Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta

INTERAKTIVNÍ VÝUKA TÉMATU KVADRATICKÉ ROVNICE, NEROVNICE A KVADRATICKÉ FUNKCE NA SOŠ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Monika Babková

Strakonice, listopad 2012

Poděkování

Děkuji RNDr. Heleně Binterové, Ph.D. za odbornou pomoc a cenné rady při zpracovávání mé diplomové práce.

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Interaktivní výuka tématu kvadratické rovnice, nerovnice a kvadratické funkce na SOŠ jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedené v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 30. 11. 2012 ………………………….

Anotace

Ve své diplomové práci se zabývám kvadratickou rovnicí, nerovnicí a kvadratickou funkcí a jejich výukou s využitím počítače a interaktivní tabule.

Vlastní práce je rozdělena na dvě části, teoretickou a praktickou. V teoretické části se zabývám motivací k učení, konstruktivizmem, hodnocením výukových materiálů a interaktivitou ve školním prostředí. Uvádím závěry z vyučovacích hodin, v nichž jsem vyzkoušela připravené pracovní listy se studenty SOŠ.

Praktická část obsahuje připravené pracovní listy pro výuku s interaktivní tabulí v hodinách matematiky, které jsem vyzkoušela v praxi na SOŠ ve Strakonicích.

Annotation

In my thesis I deal with quadratic equation, inequality and quadratic function and their teaching with using computer and interactive whiteboard.

The thesis is devided into two parts, theoretical one and practical one. In the theoretical part I deal with motivation to learning, constructivism, rating the teaching materials and interactivity in the school surrounding. I state my conclusions from lessons, where I used the prepaired worksheets with secondary vocational school students.

The practical part includes my own created worksheets for teaching with interactive whiteboard and their use in teaching on a secondary vocational school.

Obsah:

1. Úvod

V teoretické části mé práce se zabývám pojmem konstruktivizmus. Styl konstruktivistické výuky přímo nabádá a svádí k výuce na interaktivní tabuli, jejíž schopnosti a přednosti jsem využila ke své práci. V této části se také zmiňuji o motivaci, protože základem úspěšné výuky jsou dobře motivovaní studenti. Měli bychom vědět, jakými prostředky je vhodně motivovat, aby se sami snažili dosáhnout co nejlepších studijních výsledků.

Důležitým činitelem výuky je vhodně zvolená učebnice. Český trh nenabízí mnoho učebnic pro výuku matematiky na SOŠ. Snažila jsem se porovnat jejich kvalitu a zhodnotit jejich obsah.

Tématem praktické části je výuka kvadratické rovnice, nerovnice a kvadratické funkce. Snažila jsem se vytvořit ucelený materiál, který bude vhodný nejen pro využití v hodině matematiky ve škole a pro studenty při domácí přípravě, ale i nápomocný jiným učitelům při jejich práci. Vzhledem k rozvoji moderní technologie jsem zvolila zpracování tématu pro výuku s použitím interaktivních tabulích, které se stávají nedílnou součástí vybavení každé školy. Mým cílem bylo seznámit studenty s daným tématem zajímavější formou, než jsou zvyklí, prohloubit jejich zkušenosti s interaktivní tabulí a ukázat jim matematický program, který mohou využít ke studiu.

Vybrala jsem si téma interaktivní výuky kvadratické rovnice, nerovnice a kvadratické funkce, protože se při něm dá dobře využít interaktivní tabule k tvoření grafů. Její používaní je vhodné pro studenty, kteří mají problémy s představivostí a s nepřesným zakreslením grafů. Většina z nich má bohaté zkušenosti s počítačem a práce na něm je baví. Jsem přesvědčena, že interaktivní tabule je vhodným prostředkem pro odstranění zmiňovaných problémů a zároveň vhodným pomocníkem při aktivování samostatné činnosti studentů.

Nejrozšířenějším druhem interaktivních tabulí na našem trhu je Smart Board, proto jsem svou diplomovou práci tvořila pro ni. Zvolila jsem matematický program GeoGebra pro jeho dostupnost, přehlednost a jednoduchost.

2. Konstruktivistické vyučování

Jak ve své knize uvádí Hejný (2009), konstruktivistické vyučování využívá principu konstruktivizmu. Ten je v psychologických a sociálních vědách označován jako směr druhé poloviny 20. století, který zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, význam jeho vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností. Učitel formuluje úlohy a problémy, pokud možno žádný poznatek studentům nesděluje, k poznání je vede pouze otázkami, řídí diskuzi. Studenti řeší úlohy a problémové situace, využívají svých zkušeností a experimentováním provázeným mnohými diskuzemi získávají další poznatky. Jejich postupným zobecňováním konstruují nové závěry. Velký důraz je kladen na autonomní práci studenta (Hartl, Hartlová 2000, s. 271).

Petty (2004) konstruktivizmus popisuje jako tzv. metodu objevování a řízeného objevování. Při učení touto metodou se od studentů očekává, že na dané principy či metody budou přicházet sami – i když většinou s určitou cizí pomocí nebo po zvláštní přípravě. Oproti jiným autorům Petty zmiňuje i některé nevýhody metody objevování. Bývá kritizována, že učí studenty objevovat špatná řešení a uvádí je ve zmatek. Nejedná se o kritiku metody samotné, ale jejího chybného provádění. Jde o metodu pomalou, ale dostatečná pomoc učitele může do značné míry tuto nevýhodu překonat. Důležitým nedostatkem je skutečnost, že tato metoda nikdy nestačí sama o sobě. Studenti potřebují, aby jim byly nové poznatky vysvětleny na základě jejich dosavadních znalostí a zkušeností.

Hejný (2001, s. 19) ve své knize uvádí několik myšlenek konstruktivistického vyučování. Takto vedená výuka směřuje k rozvoji žákovy osobnosti, k rozvoji kognitivních a metakognitivních schopností. Poznání založené na vlastní zkušenosti vede v ideálním případě k poznatkům, které jsou kvalitnější než poznatky získané v transmisivním vyučování. Tyto a další zásady konstruktivistického vyučování jsou shrnuty v tzv. desateru konstruktivizmu.

2.1 Desatero konstruktivizmu

Hlavními propagátory konstruktivizmu u nás jsou Hejný a Kuřina. Ve své knize Dítě, škola a matematika uvádí zásady pro konstruktivistický přístup k vyučování. Vzhledem k jejich důležitosti ve výuce je uvádím v celém znění.

***Aktivita** – Matematiku chápeme především jako specifickou lidskou aktivitu, nikoliv jen jako její výsledek, který se obvykle definuje do souboru definic, vět a důkazů.*

***Řešení úloh** – Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení a jejich dokazování. Tvorba matematických modelů reality je pak jeho součástí.*

***Konstrukce poznatků** – Poznatky, a to nejen matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.*

***Zkušenosti** - Vytváření poznatků (např. v oblasti pojmů, postupů, představ, domněnek, tvrzení, zdůvodnění) se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si přináší žák zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by však mít dostatek příležitostí nabývat zkušeností i ve škole (experimentování, řešení úloh…).*

***Podnětné prostředí** - Základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Nutným předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů (otázky, úlohy, problémy…) na straně jedné a sociální klima třídy příznivé tvořivosti na straně druhé.*

***Interakce** - Ačkoli je konstrukce poznatků proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuse, srovnání výsledků, konstrukce příkladů a protipříkladů, pokusy o formulace domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů…).*

***Reprezentace a strukturování** - Pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrůznějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různě orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.*

***Komunikace** - Pro konstruktivistické vyučování v matematice má značný význam komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je* *neverbální vyjadřování, jiným matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět jazyku druhých je třeba systematicky pěstovat.*

Vzdělávací proces *- Vzdělávací proces v matematice je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek. První je porozumění matematice, druhé je zvládnutí matematického řemesla, třetí jsou aplikace matematiky. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů a postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvíjení matematického řemesla vyžaduje trénink a případně i paměťové zvládnutí určitých pravidel, algoritmů a definic. Aplikace matematiky nemusí být jen vyvrcholením vzdělávacího procesu, ale muže hrát i roli motivační. Matematiku se učíme jejím provozováním.*

Formální poznání *- Vyučování, které má charakter předávání informací (vyučování transmisivní), nebo vyučování, které dává pouze návody, jak postupovat (vyučování instruktivní), vede především k ukládání informací do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci (např. u zkoušky), obvykle však dochází k jejich rychlému zapomínání a zřídkakdy k jejich netriviálnímu využití. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním.* (Hejný, Kuřina 2009, s. 194)

Stehlíková, Cachová (2006) ve své práci uvádějí pět tezí, které podle nich popisují podnětnou výchovu. 1. Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání. 2. Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje. 3. Učiteli jde především o žákovu aktivní činnost. 4. Učitel nahlíží na chybu jako na vývojové stádium žákova chápání matematiky a impulz pro další práci. 5. Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi. Všechny své teze ilustrují na příkladech z praxe – z výuky matematiky na základní škole u nás nebo v zahraničí.

2.2 Druhy konstruktivizmu

Konstruktivizmus je směr, který se stálé vyvíjí a ukrývá v sobě několik směrů. Hejný (2004, s. 12) uvádí tři základní druhy konstruktivizmu. ***Radikální konstruktivizmus*** zavrhuje vše mimo svět zkušeností jedince. Radikální konstruktivisté nepřipouštějí možnost „objektivní pravdy“. To mimo jiné vede k tomu, že poznávající jedinec nemůže nikdy dosáhnout znalosti reálného světa. Základy ***kognitivního konstruktivizmu*** položili již psychologové Piaget a Dewey. Průcha (1995) uvádí, že poznávání se v tomto případě děje tak, že si poznávající jedinec spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur a provádí s nimi mentální operace, které odpovídají úrovni jeho kognitivního rozvoje. Základy pro ***sociální konstruktivizmus*** se objevují již v práci L.Vygotského, který zdůrazňuje nezastupitelnou roli sociální interakce a kultury v konstrukci poznatků.

2.3 Formalizmus

Protipólem konstruktivistického vyučování je transmisivní vyučování, ve kterém je důležitější výkon studenta než rozvoj jeho osobnosti. Učitel se při něm snaží předat studentům hotové informace a žák je v roli jejich pasivního příjemce.

Transmisivní vyučování vede k tzv. formalizmu, který Hejný, Kuřina (2009) nazývají jako nemoc kognitivní struktury. Žáci užívají často slov, kterým vůbec nerozumějí. Číslo iracionální jim splývá s pojmem odmocniny, číslo reálné s racionálním, ověření věty s jejím důkazem apod. Tento nedostatek lze odstranit názorným uváděním vhodných příkladů a jejich podrobným rozborem. Poznatky formalistické jsou nestálé, žáci je rychle zapomenou, cvičí se jimi jen paměť, nerozvíjí se ani myšlení, ani představivost žáků. Proto je nutno proti formalistickému získávání poznatků rozhodně bojovat. (Molnár, Schubertová, Vaněk 2007)

Kapitolu, ve které Hejný, Kuřina (2009) bojují proti formalizmu, nazvali vzhledem ke svému metaforickému pojetí formalizmu „Prevence formalizmu“. Píší, že formalizmus lze účinně odstraňovat jedině systematickou školní prací a zvýrazněním prvků konstruktivního přístupu učitelů matematiky k vyučování. V jiných kapitolách se zmiňují o diagnostice formalizmu. Důležitou roli hraje stejně jako při léčení somatických nemocí prevence jeho vzniku a odstraňování jeho projevů v počátečním stádiu. Je proto důležité věnovat se především prevenci formalizmu.

2.4 Závěr

Vzhledem k současné situaci vzdělávání ve školách si myslím, že by učitelé matematiky měli více dodržovat zásady konstruktivizmu. Napomáhají tak k lepšímu rozvoji osobnosti studentů. Pokud neposkytnou studentům prostor pro vlastní poznání, experiment a vyslovování vlastních názorů, výrazně jim snižují následnou adaptaci do pracovního procesu, kde se s problémy a úkoly budou setkávat denně. Žádný „učitel“ jim již neposkytne informace, jak danou situaci vyřešit.

3. Motivace ve výuce

V další části své práce bych se chtěla věnovat motivaci, protože úzce souvisí s konstruktivizmem. Stehlíková, Cachová (2006) uvádějí, že podle konstruktivistického přesvědčení je k nabytí poznání nutná intelektuální aktivita žáka a že důležitou, dokonce rozhodující roli zde hraje jeho vnitřní motivace. Úlohou učitele je vnitřní motivaci navozovat.

Pokud učitel umí vhodně motivovat studenty, významně tak zvyšuje výsledky učení. Naopak jestliže se studenti z nějakého důvodu nechtějí učit, je efektivita tak nízká, že se vlastně nic nenaučí. Proto je velmi důležité, aby si učitel na každou hodinu připravil nejenom obsah hodiny, ale aby si cíleně připravil i způsob, jak bude studenty motivovat.

Podle Čápa (1993) je motivace k učení velmi složitá a působí v ní větší počet rozmanitých potřeb, citů, hodnotových orientací, dílčích motivačních momentů, a to v kombinacích, které jsou při srovnání různých jednotlivců odlišné. Zároveň se tyto faktory mění v průběhu života téhož jednotlivce. Hrabal (1989) ve své knize píše, že na výsledku procesu motivování se podílí jednak žák sám, jednak učitel, rodiče a spolužáci. Především bych se zaměřila na otázku vlivu učitele a žáka, protože působení ostatních činitelů je do jisté míry individuální a těžko se dá ovlivňovat.

Literatura, která se zabývá problematikou motivace ve výuce, uvádí mnoho pohledů na ni, ale již Komenský (1946, s. 31) ve svém díle říká: „Přistupuj k učení jen tehdy, byla-li u žáka silně podnícena chuť k učení.“ Můžeme říci, že pro školní praxi je motivace k učení velmi důležitý a nepostradatelný faktor, na který je třeba pamatovat a respektovat jeho zákonitosti. Robert M. Gagné (1965) ve svém díle Podmínky učení jeho myšlenky potvrdil.

3.1 Vnitřní motivace

Hrabal, Man (1989) zavádějí pojem vnitřní motivace pro motivaci učební činnosti, která plyne převážně z poznávacích potřeb. Vnitřní proto, že činnost sama uspokojuje danou potřebu. Vnitřní motivace bývá považována za kvalitnější a stálejší než motivace vnější. Pojmu vnější motivace se budu věnovat v následující kapitole. Žák, který je vnitřně motivován, se učí proto, že učení pro něj představuje zdroj poznání.

V jiné literatuře (Lokšová, 1999) se hovoří o vnitřní motivaci, když člověk vykonává určitou činnost jen kvůli ní samé, aniž by očekával jakýkoliv vnější podnět, ocenění, pochvalu nebo jinou odměnu. Ve školním prostředí jsou pro učitele i žáka stěžejní především potřeby poznávací, výkonové a sociální (Lokšová, 1999).

Dříve, než se budu zabývat stěžejními potřebami, bych se zmínila o tom, jak popisuje pojem potřeby odborná literatura. Motivací se ve své knize zabývá i Nakonečný (2003), který pojem potřeby vyjadřuje jako základní formu motivu, a to ve smyslu nějakého deficitu (nedostatku) v biologické či sociální dimenzi bytí. V jiném zdroji se Lokšová (1999) zmiňuje, že potřeby se projevují pocitem vnitřního nedostatku nebo přebytku, který vzniká při narušení rovnovážného stavu (homeostázy) organismu. Potřeby mohou být vrozené nebo naučené.

Kognitivní (poznávací) potřeby se rozvíjejí zároveň s vývojem rozumových schopností jedince a jsou ovlivněny sociálním a kulturním prostředím, výchovou a vzděláním (Helus, 1979). Víme, že když dítěti poskytneme jeho základní fyziologické potřeby, začne pozorovat a zajímat se o své okolí. Když jeho potřeby neuspokojíme, dítě pláče a nemůže vnímat okolní svět.

