy. Počítačový program ATENA společnosti Červenka Consulting s.r.o. umožňuje modelovat skutečné chování betonových a železobetonových konstrukcí včetně vzniku a rozvoje trhlin, drcení betonu nebo tečení prutové výztuže [7]. Program je založen na principu řešení úloh pomocí metody konečných prvků, která v mechanice těles rozlišuje dva typy nelinearit. Geometrická nelinearita – definována geometrickými rovnicemi, tj. vztahy mezi posunutím a přetvořením, popisující deformovaný stav konstrukce. Materiálová nelinearita – definována fyzikálními rovnicemi, tj. vztahy mezi napětím a přetvořením, popisující materiálové charakteristiky, které se během deformace konstrukce mění. Zavedením těchto nelinearit lze obecně řešit jakoukoliv úlohu, přičemž lze i kombinovat geometrickou a materiálovou nelinearitu [8]. Program ATENA ale i jiné programy umožňující nelineární analýzu pracuje na principu proměnnosti geometrických či materiálových charakteristik v průběhu výpočtu v závislosti na zatížení. Přesnost řešení ovlivňuje hustota sítě konečných prvků, kterou lze ovlivnit volbou velikosti a tvaru konečného prvku. V případě softwaru ATENA je využito Lagrangeovy sítě konečných prvků definovaných v posledním řešeném kroku tzn. že síť konečných prvků se deformuje v závislosti na deformující se konstrukci.

Pro provedení nelineární analýzy jsem si vstupní data připravil v programu GID. Jedná se o univerzální, uživatelsky přívětivé, grafické prostředí pro modelování geometrie prvku a zadávání vstupních dat. Program následně umožňuje spustit analýzu pomocí softwaru ATENA a v případě potřeby provést dodatečné úpravy. Před

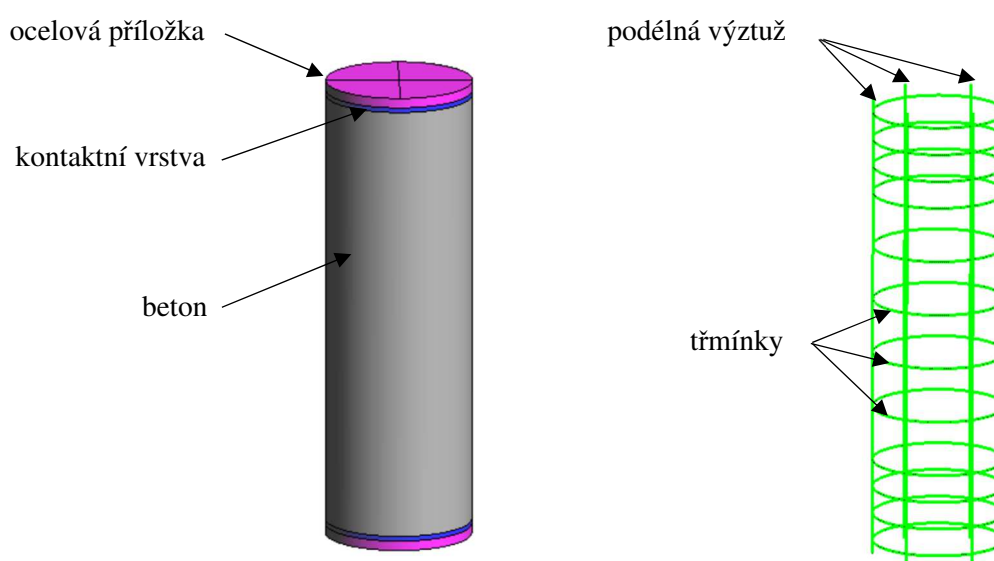
provedením výpočtu je důležité správné určení typu úlohy, pro získání očekávaných výsledků. V případě centricky tlačného prvku zesíleného ovinutím se jedná o statickou analýzu a výsledkem by mělo být zjištění charakteristik ovinutého betonu. Dále je zapotřebí zvolit vhodný materiálový model pro jednotlivé materiály a správné podepření prvku. S ohledem na očekávané výsledky je nutné vhodně umístit tzv. monitory, které umožní sledovat výsledné veličiny (například deformace, reakce, napětí) v zadaných místech dle konkrétního požadavku na výsledné hodnoty.

## 7.2 Tvorba modelu

Geometrii prvku jsem volil shodně jako v kapitole 6. aby bylo možné porovnat výsledky s teoretickou studií. Snažil jsem se dodržet obecné zásady modelování dle [9], tak aby se vytvořený numerický model včetně okrajových podmínek co nejvíce blížil reálnému působení prvku. Abych ověřil správnost modelu začal jsem jednodušším modelem železobetonového prvku a po takzvaném „odladění modelu“ jsem přistoupil k modelování ovinutí.

### 7.2.1 Modelování železobetonového prvku

Geometrický model se skládá z železobetonového prvku, ocelových příložek a kontaktního materiálu mezi příložkami a betonem (obr. 15). Celý model má okrajové podmínky simulující tlakovou zkoušku betonu. Výztuž tvoří podélná výztuž ve formě prutové výztuže a příčná výztuž ve formě kruhových třmínků.



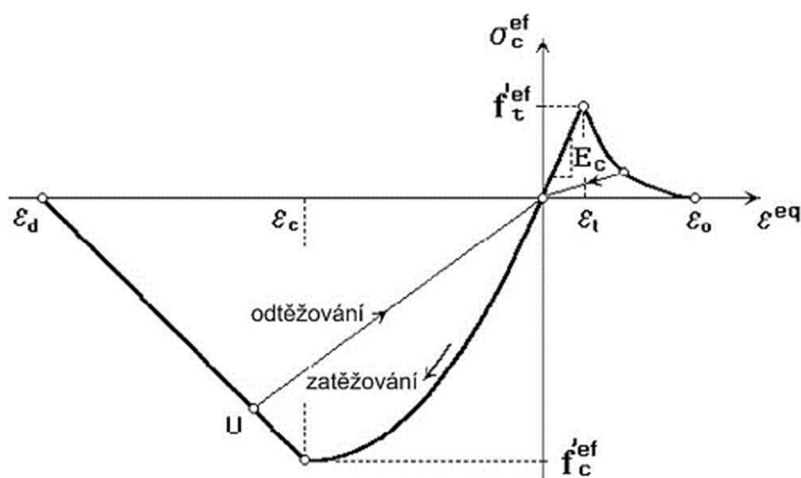
Obrázek 15 - Model železobetonového prvku

### 7.2.1.1 Materiály

Pro následné porovnání s výsledky z výpočtové studie dle jednotlivých přístupů, uvažuji pro výpočtový model charakteristiky materiálů stanovené dle Eurokódu, tak jako v kapitole 6.

#### Beton:

Pro beton jsem zvolil materiálový model Concrete EC2 generující materiálové charakteristiky na základě Eurokódu. Pracovní diagram betonu NonLinComentitious2 kombinuje modely pro tahové a tlakové chování betonu. Jedná se o 3D křehko-plastický model betonu. Třída betonu C30/37.



Obrázek 16 - Materiálový model betonu

Vlastnost	Hodnota
Třída betonu	C30/37
Materiálový model	CC3D NonLinCementitious2
Objemová hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	2300
Návrhová pevnost v tlaku [MPa]	-20
Návrhová pevnost v tahu [MPa]	1,33
Poissonovo číslo	0,3
Modul pružnosti [MPa]	32 000

Tabulka 8 - Parametry materiálového modelu pro beton

#### Betonářská výztuž:

Výztuž jsem modeloval formou jednotlivých prutů a třmínků, shodně s referenčním vzorkem v kapitole. Vhodný materiálový model generující materiálové



charakteristiky dle Eurokódu 2 je Reinforcement EC2. Jedná se o bilineární pracovní diagram oceli bez zpevnění. Označení oceli B500B.

Vlastnost	Hodnota
Třída oceli	B500B
Průměr $\phi$ [mm]	16
Počet kusů [ks]	6
Materiálový model	CC Reinforcement
Objemová hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	7850
Návrhová pevnost v tahu [MPa]	434,78
Poissonovo číslo	0,3
Modul pružnosti [MPa]	210 000
Typ výztuže	bilineární
Působení v tlaku	aktivní

Tabulka 9 - Parametry materiálového modelu pro betonářskou výztuž

#### Ocelové příložky:

Roznášecí ocelové příložky slouží pro zajištění prvku v místech jeho uložení a současně pro roznoš zatížení do prvku rovnoměrně na celou jeho kontaktní plochu. Vzhledem k tomu že příložky se nepodílí na únosnosti prvku, volil jsem materiálový model CC3DElasticIsotropic. Tento materiálový model se chová lineárně-pružně a vykazuje ve všech směrech stejné vlastnosti. Zvýšením modulu pružnosti o jeden řád jsem zvýšil tuhost příložek tak, aby nedocházelo ke zkreslování dosažených výsledků vlivem deformací příložek.

Vlastnost	Hodnota
Materiálový model	CC3D ElasticIsotropic
Modul pružnosti [MPa]	$2,1 \cdot 10^6$
Poissonovo číslo	0,3
Tloušťka [mm]	20

Tabulka 10 - Parametry materiálového modelu pro ocelové příložky

#### Materiál kontaktu:

Z důvodu zajištění lepší spojitosti sítě konečných prvků jsem mezi betonový prvek a ocelové příložky se zvýšeným modulem pružnosti vymodeloval ještě tenkou

vrstvu. Této vrstvě jsem přiřadil rovněž materiálový model CC3DElastiIzotropic se sníženým modulem pružnosti.

<i>Vlastnost</i>	<i>Hodnota</i>
<i>Materiálový model</i>	<i>CC3D ElasticIsotropic</i>
<i>Modul pružnosti [MPa]</i>	<i>200 000</i>
<i>Poissonovo číslo</i>	<i>0,3</i>
<i>Tloušťka [mm]</i>	<i>10</i>

Tabulka 11 - Parametry materiálového modelu pro kontaktní vrstvu

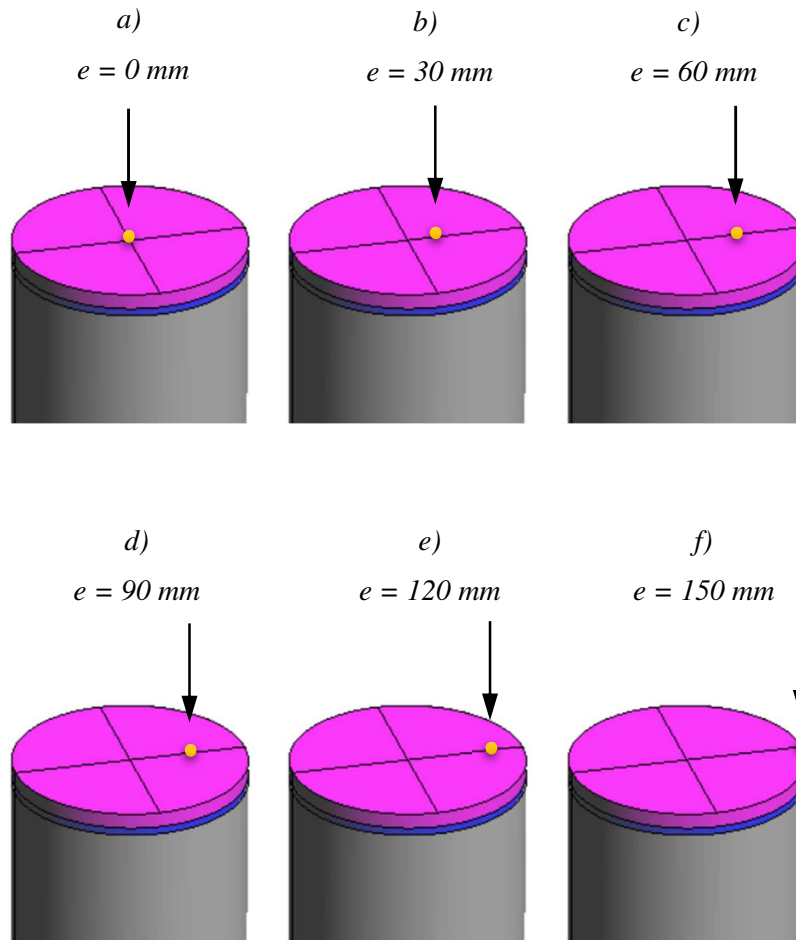
### 7.2.1.2 Zadání podepření a zatížení prvku

#### Podpory:

Podepření prvku jsem volil liniové v hlavě i patě prvku, tak aby korespondovalo se zatěžovací zkouškou v tlaku. Vetknutí v patě prvku zabraňuje pohybu ve všech třech směrech (x, y, z). Vrchní části prvku je umožněn svislý posun ve směru podélné osy (osa z). V osách kolmých na osu prvku je posunu zabráněno.

