

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VYUŽITÍ DIC PŘI MĚŘENÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ METODOU VRTÁNÍ OTVORU

APPLICATION OF DIC METHOD IN RESIDUAL STRESS MEASUREMENT USING HOLE DRILLING METHOD

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. Sabina Kováříková

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR

doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D.

BRNO 2020



Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Studentka:	Bc. Sabina Kováříková
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D.
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Využití DIC při měření zbytkových napětí metodou vrtání otvoru

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Téměř všechny technologické procesy mají za důsledek vznik zbytkových napětí. Zbytková napětí mohou ale též vznikat v průběhu provozování konstrukce. Jejich existence ovlivňuje nepříznivě vznik celé řady mezních stavů souvisejících jak s porušováním materiálu součásti tak nežádoucími změnami tvaru konstrukce. Z toho vyplývá požadavek na zjišťování jejich velikosti a přijetí opatření k jejich minimalizaci. Jednou z nejčastěji používaných metod pro zjišťování zbytkových napětí je polodestruktivní metoda vrtání otvoru. Vyvrtáním otvoru dochází k přerozdělení zbytkových napětí v oblasti kolem otvoru. Uvolněné deformace jsou nejčastěji snímány tenzometrickou růžicí. Pole přetvoření okolo otvoru je také možné změřit pomocí optického přístupu s využitím metody DIC, což by mělo být předmětem této práce. Experiment a metody zpracování budou realizovány za předpokladu, že ekvivalentní zbytkové napětí nepřekročí 60 % meze kluzu.

Cíle diplomové práce:

- 1) Rešerše optických metod využitých při měření deformací při odvrtávání.
- 2) Návrh a realizace experimentu.
- 3) Zpracování opticky určených polí přetvoření a určení rozložení zbytkových napětí po výšce díry.
- 4) Zhodnocení různých přístupů pro zpracování naměřených dat.

Seznam doporučené literatury:

SUTTON, Michael Albert, Jean-Jose ORTEU a Hubert W. SCHREIER. Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications. New York, N.Y.: Springer, c2009. ISBN 9780387787473.

TREBUŇA, František, Miroslav PÁSTOR, Róbert HUŇADY, Peter FRANKOVSKÝ a Martin HAGARA. Optické metódy v mechanike. Košice: TYPOPRESS, vydavateľstvo a tlačiareň, 2017. ISBN 978-8--553-3168-3.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

ABSTRAKT

Práce se zabývá určováním zbytkového napětí pomocí odvrtávací metody. Princip metody spočívá ve vyvrtání otvoru a měření deformace v okolí odvrtaného otvoru. Deformace je následně přepočítána na zbytková napětí s použitím kalibračních koeficientů. Práce je zaměřena na měření deformace v okolí otvoru optickou bezkontaktní metodou digitální korelace obrazu (DIC). V úvodu se práce zabývá rešeršní studií současného stavu řešené problematiky. Součástí práce je vyhodnocení zbytkových napětí z polí posuvů různými přístupy a zhodnocení použitých metod.

Klíčová slova

Zbytková napětí, odvrtávací metoda, digitální korelace obrazu, DIC

ABSTRACT

This thesis deals with measurement of residual stress by hole drilling method. This method is based on drilling a hole and measurement of deformation in the area around this hole. Measured deformations are then converted to residual stresses by using calibration coefficients. The deformation around the drilled hole is measured by optical non contact method called digital image correlation (DIC). First part of the thesis is focused on current state of research. The thesis contains evaluation of residual stresses by using different methods and evaluation of used methods.

Key words

Residual stress, Hole-Drilling method, Digital Image Correlation, DIC

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

KOVÁŘÍKOVÁ, Sabina. *Využití DIC při měření zbytkových napětí metodou vrtání otvoru*. Brno, 2020. Dostupné také z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125229. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Tomáš Návrat.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Využití DIC při měření zbytkových napětí metodou vrtání otvoru vypracovala samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne 25. 6. 2020

Sabina Kováříková

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěla poděkovat mému vedoucímu diplomové práce, panu doc. Ing. Tomáši Návratovi, Ph.D. za pomoc a cenné připomínky při zpracování mé diplomové práce.

OBSAH

Ú٧	OD		10
1	Analýza p	problémové situace	11
	1.1	Formulace problému	11
	1.2	Cíle řešení	11
2	Zbytková	napětí	12
	2.1	Mechanické metody měření zbytkových napětí	13
	2.1.	1 Odvrtávací metoda	13
	2.1.	2 Výpočet zbytkového napětí	13
	2.1.	3 Metoda sloupku	14
	2.2	Metoda digitální korelace obrazu (DIC)	15
	2.3	Porovnání měření DIC a tenzometrického měření	16
3	Využití m	netody DIC při měření zbytkových napětí	17
4	Shrnutí re	šerše	22
5	Systém p	odstatných veličin	24
	5.1	Výběr metody řešení	25
6	Experime	nt	
7	Výpočet z	zbytkových napětí	27
	7.1 výsledků	Vliv vzdálenosti vyhodnocovaných bodů od středu otvoru	na přesnost 33
	7.2	Vliv počtu vyhodnocovaných bodů na přesnost výsledků	
	7.3	Vliv počtu hloubek	
	7.4	Body z více poloměrů	44
	7.5	Porovnání metod výpočtu	47
	7.6	Náhodné generování polohy bodů	
	7.7	Vyhlazení posuvů	61
ZŹ	VĚR		65
SE	ZNAM PO	UŽITÝCH ZDROJŮ	67
SE	ZNAM PO	UŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	69
SE	ZNAM OB	RÁZKŮ	70

ÚVOD

Práce se zabývá určováním zbytkového napětí. Zbytkové napětí je napětí, které je přítomné v součásti i bez působení vnějšího zatížení. Obecně lze říct, že tlaková zbytková napětí jsou výhodná a mohou vést například k zabránění iniciace trhliny [1]. Bývají vytvářeny úmyslně například kuličkováním. Tahová zbytková napětí jsou obvykle nežádoucí a můžou přispívat ke vzniku mezních stavů. Proto je nezbytné hledat co nejspolehlivější metodu, kterou je možné určovat velikosti a směry působení zbytkových napětí.

Nejběžnější metodou určování zbytkových napětí je odvrtávací metoda, která spočívá v měření deformace nebo přetvoření v okolí vyvrtaného otvoru a následném přepočtu na zbytková napětí za použití kalibračních koeficientů. Nejčastěji je měřeno přetvoření v okolí otvoru pomocí tenzometrické růžice. Okolí otvoru je ale možné snímat i různými optickými metodami. Tato práce je zaměřená na snímání optickou metodou digitální korelace obrazu. Metoda spočívá v pořizování snímků povrchu součásti v průběhu zatěžování a vyhodnocování změny polohy jednotlivých bodů na povrchu vzorku.

V první kapitole je stručný popis metod, které jsou používány při určování zbytkových napětí. V další části práce je realizována rešerše dostupných článků, popisujících postupy měření metodou DIC v kombinaci s odvrtávací metodou. Součástí rešerše jsou přístupy jednotlivých autorů k vyhodnocení zbytkových napětí z naměřených dat.

V této práci jsou pro výpočet zbytkových napětí použity posuvy získané výpočtově pomocí metody konečných prvků (MKP). K těmto posuvům je přičten šum o určité velikosti. Hlavním cílem práce je porovnání různých postupů při vyhodnocování zbytkových napětí a hledání takového postupu, při kterém bude dosaženo největší přesnosti výsledků.

1 Analýza problémové situace

Téma práce se týká měření zbytkových napětí. Existuje celá řada experimentálních metod k určování zbytkových napětí. Tato práce je zaměřena na odvrtávací metodu, která je založená na měření uvolněné deformace v okolí vyvrtaného otvoru a následném přepočtu deformací na zbytková napětí. K měření se nejčastěji používá tenzometrická růžice. Okolí otvoru je ale možné snímat i optickými metodami. Tato práce se zabývá snímáním deformací optickou metodou digitální korelace obrazu (DIC).

Existuje poměrně velké množství článků, kdy autoři použili metodu digitální korelace obrazu ke snímání okolí odvrtaného otvoru. V této problematice je ale stále mnoho oblastí, kterým je třeba se věnovat a rozvíjet je. Snahou této práce je zpracovat ucelený přehled realizovaných měření zbytkových napětí pomocí DIC.

Hlavním cílem práce je použít a porovnat několik různých postupů vyhodnocení naměřených dat a hledat optimální způsob výpočtu zbytkových napětí ze změřených posuvů.

1.1 Formulace problému

Určování zbytkových napětí odvrtávací metodou s využitím metody digitální korelace obrazu a využití různých postupů vyhodnocení zbytkových napětí z polí posuvů.

1.2 Cíle řešení

1) Rešerše optických metod využitých při měření deformací při odvrtávání.

2) Návrh a realizace experimentu.

3) Zpracování opticky určených polí přetvoření a určení rozložení zbytkových napětí po výšce díry.

4) Zhodnocení různých přístupů pro zpracování naměřených dat.

2 Zbytková napětí

Ke vzniku napjatosti v tělese dochází vlivem silového, deformačního nebo teplotního působení [2]. Po odstranění zatížení napjatost vymizí, pokud se materiál nacházel v pružném stavu. Pokud se ale materiál dostal do pružně plastického stavu, zůstávají v něm po odstranění příčiny vzniku napjatosti určitá zbytková napětí. Zbytková napětí působící proti směru zatěžování snižují celkovou napjatost [3]. Naproti tomu zbytková napětí působící ve směru vnějšího zatížení zvyšují celkovou napjatost součásti.

Častou příčinou vzniku zbytkových napětí jsou technologické procesy, jako je odlévání, obrábění nebo svařování. Zbytková napětí můžou vznikat také při přepravě nebo skladování. Tato napětí jsou obvykle nežádoucí a není známa jejich velikost ani směr působení.

Existují i užitečná zbytková napětí, která bývají vytvářena cíleně. Například kuličkováním vznikají tlaková zbytková napětí v povrchové vrstvě materiálu. Takto vzniklá zbytková napětí můžou vést třeba ke zvýšení meze kluzu.

Zbytková napětí je možné rozdělit na [2]:

- makroskopická, také zbytková napětí I. druhu homogenní přes oblast mnoha zrn materiálu,
- mikroskopická, zbytková napětí II. druhu homogenní na úrovni velikosti jednotlivých zrn,
- submikroskopická, zbytková napětí III. druhu nehomogenní zbytková napětí i na úrovni meziatomových vzdáleností.

Rozdíl mezi zbytkovými napětími I., II. a III. druhu je zřetelný z obr. 2.1.

Tato práce se zabývá měřením makroskopických zbytkových napětí.



Obr. 2.1: Zbytková napětí I., II. a III. druhu, převzato z [2]

Existuje velké množství metod experimentálního určování zbytkových napětí. Metody lze rozdělit:

- destruktivní dojde k porušení materiálu,
- polodestruktivní porušení materiálu při měření je malé a součást může nadále plnit svou funkci,
- nedestruktivní nedojde k porušení materiálu.

Metody určování zbytkových napětí je možné podle jejich principu rozdělit na fyzikální, chemické a mechanické metody. Téma této práce se týká odvrtávací metody, která se řadí mezi mechanické metody.

2.1 Mechanické metody měření zbytkových napětí

Princip mechanických metod je založen na odstranění určité části materiálu ze součásti nebo rozdělení součásti na více částí [2]. Tím dojde k částečnému uvolnění zbytkových napětí. Je měřena vzniklá deformace, která se následně přepočítává na zbytková napětí.

2.1.1 Odvrtávací metoda

Odvrtávací metoda je jedna z nejpoužívanějších metod určování zbytkových napětí. Metoda je řazena mezi polodestruktivní metody a její princip spočívá v odvrtání otvoru, jehož průměr je zanedbatelný ve srovnání s celkovými rozměry součásti [3]. Je měřena deformace v okolí otvoru. K měření se nejčastěji používá tenzometrická růžice. Příklad tenzometrické růžice vhodné k měření zbytkových napětí je na *obrázku 2.2*. Měření a vyhodnocení zbytkových napětí specifikuje norma ASTM E837.



Obr. 2.2: Příklad tenzometrické růžice k měření zbytkových napětí, převzato z [4]

2.1.2 Výpočet zbytkového napětí

Výpočet zbytkových napětí ze změřených přetvoření pro tenzometrickou růžici s úhlovým natočením jednotlivých měřících základen 0°/45°/90° využívá vztahů (1), (2) a (3) [2]. Vztahy platí pro homogenní zbytkovou napjatost po tloušť ce a průchozí otvor.

$$\varepsilon_a = A(\sigma_I + \sigma_{II}) + B(\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha) \tag{1}$$

$$\varepsilon_b = A(\sigma_I + \sigma_{II}) + B(\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha - 90^\circ)$$
⁽²⁾

$$\varepsilon_c = A(\sigma_I + \sigma_{II}) + B(\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha - 180^\circ)$$
(3)

Ve vztazích se objevují kalibrační koeficienty A a B. Pro případ průchozího otvoru pro kalibrační koeficienty platí vztahy (4) a (5). Při řešení neprůchozího otvoru jsou kalibrační koeficienty určovány obvykle metodou konečných prvků nebo experimentálně.

$$A = -\frac{(1+\mu)}{2E} \frac{1}{r^2}$$
(4)

$$B = -\frac{(1+\mu)}{2E} \left[\frac{4}{(1+\mu)} \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right]$$
(5)

Kde r je bezrozměrný parametr:

$$r = \frac{R}{R_0} \tag{6}$$

Řešením předchozích rovnic je dosaženo vztahu pro výpočet hlavních zbytkových napětí (7).

$$\sigma_{I,II} = \frac{(\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{4A} \pm \frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_a + \varepsilon_c - 2\varepsilon_b)^2}$$
(7)

V praxi se většinou vyskytuje nehomogenní zbytková napjatost po tloušťce tělesa. Takovéto případy je nutné řešit odvrtáváním otvoru po několika přírůstcích. K vyhodnocení zbytkového napětí se v těchto případech používá metoda přírůstku deformace, metoda ekvivalentního homogenního napětí, metoda průměrného napětí, integrální metoda nebo metoda mocninné řady.

