



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

DEFORMAČNĚ NAPĚŤOVÁ ANALÝZA VYBRANÉHO HASÍCÍHO PŘÍSTROJE

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF A CHOSEN FIRE EXTINGUISHER

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jakub Češek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Kamil Novák

BRNO 2017

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Jakub Češek
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Kamil Novák
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Deformačně napěťová analýza vybraného hasícího přístroje

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Deformačně – napěťová (D–N) analýza obecných těles, řešena analyticky pomocí diferenciálního přístupu, představuje poměrně komplikovaný problém. Pro tělesa, která jsou rotačně symetrická, byly odvozeny základní vztahy, pomocí nichž bylo/je s větší či menší přesností možné posoudit bezpečnost základních strojních součástí – písty motorů, řemenice, příruby, nebo hasícího přístroje, který bude součástí této práce.

Hasící přístroj je modelován jako uzavřené (se dny) válcové těleso. V místech spojení pláště – dno se analytické řešení stává komplikované, a pokud má dno polokulový, eliptický nebo kuželový tvar, rigorózní řešení je téměř nemožné. Existují však jistá aproximační řešení, která je možné použít. Posouzení jejich platnosti lze velmi jednoduše provést pomocí metody konečných prvků (MKP), nicméně žádné takové řešení zatím neexistuje.

Cíle bakalářské práce:

1. Provést D–N analýzu za pomoci diferenciálního přístupu (analyticky)
2. Provést D–N analýzu za pomoci variačního přístupu (numerický)
3. Diskutovat výsledky, posoudit vhodnost přístupů / modelů.

Seznam doporučené literatury:

TIMOSHENKO, Stephan a James N. GOODIER. Theory of elasticity. 3rd ed. Auckland: McGraw-Hill Book Company, 1970. ISBN 0070858055.

TIMOSHENKO, Stephan a S. WOINOWSKY-KRIEGER. Theory of plates and shells. 2nd ed. Auckland: McGraw-Hill Book Company, 1976. ISBN 0070858209.

HARVEY, John F. Theory and design of pressure vessels. New York: Van Nostrand Reinhold, 1985. ISBN 0442232489.

ONDRÁČEK, Emanuel, Jan VRBKA, Přemysl JANÍČEK a Jiří BURŠA. Mechanika těles: pružnost a pevnost II. 4. vydání. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 8021432608.

JANÍČEK, Přemysl a Jindřich PETRUŠKA. Pružnost a pevnost II: úlohy do cvičení. 3. vydání. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 9788021434417.

VINCENZO, Vullo. Circular Cylinders and Pressure Vessels: Stress Analysis and Design. Cham: Springer International Publishing, 2014. ISBN 9783319006901.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá deformačně napět'ovou analýzou vybraného hasícího přístroje. V této práci je zkoumáno to, jaký vliv má dno tlakové nádoby na napětí a deformaci. Deformačně napět'ová analýza je řešená na úrovni membránové a momentové teorie skořepin. Výsledné hodnoty těchto teorií jsou porovnány pomocí metody konečných prvků (MKP) v systému Ansys. V závěru práce je vše náležitě zhodnoceno.

Klíčová slova

tlaková nádoba, skořepina, deformačně napět'ová analýza, osová symetrie, Ansys

Abstract

Bachelor's thesis deals with stress-strain analysis of chosen extinguisher. Within this thesis, different types of closures are summarized and their influence in stress state is thoroughly analyzed. The stress-strain analysis is solved by using momentum shell theory as well as membrane shell theory. At the end of this thesis numerical solutions by using Finite Elements Method (FEM) is performed in Ansys software. All results are compared in conclusion of the thesis.

Key Words

pressure vessel, shell, stress strain analysis, axisymmetric problem, Ansys

Bibliografická citace

ČEŠEK, J. *Deformačně napěťová analýza vybraného hasícího přístroje*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 76 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Kamil Novák.

Prohlášení autora

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Deformačně napěťová analýza vybraného hasícího přístroje** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne 26. května 2017

Jakub Češek

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Kamilu Novákovi za jeho odborné vedení, cenné rady, podklady, ochotu a vstřícnost, kterou mi věnoval během psaní této práce.

Děkuji za spolupráci firmám Tepostop a NTS, které mi poskytly další podklady a rady z praxe.

Obsah

Obsah.....	9
1 Úvod.....	11
2 Cíle práce	13
3 Formulace problému	14
4 Rešerše z oblasti Pružnosti a Pevnosti II	16
4.1 Přímá úloha.....	16
4.2 Varianty řešení rovnic přímého problému obecné pružnosti:.....	16
4.3 Skořepiny.....	16
4.3.1 Rotační bezmomentová (membránová) skořepina.....	16
4.3.2 Momentová skořepina	17
4.4 Podmínky plasticity HMM a podmínka Trescova	17
5 Metoda konečných prvků.....	18
5.1 Příklad numerického řešení	18
6 Vstupy do výpočtu	20
7 Kvantifikování výsledků	21
8 Praktická část - výpočet	22
8.1 Vliv technologie výroby	22
8.1.1 Ohýbání přímých prutů	22
8.1.2 Napětí ohýbaného přímého prutu	23
8.1.3 Ohýbání širokých pásů – plechů	24
8.1.4 Moment při ohýbání plechu	24
8.1.5 Napětí ohýbaného plechu	25
8.1.6 Zhodnocení.....	25
8.2 Výpočet na úrovni bezmomentových (membránových) skořepin.....	26
8.2.1 Válcová skořepina	26
8.2.2 Polokulové dno.....	26
8.2.3 Kuželové dno.....	26
8.2.4 Eliptické dno	27
8.2.5 Torosferické dno	29
9 Výpočet na úrovni momentové teorie skořepin	31
9.1 Tlaková nádoba s plochým dnem	31
9.1.1 Řešení skořepiny	32
9.1.2 Řešení stěny.....	33

9.1.3	Řešení desky.....	34
9.1.4	Výpočet radiální liniové síly τ_1 a momentu M_1	35
9.1.5	Výsledné grafické závislosti.....	35
9.1.6	Zhodnocení.....	38
9.2	Tlaková nádoba s polokulovým dnem.....	40
9.2.1	Aproximační řešení válcové skořepiny	40
9.2.2	Výsledné grafické závislosti.....	43
9.2.3	Grafické znázornění pomocí programu Ansys.....	45
9.2.4	Aproximační řešení válcové skořepiny v případě různých tloušťek den..	46
9.2.5	Zhodnocení.....	46
9.3	Tlaková nádoba s eliptickým dnem	48
9.3.1	Aproximační řešení válcové skořepiny	48
9.3.2	Výsledné grafické závislosti.....	50
9.3.3	Grafické znázornění pomocí programu Ansys.....	52
9.3.4	Aproximační řešení válcové skořepiny v případě různých tloušťek den..	53
9.3.5	Zhodnocení.....	53
9.4	Tlaková nádoba s torosferickým dnem.....	54
9.4.1	Aproximační řešení válcové skořepiny	54
9.4.2	Výsledné grafické závislosti.....	55
9.4.3	Grafické znázornění pomocí programu ANSYS.....	57
9.4.4	Zhodnocení.....	58
9.5	Tlaková nádoba s kuželovým dnem	60
9.5.1	Zhodnocení.....	61
10	Závěr.....	62
	Seznam použitých zdrojů	64
	Seznam použitých zkratk a symbolů	66
	Seznam obrázků	68
	Seznam grafů.....	69
	Seznam tabulek	70
	Apendix 1	71
	Apendix 2	72
	Apendix 3	75

1 Úvod

Bakalářská práce se zabývá řešením deformačně napět'ové analýzy (dále jen D-N analýza) tlakové nádoby hasicího přístroje.

Jedná se tedy o válcovou nádobu se dny, která je modelována na úrovni Pružnosti a Pevnosti II (dále jen PP2). V práci je detailně zkoumáno, jaký vliv má tvar dna nádoby na napětí a deformaci. Tvar dna je modelován v následujícím sledu: ploché dno, polokulové dno, eliptické dno, torosferické dno a kuželové dno.

Nejprve je zkoumáno napětí a deformace v plášti nádoby a jednotlivých dnech pomocí teorie bezmomentových skořepin nebo rotačně symetrické desky. V následných analýzách je aplikována i teorie momentových skořepin pro spojení plášť – ploché dno, plášť – kulové dno, plášť – eliptické a torosferické dno. Pro případ napojení plášť – kuželové dno je využita metoda konečných prvků a nádoba je modelována jako axisymetrická (rotačně symetrická) 2D úloha.

Při psaní této práce bylo spolupracováno s firmami TEPOSTOP a NTS, které poskytly nejvíce informací o zatížení (vnitřním tlaku), o geometrii (poloměry, tloušťka) a technologii výroby, která je taktéž analyzována na začátku práce.



Obr. 1: Tlakové nádoby [1]



Obr. 2: Kompresor [2]



Obr. 3: Cisternový vůz [3]

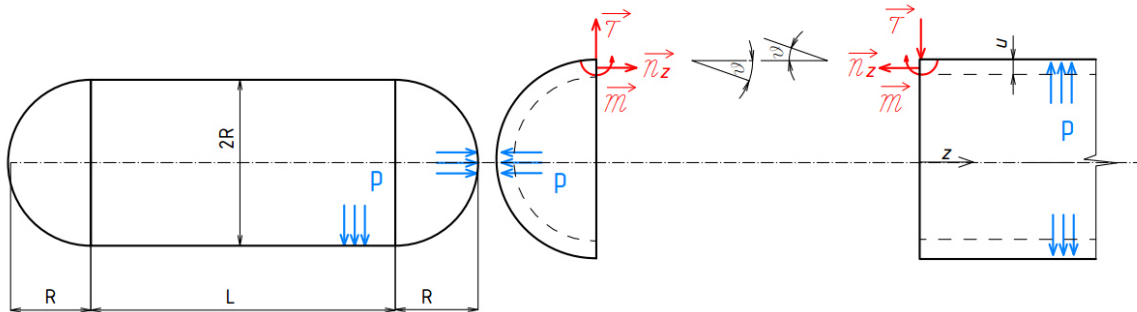
2 Cíle práce

Cíle práce byly definovány vedoucím práce takto:

- a) Provést D-N analýzu za pomoci diferenciální přístupu, tedy analyticky
- b) Provést D-N analýzu za pomoci variačního přístupu, tedy numericky
- c) Diskutovat výsledky, posoudit vhodnost přístupů/ modelů

3 Formulace problému

D-N analýza v místě spojení pláště a dna, uzavřené tlakové nádoby, představuje komplikovaný problém, který je v klasické PP2 omezen pouze na analýzu plochého dna. U ostatních zakončení se předpokládá, že deformace válcového pláště a dna jsou odlišné (viz. Kapitola 8). Díky spojitosti (stejně posuvy) a hladkosti (stejně natočení), které očekáváme v místě spojení, musí působit vnitřní výsledné účinky v podobě posouvající síly $\vec{\tau}$ (vymezi posuv) a osového ohybového momentu \vec{m}_z (srovná natočení) viz. Obr. 4. Tyto výsledné účinky by lokálně měly způsobit nárůst napětí. Při použití analytického způsobu řešení je vlastně problém samotná identifikace těchto vzniklých výsledných účinků.



Obr. 4: Působení vnitřních výsledných účinků a posuv [4]

Jak je možné vidět z Obr. 5, nebývá v praxi zvykem, aby dna tlakových nádob byla zakončena plochým dnem (pravděpodobně pro svoji nízkou ohybovou tuhost a vysoké koncentrátoři napětí v místě spoje). Naopak jsou tlakové nádoby uzavřeny dnem polokulovým, eliptickým, kuželovým a nejčastěji viděným torosferickým dnem.

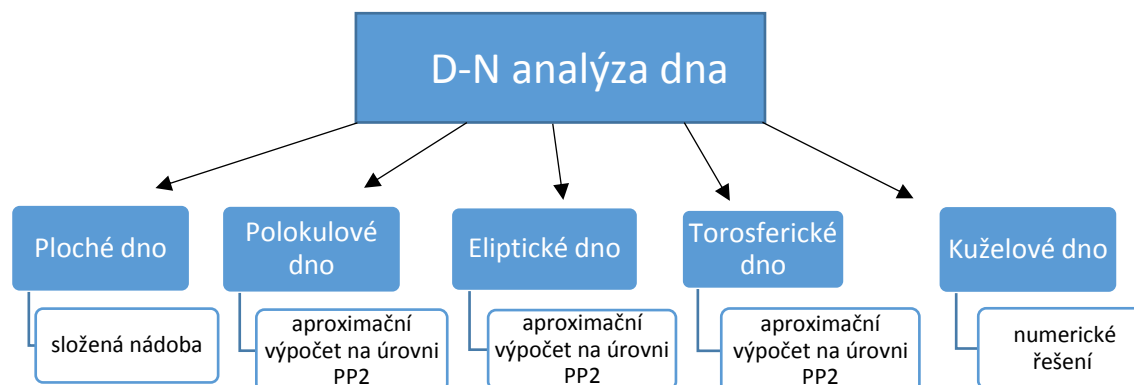


Obr. 5: Tvary tlakových nádob hasicích přístrojů [5][6][7]

Problém bude na následujících stranách modelován v následujícím sledu:

- řešení na základě bezmomentové teorie
- řešení na základě momentové teorie

D-N analýza dna bude popisována na základě vývojového diagramu:



Každá z analýz napětí a deformace, provedena analyticky pomocí programu Maple, je doplněna numerickým řešením pomocí programu ANSYS. Jediná kapitola, která zůstala pouze teoretická, je zamyšlení se nad vlivem technologie výroby pláště nádoby, neboť numerická simulace různých tvářecích procesů v MKP přesahuje znalosti získané v bakalářském studijním programu.

4 Rešerše z oblasti Pružnosti a Pevnosti II

V této kapitole je stručné shrnutí základní teorie, která je v práci využita.

4.1 Přímá úloha

Přímá úloha (problém) obecné pružnosti je úloha, kde vstupní parametry jsou geometrie, materiál, vazby, zatížení a výstupní parametry jsou posuvy, napětí a přetvoření.

4.2 Varianty řešení rovnic přímého problému obecné pružnosti:

a) Diferenciální přístup – deformační varianta

Při využití této varianty se postupuje nejprve od deformace (posuv) k přetvoření a následně k výpočtu napětí – čili se zjistí deformace a z nich následně napětí.

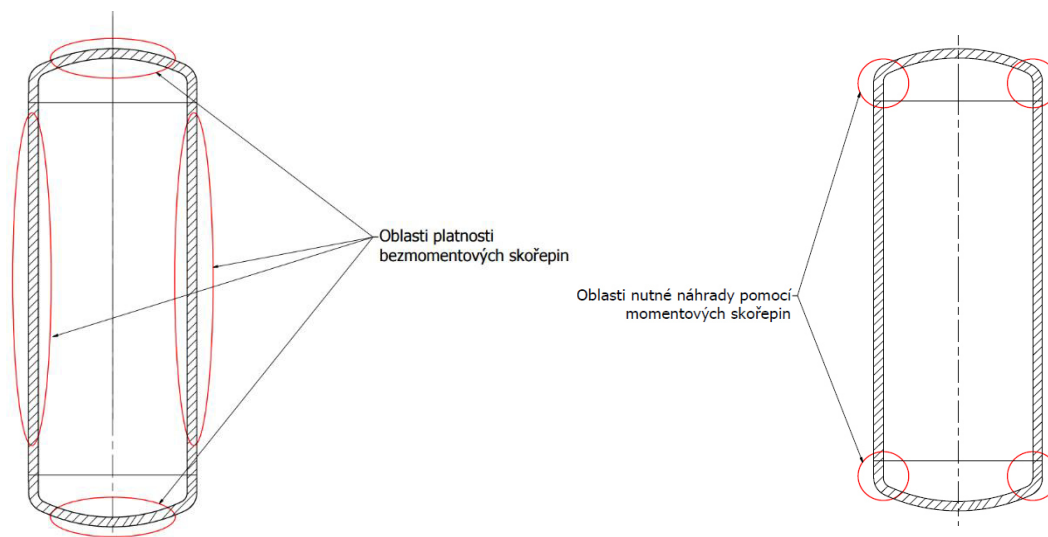
b) Diferenciální přístup – silová varianta

Při využití této varianty se postupuje nejprve od napětí k přetvoření a následně k deformaci – čili se zjistí napětí a z něj deformace.

Zpravidla se využívají oba dva přístupy, tj. silový pro rotačně symetrické stěny (i rotující) a deformační pro rotačně symetrické desky a momentové skořepiny.

4.3 Skořepiny

Jedná se o tenkostěnná rotační tělesa, která jsou definována pomocí střednicové plochy. Tato plocha vzniká rotací tvořící křivky (tzv. meridiánu) kolem osy, která se stává osou rotační symetrie skořepiny. Souměrná je v tomto případě i napjatost, deformace, zatížení a vazby.



Obr. 6: Aplikace momentových a bezmomentových teorií skořepin

4.3.1 Rotační bezmomentová (membránová) skořepina

U této teorie se předpokládá, že skořepina přenáší pouze membránové síly, které vznikají v tečné rovině skořepiny. Právě tyto síly vyvolávají napětí, které je rovnoměrně rozložené

po tloušťce skořepiny. U tohoto typu skořepin nastává často tzv. nelineární chování (borcení) a tuhost v tahu je vyšší než v ohybu. [9]

„Aby bylo tohoto dosaženo, je nutný cílený konstrukční návrh, který musí splňovat tyto podmínky.

1. Zatížení kolmé k povrchu musí být spojité nebo málo proměnné.
2. Vnější síly (včetně vazebných) musí mít směr tečny k povrchu.
3. Radiální deformace skořepiny nesmí být omezována.
4. Tloušťka stěny skořepiny se nesmí skokově měnit.
5. Střednicová plocha musí být hladká, bez skokových změn křivosti.“ [9]

V důsledku toho, že hodnota jednoho z hlavních napětí – radiální napětí je v porovnání s obvodovým a meridiánovým velmi nízká (je přibližně rovna vnitřnímu tlaku), bude toto napětí u výpočtu zanedbáváno.

4.3.2 Momentová skořepina

Jedná se o další typ tenkostěnného rotačně souměrného tělesa, které však nesplňuje předpoklady membránové napjatosti. Rotačně souměrné je tu opět zatížení, deformace, napjatost a vazby. Při zatížení skořepiny se začne její střednicová plocha měnit z válcové na rotačně souměrnou. Skořepina se deformuje v radiálním směru, který označujeme jako posuv u a v axiálním směru, který značíme w . Při natočení je zaveden pomocný deformační parametr – úhel natočení tečny ke střednicové ploše ϑ . [10]

„Teorii válcové momentové skořepiny je nutno použít tehdy, nejsou-li splněny předpoklady membránové napjatosti skořepiny, k čemuž může dojít např. za následujících podmínek.

1. Body střednice jsou vázány k jinému tělesu (omezené posuvy, případně natočení).
2. Skoková změna tuhosti (tj. tloušťky skořepiny nebo modulu pružnosti materiálu).
3. Zlomy střednicové plochy (u válcové se nevyskytují).
4. Skokové změny křivosti střednicové plochy (u válcové se nevyskytují).
5. Nespojitost zatížení (liniová síla, liniový moment) nebo jejich derivací (změna průběhu tlaku).“ [10]

Radiální napětí je zanedbatelné stejně tak, jak u skořepiny membránové. V meridiánovém řezu působí hlavní obvodové napětí σ_t a v radiálním řezu hlavní napětí osově σ_z .

4.4 Podmínky plasticity HMM a podmínka Trescova

V několika technických literaturách např. [11] jsou tyto podmínky popsány a bylo odvozeno, že maximální odchylka obou podmínek je maximálně 15,5 %. V knize Konstruování strojních součástí [11] je podotknuto, že: „Ke zjištění příčin porušení je vhodnější teorie měrné energie napjatosti změny tvaru.“ [11] Pro naše výpočty bude proto využito podmínky plasticity HMM.

$$\sigma_{redHMM} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)}$$

5 Metoda konečných prvků

Pomocí metody konečných prvků (dále jen MKP) jsou v této bakalářské práci ověřovány výsledky získané analytickým řešením. Pro zjištění tzv. numerických hodnot, tedy pomocí MKP je využit systém Ansys.

„MKP je založena na zcela jiném principu než analytické metody pružnosti. Zatímco analytické metody jsou založeny na diferenciálním a integrálním počtu, MKP je založena na obecně méně známém počtu variačním, hledá minimum nějakého funkcionálu. Funkcionál je zobrazení z množiny funkcí do množiny čísel. Je to tedy pravidlo, podle něhož přiřadíme funkci na jejím definičním oboru (nebo jeho částí) nějakou číselnou hodnotu. Příkladem je určitý integrál funkce.

Věta o minimu kvadratického funkcionálu

Ze všech přípustných posuvů (tj. těch, které vyhovují okrajovým podmínkám úlohy, při splnění geometrických a fyzikálních rovnic) se při přechodu do blízkého zatěžovacího stavu (změna posuvů u o variaci δu) realizují takové posuvy, které minimalizují kvadratický funkcionál Π_L . Tento funkcionál (zvaný Lagrangeův potenciál) představuje celkovou potenciální energii tělesa a příslušné posuvy, přetvoření a napětí, které ho minimalizují, jsou hledanými funkcemi pružnosti. Věta se také nazývá Lagrangeův variační princip.

Lagrangeův potenciál je dán vztahem:

$$\Pi_L = W - P$$

Kde W je celková energie napjatosti tělesa a P je celková potenciální energie vnějších sil“[12]

Vzhledem k tomu, že teorie MKP je již popsána v několika technických publikacích (např. [13]), není v této práci již dále rozebírána.

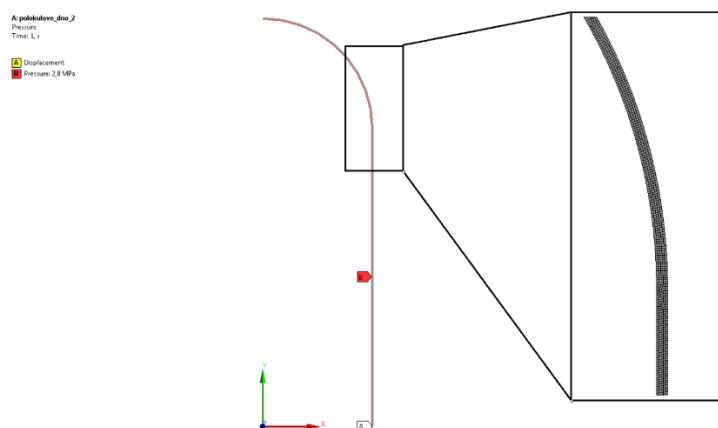
5.1 Příklad numerického řešení

V této kapitole je uvedený příklad na řešení tlakové nádoby s polokulovým dnem. Tento uvedený algoritmus nastavení v programu Ansys Workbench je použit u všech případů analyzovaných tlakových nádob. V následujících kapitolách jsou tedy rovnou porovnávány výsledky analytických a numerických hodnot.

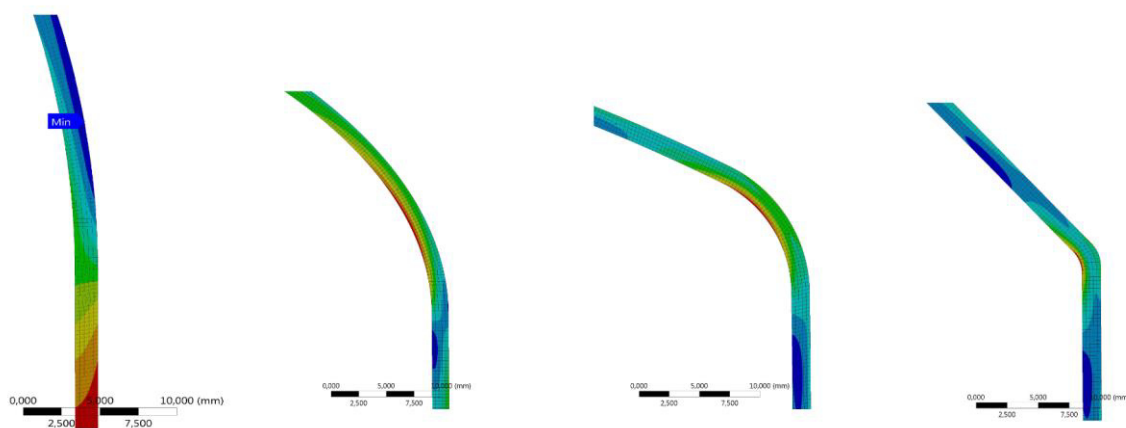
Tlaková nádoba je rotačně symetrické těleso, úloha je tedy pro zjednodušení řešena jako axisymetrická. Pro další zjednodušení výpočtu je využito i symetrie – analyzujeme horní polovinu tlakové nádoby (Obr. 7). Okrajová podmínka je určena na spodní hraně válcového pláště a je tedy zamezeno posuvu ve směru y . Výsledná síť je po celé nádobě zjemněna velikostí elementu 0,3 mm na tloušťku plechu. Tato velikost byla zvolena na základě tohoto postupu.