#### Zatížení:

Pro řešenou úlohu připadá v úvahu zatěžování deformací nebo silou. Rozdíl v těchto způsobech je v postihnutí chování modelu po překročení mezní únosnosti. S ohledem na zatěžovací zkoušku jsem zvolil způsob zatěžování deformací, kdy je možné postihnout sestupnou větev pracovního diagramu, tj. chování po dosažení mezní únosnosti. Svislá deformace byla definována ve druhém zatěžovacím stavu. V prvním byla zadána do jediného intervalu vlastní tíha, rozdělená do deseti zatěžovacích kroků. Hodnota deformace ve druhém intervalu byla nastavena na 0,001 m a rozdělena do 30 zatěžovacích kroků abych postihl počáteční větev pracovního diagramu. Pro možnost porovnání s výsledky z teoretické studie jsem deformaci vnášel na excentricitě, která se se vzdáleností od středu zvětšovala. Výsledné hodnoty posloužili pro sestavení části interakčního diagramu.



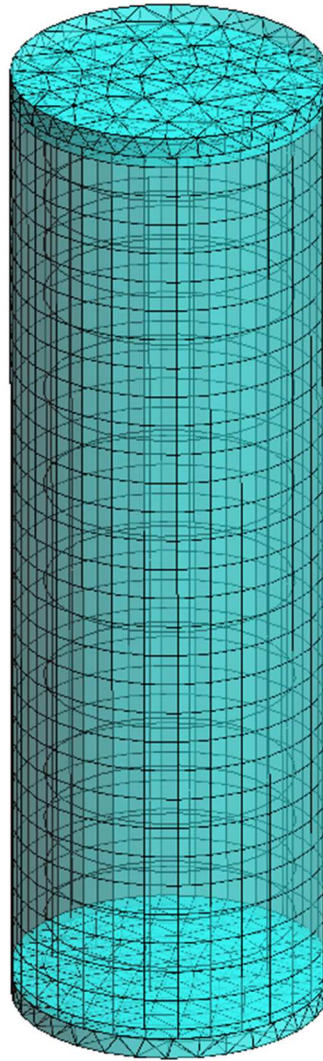
Obrázek 17 - Zatížení na excentricitě

Monitory:

Pro sledování hodnot v každém kroku jsou nutné monitory umístěné na vhodně zvolených místech. V místě vnesení deformace (v hlavě) je jednou ze sledovaných veličin reakce ve směru podélné osy prvku (osa z). Dále je ve směru této osy sledováno svislé posunutí. V patě je umístěn monitor pro snímání svislé reakce a uprostřed prvku pro sledování vybočení prvku.

**7.2.1.3 Generování sítě konečných prvků**

Velikost sítě konečných prvků byla zvolena na hodnotu 0,05 m.



Obrázek 18 - Síť konečných prvků

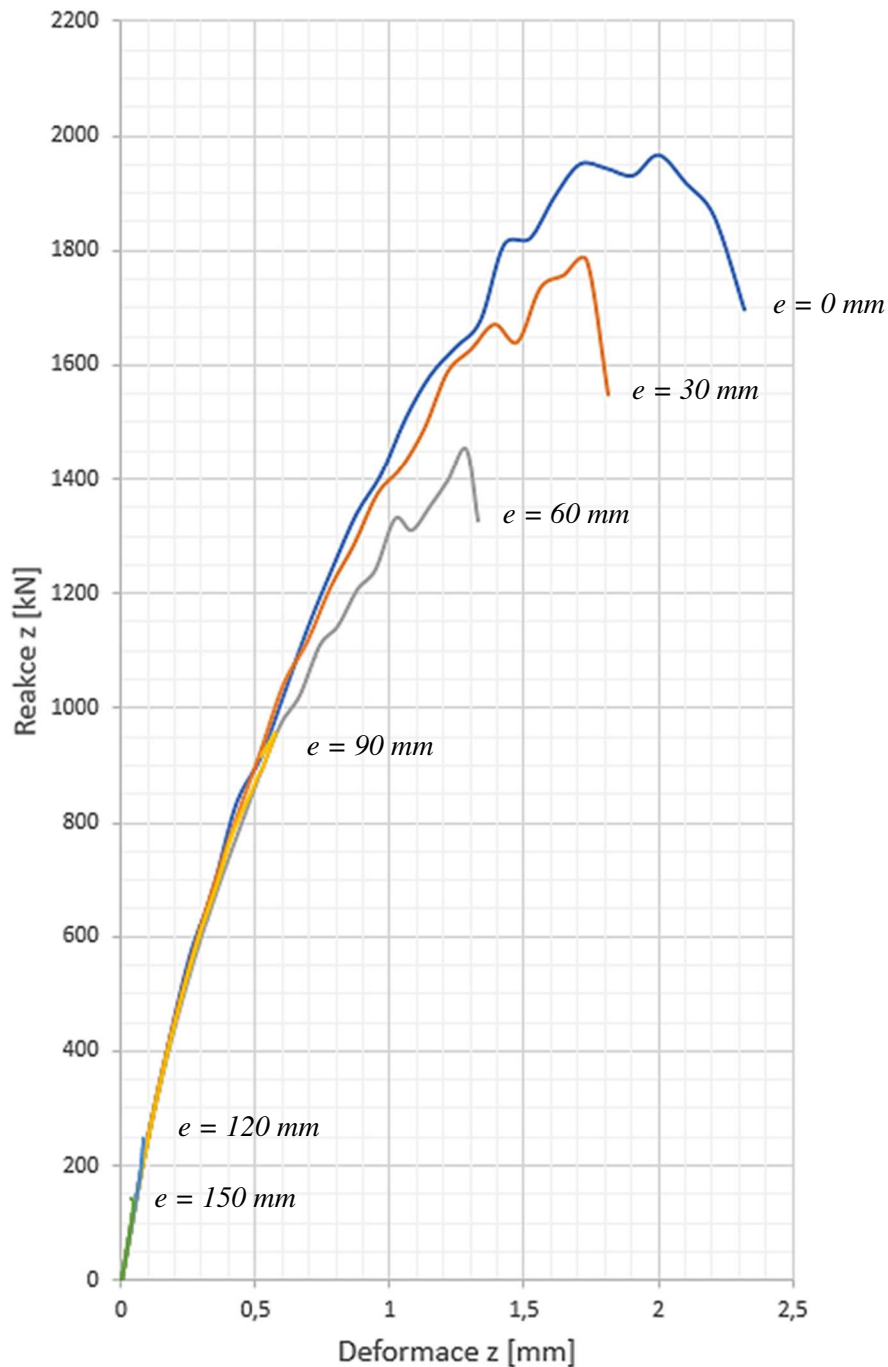
#### 7.2.1.4 Nastavení parametrů výpočtu

Iterační metoda zvolená pro řešení nelineárních rovnic je Newton-Raphson, která je založena na postupném zpřesňování řešení, dokud nejsou splněna čtyři konvergenční kritéria. V jednom iteračním kroku je volen limit 30 iterací pro zajištění dostatečné přesnosti řešení bez nadměrného zpomalení výpočtu.

#### 7.2.1.5 Výsledky

Na obrázku 19. je prezentován zatěžovací diagram pro model železobetonového prvku. Celkem bylo vytvořeno šest variant, které se liší zatížením na různé excentricitě. Od nulové ( $e = 0$  mm) - simulující dostředný tlak a odpovídající bodu 0. interakčního diagramu, až po maximální ( $e = 150$  mm) na okraji prvku. Výsledky numerického řešení

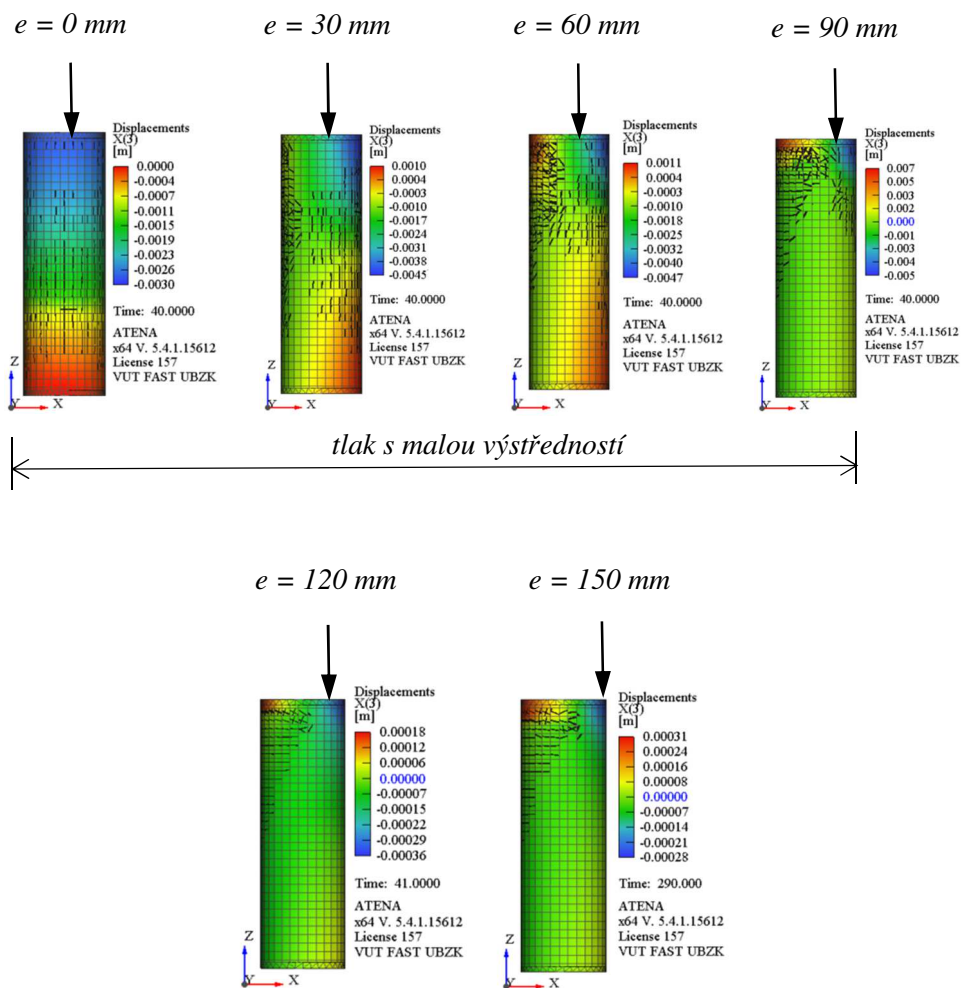
kořespondují s fyzikálním chováním železobetonového prvku přecházejícího ze zcela tlačného do ohýbaného, u kterého dochází vlivem rozvoje trhlin ke snížení únosnosti.