Ze studie [5] plyne, že na měření zbytkových napětí má podstatný vliv excentricita vrtaného otvoru vzhledem k ose tenzometrické růžice. Dále je třeba zohlednit to, že vyvrtaný otvor působí jako koncentrátor napětí, proto je možné odvrtávací metodu použít jen do napětí odpovídající polovině meze kluzu.

2.1.3 Metoda sloupku

Další často používanou metodou je metoda uvolnění sloupku. Metoda uvolnění sloupku je podobná odvrtávací metodě, ale liší se zejména ve tvaru vyvrtaného otvoru [6]. Spočívá ve vyvrtání mezikruhové drážky a měření přetvoření na uvolněném sloupku. Přetvoření jsou následně přepočítána pomocí kalibračních koeficientů na napětí. Rozdíl mezi metodou odvrtávání otvoru a metodou uvolňování sloupku je zřetelný z *obr. 2.3.* Metoda uvolnění sloupku má oproti odvrtávací metodě výhodu, že vznikají větší posuvy na povrchu vzorku [7]. Mezi její nevýhody patří větší poškození součásti a obtížnější použití v praxi.



Obr. 2.3: Porovnání metody odvrtání otvoru (vlevo) a metody uvolňování sloupku (vpravo), převzato a upraveno z [7]

2.2 Metoda digitální korelace obrazu (DIC)

Deformaci v okolí vyvrtaného otvoru je možné kromě často používané tenzometrické růžice měřit také optickými metodami. V současné době se ke snímání deformací v okolí otvoru stále více používá bezkontaktní optická metoda DIC.

Metoda je založena na porovnávání snímků povrchu vzorku pořízených v průběhu zatěžování [8]. Hledá se změna polohy jednotlivých bodů na povrchu vzorku. Snímky jsou porovnávány pomocí korelace, která probíhá po malých částech snímku zvaných fazety. Povrch vzorku musí obsahovat kontrastní stochastický vzor, který je možné vytvořit například jemným nástřikem sprejových barev. Příklad vhodné úpravy povrchu vzorku je vidět na *obrázku 2.4*.



Obr. 2.4: Stochastický vzor vhodný pro měření metodou DIC, převzato z [9]

Fotografie můžou být pořizovány jednou kamerou umístěnou kolmo na povrch vzorku. Z fotografií jsou potom určovány rovinné posuvy. Uspořádání experimentu při měření jednou kamerou je patrné z *obrázku 2.5*. K určování posuvů ve třech směrech je nutné snímat povrch vzorku dvěma kamerami.



Obr. 2.5: Schéma 2D měření DIC, převzato a upraveno z [10]

2.3 Porovnání měření DIC a tenzometrického měření

Při měření tenzometrickou růžicí jsou k dispozici k vyhodnocení zbytkových napětí pouze přetvoření v osamocených bodech [11]. Optické měření oproti tenzometrickému poskytuje pole posuvů. Je tedy dostupných více dat v krátkém čase. Nevýhodou tenzometrů také je, že přetvoření jsou průměrovaná přes plochu tenzometru.

Měření tenzometrickou růžicí je citlivé na přesné umístění vrtaného otvoru vzhledem k ose tenzometrické růžice. Oproti tomu měření DIC nepožaduje přesné umístění otvoru vůči senzoru. Příprava povrchu vzorku pro optické měření je také méně časově náročná, než aplikace tenzometru.

Z ekonomického hlediska náklady na jednotlivá tenzometrická měření mohou být vyšší. Měření DIC je však náročnější z hlediska pořizovacích nákladů [8]. Výpočet napětí z optického měření může být poměrně dlouhý. Pro vyhodnocení zbytkových napětí z tenzometrických měření existuje ucelený postup standardizovaný normou.

3 Využití metody DIC při měření zbytkových napětí

Kapitola je věnována rešerši určování zbytkových napětí s využitím metody DIC. Shrnuje postupy jednotlivých autorů při měření a vyhodnocování naměřených dat. Rešeršní studie začíná nejnovějšími poznatky v oblasti řešené problematiky a postupuje až k počátkům využívaní metody DIC v kombinaci s odvrtávací metodou.

Martin Hagara, František Trebuňa, Miroslav Pástor, Róbert Huňady, Pavol Lengvarský, 2019 [1]

Autoři článku porovnávali použití 2D a 3D DIC. Měřili systémem *Q-400* Dantec Dynamics na několika vzorcích, do kterých vyvrtávali otvory o průměrech *3 mm*. Povrch vzorků byl snímán jednou nebo dvěma CCD kamerami s rozlišením *5 MPx*. Snímky byly zpracovány v softwaru Istra4D.

Použití jedné kamery umožňuje snadnější kalibraci, ale je třeba zajistit rovnoběžnost povrchu vzorku s rovinou kamery a deformace musí probíhat v rovině povrchu vzorku. Dále je nutné zajistit stejnou polohu kamery při pořízení referenčního snímku a snímku po zatížení vzorku. Experimenty ukázaly, že i malé natočení kamery oproti pozici kamery při pořízení referenčního snímku způsobí významné chyby ve změřených přetvořeních. Podle dosažených výsledků dávají autoři přednost 3D měření.

Následně autoři určovali zbytkové napětí na vzorku s průchozím otvorem, kdy na jedné straně vzorku měřili tenzometrickou růžicí a na protější straně opticky dvěma kamerami. Zbytková napětí z opticky určených přetvoření byla spočítána podle normy ASTM E837-13a z oblastí vzorku, které odpovídaly umístěním a velikostí mřížkám tenzometrické růžice. Napětí získaná pomocí DIC byly v dobré shodě s výsledky z měření tenzometrickou růžicí.

Tomasz Brynk, Barbara Romelczyk-Baishya, 2018 [12]

V článku bylo zbytkové napětí měřeno pomocí 3D DIC. Byl vrtán otvor o průměru 1,5 mm po přírůstcích do hloubek 0,5 mm, 1 mm a 1,5 mm. Ke snímání povrchu vzorku byly použity dvě kamery, umístěné symetricky vzhledem k vrtačce. Pohyb vrtačky byl možný ve směru kolmém na povrch vzorku. Po vyvrtání otvoru a přemístění vrtačky ze zorného pole byly pořízeny snímky vzorku, které byly vyhodnoceny v softwaru *VIC-3D*. Kalibrační koeficienty pro výpočet zbytkových napětí byly určeny pomocí MKP. Získané hodnoty napětí byly podstatně vyšší, než bylo očekáváno. Rozdíl mezi očekávanými a zjištěnými hodnotami napětí zřejmě souvisel s napětím vneseným během procesu vrtání otvoru nebo se zbytkovým napětím, které vzniklo při zpracování materiálu.

Onur Yuksel, Ismet Baran, 2018 [13]

Zbytkové napětí bylo měřeno na šesti vzorcích z kompozitu sklo/polyester. Ve vzorcích byl vyvrtán otvor o průměru *3 mm*. Zbytkové napětí bylo určováno pomocí 2D DIC. Byl použit systém *ARAMIS*. Kvůli umístění kamery nemohl být otvor vyvrtáván na místě měření, proto byl vzorek odebrán a po vyvrtání otvoru vrácen zpět na původní pozici. Byla vykreslena přetvoření v oblasti okolo otvoru. Změřená přetvoření byla použita v MKP modelu

v programu *Abaqus* k určení zbytkového napětí. U dvou dalších vzorků bylo zbytkové napětí určováno pomocí tenzometrů. Napětí zjištěná pomocí tenzometrů byla v dobré shodě s DIC.

Yinji Ma, Xuefeng Yao, Danwen Zhang, 2015 [14]

Experiment byl realizován na šesti válcových trubkách o poloměru 15 mm a tloušťce 2 mm. Do vzorků byly vyvrtány otvory o poloměrech 0,75 mm. Poloměr otvoru byl mnohem menší než poloměr tělesa, oblast kolem otvoru byla tedy považována za rovinnou.

Povrch vzorku byl snímán jednou CCD kamerou. Po pořízení referenčního obrazu byla kamera přemístěna a byl vyvrtán otvor. Poté byla kamera vrácena na původní místo. Přetvoření byla měřena pro úhly 0° a 90° (v osovém a tečném směru), z nich byla spočítána napětí. Výsledky byly v dobré shodě s tenzometrickými měřeními a s velikostí aplikovaného zatížení.

Yi-Hsin Chen, 2015 [15]

Měření pomocí digitální korelace obrazu bylo realizováno na hliníkové desce. Byl vyvrtán průchozí otvor s průměrem *1,6 mm*. Dále bylo měřeno na ocelové desce s otvorem o průměru *1,6 mm* a hloubce *0,8 mm*. Poslední vzorek byl hliníkový vzorek, do kterého byl vyvrtáván otvor s průměrem *1,6 mm*. Bylo vrtáno v pěti krocích. Každý přírůstek hloubky měl velikost *0,2 mm*, celková hloubka otvoru tedy byla *I mm*.

Ke snímání vzorku byly použity 2 CCD kamery. K měření byl použit DIC systém *Dantec Dynamics*. Kvůli šumu mohla být zbytková napětí vyhodnocena jen do radiální vzdálenosti o velikosti dvojnásobku poloměru otvoru.

K výpočtu zbytkového napětí u průchozího otvoru byly uplatněny následující vztahy, kde θ je úhel orientace vůči ose *x*.

$$u_r = \sigma_x[A + B\cos(2\theta)] + \sigma_y[A - B\cos(2\theta)] + \tau_{xy}[2B\sin(2\theta)]$$
(8)

$$u_{\theta} = \sigma_x [Csin(2\theta)] + \sigma_y [-Csin(2\theta)] + \tau_{xy} [-Ccos(2\theta)]$$
(9)

$$u_z = \sigma_x [Fcos(2\theta)] + \sigma_y [-Fcos(2\theta)] + \tau_{xy} [2Fsin(2\theta)]$$
(10)

Naměřená data pomocí DIC byla v kartézském souřadnicovém systému. Pro převod posuvů mezi kartézským a cylindrickým souřadnicovým systémem platí:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_z \end{bmatrix}$$
(11)

Vztahy mezi složkami zbytkových napětí a naměřenými posuvy je možné vyjádřit následovně:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [CC]^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ W \end{bmatrix}$$
(12)

Tvar matice [CC] u průchozího otvoru je následující:

$$[CC] = \begin{bmatrix} (A\cos\theta + B\cos2\theta\cos\theta - C\sin2\theta\sin\theta) & (A\cos\theta - B\cos2\theta\cos\theta + C\sin2\theta\sin\theta) & (2B\sin2\theta\cos\theta + 2C\cos2\theta\sin\theta) \\ (A\sin\theta + B\cos2\theta\sin\theta + C\sin2\theta\cos\theta) & (A\sin\theta - B\cos2\theta\sin\theta - C\sin2\theta\cos\theta) & (2B\sin2\theta\sin\theta - 2C\cos2\theta\cos\theta) \\ (F\cos2\theta) & (-F\cos2\theta) & (2F\sin2\theta) \end{bmatrix}$$

Hlavní napětí a jejich úhel natočení α byly spočítány podle následujících vztahů.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
(13)

$$\alpha = \frac{1}{2} tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \qquad pokud \ \sigma_x - \sigma_y > 0 \tag{14}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \qquad pokud \ \sigma_x - \sigma_y = 0 \tag{15}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad pokud \quad \sigma_x - \sigma_y < 0 \tag{16}$$

Obdobně je postup výpočtu zbytkových napětí v práci uveden i pro neprůchozí otvor a pro přírůstkové vrtání otvoru.

U vzorku s průchozím otvorem a u vzorku s neprůchozím otvorem byla určená napětí v dobré shodě s aplikovaným zatížením. U třetího vzorku, kde bylo vrtáno po přírůstcích, byly naměřené výsledky v dobré shodě pouze pro první tři přírůstky hloubky.

J. D. Lord, D. Penn, P. Whitehead, 2008 [16]

V daném článku bylo měřeno zbytkové napětí na slitině hliníku. Zbytkové napětí bylo vytvořeno kuličkováním. Vzorek byl upnut ve vodorovné poloze a kolmo nad vrtaným otvorem byla umístěna kamera. Po každém přírůstku vrtaného otvoru byla vrtací hlava posunuta ze zorného pole. Průměr vyvrtaného otvoru byl 2 mm. Realizovány byly čtyři přírůstky hloubky. Před pořízením obrazu byl odstraněn prach a nečistoty vzniklé během vrtání jemným štětcem.

Ke snímání povrchu vzorku byla použita jedna CCD kamera s rozlišením *I MPx*. Naměřená data byla zpracována v softwaru *LaVision Strainmaster* a následně v programu *Matlab*.

Posuvy byly určovány v 10° intervalech kolem otvoru (36 úhlů) a v radiálních intervalech 50 μ m v rozmezí 1400 μ m až 2000 μ m (13 pozic). Při opakovaném měření docházelo k určité variabilitě mezi výsledky. Naměřená data byla v dobré shodě s údaji z tenzometrů.

D. V. Nelson, A. Makino, T. Schmidt, 2006 [17]

Do hliníkových vzorků byly vyvrtány otvory o průměrech *1,59 mm* a *3,82 mm*. Vzdálenost mezi otvory byla šestinásobek průměru otvoru. Vrtáno bylo do hloubky *1,2* násobku průměru otvorů. Vrtání probíhalo mimo měřící zařízení, po vyvrtání otvoru byl vzorek vrácen zpět na původní místo.

Ke snímání povrchu byly použity dvě CCD kamery s rozlišením *1,3 MPx*. K procesu DIC byl použit 3D systém *ARAMIS*.

K výpočtu napětí bylo využito vztahu (17) pro radiální posuvy. Dosazením posuvů z více bodů vznikla soustava rovnic.

$$u_r = (A + B\cos 2\theta)\sigma_x + (A - B\cos 2\theta)\sigma_y + (2B\sin 2\theta)\tau_{xy}$$
(17)

Takto vzniklá soustava rovnic může být zapsána v maticovém tvaru:

$$Ks = u \tag{18}$$

K – matice o rozměru $n \times 3$

s – vektor *3 x 1* neznámých složek napětí

u – vektor *n* x *I*, obsahující změřené radiální posuvy

Složky napětí je možné získat řešením soustavy rovnic metodou nejmenších čtverců.

$$K^T K s = K^T u \tag{19}$$

Radiální posuvy byly určeny v 15° intervalech. Byly určovány posuvy ve vzdálenosti *1,5* násobku poloměru otvoru od středu. Pro porovnání byl postup zopakován i pro 30° intervaly, rozdíl výsledků byl menší než 1%. Nebyl zjištěn žádný zřetelný rozdíl ve zbytkových napětích, určených pro otvor s průměrem *1,59 mm* a s průměrem *3,82 mm*.