- Napětí a posuvy jsou vykresleny na zvolené počáteční velikosti elementu.
- Velikost elementu je zmenšena o 50 %.
- Pokud je změna výsledků menší než 5 %, velikost elementu zůstává. Pokud ne, velikost elementu se zmenší znovu o 50 %

U numerického řešení je využito prvku PLANE183 – prvek tzv. vyššího řádu pro 2D analýzy.



Obr. 7: Znázornění zatížení, sítě a okrajové podmínky pro numerické řešení výpočtu

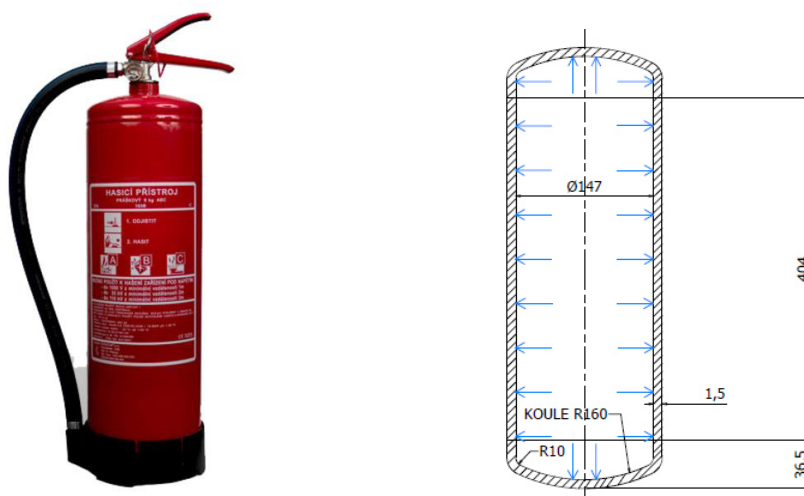


Obr. 8: Znázornění sítě na jednotlivých dnech – polokulové, eliptické, toroidní, kuželové

6 Vstupy do výpočtu

Pro D-N analýzu byla vybrána tlaková nádoba hasicího přístroje, který vyrábí firma TEPOSTOP, tato firma poskytla základní parametry tlakové nádoby – geometrii, materiál a maximální vnitřní tlak. Jedná se o typ práškového hasicího přístroje PG6LE (Obr. 9). Hasicí přístroj je vyráběn na základě evropské normy ČSN EN 13445-3 [15], která stanovuje podmínky pro navrhování, zkoušení typu, výrobu a kontrolu přenosných hasicích přístrojů. Pro výpočty bude využita geometrie (Obr. 9), materiál – ocelový plech s mezí kluzu $\sigma_k = 280 \text{ MPa}$ a maximální vnitřní tlak p , při kterém se zjišťuje těsnost nádoby je 2,8 MPa.

Pro výpočet je využit homogenní izotropní a lineárně pružný model materiálu – tzv. Hookovský materiál, který je určen Poissonovým číslem μ a Youngovým modulem pružnosti E .



Obr. 9: Hasicí přístroj PG6LE [5]

Na Obr. 9 je zobrazena vybraná tlaková nádoba uzavřená torosférickým dnem, které je složeno ze dvou částí – anuloidu (toroidu) a koule. Jedná se o jeden z typů tzv. klenutého dna, které je dnes nejpoužívanějším typem pro uzavření tlakových nádob. Dalšími typy klenutých den jsou dna kulová a eliptická, která jsou v této práci také analyzována.

7 Kvantifikování výsledků

Při D-N analýze tlakové nádoby jsou výsledné hodnoty, získané analytickým řešením, porovnávány s numerickými hodnotami, které jsou získané pomocí programu ANSYS. Jejich odchylky jsou zjišťovány střední průměrnou chybou a střední relativní chybou.

Střední chyba

Tato chyba zde charakterizuje odchylku mezi numerickou a analytickou hodnotou, která je vyjádřena v jednotkách měřené veličiny. Absolutní chyba pro jeden bod je získána algebraickým rozdílem numerické hodnoty x_n a analytické hodnoty x_a .

$$\varepsilon = |x_a - x_n| \quad (1)$$

Střední chyba pro n bodů je pak:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_{a,i} - x_{n,i}| \text{ [MPa]} \quad (2)$$

Relativní chyba

Relativní chyba také charakterizuje odchylku mezi numerickou a analytickou hodnotou. Oproti střední chybě je však velikost absolutní chyby podělena ještě numerickou hodnotou. Tímto způsobem tedy dostáváme spolehlivější hodnoty. Lze tedy říct, že je tento způsob výpočtu odchylky vhodnější.

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_{a,i} - x_{n,i}}{x_{n,i}} \right| \cdot 100 \text{ [%]} \quad (3)$$

8 Praktická část - výpočet

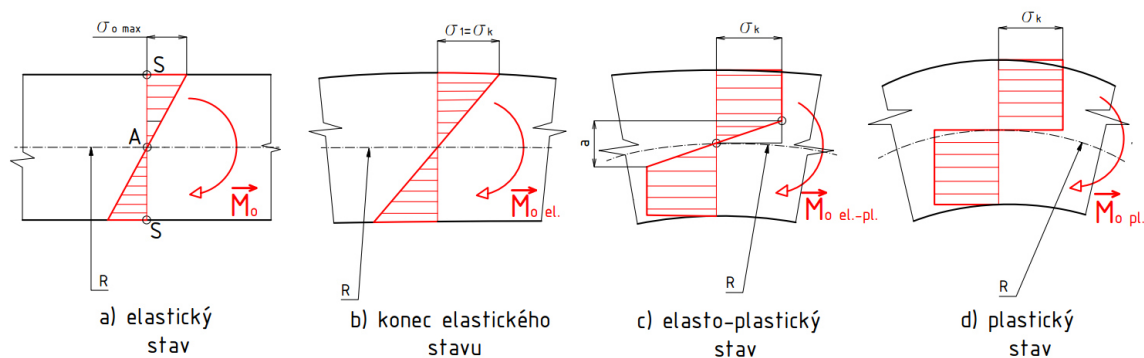
V této kapitole je popsán vliv technologie výroby a dále je provedena D-N analýza na úrovni bezmomentové teorie skořepin. D-N analýza na úrovni momentové teorie skořepin, je vzhledem k náročnosti výpočtu věnována samostatná kapitola (kapitola 9).

8.1 Vliv technologie výroby

Plášť nádoby vzniká zakružením plechu a následným svařením po obvodu. Obě operace mají jistý nežádoucí účinek. Podstata je popsána níže.

Plech, který je při výrobě pláště hasicího přístroje ohýbán, zůstává po ohnutí v ohnutém stavu téměř samovolně – drží ohnutý do tvaru válce, aniž by musel být zajištěn. Proto, aby bylo dosaženo požadovaného stavu, musí se při zakružení plechu přejít z elastického stavu do stavu plastického – musí se tedy překročit hodnota meze kluzu, po jejímž překročení nastává trvalá deformace materiálu. Podstata bude pro srovnání ukázána pro případ ohýbání prutů obdélníkového průřezu a pro případ ohýbání plechů.

8.1.1 Ohýbání přímých prutů



Obr. 10: Rozložení napětí v průřezu ohýbaného nosníku pro ideálně elasticko-plastický materiál v postupných fázích ohýbání [14][16]

Na výše uvedeném obrázku (Obr. 10a) je vidět maximální hodnota napětí $\sigma_o \max$ v elastickém stavu. Jestliže napětí dosáhne v okrajových vrstvách materiálu meze kluzu σ_k (Obr. 10b) nastává konec elastického stavu a ohybový moment M_o nabývá hodnoty momentu elastického $M_o \text{ el.}$, při kterém začne nastávat plastická deformace v krajních vláknech prutu. Pokud se bude prut dále ohýbat (Obr. 10c), bude růst velikost tzv. plastického obalu na úkor tzv. elastického jádra. V tomto případě nastává tzv. elasto-plastický stav, u kterého má průřez pružné jádro o tloušťce a [16].

$M_o \text{ el.jádra}$ je moment přenášen elastickým jádrem a určí se pomocí vztahu:

$$M_o \text{ el.jádra} = \sigma_k \frac{ba^2}{6}. \quad (4)$$

$M_o \text{ pl.obalu}$ je moment přenášen plastickým obalem a určí se pomocí integrace přes celou zplastizovanou oblast (viz. Appendix 1), výsledný vztah je:

$$M_{o\ pl.obalu} = \sigma_k \frac{b}{4} (h^2 - a^2). \quad (5)$$

Výsledný elasticko-plastický moment po sečtení obou částí je [16]:

$$\begin{aligned} M_{o\ el.-pl.} &= M_{o\ el.jádra} + M_{o\ pl.obalu} = \sigma_k \frac{ba^2}{6} + \sigma_k \frac{b}{4} (h^2 - a^2) = \\ &= \sigma_k \frac{bh^2}{4} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{a}{h}\right)^2\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Elastický stav nastane, bude-li $a = h$:

$$M_{o\ el.} = \sigma_k \frac{bh^2}{4} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{h}{h}\right)^2\right) = \sigma_k \frac{bh^2}{6} = 42\ 420\ \text{Nmm}. \quad (7)$$

Kde $\frac{bh^2}{6} = W_{oy}$ → modul průřezu v ohybu pro elastický stav prutu, b je délka prutu 404 mm a h je tloušťka 1,5 mm, $\sigma_k = 280$ MPa.

Plastický stav nastane, bude-li $a = 0$, při překročení této hodnoty dochází ke vzniku plastických kloubů:

$$M_{o\ pl.} = \sigma_k \frac{bh^2}{4} \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{0}{h}\right)^2\right) = \sigma_k \frac{bh^2}{4} = 63\ 630\ \text{Nmm}. \quad (8)$$

Kde $\frac{bh^2}{4} = W_{oy}$ → modul průřezu v ohybu pro plastický stav prutu, b je délka prutu 404 mm a h je tloušťka 1,5 mm, $\sigma_k = 280$ MPa.

Hodnota (fiktivního) ohybového momentu při zakružení na daný poloměr:

$$\frac{1}{R} = \frac{M_o}{EJ_y} \rightarrow M_o = \frac{EJ_y}{R} = 324\ 642,86\ \text{Nmm}. \quad (9)$$

Kde $R = 73,5$ mm, Younguv modul $E = 210\ 000$ MPa, kvadratický moment k ose y $J_y = \frac{bh^3}{12}$, kde b je délka prutu 404 mm a h je tloušťka 1,5 mm.

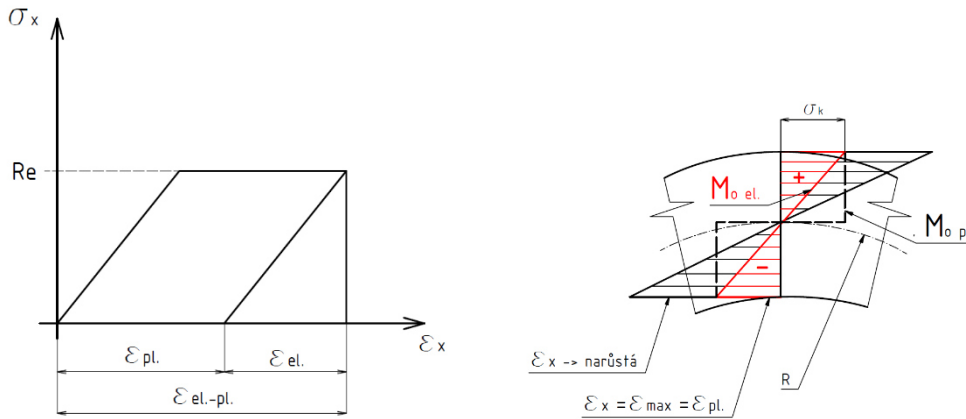
8.1.2 Napětí ohýbaného přímého prutu

Maximální fiktivní napětí (tedy napětí, které by v materiálu vzniklo, pokud by byl stále v elastickém stavu):

$$\sigma_{max} = \frac{M_o}{W_o} = 2142,86\ \text{MPa}. \quad (10)$$

Kde $R = 73,5$ mm, modul průřezu v ohybu $W_{oy} = \frac{bh^2}{6}$, kvadratický moment ose y $J_y = \frac{bh^3}{12}$, b je délka prutu 404 mm a h je tloušťka 1,5 mm, $M_o = 324\ 642,86$ Nmm.

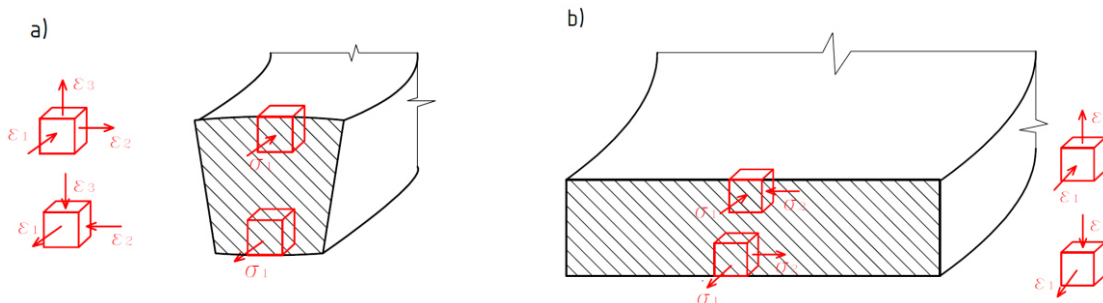
Takto vysoké hodnoty napětí jsou však nereálné. Při uvážení ideálně elasto-plastického materiálu (bez zpevnění) dochází k tomu, že se napětí „zablokuje“ na mezi kluzu a dále již nenarůstá. Naopak roste plastická deformace, jak dokládá Obr. 11. Mez plastické deformace není zpravidla nevyčerpatelná, v určitém okamžiku by mohlo dojít k poškození součásti. Aby bylo tomuto poškození předejito, je nutno znát tažnosti materiálu. Hodnota tažnosti materiálu pro výrobu tlakových nádob je podle mezinárodní normy ISO menší než 14% a hodnota nárazové práce (zkušební tyč s V-vrubem) je menší než 27J [17].



Obr. 11: Rostoucí plasticita ideálně elasticko-plastického materiálu

8.1.3 Ohýbání širokých pásů – plechů

Při ohýbání prutů, bylo předpokládáno, že při prodloužení nebo zkrácení vláken v podélném směru dochází ke zmenšení nebo zvětšení jejich příčných rozměrů. Šířka ohýbaného prutu se tedy zvětšuje na straně vnitřní, zatímco na straně vnější se zmenšuje (Obr. 12a). Tento jev deformací se vyskytuje pouze u úzkých. Bude-li ohýbaný materiál značně široký (Obr. 12b), deformace jsou ztíženy a ve střední části k nim téměř nedochází. V tomto případě dochází tedy k rovinné deformaci, při které se délky vláken v podélném směru kompenzují změnou tloušťky ve směru radiálním. [14]



Obr. 12: Schéma napětí, deformace a změna příčného průřezu při ohýbání: a) prutů, b) širokých pásů [14]

8.1.4 Moment při ohýbání plechu

V literatuře Theory and design of pressure vessels [18] byl odvozen podobný vztah jako v případě ohybu přímých prutů:

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{B} \tag{11}$$

Kde B je tuhost v ohybu $B = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$.

Moment je v tomto případě vyjádřen na jednotku délky, po jeho vyjádření se dostává vztahu:

$$M \cdot b = M_o \cdot 1 \rightarrow M = \frac{M_o}{b}. \quad (12)$$

Dosazením do vztahu (11) získáme:

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{B} = \frac{M_o}{b \cdot B} \rightarrow M_o = \frac{B \cdot b}{R} = \frac{E h^3 b}{12(1-\mu^2)R} = 353\,146,85 \text{ Nmm}. \quad (13)$$

Kde $R = 73,5$ mm, Younguv modul $E = 210\,000$ MPa, kde b je délka plechu 404 mm, $\mu = 0,3$, tloušťka $h = 1,5$ mm.

8.1.5 Napětí ohýbaného plechu

Maximální (fiktivní) hodnota napětí je:

$$\sigma_{max} = \frac{M_o}{W_o} = 2331 \text{ MPa}. \quad (14)$$

Kde $R = 73,5$ mm, modul průřezu v ohybu $W_{oy} = \frac{bh^2}{6}$, b je délka prutu 404 mm a h je tloušťka 1,5 mm, $M_o = 353\,146,85$ Nmm.

8.1.6 Zhodnocení

Výsledné hodnoty napětí ohýbaných prutů a ohýbaných plechů se liší o necelých 10%. Tato odchylka je dána samotným vztahem pro ohybovou tuhost v použité teorii prutů nebo desek. Obecně lze tvrdit, že pokud je ohýbán pás plechu (jeden rozměr podstatně větší než druhý), je smysluplné použít teorii desek oproti teorii prutových těles a naopak.

Hodnoty napětí, které se pomocí základní teorie PP podařilo určit, jsou pouze fiktivní. Jedná se o napětí, která by v tělese vznikla, kdyby se materiál nacházel po celou dobu zatěžování v elastickém stavu. K tomu stavu však nemůže nikdy dojít. Při použití ideálně elasto-plastického materiálu (stále na úrovni prosté PP1 a PP2) bylo ukázáno, že napětí se zastaví na hodnotě meze kluzu a roste plastická deformace.

Tato deformace však není nekonečná a při překročení určité mezní hodnoty (není stanoveno kolik) může dojít k praskání materiálu, tj. vznikají trhliny v oblasti vnější vrstvy, kde působí velká tahová napětí (viz. vztah (14)). Tyto trhliny postupně prorůstají směrem do materiálu, až dojde k úplnému lomu [14].

Je tedy zřejmé, že již při výrobě musí být dodrženy jisté normy, ve kterých je přesně stanoveno, např. jaký materiál použít, jestli ohýbat kolmo nebo ve směru vláken (vliv anizotropie) pásu plechu aj.

Praxe vypadá tak, že vždy jsou v plášti přítomna zbytková napětí. Svařování ohnutého pásu sebou nese zase možnost výskytu různých vad ve svaru. Aby se všechny tyto nepříznivé vlivy odstranily, bývá finální ohnutý a svařený plášť umístěn do rekrystalizační pece a vyžíhán k odstranění zbytkových napětí. Tuto operaci opět upravuje jistá vnitřní norma firmy, tj. upravuje teplotu, délku rekrystalizace atd.

Díky rekrystalizaci se vytvoří nová struktura a z materiálu vymizí téměř všechna zbytková napětí. Výpočet napětí a deformace je pak prováděn z nulových hodnot a vliv výroby je tak nulový nebo zanedbatelný.

8.2 Výpočet na úrovni bezmomentových (membránových) skořepin

V této kapitole je provedena D-N analýza tlakové nádoby na úrovni membránové teorie skořepin. Vzhledem k tomu, že pro válec, polokouli a kužel jsou vzorce uvedeny a odvozeny ve skriptech PP2 [19] jsou uvedeny pouze vztahy s výslednými hodnotami.

Vztahy pro určení napětí na eliptickém dnu jsou odvozeny a vysvětleny podle literatury [18] (viz. Apendix 2), stejný algoritmus výpočtu je pak proveden i u dna torosferického.

8.2.1 Válcová skořepina

$$\sigma_t = \frac{pr}{h} = \frac{2,8 \cdot 74,25}{1,5} = 139 \text{ MPa} = \sigma_1 \quad (15)$$

$$\sigma_m = \frac{pr}{2h} = \frac{2,8 \cdot 74,25}{2 \cdot 1,5} = 69 \text{ MPa} = \sigma_2 \quad (16)$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ (radiální napětí – zanedbáváno)}$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 120 \text{ MPa} \quad (17)$$

$$u = r\varepsilon_t = \frac{r}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_m) = \frac{74,25}{210000}(139 - 0,3 \cdot 69) = 0,0418 \text{ mm} \quad (18)$$

8.2.2 Polokulové dno

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{pr}{2h} = \frac{2,8 \cdot 74,25}{2 \cdot 1,5} = 69 \text{ MPa} = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (19)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad (20)$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 69 \text{ MPa} \quad (21)$$

$$u = r\varepsilon_t = \frac{r}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_m) = \frac{74,25}{210000}(69 - 0,3 \cdot 69) = 0,0170 \text{ mm} \quad (22)$$

8.2.3 Kuželové dno

Aby bylo možné porovnat (kapitola 9.5) hodnoty z membránové teorie s hodnotami numerickými, dochází zde k mírně změně vyjádření napět'ových vztahů, než je uvedeno ve skriptech PP2 [19]. Aby bylo možné výsledky porovnat, výsledné vztahy jsou vyjádřeny na proměnné délce kužele l . Pro ujasnění výpočtu slouží (Obr. 13), kde $r_t = l \cdot tg\alpha$ a úhel $\alpha = 45^\circ$. Pro výpočet budeme uvažovat maximální $l = 105 \text{ mm}$:

$$\sigma_t = \frac{pr_t}{h} = \frac{pl}{h}tg\alpha = \frac{2,8 \cdot 105}{1,5}tg45 = 196 \text{ MPa} = \sigma_1, \quad (23)$$

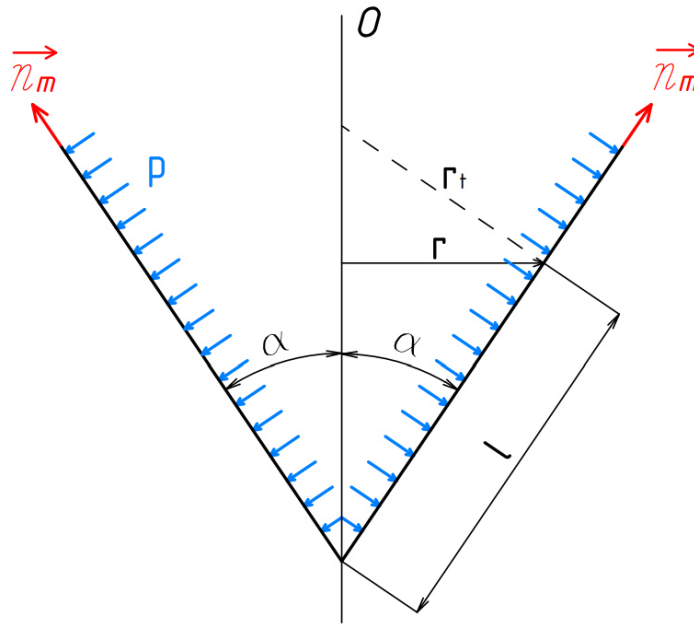
$$\sigma_m = \frac{pr_t}{2h} = \frac{pl}{2h}tg\alpha = \frac{2,8 \cdot 105}{2 \cdot 1,5}tg45 = 98 \text{ MPa} = \sigma_2, \quad (24)$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ (radiální napětí)}, \quad (25)$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 170 \text{ MPa}, \quad (26)$$

$$u = r\varepsilon_t = \frac{r}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_m) = \frac{74,25}{210000}(196 - 0,398) = 0,059 \text{ mm.} \quad (27)$$

σ_m – meridiánové napětí [MPa], σ_t - obvodové napětí [MPa], u – posuv [mm], ε – délkové přetvoření [-].



Obr. 13: Kuželové dno [18]

8.2.4 Eliptické dno

Výpočet napětí a deformace u eliptického dna je poněkud složitější než výpočet v předchozích případech. K výpočtu napětí a deformace eliptického dna je nutno nejdříve odvodit z rovnice elipsy velikost meridiánového r_m a obvodového poloměru r_t viz. Appendix 2 [18].