Obrázek 19 - Zatěžovací diagram pro jednotlivé excentricity

Na obr. 20. jsou pro jednotlivé varianty zatížení železobetonového prvku zobrazeny deformace ve směru osy z při dosažení maximální síly a společně s tímto jsou vykresleny trhliny. Díky tomu je možné sledovat odlišný způsob porušení, kdy u první varianty (dostředný tlak) dochází k porušení celého průřezu vyčerpáním jeho tlakové únosnosti. Na dalších variantách je vidět postupný přechod průřezu do oblasti tahového

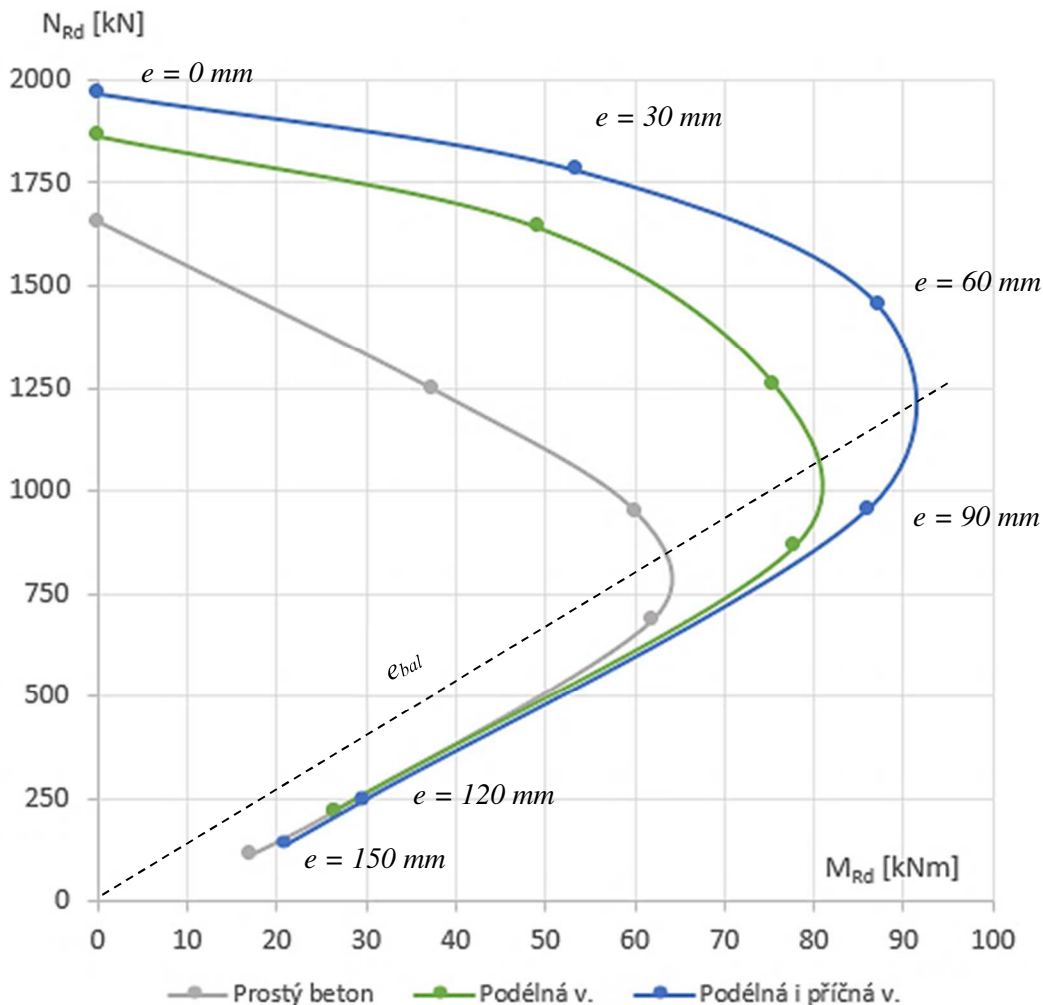
namáhání, což je doprovázeno vznikem tahových (vodorovných) trhlin na tažené straně prvku. U poslední varianty se zatížením působícím na velké excentricitě je z průběhu trhlin patrný velký vliv ohybového namáhání (vliv ohybového momentu). Zároveň je u této varianty s velkou excentricitou zatížení patrná větší koncentrace trhlin v hlavě prvku na straně tažené výztuže.



Obrázek 20 - Způsob porušení prvku

Pro každou variantu je sledována maximální dosažená síla a na základě excentricity dopočítán příslušný ohybový moment. Hodnoty slouží pro vykreslení mezní zatěžovací křivky – interakčního diagramu (graf 21) z nějž je patrné, že u posledních dvou variant s velkou excentricitou došlo k předčasnému selhání prvku. Body leží přibližně na rozhraní mezi tlakovým a tahovým porušením, tak jako u modelu prvku z prostého betonu. Kolaps prvku nastává, aniž by byla výztuž plně využita, a to z důvodu konfigurace modelu, která neumožňuje zadání zatížení tak, aby bylo možné zcela vystihnout tahové porušení.

Nicméně model simuluje tlakovou zkoušku a v oblasti tlakového namáhání je vidět nárůst únosnosti železobetonového prvku oproti modelu prvku z prostého betonu. Pro názornost je doplněna křivka modelu vyztuženého pouze podélnou výztuží.



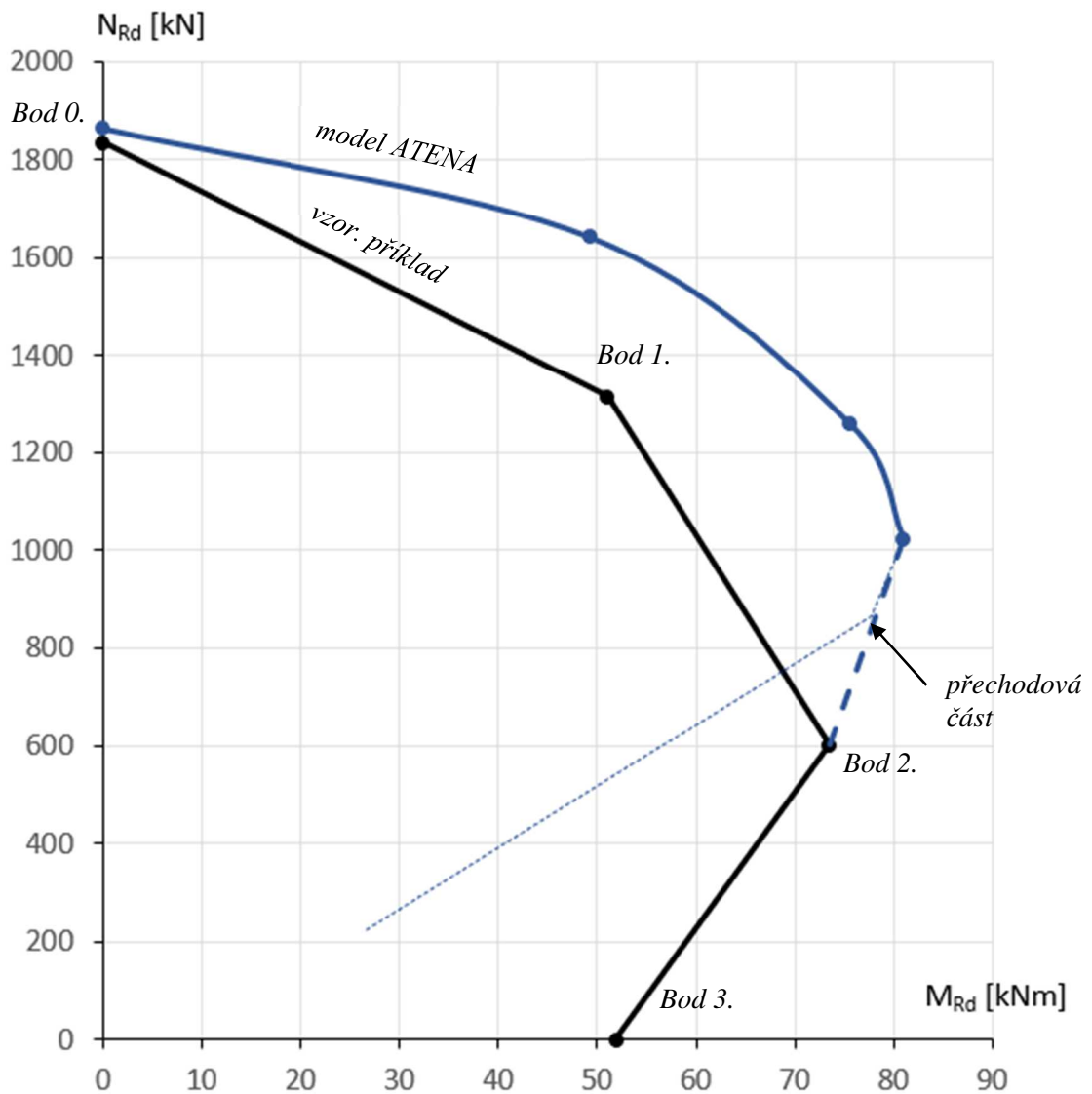
Graf 4 - Interakční diagram numerického modelu pro různé varianty vyztužení

Vliv podélné výztuže se v porovnání s prostým betonem projevil nárůstem tlakové únosnosti, díky působení výztuže v tlaku. Další nárůst tlakové únosnosti u prvku s příčnou výztuží souvisí se zachycením příčných tahů a vyvozením víceosé napjatosti. Příspěvek podélné výztuže je pro dostředný tlak 209 kN a společně s příčnou výztuží 311 kN což je nárůst o 15 % oproti prvku bez výztuže.

#### 7.2.1.6 Porovnání modelu ŽB prvku s příkladem z analytické studie

Porovnání výsledků modelu nelineární analýzy a výsledků z analytické studie, za účelem ověření a možnosti dalšího modelování, je zobrazeno na následujícím grafu 5. V dostředném tlaku dosáhl model železobetonového prvku téměř shodných výsledků s únosností vzorového příkladu z kap. 4. Rozdíl je o 28,8 kN vyšší (1,5 %). V souladu

s výsledky z předchozí kapitoly, kdy z důvodu konfigurace modelu nelze zcela vystihnout tahové porušení, jsem zavedl zjednodušení, spočívající v navázání na bod 2. interakčního diagramu, představující rozhraní mezi tlakovým a tahovým porušením. Model byl tvořen za účelem popsání chování prvku v oblasti tlakového namáhání, a i když dosahuje nadhodnocených výsledků, dostatečně vystihuje chování železobetonového prvku v této oblasti a je vhodný k vytvoření modelu ovinutého prvku.



Graf 5 - Interakční diagram – porovnání výsledků analytické a nelineární studie

## 7.2.2 Modelování ovinutí FRP tkaninou

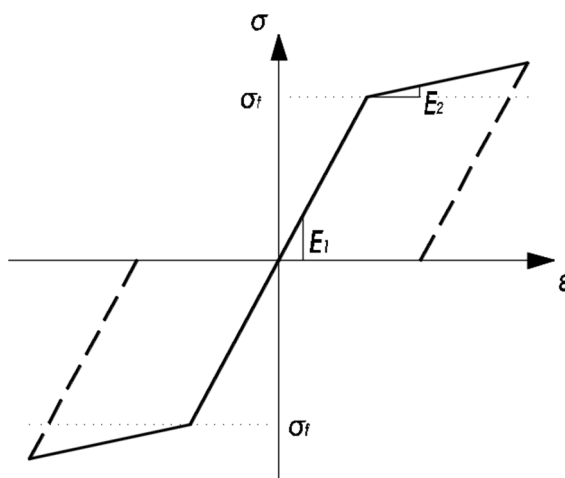
Numerický model popisující chování ovinutí byl tvořen s ohledem na reálné působení zesilující vrstvy. Princip spočívá v definování materiálového modelu zesilující vrstvy a zajištění její soudržnosti s povrchem železobetonového prvku. Zesilující vrstva byla pro účely studie uvažována jednou vrstvou uhlíkové tkaniny Sika Wrap 600 – C120



ve formě celoplošné aplikace. Postupně jsem vytvořil tři varianty materiálového modelu zesílení v souladu s doporučeními dle [10] od jednoduššího zadání po složitější, tak aby bylo možné průběžně kontrolovat a ověřovat správnost řešení. Kontaktní vrstva, zajišťující spojitost sítě konečných prvků mezi zesilující vrstvou a povrchem železobetonového prvku, je tvořena materiálovým modelem na principu Mohr-Coulumbova tření. Model udává závislost smykového napětí v kontaktu na vnášeném příčném napětí. U všech byl sledován vliv ovinutí a v závěru nechybí porovnání s teoretickou studií.

### 7.2.2.1 Materiálový model plastického materiálu

První a nejjednodušší varianta zadání materiálového modelu je využití Von Mises plastického modelu, který se používá pro tvárné materiály jako například kovy. Přesto že FRP materiály se chovají pružně, lze tento model využít, protože na rozdíl od elastického modelu umožňuje lépe definovat chování FRP materiálu. Pracovnímu diagramu lze předepsat elastické chování s modulem pružnosti tkaniny až do dosažení tahové pevnosti (meze kluzu). Po jejím překročení již materiál není schopen přenášet tahové napětí, a proto sklon druhé (zpevňovací větve) bude sestupný až do porušení.



Obrázek 21 - Materiálový model plastického materiálu

K popsání chování materiálu postačí základní parametry tkaniny [11] viz tabulka 12. Nevýhodou tohoto modelu je jeho izotropní chování. Tkanina ve skutečnosti nemá ve všech směrech stejné vlastnosti, a proto jsou výsledky nadhodnocené.