Chceme-li studenty při výuce zaujmout a připravit jim hodinu atraktivnější, musíme s nimi pracovat rozmanitě. Abychom předešli situaci, kdy se studenti ve výuce budou nudit a ztrácet pozornost, vytvořil Hrabal (1989) několik zásad pro oživení vyučování. ***Zásada překvapivosti***, kdy učitel prezentuje situaci, jejíž výsledek je jiný, než žáci očekávali v konfrontaci s předchozími zkušenostmi. ***Zásada vyvolání***

pochybnosti, tj. prezentování obecného principu, který může nebo nemusí být platný. Vzniklá pochybnost je aktivačním momentem pro kognitivní motivaci. Ta vzniká zadáváním úkolů, které mohou mít více správných řešení. ***Zásada zadání obtížného úkolu***, na první pohled až neřešitelného, který žáci s jistou mírou nápovědy vyřeší. Všechny jeho zásady mohou navodit vhodné podmínky pro poznávací potřeby, s kterými žáci docílí většího zájmu o učivo.

Častým problémem ve výuce je zadávání úloh. Výběr úloh je pro jejich obtížnost nelehký úkol. Samotná motivace nároky na jejich výběr učiteli problém neulehčuje. Lokšová (1999) ve své knize zmiňuje, že úlohy samy mají žáky motivovat k tomu, aby je vyřešili. Úlohy mají být dostatečně těžké a náročné, aby rozvíjely osobnost žáků. Zadáváme tedy úlohy, které mírně převyšují jejich schopnosti a dosavadní znalosti. Pouze takové úlohy je budou motivovat, vytvářet v nich chuť řešit je, prodírat se problémem. Špatně stanovené, málo náročné úlohy povedou k pasivitě studentů ve vyučování a k poklesu pozornosti.

Samotné základy výkonových potřeb si vytváří dítě v rodinném prostředí, kde je neustále vybízeno a povzbuzováno k samostatnosti a k přesnosti výkonu. Teorie výkonové motivace analyzuje zejména motiv úspěšného výkonu a motiv vyhnutí se neúspěchu (Lokšová, 1999). Hrabal, Man (1989) nahlíží na výkonové potřeby následovně. Dítě, které přichází do školy s určitým zaměřením, se stává objektem množství hodnocení, které přisuzují určitou úroveň jeho výkonům ve srovnání s ostatními žáky. Dítě se tak dostává do role úspěšného, průměrného nebo neúspěšného žáka, a to má zpětný vliv na jeho motivační sféru. Postupem času získává žák opakovanou zkušenost se školním úspěchem či neúspěchem a tím se u něj postupně vytváří tzv. specifické výkonové potřeby.

Motiv úspěšného výkonu a motiv vyhnutí se neúspěchu jsou dvěma hlavními motivy výkonové motivace. Podle Hrabala (1989) se převaha potřeby úspěšného výkonu nad potřebou vyhnout se neúspěchu projevuje žákovým odpovídajícím chováním ve výkonové situaci. Jeho názor sdílí také Lokšová (1999, s. 32), která říká, že dítě s převažující potřebou úspěšného výkonu má tendenci vidět příčinu úspěchu ve svých pozitivních vlastnostech, zatímco neúspěch většinou pokládá za důsledek nedostatečného vynaložení svých sil. Dále ve své knize popisuje, jak je důležité nejen pozitivní hodnocení k posilování žákova kladného chování, ale i správné výchovné působení ve škole a v rodině, které by mělo být zaměřeno na formování potřeby úspěšného výkonu.

Sociálními potřebami, které u malých dětí bezprostředně propuknou, jsou vztahy k nejbližším osobám. Při přítomnosti matky či otce se cítí v bezpečí a projevují svou radost. Ve školním prostředí jsou sociální potřeby významné především proto, že žák se rozvíjí v interakci s jinými lidmi. Podle Lokšové (1999) jsou nejvýznamnějšími potřebami žáka zejména potřeba pozitivních vztahů a potřeba sociálního vlivu, resp. prestiže. Potřeba pozitivního vztahu se ve třídě projevuje kladnými vztahy ke spolužákům nebo učitelům, resp. k oběma. Naproti tomu potřeba prestiže se projevuje tendencí dosáhnout vysokého sociálního hodnocení (Helus, 1979, s. 71).

Hrabal (1989) popisuje podmínky, které musí být během výuky dodrženy: 1. Všichni žáci musí cítit, že mají rovnocennou možnost úspěchu. 2. Aktivity je potřeba střídat tak, aby všichni žáci mohli příležitostně uspět. Všem žákům nevyhovuje stejný způsob úloh. 3. Motivovat žáky, aby nesrovnávali své výkony s ostatními, ale snažili se o úspěšné řešení úkolu.

Studenti, kteří jsou vnitřně motivováni, přistupují k učení s mnohem větším nadšením, elánem a jsou otevřenější ke vstřebávání nových informací. Jejich práce je efektivnější a často pro ně zábavná. Větších výkonů bude tedy dosahovat student, který se učí pro svoje potěšení a své cíle, než student, který se učí proto, aby od rodičů dostával kapesné.

3.2 Vnější motivace

Jestliže motivace učební činnosti plyne převážně z uznávaných potřeb, mluvíme obvykle o vnitřní motivaci, protože činnost sama uspokojuje danou potřebu. V ostatních případech, jsou-li prostřednictvím učební činnosti uspokojovány jiné, původně na ní nezávislé potřeby, mluvíme o vnější motivaci (Hrabal, Man 1989). Petty (2004) považuje vnější motivaci za způsob, jak dovést žáka k tomu, aby se učil.

Chování motivované vnějšími činiteli je ve své podstatě instrumentální – je nástrojem pro dosažení nějakých vnějších motivačních činitelů – např. odměny nebo vyhnutí se trestu (Lokšová, 1999). Nejpoužívanějším vnějším faktorem ve školní praxi je klasifikace. V běžném životě jsou používanější odměny a tresty.

Lokšová (1999) píše, že nové výzkumné teorie uvádí čtyři odlišné druhy chování člověka motivovaného vnějšími činiteli. 1. ***Externí regulace*** – chování ovlivněné externími motivačními činiteli – odměna, trest. 2. ***Regulace pasivně převzatá*** – zvenku převzatá, ale vnitřně neakceptovaná regulace chování – pocit viny. 3***. Identifikovaná regulace*** – žák přijímá danou hodnotu za svou. Identifikace mu umožňuje pochopit smysl vykonávané činnosti. 4. ***Integrovaná regulace*** – nejvyšší forma vnější motivace, vnější činitel je asimilován s ostatními zájmy, hodnotami a potřebami.

U žáků, kde převládá vnější motivace, se projevuje nižší schopnost vyrovnání se s neúspěchy, větší úzkost, horší přizpůsobení než u žáků, u kterých převládá vnitřní motivace. Z pohledu učitele a vnější motivace bylo zjištěno, že pozitivní účinek má vnější motivace ve slovní zpětné vazbě - pochvaly, ocenění (Lokšová, 1999).

Jedním z vnějších činitelů, jak je nazvala Lokšová, je i odměna a trest. V této problematice se vede mnoho diskuzí a existuje velké množství názorů na dané téma. V médiích se již dlouhou dobu objevují články, které se týkají fyzických trestů. Zaměřila bych se spíše na působení odměn a trestů na výkon studentů.

Nejprve bych definovala oba pojmy. Výstižná definice se objevuje v knize Odměny a tresty ve školní praxi (Čapek, 2008). Odměna – je takové působení, spojené s chováním nebo jednáním jedince, které vyjadřuje pozitivní hodnocení a přináší vychovávanému radost a uspokojení některých jeho potřeb. Naopak trest – je takové působení, spojené s chováním nebo jednáním jedince, které vyjadřuje negativní hodnocení a přináší vychovávanému nelibost, frustraci nebo omezení některých jeho potřeb. Tresty a odměny ve školním prostředí regulují chování žáků a utvářejí prvky nové na základě obecně přijímaných postulátů: Odměna zvyšuje frekvenci chování, které k ní vede. Když chování neposilujeme, jeho četnost se sníží, vyhasíná. Pozorování vzoru vede k novému způsobu chování. Námi navozovaná změna chování musí být v souladu s potřebami jedince. Trest snižuje pravděpodobnost, že se dané chování bude opakovat.

Odměnu jsem již definovala v předešlém textu. Nyní se zaměřím na otázky, proč odměňovat, jakým způsobem aj. Student potřebuje slyšet kladné hodnocení, pochvala vede k jeho uspokojení. Souhlasím s Čapkem (2008), který říká, že nelze chválit cokoliv a kdykoliv. Pochvala může mít i negativní účinek, např. návyk na pochvalu – odvádí činnost jedince od toho hlavního – učení. Pochvala tak není motivační prostředek, ale cíl. Dalším extrémem je zpochybňující pochvala. Takové chválení snižuje žákovo sebehodnocení a může působit ironicky. Tyto myšlenky uvedli již Hrabal, Man (1989).

Hrabal, Man (1989) proto uvádějí několik důležitých pravidel pro použití odměny. Pochválit bezprostředně po provedené činnosti. Zvláště pro mladší děti platí, že oddálenou pochvalu nechápou v souvislosti s chváleným chováním. Dalším pravidlem je frekvence pochval. Není důležité systematicky chválit každý krok na cestě k řešení. Vhodná je motivace na začátku činnosti a pak frekvenci chválení snižovat. Jako třetí pravidlo uvádí intenzitu pochvaly. Jestliže učitel žáky chválí s vysokou frekvencí, je pak třeba zvyšovat i intenzitu pochvaly.

Jiné zásady uvádí Petty (2004), který nabádá učitele, aby si stanovili dosažitelné cíle, rozčleňovali úkoly na části, nespěchali na žáky, chválili částečné úspěchy a nakonec chválili i snahu. Také uvádí, že chvála je jednou z forem toho, co behavioriståičtí psychologové nazývají „pozitivní posilování“. Skinner ho definoval jako vnímavost ke studentovým úspěchům spíše než k jeho neúspěchům.

Základní funkcí trestu je zabránit opakování nežádoucího chování dítěte. Při výchově v rodině a někdy i ve škole plní trest ještě jednu funkci. Dítě je trestáno za to, že neuskutečnilo požadovanou činnost (Hrabal, Man, 1989 s. 150).

Stejně jako u odměn existují určitá pravidla i pro trestání. Čapek (2008) popisuje následující pravidla. Pravidlo ***minimální kvantity***, kde je zločin spáchán proto, že obstarává jisté výhody. Dalším je určitě ***umírněnost trestu***, kdy mnohdy učitel nevyjadřuje závažnost přestupku, ale svůj názor na žáka. Stejně jako u odměn je důležitá i ***načasování*** trestu, zvláště u malých dětí. Trest následuje ihned po přestupku, aby dítě vědělo, zač je trestáno. Starší školáci si jsou schopni uvědomit, za co je učitel trestá, a proto by si měl učitel nechat trest projít hlavou a nejdříve důkladně vyšetřit, co se stalo. Pravidlo ***dostatečné identity***. Pravidlo ***vedlejšího účinku*** - trest by měl svým účinkem působit i na ty, kteří skutek nespáchali.

Stejně tak i Hrabal, Man (1989) sestavili několik zásad pro správný účinek trestu v motivačním procesu. ***Přesné stanovení toho, za co byl jedinec potrestán*** - je nutné, aby dítě mělo jasné hranice, jak se má chovat a kdy už následuje trest. ***Umírněnost trestu míře nevhodného chování*** - často se objevuje v případech, kdy je učitel náladový nebo trestá žáky, ke kterým má silnější emocionálně zbarvený vztah. Stane se, že oblíbený žák je potrestán za stejný čin jinak než ten méně oblíbený. ***Výběr formy trestu***: **psychické trestání** – děti vychovávané psychickými tresty mívají citlivé svědomí spojené s pocitem viny, s úzkostí, s neurotičností; **fyzické trestání** – zvláště neumírněné může vést k agresi dítěte. Některé výzkumy uvádějí, že mírné fyzické tresty tento vliv nemají např. trestání prací – je nevhodné, protože nepříjemný pocit z trestu se rychle přenáší na druh práce, který je vykonáván; zákazy – používány především v rodinné výchově, kdy je dítěti zakazován počítač, koníčky, televize atd.

Petty (2004) píše, že dobrý učitel umí žákovi podat kritiku tak, že si ji žák téměř neuvědomí, a shrnuje, v čem správná kritika spočívá. Měla by být konstruktivní, má sdělit, co je špatné a jak to napravit. Měla by být spíše pozitivní než negativní: „Kreslete tužkou“ je lepší než „Nekreslete perem.“ Je-li to možné, společně s kritikou žáka i pochvalte a chválou své hodnocení zakončete. To vše vede k tomu, aby žáci lépe přijímali kritiku a ve třídě panovala pozitivní atmosféra.

Po shrnutí experimentu vlivu pochvaly na výkon žáka Hrabal a Man (1989) zjistili, že zvýšení výkonu bylo takřka výlučně odrazem učitelovy opakované pochvaly předchozího výkonu. Pochvala se dále jevila jako zvlášť důležitá a efektivní pro málo výkonné a úzkostné žáky. Učitelovo pokárání mělo prakticky vždy snižující vliv na výkon žáků. Platí totiž, že pro jedince, který je vnitřně motivován, je obvykle vnější motivace málo účinná, případně naopak působí rušivě.

3.3 Demotivace

Již v předchozích kapitolách jsem se zmiňovala, že některá motivace může u studentů snižovat jejich výkon. Podle Hrabala a Mana (1989) je zdroj negativní motivace v podstatě jeden – frustrace potřeb žáka.

Petty (2004) sem zařazuje emocionální faktory, jako je deprese či úzkost z předchozího neúspěchu, faktory prostředí a faktory fyziologické, například chlad, hlad, hluk. Je též možné být motivován příliš. Pokud mají žáci obavy ze zkoušek, mohou se přepracovat a vyčerpat nebo být natolik stresovaní, že jejich výkonnost klesá.

Demotivující činitele výuky ve své knize publikuje Lokšová (1999). 1. Autokratický styl vyučování a výchovy – učitel nařizuje, rozhoduje, kontroluje, trestá a žák je pasivní. 2. Rigidita - strnulost vyučovacích metod, přístupů, úkolů, obsahu činnosti ve vyučování, fádnost. 3. Málo tvořivosti - vyučování je zaměřeno na konvergentní produkci, málo se rozvíjí fantazie, originalita myšlení a řešení problémů. 4. Nízká komplexnost přípravy do života. 5. Velké množství informací, které žák musí vstřebat, protože jsou předepsané učebními osnovami. 6. Důraz na školní známky. 7. Zdůrazňování soutěží - zvlášť nemotivačně působí srovnávání s nejlepšími žáky ve třídě.

Jeden z faktorů, které mohou negativně ovlivnit motivaci, je nasycení. Jedná se o situaci, kdy se žák příliš dlouho intenzivně zabývá stejnou činností, nemá k dispozici přestávky ani možnost vystřídání jinou aktivitou nebo předmětem (Čáp, 1993). Dostavuje se u něj pocit nudy.

V předešlém textu jsem se již zmínila, že přehnaná chvála či nepřiměřený trest mohou vést k negativnímu působení na motivační proces.

4. Hodnocení dostupných učebnic matematiky pro SOŠ

Pro výuku matematiky si každý učitel volí učebnici podle svého uvážení, ale také s ohledem na RVP. Mnozí z nich učebnici ve výuce vůbec nepoužívají. Studenti pracují pouze se sbírkou úloh a teoretické poznatky od pedagoga získávají při výkladu v hodinách matematiky. Řízenou formou si je zapisují do sešitu. I výuka bez používání učebnic schválených ministerstvem školství musí splňovat požadavky RVP a ŠVP na dané škole. Na našem trhu se v současné době objevují k tématu kvadratická rovnice, nerovnice, funkce pouze dva druhy učebnic matematiky pro SOŠ, které vydává nakladatelství Prometheus. Tato skutečnost je nevýhodou pro učitele, kteří by rádi využívali ve výuce i textu z učebnic, ale ani jedna z nich jim nevyhovuje.

Nakladatelství Prometheus předpokládá, že v nejbližší době vyjde učebnice s názvem Matematika pro SOŠ – Lineární a kvadratické funkce, rovnice a nerovnice (kniha + CD), jejímž autorem je Oldřich Odvárko. Myslím si, že nová učebnice je velmi žádoucí, protože dosavadní učebnice jsou obsahově správné, ale svým zpracováním nevyhovují dnešním grafickým možnostem ani požadavkům RVP. Na trhu je k dispozici velké množství sbírek úloh, přehledů matematiky, příprav k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy.