U eliptického dna také dochází k jinému způsobu vyhodnocení napětí, než tomu bylo doposud. V případě eliptického dna se napětí vyhodnocuje zvlášť v oblasti koruny elipsy a zvlášť v oblasti tzv. kolene elipsy (Obr. 34).

Doplňující zadané parametry jsou:

- vedlejší poloosa $b = 35,75$ mm
- hlavní poloosa $a = 74,25$ mm.

Výsledné hodnoty napětí v oblasti koruny elipsy, kde $r_m = r_t = \frac{a^2}{b}$:

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{pr_t}{2h} = \frac{pa^2}{2hb} = \frac{2,8 \cdot 74,25^2}{2 \cdot 1,5 \cdot 35,75} = 144 \text{ MPa} = \sigma_1 = \sigma_2, \quad (28)$$

$$\sigma_3 = 0,$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 144 \text{ MPa.} \quad (29)$$

Výsledné hodnoty napětí v oblasti kolene elipsy (v místě spojení válce a dna), kde $r_m = \frac{b^2}{a}$ a $r_t = a$:

$$\sigma_m = \frac{pr_t}{2h} = \frac{pa}{2h} = \frac{2,8 \cdot 74,25}{2 \cdot 1,5} = 69 \text{ MPa} = \sigma_1, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \frac{p}{h} \left(r_t - \frac{r_t^2}{2r_m} \right) = \frac{p}{h} \left(a - \frac{a^3}{2b^2} \right) = \frac{pa}{h} \left(1 - \frac{a^2}{2b^2} \right) = \\ &= \frac{2,8 \cdot 74,25}{1,5} \left(1 - \frac{74,25^2}{2 \cdot 35,75^2} \right) = -160 \text{ MPa} = \sigma_3, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\sigma_2 = 0,$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 204 \text{ MPa}. \quad (32)$$

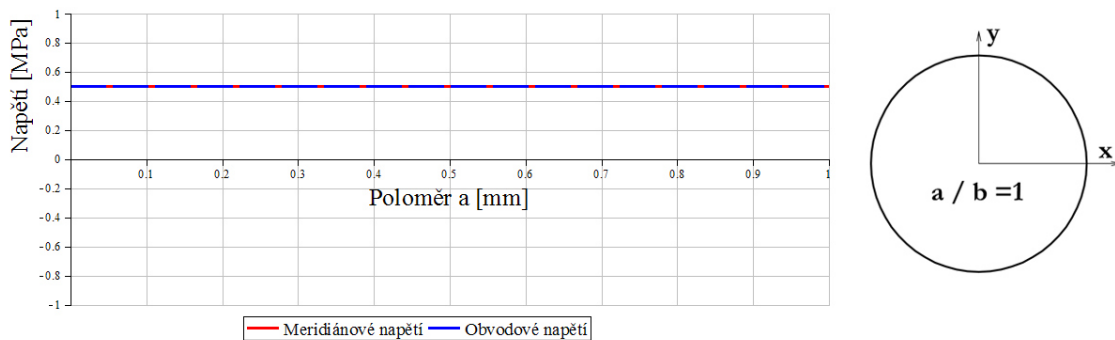
Radiální posuv

Pro zjištění hodnoty radiálního posuvu eliptického dna je využito hodnot napětí z oblasti kolene elipsy – v této oblasti nás zajímá radiální posuv $\rightarrow a = r$.

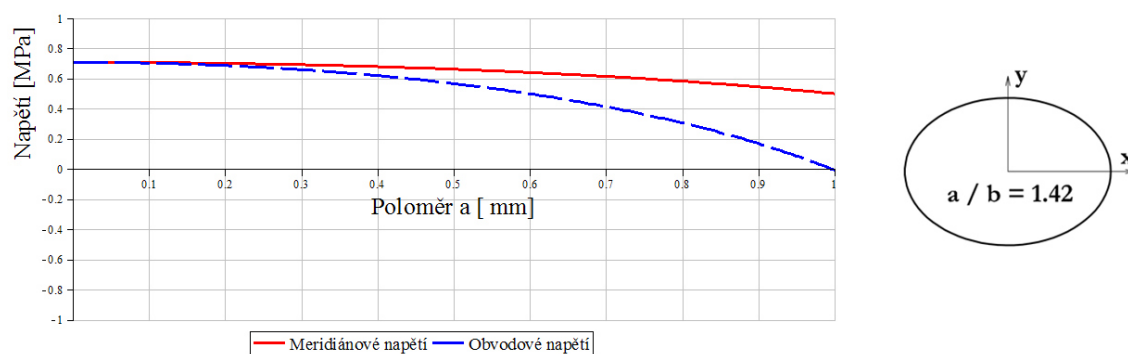
$$u = r\varepsilon_t = \frac{r}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_m) = \frac{74,25}{210000}(-160 - 0,3 \cdot 69) = -0,064 \text{ mm} \quad (33)$$

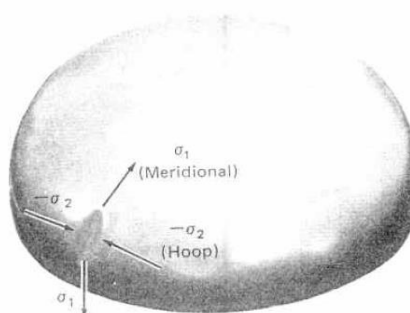
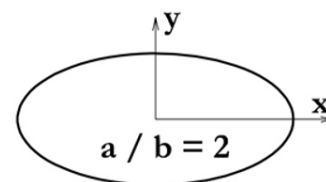
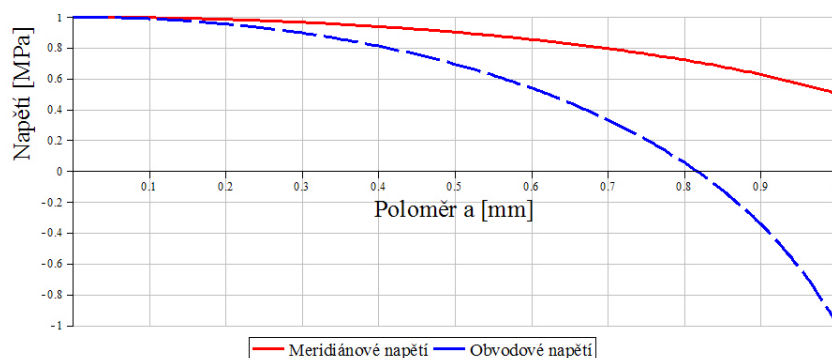
Z výše uvedené rovnice (31) je patrné, že v případě, že bude a^2 větší než $2b^2$ bude hodnota obvodového napětí σ_t v oblasti kolene elipsy záporná. Budou-li všechny proměnné rovny 1 a poměry poloos dle níže uvedených případů, nastávají tyto průběhy napětí.

Graf 1: Průběh napětí při poměru poloos a/b=1 (kružnice) [18]



Graf 2: Průběh napětí při poměru poloos a/b=1,42 [18]

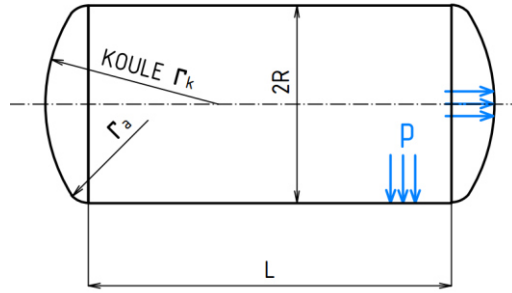


Graf 3: Průběh napětí při poměru poloos $a/b=2$ [18]**Obr. 14: Experiment Liverpoolské univerzity (vlevo) a působení napětí (vpravo) [18][20]**

Vysoké hodnoty záporného obvodového napětí mohou vést až k lokální ztrátě stability stěny skořepiny v oblasti kolene elipsy. Tomu nasvědčuje i experiment (Obr. 14), který byl proveden pod vedením profesora jménem Gerry Galletly na Liverpoolské univerzitě. Vznik tohoto jevu může být způsoben poloměry elipsy, velikostí zatížení nebo tloušťkou stěny skořepiny.

8.2.5 Torosferické dno

Torosferické dno se skládá ze dvou částí – kulového vrchlíku o poloměru $r_k = 160$ mm a anuloidu o poloměru $r_a = 10$ mm (Obr. 15)



Obr. 15: Tlaková nádoba s torosferickým dnem

Pro zjištění hodnot napětí v oblasti koule jsou tedy použity vzorce pro polokulové dno ($\sigma_m = \sigma_t = \frac{pr_k}{2h}$) a v oblasti anuloidu jsou použity stejné vzorce jako u výpočtu hodnot napětí v oblasti kolene elipsy resp. ve spojení dna s válcovou částí (31). Velikosti meridiánového a obvodového poloměru jsou popsány v Apendix 3.

Výsledné hodnoty napětí v oblasti kulového vrchlíku:

$$\sigma_m = \sigma_t = \frac{pr_k}{2h} = \frac{2,8 \cdot 160,75}{2 \cdot 1,5} = 150 \text{ MPa} = \sigma_1 = \sigma_2, \quad (34)$$

$$\sigma_3 = 0, \quad (35)$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 150 \text{ MPa}, \quad (36)$$

$$u = r\varepsilon_t = \frac{r}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_m) = \frac{160,75}{210000}(150 - 0,3 \cdot 150) = 0,08 \text{ mm}. \quad (37)$$

Výsledné hodnoty napětí v místě spojení válce a torosferického dna (viz Apendix 3):

$$\sigma_m = \frac{pr_t}{2h} = \frac{2,8 \cdot 74,25}{2 \cdot 1,5} = 69 \text{ MPa} = \sigma_1, \quad (38)$$

$$\sigma_t = \frac{p}{h} \left(r_t - \frac{r_t^2}{2r_m} \right) = \frac{2,8}{1,5} \left(74,25 - \frac{74,25^2}{2 \cdot 10,75} \right) = -340 \text{ MPa} = \sigma_3, \quad (39)$$

$$\sigma_2 = 0,$$

$$\sigma_{redHMH} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2)} = 379 \text{ MPa}. \quad (40)$$

Radiální posuv

$$u = r\varepsilon_t = \frac{r}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_m) = \frac{74,25}{210000}(-340 - 0,3 \cdot 69) = -0,13 \text{ mm} \quad (41)$$

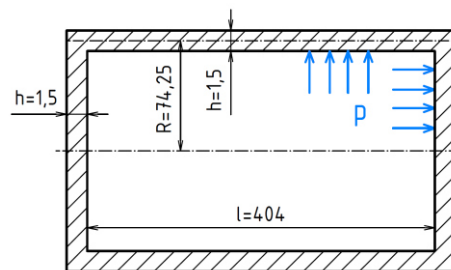
Na výše uvedených výsledcích jde vidět, že hodnota obvodového i redukovaného napětí přesahují mez kluzu. Tento jev je popsán v kapitole 9.4.4.

9 Výpočet na úrovni momentové teorie skořepin

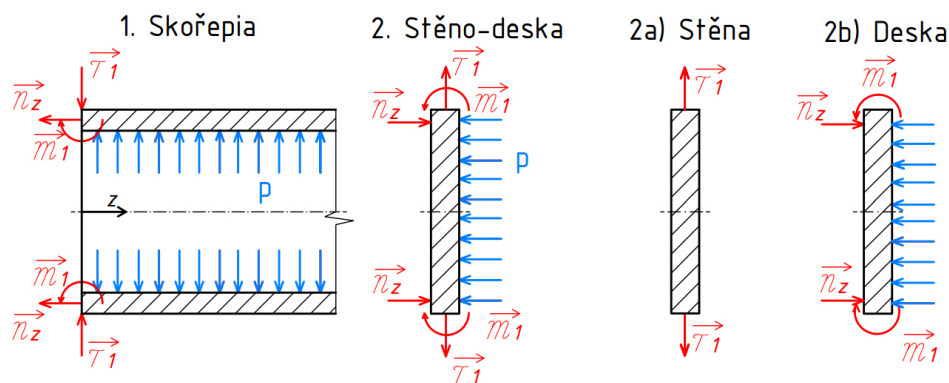
V kapitole je provedena D-N analýza tlakové nádoby na úrovni momentové teorie skořepin. Tato teorie je tedy především aplikována na místa spojení válcového pláště a dna nádoby, tedy na místa, kde je nutno nahradit membránovou teorií za teorii momentovou (Obr. 6) D-N analýza je provedena pro dno rovné, polokulové, eliptické, torosferické a kuželové.

9.1 Tlaková nádoba s plochým dnem

Tlaková nádoba je modelována jako složené těleso, skládající se z momentové válcové skořepiny a stěno-desky. Stěno-deska představuje ploché dno tlakové nádoby a válcová momentová skořepina představuje válcový plášť. Výpočet je proveden v následujícím sledu: D-N analýza stěno-desky, tedy zvláště stěny a desky a D-N analýza momentové skořepiny. Na níže uvedených obrázcích je uvedena specifická geometrie (Obr. 16) a uvolnění složeného tělesa (Obr. 17). Vzhledem k tomu, že ostrá hrana v místě spoje je nevhodná pro vyhodnocování napětí, je u numerického modelu v místě spoje rádius o poloměru $r = 0,5$ mm. Výpočet často obsahuje výsledné vztahy, jejich podrobnější odvození je například v bakalářské práci [8]. Uvedené vzorce vycházejí ze skript PP2 [19].



Obr. 16: Geometrie tlakové nádoby s plochým dnem



Obr. 17: Uvolnění složeného tělesa

Kde \vec{n}_z je osová liniová síla ve spojení skořepiny a stěno-desky, \vec{m}_1 - radiální moment vznikající ve spojení skořepiny a stěno-desky, \vec{T}_1 - radiální liniová síla vznikající ve spojení skořepiny a stěno-desky.

Po uvolnění složeného tělesa je nutno zavést deformační a okrajové podmínky, které jsou uvedeny v níže uvedené tabulce.

Tabulka 1: Okrajové a deformační podmínky uvolněného složeného tělesa

Okrajové podmínky v $z = 0$	$m_z = -m_1; T = T_1$
Deformační podmínky	$-\vartheta_{sk} = \vartheta_D; u_{sk} = u_s$

Kde \mathcal{M}_1 - radiální moment vznikající ve spojení skořepiny a stěno-desky, τ_1 - radiální liniová síla vznikající ve spojení skořepiny a stěno-desky, ϑ_{sk} - natočení skořepiny, ϑ_D - natočení desky, u_{sk} - radiální posuv skořepiny, u_s - radiální posuv stěny.

Z těchto podmínek je následně zjištěna hodnota momentu \mathcal{M}_1 a síly τ_1 .

Před samotným výpočtem je nutno rozhodnout, zda se jedná o skořepinu dlouhou nebo krátkou. U krátké skořepiny je zapotřebí počítat se silovými účinky obou konců skořepin, u skořepiny dlouhé se konce skořepin navzájem neovlivňují. Pro výpočet je využit vztah [20]:

$$2l_o = 2 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{R \cdot h} < l$$

$$2 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{74,25 \cdot 1,5} = 31,7 < 404 \quad (42)$$

Podmínka pro ověření, zda se jedná o skořepinu dlouhou, je tedy splněná. Tato podmínka se vztahuje ke všem následujícím D-N analýzám této bakalářské práce.

9.1.1 Řešení skořepiny

Pro výpočet je použit vzorec posuvu skořepiny:

$$u_{sk} = e^{-\beta z} (C_1 \sin(\beta z) + C_2 \cos(\beta z)) + \frac{R^2}{E \cdot h} \left(p - \frac{\mu}{R} n_z \right). \quad (43)$$

Kde výraz $\frac{R^2}{E \cdot h} \left(p - \frac{\mu}{R} n_z \right)$ je partikulární část posuvu a výraz $e^{-\beta z} (C_1 \sin(\beta z) + C_2 \cos(\beta z))$ je homogenní část posuvu.

Konstanty C_1 a C_2 budou následně získány z okrajových podmínek, parametr β je definován jako součinitel útlumu a vypočítá se ze vztahu $\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{r^2 h^2}} \left[\frac{1}{\text{mm}} \right]$, osová liniová síla je získána ze statické rovnováhy

$$n_z 2\pi R = p\pi R^2,$$

$$n_z = \frac{pR}{2}. \quad (44)$$

Natočení ϑ_{sk} , radiální moment \mathcal{M}_z a radiální sílu \mathcal{T} získáme po derivacích a úpravách posuvu skořepiny:

$$\vartheta_{sk}(z) = \frac{du_{sk}(z)}{dz} = -\beta e^{-\beta z} (C_1 (\sin(\beta z) - \cos(\beta z)) + C_2 (\sin(\beta z) + \cos(\beta z))), \quad (45)$$

$$\mathcal{M}_z(z) = -B \frac{d^2 u_{sk}(z)}{dz^2} = 2B\beta^2 e^{-\beta z} (C_1 \cos(\beta z) - C_2 \sin(\beta z)), \quad (46)$$

$$\mathcal{T}(z) = -B \frac{d^3 u_{sk}(z)}{dz^3} = -2B\beta^3 e^{-\beta z} (C_1 (\sin(\beta z) + \cos(\beta z)) + C_2 (-\sin(\beta z) + \cos(\beta z))). \quad (47)$$

Kde B je tuhost v ohybu $B = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$.

Dosazením do okrajových podmínek jsou konstanty C_1 a C_2 rovny:

$$C_1 = -\frac{\mathcal{M}_1}{2B\beta^2} \quad [\text{mm}], \quad (48)$$

$$C_2 = -\frac{(\mathcal{T}_1 - \beta\mathcal{M}_1)}{2B\beta^3} \quad [\text{mm}]. \quad (49)$$

Výsledný vztah pro posuv skořepiny a natočení v $z = 0$ (což je místo spojení skořepiny se stěno-deskou):

$$u_{sk}(0) = \frac{\mathcal{M}_1}{2B\beta^2} - \frac{\mathcal{T}_1}{2B\beta^3} + \frac{pR^2}{Eh} \left(1 - \frac{\mu}{2}\right), \quad (50)$$

$$\vartheta_{sk}(0) = -\frac{\mathcal{M}_1}{B\beta} + \frac{\mathcal{T}_1}{2B\beta^2}. \quad (51)$$

Osově napětí skořepiny je dáno vztahem [19]:

$$\sigma_{z-ex}(z) = \frac{\mathcal{N}_z}{h} \pm \frac{6\mathcal{M}_z}{h^2}. \quad (52)$$

Obvodové napětí skořepiny je dáno vztahem [19]:

$$\sigma_{t-ex}(z) = \frac{\mathcal{N}_t}{h} \pm \frac{6\mathcal{M}_t}{h^2}. \quad (53)$$

Kde $\mathcal{M}_t = \mu\mathcal{M}_z$ a $\mathcal{N}_t = \mu\mathcal{N}_z + Eh\frac{u_{sk}}{R}$.

9.1.2 Řešení stěny

Radiální i obvodové napětí vychází ze vztahu [19]:

$$\sigma_{t/r} = A \pm \frac{B}{r^2}. \quad (54)$$

Vzhledem k tomu, že je stěna plná (nemá díru), tak pro okrajovou podmínku, kdy se r blíží k nule ($r \rightarrow 0$; $u = 0$), odpadá konstanta B. Konstanta odpadá z toho důvodu, že jinak by hodnota napětí byla nekonečno. V tom případě nastává stejná hodnota pro radiální napětí, obvodové napětí a konstantu A. Další okrajová podmínka je $r = R$. Odtud je získán vztah:

$$\sigma_r = \frac{\mathcal{T}_1}{h} = A = \sigma_t. \quad (55)$$

Radiální posuv stěny na poloměru R je tedy:

$$u_s = r\varepsilon_t = \frac{R}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_r) = \frac{R\mathcal{T}_1}{Eh}(1 - \mu). \quad (56)$$

9.1.3 Řešení desky

V případě desky se bude vycházet ze vztahu pro natočení:

$$\vartheta_D = c_1 \cdot r + \frac{c_2}{r} + \left(-\frac{1}{r \cdot B} \cdot \int \left[r \cdot \int \tau(r) \right] dr \right). \quad (57)$$

Kde výraz v závorce je partikulární část natočení. Výraz $\tau(r)$ je posouvající síla působící na obecném poloměru desky (získaná z řezu), která vychází ze silové rovnováhy jako $\tau(r) = \frac{pr}{2}$. Vzhledem k tomu, že deska je plná (nemá díru), konstanta C_2 odpadá stejně, jako tomu bylo u stěny, což je předpoklad, který platí vždy, pokud je deska plná.

Po integraci vztahu (57) se tedy dostává vztah:

$$\vartheta_D = c_1 \cdot r - \frac{p \cdot r^3}{16B}. \quad (58)$$

Vzhledem k počátečním podmínkám, kde je potřeba znát pouze natočení desky ϑ_D , stačí pouze jedna okrajová podmínka pro desku a to, že na poloměru $r = R$ je radiální moment $\mathcal{M}_r = \mathcal{M}_1$.

Vztah pro radiální moment je:

$$\mathcal{M}_r = -B \left(\frac{d\vartheta_D}{dr} + \mu \frac{\vartheta_D}{R} \right) = -B \left[\left(c_1 - \frac{3pR^3}{16B} \right) + \mu \left(\frac{c_1 R - \frac{p \cdot R^3}{16B}}{R} \right) \right] = \mathcal{M}_1 \quad (59)$$

Odtud je tedy konstanta c_1 :

$$c_1 = -\frac{\mathcal{M}_1}{B(1+\mu)} + \frac{p \cdot R^2}{16B} \cdot \frac{(3+\mu)}{(1+\mu)} \left[\frac{1}{\text{mm}} \right]. \quad (60)$$

Výsledné natočení desky je:

$$\vartheta_D = \left(-\frac{\mathcal{M}_1}{B(1+\mu)} + \frac{p \cdot R^2}{16B} \cdot \frac{(3+\mu)}{(1+\mu)} \right) \cdot r - \frac{p \cdot R^3}{16B}. \quad (61)$$

Osový posuv desky vychází ze vztahu:

$$w = \int \vartheta_D dr + C_3. \quad (62)$$

Hodnota konstanty C_3 se zjistí z následujících okrajových podmínek. Pokud $r = R$, tak osový posuv desky musí být roven osovému posuvu skořepiny $w = w_{sk}$, pro w_{sk} platí vztah uvedený ve skriptech [19]:

$$w_{sk} = \frac{1-\mu^2}{E} \int \mathcal{N}_z dz - \frac{\mu}{R} \int u_{sk} dz. \quad (63)$$

Osový posuv je získán v počátku, tedy $z = 0$.

Odtud je zjištěná konstanta $C3$, jejíž vyjádření je poměrně složité – v programu Maple byla tato hodnota vyčíslena $C3 = -24,5$ [mm].

Radiální napětí desky je tedy:

$$\sigma_{r-ex} = \pm \frac{6 m_r}{h^2}. \quad (64)$$

Obvodové napětí desky:

$$\sigma_{t-ex} = \pm \frac{6 m_t}{h^2}. \quad (65)$$

Kde $m_t = -B \left(\frac{\partial D}{R} + \mu \frac{d\partial D}{dR} \right)$.