Vlastnosti tkaniny	Hodnota
Materiálový model	CC3DBilinearSteelVonMises
Modul pružnosti $E_1$ [MPa]	50 000
Modul pružnosti $E_2$ [MPa]	-10 000
Pevnost v tahu [MPa]	667
Poissonovo číslo	0,3
Tloušťka [mm]	1.3

Tabulka 12 - Parametry tkaniny

### 7.2.2.2 Materiálový model kompozitního materiálu

Jako druhou možnost jsem zvolil materiálový model kombinující materiál betonu s vnitřní rozptýlenou výztuží – vyztužený beton. Tento model více odpovídá FRP tkanině skládající se z karbonových vláken spojených vzájemně impregnační pryskyřicí (matricí).

Materiálovému modelu jsem pro beton definoval vlastnosti matrice a pro vnitřní rozptýlenou výztuž parametry karbonových vláken. Definování působení rozptýlené výztuže pouze v jednom směru zajišťuje ortotropní chování modelu, což více koresponduje s reálným chováním FRP tkaniny než u předchozího izotropního modelu. Naopak pro tento model je potřeba znát více parametrů zvláště pro epoxidovou matrici (beton) a pro karbonová vlákna (výztuž).

Vlastnost	Karbonová vlákna	Epoxidová pryskyřice
Modul pružnosti $E$ [MPa]	242 000	4 500
Pevnost v tahu [MPa]	3800	30
Poissonovo číslo	0,2	0,35
Pevnost v tlaku [MPa]	-	-70
Objemová hmotnost [ $\text{kg/m}^3$ ]	1810	1310
Tloušťka [mm]	0,131	1

Tabulka 13 - Parametry materiálového modelu kompozitního materiálu

### 7.2.2.3 Materiálový model skořepinového prvku

Tento model je podobný předchozímu, ale ovinutí je zde tvořeno skořepinovým prvkem, který zohledňuje ohybovou tuhost laminátu. Skořepinový prvek je tvořen vrstvami, kterým lze definovat materiálové charakteristiky. Základní vrstva představující matrici je tvořena křehko – plastickým materiálem (beton) a výztužná karbonová vlákna jsou přidána jako další vrstva. Poloha této výztužné vrstvy je uprostřed základní vrstvy.

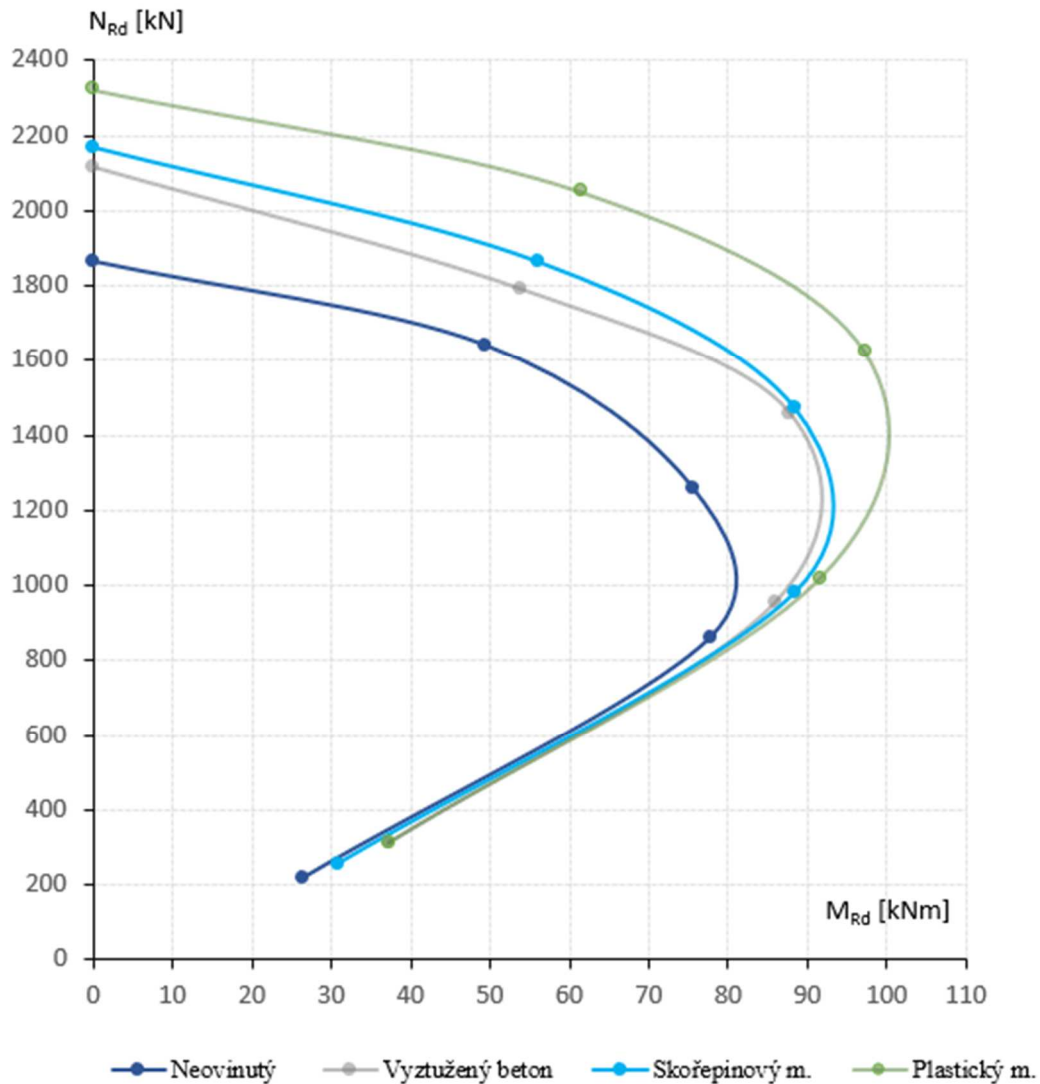
Základní materiálové vlastnosti jako modul pružnosti, tahová pevnost, Poissonuv součinitel a tloušťka jsou stejné jako u předchozího modelu. Rozdíl je v zadávání skořepinového prvku, kdy je nutné dodržet správný směr lokálních os prvku. Lokální osa z musí korespondovat s normálou skořepiny a další dvě osy musí ležet v rovině skořepiny. Další odlišnost se týká sítě konečných prvků. Skořepinové prvky musí mít síť tvořenou kvadratickými prvky (quadratic elements). Zároveň bylo nutné síť konečných prvků zjemnit, což vedlo k prodloužení času výpočtu.

<i>Vlastnost</i>	<i>Karbonová vlákna</i>	<i>Epoxidová pryskyřice</i>
<i>Modul pružnosti E [MPa]</i>	242 000	4 500
<i>Pevnost v tahu [MPa]</i>	3800	30
<i>Poissonovo číslo</i>	0,2	0,35
<i>Pevnost v tlaku [MPa]</i>	-	-70
<i>Objemová hmotnost [kg/m<sup>3</sup>]</i>	1810	1310
<i>Tloušťka [mm]</i>	0,3	1

Tabulka 14 - Parametry materiálového modelu skořepinového prvku

#### 7.2.2.4 Vzájemné porovnání výsledků modelování ovinutí FRP tkaninou

Na následujícím grafu 6. je možné pozorovat rozdílné výsledky ve způsobu definování materiálového modelu zesilující vrstvy v porovnání s modelem nezesíleného prvku. Vliv modelování ovinutí jednou vrstvou FRP tkaniny lze porovnávat v několika bodech definovaných variantami zatížení. U dostředného tlaku je rozdíl mezi minimální a maximální hodnotou tlakové únosnosti 207 kN, což představuje rozdíl 8 %. Modelování ovíjecí vrstvy pomocí plastického materiálu, který se používá pro tvárné materiály, dosahuje maximální hodnoty dostředného tlaku 2322,52 kN. Nadhodnocení oproti ostatním variantám je kvůli izotropnímu chování materiálového modelu, a proto jej nebudu v dalším srovnávání používat. Model kombinující materiál betonu s vnitřní rozptýlenou výztuží má v oblasti tlakového namáhání rozdílný průběh mezní zatěžovací křivky, který neodpovídá průběhu namáhání ovinutého prvku (viz kap. 5.2.1.5 – výsledky modelování ovinutí příčnou betonářskou výztuží). K dalšímu porovnání s výsledky z analytické studie chování ovinutí FRP tkaninou bude použit materiálový model skořepinového prvku, jehož průběh mezní zatěžovací křivky má přibližně stejný tvar jako model plastického materiálu, a který dosahuje tlakové únosnosti 2169,19 kN. Což odpovídá nárustu o 15,4 % oproti prvku bez ovinutí. Výběr jednoho modelu má opodstatnění v následné lepší přehlednosti při porovnávání s ostatními výsledky.



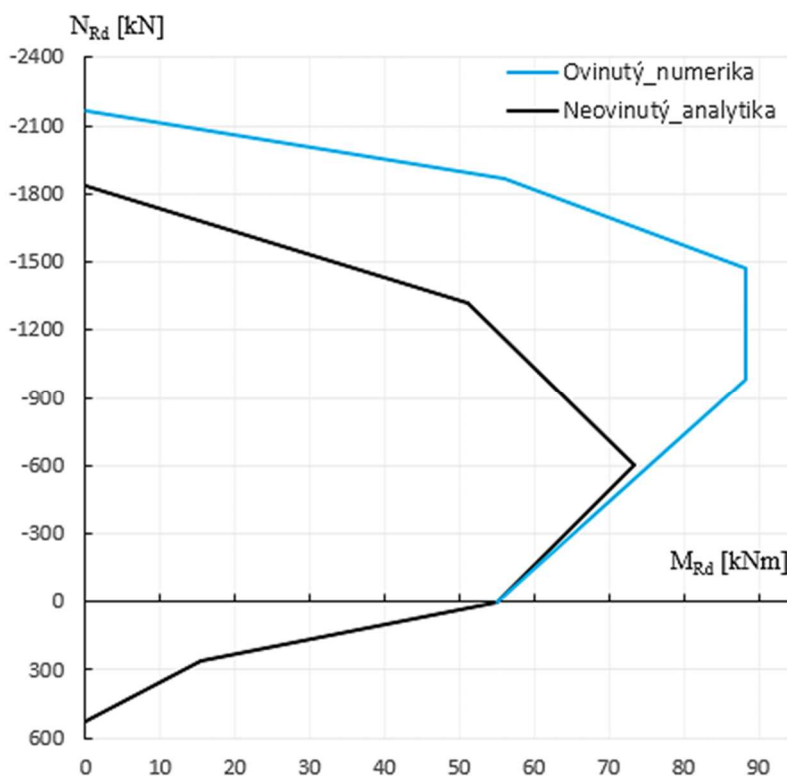
Graf 6 - Porovnání výsledků modelování ovinutí

### 7.3 Porovnání výsledků nelineární a analytické analýzy

Vzájemné porovnání výsledků numerického a analytického modelu je zobrazeno na interakčním diagramu, u kterého je sledována maximální únosnost při dostředném namáhání. Křivka mezní únosnosti numerického modelu je spojnice bodů různých variant zatížení prvku. Na základě poznatků z analytické studie, kdy na rozhraní mezi tlakovým a tahovým porušením dochází k aktivaci tkaniny, je provedeno zjednodušení ve formě napojení mezní křivky numerického modelu na interakční diagram. Toto zjednodušení umožňuje lepší zobrazení aktivace tkaniny a je použito i u dalšího srovnání. Z důvodu symetrie úlohy bude vždy zobrazena pouze polovina interakčního diagramu. V závěru je doplněno porovnání s výpočtním softwarem společnosti Sika, zabývající se zesilováním konstrukcí FRP materiály.

