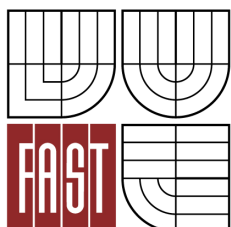




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ  
ÚSTAV VODNÍCH STAVEB

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF WATER STRUCTURES

## VLIV ZRNITOSTI KRYCÍ VRSTVY NA HYDRAULICKOU DRSNOST DNA

CHANGE OF BED ROUGHNESS BY PARTICLE SEPARATION IN THE SURFACE LAYER

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. DENISA ROHÁČOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK ZACHOVAL, Ph.D.

BRNO 2013

# **zadání diplomové práce**

## **Abstrakt**

Diplomová práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části je pojednáno o hydraulické drsnosti, je popsán rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu a proces třídění zrn v krycí vrstvě. V praktické části je řešen vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna, vyjádřenou pomocí Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky  $k_s$ . Výsledkem jsou vztahy vyjadřující závislost koeficientu  $\alpha_s$  na charakteristickém zrně  $d_x$  z křivky zrnitosti a porovnání s koeficientem  $\alpha_s$  dle různých autorů.

## **Abstract**

This master thesis is divided into two parts: theoretical and practical one. In the theoretical part there is described hydraulic roughness, velocity distribution in the case of hydraulically rough surface and the process of grain sorting in surface layer. The practical part of the thesis resolves the influence of surface layer on hydraulic roughness of bed, expressed by Nikuradse sand grain size  $k_s$ . The results are formulas explaining dependence of  $k_s$  on characteristic grain size  $d_x$  from grain-size distribution curve and comparison with coefficient  $\alpha_s$  according to different authors.

## **Klíčová slova**

Hydraulická drsnost, hydraulický odpor, třídění zrn, rychlostní profil, počátek pohybu splavenin, měření, bodová rychlost, třecí rychlost, Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška, krycí vrstva.

## **Key words**

Hydraulic roughness, hydraulic resistance, grain sorting process, velocity distribution, initiation of sediment motion, measurement, point velocity, shear velocity, Nikuradse sand grain size, surface layer.

## **Bibliografická citace VŠKP**

ROHÁČOVÁ, Denisa. *Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna*. Brno, 2013. 77 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav vodních staveb. Vedoucí práce Ing. Zbyněk Zachoval, Ph.D..

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 11.1.2013

.....  
podpis autora  
Bc. Denisa Roháčová

## **Poděkování**

Tímto bych chtěla poděkovat svému vedoucímu diplomové práce Ing. Zbyňku Zachovalovi, Ph.D. za odbornou pomoc a vstřícnou spolupráci. Velmi si cením jeho ochoty, zájmu a postoje, kterým přistupoval k vedení této diplomové práce. Dále pak Ing. Ladislavu Roušarovi za pomoc při měření a cenné rady k danému tématu.

Výsledky měření byly získány za podpory juniorského specifického grantu č. FAST-J-12-29 „Armovací proces krycí vrstvy dna štěrkonosného toku za vysokých hodnot relativní drsnosti“ a grantového programu FRVŠ 1771/2012 „Počátek pohybu splavenin za vysokých hodnot relativní drsnosti“.

# OBSAH

Seznam veličin.....	9
Seznam obrázků.....	11
Seznam tabulek.....	14
1 Úvod.....	15
2 Charakteristika hydraulické drsnosti.....	16
2.1 Hydraulický odpor proudění.....	16
2.1.1 Součinitel ztrát třením $\lambda$ .....	16
2.1.2 Manningův součinitel drsnosti $n$ .....	24
2.1.3 Chézyho rychlostní součinitel $C$ .....	26
2.1.4 Vzájemný vztah odporových součinitelů.....	27
2.2 Mezní vrstva.....	28
2.2.1 Charakteristika mezní vrstvy.....	28
2.2.2 Tloušťka mezní vrstvy.....	29
2.3 Rychlostní profil.....	30
2.3.1 Rychlostní profil při 2D turbulentním proudění vody s volnou hladinou.....	31
2.3.2 Umístění náhradního dna při měření rychlostního profilu.....	37
3 Proces třídění zrn v krycí vrstvě.....	40
3.1 Transportní funkce bez ohledu na třídění zrn v krycí vrstvě.....	40
3.2 Třídění zrn v krycí vrstvě.....	42
4 Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna.....	46
4.1 Hydraulická drsnost dna vyjádřená pomocí Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky.....	46
4.2 Metody stanovení hydraulické drsnosti $k_s$ .....	47

4.3	Vliv hloubky vody na hydraulickou drsnost $k_s$ .....	49
5	Experiment .....	52
5.1	Žlab .....	52
5.2	Materiál dna .....	53
5.2.1	Homogenní drsnost.....	53
5.2.2	Nehomogenní drsnost.....	53
5.3	Měřené stavy.....	57
5.3.1	Homogenní drsnost.....	57
5.3.2	Nehomogenní drsnost.....	58
5.4	Měření.....	58
5.5	Princip stanovení koeficientu $\alpha_s$ .....	60
5.5.1	Homogenní drsnost.....	60
5.5.2	Nehomogenní drsnost.....	62
6	Vyhodnocení.....	64
6.1	Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna při homogenní drsnosti.....	64
6.2	Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna při nehomogenní drsnosti..	68
6.2.1	Spodní vrstva dna .....	68
6.2.2	Krycí vrstva dna .....	70
6.3	Zhodnocení vztahů pro specifikaci hydraulické drsnosti na základě velikosti charakteristického zrna.....	72
7	Závěr.....	73
8	Literatura .....	75



## SEZNAM VELIČIN

$a$	nejdelší osa zrna	[m]
$a_m$	střední hodnota nejdelší osy zrna	[m]
$A^+$	konstanta	[-]
$A'$	konstanta	[-]
$b$	střední osa zrna	[m]
$B$	šířka koryta	[m]
$B^+$	konstanta	[-]
$B'$	konstanta	[-]
$c$	nejkratší osa zrna	[m]
$C^+$	konstanta	[-]
$C^+_{rough}$	konstanta	[-]
$C^+_{smooth}$	konstanta	[-]
$c_1$	konstanta	[-]
$c_2$	konstanta	[-]
$c_3$	konstanta	[-]
$C$	Chézyho rychlostní součinitel	$[m \cdot s^{-0.5}]$
$d_{90}$	průměr zrna odpovídající 90 % křivky zrnitosti	[m]
$d_e$	průměr efektivního zrna	[m]
$d_{mo}$	střední hodnota zrna pro spodní vrstvu	[m]
$d_{ms}$	střední hodnota zrna pro krycí vrstvu	[m]
$d_x$	charakteristické zrno z křivky zrnitosti	[m]
$D$	průměr potrubí	[m]
$Eu$	Eulerovo kritérium	[-]
$f_i$	hmotnostní zastoupení zrn dané frakce ve vzorku	[-]
$h$	hloubka vody	[m]
$i$	sklon dna	[-]
$k$	drsnostní výška	[m]
$k_l$	konstanta	[-]
$k_0$	Nikuradseho písková drsnostní výška rozšířená o konstantu $C^+_{rough}$	[m]
$K$	relativní drsnost	[-]
$k_s$	Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška	[m]
$m$	konstanta	[-]
$n$	Manningův součinitel drsnosti	[-]
$R$	hydraulický poloměr	[m]
$Re$	Reynoldsovo kritérium	[-]
$Re^*$	Reynoldsovo třecí kritérium	[-]
$Re^*_{ks}$	Reynoldsovo třecí kritérium drsnosti	[-]
$Fr$	Froudovo kritérium	[-]

$u$	bodová rychlost	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$u^+$	bezrozměrná bodová rychlost	$[-]$
$u^*$	třecí rychlost	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$v$	průřezová rychlost	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$v_\infty$	rychlost vně mezní vrstvy	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$
$y$	kolmá vzdálenost od skutečného dna	$[\text{m}]$
$y_0$	kolmá vzdálenost náhradního dna od skutečného dna	$[\text{m}]$
$g$	tíhové zrychlení	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-2}]$
$z$	kolmá vzdálenost od povrchu náhradního dna	$[\text{m}]$
$z^+$	bezrozměrná kolmá vzdálenost od povrchu náhradního dna	$[-]$
$\alpha_s$	součinitel	$[-]$
$\delta$	konvenční tloušťka mezní vrstvy	$[\text{m}]$
$\delta_L$	tloušťka viskózní podvrstvy	$[\text{m}]$
$\phi$	bezrozměrný průtok splavenin	$[-]$
$\eta$	součinitel zohledňující geometrický tvar příčného profilu	$[-]$
$\kappa$	von Karmánova konstanta	$[-]$
$\lambda$	Darcy – Weisbachův součinitel tření	$[-]$
$\mu$	dynamická viskozita	$[\text{Pa}\cdot\text{s}]$
$\nu$	kinematická viskozita	$[\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}]$
$\theta_{ce}$	bezrozměrné kritické tečné napětí pro homogenní materiál	$[-]$
$\theta_{cdmo}$	bezrozměrné kritické tečné napětí pro spodní vrstvu materiálu dna	$[-]$
$\theta_{dmo}$	bezrozměrné tečné napětí pro spodní vrstvu materiálu dna	$[-]$
$\rho$	hustota vody	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
$\rho_s$	hustota zrn	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
$\tau_0$	tečné napětí na dně	$[\text{Pa}]$

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1 Viskózní podvrstva $\delta_L$ v případě hydraulicky hladkého potrubí.....	18
Obr. 2.2 Nikuradseho graf vyjadřující závislost mezi $\lambda$ , $Re$ a $k_s/R$ (Nikuradse, 1950) .....	19
Obr. 2.3 Moodyho diagram (Moody, 1944) .....	21
Obr. 2.4 Graf znázorňující rozdíl mezi součinitelem tření pro kruhová potrubí a pro otevřená koryta (Yen, 2002).....	23
Obr. 2.5 Grafické vyjádření rovnice (2.18) .....	23
Obr. 2.6 Průběh rychlosti v mezní vrstvě .....	28
Obr. 2.7 Mezní vrstva při obtékání rovinné desky (Janalík, 2008) .....	28
Obr. 2.8 Druhy mezní vrstvy .....	29
Obr. 2.9 Hydraulicky hladký povrch .....	30
Obr. 2.10 Hydraulicky drsný povrch .....	30
Obr. 2.11 Podrobné dělení rychlostního profilu – hydraulicky hladký povrch.....	32
Obr. 2.12 Podrobné dělení rychlostního profilu – hydraulicky drsný povrch.....	32
Obr. 2.13 Rychlostní profil v případě hydraulicky hladkého povrchu .....	33
Obr. 2.14 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu .....	35
Obr. 2.15 Význam $Re_{*k_s}$ v závislosti $u^+$ na $z^+$ v případě plně vyvinuté turbulentní vrstvy .....	36
Obr. 2.16 Grafické vyjádření $C^+$ v závislosti na $Re_{*k_s}$ .....	36
Obr. 2.17 Umístění náhradního dna.....	37
Obr. 2.18 Pozice náhradního dna dle různých autorů.....	38
Obr. 2.19 Náhradní dno ve střední úrovni povrchu obtékaných zrn (frakce 20–25 mm) .....	39
Obr. 2.20 Náhradní dno ve střední úrovni těžišť zrn (frakce 20–25 mm).....	39
Obr. 3.1 Sedimentační funkce dle Meyer-Petera a Muellera (Hunziker a Jaeggi, 2002).....	41
Obr. 3.2 Sedimentační funkce pro 2 frakce (Hunziker a Jaeggi, 2002) .....	41

Obr. 3.3 Vývoj dna dle Guentera (Hunziker a Jaeggi, 2002) .....	42
Obr. 3.4 Fáze třídění zrn krycí a spodní vrstvy dna (Hunziker a Jaeggi, 2002).....	43
Obr. 3.5 Velikost zrn transportovaného materiálu v jednotlivých fázích třídění (Hunziker a Jaeggi, 2002).....	44
Obr. 3.6 Proces třídění zrn krycí vrstvy dle Parkera (Hunziker a Jaeggi, 2002).....	45
Obr. 4.1 Vliv hloubky vody na hydraulickou drsnost dna $k_s$ (Senior, 1997).....	49
Obr. 4.2 Vliv hydraulické drsnosti dna na relativní hloubku vody (Senior, 1997) .....	51
Obr. 4.3 Křivka vyjadřující závislost relativní hloubky vody na hydraulické drsnosti (Senior, 1997).....	51
Obr. 5.1 Pohled na sklopný žlab v LVV.....	52
Obr. 5.2 Rozváděcí litinové potrubí .....	53
Obr. 5.3 Vyústění potrubí do žlabu .....	53
Obr. 5.4 Charakteristiky zrn frakce 6,3–8 mm.....	54
Obr. 5.5 Charakteristiky zrn frakce 8–10 mm.....	54
Obr. 5.6 Charakteristiky zrn frakce 10–16 mm.....	54
Obr. 5.7 Charakteristiky zrn frakce 16–20 mm.....	55
Obr. 5.8 Charakteristiky zrn frakce 20–25 mm.....	55
Obr. 5.9 Charakteristiky zrn frakce 25–32 mm.....	55
Obr. 5.10 Nehomogenní smě zrn.....	56
Obr. 5.11 Křivka zrnitosti pro nehomogenní smě zrn.....	56
Obr. 5.12 Schéma měření UVP Monitorem (kótováno v mm) .....	59
Obr. 5.13 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu (frakce 20–25 mm).....	60
Obr. 5.14 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, $d = a$ .....	61
Obr. 5.15 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, $d = b$ .....	61
Obr. 5.16 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, $d = c$ .....	61

Obr. 5.17 Vývoj změny drsnosti během třídění zrn v krycí vrstvě .....	62
Obr. 6.1 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 6,3–8 mm .....	64
Obr. 6.2 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 8–10 mm .....	65
Obr. 6.3 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 10–16 mm .....	65
Obr. 6.4 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 16–20 mm .....	66
Obr. 6.5 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 20–25 mm .....	66
Obr. 6.6 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 25–32 mm, $\alpha_s = 1$ , $d = b$ .....	67
Obr. 6.7 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 25–32 mm $\alpha_s = 1$ , $d = c$ .....	67
Obr. 6.8 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu pro spodní vrstvu dna .....	68
Obr. 6.9 Závislost koeficientu $\alpha_s$ na $d_x$ pro spodní vrstvu dna .....	69
Obr. 6.10 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu pro krycí vrstvu dna .....	70
Obr. 6.11 Závislost koeficientu $\alpha_s$ na $d_x$ pro krycí vrstvu dna .....	71
Obr. 6.12 Závislost koeficientu $\alpha_s$ na $d_x$ dle různých autorů .....	72

## SEZNAM TABULEK

Tab. 2.1 Hodnoty koeficientů v Colebrook – Whiteově rovnici pro otevřená koryta (Yen, 2002).....	22
Tab. 2.2 Manningův součinitel drsnosti n pro otevřená koryta (Havlík, Marešová, 1994).....	24
Tab. 4.1 Hodnoty koeficientu $\alpha_s$ dle různých autorů (Yen, 2002) .....	47
Tab. 5.1 Procentuální zastoupení jednotlivých frakcí ve směsi .....	56
Tab. 5.2 Měřené stavy pro homogenní drsnost .....	57
Tab. 5.3 Měřené stavy pro nehomogenní drsnost.....	58
Tab. 5.4 Charakteristická zrna během třídění krycí vrstvy dna [m] .....	63
Tab. 6.1 Hodnoty koeficientu $\alpha_s$ pro spodní vrstvu dna .....	69
Tab. 6.2 Hodnoty koeficientu $\alpha_s$ pro krycí vrstvu dna.....	70

# 1 ÚVOD

Hydraulický odpor, vyjádřený v jedné ze svých forem (Darcy – Weisbachův součinitel tření  $\lambda$ , Manningův součinitel drsnosti  $n$  nebo Chézyho rychlostní součinitel  $C$ ), je často jedna ze základních informací potřebných pro hydraulické výpočty. Teoreticky nejlépe podložený je součinitel tření  $\lambda$ , k jeho určení pro otevřená koryta je nutné znát hodnotu hydraulické drsnosti, vyjádřenou pomocí Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky  $k_s$ .

Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška  $k_s$  v otevřených korytech vyjadřuje vliv drsnosti na proudění v korytě. Nejedná se o skutečnou měřitelnou drsnostní výšku  $k$ , ale o ekvivalentní drsnostní výšku vytvářející stejný odpor jako „Nikuradseho drsnost“, kterou lze pro zrnitý materiál vyjádřit vztahem

$$k_s = \alpha_s \cdot d_x, \quad (1.1)$$

kde  $\alpha_s$  je koeficient a  $d_x$  je charakteristické zrno z křivky zrnitosti.

Je však otázkou, které charakteristické zrno je vhodné použít. Obecně se předpokládá, že větší zrna vyvolají větší část z celkového hydraulického odporu, tudíž je vhodné použít větší zrna než je průměr efektivního zrna  $d_e$ . Obvykle se ke stanovení  $k_s$  používají zrna velikosti  $d_{50}$  až  $d_{90}$  (Marešová, 2002).

Cílem praktické části diplomové práce je stanovit hodnotu koeficientu  $\alpha_s$  pro homogenní drsnost a hodnotu koeficientu  $\alpha_s$  pro různá charakteristická zrna z křivky zrnitosti ( $d_{10}$  až  $d_{90}$ ) při nehomogenní drsnosti dna. Určením koeficientu  $\alpha_s$  pro zrna  $d_{10}$  až  $d_{90}$  vznikne křivka a vztah vyjadřující závislost  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro hydraulickou drsnost. Dále je úkolem zhodnotit vliv armování krycí vrstvy dna na změnu koeficientu  $\alpha_s$ .

Diplomová práce je rozdělena do dvou částí. První část se zabývá teoretickou rešerší hydraulické drsnosti a procesem třídění zrn v krycí vrstvě. Ve druhé části je popsán experiment, ve kterém byl zkoumán vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna v případech s homogenní a nehomogenní drsností dna.

## 2 CHARAKTERISTIKA HYDRAULICKÉ DRSNOSTI

Drsnost je obecný termín užívaný pro vyjádření (měření, odhad) hydraulického odporu proudění, který obecně v korytě vytváří materiál toku, vegetační kryt nebo jiné složky bránící proudění (Smelík a kol., 2012). Rouse (1965) uvedl, že odpor proudění způsobují následující čtyři složky:

- odpor daný třením o povrch,
- odpor daný tvarem koryta,
- odpor od zvlnění hladiny při proudění s volnou hladinou,
- odpor způsobený lokálním zrychlením či zpomalením proudu nebo neustáleností proudění.

Tato práce se podrobněji zabývá pouze odporem daným třením o povrch, jakožto nedílnou složkou při každém proudění v korytě.

### 2.1 Hydraulický odpor proudění

Hydraulický odpor proudění lze vyjádřit více způsoby. Konvenčně uznávané a nejužívanější jsou tři přístupy vyjádření, a to pomocí tzv. odporových součinitelů:

- Darcy - Weisbachův součinitel tření  $\lambda$ ,
- Manningův součinitel drsnosti  $n$ ,
- Chézyho rychlostní součinitel  $C$ .

V praxi se používají všechny tři součinitele. Výhodou použití součinitele  $\lambda$  je jeho bezrozměrnost a také to, že známé rovnice pro jeho určení vycházejí z dosud nejlépe teoreticky podloženého základu – z teorie mezní vrstvy.

#### 2.1.1 Součinitel ztrát třením $\lambda$

Weisbach vyjádřil hydraulický odpor pomocí součinitele ztrát třením  $\lambda$  jako bezrozměrnou funkci zahrnující několik parametrů:

$$\lambda = F\{Re, K, \eta, N, Fr, U\}, \quad (2.1)$$

kde  $Re$  je Reynoldsovo kritérium,  $K$  je relativní drsnost, obvykle vyjádřená jako  $k/R$ , kde  $k$  je drsnostní výška a  $R$  hydraulický poloměr, dále  $\eta$  zohledňuje geometrický tvar příčného profilu,  $N$  vyjadřuje nerovnoměrnost proudění,  $Fr$  je Froudovo kritérium a  $U$  udává neustálenost proudění (Yen, 2002).



Při výpočtech průřezové rychlosti  $v$  se užívá Darcy - Weisbachův vztah vyjádřený v rychlostním tvaru

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot g}{\lambda}} \cdot \sqrt{R \cdot i}, \quad (2.2)$$

kde  $g$  je tíhové zrychlení,  $v$  je průřezová rychlost a  $i$  je sklon dna.

Zjednodušeně lze říci, že součinitel tření  $\lambda$  závisí v podstatě na relativní drsnosti povrchu, a hodnotě Reynoldsova kritéria. V závislosti na rychlosti proudění lze vymezit pro součinitel tření  $\lambda$  několik oblastí s různými závislostmi, a to jak pro kruhová potrubí, tak pro otevřená koryta.

#### 2.1.1.1 Součinitel tření pro kruhová potrubí s homogenní písčovou drsností $k_s$

Závislost součinitele tření  $\lambda$  na Reynoldsově kritériu  $Re$  pro kruhová potrubí s homogenní písčovou drsností publikoval v roce 1933 Nikuradse (Nikuradse, 1950). Součinitel tření vyjádřil pomocí relativní drsnosti  $k_s/R$ , kde  $k_s$  je Nikuradseho ekvivalentní písčová drsnostní výška a  $R$  je hydraulický poloměr. Pro vyjádření závislosti  $\lambda$  na  $Re$  provedl rozsáhlá měření pro hodnoty  $Re = 600$  až  $Re = 1\,000\,000$ , přičemž použil 6 hodnot relativní drsnosti. Výsledkem je rozdělení funkce

$$\lambda = f\left\{Re, \frac{k_s}{R}\right\} \quad (2.3)$$

do tří oblastí.

##### 1. Oblast hydraulicky hladkého potrubí,

kde tloušťka viskózní podvrstvy  $\delta_L$  je větší než Nikuradseho ekvivalentní písčová drsnostní výška  $k_s$ . Tato oblast zahrnuje celou část laminárního proudění, ale i část proudění turbulentního:

###### a) laminární režim proudění,

který vzniká při nízkých hodnotách  $Re$  ( $Re = 600$  až  $Re = 4000$ ). Součinitel tření zde závisí pouze na hodnotě Reynoldsova kritéria a platí pro něj vztah

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad (2.4)$$

kde

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}, \quad (2.5)$$

kde  $D$  je průměr potrubí a  $\nu$  je kinematická viskozita.

Tento vztah je na *Obr. 2.2* znázorněn přímkou se sklonem 1:1.

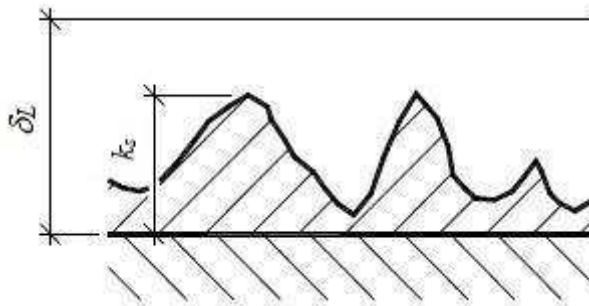
b) Turbulentní režim proudění

který se vyskytuje až do hodnoty  $Re = 10^5$  a kde platí vztah dle Blasia

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}}. \quad (2.6)$$

Tento vztah je na *Obr. 2.2* znázorněn přímkou se sklonem 1:4.

Součinitel tření  $\lambda$  stále závisí pouze na hodnotě  $Re$ . Víry, které vznikají od drsnosti v hydraulicky hladkých potrubích, zůstávají při stěně uvnitř viskózní podvrstvy  $\delta_L$ , neodtrhávají se od ní a tím nezvětšují turbulenci proudění (*Obr. 2.1*). Tyto víry proto nemají vliv na odpory v potrubí.



*Obr. 2.1 Viskózní podvrstva  $\delta_L$  v případě hydraulicky hladkého potrubí*

Potrubí se považuje za hydraulicky hladké, pokud platí:  $\delta_L > 5 k_s$ , kde

$$\delta_L = \frac{11,8 \cdot \nu}{\sqrt{g \cdot R \cdot i}} = \frac{11,8 \cdot \mu}{\rho \cdot \sqrt{g \cdot R \cdot i}} = \frac{23,6 \cdot \nu}{\sqrt{g \cdot D \cdot i}} = \frac{23,6 \cdot \mu}{\rho \cdot \sqrt{g \cdot D \cdot i}}, \quad (2.7)$$

kde  $\delta_L$  je tloušťka viskózní podvrstvy,  $k_s$  je Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška,  $\nu$  je kinematická viskozita,  $\mu$  je dynamická viskozita,  $g$  je tíhové zrychlení,  $R$  je hydraulický poloměr,  $D$  je průměr potrubí,  $\rho$  je hustota a  $i$  je sklon čáry mechanické energie.

## 2. Přechodná oblast

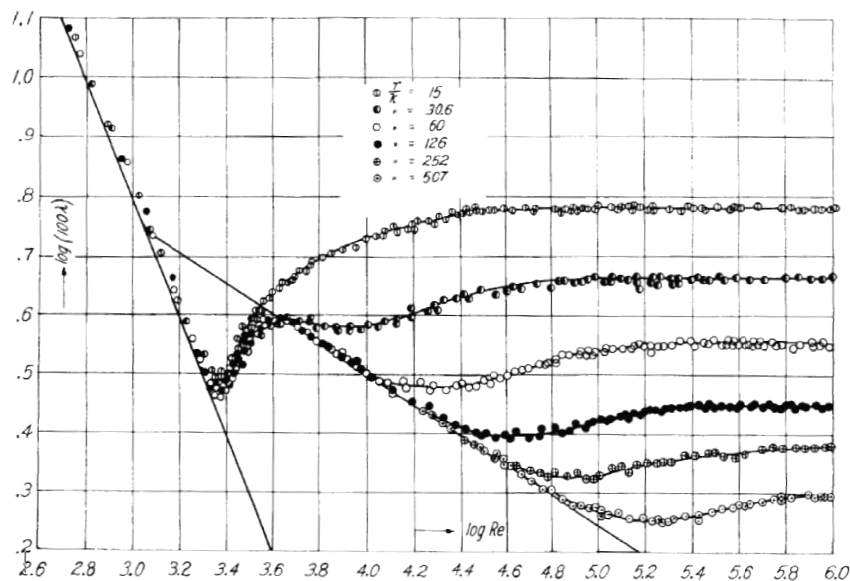
která začíná pro všechny stupně relativní drsnosti mezi hodnotami  $Re = 2160$  a  $Re = 2500$ . Součinitel tření se zde zvyšuje se zvyšující se hodnotou  $Re$ . V této oblasti má na součinitel tření vliv Reynoldsovo kritérium a také relativní drsnost. Tloušťka viskózní podvrstvy  $\delta$  je přibližně stejně velká jako Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška  $k_s$ .