9.1.4 Výpočet radiální liniové síly τ_1 a momentu m_1

Po dosazení do okrajových a deformačních podmínek (Tabulka 1) jsou získány dvě rovnice o dvou neznámých. Z těchto rovnic vychází následující hodnoty.

$$m_1 = 1800,9 \frac{\text{Nmm}}{\text{mm}},$$

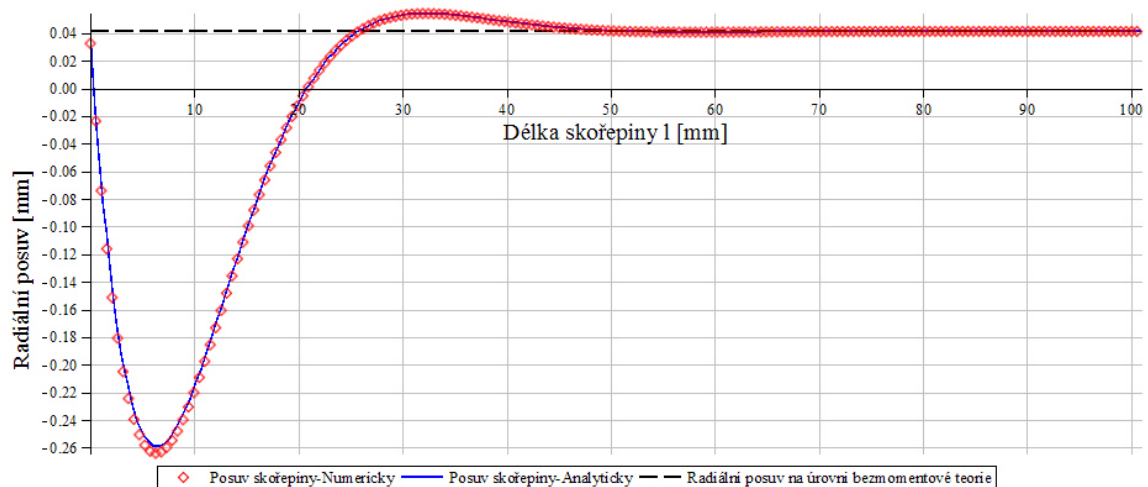
$$\tau_1 = 220,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}}.$$

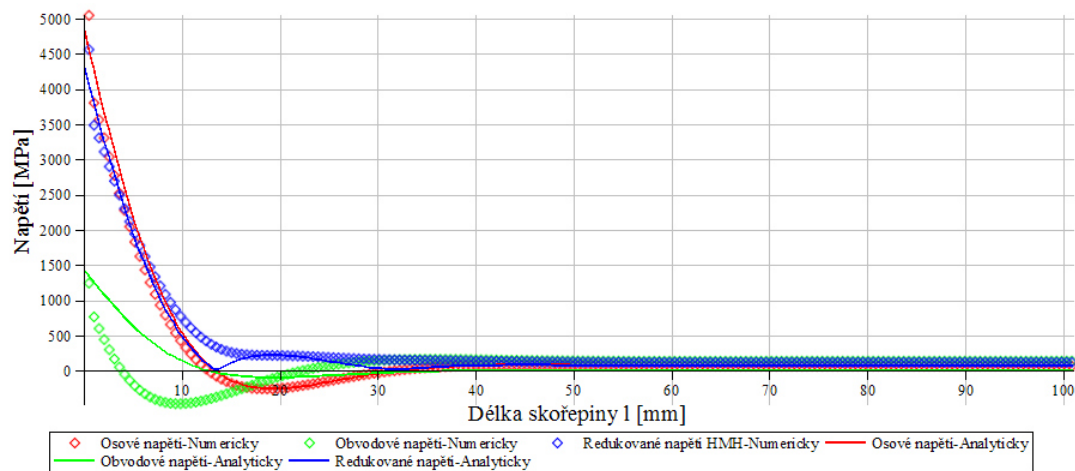
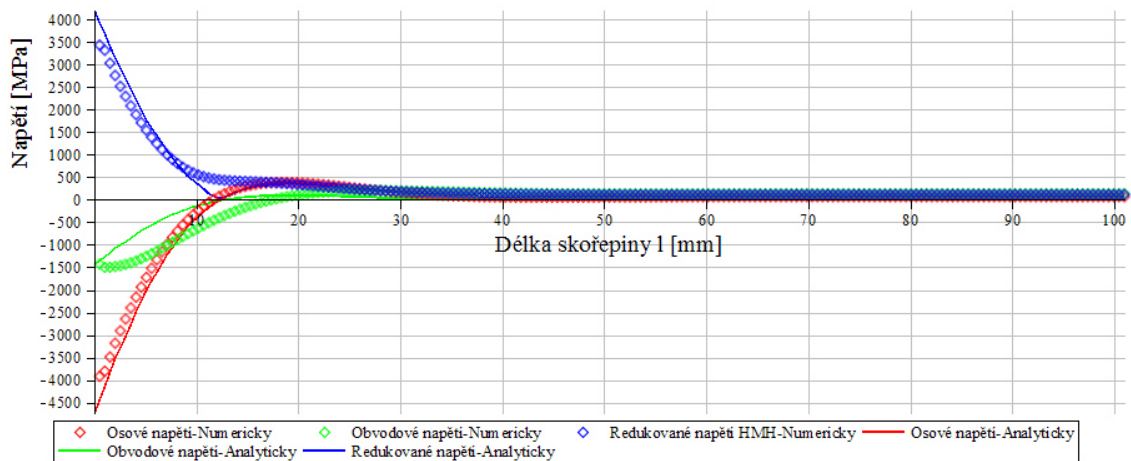
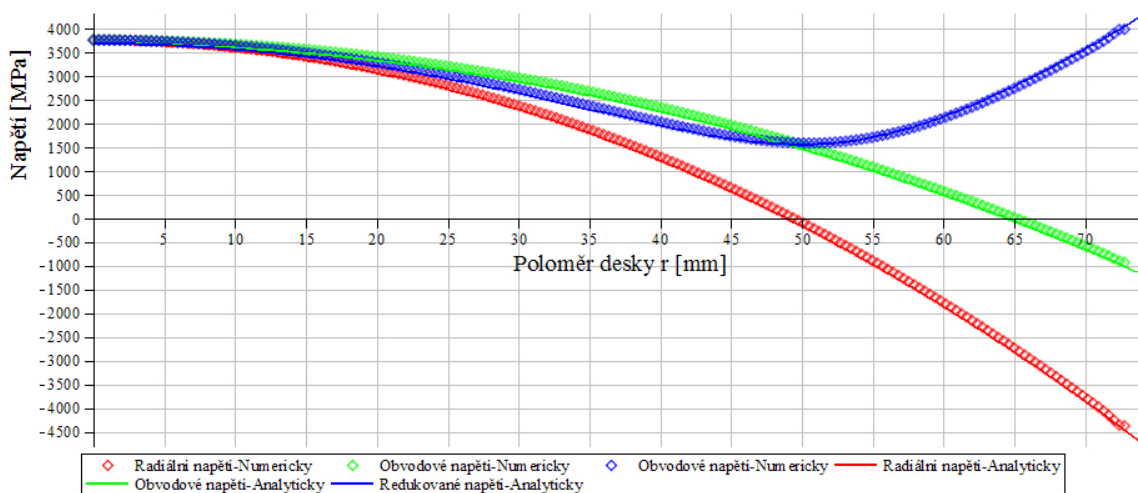
Hodnota n_z je:

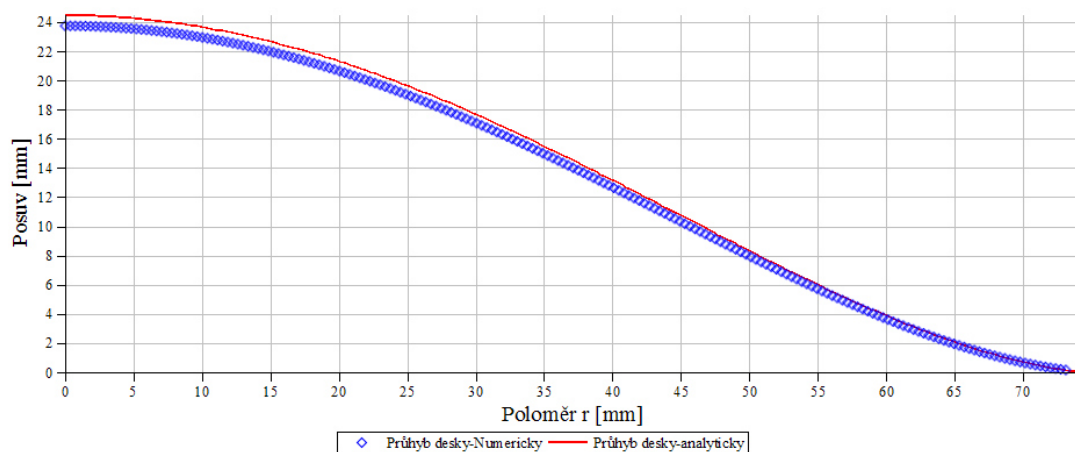
$$n_z = \frac{pR}{2} = 104 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right].$$

9.1.5 Výsledné grafické závislosti

Graf 4: Průběh posuvu válcové skořepiny s plochým dnem



Graf 5: Průběh napětí na vnitřní straně válcové skořepiny s plochým dnem**Graf 6: Průběh napětí na vnější straně válcové skořepiny s plochým dnem****Graf 7: Průběh napětí na vnější straně desky**

Graf 8: Průběh osového posuvu desky

U analytického výpočtu osového posuvu desky (Graf 8) bylo nutno vynásobit výsledné hodnoty -1 , jelikož program Ansys pracuje s opačně směřovaným souřadným systémem.

Tabulka 2: Výsledné hodnoty chyb analytického a numerického řešení tlakové nádoby s rovným dnem

		Střední chyba ε [MPa]/ ε [mm]	Relativní chyba δ [%]	Maximální chyba [MPa]/[mm]
Vnitřní strana	σ_t	163,3	94,1	893,4
	σ_z	48,7	15,4	2638,4
	σ_{redHMH}	90,2	41,1	2486,4
Vnější strana	σ_t	182,9	106	637,54
	σ_z	43,64	12,76	1406,5
	σ_{redHMH}	84,4	35,8	1273
Posuv u		0,00074	0,95	0,0077
Vnější strana	σ_t	81,7	12,7	80,3
	σ_r	81,5	10,9	82,53
	σ_{redHMH}	61,76	2,27	81,9
Posuv u		0,48	4,3	0,7

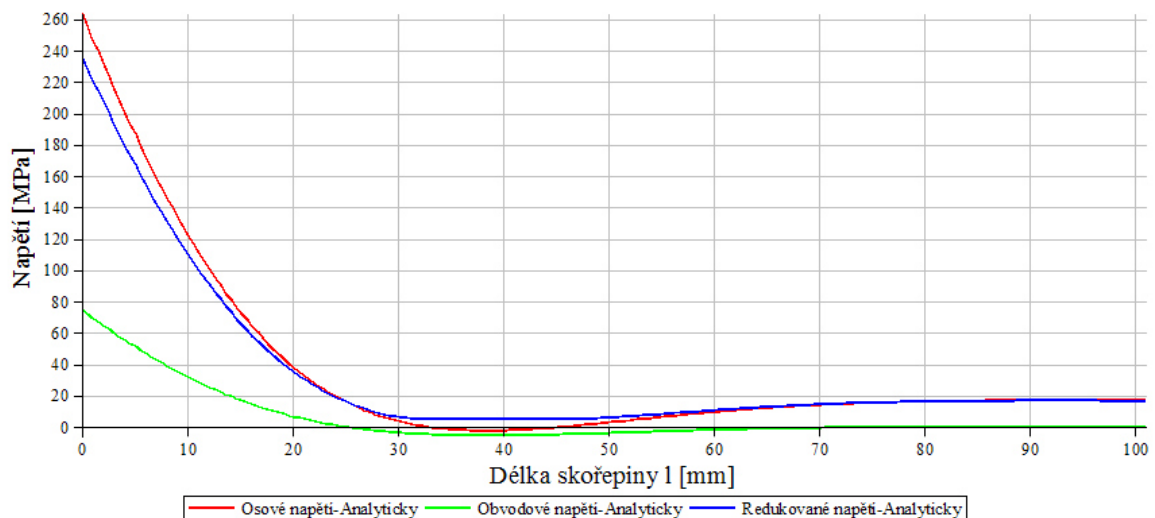
9.1.6 Zhodnocení

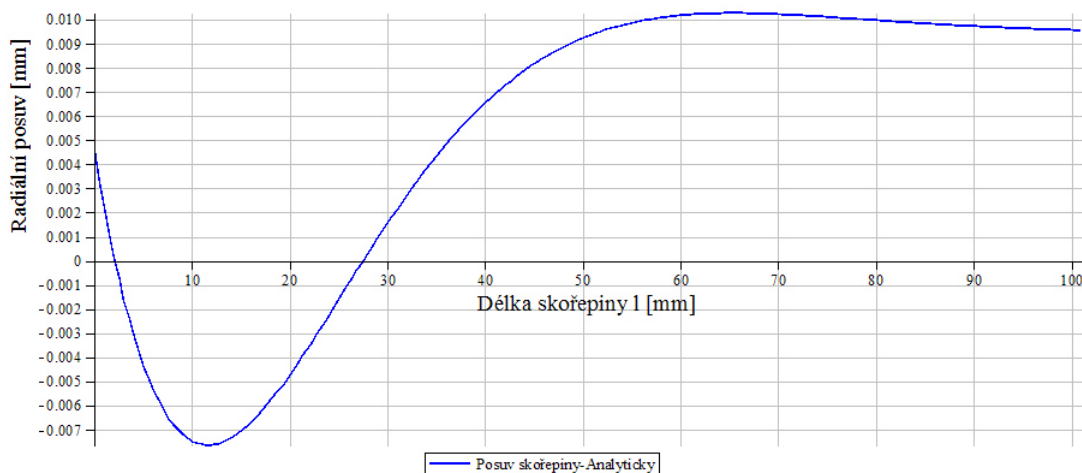
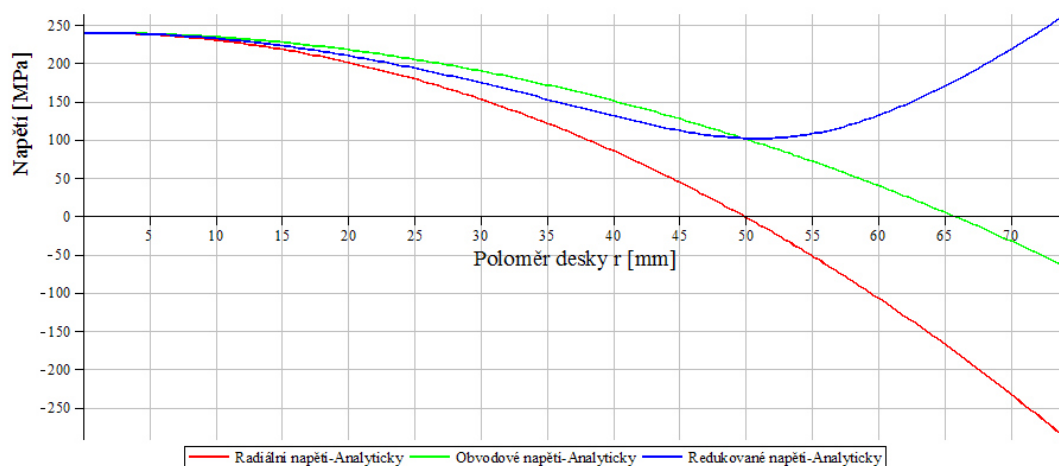
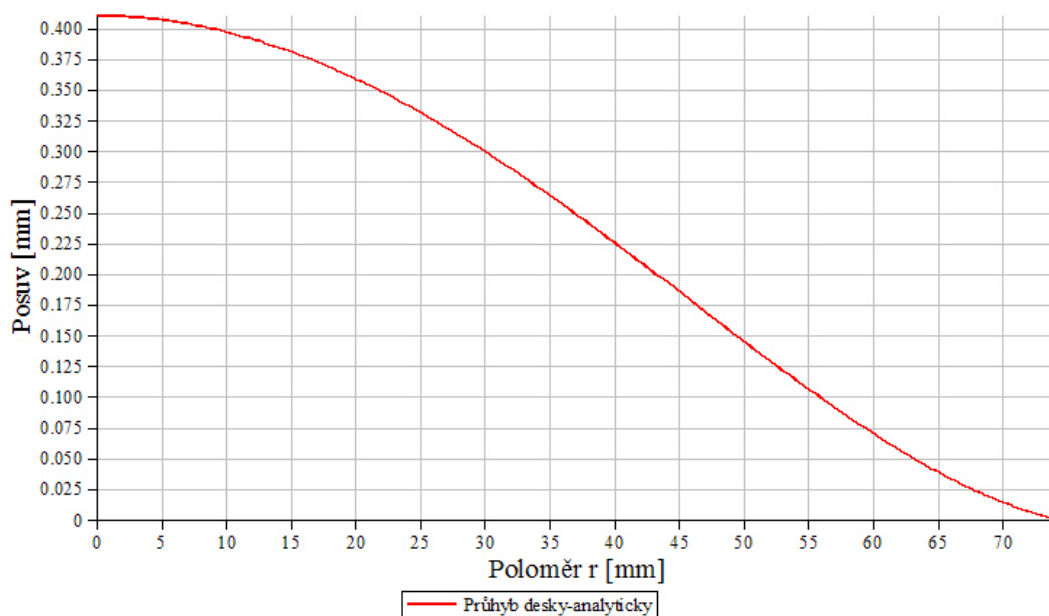
Jak je možné vidět na výše uvedených grafech, výsledné hodnoty posuvů i napětí jsou ve velmi vysokých až nereálných hodnotách. Z tohoto důvodu je zřejmé, proč se hasicí přístroje i ostatní talkové nádoby s rovnými dny, zatížené vnitřním tlakem v praxi používají minimálně.

Ačkoliv se zdá, že průběhy napětí získané analytickým výpočtem jsou si podobné, podle (Tabulka 2) je vidět že, hodnoty analytických výpočtů se s hodnotami numerickými velmi liší – především u válcové skořepiny. Pokud porovnáme redukovaná napětí na vnitřní a vnější straně vidíme, že odchylka je přibližně 41% a 36%. U takového typu tlakové nádoby tedy není velmi vhodné použít analytický výpočet k provedení pevnostního návrhu. Naopak u desky je vidět, že maximální odchylka vůči numerickému řešení je přibližně 2%.

Aby byla zachována lineárnost úlohy, tzn. aby bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti byla rovno 1, bylo pomocí programu Maple zjištěno, že tloušťka dna by musela být alespoň 6,5 mm a tloušťka válcového pláště 6 mm. V případě použití takové tloušťky nastávají níže uvedené průběhy. Tyto tloušťky už však neodpovídají normě ČSN EN 10131, podle které je materiál plechu vyroben. Pokud by tedy někdo nádobu s takovými tloušťkami vyžadoval, bylo by nutné zajistit stejné materiálové vlastnosti, jako má námi vybraná tlaková nádoba.

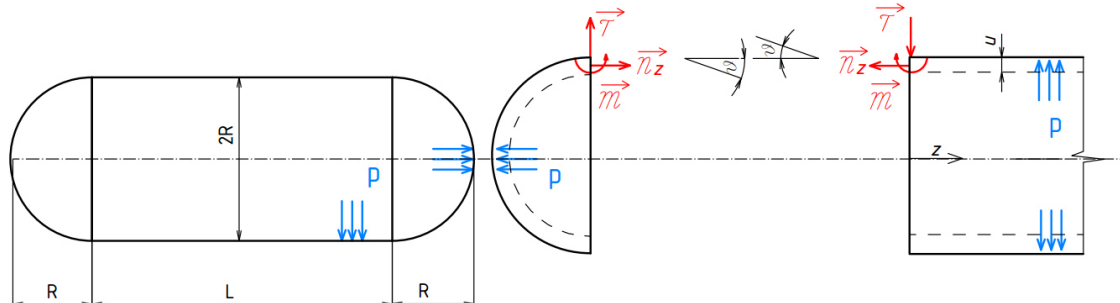
Graf 9: Průběh napětí na vnitřní straně válcové skořepiny s plochým dnem při tloušťce stěny skořepiny 6 mm



Graf 10: Průběh posuvu válcové skořepiny s plochým dnem při tloušťce stěny skořepiny 6 mm**Graf 11: Průběh napětí na vnější straně desky při tloušťce desky 6,5 mm****Graf 12: Průběh osového posuvu desky při tloušťce desky 6,5 mm**

9.2 Tlaková nádoba s polokulovým dnem

Tlaková nádoba je modelována jako složené těleso, skládající se z momentové válcové skořepiny (plášť) a skořepiny polokulové, která představuje dno tlakové nádoby. Na Obr. 18 je vidět uvolněná tlaková nádoba s polokulovým dnem, jejíž poloměr se opět vztahuje ke střednici.



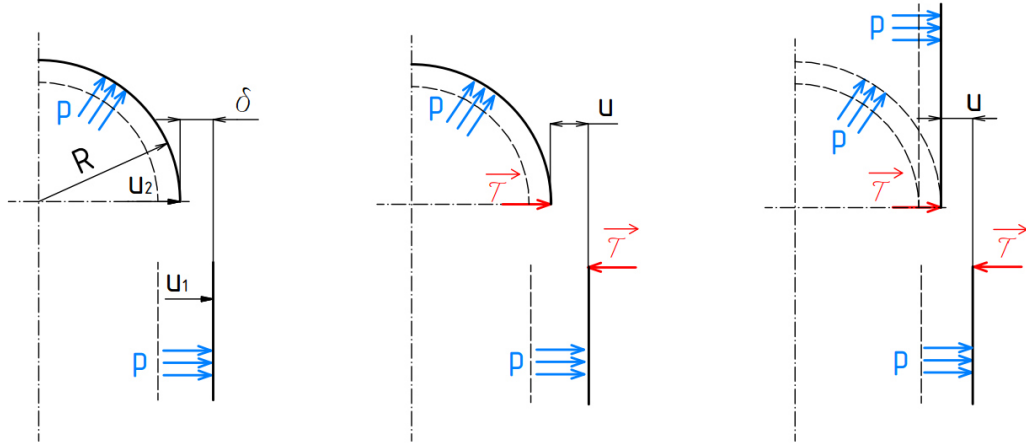
Obr. 18: Uvolnění tlakové nádoby s polokulovým dnem [4]

Následující analýzy obsahují výsledné hodnoty napětí z analytických výpočtů na úrovni momentové teorie a platí pouze pro válcovou část nádoby. Tyto hodnoty jsou v grafech vždy porovnány s výsledky numerickými, které jsou získány v systému Ansys. Hodnoty napětí na jednotlivých dnech nádoby – zjištěné pomocí membránové teorie, jsou také porovnány s hodnotami numerickými.

9.2.1 Aproximační řešení válcové skořepiny

Uvedené řešení, kde je předpokládáno maximální napětí na válcové části, bylo navrženo E. Meissnerem [22], při tomto řešení je důležité to, že tloušťka obou částí nádoby má stejnou velikost. Radiální liniová síla $\vec{\tau}$ (Obr. 19) působí ve zvoleném směru. Pokud jsou tedy tloušťky obou částí stejné a materiál stejný, síla $\vec{\tau}$ způsobí stejné rotace na obou koních obou spojení, to naznačuje to, že ohybový moment \vec{m} v místě spojení vymizí a samotné $\vec{\tau}$ je dostatečné k eliminaci nespojitosti – přechod je hladký a spojitý. Díky tomuto faktu Meissner uvažoval namísto polokulového dna (polokulové skořepiny) skořepinu válcovou – tedy spojení dvou válcových skořepin. Velikost síly $\vec{\tau}$ je možné určit z podmínky, že absolutní hodnota součtu posuvů (avšak součet homogenních částí posuvů) obou válců musí být roven rozdílu radiálních posuvů válcové části u_1 a polokulové části u_2 (vztahy z membránové teorie (18) a (22)) tedy [4][21]:

$$|u_{h1} + u_{h2}| = u_1 - u_2. \quad (66)$$



Obr. 19: Schéma k D-N analýze tlakové nádoby s polokulovým dnem – aproximační metoda

Radiální posuv homogenní části pro válec je vyjádřen jako:

$$u_{h1} = u_{h2} = e^{-\beta z} (C_1 \sin(\beta z) + C_2 \cos(\beta z)). \quad (67)$$

Vzhledem k tomu, že je moment $m = 0$, jsou konstanty C_1 a C_2 odvozeny [4] jako:

$$C_1 = \frac{m}{2B\beta^2} = 0 \quad [\text{mm}], \quad (68)$$

$$C_2 = -\frac{(\tau + \beta m)}{2B\beta^3} = -\frac{\tau}{2B\beta^3} \quad [\text{mm}]. \quad (69)$$

Oproti vyjádřených konstant C_1 a C_1 v kapitole 8. 1.1 (vztahy (48) a (49)) mají zde konstanty opačná znaménka. Je to z důvodu zvoleného opačného směru působení ohybového momentu při uvolnění (dovnitř skořepiny).