### 7.3.1 Vliv ovinutí numerického modelu

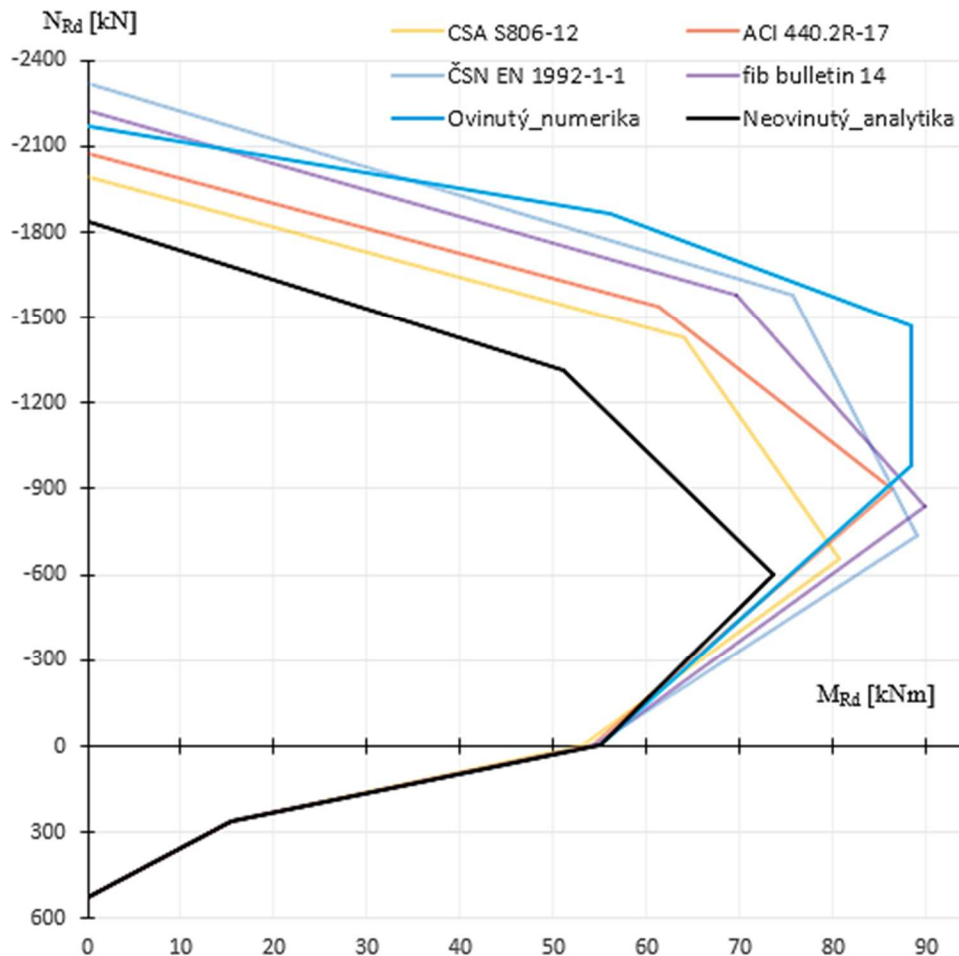
Z následujícího grafu 6 je patrný vliv ovinutí v oblasti tlakového namáhání nárůstem tlakové i ohybové únosnosti, což koresponduje se závěry z analytické studie. Oproti mezní tlakové únosnosti v dostředném tlaku neovinutého prvku (1835 kN) dosáhl nelineární model hodnoty 2169 kN, a došlo tak k nárůstu únosnosti o 334 kN (15,4 %).



Graf 7 - Vliv ovinutí numerického modelu

### 7.3.2 Porovnání s analytickou studií

V následujícím grafickém porovnání je předchozí graf doplněn o přístupy jednotlivých norem a směrnic z analytické studie, za účelem upřesnění popisu chování ovinutí. V dostředném tlaku dosahuje nelineární model ovinutí hodnoty tlakové únosnosti srovnatelné s výsledky směrnice fib bulletin [4] (o 52 kN nižší). Průměrná hodnota pevnosti ovinutého betonu dle jednotlivých přístupů je 2151 kN, což je zvýšení únosnosti o 14,4 %. Numerický model dosáhl nárůstu 15,4 %. V tomto směru model výstižně popisuje nárůst tlakové únosnosti prvku zesíleného ovinutím. Popis aktivace tkaniny nelineárním řešením je na interakčním diagramu vyjádřeno odklonem od křivky neovinutého prvku (mezi body 2. a 3. ŽB). Shodný průběh s výsledky z analytické části potvrzuje zavedená zjednodušení.



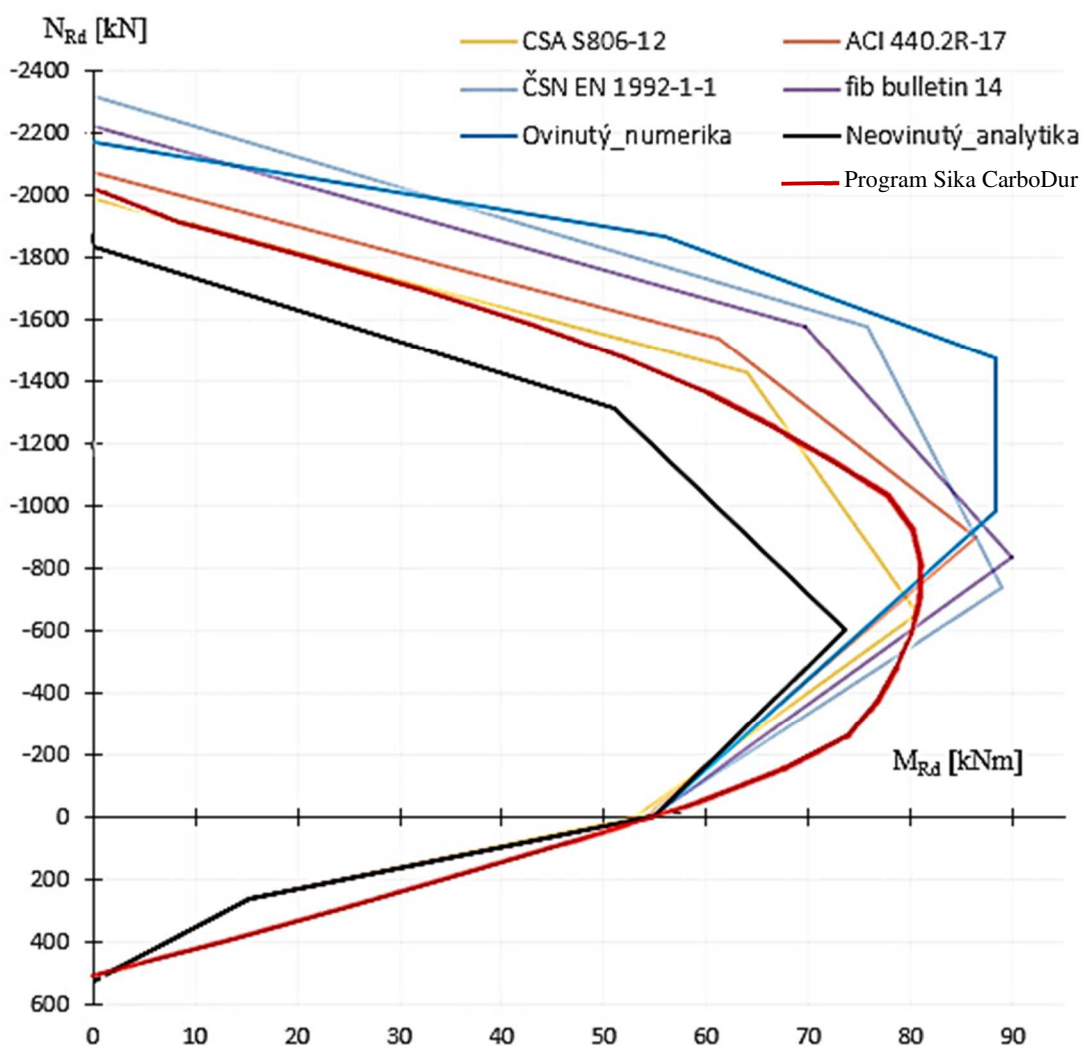
Graf 8 - Interakční diagram – porovnání výsledků s analytickou studií

### 7.3.3 Porovnání s výpočetním softwarem společnosti Sika

Závěrečný graf 9. je doplněn o výsledky výpočetního softwaru Sika CarboDur, který lze využít jako pomůcku pro navrhování dodatečně instalovaných externích výztuží ve formě lamel a tkanin z uhlíkových vláken. Princip výpočtového modelu je založen na Technickém věstníku č. 55 Mezinárodní federace pro konstrukční beton. Doplnkové výpočetní metody jsou převzaty z Eurokódu 2. V uživatelské příručce programu [14] je dále uvedeno, že přetvoření tkaniny se redukuje součinitelem 0,6 a materiálové charakteristiky ovinutého betonu se určují z idealizovaného pracovního diagramu.

Výsledkem posouzení prvku programem společnosti Sika je interakční diagram zobrazující oblast únosnosti ohraničenou mezní křivkou kombinující tlakové a ohybové namáhání. Popsaný program potvrzuje chování ovinutého prvku zvýšením jeho únosnosti v oblasti tlakového namáhání. V oblasti tahového namáhání vliv ovinutí nepůsobí což se projevuje dosažením stejné hodnoty pevnosti prvku v tahu (bod 5.) a v ohybu (bod 3.).

Od tohoto bodu je možné pozorovat výraznější vliv aktivace tkaniny, než uvažují materiálové modely porovnávaných směrnic. Naopak ohybová únosnost některých přístupů, ale i numerického modelu je na hladině 800 kN vyšší (až o 10 kNm), než ohybová únosnost výpočetního programu. Od rozhraní mezi tahovým a tlakovým porušením má mezní křivka přibližně stejný průběh jako americká a kanadská norma až do dosažení dostředné tlakové únosnosti (bod 0.) Průběh je ovlivněn zavedením efektivní hodnoty mezního přetvoření, která se získá použitím redukujícího součinitele. Ovinutím prvku jednou vrstvou FRP tkaniny lze dle programu společnosti Sika zvýšit únosnost v dostředném tlaku nezesíleného prvku o 8,4 % z hodnoty 1836 kN na 2005 KN.



Graf 9 - Interakční diagram – porovnání s výpočetním softwarem

## 7.4 Shrnutí numerické části

Vzhledem k rozdílným výsledkům analytické části, jsem za účelem upřesnění popisu chování sloupu zesíleného FRP tkaninou, využil nelineární analýzu pomocí programu ATENA. Tvorba modelu, představovala postupné zpřesňování řešení, tak aby se výsledný model blížil co nejvíce reálnému chování železobetonového sloupu v tlaku. Postupně bylo vytvořeno několik modelů od prvku z prostého betonu, až po různé způsoby modelování ovinutí a výsledky vzájemně ověřeny. K tomu bylo použito také výsledků z analytické části a aby bylo možné je porovnat, uvažoval jsem shodnou geometrii i materiálové charakteristiky. Před modelováním ovinutí jsem na třech variantách zadání vyztužení prvku (prostý beton, vyztužení podélnou výztuží a třmínky) ověřil výstižnost modelu a také jeho schopnost popsat oblast tlakového namáhání, důležitou pro popis vlivu ovinutí. Samotné ovinutí bylo vytvořeno třemi variantami materiálového modelu zesilující vrstvy a nejvýstižnější model jsem vybral k dalšímu porovnání s výsledky z analytické studie. Pro tento účel jsem volil způsob zatěžování prvku silou na excentricitě, s ohledem na způsob porušení železobetonového prvku. Výsledkem bylo sestavení interakčního diagramu, na kterém jsem popsal rozdíly analytické a numerické části. Jednou z pozorovaných hodnot byla maximální únosnost v dostředném tlaku. Numerický model v tomto směru dosáhl srovnatelné hodnoty mezní únosnosti jako průměrná hodnota jednotlivých přístupů (zvýšení pevnosti betonu o 15 resp. 14 %). V závěru kapitoly bylo provedeno srovnání s výpočtním programem společnosti Sika, který dosáhl hodnoty mezní únosnosti v dostředném tlaku o 7 % nižší než nelineární model. Průměrně se od sebe hodnoty zvýšené únosnosti podle jednotlivých způsobů liší o 5 %. Ovinutí má vliv také na ohybovou únosnost a v tomto ohledu je potřeba srovnávat rozdíly na stejné hladině tlakové únosnosti.

## 8 ZÁVĚR

Diplomová práce se zabývá studií zesilování sloupů ovinutím kompozitní FRP tkaninou. Zesílení ovinutím zvyšuje tlakovou únosnost sloupů zatížených převážně osovou silou a v podobě ocelových třmínků nebo šroubovice se používá již dlouho. S příchodem nových materiálů do stavebnictví v podobě FRP výztuží s sebou přináší jisté rozdíly v návrhu zesílení, v závislosti na rozdílném chování těchto materiálů, které bylo nastíněno v teoretickém úvodu práce. Chování materiálu ovíjecí vrstvy v tahu má totiž



vliv na velikost přítlaku (vyvozeného přetvořením betonu), který ovlivňuje výslednou pevnost ovinutého betonu.

