



Pedagogická  
fakulta  
Faculty  
of Education

Jihočeská univerzita  
v Českých Budějovicích  
University of South Bohemia  
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích  
Pedagogická fakulta  
Katedra matematiky

Diplomová práce

Mezipředmětové vztahy a integrovaná  
výuka na úrovni plánovaného kurikula  
ve vzdělávacích oblastech Matematika  
a její aplikace a Umění a kultura

Vypracovala: Lenka Havlíčková  
Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Koldová, Ph.D.

České Budějovice 2021

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Mezipředmětové vztahy a integrovaná výuka na úrovni plánovaného kurikula ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Umění a kultura jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .....

.....

## **Poděkování**

Ráda bych poděkovala paní doc. RNDr. Heleně Koldové, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce a také za podnětné rady a připomínky, díky kterým jsem mohla vypracovat tuto práci.

## **Anotace**

Diplomová práce se zaměřuje na mezipředmětové vztahy a integrovanou výuku ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Umění a kultura. Cílem této práce je připravit soubor úloh z tematické oblasti geometrie na 1. stupni základní školy, který integruje vybrané kurikulum v obou vzdělávacích oblastech. Úlohy jsou zaměřené na pojmy souměrnost, obsah mnohoúhelníků, pokrývání roviny. Vybrané úlohy jsou realizovány a ověřovány v edukační praxi.

## **Annotation**

This diploma thesis concentrates on Interdisciplinary relationships and Integrated learning in the educational areas of Mathematics and its Applications and Arts and Culture. The aim of the diploma thesis is to prepare a set of exercises from the thematic area of geometry at Lower primary school, which integrates a selected curriculum in both educational areas. Exercises are focused on the concepts of symmetry, area of polygons and covering plains. Selected exercises are realized and verified in educational practice.

# Obsah

Úvod.....	7
TEORETICKÁ ČÁST.....	8
1. Mezipředmětové vztahy a integrovaná výuka.....	8
2. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.....	9
2.1 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace.....	10
2.2 Vzdělávací oblast Umění a kultura.....	11
2.3 Klíčové kompetence .....	12
3. Geometrie na 1. stupni ZŠ.....	13
3.1 Manipulativní činnosti.....	13
3.2 Učivo 1. stupně ZŠ.....	14
3.3 Obsah mnohoúhelníku .....	16
3.3.1 Problémy žáků v oblasti míry v geometrii .....	16
3.3.2 Vyvození obsahu dle nakladatelství.....	17
3.4 Shodná zobrazení v rovině.....	19
3.4.1 Osová souměrnost .....	19
4. Teselace .....	21
5. Fibonacciho spirála.....	23
6. Výtvarné umění 20. století .....	24
6.1 Geometrická abstrakce.....	24
6.1.1 Orfismus .....	25
6.1.2 Suprematismus .....	26
6.1.3 Neoplasticismus.....	27
6.1.4 Konstruktivismus.....	27
7. Teorie barev .....	29

PRAKTICKÁ ČÁST .....	30
8. Soubor úloh .....	30
8.1 Hmyzáci v osově souměrnosti .....	31
8.2 Geometrická dlaždice .....	34
8.3 Hra s obsahem.....	37
8.4 Sýkorova mozaika.....	41
8.5 Escherova skládačka .....	43
8.6 Mondrian.....	45
8.7 Fibonacciho spirála .....	48
9. Realizace úloh .....	50
9.1 Realizace: Hmyzáci .....	51
9.2 Realizace: Hra s obsahem .....	53
9.3 Realizace: Fibonacciho spirála .....	55
Závěr.....	58
Seznam použité literatury .....	60
Zdroje použitých obrázků.....	63
Seznam příloh.....	64

## Úvod

Pro žáky bývá geometrie neoblíbenou částí matematiky. Tato nechuť může pramenit z pocitu nepochopení učiva. Matematika všeobecně je pro žáky prvního stupně základní školy velmi abstraktní. Obsah učiva se často opírá o memorování vzorců a definic, přestože jsou pro ně důležité manipulativní činnosti, které jsou úzce spojené s konkrétním světem. Záleží na učiteli, jak žáky motivuje a vede k pochopení učiva.

Diplomová práce se zaměřuje na využití mezipředmětových vztahů matematiky a výtvarné výchovy. Je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část seznamuje čtenáře s pojmy mezipředmětové vztahy a integrovaná výuka. Následující kapitola je věnována Rámcovému vzdělávacímu programu pro základní vzdělávání. V této kapitole je popsána charakteristika vybraných vzdělávacích oblastí a klíčových kompetencí. Další součástí teoretické části je kapitola zaměřující se na tematickou oblast geometrie na 1. stupni, která je dále členěna na subkapitoly. V jedné z kapitol je uvedeno různé vyvození obsahu útvaru dle nakladatelství, která vydávají učebnice matematiky pro 1. stupeň základní školy. Dále se práce zaměřuje na výtvarné umění 20. století, kde jsou zmiňováni umělci, kteří ve své tvorbě využívali matematické prvky a jejich díla slouží jako inspirativní zdroje v praktické části. Teoretická část je zakončena kapitolou o teorii barev.

V praktické části je vypracován soubor úloh. V aktivních činnostech řeší žáci matematické úlohy obohacené o výtvarné činnosti jak receptivní, tak produktivní. Každá úloha obsahuje úvodní charakteristiku, očekávané výstupy z obou vzdělávacích oblastí a organizaci s metodickým komentářem. K některým úlohám jsou vypracovány pracovní listy, které jsou umístěny v přílohách. Vybrané úlohy jsou realizovány a ověřovány v praxi v rámci distanční výuky.

# TEORETICKÁ ČÁST

## 1. Mezipředmětové vztahy a integrovaná výuka

Pedagogický slovník definuje pojem mezipředmětové vztahy jako: „*vazby mezi jednotlivými vyučovacími předměty přesahující předmětový rámec, podporující pochopení souvislostí dílčích obsahů, prostředek integrace obsahu vzdělávání*“ (Průcha, 2013, str. 155). Mezipředmětové vztahy jsou významným faktorem ve výchovně vzdělávacím procesu. Jejich užití vede ke zvýšení úrovně pedagogické práce. Při realizaci mezipředmětových vztahů je nezbytné přihlížet k obsahu vzdělávání, k metodickým postupům vyučování i ke stylu spolupráce mezi učiteli. Právě 1. stupeň ZŠ je vhodným kandidátem pro integraci a zařazení mezipředmětových vztahů, díky víceoborové profesní aprobaci a připravenosti učitele na výuku všech předmětů. U mezipředmětových vztahů nedochází k průniku cílů, na rozdíl od integrace. „*Integrace je spojováním ve smyslu pronikání jednoho předmětu do druhého*“ (Rakoušová, 2008, str. 15).

Definice integrované výuky v Pedagogickém slovníku zní následovně: „*výuka realizující mezipředmětové vztahy a spojení teoretických činností s praktickými v následujících hlavních formách: 1. integrované předměty nebo kurzy; 2. oduly a témata zařazované jako součást více předmětů; 3. projekty spojující poznatky z více předmětů s praktickými zkušenostmi a produktivními činnostmi; 4. integrované dny, kdy celá škola realizuje jedno společné téma*“ (Průcha, 2013, str. 107). Integrovaná výuka se častěji objevuje v zahraničních kurikulech než v České republice. V zahraničí mívají méně povinných předmětů, dílčí obory se častokrát stávají součástí syntetických učebních předmětů (Hesová, 2011).



## 2. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV) představuje kurikulární dokument státní úrovně. RVP ZV vymezuje závazné rámce vzdělávání pro základní vzdělávání. Je veřejným dokumentem, který je přístupný pro pedagogickou i nepedagogickou veřejnost. RVP ZV specifikuje úroveň klíčových kompetencí, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a využití získaných dovedností a schopností, důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění v praktickém životě. Vymezuje vzdělávací obsah, očekávané výstupy a učivo. V RVP ZV nalezneme také průřezová témata jako závaznou součást základního vzdělávání. Vzdělávací obsah základního vzdělávání je rozčleněn do devíti vzdělávacích oblastí, které jsou tvořeny vzdělávacími obory: Jazyk a jazyková komunikace, Matematika a její aplikace, Informační a komunikační technologie, Člověk a jeho svět, Člověk a společnost, Člověk a příroda, Člověk a kultura, Umění a kultura, Člověk a zdraví, Člověk a svět práce. Charakteristika v úvodu každé vzdělávací oblasti sděluje význam a postavení vzdělávací oblasti v základním vzdělávání. Vzdělávací obory jsou tvořeny očekávanými výstupy a učivem. Očekávané výstupy jsou prakticky zaměřené, ověřitelné a využitelné v běžném životě. Učivo je strukturováno do tematických okruhů a je chápáno jako prostředek k dosažení očekávaných výstupů. Ze vzdělávacího oboru je vytvořen jeden nebo více vyučovacích předmětů, eventuálně také integrací vzdělávacího obsahu více vzdělávacích oborů může vzniknout vyučovací předmět. RVP ZV umožňuje integraci vzdělávacího obsahu na úrovni vzdělávacích oborů, témat, tematických okruhů. Propojení vzdělávacího obsahu musí uznávat logiku výstavby jednotlivých vzdělávacích oborů. (RVP ZV, 2017)

RVP ZV umožňuje učitelům větší svobodu ve volbě metod a forem, kterými je možné provést integraci osvojovaných poznatků, ale především v možnosti zpracování obsahu. Obsah výuky by měl být realizován ve vztahu k cílům výuky, potřebám a možnostem žáků. Učivo se musí zaměřovat jednak na emocionální a sociální rozvoj, ale i na rozvoj poznávacích schopností a dovedností žáka (Rakoušová, 2008).

V této diplomové práci je hledáno možné propojení vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, okruh Geometrie v rovině a Umění a kultura, obor Výtvarná výchova.

## 2.1 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

*„Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium“* (RVP ZV, 2017, str. 31). Cílem vzdělávacích oblastí je utváření a rozvíjení klíčových kompetencí. Ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace je kladen důraz na pochopení základních myšlenkových postupů, pojmů matematiky a jejich vztahy mezi sebou. Žák používá matematické poznatky a dovednosti v reálných situacích. Umí odhadnout, měřit, porovnávat velikosti a vzdálenosti. Rozvíjí logické a abstraktní myšlení prostřednictvím řešení problémových matematických úloh.

Vzdělávací obsah této oblasti je rozdělen na 4 tematické okruhy. V každém jsou uvedeny očekávané výstupy a učivo pro 1. a 2. stupeň základního vzdělávání. V tematickém okruhu Čísla a početní operace si žák osvojuje aritmetické operace. Zpracovává číselné údaje pomocí měření, odhadování, výpočtu a zaokrouhlování. Tematický okruh Závislosti, vztahy a práce s daty seznamuje žáky s typy změn a závislostí, které se projevují v běžném reálném světě. Žáci pracují s tabulkami, diagramy a grafy. Jednoduché úlohy konstruují, vyjadřují matematickým předpisem nebo modelují pomocí jednoduchého počítačového programu. V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru žáci rýsují a znázorňují základní rovinné útvary. Modelují reálné situace, všímají si podobností a odlišností útvarů, které jsou vidět všude kolem nás. Manipulativní činností jsou žáci vedeni k objevování vlastností objektů geometrického světa a se vztahy mezi nimi. Žáci se učí porovnávat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah, povrch a objem a zdokonalují se také ve svém grafickém projevu. Uplatnění logického myšlení je důležité pro tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy, kde pro řešení úloh nejsou důležité jen znalosti a dovednosti školské matematiky, ale je i potřeba logického uvažování (RVP ZV, 2017).

## 2.2 Vzdělávací oblast Umění a kultura

Vzdělávání v oblasti Umění a kultura poskytuje žákům osvojování světa s estetickým účinkem. V rámci uměleckého osvojování světa se rozvíjí specifické cítění, tvořivost, vnímavost jednotlivce k uměleckému dílu a jeho prostřednictvím k sobě samému i k okolí. Tvořivými činnostmi jsou prostřednictvím tónu a zvuku, linie, bodu, tvaru, barvy, rozvíjeny schopnosti nonverbálního vyjadřování. Vzdělávací oblast Umění a kultura je v RVP ZV členěna na vzdělávací obory Hudební výchova a Výtvarná výchova.

Ve Výtvarné výchově se pracuje s vizuálně obraznými znakovými systémy, které jsou nezastupitelným nástrojem prožívání a poznávání lidského života. V základním vzdělávání je výtvarná výchova založena na tvůrčích činnostech. Tyto činnosti dovolují rozvíjet a uplatnit vlastní vnímání, cítění, prožívání, představivost, fantazii. Experimentováním je žák veden k odvaze a chuti prosadit své jedinečné pocity a prožitky. Na 1. stupni základní školy žáci poznávají zákonitosti tvorby, seznamují se se zvolenými uměleckými díly a učí se je v rámci svých zkušeností a možností chápat a interpretovat. K dílům přistupují jako ke zdroji inspirace. Žáci se učí pojmenovávat prvky vizuálně obrazného vyjádření (linie, objemy, tvary, světlostní a barevné kvality) a jejich jednoduché vztahy (podobnost, kontrast, rytmus). (RVP ZV, 2017)

Výtvarná výchova by měla především probudit aktivní zájem žáků o výtvarné umění a vizuální kulturu. Důležitou součástí výtvarné výchovy je seznamování žáků s vybranými výtvarnými díly, uměleckými směry, kulturními epochami nebo životními příběhy vybraných tvůrců. Žáci se střetnutím s uměleckými artefakty mohou tematicky i technicky inspirovat. Výčet témat či námětů jsou zcela záležitostí učitele a jeho pojetí výtvarné výchovy. Výtvarná témata umožňují rozvíjet nejen dosavadní zkušenosti a dovednosti, ale probouzejí zájem o hledání různých řešení, nových postupů, experimentování s prostředky a technologiemi (Pastorová, 2016).

## 2.3 Klíčové kompetence

Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot, které jsou důležité pro osobní rozvoj a uplatnění každého jedince ve světě. Vzdělávání má za cíl vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí na takové úrovni, která je pro ně dosažitelná a má za úkol je připravit na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti. Klíčové hodnoty se různými způsoby prolínají a lze jich dosáhnout vždy jen jako výsledku celkového vzdělávacího procesu. V RVP ZV jsou za klíčové kompetence považovány: kompetence k učení; kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální; kompetence občanské; kompetence pracovní (RVP ZV, 2017).

V matematice je kladen důraz na rozvoj žákových schopností kritického myšlení a řešení problémů. Při snaze o rozvoj těchto schopností je nutností brát ohled na kognitivní vývoj žáků. Žáci v průběhu školní docházky postupně rozvíjí schopnost abstraktního myšlení. Žáci na prvním stupni berou věci tak, jak se jim jeví (Binterová a kol., 2016).

### **3. Geometrie na 1. stupni ZŠ**

S geometrií se člověk setkává již od dětství. Dítě postupně poznává vlastnosti prostoru, v němž vyrůstá. S geometrickými tvary a tělesy se střetává při hrách se stavebnicí, skládkami nebo mozaikami. Geometrie na 1. stupni by měla vycházet ze zkušeností dětí získaných již v předškolním věku. V průběhu vyučování na základní škole by pak žáci měli získat další základní geometrické znalosti, dovednosti a návyky. Vyučování geometrie můžeme členit na čtyři didaktické principy: dělení prostoru, vyplňování prostoru, konstrukce a pohyb v prostoru (Divíšek, Hošpesová, 2002).

Přístup učitele 1. stupně základní školy k matematice je velmi důležitý. Dle opakovaných výzkumů ve školách bylo zjištěno, že geometrie je ve školním procesu z pohledu učitele méně oblíbená než vyučování aritmetiky. Negativní přístup k výuce geometrie, ale také aritmetiky, mívají především učitelé, kteří sami mají matematiku jako celkově neoblíbený předmět. Tito učitelé působí v hodinách matematiky nejistě a často učí transmisivním stylem vyučování. Velká část těchto učitelů vidí geometrii především jen jako rýsování, počítání dle vzorců, používání definic, pouček. Žákům tento přístup neumožňuje poznávat reálný život. Zásluhou tohoto přístupu dochází k neoblíbenosti předmětu matematiky nejen učitelů, ale také žáků samotných (Jirotková, 2012).

Možným řešením, jak podněcovat a vést žáky k osvojení učiva, může být aktivní pojetí vyučování geometrie. Učitel by měl žákům nabídnout ve výuce takovou látku a materiály, v nichž můžou žáci hledat, objevovat, zkoumat, experimentovat. Pokud si mají žáci osvojit učivo vnitřně, znamená to, že učivu musí porozumět, pochopit, ztotožnit se s ním. Toho docílí především svojí vlastní aktivitou během získávání nových poznatků. Jestliže učitel nabídne žákům tuto možnost ke vzdělávání se, může jim touto formou ukázat, že věci a činnosti kolem nich jsou pro ně samotné poznatelné a odůvodnitelné (Coufalová a kol., 1991).

#### **3.1 Manipulativní činnosti**

Proces vytváření geometrických pojmů je u dětí specifický. Učitelé ve škole často předávají žákům hotové poznatky, zkušenosti a úsudky dospělých. Žákům je dán malý

prostor pro tvořivé hledání, objevování a zobecňování (Divíšek, 1989). Geometrie podněcuje tvořivost, rozvíjí abstraktní a logické myšlení a prostorovou představivost. Je vhodné využít odpovídající metody práce, které jsou dítěti blízké. Pro 1. stupeň se nabízejí metody jako kreslení, vybarvování, překládání a stříhání papíru, modelování, skládání mozaiky, stavby ze stavebnic, výpočty (Divíšek, Hošpesová, 2002). Tyto metody nám umožňují propojit matematiku a výtvarnou výchovu. Použitím různých materiálů a střídáním činností rozvíjíme nejen matematickou představivost, ale také fantazii a kreativitu.

V současné době škola dopřává žákům větší prostor pro přirozený rozvoj prostorové představivosti, pro imaginaci a kreativitu, nepotlačuje jejich zvědavost. Při výuce geometrie je důležitá manipulativní činnost, která je úzce spojená právě s konkrétním světem. Takové činnosti pomáhají žákům uvědomit si vlastnosti reálných geometrických objektů. Vhodnými pomůckami jsou: modelína, papír, lepidlo, nůžky, provázek, didaktické stavebnice. Námětů pro manipulativní činnost je celá řada. Žáci modelují tělesa a zjišťují, že stejný objem mohou mít různá tělesa. Ve školách by se mělo pracovat s konkrétními modely těles. Naopak se ve školách často pracuje pouze s náčrtů těchto modelů obsažených v učebnicích. Se shodností a podobností se žáci seznamují za pomoci reálných objektů, folií nebo počítačových softwarů. Experimentací testují vlastnosti shodných zobrazení v rovině. Stříháním a přeskupováním útvarů žáci objevují, že různé geometrické útvary mají stejný obsah, ale liší se jejich obvod. Mezi manipulativní činnosti je zařazena také dovednost v rýsování. Tuto dovednost žák získává uspořádaně od 11 let (Fuchs, Zelendová, 2015).

### **3.2 Učivo 1. stupně ZŠ**

Očekávané výstupy v RVP ZV jsou rozděleny na 1. období (1. - 3. ročník) a 2. období (4. - 5. ročník). Standardy pro základní vzdělávání upřesňují očekávané výstupy. V 1. období žáci rozlišují prostorové a rovinné útvary. Rozeznávají a pojmenovávají základní geometrické tvary (čtverec, obdélník, trojúhelník, kruh, půlkruh, čtvrtkruh). Manipulací základních tvarů získávají potřebné zkušenosti s rovinnou geometrií. Základní prostorové útvary (krychle, kvádr, jehlan, válec, kužel) žáci poznávají různými metodami a formami práce, zapojují zrak a hmat při jejich

pojmenování. Žáci staví z kostek, dokončují prostorové vzory, porovnávají výšky konstrukcí. Učí se rozpoznávat tělesa z obrázků, později pracují s jejich sítěmi. Zvláště na prvním stupni je kladen důraz na manipulaci s objekty. Příkladem je přemísťování, kdy porovnávají velikosti či shodnosti útvarů. Při výuce se používají vhodné modely z reálného světa. Bez uvádění definic se žáci různými formami a metodami seznamují s osovou a středovou souměrností.

V 2. období žáci objevují vlastnosti geometrických útvarů. Manipulací se čtverci, kosočtverci, obdélníky, kosodélníky si začínají uvědomovat jejich uspořádání v hierarchii. Rozlišují trojúhelník rovnoramenný, rovnostranný a pravoúhlý. Pokrývají rovinu různými tvary. Dále žák pracuje se čtvercovou sítí, do které kreslí rovnoběžky, kolmice, určuje vzdálenosti bodů. Umí pomocí ní rozpoznat a znázornit jednoduché osově souměrné útvary, určit obvod a obsah obrazce. Obsah obrazce dokáže určit pomocí obsahu čtverců sítě. V prostorové geometrii žáci navazují na znalosti a dovednosti z 1. období. Žáci modelují pomocí modelíny a špejlí základní geometrická tělesa, určují počet hran, stěn a vrcholů.

S rýsováním a konstrukčními úlohami je přijatelné začínat ve věku 11-12 let. V tomto období je vhodné používat správné názvosloví a symboly tak, aby je žáci uměli používat dále i ve vyšších ročnících. Před nácvikem jednoduchých konstrukcí žáci trénují rýsování přímků, polopřímky, úsečky, rovnoběžky, různoběžky, kolmice, kružnice, ramena úhlu. Na konci 2. období se žáci seznamují s konstrukcí trojúhelníka podle věty sss. Žáci se na této konstrukci učí postup řešení konstrukčních úloh. Kreslí náčrtky a vyznačují v nich známé údaje. Dokreslují vše, co by mohli při řešení potřebovat (Fuchs, Zelendová, 2015).

Učivo geometrie se více prohlubuje na 2. stupni ZŠ, kde se dále rozšiřuje a vyvíjí přesné vyjadřování a prostorová představivost. V této práci se zaměříme na učivo o obsahu útvarů, osově souměrnosti a pokrývání roviny.

### 3.3 Obsah mnohoúhelníku

#### 3.3.1 Problémy žáků v oblasti míry v geometrii

Učivo vzdělávacího okruhu Geometrie v rovině a v prostoru stojí na dvou nosných pilířích. Jedním z nich je poznávání rovinných a prostorových geometrických útvarů, druhým z nich je míra geometrického útvaru. Na 1. stupni sem řadíme délku úsečky, obvod a obsah útvaru.

Pro žáky patří geometrie mezi neoblíbenou část matematiky. Nechuť ke geometrii pramení z pocitu nepochopení učiva. Dle výzkumu Vondrové a Rendla bylo zjištěno, že žáci mají zřetelné problémy ve zjišťování obsahu útvaru. Neumí používat příslušné vzorce, často si vzorce nepamatují. Žáci se nesnaží o nějaké úvahy, které jim zjednoduší výpočet, ale bez přemýšlení často sáhnou po vzorci. I přesto, že úlohy v učebnicích bývají prakticky zaměřené, neboť s touto problematikou se v dospělosti setkáváme na každém kroku (velikost plochy pozemku, domu), chybí žákům umění vidět a číst v obrázku. Mívají problémy s rozdělením obrázku na jednodušší části nebo s doplněním chybějících údajů. Chybí jim zkušenosti s pokrýváním roviny jinými než čtvercovými jednotkami. Žáci zřejmě nemají dostatečné zkušenosti se čtvercovou sítí, přičemž práce se čtverečkovaným papírem, pomocí něhož zjišťujeme obsah útvaru, je jednou z nejdůležitějších kompetencí žáka 1. stupně z hlediska míry geometrického útvaru.

Vondrová, Rendl a další autoři jako Battista, Hejný nebo Kuřina usilují o takový způsob výuky, kde žáci získávají dostatek zkušeností s prostorovou strukturací- dělení prostoru na části, vyplňování prostoru různými jednotkami, přičemž by se měla co nejvíce oddálit práce se vzorci a výpočty. U žáků je potřeba rozvíjet porozumění o vlastnostech geometrických útvarů. Toho lze docílit činnostmi jako je: rozkládání útvarů na jednotlivé části a jejich opětovné složení, zkoumání útvarů o stejném obsahu, práce se čtvercovou a tečkovanou sítí, skládání různých obrazců z geometrických útvarů, hledání souvislostí mezi obdélníkem a trojúhelníkem apod. (Vondrová, Rendl a kol., 2015).



### 3.3.2 Vyvození obsahu dle nakladatelství

S obsahem útvaru se žáci seznamují již na 1. stupni. Dle RVP ZV žák 1. stupně umí určit obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu. Nakladatelství, která vydávají učebnice matematiky, vyvozují obsah mnohoúhelníků různými postupy. Představíme si zde vyvození obsahu učebnic od nakladatelství nns.cz, ALTER a FRAUS.

V učebnicích nakladatelství nns.cz pro 4. ročník vyvozují obsah mnohoúhelníku následujícím způsobem. Obsah mnohoúhelníku nám udává, jakou plochu mnohoúhelník zabírá. Obsah plochy se značí velkým písmenem S. Jako příklad je zvolen obdélník, který je rozdělen na 12 čtverců. Délka strany čtverce je 1 cm. Pokud je délka jednotlivých čtverců 1 cm, můžeme říci, že obsah čtyřúhelníku je 12 centimetrů čtverečních (12 čtverců o straně jednoho centimetru). V dalších úlohách žáci zjišťují obsah mnohoúhelníků pomocí tečkovaného papíru. Žáci rozdělí mnohoúhelníky na jednotlivé čtverečky, spočítají je a tím zjistí obsah mnohoúhelníku.

Po těchto úlohách přichází učivo o obsahu čtverce a obdélníku, kde se žáci poprvé seznamují se vzorci pro jeho výpočet. Ten je v obou případech dán vynásobením dvou sousedních stran. K výkladu je přiložen čtverec se stranami o délce 3 cm rozdělený na 9 čtverců a také čtverec s délkami stran 30 mm. Ve cvičení je zdůrazněno, že délky stran musí být vždy ve stejných jednotkách. Obsah obdélníku je vysvětlen stejným způsobem. K výkladu opět slouží názorný obrázek obdélníku rozděleného na jednotlivé čtverce.

V dalších cvičeních jsou zadávány úkoly s náčrtý obdélníků z velké části bez čtvercové sítě. V procvičovací kapitole znovu opakují vzorec pro obsah čtverce a obdélníku s náčrtem útvarů. Žáci v úlohách určují obsah pirátské podlahy, vlajky, plánek zahrady. (Novotný, Novák, Hrdinová, 2017).

Nakladatelství ALTER v učebnici pro 4. ročník začíná s vyvozováním obsahu mnohoúhelníku u obdélníku. Příklad je uveden na obdélníku se stranami délky 4 cm a 2 cm s vyznačenými centimetrovými dílky. Obdélník je rozdělen na 8 čtverců o straně čtverce 1 cm. Počet čtverců určuje obsah obdélníku. Protože čtverec s délkou strany 1 cm má obsah 1 centimetr čtvereční ( $1 \text{ cm}^2$ ), obsah ukázkového obdélníku je

8 centimetrů čtverečních ( $8 \text{ cm}^2$ ). K další úloze mají žáci k dispozici pomůcku k vyvození obsahu obdélníku. Učebnice obsahuje čtverečky o délce strany 1 cm, které je možno si vystříhnout. Žáci si vystříhnou čtverce. Úkolem je změřit délku jejich stran. Poté pracují s obdélníkem s rozměry 5 cm a 3 cm, do kterého pokládají vystřižené čtverce po řadách. Počet čtverců v jedné řadě je 5. Počet čtverců ve dvou řadách je 2 krát 5. Počet čtverců ve třech řadách je 3 krát 5. Žáci doplňují, kolika řadami čtverců pokryli obdélník a dále, kolik je v každé řadě čtverců. Na závěr spočítají, kolik je potřeba čtverců k celému pokrytí obdélníku. Počet čtverců v obdélníku určuje obsah daného obdélníku. Protože by pokrývání větších obdélníků čtverci bylo zdouhavé, naučí se žáci obsah obdélníku vypočítat. Vynásobíme-li délky dvou sousedních stran obdélníku, získáme jeho obsah. Stejným způsobem vyvozují obsah čtverce. K procvičování obsahu obdélníku a čtverce slouží jedno cvičení se čtvercovou sítí, ostatní cvičení jsou zadávána pouze s rozměry útvarů. V úlohách žáci počítají obsah vyšívaného ubrousku, šátku, koberce, pozemku. Je zde uvedena také praktická úloha, ve které mají za úkol změřit délky stran školní lavice, tabule, nástěnky a následně vypočítat jejich obsah (Blažková, Matoušková, Vaňurová, 2018).

V předchozích učebnicích není dán dostatečný prostor pro budování zkušeností. V úlohách žáci často plní pouze instrukce. Chybí v nich motivace, prostor pro přemýšlení, diskuse. Geometrické vztahy a vzorečky jsou žákům předloženy po jednom, dvou cvičeních a žáci jsou následně vedeni k jejich zapamatování.

Na matematické pojmy v učebnicích nakladatelství FRAUS není ze začátku zaměřena pozornost. Žáci nejprve řeší úlohy v mnoha rozdílných kontextech, prostředích, často manipulativními činnostmi. Takovým způsobem, vlastním prožitkem, se žáci intuitivně seznamují s pojmy a budují si své první představy o pojmech geometrického světa. Učebnice je členěna na různá prostředí, příkladem geometrického prostředí jsou: Dřívka, Parkety, Origami, Krychlové stavby. V prostředí Origami, skládáním čtverce na dva shodné trojúhelníky nebo dva shodné obdélníky, získávají žáci zkušenosti s pojmem obsah. Jednotkou míry je v prvním případě pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník, v druhém případě obdélník. Z toho vyplývá, že obsah čtverce je v obou případech 2. Žáci překládáním čtverce zjišťují, že obsah může být

tvořen dvěma shodnými obdélníky, trojúhelníky, čtyřmi čtverci, trojúhelníky. V prostředí Dřívka žáci manipulují s dřívky. I v tomto prostředí se seznamují s pojmem obsah. Jako příklad je zde složený rovnostranný trojúhelník z 6 dřivek. Přiložením dalších 3 dřivek je trojúhelník rozdělen na 4 shodné trojúhelníky. Obsah velkého trojúhelníku je 4 a jednotkou míry je malý rovnostranný trojúhelník. V prostředí Parkety žáci pokládají parkety na danou podlahu a získávají tak bohatou zkušenost s obsahem obdélníku a zároveň procvičují násobení- 3 parketami o 2 čtvercích vydláždí obdélník o 6 čtvercích. Ve cvičeních se obměňují velikosti, tvary, barvy parket a podlah. V tomto prostředí jsou zaměřena cvičení také na shodná zobrazení a kombinatoriku (Hejný, 2010).

### **3.4 Shodná zobrazení v rovině**

Pokud se rozhoduje o shodnosti geometrických útvarů, stačí vhodně pootočit, překlomit nebo přemístit jeden z útvarů. Jestliže se obraz se vzorem budou překrývat, jsou tyto útvary shodné. Manipulativním činnostem při určování shodnosti je věnována velká pozornost. Dalším způsobem, jak lze zjistit shodnost útvarů, je porovnání velikosti či vzdálenosti útvarů pozorováním. K nápomoci může posloužit pravítko nebo kousek papíru.

Rozlišuje se shodnost přímá a nepřímá. Pokud jeden z útvarů musíme překlomit tak, aby se útvary překrývaly, jedná se o shodnost nepřímou. Mezi shodná zobrazení v rovině řadíme: osovou souměrnost, středovou souměrnost, posunutí, otáčení, identitu (Stopenová, 2005).

#### **3.4.1 Osová souměrnost**

Před zavedením pojmu osová souměrnost žáci prvního stupně pracují s úlohami, kde dokončují vzory podle tvarů, velikostí, barvy. Žáci překládají útvary, určují počet os souměrnosti, znázorňují souměrné útvary ve čtvercové síti, jsou schopni poznat osově souměrné útvary v reálném světě (Fuchs, Zelendová, 2015).

S dokreslováním druhé poloviny obrázku se děti často seznamují již v předškolním věku. Od 1. ročníku překreslují obrázky z jedné čtvercové sítě do druhé. Až později do čtvercové sítě dokreslují polovinu vzorového obrázku.

K pochopení osové souměrnosti žákům základních škol může posloužit následující experiment. K experimentu potřebujeme průsvitný arch papíru. Papír přehneme tak, aby se obě části kryly. Po rozložení ohyb označíme jako přímkou  $o$ , půlí papír na dvě poloroviny. V jedné polorovině si zvolíme tři body  $A, B, C$ , které neleží v jedné přímce. Papír znovu přeložíme podle ohybu a propíchneme body  $A, B, C$ . Po znovuotevření získáme nové body  $A', B', C'$ , které leží na opačné polorovině (Kouřim, 1985).

Pro osovou souměrnost platí: Vzor a obraz bodu leží v opačných polorovinách určených osou souměrnosti. Tyto body leží na kolmici k ose souměrnosti. Vzor a obraz bodu leží ve stejné vzdálenosti od osy souměrnosti. Útvar nazveme osově souměrným, pokud se dá přímkou rozdělit na dvě shodné části, které se po překlopení přesně překrývají. Body umístěné na ose souměrnosti nazýváme samodružnými body.

Osová souměrnost nás provází na každém kroku. V přírodě se setkáváme se souměrnými květy rostlin, listy, motýlími křídly. Souměrné tvary působí na člověka příjemným dojmem, proto je nalezneme i v architektuře, umění a jiných lidských výtvorech.

## 4. Teselace

Geometrie a umění mají dlouhý historický vztah. Téměř ve všech případech, kdy archeologové naleznou artefakty ze starověkých kultur, najdeme tvary (čtverce, pětiúhelníky, šestiúhelníky, symetrický design). Geometrické vzory můžeme vidět na keramice, oblečení, v architektuře, ale také v přírodě. Příkladem jsou sněhové vločky, včelí voští nebo schránky mořských živočichů (Bassarear, 2008).

Pojem teselace označuje vyplnění roviny jedním nebo více geometrickými útvary, které se vzájemně nepřekrývají. Teselace mohou být nejrůznějšího typu. Rozlišuje se teselace pravidelná, kdy se k pokrytí roviny využívá jen jeden tvar dlaždice a polopravidelná, při níž se používá více tvarů (Irwin, 2004). Podle způsobu opakování vzoru se rozlišují teselace periodické a aperiodické. Důležitou roli hraje také barevnost. Teselaci mohou tvořit barevně i tvarově stejné útvary, tehdy se jedná o parketáže nebo se tvary a barvy kombinují, či mohou být zcela odlišné, pak hovoříme o mozaice. Počátky vyplňování prostoru tímto způsobem některé prameny zmiňují již v období Platóna (427- 347 př. n. l.). V tomto období se objevuje mozaiková výzdoba chrámů a modliteben. Dnes se teselace v rovině nejčastěji využívají ve stavebnictví při dláždění, parketování, ale i u rozdělení území na správní celky. Nalezneme je dále v architektuře, v umění, ale i v přírodě (příkladem jsou včelí plástve).

Použití symetrické teselace je významným rysem abstraktní dekorace Alhambry, zámku ze 14. století ve španělské Granadě. Alhambra je jedno z největších architektonických děl islámské kultury ve Španělsku. Islámské umění je tradiční geometrickými vzory a používá tvary, jako jsou čtverce, obdélníky, trojúhelníky a kruhy. Zahrnuje také mnoho opakujících se vzorů. Opakující se vzory ukazují, jak je jeden malý prvek součástí univerzálního celku. Jeden malý trojúhelník je součástí obrovského vzoru, stejně jako jedna osoba je součástí vesmíru, vše stvořil Bůh. K tradičním barvám, které jsou často vidět v islámských vzorech, patří odstíny modré a zlaté. V Alhambře jsou stěny obkládány dlaždicemi tak, aby opakování určitého vzoru dlaždice působilo na pozorovatele klidně a oko si tak mohlo odpočinout. Skládání dlaždic do určitých obrazců v sobě skrývá jistou hravost. Při pozorování je velice těžké

určit, co se nachází v popředí a co v pozadí. Touto hravostí se inspiroval holandský malíř Maurits Cornelis Escher (Irwin, 2004).

Grafický umělec Maurits Cornelis Escher (1897- 1972) je jedním z nejznámějších světových grafiků. Pokrytí roviny dovedl k dokonalosti. Používal podivné tvary (obrazy živočichů, květin či předmětů) k pravidelnému dělení roviny (Kuřina, 2002). M. C. Escher byl fascinován pravidelnými geometrickými obrazci nástěnných a podlahových mozaik v Alhambře. Hrál si s architekturou, perspektivou a nemožnými prostory. Jeho umění nadále udivuje miliony lidí po celém světě. V jeho díle poznáváme jeho vynikající pozorování světa kolem nás a výraz jeho vlastní fantazie (mcescher.com).

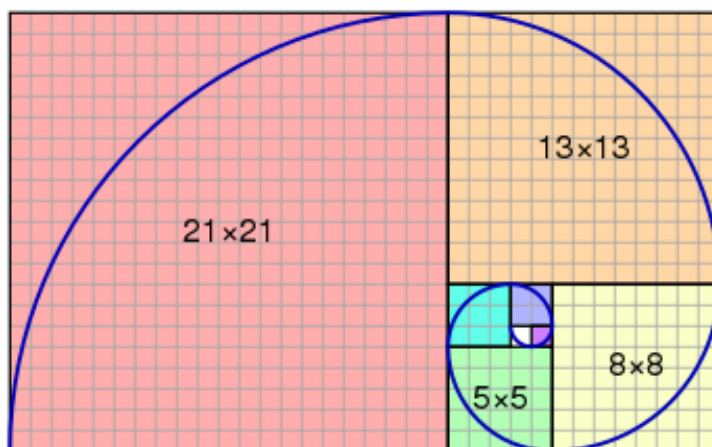


Obrázek 1: Pokrývání roviny, M. C. Escher

## 5. Fibonacciho spirála

Jako zajímavá úloha pro práci s obsahem útvaru a pokrývání roviny může posloužit Fibonacciho spirála. Ta úzce souvisí s Fibonacciho posloupností. Jedná se o nekonečnou řadu čísel, ve které je prvním číslem 1, druhým také 1 a každé následující číslo je definováno jako součet dvou čísel předchozích. Řada začíná čísly 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21... Posloupnost popsal italský matematik Leonardo Pisan (Fibonacci) ve svém díle *Liber Abaci* ze 13. století na úloze s množením králíků ([algoritmy.net](http://algoritmy.net)).

Pokud postupně zkonstruujeme čtverce o stranách s délkami rovnými Fibonacciho číslům, pak je možné poskládat je vedle sebe tak, aby vznikl jeden obdélník. Narýsujeme-li v každém čtverci čtvrtkružnici tak, že strana čtverce je zároveň její tečnou, vznikne nám Fibonacciho spirála.



Obrázek 2: Fibonacciho spirála

V přírodě můžeme pozorovat jevy, které se spojují s Fibonacciho posloupností. Příkladem jsou borové šišky. Počet pravotočivých spirál na šišce může být 21 a počet levotočivých 13. Právě tato čísla jsou dvě po sobě jdoucí čísla Fibonacciho posloupnosti. Dalším příkladem mohou být terčíky slunečnic. Slunečnice mají 34 pravotočivých spirál a 55 levotočivých spirál. Takových spojení s Fibonacciho posloupností se dá v přírodě nalézt mnohem víc (spirály u ananasu, uspořádání listů na větvi při pohledu shora, počet okvětních lístků u některých květin). ([edu.techmania.cz](http://edu.techmania.cz))

## 6. Výtvarné umění 20. století

Nedílnou součástí výtvarné výchovy na základních školách je seznámení žáků s kulturními epochami, uměleckými směry, výtvarnými umělci a jejich tvorbou. RVP ZV učitelům poskytuje možnost výběru. V této práci nabídneme seznámení s moderním uměním a s umělci, kteří ve své tvorbě pracovali s geometrickými prvky. Představíme si uměleckou tvorbu geometrické abstrakce.

### 6.1 Geometrická abstrakce

Slovo abstrakce, latinsky *abstractus*, znamená odtažitý. Slovo si můžeme vyložit také jako nekonkrétní, nefigurativní, neobjektové. Cílem abstraktního umění je individuální a originální tvorba. Tvorba by neměla zobrazovat žádný předmět. Abstraktní umění se soustředí na barvu, tvar a kompozici. Umělci se snaží vytvořit novou formu pomocí geometrických prvků, plochy, linie. Pro umělce byl důležitý vztah k hudbě, což ve tvorbě vyjadřovali barevným rytmem, pohybem. Svou tvorbou vyjadřují pocity, přání a zkušenosti. Známymi představiteli tohoto umění jsou Kazimir Malevič, Vasilij Kandinskij, Piet Mondrian (Pijoan, 1986). V průběhu vývoje se abstrakce rozčlenila na dvě oblasti: abstraktní expresionismus a geometrická abstrakce. Rozdělení bylo způsobeno historickými událostmi (světové války) a uměleckými směry.

Expresionistická abstrakce vycházela z expresionismu. Jako vyjadřovací prostředek malíři využívali převážně barvu a tvar. Tvary a barvy jsou nanášeny spontánně a často vyjadřují pocity malíře. Hlavním představitelem je Vasilij Kandinskij.

Druhou z větví abstraktního umění je geometrická abstrakce, opírající se o základní geometrické tvary. Jejím přímým předchůdcem a inspirací byl kubismus. S geometrickou abstrakcí jsou spojováni umělci Piet Mondrian, Kazimir Malevič. Geometrickou abstrakci členíme na několik směrů, které si následně představíme s hlavními představiteli.



### 6.1.1 Orfismus

Výraz orfismus nebo také orfický kubismus byl poprvé užit v roce 1912 francouzským básníkem Guillaumem Apollinaiem, označil tak malby Roberta Delaunaye. Malby přirovnal k antickému hrdinovi Orfeovi, který byl básníkem, pěvcem a hudebníkem. Na rozdíl od kubismu byl orfismus výrazně poetický, barevný a životný. Na počátku orfismus hledal inspiraci v okolním světě, městě, přírodě, až později vznikala díla abstraktní. Při tvorbě byl kladen důraz na rytmus. Umělci využívali jednoduchou a výstižnou kompozici. Barevně odstupňované točící se spirály a kruhy vyvolávají pocit hudby, pohybu, vibrace. Každý barevný odstín měl na plátně specifickou úlohu. Barva byla zařazena do geometrických forem stejně jako noty v notové osnově. Začátkem 1. světové války orfismus zanikl. Mezi zástupce orfismu patří především Robert Delaunay a František Kupka.



Obrázek 3: Robert Delaunay- Rytmus



Obrázek 4: František Kupka- Dvoubarevná fuga

František Kupka (1871- 1957) je jedním z nejznámějších českých malířů. Jako mladý se vyučil sedlářem. Již v té době si přivydělával malováním obrázků. Svému řemeslu se Kupka ale nikdy nevěnoval a hned po vyučení si založil malou dílnu, kde maloval. V roce 1886 začal Kupka studovat malířství na Akademii v Praze, kde se zabýval převážně historickými a vlasteneckými tématy. Následně studoval také ve Vídni a v Paříži. V Paříži se začal zajímat o moderní umělecké směry, díky nimž začal vytvářet vlastní abstraktní obrazy. Jako jeden z prvních malířů maloval nejen barvy a tvary, ale také světla, zvuky a dojmy. Ve svých dílech zpracovával téma pohybu. Velký vliv na jeho tvorbu měl také Kupkův vztah k hudbě, který následně vedl

k rozvinutí orfismu. Později experimentoval s barevnými spektry dle optických studií Issacka Newtona. Po 1. světové válce pracoval jako profesor v Paříži, kde seznamoval české studenty s francouzským uměním. Je jedním ze zakládajících členů hnutí Abstraction-Création v roce 1931. Až do své smrti vystavoval pravidelně obrazy v Salonu des Réalités Nouvelles. Kupka vystavoval své obrazy na různých výstavách. Nechtěl ale být kategorizován do žádného uměleckého směru. Kupkovy obrazy dnes radíme mezi nejdražší díla českých umělců (artmuseum.cz).

### 6.1.2 Suprematismus

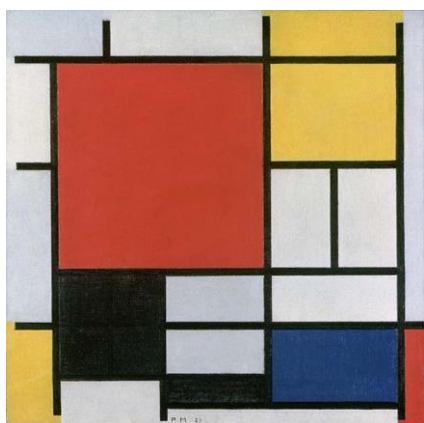
Jako umělecké hnutí v roce 1915 v tehdejším Rusku vznikl suprematismus. Supremace znamená převaha, nadvláda. V tvorbě převládají základní geometrické tvary. Hlavním teoretikem i umělcem se stal Kazimir Malevič, jenž dokázal najít zcela nový přístup k abstrakci právě díky jednoduchosti strohé geometrie. Na výstavě v Petrohradě Malevič poprvé vystavil své abstraktní experimenty, kde představil obraz Černý čtverec na bílém pozadí. Myšlenky suprematismu byly často spojovány s konstruktivismem. Suprematismus se snažil o očištění umění od předmětného vnímání reality a najít tak cestu k bezpečnému světu. V obraze Černý čtverec na bílém pozadí představuje černý čtverec pocit a bílá barva nic. Tradiční svět s pocity nevázanými na předměty byl tak potlačen do abstrakce. Vrcholem abstrakce se stal Malevičův obraz Bílý čtverec na bílém pozadí, který je nazýván čistým uměním. Pokud by pokračoval v suprematistické tvorbě, vše co by vytvořil, by bylo krokem zpět, proto se rozhodl k návratu k figurativnímu umění. Za vlády Stalina se zavrhovalo jakékoliv abstraktní umění, bylo považováno za nesrozumitelné a buržoazní. Malevičovy obrazy byly proto postupně zabaveny a Malevič nemohl malovat a vystavovat nadále svá abstraktní díla (artmuseum.cz).



Obrázek 5: Kazimir Malevič- Supremus 58

### 6.1.3 Neoplasticismus

Neoplasticismus vznikl v Holandsku v roce 1917. Hlavní snahou bylo prosazení abstrakce a geometričnosti v umění. Umělci používali ve svém slovníku pojmy přímka, pravý úhel a tři základní barvy- červenou, modrou a žlutou. Tyto barvy představovaly předměty. Pro prázdný prostor byly použity barvy- bílá, černá a šedá. Střídáním horizontálních a vertikálních linií vznikaly pravoúhlé obrazce, které vytvářely pocit harmonie. Nedokonalé křivky byly zcela vyřazeny. O založení neoplasticismu se zasloužil Theo van Doesburg. Mezi další umělce této tvorby řadíme Pietta Mondriana, Antonyho Koka a další. Neoplasticismus byl do jisté míry ovlivněn ruským konstruktivismem, hravým dadaismem a také kubismem. Smrtí Thea van Doesburga zanikl i neoplasticismus. (artmuseum.cz)

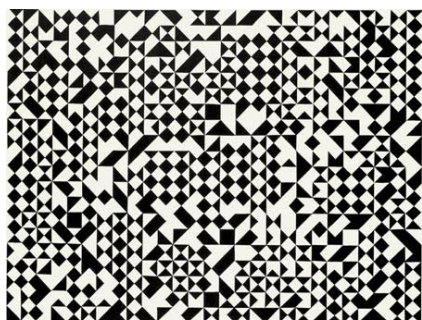


Obrázek 6: Piet Mondrian- Kompozice v červené, modré a žluté

### 6.1.4 Konstruktivismus

Konstruktivismus vznikl za Sovětského svazu v roce 1914. V čele stál Vladimír Tatlin. Konstruktivisté při své práci používali kovy, dráty, části umělé hmoty. Tvorba je především trojrozměrná. Někteří konstruktivisté vytvářeli litografie (kamenotisk) a fotografie. Vladimír Tatlin byl inspirován kubismem. Tvořil kovové konstrukce malých rozměrů, které připomínaly stroje neznámého původu. Dnes je konstruktivismus respektován především proto, že používal různé výtvarné prostředky a svým stylem připomínal budoucí industriální společnost (artmuseum.cz).

Malířem moderního abstraktního umění byl také Zdeněk Sýkora (1920- 2011). Sýkora jako jeden z prvních na světě při své tvorbě uměleckého díla používal počítač. Vystudoval výtvarnou výchovu a deskriptivní geometrii na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy. Nejprve vytvářel krajinomalby, až později přešel k abstrakci. V šedesátých letech maloval obrazy s využitím základních geometrických tvarů, které často umisťoval do mřížky. Využíval černobílé geometrické kompozice. Do přípravy svých děl zapojil jako jeden z prvních na světě počítač. S matematikem Jaroslavem Blažkem spolupracoval na svých prvních programovaných strukturách, kde panoval přísný řád. Struktury přenášel také do trojrozměrných předmětů. V roce 1973 začal vyvíjet nový systém, který byl založen na náhodnosti. Tvary, délky, tloušťky, barvy a křížení linií byly určovány náhodnými čísly, které vygeneroval počítač. (zdeneksykora.cz)



Obrázek 7: Zdeněk Sýkora- Černobílá struktura

## 7. Teorie barev

Důležitou úlohou výtvarné výchovy je také různými metodami a formami práce seznámit žáky s teorií barev. U žáků je potřeba kultivovat vztah k barvám. Hravou experimentací se žáci mohou vhodně seznamovat s barvami.

O teorii barev se zajímal německý básník a optik Johann Wolfgang von Goethe, jehož teorie je nejčastěji užívána. Barvy dělí na primární, sekundární a terciální. Mezi primární (základní) barvy řadí červenou, modrou a žlutou. Tyto barvy se nedají z žádných jiných barev namíchat. Sekundární barvy (oranžová, zelená, fialová) vznikají smícháním vždy dvou barev základních. Terciální barvy (citrónová, olivová, kaštanová,...) vznikají smícháním dvou barev sekundárních. Ze všech těchto barev vytvořil J. W. Goethe tzv. barevný kruh, který ukazuje harmonickou vazbu mezi jednotlivými barvami. V kruhu lze rozlišit také barvy komplementární (doplňkové), ležící v kruhu přesně naproti sobě. Tyto komplementární dvojice mají velmi výrazný barevný kontrast (gjb-sps.cz).



Obrázek 8: Barevný kruh se studenými a teplými odstíny

Neutrální/ nepestré barvy nejsou součástí základního barevného kruhu, pro výtvarné umění a výtvarnou výchovu ale mají značný význam. Využívají se při míchání barevných odstínů. Barevné odstíny vznikají zesvětlováním, ztmavením barevných tónů nebo přimícháním jiné barvy.

V barevném kruhu rozpoznáváme také teplotní kontrast. Barvy vody, chladu a zeleně přirozeně vnímáme jako barvy studené. Naopak barvy ohně a slunce vnímáme jako barvy teplé. I přesto má každá barva svou teplou a studenou formu. K teplým barvám je přidáván odstín žluté barvy, studené barvy jsou smíchány s odstíny modré barvy.

# PRAKTICKÁ ČÁST

## 8. Soubor úloh

V praktické části je zhotoven soubor úloh, který je vytvořen v souladu se vzdělávacím obsahem RVP ZV. Úlohy respektují očekávané výstupy ze vzdělávacích oblastí Matematika a její aplikace a Umění a kultura. Žáci poznají matematiku netradičním způsobem. Matematické úlohy jsou obohaceny o výtvarné činnosti receptivní nebo produktivní. Prostřednictvím výtvarné tvorby žáci rozvíjí představivost, tvořivost, smyslovou citlivost. V úlohách se žáci seznamují s výtvarnými umělci a jejich tvorbou. Experimentují s barevnými tóny, odstíny, poznávají nové techniky práce. Z matematického hlediska jsou úlohy zaměřené na vyplňování roviny, práce se čtvercovou sítí, obsah útvaru, symetrie, geometrické vzory. Žáci si procvičí geometrickou terminologií a zároveň uplatní své geometrické znalosti a dovednosti.

Každá úloha obsahuje základní informace o dané úloze: cíle, předpokládané znalosti a dovednosti, doporučený ročník, pomůcky a materiály, časová náročnost. Následně jsou uvedeny očekávané výstupy z obou vzdělávacích oblastí. V další části je popsána organizace hodiny s potřebnými komentáři a správným řešením. Pro některé úlohy byly vytvořeny pracovní listy, které jsou umístěny v přílohách.

## 8.1 Hmyzáci v osově souměrnosti

**Cíl:** rozvoj plošné představivosti, kreativity, imaginace, zachycení tvaru hmyzu, porozumění pojmu osová souměrnost

**Předpokládané znalosti a dovednosti:** úvod osově souměrnosti, práce se čtvercovou sítí

**Doporučený ročník:** 4., 5.

**Časová náročnost:** 2 vyučovací hodiny (90 min)

**Pomůcky a materiály:** encyklopedie hmyzu, pracovní list (viz přílohy), tužka, čtvrtka A4, tempery, kelímek na vodu, štětce, pravítko s ryskou, špendlík

**Návaznost na RVP ZV:**

Očekávané výstupy z matematiky: Žák pozná osově souměrné útvary v reálném světě. Rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Žák se na základě své vlastní představy soustředí na tvar a detail hmyzu. Porovnává různé interpretace vizuálně obrazného vyjádření a přistupuje k nim jako ke zdroji inspirace.

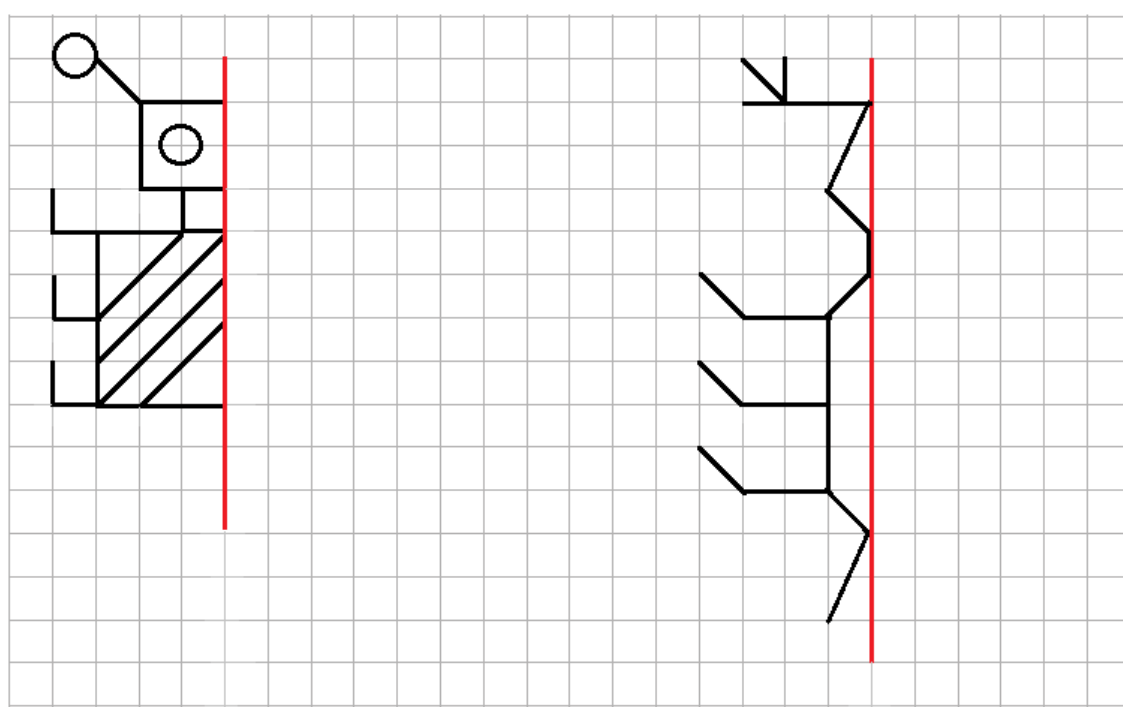
### **Organizace:**

**Úvodní motivace:** Lidé, zvířata a rostliny mohou být v některých ohledech symetrickí. Přemýšlejte o svém těle. Představte si, že nakreslíte čáru z hlavy až na podlahu. Pak přemýšlejte o tom, jak vypadá vaše tělo na obou stranách této linie. Jedna strana je víceméně přesně stejná jako ta druhá: paže na každé straně, noha na každé straně, odpovídající uši, odpovídající oči. Vaše tělo je symetrické. Pak přemýšlejte o obličejí kočky a představte si čáru od horního středu kočičí hlavy směřující k bradě. Vidíte zde také symetrii? Tvář kočky je na každé straně linie vyvážená: dvě uši, dvě oči, dvě nosní dírký, dvě sady vousů. Pojd'me se podívat, co symetrického můžeme pozorovat na hmyzu. Učitel s žáky pozoruje hmyz v encyklopediích. Pozorují detail vzorů krovek, křídel, souměrnost těl.

(V rámci mezipředmětových vztahů mohou žáci např. zařazovat hmyz do skupin: motýli, brouci, blanokřídlí, dvoukřídlí, vážky a uvádět zástupce těchto skupin: bělásek, střevlík, včela, moucha,...)

V encyklopedii vyhledejte další zástupce hmyzu. Které z nich už jste v přírodě viděli? Tři čtvrtiny všech druhů živočichů patří k hmyzu a některé druhy jsou možná ještě neobjevené. Vaším úkolem bude vymyslet vlastního, neobjeveného „hmyzáka souměřáka“.

### 1. Dokresli hmyzáka tak, aby byl souměrný podle vyznačené osy.



Obrázek 9: Ukázka z pracovního listu

Před začátkem této úlohy si žáci mohou vyzkoušet práci se zrcátkem. Žáci musí zrcátko správně přiložit, aby se jim obrázek objevil v osové souměrnosti. Zrcátko musí být přiloženo k papíru na místo, kde prochází osa souměrnosti. Pak žák vidí zrcadlový obraz útvaru, který pozoruje.



## 2. Navrhni polovinu těla hmyzáka. Nech spolužáka dokreslit druhou polovinu.



Obrázek 10: Ukázka z pracovního listu

## 3. Vytvoření vlastního „hmyzáka souměrňáka“

Žáci si připraví čtvrtku A4, kterou přeloží na polovinu. Přehyb papíru vytváří osu souměrnosti. Na jednu stranu čtvrtky žáci kreslí polovinu těla svého „hmyzáka“, fantazii se meze nekladou. Je potřeba, aby žáci nanášeli barvu řidší, obraz se lépe otiskne. Je vhodné postupovat po částech, aby barva nezasychala a žáci měli možnost „hmyzáka“ v průběhu upravovat. Mohou začít tělem, poté přeložit podle vyznačené osy, přitlačit obě poloviny k sobě a znovu otevřít. Takto žáci budou postupovat s končetinami, křídly a dalšími různými částmi těla, dokud nebudou s výtvořem spokojeni. Po zaschnutí barvy mohou žáci dokreslit detaily černým fixem.

Žáci si ověří, zda je obraz vytvořený v osové souměrnosti. Vyberou si výrazný barevný bod z jedné poloviny „hmyzáka“, spustí z něho kolmici na středovou osu a prodlouží ji do druhé polovinu obrázku. Změří vzdálenost od osy na obě strany a porovnejí, zda otisk bodu je ve stejné vzdálenosti od osy jako původní označený bod.

**Závěr hodiny:** Učitel s žáky vytvoří výstavu hmyzu. Žáci představí svého „hmyzáka“. Mohou vymyslet jméno, kde žije, čím se živí, jaké jsou jeho schopnosti. Společně hodnotí výsledek práce. Učitel hodnotí aktivní přístup dětí, čistotu práce, kreativitu, nápaditost.

## 8.2 Geometrická dlaždice

**Cíl:** porozumění osově souměrnosti, práce s opakujícími se vzory, seznámení s islámským uměním

**Předpokládané znalosti a dovednosti:** osová souměrnost, manipulace s pravítkem

**Doporučený ročník:** 4., 5.

**Časová náročnost:** 3 vyučovací hodiny (135 min)

**Pomůcky a materiály:** čtvercová síť (viz přílohy), tužka, pravítko, pastelky, sádra, nádoba na sádro, modelína, podložka na modelínu, váleček, vykrajovací nůž, špejle

**Návaznost na RVP ZV:**

Očekávané výstupy z matematiky: Žák pozná osově souměrné útvary v reálném světě. Rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary, pracuje s geometrickými vzory.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Žák projevuje schopnost porovnávat vztahy obrazových objektů a prvků (například: rozdílnost a podobnost tvarů, jejich velikost, vzájemnou polohu, světlostní a barevné vztahy) a uplatňovat je ve své kresbě, malbě i prostorové tvorbě. Seznamuje se s architekturou cizí kultury.

**Organizace:**

**Úvodní motivace:** Učitel žákům promítne obrázky islámského umění, stavby, vnitřní výzdobu. S žáky vede diskuzi, jaké tvary vidí, jaké barvy jsou použity.

**Seznámení s islámským uměním:** Islámské umění je tradiční geometrickými vzory a používá tvary, jako jsou čtverce, obdélníky, trojúhelníky a kruhy. Geometrické vzory se často opakují. K tradičním barvám, které jsou vidět v islámských vzorech, patří odstíny modré a zlaté. Důležitým prvkem islámského umění je umělecké psaní-kaligrafie. Typickými stavbami jsou mešity, chrámy, které slouží k uctívání Alláha, muslimského boha.

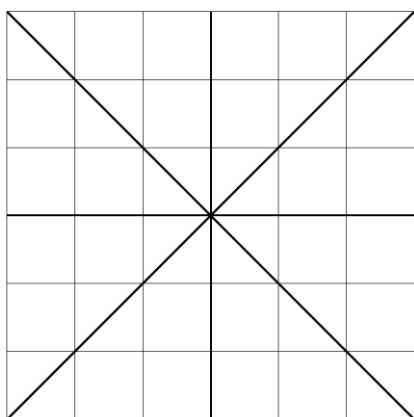
**1. Vytvoř si vlastní barevný návrh geometrické dlaždice tak, aby byla osově souměrná.**

Učitel žákům nejprve promítne dlaždici, která je osově souměrná.

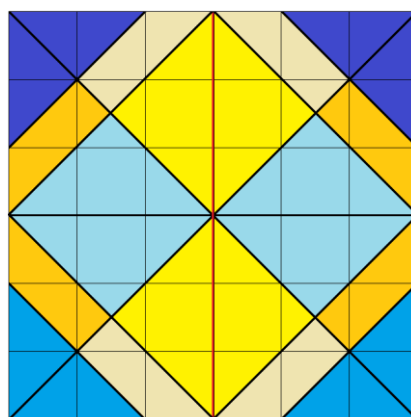
Představte si čáru nakreslenou středem této geometrické dlaždice. Jsou obě strany vyvážené? Jsou symetrické? Jak takovou souměrnost nazýváme? (osová souměrnost) Označuje se také jako zrcadlová souměrnost.

Společně s učitelem žáci vytváří podklad pro svou dlaždici. K nápomoci jim slouží čtvercová síť ve tvaru čtverce, do které dlaždici rýsují.

**Instrukce pro žáky:** Vystříhni dlaždici. Přehni dlaždici tak, aby se vždy strany překrývaly. Kolika takovými způsoby můžeš dlaždici přeložit? Jaké geometrické útvary postupně vznikají? Nyní si zvol jeden ohyb jako svoji osu. Pokračujte v rýsování a vytvořte si tak svůj design dlaždice. Přemýšlejte o různých čtvercích, obdélnících a trojúhelnících, které můžete vytvořit. Svě dlaždice udržujte stále symetrické. Přemýšlejte o zahrnutí opakujících se vzorů. Jakmile budete spokojeni s rozvrženými čárami, dlaždici vybarvěte barvami inspirovanými islámským uměním. Barvy umíst'ujte vyváženě.



Obrázek 11: Podklad pro dlaždici



Obrázek 12: Možné rozvržení dlaždice

## 2. Vytvoř si vlastní dlaždici

Nejprve si každý žák připraví formu.

**Postup pro přípravu formy:** Modelínu vyválíme na placku zhruba půl centimetru vysokou. Vykrojíme čtverec. Pomocí špejlí žáci vyrývají motiv navržené dlaždice do modelíny. Žáci nesmí rýt hluboko, aby se nedostali na podkladovou desku. Poté domodelují okraj dlaždice, vysoký alespoň dva centimetry. Okraje musí přiléhat, aby nedošlo k vytékání sádry.

Učitel seznámí žáky s postupem rozdělování sádry.

**Postup pro přípravu sádry:** Není jednoduché odhadnout množství vody a sádry. Připravenou nádobu naplníme vodou do poloviny. Sádro sypeme do té doby, dokud ji voda pohlcuje a promícháváme, aby nevznikaly hrudky. Následně vléváme do připravených forem. Konzistence by měla být jako mírně vyšlehaná smetana. Sádro rozdělováme několikrát po sobě v menším množství. Musíme pracovat rychle, aby neztvrdla. Sádro necháme vyschnout do další hodiny.

Příští hodinu žáci odstraní modelínu a dlaždici pomalují temperovými barvami. Barvy můžeme přelakovat bezbarvým lakem ve spreji.

**Závěr hodiny:** Úklid pracovní plochy. Žáci hodnotí práci v hodině. Učitel hodnotí aktivitu žáků, nápaditost.

Geometrická dlaždice může posloužit i jako inspirace pro učitele vyšších ročníků, kteří mohou pracovat se středovou souměrností. Středové souměrnosti je věnována pozornost na druhém stupni.

### 8.3 Hra s obsahem

**Cíl:** orientace ve čtvercové síti, obsah útvaru, rozvoj představivosti, komunikačních dovedností, ukázka geometrického abstraktního umění

**Předpokládané znalosti a dovednosti:** práce se čtvercovou sítí, obvod čtverce, obdélníku

**Doporučený ročník:** 4., 5.

**Časová náročnost:** 2 vyučovací hodiny (90 min)

**Pomůcky a materiály:** pracovní list (viz přílohy), čtvercová síť (1 čtvereček rovná se  $1 \text{ cm}^2$ ), pastelky, fixy, nůžky

**Návaznost na RVP ZV:**

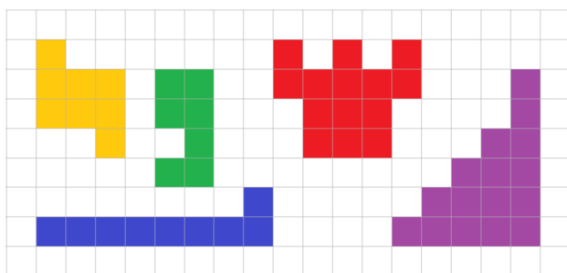
Očekávané výstupy z matematiky: Určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu, pracuje se čtvercovou sítí, vyplňuje rovinu obrazci o známém obsahu.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Žák vytvoří zvolenými obrazovými prvky objekty a zaměří se na vztahy mezi nimi (vzájemná velikost, poloha, vzdálenost, pravidelná a nepravidelná sestava, souměrnost a nesouměrnost, uspořádání, kontrast, harmonie). Vysvětlí, co vytvořil.

#### **Organizace:**

**Úvodní motivace:** Učitel žákům promítne počítačovou hru Tetris. Žáci určí počet čtverečků v jednotlivých útvarech. Původní verze této hry se hraje s útvary, které jsou tvořeny ze čtyř čtverečků. Cílem hry je skládat padající dílky tak, aby do sebe co nejlépe zapadaly. Řádek, který je celý zaplněný, zmizí. Hra končí, pokud se dílky dotknou horního okraje hrací plochy. Dále následuje práce s pracovním listem (viz přílohy).

1. Pomocí čtvercové sítě urči obsah jednotlivých útvarů (1 čtvereček se rovná 1 cm<sup>2</sup>).

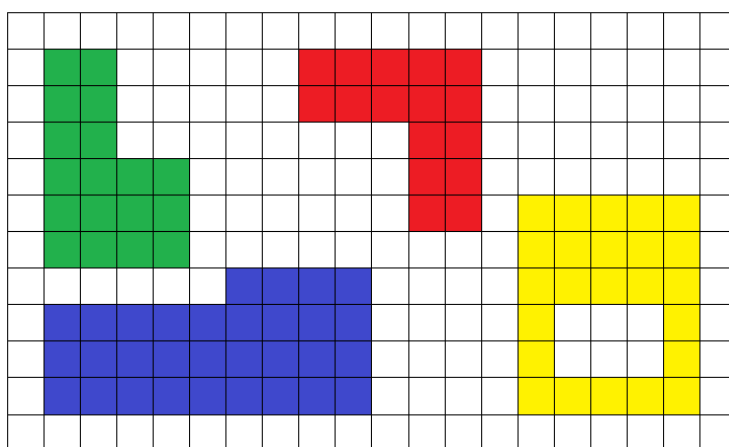


Obrázek 13: ukázka z pracovního listu

**správné řešení:** žlutý útvar: 8 cm<sup>2</sup>, zelený: 7 cm<sup>2</sup>, červený: 14 cm<sup>2</sup>, modrý: 9 cm<sup>2</sup>, fialový: 16 cm<sup>2</sup>

Žáci při řešení mohou postupovat různými způsoby. Jednou z možností je sčítat jeden čtvereček za druhým. Dalším způsobem je dokreslení útvaru do obdélníku, čtverce nebo mohou žáci zvolit variantu takovou, kdy útvar rozloží na menší části. Ve žlutém útvaru si mohou nejprve vypočítat plochu obdélníku vynásobením délek stran a k tomu připočítají dva postranní čtverečky. Podobně mohou pracovat i s červeným a fialovým obrazcem.

2. Přiřaď zápis výpočtu obsahu ke správnému útvaru. Vymysli další možné způsoby.



Obrázek 14: Ukázka úlohy z pracovního listu

**správné řešení:**

zelený útvar:  $2.3 + 4.3$

modrý útvar:  $9.3 + 4$

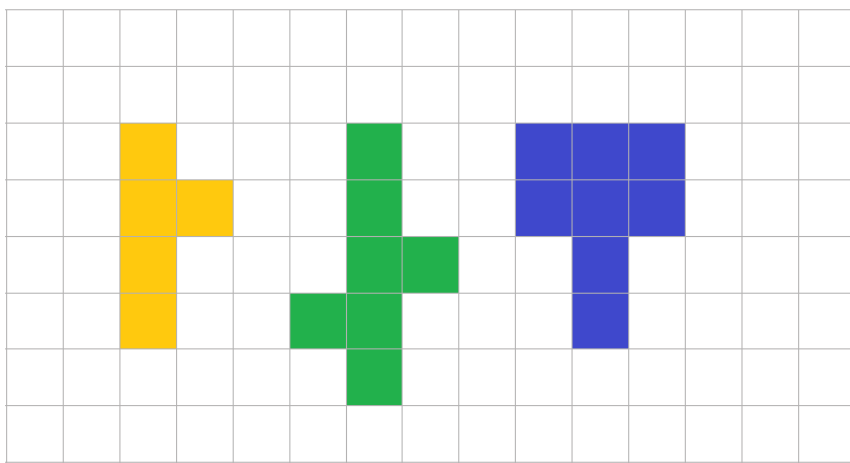
červený útvar:  $2.5 + 2.3$

žlutý útvar:  $6.5 - 2.3$

Zde žáci pracují s rozdělením útvarů ve čtvercové síti. Žáci získávají zkušenosti se vztahem mezi obsahem a multiplikačními operacemi. V této úloze je důležitá žákova představivost. Hledají různé možnosti, jak si výpočet obsahu zjednodušit.

**3. Do centimetrové čtvercové sítě zakresli obrazce, které budou mít obsah  $5 \text{ cm}^2$ ,  $7 \text{ cm}^2$ ,  $8 \text{ cm}^2$ ,  $15 \text{ cm}^2$ ,  $17 \text{ cm}^2$ ,  $10 \text{ cm}^2$ .**

V této úloze žáci trénují zakreslení obrazců dle zadaného obsahu.



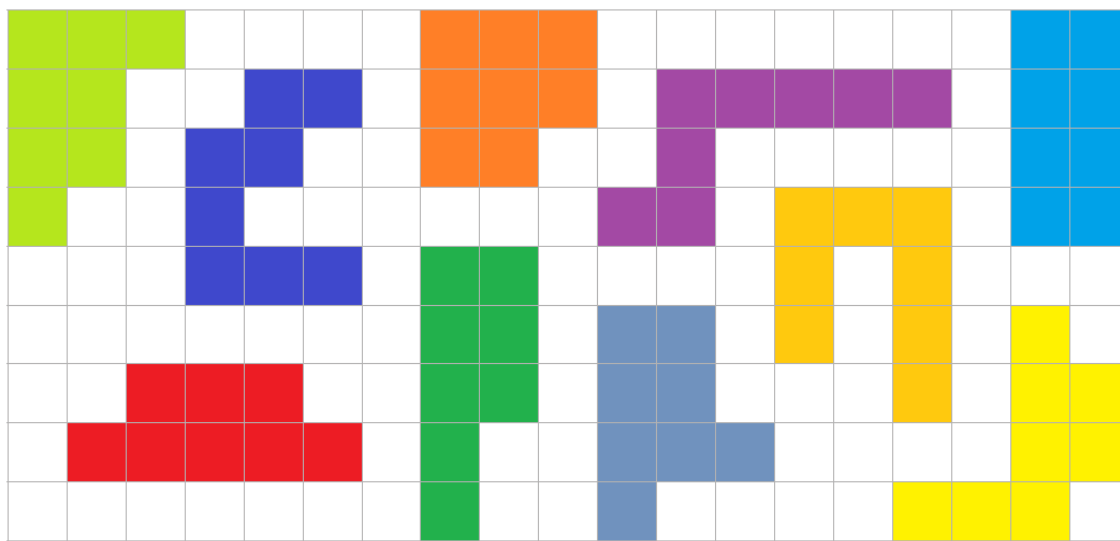
Obrázek 15: Možné řešení- žlutý obrazec:  $5 \text{ cm}^2$ , zelený:  $7 \text{ cm}^2$ , modrý:  $8 \text{ cm}^2$

**4. Do centimetrové čtvercové sítě zakresli co nejvíce útvarů o obsahu  $8 \text{ cm}^2$ . Budou mít všechny útvary také stejný obvod? Obvod změř a porovnej.**

Cílem této aktivity je procvičení pojmu obsah rovinného útvaru. Žáci vidí různé variace útvaru se stejným obsahem.

Aktivitu můžeme zadat dětem také jako soutěž jednotlivců nebo skupin. Kdo zakreslí nejvíce útvarů s daným obsahem v zadaném časovém limitu, vyhrává.

Před měřením obvodu žáci nejprve odpovědí na otázku, zda obvod útvarů bude také u všech stejný jako obsah. Obvod následně změří a porovnají.



Obrázek 16: Možné řešení

**5. Obrazce ze cvičení 4 vystříhni. Všechny obrazce různě kombinuj, vytvoř z nich obraz a pojmenuj ho.**

Při této aktivitě učitel žákům promítá díla geometrické abstrakce (např. díla Kazimira Maleviče). Žáci uvádí, co jim obrazy připomínají, jak na ně působí.

**Zadání pro žáky:** Skládáním útvarů vytvořte jakýkoli obraz. K jeho dotvoření můžete použít pastelky nebo fixy. Vysvětlete, jaký objekt daný útvar zastupuje, např. postel, počítač, květina. Svůj obraz pojmenuj. Učitel mezi žáky prochází a prohlíží si vytvořené obrazy. Žáci komentují své obrazy.

**Závěr hodiny:** Žáci hodnotí práci v hodině. Učitel hodnotí aktivitu žáků, nápaditost.



## 8.4 Sýkorova mozaika

**Cíl:** zábavnou formou ukázat dětem netypické pokrývání roviny, rozvoj plošné představivosti, hledání souvislostí vlastností geometrických útvarů, rozvoj kreativity a originality, seznámení s díly Zdeňka Sýkory

**Doporučený ročník:** 4., 5.

**Časová náročnost:** 1 vyučovací hodina (45 min)

**Pomůcky a materiály:** pracovní list (viz přílohy), nůžky, tuhé lepidlo

**Návaznost na RVP ZV:**

Očekávané výstupy z matematiky: Žák modeluje rozmanité mozaiky. Pokrývá rovinu pomocí černobílých tvarů.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Porovnává různé interpretace vizuálně obrazného vyjádření a přistupuje k nim jako ke zdroji inspirace.

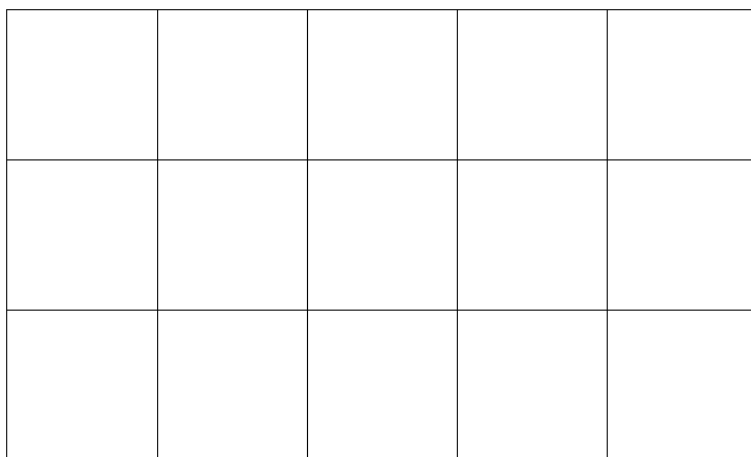
### Organizace:

**Úvodní motivace:** Učitel žákům promítne dílo geometrické abstrakce od umělce Zdeňka Sýkory. Žáci budou uvažovat nad umístěním jednotlivých prvků na obraze.

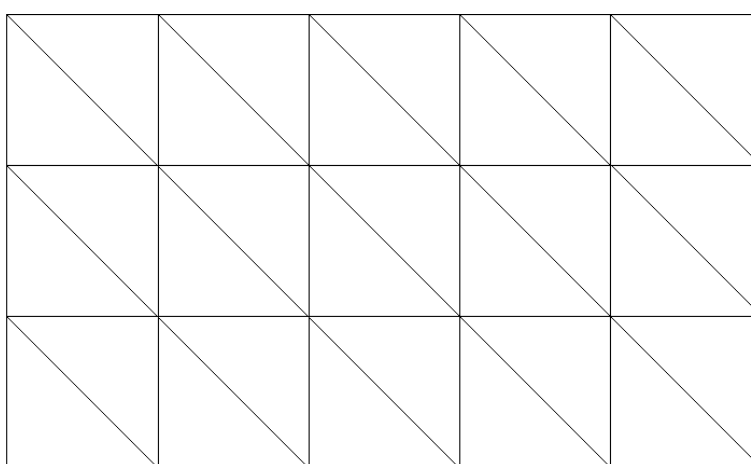
**Seznámení s autorem:** Zdeněk Sýkora začínal jako krajinář, až později přešel ke geometrické abstrakci. Při realizaci svých děl pracoval pomocí vlastní metody řízené náhody- počítač vygeneroval číselnou řadu, která určovala směr, šířku i barvu vzniklých linií. Počítač určil konkrétní polohu jednotlivých prvků.

**Úkol:** vytvoření geometrické mozaiky inspirované dílem Zdeňka Sýkory

**Zadání pro žáky:** Před sebou máte plochu, kterou musíte pokrýt trojúhelníky tak, aby celá plocha s nimi byla pokryta a zároveň se trojúhelníky nepřekrývaly. Trojúhelníky můžete kombinovat dle libosti. Aby vzniklé ornamenty vynikly, máte k dispozici pouze černé a bílé trojúhelníky.



**Obrázek 17:** plocha pro geometrickou teselaci



**Obrázek 18:** trojúhelníky k vystřížení

Trojúhelníky je třeba vytisknout jak na bílý, tak na černý papír.

Při realizaci této činnosti žáci pracují s vyznačenou plochou papíru, do které vkládají geometrické tvary tak, aby zaplnily celou plochu papíru a tvary se navzájem nepřekrývaly. Žáci hledají souvislosti mezi čtverci v síti a trojúhelníky. Kolik čtverců je v dané čtvercové síti? Kolika trojúhelníky pokryjeme čtvercovou síť? Při této činnosti žáci nejenom vnímají geometrii, ale rozvíjí také estetiku a citové vnímání.

**Závěr hodiny:** Z vytvořených prací učitel společně s žáky zhotoví velkoplošnou mozaiku.

## 8.5 Escherova skládačka

**Cíl:** zábavnou formou ukázat dětem netypické pokrývání roviny, rozvoj plošné představivosti, kreativity a originality, seznámení s díly od M. C. Eschera.

**Doporučený ročník:** 4., 5.

**Časová náročnost:** 2 vyučovací hodiny (90 min)

**Pomůcky a materiály:** nůžky, tuhé lepidlo, čtvercový papír 7 cm x 7 cm, čtvrtka 21 cm x 21 cm, pastelky, fixy, izolepa

**Návaznost na RVP ZV:**

Očekávané výstupy z matematiky: Žák modeluje rozmanité teselace. Odděluje prostor pomocí barevných tvarů.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Žák ve své tvorbě uplatňuje různé obrazové prvky a experimentuje s dosud nevyzkoušenými prostředky a postupy. Porovnává různé interpretace vizuálně obrazného vyjádření a přistupuje k nim jako ke zdroji inspirace.

### Organizace:

**Úvodní motivace:** Učitel promítne na interaktivní tabuli ukázky tvorby umělce M. C. Eschera. S žáky diskutuje o zajímavostech jeho tvorby.

**Seznámení s umělcem:** M. C. Escher byl nizozemský umělec. Nejvíce ho proslavily tzv. nemožné kresby. Byl fascinován geometrickými obrazci nástěnných a podlahových mozaik v Alhambře. Ve své tvorbě často využíval teselace. Používal podivné tvary (obrazy živočichů, květin či předmětů) k pravidelnému dělení roviny.

**Úkol:** vytvoření teselace inspirované M. C. Escherem

**Zadání pro žáky:** Žáci pracují dle instrukcí učitele. Vytvořte mozaikový vzor vystříhnutím jednoho tvaru ze strany čtverce. Nyní nalepte tvar tak, aby byl přesně naproti místu, ze kterého jste jej vystříhli. (To samé můžeme zopakovat na sousední

straně. Vznikne nám složitější mozaikový vzor.) Otáčejte nově vytvořený útvar všemi směry, dokud vám nezačne něco připomínat. Svůj nápad lehce načrtněte. Nyní umístěte útvar na střed čtvrtky a pečlivě jej obkreslete. Zvedněte útvar a položte jej vedle tak, jako by to byl kousek zapadající skládačky. Poté znovu útvar obkreslete. Pokračujte do té doby, dokud nebude celá čtvrtka zakryta. Při správném postupu by neměly vznikat žádné mezery. Na závěr si pohrajte s pastelkami a fixy a vytvořte originální mozaiku.

**Možné řešení:**



**Obrázek 19:** Obrázkový návod s možným řešením

**Závěr hodiny:** Společně se hodnotí práce. Učitel hodnotí aktivitu, pečlivost a tvořivost žáků. Žáci hádají, co jim připomínají výtvary jejich spolužáků. Každý žák zhodnotí, jak se mu pracovalo a co ho překvapilo.

## 8.6 Mondrian

**Cíl:** vyplňování roviny mnohoúhelníky, procvičování rýsování rovnoběžek a různoběžek, seznámení s tvorbou Pieta Mondriana, použití základních barev v tvorbě

**Předpokládané znalosti a dovednosti:** vzájemná poloha dvou přímek v rovině

**Doporučený ročník:** 3. - 5.

**Časová náročnost:** 2 vyučování hodiny (90 min)

**Pomůcky a materiály:** 2 čtvrtky o rozměrech 18 cm x 13 cm, barevné papíry (červené, žluté, modré), trojúhelníkové pravítko s ryskou, tužka, černá voskovka, anilínové barvy, štětce, kelímek na vodu, ubrus, lepidlo

**Návaznost na RVP ZV:**

Očekávané výstupy z matematiky: Žák sestrojí rovnoběžky a kolmice. Určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Žák projevuje schopnost porovnávat vztahy obrazových objektů a prvků (například: rozdílnost a podobnost tvarů, jejich velikost, světlostní a barevné vztahy) a uplatňovat je ve tvorbě. Uměleckou tvorbu bere jako zdroj inspirace.

### **Organizace:**

**Úvodní motivace:** Učitel promítne na interaktivní tabuli ukázky tvorby umělce Pieta Mondriana. Probíhá diskuze o zajímavostech jeho tvorby. Žáci vyjadřují své názory k dílům.

**Seznámení s umělcem:** Piet Mondrian byl malíř pocházející z Amsterdamu. Nejprve se věnoval krajinomalbě, později začal vytvářet abstraktní díla. Ve své tvorbě používal tři základní barvy (červenou, modrou, žlutou), kterými vyplňoval černou mříž. Později nahradil černou mříž malými barevnými plochami. Obrazy navozují dojem rytmu a hravosti.

**Úkol:** vytvoření mozaiky dle Pieta Mondriana

Žáci pracují dle instrukcí učitele. Každý má před sebou dvě čtvrtky o daných rozměrech, tužku a trojúhelníkové pravítko s ryskou.

**Zadání pro žáky:** Použitím pravítka a tužky narýsuj na jednu čtvrtku pouze různoběžné čáry, na druhou čtvrtku rýsuj pouze čáry, které jsou rovnoběžné nebo kolmé se čtvrtkou.

Žáky je potřeba usměrňovat v počtu a rozmístění narýsovaných čar.

### **1. Jaké geometrické útvary vidíš v obrázku s různoběžnými čárami?**

**správné řešení:** trojúhelníky, čtyřúhelníky, pětiúhelníky,...

Záleží na rozvržení a počtu čar žákem, jaké útvary po narýsování vzniknou. Všímají si, že vznikají nepravidelné obrazce.

### **2. Jaké geometrické útvary vidíš v obrázku s rovnoběžnými a kolmými čárami?**

**správné řešení:** obdélníky, čtverce

Při pečlivosti práce vznikají v obrázku pouze obdélníky nebo čtverce.

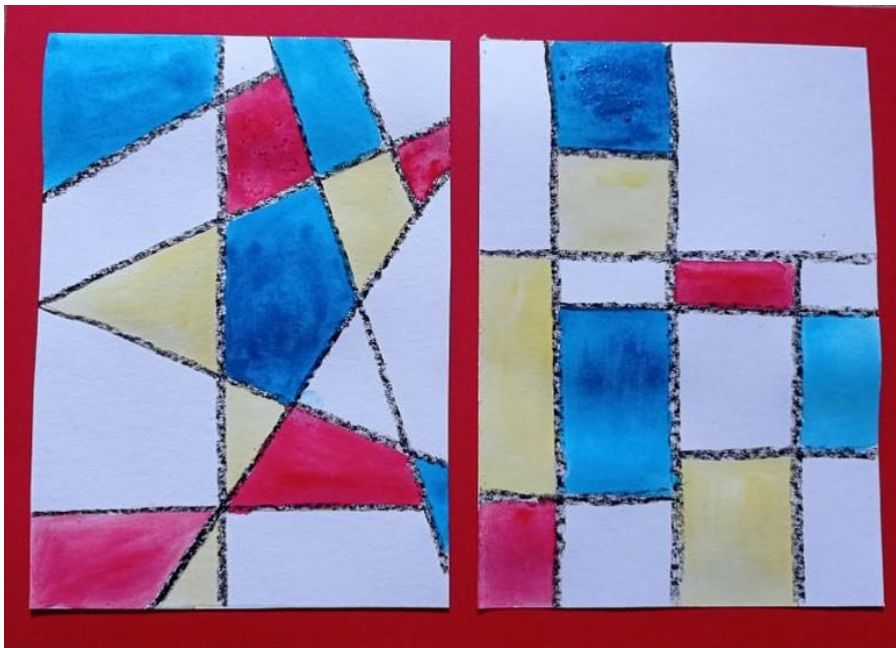
### **3. Jaký útvar má podle tebe největší obvod? Změř jej a porovnej s dalšími útvary, zda tvé tvrzení bylo správné.**

Zde si žáci procvičí obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran.

Narýsované čáry obtáhni černou voskovkou. Piet Mondrian používal k vyplnění plochy pouze červenou, modrou a žlutou barvu. Tyto barvy patří mezi barvy základní a nedají se namíchat z jiných barev. Stejně tak použij k vybarvení útvarů pouze tyto tři barvy i ty. Stejně barvy útvarů se mohou potkávat pouze ve vrcholech.

**Závěr hodiny:** Žáci si vyberou podkladový barevný papír, na který nalepí vytvořené mozaiky. Žáci uklidí pracovní plochu a společně s učitelem zhodnotí hodinu, zopakují si jméno umělce a jeho zařazení do uměleckého směru. Učitel hodnotí dodržení zadání, barevnost, pečlivost při rýsování a vybarvování.

**Možné řešení:**



Obrázek 20: Ukázka možné finální verze úlohy

## 8.7 Fibonacciho spirála

**Cíl:** rozvíjení plošné představivosti, orientace ve čtvercové síti, obsah útvarů, rozvoj estetické citlivosti

**Předpokládané znalosti a dovednosti:** manipulace s kružítkem, obsah čtverce, obdélníku

**Doporučený ročník:** 4., 5

**Časová náročnost:** 2 vyučovací hodiny (90 min)

**Pomůcky a materiály:** čtvercová síť A4 (jeden čtvereček se rovná 1 cm<sup>2</sup>), čtvrtka A4, pravítko, kružítko, tužka, nůžky, tuhé lepidlo, pastelky, fixy

**Návaznost na RVP ZV:**

Očekávané výstupy z matematiky: Žák určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu.

Očekávané výstupy z výtvarné výchovy: Žák pracuje s barevnou kompozicí aplikovanou do geometrické abstrakce. Využívá barevných kontrastů a odstínů.

**Organizace:**

**Úvodní motivace:** Učitel žáky seznámí s Fibonacciho posloupností.

**Úkol:** Vytvoření spirály s využitím Fibonacciho posloupnosti.

**Seznámení s Fibonacciho posloupností:** Máme nekonečnou řadu čísel, která začíná čísly 1, 1. Každé následující číslo je součtem dvou čísel předchozích. Taková řada se jmenuje Fibonacciho posloupnost. Tato posloupnost byla pojmenována podle italského matematika Leonarda Pisánského, zvaného Fibonacci, který žil ve 13. století. Fibonacci se zasloužil o rozšíření arabských číslic (číslice, které používáme v matematice dnes) do Evropy.



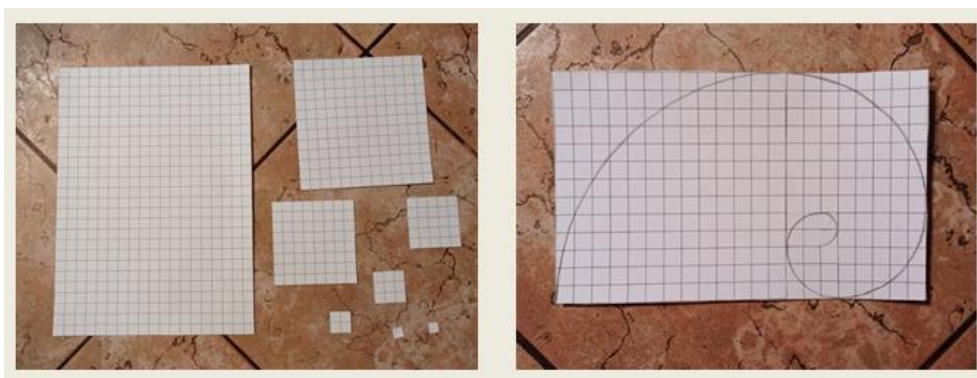
**1. Dokážeš vypsát členy Fibonacciho posloupnosti? Napiš 10 po sobě jdoucích čísel Fibonacciho posloupnosti, začínající čísly 1, 1.**

**Správné řešení:** 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

## **2. Vytvoření pravidelné spirály**

**Zadání pro žáky:** Ze čtvercové sítě, kde jeden čtvereček je  $1\text{ cm}^2$ , vystřižni čtverce, které mají následující délky stran: 13 cm, 8 cm, 5 cm, 3 cm, 2 cm, 1 cm a 1 cm. Vypočítej obsah každého čtverce. V každém čtverci narýsuj čtvrtkružnici, která má stejný poloměr jako je délka strany čtverce. Nyní se pokus složit na čtvrtku čtverce tak, aby vytvořily jeden obdélník a zároveň se ze čtvrtkružnic vytvořila spirála. Jaký obsah má vytvořený obdélník? Kolik kostiček obsahuje vytvořený obdélník? Čtverce nalep na čtvrtku. Spirálu vybarvi kombinací teplých a studených barev dle svého uvážení.

Učitel je žákům po celou dobu práce k dispozici. Před vykreslením spirály si s žáky řeknou příklady studených a teplých barev. Teplé barvy v nás vyvolávají dojem tepla. Příkladem je barva žlutá, hnědá, červená, oranžová. Studené barvy na nás naopak působí chladně. Příkladem je barva modrá, zelená, fialová. I přesto má každá barva svou teplou a studenou formu. V závěru hodiny učitel žákům promítne obrázky přírodnin, ve kterých lze vidět pravidelnost dle Fibonacciho čísel.



**Obrázek 21:** Návod v obrázcích

**Závěr hodiny:** Společné hodnocení výsledků práce- pečlivost při práci, barevnost.

## 9. Realizace úloh

Praktické ověření úloh se uskutečnilo s žáky 5. ročníku ZŠ Velešín se souhlasem vedení školy. Vybrané úlohy byly realizovány v průběhu distanční výuky. Byly domluveny individuální online hodiny se třemi žákyněmi a jedním žákem. Kvůli značně ztíženým podmínkám se pracovalo s malým počtem žáků pro lepší vizuální komunikaci. Pokud by výuka probíhala prezenčně, počet žáků i ověřených hodin by byl vyšší.

Hodiny probíhaly přes aplikaci Google Meet. Vybrány byly takové úlohy, pro které nebylo potřeba náročných materiálů a pomůcek. Otestovaly se úlohy: Hmyzáci v osově souměrnosti, Hra s obsahem, Fibonacciho spirála. Žákům byly předem poslány pracovní listy k vytisknutí. Realizace úloh byla upravena a přizpůsobena podmínkám distanční výuky.

Žáci měli po celou dobu zapnuté kamery. Při výzvě si ukazovali správná řešení mezi sebou přes obrazovku. Využili jsme také interaktivní aplikace Jamboard, kde jsme mohli všichni dohromady pracovat.

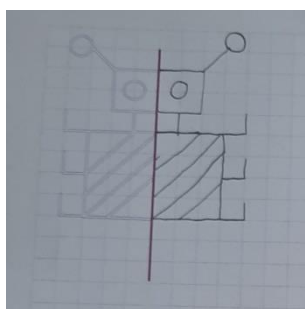
Při výuce docházelo k technickým nedostatkům: vypadávání signálu, odpojení a následovné znovupřipojení žáků.

## 9.1 Realizace: Hmyzáci

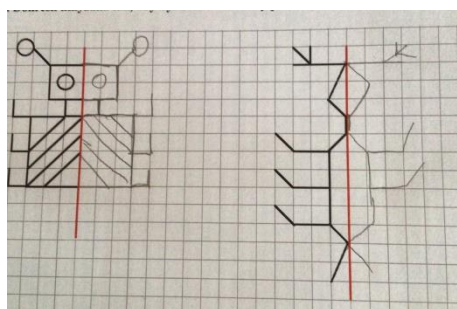
Úvodní část hodiny byla věnována motivační diskusi. Žáci vymýšleli příklady symetrických živočichů a věcí kolem nás. Žáci předměty nosili ukazovat před kameru. Přinesli například plyšovou hračku, mobil, svačinovou krabičku. Vždy naznačili, kudy by vedla osa, která by předměty půlila na dvě stejné části. Svačinovou krabičku žákyně rozdělila dvěma způsoby- podélně a příčně.

Následovala prezentace ve sdílené aplikaci Jamboard, která umožňuje práci žáků společně s učitelem. Žákům byly promítnuty obrázky hmyzu. Jejich úkolem bylo umístit osu tak, aby půlila tělíčko hmyzu na dvě stejné poloviny. S umísťováním osy žáci neměli problém.

Po úvodní prezentaci žáci přistoupili k řešení jednotlivých úkolů pracovního listu. Do čtvercové sítě dokreslovali obrázek tak, aby byl souměrný podle vyznačené osy. S dokreslováním obrázků se děti seznamují již v předškolním věku. Podobné úlohy se čtvercovou sítí se objevují v učebnicích od 1. ročníku. Během vypracování se žáci shodli, že úkol je snadný, jednoduchý. I přesto se objevila nesprávná řešení. Žáci měli problém s překreslením pruhů, špatně dokreslovali tvar hlavy, tykadel (viz obrázek č. 22 a 23). Celkově práce byly nepřesné. Předpokládala jsem, že dokreslení obrázku bude pro žáky snazší. Žáci se svěřili, že si nepamatují, kdy naposled se čtvercovou sítí pracovali.



Obrázek 22: Nesprávné dokreslení pruhů



Obrázek 23: Celková nepečlivost

Následně jsme přešli k výtvarnému zpracování vlastního neobjeveného hmyzáka. Žáci si připravili pracovní plochu. Technika otisku pro ně nebyla nová. Žáci si přeložili papír na půl a začali nanášet barvu na vybranou polovinu. Při práci byli upozorněni, aby barvu dostatečně naředili. Pokud otisk nebyl sytý, nanесли barvu znovu. Žáky práce

bavila. V průběhu činnosti vymýšleli informace o svém hmyzákovi. Po dokončení výtvoru byli žáci překvapeni dalšími instrukcemi. Žáci měli za úkol ověřit si, zda je obraz souměrný. Vybrali si bod z jedné poloviny obrázku, pomocí pravítka s ryskou z něho spustili kolmici na středovou osu a prodloužili ji do druhé poloviny obrázku. Dále změřili vzdálenost bodu od osy a porovnávali, zda je otisk bodu ve stejné vzdálenosti. Ověřování osové souměrnosti si vyzkoušeli také použitím špendlíku. Čtvrtku bylo nutné přeložit obrázkem ven. Špendlíkem propíchli čtvrtku v určitém bodě a obrázek následně rozložili. Pozorovali propíchnutá místa na obou polovinách.



Obrázek 24: Ověřování souměrnosti



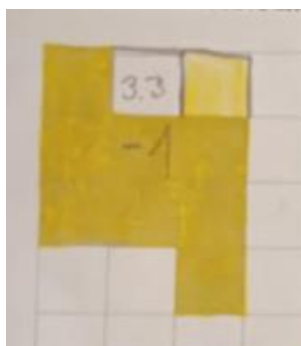
Obrázek 25: Výsledná práce žákyně

## 9.2 Realizace: Hra s obsahem

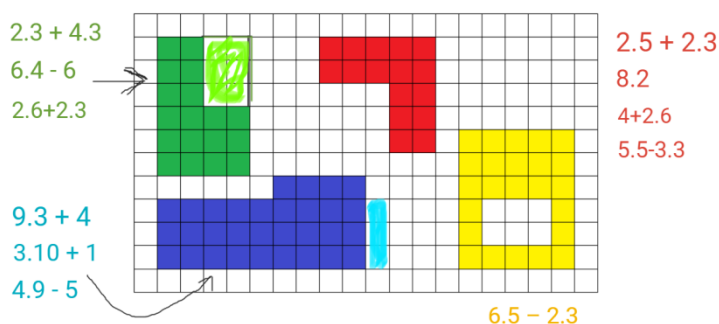
V úvodu hodiny byla žákům prezentována hra Tetris. Žáci určili počet čtverečků v jednotlivých útvarech. Jedna z žákyň hraje Tetris v mobilní verzi, ale nevšimla si, že všechny dílky jsou tvořeny čtyřmi čtverečky. Následovala práce s pracovním listem.

Nejprve jsme si s žáky ukázali, co vlastně znamená jeden centimetr čtvereční. Žáci změřili délku strany jednoho čtverečku. Jeden centimetr čtvereční je tedy jeden čtverec o délce strany jeden centimetr. Žáci určovali obsah útvarů bez velkých problémů. Všichni žáci postupovali tak, že sčítali jednotlivé čtverečky. Vymyšlení dalších způsobů řešení bylo pro žáky zpočátku náročné. Žáci neměli dostatečné zkušenosti s podobným cvičením. Společnými silami jsme proto vymýšleli další způsoby řešení. Postupně pracovali samostatně (viz obrázek č. 26).

Cvičení, kde žáci přiřazovali zápis výpočtu ke správnému útvaru, proběhlo v prostředí Jamboard. Při určování dalších zápisů si žáci vedli lépe než v předchozím cvičení, pracovali samostatně bez pomoci učitele. Pomocí funkce laseru a zvýrazňovače ukazovali ostatním, jak byl jejich zápis myšlen (viz obrázek č. 27).



Obrázek 26: Řešení žákyně



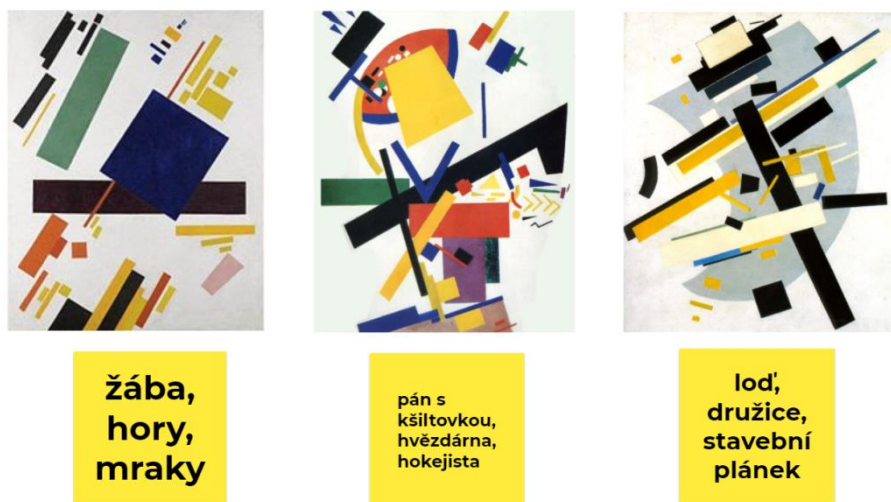
Obrázek 27: Společné řešení žáků

Následovalo zakreslování útvarů dle daného obsahu do čtvercové sítě. Tuto aktivitu všichni zvládli na jedničku. Žáci si útvary ukazovali navzájem přes obrazovky. Každý z nich měl rozdílné útvary.

Přešli jsme k úloze, kde bylo za úkol zakreslit do čtvercové sítě co nejvíce útvarů o obsahu  $8 \text{ cm}^2$ . Aktivitu jsme si vyzkoušeli formou hry. Žáci soutěžili mezi sebou. Vítězkou byla žákyně s počtem 12 útvarů. Žáci se před aktivitou shodli, že obvod

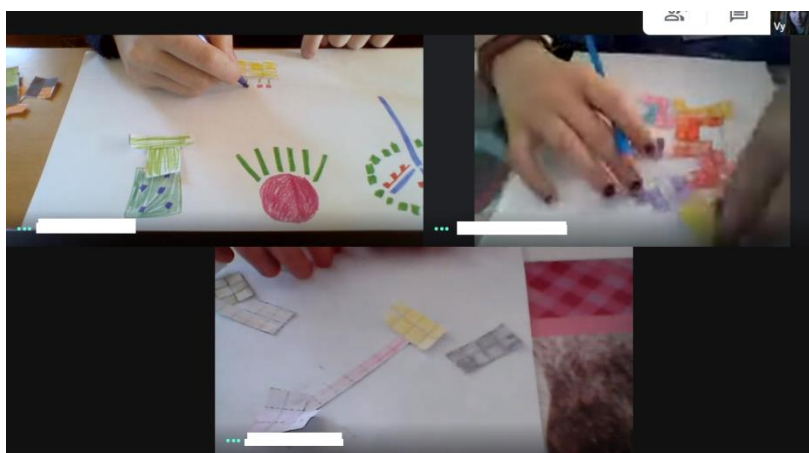
útvary bude rozdílný, to si také následně ověřili na několika útvarech. Všechny útvary o daném obsahu si postupně vystříhali.

Žákům byla promítnuta prezentace s ukázkou děl Kazimira Maleviče. Popisovali, jaké geometrické útvary vidí- čtverec, obdélník. Seznámili se s tvorbou umělce a vymýšleli názvy daným obrazům (viz obrázek č. 28).

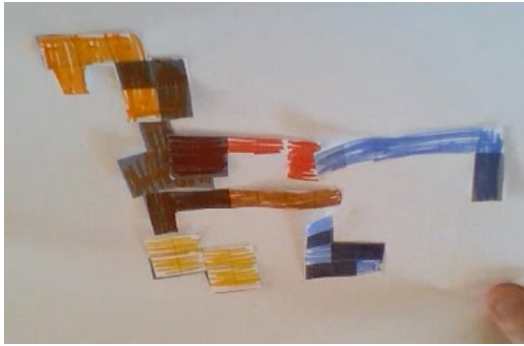


Obrázek 28: Pojmenování obrazů žáky

V závěru vytvářeli vlastní abstraktní díla. Při realizaci komentovali, co daný útvar zobrazuje. Žáci měli možnost použít také pastelky a fixy. Byla vytvořena díla s názvy: Zahrádka, Žirafa, Hvězdárna, Lopata a další. Tato aktivita žáky bavila. Každý tak vytvořil několik obrazů.



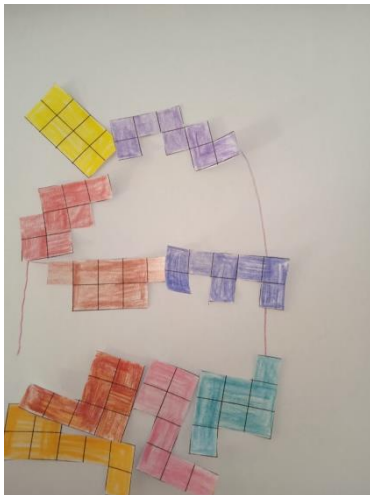
Obrázek 29: Průběh vytváření vlastních obrazů



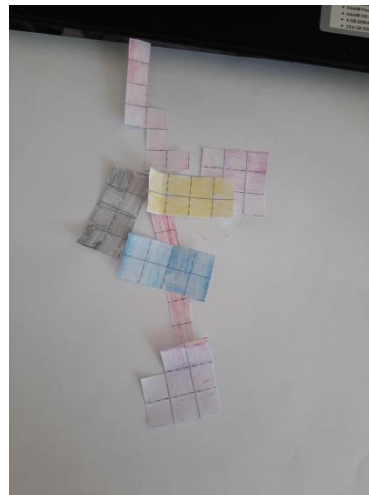
Obrázek 30: Žirafa



Obrázek 31: Zahrádka



Obrázek 32: Hvězdárna



Obrázek 33: Lopata

### 9.3 Realizace: Fibonacciho spirála

Této ověřovací hodiny se zúčastnily pouze dvě žákyně. Žákyně měly za úkol potrénovat rýsování kružnic o různém poloměru a měly mít připravenou vytištěnou čtvercovou síť s délkou strany čtverce 1 cm, která jim byla předem zaslána. Jedna z žákyň zaimprovizovala a připravila si čtvercovou síť ze čtverečkovaného papíru, kde jeden čtvereček měl délku strany 0,5 cm.

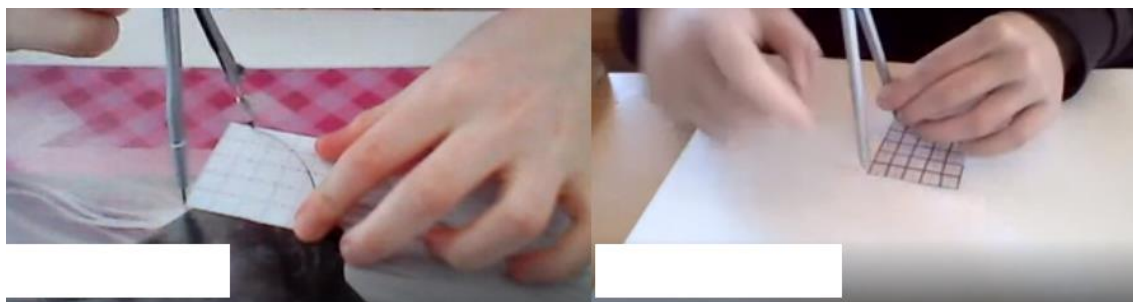
V úvodu byly žákyně seznámeny s nekonečnou číselnou řadou. Prvním úkolem bylo vypsát 10 po sobě jdoucích čísel. Byla jim zadána pouze dvě počáteční čísla a to 1,1.



Následující dvě čísla jsme dělaly společně a zbylou řadu čísel žákyně vypočítaly bez problémů samostatně.

Poté žákyně vystřihávaly čtverce ze čtvercové sítě. Zadání znělo: Ze čtvercové sítě vystřihni čtverce, které mají následující délky stran: 13 cm, 8 cm, 5 cm, 3 cm, 2 cm, 1 cm a 1 cm. Obě žákyně nepochopily správně zadání a začaly vystřihávat obdélníky. Po upozornění a znázornění učitelem žákyně pokračovaly s vystřiháváním všech čtverců. Dalším úkolem bylo vypočítat obsah čtverců. Žákyně bez pomoci učitele spočítaly obsah čtverců vynásobením délek stran a následně si společně výsledky zkontrolovaly přes sdílenou obrazovku.

Do vystřižených čtverců dále rýsovaly čtvrtkružnice s poloměrem o délce strany jednotlivého čtverce.

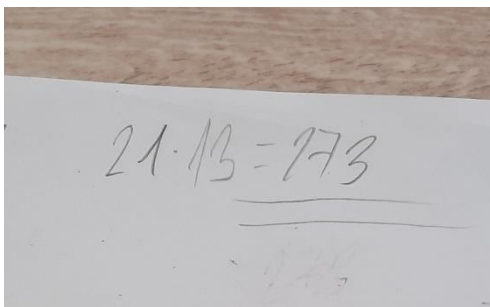


Obrázek 34: Rýsování čtvrtkružnic

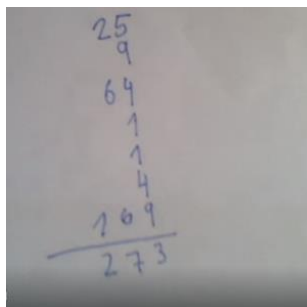
Následující úkol je překvapil. Žákyně měly ze všech čtverců poskládat jeden velký obdélník tak, aby na sebe čtvrtkružnice vždy navazovaly. Zde se ukázalo, jak přesně se stříhalo a rýsovalo. Jedna z žákyň nesložila správně malé čtverce uprostřed spirály. Když viděla výsledek u spolužačky, čtverce přemístila na správné místo.

Dále žákyně počítaly obsah složeného obdélníku. Žákyně mohly postupovat dvěma způsoby. Zde obě počítaly obsah různým způsobem. Jednou z možností bylo vynásobit délky stran vzniklého obdélníku. V druhém případě žákyně sečetla obsah všech čtverců. Při porovnávání výsledků došly žákyně ke stejnému řešení.



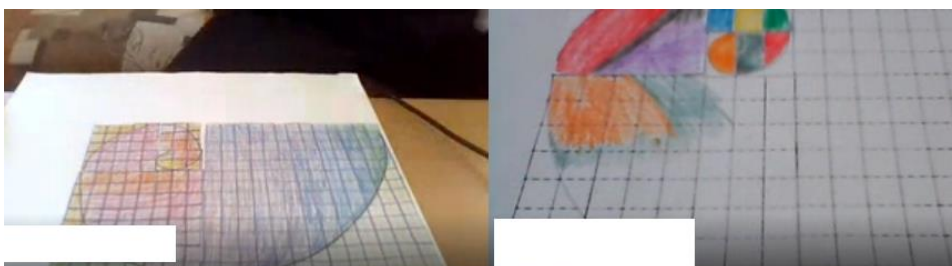


Obrázek 35: Vynásobení délek stran



Obrázek 36: Sečtení všech čtverců

Dále měly odpovědět, kolik čtverečků obsahuje obdélník. Žákyně chvíli přemýšlely, jedna z nich si něco zapisovala. Obě dvě sdělily, že si nejsou jisté odpovědí, ale shodly se na čísle 273. Vzniklý obdélník nalepily na čtvertku. Následovala diskuze o barvách. Žákyně věděly o základních barvách, které se nedají namíchat z žádných jiných a o sekundárních barvách, které vznikají smícháním barev základních. Teplým a studeným barvám také porozuměly. Každá si zvolila jiný způsob k dokončení spirály. Jedna pastelky mísila a nebrala ohled na čtvercovou síť. Druhá si spirálu nejprve začala rozdělovat na menší části, poté části zvětšovala. Žákyním chyběla pečlivost při práci, což ovlivnilo celkový výsledek.



Obrázek 37: Vybarvení spirál

V úplném závěru byly žákyním promítnuty obrázky přírodnin, kde lze pozorovat pravidelné svinutí do spirály.

## Závěr

Předložená práce měla za úkol vytvořit soubor příprav z tematické oblasti geometrie na 1. stupni základní školy, integrující vybrané kurikulum ve vzdělávacích oblastech Matematika a její aplikace a Umění a kultura. Úlohy jsou zaměřené na souměrnost, práci se čtvercovou sítí, obsah mnohoúhelníků, vyplňování roviny, umělce ve výtvarné výchově, teorii barev.

Nejprve bylo nutné v teoretické části připravit podklady k vypracování praktické části. Zde je charakterizován Rámcový vzdělávací program s danými vzdělávacími oblastmi. Věnujeme se problematice zjišťování obsahu útvaru, která se opírá o názory uznávaných odborníků. Zdůrazňujeme zařazení manipulativních činností na 1. stupeň základní školy, neboť žáky baví výuka, ve které mají možnost sami tvořit. Vlastním prožitkem získávají více zkušeností, učivo si snadněji zapamatují. Je zde uveden také přehled vývoje moderního abstraktního umění s konkrétními umělci, jejichž tvorba se stala inspirativním zdrojem ve vypracovaných úlohách.

V praktické části byly vytvořeny úlohy, které mohou posloužit ostatním pedagogům jako inspirace do jejich výuky. Ukazujeme, jak netradiční formou můžeme sloučit obsahy dvou vzdělávacích oblastí. Snahou je pěstovat u žáků matematickou gramotnost a podpořit jejich aktivitu a zájem o geometrii. Pro názornější představu byly do práce vloženy fotografie a obrázky, které usnadní pochopení postupů a řešení.

S žáky 5. ročníku základní školy byly realizovány vybrané úlohy v rámci distanční výuky. Hodiny probíhaly v prostředí Google Meet. Žáci si vyzkoušeli pracovat se čtvercovou sítí. Přemísťovali útvary, zjišťovali obsah útvaru, ověřovali osovou souměrnost ve vytvořeném hmyzím obrázku, seznámili se s uměleckou tvorbou Kazimira Maleviče a zkusili si vytvořit vlastní abstraktní dílo. Pro žáky byla práce nová a zábavná možná právě pro svou netradiční formu. Objevovali se nedostatky jako nepečlivost při práci, nepochopení úloh, a tak docházelo k opakovanému vysvětlování a následnému upravování úloh.

Ve školách není geometrii věnována dostatečná pozornost. V hodinách matematiky se dává přednost aritmetice před geometrií. Převládá formální přístup k výuce na úkor hlubšího pochopení učiva. Dle mého názoru distanční výuka vše ještě zhoršuje. Během

distanční výuky se učitelé snaží předat žákům základy učiva a geometrie se tak pro některé přesouvá na druhou kolej.

Možným způsobem, jak zintenzivnit učivo geometrie, je jeho zařazení do ostatních předmětů v rámci mezipředmětových vztahů. Nabízejí se předměty jako výtvarná výchova, pracovní činnosti, ale také přírodověda, zeměpis či tělesná výchova. V každém případě záleží na přístupu učitele, jakým způsobem s žáky pracuje a motivuje je.

## Seznam použité literatury

BASSAREAR, Tom. *Mathematics for Elementary School Teachers*. 4. USA: Brooks/Cole, 2008. ISBN- 13: 9780618768363.

BINTEROVÁ, Helena, Roman HAŠEK, Petra KARVÁNKOVÁ, Pavel PECH a Vladimíra PETRÁŠKOVÁ. *Klíčové kompetence a mezipředmětové vztahy*. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. 2016. ISBN 978-80-7394-585-5.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 5. Praha: Alter, 2010. ISBN 9788072452187.

COUFALOVÁ, Jana, Jiří HEJL, Jaroslav HERVERT, Věra KÁROVÁ a Šárka PĚCHOUČKOVÁ. *Vybrané kapitoly s didaktiky matematiky pro učitele 1. stupně základní školy*. Vyd. 1. Plzeň: Pedagogická fakulta v Plzni, 1991, ISBN 80-704-3019-2.

DĚBICKI, Jacek. *Dějiny umění: malířství, sochařství, architektura*. Praha: Argo, 1998. ISBN 8072030760.

DIVÍŠEK, Jiří. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy*. Praha: SPN, 1989. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 8004204333.

DIVÍŠEK, Jiří a Alena HOŠPESOVÁ, ed. *Matematika pro všechny děti: sborník materiálů kurzu pro učitele "Vyučování matematice na 1. stupni ZŠ"*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2002. ISBN 8070405910.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustrovala Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

IRWIN, Robert. *Alhambra*. Přeložil Ladislav NAGY. Praha: BB art, 2004. ISBN 80-7341-341-8.

JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika: shodnost geometrických útvarů, souměrnosti*. Brno: Nová škola, 2014. Duhová řada. ISBN isbn978-80-7289-578-6.

JIROTKOVÁ, Darina. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie: výzkumný záměr Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání*. Vyd. 2. V Praze: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2012. ISBN isbn978-80-7290-552-2.

KOUŘIM, Jaroslav. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru učitelství pro 1. stupeň základní školy*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1985. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství).

KUŘINA, František. *Deset geometrických transformací*. Praha: Prometheus, spol., 2002. ISBN 871962317.

NOVOTNÝ, Miloš, František NOVÁK a Jarmila HRDINOVÁ. *Geometrie: pro 4. ročník: Matýskova matematika*. Ilustroval Martin BAŠAR. Brno: Nová škola, 2017. Duhová řada. ISBN 978-80-7289-751-3.

PASTOROVÁ, Markéta, ed. *Metodické komentáře a úlohy ke Standardům pro základní vzdělávání- výtvarná výchova*. Praha: NÚV, 2016. ISBN 978-80-7481-165-4.

PERNÝ, Jaroslav. *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2004. ISBN 8070838027.

PIJOAN, José. *Dějiny umění 9*. ODEON, 1986. ISBN 09/0301-501-86.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 9788026204039.

RAKOUŠOVÁ, Alena. *Integrace obsahu vyučování: [integrované slovní úlohy napříč předměty]*. Praha: Grada, 2008. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-2529-1.

STOPENOVÁ, Anna. *Základy matematiky 3*. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-244-1069-9.

VONDROVÁ, Nad' a Miroslav RENDL. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. ISBN 9788024632346.

## Internetové zdroje

BARVA- teorie barev [online]. In: s. 2 [cit. 2021-04-17]. Dostupné z: <https://www.gjb-spgs.cz/media/cache/file/e4/barva.pdf>

Biography. *Mcescher* [online]. The Netherlands [cit. 2020-11-09]. Dostupné z: <https://mcescher.com/about/biography/>

Fibonacciho čísla a posloupnost. *Edu.techmania* [online]. Magda Králová [cit. 2021-03-18]. Dostupné z: <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/matematika/aritmetika/fibonacciho-cisla-posloupnosti>

Fibonacciho posloupnost. *Algoritmy* [online]. [cit. 2021-03-21]. Dostupné z: <https://www.algoritmy.net/article/116/Fibonacciho-posloupnost>

FUCHS, Eduard, ZELENDOVÁ, Eva, ed. *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání, matematika* [online]. 1. Praha: NÚV, 2015 [cit. 2021-03-11]. ISBN 978-80-7481-140-1. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/wp-content/uploads/prilohy/20617/matematika.pdf>

HESOVÁ, Alena. *Integrace ve výuce* [online]. 2011 [cit. 2020-11-09]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/12039/INTEGRACE-VE-VYUCE.html/>

Moderní směry. *Artmuseum* [online]. [cit. 2021-03-21]. Dostupné z: <http://www.artmuseum.cz/smery.php>

*Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*, Národní ústav pro vzdělávání, Praha, 2017. [online]. In [www.msmt.cz](http://www.msmt.cz). [cit. 2021-03-11]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/file/43792/>

Životopis. *Zdeneksykora* [online]. Lenka Sýkorová [cit. 2021-03-21]. Dostupné z: <http://www.zdeneksykora.cz/?s=zivotopis>

## Zdroje použitých obrázků

**Obrázek 1:** Pokrývání roviny, M. C. Escher

Dostupné z: <https://mcescher.com/gallery/symmetry/>

**Obrázek 2:** Fibonacciho spirála

Dostupné z:

<https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/matematika/aritmetika/fibonacciho-cisla-posloupnosti>

**Obrázek 3:** Robert Delaunay- Rytmus

Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Robert\\_Delaunay](https://cs.wikipedia.org/wiki/Robert_Delaunay)

**Obrázek 4:** František Kupka- Dvoubarevná fuga

Dostupné z: [https://sbirky.ngprague.cz/dielo/CZE:NG.O\\_5942](https://sbirky.ngprague.cz/dielo/CZE:NG.O_5942)

**Obrázek 5:** Kazimir Malevič- Supremus 58

Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Kazimir\\_Malevich\\_-\\_Supremus\\_58.jpg](https://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Kazimir_Malevich_-_Supremus_58.jpg)

**Obrázek 6:** Piet Mondrian- Kompozice v červené, modré a žluté

Dostupné z: <https://www.slavneobrazy.cz/mondrian-piet-kompozice-v-cervene-zlute-modre-a-cerne-ido-13529>

**Obrázek 7:** Zdeněk Sýkora- Černobílá struktura

Dostupné z: [http://www.zdeneksykora.cz/?s=galerie&id\\_galerie=6](http://www.zdeneksykora.cz/?s=galerie&id_galerie=6)

**Obrázek 8:** Barevný kruh

Dostupné z: <https://www.evarobinson.cz/blog/2020/7/17/jak-rozeznat-teple-a-studene-odstiny>

## **Seznam příloh**

Příloha č. 1: Pracovní list: Hmyzáci v osově souměrnosti

Příloha č. 2: Pracovní list: Geometrická dlaždice

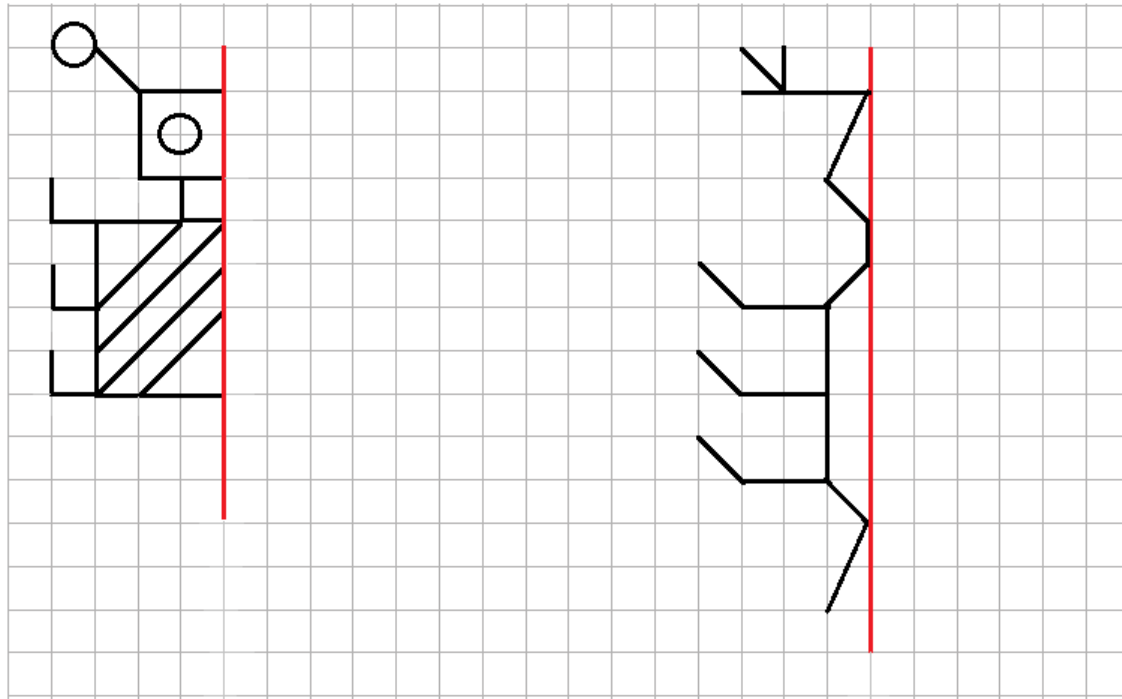
Příloha č. 3: Pracovní list: Hra s obsahem

Příloha č. 4: Pracovní list: Geometrická mozaika

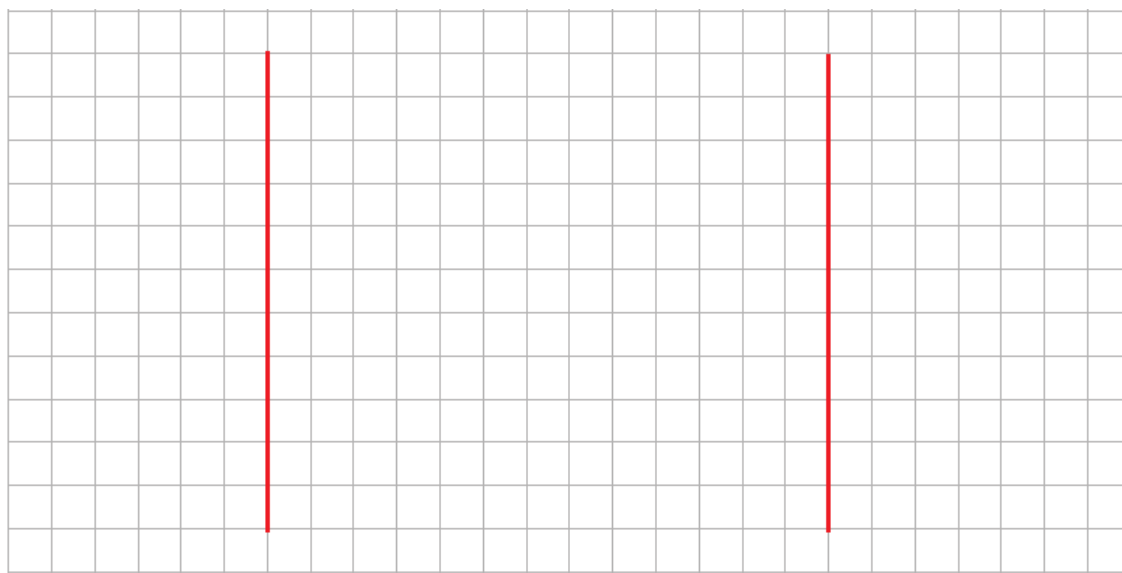


## Pracovní list: Hmyzáci v osové souměrnosti

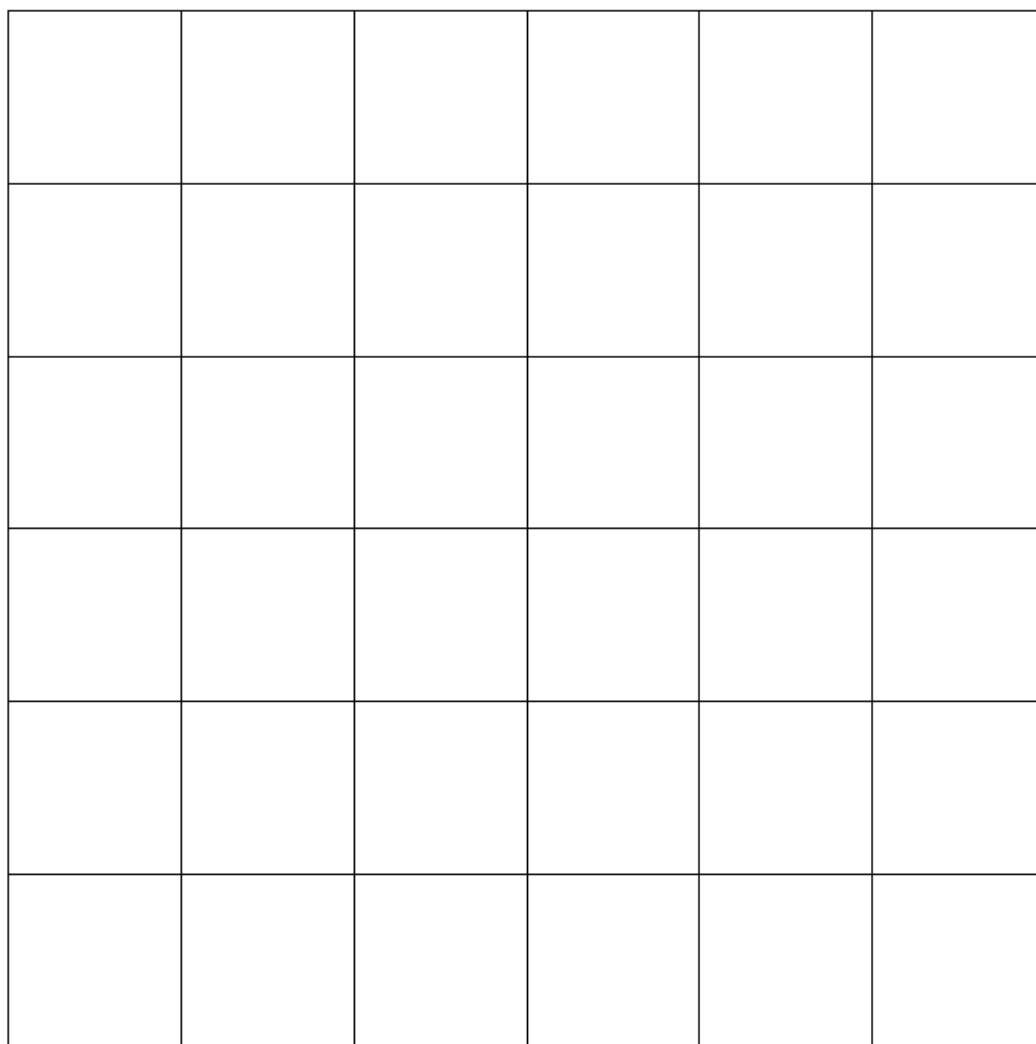
1. Dokresli hmyzáka tak, aby byl souměrný podle vyznačené osy.



. Navrhni polovinu těla hmyzáka. Nech spolužáka dokreslit druhou polovinu.

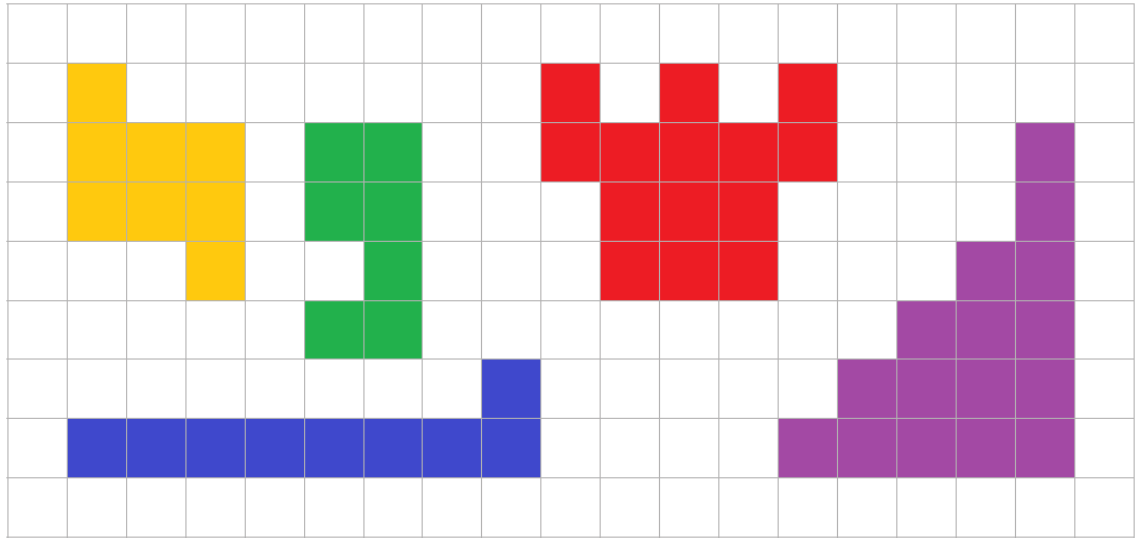


## Pracovní list: Geometrická dlaždice



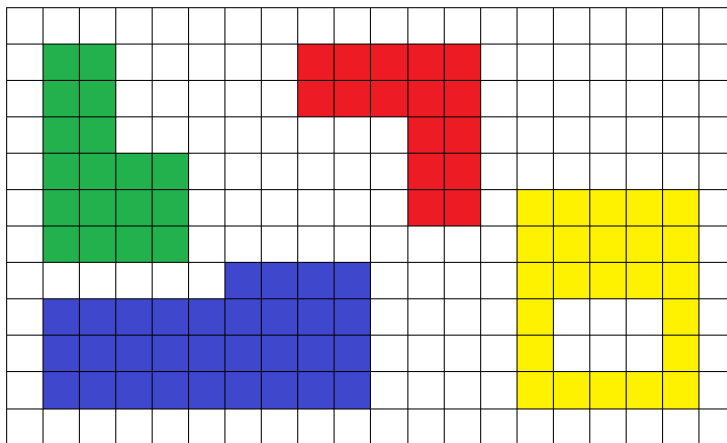
## Pracovní list: Hra s obsahem

1. Pomocí čtvercové sítě urči obsah jednotlivých obrazců (1 čtvereček se rovná 1 cm<sup>2</sup>).



žlutý: ..... červený: .....  
 modrý: ..... fialový: .....  
 zelený: .....

2. Přiřaď zápis výpočtu obsahu ke správnému útvaru. Vymysli další možné způsoby.



9.3 + 4

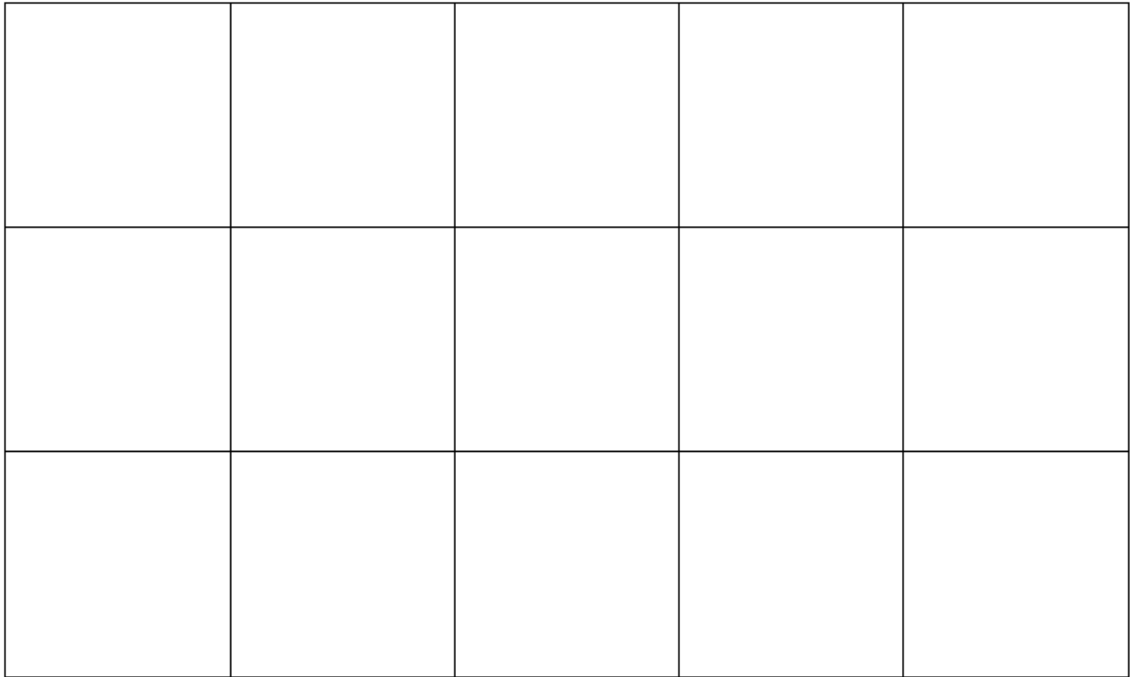
2.5 + 2.3

2.3 + 4.3

6.5 – 2.3

## Pracovní list: Geometrická mozaika

### 1. pracovní plocha



### 2. trojúhelníky k vystřížení