Odtud jsou tedy radiální posuvy obou válců rovny:

$$u_{h1} = u_{h2} = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right), \quad (70)$$

$$u_{h1}(z = 0) = u_{h2}(z = 0) = -\frac{\tau}{2B\beta^3}.$$

Posuvy polokulové skořepiny a válcové skořepiny jsou dány vztahem (18) a (22). Po jejich dosazení do počáteční rovnice (66) se dostane rovnice:

$$\left| -\frac{\tau}{2B\beta^3} - \frac{\tau}{2B\beta^3} \right| = \left[\frac{R}{E} \left(\frac{pR}{h} - \mu \frac{pR}{2h} \right) - \frac{R}{E} \left(\frac{pR}{2h} - \mu \frac{pR}{2h} \right) \right], \quad (71)$$

$$\frac{\tau}{B\beta^3} = \frac{pR^2}{2Eh}.$$

Pokud je za β dosazen vztah z PP2 [19] $\beta^4 = \frac{Eh}{4R^2B}$, má po vyjádření síla τ velikost:

$$\tau = \frac{p}{8\beta}. \quad (72)$$

Po dosazení této síly do rovnice posuvu pro válec je získán vztah:

$$u_h = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) = e^{-\beta z} \left(-\frac{p}{8\beta} \frac{1}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right). \quad (73)$$

Odtud je možno získat vztah pro natočení ϑ , osový moment m_z a obvodový moment m_t :

$$\vartheta = \frac{du_h}{dz} = \frac{e^{-\beta z} \tau}{2\beta^2 B} [\cos(\beta z) + \sin(\beta z)], \quad (74)$$

$$m_z = -B \frac{d^2 u_h}{dz^2} = -e^{-\beta z} \frac{\tau}{\beta} [\sin(\beta z)]. \quad (75)$$

$$m_t = \mu m_z$$

Radiální posuv válcové skořepiny:

$$u = u_h + u_p, \quad (76)$$

$$u = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) + \frac{R^2}{Eh} \left(p - \frac{\mu}{R} n_z \right).$$

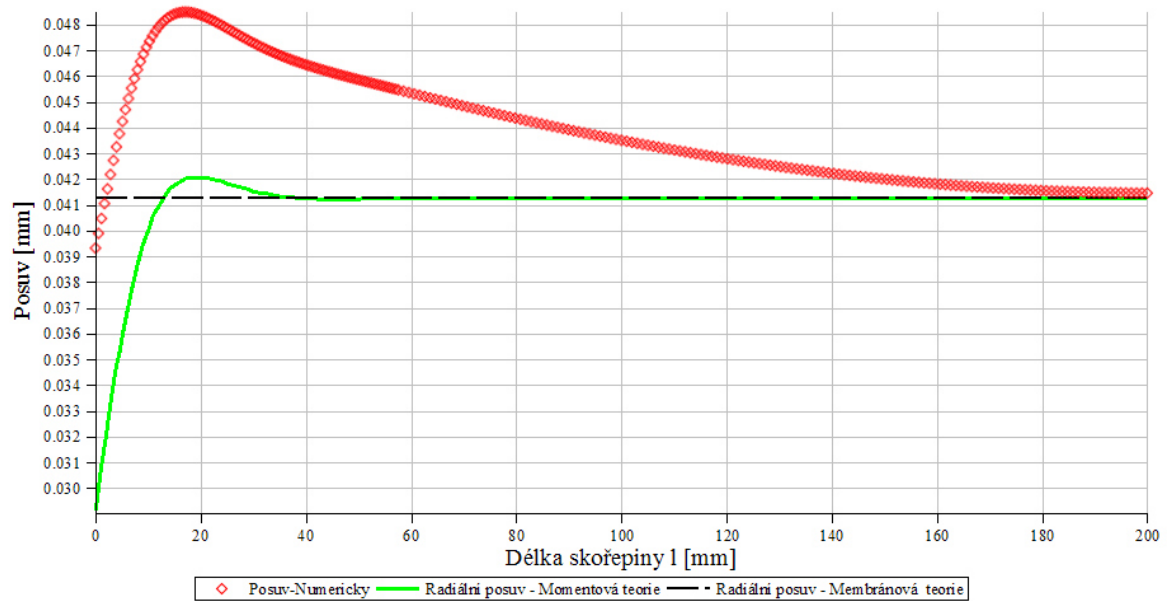
Kde $n_z = \frac{pr}{2}$.

Napětí na válcové skořepině

Vzorce pro hodnoty napětí válcové skořepiny jsou totožné jako v předchozí kapitole – vzorce (52) a (53).

9.2.2 Výsledné grafické závislosti

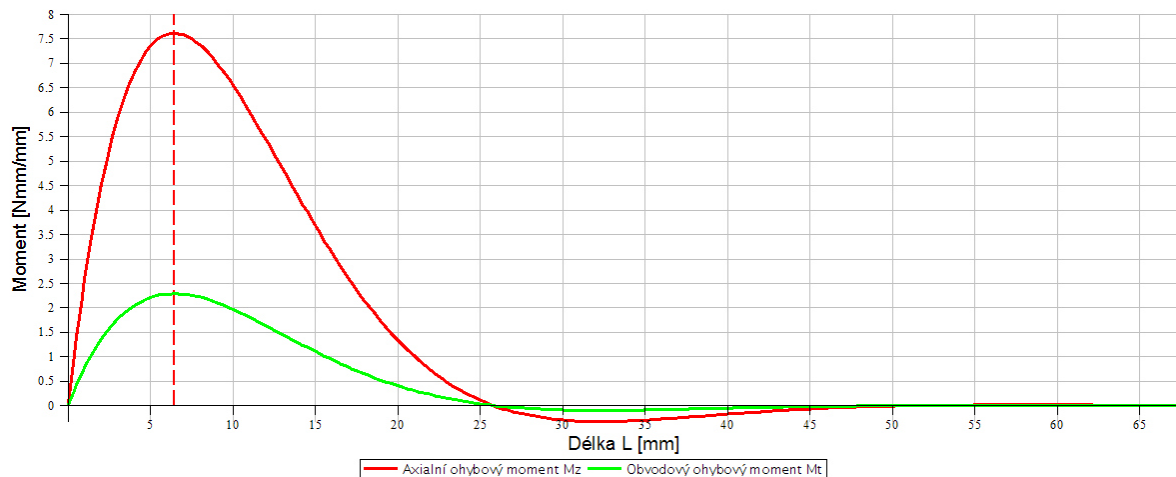
Graf 13: Průběh posuvu válcové skořepiny s polokulovým dnem

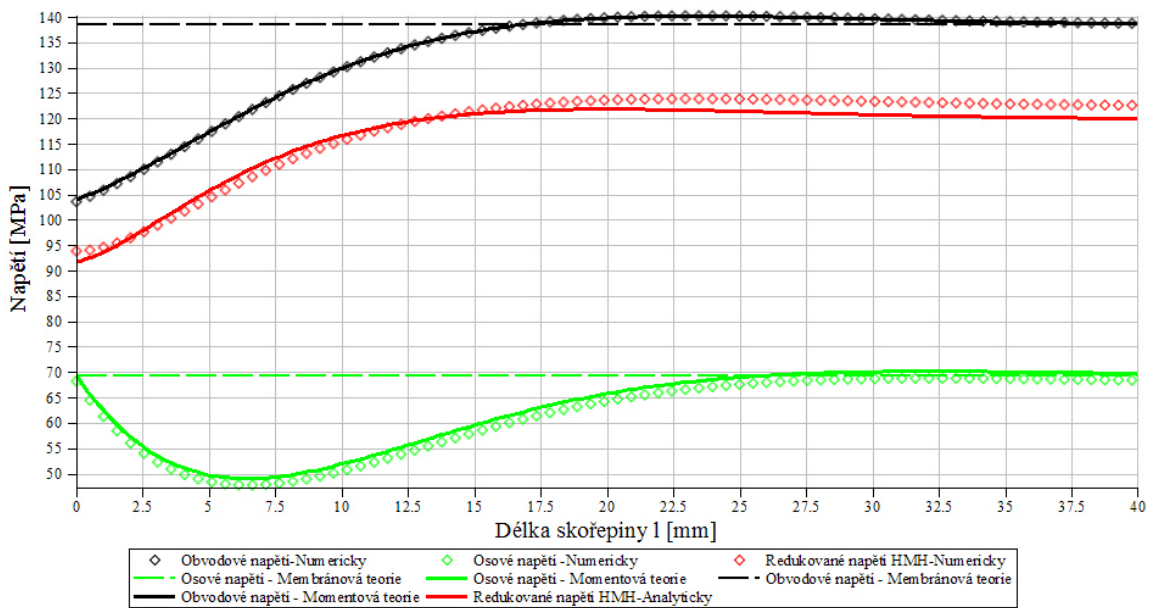
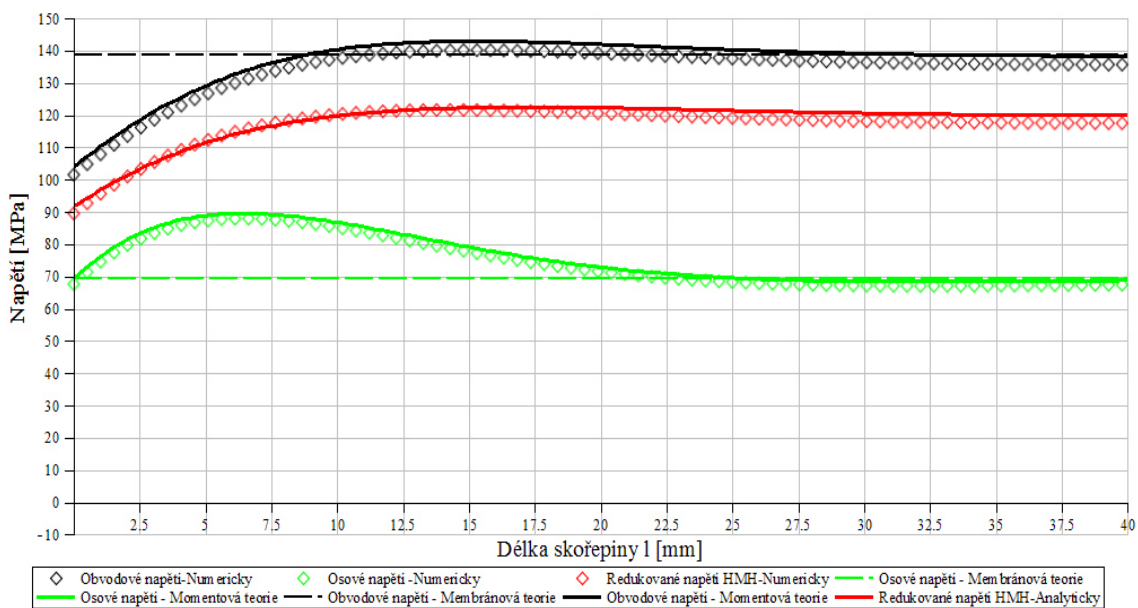


Osový a radiální moment působící na válcovou skořepinu

Maximální hodnota těchto momentů nastane tehdy, bude-li $\beta z = \frac{\pi}{4}$:

Graf 14: Průběh ohybových momentů vznikajících na válcové skořepině s polokulovým dnem



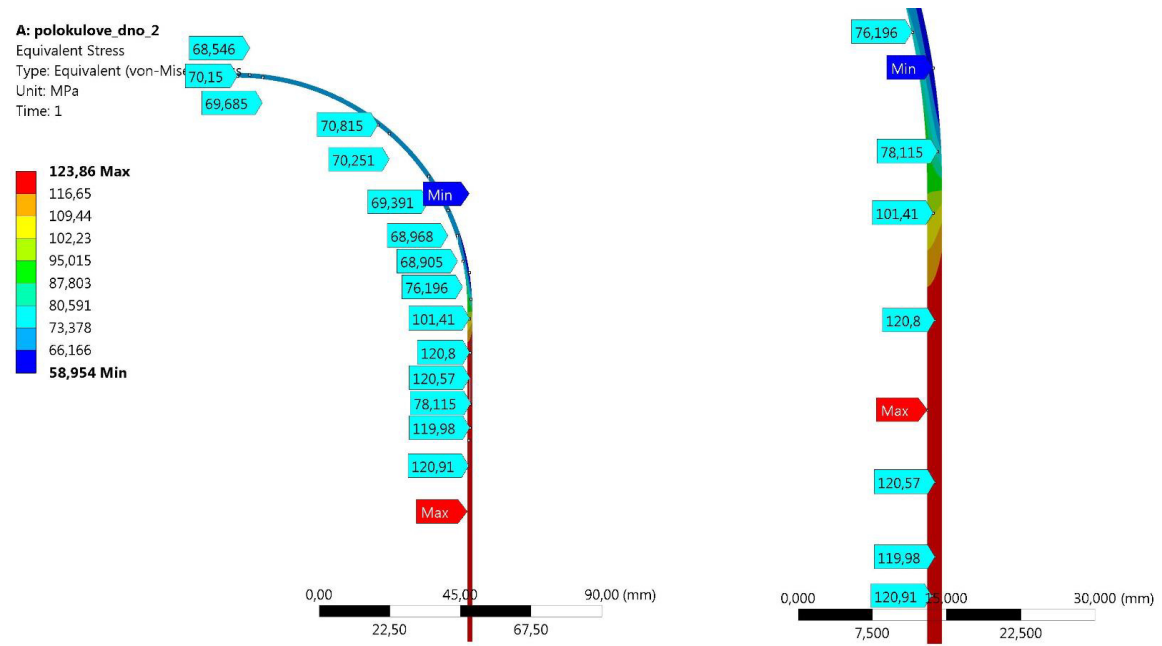
Graf 15: Průběh napětí na vnitřní straně válcové skořepiny s polokulovým dnem**Graf 16: Průběh napětí na vnější straně válcové skořepiny s polokulovým dnem**

Podle výše uvedených grafů lze vidět, že v oblastech, kde byla nutná náhrada membránové teorie za teorii momentovou (Obr. 6) vycházejí hodnoty z analytických výpočtů (získané jak z membránové teorie – shodují se v dostatečné vzdálenosti od spojení, tak z teorie momentové) téměř totožné. V tabulce (Tabulka 3) jsou opět zobrazeny jednotlivé odchylky. Maximální odchylka u redukovaných napětí na vnitřní a vnější straně je přibližně 2%. U tohoto typu tlakové nádoby je tedy možné využít ke konstrukčnímu návrhu analytický způsob výpočtu.

Tabulka 3: Výsledné odchylky analytického a numerického řešení tlakové nádoby s polokulovým dnem

		Střední chyba ε [MPa]/ ε [mm]	Relativní chyba δ [%]	Maximální chyba [MPa]/[mm]
Vnitřní strana	σ_t	0,03	0,02	0,38
	σ_z	1,4	2,1	1,4
	σ_{redHMH}	2,16	1,77	2,6
Vnější strana	σ_t	2,78	2,6	2,87
	σ_z	1,42	2,0	1,7
	σ_{redHMH}	2,1	1,79	2,57
Posuv u		0,003	7,5	0,01

9.2.3 Grafické znázornění pomocí programu Ansys

**Obr. 20: Celkové redukované napětí HMH nádoby s polokulovým dnem – numericky**

Jak je vidět na Obr. 20 hodnoty redukovaného napětí na polokulovém dně – skořepině, jsou shodné jako hodnoty z membránové teorie, kde hodnota redukovaného napětí vyšla 69 MPa (21). To stejné lze říci i o redukovaném napětí na válcové skořepině, kde hodnota podle membránové teorie vyšla 120 MPa (17).

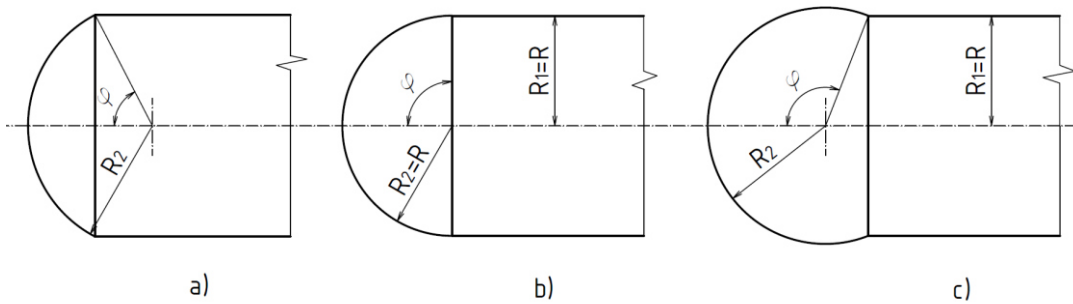
9.2.4 Aproximační řešení válcové skořepiny v případě různých tloušťek dn

V případě že by tloušťka polokulového dna a válcové skořepiny nebyla stejná ($h_1 \neq h_2$), nebylo by možné ohybový moment považovat za nulový. V tomto případě byly odvozeny vztahy Johnsem a Orangem (1961)[23], které jsou uvedeny i v [4].

$$m = \frac{pR_1R_2}{2} \left\{ \frac{\left[\frac{1-\mu}{\sin \varphi} - (2-\mu)\bar{c} \right] \left(\frac{1-\bar{c}^2}{2\lambda_2^2} \right) + \cos \varphi \left[\frac{\bar{c}^2}{\lambda_2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\bar{c} \sin \varphi}} \right) \right]}{(1+\bar{c}^2)^2 + \frac{2\bar{c}^2}{\sqrt{\bar{c} \sin \varphi}} (1+\bar{c} \sin \varphi)} \right\}$$

$$\tau = \frac{pR_1}{2} \left\{ \frac{\left[\frac{1-\mu}{\sin \varphi} - (2-\mu)\bar{c} \right] \left(\frac{1+\bar{c}^2 \sqrt{\bar{c} \sin \varphi}}{\lambda_2} \right) - \cos \varphi (1+\bar{c}^2 + 2\bar{c}^2 \sqrt{\bar{c} \sin \varphi})}{(1+\bar{c}^2)^2 + \frac{2\bar{c}^2}{\sqrt{\bar{c} \sin \varphi}} (1+\bar{c} \sin \varphi)} \right\} \quad (77)$$

Kde \bar{c} je poměr tloušťek $\bar{c} = \frac{h_2}{h_1}$ a λ_2 je rovna $\lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)R_2^2}{h_2^2}} = \beta_2 R_2$.



**Obr. 21: Spojení válcové skořepiny a různých částí kulové skořepiny a) $\varphi < \frac{\pi}{2}$
b) $\varphi = \frac{\pi}{2}$ c) $\varphi > \frac{\pi}{2}$ [4]**

Vztahy (77) jsou obecné pro zjištění hodnot m a τ při velikostech úhlu $\varphi < \frac{\pi}{2}$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\varphi > \frac{\pi}{2}$; (Obr. 21). Pro případ polokulového dna (Obr. 21b), kdy velikost $\varphi = \frac{\pi}{2}$ a poloměry $R_2 = R_1 = R$ je získáno řešení pro válcovou část tlakové nádoby s polokulovým dnem v případě různých tloušťek. Pokud se za uvedené vztahy dosadí $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\bar{c} = 1$ a $\lambda_2 = \beta_2 R_2 = \beta R$ dostávají se vztahu jako (72) a $m = 0$.

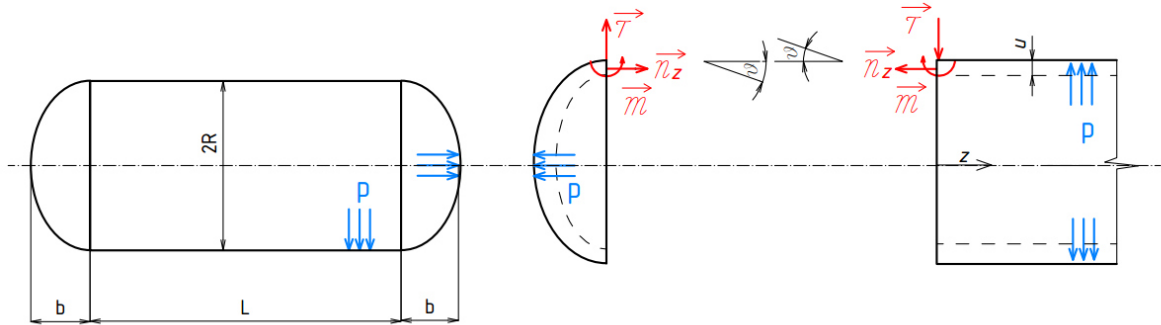
9.2.5 Zhodnocení

Podle uvedených výsledků, je vidět, že podle analytického výpočtu jsou získány téměř totožné hodnoty jako při výpočtu numerickém. Maximální napětí vyšlo dle předpokladu na válcovém plášti. Dle výsledků lze konstatovat, že také návrh nádoby se dny polokulovými je vhodný pro nádobu hasicího přístroje či jinou tlakovou nádobu, zatíženou vnitřním tlakem. Mez kluzu pro daný materiál je 280 MPa a vzhledem k dosaženým výsledkům je bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti splněna.

Ačkoli jsou vidět velmi nízké hodnoty napětí v porovnání s mezí kluzu, tak s tlakovými nádobami uzavřené polokulovým dnem se v praxi často neseťkáváme. Daleko častěji se setkáváme s nádobami uzavřenými dny eliptickými nebo torosferickými. Jeden z hlavních důvodů je určitě spotřeba většího množství materiálu a také vhodnost k uskladnění – tlaková nádoba s polokulovým dnem zabírá více místa.

9.3 Tlaková nádoba s eliptickým dnem

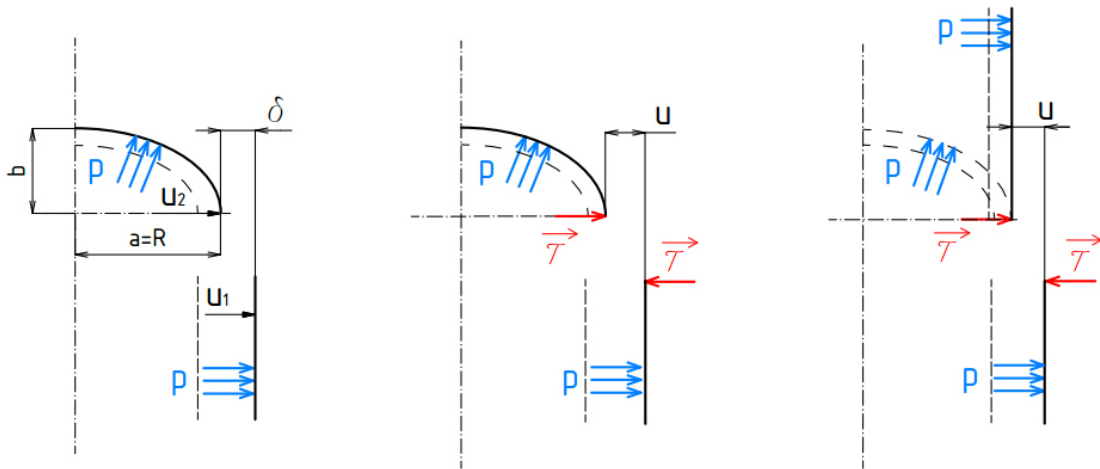
Předpoklady i algoritmus řešení je v tomto případě stejný jako při výpočtu aproximačního řešení tlakové nádoby se dnem polokulovým. Řešení je proto provedeno přímo s dosazenými vzorci. [21][4]



Obr. 22: Uvolnění tlakové nádoby s eliptickým dnem [4]

9.3.1 Aproximační řešení válcové skořepiny

Posuvy homogenní části obou válců jsou totožné jako v předešlém případě, tudíž do rovnice (66) jsou dosazeny stejné vztahy, avšak místo radiálního posuvu polokulového dna jsou dosazeny posuvy dna eliptického (33) kde hlavní poloosa elipsy $a = R$.