Závěrem první části diplomové práce je potvrzení tohoto předpokladu a zároveň zjištění rozdílnosti normativních přístupů ve stanovení konkrétní hodnoty příčného tlaku (v podobě zavedení redukcujících součinitelů) a ve stanovení výsledných mechanických vlastností ovinutého betonu, což komplikuje provést bezpečný návrh zesílení.

Následně provedená analytická studie doplňuje svými výsledky závěry první části. Na konkrétním příkladu železobetonového sloupu stanovené vlastnosti ovinutého betonu, pro různé hodnoty příčného tlaku potvrdili, jeho vliv na výslednou pevnost betonu. Velikost příčného tlaku, vyvozeného ovinutím se dle jednotlivých norem liší, a to buď zavedením redukcujících součinitelů nebo omezení materiálových charakteristik ovíjecí vrstvy.

Zlepšení mechanických vlastností ovinutého betonu zvyšuje tlakovou a ohybovou únosnost sloupu, a to zejména v oblasti tlakového namáhání, jak je dokázáno z průběhu mezní křivky únosnosti zjednodušeného interakčního diagramu. Na tahovou únosnost nemá ovinutí vliv (vzhledem k typu použité tkaniny – jednosměrně působící vlákna, orientovaná v příčném směru), protože jeho aktivace je podmíněna příčným roztažením betonu vlivem tlakového namáhání sloupu. Srovnání výsledků analytické studie potvrdilo účinnost použití tohoto druhu zesílení pro zvýšení tlakové a ohybové únosnosti prvků namáhaných tlakem. Zároveň přineslo značný rozptyl výsledků, a z tohoto důvodu bylo pro výstižnost jednotlivých přístupů provedeno ve třetí části diplomové práce ověření chování řešené problematiky pomocí numerické simulace.

Závěry třetí části potvrzují nárůst únosnost prvku v oblasti tlakového namáhání vlivem ovinutí. V oblasti dostředného namáhání, kde je vliv ovinutí největší a dochází zde k vyvození příčného tlaku vlivem trojosého stavu napjatosti dosáhl model srovnatelných výsledků se zahraničními přístupy i výpočetním programem. Přesto je mezi výsledky patrný rozdíl, z čehož plyne, že v praxi není jednoduché zvolit pro návrh nejvhodnější přístup. Výjimku tvoří Eurokód, který není v současné době pro návrh ovinutí FRP tkaninou připraven, a na základě zjištěných výsledků analytické a numerické studie, bych ho projektantovi pro návrh zesílení rozhodně nedoporučil.

Naopak nejvýstižnější přístup, je podle mého názoru, dle americké normy [2]. Předpis umí pracovat s kompozitními materiály, je přehledně zpracován a poskytuje

potřebné informace k zesilování ovinutím. Relativně přesně vystihuje chování ovinutého betonu zavedením součinitelů zohledňujících vlivy chování materiálu, kvalitu provedení atd. Nevýhodou je, že tato omezení sice snižují výslednou únosnost prvku, ale vzhledem k relativně krátké době užívání FRP materiálů ve stavebnictví je míra redukce opodstatnitelná. A to v souvislosti s dlouhodobým chováním FRP materiálů v čase, zejména dotvarováním, ke kterému jsou kompozitní materiály náchylné. Této problematice je třeba se dále věnovat, aby bylo možné návrh zesílení optimalizovat a zpřesnit.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ČSN EN 1992-1-1: Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí. Část 1-1: Obecná pravidla pro pozemní stavby, 2006
- [2] ACI 440.2R-17: Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures: reported by ACI Committee 440. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2017, 110 stran : ilustrace. ISBN 978-1-945487-59-0.
- [3] CSA-S806-12: Design and construction of building structures with Fibre-Reinforced polymers, Farmington Hills: American Concrete Institute, 2015. ISBN 978-1-55491-931-4
- [4] fib Bulletin no. 14, „Externally bonded FRP reinforcement for RC structures: technical report on the design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FBR EBR) for reinforced concrete structures“, International Federation for Structural Concrete, 2001, Lausanne, Switzerland. ISBN 2-88394-054-1
- [5] Kostiha, V.; Girgle, F.; Štěpánek, P.; Kučerová, A.: *Moderní metody zesilování sloupů pomocí FRP materiálů – stanovení účinku ovinutí*, Beton TKS, 2014, roč. 14, č. 6, s. 56-62. ISSN: 1213-3116
- [6] Kostiha, V., 2018. Zesilování železobetonových sloupů ovinutím FRP tkaninou. Brno 2018. Disertační práce. Vysoké učení technické v brně, Fakulta stavební.
- [7] Červenka Consulting s.r.o. *ATENA Program Documentation Part 1 Theory*, 2016. Praha. Dostupné z <https://www.cervenka.cz/cz/>
- [8] Němec, Ivan. *Nelineární mechanika – modul 0D7-M01 – Základy nelineární mechaniky*, 2006. FAST VUT Brno.
- [9] Červenka, V.; Červenka, J.; Janda, J.; Pryl, D.: *ATENA Program Documentation Part 8 – User´s Manual for ATENA-GID Interface*, 2017. Praha

- [10] Sajdlová, T.: *ATENA Program Documentation Part 4-9 – Strengthening of concrete structures*, 2016. Praha
- [11] Sika CZ s.r.o. *Technický list produktu SikaWrap 600 C/120*. Dostupné z <https://cze.sika.com/cs/group.html>
- [12] Sika CZ s.r.o. *Technický list produktu Sikadur – 300*. Dostupné z <https://cze.sika.com/cs/group.html>
- [13] Štěpánek, P.; Girgle F.; Matušíková A.: *Navrhování betonových konstrukcí s FRP výtuzí, Seminář ČKAIT*. 2017, Brno.
- [14] Sika CZ s.r.o. *Uživatelská příručka – výpočetní software SikaCarboDur, založený na TR55 (2012) a Eurokód 2, Červen 2016 v1.2*. Dostupné z <https://cze.sika.com/cs/group.html>

## SEZNAM OBRÁZKŮ

<i>Obrázek 1 - FRP tkanina z uhlíkových vláken [15]</i> .....	4
<i>Obrázek 2 - Pracovní diagram FRP tkaniny</i> .....	7
<i>Obrázek 3 - Víceosý stav napjatosti</i> .....	9
<i>Obrázek 4 - Příčný tlak [4]</i> .....	9
<i>Obrázek 5 - Idealizovaný pracovní diagram [4]</i> .....	10
<i>Obrázek 6 - Pracovní diagram ovinutého betonu [4]</i> .....	11
<i>Obrázek 7 - Interakční diagram znázorňující efekt ovinutí</i> .....	12
<i>Obrázek 8 - Pracovní diagram ovinutého betonu [1]</i> .....	13
<i>Obrázek 9 - Průběh napětí a přetvoření betonu ovinutého FRP tkaninou [2]</i> .....	15
<i>Obrázek 10 - Vliv tvaru sloupu na pracovní diagram <math>\sigma</math>-<math>\epsilon</math>. [6]</i> .....	15
<i>Obrázek 11 - Trojosý stav napjatosti FRP tkaniny</i> .....	18
<i>Obrázek 12 - Lokální (částečné) ovinutí [4]</i> .....	19
<i>Obrázek 13 – Železobetonový sloup kruhového průřezu</i> .....	22
<i>Obrázek 14 - Pracovní diagramy použitých materiálů</i> .....	23
<i>Obrázek 15 - Model železobetonového prvku</i> .....	32
<i>Obrázek 16 - Materiálový model betonu</i> .....	33
<i>Obrázek 17 - Zatížení na excentricitě</i> .....	36
<i>Obrázek 18 - Síť konečných prvků</i> .....	37

Obrázek 19 - Zatěžovací diagram pro jednotlivé excentricity.....	38
Obrázek 20 - Způsob porušení prvku.....	39
Obrázek 21 - Materiálový model plastického materiálu .....	42

## SEZNAM GRAFŮ

Graf 1 - Interakčního diagramu sloupu kruhového průřezu stanovený ručním výpočtem .....	28
Graf 2 - Interakční diagram sloupu kruhového průřezu FIN EC 2019.....	28
Graf 3 - Porovnání vlivu ovinutí.....	29
Graf 4 - Interakční diagram numerického modelu pro různé varianty vyztužení.....	40
Graf 5 - Interakční diagram – porovnání výsledků analytické a nelineární studie.....	41
Graf 6 - Porovnání výsledků modelování ovinutí .....	45
Graf 7 - Vliv ovinutí numerického modelu.....	46
Graf 8 - Interakční diagram – porovnání výsledků s analytickou studií .....	47
Graf 9 - Interakční diagram – porovnání s výpočetním softwarem.....	48

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 - Porovnání základních fyzikálně-mechanických vlastností vláken a oceli.....	5
Tabulka 2 - Vlastnosti používaných matic (převzato z [13]) .....	6
Tabulka 3 - rozdíly ve způsobu aplikace.....	7
Tabulka 4 - Přehled výpočtových vztahů dle jednotlivých norem .....	21
Tabulka 5 - Přehled materiálových charakteristik .....	23
Tabulka 6 - Porovnání výsledných vlastností ovinutého betonu.....	24
Tabulka 7 - Porovnání výsledných vlastností ovinutého betonu.....	25
Tabulka 8 - Parametry materiálového modelu pro beton.....	33
Tabulka 9 - Parametry materiálového modelu pro betonářskou výztuž.....	34
Tabulka 10 - Parametry materiálového modelu pro ocelové příložky .....	34
Tabulka 11 - Parametry materiálového modelu pro kontaktní vrstvu.....	35
Tabulka 12 - Parametry tkaniny .....	43
Tabulka 13 - Parametry materiálového modelu kompozitního materiálu.....	43
Tabulka 14 - Parametry materiálového modelu skořepinového prvku.....	44

## SEZNAM ZKRATEK

*Kde jednotlivé symboly značí*

$f_l$	<i>příčný tlak ovinutím</i>
$f_f$	<i>tahové napětí tkaniny</i>
$\rho_f$	<i>stupeň vyztužení</i>
$E_f$	<i>modul pružnosti tkaniny</i>
$\varepsilon_f$	<i>mezní přetvoření tkaniny při tahové zkoušce</i>
$\varepsilon_{ju}$	<i>efektivní mezní přetvoření tkaniny</i>
$t_f$	<i>tloušťka tkaniny</i>
$n$	<i>počet vrstev tkaniny</i>
$D$	<i>průměr zesilovaného sloupu</i>
$f_{cc} = f_{cc}'$	<i>pevnost ovinutého betonu v tlaku</i>
$f_{co} = f_c'$	<i>pevnost neovinutého betonu v tlaku</i>
$f_{ck}$	<i>charakteristická pevnost neovinutého betonu</i>
$\psi_f$	<i>součinitel redukující pevnost FRP tkaniny</i>
$K_a$	<i>efektivní součinitel zohledňující tvar a rozměry prvku dle [2]</i>
$K_c$	<i>efektivní součinitel zohledňující tvar a rozměry prvku dle [3]</i>
$\varepsilon_{ccu}, \varepsilon_{cu,c}$	<i>mezní poměrné přetvoření ovinutého betonu při porušení</i>
$\varepsilon_{cu2}$	<i>mezní poměrné přetvoření neovinutého betonu při porušení</i>
$\varepsilon_{c2,c}$	<i>poměrné přetvoření ovinutého betonu při dosažení maximální pevnosti</i>
$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_c'$	<i>poměrné přetvoření neovinutého betonu při dosažení maximální pevnosti</i>
$\varepsilon_{cc}$	<i>mezní poměrné přetvoření ovinutého betonu při dosažení <math>f_{cc}</math> dle [3]</i>
$\varepsilon_{co}$	<i>mezní poměrné přetvoření neovinutého betonu při porušení</i>
$\alpha$	<i>vnitřní středový úhel</i>

## SEZNAM PŘÍLOH

P1 Statický výpočet



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

## ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ

INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

# STUDIE CHOVÁNÍ ŽELEZOBETONOVÝCH SLOUPŮ ZESÍLENÝCH OVINUTÍM FRP TKANINOU

BEHAVIOUR OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS CONFINED WITH FRP WRAP

## P1. STATICKÝ VÝPOČET

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jakub Niesner

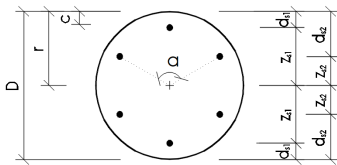
### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. VOJTĚCH KOSTIHA, Ph.D.