4.1 Hodnocení učebnic

Calda E. (2006), Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 1. díl Praha, Prometheus, spol s.r.o

Tuto učebnici MŠMT schválilo v roce 2002. Je to nejmladší učebnice na trhu, která se tématem kvadratická rovnice, nerovnice a funkce zabývá. Přesto její grafické řešení vzhledem k dnešním možnostem matematických a grafických programů je podle mě již zastaralé a studenty příliš nemotivuje.

Jako první uvádí problematiku kvadratické funkce, pak následuje rovnice a nakonec nerovnice. Tento postup mi vyhovoval při zpracovávání mých výukových listů.

U kvadratických funkcí v úvodu využívá motivačního příkladu, po kterém následuje definice. Studenti se tak i sami mohou zamyslet nad zadaným problémem. Výklad začíná definicí kvadratické funkce $y = x^2$, na které vysvětluje základní pojmy. Následuje definice všech kvadratických funkcí. Z grafu funkce $y = x^2$ vychází i tvoření grafů pro funkce $y = a(x^2 - m)$ a $y = ax^2 + c$. V motivačních příkladech jsou velmi výstižně a pochopitelně popisovány postupy řešení. Obrázky jsou přehledné a dobře pochopitelné, zvláště ty, kde se využívá posouvání grafů. V této části jsem postrádala informace o vlastnostech kvadratické funkce. Je zmíněn pouze vrchol funkce.

V části o kvadratické rovnici je řešena kvadratická rovnice pomocí vzorce $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a.c}}{2a}$ a teprve potom ryze kvadratická rovnice a rovnice bez absolutního členu pomocí ekvivalentních úprav. V průběhu pedagogické praxe jsem si ověřila, že tento postup není úplně vyhovující. Když se studentům předloží vzorec, bezmyšlenkovitě do něj dosazují a nepřemýšlí nad zjednodušením jednotlivých kroků. Právě zde bych upřednostnila opačný postup, protože studenti sami snadno přijdou na řešení a tím jsou vhodně motivováni pro počítání dalších příkladů. O grafickém řešení je zmínka pouze malým písmem pod čarou, s čímž také nesouhlasím.

Kvadratické nerovnice jsou nejprve definovány a pak následují příklady, ve kterých jsou uvedeny všechny možnosti řešení, které připadají v úvahu. Jako jednodušší způsob postupu je předložena metoda nulových bodů, kterou je řešena i kvadratická nerovnice v podílovém tvaru. Znovu jsem postrádala grafické řešení, o kterém se domnívám, že je pro řešení nerovnic velmi výhodné a studenty většinou zaujme. Ve spojení s načrtnutým grafem snadněji vyvodí závěr řešení.

Celkově bych učebnici zhodnotila jako přehlednou, probíraná témata jsou výstižně zpracovaná, ale postrádala jsem v ní grafická řešení a vlastnosti funkcí. Chybí v ní také učivo o vztazích mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice. Z těchto důvodu nesplňuje požadavky na výstupy v RVP – žák čte z grafu, žák využívá poznatky o funkcích při řešení kvadratické rovnice a nerovnice, žák je schopen sestavit kvadratickou rovnici s danými kořeny.

Odvárko O., Řepová J., Skříček L. (1995) Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 2. Část, Praha, Prometheus s.r.o

Učebnice byla schválena již v roce 1983, pracovala jsem s jejím 5. vydáním. Na našem trhu se již objevuje nová verze, která je součástí šestidílné řady Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU a je v ní graficky rozlišeno učivo povinné od nepovinného a rozšiřujícího. Pro svou práci jsem měla k dispozici starší vydání, ve kterém téma bylo poměrně pěkně zpracované. Po výkladu nové látky následovalo několik kompletně řešených vzorových příkladů, potom byly příklady na procvičení, jejichž výsledky byly uvedeny na konci učebnice. Grafické zpracování učebnice odpovídalo jejímu stáří. Grafy byly přesto poměrně přehledné. Všechny důležité definice byly ohraničeny rámečkem.

Zpracování tématu graf kvadratické funkce vychází ze studie grafu funkce $y = ax^2$. Po doplnění tabulky hodnot pro různé x je sestrojen graf. Ostatní grafy jsou sestrojeny posunutím funkce $y = ax^2$. Celkově byla tato část zpracována dle mého názoru velmi pěkně, postrádala jsem pouze podrobnější zpracování vlastností grafu funkce.

Kvadratické rovnice jsou nejprve definovány a pak řešeny. Na rozdíl od první hodnocené učebnice je v úvodu vysvětlena kvadratická rovnici bez absolutního členu a pak následuje postup ryze kvadratické rovnice pomocí úprav. Až potom zavádí vzorec pro kořeny kvadratické rovnice. Jak jsem již uváděla, upřednostňuji tento postup. V této části postrádám názvy neúplných rovnic. Odvárko ukazuje typ příkladu, ale nijak ho nenazývá. Pro lepší komunikaci učitele s žáky je výhodnější jednotlivé typy rovnic pojmenovat. Ocenila jsem velké množství příkladů ve cvičeních. Také popis řešení slovních úloh byl velmi přehledný a dobře srozumitelný. V tématu vztah mezi kořeny a koeficienty rovnic studenti nejprve vyřeší kvadratickou rovnici pomocí vzorce a pak dostanou úkol, aby její kořeny sečetli, vynásobili a porovnali získaná čísla s koeficienty rovnic. V učebnici nechybí ani rozklad kvadratického trojčlenu na součin.

Kvadratické nerovnice jsou řešeny nejprve graficky a až pak metodou, která využívá postupy z článku Vztahy mezi kořeny a koeficienty rovnic. Oba dva způsoby jsem zvolila ve svých pracovních listech.

Celkově bych zhodnotila učebnici jako velmi zdařilou. Napovídá tomu i fakt, že je na našem trhu již dlouhou dobu. Obsahově odpovídá požadavkům RVP, všechny výstupy jsou splněny. Při hodnocení jsem se více věnovala obsahu, protože jsem měla k dispozici starší verzi. Nejnovější vydání učebnice je určitě zpracováno graficky mnohem lépe pomocí nejmodernější techniky.

5. Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu

Fuchs a kol. (2006) uvádí nejdůležitější kompetence předmětu matematika na SOŠ. Napsali, že matematická gramotnost zahrnuje nejen matematické znalosti a dovednosti, jak jsou definované v tradičních učebních osnovách, ale i matematické znalosti uvedené do funkčního užívání v mnoha různých souvislostech a situacích. Podle Fuchse a kol. (2006) by měly být rozvíjeny především tyto kompetence: *matematické myšlení, matematické argumentace, vymezení problému a nalezení strategie řešení, modelování, užití znakových reprezentací a jejich transformace, komunikace (schopnost pochopit výroky, vyjádřit je a sdělovat jejich význam), algoritmy a jejich tvorba, závislosti a funkční myšlení, numerace, práce s daty, zobrazování, prostorová představivost, měření, vážení, představy o velikosti a množství, užití pomůcek a nástrojů, chápání matematického vzdělání jako součásti lidské kultury, hledání a vytváření integračních vazeb s ostatními předměty.* Při vytváření svých pracovních listů jsem se snažila, aby má práce vedla studenty k většině z těchto kompetencí.

Pracovní listy jsem tvořila dle předlohy RVP pro střední odborné školy technického zaměření s dotací 12 hodin měsíčně. Očekávané výstupy dle RVP jsou: *žák umí sestavit tabulku a načrtnout graf funkce, čte z grafu funkce, užívá kvadratickou funkci při řešení jednoduchých úloh z praxe, využívá poznatky o funkcích při řešení kvadratických rovnic a nerovnic, řeší kvadratické rovnice a jejich soustavy, diskutuje o jejich řešitelnosti nebo počtu řešení, rozloží kvadratický trojčlen na součin, sestaví kvadratickou rovnici s danými kořeny, umí řešit iracionální rovnice, zohledňuje neekvivalentní úpravy při jejich řešení, geometricky interpretuje číselné, algebraické a funkční vztahy, graficky znázorňuje řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav, jednoduché reálné situace převádí do matematických struktur, pracuje s matematickým modelem.* (Fuchs a kol., 2006 s.41)

Učivo: kvadratická funkce, definiční obor, obor hodnot, graf, kvadratická rovnice, diskriminant, řešitelnost v oboru reálných čísel, vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice, rozklady kvadratických trojčlenů, rovnice s neznámou pod odmocninou, soustavy rovnic, kvadratická nerovnice, slovní úlohy a další technické aplikace (Fuchs a kol., 2006 s.41). Kvadratická rovnice s absolutní hodnotou a kvadratická rovnice s parametrem jsou uvedeny jako rozšiřující učivo, proto jsem tyto kapitoly do své práce nezařazovala.

6. Funkční myšlení

Jednou z kompetencí, která by podle Fuchse a kol. (2006) měla být při výuce matematiky rozvíjena, je funkční myšlení.

Tento termín jako první začal používat na přelomu 19. a 20. století německý matematik Felix Klein. Zasloužil se také o zavedení funkcí do výuky na střední školy (Kopáčková, 2002). Na základní škole se funkce definuje klasickým způsobem jako předpis. Pojem funkce se u žáků vytváří dříve než v 9. ročníku, kdy je definován. V předškolním věku se děti na konkrétních příkladech z běžného života setkávají s příčinností jevů, s různými závislostmi a pěstují si tak smysl pro kauzalitu, který je nezbytný pro jakékoliv zdravé myšlení a logické uvažování. I když se v propedeutické fázi na prvním stupni základní školy děti nesetkávají s pojmem funkce, pracují s různými tabulkami závislostí, připravují se na souřadný systém a kreslí různé grafy a diagramy. (Kopáčková, 2006)

Kopáčková (2002) uvádí zavedení funkcí v 9. ročníku na ZŠ a na některých středních školách jako předpis, který každému prvku z jisté množiny přiřadí právě jedno reálné číslo. Na vyšším gymnáziu, na některých středních školách a na většině vysokých škol se na funkci pohlíží jako na množinu uspořádaných dvojic reálných čísel s následující vlastností: ke každému prvnímu prvku dvojice (argumentu, nezávislé proměnné) existuje právě jeden druhý prvek (funkční hodnota, závisle proměnná).

Z jednoho závěru výzkumu, jak čeští studenti a žáci vnímají pojem funkce, kterému se dlouhodobě Kopáčková věnuje, vyplývá, že studenti definici funkce pociťují převážně jako formalitu, která jejich představy o funkci příliš neovlivňuje. Pro studenty a žáky je funkce více souborem konkrétních příkladů než obecnou kategorií.

7. Zavedení pojmů

Hejný (1990) konstatuje, že tvořit knihu, jak naučit učitele učit, je mnohem složitější než vytvoření učebnice. Je tedy obtížné dohledat další zdroje literatury, a proto většina mých poznatků pochází z jeho knihy. Hejný (1990) píše, že stejně jako vyučování, tak i matematika má svoji strukturu, logiku a způsob myšlení. Podle něho matematika pracuje s idealizovanými objekty, axiomaticky přesně, s úplnou argumentací.

7.1 Kvadratická funkce

Hejný (1990) uvádí dvě stránky práce s funkcemi - vnitřní – studium funkcí jako osobitých matematických objektů, a vnější – využití funkce na modelování různých situací a jevů matematiky, fyziky, ekonomie apod. Při vyučování se tradičně postupuje více demonstračními poznatky než jejich objevováním. Přitom právě problematika funkcí je velmi vhodná pro samostatnou a tvořivou práci studentů, což je jedna z tezí konstruktivizmu. Zde jsem se inspirovala pro vytvoření pracovních listů umožňujících studentům být aktivní při objevování světa kvadratické funkce.

Hejný (1990) popisuje postup pro kvadratickou funkci tak, že je studentům předložen předpis $y = ax^2 + bx + c$, studenti si zvolí několik trojic čísel a, b, c a vytvoří si pomocnou tabulku funkčních hodnot. Podle ní sestrojí grafy. Následně společně diskutují nad křivkami, které sami vytvořili, a zjišťují zákonitosti grafu. Např. někomu „kotlík“ (dle Hejného parabola) padá dolů, jiným se otvírá nahoru – vyvodí, že záleží na prvním čísle, zda je kladné nebo záporné. Když $b = 0$, tak „kotlík“ je souměrný podle osy y atd. Učitel potom přidá pouze terminologii - není to „kotlík“, ale parabola a jiné. Pro mnohé žáky je v počátku graf funkce významnou představou o dané funkci.

„Ve své práci jsem studentům nejprve zavedla pojem funkce a její graf. Potom si studenti pomocí tabulky funkčních hodnot sami vytvořili graf funkce $y = x^2$. *Pomocí*

programu GeoGebra si sestrojili několik grafů funkce $y = ax^2$, z nichž vyvodili, že na otevření paraboly dolů nebo nahoru má vliv koeficient a.“

7.2 Kvadratická rovnice

Hejný (1990) nahlíží na pojem rovnice obecně. Snaží se analyzovat myšlenkový proces žáka při řešení rovnic. Logické upřesnění pojmu rovnice vychází z termínu výroková forma. Metodické upřesnění pojmu rovnice vychází z charakteristických prvků rovnice, které jsou: rovnítko, neznámé (označené x, y…) a známá čísla navzájem vázaná rovnítkem, smysluplnost příkazu (řešte rovnici). Rovnici transformujeme na rovnost typu neznámá $=$ známé číslo.

Podle Hejného (1990) je 6 cílů, které bychom měli sledovat při výuce rovnic: 1. Prohloubit zájem o matematiku, umět studenta motivovat (tomuto cíli jsem se již podrobněji věnovala v předchozí kapitole Motivace ve výuce, kap. 3). 2. Rozvíjet jeho schopnost modelovat reálné situace v jazyku rovnic. 3. Rozšířit žákovy zkušenosti s rovnicemi a s jejich řešením. 4. Využít rovnice na procvičování různých oblastí matematiky. 5. Získat zručnost a jistotu v řešení některých typů rovnic. 6. Rozvíjet abstraktnější pohledy na rovnice, kultivovat logiku a schopnost dedukovat. Hejný (1990) se domnívá, že motivující síla rovnic je v tom, že je to „hádanka“, výzva k činnosti. Zmiňuje několik metod pro řešení rovnic - pokus – omyl, tabulková metoda, záměrná předmětová manipulace, kalkul.

Konkrétně u kvadratické rovnice klade Hejný (1990) důraz na kořeny rovnice $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ a diskriminant $D = b^2 - 4ac$, který rozhoduje o počtech kořenů. Často v počátku žák ani nezjistí, že řeší kvadratickou rovnici. Rovnici typu $t^2 + 3 = 0$ počítá podle pravidla „známé na jednu stranu a neznámé na druhou“. Odstranění formalizmu znamená zvýraznit etapy separovaných a univerzálních modelů. Separované modely u kvadratické rovnice jsou např.

$x^2 = 9 \Longrightarrow x_{1,2} = \pm 3, x^2 - 2x = 3 \Longrightarrow x^2 - 2x + 1 = 4 \Longrightarrow (x-1)^2 = 4 \Longrightarrow x - 1 = \pm 2 \Longrightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$

aj.

Univerzální metody kvadratické rovnice jsou všeobecné metody: úprava na úplný čtverec, využití grafu kvadratických funkcí $y = ax^2$ a $y = -(bx - c)$, kde x-ové souřadnice průsečíků paraboly a přímky jsou kořeny rovnice, Viethova metoda.

„Využila jsem motivačního příkladu, který vedl na kvadratickou rovnici, kde se studenti poprvé setkali s výrazem x^2. Poté se dostávám k vlastní kvadratické rovnici, určím její členy a pomocí vzorce jsou rovnice řešeny.“

7.3 Kvadratická nerovnice

Již malé děti ví, co je menší a větší a na řadě modelových úloh se tyto vlastnosti učí rozpoznávat. Právě tato dětská porovnávání se dají vhodně motivačně využít při řešení nerovnic. Podle Hejného (1990) jsou rozdíly mezi rovnicí a nerovnicí tyto: kvalita množiny jejich řešení, způsob řešení, význam zkoušky. Při řešení nerovnic nehledáme kořeny řešení, ale celé intervaly, proto i zkouška zde má informativní charakter.

„Po připomenutí, v jakém tvaru se uvádí nerovnice, jsme kvadratickou rovnici zapsali jako nerovnici a na konkrétních příkladech hledali řešení nerovnic.“

8. Pracovní listy

V posledních letech se počítače stávají součástí každodenního života a nejinak je tomu i ve škole. Proto bychom i ve vyučovacích hodinách měli poskytnout studentům jejich přirozené prostředí, na které jsou zvyklí. Snažila jsem se vytvořit výukový materiál vhodný pro práci s interaktivní tabulí.