G. S. Schajer, B. Winiarsky, P. J. Withers, 2013 [18]

Metodu DIC je možné použít i při určování mikroskopických napětí za použití mikroskopu. Pomocí elektronového mikroskopu FIB byla vytvořena série otvorů rozmístěných podél vzorku. Otvory měly průměr 5 μm a hloubku 2,4 μm .

Obrazy byly snímány pomocí SEM. Posuvy byly určovány v oblasti, odpovídající mezikruží, kde vnitřní poloměr byl *1*,7 násobek poloměru otvoru a vnější *3*,4 násobek poloměru otvoru.

B. Winiarsky, P. J. Withers, 2012 [19]

Autoři článku vytvořili ve vzorku otvor o poloměru $2 \mu m$ a hloubce $1,8 \mu m$ za použití FIB. Při vrtání otvoru bylo provedeno deset hloubkových kroků. V průběhu frézování byly zaznamenávány SEM obrazy při zvětšení 10 000x.

Posuvy byly vyhodnocovány v softwaru *LaVision DaVis 7.2.* Neznámé hodnoty napětí byly spočítány pomocí tří hodnot posuvů U_1 , U_2 a U_3 . Každý posuv byl měřený mezi dvěma body, viz *obr. 3.1.*



Obr. 3.1: Body pro určování posuvů, převzato z [19]

Napětí bylo vyhodnoceno pro různé poloměry – $R_0/R = 0.6$; 0,5 *a* 0,45 a pro hodnoty úhlu, které se zvětšovaly po 5°. Kalibrační koeficienty byly vypočítány v softwaru *Abaqus* 6.8.

4 Shrnutí rešerše

Měření bylo uskutečněno na ocelových vzorcích [1], [12], [15], na vzorcích z hliníkové slitiny [15], [16], [17] nebo na vzorku z kompozitu [13]. Ve vzorcích bylo vytvořeno tahové napětí [1] nebo tlakové napětí [14]. Dále bylo měřeno na ohýbaném vzorku [12] nebo bylo zbytkové napětí ve vzorku vytvořeno kuličkováním [16].

Při metodě odvrtávání otvoru byly ve většině případů vyvrtávány otvory s průměrem *1,5 mm* až 4 mm [1], [12], [13], [14], [15], [16]. U měření pomocí FIB-SEM byly v uvedených experimentech vytvořeny otvory s poloměrem $2 \mu m$ až 2,5 μm [18], [19]. Při vyvrtávání více otvorů do jednoho vzorku byla minimální vzdálenost mezi středy otvorů šestinásobek průměru otvoru, aby se minimalizovalo jejich vzájemné ovlivnění [17]. Stochastický vzor pro DIC byl ve většině případů vytvořen nástřikem bílé a černé barvy [1]. V některých případech byl povrch vzorku po vyvrtání otvoru očištěn od prachu a nečistot, vzniklých během vrtání [16].

Kvůli šumu mohla být zbytková napětí vyhodnocena jen do radiální vzdálenosti o velikosti dvojnásobku poloměru otvoru [15].

Vrtání probíhalo ve třech [12], čtyřech [16] nebo pěti [15] hloubkových krocích nebo vyvrtáním celé hloubky otvoru najednou (průchozí [1], [15] nebo neprůchozí otvor [15]). Maximální hloubky vyvrtaného otvoru se pohybovaly až do *I*,2 násobku průměru otvoru [17]. Při použití FIB-SEM bylo vrtáno *10* hloubkových přírůstků [19].

Ke snímání povrchu byla použita jedna kamera, umístěná kolmo na povrch vzorku, nebo dvě kamery [15]. Při použití jedné kamery byl otvor do vzorku buď vyvrtáván na místě měření a po vyvrtání otvoru byla vrtací hlava přesunuta ze zorného pole kamery [14], [16] nebo byl vzorek k vyvrtání otvoru přemístěn a poté vrácen zpět na místo měření [13]. Při použití dvou kamer ke snímání povrchu byla vrtací hlava umístěna mezi kamerami, nemusel být tedy přemísťován vzorek, kamera ani vrtací hlava a bylo tak zabráněno větším pohybům tělesa jako celku [12]. Snímky byly pořizovány před vrtáním a po odvrtání každého přírůstku hloubky. V článku [1] autoři snímali vzorek kamerami na opačné straně vzorku, než do které byl vyvrtáván otvor. Tento přístup ale vyžaduje vrtání průchozího otvoru a tloušťku vzorku maximálně *2 mm*.

Měřeno bylo pomocí systémů *Dantec Dynamics* [1], [15] a *Aramis* [13], [17]. Snímky byly zpracovávány v DIC softwarech *Vic3D* [12], *LaVision Strainmaster* [16] a *Istra4D* [1].

Zbytkové napětí bylo vyhodnocováno různými způsoby:

- Vyhodnocení ze změřených přetvoření z oblastí, odpovídajících mřížkám tenzometrické růžice (0°, 45° a 90°) [1].
- Určení posuvů v 10° intervalech kolem otvoru (36 úhlů) a v radiálních intervalech 50 μm v rozmezí 1400 μm až 2000 μm (13 pozic) při průměru otvoru 2 mm [16].
- Určení radiální posuvy v 15° intervalech ve vzdálenosti 1,5 násobku poloměru otvoru od středu otvoru. Postup byl zopakován i pro 30° intervaly [17].

- U experimentu s použitím FIB-SEM byly určovány posuvy mezi dvěma body ve vzdálenostech od středu otvoru $R_0/R=0, 6, 0, 5$ a 0, 45 pro úhly $0^\circ, 45^\circ$ a 90° . Tento postup byl opakován pro úhly zvětšující se po 5° [19].
- Při známých směrech hlavních napětí byla napětí vyhodnocena pouze pro úhly 0° a 90° [14].
- Změřená přetvoření byla použita v MKP programu k určení zbytkového napětí [13].

Výsledné posuvy nebo napětí určené pomocí DIC byly porovnávány s výsledky z MKP programů [1], s údaji z tenzometrů [1], [13], [14], [16] nebo se známou hodnotou aplikovaného zatížení [14], [15]. Ve většině případů byly výsledky v dobré shodě. Při měření FIB-SEM byly rozdíly větší.

5 Systém podstatných veličin

Při řešení jakéhokoli problému je třeba nejprve sestavit množinu všeho podstatného, co s řešením daného problému souvisí. Na základě sestaveného systému podstatných veličin je potom možné vybrat vhodnou metodu řešení problému, která obsahuje veličiny podstatné z hlediska řešeného problému. V této práci byl definován systém podstatných veličin podle publikace [20].

Podmnožina S0

Podmnožina obsahuje veličiny popisující okolí objektu. V případě řešeného problému bude experiment realizován v laboratorním prostředí.

Podmnožina S1

Součástí podmnožiny S1 jsou veličiny popisující topologii a strukturu entity. Topologií je myšleno umístění měřícího zařízení, vzorku, kamery, vrtačky a osvětlení v prostoru při experimentu.

Podmnožina S2

Do podmnožiny S2 spadají vazby a na nich probíhající interakce. Pro řešený problém se jedná o upevnění experimentálního zařízení na pracovním stole. Dále upevnění kamery, vrtačky, osvětlení a vzorku v experimentálním zařízení. Všechny tyto vazby by měly být pevné, nemělo by docházet k vzájemnému pohybu mezi jednotlivými částmi měřícího řetězce.

Podmnožina S3

Podmnožina obsahuje veličiny popisující aktivaci objektu z jeho okolí. K aktivaci dojde silou, kterou bude vzorek zatížen tak, aby bylo vyvoláno napětí o známé velikosti. Jedná se o číselnou veličinu. Dále je vzorek aktivován použitím vrtáku při odvrtávání otvoru.

Podmnožina S4

Do této podmnožiny patří veličiny popisující ovlivnění entity. Odvrtáním otvoru vzniká v okolí otvoru pole deformací, které je měřeno a následně přepočítáno na napětí. V blízkém okolí otvoru můžou ale být výsledky ovlivněny napětím, které vzniká v průběhu vrtání otvoru, proto je třeba posoudit, v jaké vzdálenosti od okraje otvoru je vhodné data vyhodnocovat.

Podmnožina S5

Veličiny popisující vlastnosti prvků struktury. Materiál vzorku je popsán materiálovými charakteristikami - modulem pružnosti v tahu E a Poissonovým číslem μ . Geometrické vlastnosti jsou dány rozměry vzorku a průměrem a hloubkou vrtaného otvoru. Veličiny patřící do této podmnožiny jsou stochastické, statické a číselné veličiny.

Podmnožina S6

Daná podmnožina obsahuje veličiny popisující procesy na struktuře objektu. V případě řešeného problému je podmnožina prázdná.

Podmnožina S7

Veličiny popisující projevy objektu. Projevem je vznik pole deformace a napětí v okolí odvrtávaného otvoru.

Podmnožina S8

Poslední podmnožina obsahuje veličiny popisující důsledky projevů objektu. Důsledkem působení zátěžných sil je vznik požadovaného stavu napjatosti vzorku. Jako důsledek odvrtání otvoru mohou vzniknout plastické deformace v okolí otvoru, které jsou ke správnému vyhodnocení zbytkových napětí danými postupy nežádoucí.

Veličiny budou při řešení daného problému uvažovány jako statické a deterministické.

5.1 Výběr metody řešení

Jak plyne ze zadání práce, k měření deformací v okolí odvrtaného otvoru bude využita metoda digitální korelace obrazu. Vzorek bude snímán jednou kamerou umístěnou kolmo k povrchu vzorku. Do vzorku bude vyvrtáván otvor po přírůstcích a bude snímán povrch vzorku po vyvrtání každého přírůstku. Změřené deformace budou přepočítány pomocí kalibračních koeficientů na zbytková napětí. Jedná se o problém nepřímý.

6 Experiment

Výše uvedená rešerše byla využita při plánování experimentu. Experiment bude realizován na vzorku obdélníkového příčného průřezu. Na povrchu vzorku bude vytvořen stochastický vzor jemným nástřikem sprejové barvy.

Bylo zvoleno zatěžování vzorku čtyřbodovým ohybem, protože při čtyřbodovém ohybu vzniká mezi zatěžujícími silami rovnoměrně rozložený ohybový moment po délce vzorku, tedy i rovnoměrně rozložené ohybové napětí po délce vzorku. Rozložení napětí po tloušťce vzorku je při namáhání ohybem lineární.

Schéma experimentu je vykresleno na *obrázku 6.1.* Z obrázku je patrný také průběh ohybového momentu M_O po délce vzorku.



Obr. 6.1: Schéma měření zbytkového napětí a průběh ohybového momentu po délce vzorku

Vzorek bude upnut ve vodorovné poloze ve zkušebním zařízení a bude snímán jednou kamerou umístěnou kolmo k povrchu vzorku. Snímaná oblast vzorku bude osvětlena. První snímek povrchu vzorku bude pořízen před zahájením vrtání otvoru. Poté bude po přírůstcích vyvrtáván otvor o průměru 2 mm. Po každém přírůstku hloubky bude pořízen snímek okolí vrtaného otvoru. Z pořízených snímků budou vyhodnoceny posuvy bodů na povrchu vzorku. Tyto posuvy budou poté zpracovány v softwaru *Octave* a bude z nich vyhodnoceno zbytkové napětí.

Na měřeném vzorku bude mimo oblast měření zbytkových napětí aplikována tenzometrická růžice, pomocí které bude měřeno přetvoření na povrchu vzorku. Ze změřeného přetvoření bude možné spočítat velikost ohybového napětí ve vzorku, se kterou budou porovnávány vypočítané hodnoty zbytkových napětí.

Experiment nemohl být realizován v důsledku mimořádných opatření, kdy nebyl možný přístup do školy k měřícímu zařízení. Z tohoto důvodu byla experimentální data nahrazena posuvy získanými výpočtově metodou konečných prvků. K těmto posuvům byly přičteny náhodné hodnoty vyjadřující vliv šumu.

7 Výpočet zbytkových napětí

Zbytková napětí byla počítána podle následujícího postupu. Získané posuvy ve směrech x a y byly přepočítány na radiální posuvy použitím následujícího vztahu [15].

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{bmatrix}$$
(20)

K výpočtu zbytkových napětí bylo využito vztahu (21) mezi radiálním posuvem a složkami zbytkových napětí, kde A a B jsou kalibrační koeficienty získané metodou konečných prvků.

$$u_r = (A + B\cos 2\theta)\sigma_x/2 + (A - B\cos 2\theta)\sigma_y/2 + 2(B\sin 2\theta)\tau_{xy}$$
(21)

Do rovnice byly dosazeny radiální posuvy z několika bodů a vznikla následující soustava rovnic [17].

$$Ks = u_r \tag{22}$$

$$K = \begin{bmatrix} (A + B\cos 2\theta_1)/2 & (A - B\cos 2\theta_1)/2 & 2B\sin 2\theta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (A + B\cos 2\theta_n)/2 & (A - B\cos 2\theta_n)/2 & 2B\sin 2\theta_n \end{bmatrix}$$
(23)

$$s = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$
(24)

$$u_r = \begin{bmatrix} u_{r1} \\ \vdots \\ u_{rn} \end{bmatrix}$$
(25)

K – matice o rozměru $n \times 3$, kde n je počet vyhodnocovaných bodů s – vektor 3×1 neznámých složek napětí u_r – vektor $n \times 1$, obsahující změřené posuvy

Hledané složky napětí byly získány řešením předchozí soustavy rovnic metodou nejmenších čtverců. Velikosti a směry hlavních napětí byly vyřešeny použitím následujících vztahů [15].

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
(26)

$$\alpha = \frac{1}{2} tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \tag{27}$$

K výpočtu byly využity posuvy získané z MKP výpočtu, ke kterým byl přičten šum o určité velikosti. Cílem této kapitoly bylo určit vhodný způsob vyhodnocení zbytkových napětí z polí posuvů.