BRNO 2019

Geometrie a vyztužení průřezu:



Geometrie:

$D = 0,3$  m  
 $r = 0,15$  m  
 $A_c = 0,071$  m<sup>2</sup>

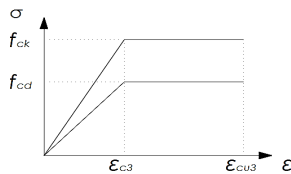
Krytí výztuže:

$c = 25$  mm  
 $d_{s1} = 0,033$  m  
 $d_{s2} = 0,092$  m

Vyztužení:

$\phi = 16$  mm  
 $d = D - d_{s1} = 0,267$  m  
 1. a 4. vrstva:  $A_s = 2,01E-04$  m<sup>2</sup>      $z_1 = r - d_{s1} = 0,117$  m  
 2. a 3. vrstva:  $A_s = 4,02E-04$  m<sup>2</sup>      $z_2 = r - d_{s2} = 0,058$  m

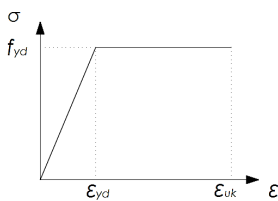
Materiály:



Beton: C30/37

$f_{ck} = 30$  Mpa  
 $\epsilon_{c3} = 1,75$  ‰  
 $\epsilon_{cu3} = 3,5$  ‰

$f_{cd} = \alpha_c * f_{ck} / \gamma_c = 1,0 * 30 / 1,5 = 20,00$  Mpa



Výztuž: B500B

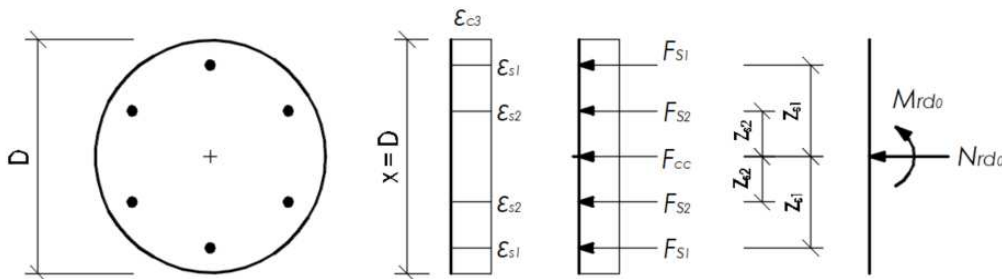
$f_{yk} = 500,00$  Mpa  
 $\epsilon_{uk} = -$  ‰  
 $E_s = 200$  Gpa

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1,15 = 434,78$  Mpa

$\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s = 434,78 / 200 = 2,17$  ‰

Výpočet jednotlivých bodů interakčního diagramu

Bod 0 - dostředný tlak



Beton:  $x = D$ , počet dílků  $i = 0$

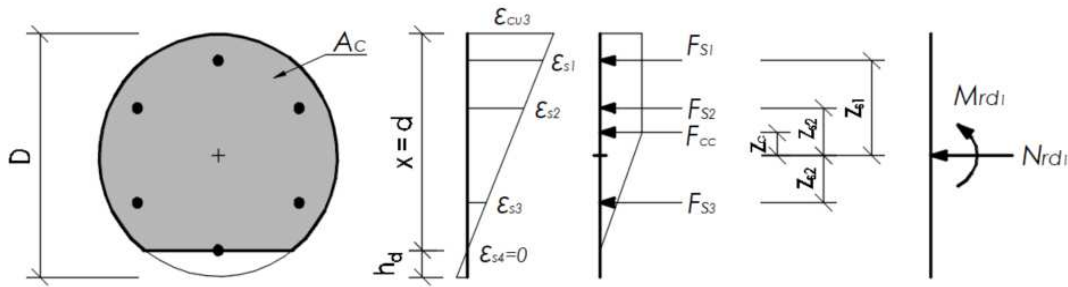
i	$h_i$ [m]	$h_{di}$ [m]	$z_{gi}$ [m]	$\alpha$	$\epsilon_{ci}$ [‰]	$A_{ci}$ [m <sup>2</sup> ]	$f_{ci}$ [MPa]	$F_{ci}$ [kN]	$z_{ci}$ [m]	$M_{ci}$ [kNm]
0	0,300	0	0,15	0	-3,5	0,0707	-20,00	-1413,717	0	0

Výztuž:	$\alpha$	$d_{si}$ [m]	$\epsilon_{si}$ [‰]	$f_{si}$ [MPa]	$F_{si}$ [kN]	$z_{si}$ [m]	$M_{si}$ [kNm]	
krajní	0	0,033	-1,75	-350,00	-70,37	-0,117	8,23	
vnitřní	120	0,092	-1,75	-350,00	-140,74	-0,059	8,23	
vnitřní	240	0,209	-1,75	-350,00	-140,74	0,059	-8,23	
krajní	0	0,267	-1,75	-350,00	-70,37	0,117	-8,23	
$\Sigma F_{si} =$						-422,2301	$\Sigma M_{si} =$	0

$N_{rd0} =$	-1835,947
$M_{rd0} =$	0



Bod 1 - neutrální osa prochází těžištěm tažené výztuže  $A_{s4}$



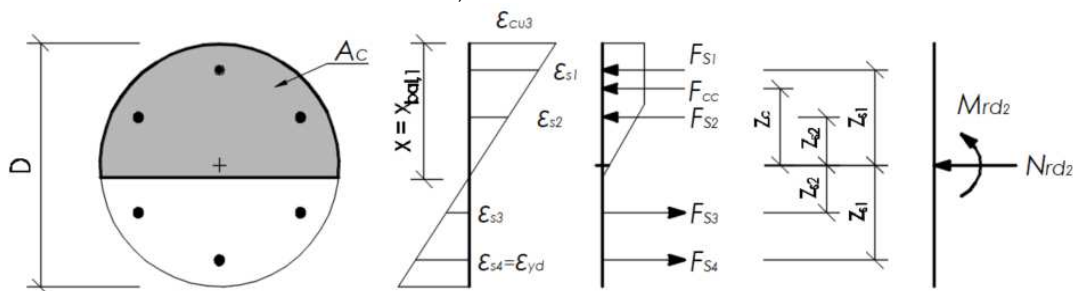
Beton:  $x = d$ , počet dílků  $i = 10,000$

$i$	$h_i$ [m]	$h_{di}$ [m]	$z_{gi}$ [m]	$\alpha$	$\epsilon_{ci}$ [‰]	$A_{ci}$ [m <sup>2</sup> ]	$f_{ci}$ [MPa]	$F_{ci}$ [kN]	$z_{ci}$ [m]	$M_{ci}$ [kNm]
0	0,000	0,000	0,0000	0,0	-3,50	0	0,00	0,00	0,000	0,00
1	0,027	0,273	0,0134	69,4	-3,33	0,0031	-20,00	-61,99	-0,137	8,47
2	0,053	0,247	0,0401	99,8	-2,98	0,0054	-20,00	-108,29	-0,110	11,91
3	0,080	0,220	0,0668	124,5	-2,63	0,0066	-20,00	-132,89	-0,083	11,06
4	0,107	0,193	0,0935	146,5	-2,28	0,0074	-20,00	-148,11	-0,057	8,38
5	0,134	0,167	0,1202	167,4	-1,93	0,0078	-20,00	-156,77	-0,030	4,68
6	0,160	0,140	0,1469	187,8	-1,58	0,008	-18,00	-143,96	-0,003	0,45
7	0,187	0,113	0,1736	208,5	-1,23	0,0079	-14,00	-110,60	0,024	-2,60
8	0,214	0,086	0,2003	230,2	-0,88	0,0075	-10,00	-75,34	0,050	-3,79
9	0,240	0,060	0,2270	254,0	-0,53	0,0069	-6,00	-41,15	0,077	-3,17
10	0,267	0,033	0,2537	282,5	-0,18	0,0058	-2,00	-11,52	0,104	-1,19
$\Sigma A_{ci} =$						0,0665	$\Sigma F_{ci} =$	-990,63	$\Sigma M_{ci} =$	34,20

Výztuž:	$\alpha$	$d_{si}$ [m]	$\epsilon_{si}$ [‰]	$f_{si}$ [MPa]	$F_{si}$ [kN]	$z_{si}$ [m]	$M_{si}$ [kNm]
krajní	0	0,033	-3,07	-434,78	-87,42	-0,117	10,23
vnitřní	120	0,092	-2,30	-434,78	-174,84	-0,059	10,23
vnitřní	240	0,209	-0,77	-153,37	-61,67	0,059	-3,61
krajní	0	0,267	0,00	0,00	0,00	0,117	0,00
$\Sigma F_{si} =$					-323,93	$\Sigma M_{si} =$	16,85

$N_{rd1} =$	-1314,56
$M_{rd1} =$	51,05

Bod 2 - neutrální osa leží ve vzdálenosti  $x_{bal,1}$



Beton:  $x = x_{bal,1}$ , počet dílků  $i = 10,000$

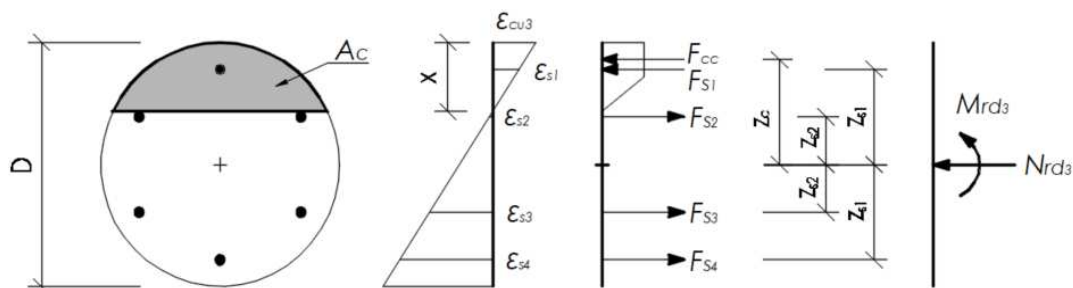
$i$	$h_i$ [m]	$h_{di}$ [m]	$z_{gi}$ [m]	$\alpha$	$\epsilon_{ci}$ [‰]	$A_{ci}$ [m <sup>2</sup> ]	$f_{ci}$ [MPa]	$F_{ci}$ [kN]	$z_{ci}$ [m]	$M_{ci}$ [kNm]
0	0	0	0	0	-3,50	0	0	0	0	0
1	0,016	0,284	0,0082	54,2	-3,33	0,0015	-20,00	-30,36	-0,142	4,30
2	0,033	0,267	0,0247	77,4	-2,98	0,0027	-20,00	-54,03	-0,125	6,77
3	0,049	0,251	0,0412	95,8	-2,63	0,0034	-20,00	-67,86	-0,109	7,38
4	0,066	0,234	0,0576	111,8	-2,28	0,0039	-20,00	-77,77	-0,092	7,18

5	0,082	0,218	0,0741	126,4	-1,93	0,0043	-20,00	-85,16	-0,076	6,46	
6	0,099	0,201	0,0906	140,1	-1,58	0,0045	-18,00	-81,61	-0,059	4,85	
7	0,115	0,185	0,1071	153,2	-1,23	0,0047	-14,00	-66,24	-0,043	2,84	
8	0,132	0,168	0,1235	166,0	-0,88	0,0049	-10,00	-48,61	-0,026	1,29	
9	0,148	0,152	0,1400	178,6	-0,52	0,0049	-6,00	-29,57	-0,010	0,30	
10	0,165	0,135	0,1565	191,2	-0,18	0,0049	-2,00	-9,87	0,006	-0,06	
						$\Sigma A_{c_i} =$	0,0397	$\Sigma F_{c_i} =$	-551,06	$\Sigma M_{c_i} =$	41,31