## 3. Oblast hydraulicky drsného potrubí.

kde tloušťka viskózní podvrstvy  $\delta_L$  je malá v porovnání k Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšce. V této oblasti odpadá závislost na  $Re$  a součinitel tření  $\lambda$  závisí pouze na relativní drsnosti. Tato závislost je vyjádřena vztahem

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,74 + 2 \cdot \log \frac{R}{k_s}\right)^2}. \quad (2.8)$$

Křivky, které znázorňují vztah (2.8) jsou přibližně rovnoběžné s horizontální osou  $Re$ .



Obr. 2.2 Nikuradseho graf vyjadřující závislost mezi  $\lambda$ ,  $Re$  a  $k_s/R$  (Nikuradse, 1950)

### 2.1.1.2 Součinitel tření pro kruhová potrubí s nehomogenní drsností

Obdobné rozdělení jako Nikuradse, avšak pro tzv. technická potrubí s nehomogenní drsností provedl i Moody (1944) (Obr. 2.3). Rozdělení oblastí je stejné jako v případě potrubí s homogenní drsností popsané v kapitole 2.1.1.1. Rozdíl ve vztazích pro výpočet  $\lambda$  nastává

tehdy, kdy na součinitel tření začíná mít vliv relativní drsnost, Moodym vyjádřená jako  $k/D$ , kde  $k$  je drsnostní výška a  $D$  je průměr potrubí. Dělení je následující:

1. hydraulicky hladké potrubí – laminární režim proudění,

viz. *kap. 2.1.1.1*, vztah (2.4).

2. Hydraulicky hladké potrubí – turbulentní režim proudění,

viz. *kap. 2.1.1.1*, vztah (2.6).

3. Přechodná oblast – turbulentní režim proudění,

kde na součinitel tření  $\lambda$  má vliv Reynoldsovo kritérium  $Re$  a také relativní drsnost  $k/D$ . Pro tuto oblast pak platí vztah dle Moodyho, který je definován pro  $Re \geq 4 \cdot 10^3$

$$\lambda = 0,0055 \cdot \left[ 1 + \left( 2 \cdot 10^4 \cdot \frac{k}{D} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right]. \quad (2.9)$$

4. Hydraulicky drsné potrubí – turbulentní režim proudění -

tato oblast se rovněž nazývá kvadratická oblast a proudění plně turbulentní. Vyskytuje se u proudění, kde se neuplatňuje vliv viskózní podvrstvy. Proudění je v kvadratické oblasti, pokud platí:

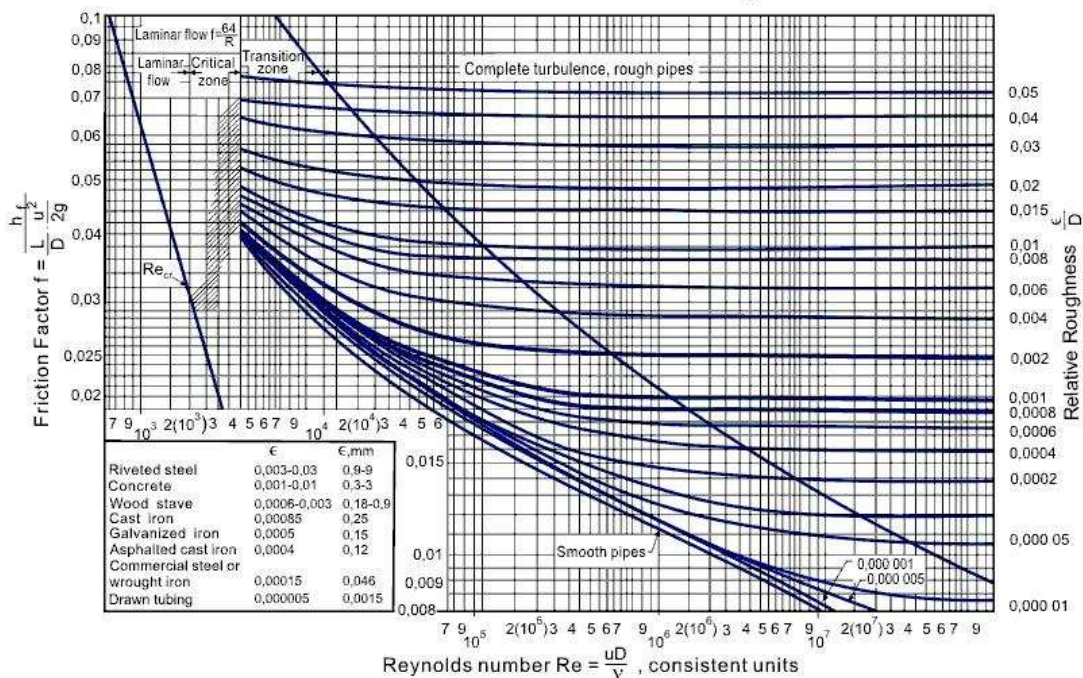
$$Re > \frac{191 \cdot D}{\sqrt{\lambda} \cdot k}. \quad (2.10)$$

V této oblasti odpadá závislost na  $Re$  a součinitel tření  $\lambda$  závisí pouze na relativní drsnosti  $k/D$ . Pro výpočet lze použít např. vztah dle Nikuradseho odvozený z rovnice (2.8) se zahrnutím průměru potrubí namísto hydraulického poloměru

$$\lambda = \frac{0,25}{\left( \log \frac{3,7 \cdot D}{k_s} \right)^2}. \quad (2.11)$$

V celé oblasti turbulentního proudění platí Colebrook - Whiteova rovnice:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left( \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,7 \cdot D} \right). \quad (2.12)$$



Obr. 2.3 Moodyho diagram (Moody, 1944)

### 2.1.1.3 Součinitel tření pro otevřená koryta s nehomogenní drsností

Zegzhda v roce 1939 (Mareš, 1997) jako jeden z prvních aplikoval koncepci Darcy - Weisbachova součinitele ztrát třením na proudění vody v otevřených korytech. Od té doby byla vytvořena řada vztahů pro stanovení  $\lambda$ .

Součinitel tření  $\lambda$  pro otevřená koryta při ustáleném rovnoměrném proudění, je stejně jako pro kruhová potrubí, funkcí Reynoldsova kritéria a relativní drsnosti  $k_s/R$

$$\lambda = F\left\{Re, \frac{k_s}{R}\right\}, \quad (2.13)$$

přičemž

$$Re = \frac{v \cdot R}{\nu}, \quad (2.14)$$

kde  $\nu$  je kinematická viskozita.

Yen (2002) sestavil na základě Moodyho diagramu obdobný diagram pro otevřená koryta (Obr. 2.4). Zatímco někteří autoři tvrdí, že lze pro výpočet  $\lambda$  pro otevřená koryta použít stejné vztahy jako pro kruhová potrubí, ve kterých se pouze průměr potrubí  $D$  nahradí hydraulickým poloměrem  $R$ , přičemž  $R=D/4$ , z diagramu (Obr. 2.4) je patrné, že pro výpočet součinitele tření pro otevřená koryta je třeba použít trochu odlišné vztahy než pro kruhová potrubí.

Vztahy pro výpočet, jsou stejně jako pro kruhová potrubí, závislé na hodnotě Reynoldsova kritéria:

1.  $Re < 500$

V této oblasti laminárního proudění platí obdobný vztah jako pro kruhová potrubí, změní se pouze číslo v čitateli

$$\lambda = \frac{24}{Re} \quad (2.15)$$

2.  $700 < Re < 25\,000$ ,

kde je i pro otevřená koryta možné použít vztah dle Blasia (1913), ale změní se opět číslo v čitateli

$$\lambda = \frac{0,224}{Re^{0,25}} \quad (2.16)$$

3.  $Re > 25\,000$

Pro tuto oblast turbulentního proudění lze použít Colebrook - Whiteův vztah

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -K_1 \cdot \log \left( \frac{k_s}{K_2 \cdot R} + \frac{K_3}{4 \cdot Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right), \quad (2.17)$$

kde  $K_1$ ,  $K_2$  a  $K_3$  jsou koeficienty dle různých autorů uvedené v Tab. 2.1.

Tab. 2.1 Hodnoty koeficientů v Colebrook – Whiteově rovnici pro otevřená koryta (Yen, 2002)

tvar průřezu	autor	$K_1$	$K_2$	$K_3$	poznámka
kruhové potrubí	Colebrook (1939)	2,0	14,83	2,52	
široké 2D koryto	Keulegan (1938)	2,03	11,09	3,41	boční stěny nemají vliv na proudění
široké 2D koryto	Rouse (1946)	2,03	10,95	1,7	
široké 2D koryto	Thijsse (1949)	2,03	12,2	3,033	
široké 2D koryto	Sayre a Albertson (1961)	2,14	8,888	7,17	
široké 2D koryto	Henderson (1966)	2,0	12,0	2,5	
široké 2D koryto	Graf (1971)	2,0	12,9	2,77	
široké 2D koryto	Reinius (1961)	2,0	12,4	3,4	
obdélníkové koryto	Reinius (1961)	2,0	14,4	2,9	$B/h = 4$
obdélníkové koryto	Reinius (1961)	2,0	14,8	2,8	$B/h = 2$
obdélníkové koryto	Zegzhda (1938)	2,0	11,55	0	

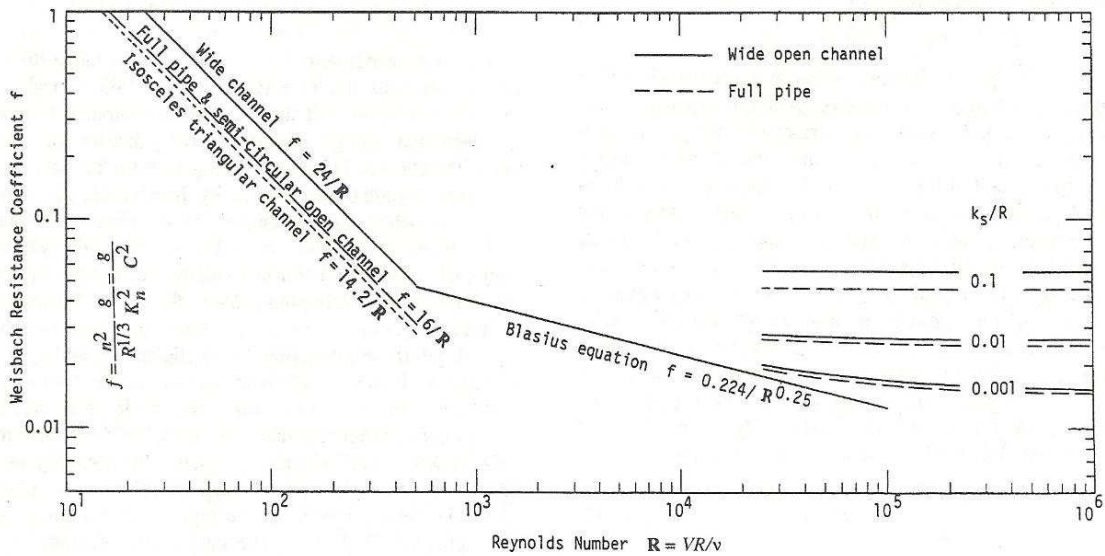
V Tab. 2.1 je  $B$  šířka koryta a  $h$  je hloubka vody v korytě.

4.  $Re > 30\,000$

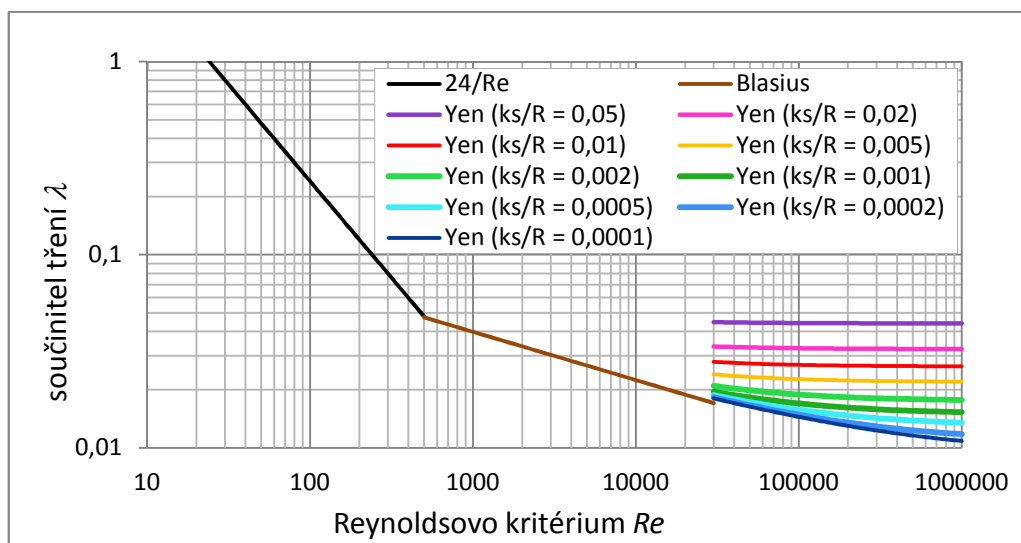
Na základě vztahů dle Barra (1972) a Churchilla (1973) pro výpočet součinitele tření pro kruhová potrubí, publikoval Yen (1991) vztah pro otevřená koryta pro turbulentní oblast proudění, kde  $Re > 30\,000$  a pro poměr  $k_s/R < 0,05$

$$\lambda = \frac{1}{4} \cdot \left[ -\log \left( \frac{k_s}{12 \cdot R} + \frac{1,95}{Re^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad (2.18)$$

Rovnice (2.18) je znázorněna na Obr. 2.5



Obr. 2.4 Graf znázorňující rozdíl mezi součinitelem tření pro kruhová potrubí a pro otevřená koryta (Yen, 2002)



Obr. 2.5 Grafické vyjádření rovnice (2.18)

### 2.1.2 Manningův součinitel drsnosti $n$

Pro výpočet průřezové rychlosti  $v$  při rovnoměrném ustáleném proudění lze mimo jiné použít vztah dle Manninga (Yen, 2002)

$$v = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}, \quad (2.19)$$

kde  $v$  je průřezová rychlost,  $n$  je Manningův součinitel drsnosti,  $R$  je hydraulický poloměr a  $i$  je sklon dna.

Použití Manningova součinitele má však dvě podstatné nevýhody. Za prvé je to jeho konstantní hodnota bez ohledu na hloubku vody a za druhé subjektivní výběr jeho hodnoty z tabulek, katalogů atd. Navíc je třeba uvést, že většina tabulek pro určení Manningova součinitele  $n$  byla sestavena pro relativně velké průtoky, většinou pro průtoky blízké kapacitě koryta (Marešová, 1992). Příklad tabulky pro určení Manningova součinitele je uveden v Tab. 2.2.

Další možností pro určení Manningova součinitele drsnosti  $n$  je vztah dle Stricklera (Marešová, 1992), který odstraňuje možný vliv subjektivity v určení  $n$ , nezahrnuje však změnu  $n$  se změnou hloubky.

$$\frac{1}{n} = \frac{c}{k^{\frac{1}{6}}} \quad (2.20)$$

Drsnostní výšku  $k$  lze vyjádřit prostřednictvím některého zrna z čáry zrnitosti ( $d_{50}$ ,  $d_{90}$ ,  $d_e$ ). Velikost konstanty  $c$  se pohybuje v rozsahu 16 až 26 (Marešová, 1992).

Tab. 2.2 Manningův součinitel drsnosti  $n$  pro otevřená koryta (Havlík, Marešová, 1994)

Druh koryta a popis omočeného obvodu	$n$		
	min.	stř.	max.
<b>Přirozené vodní toky</b>			
<i>Malé toky se šířkou hladiny při velké vodě &lt; 30 m</i>			
<b>rovinné toky</b>			
- čisté, přímé, zaplněný profil, bez peřejí a tůní	0,025	0,030	0,033
- čisté, přímé, zaplněný profil, bez peřejí a tůní s přítomností kamenů a plevele	0,030	0,035	0,040
- zakřivená trasa, čisté koryto s tůněmi a peřejemi	0,033	0,040	0,040
- zakřivená trasa, koryto s přítomností kamenů a plevele s tůněmi a peřejemi (brody)	0,035	0,045	0,050
- zakřivená trasa, čisté koryto při nižším stavu vody, s výraznými brody (peřejemi)	0,040	0,048	0,055



- se zákruty, tůněmi a brody, větší množství kamenů	0,045	0,050	0,060
- bahnité úseky, hluboké tůně, zarostlé plevelem, při malých rychlostech vody	0,050	0,070	0,080
- velmi zaplevelené úseky s hlubokými tůněmi, občasná inundační koryta se stromy a křovinami	0,075	0,100	0,150
<b>horské toky, bez vegetace v korytě, břehy obvykle strmé, stromy a keře na březích zaplavené při vysokém vodním stavu</b>			
- dno tvořené štěrky, valouny a ojedinělými balvany	0,030	0,040	0,050
- dno tvořené valouny a balvany	0,040	0,050	0,070
<i>Velké vodní toky, šířka hladiny při povodni &gt; 30 m</i>			
<b>pravidelný profil bez balvanů a keřů</b>	0,025		0,060
<b>nepravidelný a drsný profil</b>	0,035		0,100
<i>Inundační území</i>			
<b>pastviny bez křovin</b>			
- s nízkou trávou	0,025	0,030	0,035
- s vysokou trávou	0,030	0,035	0,050
<b>zemědělsky obhospodařované plochy</b>			
- neoseté, bez vegetace	0,020	0,030	0,040
- dozrálé řadové osevy (brambory, kukuřice)	0,025	0,035	0,045
- dozrálé plošné osevy	0,030	0,040	0,050
<b>křoviny</b>			
- řídké keře a stromy v zimě	0,035	0,050	0,060
- řídké keře a stromy v létě	0,040	0,060	0,080
- křoviny střední a velké hustoty v zimě	0,045	0,070	0,110
- křoviny střední a velké hustoty v létě	0,070	0,100	0,160
<b>stromy</b>			
- hustý vrbový porost v létě	0,110	0,150	0,200
- vykácené území s pařezy, bez zmlazení	0,030	0,040	0,050
- vykácené území s pařezy, se silným zmlazením pařezů	0,050	0,060	0,080
- hustší porost z větších stromů, málo malých stromů a podrostu, hladina nedosahuje větví	0,080	0,100	0,120
- hustší porost z větších stromů, málo malých stromů a podrostu, hladina dosahuje větví	0,100	0,120	0,160
<b>Koryta vyhloubená dozery a bagry</b>			
<b>přímé zemní kanály, stejnozrný materiál</b>			
- čisté, nedávno dokončené, pravidelný profil	0,016	0,018	0,020
- čisté, starší, s pravidelným profilem	0,018	0,022	0,025
- štěrkové koryto s pravidelným profilem	0,022	0,025	0,030
- zarostlé krátkou trávou, málo plevelů	0,022	0,027	0,033
<b>zemní kanály křivočaré s malými rychlostmi</b>			
- bez vegetace	0,023	0,025	0,030
- s trávou a s menším množstvím plevelů	0,025	0,030	0,033

- s hustou plevelnou trávou nebo vodními rostlinami v hlubokých korytech	0,030	0,035	0,040
- hlinité dno a štěrkové svahy	0,028	0,030	0,035
- kamenité dno a zaplevelené břehy	0,025	0,035	0,040
- na dně valouny, čisté břehy	0,030	0,040	0,050
<b>kanály vyhloubené rypadlem s vlečným korečkovým nebo sacím bagrem</b>			
- bez vegetace	0,025	0,028	0,033
- se slabým keřovým porostem na březích	0,035	0,050	0,060
<b>kanály ve skalních horninách</b>			
- hladké s jednotným profilem	0,025	0,035	0,040
- drsné a nepravidelné	0,035	0,040	0,050
<b>kanály při nedostatečné technické údržbě, plevelné trávy a křoviny</b>			
- hustý plevel stejné výšky jako hloubka	0,050	0,080	0,120
- čisté dno, na březích křoviny	0,040	0,050	0,080
čisté dno, na březích křoviny za nejvyššího vodního stavu	0,045	0,070	0,110
- husté křoviny, vysoký vodní stav	0,080	0,100	0,140

### 2.1.3 Chézyho rychlostní součinitel $C$

Jedním z možných vztahů, podle kterého se počítá průřezová rychlost vody při rovnoměrném ustáleném proudění, je Chézyho vztah (1775)

$$v = C \cdot \sqrt{R \cdot i}, \quad (2.21)$$

kde  $v$  je průřezová rychlost,  $C$  je Chézyho rychlostní součinitel [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-0,5}$ ],  $R$  je hydraulický poloměr a  $i$  je sklon dna.

Rychlostní součinitel není konstantní, jak mylně předpokládali Du Buat ( $C = 50$ ) nebo Dupuit ( $C = 50,9$ ) a jiní. Závisí hlavně na tvaru průtočného průřezu, drsnosti povrchu a výjimečně i na sklonu dna. Existuje celá řada vztahů pro určení  $C$ , které jsou většinou stanovené empiricky, tedy získané z vyhodnocení měření na reálných tocích a na jejich modelech. Podrobně o nich pojednává např. Macura (1966). V našich podmínkách se nejčastěji používají rychlostní vztahy dle Pavlovského, Manninga nebo Stricklera.

#### 2.1.3.1 Rychlostní vztah Pavlovského

Pavlovskij na základě velkého množství vlastních i cizích měření rychlostí na řekách, náhonech, potrubích atd. vypracoval roku 1952 vztah, který se považuje za jeden

z nejpřesnějších experimentálně určených vztahů pro výpočet turbulentního proudění v kvadratické oblasti (Macura, 1966).

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^y, \quad (2.22)$$

kde

$$y = 2,5 \cdot \sqrt{n} - 0,13 - 0,75 \cdot \sqrt{R} \cdot (\sqrt{n} - 0,11), \quad (2.23)$$

přičemž  $n$  je Manningův součinitel drsnosti a  $R$  je hydraulický poloměr ( $0,1 \text{ m} < R < 3 \text{ m}$ ).

### 2.1.3.2 Rychlostní vztah Manningův

Exponent  $y$  ve vztahu (2.22) v nejčastějších případech praxe nekolísá v příliš širokých mezích (Jandora, Šulc, 2006). Vezme-li se tedy střední hodnota  $y = \frac{1}{6}$ , vznikne vztah dle Manninga

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{1}{6}}. \quad (2.24)$$

### 2.1.3.3 Rychlostní vztah Stricklerův

Strickler upravil Manningův vztah na základě předpokladu, že součinitel drsnosti závisí pouze na zrnitosti materiálu koryta. Jeho vztah má tvar

$$C = \frac{21,1}{d_s^{\frac{1}{6}}} \cdot R^{\frac{1}{6}}, \quad (2.25)$$

kde  $d_s$  je možné uvažovat jako 55% hodnotu zrna z křivky zrnitosti krycí vrstvy dna (Jandora, Šulc, 2006). Lze očekávat, že vztah (2.25) bude přesnější než vztah (2.24), jelikož odpadá možný vliv subjektivity v určení  $n$ , jak již bylo uvedeno v *kap. 2.1.2* (Macura, 1966).

### 2.1.4 Vzájemný vztah odporových součinitelů

Po úpravě se mohou rovnice (2.2), (2.19) a (2.21) zapsat jako

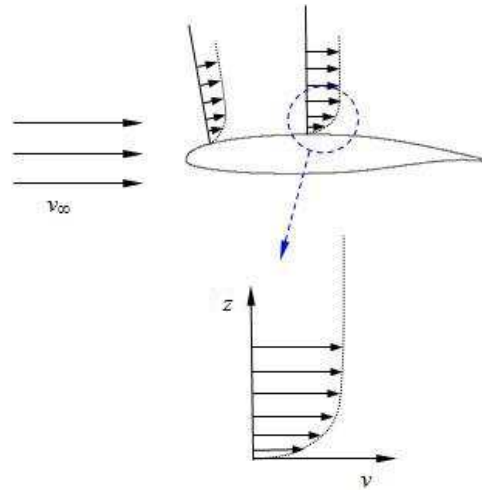
$$\sqrt{\frac{\lambda}{8}} = \frac{n}{R^{1/6}} \cdot \frac{\sqrt{g}}{K_n} = \frac{\sqrt{g}}{C} = \frac{\sqrt{g \cdot R \cdot i}}{v}. \quad (2.26)$$

Z rovnice (2.26) je patrné, že pokud je znám jeden z odporových součinitelů, ostatní se mohou dopočítat.