Za model materiálu byl zvolen homogenní, izotropní, lineárně pružný materiál s materiálovými charakteristikami E=210 GPa, $\mu=0,3$. Byl uvažován otvor o průměru 2 mm. K dispozici byla data pro 10 přírůstků hloubky. Každý přírůstek měřil 0,1 mm, celková hloubka otvoru tedy byla 1 mm. K výpočtu zbytkových napětí byl vytvořen skript v programu Octave. Výpočet byl realizován pro různé typy napjatosti. Jako první byla analyzována jednoosá tahová napjatost. Zbytkové napětí bylo tedy uvažováno homogenní po tloušťce. Velikosti a směry hlavních zbytkových napětí byly následující:

$$\sigma_1 = 300 MPa$$
 , $\sigma_2 = 0 MPa$, $\sigma_3 = 0 MPa$, $\alpha = 0^\circ$

K výpočtu zbytkových napětí je nutné znát kalibrační koeficienty A a B. Koeficienty byly získány z MKP výpočtu. V *tabulce 1* je vybráno několik hodnot kalibračních koeficientů. Koeficienty jsou sepsány v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru R pro hloubky otvoru 0, 1 mm, 0, 5 mm a 1 mm.

		A [µm/MPa]			B [µm/MPa]	
R [mm]	Hloubka: 0,1 mm	0,5 mm	1 mm	0,1 mm	0,5 mm	1 mm
1,515	3,28E-04	2,09E-03	3,37E-03	4,88E-04	3,28E-03	5,95E-03
1,765	2,22E-04	1,52E-03	2,70E-03	3,45E-04	2,44E-03	4,80E-03
2,015	1,63E-04	1,14E-03	2,18E-03	2,59E-04	1,86E-03	3,89E-03
2,265	1,25E-04	8,93E-04	1,78E-03	2,03E-04	1,46E-03	3,18E-03
2,515	9,93E-05	7,16E-04	1,48E-03	1,63E-04	1,18E-03	2,63E-03
2,765	8,10E-05	5,87E-04	1,24E-03	1,34E-04	9,70E-04	2,20E-03
3,015	6,73E-05	4,90E-04	1,05E-03	1,12E-04	8,12E-04	1,87E-03
3,265	5,69E-05	4,16E-04	9,04E-04	9,54E-05	6,89E-04	1,60E-03
3,515	4,88E-05	3,57E-04	7,84E-04	8,21E-05	5,92E-04	1,39E-03
3,765	4,23E-05	3,10E-04	6,86E-04	7,14E-05	5,15E-04	1,21E-03

Tabulka 1: Velikosti kalibračních koeficientů A a B

Na *obrázcích 7.1* a 7.2 jsou graficky znázorněny velikosti kalibračních koeficientů A a B v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru R.



Obr. 7.1: Průběh velikosti koeficientu A v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru



Obr. 7.2: Průběh velikosti koeficientu B v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru

V této kapitole byl analyzován vliv velikosti pixelu a počtu pixelů mezi jednotlivými body, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy, na dosaženou přesnost výsledků. K hodnotám posuvů byl přičten šum odpovídající 0,01 násobku, 0,05 násobku a 0,1 násobku velikosti pixelu. Všechny případy, které byly vyhodnocovány, jsou uvedeny v následující tabulce a jsou označeny písmeny A až M.

Označení	Velikost pixelu [mm]	Počet pixelů mezi body, ve kterých se vyhodnocují posuvy	Velikost šumu jako násobek velikosti pixelu
A	0,007	15	0,01
B	0,007	15	0,05
С	0,007	15	0,1
D	0,007	25	0,01
E	0,007	25	0,05
F	0,007	25	0,1
G	0,007	35	0,01
H	0,007	35	0,05
Ι	0,007	35	0,1
J	0,006	50	0,1
K	0,004	50	0,1
L	0,002	50	0,1
M	0,0005	50	0,1

Tabulka 2: Vyhodnocované případy velikosti pixelu, počtu pixelů mezi jednotlivými body a velikostí šumu

Nejprve byly řešeny případy A, B a C, kterým odpovídala velikost pixelu 0,007 mma vzdálenost 15 pixelů mezi body, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy. K datům byly přičteny náhodné hodnoty reprezentující šum. Pro případ A byl přičten šum o velikosti 0,01 násobku pixelu. Pole posuvů ve směrech os x a y jsou vykreslena na *obrázcích* 7.3 a 7.4. Následují *obrázky* 7.5 a 7.6, na kterých je znázorněn případ B, odpovídající velikosti šumu 0,05 násobku pixelu. Na *obrázcích* 7.7 a 7.8 jsou znázorněna pole posuvů s velikostí šumu, který odpovídal 0,1 násobku pixelu, tedy případ C. Všechny vykreslené posuvy odpovídají hloubce otvoru 1 mm.



Obr. 7.3: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ A



Obr. 7.4: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ A



Obr. 7.5: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ B



Obr. 7.6: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ B



Obr. 7.7: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ C



Obr. 7.8: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ C

7.1 Vliv vzdálenosti vyhodnocovaných bodů od středu otvoru na přesnost výsledků

Zbytkové napětí bylo počítáno z posuvů v bodech rovnoměrně rozmístěných na kružnici o poloměru *R*. Cílem této kapitoly bylo posoudit vliv poloměru kružnice, na které ležely vyhodnocované body, na přesnost výsledků.

Nejprve byla napětí vyhodnocována z 24 bodů ležících na kružnici. Mezi těmito body byly úhly 15°. Postup byl opakován pro deset různých poloměrů kružnice R. První vyhodnocovaný poloměr byl R=1,515 mm, každý další vyhodnocovaný poloměr byl vždy o 0,25 mm větší. Největší vzdálenost bodů od středu otvoru, pro které byla vyhodnocována zbytková napětí, byla R=3,765 mm.

Hodnoty spočítaných zbytkových napětí a úhly jejich orientace vůči ose x pro velikost šumu 0,01 násobku velikosti pixelu jsou sepsány v *tabulce 3*. Na *obrázcích 7.9* a 7.10 jsou vykresleny absolutní odchylky hlavních napětí σ_1 a σ_2 od aplikované hodnoty v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru *R*.

Hloubka 0,	Hloubka 0,1 mm				Odchylka		
R [mm]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_1 [MPa]$	$\sigma_2 [MPa]$	
1,515	286,9	-2,8	-1,4	4,4	13,1	2,8	
1,765	305,9	-29,9	-1,3	2,0	5,9	29,9	
2,015	304,6	16,4	-0,4	1,6	4,6	16,4	
2,265	300,7	-0,3	-0,8	0,2	0,7	0,3	
2,515	301,2	-16,5	-0,6	0,4	1,2	16,5	
2,765	291,3	-26,8	-0,8	2,9	1,3	26,8	
3,015	287,1	18,8	1,4	4,3	12,9	18,8	
3,265	262,2	-53,2	3,3	12,6	37,8	53,2	
3,515	266,9	87,3	2,0	11,1	33,1	87,3	
3,765	360,8	-51,5	3,3	20,3	60,8	51,5	

Tabulka 3: Zbytková napětí vyhodnocená pro body, které mezi sebou mají 15° pro data s šumem o velikosti 0,01 násobku velikosti pixelu

Hloubka 0,	,5 mm				Odchylka		
R [mm]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	
1,515	300,7	4,4	0,2	0,2	0,7	4,4	
1,765	304,0	-2,3	-0,1	1,3	4,0	2,3	
2,015	300,1	-1,3	0,0	0,0	0,1	1,3	
2,265	300,4	-5,0	-0,2	0,1	0,4	5,0	
2,515	305,3	5,4	0,6	1,8	5,3	5,4	
2,765	303,1	-6,3	-0,2	1,0	3,1	6,3	
3,015	307,6	-6,8	0,1	2,6	7,6	6,8	
3,265	295,1	18,6	-0,4	1,6	4,9	18,6	
3,515	306,6	-4,6	0,6	2,2	6,6	4,6	
3,765	294,5	2,2	-1,1	1,8	5,5	2,2	
Hloubka 1	mm			Odchylka			
R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	σ_2 [MPa]	
1,515	299,2	1,3	-0,1	0,3	0,8	1,3	
1,765	302,5	-1,1	0,1	0,8	2,5	1,1	
2,015	300,1	-3,2	0,3	0,0	0,1	3,2	
2,265	296,7	2,7	0,0	1,1	3,3	2,7	
2,515	298,3	-1,1	0,0	0,6	1,7	1,1	
2,765	303,5	6,8	0,1	1,2	3,5	6,8	
3,015	304,2	1,0	0,0	1,4	4,2	1,0	
3,265	296,7	-0,8	-0,1	1,1	3,3	0,8	
3,515	304,2	6,1	-0,3	1,4	4,2	6,1	
3,765	309,7	6,8	0,0	3,2	9,7	6,8	



Obr. 7.9: Absolutní odchylka napětí σ_1 v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru pro šum jako 0,01 násobek pixelu



Obr. 7.10: *Absolutní odchylka napětí* σ_2 *v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru pro šum jako 0,01 násobek pixelu*

Z výsledků nelze jednoznačně určit vliv vzdálenosti vyhodnocovaných bodů od středu otvoru na přesnost výsledků, proto byly spočítány průměrné odchylky pro vzdálenosti 1,515 mm až 2,015 mm; 2,265 mm až 2,765 mm a 3,015 mm až 3,765 mm od středu otvoru. Výsledky jsou uvedeny v *tabulce 4*.

Tabulka 4: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí vyhodnocovaných poloměrů pro případ A

		Vyhodnocované poloměry [mm]			
Hloubka otvoru [mm]	Odchylka [MPa]	1,515 - 2,015	2,265 - 2,765	3,015 - 3,765	
0,1	σ_{I}	7,9	3,5	36,2	
0,1	σ_2	16,4	14,5	52,7	
0,5	σ_{I}	1,6	2,9	6,2	
0,5	σ_2	2,7	5,6	8,1	
1	σ_{I}	1,1	2,8	5,3	
1	σ_2	1,9	3,5	3,7	

Výsledky byly vykresleny do grafu. Na *obrázku 7.11* jsou vykresleny průměrné absolutní odchylky hlavních napětí pro případ *A* a hloubku otvoru 0,1 mm. Na obr. 7.12 následuje vykreslení pro hloubku 0,5 mm a na obrázku 7.13 pro hloubku otvoru rovnající se 1 mm.



Obr. 7.11: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí polohy vyhodnocovaných bodů pro případ A pro hloubku otvoru 0,1 mm



Obr. 7.12: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí polohy vyhodnocovaných bodů pro případ A pro hloubku otvoru 0,5 mm



Obr. 7.13: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí polohy vyhodnocovaných bodů pro případ A pro hloubku otvoru 1 mm

Je vidět, že ve většině případů vycházela pro větší vzdálenosti vyhodnocovaných bodů od středu otvoru větší chyba ve výsledcích. Například pro hloubku otvoru *1 mm* vyšla průměrná odchylka od očekávané hodnoty pro vyhodnocované poloměry *1,515 – 2,015 mm* pro napětí σ_1 o *4,2 MPa* menší než pro poloměry *3,015 - 3,765 mm*, pro σ_2 byl rozdíl *1,8 MPa*.

Obdobným způsobem byly zpracovány výsledky v *tabulce 5* pro případ *B*, kterému odpovídá velikost šumu 0,05 násobku velikosti pixelu. Pro případ C s velikostí šumu jako 0,1 násobek velikosti pixelu jsou průměrné odchylky zaznamenány v *tabulce 6*.

		Vyhodnocované poloměry [mm]			
Hloubka otvoru [mm]	Odchylka [MPa]	1,515 - 2,015	2,265 - 2,765	3,015 - 3,765	
0,1	σ_{1}	26,3	93,7	276,0	
0,1	σ_2	137,9	105,2	231,3	
0,5	σ_{1}	2,3	24,8	11,6	
0,5	σ_2	4,4	10,9	24,3	
1	σ_{I}	6,8	8,7	8,3	
1	σ_2	3,0	4,9	11,8	

Tabulka 5: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí vyhodnocovaných poloměrů pro případ B

		Vyhodnocované poloměry [mm]			
Hloubka otvoru [mm]	Odchylka [MPa]	1,515 - 2,015	2,265 - 2,765	3,015 - 3,765	
0,1	σ_{l}	135,8	298,6	406,0	
0,1	σ_2	92,8	487,6	458,8	
0,5	σ_{l}	14,2	38,7	30,3	
0,5	σ_2	20,5	24,3	49,2	
1	σ_{l}	11,0	9,6	10,6	
1	σ_2	2,8	8,5	31,0	

Tabulka 6: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí vyhodnocovaných poloměrů pro případ C

Z průměrných odchylek je patrné, že vzdálenost bodů, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy, od středu otvoru měla vliv na přesnost výsledků. Je zřejmé, že pro velké množství případů zvětšující se vzdálenost bodů od středu otvoru znamenala rostoucí rozdíly výsledků od očekávané hodnoty.

7.2 Vliv počtu vyhodnocovaných bodů na přesnost výsledků

V předchozí kapitole byly výpočty realizovány pro data získaná ve 24 bodech ležících na kružnici. Pro porovnání byl postup zopakován pro 12 bodů na kružnici, mezi kterými byl úhel 30° . Spočítané hodnoty pro velikost šumu jako 0,01 násobek pixelu jsou uvedeny v *tabulce 7*.