Obr. 23: Schéma k D-N analýze tlakové nádoby s eliptickým dnem – aproximační metoda

Odtud je tedy dostávaná rovnice:

$$\left| -\frac{\tau}{2B\beta^3} - \frac{\tau}{2B\beta^3} \right| = \left[\frac{R}{E} \left(\frac{pR}{h} - \mu \frac{pR}{2h} \right) - \frac{R}{E} \left(\frac{pR}{h} \left(1 - \frac{R^2}{2b^2} \right) - \mu \frac{pR}{2h} \right) \right], \quad (78)$$

$$\frac{\tau}{B\beta^3} = \frac{pR^4}{2Ehb^2}$$

Pokud je za β opět dosazen vztah z PP2 [19] $\beta^4 = \frac{Eh}{4R^2B}$, má po úpravě a vyjádření síla τ velikost:

$$\tau = \frac{pR^2}{8\beta b^2}. \quad (79)$$

Po dosazení této síly do rovnice posuvu pro válec je dostán vztah:

$$u_h = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) = e^{-\beta z} \left(-\frac{pr^2}{8\beta b^2} \frac{1}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) \quad (80)$$

Odtud je pak natočení ϑ , osový moment m_z a obvodový moment m_t roven:

$$\vartheta = \frac{du_h}{dz} = \frac{e^{-\beta z} \tau}{2\beta^2 B} [\cos(\beta z) + \sin(\beta z)] \quad (81)$$

$$m_z = -B \frac{d^2 u_h}{dz^2} = -e^{-\beta z} \frac{\tau}{\beta} [\sin(\beta z)] \quad (82)$$

$$m_t = \mu m_z$$

Radiální posuv válcové skořepiny:

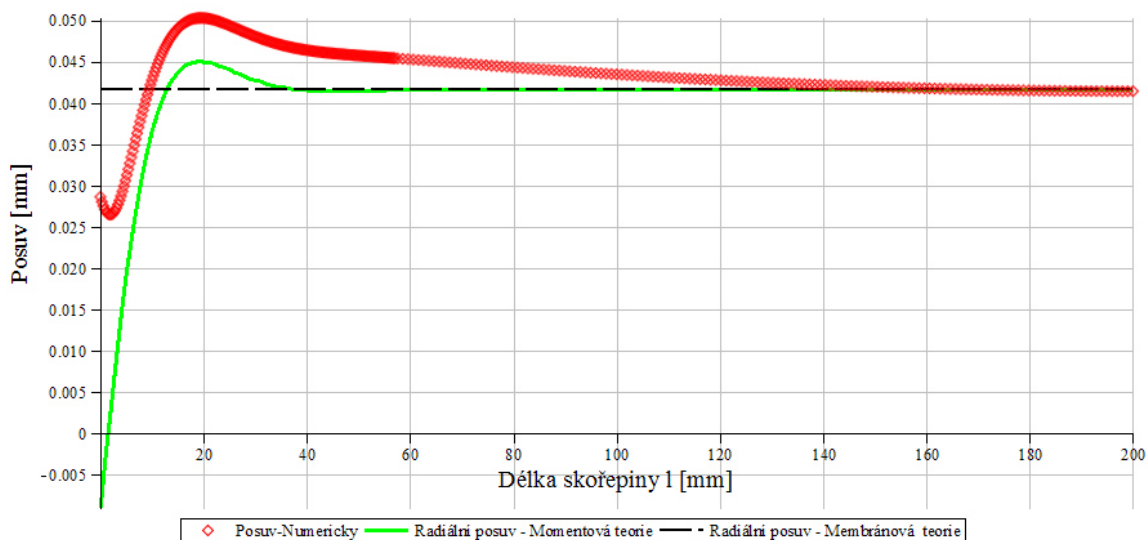
$$u = u_h + u_p$$

$$u = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) + \frac{R}{Eh} \left(p - \frac{\mu}{R} n_z \right) \quad (83)$$

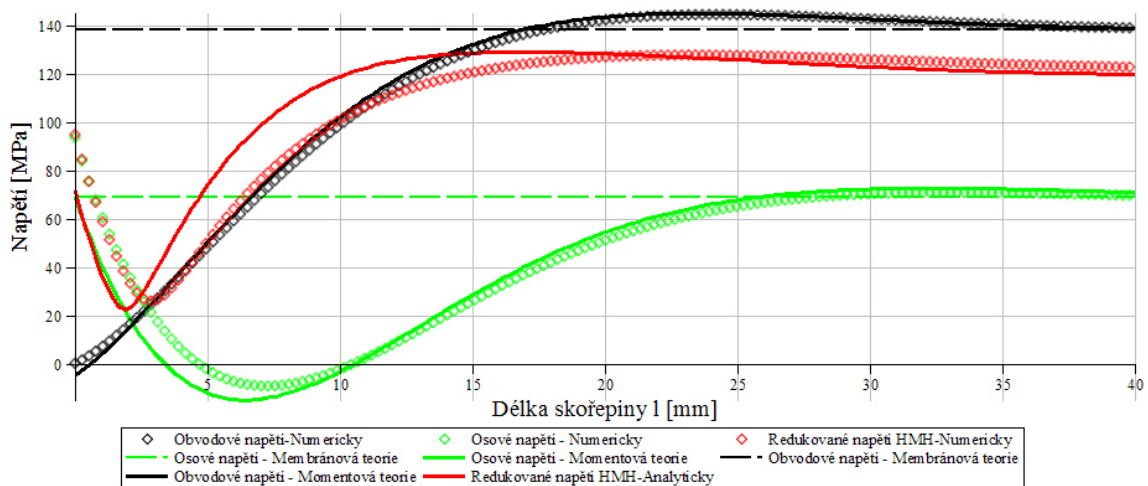
Kde $n_z = \frac{pr}{2}$.

9.3.2 Výsledné grafické závislosti

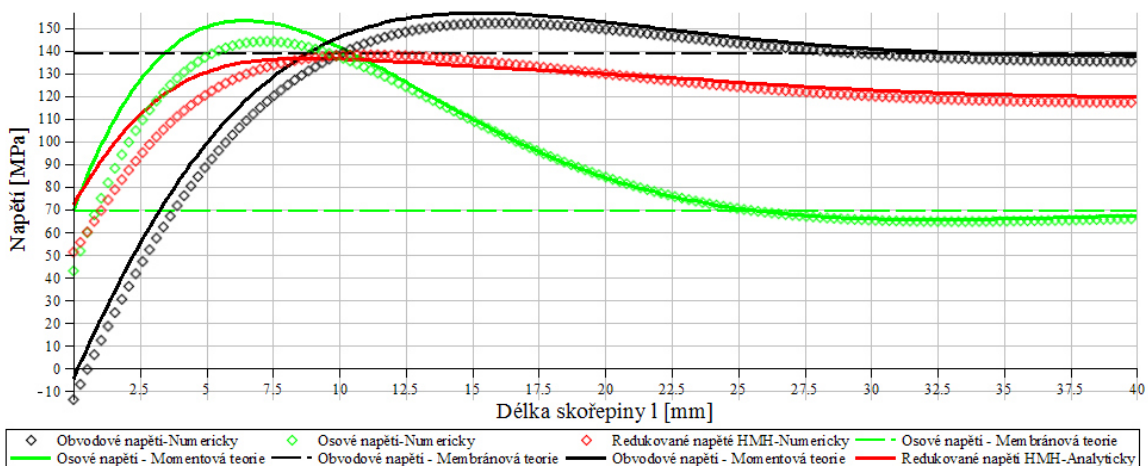
Graf 17: Průběh posuvu válcové skořepiny s eliptickým dnem



Graf 18: Napětí na vnitřní straně válcové skořepiny s eliptickým dnem



Graf 19: Napětí na vnější straně válcové skořepiny s eliptickým dnem



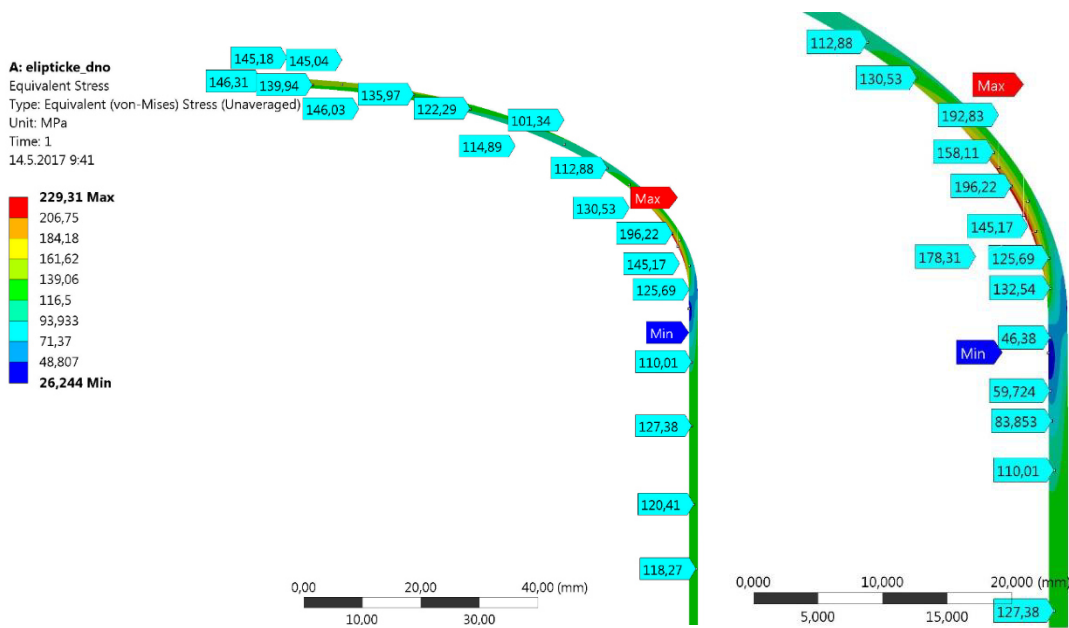
U výše uvedených grafů lze opět vidět, že hodnoty napětí na válcové části získané pomocí analytických výpočtů (jak pomocí momentové teorie, tak pomocí membránové, která se však opět shoduje až v místech dostatečně vzdálených od spojení) se téměř shodují s hodnotami získanými numerickým výpočtem, tedy pomocí programu Ansys. V tabulce (Tabulka 4) jsou vidět výsledné odchylky vůči numerickému řešení – odchylka redukovaného napětí je na vnitřní straně přibližně 9% a na vnější straně 4%. Pomocí zjednodušeného analytického výpočtu nejsme však schopni najít lokální maximum napětí, které se (bohužel v neprospěch analytického řešení) nachází na eliptické části. Pro tento případ je využito MKP (kapitola 9.3.3).

Díky dosaženým výsledkům je však ověřeno, že při použití tlakové nádoby s eliptickým dnem se dostává záporných hodnot obvodového a osového napětí v blízkosti spojení válcové a eliptické části nádoby a v oblasti tzv. kolene elipsy.

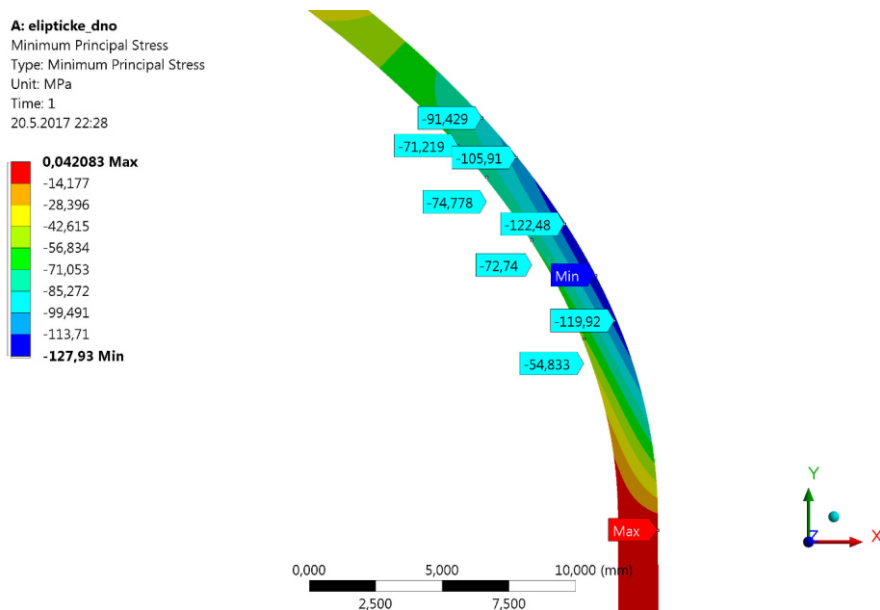
Tabulka 4: Výsledné odchylky analytického a numerického řešení tlakové nádoby s eliptickým dnem

		Střední chyba ε [MPa]/ ε [mm]	Relativní chyba δ [%]	Maximální chyba [MPa]/[mm]
Vnitřní strana	σ_t	1,05	8,65	5,3
	σ_z	20,4	18	77,6
	σ_{redHMH}	6,95	9,25	23,3
Vnější strana	σ_t	4,36	18,3	9,98
	σ_z	3,54	3,94	26,34
	σ_{redHMH}	3,88	3,9	22,07
Posuv u		0,004	11,63	0,038

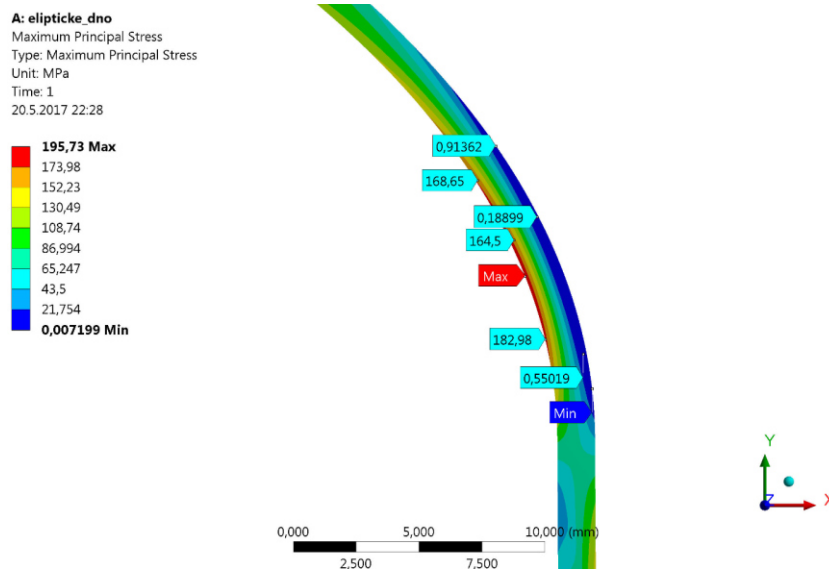
9.3.3 Grafické znázornění pomocí programu Ansys



Obr. 24: Celkové redukované napětí HMH nádoby s eliptickým dnem – Numericky



Obr. 25: Třetí hlavní napětí v oblasti kolene eliptického dna



Obr. 26: První hlavní napětí v oblasti kolene eliptického dna

Jak je vidět na Obr. 24, tak maximální hodnota redukovaného napětí vyšla na eliptickém dnu – skořepině. Na zbylých obrázcích je vidět působení jednotlivých hlavních napětí na eliptickou skořepinu v oblasti kolene. Je zde také vidět, že napětí v oblasti kolene (v určitých místech i v oblastech koruny) nejsou rovnoměrně rozložena po tloušťce skořepiny. Odtud je tedy zřejmé, že nesplňují požadavky membránové teorie (viz. kapitola 4.3.1) a tudíž není možné na tuto oblast aplikovat bezmomentovou teorii. To dokazuje i hodnota v oblasti spoje, která vyšla dle membránové teorie 204 MPa, což neodpovídá numerickým hodnotám (Obr. 24).

9.3.4 Aproximační řešení válcové skořepiny v případě různých tlouštěk den

V případě že by tloušťka eliptického dna a válcové skořepiny nebyla stejná ($h_1 \neq h_2$), nebylo by možné ohybový moment považovat za nulový stejně jako tomu bylo u polokulového dna. Vzorce pro řešení eliptického dna byly odvozeny následně [4]:

$$m = \frac{p}{4\beta_1^2} \left\{ \frac{[c(2 - K^2 - \mu) - (2 - \mu)](c^2 - 1)}{(c^2 + 1)^2 + 2c^{3/2}(c + 1)} \right\},$$

$$\tau = \frac{p}{2\beta_1} \left\{ \frac{[c(2 - K^2 - \mu) - (2 - \mu)](c^{5/2} + 1)}{(c^2 + 1)^2 + 2c^{3/2}(c + 1)} \right\}. \quad (84)$$

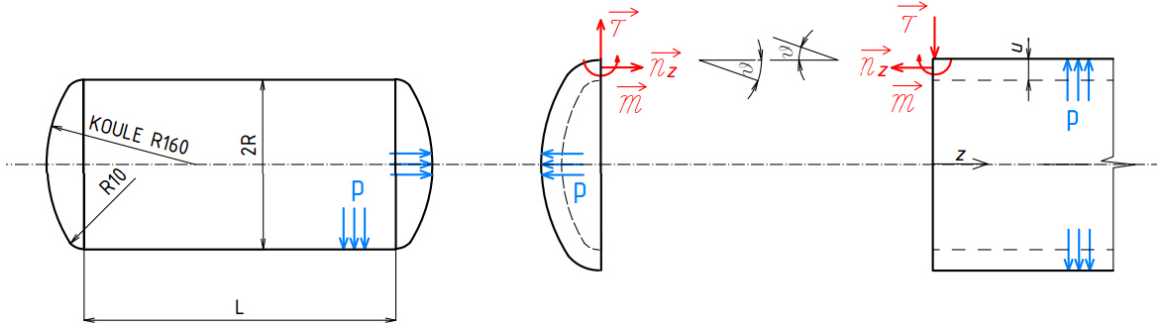
Kde c je poměr tlouštěk $c = \frac{h_2}{h_1}$ a K je poměr poloos $K = \frac{a}{b}$.

9.3.5 Zhodnocení

Na základě literatury [4] a [21] bylo dokázáno, že ohybový moment v místě spoje vymizí. Nicméně se stále předpokládá, že maximální napětí bude působit na válcovou skořepinu. Tento fakt, však nekoresponduje s dosaženými výsledky. Tento typ uzavření tlakové láhve potom není příliš vhodný ani z pohledu bezpečnosti, jelikož může docházet k porušení nádoby v oblasti dna láhve a ne na válcovém plášti. Nicméně hodnota maximálního redukovaného napětí je (pomocí MKP) přibližně 230 MPa, bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti je tedy stále splněna.

9.4 Tlaková nádoba s torosferickým dnem

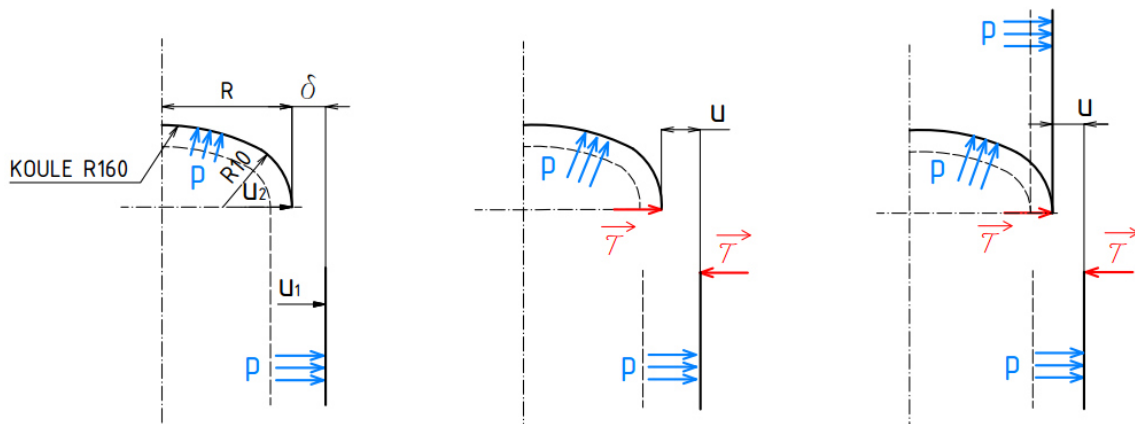
Analytické řešení D-N analýzy tlakové nádoby uzavřené torosferickým dnem už není podloženo literaturou [4] a [21], jde tedy o pokus aplikovat stejný algoritmus výpočtu jako pro tlakovou nádobu uzavřenou dnem eliptickým. Řešení je tedy stejné a je provedeno přímo s dosazenými vzorci.



Obr. 27 Uvolnění tlakové nádoby s torosferickým dnem

9.4.1 Aproximační řešení válcové skořepiny

Předpoklady jsou stejné jako v předešlých dvou případech poloměr R je tedy roven poloměru válce tedy $R = 74,25$ mm.



Obr. 28: Schéma k D-N analýze tlakové nádoby s torosferickým dnem – aproximační metoda

Dosazením do rovnice (66) je dostáván vztah:

$$\left| -\frac{\tau}{2B\beta^3} - \frac{\tau}{2B\beta^3} \right| = \left[\frac{R}{E} \left(\frac{pR}{h} - \mu \frac{pR}{2h} \right) - \frac{R}{E} \left(\frac{pR}{h} \left(1 - \frac{R}{2R_m} \right) - \mu \frac{pR}{2h} \right) \right], \quad (85)$$

$$\frac{\tau}{B\beta^3} = \frac{pR^3}{2ER_m h \beta}$$

Za β opět dosazen vztah z PP2 [19] $\beta^4 = \frac{Eh}{4R^2B}$ po úpravě a je vyjádřena síla τ :

$$\tau = \frac{pR}{8R_m\beta} \quad (86)$$

Po dosazení této síly do rovnice posuvu pro válec je dostán vztah:

$$u_h = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) = e^{-\beta z} \left(-\frac{pR}{8R_m\beta} \frac{1}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) \quad (87)$$

Natočení ϑ , osový moment m_z a obvodový moment m_t je roven:

$$\vartheta = \frac{du_h}{dz} = \frac{e^{-\beta z} \tau}{2\beta^2 B} [\cos(\beta z) + \sin(\beta z)] \quad (88)$$

$$m_z = -B \frac{d^2 u_h}{dz^2} = -e^{-\beta z} \frac{\tau}{\beta} [\sin(\beta z)] \quad (89)$$

$$m_t = \mu m_z$$

Radiální posuv válcové skořepiny:

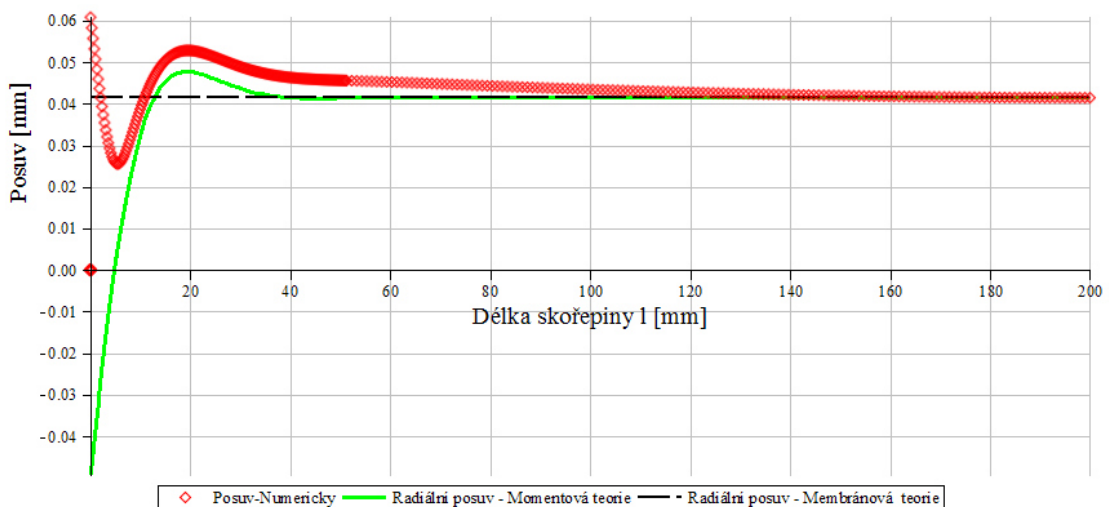
$$u = u_h + u_p$$

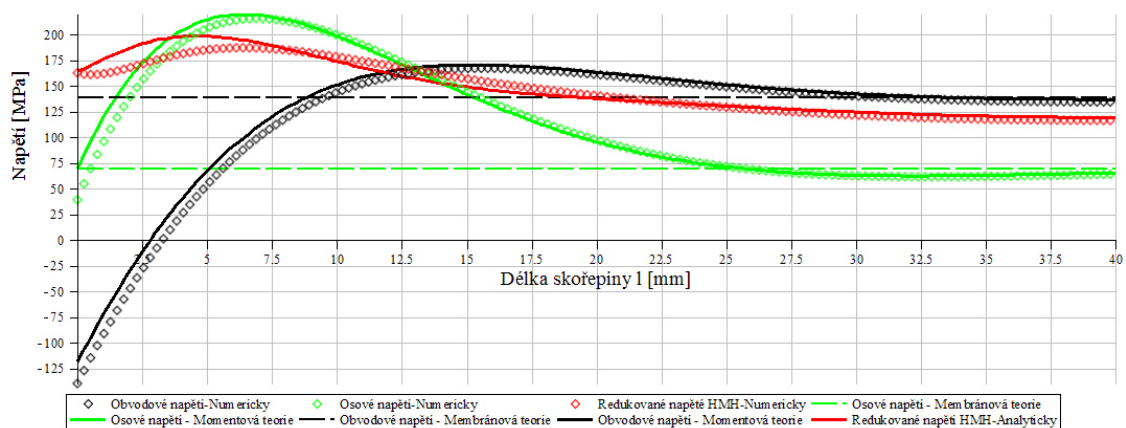
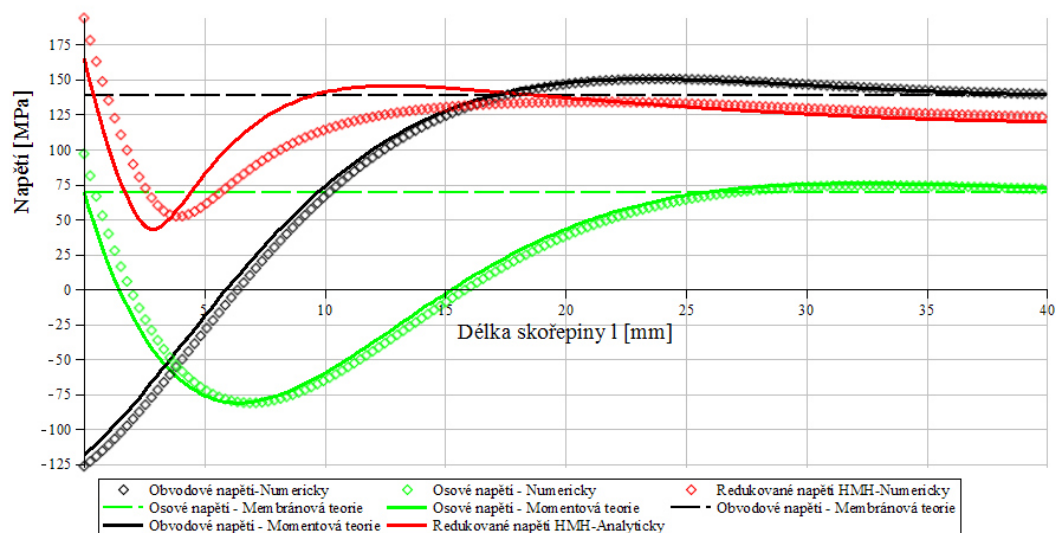
$$u = e^{-\beta z} \left(-\frac{\tau}{2B\beta^3} \cos(\beta z) \right) + \frac{R}{Eh} \left(p - \frac{\mu}{R} n_z \right) \quad (90)$$

Kde $n_z = \frac{pr}{2}$.