## 2.2 Mezní vrstva

### 2.2.1 Charakteristika mezní vrstvy

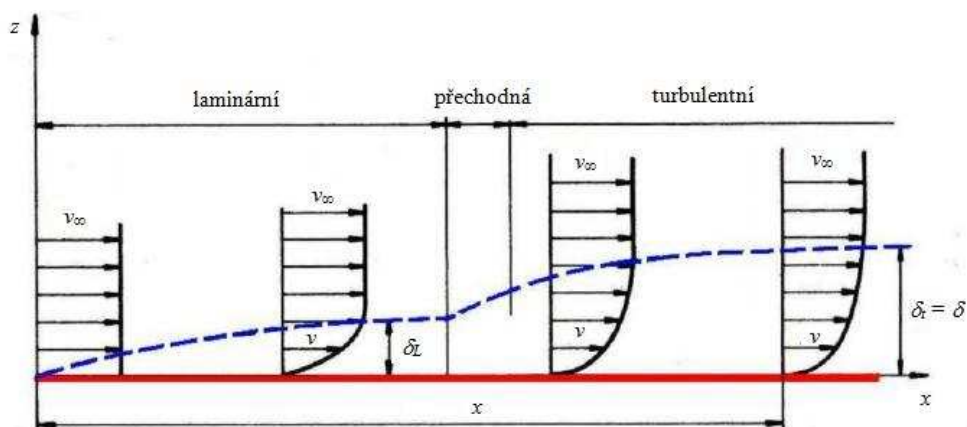
Mezní vrstva je tenká vrstva na obtékaném povrchu, kde se rychlost proudu výrazně mění v závislosti na kolmé vzdálenosti od povrchu (Obr. 2.6).



Obr. 2.6 Průběh rychlosti v mezní vrstvě

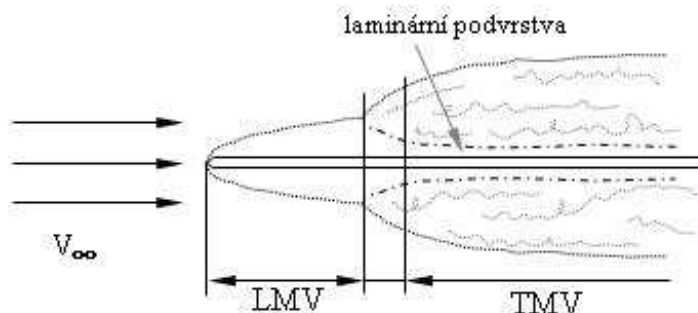
Při obtékání těles tekutinou je typický charakter mezní vrstvy velmi dobře vidět na příkladu obtékání rovinné desky umístěné v rovnoběžném proudu tekutiny, u níž její tvar nemá na mezní vrstvu vliv.

Částice tekutiny před deskou mají všechny stejnou rychlost  $v_\infty$  i směr. Částice, které ulpí na desce, mají rychlost nulovou. V blízkosti desky jsou částice tekutiny brzděny pomalejšími částicemi u obtékaného povrchu. Část jejich kinetické energie se přeměňuje třením na teplo. Oblast v těsné blízkosti stěny desky, kde se mění rychlost nebo jinak řečeno, kde existuje gradient rychlosti, se nazývá mezní vrstva. Protože do mezní vrstvy vstupují další částice tekutiny, mezní vrstva směrem po proudu stále narůstá (Obr. 2.7) (Janalík, 2008).



Obr. 2.7 Mezní vrstva při obtékání rovinné desky (Janalík, 2008)

Existují dva základní druhy mezní vrstvy: mezní vrstva laminární (LMV) a mezní vrstva turbulentní (TMV) s laminární (viskózní) podvrstvou (Obr. 2.8). Mezi laminární a turbulentní mezní vrstvou existuje ještě přechodná oblast. Zatímco v laminární mezní vrstvě jednotlivé vrstvy tekutiny kloužou uspořádaně po sobě, tak u turbulentní mezní vrstvy jsou evidentní známky silně náhodného pohybu. Má-li nabíhající proud určitou turbulenci, potom na počátku desky laminární vrstva nevznikne a turbulentní mezní vrstva se vytvoří již od bodu náběhu.



Obr. 2.8 Druhy mezní vrstvy

Vliv na chování mezní vrstvy, tj. její tloušťku, typ a přechod mezi laminární a turbulentní vrstvou, má několik faktorů. Nejdůležitějším z nich je podélný tlakový gradient  $\frac{\partial p}{\partial x}$  po proudu. Pokud  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ , tzn., že tlak roste po proudu (tzv. nepříznivý tlakový gradient), mezní vrstva přechází do turbulentní dříve a má mnohem větší sklon k odtržení. Pokud  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ , tzn., že tlak klesá po proudu (tzv. příznivý tlakový gradient), mezní vrstva se stabilizuje, je tenčí a laminární část je delší než v předchozím případě. Dále mezní vrstvu ovlivňuje Reynoldsovo kritérium  $Re$ , drsnost povrchu, původní míra turbulence v nabíhajícím proudu a některé další vlivy (Letecký ústav FSI).

### 2.2.2 Tloušťka mezní vrstvy

Tloušťka mezní vrstvy není pojem přesně definovatelný, protože rychlost v mezní vrstvě se od stěny blíží k rychlosti vnějšího proudu asymptoticky. Nejčastěji se používá pro definování tloušťky mezní vrstvy  $\delta$  – kolmá vzdálenost od desky, kde rychlost dosáhne smluvní velikosti, obvykle 99 % rychlosti  $v_\infty$ . Za mezní vrstvu se tedy považuje část proudu, která má menší rychlost než 99 % rychlosti vnějšího proudu.

Dále existují pojmy jako posunovací (odtláčovací) tloušťka mezní vrstvy, impulsová tloušťka mezní vrstvy nebo energetická tloušťka mezní vrstvy. Podrobněji tyto pojmy vysvětluje např. Janalík (2008).

## 2.3 Rychlostní profil

Existuje více způsobů, jak popsat rychlostní profil v případě rovnoměrného ustáleného proudění. Mareš (1997) uvádí následující tři základní způsoby:

### 1. Logaritmické rovnice

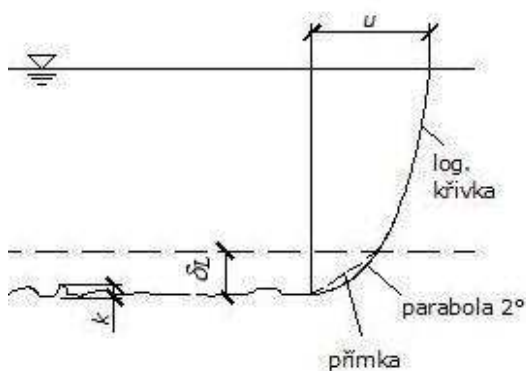
které vychází z Prandtlova teoretického rozdělení rychlostí v potrubí daného vztahy:

$$\frac{u}{u_*} = 5,5 + 5,75 \cdot \log \frac{z \cdot v}{\nu} \quad (2.27)$$

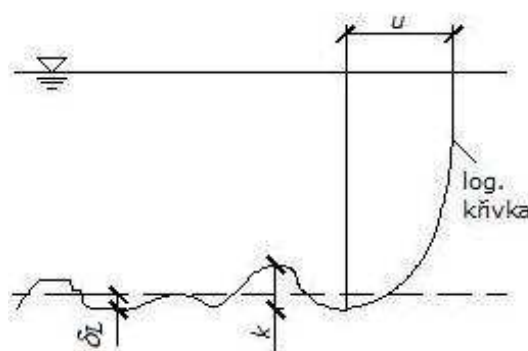
pro hydraulicky hladký povrch a

$$\frac{u}{u_*} = 8,5 + 5,75 \cdot \log \frac{z}{k_s} \quad (2.28)$$

pro hydraulicky drsný povrch, kde  $u$  je bodová rychlost,  $u_*$  je třecí rychlost,  $z$  je kolmá vzdálenost od povrchu a  $k_s$  je Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška.



Obr. 2.9 Hydraulicky hladký povrch



Obr. 2.10 Hydraulicky drsný povrch

Z Obr. 2.9 a Obr. 2.10 je patrné, že hydraulicky hladký povrch má výšky výstupků podstatně menší než je tloušťka viskózní podvrstvy  $\delta_L$ , naopak při hydraulicky drsném povrchu jsou výstupky podstatně větší než tloušťka viskózní podvrstvy.

Pro obdélníkové koryto s drsným povrchem odvodil Keulegan (1938) vztah

$$\frac{u}{u_*} = 6,25 + 5,75 \cdot \log \frac{R}{k_s} \quad (2.29)$$

### 2. Mocninné (monomiální) rovnice

jejichž obecný tvar pro rychlostní profil je

$$\frac{u}{u_*} = k_1 \cdot \left( \frac{R}{d_{90}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (2.30)$$

Součinitel  $k_I$  a parametr  $m$  se určují individuálně pro konkrétní podmínky daného toku. Např. Keulegan udává pro přirozená koryta hodnoty  $m = 1/6$  a  $k_I = 8,12$ .

### 3. Empirické rovnice,

např. Manningova rovnice

$$\frac{u}{u_*} = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{n \cdot g}, \quad (2.31)$$

kde  $n$  je Manningův součinitel drsnosti a  $g$  je tíhové zrychlení.

Logaritmické rovnice se pro popis rychlostního profilu v blízkosti stěny používají nejčastěji, proto jsou v další části podrobně popsány.

#### **2.3.1 Rychlostní profil při 2D turbulentním proudění vody s volnou hladinou**

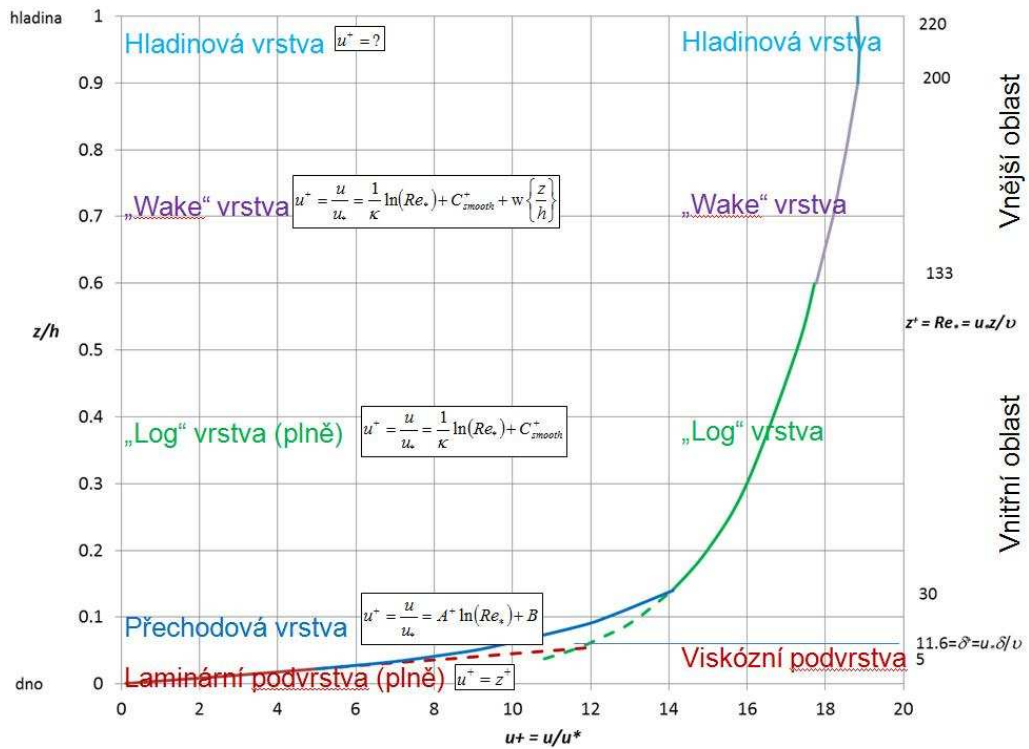
Tvar rychlostního profilu v blízkosti pevného povrchu je jednou z nejpoužívanějších charakteristik v hydrodynamice. Pro případy proudění s hydraulicky hladkým povrchem je tvar rychlostního profilu poměrně dobře objasněn. Pro případy s hydraulicky drsným povrchem již méně, protože významný vliv na proudění má charakter drsnosti.

V oblasti proudění s volnou hladinou je tvar rychlostního profilu, oproti tlakovému proudění, odlišný, a to z důvodu existence hladiny, jelikož na hladině, kde působí povrchové napětí a tření kapaliny o plyn (vzduch), vznikají vlny a tím dochází k deformaci rychlostního profilu.

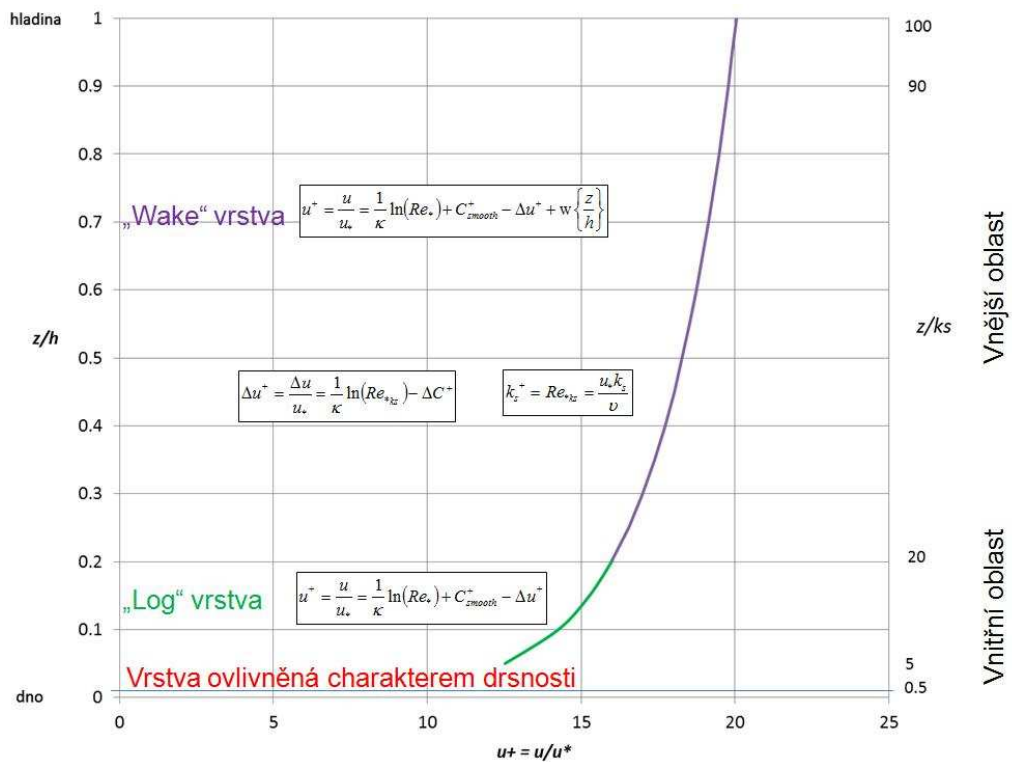
Při 2D proudění s volnou hladinou lze rychlostní profil rozdělit na několik vrstev, které mají specifické vlastnosti. Hlavní rozdělení je na oblasti, kde se rozlišuje vnitřní a vnější oblast. Podrobnější dělení na vrstvy dle tvaru rychlostního pole je např. dle Bartnik a Struzynski (2002), kteří rozdělili rychlostní profil na 4 vrstvy (*Obr. 2.11*):

1. Viskózní podvrstvu,
2. „log“ vrstvu,
3. „wake“ vrstvu a
4. hladinovou vrstvu.

Viskózní podvrstva je závislá na drsnosti a hladinová vrstva je závislá na hodnotě poměru Froudova kritéria a Weberova kritéria. V případě plně turbulentního proudění se tyto dvě vrstvy zanedbávají (*Obr. 2.12*).



Obr. 2.11 Podrobné dělení rychlostního profilu – hydraulicky hladký povrch

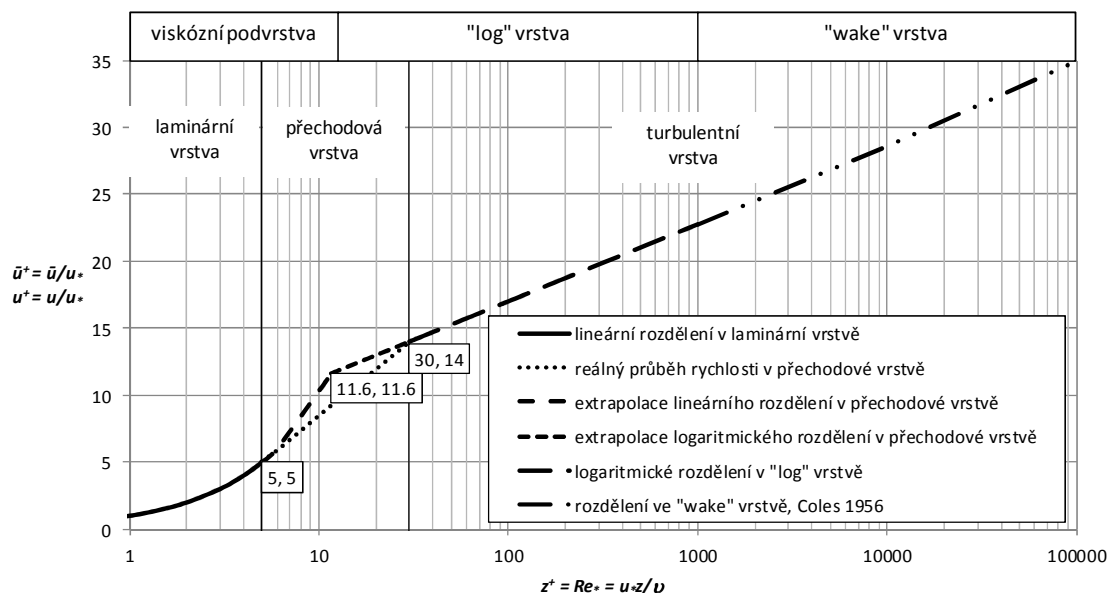


Obr. 2.12 Podrobné dělení rychlostního profilu – hydraulicky drsný povrch



### 2.3.1.1 Viskózní podvrstva

Viskózní podvrstva je tenká vrstva v blízkosti povrchu, kde je proudění převážně laminární. Hranice mezi viskózní podvrstvou a „log“ vrstvou je určena průsečíkem extrapolovaných křivek daných logaritmickým rozdělením a lineárním rozdělením rychlosti od povrchu (Obr. 2.13).



Obr. 2.13 Rychlostní profil v případě hydraulicky hladkého povrchu

Závislost bezrozměrné bodové rychlosti  $u^+$  a bezrozměrné vzdálenosti od stěny  $z^+$  je důsledkem laminárního proudění lineární.

$$u^+ = z^+ \quad (2.32)$$

Bezrozměrná bodová rychlost  $u^+$  je dána poměrem bodové rychlosti  $u$  a třecí rychlosti  $u_*$

$$u^+ = \frac{u}{u_*} \quad (2.33)$$

a bezrozměrná vzdálenost od povrchu (vyjadřuje třecí Reynoldsovo kritérium  $Re_*$ ) je

$$z^+ = Re_* = \frac{u_* \cdot z}{\nu}, \quad (2.34)$$

kde  $z$  je kolmá vzdálenost od povrchu.

Platnost dominance laminárního proudění (laminární vrstva) je ověřena pro  $z^+ < 5$ , platnost dominance turbulentního proudění (turbulentní vrstva) je ověřena pro  $z^+ > 30$  a mezi těmito vrstvami je přechodová vrstva  $5 < z^+ < 30$  (Obr. 2.13).

V přechodové vrstvě se projevuje vliv molekulární i turbulentní viskozity. Pro vykreslení skutečného tvaru rychlostního profilu se používá rovnice dle Schlichtinga (1979)

$$u^+ = \frac{u}{u_*} = A^+ \cdot \ln(Re_*) + B^+, \quad (2.35)$$

kde  $A^+ = 5$  a  $B^+ = -3,05$ .

### 2.3.1.2 „Log“ vrstva

V případě hydraulicky hladkého povrchu je logaritmický tvar části rychlostního profilu dán rovnicí

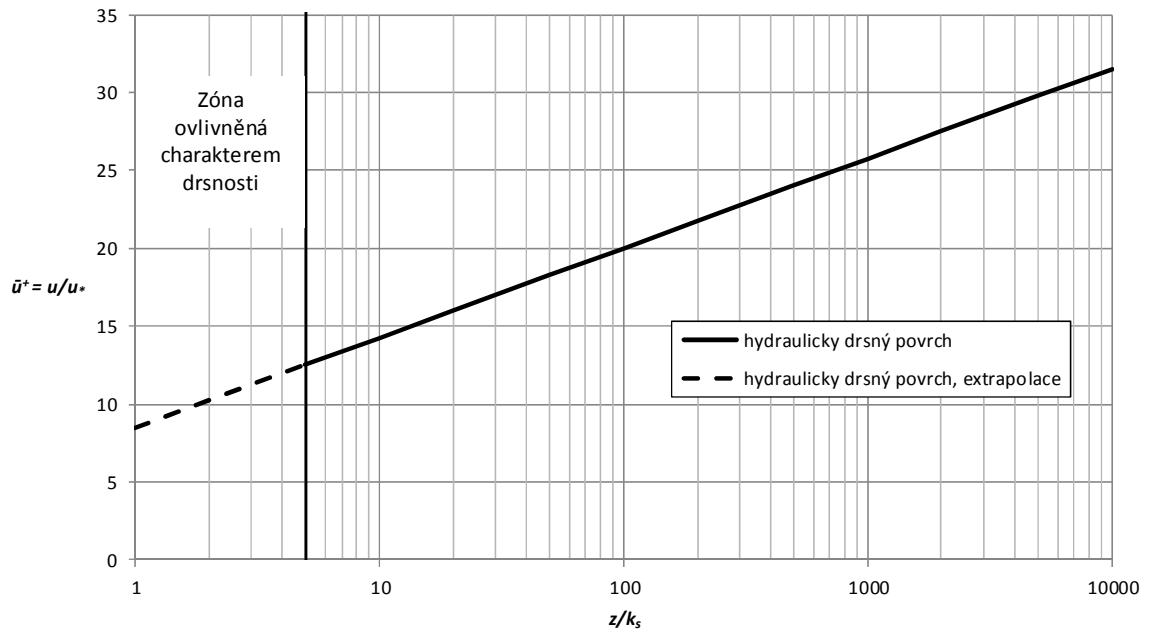
$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(Re_*) + C_{smooth}^+, \quad (2.36)$$

kde  $\kappa$  je von Karmánova konstanta a  $C_{smooth}^+$  je konstanta. Konstanty  $\kappa$  a  $C_{smooth}^+$  jsou experimentálně určené na základě měření rychlostních profilů. Jejich hodnoty jsou doporučovány různě, přehled o jejich hodnotách uvádí např. Zanoun a kol. (2003). Pro hydraulicky hladký povrch se často používá  $\kappa = 0.4$  a  $C_{smooth}^+ = 5.5$ , pak tvar rychlostního profilu zobrazuje *Obr. 2.13*.

V případě hydraulicky drsného povrchu je logaritmický tvar části rychlostního profilu dán rovnicí

$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + C_{rough}^+, \quad (2.37)$$

kde  $k_s$  je Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška a  $C_{rough}^+$  je konstanta, jejíž hodnota je pro různé drsnosti určena různě (Yalin, 1972). Nejčastěji používané hodnoty jsou dle Schlichtinga (1979) pro  $\kappa = 0.4$  a  $C_{rough}^+ = 8.5$ . Platnost rovnice pro hydraulicky drsný povrch je potvrzena pro  $z/k_s > 5$ . Pro hodnoty nižší je tvar ovlivněný charakterem drsnosti (*Obr. 2.14*).