Hloubka 0,1 mm				Odchylka		
R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]
1,515	286,4	5,9	-2,1	4,6	13,6	5,9
1,765	296,5	-20,7	-1,1	1,2	3,5	20,7
2,015	288,1	7,1	-1,8	4,0	11,9	7,1
2,265	335,0	-8,1	-1,7	11,7	35,0	8,1
2,515	400,0	8,3	0,9	33,3	100,0	8,3
2,765	252,4	79,3	-6,7	15,9	47,6	79,3
3,015	306,1	-20,2	-1,7	2,0	6,1	20,2
3,265	214,4	-63,8	-2,1	28,5	85,6	63,8
3,515	378,5	95,2	-0,4	26,2	78,5	95,2
3,765	341,0	-102,4	2,5	13,7	41,0	102,4

Tabulka 7: Zbytková napětí pro body, které mezi sebou mají úhel 30° pro data s šumem odpovídajícím 0,01 násobku velikosti pixelu

Hloubka 0,	,5 mm				Odchylka		
R [mm]	σ_{l} [MPa]	$\sigma_2 [MPa]$	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	σ_2 [MPa]	
1,515	303,3	1,6	0,1	1,1	3,3	1,6	
1,765	295,7	3,0	0,1	1,4	4,3	3,0	
2,015	298,7	-0,6	0,1	0,4	1,3	0,6	
2,265	299,0	-4,1	-0,3	0,3	1,0	4,1	
2,515	298,5	3,6	1,0	0,5	1,5	3,6	
2,765	307,3	-6,7	-0,5	2,4	7,3	6,7	
3,015	306,3	-3,1	0,0	2,1	6,3	3,1	
3,265	299,4	18,5	0,1	0,2	0,6	18,5	
3,515	319,5	-2,1	1,0	6,5	19,5	2,1	
3,765	303,6	-17,5	-1,8	1,2	3,6	17,5	
Hloubka 1	mm			Odchylka			
R [mm]	σ_{l} [MPa]	$\sigma_2 [MPa]$	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	σ_2 [MPa]	
1,515	302,7	-0,4	-0,1	0,9	2,7	0,4	
1,765	295,9	2,8	-0,1	1,4	4,1	2,8	
2,015	298,4	-5,2	0,5	0,5	1,6	5,2	
2,265	293,3	0,0	-0,2	2,2	6,7	0,0	
2,515	294,9	2,8	0,1	1,7	5,1	2,8	
2,765	308,2	7,1	0,0	2,8	8,2	7,1	
3,015	307,0	-2,4	0,0	2,3	7,0	2,4	
3,265	292,7	-1,6	0,3	2,5	7,3	1,6	
3,515	296,0	1,2	-0,2	1,4	4,0	1,2	
3,765	304,8	4,4	0,4	1,6	4,8	4,4	

K vyhodnocení zbytkových napětí je třeba znát posuvy alespoň ve třech bodech. Pro srovnání výsledků byl postup vyhodnocení zopakován ještě pro 3 body ležící na kružnici. Poloha bodů byla 0° , 45° a 90° . Výsledky jsou uvedeny v *tabulce* 8.

Hloubka 0,1 mm				Odchylka		
R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{I} [%]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]
1,515	270,5	1,8	0,2	9,8	29,5	1,8
1,765	407,1	40,3	-3,7	35,7	107,1	40,3
2,015	325,2	61,8	-3,8	8,4	25,2	61,8
2,265	230,1	-81,4	1,3	23,3	69,9	81,4
2,515	477,7	-86,6	-11,7	59,2	177,7	86,6
2,765	211,4	-106,2	1,4	29,5	88,6	106,2
3,015	554,0	46,2	-4,3	84,7	254,0	46,2
3,265	91,7	-115,3	20,6	69,4	208,3	115,3
3,515	529,8	215,9	-9,5	76,6	229,8	215,9
3,765	438,4	-126,2	8,9	46,1	138,4	126,2

Tabulka 8: Zbytková napětí pro body 0° , 45° , 90° a data s šumem odpovídajícím 0,01 násobku velikosti pixelu

Hloubka 0,	,5 mm				Odchylka	
R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]
1,515	278,2	3,6	2,0	7,3	21,8	3,6
1,765	296,6	2,3	-0,4	1,2	3,4	2,3
2,015	318,6	11,5	-1,5	6,2	18,6	11,5
2,265	296,6	-5,9	0,7	1,1	3,4	5,9
2,515	311,5	12,7	-0,8	3,8	11,5	12,7
2,765	321,1	18,6	-1,3	7,0	21,1	18,6
3,015	314,7	11,7	0,6	4,9	14,7	11,7
3,265	292,1	19,8	-2,7	2,7	7,9	19,8
3,515	296,9	7,2	-0,5	1,1	3,1	7,2
3,765	274,5	-50,8	1,6	8,5	25,5	50,8
Hloubka 1	mm				Odchylka	
R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	σ_{l} [MPa]	$\sigma_2 [MPa]$
1,515	288,8	0,9	0,4	3,7	11,2	0,9
1,765	297,3	5,1	0,1	0,9	2,7	5,1
2,015	305,9	-5,7	-0,1	2,0	5,9	5,7
2,265	290,5	4,3	0,8	3,2	9,5	4,3
2,515	308,6	9,5	-0,7	2,9	8,6	9,5
2,765	317,6	17,8	-0,3	5,9	17,6	17,8
3,015	298,2	2,5	0,4	0,6	1,8	2,5
3,265	303,1	9,1	0,6	1,0	3,1	9,1
3,515	294,9	0,0	-0,3	1,7	5,1	0,0
3,765	299,4	-5,9	1,9	0,2	0,6	5,9

Na následujících obrázcích je vykresleno porovnání předchozích tří metod. Tedy výpočet zbytkových napětí z posuvů pouze ze tří bodů, z dvanácti bodů a z dvaceti čtyř bodů ležících na kružnici o poloměru *R*. Porovnání bylo realizováno pro hloubku otvoru *l mm*.



Obr. 7.14: Porovnání hodnot napětí σ_1 získaných různými způsoby, pro šum jako 0,01 násobek pixelu



Obr. 7.15: Porovnání hodnot napětí σ_2 získaných různými způsoby, pro šum jako 0,01 násobek pixelu

V *tabulce* 9 jsou zaznamenány spočítané průměrné odchylky zbytkových napětí pro hloubky 0,1 mm, 0,5 mm a 1 mm pro 24 bodů, 12 bodů a 3 body vstupující do výpočtu.

Tabulka 9: Porovnání průměrných velikostí odchylek výsledků pro 24 bodů vstupujících do výpočtu, 12 bodů a 3 body v případě A

Případ A	Odchylka <i>[MPa]</i>	24 bodů	12 bodů	3 body
Hloubka 0,1 mm	σ_{l}	17,9	42,3	132,9
	σ_2	30,3	41,1	88,2
Hloubka 0,5 mm	σ_{1}	3,8	4,9	13,1
	σ_2	5,7	6,1	14,4
Hloubka 1 mm	σ_{I}	3,3	5,2	6,6
	σ_2	3,1	2,8	6,1

Z tabulky 9 vyplývá, že téměř ve všech případech vyšla pro větší počet bodů použitých při výpočtu odchylka menší. Výsledky byly znázorněny graficky pro hloubku 0,5 mm, viz obr. 7.16. Na obrázku jsou vidět průměrné odchylky σ_1 a σ_2 vypočítané pro 24 bodů, 12 bodů a 3 body.



Obr. 7.16: Porovnání průměrných odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro hloubku otvoru 0,5 mm

Je patrné, že počet bodů, využitých k vyhodnocení zbytkových napětí, má vliv na přesnost výsledků. Téměř ve všech případech vyšla pro větší počet bodů použitých při výpočtu odchylka menší. Nejvhodnější metoda z výše uvedených se tedy jeví vyhodnocování zbytkových napětí z 24 bodů ležících na kružnici, kdy mezi jednotlivými body je úhel 15°. Naopak jako nejméně vhodné se zdá být vyhodnocení zbytkových napětí pouze z posuvů ve třech bodech, kdy vycházely velmi významné odchylky.

7.3 Vliv počtu hloubek

V této kapitole bylo při výpočtu využito posuvů pro více hloubek otvoru. V *tabulce 10* jsou uvedeny výsledky, kdy bylo k výpočtu využito posuvů ve všech deseti hloubkách otvoru. K výpočtu byly použity posuvy z 24 bodů v každé hloubce otvoru.

A - Velikos	st šumu: 0,01	násobek pixe	elu		Odchylka			
R [mm]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]		
1,515	299,1	1,8	0,0	0,3	0,9	1,8		
1,765	303,2	-1,5	0,0	1,1	3,2	1,5		
2,015	299,8	-2,1	0,2	0,1	0,2	2,1		
2,265	298,0	0,9	0,0	0,7	2,0	0,9		
2,515	300,2	-1,7	0,0	0,1	0,2	1,7		
2,765	301,1	0,4	-0,1	0,4	1,1	0,4		
3,015	300,6	0,5	0,0	0,2	0,6	0,5		
3,265	299,9	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2		
3,515	300,0	0,3	-0,1	0,0	0,0	0,3		
3,765	299,8	1,9	-0,1	0,1	0,2	1,9		
B - Velikos	st šumu: 0,05	násobek pixe	elu		Odchylka			
R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]		
1,515	300,4	5,2	0,1	0,1	0,4	5,2		
1,765	303,3	-3,0	-0,2	1,1	3,3	3,0		
2,015	297,0	-2,6	0,3	1,0	3,0	2,6		
2,265	295,8	1,1	0,2	1,4	4,2	1,1		
2,515	309,7	-0,2	0,4	3,3	9,7	0,2		
2,765	303,2	3,9	0,3	1,1	3,2	3,9		
3,015	304,6	11,1	-0,2	1,5	4,6	11,1		
3,265	306,8	10,8	0,5	2,3	6,8	10,8		
3,515	301,8	-10,7	0,1	0,6	1,8	10,7		
3,765	307,8	11,3	0,7	2,6	7,8	11,3		
C - Velikos	st šumu: 0,1 r	1ásobek pixel	и		Odchylka			
R [mm]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]		
1,515	304,0	7,6	-0,4	1,3	4,0	7,6		
1,765	298,2	-5,7	0,0	0,6	1,8	5,7		
2,015	309,0	9,1	-0,3	3,0	9,0	9,1		
2,265	304,8	-7,0	-0,5	1,6	4,8	7,0		
2,515	308,5	-14,0	0,9	2,8	8,5	14,0		
2,765	289,8	-7,4	-0,7	3,4	10,2	7,4		
3,015	325,9	-11,0	-0,4	8,6	25,9	11,0		
3,265	299,9	-18,8	1,4	0,0	0,1	18,8		
3,515	313,9	24,7	0,3	4,6	13,9	24,7		
3,765	279,2	16,4	1,7	6,9	20,8	16,4		

Tabulka 10: Zbytková napětí vyhodnocená pro 10 hloubek pro úhly 15° mezi body

V následující tabulce jsou spočítané průměrné odchylky napětí σ_1 a σ_2 . Je vidět, že zahrnutím všech hloubek otvoru do výpočtu došlo ke zpřesnění výsledků.

Velikost šumu	Průměrná odchylka		
	$\sigma_1 [MPa]$	$\sigma_2[MPa]$	
0,01 násobek pixelu	0,9	1,1	
0,05 násobek pixelu	4,5	6,0	
0,1 násobek pixelu	9,9	12,2	

Tabulka 11: Průměrné odchylky napětí s využitím všech deseti přírůstků hloubek při výpočtu

7.4 Body z více poloměrů

Při dalším výpočtu byly použity data posuvů v bodech, které ležely na dvou kružnicích o poloměrech R_1 a R_2 . V *tabulce 12* jsou zaznamenána spočítaná zbytková napětí pro úhly 15° mezi jednotlivými body. Do výpočtu tedy vstupovaly posuvy celkem ze 48 bodů.

Tabulka 12: Zbytková napětí vyhodnocená v bodech ležících na dvou kružnicích s úhlem 15° mezi jednotlivými body pro data s šumem 0,01 násobku velikosti pixelu

Hloubka 0,	1 mm					Odchylka	
$R_1 [mm]$	$R_2 [mm]$	σ_{I} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	σ_2 [MPa]
1,515	1,765	293,3	-11,8	-1,4	2,2	6,7	11,8
1,765	2,015	305,2	-13,6	-1,0	1,7	5,2	13,6
2,015	2,265	309,8	3,8	-0,5	3,3	9,8	3,8
2,265	2,515	300,9	-6,6	-0,7	0,3	0,9	6,6
2,515	2,765	297,2	-20,6	-0,7	0,9	2,8	20,6
2,765	3,015	289,4	-7,9	0,0	3,5	10,6	7,9
3,015	3,265	276,7	-11,2	2,3	7,8	23,3	11,2
3,265	3,515	264,0	6,5	3,0	12,0	36,0	6,5
3,515	3,765	307,3	27,6	2,8	2,4	7,3	27,6
Hloubka 0,.	5 mm					Odchylka	
$R_1[mm]$	$R_2[mm]$	σ_{I} [MPa]	$\sigma_2 [MPa]$	α [°]	σ_{l} [%]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]
1,515	1,765	301,9	2,1	0,1	0,6	1,9	2,1
1,765	2,015	302,5	-1,9	0,0	0,9	2,5	1,9
2,015	2,265	308,0	-10,1	-0,1	2,7	8,0	10,1
2,265	2,515	302,3	-0,9	0,1	0,8	2,3	0,9
2,515	2,765	304,3	0,7	0,3	1,5	4,3	0,7
2,765	3,015	305,0	-6,5	-0,1	1,7	5,0	6,5
3,015	3,265	302,4	3,9	-0,1	0,8	2,4	3,9
3,265	3,515	300,0	8,8	0,1	0,0	0,0	8,8
3,515	3,765	301,3	-1,6	-0,1	0,4	1,3	1,6

Hloubka 1	mm				Odchylka			
$R_1[mm]$	$R_2[mm]$	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]	
1,515	1,765	300,5	0,4	0,0	0,2	0,5	0,4	
1,765	2,015	301,5	-1,9	0,2	0,5	1,5	1,9	
2,015	2,265	308,3	-8,9	0,2	2,8	8,3	8,9	
2,265	2,515	297,4	1,2	0,0	0,9	2,6	1,2	
2,515	2,765	300,5	2,2	0,1	0,2	0,5	2,2	
2,765	3,015	303,8	4,4	0,1	1,3	3,8	4,4	
3,015	3,265	301,0	0,2	0,0	0,4	1,0	0,2	
3,265	3,515	299,9	2,1	-0,2	0,0	0,1	2,1	
3,515	3,765	306,6	6,4	-0,1	2,2	6,6	6,4	

Je patrné, že při použití bodů ležících na dvou kružnicích bylo ve většině případů dosaženo větší přesnosti. Proto při dalším výpočtu byla použita data z bodů ležících na více kružnicích. V *tabulce 13* jsou uvedeny výsledky pro šum jako 0,01 násobek pixelu, kdy při výpočtu byly použity posuvy z bodů rovnoměrně rozložených na třech kružnicích o poloměrech R_1 , R_2 a R_3 . Výsledky jsou uvedeny pro případ, kdy mezi body byly úhly 15° .