9.4.2 Výsledné grafické závislosti

Graf 20: Průběh posuvu válcové skořepiny s torosferickým dnem



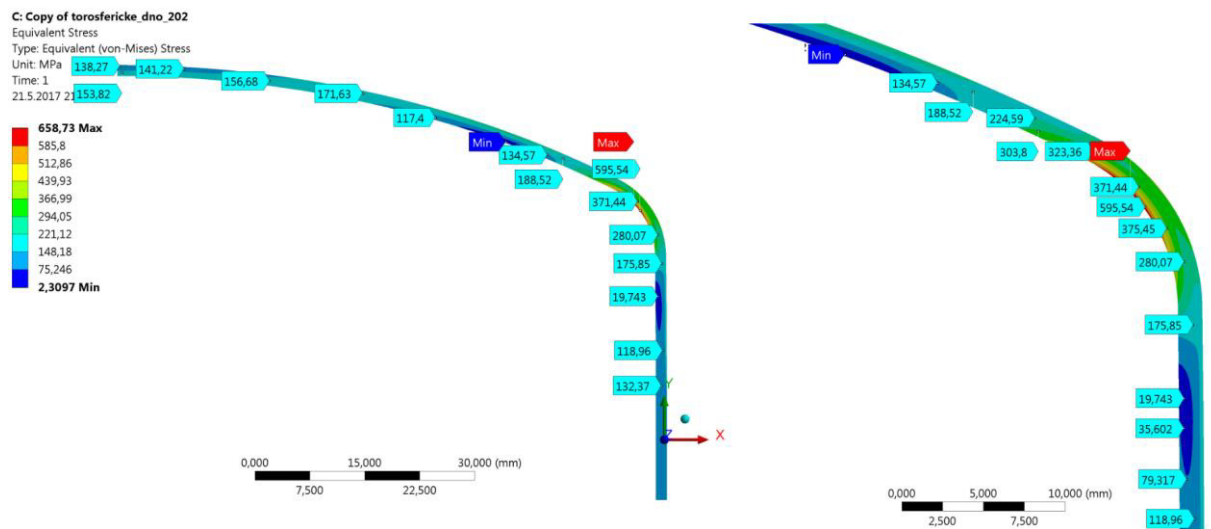
Graf 21: Napětí na vnější straně válcové skořepiny s torosferickým dnem**Graf 22: Napětí na vnější straně válcové skořepiny s torosferickým dnem**

Na výše uvedených grafech je vidět, že průběhy napětí jsou přibližně shodné, jako tomu bylo i u dna eliptického. Jejich odchylky jsou uvedeny v níže uvedené tabulce (Tabulka 5). Výsledné hodnoty posuvu se však liší, odchylka vůči numerickému řešení je přibližně 17% a maximální chyba je 0,11 mm. Na uvedených grafech je také vidět, že v blízkosti spojení dostáváme záporné hodnoty osového a obvodového napětí, které můžou (při přetlakování nebo zvolené malé tloušťce plechu) vést až ke ztrátě stability. Maximální hodnotu redukovaného napětí jsme však schopni zjistit až pomocí MKP (kapitola 9.4.3).

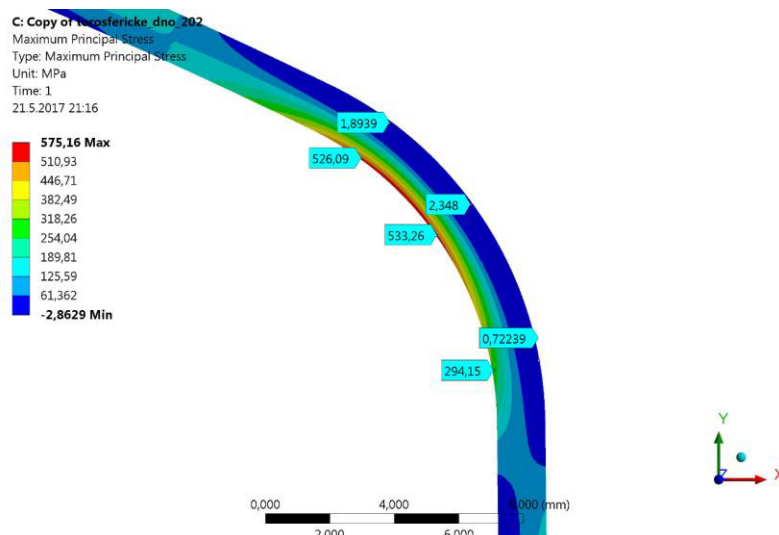
Tabulka 5: Výsledné hodnoty chyb analytického a numerického řešení tlakové nádoby s torosferickým dnem

		Střední chyba ε [MPa]/ ε [mm]	Relativní chyba δ [%]	Maximální chyba [MPa]/[mm]
Vnitřní strana	σ_t	2,7	14,6	10,6
	σ_z	4,03	21,7	27,6
	σ_{redHMH}	9,6	9,25	34
Vnější strana	σ_t	5,02	13,8	21,04
	σ_z	20,4	18	77,6
	σ_{redHMH}	4,6	3,25	19,7
Posuv u		0,0072	17,22	0,11

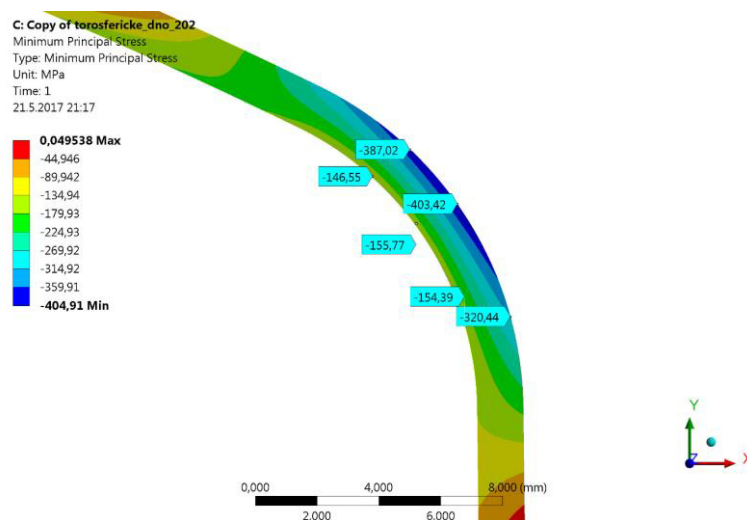
9.4.3 Grafické znázornění pomocí programu ANSYS



Obr. 29: Celkové redukované napětí HMH nádoby s torosferickým dnem - Numericky



Obr. 30: První hlavní napětí v oblasti anuloidu torosferického dna



Obr. 31: Třetí hlavní napětí v oblasti anuloidu torosferického dna

Jak lze vidět na výše uvedených obrázcích (Obr. 30 a Obr. 31), napětí v oblasti anuloidu není opět rovnoměrně rozloženo po tloušťce. Platí zde tedy stejné závěry jako u tlakové nádoby uzavřené eliptickým dnem – pro výpočet není možno použít membránovou teorii. To dokládá i Obr. 29, u kterého je vidět že napětí v oblasti spoje nesouhlasí s hodnotou membránového výpočtu, která je 379 MPa, kdybychom tedy použili tento algoritmus výpočtu ke konstrukčnímu návrhu, byl by výsledný model (vzhledem k dosažené hodnotě) naddimenzován. Hodnota napětí v oblasti kulového vrchlíku je dle Obr. 29 shodná s hodnotou zjištěnou membránovou teorií, která vyšla 150 MPa.

9.4.4 Zhodnocení

Při pokusu aplikovat stejný algoritmus výpočtu, jako u dna eliptického bylo zjištěno, že maximální hodnota redukovaného napětí opět nevyšla na válcové části, ale v oblasti anuloidu – platí zde tedy stejné závěry jako u předešlé kapitoly (9.3.5). Maximální zjištěná hodnota redukovaného napětí (pomocí MKP – Obr. 29) vyšla přibližně 659 MPa, což je

několikanásobně vyšší než je mez kluzu. Tvar tlakové nádoby uzavřenou torosferickým dnem je však dnes nejčastější tlakovou nádobou, se kterou se dnes můžeme setkat.

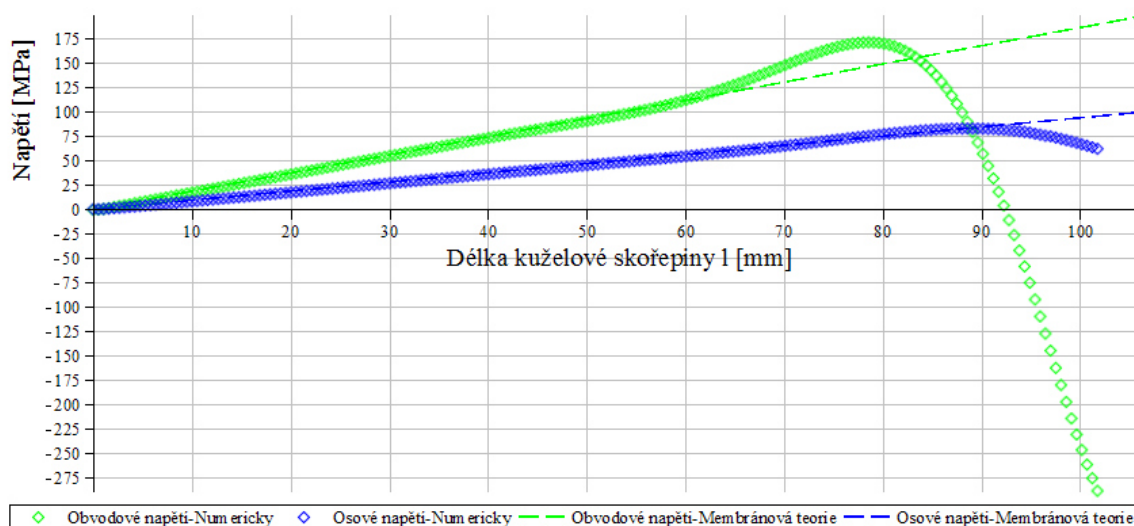
Při výrobě tlakových nádob dochází k tomu, že před tím, než jsou tlakové nádoby naplněné a natlakované daným médiem na provozní tlak, dochází k zatížení nádoby (dle normy) několika násobným tlakem, než je provozní. Přetlak pak způsobí plastickou deformaci ve stěně nádoby. Tenhle proces přivodí, po uvolnění tlaku, vznik tlakových obvodových zbytkových (reziduálních) napětí na vnitřním povrchu. Tento jev má za následek zlepšení únavových vlastností (životnost) a odolnost vůči trhlinám. Hodnoty skutečných napětí, které v tlakových nádobách vznikají lze aproximačním způsobem zjistit odečtením fiktivních napětí (hodnoty napětí, která by působila, kdyby byl materiál stále elastický) od skutečných, která vznikla velkým přetlakem. [26]

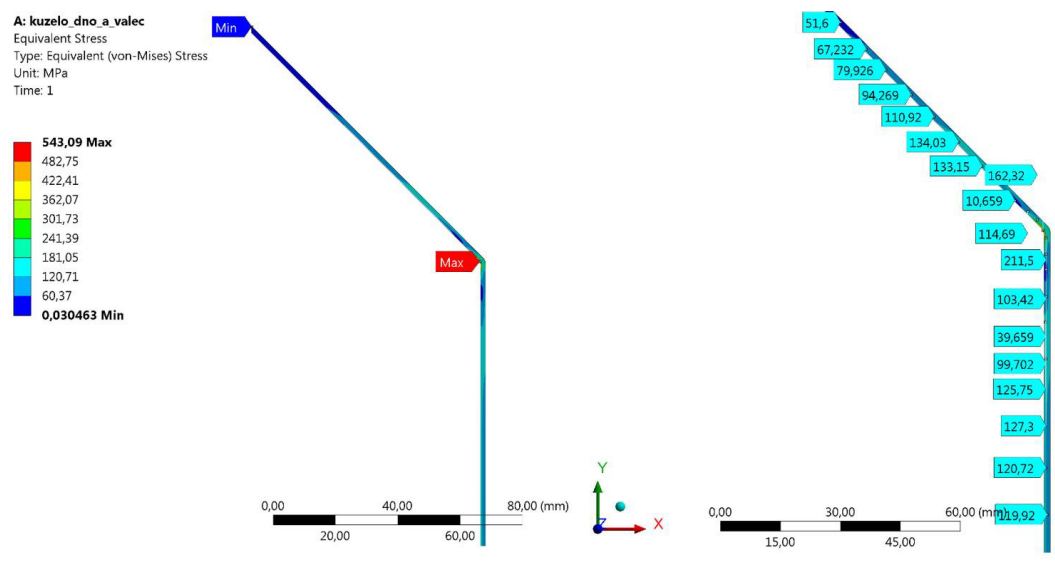
9.5 Tlaková nádoba s kuželovým dnem

V případě tlakové nádoby s kuželovým dnem nastává poměrně obtížné analytické řešení. Vychází se z diferenciálních rovnic, které mohou být vyjádřeny podmínkami Besselových funkcí nebo jejich modifikacemi. Vzhledem k tomu, že i když existují jisté tabulky Besselových funkcí, analytický přístup není pro svou zdlouhavost příliš vhodný pro praktické výpočty. D-N analýzu je proto vhodnější provést pomocí metody konečných prvků.

Jak je možno vidět na níže uvedeném grafu (Graf 23) výsledné hodnoty získané membránovou teorií souhlasí (v dostatečné vzdálenosti od spoje) s výsledky získanými numerickým řešením. Ostrý přechod v místě spojení válcového pláště s kuželovým dnem je nahrazen rádiusem o poloměru $r = 2,5$ mm.

Graf 23: Průběh napětí na kuželovém dnu





Obr. 32: Celkové redukované napětí HMH nádoby s kuželovým dnem – Numericky

9.5.1 Zhodnocení

Maximální redukované napětí vyšlo (v místě spoje) v porovnání s mezí kluzu téměř dvakrát větší. Z toho důvodu je jisté, že pro zatížení 2,8 MPa a tloušťku plechu 1,5 mm je tento tvar tlakové nádoby nevhodný. S tvarem tlakové nádoby s kuželovým dnem se v praxi často nesetkáváme. Tento tvar nádob je využit například v potravinářském průmyslu, kde však spodní část kuželového dna slouží většinou jako otvor.

10 Závěr

Bakalářská práce se zabývala D-N analýzou tlakové nádoby hasicího přístroje, která představuje rotačně symetrickou skořepinu. Vzhledem k tomu, že klasická PP2 je omezena pouze na analýzu plochého dna, se kterým se v praxi často nesetkáváme, práce zkoumá, jaký vliv má jiný tvar dna na napětí a deformaci. Analyzované tvary byly modelovány jako tlaková nádoba se dnem plochým, polokulovým, torosferickým, eliptickým a kuželovým. Geometrie vybrané tlakové nádoby hasicího přístroje je také simulována pro zmíněné napojení.

V první části je čtenář seznámen se základními informacemi analyzovaného problému tlakových nádob, MKP a stručným shrnutím teorií skořepin – především je zde vysvětleno, jakou z teorií skořepin lze aplikovat na místa ve spojení válcového pláště a dna a kterou na místa dostatečně vzdálená od tohoto spojení.

V další části je samostatná D-N analýza daných tvarů dnů tlakových nádob. Nejprve je zde prozkoumán vliv technologie výroby válcového pláště nádoby. Vzhledem k tomu, že plášť vzniká zakružením plechu a následným svařením, mají tyto operace jistý nežádoucí vliv, při kterém vznikají jistá zbytková napětí. Válcový plášť musí být tedy před samotným použitím vložen do rekrytalizační pece a vyžhán k odstranění vnitřního pnutí. Dále je výpočet proveden na úrovni bezmomentových teorií skořepin. V této části je čtenář především seznámen s tím, že v případě eliptického nebo torosferického dna dochází k vyhodnocování napětí zvlášť v oblasti koruny dna a zvlášť v oblasti kolene.

Dále je proveden analytický výpočet na úrovni momentových teorií skořepin, jehož výsledné hodnoty jsou v každé kapitole porovnávány s numerickým řešením, získané pomocí programu Ansys. D-N analýza pro tlakovou nádobu uzavřenou rovným dnem je provedena dle znalostí PP2. Vzhledem k dosaženým výsledkům lze říct, že tento typ tlakové nádoby, pod daným zatížením, není příliš vhodný ke konstrukčnímu návrhu. D-N analýza nádoby uzavřené polokulovým a eliptickým dnem je provedena na základě návrhu E. Meissnera, který však předpokládá, že maximální napětí působí na válcovou část nádoby. To se však podařilo dokázat jen v případě polokulového dna, které dle dosažených výsledků vyšlo jako nejvíce vhodné k výrobě. V případě uzavření nádoby eliptickým dnem, vyšlo maximální napětí v oblasti kolene elipsy. Vzhledem k jeho maximální hodnotě napětí je však bezpečnost vůči mezímu stavu pružnosti stále splněna. Dále bylo zjištěno, že především v oblasti kolene elipsy není napětí konstantně rozloženo po tloušťce, což nesplňuje požadavky membránové teorie skořepin. Ačkoli tlaková nádoba uzavřená polokulovým dnem se dle výsledků jeví jako nejvíce vhodná, v praxi se stýkáme (pravděpodobně i kvůli úspoře místa) především s tlakovými nádobami uzavřené torosferickým dnem. Vzhledem k tomu, že návrh analytického výpočtu, pro tento typ dna tlakové nádoby, už není podložený literaturou (která byla využita u předešlých dvou případů), byl zde proveden pokus aplikovat stejný algoritmus výpočtu. Dle získaných výsledků došlo k tomu, že maximální napětí (působící v oblasti anuloidu) přesahuje mez kluzu. Tento typ uzavření tlakové nádoby je však dnes nejběžnější, bylo tedy nutné prozkoumat přesný postup výroby. Bylo tedy zjištěno, že při výrobě tlakových nádob s torosferickým dnem dochází, dle normy, k zatížení nádoby několika-násobně vyšším tlakem, než je provozní. Tento proces pak způsobí plastickou deformaci v částech stěn nádoby. Vzniklá plastická deformace způsobí (po odtížení) vznik obvodových zbytkových napětí. Tento stav tlakové nádoby má však ve výsledku lepší vlastnosti než stav předchozí.

V případě D-N analýzy tlakové nádoby uzavřené kuželovým dnem došlo, vzhledem k poměrně obtížnému analytickému řešení, k vyhodnocení napětí pomocí MKP, kde bylo

ověřeno, že se výsledné hodnoty získané membránovou teorií (v dostatečné vzdálenosti od spoje) shodují s výsledky získanými MKP.

Je pozoruhodné, že ačkoli se u analytického výpočtu jednalo o aproximační řešení, výsledné hodnoty napětí na válcové části jsou v porovnání s numerickým téměř totožné – výsledné hodnoty redukovaného napětí se liší do 10% od numerických (s výjimkou tlakové nádoby s plochým dnem).

Přestože se práce zabývala D-N analýzou tlakové nádoby hasicího přístroje, která byla simulována na různé druhy napojení, závěry je možno použít i pro jiné (větší) modely tlakových nádob, které budou zatíženy vnitřním tlakem, budou tvořeny tzv. Hookovským materiálem a které budou bez vyztužených prvků.

Seznam použitých zdrojů

- [1] ŘÍHA GROUP, *Tlakové nádoby* [online], cit. [2016-11-09].
Dostupné z: <http://rihagroup.cz/uprava-stlaceneho-vzduchu/tlakove-nadoby>
- [2] UNIVER, *Šroubový kompresor s tlakovou nádobou (300 l nebo 500 l)* [online], cit. [2016-04-09]. Dostupné z: <https://www.univer.cz/sroubove-kompresory-orlik-orl-22-3-eo-4-55-75-eo-id4130>
- [3] PSHZD, *Cisternový vůz* [online], cit. [2016-11-25].
Dostupné z: <http://www.pshzd.cz/cisternovy-vuz-r.html>
- [4] VULLO, Vincenzo. *Circular Cylinders and Pressure Vessels – Stress analysis and design*. Springer International Publishing, Switzerland, 2014. ISBN 978-3-319-00689-5.
- [5] TEPOSTOP, *Hasicí přístroj práškový – Typ PG6LE* [online], cit. [2016-12-01].
Dostupné z: <http://www.tepostop.cz/cs/obchod/product/hasici-pristroj-praskovy-typ-pg6le/>
- [6] TEPOSTOP, *Sněhový hasicí přístroj – Typ S5H* [online], cit. [2016-12-01].
Dostupné z: <http://www.tepostop.cz/cs/obchod/product/snehovy-hasici-pristroj-typ-s5h>
- [7] VŠEPŘÍSLUŠENSTVÍ, *Hasicí přístroj práškový 1 kg ABC s manometrem* [online], cit. [2016-12-01]. Dostupné z: <http://www.vseprislusenstvi.cz/hasici-pristroje-2/hasici-pristroj-praskovy-1-kg-abc/>
- [8] MÍVALT, Tomáš. *Deformačně napěťová analýza osově symetrického tělesa, řešena analyticky a numericky*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2015.
- [9] BURŠA, Jiří. *Rotačně symetrická membránová skořepina* [online], cit. [2017-01-10]. Dostupné z: http://www.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/Stud_opory/10-prednaska.pdf
- [10] BURŠA, Jiří. *Válcová momentová skořepina* [online], cit. [2017-01-10].
Dostupné z: http://www.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/Stud_opory/11-prednaska.pdf
- [11] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE, Richard G. BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. Přeložil Martin HARTL, editor Miloš VLK. V Brně: VUTIUM, 2010. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [12] BURŠA, Jiří. *Prednaska-12* [online], cit. [2017-01-15]. Dostupné z: http://www.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/Stud_opory/Stud_opory.htm

- [13] PETRUŠKA, Jindřich: *MKP v Inženýrských výpočtech*, [online], cit. [2017-01-25]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>
- [14] MARCINIAK, Zdzislaw. *Teorie tváření plechů*. Státní nakladatelství technické literatury, Praha, 1964.
- [15] ČSN EN 13445-3. *Netopné tlakové nádoby – Část 3: Konstrukce a výpočet*. Úřad pro technickou normalizace, metrologii a státní zkušebnictví, 2015.
- [16] PRUŽNOST A PEVNOST NA FS ČVUT V PRAZE, *Pružnost a pevnost II, Přednášky (rozšířené příklady)* [online], cit. [2017-02-09]. Dostupné z: <http://pruznost.unas.cz/>
- [17] FOLKOVÁ, Eva. *Materiály tlakových nádob* [online], cit. [2017-5-01]. Dostupné z: <http://www.tlakinfo.cz/t.py?t=2&i=1293>
- [18] HARVEY, J.F. *Theory and design of pressure vessels*. Van Nostrand Reinhold Company, Inc. New York, 1985. ISBN 0-442-23248-9.
- [19] ONDRÁČEK, Emanuel, Přemysl JANÍČEK a Jan VRBKA. *Mechanika těles. Pružnost a pevnost II*. 2. vyd. Brno: VUT Brno, 1991. ISBN 80-214-0299-7.
- [20] BLACHUT, Jan. *Shellbuckling, Finite element model* [online], cit. [2017-04-09]. Dostupné z: http://shellbuckling.com/presentations/nonCylinders/pages/page_42.html
- [21] TIMOSHENKO, S., Krieger-Woinowsky, S. *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1989. ISBN 0-07-064779-8.
- [22] MEISSNER, E. *Zur Festigkeitsberechnung von Hochdruck- Kesseltrommeln*. Schweizerische Bauzeitung. 2015, 1-5. DOI: 10.5169/SEALS-40146.
- [23] JOHN, R.H., ORANGE T.W. *National aeronautics and space administration*, Lewis Research Center Cleveland, Ohio. 1961.
- [24] MAGNUCKI, K., LEWINSKI J. Fully stressed head of a pressure vessel. *Thin-Walled Structures*, Poland. 2000. DOI: 10.1016/S0263-8231(00)00031-8.
- [25] ENGINEERING COURSES, *Membrane Stresses* [online], cit. [2017-5-01]. Dostupné z: <http://www.engineeringcorecourses.com/solidmechanics2/C1-membrane-stresses/C1.3-tori-spherical-shells/example/>
- [26] MALIK, M. Afzaal; KHUSHNOOD, Shahab. *A review of swage-autofrettage proces*. Tokyo, Japan. 2003.

Seznam použitých zkratek a symbolů

Veličina/Symbol	Jednotka	Popis
m_r	$\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$	Radiální moment
m_t	$\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$	Obvodový moment
m_z	$\frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}}$	Osový moment
n_t	$\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	Obvodová liniová síla
n_z	$\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	Osová liniová síla
τ	$\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	Radiální liniová síla
$M_{o\ pl.obalu}$	N·mm	Moment přenášen plastickým obalem
$M_{o\ pl.}$	N·mm	Plastický moment
M_o	N·mm	Ohybový moment
$M_{oel.}$	N·mm	Elastický moment
J_y	mm ⁴	Kvadratický moment k ose y
W_o	mm ³	Modul průřezu v ohybu
r_k	mm	Poloměr koule
r_m	mm	Poloměr meridiánového řezu
r_t	mm	Poloměr obvodového řezu
B	MPa · mm ³	Tuhost v ohybu
$D-N$	-	Deformačně-napěťová
E	MPa	Younguv modul
h	mm	Tloušťka stěny skořepiny

HMH	-	Energetická hypotéza - <i>Huber-von Mises-Hencky</i>
l	mm	Délka skořepiny
MKP	-	Metoda konečných prvků
P	-	Potenciál energie vnějších sí
$PP2$	-	Pružnost a pevnost 2
R	mm	Poloměr ke střednici
u	mm	Radiální posuv
w	mm	Axiální posuv
W	-	Energie napjatosti
p	MPa	Tlak – vnitřní
z	mm	Osová vzdálenost skořepiny
Π_L	-	Lagrangeův funkcionál
σ_k	MPa	Mez kluzu
σ_m	MPa	Meridiánové napětí
$\sigma_{o\ max}$	MPa	Maximální ohybové napětí
σ_{red}	MPa	Redukované napětí
σ_t	MPa	Obvodové napětí
σ_z	MPa	Osové napětí
σ_r	MPa	Radiální napětí
β	$\frac{1}{\text{mm}}$	Součinitel útlumu
ε	-	Délkové přetvoření
ϑ	rad	Natočení ke střednicové ploše

Seznam obrázků

OBR. 1: TLAKOVÉ NÁDOBY [1].....	12
OBR. 2: KOMPRESOR [2].....	12
OBR. 3: CISTERNOVÝ VŮZ [3].....	12
OBR. 4: PŮSOBENÍ VNITŘNÍCH VÝSLEDNÝCH ÚČINKŮ A POSUV [4].....	14
OBR. 5: TVARY TLAKOVÝCH NÁDOB HASICÍCH PŘÍSTROJŮ [5][6][7].....	14
OBR. 6: APLIKACE MOMENTOVÝCH A BEZMOMENTOVÝCH TEORIÍ SKOŘEPIN.....	16
OBR. 7: ZNÁZORNĚNÍ ZATÍŽENÍ, SÍTĚ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY PRO NUMERICKÉ ŘEŠENÍ VÝPOČTU..	19
OBR. 8: ZNÁZORNĚNÍ SÍTĚ NA JEDNOTLIVÝCH DNECH – POLOKULOVÉ, ELIPTICKÉ, TOROIDNÍ, KUŽELOVÉ	19
OBR. 9: HASICÍ PŘÍSTROJ PG6LE [5].....	20
OBR. 10: ROZLOŽENÍ NAPĚTÍ V PRŮŘEZU OHÝBANÉHO NOSNÍKU PRO IDEÁLNĚ ELASTICKO-PLASTICKÝ MATERIÁL V POSTUPNÝCH FÁZÍCH OHÝBÁNÍ [14][16].....	22
OBR. 11: ROSTOUCÍ PLASTICITA IDEÁLNĚ ELASTICKO-PLASTICKÉHO MATERIÁLU	24
OBR. 12: SCHÉMA NAPĚTÍ, DEFORMACE A ZMĚNA PŘÍČNÉHO PRŮŘEZU PŘI OHÝBÁNÍ: A) PRUTŮ, B) ŠIROKÝCH PÁSŮ [14].....	24
OBR. 13: KUŽELOVÉ DNO [18].....	27
OBR. 14: EXPERIMENT LIVERPOOLSKÉ UNIVERZITY (VLEVO) A PŮSOBENÍ NAPĚTÍ (VPRAVO) [18][19] [20]...29	29
OBR. 15: TLAKOVÁ NÁDOBA S TOROSFERICKÝM DNEM	30
OBR. 16: GEOMETRIE TLAKOVÉ NÁDOBY S PLOCHÝM DNEM	31
OBR. 17: UVOLNĚNÍ SLOŽENÉHO TĚLESA	31
OBR. 18: UVOLNĚNÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S POLOKULOVÝM DNEM [4].....	40
OBR. 19: SCHÉMA K D-N ANALÝZE TLAKOVÉ NÁDOBY S POLOKULOVÝM DNEM – APROXIMAČNÍ METODA ..41	41
OBR. 20: CELKOVÉ REDUKOVANÉ NAPĚTÍ HMM NÁDOBY S POLOKULOVÝM DNEM – NUMERICKY	45
OBR. 21: SPOJENÍ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY A RŮZNÝCH ČÁSTÍ KULOVÉ SKOŘEPINY A) $\varphi < \pi/2$ B) $\varphi = \pi/2$ C) $\varphi >$ $\pi/2$ [4]	46
OBR. 22: UVOLNĚNÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S ELIPTICKÝM DNEM [4].....	48
OBR. 23: SCHÉMA K D-N ANALÝZE TLAKOVÉ NÁDOBY S ELIPTICKÝM DNEM – APROXIMAČNÍ METODA.....	48
OBR. 24: CELKOVÉ REDUKOVANÉ NAPĚTÍ HMM NÁDOBY S ELIPTICKÝM DNEM – NUMERICKY.....	52
OBR. 25: TŘETÍ HLAVNÍ NAPĚTÍ V OBLASTI KOLENE ELIPTICKÉHO DNA.....	52
OBR. 26: PRVNÍ HLAVNÍ NAPĚTÍ V OBLASTI KOLENE ELIPTICKÉHO DNA	53
OBR. 27 UVOLNĚNÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S TOROSFERICKÝM DNEM.....	54
OBR. 28: SCHÉMA K D-N ANALÝZE TLAKOVÉ NÁDOBY S TOROSFERICKÝM DNEM – APROXIMAČNÍ METODA .54	54
OBR. 29: CELKOVÉ REDUKOVANÉ NAPĚTÍ HMM NÁDOBY S TOROSFERICKÝM DNEM - NUMERICKY	57
OBR. 30: PRVNÍ HLAVNÍ NAPĚTÍ V OBLASTI ANULOIDU TOROSFERICKÉHO DNA	58
OBR. 31: TŘETÍ HLAVNÍ NAPĚTÍ V OBLASTI ANULOIDU TOROSFERICKÉHO DNA	58
OBR. 32: CELKOVÉ REDUKOVANÉ NAPĚTÍ HMM NÁDOBY S KUŽELOVÝM DNEM – NUMERICKY	61
OBR. 33 SCHÉMA K ODVOZENÍ VZTAHU PRO ZJIŠTĚNÍ VELIKOSTI MOMENTU PŘENÁŠENÝM PLASTICKÝM OBALEM [15].....	71
OBR. 34: SCHÉMA ELIPSY K URČENÍ HODNOTY NAPĚTÍ [18]	72
OBR. 35: SCHÉMA TOROIDNÍHO DNA K URČENÍ HODNOT NAPĚTÍ [25].....	75

Seznam grafů

GRAF 1: PRŮBĚH NAPĚTÍ PŘI POMĚRU POLOOS $A/B=1$ (KRUŽNICE) [18]	28
GRAF 2: PRŮBĚH NAPĚTÍ PŘI POMĚRU POLOOS $A/B=1,42$ [18]	28
GRAF 3: PRŮBĚH NAPĚTÍ PŘI POMĚRU POLOOS $A/B=2$ [18]	29
GRAF 4: PRŮBĚH POSUVU VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S PLOCHÝM DNEM	35
GRAF 5: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNITŘNÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S PLOCHÝM DNEM	36
GRAF 6: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S PLOCHÝM DNEM.....	36
GRAF 7: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ DESKY	36
GRAF 8: PRŮBĚH OSOVÉHO POSUVU DESKY	37
GRAF 9: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNITŘNÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S PLOCHÝM DNEM PŘI TLOUŠŤCE STĚNY SKOŘEPINY 6 MM	38
GRAF 10: PRŮBĚH POSUVU VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S PLOCHÝM DNEM PŘI TLOUŠŤCE STĚNY SKOŘEPINY 6 MM	39
GRAF 11: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ DESKY PŘI TLOUŠŤCE DESKY 6,5 MM.....	39
GRAF 12: PRŮBĚH OSOVÉHO POSUVU DESKY PŘI TLOUŠŤCE DESKY 6,5 MM	39
GRAF 13: PRŮBĚH POSUVU VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S POLOKULOVÝM DNEM	43
GRAF 14: PRŮBĚH OHYBOVÝCH MOMENTŮ VZNIKAJÍ NA VÁLCOVÉ SKOŘEPINĚ S POLOKULOVÝM DNEM	43
GRAF 15: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNITŘNÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S POLOKULOVÝM DNEM	44
GRAF 16: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S POLOKULOVÝM DNEM.....	44
GRAF 17: PRŮBĚH POSUVU VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S ELIPTICKÝM DNEM	50
GRAF 18: NAPĚTÍ NA VNITŘNÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S ELIPTICKÝM DNEM.....	50
GRAF 19: NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S ELIPTICKÝM DNEM	50
GRAF 20: PRŮBĚH POSUVU VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S TOROSFERICKÝM DNEM.....	55
GRAF 21: NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S TOROSFERICKÝM DNEM.....	56
GRAF 22: NAPĚTÍ NA VNĚJŠÍ STRANĚ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S TOROSFERICKÝM DNEM.....	56
GRAF 23: PRŮBĚH NAPĚTÍ NA KUŽELOVÉM DNU.....	60

Seznam tabulek

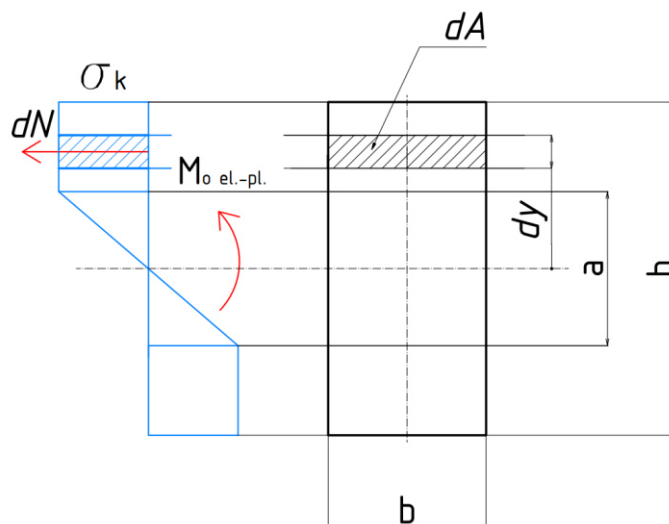
TABULKA 1: OKRAJOVÉ A DEFORMAČNÍ PODMÍNKY UVOLNĚNÉHO SLOŽENÉHO TĚLESA	31
TABULKA 2: VÝSLEDNÉ HODNOTY CHYB ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S ROVNÝM DNEM	37
TABULKA 3: VÝSLEDNÉ ODCHYLKY ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S POLOKULOVÝM DNEM	45
TABULKA 4: VÝSLEDNÉ ODCHYLKY ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S ELIPTICKÝM DNEM	51
TABULKA 5: VÝSLEDNÉ HODNOTY CHYB ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ TLAKOVÉ NÁDOBY S TOROSFERICKÝM DNEM.....	57

Apendix 1

Odvození vztahu pro moment přenášený plastickým obalem [16].

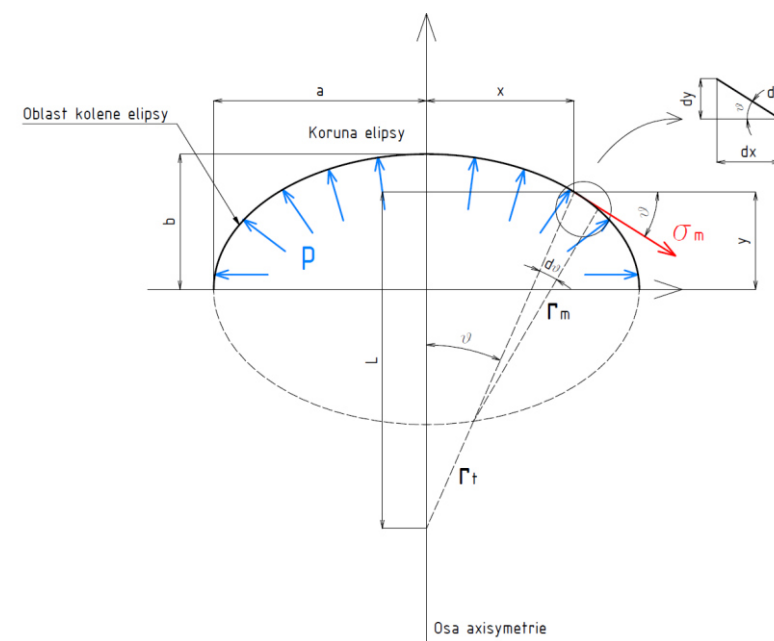
$$M_{o\ pl.obalu} = 2 \cdot \int_{\frac{a}{2}}^{\frac{h}{2}} y \cdot \sigma_k \cdot b \cdot dy = 2 \cdot \sigma_k \cdot b \left[\frac{y^2}{2} \right]_{\frac{a}{2}}^{\frac{h}{2}} = \sigma_k \frac{b}{4} (h^2 - a^2). \quad (91)$$

Kde $b \cdot dy = dA$, $\sigma_k \cdot b \cdot dy = dN$, $\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{h}{2}} y \cdot \sigma_k \cdot b \cdot dy = dM_o$.



Obr. 33 Schéma k odvození vztahu pro zjištění velikosti momentu přenášeným plastickým obalem [16]

Apendix 2



Obr. 34: Schéma elipsy k určení hodnoty napětí [18]

Obecná rovnice elipsy:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (92)$$

Po vyjádření y se dostává vztah:

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}. \quad (93)$$

Poloměr křivosti je dán vztahem [17]:

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (94)$$

Pro první derivaci předchozího vztahu platí:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-bx}{a\sqrt{(a^2 - x^2)}}. \quad (95)$$

Jestliže se ze vztahu (93) vyjádří výraz s odmocninou a dosadí se do (95) vzniká vztah:

$$\frac{ya}{b} = \sqrt{a^2 - x^2}, \quad (96)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-bxb}{aya} = -\frac{b^2x}{a^2x}. \quad (97)$$

Druhá derivace uvedeného vztahu je tedy:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b}{a} \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} \quad (98)$$

Využije-li se vztahu (96) a upraví se na vztah:

$$\frac{y^3 a^3}{b^3} = \left(\sqrt{a^2 - x^2}\right)^3 = (a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}. \quad (99)$$

Je možno dosadit do vztahu (98) za jmenovatele výraz (99):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{b}{a} \frac{a^2}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{b a^2 b^3}{a y^3 a^3} = -\frac{b^4}{y^3 a^2}. \quad (100)$$

Výrazy ze získaných derivací jsou dosazeny do vztahu (94), který je roven r_m :

$$r_m = |\varrho| = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} = \frac{[a^4 y^2 + b^4 x^2]^{\frac{3}{2}}}{a^4 b^4}. \quad (101)$$

K získání r_t se využívá sklonu tangenty (Obr. 34):

$$\tan \vartheta = \frac{dy}{dx} = \frac{bx}{a\sqrt{(a^2 - x^2)}}. \quad (102)$$

Z Obr. 34 je patrné, že:

$$\tan \vartheta = \frac{x}{L}. \quad (103)$$

Ze vztahu (103) a (102) se dostává rovnice:

$$\frac{x}{L} = \frac{bx}{a\sqrt{(a^2 - x^2)}}. \quad (104)$$

Vyjádří-li se délka L :

$$L = \frac{b}{a} \sqrt{(a^2 - x^2)}. \quad (105)$$

Z Pythagorovi věty je poloměr r_t :

$$r_t = \sqrt{L^2 + x^2}. \quad (106)$$

Po dosazení vztahu (105) do (106) vzniká vztah:

$$r_t = \sqrt{\frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2) + x^2} = \frac{[a^4 y^2 + b^4 x^2]^{\frac{1}{2}}}{b^2}. \quad (107)$$

Z porovnání vztahů (101) a (107) je dostáváno:

$$r_m = r_t^3 \frac{b^2}{a^4}. \quad (108)$$

Meridiánové napětí σ_m

Meridiánové napětí dostaneme stejným způsobem jako u polokoule nebo válce s tím rozdílem že, tlak nyní působí na vzdálenosti proměnné x . Platí tedy:

$$\begin{aligned} \pi x^2 p &= 2\pi x n_m \sin\vartheta, \\ n_m &= \frac{\pi x^2 p}{2\pi x \sin\vartheta} = \frac{px}{2\sin\vartheta} = \frac{px}{2\left(\frac{x}{r_2}\right)} = \frac{pr_t}{2}, \\ \sigma_m &= \frac{n_m}{h} = \frac{pr_t}{2h}. \end{aligned} \quad (109)$$

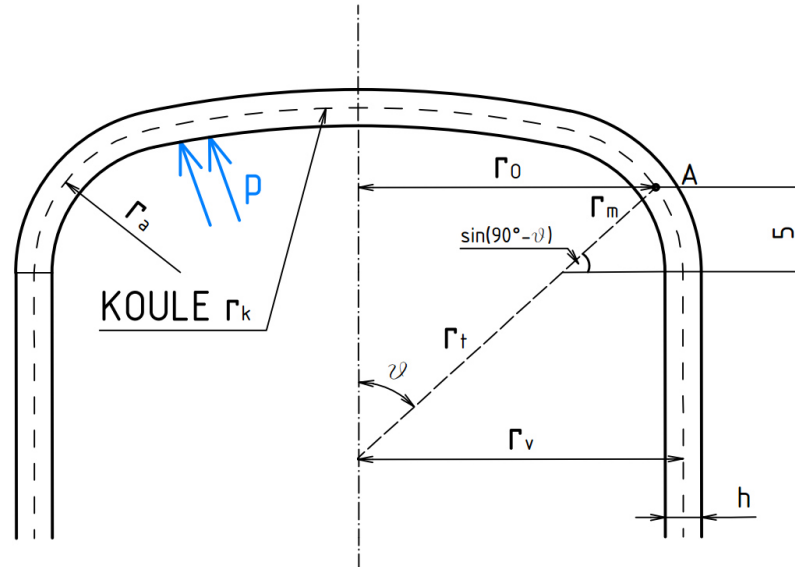
Obvodové napětí σ_t

Dosazením σ_m do Laplaceovy rovnice dostáváme:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_t}{r_t} &= \frac{p}{h}, \\ \sigma_t &= \left(\frac{p}{h} - \frac{\sigma_m}{r_m}\right) r_t = \left(\frac{p}{h} - \frac{pr_t}{2hr_m}\right) r_t = \frac{p}{h} \left(r_t - \frac{r_t^2}{2r_m}\right). \end{aligned} \quad (110)$$

Apendix 3

K určení napětí je nutno opět znát velikost obvodového a meridiánového poloměru anuloidu – vztahy (111) a (113). Tyto vztahy byly zjištěny díky literatuře [24] a [25]. Podle níže uvedených vztahů je možné určit hodnoty napětí ve zvoleném bodě A který leží na střednici a v místě spojení.



Obr. 35: Schéma toroidního dna k určení hodnot napětí [25]

Velikost meridiánového poloměru anuloidu je v tomto případě stejná jako velikost poloměru anuloidu ($r_a = 10,75$ mm), která je vztažená ke střednici:

$$r_m = r_a = 10,75 \text{ mm.} \quad (111)$$

Úhel ϑ pro bod A je získán z rovnice:

$$\begin{aligned} \sin(90^\circ - \vartheta) &= \frac{5}{r_m}, \\ \vartheta &= 90^\circ - \sin^{-1}\left(\frac{5}{r_m}\right). \end{aligned} \quad (112)$$

Obvodový poloměr je dán vztahem:

$$r_t = r_a + \frac{r_v - r_a}{\sin\vartheta} = 10,75 + \frac{74,25 - 10,75}{\sin\vartheta} = 82,5 \text{ mm.} \quad (113)$$

Meridiánové a obvodové napětí v bodě A jsou zjištěna stejným způsobem jako u eliptického dna – vztahy (109) a (110).

$$\sigma_m = \frac{pr_t}{2h} = \frac{2,8 \cdot 82,5}{2 \cdot 1,5} = 77 \text{ MPa,} \quad (114)$$

$$\sigma_t = \frac{p}{h} \left(r_t - \frac{r_t^2}{2r_m} \right) = \frac{2,8}{1,5} \left(82,5 - \frac{82,5^2}{2 \cdot 10,75} \right) = -437 \text{ MPa.} \quad (115)$$

Meridiánové a obvodové napětí v místě spojení (kde $\vartheta = 90^\circ$):

$$\sigma_m = 69 \text{ MPa}, \quad (116)$$

$$\sigma_t = -340 \text{ MPa}, \quad (117)$$

Dle výše uvedených výsledků je vidět, že obvodové napětí překračuje mez kluzu. Vyjádření k tomuto jevu je uvedeno v kapitole 9.4.4.