Obr. 2.14 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu

Rozdíl mezi rychlostním profilem v případě hydraulicky hladkého a drsného povrchu je dán

$$\Delta u^+ = \frac{\Delta u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(Re_{*k_s}) - \Delta C^+, \quad (2.38)$$

kde pro výše použité konstanty je

$$\Delta C^+ = C_{rough}^+ - C_{smooth}^+ = 3. \quad (2.39)$$

Při použití rovnice pro hladký povrch (2.36) a aplikací rovnice rozdílové (2.38) je rovnice pro drsný povrch (Obr. 2.15)

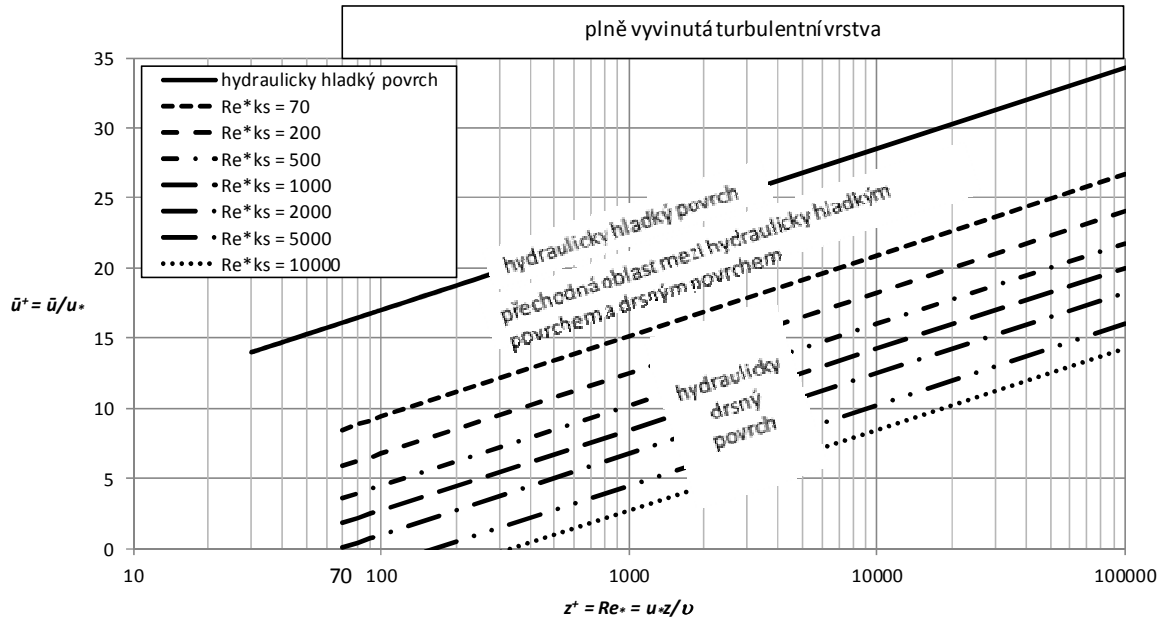
$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(Re_*) + C_{smooth}^+ - \Delta u^+. \quad (2.40)$$

Člen  $\Delta u^+$  reprezentuje vliv drsnosti, který je funkcí bezrozměrné Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky

$$\Delta u^+ = f\{k_s^+\}, \quad (2.41)$$

jež je dána (vyjadřuje třetí Reynoldsovo kritérium drsnosti  $Re_{*k_s}$ )

$$k_s^+ = Re_{*k_s} = \frac{u_* k_s}{\nu}. \quad (2.42)$$

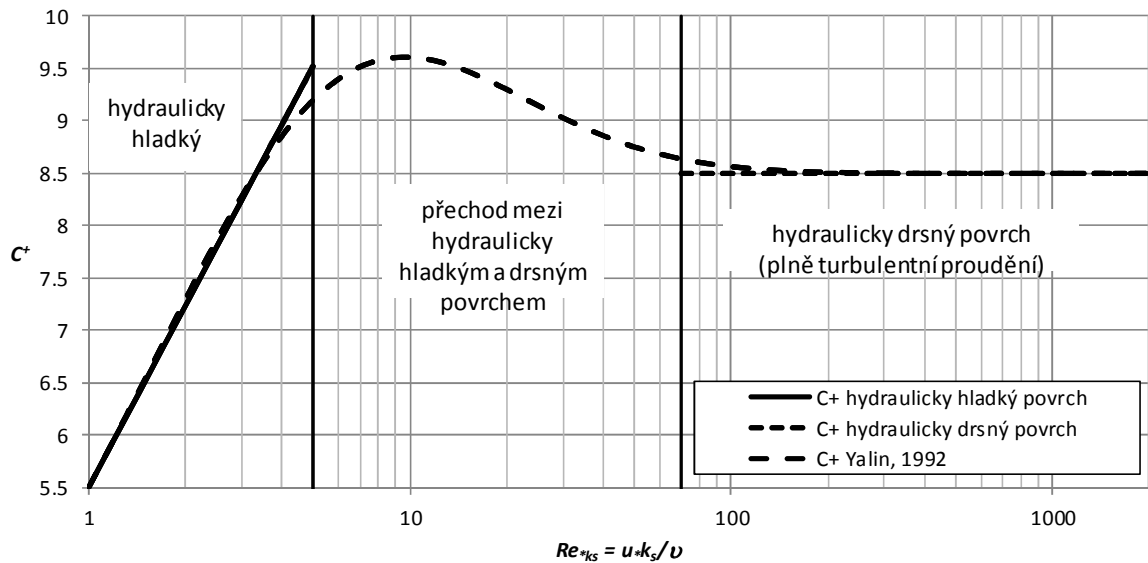


Obr. 2.15 Význam  $Re_{*ks}$  v závislosti  $u^+$  na  $z^+$  v případě plně vyvinuté turbulentní vrstvy

Přechodnou oblast mezi hydraulicky hladkým a drsným povrchem popisuje např. Yalin (1992) modifikací  $C^+$  (Obr. 2.16) v rovnici (2.37)

$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{k_s}\right) + C^+ \quad (2.43)$$

$$C^+ = C^+_{rough} + \left[ \frac{1}{\kappa} \ln(Re_{*ks}) - 3 \right] e^{-0,121[\ln(Re_{*ks})]^2,42} \quad (2.44)$$



Obr. 2.16 Grafické vyjádření  $C^+$  v závislosti na  $Re_{*ks}$

### 2.3.1.3 „Wake“ vrstva

Ve vnější vrstvě je porušena platnost logaritmického tvaru rychlostního profilu. Tvar rychlostního profilu se vyjadřuje rovnicí (2.40) nebo obdobně ve tvaru s maximální rychlostí  $u_{max}$ , zavedením „wake“ funkce  $w\{z/h\}$ , která je definovaná mnoha autory různě např. Guo a kol. (2005) nebo García (2008). Tvar rychlostního profilu ve tvaru rovnice (2.40) je

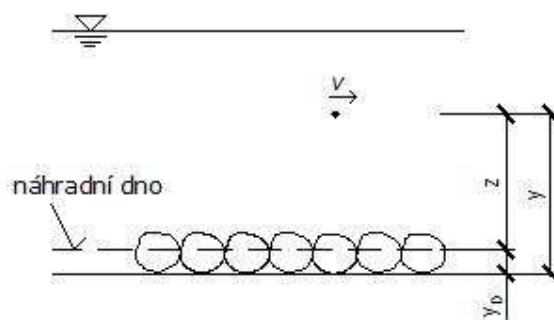
$$u^+ = \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \cdot \ln(Re_*) + C_{smooth}^+ - \Delta u^+ + w\left\{\frac{z}{h}\right\}. \quad (2.45)$$

### 2.3.1.4 Hladinová vrstva

V hladinové vrstvě se deformuje tvar rychlostního profilu v důsledku existence povrchového napětí a v důsledku tření vody o vzduch tak, že maximální rychlost nemusí být na hladině. Projevuje se zde vliv zvlnění hladiny, což nastává především v bystrinném režimu proudění. Tloušťka hladinové vrstvy je závislá na Froudovu kritériu  $Fr$  (Bartnik a Struzynski, 2002).

## 2.3.2 Umístění náhradního dna při měření rychlostního profilu

Umístění náhradního dna je jedním z důležitých údajů při vyhodnocování změřeného rychlostního pole. Existuje mnoho přístupů, kam úroveň náhradního dna umístit. Jak ale uvádí Moore (1951), podmínkou je, že náhradní dno (v Obr. 2.17 znázorněno hodnotou  $y_0$ ), musí být umístěno v rozmezí skutečného dna a horní hrany obtékaných zrn.



Obr. 2.17 Umístění náhradního dna

Jak uvádí Yalin (1977), Nikuradse ve svém pokusu uvažoval pozici náhradního dna ve střední úrovni těch částí zrn, které jsou v bezprostředním kontaktu s podkladem (Obr. 2.18).

Nejvíce užívaná metoda je však umístění náhradního dna do střední úrovně povrchů obtékaných zrn, jak uvádí např. Schlichting (1936), Simpson (1972) nebo Ferro a Baimonte (1994) (Obr. 2.18).

Někteří autoři hledali úroveň  $y_0$  v závislosti na geometrii zrn a charakteristikách proudění. Podrobně o tom pojednává např. Alhamid (1991).

Další způsob uvádí Morris (1954), který doporučuje umístění náhradního dna do střední úrovně vrcholů obtékaných zrn (*Obr. 2.18*). Zdůvodňuje to faktem, že turbulentní víry se deformují právě na povrchu zrn.

Další, zejména teoretické metody, vyplývají z analýzy logaritmického rozložení rychlostního profilu, který je, jak již bylo uvedeno, daný vynesemím poměru  $u/u_*$  na  $z$ , přičemž

$$z = y - y_0. \quad (2.53)$$

Clauser (1956) zjistil, že přímka, která v logaritmickém měřítku znázorňuje rychlostní pole, se posouváním úrovně  $y_0$  zakřivuje. Nejlepší hodnota  $y_0$  je tedy ta, pro kterou se křivka, znázorňující rychlostní pole, nejvíce blíží přímce. Tuto metodu doporučují také Pery a Joubert (1963), Gross a kol. (1991) a v trochu pozměněné formě také Coleman a kol. (1984) a Pyle a Novak (1981). Příklad narovnání křivky pomocí různé zvolené úrovně náhradního dna je znázorněn na *Obr. 2.19* a *Obr. 2.20*.

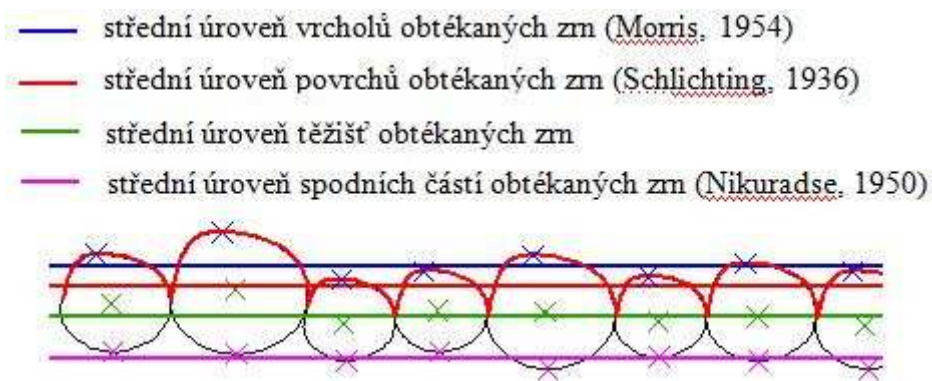
Coleman a kol. (1984) využil metodu nejmenších čtverců k získání konstantní hodnoty  $k_0$ , pro kterou platí vztah odvozený z rovnice 2.44

$$k_0 = (y - y_0) \cdot e^{(-\kappa \cdot u / u_*)}, \quad (2.54)$$

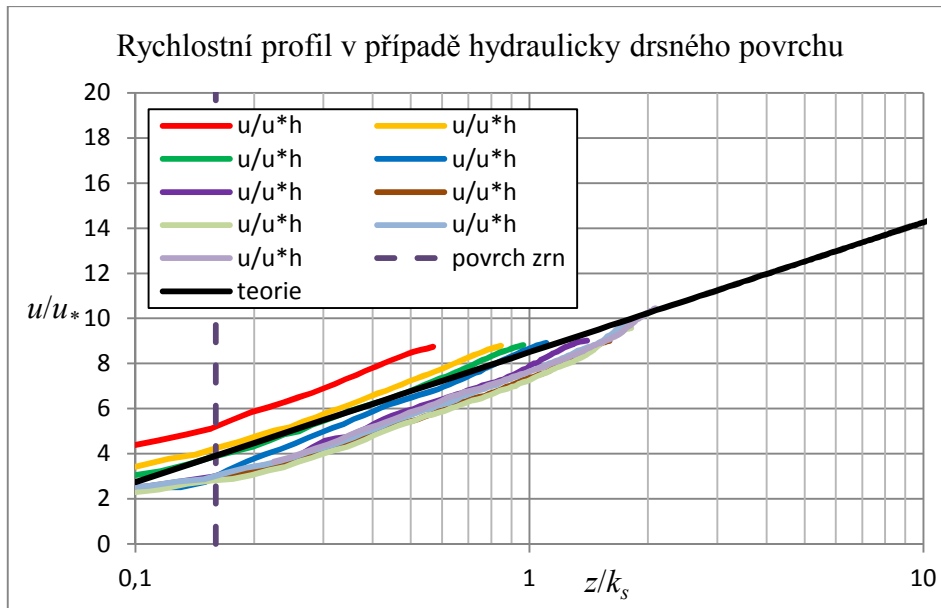
kde  $k_0$  je Nikuradseho písková drsnostní výška rozšířená o konstantu  $C^+_{rough}$  (Schlichting doporučuje pro hydraulicky drsný povrch  $C^+_{rough} = 8,5$ ) a  $\kappa$  je von Karmánova konstanta.

Pyle a Novak (1981) zjistili, že různé umístění  $y_0$  má za následek jiný sklon přímky (*Obr. 2.19* a *Obr. 2.20*) a ne její zakřivení, jak uvádí Clauser. Náhradní dna uvažovali v jejich případě tehdy, kdy všechny přímky pro různé drsnosti měly stejný sklon (a tedy i hodnotu  $\kappa$ , která sklon přímky ovlivňuje).

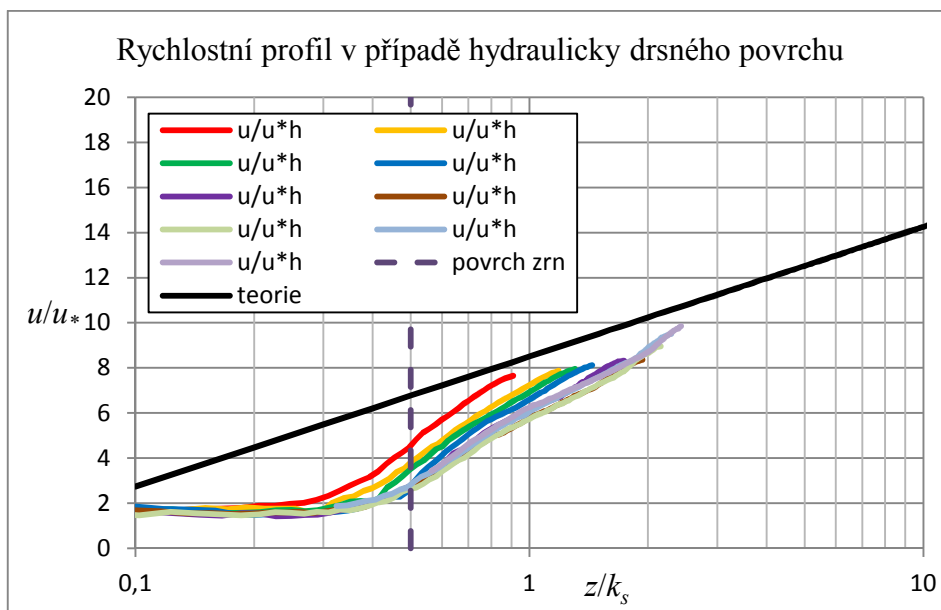
Další možnosti získání úrovně náhradního dna uvádí např. Knight, Alhamid a Yuen (1992).



*Obr. 2.18* Pozice náhradního dna dle různých autorů



Obr. 2.19 Náhradní dno ve střední úrovni povrchu obtékaných zrn (frakce 20–25 mm)



Obr. 2.20 Náhradní dno ve střední úrovni těžišť zrn (frakce 20–25 mm)

### 3 PROCES TŘÍDĚNÍ ZRN V KRYCÍ VRSTVĚ

Mezi hlavní úlohy v hydraulice říčních toků patří prognóza vývoje dna toku, jakožto funkce pohybu splavenin a charakteristik toku. Jednou z těchto úloh je i určení transportní kapacity toku. Transportní kapacita může být definována pro daný příčný profil, průtok, podélný sklon toku nebo pro určitou velikost zrn, které tvoří materiál smáčeného povrchu koryta. Stanovení transportní kapacity umožňuje určit splaveninový režim určitého úseku toku a také prognózu jeho vývoje.

Dno se vyvíjí přirozenou cestou, antropogenními zásahy nebo kombinací. Podle zrnitostního složení ho lze dělit na krycí vrstvu a spodní vrstvu. Vlivem proudu dochází k postupnému vytřídování zrn krycí vrstvy dna, tzv. armování, které má za následek hrubozrnější složení krycí vrstvy. Armovací proces je nejvíce patrný na šterkonosných a šterkopískových tocích.

#### 3.1 Transportní funkce bez ohledu na třídění zrn v krycí vrstvě

Transportní funkce udávají poměr mezi průtokem vody a transportem pevných částic. Jsou odvozené pro daný příčný řez, podélný sklon a velikost zrn, které tvoří dnový materiál. Primárně byly odvozeny pro homogenní zrna. Meyer-Peter a Müller (1948) však předpokládali, že tyto funkce lze použít i pro nehomogenní zrna zavedením střední hodnoty zrna  $d_{mo}$  pro spodní vrstvu dna. Hodnota  $d_{mo}$  se vypočítá dle vztahu

$$d_{mo} = \sum_{i=1}^n d_x \cdot f_i, \quad (3.1)$$

kde  $d_x$  je charakteristické zrno z křivky zrnitosti a  $f_i$  je hmotnostní zastoupení zrn dané frakce ve vzorku. Zavedením střední hodnoty velikosti zrna  $d_{mo}$  se předpokládá rovnoměrný pohyb všech zrn při překročení hodnoty kritického tečného napětí stanoveného pro střední hodnotu zrna  $d_{mo}$ .

Různé výzkumy však potvrdily, že tento přístup (charakterizování nehomogenního materiálu pomocí střední hodnoty zrna  $d_{mo}$  a předpoklad, že dochází k rovnoměrnému pohybu všech zrn) je příliš zjednodušený a dochází k velkému nadhodnocení průtoku splavenin.

Guenter (1971) stanovil kritérium stability krycí a spodní vrstvy dna toku, a tedy i prahovou hodnotu, kdy dochází k erozi. Jedná se o období Shieldsova vztahu pro počátek pohybu splavenin.

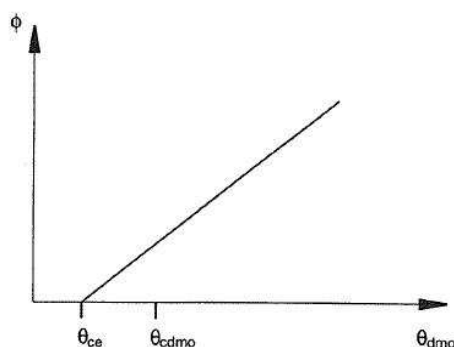
$$\theta_{cdmo} = \theta_{ce} \cdot \left( \frac{d_{ms}}{d_{mo}} \right)^{0,67}, \quad (3.2)$$



$$\theta_{dmo} = \frac{\tau_0}{\rho \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) \cdot d_{mo}}, \quad (3.3)$$

kde  $\theta_{cdmo}$  je bezrozměrné kritické tečné napětí pro spodní vrstvu materiálu dna, při kterém dochází k pohybu zrn,  $\theta_{dmo}$  je aktuální bezrozměrné tečné napětí pro spodní vrstvu materiálu dna,  $\theta_{ce}$  je bezrozměrné kritické tečné napětí (Shieldsovo kritérium) pro homogenní materiál, které se obvykle pohybuje kolem hodnoty 0,05 pro hydraulicky drsný povrch,  $d_{mo}$  je střední hodnota zrna pro spodní vrstvu,  $d_{ms}$  je střední hodnota zrna pro krycí vrstvu, stanovená stejně jako  $d_{mo}$  (vztah 3.1),  $\tau_c$  je kritické tečné napětí,  $\rho$  je hustota vody,  $g$  je tíhové zrychlení a  $\rho_s$  je hustota zrn.

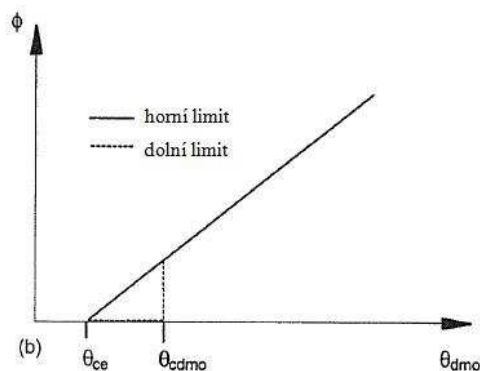
Eroze nastává v případě, že  $\theta_{dmo} > \theta_{cdmo}$ .



Obr. 3.1 Sedimentační funkce dle Meyer-Petera a Muellera (Hunziker a Jaeggi, 2002)

Na Obr. 3.1 je na vodorovné ose bezrozměrné tečné napětí pro spodní vrstvu materiálu dna  $\theta_{dmo}$  a na svislé ose je bezrozměrný průtok splavenin  $\phi$ .

Použitím Guenterova kritéria se změnil rozsah platnosti transportní funkce dle Meyer-Petera a Müllera, a to tak, že sedimentační funkce může být definována pouze nad prahovou hodnotou eroze  $\theta_{cdmo}$ . V rozsahu  $\theta_{ce} < \theta_{dmo} < \theta_{cdmo}$  eroze neprobíhá (pokud nejsou do systému uměle dodávány splaveniny).



Obr. 3.2 Sedimentační funkce pro 2 frakce (Hunziker a Jaeggi, 2002)

Hunziker a Jaeggi (1988) publikovali transportní funkci pro dnový materiál složený ze dvou frakcí (Obr. 3.2). Funkce zahrnuje střední hodnotu zrna pro spodní vrstvu  $d_{mo}$ , u které se předpokládá, že tvoří reprezentativní složku transportovaného materiálu a střední hodnotu zrna pro krycí vrstvu  $d_{ms}$ . Obě tyto hodnoty tvoří složky pro výpočet  $\theta_{cdmo}$ .

Tato funkce však nezohledňuje celou řadu jevů, které probíhají při třídění krycí vrstvy.

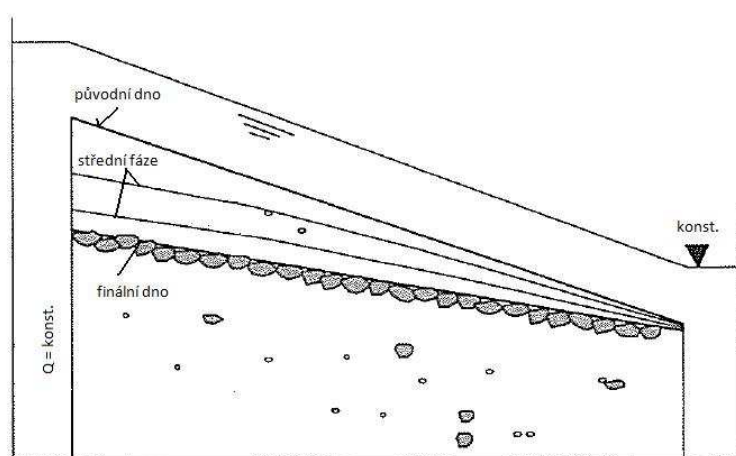
### 3.2 Třídění zrn v krycí vrstvě

Pohyb zrn je závislý na tečném napětí na povrchu zrn a na jejich velikosti. Pro homogenní materiál platí, že menší zrna se dostávají do pohybu dříve než zrna větší. To však neplatí pro materiál dna, který je složen z více frakcí – nehomogenní materiál. Problematikou třídění zrn se v minulosti zabývalo několik autorů a některé jejich závěry se značně liší.

Parker a Klingeman (1982) zmiňují tzv. „microscopic hiding effect“. V tomto případě dochází k tomu, že menší zrna jsou chráněna zrny většími. Oproti tomu větší zrna jsou více vystavena účinkům proudění, než kdyby byla obklopena zrny stejné velikosti. Následkem tohoto jevu dochází k určitému vyrovnání rozdílu v zrnitosti a pohyb všech zrn je skoro rovnoměrný. Pokud by bylo vyrovnání rozdílu v zrnitosti tímto efektem úplné, nedocházelo by k žádnému třídění zrn.

Naopak Harrison (1950), Gessler (1965, 1970) nebo Guenter (1971) poukazují na různý pohyb pro různě velká zrna. Zaznamenali podstatně větší pohyb menších zrn, které jsou pouze částečně kompenzovány „microscopic hiding“ efektem. Tato fáze je brána jako počáteční fáze třídění zrn v krycí vrstvě, která se tak postupně stává hrubozrnější.

Významný milník pro studium třídění zrn představuje Guenterův pokus z roku 1971 (Obr. 3.3).



Obr. 3.3 Vývoj dna dle Guentera (Hunziker a Jaeggi, 2002)

Nastavil podmínky tak, že průtok vody byl konstantní a i hladina dolní vody byla udržována na konstantní úrovni. Do systému nebyla uměle dodávána žádná zrna, což mělo, spolu s velkým podélným sklonem dna, za následek počátek třídění zrn dna. Vzhledem k faktu, že hladina dolní vody byla konstantní, nedocházelo k erozi ve spodní části žlabu a eroze se zvětšovala protiproudním směrem. Následkem tohoto postupně docházelo ke snižování podélného sklonu dna a snižování tečného napětí na povrchu zrn. Jakmile se hodnota tečného napětí dostala pod prahovou hodnotu  $\theta_{cdmo}$ , eroze ustala a materiál krycí vrstvy dna byl vytříděn. Tento okamžik považoval Guenter za konečnou fázi třídění zrn.

Na základě výše uvedeného pokusu rozdělil Guenter proces třídění zrn do tří fází (Obr. 3.4).

1. Počáteční fáze,

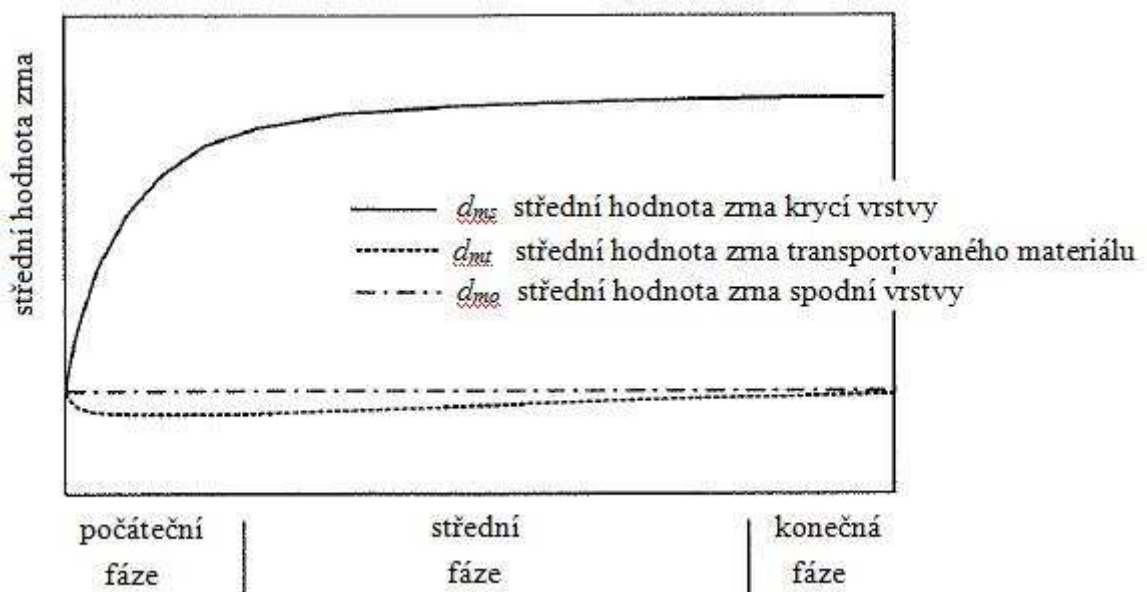
kdy jsou vytříděována menší zrna z krycí vrstvy, která jsou podobná zrnům ze spodní vrstvy. V krátkém úseku počáteční fáze dochází vlivem vyplavování nejmenších zrn ke krátkodobému zjemnění transportované směsi. V této fázi dochází k nejvýraznějšímu zdrsnění povrchu dna.