Tabulka 13: Zbytková napětí, vyhodnocená v bodech ležících na třech kružnicích s úhlem 15° mezi jednotlivými body, pro data s šumem 0,01 násobku velikosti pixelu

Hloubka 0	,1 mm						Odchylka	
$R_1[mm]$	$R_2 [mm]$	$R_3 [mm]$	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]
1,515	1,765	2,015	294,8	-7,7	-1,2	1,7	5,2	7,7
2,015	2,265	2,515	302,9	5,0	-0,5	1,0	2,9	5,0
2,515	2,765	3,015	294,9	-11,9	-0,3	1,7	5,1	11,9
3,015	3,265	3,515	274,3	12,1	2,2	8,6	25,7	12,1
Hloubka 0	,5 mm						Odchylka	
$R_1[mm]$	$R_2[mm]$	$R_3 [mm]$	$\sigma_l [MPa]$	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]
1,515	1,765	2,015	301,6	1,5	0,1	0,5	1,6	1,5
2,015	2,265	2,515	301,2	-1,1	0,1	0,4	1,2	1,1
2,515	2,765	3,015	305,1	-0,9	0,2	1,7	5,1	0,9
3,015	3,265	3,515	303,4	1,2	0,1	1,1	3,4	1,2
Hloubka 1	mm						Odchylka	
$R_1[mm]$	$R_2 [mm]$	$R_3 [mm]$	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]
1,515	1,765	2,015	300,4	-0,3	0,1	0,1	0,4	0,3
2,015	2,265	2,515	298,7	-0,9	0,2	0,4	1,3	0,9
2,515	2,765	3,015	301,3	1,9	0,1	0,4	1,3	1,9
3,015	3,265	3,515	301,8	1,6	-0,1	0,6	1,8	1,6

Z dat je patrné, že přidáním bodů na kružnici o dalším poloměru bylo opět dosaženo větší přesnosti. Proto byla data vyhodnocena ještě pro body ležící na pěti kružnicích o různých poloměrech pro R=1,515; 1,765; 2,015; 2,265 a 2,515 mm. Výsledky byly opět vyhodnoceny pro body s vzájemnými úhly 15°. Výsledky jsou uvedeny v následující tabulce.

Velikost šu	mu: 0,01 nás	sobek pixelu		Odchylka				
Hloubka	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	$\sigma_2 [MPa]$		
0,1 mm	295,6	-7,5	-1,2	1,5	4,4	7,5		
0,5 mm	301,7	1,2	0,1	0,6	1,7	1,2		
1 mm	299,8	-0,1	0,1	0,1	0,2	0,1		
Velikost šu	mu: 0,05 nás	sobek pixelu			Odchylka			
Hloubka	σ_{l} [MPa]	$\sigma_2 [MPa]$	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	$\sigma_2 [MPa]$		
0,1 mm	341,6	-76,9	-0,3	13,9	41,6	76,9		
0,5 mm	302,2	-1,9	-0,6	0,7	2,2	1,9		
1 mm	298,1	0,9	0,3	0,6	1,9	0,9		
Velikost šu	mu: 0,1 náso	bek pixelu			Odchylka			
Hloubka	σ_{l} [MPa]	$\sigma_2 [MPa]$	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	$\sigma_2 [MPa]$		
0,1 mm	400,3	24,5	-1,4	33,5	100,3	24,5		
0,5 mm	301,0	1,5	0,7	0,3	1,0	1,5		
1 mm	303,7	0,6	-0,5	1,2	3,7	0,6		

Tabulka 14: Zbytková napětí vyhodnocená v bodech ležících na pěti kružnicích o poloměrech 1,515; 1,765; 2,015; 2,265 a 2,515 mm s úhlem 15° mezi jednotlivými body

V *tabulce 15* jsou shrnuty průměrné odchylky pro vyhodnocení při použití posuvů ze 2 poloměrů, ze 3 poloměrů a z 5 poloměrů pro tři různé hloubky. Pro hloubku otvoru *1 mm* jsou potom výsledky graficky znázorněny na *obrázku 7.17*.

Tabulka 15: Průměrné odchylky výsledků při použití bodů na 2 poloměrech, 3 poloměrech a 5 poloměrech

Průměrné odchylky [MPa]									
Případ A		2 poloměry	3 poloměry	5 poloměrů					
Hloubka 0,1 mm	σ_l	7,3	9,7	4,4					
	σ_2	27,6	9,1	7,5					
Hloubka 0,5 mm	σ_l	1,3	2,8	1,7					
	σ_2	1,6	1,4	1,2					
Hloubka 1 mm	σ_l	2,8	1,5	0,2					
	σ_2	3,1	1,5	0,1					



Obr. 7.17: Porovnání průměrných odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro hloubku otvoru 1 mm

Z uvedených výsledků plyne, že použitím posuvů z bodů ležících na více kružnicích může být dosaženo větší přesnosti výsledků. Například pro variantu *A* a hloubku otvoru *1 mm* vyšla odchylka σ_1 pro vyhodnocení z pěti poloměrů o 2,6 *MPa* menší než při vyhodnocení ze dvou poloměrů. Pro σ_2 byla odchylka z pěti poloměrů menší o 3 *MPa*.

7.5 Porovnání metod výpočtu

Jako první byl vyhodnocován případ *A*, kterému odpovídala velikost pixelu 0,007 mm, vzdálenost 15 pixelů mezi body, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy a velikost šumu odpovídající 0,01 násobku velikosti pixelu. Byly porovnány výše uvedené metody. V následující tabulce jsou sepsány průměrné absolutní odchylky pro napětí σ_1 a σ_2 pro jednotlivé metody výpočtu a různé hloubky otvoru. Na *obrázku 7.18* je vykresleno porovnání průměrných odchylek pro jednotlivé metody vyhodnocení.

Tabulka 16: Průměrné velikosti odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro případ A

Průměrná odchylka [[MPa]	24 bodů	12 bodů	3 body	2 poloměry	3 poloměry	5 poloměrů
Hloubka 0,1 mm	σ_l	17,9	42,3	132,9	7,3	9,7	4,4
	σ_2	30,3	41,1	88,2	27,6	9,1	7,5
Hloubka 0,5 mm	σ_l	3,8	4,9	13,1	1,3	2,8	1,7
	σ_2	5,7	6,1	14,4	1,6	1,4	1,2
Hloubka 1 mm	σ_l	3,3	5,2	6,6	2,8	1,5	0,2
	σ_2	3,1	2,8	6,1	3,1	1,5	0,1



Obr. 7.18: Porovnání odchylek pro různé metody výpočtu pro variantu A a hloubku 1 mm

Je patrné, že při vyhodnocování zbytkových napětí z posuvů v bodech, ležících na jedné kružnici vyšly ve velké většině případů přesnější výsledky při použití dat z více bodů. Nejmenší odchylky ve výsledcích vycházely při výpočtu z 24 bodů ležících na kružnici, největší odchylky vyšly při výpočtu z posuvů pouze ve třech bodech. Také je zřejmé, že přidáváním posuvů v bodech ležících na více poloměrech, tedy pro 2 poloměry, 3 poloměry a 5 poloměrů, docházelo ke zpřesňování výsledků.

V *tabulkách 17* a *18* jsou podobným způsobem zpracovány výsledky pro případy *B* a *C*. Na *obrázcích 7.19* a *7.20* jsou vykresleny průměrné odchylky pro jednotlivé metody. Je vidět, že pro případy *B* i *C* lze vyvodit obdobné závěry.

Tabulka 17: Průměrné velikosti odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro případ B

Průměrná odchylka [M	/Pa]	24 bodů	12 bodů	3 body	2 poloměry	3 poloměry	5 poloměrů
Hloubka 0,1 mm	σ_l	146,4	226,1	355,7	121,8	56,3	41,6
	σ_2	165,5	250,7	510,0	156,2	107,5	76,9
Hloubka 0,5 mm	σ_l	12,8	25,0	39,0	13,1	9,3	2,2
	σ_2	14,3	30,1	48,4	7,3	3,5	1,9
Hloubka 1 mm	σ_l	8,0	12,7	32,6	6,1	8,1	1,9
	σ_2	7,1	13,8	38,3	6,9	7,1	0,9



Obr. 7.19: Porovnání odchylek pro různé metody výpočtu pro variantu B a hloubku 1 mm

Tabulka 18: Průměrné velikosti odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro případ C

Odchylka [MPa]		24 bodů	12 bodů	3 body	2 poloměry	3 poloměry	5 poloměrů
Hloubka 0,1 mm	σ_l	292,7	368,4	1225,1	251,3	121,4	100,3
	σ_2	360,7	435,3	596,4	233,1	93,0	24,5
Hloubka 0,5 mm	σ_l	28,0	66,0	55,8	17,1	7,9	1,0
	σ_2	33,1	67,0	182,7	24,1	16,4	1,5
Hloubka 1 mm	σ_l	10,4	23,7	82,3	8,8	5,7	3,7
	σ_2	15,8	25,5	92,0	11,2	11,3	0,6



Obr. 7.20: Porovnání odchylek pro různé metody výpočtu pro variantu C a hloubku 1 mm

Dalšími vyhodnocovanými případy byly D, E a F, kterým odpovídala velikost pixelu 0,007 mm a 25 pixelů mezi vyhodnocovanými body. Nejprve byl analyzován případ D s velikostí šumu 0,01 násobku velikosti pixelu, vykreslené posuvy jsou vidět na obrázku 7.21 a 7.22.



Obr. 7.21: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ D



Obr. 7.22: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ D

V *tabulce 19* jsou uvedena vypočítaná zbytková napětí v závislosti na hloubce otvoru. Výpočet byl realizován pro hloubky otvoru 0,2 mm, 0,4 mm, 0,6 mm, 0,8 mm a 1 mm.

Tabulka 19: Zbytková napětí, vyhodnocená v bodech ležících na pěti kružnicích o poloměrech 1,515; 1,765; 2,015; 2,265 a 2,515 mm s úhlem 15° mezi jednotlivými body

					Odchylka	
Hloubka otvoru	$\sigma_l [MPa]$	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_{l} [%]	$\sigma_l [MPa]$	$\sigma_2 [MPa]$
0,2 mm	293,6	0,6	0,0	2,1	6,4	0,6
0,4 mm	298,0	-0,6	0,1	0,7	2,0	0,6
0,6 mm	300,0	0,3	0,0	0,0	0,0	0,3
0,8 mm	301,7	0,7	0,0	0,6	1,7	0,7
1 mm	299,6	-0,9	0,0	0,1	0,4	0,9

Na *obrázcích 7.23* a 7.24 jsou vykresleny pole posuvů ve směru os x a y pro hloubku otvoru l mm a pro velikost šumu danou jako 0,05 násobek velikosti pixelu. Výsledná zbytková napětí jsou uvedena v *tabulce 20*.



Obr. 7.23: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ E



Obr. 7.24: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ E

Tabulka 20: Zbytková napětí, vyhodnocená v bodech ležících na pěti kružnicích o poloměrech 1,515; 1,765; 2,015; 2,265 a 2,515 mm s úhlem 15° mezi jednotlivými body

					Odchylka	
Hloubka otvoru	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_1 [%]	$\sigma_1 [MPa]$	σ_2 [MPa]
0,2 mm	297,7	-1,1	-0,3	0,8	2,3	1,1
0,4 mm	305,8	7,5	-0,3	1,9	5,8	7,5
0,6 mm	303,0	4,3	0,1	1,0	3,0	4,3
0,8 mm	298,0	-2,7	0,0	0,7	2,0	2,7
1 mm	300,0	0,2	-0,1	0,0	0,0	0,2

Dále byly vyhodnocovány posuvy s velikostí šumu odpovídající 0, 1 násobku velikosti pixelu. Na *obrázku 7.25* jsou vykresleny posuvy ve směru osy *x*, na *obrázku 7.26* ve směru osy *y*. V *tabulce 21* jsou zaznamenány výsledky pro dané parametry.



Obr. 7.25: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ F



Obr. 7.26: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ F

Tabulka 21: Zbytková napětí vyhodnocená v bodech ležících na pěti kružnicích o poloměrech 1,515; 1,765; 2,015; 2,265 a 2,515 mm s úhlem 15° mezi jednotlivými body

					Odchylka	
Hloubka otvoru	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_1 [%]	$\sigma_l [MPa]$	$\sigma_2 [MPa]$
0,2 mm	289,2	8,2	-0,1	3,61	10,8	8,2
0,4 mm	321,0	15,0	-0,9	6,99	21,0	15,0
0,6 mm	299,2	6,1	1,1	0,27	0,8	6,1
0,8 mm	307,6	-0,8	-0,1	2,52	7,6	0,8
1 mm	298,0	-4,0	0,1	0,66	2,0	4,0

Obdobně byly zpracovány výsledky pro další případy. Na *obrázku 7.27* jsou vykresleny posuvy pro případ G, kdy velikost pixelu byla 0,007 mm a mezi body, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy, bylo 35 pixelů. Šum měl velikost 0,01 násobku velikosti pixelu. Následuje *obrázek 7.28* pro případ H s velikostí šumu 0,5 násobku pixelu a *obrázek 7.29* odpovídající případu I, tedy velikosti šumu 0,1 násobku pixelu.



Obr. 7.27: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ G a pro hloubku otvoru 1 mm



Obr. 7.28: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ H a pro hloubku otvoru 1 mm



Obr. 7.29: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ I a pro hloubku otvoru 1 mm

Dále byla analyzována data s parametry J, posuvy jsou vykresleny na *obrázku 7.30*. Pole posuvů pro případ K je znázorněno na *obrázku 7.31*.



Obr. 7.30: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ J a pro hloubku otvoru 1 mm



Obr. 7.31: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ K a pro hloubku otvor 1 mm

Dalším analyzovaným případem byl případ *L*. Posuvy jsou vykresleny na *obrázku 7.32*. Jako poslední byla analyzována data posuvů s parametry *M*, které jsou vykresleny na *obrázku 7.33*.



Obr. 7.32: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ L a pro hloubku otvoru 1 mm



Obr. 7.33: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ M a pro hloubku otvoru 1 mm

V následující tabulce jsou shrnuty všechny varianty výpočtu A až M. Výsledky jsou reprezentovány odchylkou hlavních napětí spočítanou jako průměr výsledků určených pro hloubky 0,2 mm, 0,4 mm, 0,6 mm, 0,8 mm a 1 mm. Všechny výpočty byly realizovány pro posuvy v bodech ležících na pěti kružnicích, kdy na každé kružnici bylo rovnoměrně umístěno 24 bodů.

Označení	Velikost pixelu [mm]	Počet pixelů mezi body, ve kterých se vyhodnocují	Velikost šumu jako násobek velikosti	Odcl napětí	hylka [MPa]
	pacia [mm]	posuvy	pixelu	σ_1	σ_2
A	0,007	15	0,01	1,2	0,9
В	0,007	15	0,05	3,9	2,0
С	0,007	15	0,1	4,6	13,7
D	0,007	25	0,01	2,1	0,6
E	0,007	25	0,05	2,6	3,1
F	0,007	25	0,1	8,4	6,8
G	0,007	35	0,01	6,1	0,6
H	0,007	35	0,05	7,1	3,3
Ι	0,007	35	0,1	5,0	6,4
J	0,006	50	0,1	3,5	7,7
K	0,004	50	0,1	7,1	4,0
L	0,002	50	0,1	4,9	5,2
М	0,0005	50	0,1	0,9	0,3

Tabulka 22: Shrnutí průměrných odchylek výsledků pro jednotlivé varianty parametrů

Cílem této kapitoly bylo určit parametry kamery, které jsou dostatečné pro snímání posuvů a následné vyhodnocení zbytkových napětí. Jak bylo předpokládáno, při stejných parametrech velikosti pixelu a počtu pixelů mezi body, ve kterých byly vyhodnoceny posuvy, vyšly větší odchylky pro data posuvů s větším šumem.

Dalším parametrem, který se při výpočtech měnil, byl počet pixelů mezi jednotlivými body, ve kterých byly určovány posuvy. Pro stejnou velikost pixelu odpovídající 0,007 mm byla napětí vyhodnocena pro vzdálenost 15 pixelů, 25 pixelů a 35 pixelů mezi jednotlivými vyhodnocovanými body. Mezi výsledky nebyly výraznější rozdíly. Počet pixelů mezi body, ve kterých jsou vyhodnocovány posuvy, tedy nemá významný vliv na přesnost výsledků.

Dále byl posuzován vliv velikosti pixelu na přesnost výsledků. Výsledky byly porovnány pro 50 pixelů mezi jednotlivými vyhodnocovanými body a pro velikost šumu jako 0,1 násobek pixelu. Velikosti pixelů při výpočtech byly 0,006 mm, 0,004 mm, 0,002 mm a 0,0005 mm. Podle očekávání vycházely pro menší velikosti pixelů i menší rozdíly mezi výsledky a aplikovaným zatížením.

7.6 Náhodné generování polohy bodů

Jako další byl řešen případ dvojosé rovinné napjatosti s následujícími velikostmi a směrem hlavních napětí.

$$\sigma_1 = 300 MPa, \sigma_2 = 0 MPa, \sigma_3 = -300 MPa, \alpha = 0^{\circ}$$

Výpočty v této kapitole byly realizovány pro případ I, pro který platí:

Velikost pixelu [mm]	Počet pixelů mezi body,	Velikost šumu jako
	ve kterých se vyhodnocují posuvy	násobek velikosti pixelu
0,007	35	0,1

V předchozích výpočtech byly brány posuvy bodů, které měly stále stejné umístění. První vyhodnocovaný bod byl vždy umístěn s úhlem 0° . Nyní bylo umístění prvního bodu generováno náhodně s rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti. Dalších 24 bodů bylo rovnoměrně rozmístěno na kružnici s vzájemným úhlem 15° .

Postup byl zopakován pro 12 bodů na kružnici, kdy poloha prvního bodu byla náhodně generována a ostatní body byly na kružnici rozmístěny se vzájemnými úhly 30°. Dále byl výpočet realizován pro 3 body na kružnici, kdy poloha prvního bodu byla generována náhodně a další dva body byly umístěny v úhlech 45° a 90° vůči prvnímu bodu. Body byly umístěny na kružnici o poloměru R=1,515 mm.

Při dalších výpočtech byly umístěny body na dvou kružnicích s poloměry 1,515 mm a 1,765 mm, na třech kružnicích s poloměry 1,515 mm, 1,765 mm a 2,015 mm a na pěti kružnicích o poloměrech 1,515 mm, 1,765 mm, 2,015 mm, 2,265 mm a 2,515 mm. Vždy byla náhodně generována poloha jednoho bodu, ostatní byly umístěny s vzájemnými úhly 15°. Ve všech případech bylo generováno 50 náhodných vstupů. Vyhodnocení byla realizována pro hloubku 1 mm. Cílem kapitoly bylo posoudit vliv volby umístění bodů na spočítaná zbytková napětí.

V *tabulce 23* jsou sepsány průměrné hodnoty, minimální a maximální hodnoty a směrodatné odchylky pro spočítaná napětí a úhel jejich orientace.

Metoda		3 body	12 bodů	24 bodů
σ_1 průměrná hodnota	[MPa]	302,9	289,6	289,1
σ_1 minimální hodnota	[MPa]	193,3	263,7	270,2
σ_1 maximální hodnota	[MPa]	408,5	318,0	317,0
σ_l směrodatná odchylka	[MPa]	51,3	16,1	12,0
σ_2 průměrná hodnota	[MPa]	-306,9	-300,9	-302,9
σ_2 minimální hodnota	[MPa]	-463,3	-319,1	-313,2
σ_2 maximální hodnota	[MPa]	-224,6	-279,1	-285,8
σ_2 směrodatná odchylka	[MPa]	50,0	11,7	6,0
α průměrná hodnota	[°]	0,4	0,3	0,4
α minimální hodnota	[°]	-1,9	-0,9	0,0
a maximální hodnota	[°]	4,3	1,7	0,9
α směrodatná odchylka	[°]	1,3	0,6	0,3

Tabulka 23: Výsledky pro jednotlivé metody při náhodném generování polohy bodů

Metoda		2 poloměry	3 poloměry	5 poloměrů
σ_l průměrná hodnota	[MPa]	294,7	289,1	295,4
σ_l minimální hodnota	[MPa]	275,2	282,0	285,1
σ_l maximální hodnota	[MPa]	310,3	312,5	309,2
σ_1 směrodatná odchylka	[MPa]	9,6	9,0	6,6
σ_2 průměrná hodnota	[MPa]	-301,0	-299,7	-301,8
σ_2 minimální hodnota	[MPa]	-310,0	-308,8	-310,1
σ_2 maximální hodnota	[MPa]	-282,2	-287,5	-292,7
σ_2 směrodatná odchylka	[MPa]	6,6	6,4	4,9
α průměrná hodnota	[°]	0,2	0,1	0,1
a minimální hodnota	[°]	-0,1	-0,3	-0,3
a maximální hodnota	[°]	0,7	0,3	0,5
a směrodatná odchylka	[°]	0,2	0,2	0,2

Na *obrázcích 7.34* a *7.35* jsou vykresleny histogramy spočítaných zbytkových napětí z padesáti náhodných umístění bodů. Grafy jsou zobrazeny pro výpočet z posuvů ve třech bodech.



Obr. 7.34: Histogram spočítaných velikostí zbytkového napětí σ₁ *pro 50 náhodně generovaných umístění tří bodů*



Obr. 7.35: Histogram spočítaných velikostí zbytkového napětí σ_2 *pro 50 náhodně generovaných umístění tří bodů*

Z výsledků je patrné, že při výpočtu z posuvů v méně bodech vycházel větší interval, ve kterém se nacházely výsledky. Například pro výpočet ze tří bodů vycházely výsledky σ_l v rozmezí 193,3 MPa až 408,5 MPa, při výpočtu z 24 bodů na jedné kružnici vycházely výsledky v rozmezí 270,2 MPa až 317 MPa a při výpočtu zbytkových napětí z bodů ležících na pěti kružnicích, kdy na každé kružnici bylo 24 bodů, vyšlo hlavní napětí σ_l v rozmezí 285,1 MPa až 309,2 MPa.

Je tedy vidět, že výsledky jsou ovlivněny volbou umístění bodů vstupujících do výpočtu. Při výpočtu z posuvů ve větším počtu bodů je tento vliv menší.

7.7 Vyhlazení posuvů

Jako poslední byl řešen případ nerovnoměrné dvojosé napjatosti s následujícími velikostmi a směry zbytkových napětí. Byl posuzován vliv vyhlazení dat posuvů na přesnost výsledků.

 $\sigma_1 = 280 MPa, \sigma_2 = 0 MPa, \sigma_3 = -75 MPa, \alpha = 0^{\circ}$

Byl řešen případ F, kterému odpovídají následující parametry:

Velikost pixelu [mm]	Počet pixelů mezi body,	Velikost šumu jako
	ve kterých se vyhodnocují posuvy	násobek velikosti pixelu
0,007	25	0,1

Všechny výpočty byly realizovány pro hloubku otvoru *1 mm*. Zbytková napětí byla vyhodnocována pro *12* bodů ležících na kružnici, mezi jednotlivými body tedy byl úhel *30*°. Radiální posuvy v těchto dvanácti bodech byly vykresleny do grafu a proloženy vhodnou křivkou. Do následného výpočtu vstupovaly aproximované posuvy.

Na *obrázku 7.36* jsou vykresleny radiální posuvy v bodech na kružnici o poloměru R=3,265 mm pro úhly po třiceti stupních. Žlutě jsou vykresleny posuvy bez šumu, získané z MKP výpočtu. Červeně jsou znázorněny posuvy s šumem a modře je vykreslena aproximace polynomem posuvů s šumem, která byla následně využita při výpočtu. Vypočítaná zbytková napětí a úhel jejich orientace jsou zaznamenány v *tabulce 24* včetně odchylek hlavních napětí.



Obr. 7.36: Aproximace radiálních posuvů na kružnici o poloměru R=3,265 mm

R [mm]	σ_{l} [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_1 [%]	σ_2 [%]
1,515	271,0	-84,2	0,4	3,2	12,2
1,765	292,3	-76,4	-0,9	4,4	1,9
2,015	275,7	-84,5	-0,8	1,5	12,7
2,265	276,6	-43,6	0,7	1,2	41,9
2,515	256,1	-85,9	-0,2	8,5	14,5
2,765	306,7	-15,6	-2,6	9,5	79,2
3,015	277,8	-114,5	-0,6	0,8	52,7
3,265	242,1	-128,3	2,2	13,5	71,1
3,515	347,1	-51,6	2,3	24,0	31,2

Tabulka 24: Spočítaná zbytková napětí pro vyhlazené posuvy po kružnici

V následujícím výpočtu byl zvolen další způsob vyhlazení dat. Byly vykresleny posuvy na přímkách jdoucích ze středu otvoru. Bylo zvoleno dvanáct takovýchto přímek tak, že úhel mezi první přímkou a osou x byl 0° , pro každou další přímku byl úhel o 30° větší.

Na *obrázku 7.37* jsou vykresleny posuvy pro přímku, která svírala úhel 0° s osou *x*. Do výpočtu byly brány posuvy aproximované polynomem. Následný postup výpočtu byl stejný jako v předchozích případech. Výpočet byl realizován pro *12* bodů ležících na kružnici. Výsledné hodnoty spočítané pro různé poloměry kružnic jsou zaznamenány v *tabulce 25*.



Obr. 7.37: Aproximace radiálních posuvů po radiále pro úhel $\theta = 0^{\circ}$

R [mm]	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]	α [°]	σ_1 [%]	σ_2 [%]
1,515	268,3	-79,4	0,0	4,2	5,9
1,765	279,2	-78,7	-0,2	0,3	4,9
2,015	286,4	-77,5	-0,2	2,3	3,3
2,265	288,5	-75,1	-0,3	3,0	0,1
2,515	285,9	-72,0	-0,2	2,1	4,0
2,765	280,7	-69,5	0,1	0,3	7,3
3,015	276,8	-69,6	0,7	1,1	7,2
3,265	279,7	-75,1	1,6	0,1	0,1
3,515	296,4	-89,5	2,8	5,9	19,3

Tabulka 25: Výsledky pro vyhlazené posuvy po přímkách

Na *obrázcích 7.38* a 7.39 jsou vykresleny absolutní odchylky vyhodnocených velikostí hlavních zbytkových napětí pro dva způsoby vyhlazení posuvů. Pro porovnání jsou v grafech uvedeny i výsledky spočítané z posuvů bez vyhlazení. Následuje *tabulka 26*, ve které jsou zaznamenány odchylky zbytkových napětí spočítané jako průměr z výsledků získaných pro poloměry R=1,515 mm až R=3,515 mm.



Obr. 7.38: Vykreslení absolutních odchylek zbytkového napětí σ_1 v závislosti na poloměru kružnice R



Obr. 7.39: Vykreslení absolutních odchylek zbytkového napětí σ_2 v závislosti na poloměru kružnice R

Tabulka 26: Porovnání průměrných odchylek napětí pro posuvy bez aproximace, s aproximací po kružnici a s aproximací posuvů po přímkách

Data posuvů	Průměrne	á odchylka
	σ_1 [MPa]	σ_2 [MPa]
Bez aproximace	28,8	35,3
Aproximace po kružnici	20,8	26,4
Aproximace po přímkách	6,0	4,4

Z výsledků je zřetelné, že proložením dat křivkou bylo dosaženo menších odchylek ve výsledcích. Při aproximaci dat po kružnici klesla průměrná odchylka pro σ_1 o 8 MPa, odchylka σ_2 klesla o 8,9 MPa. Aproximací dat po přímkách bylo dosaženo výrazného zpřesnění výsledků. V porovnání s výsledky bez aproximace průměrná odchylka klesla o 22,8 MPa pro σ_1 a o 30,9 MPa pro σ_2 .

ZÁVĚR

Práce se zabývá určováním zbytkového napětí s využitím odvrtávací metody a optické metody digitální korelace obrazu. Byla realizována rešerše doposud realizovaných měření zbytkových napětí s využitím DIC. Plánovaný experiment nemohl být realizován z důvodu zavedení mimořádných opatření v důsledku šíření koronaviru. Experimentální data byla proto nahrazena posuvy získanými výpočtově pomocí MKP. K hodnotám posuvů z MKP byly přičteny náhodné hodnoty reprezentující vliv šumu.

Byl hledán nejvhodnější způsob výpočtu zbytkových napětí z určených posuvů. Nejdříve byl posuzován vliv vzdálenosti bodů, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy, od středu otvoru na přesnost výsledků. Z výsledků bylo zřejmé, že pro body s větší vzdáleností od středu otvoru vycházely méně přesné výsledky. Důvodem zřejmě je to, že se zvětšující se vzdáleností od otvoru klesají velikosti posuvů. Tyto posuvy jsou tedy více ovlivněny šumem. Dále z výsledků plyne, že vyhodnocení zbytkových napětí při vyvrtání větší hloubky otvoru vedlo k přesnějším výsledkům.

Jako další byl posuzován vliv počtu bodů, které vstupovaly do výpočtu, na výsledná zbytková napětí. Napětí byla vyhodnocována pro 24 bodů, 12 bodů a 3 body ležící na kružnici. Z výsledků jasně vyplynulo, že počet bodů vstupujících do výpočtu má vliv na velikost odchylky výsledků. Nejvhodnější se zdá být vyhodnocení zbytkových napětí z 24 bodů rozmístěných na kružnici po 15° . Naopak nejméně vhodné je vyhodnocení pouze ze tří bodů. Je tedy možné vyvodit závěr, že použití posuvů z více bodů vede k přesnějším výsledkům.

V dalším výpočtu byly do vyhodnocení zahrnuty posuvy z deseti hloubek otvoru. Každá hloubka otvoru byla o 0,1 mm větší než předchozí hloubka, celková hloubka otvoru tedy byla 1 mm. Vyhodnocením zbytkových napětí tímto způsobem bylo dosaženo zpřesnění výsledků.

Při dalším výpočtu byly brány posuvy z bodů ležících na dvou kružnicích se středem ve středu otvoru, na třech kružnicích a na pěti kružnicích. Z výsledků vyplynulo, že při použití posuvů v bodech ležících na více kružnicích vycházely menší odchylky v porovnání s použitím bodů na jedné kružnici. Ze všech použitých způsobů výpočtu tedy nejmenší odchylky vycházely při výpočtu z bodů ležících na pěti kružnicích.

Výpočty byly realizovány pro různé parametry. Celkem bylo k výpočtu použito *13* různých kombinací parametrů, mezi které patřila velikost pixelu, počet pixelů mezi body, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy, a velikost šumu. Z výsledků bylo vidět, že při větším šumu vycházely větší odchylky ve výsledcích, jak bylo očekáváno. Pro menší velikosti pixelu vycházely odchylky menší a počet pixelů mezi body, ve kterých byly vyhodnocovány posuvy, neměl na výsledky výrazný vliv.

V další kapitole byl posuzován vliv umístění bodů tak, že bylo generováno padesát náhodných umístění bodů na kružnici. Pro výsledky z těchto padesáti výpočtů byly spočítány průměrné hodnoty, minimální a maximální hodnoty a směrodatné odchylky spočítaných zbytkových napětí a úhlu jejich orientace. Z výsledků je vidět, že volba polohy bodů ovlivňuje přesnost výsledků. Při výpočtu zbytkových napětí z posuvů pouze ve třech bodech vycházel velký interval hodnot, ve kterém ležely výsledky. Pro výpočty z posuvů ve více bodech se tento interval zmenšoval.

V poslední kapitole byl posuzován vliv vyhlazení posuvů na přesnost výsledků. Nejprve byly vykresleny posuvy ve dvanácti bodech rovnoměrně rozložených na kružnici a proloženy křivkou. Pro daný případ došlo ke zpřesnění průměrné odchylky až o 7 %. V dalším výpočtu byly vykresleny body na radiálách a proloženy křivkami. Při tomto způsobu proložení posuvů bylo dosaženo lepších výsledků ve srovnání s posuvy bez aproximace až o 28 %. Je tedy vidět, že vhodnou aproximací posuvů je možné dosáhnout větší přesnosti výsledků ve srovnání s použitím posuvů bez aproximace.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] HAGARA, Martin, František TREBUŇA, Miroslav PÁSTOR, Róbert HUŇADY a Pavel LENGVARSKÝ. Analysis of the aspects of residual stresses quantification performed by 3D DIC combined with standardized hole-drilling method. *Measurement* [online]. 2019, (137), 238-256 [cit. 2019-11-03]. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224119300429
- [2] VLK, Miloš, Lubomír HOUFEK, Pavel HLAVOŇ, Petr KREJČÍ, Vladimír KOTEK a Jiří KLEMENT. *Experimentální mechanika*. Brno, 2003.
- [3] CIVÍN, A. Stanovení zbytkové napjatosti metodou vrtání otvoru s využitím MKP.
 Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 93s.
 Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Hlavoň, Ph.D.
- [4] ASTM E837-13a: Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method. ASTM International. West Conshohocken: PA, 2013.
- [5] ŠVAŘÍČEK, Karel. Využití numerických simulací a neuronových sítí ke zdokonalení odvrtávací metody zjišťování zbytkové napjatosti. Vysoké učení technické v Brně, 2007. ISBN 978-80-214-3456-1. ISSN 1213-4198.
- [6] CIVÍN, Adam. Komplexní teoretická analýza metody sloupku pro zjišťování zbytkových napětí. Brno, 2012. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [7] SCHAJER, Gary. S. *Practical residual stress measurement methods*. Vancouver, Canada: University of British Columbia, 2013. ISBN 978-1-118-34237-4.
- [8] TREBUŇA, František, Miroslav PÁSTOR, Róbert HUŇADY, Peter FRANKOVSKÝ a Martin HAGARA. Optické metódy v mechanike. Košice: TYPOPRESS, vydavateľstvo a tlačiareň, 2017. ISBN 978-80-553-3168-3.
- [9] SUTTON, Michael, Jean-José ORTEU a Hubert SCHREIER. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications. 2009. ISBN 978-0-387-78746-6.
- [10] SCHAJER, G. S. Advances in Hole-Drilling Residual Stress Measurement. *Experimental mechanics* [online]. 2010, (50), 159-168 [cit. 2020-03-22]. DOI: 10.1007/s11340-009-9228-7. Dostupné z: https://link.springer.com/ article/10.1007/s11340-009-9228-7
- [11] Optical residual stress analysis. *Optical Measurement Solutions* [online]. Germany: isi-sys [cit. 2019-01-16]. Dostupné z: http://www.isi-sys.com/isi-sys-homepage/

- [12] Residual stress estimation based on 3D DIC displacement filed measurement around drilled holes. *Procedia Structural Integrity* [online]. 2018, 13, 1267-1272 [cit. 2019-02-28]. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452321 618304979
- [13] Analysis of Residual Transverse Stresses in a Thick UD Glass/Polyester Pultruded Profile Using Hole Drilling with Strain Gage and Digital Image Correlation [online]. 2018 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: https://doi.org/10.1063/1.5034841
- [14] Axially symmetrical stresses measurement in the cylindrical tube using DIC with hole-drilling. *Optics andLasersinEngineering* [online]. 2015, 66, 174-180 [cit. 2019-03-01]. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S01438166 14002280
- [15] YI-HSIN CHEN. Development of Digital Image Correlation Technique applied to Hole Drilling Residual Stress Measurement [online]. Rochester, Michigan: Oakland University, 2015 [cit. 2019-03-06]. Dostupné z: https://www.sae.org/publications/technical-papers/content/2014-01-0825/
- [16] The Application of Digital Image Correlation for Measuring Residual Stress by Incremental Hole Drilling. *Applied Mechanics and Materials* [online]. 2008, (13-14), 65-73 [cit. 2019-01-16]. ISSN 1662-7482. Dostupné z: www.scientific.net/AMM.13-14.65
- [17] Residual Stress Determination Using Hole Drilling and 3D Image Correlation. *Experimental mechanics*[online]. 2006, 46(1), 31-38 [cit. 2019-02-03]. Dostupné z: https://link.springer.com/article/10.1007/s11340-006-5859-0
- [18] SCHAJER, G.S., B. WINIARSKI a P.J. WITHERS. Hole-Drilling Residual Stress Measurement with Artifact Correction Using Full-Field DIC. *Experimental mechanics* [online]. 2012, (53), 255-265 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: https://doiorg.ezproxy.lib.vutbr.cz/10.1007/s11340-012-9626-0
- [19] WINIARSKI, B. a P.J. WITHERS. Micron-Scale Residual Stress Measurement by Micro-Hole Drilling and Digital Image Correlation [online]. 2012 [cit. 2019-01-16]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/251297819_ MicronScale_Residual_Stress_Measurement_by_MicroHole_Drilling_and_Digital _Image_Correlation
- [20] JANÍČEK, P., Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: Hledání souvislostí, Učební texty I, 1. vydání, Akademické nakladatelství CERM, Brno, listopad 2007, 682 s., ISBN 978-80-214-3545

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Symbol	Veličina	Jednotka
A, B, C, D, E, F	Kalibrační koeficienty	µm/MPa
E	Modul pružnosti v tahu	GPa
F	Síla	N
Κ	Matice o rozměru n x 3	µm/MPa
n	Počet bodů na kružnici	-
M_O	Ohybový moment	$N \cdot mm$
R	Vzdálenost od středu otvoru	mm
R_0	Poloměr otvoru	mm
R_I	Poloměr	mm
R_2	Poloměr	mm
R_3	Poloměr	mm
r	Parametr R/R_0	-
S	Vektor o rozměru 3 x 1 obsahující složky napětí	MPa
<i>u</i> , <i>v</i> , <i>w</i>	Posuvy bodu ve směrech os x, y a z	mm
u_r	Radiální posuv	mm
$u_{ heta}$	Tangenciální posuv	mm
u_z	Posuv v ose z (kolmé na rovinu vzorku)	mm
u	Vektor o rozměru n x 1 obsahující změřené posuvy	mm
U_1, U_2, U_3	Změna vzdálenosti mezi dvěma body	mm
α	Úhel orientace hlavních zbytkových napětí	0
$\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$	Přetvoření mřížek tenzometrické růžice	-
θ	Úhel natočení vůči ose x	0
μ	Poissonovo číslo	-
σ_I, σ_{II}	Hlavní zbytková napětí	MPa
$\sigma^{I},\sigma^{II},\sigma^{III}$	Zbytková napětí I., II. a III. druhu	MPa
σ_x , σ_y , τ_{xy}	Zbytková napětí	MPa
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hlavní zbytková napětí	MPa

ASTM	American Society for Testing and Materials
CCD	Charge-Coupled device
DIC	Digital image correlation
FIB	Focused ion beam
MKP	Metoda konečných prvků
SEM	Scanning electron microscope

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1: Zbytková napětí I., II. a III. druhu, převzato z [2] 12
Obr. 2.2: Příklad tenzometrické růžice k měření zbytkových napětí, převzato z [4] 13
Obr. 2.3: Porovnání metody odvrtání otvoru (vlevo) a metody uvolňování sloupku (vpravo), převzato a upraveno z [7]
Obr. 2.4: Stochastický vzor vhodný pro měření metodou DIC, převzato z [9] 15
Obr. 2.5: Schéma 2D měření DIC, převzato a upraveno z [10] 16
Obr. 3.1: Body pro určování posuvů, převzato z [19] 21
Obr. 6.1: Schéma měření zbytkového napětí a průběh ohybového momentu po délce vzorku26
Obr. 7.1: Průběh velikosti koeficientu A v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru
Obr. 7.2: Průběh velikosti koeficientu B v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru
Obr. 7.3: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ A 30
Obr. 7.4: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ A 31
Obr. 7.5: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ B 31
Obr. 7.6: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ B 32
Obr. 7.7: Posuvy ve směru osy x pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ C 32
Obr. 7.8: Posuvy ve směru osy y pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ C 33
Obr. 7.9: Absolutní odchylka napětí $\sigma 1$ v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru pro šum jako 0,01 násobek pixelu
Obr. 7.10: Absolutní odchylka napětí σ^2 v závislosti na vzdálenosti od středu otvoru pro šum jako 0,01 násobek pixelu
Obr. 7.11: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí polohy vyhodnocovaných bodů pro případ A pro hloubku otvoru 0,1 mm
Obr. 7.12: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí polohy vyhodnocovaných bodů pro případ A pro hloubku otvoru 0,5 mm
Obr. 7.13: Průměrné odchylky hlavních napětí pro dané rozmezí polohy vyhodnocovaných bodů pro případ A pro hloubku otvoru 1 mm
Obr. 7.14: Porovnání hodnot napětí $\sigma 1$ získaných různými způsoby, pro šum jako 0,01 násobek pixelu
Obr. 7.15: Porovnání hodnot napětí σ^2 získaných různými způsoby, pro šum jako 0,01 násobek pixelu
Obr. 7.16: Porovnání průměrných odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro hloubku otvoru 0,5 mm
Obr. 7.17: Porovnání průměrných odchylek hlavních napětí pro různé metody výpočtu pro hloubku otvoru 1 mm
Obr. 7.18: Porovnání odchylek pro různé metody výpočtu pro variantu A a hloubku 1 mm. 48

Obr. 7.19: Porovnání odchylek pro různé metody výpočtu pro variantu B a hloubku 1 mm ..49 Obr. 7.20: Porovnání odchylek pro různé metody výpočtu pro variantu C a hloubku 1 mm ..49 Obr. 7.22: Posuvy ve směru osy v pro hloubku otvoru 1 mm, jedná se o případ D......50 Obr. 7.27: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ G a pro hloubku Obr. 7.28: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ H a pro hloubku Obr. 7.29: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ I a pro hloubku Obr. 7.30: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy v (vpravo) pro případ J a pro hloubku Obr. 7.31: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ K a pro hloubku Obr. 7.32: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ L a pro hloubku Obr. 7.33: Posuvy ve směru osy x (vlevo) a osy y (vpravo) pro případ M a pro hloubku Obr. 7.34: Histogram spočítaných velikostí zbytkového napětí σ_1 pro 50 náhodně Obr. 7.35: Histogram spočítaných velikostí zbytkového napětí σ_2 pro 50 náhodně Obr. 7.38: Vykreslení absolutních odchylek zbytkového napětí σ_1 v závislosti na poloměru Obr. 7.39: Vykreslení absolutních odchylek zbytkového napětí σ_2 v závislosti na poloměru