Výztuž:	$\alpha$	$d_{s_i}$ [m]	$\epsilon_{s_i}$ [‰]	$f_{s_i}$ [MPa]	$F_{s_i}$ [kN]	$z_{s_i}$ [m]	$M_{s_i}$ [kNm]	
krajní	0	0,033	-2,7987	-434,78	-87,41823	-0,117	10,22793	
vnitřní	120	0,092	-1,5556	-311,11	-125,1063	-0,0585	7,318718	
vnitřní	240	0,209	0,9308	186,15	74,85554	0,0585	4,379049	
krajní	0	0,267	2,1739	434,78	87,41823	0,117	10,22793	
					$\Sigma F_{s_i} =$	-50,25	$\Sigma M_{s_i} =$	32,15

$N_{rd2} =$	-601,31
$M_{rd2} =$	73,47

Bod 3 - namáhání prostým ohybem



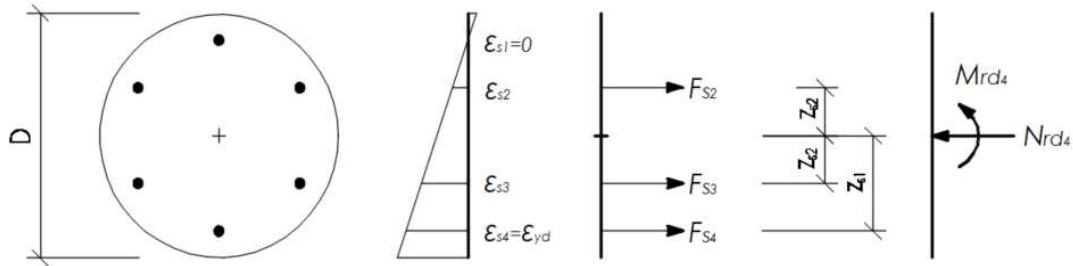
Beton:  $x = 0,0819$        $\Sigma F_{c_i} + \Sigma F_{s_i} = 0,000476 \Rightarrow$  rovnováha na průřezu

i	$h_i$ [m]	$h_{d_i}$ [m]	$z_{g_i}$ [m]	$\alpha$	$\epsilon_{c_i}$ [‰]	$A_{c_i}$ [m <sup>2</sup> ]	$f_{c_i}$ [MPa]	$F_{c_i}$ [kN]	$z_{c_i}$ [m]	$M_{c_i}$ [kNm]	
0	0	0	0	0	-3,50	0	0	0	0	0	
1	0,008	0,2918	0,0041	38,0	-3,33	0,0005	-20,00	-10,74	-0,146	1,57	
2	0,016	0,2836	0,0123	54,0	-2,98	0,0010	-20,00	-19,37	-0,138	2,67	
3	0,025	0,2754	0,0205	66,5	-2,63	0,0012	-20,00	-24,73	-0,130	3,20	
4	0,033	0,2672	0,0287	77,2	-2,28	0,0014	-20,00	-28,86	-0,121	3,50	
5	0,041	0,2591	0,0369	86,7	-1,93	0,0016	-20,00	-32,24	-0,113	3,65	
6	0,049	0,2509	0,0450	95,5	-1,58	0,0018	-18,03	-31,63	-0,105	3,32	
7	0,057	0,2427	0,0532	103,7	-1,23	0,0019	-14,03	-26,34	-0,097	2,55	
8	0,066	0,2345	0,0614	111,4	-0,88	0,0020	-10,04	-19,90	-0,089	1,76	
9	0,074	0,2263	0,0696	118,9	-0,53	0,0021	-6,05	-12,54	-0,080	1,01	
10	0,082	0,2181	0,0778	126,0	-0,18	0,0022	-2,05	-4,41	-0,072	0,32	
						$\Sigma A_{c_i} =$	0,0156	$\Sigma F_{c_i} =$	-210,75	$\Sigma M_{c_i} =$	23,54

Výztuž:	$\alpha$	$d_{s_i}$ [m]	$\epsilon_{s_i}$ [‰]	$f_{s_i}$ [MPa]	$F_{s_i}$ [kN]	$z_{s_i}$ [m]	$M_{s_i}$ [kNm]	
krajní	0	0,033	-2,09	-418,30	-84,10	-0,117	9,84	
vnitřní	120	0,092	0,41	81,08	32,60	-0,059	-1,91	
vnitřní	240	0,209	5,40	434,78	174,84	0,059	10,23	
krajní	0	0,267	7,90	434,78	87,42	0,117	10,23	
					$\Sigma F_{s_i} =$	210,7528	$\Sigma M_{s_i} =$	28,38883

$N_{rd3} =$	0,00
$M_{rd3} =$	51,93

Bod 4 - Rozhraní mezi malou a velkou výstředností v tahu



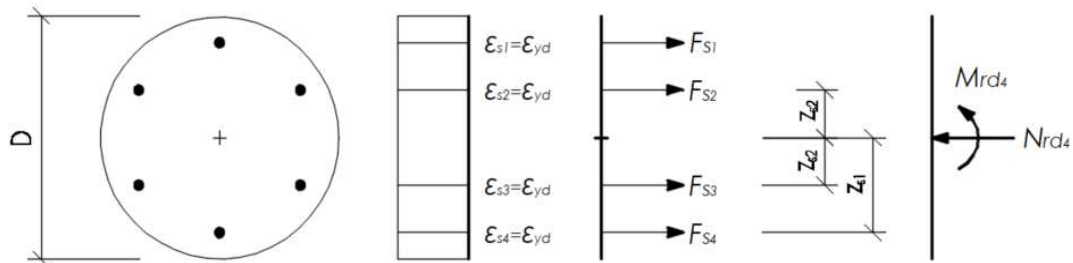
Beton:

i	h <sub>i</sub> [m]	h <sub>di</sub> [m]	z <sub>gi</sub> [m]	α	ε <sub>ci</sub> [‰]	A <sub>ci</sub> [m <sup>2</sup> ]	f <sub>ci</sub> [MPa]	F <sub>ci</sub> [kN]	z <sub>ci</sub> [m]	M <sub>ci</sub> [kNm]
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Výztuž:	α	d <sub>si</sub> [m]	ε <sub>si</sub> [‰]	f <sub>si</sub> [MPa]	F <sub>si</sub> [kN]	z <sub>si</sub> [m]	M <sub>si</sub> [kNm]	
krajní	0	0,033	0,00	0,00	0,00	-0,117	0,00	
vnitřní	120	0,092	0,54	108,70	43,71	-0,059	-2,56	
vnitřní	240	0,209	1,63	326,09	131,13	0,059	7,67	
krajní	0	0,267	2,17	434,78	87,42	0,117	10,23	
ΣF <sub>si</sub> =					262,25	ΣM <sub>si</sub> =		15,34

N <sub>rd4</sub> =	262,25
M <sub>rd4</sub> =	15,34

Bod 5 - Tah s velkou výstředností



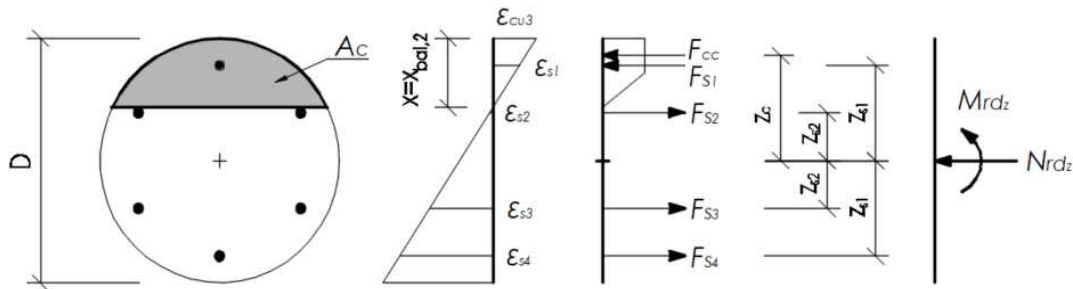
Beton:

i	h <sub>i</sub> [m]	h <sub>di</sub> [m]	z <sub>gi</sub> [m]	α	ε <sub>ci</sub> [‰]	A <sub>ci</sub> [m <sup>2</sup> ]	f <sub>ci</sub> [MPa]	F <sub>ci</sub> [kN]	z <sub>ci</sub> [m]	M <sub>ci</sub> [kNm]
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Výztuž:	α	d <sub>si</sub> [m]	ε <sub>si</sub> [‰]	f <sub>si</sub> [MPa]	F <sub>si</sub> [kN]	z <sub>si</sub> [m]	M <sub>si</sub> [kNm]	
krajní	0	0,033	2,17	434,78	87,42	-0,117	-10,23	
vnitřní	120	0,092	2,17	434,78	174,84	-0,059	-10,23	
vnitřní	240	0,209	2,17	434,78	174,84	0,059	10,23	
krajní	0	0,267	2,17	434,78	87,42	0,117	10,23	
ΣF <sub>si</sub> =					524,51	ΣM <sub>si</sub> =		0,00

N <sub>rd5</sub> =	524,51
M <sub>rd5</sub> =	0,00

Bod z - Plné využití tlačené výztuže



Beton: neutrální osa leží ve vzdálenosti xbal,2

i	hi [m]	hdi [m]	zgi [m]	α	εci [‰]	Aci [m <sup>2</sup> ]	fci [MPa]	Fci [kN]	zci [m]	Mci [kNm]		
0	0,000	0	0	0	-3,50	0	0	0	0	0		
1	0,009	0,2913	0,0044	39,2	-3,33	0,0006	-20,00	-11,77	-0,146	1,71		
2	0,017	0,2826	0,0131	55,8	-2,98	0,0011	-20,00	-21,22	-0,137	2,91		
3	0,026	0,2739	0,0218	68,7	-2,63	0,0014	-20,00	-27,06	-0,128	3,47		
4	0,035	0,2652	0,0305	79,7	-2,28	0,0016	-20,00	-31,55	-0,120	3,77		
5	0,044	0,2565	0,0392	89,6	-1,93	0,0018	-20,00	-35,20	-0,111	3,90		
6	0,052	0,2477	0,0479	98,7	-1,58	0,0019	-18,00	-34,44	-0,102	3,52		
7	0,061	0,239	0,0566	107,2	-1,23	0,0020	-14,00	-28,62	-0,093	2,67		
8	0,070	0,2303	0,0653	115,2	-0,88	0,0022	-10,00	-21,56	-0,085	1,83		
9	0,078	0,2216	0,0740	123,0	-0,53	0,0023	-6,00	-13,52	-0,076	1,03		
10	0,087	0,2129	0,0827	130,4	-0,18	0,0023	-2,00	-4,67	-0,067	0,31		
$\Sigma A_{ci} =$						0,0170	$\Sigma F_{ci} =$		-229,60	$\Sigma M_{ci} =$		25,11596

Výztuž:	α	d <sub>si</sub> [m]	ε <sub>si</sub> [‰]	f <sub>si</sub> [MPa]	F <sub>si</sub> [kN]	z <sub>si</sub> [m]	M <sub>si</sub> [kNm]	
krajní	0	0,033	-2,17	-434,78	-87,42	-0,117	10,23	
vnitřní	120	0,092	0,18	35,38	14,23	-0,059	-0,83	
vnitřní	240	0,209	4,88	434,78	174,84	0,059	10,23	
krajní	0	0,267	7,23	434,78	87,42	0,117	10,23	
$\Sigma F_{si} =$					189,06	$\Sigma M_{si} =$		29,85

N <sub>rd0</sub> =	-40,54
M <sub>rd0</sub> =	54,97

Tabulka bodů interakčního diagramu

	Bod 0	Bod 1	Bod 2	Bod Z	Bod 3	Bod 4	Bod 5
N <sub>Rd</sub> [kN]	-1835,9	-1314,6	-601,31	-40,54	0,00	262,25	524,51
M <sub>Rd</sub> [kNm]	0,00	51,05	73,47	54,97	51,93	15,34	0,00

Z důvodu symetrie průřezu jsou pro opačné namáhání (body ozn. čárkou) ohybové unosnosti stejné, opačného znaménka:

	Bod 0´	Bod 1´	Bod 2´	Bod Z´	Bod 3´	Bod 4´	Bod 5´
N <sub>Rd</sub> [kN]	-1835,9	-1314,6	-601,31	-40,54	0,00	262,25	524,51
M <sub>Rd</sub> [kNm]	0,00	-51,05	-73,47	-54,97	-51,93	-15,34	0,00

Omezení tlakového namáhání:

Výstřednost  $e_0 = \min(h/30; 20) = 300/30; 20 = 0,020 \text{ m}$

Interakční diagram posuzovaného průřezu:

