



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

**OVĚŘENÍ VLIVU GEOMETRIE NA DYNAMICKÉ
VLASTNOSTI PONOŘENÉHO TĚLESA**

VERIFICATION OF GEOMETRY INFLUENCE ON DYNAMIC PROPERTIES OF IMMERSED BODY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Tomáš Černý

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání diplomové práce

Ústav: Energetický ústav
Student: **Bc. Tomáš Černý**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Fluidní inženýrství
Vedoucí práce: **doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.**
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Ověření vlivu geometrie na dynamické vlastnosti ponořeného tělesa

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při ponoření tělese do kapaliny se obvykle snižuje jeho vlastní frekvence. Tento jev lze popsat pomocí přídavné hmotnosti působící na ponořené těleso. Další vliv je přídavné tlumení a přídavná tuhost. Úkolem práce bude stanovit přídavné účinky kapaliny na těleso, pro několik různých geometrií, stanovit vliv blízkosti pevné stěny a stanovit vliv okrajových podmínek.

Cíle diplomové práce:

Pomocí měření zrychlení stanovit vlastní frekvence a útlum na zavěšeném tělese a to pro případ těleso na vzduchu a těleso ponořené do kapaliny.

Budou proměřeny minimálně tři zvolené jednoduché geometrie.

Stanovit vliv blízkosti pevné stěny na přídavné účinky.

Stanovit vliv a ověřit stanovené přídavné účinky kapaliny pro různé okrajové podmínky.

Seznam doporučené literatury:

JULIŠ, K., BREPTA, R.: Mechanika II. díl - Dynamika; Technický průvodce, SNTL Praha,

GREŠAKOVÁ, K.: Experimentální stanovení vlivu kapaliny na kmitající těleso. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. s. 81. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Ponořením tělesa do kapaliny vznikají přídavné účinky, se kterými je nutno počítat při návrhu strojů. Přídavné účinky od kapaliny mají vliv na dynamické vlastnosti tělesa. V této práci je vyšetřován pokles vlastních frekvencí a nárůst poměrného útlumu při postupném ponořování tělesa do kapaliny.

Diplomová práce je založena na experimentu, který je proveden na sérii součástí ploché pásové oceli různých šířek. Vyšetřeny jsou první tři ohybové a první tři torzní tvary kmitu volně zavěšené součásti. Důraz je kladen na vliv šířky součásti. V další fázi experimentu je vyšetřen vliv blízkosti pevné stěny na dynamické vlastnosti vetknutého tělesa. Dále je provedeno určení přídavné hustoty od kapaliny pomocí modální analýzy s využitím softwaru ANSYS.

Klíčová slova

přídavné účinky, vlastní frekvence, poměrný útlum, modální analýza, hybridní metoda, ponořené těleso, dynamické vlastnosti

Abstract

Immersion of the body into the fluid creates additional effects which must be considered when designing the machines. Additional effects from the fluid influence the dynamic properties of the body. In this work the decrease of the natural frequency and the increase of the damping ratio during the gradual immersion of the body into the fluid are investigated.

Diploma thesis is based on an experiment, which is performed on a series of flat strip steel components of various widths. The first three bending and first three torsion shapes of the free-hanging body are examined. Emphasis is placed on the influence of part width. In the next phase of the experiment, the influence of the proximity of the solid wall to the dynamic properties of the cantilever beam is examined. Further, the determination of the added density from the fluid is performed by modal analysis using the ANSYS software.

Key words

additional effects, natural frequency, damping ratio, modal analysis, hybrid method, immersed body, dynamic properties

Bibliografická citace

ČERNÝ, Tomáš. *Ověření vlivu geometrie na dynamické vlastnosti ponořeného tělesa*. Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/118000>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce Vladimír Habán.

Prohlášení autora o původnosti práce

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Ověření vlivu geometrie na dynamické vlastnosti ponořeného tělesa* zpracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Vladimíra Habána Ph.D. a s využitím odborné literatury uvedené v seznamu použitých zdrojů na konci práce.

V Brně dne 22.5. 2019

.....

Bc. Tomáš Černý

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval doc. Ing. Vladimíru Habánovi Ph.D. za cenné rady, připomínky a vedení mé diplomové práce. Můj vděk patří též všem technickým pracovníkům laboratoře odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana, kteří mi ochotně pomáhali s experimentální částí práce, a také Ing. Michalu Havláskovi za jeho vhled do problematiky.

Velký dík patří mé rodině, která mě podporovala po celou dobu studia.

Obsah

1	Úvod.....	10
2	Vliv kapaliny na kmitající těleso.....	11
3	Teoretický základ modální zkoušky	12
3.1	Metody stanovení poměrného útlumu.....	14
3.1.1	Logaritmický dekrement	15
3.1.2	Exponenciální obálka volného útlumu vibrací.....	16
3.1.3	Nominální šířka rezonančního pásma	16
3.1.4	Průměrovaný převrácený mocninný poměr	17
3.1.5	Hybridní metoda.....	19
4	Návrh experimentu	21
4.1	Geometrie součásti	21
4.2	Způsob upevnění	21
4.3	Okolní prostředí.....	21
4.4	Buzení.....	21
4.5	Snímač zrychlení	22
4.6	Postupné zanořování	23
4.7	Volba časového úseku vstupního signálu.....	25
4.7.1	Počátek časového úseku	26
4.7.2	Délka časového úseku	27
4.7.3	Korekce na maximální amplitudu	28
5	Vyhodnocení experimentu, těleso zavěšeno, malá nádrž.....	31
5.1	Ohybový tvar kmitu	33
5.2	Torzní tvar kmitu.....	40
5.3	Vliv velikosti nádrže	45
5.4	Komplikace vyhodnocení.....	48
6	Vyhodnocení experimentu, těleso vetknuto, velká nádrž	50
7	Přídavné účinky kapaliny	53
7.1	Postup vyhodnocení	53
7.2	Ohybový tvar kmitu	55
7.3	Torzní tvar kmitu.....	59
8	Závěr.....	62
	Seznam použitých zdrojů.....	65
	Seznam použitých symbolů a zkratk	67

1 Úvod

V konstrukční fázi návrhu součástí je třeba dbát na skutečnost, že každá součást má své tzv. vlastní frekvence, které se musí lišit od budících frekvencí stroje. V opačném případě by došlo k rezonanci a zničení součásti a celého stroje. Velké množství součástí pracuje obklopeno kapalinou, která určení vlastních frekvencí komplikuje svými přídavnými účinky. Přítomnost kapaliny snižuje vlastní frekvenci v důsledku zvýšené setrvačnosti soustavy součást-kapalina a tlumí vibrace disipací energie. Dobrým příkladem součástí s rizikem rezonance jsou lopatky točivých tekutinových strojů. Určení vlastní frekvence součásti na vzduchu je poměrně snadné, avšak určení přídavných účinků kapaliny je možné pouze pro součásti základních geometrických tvarů.

Účelem této práce je experimentální vyšetření vlivu šířky geometrie součásti na pokles vlastní frekvence a nárůst poměrného útlumu vlivem ponoření do kapaliny. Experiment je proveden na ploché pásové oceli různých šířek, přičemž součásti jsou volně zavěšeny na struně. Jsou vyšetřeny první tři ohybové a první tři torzní tvary kmitu. V další fázi experimentu je ponořená součást ve své spodní části přivařena k základu tak, aby bylo simulováno vetknutí, a následně přibližována k pevné stěně. Pozorován je nárůst přídavných účinků vlivem blízkosti pevné stěny.

První část práce obsahuje krátkou literární rešerši přídavných účinků kapaliny, dále pak představuje modální zkoušku jako způsob zjišťování modálních parametrů a uvádí možnosti vyhodnocení poměrného útlumu. Jednou z nich je tzv. hybridní metoda, která je následně použita pro vyhodnocení experimentu, a proto je popsána podrobněji. V další části je popsán návrh experimentu, tj geometrie součástí, způsoby upnutí, měřicí technika a přístup k délce časového úseku, z něhož je provedeno vyhodnocení. Experiment se skládá z měření součásti na vzduchu a ve vodě. Nad rámec zadání je provedeno měření i v polohách částečného ponoření, což umožňuje detailnější vhled do problematiky. Následuje vyhodnocení experimentu, kde jsou uvedeny grafy poklesu vlastních frekvencí a nárůstu poměrného útlumu v závislosti na ponoření součásti do kapaliny, a to tak, aby bylo možno srovnat vliv kapaliny na součásti různých šířek. Pro případ vetknutého nosníku je uveden graf závislosti poklesu vlastní frekvence a nárůstu poměrného útlumu v závislosti na blízkosti pevné stěny. V poslední části práce je nad rámec zadání provedeno určení přídavné hustoty od kapaliny pomocí modální analýzy s využitím softwaru ANSYS.

2 Vliv kapaliny na kmitající těleso

Ponořením tělesa do kapaliny vzniká účinek přídavné hmotnosti, který se projeví poklesem vlastních frekvencí a nárůstem poměrného útlumu [1], [2]. Toto je způsobeno zvýšením kinetické energie soustavy těleso-kapalina při ponoření tělesa [3]. Tento účinek je nejvýraznější u nižších frekvencí, tedy u první vlastní frekvence [2], [3], [4].

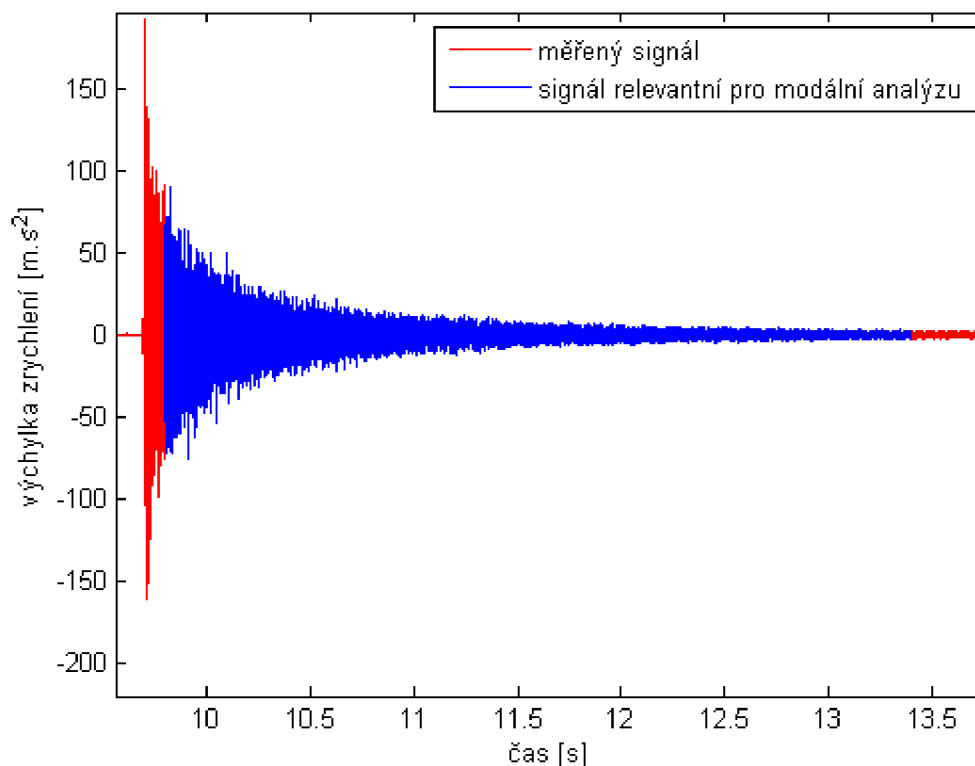
V diplomové práci [5] byla provedena poměrně rozsáhlá rešerše účinků kapaliny na dynamické vlastnosti kmitajícího tělesa. Vzhledem k povaze experimentů této práce je vhodné ji rozšířit právě s ohledem na velikost nádrže, blízkost stěny a způsoby upnutí tělesa.

- Zatím co u ohybových tvarů kmitu se přídavné účinky mění (nejvýraznější je vliv u prvního tvaru kmitu), pro torzní tvary kmitu jsou přídavné účinky téměř konstantní [2], [5].
- Rozlehlejší nádrž způsobuje větší přídavné účinky, tedy větší pokles vlastní frekvence [3], [6].
- Uzlové body kmitu se při ponoření do kapaliny posunou [1].
- Poměrný útlum je závislý na budící síle, tedy vzrůstá s velikostí buzení. Obecně platí, že s hloubkou ponoření poměrný útlum roste. Nicméně existuje mód, kdy turbulence v okolí tělesa způsobí náhlý pokles poměrného útlumu [2].
- Blízkost stěny nádrže ještě více tlumí frekvenci ponořeného kmitajícího tělesa [4]. Dle [7] způsobuje blízká stěna podstatný nárůst přídavné hmotnosti, jelikož kmitání musí rozpohybovat množství kapaliny mezi tělesem a stěnou nádrže.
- Blízkost vodní hladiny obecně zvyšuje frekvenci ponořeného kmitajícího tělesa dle disertační práce [4]. Technická zpráva [7] uvádí složitější závislost. Volná hladina má malý účinek přídavné hmotnosti, pokud je hloubka ponoření větší než čtyřnásobek rozměru kmitající součásti ve směru kmitání. Pro menší hloubku ponoření účinek vzroste, avšak následně klesne, jelikož výrazně klesne objem rozpohybované vody. K tomuto poklesu dochází přibližně ve stejné hloubce ponoření, jako je rozměr součásti.
- V pracích [4] a [6] byly provedeny experimenty na pevně upnutých součástech. Upnutí bylo v obou případech realizováno sevřením obdélníkového plátu mezi dva výrazně hmotnější bloky. Tyto byly k sobě staženy šroubovým spojením. Práce [6] poukazuje na to, že součást obdélníkového tvaru volně podepřená na dvou protilehlých stranách vykazuje při ponoření do kapaliny vyšší přídavnou hmotnost než součást na dvou protilehlých stranách pevně upnutá.

3 Teoretický základ modální zkoušky

Modální zkouška vychází ze záznamu signálu kmitání. V případě této práce byl použit signál snímače zrychlení, který byl upevněn na rozkmitané součásti. Více o snímači zrychlení a způsobech vybuzení součásti v následující kapitole. Signál je získán ve formě souboru diskrétních hodnot, které lze zobrazit jako graf závislosti zrychlení na čase. Na získaném grafu lze názorně vidět průběh zkoušky, tedy vybuzení a následný volný útlum vibrací. Ze vstupního signálu lze použitím Fourierovi transformace (integrální transformace, která převádí signál mezi časově a frekvenčně závislým vyjádřením pomocí harmonických signálů) získat amplitudově frekvenční charakteristiku. Pro diskrétní signál je Fourierova transformace definována jako [8]:

$$F(\omega) = \sum_{j=0}^{N-1} f(t_j) \cdot e^{-i\omega t} \cdot \Delta t \quad (3.1)$$



Obr 3.1: Graf vstupního signálu

Frekvenčně odezvovalá funkce (Frequency Response Function – FRF) je obecně poměr výstupu ku vstupu, tedy poměr harmonické výchylky (amplitudy) polohy, rychlosti, nebo zrychlení a harmonické budící síly. Jedná se o komplexní veličinu, která s sebou nese informaci o velikosti tohoto poměru a zároveň o fázovém úhlu mezi sinusoidami těchto harmonických veličin. Fázový úhel lze též vykreslit v závislosti na frekvenci (fázová charakteristika) [9]. V amplitudově frekvenční charakteristice lze snadno najít rezonanci v lokálních maximech křivky. Ve fázové charakteristice dochází na odpovídajících frekvencích k rychlým změnám

fázového úhlu [10]. Při přechodu vlastní frekvence dojde k poklesu fáze o $\pi \text{ rad}$, tedy přibližně o 3,14 radiánů.

Frekvenčně odezvovalá funkce vyjádřena obecně:

$$H(\omega) = \frac{\text{odezva}}{\text{buzení}} \quad (3.2)$$

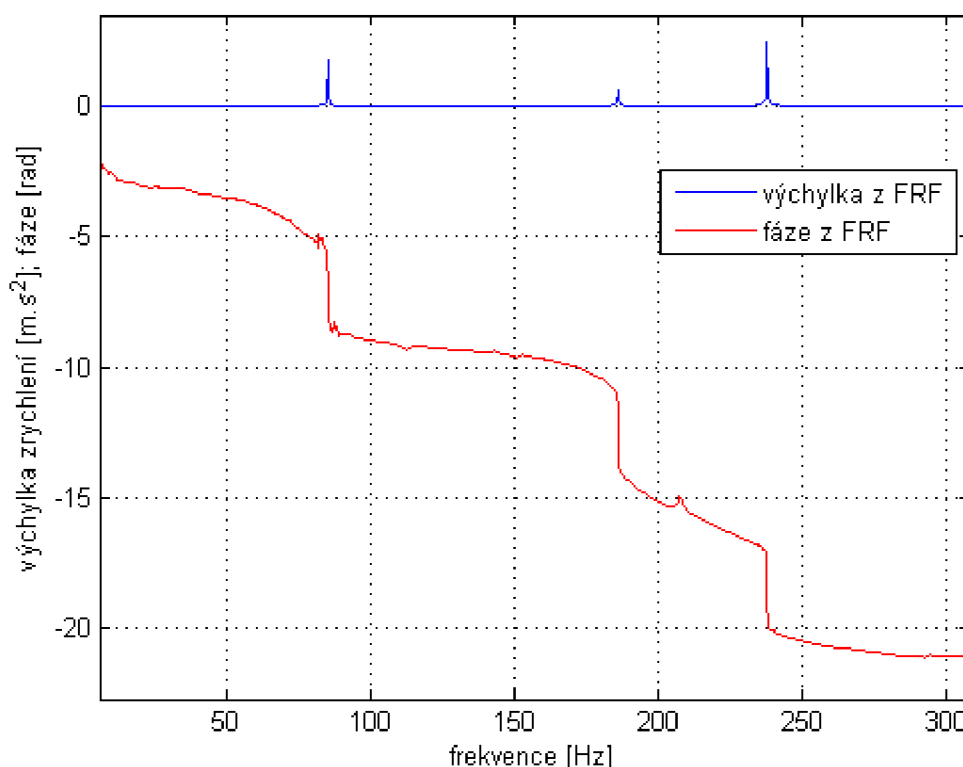
Odezvovalý parametr může představovat harmonická výchylka polohy x , rychlosti v , nebo zrychlení a . Vzájemné vztahy mezi nimi představují časové derivace harmonické funkce [11]:

$$x = x_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (3.3)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = i\omega \cdot x_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 \cdot x_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (3.5)$$

Člen ω^2 ve vztahu pro zrychlení 3.5 představuje komplikaci, neboť všechny výpočetní vztahy pro vyhodnocení vlastní frekvence a poměrného útlumu použité dále v této práci počítají s odezvovalým parametrem výchylkou polohy x . Zanedbáním tohoto se do výpočtu vnáší chyba, která je však zanedbatelná.



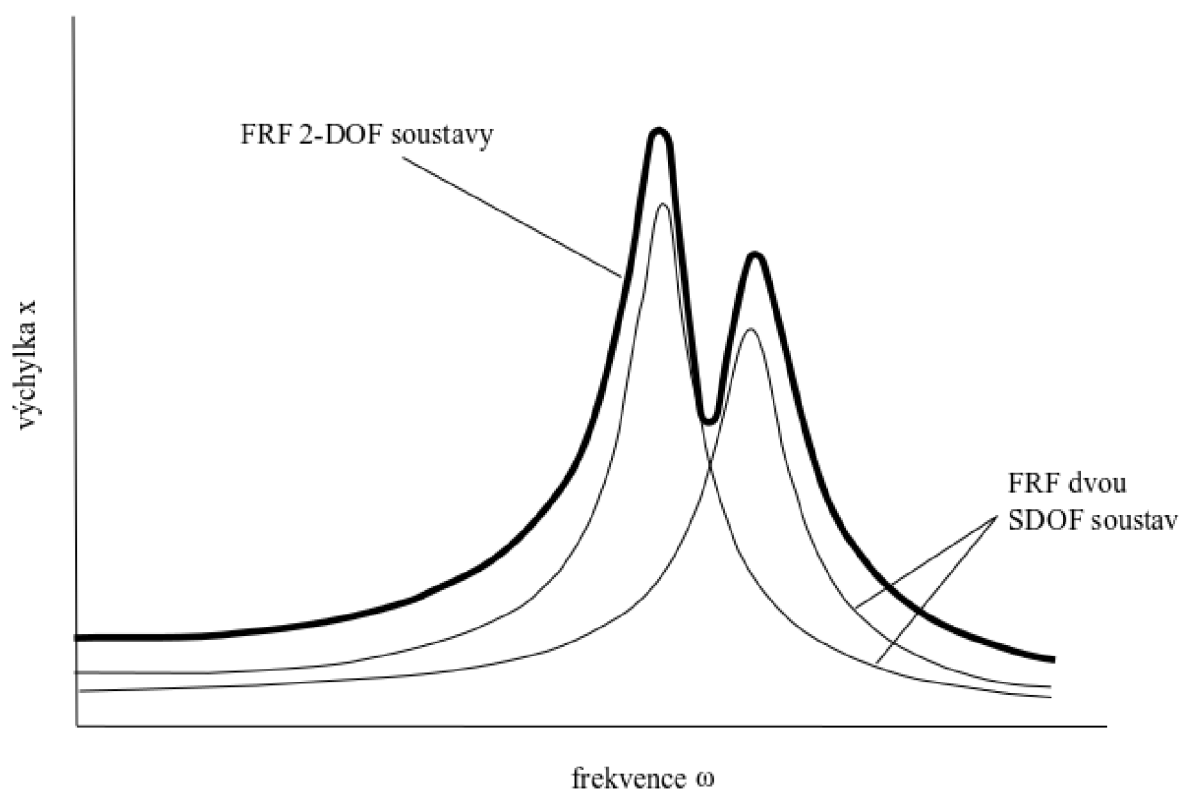
Obr 3.2: Amplitudově frekvenční charakteristika, fázová charakteristika

Budící parametr představuje síla F_0 . Jestliže bude ve všech měřeních experimentu použito stejné budící síly, lze ji položit $F_0 = 1$ a z výpočtů vynechat. Tento předpoklad umožní použití prostého úderu, namísto nutnosti zpracování dalšího signálu z modálního kladívka. Důvody, proč modální kladívko není vhodné pro potřeby této práce jsou uvedeny v kapitole 4.4.

3.1 Metody stanovení poměrného útlumu

Poměrný útlum je jedním ze tří modálních parametrů (dalšími jsou vlastní frekvence a vlastní tvar kmitu), jejichž určení je důležité například pro vytvoření matematického modelu součásti. Jelikož není možné modální parametry určit analyticky z ostatních parametrů součásti, využívá se pro jejich určení metoda konečných prvků spolu s právě modální zkouškou.

Možností stanovení poměrného útlumu je velké množství. Obecně je lze rozdělit do dvou skupin. První skupina metod je odvozená pro soustavy s jedním stupněm volnosti (Single Degree of Freedom – SDOF), druhá je pro soustavy s více stupni volnosti (Multi Degree of Freedom – MDOF). V praxi neexistuje reálná soustava s pouze jedním stupněm volnosti, avšak MDOF lze vyjádřit jako superpozici několika SDOF. Díky tomu lze s jistými omezeními použít právě metody SDOF k analýze soustavy MDOF. [11], [12].



Obr 3.3: Příspěvky amplitudy od jednotlivých módů

Úskalí spočívá právě v superpozici. Poměrný útlum je počítán z FRF v okolí toho módu rezonance (rezonančního vrcholu), který právě vyšetřujeme. Avšak i zde je malý příspěvek amplitudy od ostatních módů. Použití SDOF metod je tedy relativně přesné pouze v případech,

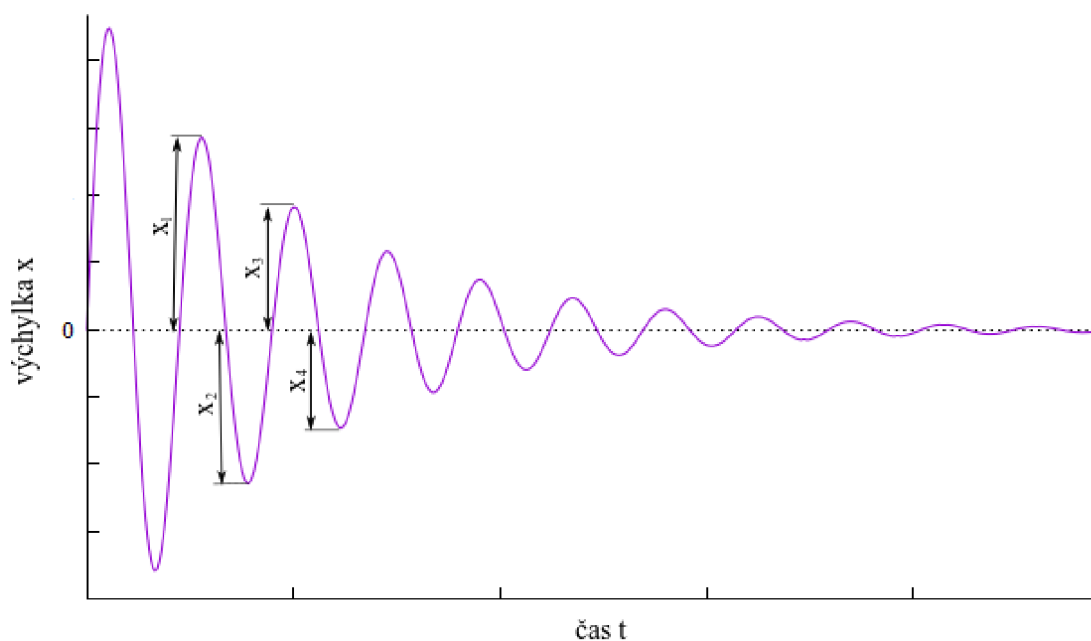
kdy jsou od sebe jednotlivé módy dobře odděleny, jelikož předpokládá, že téměř celá velikost amplitudy je způsobena módem, jehož vlastní frekvence je nejbližší [9], [13].

V této práci bude pro vyhodnocení vlastní frekvence a poměrného útlumu použito hybridní metody. V následujících kapitolách bude vysvětlen její princip, přičemž pro úplnost budou uvedeny i základní SDOF metody pro zpracování dat.

Stanovení poměrného útlumu je velmi citlivé na výběr úseku signálu, z něhož je provedeno vyhodnocení. V jedné z následujících podkapitol bude podrobně rozebrána volba délky úseku a jeho samotná pozice. Tato volba však není jednoznačná. Obecně lze říci, že je nutné dodržet stejné podmínky pro vyhodnocení všech měření, pokud chceme z jejich porovnání vyvodit relevantní závěry.

3.1.1 Logaritmický dekrement

Vychází z grafu volného útlumu vibrací, kde bere v úvahu útlum po sobě jdoucích vrcholů amplitudy. Pro větší přesnost počítáme amplitudu od vrcholu po vrchol, tedy $x_1 - x_2$.



Obr 3.4: Logaritmický dekrement

Poměrný útlum spočítáme ze vztahu [13]:

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} \quad (3.6)$$

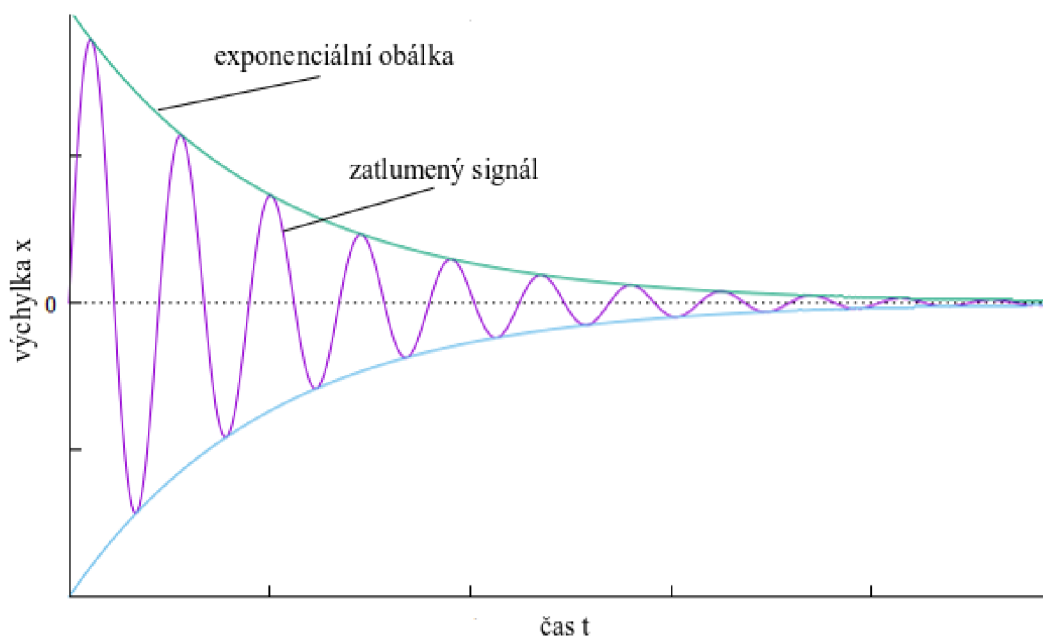
Metodu je přesná pouze pro SDOF, jelikož graf volného útlumu vibrací MDOF je nepravidelný (více vlastních frekvencí). Z tohoto důvodu není vhodné logaritmický dekrement použít pro účely této práce.

3.1.2 Exponenciální obálka volného útlumu vibrací

Graf volného útlumu vibrací viskózně tlumené soustavy leží uvnitř dvou exponenciálních křivek daných vztahem

$$x(t) = \pm Ae^{-\xi\omega_0 t} \quad (3.7)$$

Pro známou vlastní frekvenci ω_0 lze experimentálně získaná data proložit uvedenou funkcí (například metodou nejmenších čtverců) a tím získat poměrný útlum ξ .



Obr 3.5: Exponenciální obálka volného útlumu

Tato metoda má svá omezení. Lze ji aplikovat pouze na první ohybový mód, případně na první torzní mód (za použití natočení namísto výchyšky) [13]. Aproximaci je nutno provést pouze na vybrané části grafu volného útlumu. Důvod je ten, že začátek signálu je ovlivněn vybuzením součásti a konec signálu zahrnuje šum.

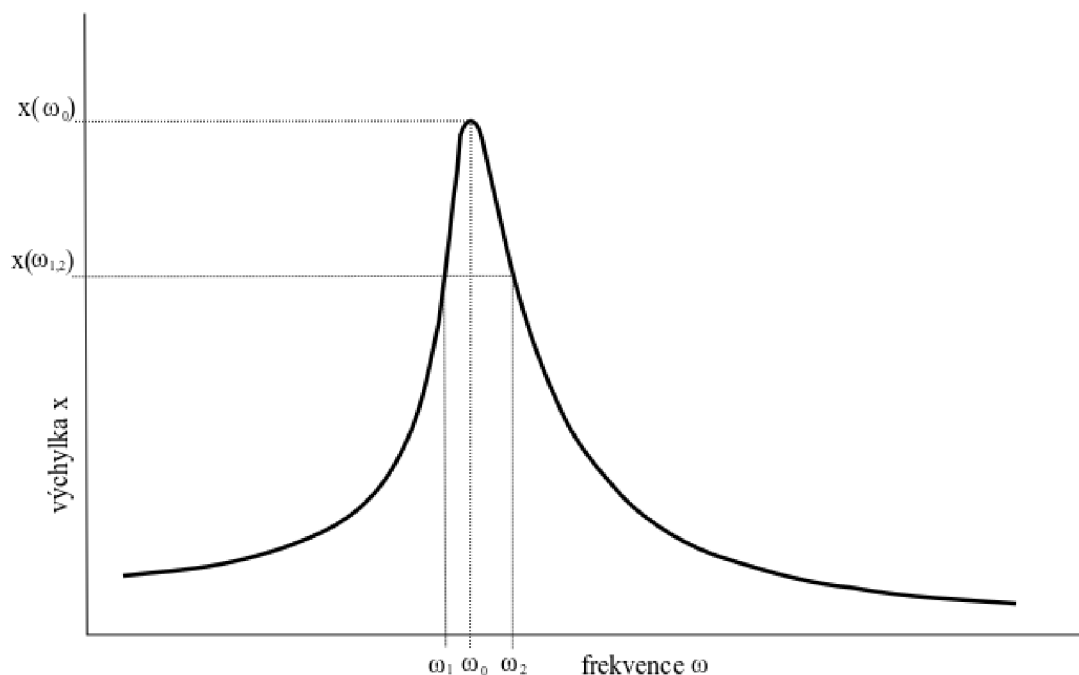
3.1.3 Nominální šířka rezonančního pásma

V anglické literatuře známá jako *half-power bandwidth* nebo také *peak-picking method*. Využívá faktu, že poměrný útlum je úměrný šířce rezonančního pásma. Jak je naznačeno v obrázku 3.6, určí se vlastní frekvence ω_0 . Dále se určí frekvence $\omega_{1,2}$, které odpovídají amplitudě vypočítané dle vztahu:

$$x(\omega_{1,2}) = \frac{x(\omega_0)}{\sqrt{2}} \quad (3.8)$$

Poměrný útlum je poté [13]:

$$\xi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_0} \quad (3.9)$$



Obr 3.6: Nominální šířka rezonančního pásma

Metoda je použitelná pro soustavy MDOF s dobře oddělenými módy v grafu FRF, které nejsou příliš zatlumené, jelikož by se v rezonanci projevíly i ostatní módy. Zároveň nesmí být zatlumené málo, jelikož by měření odezvy v rezonanci bylo nepřesné [9], [11], [12]. Poměrný útlum je počítán z frekvencí $\omega_{1,2}$, které jsou dány polohou na ose amplitudy. Jelikož jsou však měřená data diskrétní, frekvence $\omega_{1,2}$ neodpovídají měřeným bodům a musí být obvykle získány numerickou interpolací, což způsobuje určitou chybu. Odtud plyne závislost přesnosti metody na vzorkovací frekvenci snímače zrychlení [14].

3.1.4 Průměrovaný převrácený mocninný poměr [14]

Vychází z metody nominální šířky rezonančního pásma, přičemž se snaží odstranit jeden její nedostatek. Ten spočívá ve skutečnosti, že počítá poměrný útlum ze dvou frekvencí, které jsou dány konkrétní amplitudou. Tyto frekvence je potřeba interpolovat pomocí nejbližších změřených bodů, přičemž interpolace vnáší do výpočtu nepřesnost. V anglické literatuře nazývaná *an average inverse power ratio method*, metoda průměrovaného převráceného mocninného poměru, počítá poměrný útlum ze dvou měřených bodů, které jsou od rezonanční frekvence vzdáleny na každou stranu o stejnou vzdálenost. Tato vzdálenost je celočíselný násobek vzorkovací frekvence, tudíž se vyhneme nepřesné interpolaci dat.

Frekvence dvou měřených bodů uvažované pro výpočet jsou:

$$\begin{aligned}\omega^+ &= \omega_M + \delta \\ \omega^- &= \omega_M - \delta\end{aligned}\tag{3.10}$$

kde ω_M je frekvence maximální amplitudy, tj. změřená vlastní frekvence a δ je celočíselný násobek vzorkovací frekvence.

Převrácený mocninný poměr je definován jako:

$$\rho(\omega) = \frac{H_M^2}{|H(\omega)|^2} = \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2}{4\xi^2(1 - \xi^2)\omega_0^2} \quad (3.11)$$

kde $H(\omega)$ je hodnota FRF na obecné frekvenci a $H_M = H(\omega_M)$ je hodnota maximální amplitudy. ω_0 je vlastní frekvence netlumeného kmitání. ξ je pak poměrný útlum.

Průměrovaný převrácený mocninný poměr je aritmetický průměr předchozího vztahu pro dvě uvažované výpočtové frekvence ω^+ a ω^- :

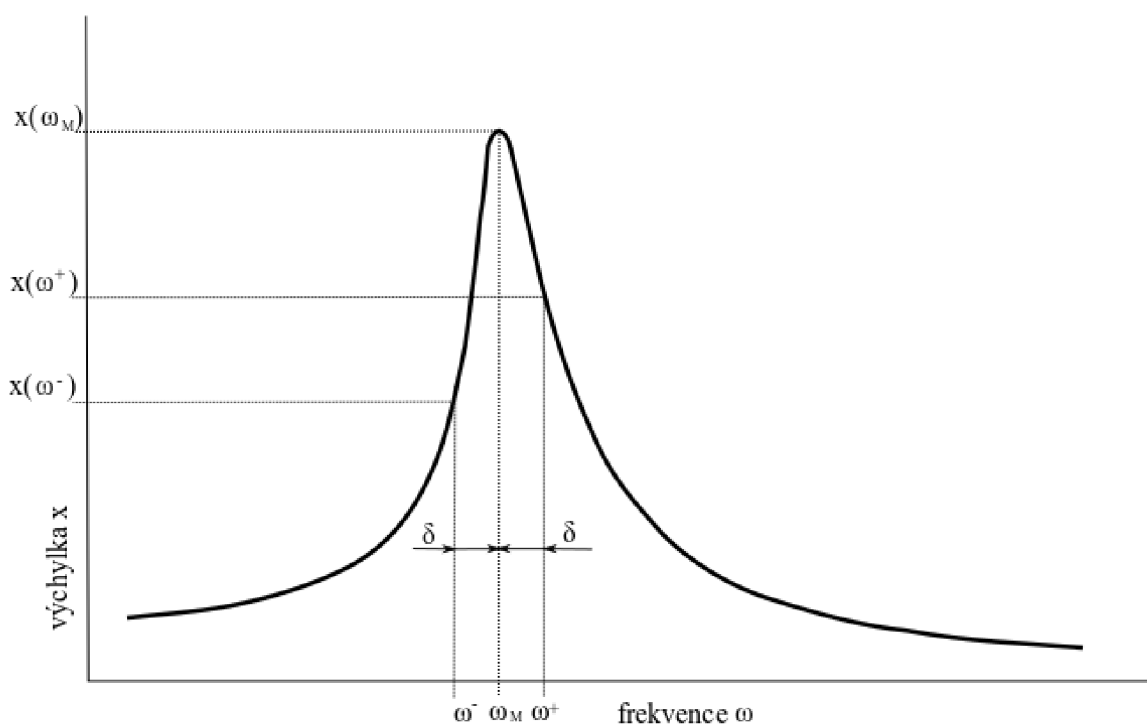
$$\bar{\rho} = \frac{1}{2} [\rho(\omega^-) + \rho(\omega^+)] \quad (3.12)$$

Poměrný útlum s chybou je:

$$\xi_{est} = \frac{\delta}{\omega_M \sqrt{\bar{\rho} - 1}} \quad (3.13)$$

Poměrný útlum bez chyby, za předpokladu $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{1 + 4\xi_{est}^2 \left(1 + \frac{\delta^2}{4\omega_M^2}\right)}}} \quad (3.14)$$



Obr 3.7: Průměrovaný převrácený mocninný poměr

Tato metoda poskytuje poměrně jednoduchý a přímočarý výpočet poměrného útlumu bez potřeby aproximace dat. Za předpokladu, že amplituda v rezonanci je způsobena především jedním módem (tím, který nás zajímá), je i poměrně přesná.

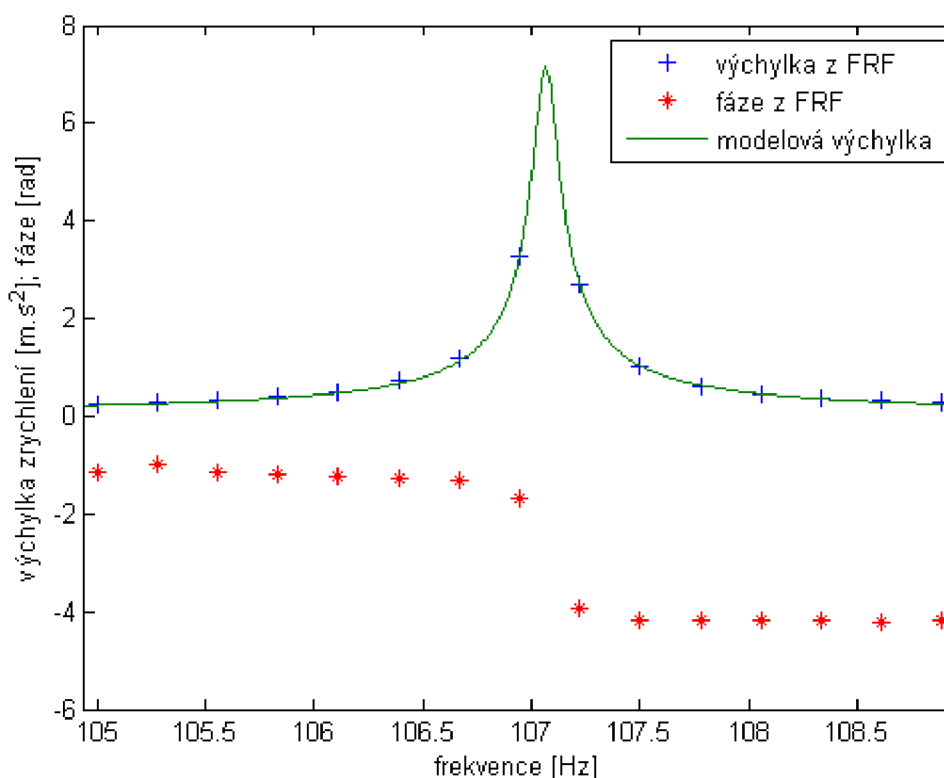
3.1.5 Hybridní metoda [5]

Využívá skutečnosti, že experimentálně získanou křivku FRF lze též popsat modelovou výchylkou, která je funkcí vlastní frekvence ω_0 , poměrného útlumu ξ a konstanty $K = \frac{F_0}{k} e^{i\omega t}$. Aproximací FRF modelovou výchylkou jsme schopni získat proměnné ω_0 , ξ a K . K výpočtu potřebujeme FRF v komplexním tvaru, tedy obsahující výchylku i fázovou informaci.

Pro odvození vztahu modelové výchylky vycházíme ze základní rovnice dynamiky kmitajícího tělesa:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.15)$$

kde x je výchylka, m je hmotnost, b je tlumení, k je tuhost, F_0 je budící síla. Uvažujeme nulové počáteční podmínky: $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = 0$.



Obr 3.8: Hybridní metoda

Použitím Laplaceovy transformace a zavedením poměrného naladění $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$ a poměrného útlumu $\xi = \frac{b}{2\omega_0 m}$ dostáváme tvar:

$$x = \frac{\frac{F_0}{k} e^{i\omega t}}{1 - \eta^2 + i2\xi\eta} \quad (3.16)$$

Kvůli snazší práci zavedeme substituce:

$$K = K_{Re} + iK_{Im} = \frac{F_0}{k} e^{i\omega t} \quad (3.17)$$

$$a = 1 - \eta^2 \quad (3.18)$$

$$b = 2\xi\eta \quad (3.19)$$

Modelová výchylka je ve tvaru:

$$x_m = \frac{K_{Re} + iK_{Im}}{a + ib} \quad (3.20)$$

Pro další postup je vhodné modelovou výchylku rozdělit na reálnou a imaginární složku:

$$x_m = \frac{aK_{Re} + bK_{Im}}{a^2 + b^2} + i \frac{aK_{Im} - bK_{Re}}{a^2 + b^2} \quad (3.21)$$

Proměnné ω_0 , ξ , K_{Re} a K_{Im} získáme aproximací experimentálních dat modelovou výchylkou pomocí metody nejmenších čtverců [15]:

$$\min = \sum_{i=1}^n |x_i - x_m|^2 \quad (3.22)$$

kde i je pořadí frekvence ve frekvenčním intervalu ($1 \div n$), n je počet měřených bodů frekvenční oblasti kolem vlastní frekvence, x je výchylka z FRF a x_m je modelová výchylka.

Díky aproximaci FRF modelovou výchylkou dokážeme určit vlastní frekvenci ω_0 přesněji (v porovnání s předešlou metodou), jelikož modelová výchylka má jemnější frekvenční krok než FRF. Podobná metoda byla použita v práci [16], kde je modelová výchylka označena jako *the best fit theoretical curve to the experimental data*.

4 Návrh experimentu

4.1 Geometrie součásti

Jedním z cílů práce je stanovení vlivu geometrie součásti na její dynamické vlastnosti. Za tímto účelem proběhne experiment na sérii součástí z ploché oceli tloušťky 6 mm, odlišné šířky. Všechny součásti budou jednotné délky 550 mm, přičemž s ohledem na dostupnost (při jednotné jakosti a způsobu zpracování) byly zvoleny šířky 20, 40, 60, 100 a 160 mm. V práci [5] byl proveden experiment na pásové oceli šířky 80 mm, zbylé rozměry se shodují. Tímto vznikne poměrně široká databáze naměřených dat vhodných pro další vyhodnocení vlivu šířky součásti. Délka součásti 550 mm byla zvolena proto, aby první vlastní frekvence byla v okolí 100 Hz.

4.2 Způsob upevnění

Při experimentu budou realizovány dva způsoby upevnění:

- Volné, kdy bude součást zavěšena na dlouhé struně. Tímto se docílí zamezení pohybu pouze v jedné ose, při zachování volnosti všech tří natočení. Za účelem zavěšení byly součásti opatřeny dvěma děrami, kterými bude provlečena struna na zavěšení.
- Pevné, kdy měření proběhne na součásti připevněné k řádově hmotnějšímu ocelovému bloku. Spoj bude realizován svařem, čímž se docílí okrajových podmínek blízkých vetknutí nosníku.

4.3 Okolní prostředí

- Střed zahradní nádrže výšky 860 mm a průměru 620 mm.
- Rozlehlá nádrž o rozměrech půdorysu 4,55x1,45 m.
- Rozlehlá nádrž, kdy bude v blízkosti součásti upevněna výrazně tužší součást simulující blízkost stěny.

4.4 Buzení

Vybuzení součásti je vhodné provést v místě kmitny příslušného tvaru kmitu tělesa. Pokud toto není možné, je nutné se alespoň vyhnout uzlovým bodům [4]. V experimentu této práce bude součást buzena uprostřed její šířky, kdy dojde k vybuzení ohybového tvaru kmitu. V další sérii měření (vyjma nejužší geometrie) bude součást buzena na okraji šířky, kdy dojde k vybuzení torzního tvaru kmitu. Úder bude veden vždy na horní okraj součásti.

Jako budící nástroj bude použit plochý sekáč. V porovnání s modální kladívkem, které je při modální analýze nástrojem první volby, jej lze bez obav ponořit do vody, což experiment vyžaduje. Vybuzení součásti bude v každém měření provedeno alespoň třikrát, aby bylo možno provést ověření výsledků v případě nejasností při vyhodnocení.

4.5 Snímač zrychlení

Záměrem je umístit snímač na dolní okraj součásti, v případě torzního kmitání diagonálně k místu úderu budícího nástroje. Vzhledem ke skutečnosti, že většina měření proběhne za alespoň částečného ponoření součásti, je možné použít pouze snímač zrychlení vhodný k použití pod vodou. Měření proběhne s akcelerometrem PCB Piezotronics W352B10, sériové číslo: 184620. Jeho značná výhoda je řádově menší hmotnost, ve srovnání s dostupnými snímači nevhodnými k použití pod vodou (PCB Piezotronics 352C03). Díky tomu bude do systému zavedena menší přídavná hmotnost, která by negativně ovlivnila výsledky experimentu¹. Nevýhoda ponorného snímače je absence závitu pro upevnění k součásti. V minulosti byl snímač připevňován pomocí vosku k tomu určeného. Kvůli obavě z přídavného tlumení skrze vosk byla pro účely této práce vyvinuta speciální upínka z pružinové oceli ČSN 14260, která snímač sevře k součásti pomocí svého předpětí. Její funkci ozřejmí následující fotografie.



Obr 4.1: Upínka ponorného snímače zrychlení

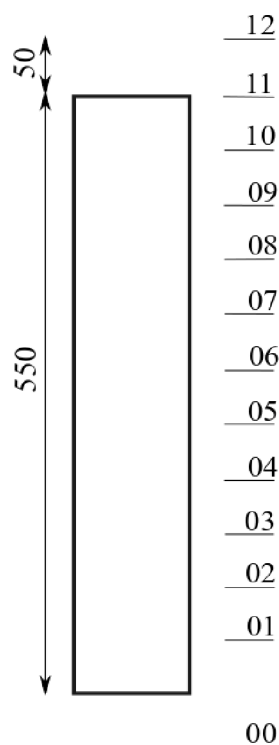
¹ Bylo zjištěno, že dva neponorné snímače umístěné na horní hraně součásti způsobí pokles první vlastní frekvence přibližně o 1,5 %. Porovnání bylo provedeno na pásovině širě 60 mm zavěšené na vzduchu.

Záznam signálu zrychlení bude proveden se vzorkovací frekvencí 5 kHz po dobu 30 sekund. Akcelerometr PCB Piezotronics W352B10 vykazuje dle údajů výrobce odchylku na amplitudě $\pm 5\%$ ve frekvenčním rozsahu $2 \div 10000$ Hz. Buzení součásti bude provedeno bez záznamu budící síly, a tedy pro různá vybuzení s různou amplitudou. Předmětem práce však není vyhodnocení amplitudy vlastní frekvence, ale kvalitativní posouzení změny vlastní frekvence a poměrného útlumu při ponoření součásti. Amplituda se sice projeví ve vyhodnocení poměrného útlumu hybridní metodou, ale pouze ve formě jejich poměrů v úzkém frekvenčním pásmu, ne ve formě hodnoty jako takové. Z těchto důvodů není údaj odchylky snímače na amplitudě podstatný.

Signál bude zpracován měřicí kartou NI-9234, která měří čas za pomoci krystalu kmitajícího na frekvenci 13,1072 MHz s odchylkou ± 50 ppm z maxima². Tato hodnota představuje časovou chybu měřicí karty, která je zanedbatelná s ohledem na vzorkovací frekvenci.

4.6 Postupné zanořování

Součásti jsou jednotné délky 550 mm. Měření proběhne nejprve zcela na vzduchu, poté postupně při zanořování po přírůstcích 50 mm, dále zároveň s hladinou, 50 mm pod hladinou, a nakonec opět zcela na vzduchu pro validaci měření. Postupné zanořování objasňuje následující obrázek.



Obr 4.2: Postupné zanořování součásti

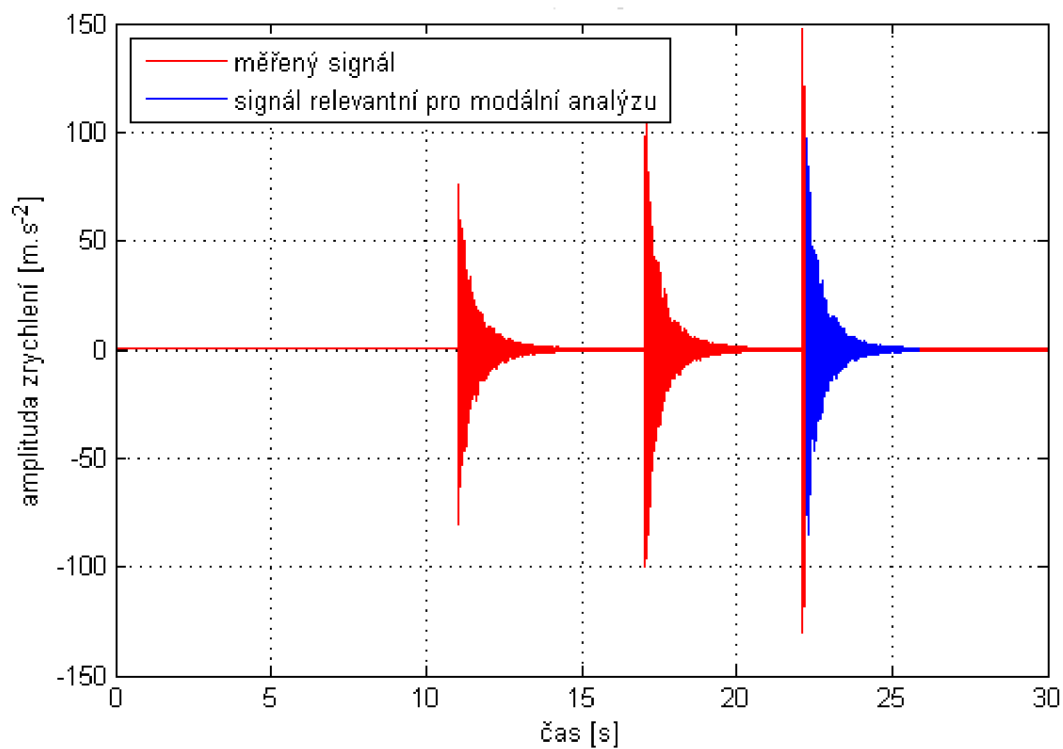
² ppm – parts per milion, tedy hodnota 10^{-6}

Tabulka 4.1: Značení souborů

1. znak	šířka součásti [mm]	nádrž	okrajová podmínka
A	20	malá nádrž	zavěšení
B	40	malá nádrž	zavěšení
C	60	malá nádrž	zavěšení
D	100	malá nádrž	zavěšení
E	160	malá nádrž	zavěšení
F	60	velká nádrž	zavěšení
G	60	velká nádrž	vetknutí
2. znak		poloha	
00		vzduch	
01 ÷ 10		částečné ponoření po 50 mm	
11		ponoření zároveň s hladinou	
12		ponoření 50 mm pod hladinu	
3. znak		orientace rány	
S		střed součásti	
R		strana součásti – buzeno diagonálně vůči ponornému snímači	
4. znak		blízkost stěny	
00		střed nádrže	
xx		vzdálenost součásti od stěny [mm]	
5. znak		pořadí měření	
x			

4.7 Volba časového úseku vstupního signálu

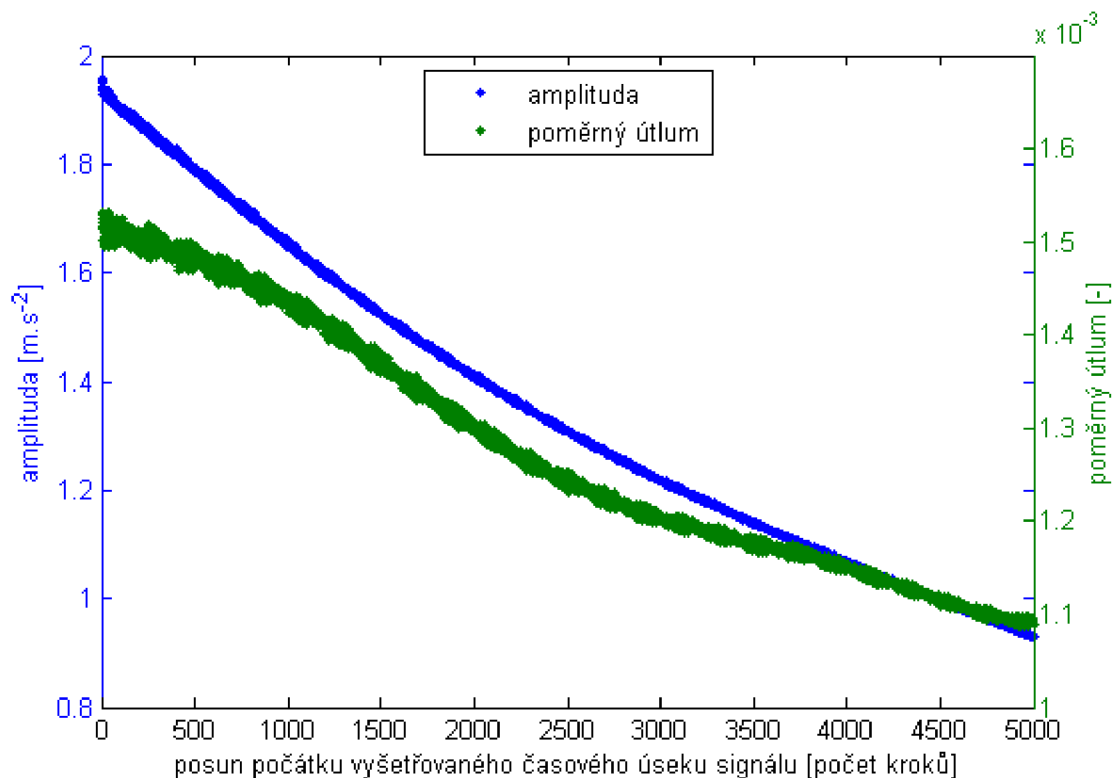
Na výsledek vyhodnocení experimentu má velký vliv volba časového úseku, ze kterého bude provedena Fourierova transformace. Záznam signálu ze všech měření bude proveden tak, aby obsahoval alespoň tři samostatná vybuzení kmitání součásti, která budou mít mezi sebou časovou prodlevu alespoň 5 sekund. Při vzorkovací frekvenci použité pro záznam 5 kHz tato doba odpovídá 25000 diskretních hodnot signálu.



Obr 4.3: Celý záznam signálu

4.7.1 Počátek časového úseku

V rámci optimalizace vyšetřovaného úseku bylo provedeno vyhodnocení mnoha záznamů s variabilním počátkem úseku. Za absolutní počátek úseku byla považován největší kladná amplituda záznamu. Skutečný počátek byl od tohoto postupně posouván až do hodnoty 5000 kroků, přičemž byli vyhodnocovány poměrný útlum a amplituda na vlastní frekvenci. Délka vyhodnocovaného úseku činila vždy 16000 kroků.

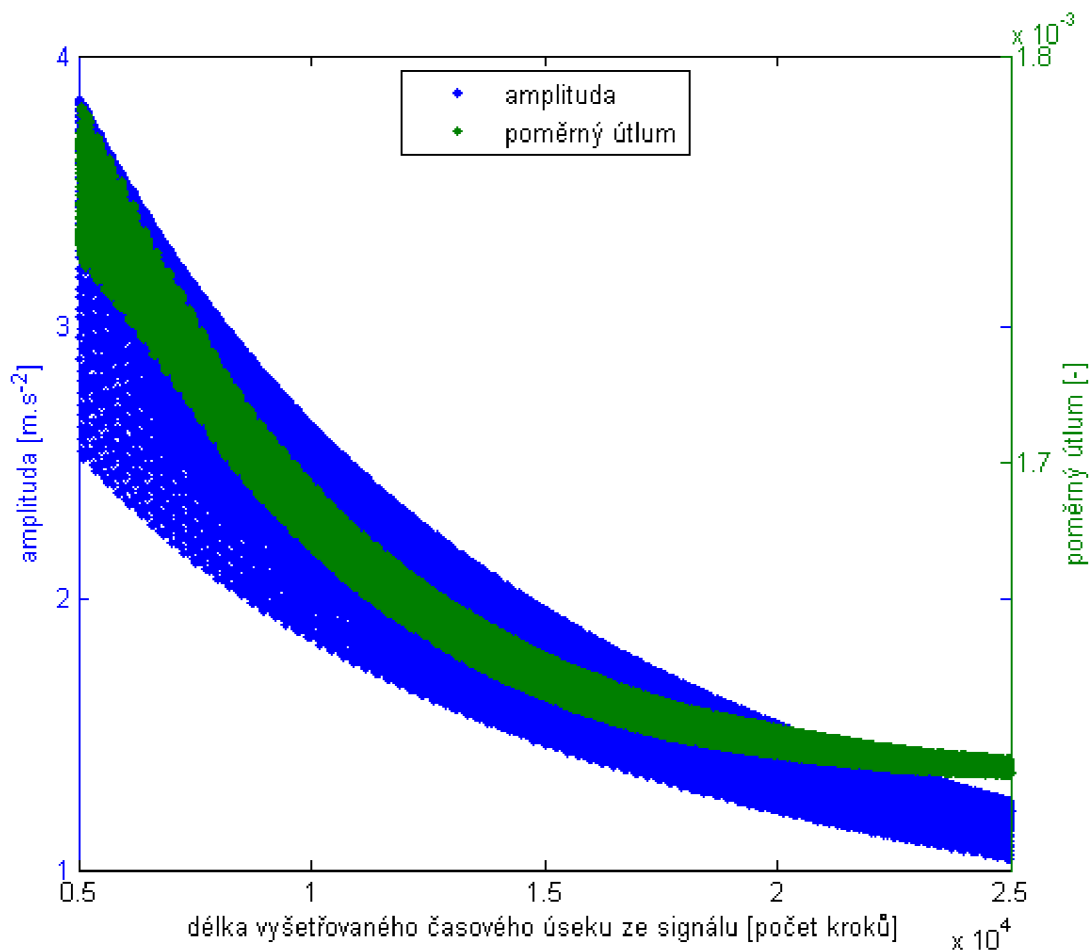


Obr 4.4: Vliv posunu počátku vyšetřovaného úseku signálu

Na grafu 4.4 je vidět, že poměrný útlum má podobný průběh jako exponenciální obálka volného útlumu, stejně tak jako amplituda při vlastní frekvenci (tedy maximální amplituda) v amplitudově frekvenční charakteristice. Důvod, proč jsou body značně rozptýleny, bude vysvětlen později v jedné z následujících podkapitol. Příliš malé odsazení od okamžiku vybuzení by mohlo způsobit ovlivnění vyhodnocení budícím úderem [16]. Proto byl ve všech dalších vyhodnoceních počátek odsazen od maximální kladné amplitudy 500 časových kroků, což při vzorkovací frekvenci 5 kHz odpovídá časové prodlevě 0,1 sekundy.

4.7.2 Délka časového úseku

V dalším kroku byla zjišťována vhodná délka časového úseku. Vyhodnocení proběhlo pro fixní posun počátku o 500 kroků a variabilní délku úseku v rozsahu 5000 ÷ 25000. Poměrný útlum opět klesá podobně jako exponenciální obálka volného útlumu, viz graf 4.5. Horní hranice 25000 kroků by při hromadném zpracování mohla dělat problém s ohledem na odpovídající časovou prodlevu mezi dvěma vybuzení kmitání. Příliš krátký úsek by mohl způsobit ztrátu informací. Z těchto důvodů byl zvolen úsek dlouhý 18000 časových kroků, který odpovídá času 3,6 sekundy.

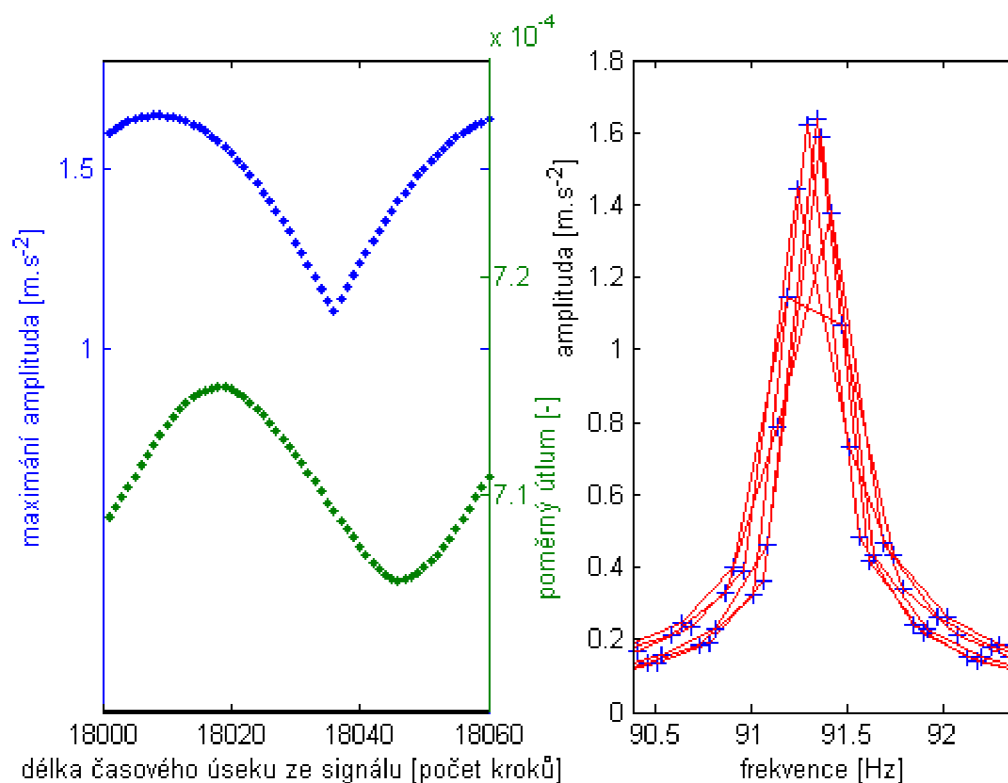


Obr 4.5: Vliv délky časového úseku

4.7.3 Korekce na maximální amplitudu

Z levé části obrázku 4.6 je patrné, že velikost amplitudy při vlastní frekvenci v amplitudově frekvenční charakteristice je citlivá na délku vyhodnocovaného úseku i v rámci jednotek kroků. Pokles a nárůst se opakují s periodou přibližně 55 kroků (platí pouze pro první ohybový mód. Pro vyšší módy je perioda kratší), přičemž graf vznikl vyhodnocením záznamu s variabilní délkou časového úseku v rozmezí $18000 \div 18060$, s přírůstků vždy o jeden krok. Podobný periodický rozptyl hodnot vykazuje i poměrný útlum, ačkoli je fázově posunutý. Tento periodický rozkmit je důvod, proč jsou body v grafech 4.4 a 4.5 výrazně rozprostřeny v okolí křivky myšleného exponenciálního útlumu.

V pravé části obrázku 4.6 je vykreslena amplitudově frekvenční charakteristika vyhodnocením záznamu s variabilní délkou časového úseku v rozmezí $18010 \div 18060$, z důvodů přehlednosti a názornosti s přírůstků vždy o 10 kroků. Na svislých osách obou grafů je použito stejné měřítko, tudíž je zřejmá souvislost mezi body levého grafu s vrcholy křivek pravého grafu, a tedy vznik poklesu maximální amplitudy.



Obr 4.6: Variabilita délky časového úseku

Časově závislý signál má stejný energetický obsah, jako amplitudově frekvenční charakteristika z něj získaná. Tento energetický obsah, výkon signálu, je pro diskrétní signál definován jako [17]:

$$P(t) = x_{ef}^2 \cdot N = \sum_{i=0}^N |x_i(t)|^2 \quad (4.1)$$

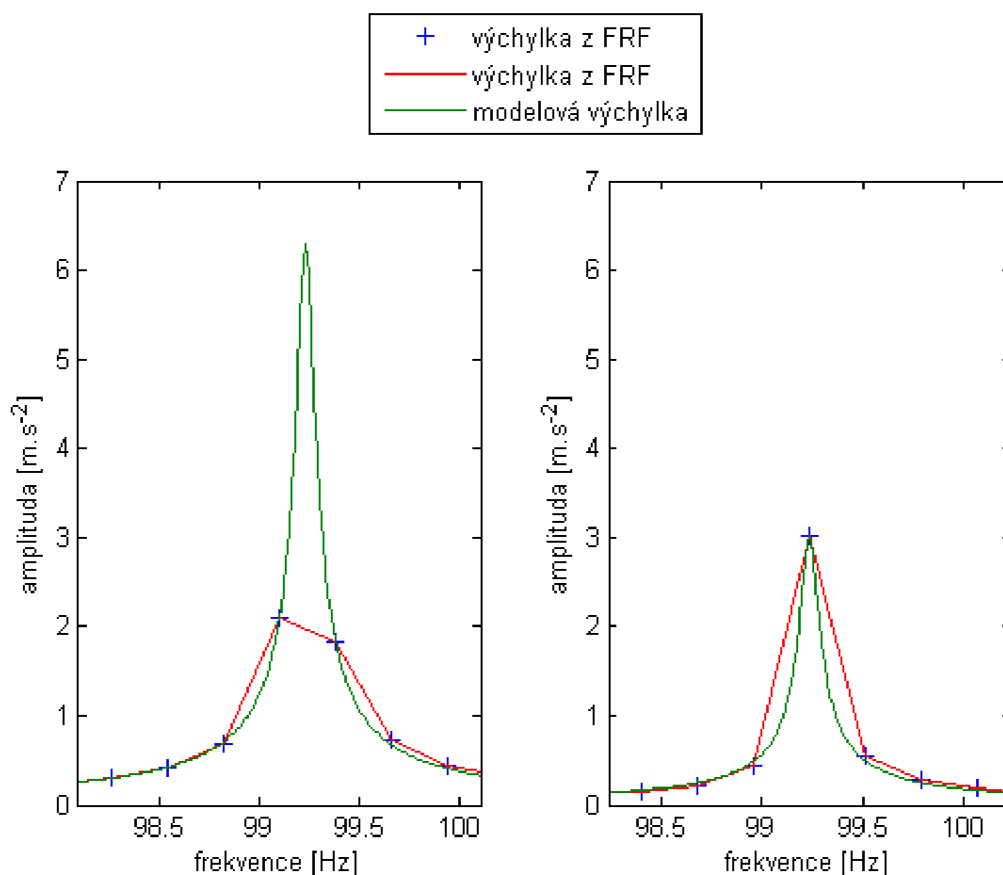
kde x_{ef} vyjadřuje průměrný výkon amplitudy měřené veličiny a N je počet vzorků signálu.

Vztah pro výkon vyzářený diskrétní amplitudově frekvenční charakteristikou:

$$P(f) = X_{ef}^2 = \sum_{f=f_1}^{f_2} |X(f)|^2 \quad (4.2)$$

kde X_{ef} vyjadřuje průměrný výkon amplitudy měřené veličiny a N je počet vzorků amplitudově frekvenční charakteristiky [18], [19].

Na obrázku 4.7 byla pro názornost znovu vykreslena amplitudově frekvenční charakteristika pro dva krajní případy: pro takzvaně úplný (vpravo) a neúplný (vlevo) časový úsek. Tyto dvě série bodů amplitudově frekvenční charakteristiky byly proloženy modelovou výchylkou hybridní metody. Z odlišného proložení je patrné úskalí hybridní metody a důvod, proč dochází k nejednoznačnému vyhodnocení poměrného útlumu při použití nesprávného – neúplného časového úseku.



Obr 4.7: Úplný (vpravo) a neúplný (vlevo) časový úsek

Obě série bodů v obrázku 4.7 vyzařují dle vztahu 4.2 stejný výkon P . V případě neúplného časového úseku dojde k rozdělení maximálního příspěvku k výkonu mezi dva body s nejvyšší amplitudou x_n . Ostatní mají z důvodu druhé mocniny ve vztahu pro výkon 4.2 zanedbatelný příspěvek. Tyto dva body mají tedy poloviční výkon $P(x_n)$ v porovnání s výkonem jednoho bodu maxima amplitudy při použití úplného časového úseku $P(x_{nM})$. Velikost amplitudy těchto bodů x_n je vzhledem k jednomu bodu maxima x_{nM} odmocnina z jedné poloviny, tedy:

$$x_n = \sqrt{\frac{P(x_n)}{P(x_{nM})}} \cdot x_{nM} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot x_{nM} \cong 0,707 \cdot x_{nM} \quad (4.3)$$

což odpovídá poklesu maximální amplitudy v grafech 4.6 a 4.7.

Modelová výchylka je určena současně dvěma způsoby: funkčním předpisem a body amplitudově frekvenční charakteristiky (prostřednictvím aproximace metodou nejmenších čtverců). V případě takzvaně neúplného časového úseku, kdy mají dva nejvyšší body přibližně stejnou amplitudu, se rezonanční vrchol modelové výchylky vměstná mezi tyto dva body. Amplituda rezonančního vrcholu je v tomto případě omezena pouze funkčním předpisem, a proto může nabýt i dvojnásobné hodnoty. Při vyhodnocení poměrného útlumu je potřeba být si této skutečnosti vědom a stanovit délku časového úseku tak, aby modelová výchylka proložila body jednoznačně a v případě každého záznamu stejným způsobem. Toho je dosaženo v případě délky časového úseku, kdy je rezonanční vrchol modelové výchylky totožný s bodem amplitudově frekvenční charakteristiky, který má největší amplitudu.

V [11] je tato problematika uvedena jako *chyba únikem – leakage*. Podstata chyby je popsána jako únik energie signálu do spektra v okolí rezonanční frekvence. Únik je způsoben skutečností, že délka zpracovávaného signálu není celočíselný násobek periody měřeného signálu. Disertační práce [20] uvádí vztah tzv. podmínky koherence:

$$N \cdot T_{vz} = m \cdot T_{sig} \quad (4.4)$$

kde N je počet vzorků signálu, T_{vz} je vzorkovací perioda, m je libovolné celé kladné číslo a T_{sig} je perioda měřeného signálu.

Z uvedených důvodů je nutno pro každý jednotlivý záznam určit vlastní korekci délky časového úseku tak, aby bylo dosaženo úplného úseku, a tedy maximální amplitudy. Délka úseku bude stanovena tak, že z rozsahu $18000 \div 18070$ časových kroků bude vybrán ten úsek, který vykáže nejvyšší amplitudu. Pro tento úsek bude dále provedeno vyhodnocení záznamu. Rozsah délky úseku $18000 \div 18070$ časových kroků zaručeně obsáhne periodu poklesu a nárůstu maximální amplitudy, viz graf 4.6.

Hybridní metoda byla podrobena statistické analýze – byla určena nejistota typu A pro první vlastní frekvenci a poměrný útlum v případě nesplnění podmínky koherence. Odchylka frekvence je ± 40 ppm, odchylka poměrného útlumu je ± 9562 ppm, což odpovídá přibližně ± 1 %. Z těchto údajů plyne, že splnění podmínky koherence není pro vyhodnocení experimentu v této práci klíčové. Přesto byl na její splnění kladen důraz.

5 Vyhodnocení experimentu, těleso zavěšeno, malá nádrž

Pomocí metody konečných prvků v softwaru ANSYS byly pro každou součást získány hodnoty vlastních frekvencí a jim odpovídající tvary kmitu. Tyto údaje byly velmi nápomocné při vyhodnocení experimentu. Bez nich by bylo prakticky nemožné stanovit, který vrchol v amplitudově frekvenční charakteristice odpovídá ohybovému tvaru kmitu, a který torznímu tvaru, ačkoli byly ohybový a torzní tvar kmitu buzeny jednotlivě. Vyhodnoceny byly pouze tvary kmitu, které způsobují výchylku ve směru osy snímače zrychlení.

Následující tabulka byla získána odečtením hodnot rezonančních vrcholů přímo z amplitudově frekvenční charakteristiky. V okolí těchto frekvencí bude hybridní metoda hledat vlastní frekvence. Chybějící hodnoty nebyly dostatečně silně vybudeny, v případě torze u součásti šíře 20 mm nebyly vybudeny vůbec, z důvodu malé šířky součásti.

Tabulka 5.1: Vlastní frekvence vyhodnoceny z FRF (experiment)

Vzduch – FRF šířka [mm]	Experiment ohyb f_0 [Hz]			Experiment torze f_0 [Hz]		
	1.	2.	3.	1.	2.	3.
20	105,6	290,8	569,4	-	-	-
40	106,9	295,0	578,3	843,3	1693,0	-
60	101,4	279,2	546,9	553,1	1113,0	-
100	107,8	297,8	585,8	354,4	725,3	1124,0
160	103,6	287,2	566,4	216,1	453,3	728,9

Jelikož proložením modelovou výchylkou dosáhneme jemnější vzorkovací frekvence amplitudově frekvenční charakteristiky, hodnoty vlastních frekvencí získané hybridní metodou se mohou mírně lišit a lze je považovat za přesnější.

Tabulka 5.2: Vlastní frekvence vyhodnoceny hybridní metodou (experiment)

Vzduch – HYBRID šířka [mm]	Experiment ohyb f_0 [Hz]			Experiment torze f_0 [Hz]		
	1.	2.	3.	1.	2.	3.
20	105,59	290,69	569,37	-	-	-
40	107,07	295,07	578,34	843,29	1692,23	-
60	101,32	279,22	547,05	552,95	1112,83	-
100	107,65	297,85	585,92	354,44	725,12	1124,22
160	103,55	278,24	566,32	216,22	453,32	728,80

Skutečné součásti byly z reálného materiálu, hodnota Youngova modulu pružnosti tedy nebyla pro všechny totožná. Stejně tak tloušťka součástí nebyla absolutně přesná, ale pohybovala se kolem hodnoty 6 mm. Experiment byl zatížen množstvím dalších chyb, jako

je například přídavná hmotnost snímače zrychlení, díry vyvrtané pro zavěšení a upevnění neponorných snímačů (pouze pro kalibraci, ne pro samotný experiment), apod. Z těchto důvodů bylo nutné modely jednotlivých součástí vytvořit tak, aby se vypočtená první vlastní frekvence shodovala s naměřenou $\pm 0,1$ Hz. Tato kalibrace spočívala ve změně Youngova modulu pružnosti. Hodnota tloušťky součásti zůstala konstantní, tj. 6 mm.

Tabulka 5.3: Vlastní frekvence vyhodnoceny pomocí MKP

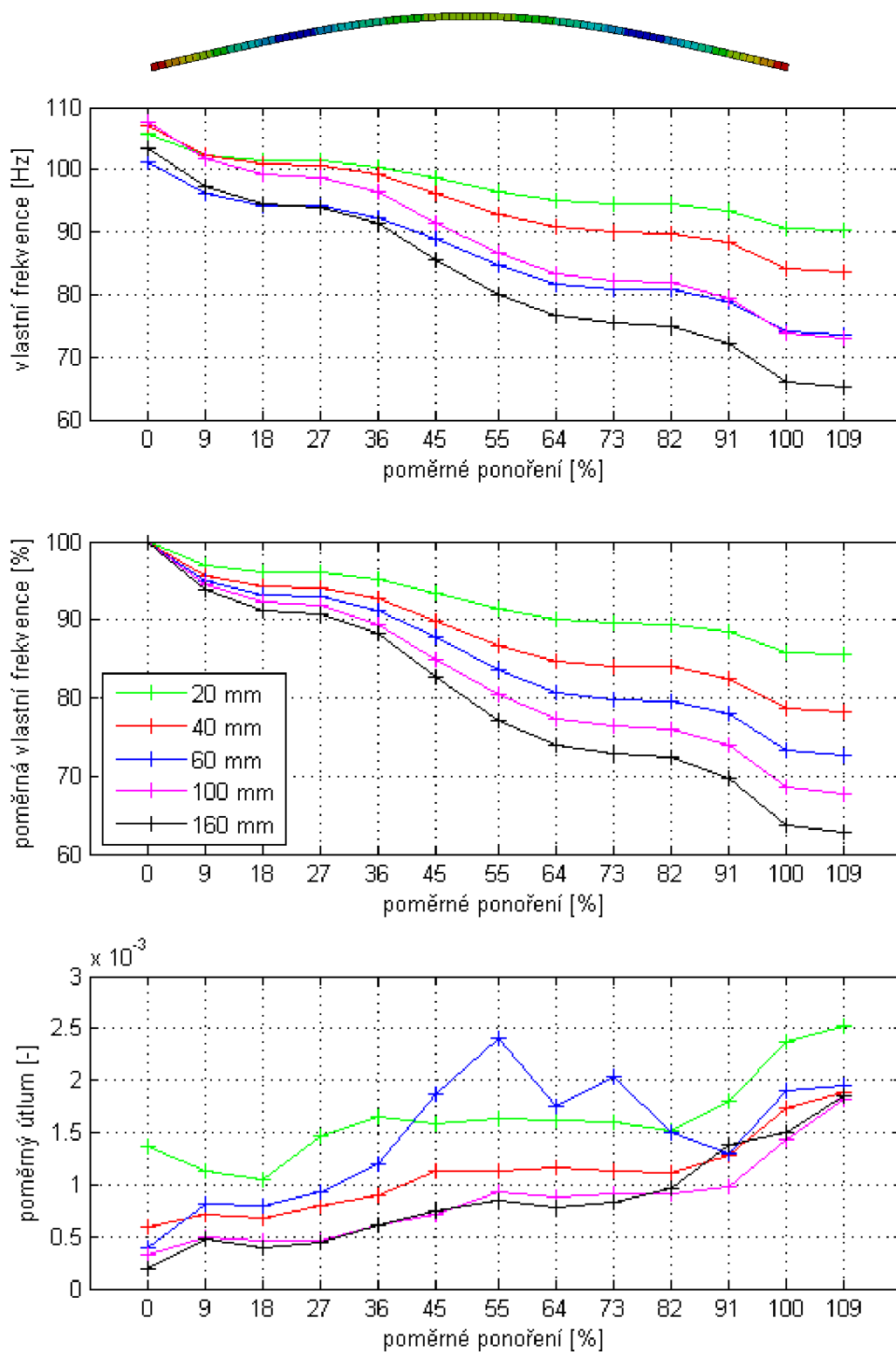
Vzduch – MKP šířka [mm]	MKP ohyb f_0 [Hz]			MKP torze f_0 [Hz]			E [GPa]
	1.	2.	3.	1.	2.	3.	
20	105,59	290,87	569,68	-	-	-	210,7
40	107,03	295,05	578,41	840,39	1687,10	2546,40	216,4
60	101,33	279,58	548,72	542,70	1094,70	1664,70	193,8
100	107,69	297,78	585,62	352,57	720,31	1117,20	218,4
160	103,58	287,20	562,20	215,01	449,71	722,28	201,3

U pásoviny širší 60 mm jsou vlastní frekvence třetího ohybového a prvního torzního tvaru kmitu velmi blízko sebe. Z tohoto důvodu je obtížné je od sebe odlišit. Při vyhodnocení vlastních frekvencí experimentu z amplitudově frekvenční charakteristiky byl v případě buzení ohybového i torzního kmitu silněji vybuděn tvar ohybový. Při buzení torze byl však torzní tvar vybuděn znatelně více než při buzení ohybového tvaru. Třetí ohybový a první torzní tvar kmitu vychází dle MKP a experimentu v obráceném pořadí.

Na následujících stranách budou pro různá tělesa a tvary kmitu uvedeny série tří grafů, které spolu blízce souvisí. Současně s nimi bude vyobrazen příslušný tvar kmitu, získaný pomocí MKP. První graf je závislost vlastní frekvence na poměrném ponoření. Poměrné ponoření je vypočítáno jako poměr hloubky ponoření součásti ku celkové délce součásti. Hodnota 0 % je měřena při poloze tělesa nad hladinou. Hodnota 100 % je získána při těsném zarovnání hladiny a horní hrany tělesa. Přesnost této hodnoty je diskutabilní, nakolik byla rovnost hladiny a horní hrany tělesa ovlivněna vzlínáním vodní hladiny. Hodnota 109 % je měřena při ponoření horní hrany součásti 50 mm pod hladinu.

V druhém grafu se vyskytuje veličina poměrná vlastní frekvence. Tato byla získána jako poměr vlastní frekvence ponořeného tělesa ku vlastní frekvenci téhož tělesa rozkmitaného na vzduchu. Pro každé těleso je tak poměrná vlastní frekvence na vzduchu 100 %, tudíž jsou výsledky snadno porovnatelné a je zřejmý vliv geometrie součásti.

5.1 Ohybový tvar kmitu



Obr 5.1: Závislost na ponoření a šířce – první ohybový tvar

Na první části obrázku 5.1 je vynesena závislost vlastní frekvence prvního ohybového tvaru kmitu všech šířek součástí. Skutečnost, že se první vlastní frekvence na vzduchu liší, je způsobena odchylkami samotných polotovarů. Šířka geometrie by v ideálním případě vliv neměla. Z tohoto důvodu má větší vypovídající hodnotu druhá část obrázku 5.1, na které je vidět, že šířka geometrie má tím větší vliv na vlastní frekvenci, čím je součást více ponořena do kapaliny. Zároveň je patrné, že větší pokles vlastní frekvence vykazuje součást s větší šířkou geometrie. Pokles první vlastní frekvence plně ponořené součásti je na 85 % až 63 % hodnoty na vzduchu, viz tabulka 5.4.

Z druhé části obrázku 5.1 též vyplývá, že hloubka ponoru v okolí uzlových bodů kmitu, tedy kolem 25 % a 75 % ponoření, nemá téměř žádný vliv. Hloubka ponoru v kmitnách má na rozdíl od hloubky ponoru v uzlech vliv značný.

Trend poměrného útlumu je stoupající s rostoucím ponořením. S ohledem na rozkolísání hodnot, a především na přesnost vyhodnocení nelze s jistotou stanovit bližší vztah poměrného útlumu k uzlovým bodům tvaru kmitu. Lze tvrdit, že poměrný útlum plně ponořené součásti vzrostl přibližně na dvojnásobnou až desetinásobnou hodnotu v porovnání s hodnotou poměrného útlumu součásti na vzduchu. Větší nárůst poměrného útlumu vykazují součásti s větší šířkou geometrie, což je ve shodě s poklesem první vlastní frekvence.

Tabulka 5.4: Výsledky prvního ohybového tvaru kmitu

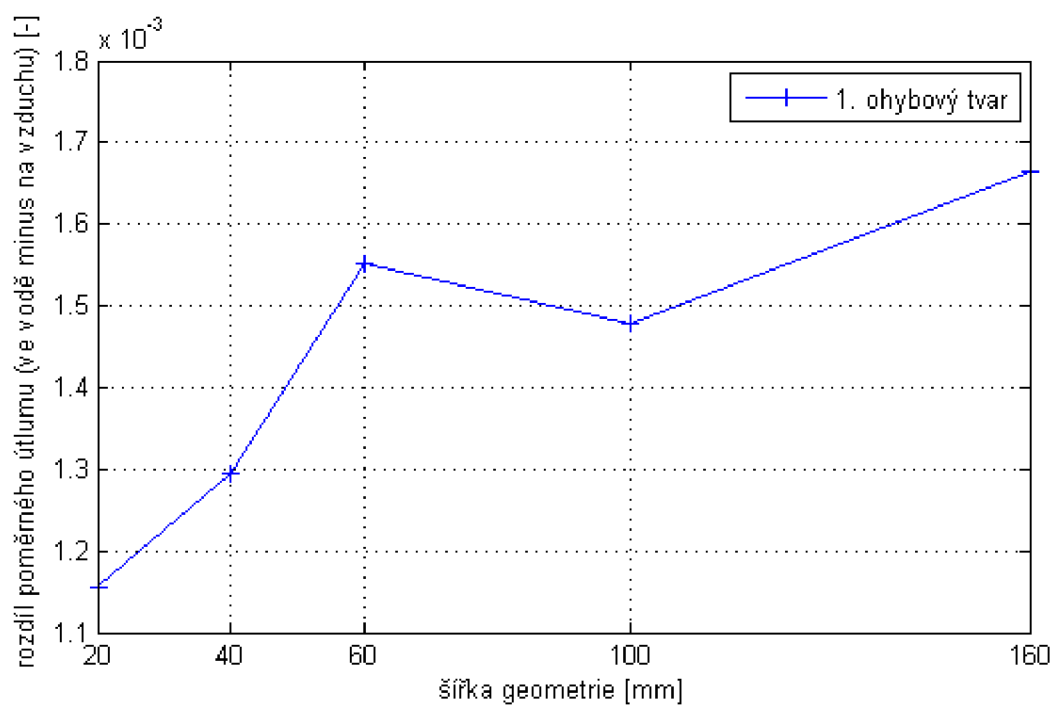
1. ohyb	20 mm		40 mm		60 mm		100 mm		160 mm	
	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]
vzduch	105,59	0,00137	107,07	0,00059	101,32	0,00039	107,65	0,00033	103,55	0,00019
voda	90,26	0,00252	83,67	0,00189	73,63	0,00194	73,00	0,00181	65,03	0,00186
poměr	0,85	1,85	0,78	3,18	0,73	4,93	0,68	5,44	0,63	9,71
rozdíl	0,00116		0,00129		0,00155		0,00148		0,00167	

Pásovina šíře 60 mm vykazuje v porovnání s ostatními šířkami nižší vlastní frekvenci na vzduchu a zároveň nižší pokles frekvence při plném ponoření. Ačkoliv tvar poklesu frekvence je zdánlivě stejný, jako u ostatních těles, v porovnání v první části grafu 5.1 je toto zřetelné. Při srovnání křivek nárůstu poměrného útlumu s ostatními tělesy je vidět značné rozkolísání útlumu u součásti šíře 60 mm, zatímco ostatní vykazují víceméně rovnoměrný nárůst s rostoucím ponořením. Toto může být způsobeno nehomogenitou materiálu, případně chybou při měření (upnutí ponorného snímače zrychlení).

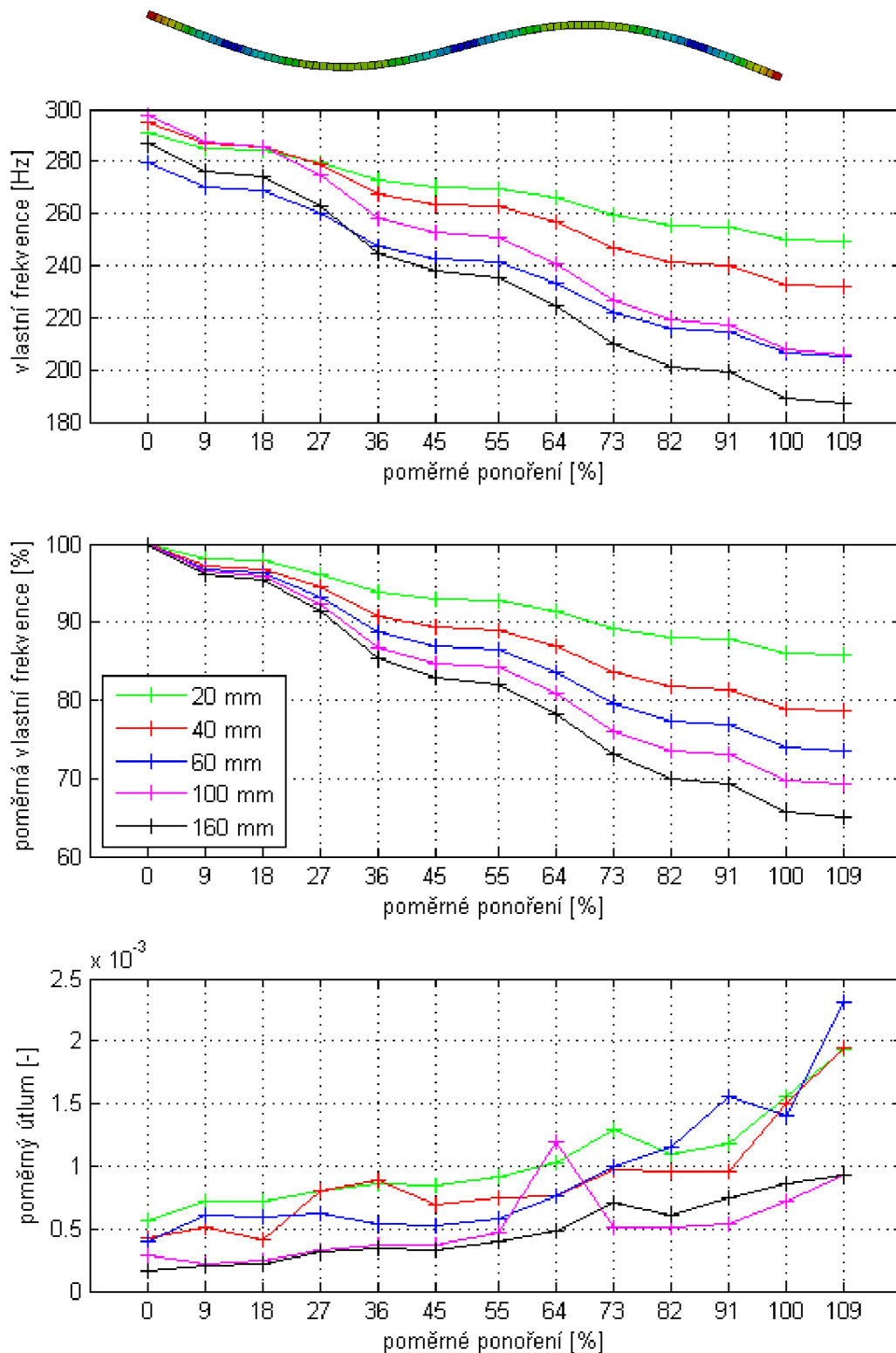
Rozdíl je patrný i ve velikosti korekce Youngova modulu pružnosti, kdy v případě pásovin šíře 60 mm vychází modul výrazně nižší (193,8 GPa), než je předpokládaná hodnota pro ocel (210 GPa). Je možné, že nutnost korekce tohoto rozsahu je způsobena nejen nehomogenitou materiálu, ale také odchylkami v tloušťce a rovinatosti součásti.

Za pozornost stojí také skutečnost, že k rozkolísání křivky poměrného útlumu součásti šíře 60 mm dochází především u prvního ohybového tvaru kmitu, v malé míře také u druhého torzního tvaru kmitu, ne však u dalších tvarů kmitu.

Na obrázku 5.2 je vynesena graf vlivu šířky geometrie na pokles poměrného útlumu prostřednictvím rozdílu poměrného útlumu ve vodě minus na vzduchu. Trend je stoupající s rostoucí šířkou geometrie, ačkoli pásovina širší 60 mm mírně vybočuje.



Obr 5.2: Rozdíl poměrného útlumu



Obr 5.3: Závislost na ponoření a šířce – druhý ohybový tvar

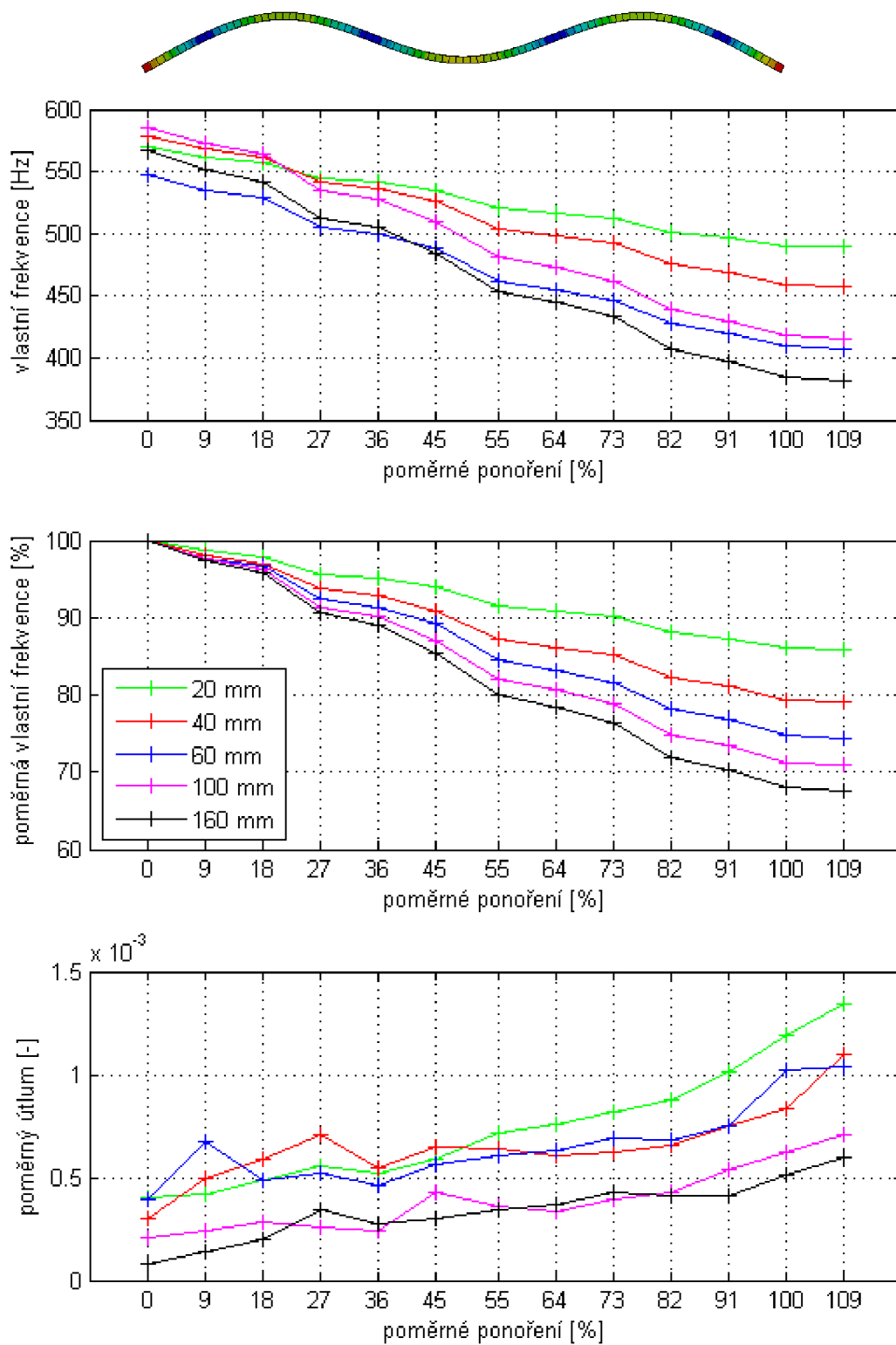
O druhém ohybovém tvaru kmitu lze tvrdit obdobné jako o předchozím. Z první části obrázku 5.3 je vidět, že druhá vlastní frekvence na vzduchu se pro součásti různých šířek liší. Toto je způsobeno nedokonalostí polotovaru, ne však samotnou šířkou geometrie. Druhá část obrázku 5.3 prostřednictvím procentuálního vyjádření srovná vlastní frekvence součástí na vzduchu. Díky tomu je zjevné, že u součástí širší geometrie dochází k většímu poklesu vlastní frekvence vlivem ponoření do kapaliny – na 65 % při plném ponoření, zatímco u užší geometrie je pokles pouze na 86 % hodnoty poměrného útlumu na vzduchu, viz tabulka 5.5.

Pokles vlastních frekvencí vypovídá o tom, že hloubka ponoru v okolí uzlových bodů kmitu (16,7 %, 50 % a 83,3 % ponoření) nemá téměř žádný vliv. Naopak, hloubka ponoru v kmitnách má vliv na pokles vlastní frekvence velký.

Trend poměrného útlumu je opět rostoucí, pokud pomineme rozkolísání způsobená chybami vyhodnocení. Odhadem lze určit, že poměrný útlum ponořené součásti je přibližně třináásobek až šestinásobek poměrného útlumu součásti na vzduchu, přičemž závislost tohoto poměru na šířce geometrie není tak jednoznačná jako tomu je u prvního ohybového tvaru kmitu, viz tabulka 5.5.

Tabulka 5.5: Výsledky druhého ohybového tvaru kmitu

2. ohyb	20 mm		40 mm		60 mm		100 mm		160 mm	
	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]
vzduch	290,7	0,00056	295,1	0,00043	279,2	0,00040	297,9	0,00029	287,2	0,00016
voda	249,2	0,00193	232,0	0,00194	205,1	0,00232	206,1	0,00093	187,0	0,00093
poměr	0,86	3,42	0,79	4,49	0,73	5,74	0,69	3,17	0,65	5,91
rozdíl		0,00137		0,00151		0,00191		0,00063		0,00077



Obr 5.4: Závislost na ponoření a šířce – třetí ohybový tvar

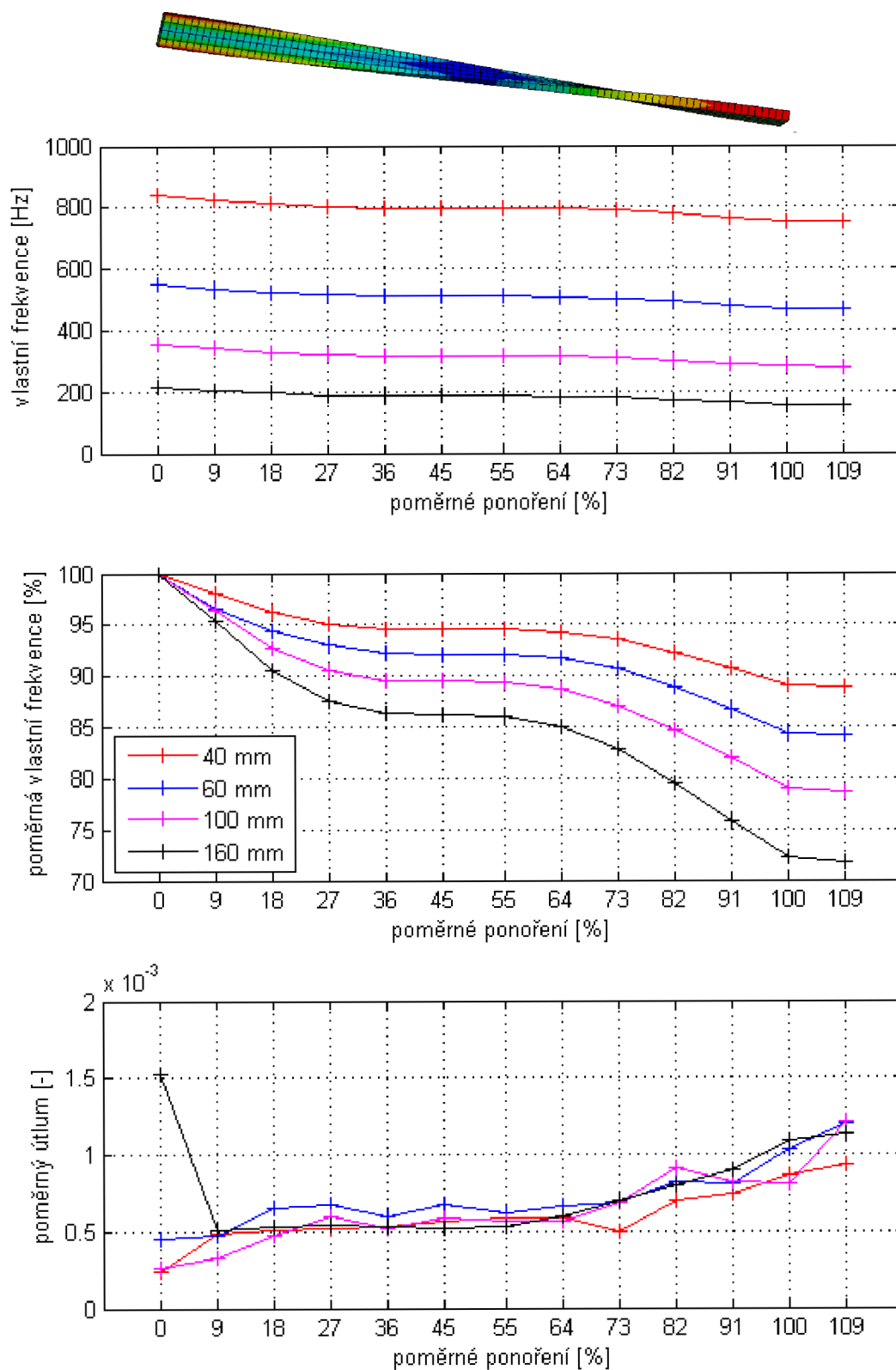
Vyhodnocení třetího ohybového tvaru kmitu je vykresleno na obrázku 5.4. O vlastních frekvencích opět platí, že s hlubším ponořením tělesa dochází k většímu ztlumení, přičemž součásti s větší šířkou geometrie jsou okolní kapalinou ovlivněny více (67 % při plném ponoření), než součásti s užší geometrií (86 % při plném ponoření), viz tabulka 5.6. Uzlové body třetího ohybového tvaru kmitu (12,5 %, 37,5 %, 62,5 % a 87,5 % ponoru) jsou na ztlumení vlastní frekvence patrné pouze přibližně, neboť vyhodnocení proběhlo s příliš hrubým krokem ponoru (9 %). Na třetí části obrázku 5.4 je patrný rostoucí trend poměrného útlumu při rostoucí hloubce ponoření.

Poměrný útlum ponořeného tělesa je přibližně trojnásobný, v případě nejširší geometrie dokonce osminásobný v porovnání s poměrným útlumem na vzduchu. Tento poměr nemá přímou závislost na šířce geometrie, viz tabulka 5.6.

Tabulka 5.6: Výsledky třetího ohybového tvaru kmitu

3. ohyb	20 mm		40 mm		60 mm		100 mm		160 mm	
	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]
vzduch	569,4	0,00041	578,3	0,00030	547,0	0,00039	585,9	0,00021	566,3	0,00008
voda	489,1	0,00135	457,8	0,00110	407,3	0,00104	415,3	0,00071	382,2	0,00060
poměr	0,86	3,32	0,79	3,61	0,74	2,65	0,71	3,44	0,67	7,71
rozdíl		0,00094		0,00079		0,00065		0,00050		0,00052

5.2 Torzní tvar kmitu



Obr 5.5: Závislost na ponoření a šířce – první torzní tvar

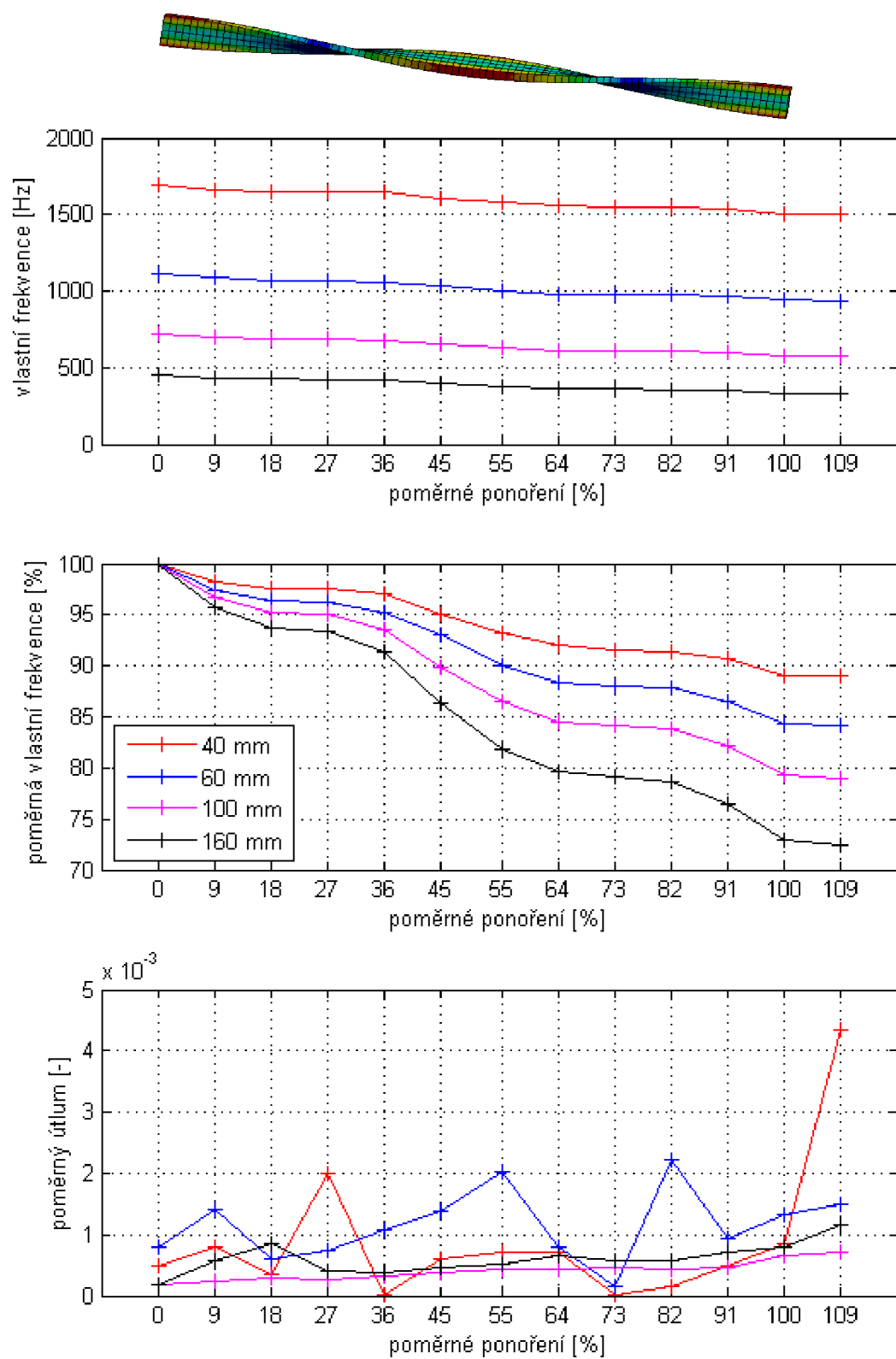
Pásovina šířky 160 mm vykazuje nepřírozeně větší poměrný útlum prvního torzního tvaru kmitu v poloze na vzduchu. Při opakovaném měření po všech ponorech do vody se výsledek shoduje. Avšak při prvním i opakovaném měření ohybového tvaru kmitu jsou výsledky v mezích očekávání. Možnou příčinu lze hledat ve skutečnosti, že frekvence 216 Hz prvního torzního tvaru je příliš blízká násobku prvního ohybového tvaru 103,6 Hz, což dělá problém při vyhodnocení a navyšuje poměrný útlum o torzní tvar kmitu. Torzní tvar kmitu u pásoviny šíře 20 mm nebyl vybuzen vůbec, neboť tato je příliš úzká.

Vlastní frekvence prvního torzního tvaru kmitu různých šířek geometrie na vzduchu se značně liší, viz první část obrázku 5.5. Lepší srovnání vlivu geometrie na pokles vlastní frekvence poskytne druhá část obrázku 5.5, která frekvence ve vodě vyjadřuje v procentech vůči vlastní frekvenci součásti na vzduchu. Je vidět, že součást s širší geometrií je zatlumena více (72 % nejširší při plném ponoření) než součást s užší geometrií (89 % nejužší při plném ponoření). Hodnoty pro všechny šíře jsou v tabulce 5.7.

Na druhé části obrázku 5.5 je též vidět, že hloubka ponoru nemá na pokles vlastní frekvence téměř žádný vliv v okolí uzlové úsečky, tj v okolí 50 % hloubky ponoru. Poměrný útlum má trend stoupající s rostoucí hloubkou ponoření (vyjma již komentované pásoviny šíře 160 mm na vzduchu). Poměr poměrného útlumu ve vodě ku na vzduchu je 3 až 5, přičemž pro nedostatek dat nemá smysl hovořit o jakékoli závislosti tohoto poměru na šířce geometrie (nejširší součást je pro toto srovnání nepoužitelná), viz tabulka 5.7.

Tabulka 5.7: Výsledky prvního torzního tvaru kmitu

1. torze	40 mm		60 mm		100 mm		160 mm	
	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]
vzduch	843,29	0,00024	552,92	0,00045	354,44	0,00026	216,22	0,00153
voda	749,26	0,00093	465,66	0,00120	278,98	0,00121	155,14	0,00113
poměr	0,89	3,85	0,84	2,65	0,79	4,58	0,72	0,74
rozdíl		0,00069		0,00075		0,00094		-0,00039



Obr 5.6: Závislost na ponoření a šířce – druhý torzní tvar

Vlastní frekvence druhého torzního tvaru kmitu jsou opět s velkými rozestupy, tudíž má větší vypovídající hodnotu druhá část obrázku 5.6. Více jsou zatlumeny frekvence širších součástí (72 % nejširší při plném ponoření), méně frekvence užších součástí (89 % nejužší při plném ponoření), viz tabulka 5.8. Hloubka ponoření nemá na pokles vlastních frekvencí téměř žádný vliv v okolí uzlových úseček, tj 25 % a 75 % ponoření, obdobně jako v předešlých případech. Hodnoty poměrného útlumu jsou značně rozkolísané, což způsobilo pravděpodobně nedostatečně silné vybuzení tvarů kmitu na takto vysokých frekvencích. Z tohoto důvodu nemá smysl hovořit o závislosti, ačkoli trend je patrný stoupající s rostoucím ponořením.

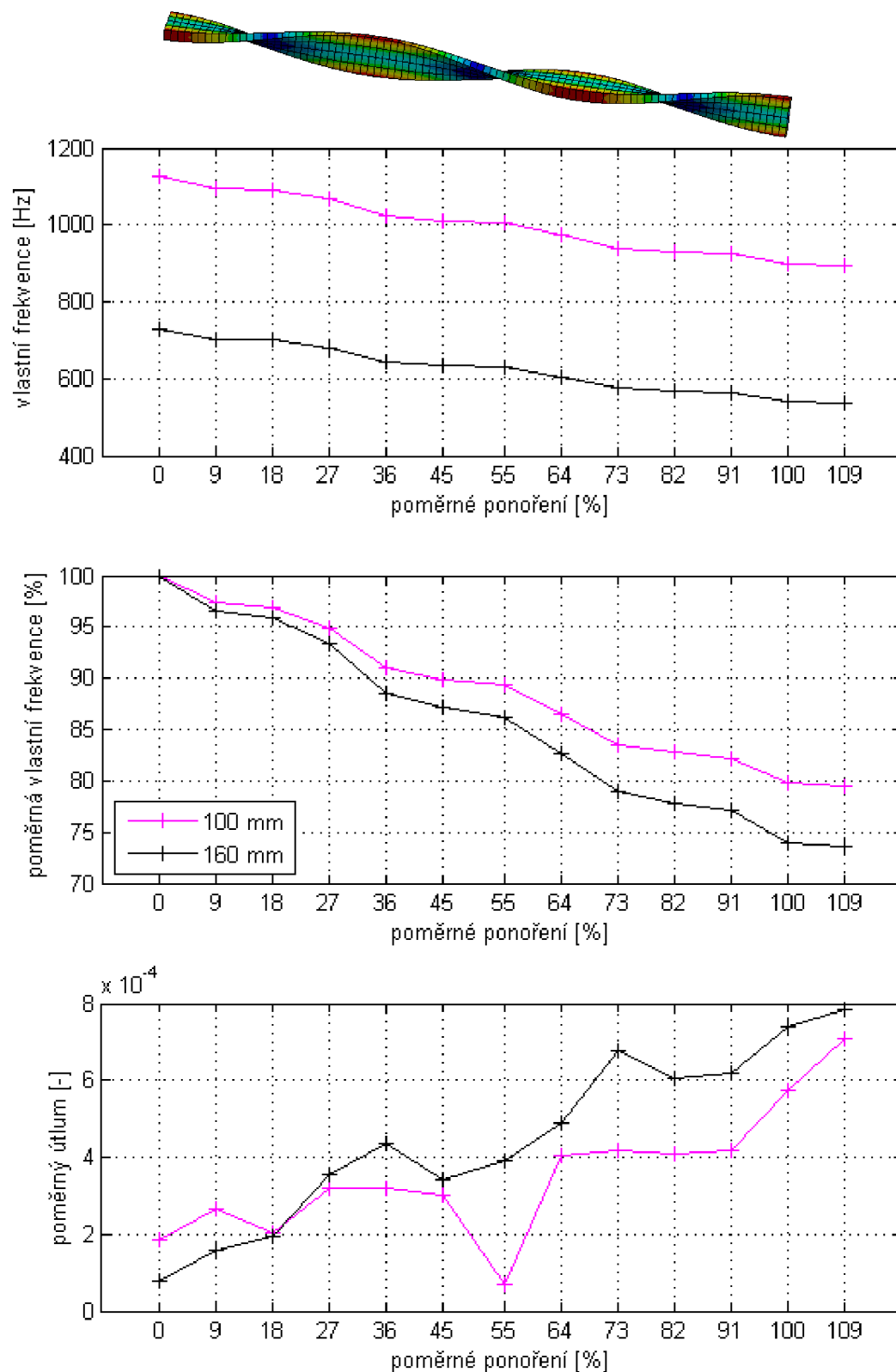
Tabulka 5.8: Výsledky druhého torzního tvaru kmitu

2. torze	40 mm		60 mm		100 mm		160 mm	
	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]
vzduch	1692,23	0,00048	1112,83	0,00081	725,12	0,00018	453,32	0,00018
voda	1507,18	0,00433	936,29	0,00150	573,21	0,00073	328,64	0,00116
poměr	0,89	8,99	0,84	1,86	0,79	4,10	0,72	6,29
rozdíl		0,00385		0,00069		0,00055		0,00097

U třetího torzního tvaru kmitu nebylo možno vyhodnotit součásti šířky 40 a 60 mm, neboť tento tvar nebyl dostatečně silně vybuzen. Grafické zobrazení a tabulka hodnot výsledků byli provedeny pouze pro pásoviny šíře 100 mm a 160 mm. Větší pokles vlastní frekvence je zaznamenán u součásti širší (74 % při plném ponoření), menší pokles pak u součásti užší (80 % při plném ponoření). V druhé části obrázku 5.7 je patrný výskyt uzlových úseček (16,7 %, 50 % a 83,3 % ponoření), kde hloubka ponoru nemá významný vliv na pokles vlastních frekvencí. Trend poměrného útlumu je stoupající, avšak samotné hodnoty jsou značně rozkolísané. Nárůst poměrného útlumu je na čtyřnásobek až desetinásobek, viz tabulka 5.9.

Tabulka 5.9: Výsledky třetího torzního tvaru kmitu

3. torze	100 mm		160 mm	
	f_0 [Hz]	ξ [-]	f_0 [Hz]	ξ [-]
vzduch	1124,22	0,00018	728,80	0,00008
voda	893,96	0,00071	535,92	0,00079
poměr	0,80	3,87	0,74	10,21
rozdíl		0,00053		0,00071



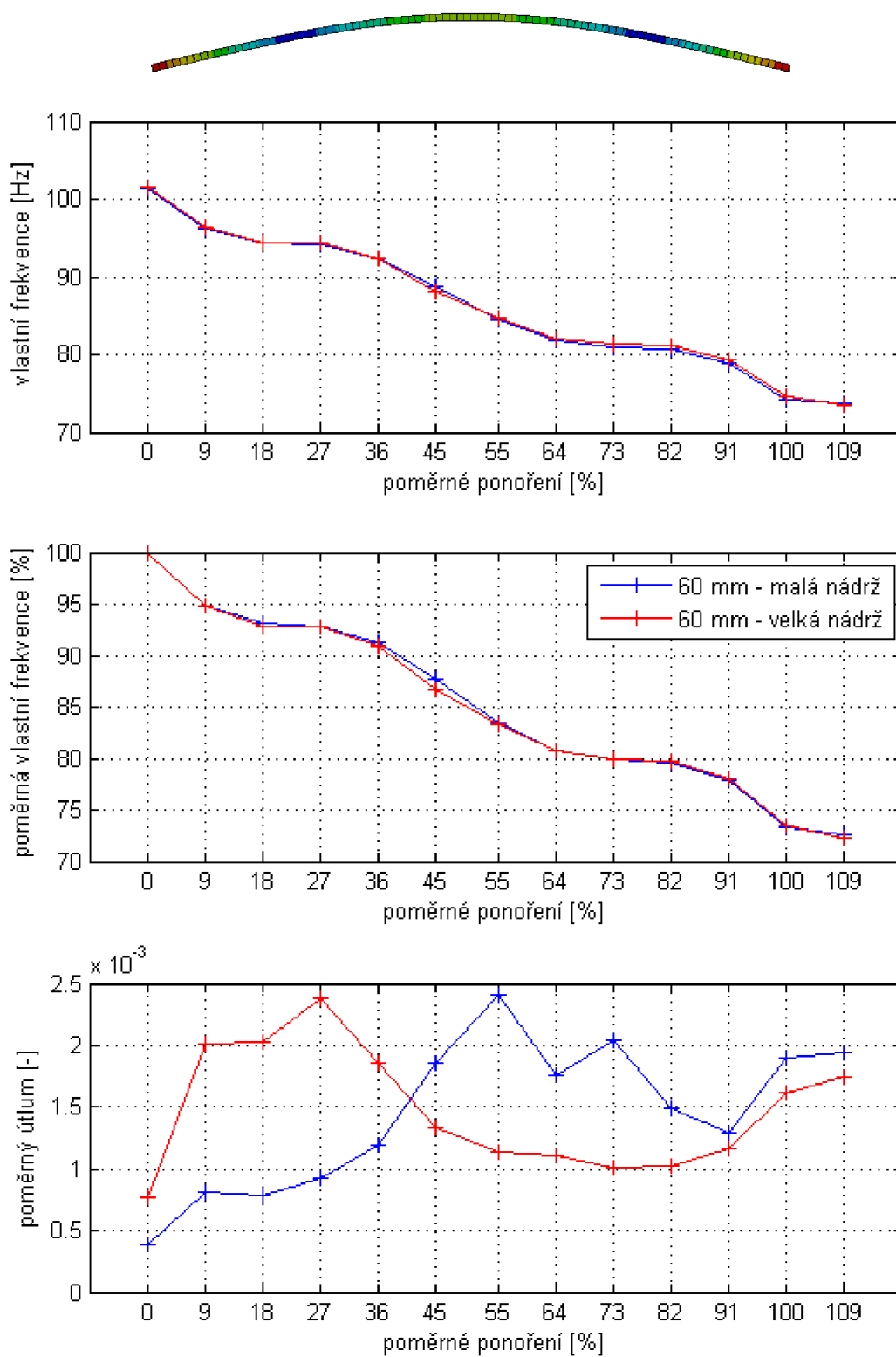
Obr 5.7: Závislost na ponoření a šířce – třetí torzní tvar

5.3 Vliv velikosti nádrže

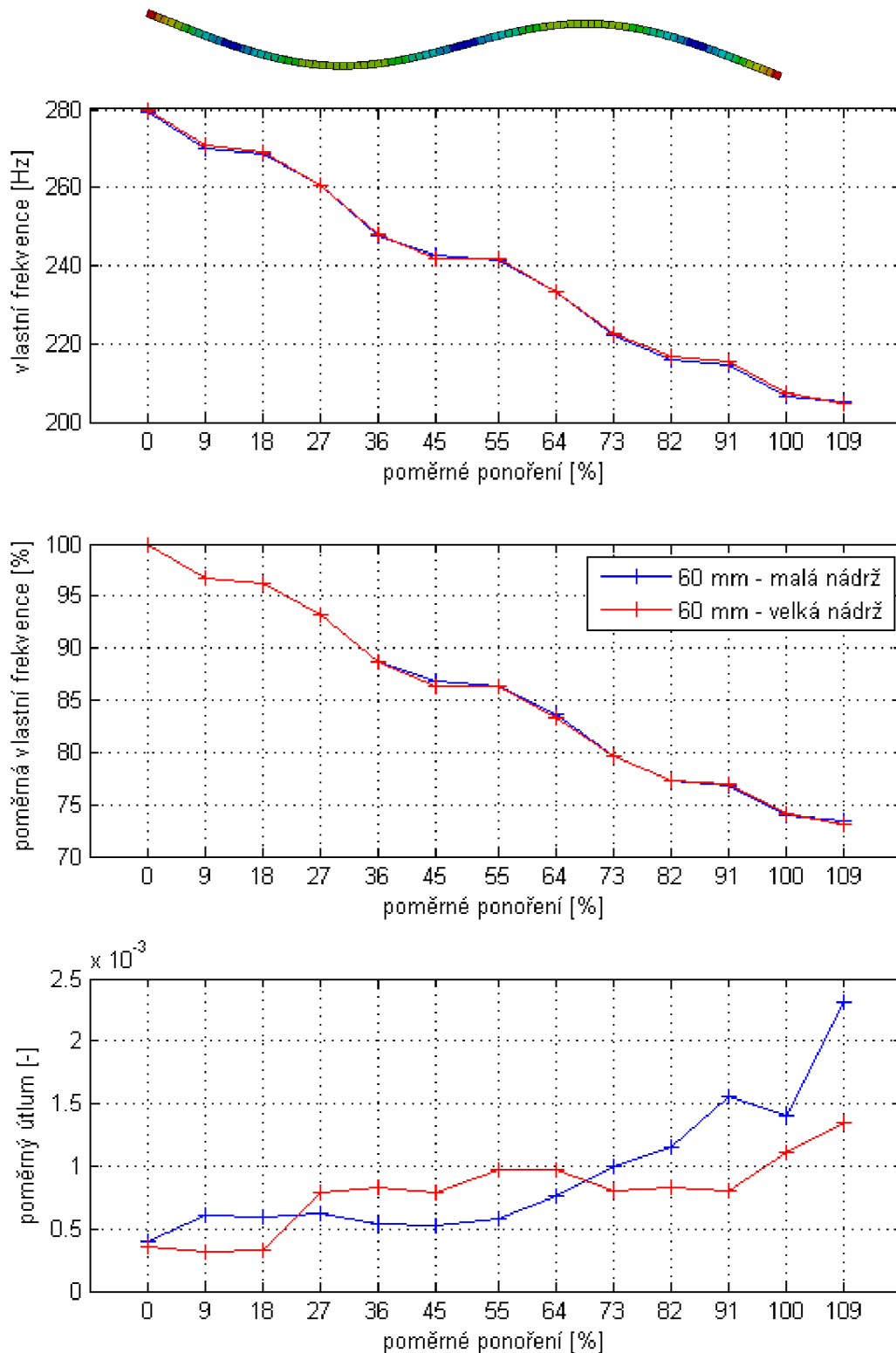
Experiment byl proveden na dvou součástech totožných rozměrů, zhotovených ze stejného polotovaru. S ohledem na výsledky poměrného útlumu lze tvrdit, že polotovar pásové oceli 60 mm široké je pravděpodobně nehomogenní, nebo s odchylkami od rovinatosti. Tato skutečnost má negativní vliv na poměrný útlum, jehož trend při postupném ponoření je značně nejednoznačný.

Porovnání bylo provedeno pouze na prvních dvou ohybových tvarech kmitu, protože u třetího ohybového tvaru kmitu vykazuje pásovina širě 60 mm komplikace s vyhodnocením kvůli blízkosti vlastních frekvencí s prvním torzním tvarem kmitu.

Výsledky srovnání lze vidět na obrázku 5.8 pro první ohybový tvar kmitu, případně na obrázku 5.9 pro druhý ohybový tvar kmitu. Křivky poklesu vlastní frekvence viditelné na prvních částech obou grafů jsou takřka shodné pro experiment provedený v malé i velké nádrži. Z toho lze usuzovat, že rozdíl velikostí nádrží použitých v této práci neměl na vlastní frekvenci prokazatelný vliv.



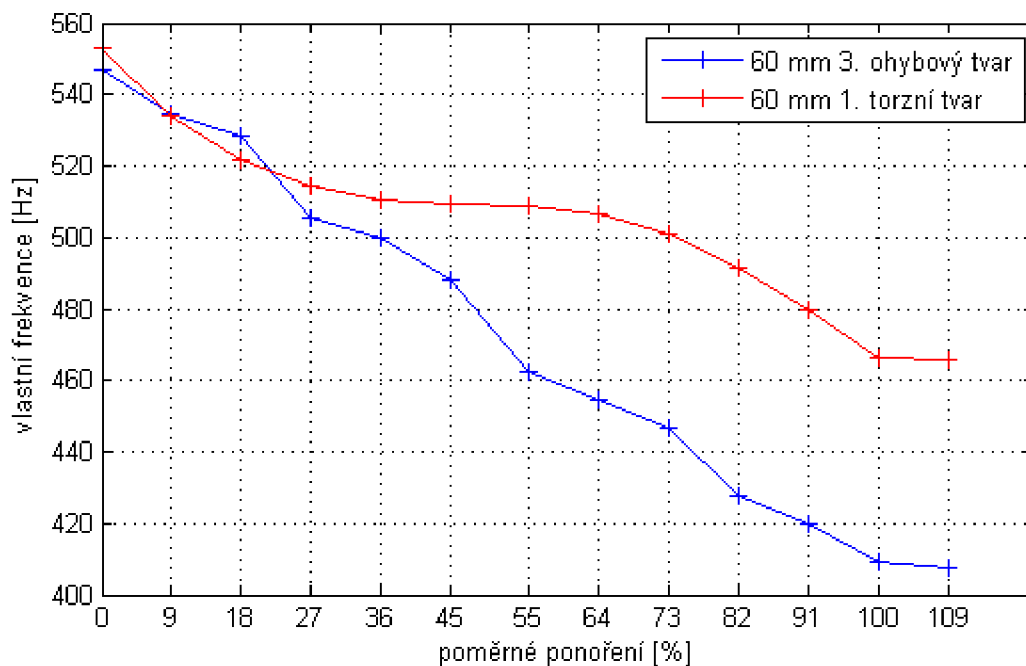
Obr 5.8: Vliv velikosti nádrže – první ohybový tvar kmitu



Obr 5.9: Vliv velikosti nádrže – druhý ohybový tvar kmitu

5.4 Komplikace vyhodnocení

U pásoviny šíře 60 mm jsou vlastní frekvence třetího ohybového a prvního torzního tvaru kmitu velmi blízko sebe. Z tohoto důvodu je obtížné je od sebe odlišit, především při vyhodnocení postupného ponořování, kdy se pořadí tvarů kmitu střídá, viz obrázek 5.10.



Obr 5.10: Překryv frekvencí pásoviny 60 mm

Při vyhodnocení vlastních frekvencí experimentu z amplitudově frekvenční charakteristiky byl v případě buzení ohybového i torzního tvaru kmitu silněji vybuzen tvar ohybový. Při buzení torze byl však torzní tvar vybuzen ztelně více než při buzení ohybového tvaru. Spolu s touto skutečností bylo při rozlišování tvarů kmitu přihlédnuto na předpokládanou polohu vlastní frekvence, s ohledem na výskyt uzlů a kmiten jednotlivých tvarů kmitu.

Třetí ohybový a první torzní tvar kmitu vychází dle MKP a experimentu v obráceném pořadí, což může být způsobeno odchylkami od tloušťky a rovinatosti součásti. Pomocí MKP byla provedena analýza za účelem zjištění, které rozměry součásti mají vliv na vlastní frekvence a pořadí tvarů kmitu, viz tabulka 5.10, ve které žlutá značí ohybový tvar kmitu a červená značí torzní tvar kmitu.

Tabulka 5.10: Variabilita rozměrů součásti (žlutá ohyb, červená torze)

Rozměry [mm]			Mód kmitu – f_0 [Hz]				
šířka	tloušťka	délka	1	2	3	4	5
60	6	350	254,25	701,95	869,43	1377,72	1771,55
60	6	400	194,65	537,30	759,74	1054,72	1542,25
60	6	450	153,79	424,44	674,68	833,16	1365,82
60	6	500	124,56	343,72	606,78	674,67	1116,47
60	6	550	102,94	284,02	551,32	557,43	922,48
60	6	600	86,49	238,62	468,28	505,16	774,93
60	6	650	73,70	203,29	398,92	466,14	660,12
60	6	700	63,54	175,27	343,90	432,73	569,04
50	5	550	85,78	236,61	464,29	550,86	768,28
60	6	550	102,94	284,02	551,32	557,43	922,48
70	7	550	120,10	331,40	550,37	650,40	1076,02
80	8	550	137,26	378,82	550,92	743,47	1117,40
90	9	550	154,43	426,25	551,52	836,45	1122,10
100	10	550	171,59	473,67	552,15	929,25	1127,07

V první části tabulky jsou výsledky pro proměnlivou délku součásti. Komplikace nastává právě v okolí délky 550 mm, kde se vlastní frekvence třetího ohybového a prvního torzního tvaru kmitu potkají a vymění své pořadí. V druhé části tabulky 5.10 jsou výsledky pro konstantní délku součásti 550 mm a proměnlivou šířku součásti, při zachování poměru šířky ku tloušťce 10:1. Problém nastává u šířky součásti v okolí 60 mm, kde se vlastní frekvence třetího ohybového a prvního torzního tvaru kmitu potkají a vymění své pořadí.

Obecně lze říci, že k přiblížení ohybových a torzních tvarů kmitu (případně i ohybu v druhé ose) dochází u všech kombinací rozměrů součásti. Vhodnými poměry mezi stranami součásti lze však tento problém „přemístit“ do vyšších frekvencí, kde nebudou tak silně vybudeny. Tímto by bylo vhodné zabývat se při návrhu budoucích experimentů podobné povahy.

6 Vyhodnocení experimentu, těleso vetknuto, velká nádrž

Experiment byl proveden v nádrži o rozměrech půdorysu 4,55x1,45 m. Měření proběhlo na vzduchu a poté s plně potopenou součástí, vždy pásovina šíře 60 mm, tloušťky 6 mm, délky 550 mm. Horní hrana součásti byla zanořena 75 mm pod vodní hladinu. Přibližování pevné stěny bylo provedeno pouze s vetknutým nosníkem. U volně zavěšené součásti by nastal problém s dotekem rozkmitaného tělesa a pevné stěny.

Stěna byla realizována 120 mm širokým profilem U, který současně sloužil jako jedna ze dvou vzpěr zajišťujících pevné upnutí bloku vetknutí ke dnu nádrže. Tato stěna byla postupně přibližována k vetknutému nosníku až na minimální rozměr daný tloušťkou svaru, tj. 5 mm. Uspořádání vetknutí objasní následující fotografie.



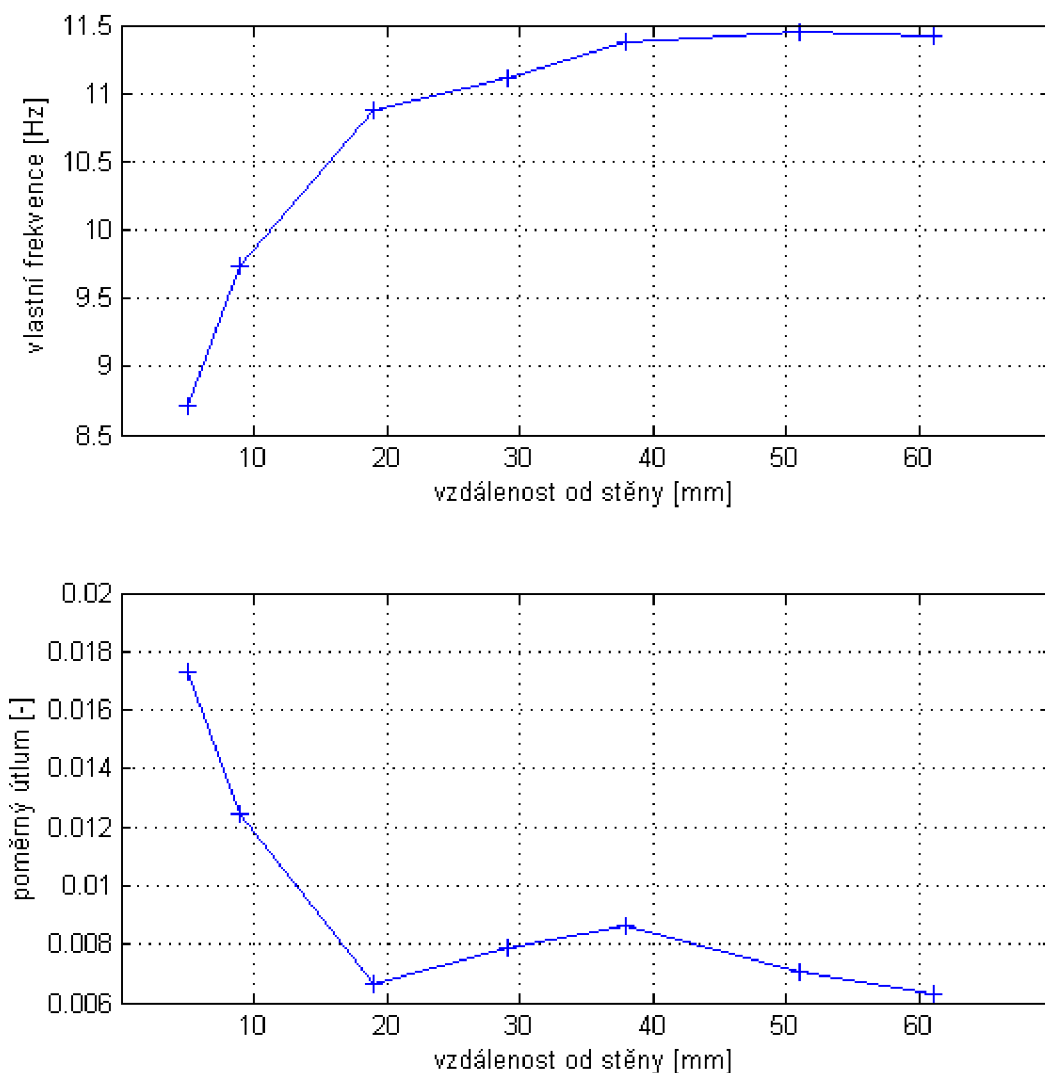
Obr 6.1: Uspořádání vetknutí v nádrži

Pomocí metody konečných prvků v softwaru ANSYS byly pro vetknutý nosník získány hodnoty vlastních frekvencí a odpovídajících tvarů kmitu. Současně byla zkorigována hodnota Youngova modulu pružnosti tak, aby první vlastní frekvence simulace seděla s experimentem

$\pm 0,01$ Hz. Tímto se pokryly nedostatky experimentu, jako je přídavný účinek snímače zrychlení, svaru, nehomogenita materiálu součásti apod. Díky MKP bylo možné identifikovat jednotlivé módy kmitání při vyhodnocení experimentu.

Tabulka 6.1: Vlastní frekvence vetknutého nosníku

Vzduch	Ohyb f_0 [Hz]			Torze f_0 [Hz]			E
šířka [mm]	1.	2.	3.	1.	2.	3.	[GPa]
60 – experiment	16,433	102,985	287,044	288,321	862,385	1451,737	-
60 – MKP	16,426	102,860	288,000	284,790	859,620	1450,000	203,2



Obr 6.2: Vetknutí – vliv blízkosti stěny – první ohybový tvar kmitu

Na první části obrázku 6.2 je vykreslena první vlastní frekvence vetknutého nosníku ve vodě v závislosti na blízkosti pevné stěny, s čímž koresponduje levá část tabulky 6.2. Pro porovnání je v tabulce uvedena též hodnota první vlastní frekvence na vzduchu, kdy vzdálenost od stěny nemá vliv. V tabulce je uveden poměr frekvence ve vodě ku frekvenci na vzduchu. Z výsledků vyplývá, že okolní kapalina zatlumí první vlastní frekvenci vetknutého nosníku přibližně na 70 %. Dále je patrné, že přibližně ve vzdálenosti 51 mm, tedy ve vzdálenosti 85 % šíře nosníku, začne docházet k poklesu první vlastní frekvence vlivem přibližování pevné stěny. Údaj 85 % šíře nosníku je pouze přibližný. Pro přesnější vztah by bylo potřeba provést experiment na více součástech různých šířek, a především s jemnějším krokem přibližování. Ve vzdálenosti 5 mm od pevné stěny (tedy 8 % šíře nosníku) dochází k poklesu první vlastní frekvence na 53 % hodnoty na vzduchu. Větší přiblížení ke stěně nebylo realizovatelné vzhledem ke svaru u paty nosníku.

Tabulka 6.2: Výsledky vetknutého nosníku při přibližování pevné stěny ve vodě

vzdálenost stěny [mm]	f_0 [Hz]	poměr [-]	ξ [-]	poměr [-]
5	8,719	0,53	0,01731	19,13
9	9,739	0,59	0,01248	13,78
19	10,882	0,66	0,00665	7,35
29	11,106	0,68	0,00790	8,73
38	11,381	0,69	0,00863	9,53
51	11,442	0,70	0,00706	7,80
61	11,417	0,69	0,00632	6,98
vzduch	16,433	1,00	0,00091	1,00

Na druhé části obrázku 6.2 je znázorněn poměrný útlum první vlastní frekvence vetknutého nosníku v závislosti na přibližování k pevné stěně. Tomuto odpovídá pravá polovina tabulky 6.2. Do vzdálenosti od pevné stěny 19 mm, tedy 32 % šíře nosníku, je poměrný útlum ve vodě přibližně osminásobek poměrného útlumu na vzduchu. Od této vzdálenosti blíže k pevné stěně dochází k rychlému nárůstu poměrného útlumu až na devatenásobek ve vzdálenosti 5 mm (8 % šíře nosníku). Výjimku tvoří vzdálenost 38 mm (63 % šíře nosníku), kdy má poměrný útlum lokální maximum – téměř desetinásobek hodnoty na vzduchu.

7 Přídavné účinky kapaliny

Příčinou poklesu vlastních frekvencí a nárůstu poměrného útlumu jsou přídavné účinky kapaliny, a to přídavná hmotnost M_p , přídavné tlumení B_p a přídavná tuhost K_p . Tyto se projeví v pohybové rovnici popisující dynamiku kmitání tělesa:

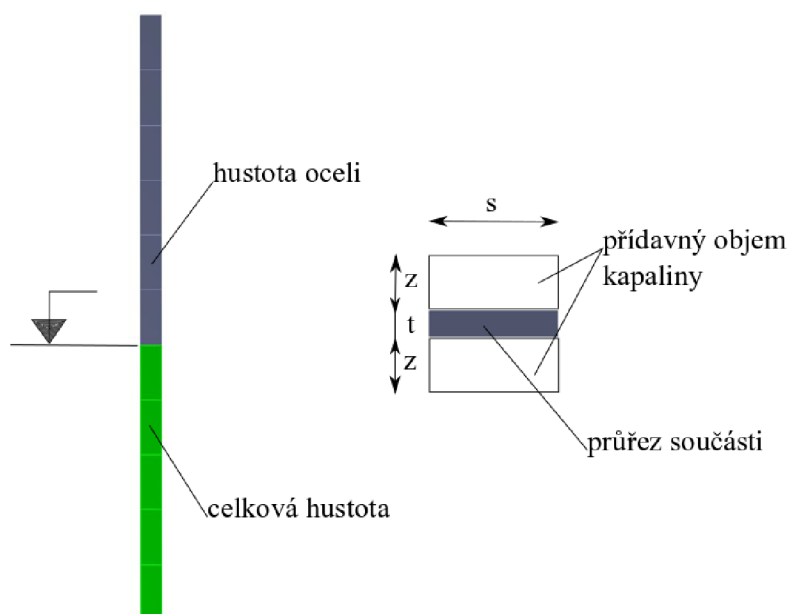
$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_p)\ddot{\vec{x}} + (\mathbf{B} + \mathbf{B}_p)\dot{\vec{x}} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_p)\vec{x} = \vec{F} \quad (7.1)$$

7.1 Postup vyhodnocení

Tato práce se dále zabývá pouze problematikou přídavné hmotnosti volně zavěšené součásti. Přídavné tlumení a přídavná tuhost vyhodnoceny nebudou. K problematice přídavné hmotnosti bylo přistoupeno podobně jako v [5], tj pomocí MKP modální analýzy v softwaru ANSYS. Součást byla pomyslně příčně rozdělena na jednotlivé části. Dělení bylo provedeno tak, aby řezy odpovídaly jednotlivým pozicím ponoru. Tento krok umožnil přiřadit jednotlivým částem tělesa dva různé materiály. Odlišnost materiálu spočívala pouze v hodnotě hustoty. Částem tělesa, které byly v uvažované pozici ponoru nad hladinou, byl přiřazen materiál s hustotou oceli ρ_{oc} . Částem tělesa, které byly v uvažované pozici ponoru pod hladinou, byl přiřazen materiál s hustotou vyšší, než je hustota oceli, tj ρ_{celk} . Poté byla pomocí parametrizace hledána taková hustota druhého materiálu, aby se první vlastní frekvence vypočítaná MKP simulací rovnala s frekvencí získanou z experimentu při odpovídajícím ponoru.

Odečtením hustoty oceli $\rho_{oc} = 7850 \text{ kg/m}^3$ od celkové hustoty druhého materiálu lze snadno získat přídavnou hustotu způsobenou okolní kapalinou:

$$\rho_p = \rho_{celk} - \rho_{oc} [\text{kg/m}^3] \quad (7.2)$$



Obr 7.1: Princip určení přídavné hustoty

Z přídavné hustoty lze snadno přepočítat přídavnou hmotnost jako násobek hustoty a objemu. Pro potřeby srovnání je však veličina hustota vhodnější, neboť nezkrsluje výsledek tloušťkou a šířkou součásti. Z tohoto důvodu nebude tento přepočet proveden.

Hodnota přídavné hustoty pro poměrné ponoření 109 % byla získána pomocí stejného modelu součásti, jako hodnota přídavné hustoty pro poměrné ponoření 100 %. Rozdíl byl pouze ve vlastní frekvenci získané experimentem, se kterou byla při simulaci hledána shoda.

Proces hledání přídavné hustoty byl proveden opakovaně, a to zvlášť pro první ohybový a první torzní tvar kmitu, pro všechny pozice ponoru, a pro všechny šířky součásti. Hodnoty korigovaného Youngova modulu pružnosti pro jednotlivé šířky byly převzaty z kapitoly 5, avšak pouze pro ohybový tvar kmitu. Pro torzní tvar kmitu byla korekce Youngova modulu provedena znovu, a to tak, aby frekvence prvního torzního kmitu seděla s experimentem $\pm 0,1$ Hz. Díky tomu je možné vyhodnocení přídavné hustoty speciálně pro torzní tvar kmitu. Stojí za poznámku, že skutečný Youngův modul pružnosti součástí není shodný s žádným ze zde určených. Korekce jsou provedeny za účelem postihnouti nepřesností experimentu, nehomogenity materiálu, rozměrových a tvarových úchylek součástí, přídavných účinků od snímače zrychlení atd.

Tabulka 7.1: Korekce Youngova modulu pro ohyb a torzi

Šířka [mm]	Ohyb 1. tvar			Torze 1. tvar		
	Experiment f_0 [Hz]	MKP f_0 [Hz]	E [GPa]	Experiment f_0 [Hz]	MKP f_0 [Hz]	E [GPa]
20	105,59	105,59	210,70	-	-	-
40	107,07	107,03	216,40	843,29	843,30	217,90
60	101,32	101,33	193,80	552,95	552,97	201,20
100	107,65	107,69	218,40	354,44	354,42	220,70
160	103,55	103,58	201,30	216,22	216,28	203,70

Přídavnou hmotnost kapaliny lze uvažovat jako objem kapaliny tvaru kvádru, který přiléhá k povrchu pásoviny na obou stranách, na které se pásovina vychyluje. Hustota kapaliny je $\rho_k = 1000 \text{ kg/m}^3$. Tloušťku tohoto kvádru na jedné straně tělesa z lze odvodit jako rovnost hmotnosti kapaliny a přídavné hmotnosti spočítané pomocí MKP:

$$\rho_k \cdot 2z \cdot s \cdot l = \rho_p \cdot t \cdot s \cdot l \quad (7.3)$$

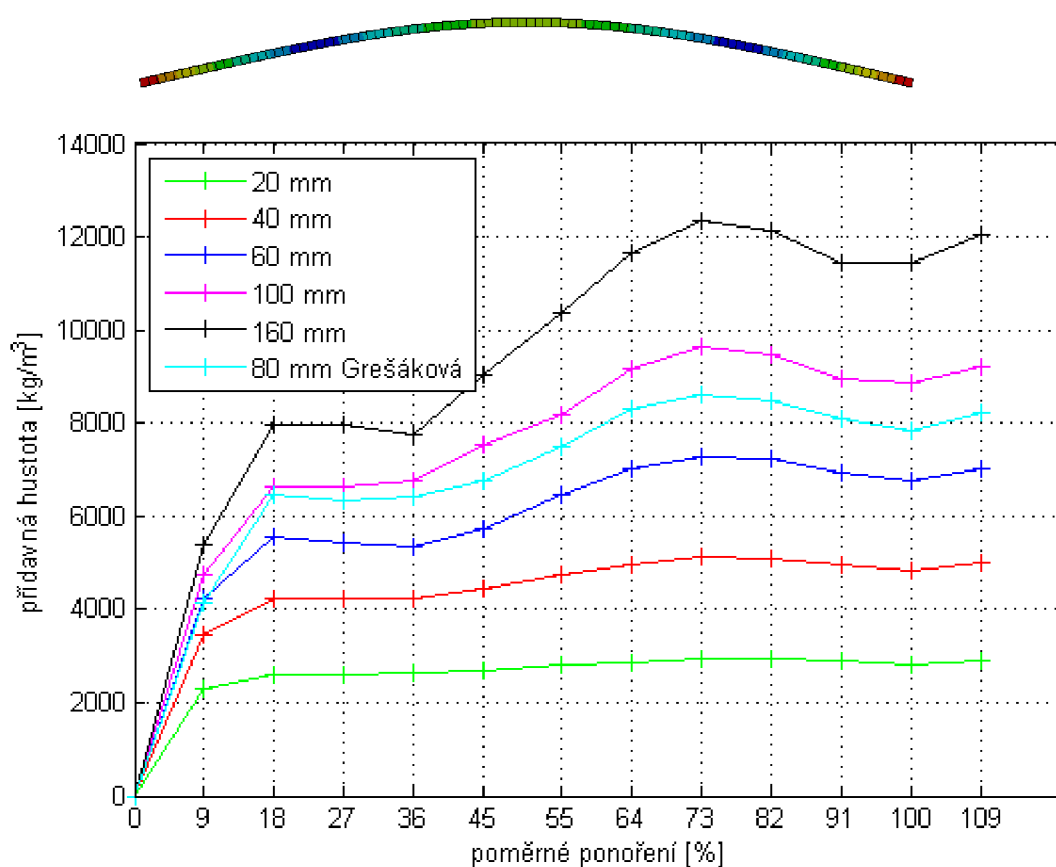
Tloušťka kvádru přídavné kapaliny na jedné straně tělesa z je poté:

$$z = \frac{1}{2} \frac{\rho_p}{\rho_k} \cdot t \quad (7.4)$$

Do grafů v následujících podkapitolách byla vykreslena i data přídavné hustoty z práce [5], ve které byla stejnou metodou vyhodnocována pásovina šíře 80 mm, zbylé rozměry odpovídající součástem v této práci.

7.2 Ohybový tvar kmitu

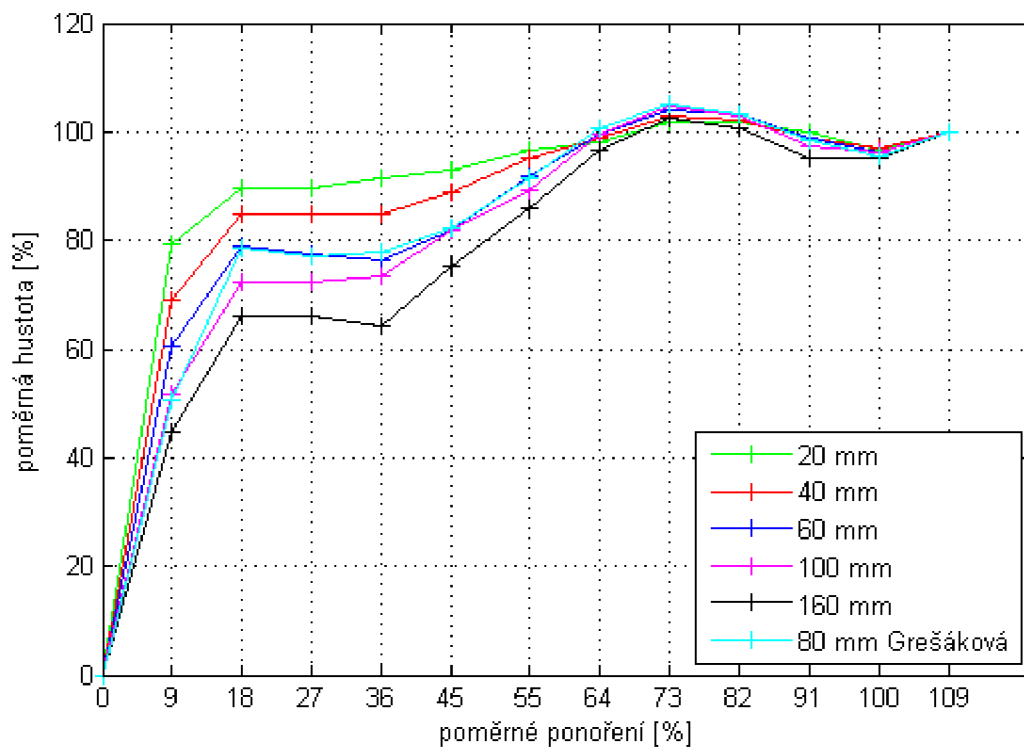
Obrázek 7.2 zobrazuje výsledky přídavné hustoty prvního ohybového tvaru kmitu v závislosti na poměrném ponoření. Z tvarů křivek je patrné, že přídavná hustota součástí s užší geometrií není na hloubce ponoření příliš závislá, vykazuje poměrně malý a plynulý nárůst. Součástí s širší geometrií vykazují složitější závislost. Lze rozeznat uzlové body kmitu (25 % a 75 % ponoření), v jejichž okolí se nachází lokální maxima přídavné hustoty. Přesněji řečeno, lokální maxima přídavné hustoty se nacházejí dříve (18 % a 73 % ponoření), než je předpokládaný výskyt uzlových bodů. Toto může být způsobeno posunem uzlových bodů vlivem částečného ponoření, nebo pouze velkým krokem při ponořování.



Obr 7.2: Přídavná hustota – ohybový tvar kmitu

Veličina poměrná přídavná hustota vznikla za účelem srovnání součástí různých šířek, které mají výrazně odlišné přídavné hustoty. Hodnoty byly vztaženy k přídavné hustotě plně ponořené součásti odpovídající šíře, kdy poměrná přídavná hustota nabývá 109 %.

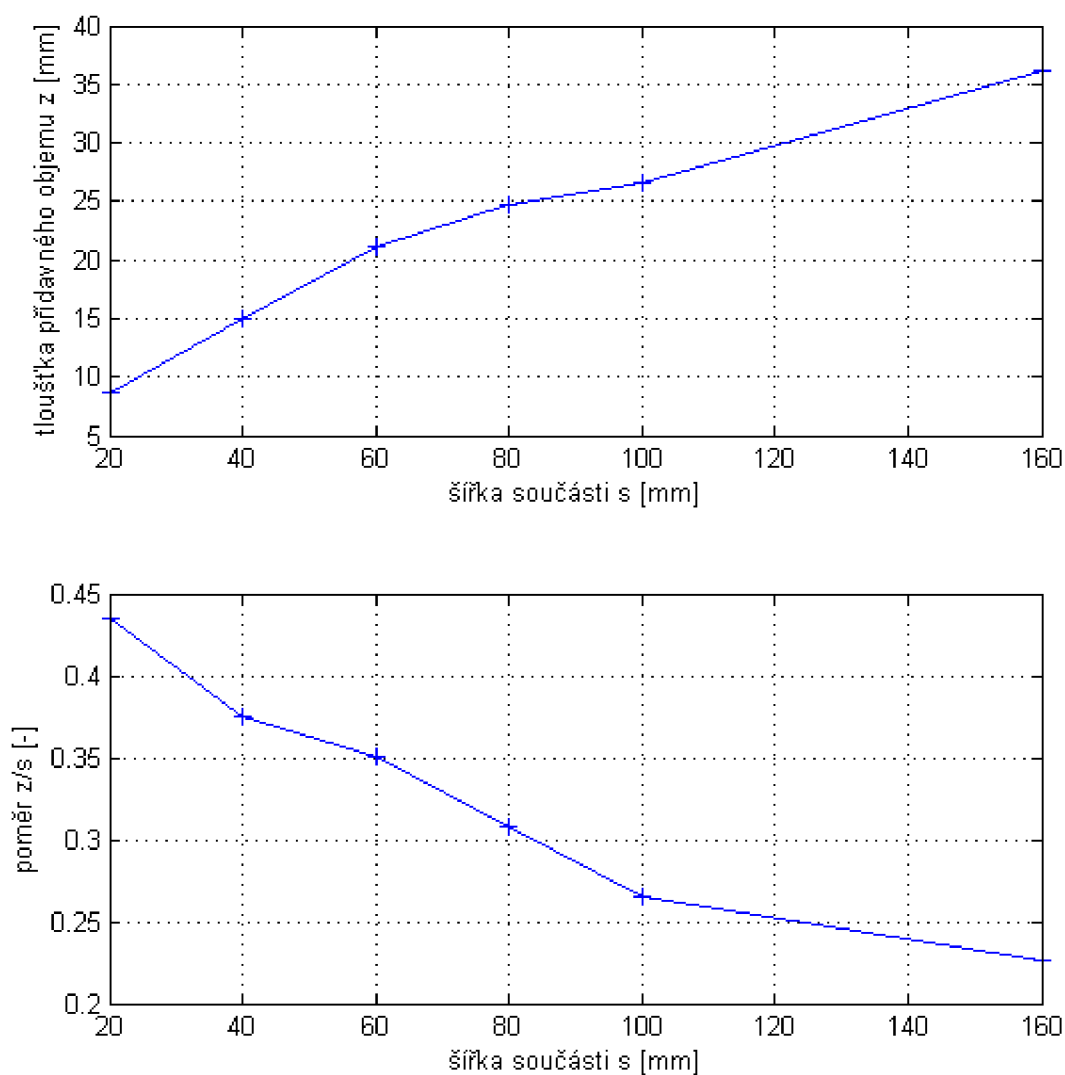
V grafu 7.3 je vidět nárůst poměrné přídavné hustoty nad 100 %, tedy nad hodnotu přídavné hustoty plně ponořené součásti. K tomuto dochází v okolí druhého uzlového bodu kmitu (73 % ponoření). Data získaná v práci [5] jsou v souladu s nyní provedeným experimentem, ačkoli dochází k drobným odchylkám v průběhu ponořování.



Obr 7.3: Poměrná přídavná hustota – ohybový tvar kmitu

Tloušťku přídavného objemu kapaliny je nutno uvažovat jako konstantní pro všechny hodnoty ponoření, aby bylo možné její porovnání mezi jednotlivými šířkami. Pro toto srovnání se vybírá hodnota při plném ponoření, tedy 109 %.

Na první části obrázku 7.4 je znázorněna tloušťka přídavného objemu kmitající kapaliny v závislosti na šířce součásti. Lze vidět stoupající trend tloušťky přídavného objemu s rostoucí šířkou součásti. Tloušťka přídavného objemu vypočítaná z dat práce [5] tomuto trendu odpovídají. Na druhé části obrázku 7.4 je znázorněn poměr tloušťky objemu k jeho šířce v závislosti na šířce součásti, tudíž jsou výsledky přehledně využitelné i pro představu o rozměrových poměrech přídavného objemu kapaliny.



Obr 7.4: Tloušťka přídavného objemu – ohybový tvar kmitu

V práci [7] jsou uvedeny vztahy pro výpočet přídavné hmotnosti pro součásti s příčným průřezem základních geometrických tvarů. Vztah pro obdélníkový průřez je zde uveden pro variabilní poměr stran. Jedním z dostupných je poměr stran 10:1, odpovídající součásti s šířkou 60 mm (tloušťka 6 mm), která je vyšetřována v této práci. Následující vztah je již upraven pro výpočet poměru tloušťky přídavného objemu ku šířce pásoviny:

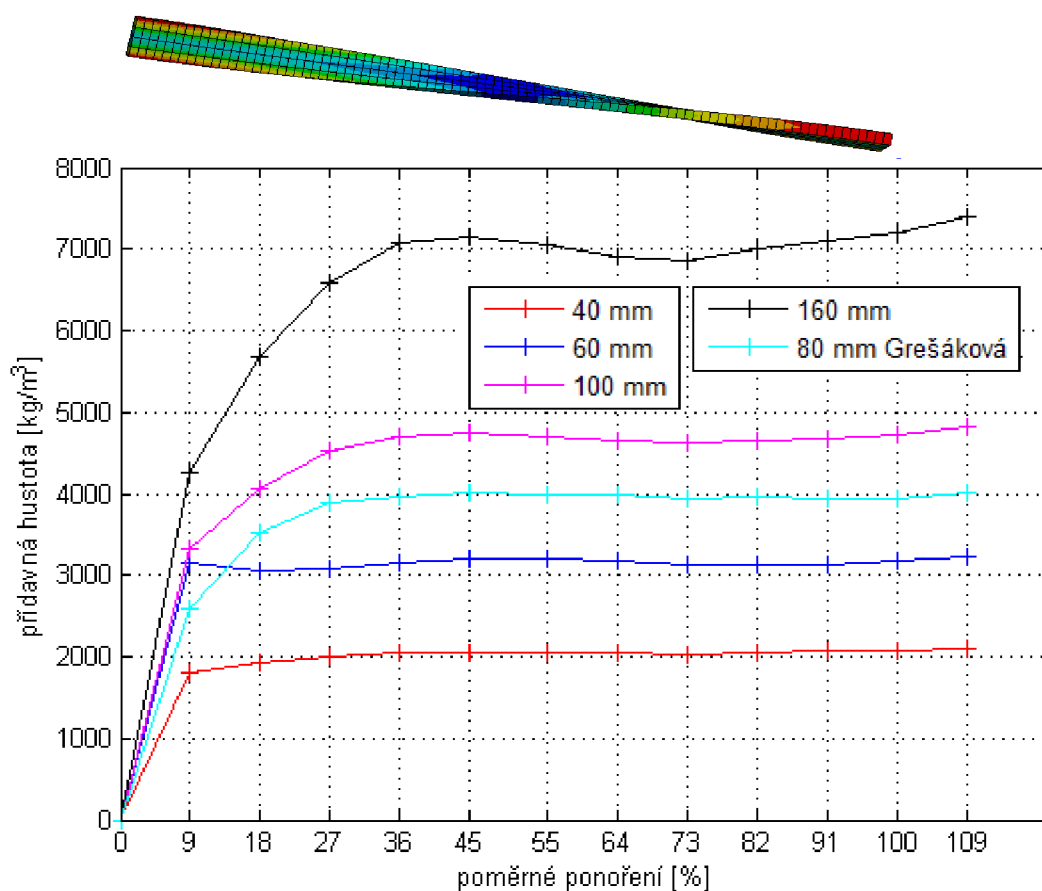
$$\frac{z}{s} = \frac{1,14 \cdot \pi}{8} \quad (7.5)$$

Dle tohoto vztahu vychází poměr z/s pro pásovinu šířky 60 mm jako 0,45, zatímco dle výpočtů uvedených v této práci vychází poměr z/s pro tutéž součást jako 0,35, viz obrázek 7.4. Tloušťka přídavného objemu je tedy dle teorie větší.

Pro ostatní šířky součástí je poměr stran odlišný a neshoduje se s žádným poměrem stran, pro který je v práci [7] uveden výpočetní vztah. Pro pásovinu širší 30 mm by poměr z/s vyšel 0,48. Porovnáním s obrázkem 7.4 je zřejmé, že hodnota poměru z/s dle teorie je opět vyšší než hodnota vypočtená z výsledků experimentu.

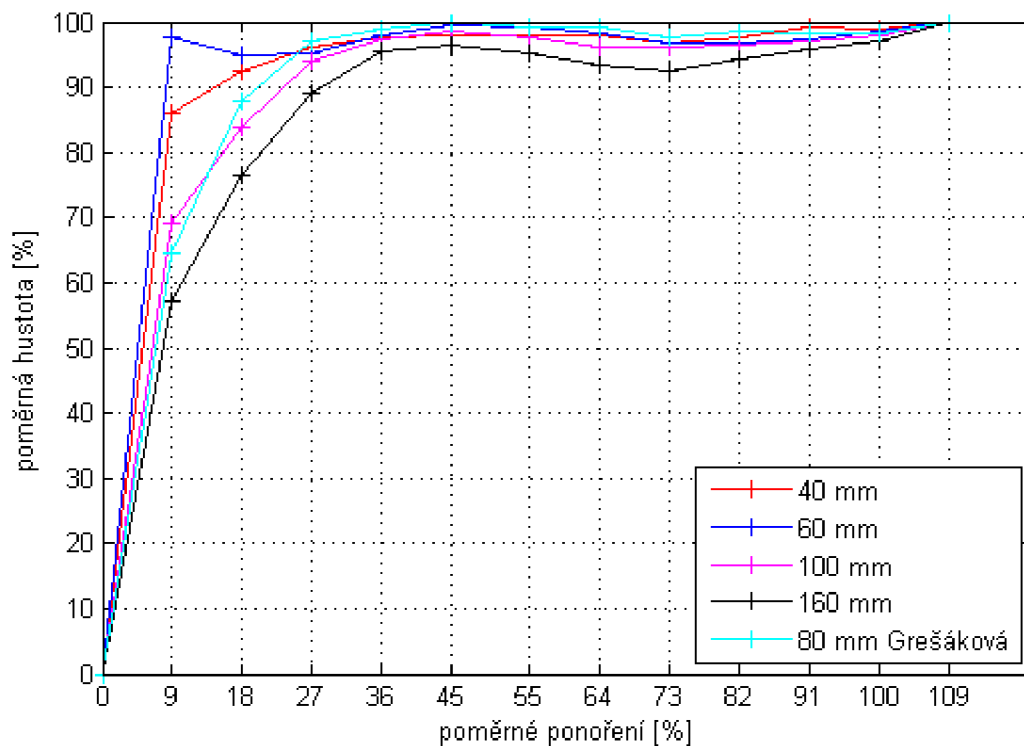
7.3 Torzní tvar kmitu

Na obrázku 7.5 je vyhodnocení přídavné hustoty prvního torzního tvaru kmitu v závislosti na ponoření. Výsledky jsou obdobné jako u ohybového tvaru kmitu. Součásti s užší geometrií vykazují přídavnou hustotu téměř konstantního průběhu s pouze malým plynulým nárůstem, zatímco součásti s širší geometrií mají přídavnou hustotu se složitější závislostí na ponoření. Je patrné lokální maximum přídavné hustoty v místě uzlové úsečky, přesněji řečeno dříve, než je předpokládáný výskyt uzlové úsečky (45 % ponoření). Toto může být způsobeno posunem uzlové úsečky vlivem částečného ponoření, nebo pouze velkým krokem při ponořování.



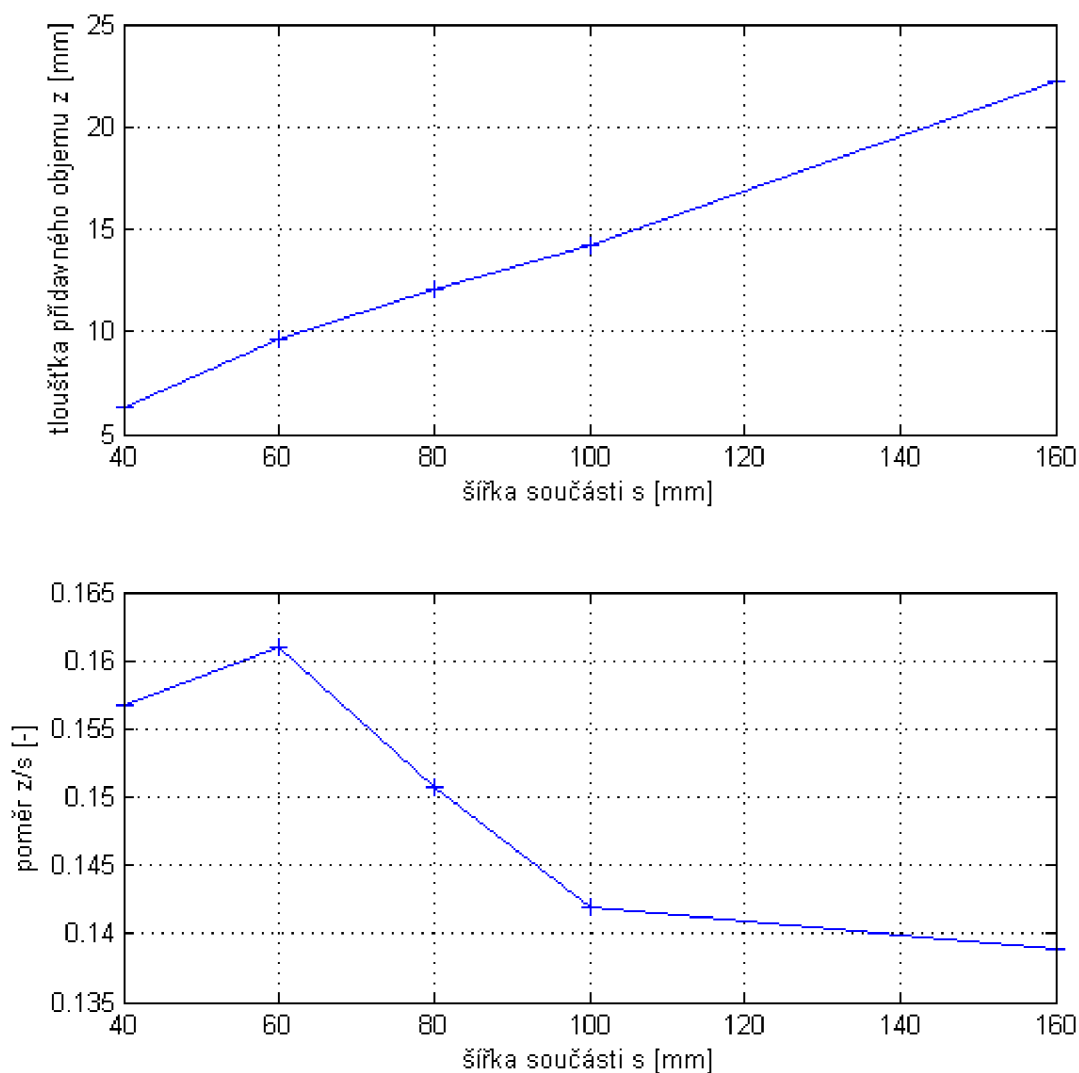
Obr 7.5: Přídavná hustota – torzní tvar kmitu

U torzního tvaru kmitu pásoviny šíře 60 mm vychází poměrně vyšší přídavná hustota u hodnot poměrného ponoření 9 % a 18 %, což je zřetelné především na obrázku 7.6, který vyjadřuje poměrnou přídavnou hustotu v závislosti na poměrném ponoření. Příčinou je pravděpodobně blízkost vlastní frekvence prvního torzního a třetího ohybového tvaru kmitu, jak je vysvětleno v kapitole 5.4 a především na obrázku 5.10.



Obr 7.6: Poměrná přídavná hustota – torzní tvar kmitu

Na první části obrázku 7.7 je znázorněna tloušťka přídavného objemu kmitající kapaliny v závislosti na šířce součásti. Lze vidět stoupající trend tloušťky přídavného objemu s rostoucí šířkou součásti. Tloušťka přídavného objemu vypočítaná z dat práce [5] tomuto trendu odpovídá. Na druhé části obrázku 7.7 je vykreslen poměr tloušťky přídavného objemu ku jeho šířce v závislosti na šířce součásti. Z jinak klesajícího trendu vybočuje pásovina šíře 60 mm. Když však vezmeme v úvahu samotné hodnoty poměru z/s , odchylka činí pouze přibližně 3 %.



Obr 7.7: Tloušťka přídavného objemu – torzní tvar kmitu

8 Závěr

Cílem této diplomové práce bylo pomocí měření zrychlení stanovit vliv kapaliny na pokles vlastní frekvence a nárůst poměrného útlumu rozkmitaného tělesa. Tyto parametry stanovit na zavěšeném tělese, a to pro případ těleso na vzduchu a těleso ponořené do kapaliny. Proměřit minimálně tři zvolené jednoduché geometrie a určit vliv geometrie tělesa na přídavné účinky. Stanovit vliv blízkosti pevné stěny na přídavné účinky. Stanovit vliv a ověřit stanovené přídavné účinky kapaliny pro různé okrajové podmínky.

Všechny cíle se podařilo splnit, přičemž byly vyšetřeny první tři ohybové a první tři torzní tvary kmitu pro případ volně zavěšeného tělesa. V případě okrajové podmínky vetknutí byly vyšetřeny pouze první ohybový a první torzní tvar kmitu. Stanovení vlivu blízkosti pevné stěny proběhlo pro vetknutý nosník, jelikož volně zavěšená součást by se po vybuzení kmitání dotkla stěny.

V práci je uveden přehled základních metod pro vyhodnocení poměrného útlumu: logaritmický dekrement, exponenciální obálka volného útlumu vibrační a nominální šířka rezonančního pásma. Představeny jsou také metoda průměrovaného převráceného mocninného poměru a hybridní metoda, jelikož základní metody mají své nedostatky. Hybridní metoda je považována za nejvhodnější pro vyhodnocení experimentu této práce, a proto je vysvětlena podrobněji v kapitole 3.1.5. Její podstata je v proložení experimentálních dat modelovou výchylkou pomocí metody nejmenších čtverců. Modelová výchylka je funkcí vlastní frekvence ω_0 , poměrného útlumu ξ a konstanty $K = \frac{F_0}{k} e^{i\omega t}$. Aproximací experimentálních dat modelovou výchylkou jsme schopni získat proměnné ω_0 , ξ a K . Dokonce dokážeme určit vlastní frekvenci ω_0 přesněji (v porovnání s jinou uvedenou metodou), jelikož modelová výchylka má jemnější frekvenční krok než amplitudově frekvenční charakteristika získaná Fourierovou transformací z experimentálních dat.

Experiment je proveden na sérii pěti součástí z ploché oceli jednotné tloušťky 6 mm a délky 550 mm, rozdílné šířky 20, 40, 60, 100 a 160 mm. Rozkmitání součástí je realizováno plochým sekáčem. Modální kladívko nebylo možné použít, jelikož část měření proběhla pod vodou. Záznam volného dokmitávání součástí proběhl prostřednictvím ponorného akcelerometru. Experiment se skládá z měření kmitání součástí na vzduchu a ve vodě. Nad rámec zadání je provedeno měření i v polohách částečného ponoření, což umožňuje detailnější vhléd do problematiky. Z jednotlivých grafů vyhodnocení experimentu je patrné, že hloubka ponoru v kmitnách má značný vliv na pokles vlastní frekvence, zatímco v okolí uzlových bodů je tento vliv minimální.

Kapitola 4.7 se poměrně podrobně zabývá volbou časového úseku signálu, z něhož je provedena Fourierova transformace a následné vyhodnocení poměrného útlumu. Časový úsek je odsazen 0,1 sekundy od vybuzení součástí. Samotná jeho délka je přibližně 3,6 sekundy, což při vzorkovací frekvenci 5 kHz odpovídá 18000 časovým krokům. Přesná délka časového úseku je pro každý záznam kmitání individuální. Důvod je tzv. chyba únikem, která je v [11] popsána jako únik energie signálu do spektra v okolí rezonanční frekvence. Aby k tomuto

nedošlo, je nutné, aby délka zpracovávaného signálu byla celočíselný násobek periody měřeného signálu.

V kapitole 5 je vyhodnocení experimentu pro volně zavěšené těleso v malé nádrži. Vyhodnocení komplikuje fakt, že u pásoviny šíře 60 mm jsou vlastní frekvence třetího ohybového a prvního torzního tvaru kmitu velmi blízko sebe, což znázorňuje obrázek 5.10. Ze všech výsledků je zjevné, že šířka geometrie má tím větší vliv na vlastní frekvenci, čím je součást více ponořena do kapaliny. Zároveň je patrné, že větší pokles vlastní frekvence vykazuje součást s větší šířkou geometrie. Dalším závěrem této části práce je fakt, že kapalina má největší vliv na zatlumení nízkých frekvencí, tedy na vlastní frekvence prvního ohybového tvaru kmitu, což je ve shodě s literaturou. Zatlumení vlastních frekvencí torzních tvarů kmitu je méně výrazné a s menšími rozdíly mezi módy, jelikož jsou na vyšších frekvencích. Jako příklad výsledků budiž uvedeny pouze krajní hodnoty poklesu první vlastní frekvence. U pásoviny šíře 20 mm došlo ponořením do kapaliny k poklesu vlastní frekvence prvního ohybového tvaru na 85 % hodnoty na vzduchu. U pásoviny šíře 160 mm došlo ponořením do kapaliny k poklesu vlastní frekvence prvního ohybového tvaru kmitu na 63 % hodnoty na vzduchu.

Pásovina šíře 60 mm vykazuje v porovnání s ostatními šířkami nižší vlastní frekvenci na vzduchu a zároveň nižší pokles frekvence při plném ponoření. Při srovnání křivek nárůstu poměrného útlumu s ostatními tělesy je vidět značné rozkolísání, zatímco ostatní šířky vykazují víceméně rovnoměrný nárůst s rostoucím ponořením. Toto může být způsobeno nehomogenitou materiálu, případně chybou při měření, ale také odchylkami v tloušťce a rovinatosti součásti, což vnáší nejasnosti do vyhodnocení poměrného útlumu. Za pozornost stojí také skutečnost, že k rozkolísání křivky poměrného útlumu součásti šíře 60 mm dochází především u prvního ohybového tvaru kmitu, v malé míře také u druhého torzního tvaru kmitu, ne však u dalších tvarů kmitu.

Trend poměrného útlumu lze obecně vyjádřit jako rostoucí s rostoucím ponořením součásti. Pouze v případě prvního torzního tvaru kmitu je poměrný útlum plně ponořené součásti 74 % hodnoty na vzduchu. Příčinou je pravděpodobně skutečnost, že frekvence 216 Hz prvního torzního tvaru je příliš blízká násobku prvního ohybového tvaru 103,6 Hz, což dělá problém při vyhodnocení a navyšuje poměrný útlum o torzní tvar kmitu. V grafu poměrného útlumu v závislosti na ponoření nelze hledat spojitost s uzlovými body kmitu, jelikož jsou hodnoty poměrného útlumu příliš rozkolísané.

Velikost poměrného útlumu se při opakování téhož měření liší, protože poměrný útlum je závislý na velikosti budící síly. Buzení je prováděno ručně plochým sekáčem, a proto je budící síla proměnlivá. Ideální by bylo provést buzení pomocí modálního kladívka, avšak toto není možné, protože experiment je prováděn pod vodou. Určení přesných hodnot modálních parametrů však není pro potřeby této práce klíčové, jelikož jsou zjišťovány především trendy vlastní frekvence a poměrného útlumu.

U pásoviny šíře 20 mm došlo ponořením do kapaliny k nárůstu poměrného útlumu prvního ohybového tvaru na dvojnásobek hodnoty na vzduchu. U pásoviny šíře 160 mm došlo

ponořením do kapaliny k nárůstu poměrného útlumu prvního ohybového tvaru kmitu na desetinásobek hodnoty na vzduchu.

Jelikož bylo nutné provést část experimentu s vetknutím ve velké nádrži, proběhlo porovnání vlivu velikosti okolní nádrže pro velkou a malou nádrž. Experiment byl proveden na dvou součástech totožných rozměrů, zhotovených ze stejného polotovaru. S ohledem na nejednoznačné výsledky poměrného útlumu lze tvrdit, že polotovar pásové oceli 60 mm široké je pravděpodobně nehomogenní, nebo s odchylkami od rovinatosti. Křivky poklesu vlastní frekvence jsou takřka shodné pro experiment provedený v malé i velké nádrži. Z toho lze vyvodit závěr, že rozdíl velikostí nádrží použitých v této práci neměl na vlastní frekvenci prokazatelný vliv.

Kapitola 6 se zabývá vyhodnocením experimentu pro vetknuté těleso ve velké nádrži. Experiment proběhl pouze na pásovině širší 60 mm. Z výsledků vyplývá, že okolní kapalina zatluší první vlastní frekvenci vetknutého nosníku přibližně na 70 %. Při přibližování pevné stěny je zřejmé, že přibližně ve vzdálenosti 85 % šíře nosníku začne docházet k poklesu první vlastní frekvence. Ve vzdálenosti 8 % šíře nosníku dochází k poklesu první vlastní frekvence na 53 % hodnoty na vzduchu. Menší vzdálenosti nebylo možné dosáhnout vzhledem k realizaci vetknutí svarem u paty nosníku. Do vzdálenosti od pevné stěny 32 % šíře nosníku je poměrný útlum ve vodě přibližně osminásobek poměrného útlumu na vzduchu. Od této vzdálenosti blíže k pevné stěně dochází k rychlému nárůstu poměrného útlumu až na devatenásobek ve vzdálenosti 8 % šíře nosníku.

V kapitole 7 je nad rámec zadání vyhodnocení přídavné hustoty od kapaliny pomocí MKP modální analýzy v softwaru ANSYS. Určena byla přídavná hustota pro první ohybový a první torzní tvar kmitu. Z tvarů křivek přídavné hustoty je patrné, že přídavná hustota součástí s užší geometrií není na hloubce ponoření příliš závislá, vykazuje poměrně malý a plynulý nárůst. U součástí s širší geometrií lze rozeznat uzlové body kmitu, v jejichž okolí se nachází lokální maxima přídavné hustoty. Totéž lze tvrdit o ohybovém i torzním tvaru kmitu.

Dále byla přídavná hustota přepočítána na ekvivalentní objem kapaliny, který přiléhá k oběma stranám součásti a kmitá spolu s ní. Lze vidět stoupající trend tloušťky přídavného objemu s rostoucí šířkou součásti. Tytéž závěry lze vyvodit o ohybovém i torzním tvaru kmitu. Tato část výsledků je využitelná pro stanovení přídavných účinků od kapaliny u tvarově podobných součásti.

Seznam použitých zdrojů

- [1] S. LINDHOLM, Ulric, Dil KANA, Wen-Hwa CHU a H. NORMAN ABRAMSON. Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water. *Journal of Ship Research*. 1962, 9(1), 11-12.
- [2] VU, V.H., M. THOMAS, A.A. LAKIS a L. MARCOUILLER. Effect of added mass on submerged vibrated plates. In: Conference: 25th Seminar on machinery vibration, Canadian Machinery Vibration Association, At St John [online]. 2007 [cit. 2018-10-26]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/242261341_EFFECT_OF_ADDED_MASS_ON_SUBMERGED_VIBRATED_PLATES
- [3] SEDLAR, Damir, Zeljan LOZINA a Damir VUČINA. Experimental investigation of the added mass of the cantilever beam partially submerged in water. *Tehnicki Vjesnik*. 2011, 18(4), 589-594. ISSN 1330-3651.
- [4] HENGSTLER, Johannes. Influence of the Fluid-Structure Interaction on the Vibrations of Structures [online]. Zürich, 2013 [cit. 2018-10-10]. Dostupné z: <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010039229>. Disertační práce. ETH Zürich.
- [5] GREŠÁKOVÁ, Kristýna. Experimentální stanovení vlivu kapaliny na kmitající těleso. Brno, 2018, 81 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce doc. Ing Vladimír Habán, Ph.D.
- [6] HADDARA, M.R. a S. CAO. A study of the dynamic response of submerged rectangular flat plates. *Marine Structures* [online]. Elsevier, 1996, 9(10), 913-933 [cit. 2018-10-26]. DOI: 10.1016/0951-8339(96)00006-8. ISSN 0951-8339. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0951833996000068?via%3Dihub>
- [7] BRENNEN, C. A review of added mass and fluid inertial forces: Technická zpráva. Department of the Navy, Port Hueneme, CA, USA, 1982.
- [8] HABÁN, Vladimír. Přednášky z předmětu Dynamika energetických strojů a jejich příslušenství. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Odbor fluidního inženýrství Viktora Kaplana, 2018.
- [9] EWINS, D. J. Modal testing: Theory and Practice. Rev. with new notation. Letchworth: Research Studies Press, 1986. ISBN 08-638-0017-3.
- [10] JULIŠ, Karel a Rudolf BREPTA. Mechanika: II. díl, Dynamika. Praha: SNTL, 1987. Technický průvodce.
- [11] BILOŠOVÁ, Alena. Aplikovaný mechanik jako část týmu konstruktérů a vývojářů: část modální zkoušky: Studijní opora. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2012.

- [12] ONDRA, Václav. Vytvoření aplikace pro získání modálních parametrů při experimentální modální analýze. Brno, 2013, 129 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Ing. Petr Lošák, Ph.D.
- [13] BUTTERWORTH, John, Jin Hee LEE a Barry DAVIDSON. Experimental determination of modal damping from full scale testing. 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada August 1-6, 2004, Paper No. 310.
- [14] YIN, H.P. An average inverse power ratio method for the damping estimation from a frequency response function. *Mechanical Systems and Signal Processing* [online]. Elsevier, 2010, 24(3), 617-622 [cit. 2018-09-28]. DOI: 10.1016/j.ymsp.2009.10.019. ISSN 0888-3270. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com.ezproxy.lib.vutbr.cz/science/article/pii/S0888327009003677>
- [15] Metody aproximace komplexních dat v prostředí MATLAB. MathWorks [online]. [cit. 2018-09-06]. Dostupné z: <https://se.mathworks.com/help/optim/ug/fit-model-to-complex-data.html>
- [16] LITTLER, J.D. An assessment of some of the different methods for estimating damping from full-scale testing. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* [online]. 1995, 57(2-3), 179-189 [cit. 2019-02-24]. DOI: 10.1016/0167-6105(94)00109-Q. ISSN 01676105. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/016761059400109Q>
- [17] ZUTH, Daniel a František VDOLEČEK. Měření vibrací ve vibrodiagnostice. *AUTOMA: časopis pro automatizační techniku* [online]. 2010, 2010(01), 32-36 [cit. 2019-03-01]. Dostupné z: http://www.automa.cz/Aton/FileRepository/pdf_articles/40375.pdf
- [18] BILOŠOVÁ, Alena a Jan BILOŠ. Aplikovaný mechanik jako část týmu konstruktérů a vývojářů: část vibrační diagnostika: Studijní opora. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2012.
- [19] STOICA, Petre a Randolph L. MOSES. *Spectral analysis of signals*. Upper Saddle River, N.J.: Pearson/Prentice Hall, 2005. ISBN 01-311-3956-8.
- [20] ZUTH, Daniel. *Analýza nejistot ve vibrodiagnostice*. Brno, 2009, 95 s. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Ústav automatizace a informatiky. Vedoucí práce Ing. František Vdoleček, CSc.

Seznam použitých symbolů a zkratek

Symbols

a	[m/s ²]	zrychlení
b	[N·s/m]	tlumení
E	[Pa]	Youngův modul pružnosti
$f(t)$	-	časově závislá funkce
$F(\omega)$	-	frekvenčně závislá funkce
f_0	[Hz]	vlastní frekvence
F_0	[N]	budící síla
$H(\omega)$	-	frekvenčně odezvoivá funkce obecně
i	-	imaginární jednotka
k	[N/m]	tuhost
K	[m]	proměnná hybridní metody
l	[m]	délka součásti
m	[kg]	hmotnost
N	[-]	počet vzorků signálu
P	-	energetický obsah signálu, výkon signálu
s	[m]	šířka součásti
t	[s]	čas
t	[m]	tloušťka součásti
$T_{sig}; T_{vz}$	[s]	perioda měřeného signálu; vzorkovací perioda
v	[m/s]	rychlost
x	[m]	výchylka
x_{ef}	-	průměrný výkon amplitudy měřené veličiny
x_m	[m]	modelová výchylka
z	[m]	tloušťka přídavného objemu kapaliny
δ	[rad/s]	celočíselný násobek vzorkovací frekvence
ξ	[-]	poměrný útlum

η	[-]	poměrné naladění
$\rho_{\text{celk}}; \rho_k; \rho_{\text{oc}}; \rho_p$	[kg/m ³]	hustota celková; kapaliny; oceli 7850 kg/m ³ ; přídavná
$\rho(\omega)$	[-]	převrácený mocninný poměr
$\omega; \omega_0$	[rad/s]	úhlová frekvence; vlastní úhlová frekvence

Zkratky

FFT	rychlá Fourierova transformace (Fast Fourier Transform)
FRF	frekvenční odezvoivá funkce (Frequency Response Function)
MDOF	system s více stupni volnosti (Multi Degree of Freedom System)
SDOF	system s jedním stupněm volnosti (Single Degree of Freedom System)