Interaktivní tabule je nástroj, který studenty vhodně motivuje, nenásilně je nutí k aktivnímu zapojení do výuky. Jak jsem se již zmínila v teoretické části, vhodná motivace vede k vyšším výkonům, k lepší soustředěnosti a k vyšší pozornosti. Právě interaktivní tabule ve studentech vyvolává nový pohled nejen na matematiku, ale na učení celkově. Především studentům SOŠ je důležité pomoci při jejich vzdělávání, proto jsem se snažila o vytvoření pracovních listů, které zaujmou jejich pozornost, ozvláštní jim hodinu a zvýší tak jejich zájem o studium. Studenti SOŠ jsou spíše prakticky zaměřeni, a proto se domnívám, že interaktivní tabule oživí hodinu, protože se mohou aktivně podílet na jejím průběhu. Je mnoho možností, jak studentům látku přiblížit pomocí matematických programů, ověřování či hledání nových informací na internetu. Možnost přesouvat obrázky, rozkrývat řešení a nápovědy, využít zvuky, fotografie, to vše a mnohé další umožňuje studentům jiný pohled na učivo.

V našich školách je nerozšířenějším typem tabule SMART Board. V roce 2009 se na serveru http:/www.ceskaskola.cz (cit 2012-3-12) objevil článek, že monopol tabulí SMART Board bude nahrazen IWETA PRST. Domníváme se, že i přes toto upozornění je stále nejvíce využívanou tabulí SMART Board. Do popředí se spíše dostávají interaktivní projektory, které plní téměř stejnou funkci jako tabule SMART Board, ale jsou pro školy cenově mnohem dostupnější.

Práce s interaktivní tabulí má mnoho výhod – zvyšuje aktivitu studentů, pomáhá těm, kterým nestačí pouze sluchové či zrakové vjemy, umožňuje animaci, usnadňuje opakování učiva (snadný návrat zpět), je vhodná pro všechny věkové kategorie atd. Přesto výsledky výzkumu G. Mosse (2007) neprokázaly zvýšení výkonnosti žáků, kteří využili interaktivní tabuli.

S interaktivní tabulí jsou spojeny nejen výhody, ale skrývá v sobě i mnoho nevýhod. Je jen na učiteli, zda jim dokáže předejít. Při častém používání tabulí se vytrácí zájem studentů, protože ji berou jako samozřejmost a zevšední jim. Mnozí učitelé tabuli využívají spíše jako projektor, na kterém promítají definice a příklady, což může vést také tzv. encyklopedizmu. Časová náročnost na přípravu hodiny s výukou na interaktivní tabuli může pro někoho být delší než na klasickou hodinu. Je třeba si uvědomit, že materiál jednou pořízený je možné využívat i v budoucnu. V poslední době se také objevuje mnoho serverů, které nabízejí materiály již připravené. Může dojít ke ztrátě kontaktu s tištěnou knihou a díky přesouvání a mačkání na tlačítka je omezen psaný projev, při denním světle se text na tabuli stává nečitelným. Provoz tabule je energeticky náročný, její pořízení zatěžuje rozpočet školy aj. (Dostál, 2009). I přesto souhlasím s jejím užíváním a podporuji výuku na interaktivní tabuli a myslím si, že při správném používaní může studentům usnadnit pochopení učiva.

8.1 Tvorba pracovních listů

Pracovní listy jsme tvořila v programu SMART Notebook, který je dodáván k tabulím SMART Board. Samotný program je volně dostupný na serveru http:/www.smarttech.com (cit. 2012-03-14). Je tedy možné předat připravenou práci studentům, kteří nejsou přítomni ve škole, a ti si sami mohou doma vypracovat zadaný úkol. Dalším programem, který využívám především pro tvorbu grafů, je GeoGebra. Bylo možné volit i mezi dalšími (wxMaxima, Cinderella, Geonext).

GeoGebra je dynamický matematický software, který je určen pro výuku na základních a středních školách. Spojuje v sobě dva pohledy na řešený problém – prostřednictvím geometrie a také algebry. GeoGebra je vyvíjena od roku 2001 jako Open Source program Markusem Hohenwarterem, profesorem působícím na JKU v Linzi. Program získal řadu ocenění jak v Rakousku a v Německu, tak i v dalších evropských zemích. GeoGebra představuje zajímavou alternativu komerčních programů. Vzhledem k rostoucí komunitě jejích příznivců je již k dispozici celá řada materiálů využitelných v různých oblastech školské matematiky. Kolekce materiálů jsou přístupné především z domovské stránky GeoGebry – uvádí Pokorná v GeoGebra –

Open Source program pro dynamickou geometrii na serveru *http:/www*.gynome.nmnm.cz/ (cit. 2012-3-12).

Další ze serverů www.ceskaskola.cz (cit. 2012-3-5) uvádí v článku Dynamický matematický software GeoGebra několik předností programu jako například dostupnost programu – je zařazen mezi tzv. Open Source, nastavitelnost v českém jazyce, velmi kvalitní nápověda, velká možnost popisu geometrických objektů (najedeme-li myší na jeden z objektů, zvýrazní se a my ho můžeme formátovat či editovat) rozličná nastavení z hlavního menu, jednoduché a intuitivní ovládání programu. Když jsem hledala vhodný program pro svou práci, bylo pro mne důležité, aby byl dostupný, přehledný, v českém jazyce, jednoduchý a lehce ovladatelný. Všechny tyto požadavky GeoGebra splnila.

8.2 Náročnost na systémové a programové vybavení

Abychom mohli naplno využívat pracovních listů, potřebujeme mít k dispozici počítač s následujícím softwarovým a hardwarovým vybavením: a) operační systém Windows XP, Windows Vista nebo Windows 7, b) Pentium III s frekvencí minimálně 750 MHz, c) operační paměť RAM 512 nebo vyšší, d) volné místo na pevném disku (alespoň 800 MB). Pro řešení příkladů a náhledů na řešení není nutná instalace programu GeoGebra. Pokud je dostupné připojení na internet, GeoGebra pracuje v okně vašeho prohlížeče. Nebo popřípadě stačí instalovat soubor a pracuje offline. U příkladů, kde studenti odpovídají „ano, ne“ a kde se výsledek dozví pomocí tónu, je třeba mít interaktivní tabuli s reproduktory.

8.3 Manuál k pracovním listům

V manuálu se nachází informace pro učitele, kteří by chtěli využít pracovní listy. Obsahuje návod na používání pracovních listů, upozornění na možná úskalí při výuce, výstupy, které by studenti měli zvládnout po nastudování kapitoly.

Celý materiál je tvořen pro výuku Kvadratické rovnice, nerovnice, funkce podle požadavků RVP. Důraz je kladen na jednoduchost při práci s materiálem jak pro učitele, tak pro studenty, kteří mohou materiál využívat i individuálně. Učivo je rozděleno do tří kapitol, které jsou vypracovány podle stejných pravidel, aby se studenti mohli plně věnovat pouze jejich obsahu.

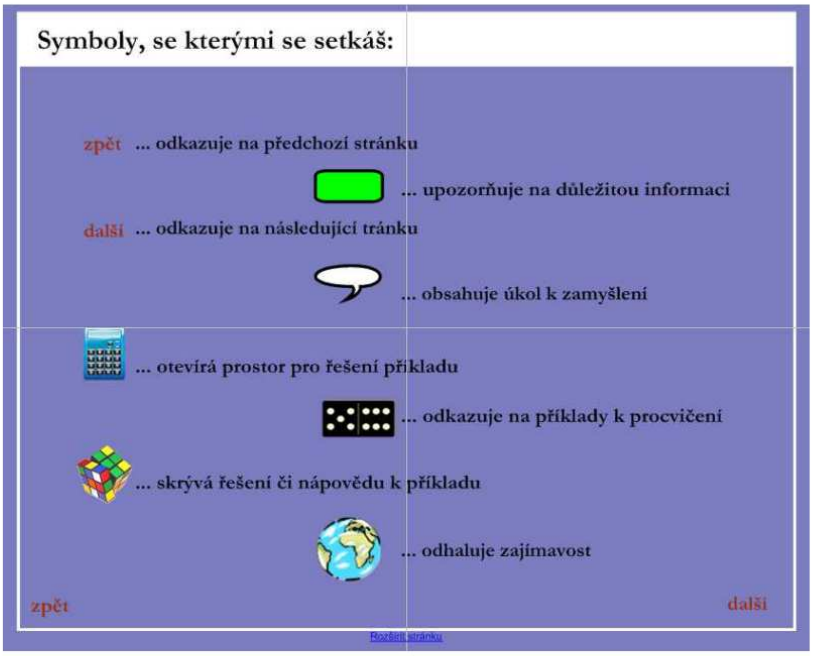
Vyučovaná látka navazuje na znalosti předchozích témat - mnohočleny, funkce, lineární rovnice, nerovnice, z kterých využívá již zavedené pojmy. Je důležité, aby si i zde studenti zavedené pojmy správně osvojili a vhodně používali.

Cvičení v závěru jednotlivých kapitol by měla ukázat, jak si student osvojil znalosti a dovednosti jednotlivých témat. Je vhodné nechat studenty řešit příklady samostatně nejenom v hodině, ale i jako domácí přípravu. Následující hodinu je můžeme využít k ústnímu nebo písemnému zkoušení.

8.3.1 Popis pracovních listů

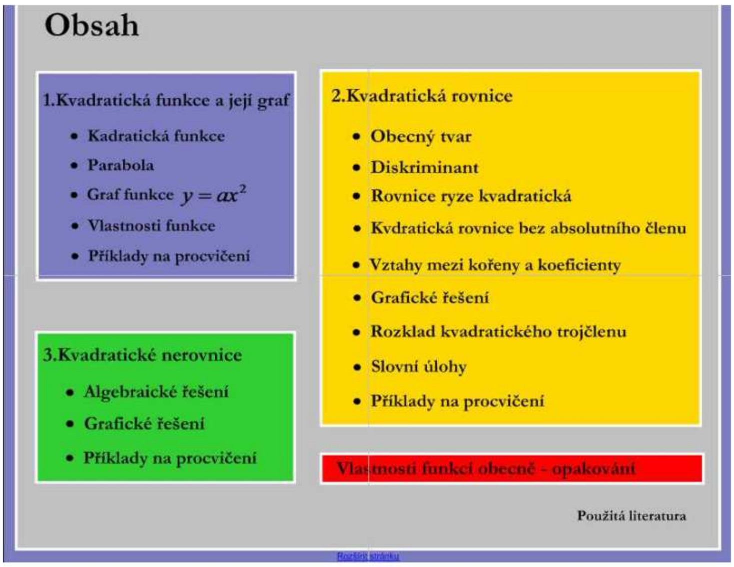
Při tvorbě pracovních listů chci maximálně využít možností interaktivní tabule. Snažím se o zpracování jednoduchého a přehledného materiálu, který v budoucnu bude sloužit při dalších vyučovacích hodinách. Učivo je rozděleno do tří samostatných kapitol. Učitel může s kapitolami pracovat v různém pořadí. Jako první je zvolena kvadratická funkce, potom kvadratická rovnice a poslední kvadratická nerovnice. Práce obsahuje několik fotografií, které jsem sama pořídila. Většina symbolů a obrázků je z galerie programu Smart notebook, tlačítka pro odpovědi „ano“ „ne“ jsou vytvořena v grafickém programu Photoshop.

Po úvodní stránce následují vysvětlivky symbolů, které jsou ve výukovém materiálu používány.



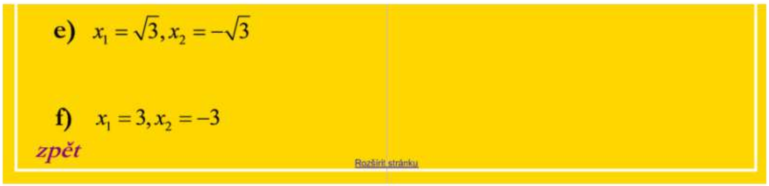
Obr. 1: Symboly v pracovních listech

Na třetí straně si student či učitel vybere jednu z kapitol kliknutím na její název. Pro zjednodušení je text obsahu stejný ve všech kapitolách.



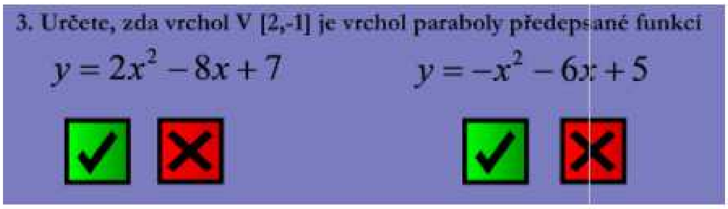
Obr. 2: Seznam kapitol

Již na obrázku č. 1 se nacházejí symboly „zpět“ a „další“, které jsou na každém listu. Umožní uživateli vrátit se na předchozí stránku nebo přejít na následující. Pokud jsme na stránce, kde máme prostor pro řešení příkladu, nachází se zde pouze symbol „zpět“, který nás odkáže na zadání příkladu. Stejně tak je tomu i na stránkách s řešením příkladů.



Obr. 3: Zpět

U většiny příkladů se objevuje obrázek kalkulačky (viz obrázek č. 1), která studenty navede na stránku, kde je prostor pro jejich vlastní řešení, a Rubikovy kostky, kde najdou nápovědu či samotné řešení příkladu. U jiných druhů zadání se pod příkladem nachází červený a zelený čtverec (viz obrázek č. 6). Když student chce odpovědět na otázku „ano“, klikne na zelený čtverec, pokud by chtěl odpovědět „ne“, klikne na červený čtverec. Jestliže jeho odpověď je správná, ozve se stoupající řada tónů, je-li odpověď špatná, ozve se klesající řada tónů.

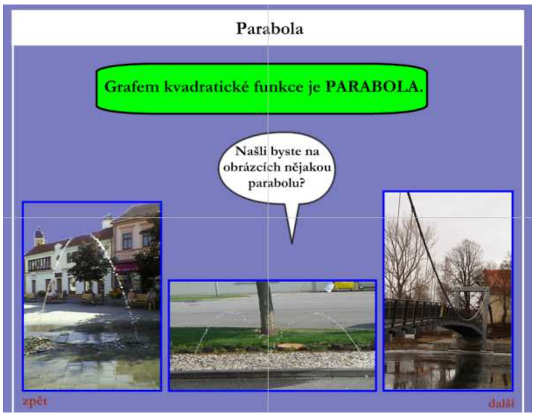


Obr. 4: Odpověď „ano“ a „ne“

8.3.1.1 Kvadratická funkce

Před zahájením výuky kvadratické funkce je možné pro zopakování a oživení používaných pojmů nahlédnout do pracovních listů na vložené téma o funkci obecně.

V kapitole kvadratická funkce nejprve funkci definujeme jako parabolu a následně vybízíme studenty, aby se sami pokusili o její nalezení na fotografiích (viz obrázek č. 5). Úkol spočívá v tom, že si vyberou z panelu nástrojů pero a obtáhnou tvar paraboly na fotografiích. Studenti by měli být schopni uchopit reálnou situaci a převést ji do verbálního či jiného popisu (modelování – nejdůležitější kompetence matematiky na SOŠ). Studenti jsou upozorněni na využití paraboly v praxi a na aplikaci paraboly při řešení technických problémů, kterým díky tomu budou rozumět a snadno je zdůvodní.

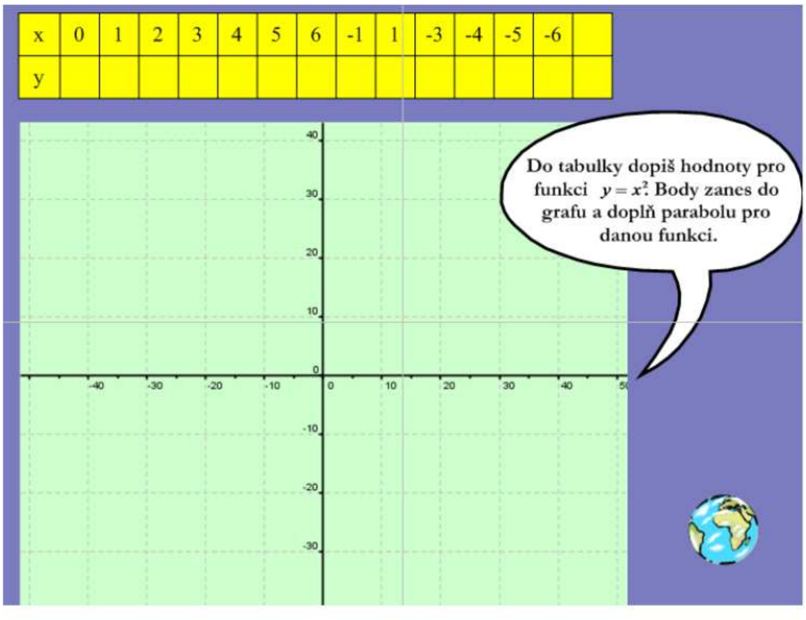


Obr. 5: Parabola na fotografiích

Na některých stránkách se setkáváme se symbolem zeměkoule (viz obrázek č. 1), který odkazuje na zajímavost. Tentokrát se týká paraboly v našem světě (viz obrázek č. 6). Při odpovědi by studenti měli využít svých znalostí z fyziky o kulových zrcadlech. Ti, kteří neví, si mohou kliknout na odpověď, jež se ukrývá pod Rubikovou kostkou. V příkladu uplatňujeme mezipředmětové vztahy (M-F).

Obr. 6: Parabola v našem světě

Pro zavedení funkce $y = x^2$ je zvolena tabulka hodnot, do které studenti doplní hodnoty pro *y*, body zanesou do grafu a spojí je (viz obrázek č. 7). Je zde uplatněná schopnost představivosti.

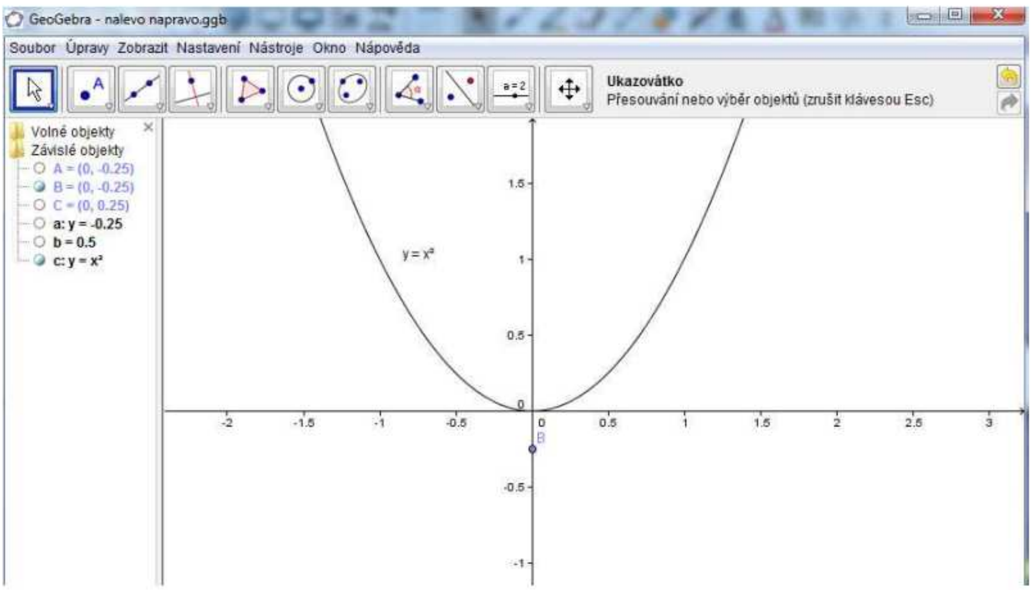


Obr. 7: Tabulka hodnot

Velmi častým odkazem je navedení studenta na program Geogebra (viz obrázek č. 8). Například u podkapitoly Graf funkce $y = ax^2$ tento nápis odkazuje na prázdné okno v GeoGebře, kde studenti mají sestrojit jednotlivé grafy do jednoho obrázku. Z něhož by měli usoudit, jaký vliv má koeficient *a* na graf funkce. Pomocí metody objevování studenti získají znalosti o sestrojování grafu. Jak je uvedeno v úvodu práce, kde se zabýváme konstruktivizmem, je právě tento styl výuky velmi přínosný pro aktivní práci studentů v hodinách.

Obr. č. 8: Odkaz na GeoGebru

Aby projevili svou aktivitu u tématu, jak vznikají grafy funkcí $y = ax^2 - c$, $y = (ax - m)^2$, připravila jsme v GeoGebře parabolu, kterou studenti mohou pohybovat po ose *y*. Při jejím pohybu by měli zároveň pozorovat algebraické okno s hodnotami funkce a vyvodit závěr (viz obrázek č. 9). Studenti se učí objevovat zákonitosti posouvání grafu. Využívají svých znalostí z předchozí části Graf funkce $y = ax^2$.



Obr. č. 9: Graf v GeoGebře

U příkladu, kde do jedné soustavy souřadnic mají sestrojit 3 grafy, by si měli uvědomit zákonitosti posouvání grafů a všimnout si, že tvar paraboly zůstává stejný, pouze se posouvá. U sestrojování grafu funkce $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1$ postupně provádí jednotlivá posunutí, až dojdou k dané funkci. Studenti musí projevit určitou schopnost orientace v obrázku, ve kterém mají více pomocných grafů. U příkladů typu $y = \frac{x^2 - x^3}{1-x}$, v nichž mají studenti sestrojit grafy funkcí, je vhodné jim připomenout, za jakých podmínek má daná funkce smysl a že je nutné tuto podmínku znázornit i v grafu.

Při určování vlastností funkcí studenti využívají svých dosavadních znalostí o vlastnostech funkce obecně. Pokud by bylo zapotřebí některé věci připomenout, na konci této části je k tomuto tématu několik definic pro zopakování. U ukázkových příkladů vlastností kvadratické funkce jsou využity studentovy znalosti o sestrojování grafů. Cílem ukázkových příkladů je zkonkretizovat znalosti o vlastnostech funkcí obecně. Měli bychom se zaměřit na obor hodnot funkce, který je využit v další části rovnice pod odmocninou.

V závěru kapitoly zjistíme kvalitu osvojených znalostí pomocí příkladů na procvičení, které je možno rozšířit ještě dalšími ze sbírek úloh. Po absolvování kapitoly kvadratická funkce by studenti měli umět sestavit tabulku, načrtnout graf funkce, číst z grafu potřebné informace, aby následně mohli využít graf funkce pro řešení kvadratické rovnice a nerovnice.

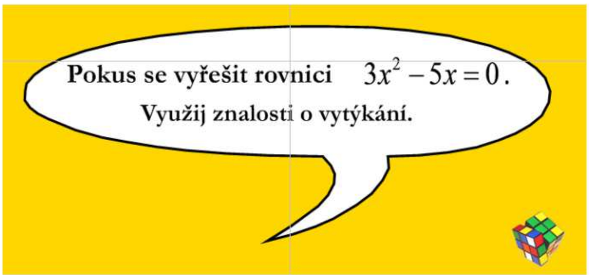
8.3.1.2 Kvadratická rovnice

Cílem kapitoly Kvadratická rovnice je osvojit si postup řešení každé kvadratické rovnice algebraicky i graficky. Listy jsou sestaveny tak, aby učivo na sebe navazovalo a studenti mohli využít předchozích znalostí. Vzhledem k úrovni studentů, pro něž jsem pracovní listy tvořila, jsem volila raději jednoduché a středně těžké příklady.

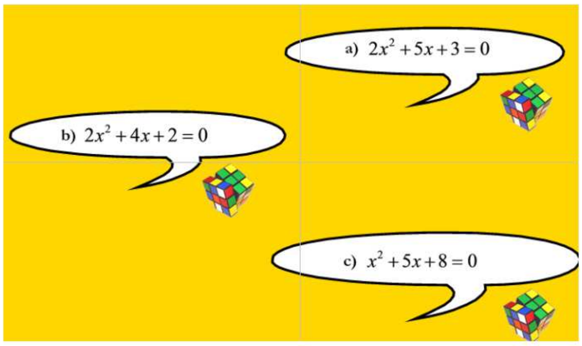
Na začátku tohoto tématu je uveden motivační příklad, jenž studenty zavede ke kvadratické rovnici, kterou si definují.

Ryze kvadratickou rovnici řeší studenti pomocí ekvivalentních úprav. Cílem motivačního příkladu $2x^2 - 8 = 0$ je dovést studenty k výsledku $x = \sqrt{-4}$, o kterém by měli říci, že po odmocnění záporného čísla nevyjde číslo z oboru reálných čísel, a proto rovnice nebude mít řešení v oboru reálných čísel. U druhého typu $2x^2 - 8 = 0$ upozorňujeme na dva kořeny rovnice, s kterými se setkávají poprvé. Při řešení ryze kvadratických rovnic je nutné vysvětlit studentům použití absolutní hodnoty a následně její zrušení při posledním kroku. Pokud studenti nebudou rozumět významu absolutní hodnoty, je možné jim jej ukázat na jednoduchém příkladu.

U příkladu kvadratická rovnice bez absolutního členu (viz obrázek č. 10) využíváme znalostí o vytýkání. Je vhodné naučit studenty postup řešení neúplných kvadratických rovnic, aby pouze nedosazovali do vzorce a tím nedocházelo k formalizmu.



Obr. č. 10: Rovnice bez absolutní hodnoty

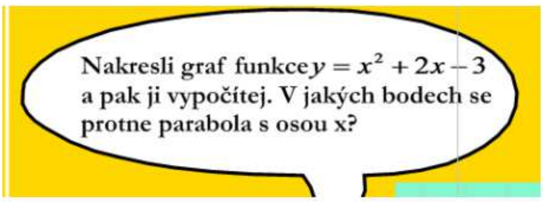


Obr. č. 11: Počítání pomocí vzorce

U motivačního příkladu při počítání rovnic pomocí vzorce byly zvoleny příklady (viz obrázek č. 11) tak, aby kořeny jedné rovnice byly dva různé, dva stejné a rovnici bez reálných kořenů. Studenti by měli po porovnání diskriminantu určit, jaký vliv má diskriminant na počet řešení. Dbáme na to, aby věděli, která část vzorce je diskriminant a jak ovlivňuje počet kořenů rovnice.

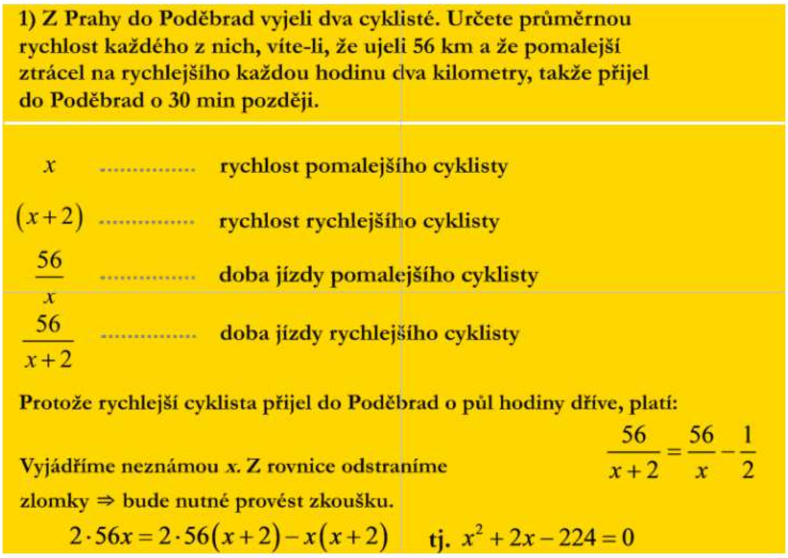
U řešení příkladů pomocí Viethových vztahů upozorníme studenty na převedení rovnice na normovaný tvar, kde $a = 1$.

Grafická řešení jsou uvedena na konkrétním příkladu $y = x^2 - 2x - 3$, kde studenti využijí znalostí o grafu kvadratické funkce (viz obrázek č. 12). Nejprve příklad spočtou algebraicky a pak vytvoří graf, kde se věnují průsečíku paraboly s osou *x*. Průsečíky se shodují s kořeny rovnic. Po spočtení dalšího příkladu by si měli uvědomit, že řešením jsou dané průsečíky. Studenti rozvíjí svou představivost. U grafického řešení není nutné přesné kreslení grafů, pro větší počet vyřešených příkladů je vhodné využít programu Geogebra. Pro správné pochopení řešení kvadratických rovnic je vhodné dlouhodobější procvičování. Zásobníky příkladů na konci každého tématu můžeme rozšířit i o příklady ze sbírek úloh.



Obr. č. 12: Grafické řešení

Slovní úlohy jsou pro studenty složité, protože chyba může nastat v porozumění textu, ve zvolení algoritmu řešení, v grafickém vyjádření, v numerickém výpočtu nebo v chybné formulaci správného výsledku. Při řešení slovních úloh se uplatňují mezipředmětové vztahy (M-F-ČJ). Předpokladem pro správné řešení kvadratických rovnic je správné porozumění textu.



1) Z Prahy do Poděbrad vyjeli dva cyklisté. Určete průměrnou rychlost každého z nich, víte-li, že ujeli 56 km a že pomalejší ztrácel na rychlejšího každou hodinu dva kilometry, takže přijel do Poděbrad o 30 min později.

x .... rychlost pomalejšího cyklisty

$(x+2)$ .... rychlost rychlejšího cyklisty

$\frac{56}{x}$ .... doba jízdy pomalejšího cyklisty

$\frac{56}{x+2}$ .... doba jízdy rychlejšího cyklisty

Protože rychlejší cyklista přijel do Poděbrad o půl hodiny dříve, platí: $\frac{56}{x+2}=\frac{56}{x}-\frac{1}{2}$

Vyjádříme neznámou *x*. Z rovnice odstraníme zlomky ⇒ bude nutné provést zkoušku.

$2\cdot 56x = 2\cdot 56(x+2)-x(x+2)$ tj. $x^2+2x-224=0$

Obr. 11: Slovní úloha

Po projití druhé kapitoly by studenti měli být schopni rozpoznat kvadratickou rovnici, vyřešit ji, diskutovat o řešitelnosti a počtu řešení, rozložit kvadratický trojčlen na součin, řešit rovnice s odmocninou, kde při řešení zohledňují neekvivalentní úpravy, využít grafu k určení kořenu rovnice.

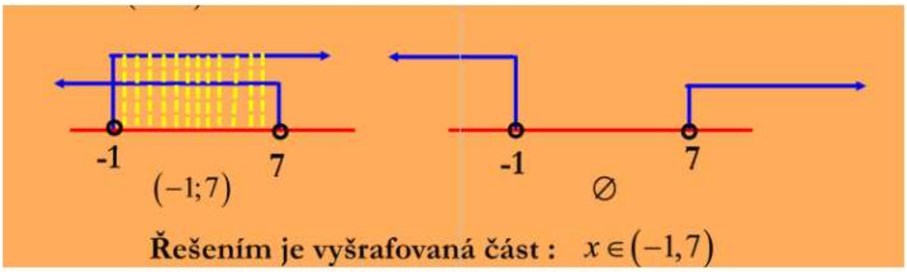
8.3.1.3 Kvadratická nerovnice

Poslední kapitola je Kvadratická nerovnice je zařazena na závěr, jelikož se opírá o znalosti z předchozích částí. V úvodu kapitoly jsou definovány všechny možnosti kvadratické nerovnice, které jsou postupně řešeny na ukázkových příkladech. Jsou zařazeny příklady, které vedou ke všem možnostem řešení, kdy rovnice buď nemá žádné řešení, nebo právě jedno řešení, nebo řešením je množina otevřená, uzavřená, polouzavřená, či sjednocením dvou množin.

Pozornost je věnována správnému zápisu výsledku řešení. Zopakujeme význam otevřeného, uzavřeného a polouzavřeného intervalu, který se v zápisu řešení objevuje. Při grafickém řešení nerovnic nepožadujeme přesný nákres grafu. Studentům objasníme, že pro čtení řešení z grafu postačí pouze jeho náčrtek, u kterého si uvědomí, zda daná parabola je otevřená dolů či nahoru a kde protíná graf osu *x*. V práci se několikrát setkáte s výrazy parabola otevřená dolů či nahoru. Výrazy jsou zvoleny pro zjednodušení výkladu a jeho snadnějšího pochopení. Výrazem parabola otevřená nahoru nahrazujeme parabolu $y = ax^2 - bx - c$ s $a > 0$. Výrazem parabola otevřená dolů nahrazujeme parabolu $y = ax^2 - bx - c$ s $a < 0$. Pokud graf osu *x* neprotíná, neznamená to, že daná rovnice nemá řešení, a i tuto parabolu je důležité načrtnout.

V kapitole Algebraické řešení se studenti naučí řešit nerovnice postupem převedení na součin. Existují i další postupy např. pomocí tabulky a nulových bodů, kde studenti vyplňují do tabulky plus a mínus, aniž by věděli proč. Jedná se o typický znak formalizmu, kterému se chceme vyhnout. Proto jsem volila právě postup převedení na součin, který mi přijde méně náročný, a studenti na něm snáze pochopí podstatu nerovnic.

U prvního příkladu $x^2 - 6x - 7 > 0$, vyjádříme nerovnici v součinovém tvaru a studentů se ptáme, kdy je součin dvou výrazů kladný. Na základě znalostí o výrocích by měli být schopni zapsat výrokovou formuli. Pro lepší představivost znázorníme řešení na číselné ose (viz obrázek č. 12). Vedeme studenty k logickému vyvození řešení.

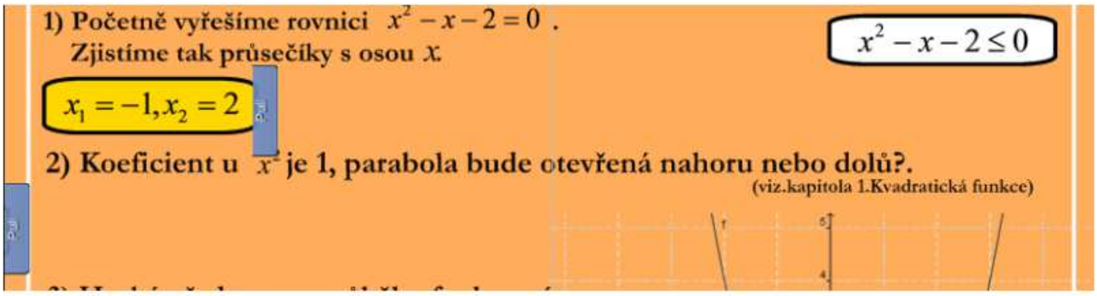


Obr. 12: Znázornění řešení na číselné ose

U druhého příkladu $x^2 - 6x - 7 < 0$ se ptáme, kdy je součin záporný. Studenti by měli pracovat samostatně, protože postup se shoduje s předchozím příkladem.

V příkladu $9x^2 - 12x - 4 \geq 0$ se student seznámí s řešením, kterému vyhovují všechna reálná čísla. U dalšího příkladu se naopak setkává s množinou prázdnou.

V podkapitole Grafické řešení znovu využíváme možností programu Geogebra. Novinkou této kapitoly jsou záložky, které se objevují u příkladů, v nichž studentům nabízíme návod, jak postupovat při řešení nerovnice. Nejprve je jim položena otázka a odpověď si najdou na levém okraji obrazovky v záložce, kterou si aktivují tažením hesla „PULL“ (z angličtiny přeloženo „táhnout“- viz obrázek č. 13). U příkladů na grafické řešení nerovnic je nutné využít nabytých zkušeností z první kapitoly Grafy kvadratických funkcí. U příkladu $x^2 - x - 3 \leq 0$ upozorníme studenty, že i přesto, že graf s osou x nemá žádný společný bod, řešení existuje.



Obr. 13 : Záložka PULL

Po uzavření kapitoly by student měl být schopen řešit kvadratické nerovnice algebraicky i graficky. V hodinách je vhodné doplňovat výukový materiál o příklady ze sbírek úloh určených pro SOŠ.

8.4 Závěr k pracovním listům

Při vytváření pracovních listů jsem se držela definovaných očekávaných výstupů podle RVP. Jsou to např.: umí sestavit tabulku a načrtnout graf funkce, čte z grafu funkce, užívá kvadratickou funkci při řešení jednoduchých příkladů z praxe, využívá poznatky o funkcích při řešení kvadratické rovnice a nerovnice, řeší kvadratické rovnice a jejich soustavy, diskutuje o jejich řešitelnosti nebo počtu řešení, rozloží kvadratický trojčlen na součin, sestaví kvadratickou rovnici s danými kořeny a další.

Snažila jsem se splnit všechny požadavky očekávaných výstupů za pomoci učebnic Odvárko O., Řepová J., Skříček L. Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 2. část, Calda E. (2006), Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 1. díl, které jsem hodnotila v předchozí části mé práce. Z těchto učebnic pochází také většina citovaných definic a příkladů. Dalším zdrojem cvičení, kterých jsem využila, byla Hudcová, M., Kubičíková, L., (2000) Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné školy, střední odborná učiliště a nástavbové studium.

Při tvorbě listů jsem se setkala s mnohými nepříjemnostmi způsobenými programem Smart Notebook. Při kopírování napsaných vzorců ve Wordu v editoru rovnic program neakceptoval dané znaky. Některé vůbec nezobrazil (uzavřený interval), jiné si přetvořil podle sebe (množina prázdná, sjednocení aj.). Tím vznikla i neúhledná sazba v pracovních listech (viz obrázek č. 21). Pokud jsou listy vyžívány v programu Smart Notebook v jiné verzi než v 11., některé vložené obrázky či aplikace použité z galerie se nemusí zobrazit.

I přesto, že příprava na výuku s interaktivní tabulí může být časově náročnější než na klasickou výuku, považuji ji za výhodnou. Výukový materiál je možné poskytnout dlouhodobě nemocným studentům k domácí přípravě. Vytvořený materiál je vícenásobně použitelný. V každé třídě je možné uložit si pracovní listy samostatně i s poznámkami a s řešenými příklady a v budoucnu se k nim se studenty vrátit.¨

Vaníček (2009) ve své knize uvádí, že atraktivnost této pomůcky s věkem žáka klesá a její nasazení může lehce sklouznout k samoúčelnosti. Myslím si, že pro studenty SOŠ bude aktivní výuka výhodou a pomůže jim přenést se přes možné problémy.

9. Experiment

Pro ověření svých pracovních listů jsem si vybrala Střední odbornou školu řemesel a služeb ve Strakonicích, kde mi paní učitelka umožnila jejich vyzkoušení ve výuce ve třídě 2. S. Před ověřováním jsem s ní konzultovala obsah ŠVP této školy ve srovnání s mojí prací. Jak jsem se zmínila v předchozím odstavci, nezařazovala jsem kvadratickou rovnici s absolutní hodnotou a kvadratickou rovnici s parametrem, ale ŠVP pro 2.S je obsahoval (viz obrázek v příloze). S paní učitelkou jsme se dohodli, že dané téma studentům předloží sama. Dotace hodin pro toto téma v ŠVP bylo 34 hodin. Moje práce není členěna na vyučovací hodiny, ale dle témat, proto je možné si v každé třídě učivo rozvrhnout dle aktuální potřeby.

Můj experiment měl několik cílů - seznámit žáky s programem dynamické geometrie GeoGebra a naučit je v něm pracovat, ukázat jim možnosti a využití interaktivní tabule, využívat konstruktivistickou metodu ke zvýšení výkonnosti. Snažila jsem se pracovní listy konstruovat na podkladě myšlenek konstruktivizmu, které uvádím v teoretické části své práce. Patří mezi ně vhodná motivace studentů pomocí dynamické geometrie a interaktivních prvků v pracovních listech, vyvolání jejich pozornosti jiným materiálem než je učebnice, sešit a klasická tabule. Mým cílem nebylo úplně vyřadit z hodin matematiky používání klasické učebnice. Když bylo nutné pro upevnění probírané látky propočítat více příkladů, využila jsem sbírku úloh. Studenti si své poznámky a příklady psali do sešitů.

Při výuce jsem sledovala reakce žáků, které byly jiné než v klasické výuce. V průběhu pedagogické praxe během studia pedagogické fakulty jsem se studenty SOŠ Velešín prošla téma Kvadratická rovnice, nerovnice a funkce klasickým způsobem, a proto jsem měla možnost porovnávat rozdíly v obou typech vyučování. Na počátku mé práce jsem si kladla otázku, zda interaktivní výuka bude mít u studentů větší vliv na pochopení a zapamatování učiva. Zajímalo mě, jak studenti budou spolupracovat sami se sebou, s učitelem a s interaktivní tabulí, zda-li jim bude prospěšná či ne.

V úvodní hodině jsem studenty seznámila s programem Smart Notebook. Zaměřila jsem se především na panel nástrojů (viz obrázek č. 14), který se často používal. Všichni se naučili zacházet s perem, s gumou, ovládat tabuli prstem, přesouvat obrázky, tvořit geometrické tvary, nahlédli do galerie a vyzkoušeli si používat některé aplikace. Po krátkém úvodu o programu Smart Notebook jsem se zmínila o programu dynamické geometrie GeoGebra. Největší ohlas ve třídě měla informace, že se dá zdarma „stáhnout“ z internetu, ale po několika dnech používání programu si ho nikdo do svého počítače neuložil. Většina studentů byla spokojena, že je program v českém jazyce a mohou tak využívat nápovědu. I v tomto programu jsme si prošli prvky ovládacího panelu. Ukázali jsme si algebraické a geometrické okno (viz obrázek č. 15).

Obr. 14: Panel nástrojů Smart Notebook

Obr. 15: Panel nástrojů GeoGebra

9.1 Výuka Kvadratické funkce

Po přečtení úvodní stránky v pracovních listech narazili studenti na symboly, se kterými se budou setkávat. Většina z nich je akceptovala a vzala je jako fakt. Nedočkaví jedinci se mě ptali, co bude pod symbolem zeměkoule za zajímavosti, jiní správně pochopili, že důležité informace jsou v zeleném rámečku a mají si je zapisovat do sešitu. Upozornila jsem studenty, že v pracovních listech se vyskytnou ještě dva symboly, které zde nejsou. Jedná se o zelený čtverec s vidlicí a červený čtverec s křížkem. Vyskytují se u otázek, na které lze odpovědět *ano* nebo *ne*.

Na stránce s obsahem jsem studentům ukázala, jak si mohou zvolit libovolnou kapitolu a kliknutím na text přeskočit přímo na ni. Studenti si chtěli zkusit, zda vše opravdu funguje. Několik z nich si přišlo k tabuli máčknout na název kapitoly a byli potěšeni, že se opravdu kapitola objevila. Po úvodním seznámení s fungováním interaktivních pracovních listů začala vlastní výuka.

Po definici kvadratické funkce jsme přešli k fotografiím, na kterých studenti sami objevili tvar paraboly v běžném světě (viz obrázek č. 16). Většina z nich s tímto úkolem neměla problém. Přiznali, že s pojmem parabola a s jejím tvarem se setkali již na základní škole. Na tabuli obtáhli tvar paraboly elektronickou tužkou a do sešitů si poznamenali několik příkladů z běžného života, kde se parabola nachází. Při tomto úkolu jsme plně využili funkci názornosti interaktivní tabule - možnost kreslit přímo do obrázků. Pomocí internetu studenti hledali další obrázky paraboly v okolním světě.

Obr. 16: Obtažení paraboly elektronickou tužkou

Pro zjednodušení práce jsem studentům doporučila používat při sestrojování grafů funkce milimetrový papír. Ukázalo se, že velkým problémem jsou jejich nedostatky v základech geometrie ze základní školy, nepřesnost a neupravenost obrázků.

Pod symbolem zeměkoule se objevily fotografie paraboly v běžném životě. Pokusila jsem se studentům objasnit, jak je z fyzikálního hlediska parabola v daných případech využita. Následně byla rozvinuta diskuze na dané téma, kterou jsem musela z časových důvodů přerušit.

U příkladu v GeoGebře, kde pomocí vykreslené stopy měli studenti říci, o jakou křivku se jedná, každý odpověděl správně. Asi u deseti z nich jsem zaznamenala zájem o vytvoření konstrukce. Ale nikdo z nich již nepřišel na klasický důkaz, zda se jedná o parabolu. Díky dynamické geometrii studenti získali i jiný pohled na parabolu, kde byl počítač využit pro vizualizaci.

Studenti si v programu GeoGebra sestrojili grafy, podle nichž určovali vliv koeficientu *a* na tvar paraboly. Všichni se shodli, že čím větší je hodnota koeficientu, tím se parabola více uzavírá a naopak. Zde se mi potvrdila slova Pettyho (2004), který říká, že konstruktivizmus je metoda pomalá. Aby studenti samostatně přišli na vliv koeficientu na tvar paraboly, museli vytvořit mnoho grafů. Z tohoto důvodu jsme s tématem strávili více času než při klasickém výkladu. U příkladů na procvičení studenti pět ze šesti vyřešili správně, ale s posledním si poradili pouze čtyři z nich, kteří nezapomněli na podmínku a správně si výraz zkrátili. Zde jsem využila zásadu zadání obtížného úkolu (Hrabal, 1989), kdy studenti příklad na první pohled složitý s jistou mírou nápovědy vyřešili.

Při posouvání grafů se aktivně zapojili do práce. Tím byl splněn jeden z cílů konstruktivizmu. Řekla bych, že kombinace dynamické geometrie v GeoGebře a interaktivní tabule jim dodávala odvahu k vyslovení svých myšlenek, které byly správné. Měli radost, že sami přicházejí na zákonitosti posouvání grafů. V této části jsem si ověřila teorii, že pokud žák sám problém vyřeší, lépe si vše zapamatuje a v budoucnosti to umí využívat. Při procvičování příkladů se nevyskytl žádný větší problém a studenti pracovali samostatně.

Při určování vrcholu paraboly jsem svou pozornost orientovala na četnost využití jednotlivých metod. Předpokládala jsem, že pokročilejším studentům se bude zamlouvat postup s využitím doplnění na čtverec a ostatní využijí předložené vzorce. Můj předpoklad byl správný, ale snažila jsem se vést je k využívání obou metod.

V kapitole určování vlastností funkce mě studenti upozornili na nečitelnost obrázků u příkladů, kde měli popisovat vlastnosti funkce z grafu. Částečně jsem problém vyřešila překreslením grafu v GeoGebře. Pro další využití pracovních listů bude nutné obrázky zvětšit a rozdělit je na více stránek.

Závěrečné příklady jsem využili k ústnímu zkoušení, které proběhlo bez větších problémů. Někteří žáci pracující samostatně v lavicích potřebovali s řešením pomoci.

9.2 Výuka kvadratické rovnice

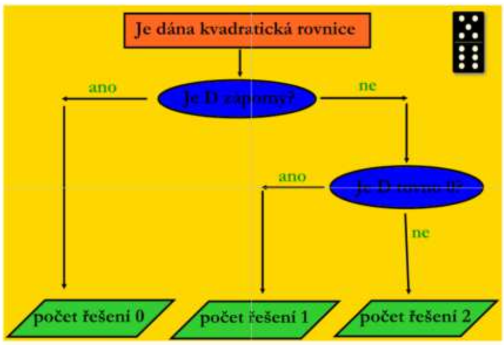
Na rozdíl od kvadratické funkce se většina studentů s pojmem kvadratická rovnice setkala poprvé. Byla jsem si proto vědoma důležitosti správného zavedení pojmu kvadratická rovnice. Nejprve jsem studentům na motivačním příkladu z první stránky ukázala, jak kvadratická rovnice vypadá, a na jejím obecném tvaru jsme si popsali jednotlivé členy. Studenti si sami udělali zápis do sešitu. K procvičení členů kvadratické rovnice jsem využila několik příkladů z cvičebnice. Studenti sami poznali, že každá rovnice nemá všechny tři členy. Dokázali určit, který člen chybí. V této chvíli bylo vhodné zavést pojem neúplná kvadratická rovnice. Při řešení příkladů v pracovních listech se někteří studenti nechali nachytat u příkladu $9x^2 + 8x^3 - 2 = 0$, kde sice správně viděli x^2, ale člen $8x^3$ považovali za lineární. U posledního příkladu $-6x^2 - 4x + 7$ se všichni divili, proč se při kliknutí na „ano“ ozve tón oznamující špatnou odpověď. Jeden student správně určil, že u příkladu chybí rovnítko, a proto se nejedná o rovnici.

Při řešení ryze kvadratické rovnice jsem nechala studenty pracovat samostatně. U příkladů $2x^2 + 8 = 0$ a $2x^2 - 8 = 0$ správně využili ekvivalentních úprav. Došli k správnému závěru, že první rovnice nemá žádný kořen a druhá má dva. Jejich řešení si ověřili graficky. Využili své znalosti z kapitoly Kvadratická funkce. Jak uvádí Petty (2004), studenti potřebují, aby jim byly nové poznatky vysvětleny na základě jejich dosavadních znalostí.

U rovnic bez absolutního členu jsem studenty musela navést k úvaze, kdy je součin roven nule. Po nápovědě někteří z nich výsledek vypočetli a znovu si jej ověřili graficky v programu GeoGebra. K ověřování jsem zvolila matematický program, protože cílem hodiny nebylo kreslení grafů, ale řešení rovnic. V příkladech na procvičení měli studenti přiřadit správné výsledky k příkladům. Schopnější je přiřazovali rovnou, ostatní si museli příklad nejdříve spočítat vedle na tabuli.

Při řešení úplné kvadratické rovnice jsem studentům bez předchozího odvozování rovnou předložila vzorec stejně jako je to v obou učebnicích, ze kterých jsem čerpala. Rozhodla jsem se pro tento postup především proto, abych mohla věnovat co nejvíce času procvičování konkrétních příkladů. Někteří studenti měli problém s dosazováním do vzorce, zvláště když členy rovnice byly v zaměněném pořadí.

Po spočítání příkladu na 32. listu jsme si vysvětlili vliv diskriminantu na počet kořenů rovnice, který odpovídá počtu řešení. Při počítání příkladů jsem slabší studenty nechávala nahlédnout do pomocného nákresu (viz obrázek č. 17). Později si myšlenkový pochod související s řešením příkladů osvojili a sami bez problémů počítali. Motivovala jsem studenty tím, že za každý správně spočtený příklad jsem jim odpouštěla jeden příklad v domácím cvičení. Všichni se aktivně a s nadšením pustili do práce.



Obr. 17: Grafická pomůcka – vliv diskriminantu na počet řešení

V části Vztahy mezi kořeny a koeficienty jsme narazili na problém. Studenti si navykli řešit rovnice automaticky pomocí vzorce a zde bylo nutné více přemýšlet. Po několika spočtených příkladech dělal některým studentů problém normovaný tvar rovnice. Nechápali, že ji musí upravit tak, aby se člen $a = 1$, a snažili se využít Viethovy vztahy k převedení na obecný tvar.

U příkladu, kde měli studenti rozložit daný trojčlen na součin, jsem postup řešení nechala na nich. Ukázalo se, že je jim bližší mechanické doplňování do vzorce. Ti přemýšlivější pochopili, že Viethovy vztahy je vhodné vyžívat u příkladů s jednoduššími koeficienty.

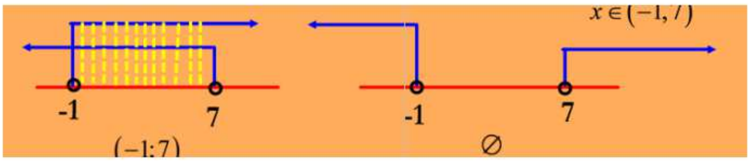
Když jsme začali řešit rovnice graficky, motivovala jsem studenty, aby si sami nakreslili první graf a pak spočítali rovnici. Studenti rozpoznali, že kořeny rovnice jsou průsečíky paraboly s osou x. Problém nastal, když zakreslili parabolu, která s osou x neměla žádný společný bod. Ti rychlejší si stihli spočítat rovnici dopředu a zjistili, že rovnice má záporný diskriminant, a proto nemá žádné řešení v oboru reálných čísel. Velmi oblíbené bylo řešení rovnic, kdy měli graf sestrojit v programu GeoGebra. Pro tuto vyučovací hodinu by byla vhodná výuka v počítačové učebně, aby si každý student mohl grafy sestrojovat sám. My jsme měli k dispozici pouze interaktivní tabuli, u které se museli střídat, a ostatní si zakreslovali grafy do sešitů.

První slovní úlohu jsme vyřešili společně. Postup jsem měla na pracovních listech předem připravený. Za pomoci stínování obrazovky jsem odkrývala jednotlivé kroky řešení. Zvláštní pozornost jsem věnovala porozumění textu. Studenti si u správně vyřešené rovnice nevěděli rady s výsledkem, ale po dosazení do textu přišli na kořen, který vyhovuje slovní úloze. Potvrdila jsem si svou domněnku, že část se slovními úlohami nebude pro studenty jednoduchá. Je pro ně mnohem jednodušší a pohodlnější dosazování do vzorců něž pochopení textu, sestavení rovnice a potom ověření, který kořen vyhovuje slovní úloze. I když si většina studentů z textu vybrala potřebné informace, neuměli z nich sestavit kvadratickou rovnici. Slovním úlohám jsem věnovala více času, než bylo původně plánováno. Přesto někteří studenti nebyli sami schopni sestavit kvadratickou rovnici.

Závěrečným příkladům této kapitoly jsme se věnovali společně celou hodinu. Chtěla jsem předejít případným nedostatkům před písemnou prací. Příkladů není v této části pracovních listů mnoho, proto je nutné používat sbírky úloh, aby se učivo důkladně procvičilo.

9.3 Výuka kvadratické nerovnice

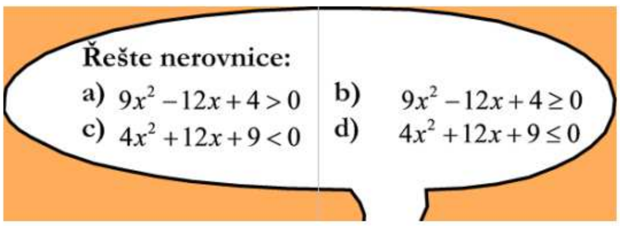
Z předchozí zkušenosti jsem se této části velmi obávala. Nerovnice nejsou příliš oblíbené a pro některé studenty jsou těžko pochopitelné. Bohužel ani interaktivní tabule jim učivo nezjednoduší. Nejprve jsme si definovali kvadratické nerovnice a pak jsme se snažili nalézt postupy pro jejich řešení. Vysvětlovali jsme si je na konkrétních příkladech. U prvního příkladu přišli všichni na to, kdy je součin dvou výroků kladný, ale problém jim činilo zapsání výrokové formule pomocí výrokových spojek. Museli jsme přerušit práci a zopakovat si významy symbolů $\cup, \cap, \vee, \wedge$. Přesto bylo nutné zaznamenat si řešení nerovnice na číselnou osu (viz obrázek č. 18). Z tohoto nákresu více než polovina studentů určila řešení správně.



Obr. 18: Grafické znázornění řešení nerovnic

U příkladů, kde výraz má být vetší, menší nebo roven nule, studenti došli až k číselné ose, ale zarazili se nad tím, že pomocné šipky vedou stejným směrem jako v předchozích příkladech. Označili jsme u nich počáteční body vyplněným kolečkem a v zápise řešení jsme nahradili otevřené intervaly uzavřenými.

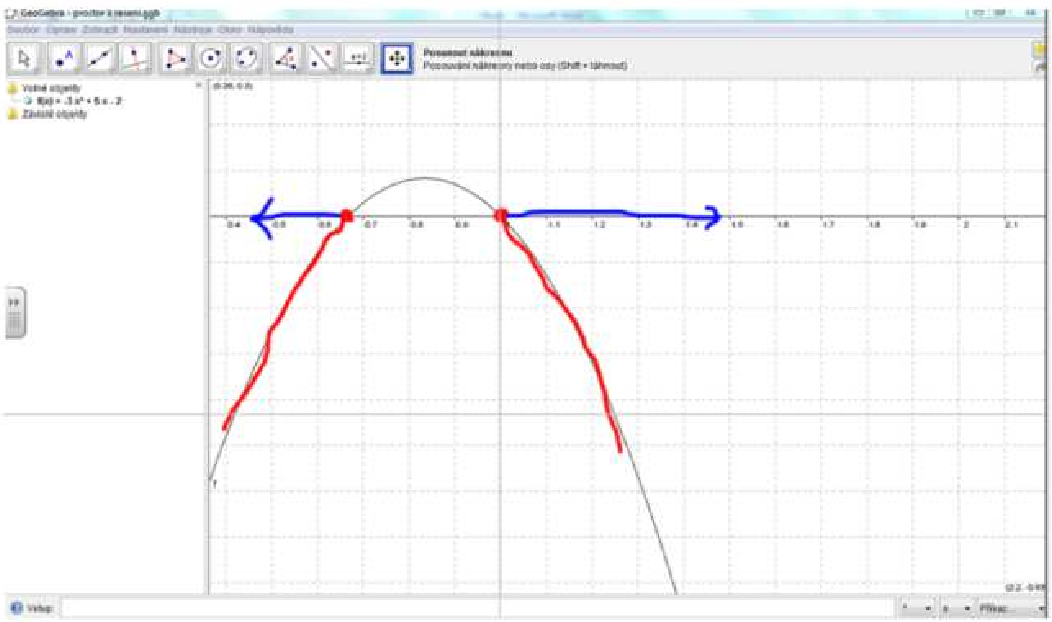
Při řešení příkladů (viz obrázek č. 19) většina studentů došla k výsledku, ale nevěděli si rady s jeho zápisem. Určili jsme si vzorové zápisy, které studenti používali při dalších řešeních.



Obr. 19: Příklady

Příklady v závěru kapitoly jsem využila k ústnímu zkoušení. Ostatní studenti si je počítali do sešitů. Mnozí je vyřešili jen za pomoci spolužáků, samostatně se jim příliš nedařilo. Nakonec si zkontrolovali správnost výsledků se studenty, kteří byli zkoušeni u tabule. U těch jsem objevila nedostatky v závěrečné části, kdy nevěděli, kam mají vést pomocné šipky na číselné ose. Jeden ze zkoušených studentů měl problémy s otevřenými a uzavřenými intervaly. I přes moji snahu vše jim znovu objasnit jsem se i nadále setkávala s chybami.

Mnohem více se jim líbilo grafické řešení. Bylo pro ně jednodušší představit si výsledek nerovnice a chyby v zápise se přestávaly objevovat. Nejvíce ocenili příklady, kde jim byla nabídnuta možnost využít programu GeoGebra. Při zobrazení grafu na interaktivní tabuli si označili průsečíky s osou x a elektronickou tužkou obtáhli části grafu, které odpovídají řešení nerovnice (viz obrázek č. 20).



Obr. 20: Řešení nerovnice v programu GeoGebra

Při řešení příkladů v závěru této kapitoly jsem si potvrdila své předchozí zkušenosti. Studenti preferují grafické řešení. Vypočítání příslušné rovnice, určení, zda je parabola otevřená směrem dolů nebo nahoru, a určení řešení nerovnice pro ně bylo jednodušší než úvahy a zápisy při algebraickém postupu.

9.4 Závěr experimentu

Výuku matematiky ve spojení s interaktivní tabulí jsem neprováděla poprvé. Už jsem měla nějaké zkušenosti a znala jsem její výhody a nevýhody. Studenti po několika vyučovacích hodinách byli unaveni a polevoval zájem o práci. Sami přiznali, že první hodiny pro ně byly nové a měli o látku zájem, ale po čase jejich nadšení upadalo, protože hodiny byly hodně podobné. Velkou výhodu tohoto způsobu výuky kvadratické rovnice, nerovnice a funkce viděli ve zdokonalení práce s interaktivní tabulí obecně. Zpočátku se potýkali s mnoha problémy, například s přesouváním obrázků. Naučili se pracovat v programu GeoGebra a své znalosti mohou využívat v dalším studiu.

Při tvorbě pracovních listů a pak i při výuce s nimi jsem narazila na určitá úskalí interaktivní tabule a technologie Smart Board a programu Smart Notebook. Za největší problém bych považovala zastínění tabule studentem či učitelem, který u ní pracuje. Student si stíní sám sobě a nevidí, co je ve stínu napsáno, musí si poodstoupit, aby si danou část mohl přečíst. Stín vadil i studentům v lavicích. Vše bylo způsobeno umístěním projektoru naproti tabuli. Na našem trhu existuje již řešení tohoto problému. Projektory jsou umístěny za tabulí či na její konstrukci.

Ve třídách, kde je interaktivní tabule, již většinou nebývá žádná jiná, proto dochází k problémům například pří řešení příkladů náročnějších na prostor. Plocha interaktivní tabule je mnohem menší než klasické tabule na křídy či fixy a často se na ni řešení jednoho příkladu nevejde. Velice se mi líbilo vybavení třídy oběma tabulemi - klasické a interaktivní, umístěné na zadní stěně. Vyučující měl k dispozici obě možnosti a pouze otočením žáků mohl výuku kombinovat.

Dalším technickým problémem při výuce byla špatná „reakce tabule“ na studenty. Studenti měli vlhké ruce a při dotyku prstu tabule nereagovala. Například jim nešly přesouvat obrázky.

Během výuky jsem objevila i několik nedostatků v pracovních listech. Studenti ze zadních lavic si občas stěžovali, že text a obrázky jsou špatně čitelné. Symbol pro sjednocení se po zkopírování z editoru rovnic do programu Smart Notebook mírně změnil a studenti jej poprvé nemohli rozpoznat (viz obrázek č. 21)

$$x \in (-\infty,-1) \cup (7,\infty)$$

Obr. 21: Změněný tvar symbolu

Pro nedostatek času jsem nedokázala v jedné třídě porovnat výsledky vyučování daného tématu klasickou metodou a za pomoci interaktivní tabule. Znalosti žáků mohu porovnat pouze na základě zkušeností z SOŠ Velešín, kde jsem používala klasickou metodu. Myslím si, že studenti SOŠ ve Strakonicích mnohem více využívali grafická řešení, naopak ve SOŠ Velešín dávali přednost algebraickému postupu. Bylo to tím, že díky používání interaktivní tabule s programem GeoGebra měli grafy stále před očima, během chvíle si je dokázali vytvořit a potom s nimi pracovali. Naopak studenti na SOŠ ve Velešíně se naučili dosazovat hodnoty do vzorce a tím byla pro ně práce s rovnicemi skončena. Neuměli využívat grafů, sestrojení grafu funkce jim dělalo velké problémy.

Interaktivní tabule je v dnešní době již na většině škol nedílnou součástí vybavení. Díky programu Peníze do škol se i v malých vesnických školách objevují dvě a více tabulí. Setkávám se ale s problémem, že nejsou dostatečně využity. Školy si pořizují tabule, protože je to moderní, ale dále je používají jako klasické. Mnoho kolegů práci s tabulí odsuzuje, považuje ji za zdržování, uvádí neefektivní výsledky. Jiní kolegové přiznávají, že tabuli využívají pouze jako projektor a její interaktivitu vůbec nevyužívají.

Myslím si, že v matematice je interaktivní tabule velkým pomocníkem, ale je nutné oba způsoby výuky kombinovat. Studenti tak i nadále budou vnímat práci s tabulí jako oživení hodiny a tím zvýšíme jejich zájem o studium. Jak jsem uváděla v první části mé práce, práce studentů je mnohem kvalitnější a dosažené znalosti mají vyšší hodnotu.

10. Závěr

Myslím si, že téma kvadratická rovnice, nerovnice a kvadratická funkce bylo zvládnuto studenty SOŠ bez větších problémů. Žáci mnohem častěji využívali při řešení rovnic a nerovnic grafické řešení.

Z mého pohledu je interaktivní tabule dobrým pomocníkem v hodinách matematiky, ale nelze ji využívat jako prioritní. Při častém používání interaktivní tabule vidím spíše nevýhody, interaktivní tabule se stává běžnou součástí výuky a tím u studentů klesá jejich počáteční nadšení. Je třeba dbát na přiměřenost jejího využití, studenti by například mohli přestat využívat nákresu grafů a sestavování tabulek.

Za největší výhody interaktivní tabule považujeme možnost využití matematických programů, přístupu na internet a zároveň nám poskytuje všechny funkce klasické tabule.

Díky své diplomové práci, ve které jsem porovnávala a hodnotila učebnice dostupné na našem trhu, by pro mne v budoucnu neměl být problém vybrat pro studenty vhodnou učebnici. Nadále bych chtěla při výuce daného tématu využívat mnou vytvořené pracovní listy.

Během svého experimentu jsem v několika vyučovacích hodinách zaznamenala u studentů zvýšenou aktivitu i přesto, že výzkum G. Mosse (2007) ji neprokázal. U studentů s horším prospěchem ale nemělo zpestření výuky vliv na jejich studijní výsledky.

Při vytváření pracovních listů je třeba dbát na několik zásad: vybrat správnou barvu pozadí vůči písmu, dbát na velikost písma a obrázku a vhodně volit množství obsahu na stránce. Vytvoření vlastních pracovních listů mi v budoucnosti ulehčí práci ve vyučovacím procesu. Mohu je využít i v jiných tématech, která souvisejí s kvadratickými rovnicemi, nerovnicemi a funkcemi. Pracovní listy jsem nevytvářela pouze pro sebe, ale díky zpracovanému manuálu je mohou použít i moji kolegové.

Interaktivní tabule přináší do výuky nové možnosti, které s obyčejnou tabulí nemůžeme využít, jak potvrzují ve svých pracích Dostál, Martínková (2009) a další. Myslím si, že její využití přináší do hodin matematiky zpestření výuky a zvýšenou aktivitu žáků. Pokud je používání interaktivní tabule je přiměřené, může pomoci studentům i pedagogům. Naopak její časté užívání vede ke stereotypu výuky a tím klesá i zájem a motivace studentů.

11. Použitá literatura

Barták, J., Bojtár, Š., Hebák, K., (1985): *Matematika 2 pro učební obory středních odborných učilišť,* Praha, Státní pedagogické nakladatelství, ISBN 14-495-85

Calda, E. (2006): *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 1. díl,* Praha: Prometheus, spol s.r.o., ISBN 80-7196-020-9.

Čapek R. (2008): *Odměny a tresty ve školní praxi*
Grada, Praha, 160 s., 1. vydání

Čáp J. (1993): *Psychologie výchovy a vyučování*
Karolinum, Praha, 415 s., 1. vydání

Devlin K., (2003): *Jazyk matematický*, Praha: Dokořán nakl., ISBN 80 86569-09-8

Dostál, J. Interaktivní tabule - významný přínos pro vzdělávání. *Časopis Česká škola* (on-line). Vydává Computer Press. Publikováno 28. 4. 2009

Fuchs E. a kol. (2006): *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím programu – Střední odborné školy*
Prometheus, spol. s.r.o., Praha, 1. vydání

Gagné M. R. (1965): *Podmínky učení* (přeložil V. Kulič)
SPN 1975, Praha, 288 s., 1. Vydání

Hartl P., Hartlová H (2000): *Psychologický slovník*
Portál, Praha

Hejný M. (1990): *Teória vyučovania matematiky 2*
Slovenské pedagogické nakladateĺstvo, Bratislava, 560 s., 1. vydání

Hejný M., Kuřina F. (2009): *Dítě, škola a matematika*
Portál, Praha, 192 s., 1. Vydání

Hejný M., Novotná J. (2004): *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*
UK Praha, Pedagogická fakulta, 395 s.

Helus Z., Hrabal V., Kulič V., Mareš J. (1979): *Psychologie školní úspěšnosti žáků*
SPN, Praha, 264 s., 1. vydání

Hudcová, M., Kubičíková, L.(2000) *Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné školy, střední odborná učiliště a nástavbové studium*, Praha: Prometheus, spol. s.r.o. ISBN 80-7196-165-5

Homola M. (1977): *Motivace lidského chování*

SPN, Praha, 360 s., 2. vydání

Hrabal V., Man F., Pavelková I. (1989): *Psychologické otázky motivace ve škole*
SPN, Praha, 233 s., 2. upravené vydání, ISBN 80-04-23487-9

Komenský J. A. (1946): *Didaktika analytická*
Samcovo knihkupectví, Praha, 31 s.

Kopáčková A., (2002): *Nejen žákovské představy o funkcích*
Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 47 (2002), No. 2, 149-161

Kopáčková A., Eisenmann P., *Rozvoj funkčního myšlení ve výuce matematiky na základní škole*
Studijní materiály k projektu Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP
č. projektu: CZ.04.3.07/3.1.01.1/0137

Kolektiv did. FPE, (2007) *Pedagogická praxe na ZŠ a SŠ - metodické pokyny* , ZČU v Plzni, ISBN 978-80-7043-590-8

Lokšová I., Lokša J. (1999): *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*
Portál, Praha, 208 s., 1. Vydání, ISBN 80-7178-205-x

Molnár J.,Schubertová J., Vaněk V. (2007): *Konstruktivismus ve vyučovaní matematice*
Univerzita Palackého v Olomouci, Přírodovědecká fakulta, Olomouc

Moss, G., Jewitt, C., Levaãic, R. Armstrong, V., Cardini, A., Castle, F.: *The interactive whiteboards, Pedagogy and Pupil Performance Evalution: An Evalution of the Schools Whiteboard Expansit (SWE) project: London Challenge,* Institute of Education, 2007

Nakonečný M. (1997): *Motivace lidského chování MAM ALE 2003*
Academia, Praha, 270 s., 1. vydání

Nakonečný M. (1997): *Psychologie osobnosti*
Akademie věd ČR, ISBN 80-200-0628-1

Odvárko, O., Řepová, J., Skříček, L., *Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU, 2. část*, Praha: Prometheus s.r.o., ISBN 80-85849-61-5.

Petránek, O., Šikola, B., Schmidtmayer, J.,(1981): *Matematika 3 pro střední průmyslové školy a střední zemědělské technické školy,* Praha, Státní pedagogické nakladatelství, ISBN 14-754-80

Petty G. (2004): *Moderní vyučování* (přeložil Kovařík Š.)
Portál, Praha, 380 s., 3. Vydání

Průcha J., Walterová E. Mareš J. (1995): *Pedagogický slovník*
Portál, Praha, 1. vydání

Stehlíková N., Cachová J. (2006): *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe*. Studijní materiály pro kurzy ESF ‚Podíl učitele matematiky na přípravě ŠVP‘, JČMF

Vaníček J. (2009): *Počítačová kognitivní technologie ve výuce geometrie* Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, ISBN 978-80-7290-394-8

http:/www.ceskaskola.cz (cit 2012-3-12)

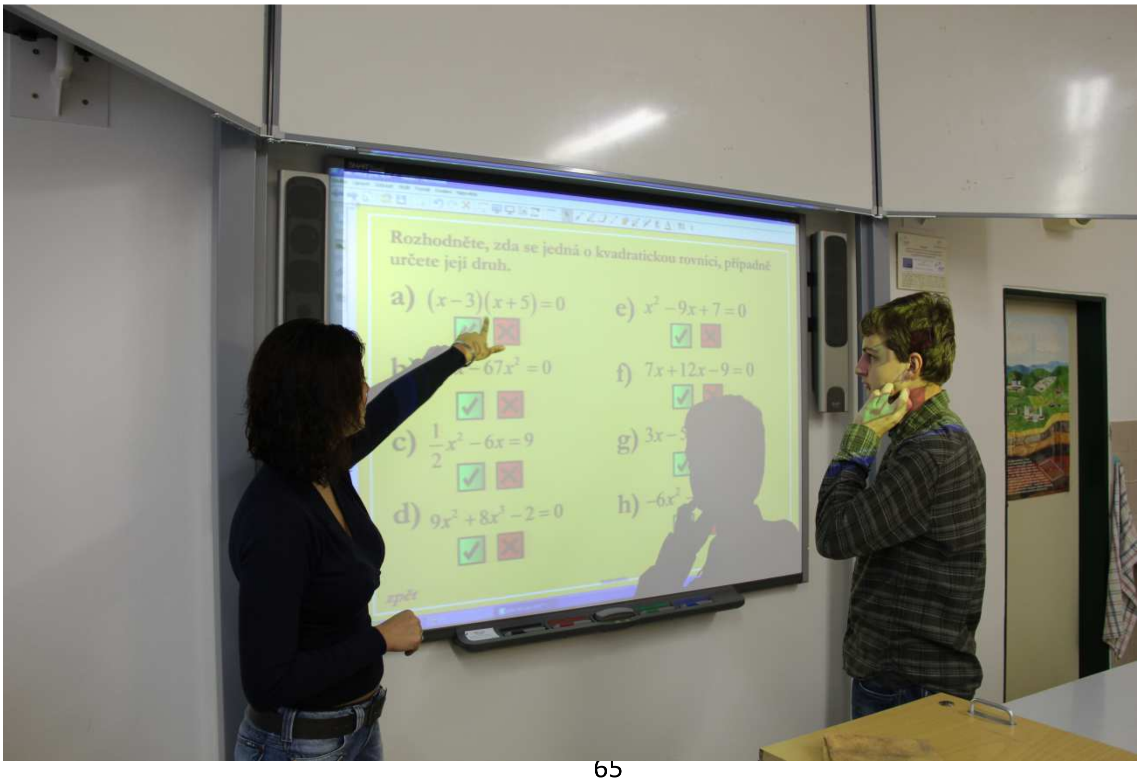
http:/www.smarttech.com (cit. 2012-03-14)

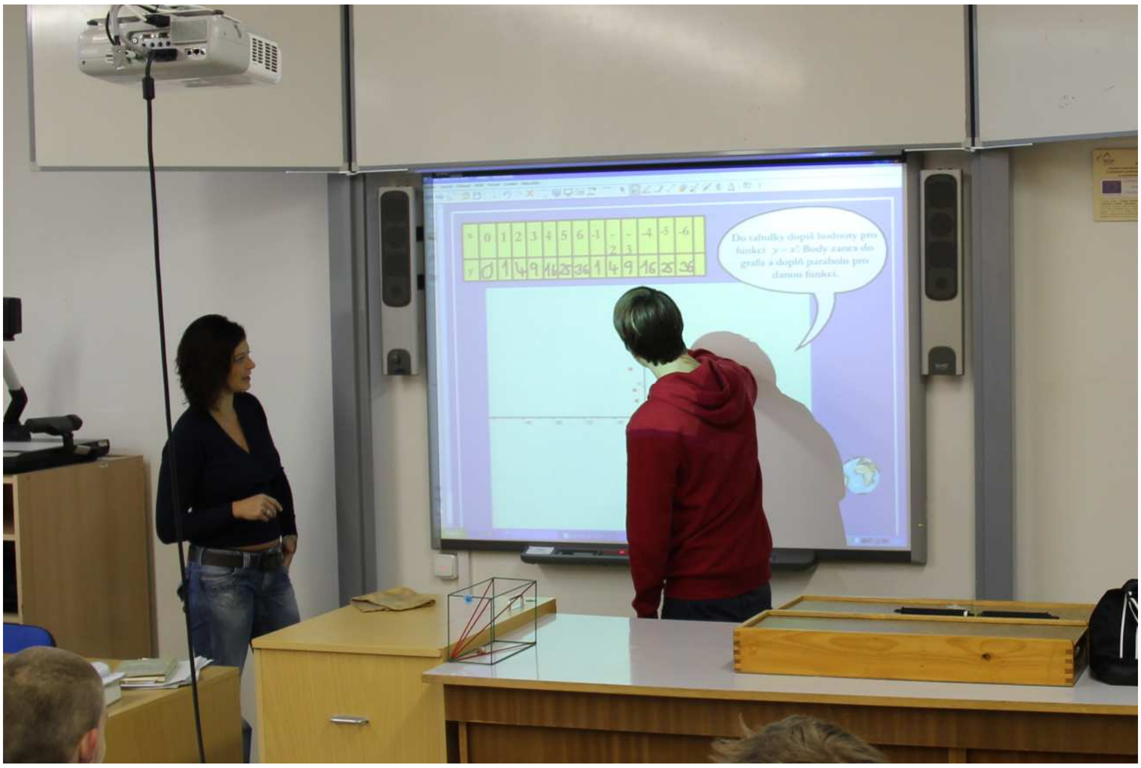
http:/www.gynome.nmnm.cz/ (cit. 2012-3-12)

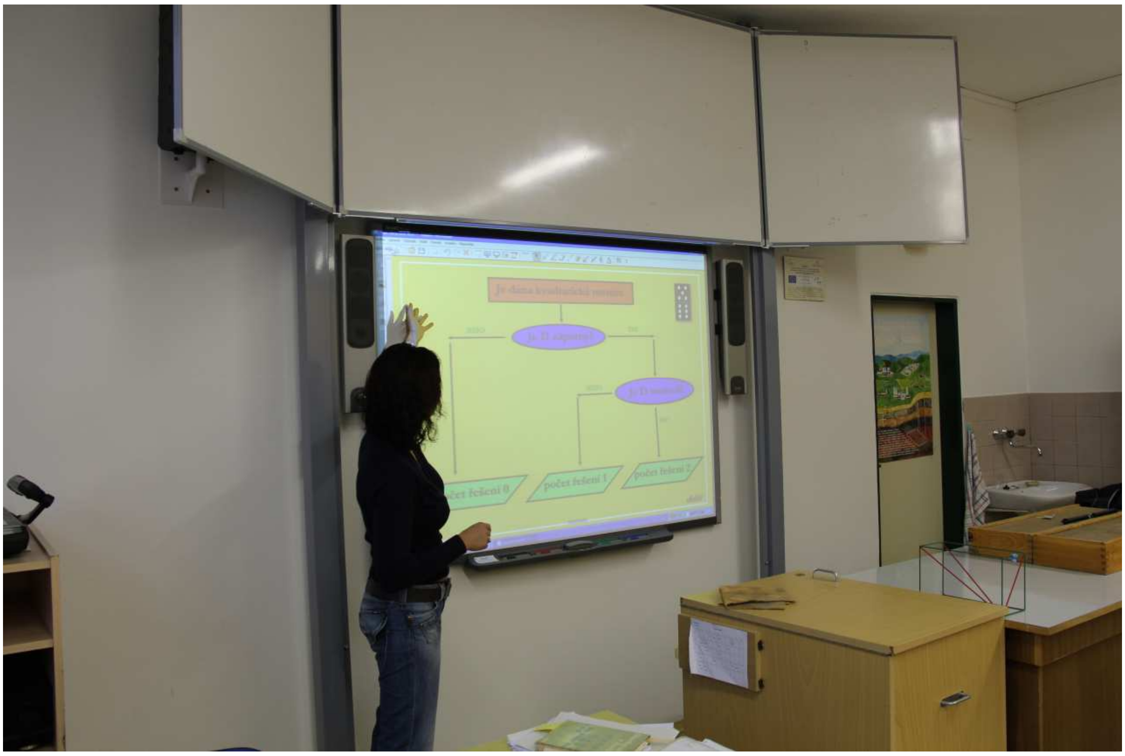
12. Přílohy

Příloha obsahuje fotografie z výuky, ŠVP pro SOŠ řemesel a služeb ve Strakonicích.


Parabola
Grafem kvadratické funkce je PARABOLA.
Našli byste na obrázcích nějakou parabolu?


Rozhodněte, zda se jedná o kvadratickou rovnici, případně určete její druh.
a) $(x-3)(x+5)=0$
e) $x^2-9x+7=0$
f) $7x+12x-9=0$
c) $\frac{1}{2}x^2-6x=9$
d) $9x^2+8x^3-2=0$
zpět


Do tabulky doplň hodnoty pro funkci $y = x^2$. Body zanes do grafu a doplň parabolu pro danou funkci.


počet řešení 1
počet řešení 2

	matematických struktur;	
5 Kvadratické funkce, rovnice, nerovnice - kvadratické funkce včetně absolutní hodnoty - kvadratické rovnice úplná, ryze kvad., bez absolutního členu, rozklad kvadratického trojčlenu,s neznámou pod odmocninou, s parametrem, s absolutní hodnotou, soustavy - kvadratické nerovnice - slovní úlohy	- sestaví tabulku a načrtne graf f-ce; popíše graf a vlastnosti funkce,čte z grafu; - řeší kvadratické rovnice početně i graficky; rozloží kvadratický trojčlen na součin; sestaví kvadratickou rovnici s danými kořeny; řeší iracionální rovnice, zohledňuje neekvivalentní úpravy, provádí zkoušku; umí vyřešit rovnici s absolutní hodnotou, umí provést diskuzi k parametru; - řeší nerovnice početně i graficky; - matematizuje jednoduché reálné situace;	34