2. Střední fáze,

kdy transportovaný materiál je z větší části tvořen zrnky ze spodní vrstvy dna. Stále dochází k zdrsnění dna, ne však tak výraznému.

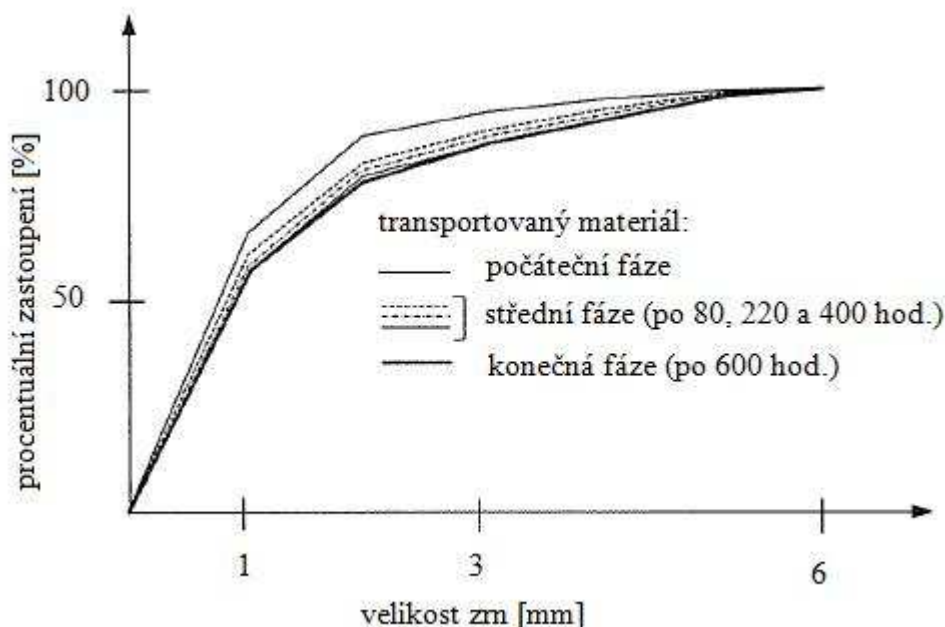
3. Konečná fáze,

ve které hodnota tečného napětí klesne pod prahovou hodnotu  $\theta_{cdmo}$  a eroze končí.



Obr. 3.4 Fáze třídění zrn krycí a spodní vrstvy dna (Hunziker a Jaeggi, 2002)

Gunter zjistil, že na počátku třídění zrn v krycí vrstvě jsou transportována zrna nejmenší z původního zrnitostního složení materiálu dna, a že v průběhu procesu třídění se zrnitost transportovaného materiálu více a více přibližuje zrnitosti spodní vrstvy. Na *Obr. 3.5* je vyjádřen průběh Guenterova pokusu z hlediska času a velikosti zrn transportovaného materiálu.



*Obr. 3.5 Velikost zrn transportovaného materiálu v jednotlivých fázích třídění (Hunziker a Jaeggi, 2002)*

Parker (1990) rozdělil proces třídění krycí vrstvy dna do tří fází (*Obr. 3.6*).

1. Statické třídění krycí vrstvy dna,

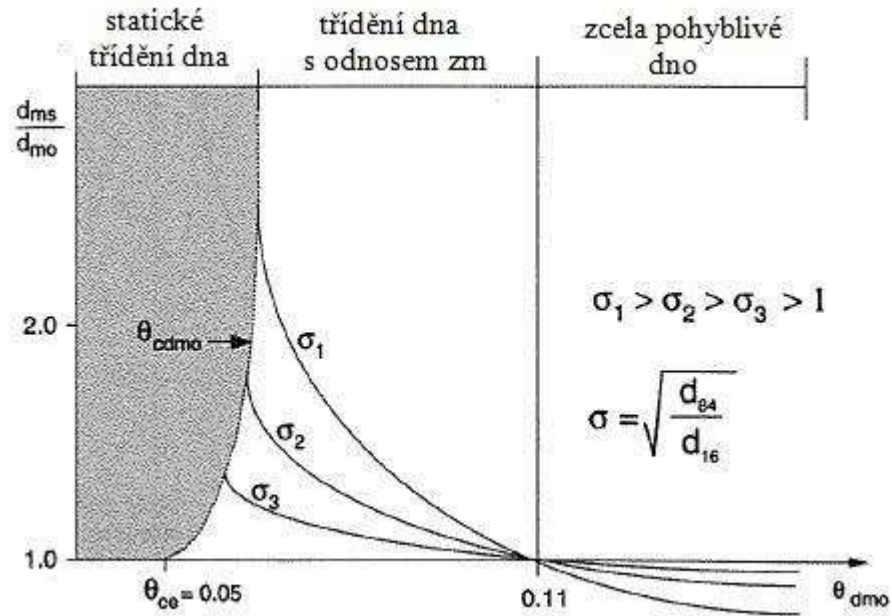
kteří nastává v případě, že zrnitostní složení krycí vrstvy dna je podobné jako zrnitostní složení spodní vrstvy dna, a pokud je tečné napětí mírně větší než kritické tečné napětí pro pohyb zrn ( $\theta_{ce} < \theta_{dmo} < \theta_{cdmo}$ ). Dochází k pohybu nejmenších zrn a tím k mírnému zdrsnění dna. V případě, že nejsou do systému dodávána žádná další zrna, vzniká stabilní armovaná krycí vrstva a nedochází k erozi. V případě dodávání malých zrn do systému dochází k jejich pohybu bez výraznějších změn v drsnosti dna.

2. Třídění krycí vrstvy dna s odnosem zrn,

kteří nastává, pokud je bezrozměrné tečné napětí větší než bezrozměrné kritické tečné napětí pro pohyb zrn v krycí vrstvě a zároveň je menší než hodnota 0,11 ( $\theta_{cdmo} < \theta_{dmo} < 0,11$ ). Stabilita dna může být zajištěna jen tehdy, pokud jsou do systému dodávána zrna.

3. Zcela pohyblivé dno,

kdy hodnota bezrozměrného tečného napětí přesahuje hodnotu 0,11 ( $0,11 < \theta_{dmo}$ ). Při takto velkém tečném napětí dochází prakticky k rovnoměrnému pohybu všech zrn povrchové vrstvy.



Obr. 3.6 Proces třídění zrn krycí vrstvy dle Parkera (Hunziker a Jaeggi, 2002)

## 4 Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna

### 4.1 Hydraulická drsnost dna vyjádřená pomocí Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky

V otevřených korytech vyjadřuje Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška  $k_s$  vliv drsnosti na proudění v korytě. Pro zrnitý materiál lze Nikuradseho ekvivalentní pískovou drsnostní výšku  $k_s$  vyjádřit v závislosti na velikosti charakteristického zrna z křivky zrnitosti např. ve tvaru

$$k_s = \alpha_s \cdot d_x, \quad (1.1)$$

kde  $\alpha_s$  je koeficient a  $d_x$  je charakteristické zrno z křivky zrnitosti. Jak již bylo zmíněno v úvodu, je otázkou, které charakteristické zrno je vhodné použít. Obvykle se ke stanovení  $k_s$  používají zrna velikosti  $d_{50}$  až  $d_{90}$ .

Stanovením koeficientu  $\alpha_s$  se v minulosti zabývalo mnoho autorů, jejich hodnoty jsou uvedeny v *Tab. 4.1*. Koeficient  $\alpha_s$  je různý pro různá charakteristická zrna z křivky zrnitosti.

Laboratorní postup při určování  $k_s$  vychází z měření rychlostního pole, jelikož teoretický základ pro hydraulické odpory v otevřených korytech, a tedy i pro  $k_s$ , je založen na teoretických principech vytvořených pro proudění v mezní vrstvě. Při proudění v korytě vytváří tření na povrchu omočeného obvodu smykovou vrstvu, která je podobná mezní vrstvě. Proto jsou i rovnice pro otevřená koryta založeny na teorii mezní vrstvy, která však nemůže být do skutečných přírodních koryt aplikována bez některých modifikací (Marešová, 1992).

Tab. 4.1 Hodnoty koeficientu  $\alpha_s$  dle různých autorů (Yen, 2002)

autor	charakteristické zrna z křivky zrnitosti $d_x$	$\alpha_s$
Ackers and White (1973)	$d_{35}$	1,2
Strickler (1923)	$d_{50}$	3,3
Keulegan (1938)	$d_{50}$	1,0
Meyer-Peter and Muller (1948)	$d_{50}$	1,0
Thompson and Campbell (1979)	$d_{50}$	2,0
Hammond et al. (1984)	$d_{50}$	6,6
Irmay (1949)	$d_{65}$	1,5
Einstein and Barbarossa (1952)	$d_{65}$	1,0
Engelund and Hansen (1967)	$d_{65}$	2,0
Lane and Carlson (1953)	$d_{75}$	3,2
Gladki (1979)	$d_{80}$	2,5
Leopold et al. (1964)	$d_{84}$	3,9
Limerinos (1970)	$d_{84}$	2,8
Mahmood (1971)	$d_{84}$	5,1
Hey (1979), Bray (1979)	$d_{84}$	3,5
Ikeda (1983)	$d_{84}$	1,5
Colosimo et al. (1986)	$d_{84}$	3,0 - 6,0
Whiting and Dietrich (1990)	$d_{84}$	3,0
Simons and Richardson (1966)	$d_{85}$	1,0
Kamphuis (1974)	$d_{90}$	2,0
van Rijn (1982)	$d_{90}$	3,0

## 4.2 Metody stanovení hydraulické drsnosti $k_s$

Existuje více způsobů, jak zjistit hydraulickou drsnost dna, v tomto případě vyjádřenou jako Nikuradseho ekvivalentní pískovou drsnostní výšku  $k_s$ . Senior (1997) uvádí 4 způsoby stanovení  $k_s$ .

1. Metoda, kterou ve svých pokusech použil Schlichting (1936). Ten získal  $k_s$  porovnáním rychlostního profilu při proudění vody přes pravidelné elementy o známé výšce  $k_h$ , pro který platí

$$\frac{u}{u_*} = A' + B' \cdot \log \frac{y - y_0}{k_h}, \quad (4.1)$$

s rychlostním profilem při proudění vody přes zrna písku o drsnosti  $k_s$ , pro který platí

$$\frac{u}{u_*} = A + B \cdot \log \frac{y - y_0}{k_s} . \quad (4.2)$$

V uvedených vztazích je  $u$  bodová rychlost,  $u_*$  je třecí rychlost,  $y$  vzdálenost ode dna, ve které se uvažuje bodová rychlost,  $y_0$  je vzdálenost od původního dna, kde je uvažováno náhradní dno (viz. kap. 2.3.2.) a  $A$ ,  $B$ ,  $A'$  a  $B'$  jsou koeficienty.

$A$  a  $B$  použil dle Nikuradseho, kdy  $A = 8,48$  a  $B = 5,75$ . Úpravou rovnice (4.1) na tvar

$$A' = \frac{u}{u_*} - B' \cdot \log \frac{y - y_0}{k_h} \quad (4.3)$$

a za předpokladu, že  $B' = B$ , lze pro každý bod rychlostního profilu získat hodnotu  $A'$  a poté vypočítat střední hodnotu  $\bar{A}'$ . Porovnáním rovnic (4.2) a (4.3) vznikne vztah

$$B \cdot \log \frac{k_s}{k_h} = A - \bar{A}' , \quad (4.4)$$

ze kterého lze získat hodnotu  $k_s$ .

2. Grafická metoda, která je obdobou Schlichtingovy metody. Úpravou rovnice (4.2) na tvar

$$\frac{u}{u_*} = A - B \cdot \log k_s + B \cdot \log(y - y_0) \quad (4.5)$$

a vynesemím  $\frac{u}{u_*}$  v závislosti na  $\log(y - y_0)$  vznikne přímka, která má průsečík

s osou vyjadřující  $\frac{u}{u_*}$  v bodě  $C$ , pro který platí

$$C = A - B \cdot \log k_s . \quad (4.6)$$

Nikuradseho ekvivalentní pískovou drsnostní výškou je potom

$$k_s = 10^{\frac{(A-C)}{B}} . \quad (4.7)$$

3. Metoda nejmenších čtverců, kterou podrobněji popisuje např. Senior (1997).
4. Předchozí tři metody předpokládají známou hodnotu  $y_0$  pro umístění náhradního dna. Pokud hodnota není známa, mohou se použít alternativní metody, např. metoda dle Clausera (1956). Ta spočívá v tom, že se hledá takové umístění náhradního dna, až se křivka, která v logaritmickém měřítku znázorňuje rychlostní pole, co nejvíce blíží



přímce. Další metody jsou uvedeny v *kap. 2.3.2. Umístění náhradního dna při měření rychlostního profilu.*

### 4.3 Vliv hloubky vody na hydraulickou drsnost $k_s$

Vlivem hloubky vody na hydraulickou drsnost dna, vyjádřenou Nikuradseho ekvivalentní pískovou drsností  $k_s$ , se blíže zabýval např. Senior (1997). Zkoumal Schlichtingův předpoklad, že pokud je  $k_s$  ve srovnání s hloubkou vody malá, nemá na něj hloubka vody vliv. Naopak, pokud je  $k_s$  ve srovnání s hloubkou vody velká, má hloubka vody na  $k_s$  vliv.

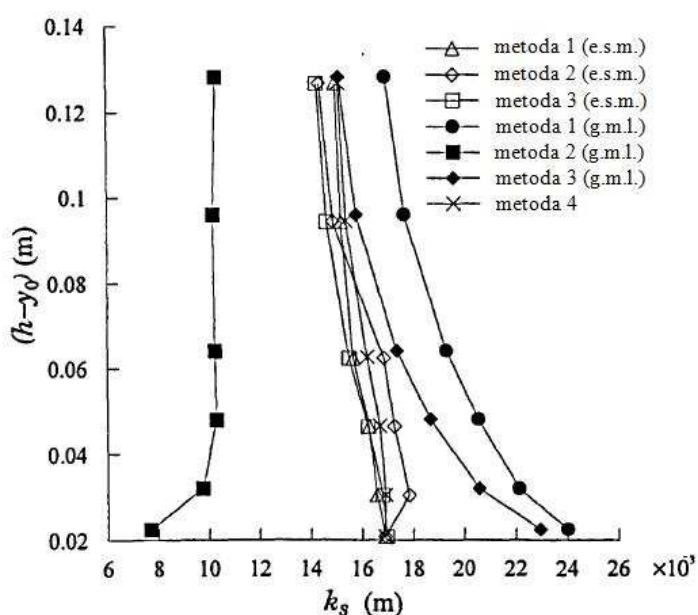
Vliv hloubky vody na hydraulickou drsnost dna vyjádřil Senior (1997) vztahem

$$\frac{k_s}{k_{s\infty}} = F\left\{\frac{k_s}{h - y_0}\right\}, \quad (4.8)$$

kde  $k_{s\infty}$  je hodnota hydraulické drsnosti při velmi velké hloubce vody.

Senior provedl několik pokusů pro ověření vztahu (4.8) a pro získání hranice, kdy  $k_s$  je a kdy není závislé na hloubce vody. Z jeho výsledků vyplynulo, že  $k_s$  je konstantní v závislosti na hloubce vody při  $\frac{h}{k_s} \geq 20$  (s chybou do 4,5 %). Závislost  $k_s$  na hloubce vody znázorňují

*Obr. 4.1 a Obr. 4.2.*



*Obr. 4.1 Vliv hloubky vody na hydraulickou drsnost dna  $k_s$  (Senior, 1997)*

V *Obr. 4.1* je vyjádřen vliv hloubky vody na hydraulickou drsnost  $k_s$ , která je získána různými metodami. Metody 1 až 4 jsou podrobněji uvedeny v kapitole 4.2. Pro metody 1 až 3 byly použity dvě umístění náhradního dna. E.s.m. vyjadřuje pozici náhradního dna stanovenou ze silového působení proudu na dno a g.m.l. (geometric mean level of the roughness elements) vyjadřuje pozici náhradního dna ve střední úrovni povrchu zrn. Obecně jsou metody 1 až 4 založené na změřeném rychlostním profilu.

Hydraulickou drsnost  $k_s$  je však možné získat i použitím Nikuradseho vztahu pro hydraulicky drsné potrubí

$$\lambda = \frac{1}{\left( A + B \cdot \log \frac{R}{k_s} \right)^2}. \quad (4.9)$$

Nikuradse odvodil pro konstanty  $A$  a  $B$  hodnoty  $A = 1,74$  a  $B = 2,0$ . Senior na základě svých pokusů získal hodnoty  $A = 1,49$  a  $B = 1,97$ . Po úpravě vznikne vztah pro  $k_s$

$$k_s = 2 \cdot R \cdot 10^{\frac{1}{B} \left( A - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \right)}. \quad (4.10)$$

Hodnotu Darcy – Weisbachova součinitele tření získal ze vztahu

$$\lambda = \frac{8 \cdot \tau_{y_0}}{\rho \cdot \bar{u}_{y_0}^2}, \quad (4.11)$$

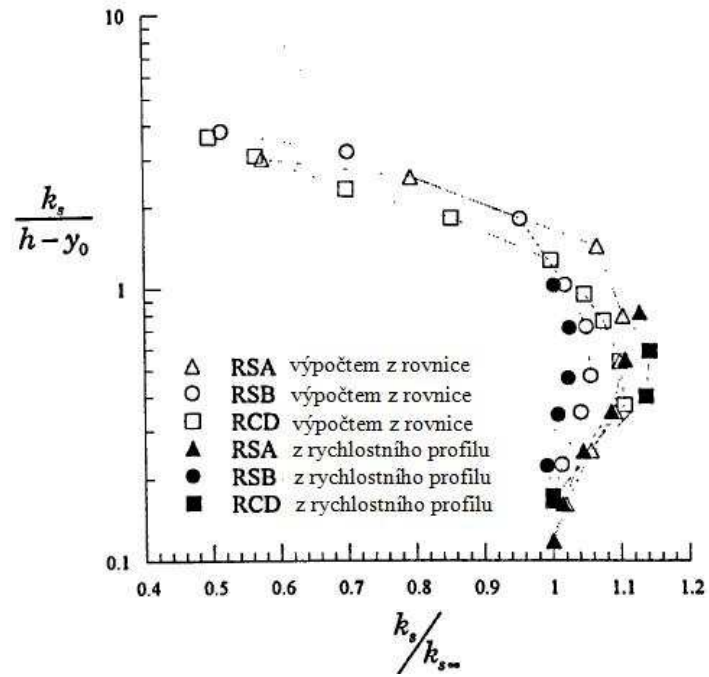
kde  $\tau_0$  je tečné napětí v místě náhradního dna a  $\bar{u}_{y_0}$  je střední bodová rychlost v hloubce  $h - y_0$ .

Vykreslením hodnot  $\frac{k_s}{h - y_0}$  v závislosti na poměru  $\frac{k_s}{k_{s\infty}}$  vznikne graf, který vyjadřuje rovnici (4.8) (*Obr. 4.2*). V *Obr. 4.2* jsou hodnoty  $k_s$  získány buď z rychlostního profilu, nebo výpočtem z rovnice 4.11. Hodnota  $k_{s\infty}$  je hydraulická drsnost při největší hloubce.

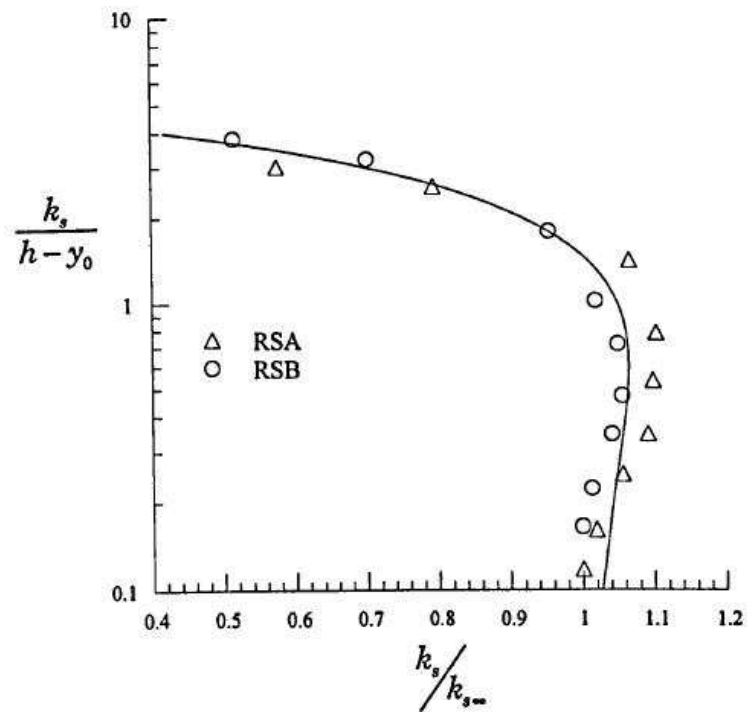
Použitím nelineární metody nejmenších čtverců vznikne křivka (*Obr. 4.2*), která vyjadřuje závislost hydraulické drsnosti na hloubce vody, a pro kterou platí vztah

$$\frac{k_s}{k_{s\infty}} = A \cdot \left( \frac{k_s}{h - y_0} \right)^n + B \cdot \left( \frac{k_s}{h - y_0} \right)^m + 1, \quad (4.12)$$

kde  $A = -4,036$ ,  $B = 4,087$ ,  $n = 1,125$  a  $m = 1,094$  (Senior, 1997).



Obr. 4.2 Vliv hydraulické drsnosti dna na relativní hloubku vody (Senior, 1997)



Obr. 4.3 Křivka vyjadřující závislost relativní hloubky vody na hydraulické drsnosti (Senior, 1997)

## 5 EXPERIMENT

Cílem experimentu bylo stanovit hodnotu koeficientu  $\alpha_s$  pro homogenní a nehomogenní drsnost dna. Dále bylo úkolem zhodnotit vliv armování krycí vrstvy dna na změnu koeficientu  $\alpha_s$ .

Měření a posouzení bylo provedeno pro případ s homogenní drsností dna (6 frakcí) a pro případ s nehomogenní drsností dna, obsahující 5 frakcí kameniva.

### 5.1 Žlab

Měření bylo provedeno v Laboratoři vodohospodářského výzkumu (LVV) Ústavu vodních staveb Fakulty stavební Vysokého učení technického v Brně. Byl použit sklopný žlab s plexisklovými průhlednými stěnami, s délkou 6 m, šířkou 0,5 m a výškou 0,5 m (Obr. 5.1). Na dno žlabu byla umístěna zrna dané frakce. Aby nedocházelo ke smyku zrn po povrchu dna žlabu vyrobeného z plexisklové desky vlivem tření proudu o dnovou vrstvu, byla do dna umístěna deska z vodovzdorné překližky, která byla na její horní části zdrsněna flexi tmelem s drážkováním kolmým na směr proudu. Velikost drážek na výšku i šířku byla cca 8 mm. Na plexisklové boční stěny byla nalepena průhledná ochranná plastová fólie, aby nedocházelo k poškrábání povrchu plexisklové stěny žlabu. Na povrch vodovzdorné překližky se zdrsněním byla uložena zrna, urovnána pojezdem a ztuhněna dusáním deskou.



Obr. 5.1 Pohled na sklopný žlab v LVV

Nátok a odtok ze žlabu a rozsah průtokových stavů byl uzpůsoben tak, aby v místě, kde se předpokládalo měření, bylo zaručeno rovnoměrné proudění. Na odtoku byla vzdouvána hladina tak, aby se maximálně blížila úrovni hladiny při rovnoměrném proudění. To zaručovalo, že nevznikne umělé vzduť, což by v případech „malých“ sklonů bylo prakticky velmi těžko zjištělné.

Zdroj vody se nacházel v zásobní nádrži umístěné v suterénu laboratoře. Voda byla po laboratoři rozváděna litinovým potrubím (Obr. 5.2) a přímo do žlabu bylo zaústěno PVC potrubí DN 100 (Obr. 5.3). Průtok byl řízen pomocí skříňového rozvaděče s měniči frekvence motoru čerpadel. Ovládání čerpací stanice bylo 10“ dotykovým panelem.



Obr. 5.2 Rozváděcí litinové potrubí



Obr. 5.3 Vyústění potrubí do žlabu

## 5.2 Materiál dna

### 5.2.1 Homogenní drsnost

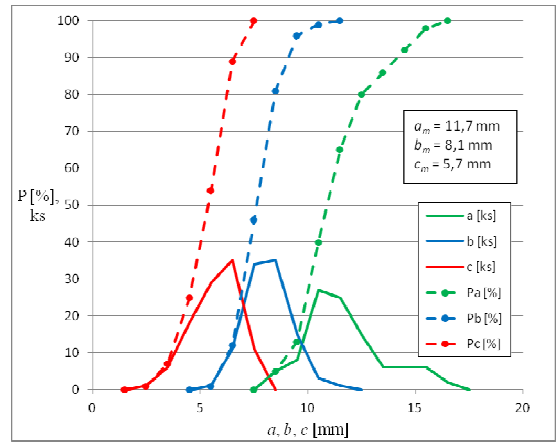
Pro experiment s homogenní drsností bylo použito celkem 6 frakcí kameniva, které byly připraveny pomocí normové sady sít se čtvercovými oky. Jednalo se o frakce 6,3–8 mm, 8–10 mm, 10–16 mm, 16–20 mm, 20–25 mm a 25–32 mm. Všechny materiály byly podrobeny bližšímu rozboru, kde se stanovovaly tvarové indexy zrn z přímého měření rozměrů zrn  $a$  – délka,  $b$  – šířka a  $c$  – tloušťka digitálním posuvným měřidlem Mitutoyo. Počet zrn podrobených měření byl u každého materiálu 100. Charakteristiky zrn popisují Obr. 5.4 až Obr. 5.9.

Pro případ s homogenní drsností bylo měření provedeno postupně pro každou frakci zvlášť.

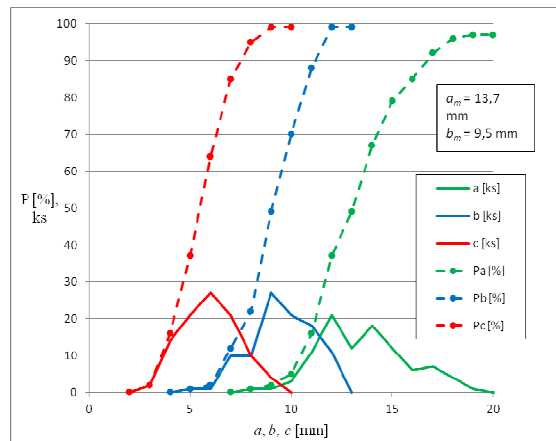
### 5.2.2 Nehomogenní drsnost

Pro případ s nehomogenní drsností byla připravena směs zrn, která obsahovala všechny výše uvedené frakce, kromě 6,3–8 mm. Zastoupení jednotlivých frakcí vyjadřuje Tab. 5.1 a křivka zrnitosti (Obr. 5.11). Z důvodu bližšího zkoumání třídění zrn v krycí vrstvě byla jednotlivá

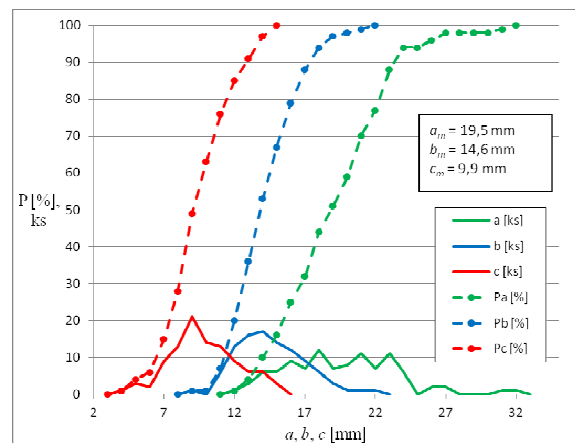
zrna příslušné frakce obarvena (frakce 25–32 mm červeně, frakce 20–25 mm žlutě a frakce 16–20 mm modře).



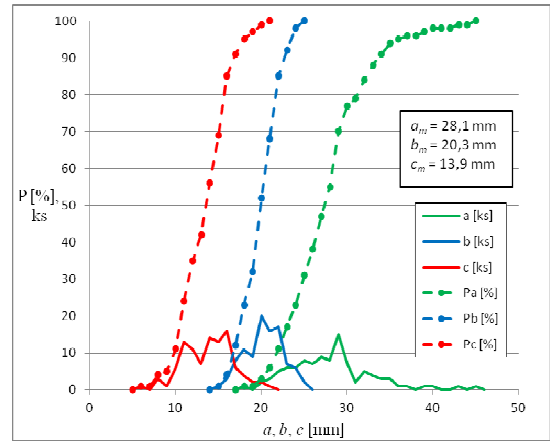
Obr. 5.4 Charakteristiky zrn frakce 6,3–8 mm



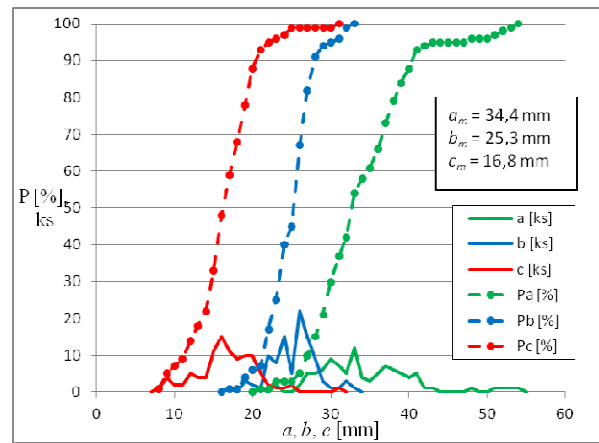
Obr. 5.5 Charakteristiky zrn frakce 8–10 mm



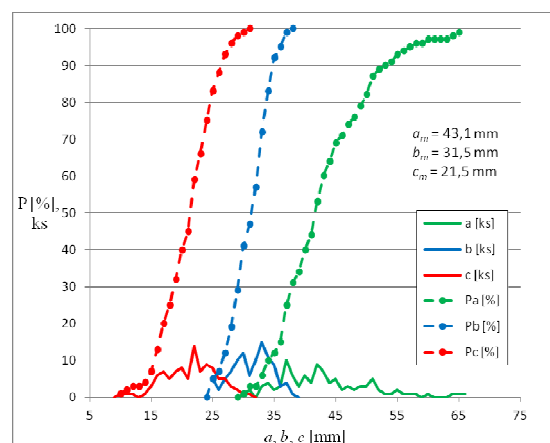
Obr. 5.6 Charakteristiky zrn frakce 10–16 mm



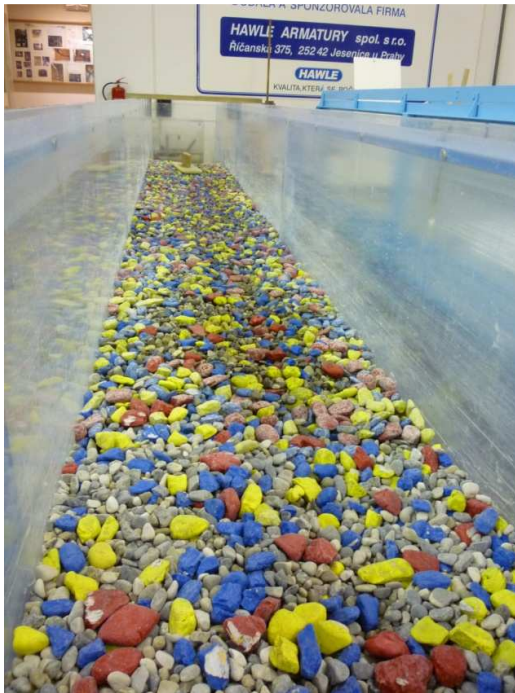
Obr. 5.7 Charakteristiky zrn frakce 16–20 mm



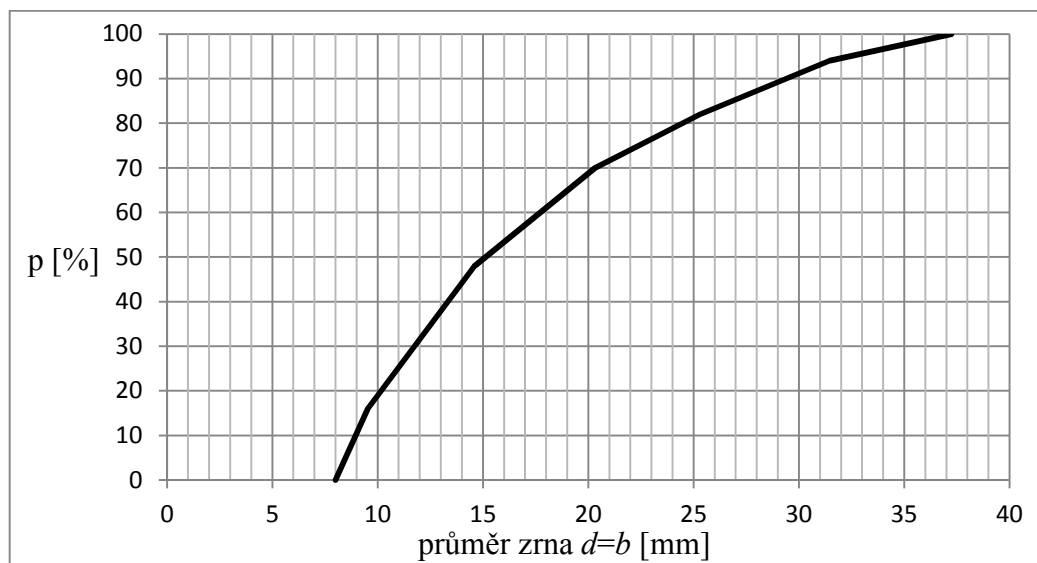
Obr. 5.8 Charakteristiky zrn frakce 20–25 mm



Obr. 5.9 Charakteristiky zrn frakce 25–32 mm



Obr. 5.10 Nehomogenní směs zrn



Obr. 5.11 Křivka zrnitosti pro nehomogenní směs zrn

Tab. 5.1 Procentuální zastoupení jednotlivých frakcí ve směsi

průměr zrna [mm]	zastoupení [%]
8–10	32
10–16	32
16–20	12
20–25	12
25–32	12



## 5.3 Měřené stavy

### 5.3.1 Homogenní drsnost

Pro každou frakci bylo provedeno několik měření. Měřené stavy byly definovány průtokem  $Q$ , který byl dán hodnotou měniče frekvence čerpadla. Nastaven byl stav, který odpovídal absolutnímu počátku pohybu splavenin (materiálu dna).

Tab. 5.2 Měřené stavy pro homogenní drsnost

velikost zrn $d$	průtok $Q$	sklon $i$	hloubka vody $h$	velikost zrn $d$	průtok $Q$	sklon $i$	hloubka vody $h$
[mm]	[m <sup>3</sup> /s]	[-]	[m]	[mm]	[m <sup>3</sup> /s]	[-]	[m]
6,3–8	0,0080	0,020	0,0295	16–20	0,0075	0,045	0,0285
	0,0100	0,015	0,0360		0,0101	0,040	0,0365
	0,0122	0,015	0,0410		0,0123	0,035	0,0425
	0,0142	0,015	0,0445		0,0144	0,030	0,0475
	0,0161	0,010	0,0515		0,0162	0,030	0,0510
	0,0198	0,010	0,0580		0,0191	0,030	0,0525
8–10	0,0100	0,020	0,0330		0,0228	0,020	0,0660
	0,0122	0,015	0,0385		0,0266	0,025	0,0670
	0,0143	0,015	0,0430		0,0289	0,020	0,0740
	0,0162	0,015	0,0455		0,0329	0,015	0,0850
	0,0198	0,015	0,0505		0,0120	0,045	0,0370
	0,0235	0,010	0,0625		0,0142	0,035	0,0440
10–16	0,0073	0,040	0,0235	20–25	0,0163	0,035	0,0470
	0,0097	0,030	0,0310		0,0189	0,035	0,0505
	0,0120	0,030	0,0350		0,0230	0,030	0,0580
	0,0142	0,025	0,0400		0,0264	0,030	0,0630
	0,0163	0,025	0,0435		0,0297	0,025	0,0695
	0,0193	0,025	0,0480		0,0329	0,025	0,0730
	0,0231	0,020	0,0560	0,0360	0,025	0,0770	
	0,0266	0,015	0,0650	25–32	0,0122	0,070	0,0325
	0,0299	0,015	0,0700		0,0142	0,055	0,0390
	0,0329	0,015	0,0725		0,0161	0,045	0,0440
			0,0190		0,040	0,0485	
			0,0264		0,040	0,0580	

Jak je vidět z Tab. 5.2, měření bylo provedeno pro frakce 6,3–8 mm, 8–10 mm, 10–16 mm, 16–20 mm, 20–25 mm a 25–32 mm. Rozsah průtoků byl v rozmezí  $Q = 0,0073 \text{ m}^3/\text{s}$  až  $Q = 0,036 \text{ m}^3/\text{s}$ , což odpovídá hloubkám vody  $h = 0,0235 \text{ m}$  až  $h = 0,058 \text{ m}$ . Celkový počet měření byl 46.

### 5.3.2 Nehomogenní drsnost

Pro nehomogenní drsnost bylo provedeno několik měření, přičemž měřené stavy byly definovány průtokem  $Q$ , který byl dán hodnotou měniče frekvence čerpadla.  $m_1$  a  $m_3$  je označení dvou použitých čerpadel a hodnoty za tímto označením vyjadřují frekvenci čerpadla v Hz.

Tab. 5.3 Měřené stavy pro nehomogenní drsnost

čerpadlo	průtok $Q$	sklon $i$	hloubka vody $h$	čerpadlo	průtok $Q$	sklon $i$	hloubka vody $h$
[-]	[m <sup>3</sup> /s]	[-]	[m]	[-]	[m <sup>3</sup> /s]	[-]	[m]
$m_1 - 30$	0,0082	0,03	0,0245	$m_1 - 50$	0,0162	0,02	0,0490
	0,0084	0,04	0,0230		0,0162	0,03	0,0450
	0,0083	0,05	0,0190		0,0162	0,04	0,0400
	0,0083	0,06	0,0180		0,0162	0,05	0,0395
$m_1 - 35$	0,0097	0,02	0,0345	$m_3 - 26$	0,0162	0,06	0,0360
	0,0100	0,03	0,0310		0,0197	0,01	0,0680
	0,0100	0,04	0,0275		0,0196	0,02	0,0480
	0,0100	0,05	0,0260		0,0195	0,03	0,0450
	0,0098	0,06	0,0350		0,0195	0,04	0,0410
$m_1 - 40$	0,0103	0,07	0,0210	$m_3 - 28$	0,0235	0,01	0,0680
	0,0122	0,02	0,0410		0,0229	0,02	0,0610
		0,03	0,0385		0,0232	0,03	0,0560
	0,0121	0,04	0,0310	$m_3 - 30$	0,0232	0,04	0,0530
	0,0122	0,05	0,0265		0,0264	0,01	0,0630
	0,0120	0,06	0,0250		0,0267	0,02	0,0580
0,0123	0,07	0,0230	0,0267		0,03	0,0530	
$m_1 - 45$	0,0143	0,02	0,0470	0,0268	0,04	0,0450	
	0,0143	0,03	0,0390				
	0,0143	0,04	0,0375				
	0,0143	0,05	0,0370				
	0,0143	0,06	0,0360				

V Tab. 5.3 jsou červeně vyznačeny hodnoty průtoků, po nichž byl proveden rozbor zrnitosti, použitý pro následné vyhodnocení vlivu armování krycí vrstvy na změnu koeficientu  $\alpha_s$ . Měření bylo provedeno pro průtoky v rozmezí  $Q = 0,0082 \text{ m}^3/\text{s}$  až  $Q = 0,0268 \text{ m}^3/\text{s}$ , což odpovídalo hloubkám vody  $h = 0,0245 \text{ m}$  až  $h = 0,045 \text{ m}$ . Celkový počet měření byl 38.

## 5.4 Měření

Souřadný systém byl zvolen tak, aby rovina  $xy$  reprezentovala dno, které bylo zvoleno do střední úrovně těžišť povrchové vrstvy zrn. Osa  $z$  byla kolmá na dno.

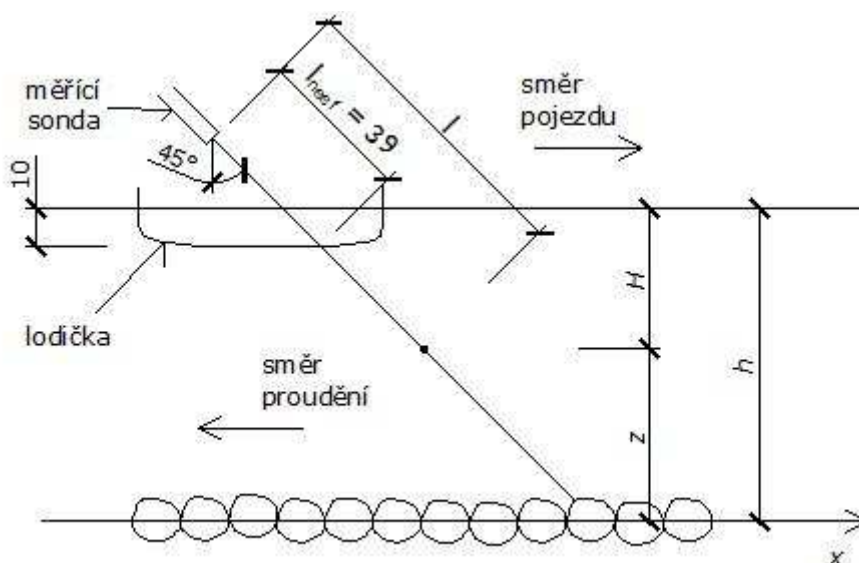
Měřenými veličinami byly:

- střední hodnota hloubky  $h$  (měřeno délkovým měřidlem),
- bodové rychlosti ve směru osy  $x$   $u$  (měřeno UVP Monitorem XW - Psi),
- průtok  $Q$  (stanovený elektromagnetickým průtokoměrem),
- sklon dna  $i$  (odečet ze stupnice žlabu),
- teplota (měřená teploměrem) a
- šířka žlabu  $B$  (měřená délkovým měřidlem).

Měření okamžitých bodových rychlostí v podélné rovině žlabu bylo provedeno UVP Monitorem XW - Psi. Metoda je založena na měření změny frekvence ultrazvukového paprsku odraženého od malých částic v kapalině. Pro dosažení lepších výsledků měření byly do vody dodávány částice, od kterých se ultrazvukový paprsek odrážel.

Pro měření byla použita jedna 4 MHz sonda, která byla nakloněna o úhel  $+45^\circ$  ( $0^\circ$  je ve směru osy  $x$ , rotace je po směru hodinových ručiček). Měření probíhalo spojitě v čase 100 s při posunu sondy na délce 1 m, aby byl stanoven časově a plošně střední rychlostní profil. Rychlost pojezdu měřicí sondy byla ve výpočtech odečtena od naměřené bodové rychlosti  $u$ .

Měření probíhalo přes hladinu pomocí „lodičky“, která byla napuštěna vodou, v ní byla umístěna sonda, aby se co nejvíce využil měřicí rozsah. Lodička byla vkládána do proudu tak, aby vlivem vln nedocházelo ke ztrátě smáčení jejího povrchu v místě průchodu ultrazvukového paprsku. Testováním v celém rozsahu průtokových stavů byla nalezena nejvhodnější pozice 10 mm pod střední úroveň hladiny vody.

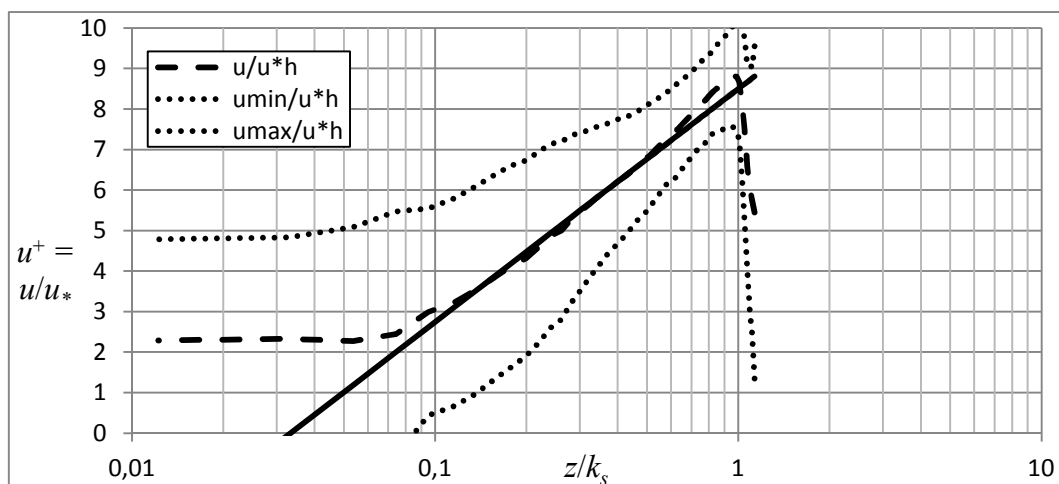


Obr. 5.12 Schéma měření UVP Monitorem (kótováno v mm)

## 5.5 Princip stanovení koeficientu $\alpha_s$

### 5.5.1 Homogenní drsnost

Princip stanovení koeficientu  $\alpha_s$  pro homogenní drsnost dna je založen na porovnání změřeného rychlostního profilu s teoretickou křivkou pro rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu dle Schlichtinga z roku 1979 (Obr. 5.13).



Obr. 5.13 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu (frakce 20–25 mm)

Na Obr. 5.13 je na svislé ose bezrozměrná bodová rychlost  $u^+$ , která je dána poměrem bodové rychlosti  $u$  a třecí rychlosti  $u_*$ . Bodová rychlost  $u$  je získána z rychlostního profilu změřeného pomocí UVP Monitoru XW - Psi a třecí rychlost  $u_*$  je vypočtena ze vztahu

$$u_* = (g \cdot h \cdot i)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.1)$$

Na vodorovné ose je poměr  $z/k_s$ , přičemž  $z$  je kolmá vzdálenost od střední úrovně povrchových zrn a  $k_s$  je Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška. Tečkované čáry vyjadřují střední kvadratickou odchylku.

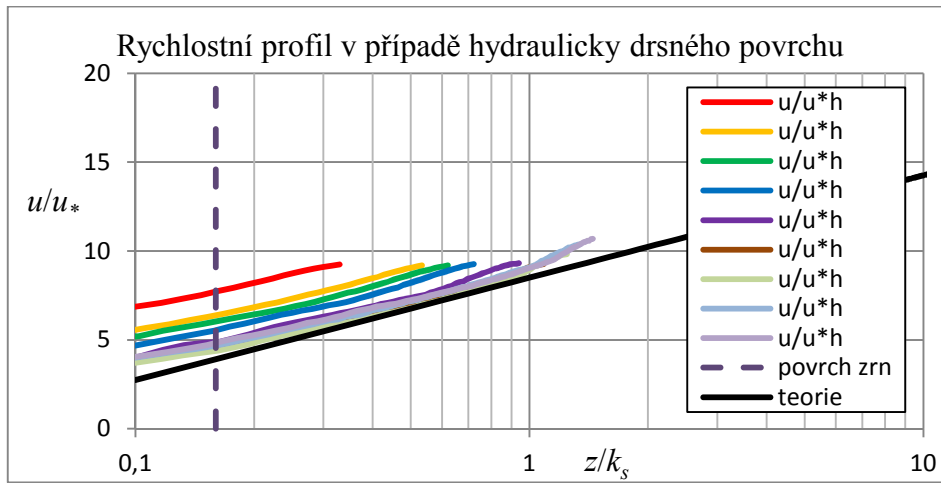
Ze změřeného rychlostního profilu byla odstraněna část ovlivněná sondou.

Postup získání koeficientu  $\alpha_s$  byl takový, že do grafu (Obr. 5.13) byla nejprve použita hodnota  $k_s$  stanovená jako

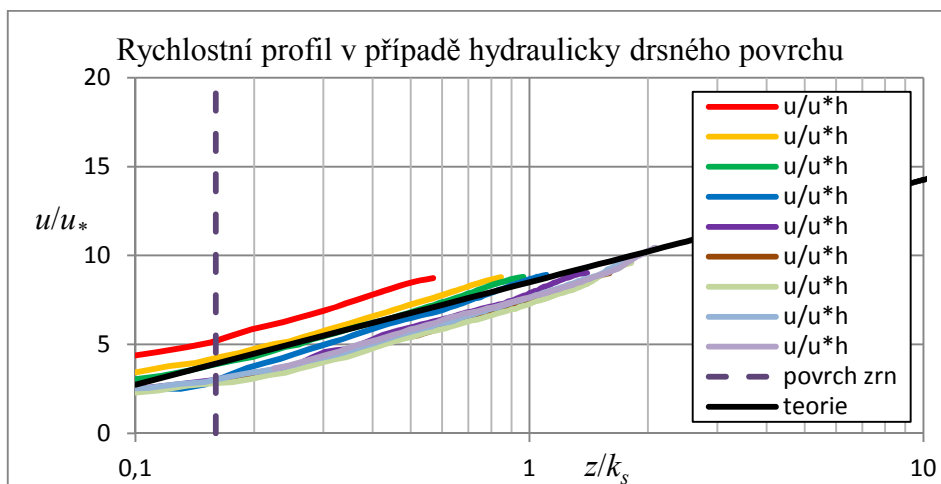
$$k_s = \alpha_s \cdot d, \quad (1.1)$$

přičemž průměr zrna  $d$  se rovnal hodnotě střední osy zrna  $b$  (taktéž byly zkoušeny rozměry zrna  $a$  a  $c$ , rozdíl v použití různých rozměrů je znázorněn na Obr. 5.14, Obr. 5.15 a Obr. 5.16) a počáteční hodnota koeficientu  $\alpha_s$  byla 1. Poté byla v programu Microsoft Excel hodnota  $\alpha_s$  měněna tak, aby se křivka změřeného rychlostního profilu co nejvíce blížila teoretické křivce

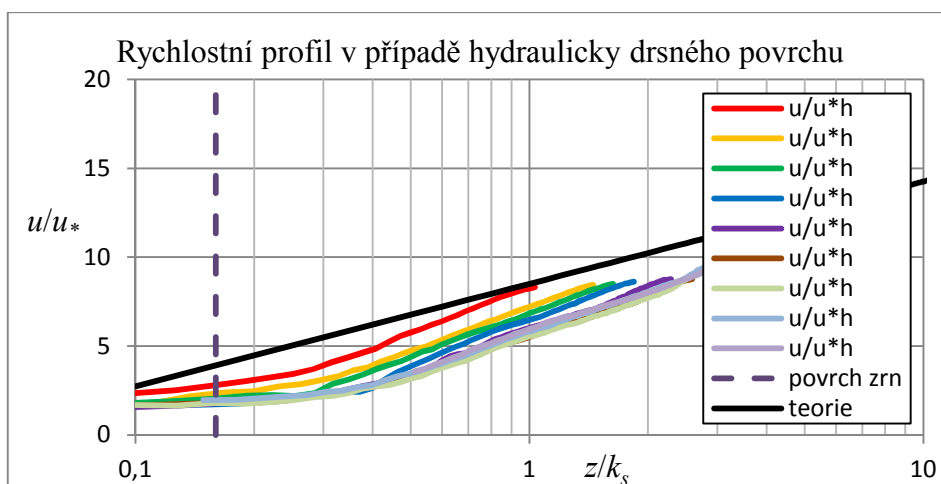
dle Schlichtinga. Následně byla ještě měněna pozice umístění náhradního dna, aby došlo k vyrovnání křivky, a co nejvíce se v logaritmickém měřítku blížila přímce. Podrobněji je tato metoda popsána v *kap. 2.3.2 Umístění náhradního dna při měření rychlostního profilu*.



Obr. 5.14 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu,  $d = a$



Obr. 5.15 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu,  $d = b$



Obr. 5.16 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu,  $d = c$

Pro každou frakci bylo provedeno několik měření, a to pro různé průtoky a jim odpovídající sklony pro počátek pohybu zrn. Jednotlivé průtoky jsou znázorněny barevnými čarami.

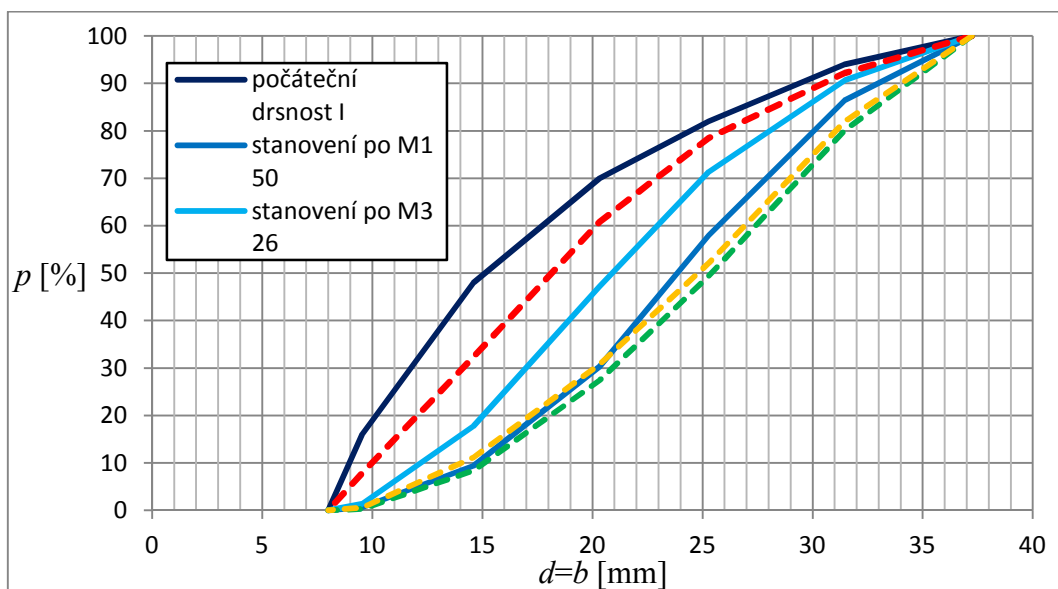
### 5.5.2 Nehomogenní drsnost

Princip stanovení koeficientu  $\alpha_s$  je, stejně jako pro homogenní drsnost, založen na porovnání změřeného rychlostního pole s teoretickou křivkou pro hydraulicky drsný povrch dle Schlichtinga. Měření bylo provedeno pro nehomogenní směs zrn obsahující 5 frakcí kameniva a pro sadu průtoků uvedených v kap. 5.3.2.

Pro vyhodnocení byly do grafu použity ty hodnoty průtoků, u kterých se následně dělal rozbor zrnitosti (viz. Tab. 5.3).

Nejprve byl stanoven koeficient  $\alpha_s$  pro zrna  $d_{10}$  až  $d_{90}$  bez vlivu armování krycí vrstvy dna. Hodnoty koeficientu byly vyneseny do grafu a vznikla křivka vyjadřující závislost koeficientu  $\alpha_s$  na hodnotě charakteristického zrna  $d_x$ .

Následně byl stejným postupem stanoven koeficient  $\alpha_s$  pro materiál dna během armovacího procesu. Na Obr. 5.17 je znázorněn vývoj změny zrnitosti dna během třídění zrn v krycí vrstvě.



Obr. 5.17 Vývoj změny drsnosti během třídění zrn v krycí vrstvě

Tab. 5.4 Charakteristická zrna během třídění krycí vrstvy dna [m]

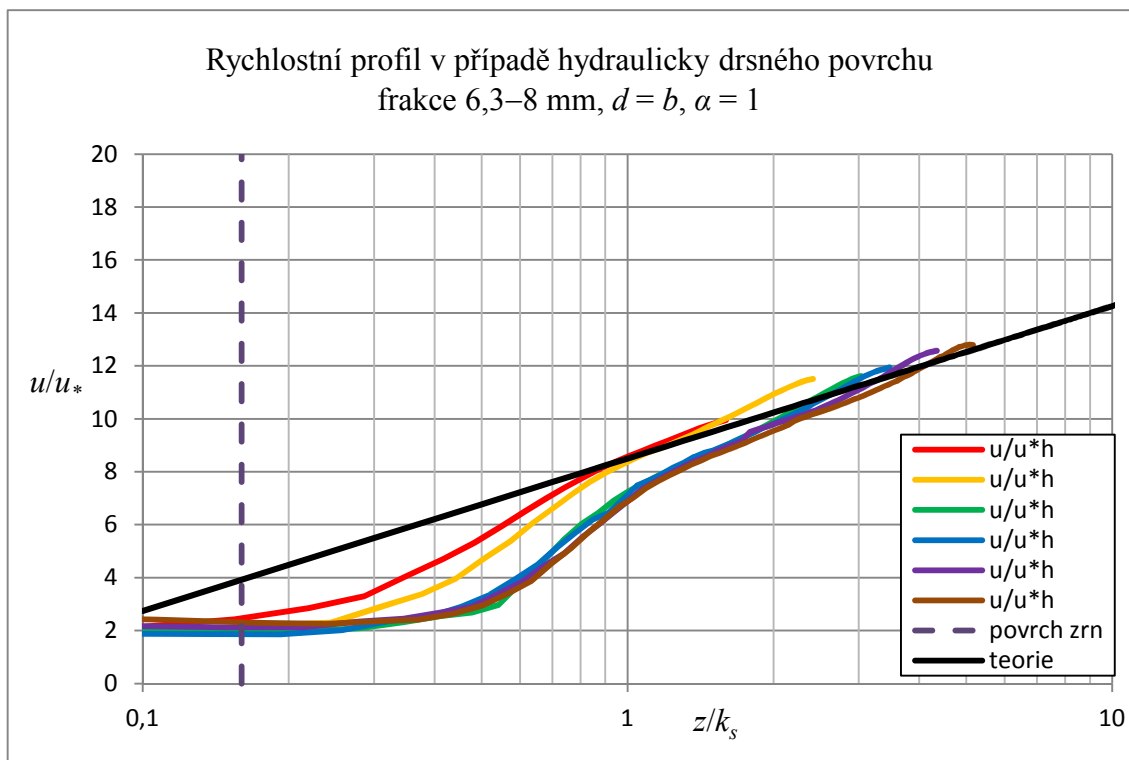
$d_x$	počáteční drsnost I	po $m_1-50$	po $m_3-26$	počáteční drsnost II	po $m_3-28$	po $m_3-30$
$d_0$	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008
$d_{10}$	0,00895	0,01475	0,0122	0,01	0,0151	0,01405
$d_{20}$	0,0102	0,0175	0,015	0,01205	0,0181	0,0172
$d_{30}$	0,01175	0,0202	0,017	0,0141	0,0209	0,0201
$d_{40}$	0,0133	0,0221	0,0189	0,0161	0,02315	0,0225
$d_{50}$	0,0151	0,02385	0,0209	0,01815	0,0254	0,0248
$d_{60}$	0,0177	0,0257	0,02295	0,02015	0,0274	0,0269
$d_{70}$	0,0203	0,0279	0,025	0,0229	0,0294	0,029
$d_{80}$	0,02445	0,0301	0,02805	0,02595	0,0314	0,03105
$d_{90}$	0,0294	0,033	0,0313	0,03045	0,0343	0,034
$d_{100}$	0,0373	0,0373	0,0373	0,0373	0,0373	0,0373

## 6 VYHODNOCENÍ

### 6.1 Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna při homogenní drsnosti

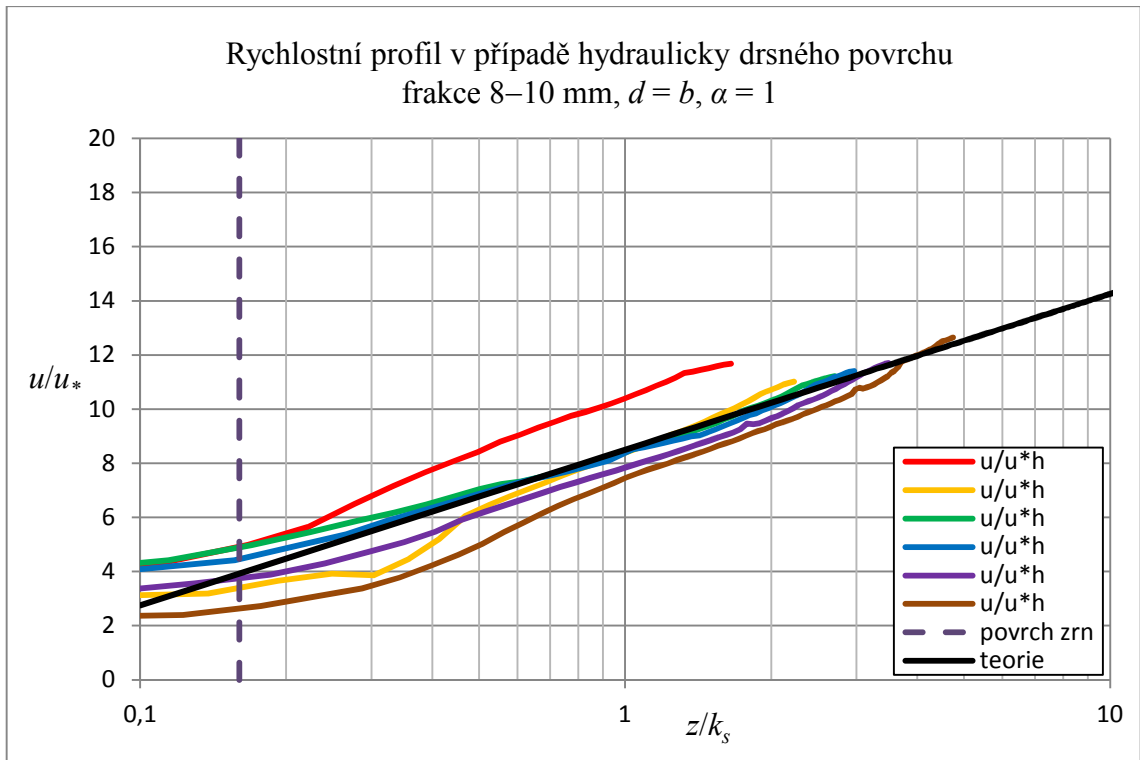
Na základě porovnání změřených rychlostních profilů pro různé průtoky s teoretickou křivkou dle Schlichtinga, byl pro všechny frakce s homogenní drsností stanoven koeficient  $\alpha_s$ . Z níže uvedených grafů vyplývá, že jako nejvhodnější se jeví varianta, kdy koeficient  $\alpha_s = 1$ , a tedy Nikuradseho ekvivalentní písková drsnostní výška  $k_s$  se přímo rovná charakteristickému rozměru zrna, za který byl zvolen rozměr  $b$ . Náhradní dno bylo uvažováno ve střední úrovni povrchu obtékaných zrn.

Uvažovaný úsek pro vyhodnocení je v *Obr. 6.1* až *Obr. 6.7* na vodorovné ose od hodnoty 0,2, která reprezentuje povrch zrn (čárkovaná čára). Pod touto hodnotou je měření zkresleno (stínění zrny, odraz UV paprsku od povrchu zrn,...). Barevné čáry odpovídají průtokům, které jsou uvedeny v *kap. 5.3.1*, přičemž červená čára reprezentuje nejmenší průtok a fialová čára reprezentuje největší průtok (posloupnost průtoků znázorňuje legenda v grafech). Černá čára vyjadřuje teoretický rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu dle Schlichtinga.

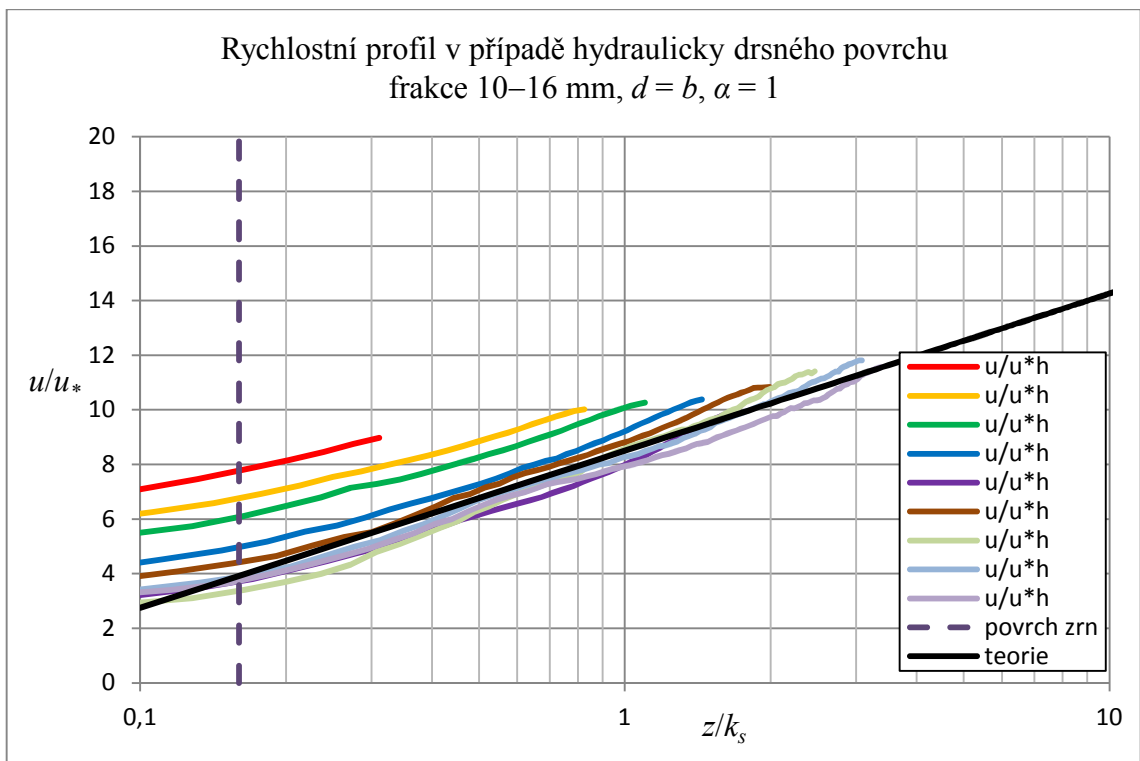


*Obr. 6.1* Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 6,3–8 mm

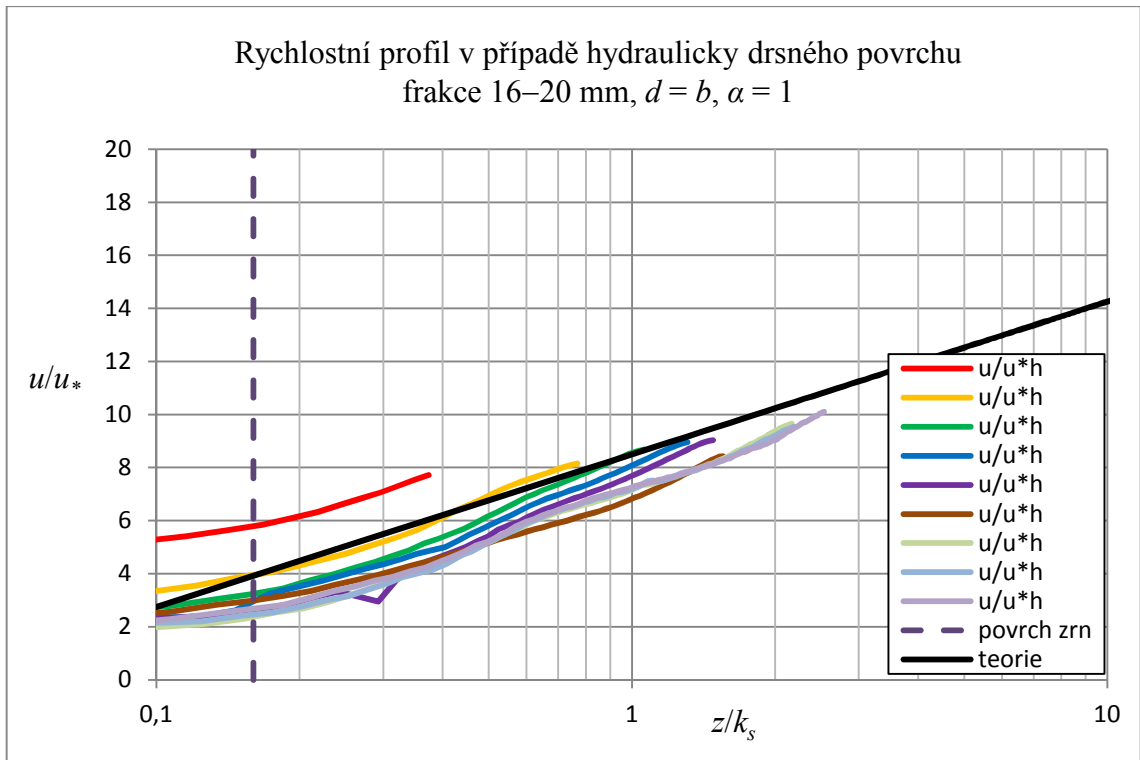




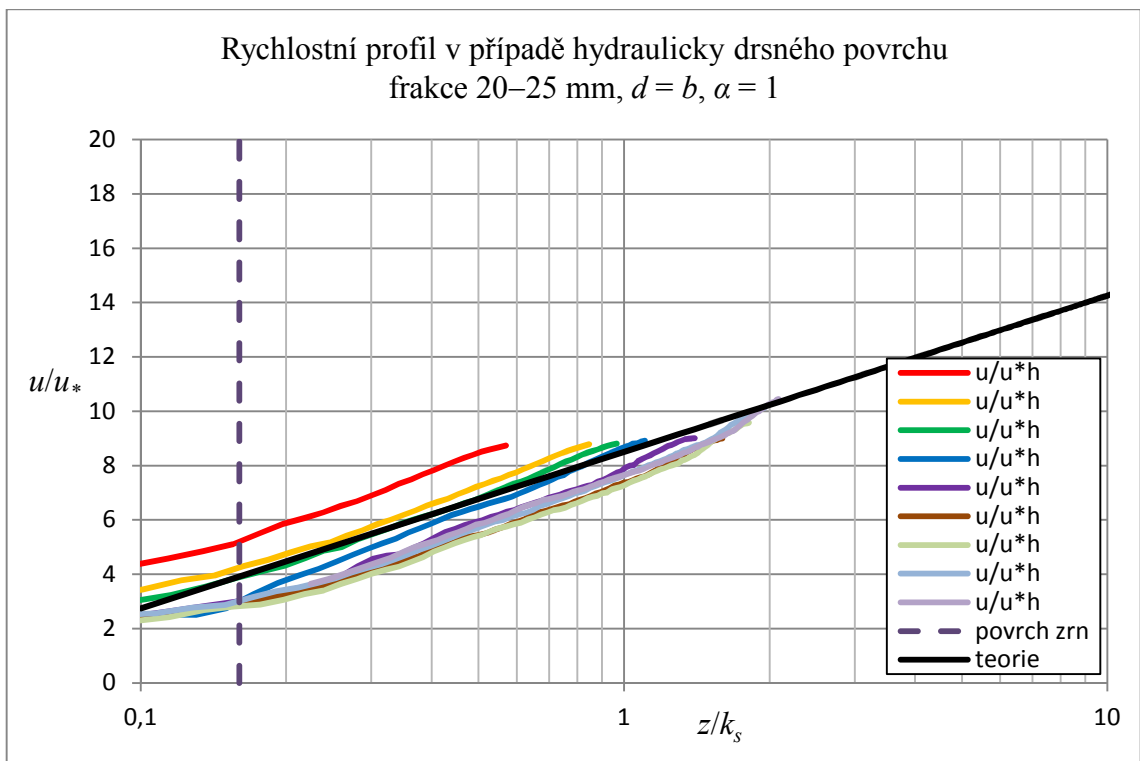
Obr. 6.2 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 8–10 mm



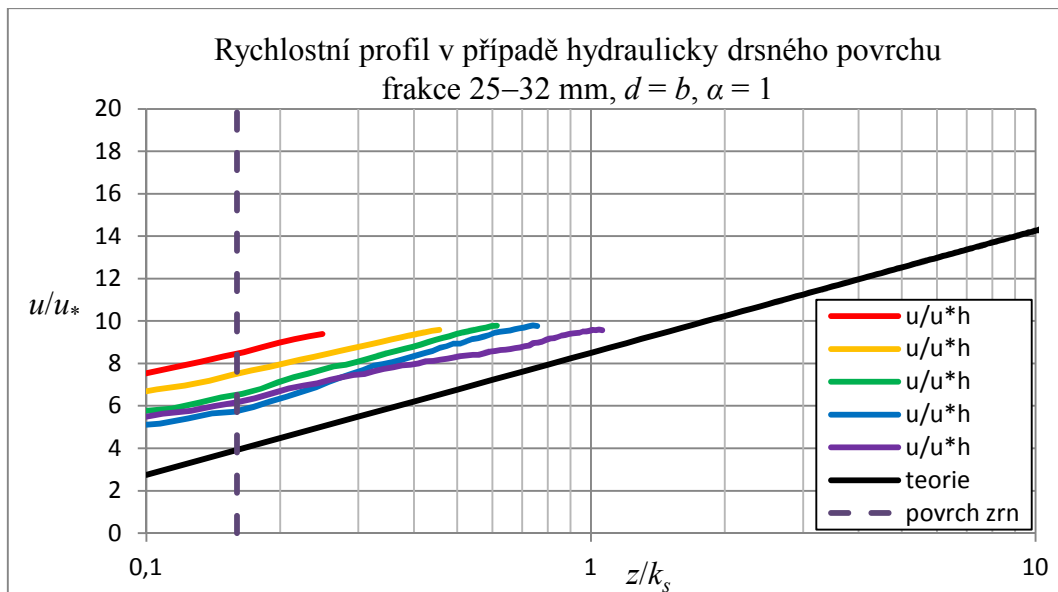
Obr. 6.3 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 10–16 mm



Obr. 6.4 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 16–20 mm

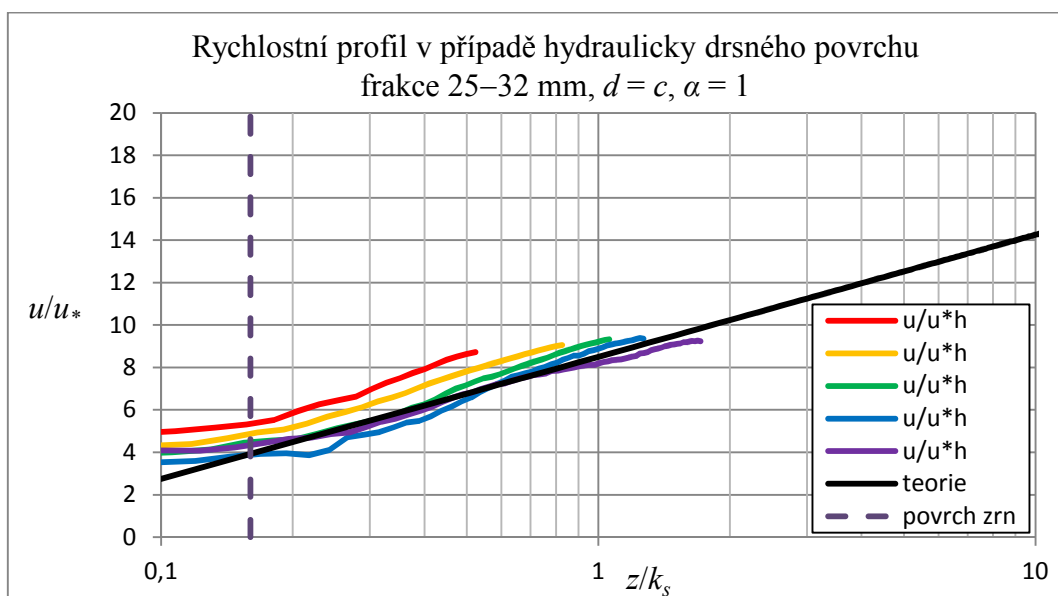


Obr. 6.5 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 20–25 mm



Obr. 6.6 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 25–32 mm,  $\alpha_s = 1$ ,  $d = b$

Z Obr. 6.6 lze usoudit, že pro větší zrna, při použití koeficientu  $\alpha_s = 1$  a  $d = b$ , je Nikuradseho hydraulická drsnost poněkud nadhodnocená a ve skutečnosti není tak velká. Proto je vhodnější pro případ větších zrn použít menší koeficient  $\alpha_s$  nebo použít jiný (menší) rozměr zrna. V tomto případě (frakce 25–32 mm) daleko lépe vystihují teoretický Schlichtingův rychlostní profil křivky, pro které platí  $\alpha_s = 1$  a  $d = c$ . (Obr. 6.7).



Obr. 6.7 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu, frakce 25–32 mm  $\alpha_s = 1$ ,  $d = c$

Dále je z grafů vidět, že k mírnému nadhodnocení drsnosti dochází také při velmi malých průtocích, respektive hloubkách. Z toho plyne, že  $k_s$  je závislé na relativní hloubce, což uvádí i Senior (1997).

## 6.2 Vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna při nehomogenní drsnosti

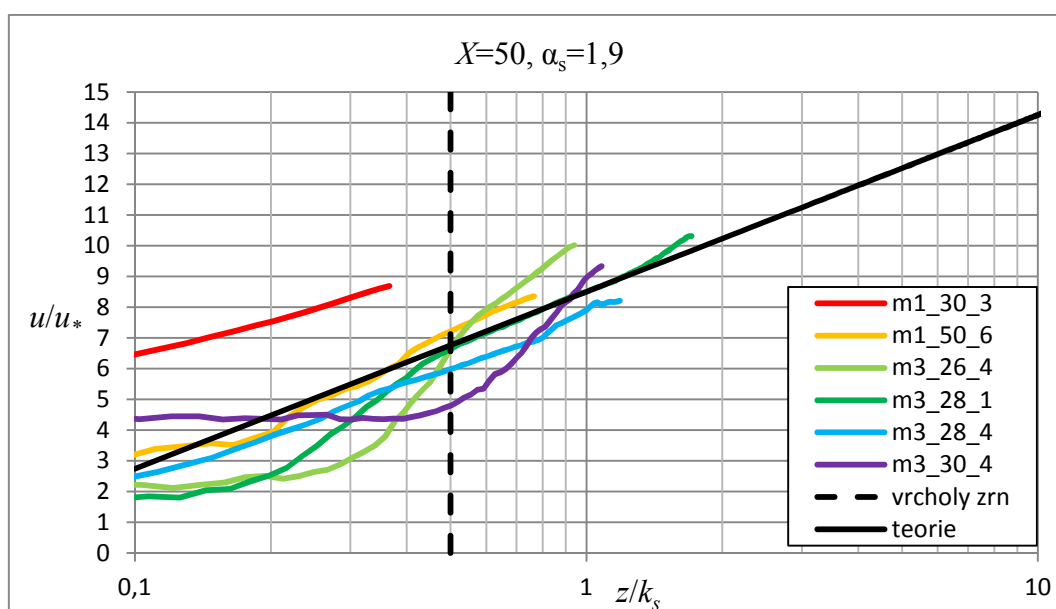
Jelikož změřené rychlostní profily pro homogenní drsnost, při použití koeficientu  $\alpha_s = 1$  a  $d = b$ , nejlépe odpovídaly křivce dle Schlichtinga, byla tato metoda vyhodnocení použita i pro nehomogenní drsnost.

### 6.2.1 Spodní vrstva dna

V první fázi bylo měření vyhodnoceno pro spodní vrstvu dna, ve které neprobíhalo třídění zrn.

Na základě porovnání změřených rychlostních profilů pro různé průtoky s teoretickou křivkou dle Schlichtinga, byl pro charakteristická zrna ( $d_{10}$  až  $d_{90}$ ) z křivky zrnitosti stanoven koeficient  $\alpha_s$  (Obr. 6.8). Hodnoty koeficientu pro jednotlivá charakteristická zrna byly vyneseny do grafu a vznikla křivka vyjadřující závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro spodní vrstvu dna (Obr. 6.9), přičemž za charakteristický rozměr zrna byl zvolen rozměr  $b$ . Náhradní dno bylo uvažováno ve střední úrovni povrchu obtékaných zrn.

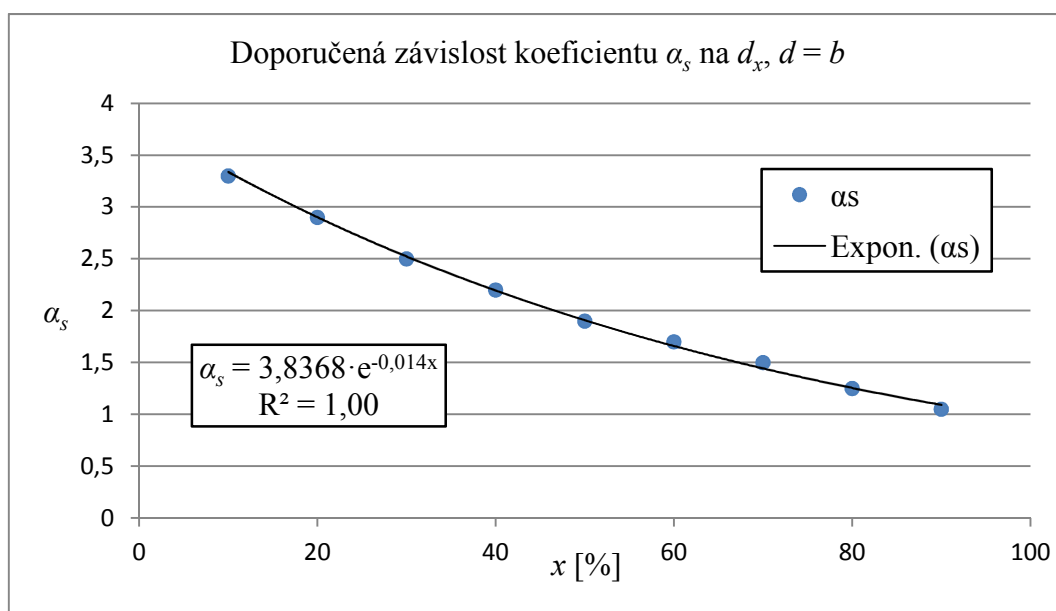
V legendě v Obr. 6.8 vyjadřuje m1, případně m3 označení čerpadla, další hodnota značí průtok definovaný v Hz a poslední číslo je sklon dna.



Obr. 6.8 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu pro spodní vrstvu dna

Tab. 6.1 Hodnoty koeficientu  $\alpha_s$  pro spodní vrstvu dna

x	$\alpha_s$
10	3,3
20	2,9
30	2,5
40	2,2
50	1,9
60	1,7
70	1,5
80	1,25
90	1,05



Obr. 6.9 Závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro spodní vrstvu dna

Proložením exponenciální křivky jednotlivými body (Obr. 6.9) vznikne vztah, vyjadřující závislost koeficientu  $\alpha_s$  na charakteristickém zrna z křivky zrnitosti pro spodní vrstvu dna při nehomogenní drsnosti

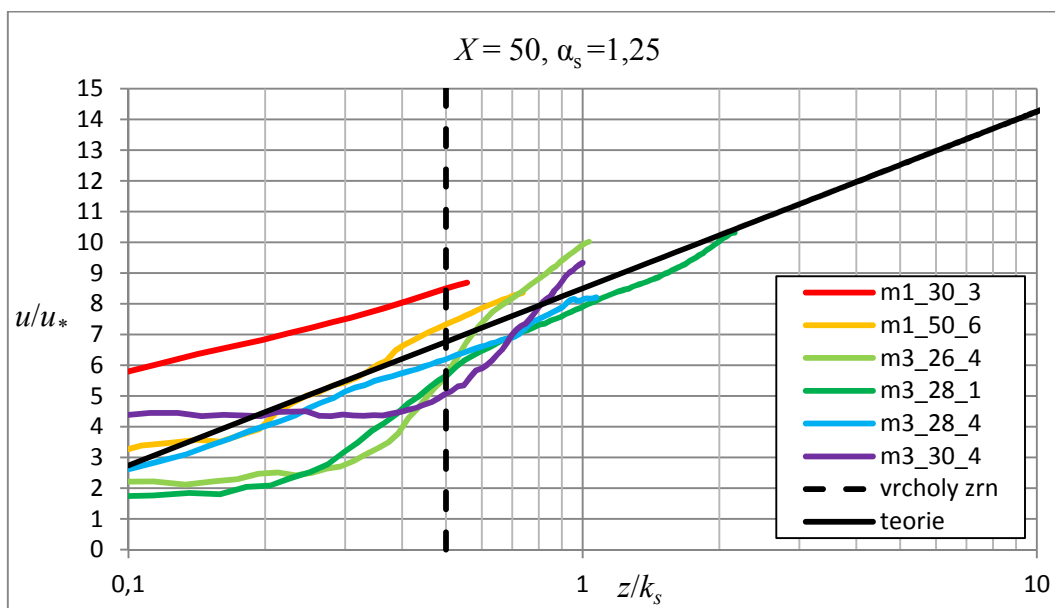
$$\alpha_s = 3,8368 \cdot e^{-0,014 \cdot x}, \quad (6.1)$$

kde  $\alpha_s$  je koeficient pro výpočet Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky  $k_s$  a  $x$  je hodnota charakteristického zrna z křivky zrnitosti. Hodnota spolehlivosti exponenciální křivky je  $R^2 = 1,00$ .

### 6.2.2 Krycí vrstva dna

V další fázi byl stejným způsobem stanoven koeficient  $\alpha_s$  pro charakteristická zrna z křivky zrnitosti pro krycí vrstvu dna během statického třídění krycí vrstvy. Na Obr. 6.11 je vyjádřena závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro krycí vrstvu dna, přičemž za charakteristický rozměr zrna byl zvolen rozměr  $b$ . Náhradní dno bylo uvažováno ve střední úrovni povrchu obtékaných zrn.

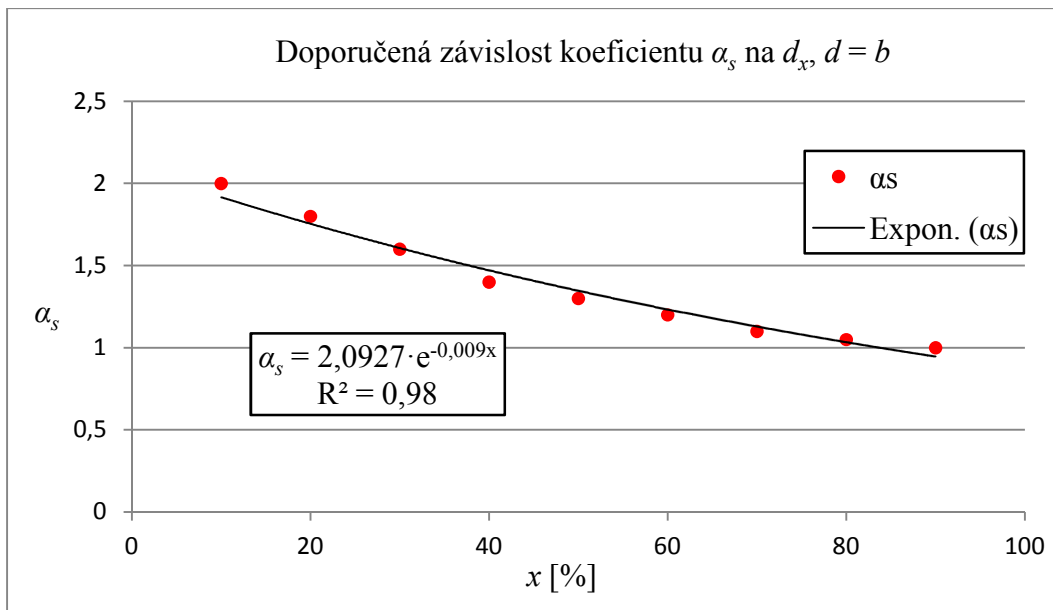
V legendě v Obr. 6.10 vyjadřuje m1, případně m3 označení čerpadla, další hodnota značí průtok definovaný v Hz a poslední číslo je sklon dna.



Obr. 6.10 Rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu pro krycí vrstvu dna

Tab. 6.2 Hodnoty koeficientu  $\alpha_s$  pro krycí vrstvu dna

x	$\alpha_s$
10	2
20	1,8
30	1,6
40	1,4
50	1,3
60	1,2
70	1,1
80	1,05
90	1



*Obr. 6.11 Závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro krycí vrstvu dna*

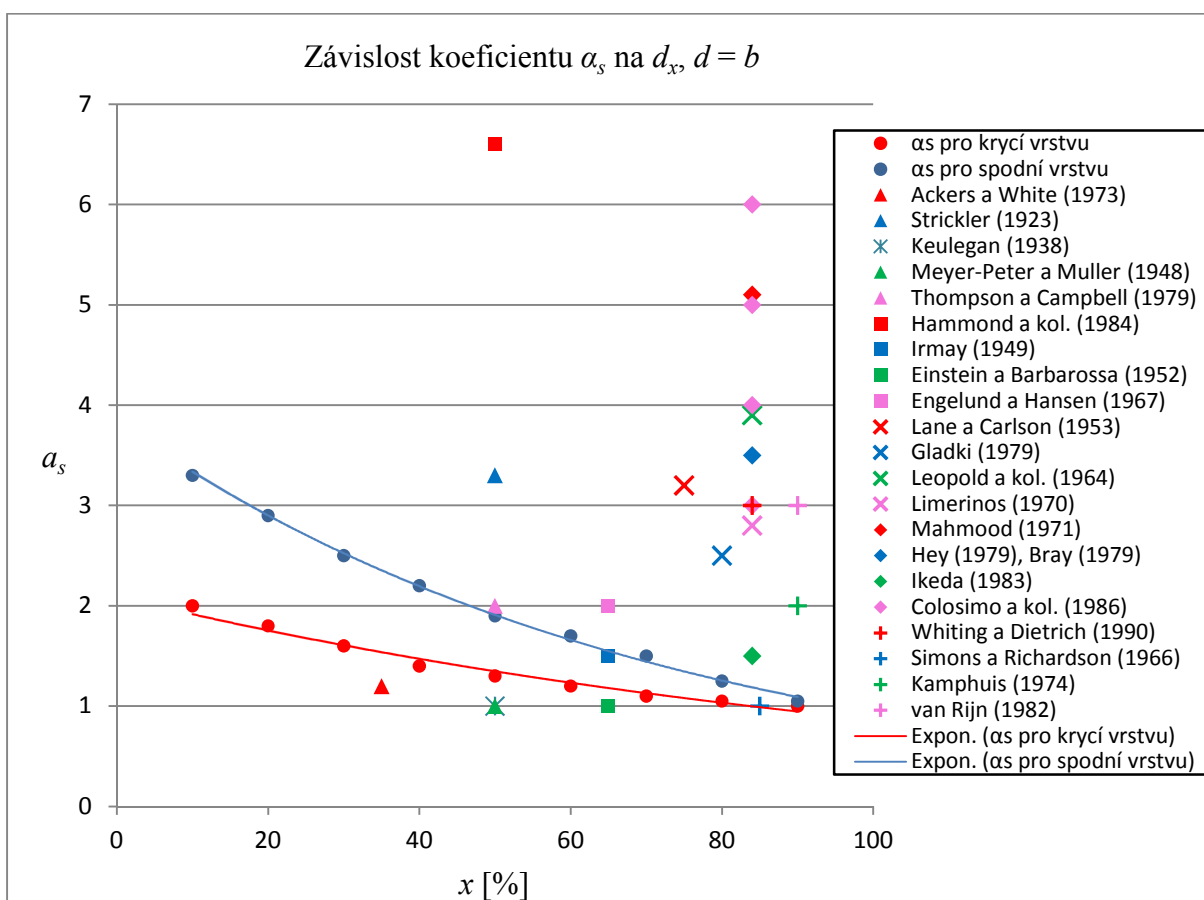
Proložením exponenciální křivky jednotlivými body (*Obr. 6.11*) vznikne vztah, vyjadřující závislost koeficientu  $\alpha_s$  na charakteristickém zrně z křivky zrnitosti pro krycí vrstvu dna při nehomogenní drsnosti

$$\alpha_s = 2,0927 \cdot e^{-0,009 \cdot x}, \quad (6.2)$$

kde  $\alpha_s$  je koeficient pro výpočet Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky  $k_s$  a  $x$  je hodnota charakteristického zrna z křivky zrnitosti. Hodnota spolehlivosti exponenciální křivky je  $R^2 = 0,98$ .

### 6.3 Zhodnocení vztahů pro specifikaci hydraulické drsnosti na základě velikosti charakteristického zrna

Stanovením koeficientu  $\alpha_s$  pro určení Nikuradseho ekvivalentní drsnostní výšky  $k_s$  se v minulosti zabývala celá řada autorů, jak bylo popsáno v *kap. 4.1*. Proto byl vytvořen graf (*Obr. 6.12*), kde jsou doporučené hodnoty autorů, uvedených v *Tab. 4.1*, zobrazeny ve vztahu k výše uvedeným závislostem, specifikovaných rovnicí (6.1) a rovnicí (6.2). Jak je vidět na *Obr. 6.12*, hodnoty koeficientu  $\alpha_s$  pro odpovídající charakteristická zrna z křivky zrnitosti mají značný rozptyl.



*Obr. 6.12* Závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  dle různých autorů

Na základě *Obr. 6.12* lze konstatovat, že pro dané podmínky, se nejlépe shoduje zde určená závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro spodní vrstvu dna s koeficienty dle Thompsona a Campbella (1979), Irmaye (1949), případně ještě Engelunda a Hansena (1967) nebo Ikedy (1983).

Pro krycí vrstvu dna se nejlépe shoduje závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  s koeficienty dle Keulegana (1938), Meyera–Petera a Müllera (1948), Einsteina a Barbarosse (1952), Simonse a Richardsona (1966) nebo Ackerse a Whitea (1973).

Uvedené platí pouze pro případ statického armování krycí vrstvy zrn a pro makroskopicky rovné dno.



## 7 ZÁVĚR

V teoretické části diplomové práce bylo pojednáno o hydraulické drsnosti a jednotlivých formách jejího vyjádření, dále byl popsán rychlostní profil v případě hydraulicky drsného povrchu a v poslední části byl popsán proces třídění zrn v krycí vrstvě.

V praktické části byl řešen vliv zrnitosti krycí vrstvy na hydraulickou drsnost dna, vyjádřenou pomocí Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky  $k_s$ .

Měření a vyhodnocení hydraulické drsnosti bylo provedeno pro homogenní materiál (celkem 46 měření) a pro nehomogenní materiál (celkem 38 měření), pro spodní a krycí vrstvu dna, pro plný rozsah charakteristických zrn z křivky zrnitosti při nehomogenní drsnosti dna, pro různé rozměry zrn ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) a pro poměr  $z/k_s > 0,2$  pro homogenní drsnost dna a pro poměr  $z/k_s > 0,5$  pro nehomogenní drsnost dna.

Na základě změřeného rychlostního profilu ve žlabu a porovnání s teoretickou křivkou rychlostního profilu pro hydraulicky drsný povrch dle Schlichtinga, byl stanoven koeficient  $\alpha_s$  pro homogenní drsnost. Při použití rozměru zrna  $d = b$  a umístění náhradního dna do střední úrovně povrchu obtékaných zrn, byla stanovena hodnota koeficientu  $\alpha_s = 1$ .

Stejná metoda porovnání byla použita i pro nehomogenní drsnost dna. Koeficient  $\alpha_s$  byl stanoven pro charakteristická zrna  $d_{10}$  až  $d_{90}$ , čímž vznikla závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$ . Vykreslením závislosti do grafu byla stanovena pro spodní vrstvu dna exponenciální křivka, pro kterou platí vztah

$$\alpha_s = 3,8368 \cdot e^{-0,014 \cdot x}, \quad (6.1),$$

kde  $\alpha_s$  je koeficient pro výpočet Nikuradseho ekvivalentní pískové drsnostní výšky  $k_s$  a  $x$  je hodnota charakteristického zrna z křivky zrnitosti. Hodnota spolehlivosti exponenciální křivky je  $R^2 = 1,00$ .

Pro dané podmínky se tato křivka pro spodní vrstvu dna nejlépe shoduje s koeficienty dle Thompsona a Campbella (1979), Irmaye (1949), případně ještě Engelunda a Hansena (1967) nebo Ikedy (1983).

Vykreslením závislosti koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  pro krycí vrstvu dna vznikla exponenciální křivka, pro kterou platí vztah

$$\alpha_s = 2,0927 \cdot e^{-0,009 \cdot x}. \quad (6.2)$$

Hodnota spolehlivosti exponenciální křivky je  $R^2 = 0,98$ .

Pro dané podmínky se pro krycí vrstvu dna nejlépe shoduje závislost koeficientu  $\alpha_s$  na  $d_x$  s koeficienty dle Keulegana (1938), Meyera–Petera a Müllera (1948), Einsteina a Barbarosse (1952), Simonse a Richardsona (1966) nebo Ackerse a Whitea (1973).

Obecně lze říci, že pro menší zrna je vhodnější použít větší hodnotu koeficientu  $\alpha_s$  a pro větší zrna naopak menší hodnotu koeficientu  $\alpha_s$ .

Závislosti u nehomogenního materiálu platí pouze pro zrnitost, která byla uvedena. Pro komplexní zhodnocení by bylo zapotřebí více testovaných materiálů s různými zrnitostmi.

Hodnoty koeficientu  $\alpha_s$  stanovené v minulosti různými autory mají značný rozptyl. Pokud je autorce známo, nebyla dosud publikována závislost koeficientu  $\alpha_s$  na hodnotě charakteristického zrna  $d_x$ , což bylo provedeno v diplomové práci. Je však třeba zdůraznit, že se při vyhodnocení uplatňuje určitá míra subjektivity a celá řada nejistot způsobených měřidlem, měřením, zpracováním dat a vyhodnocením.

## 8 LITERATURA

- [1] SMELÍK L., UHMANNOVÁ H., FOLTÝNOVÁ L. *Katalog drsností* [online]. 2012 [cit. 2012-12-04]. Dostupné z: <https://sites.google.com/site/katalogdrsnosti/e-learning>
- [2] ROUSE, H. Critical analysis of open-channel resistance. *Journal of the Hydraulics Division*. 1965, č. 91, s. 1-25.
- [3] NIKURADSE, J. *Laws of flow in rough pipes*. National Advisory Committee for Aeronautics. 1950. Technical Memo 1292.
- [4] JANDORA, J., ŠULC J. *Hydraulika, modul 01*. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2006. 178 s.
- [5] MOODY, L. F. Friction factors for pipe flow. *Transactions of the ASME*. 1944, č. 66, 671–684.
- [6] YEN, B. CH. Open channel flow resistance. *Journal of Hydraulics Engineering*. 2002, č. 128, s. 20-39.
- [7] YEN, B. CH. Hydraulic resistance in open channels. In: *Channel Flow Resistance: Centennial of Manning's Formula*. Colorado, USA: Water Resource Publications, 1991, s. 1-135.
- [8] MAREŠOVÁ, I. *Odpor proudů v korytech s hrubozrnným dnem*. Kandidátská disertační práce. Praha: ČVUT, Stavební fakulta. 1992. 143 s.
- [9] MACURA, L. *Úpravy toků*. 1. vyd. Bratislava: SVTL, 1966, 731 s.
- [10] Aerodynamika. *Letecký ústav FSI* [online]. [cit. 2012-12-11]. Dostupné z: <http://lu.fme.vutbr.cz/ucebnice/opory/aerodynamics.php>
- [11] JANALÍK, J. *Obtékání a odpor těles* [online]. Ostrava, 2008 [cit. 2012-12-11]. ISBN 978-80-248-1911-2. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/PDF/Janalik-Obtekani.pdf>
- [12] ZACHOVAL, Z., PAŘÍLKOVÁ, J., ROUŠAR, L., ROHÁČOVÁ, D., 2011: *Tvar rychlostního pole v blízkosti dna za vysokých hodnot relativní drsnosti*, In 25th symposium on anemometry. První. Institute of Hydrodynamics ASCR, Praha, pp. 75 - 84, ISBN 978-80-87117-08-8.

- [13] HUNZIKER, R. P. a M. N. R. JAEGGI. *Grain Sorting Processes. Journal of Hydraulic Engineering*. 2002, č. 128. s. 1060 - 1068 DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(2002)128:12(1060)
- [14] MEYER-PETER E., MÜLLER R. *Formulas for bedload transport*. 1948. 2nd Congress IAHR, Stockholm, Annexe. s. 1 - 26
- [15] PARKER, G., KLINGEMAN P.C. *On why gravel bed streams are paved*. 1982. *Water Resour. Res.*, 18. 1409 - 1423
- [16] HARRISON, A. S. *Report on special investigation of bed sediment segregation in a degrading bed*. 1950. Series No. 33, Univ. Of California, Berkeley
- [17] GESSLER, A. Self – stabilizing tendencies of alluvial channels. 1970. *The Waterways Journal*, 96, s. 235 - 249
- [18] PARKER, G. Surface - based bedload transport relation for gravel rivers. 1990. *Journal of Hydraulic Resistance*, 28, s. 417 - 436
- [19] SCHLICHTING, H. *Boundary - Layer Theory*. McGraw-Hill Book Company. 1979. ISBN: 0-07-055334-3.
- [20] MAREŠ, K. *Úpravy toků – navrhování koryt*, Praha: ČVUT, 1997
- [21] SENIOR, A. K. *A numerical study of resistance in a rough walled channel flow where the ratio of roughness length scale to the depth of flow varies over a wide range*. Cranfield university, 1997. Disertační práce. Royal Military College of Science.
- [22] ZANOUN, E. S. Durst F., Nagib H., 2003. *Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows*. *Physics of fluids*. Volume 15, Number 10, 2003. American Institute of Physic. pp. 3079-3089.
- [23] YALIN, M. S. *Mechanic of sediment transport*. Pergamon Press. 1972
- [24] GUO J., JULIEN P., MERONEY R. N. Modified log–wake law for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. 2005. *Journal of Hydraulic Research* Vol. 43, No. 4 (2005), pp. 421–430.
- [25] GARCÍA, M. H. *Sedimentation engineering*. Processes, Measurements, Modeling and Practice, 2008. Asce Manual and Reports on Engineering Practice No. 110, ISBN-13: 978-0784408148.

- [26] BARTNIK W., STRUZYNSKI A. *Velocity profile and shear stresses calculation in high volume relative bed roughness flow*. 2002. 11th International Conference on Transport & Sedimentation of Solid Particles. Conference Materials.