



Identifikace počátku kondenzace vlhkosti při proudění vzduchu tryskou

Bakalářská práce

Studijní program:

B2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

Strojní inženýrství

Autor práce:

Veronika Jedlinková

Vedoucí práce:

Ing. Magda Vestfálová, Ph.D.

Katedra energetických zařízení





Zadání bakalářské práce

Identifikace počátku kondenzace vlhkosti při proudění vzduchu tryskou

Jméno a příjmení: **Veronika Jedlinková**
Osobní číslo: S17000004
Studijní program: B2301 Strojní inženýrství
Studijní obor: Strojní inženýrství
Zadávající katedra: Katedra energetických zařízení
Akademický rok: **2020/2021**

Zásady pro vypracování:

Cílem práce je určit stav (Machovo číslo, tlak, teplota) počátku kondenzace vlhkosti při proudění vzduchu v závislosti na klidových parametrech proudícího vzduchu za předpokladu izoentropického proudění vzduchu tryskou.

1. Uvedte přehled základních vztahů pro výpočet izoentropického proudění ideálního plynu (včetně dynamických funkcí izoentropického proudění).
2. Uvedte přehled vztahů potřebných pro popis termodynamických vlastností vlhkého vzduchu.
3. Sestavte algoritmus výpočtu relativní vlhkosti vzduchu v závislosti na změně tlaku a teploty při izoentropickém proudění vzduchu.
4. Vypočítejte stav (Machovo číslo, tlakový poměr, teplotní poměr, ...) počátku vylučování vlhkosti ze vzduchu v závislosti na klidových parametrech (tlak, teplota, relativní vlhkost) proudícího vzduchu.
5. Vypočítané závislosti vynesete do vhodných diagramů.

Rozsah grafických prací: –
Rozsah pracovní zprávy: 40
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: Čeština



Seznam odborné literatury:

1. Vestfálová, M., Středa, I.: Technická dynamika plynů, TUL, Liberec, 2004
2. Šafařík, P., Vestfálová, M.: Termodynamika vlhkého vzduchu, vydavatelství ČVUT, Praha, 2016
3. Vestfálová, M., Šafařík, P., Šimurda, D.: Technique for determination of phase changes in moist air flow in a blade cascade, In.: XXIV. Biannual Symposium on Measuring Techniques in Turbomachinery Transonic and Supersonic Flow in Cascades and Turbomachines, Praha, 2018

Vedoucí práce: Ing. Magda Vestfálová, Ph.D.
Katedra energetických zařízení

Datum zadání práce: 1. listopadu 2020
Předpokládaný termín odevzdání: 1. července 2022

prof. Dr. Ing. Petr Lenfeld
děkan

L.S.

doc. Ing. Petra Dančová, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 1. listopadu 2020

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

21. června 2022

Veronika Jedlinková

Anotace

Tato bakalářská práce je zaměřena na izoentropické proudění vlhkého vzduchu tryskou. V teoretické části je rozebírána teorie proudění stlačitelných tekutin, kde jsou vysvětleny vlastnosti látek a jejich idealizace, vlastnosti proudění a jejich idealizace, potřebné rovnice a zákony, kritický a klidový stav, funkce trysek a difuzorů a na závěr jsou shrnuté dynamické funkce. Následuje teorie vlhkého vzduchu, kde je stručný popis jednotlivých složek (suchého vzduchu a vlhkosti) a jejich vybraných vlastností. Ve výpočetní části jsou sestaveny algoritmy pro výpočet relativní vlhkosti ze zadaných parametrů klidového stavu a pro výpočet Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti. Z uvedeného grafického znázornění vypočtených závislostí Machova čísla na jednotlivých klidových parametrech je možné posoudit vliv jednotlivých klidových parametrů (relativní vlhkosti, tlaku, teploty) na kondenzaci vlhkosti obsažené v proudícím vlhkém vzduchu.

Klíčová slova: izoentropické proudění, Machovo číslo, Lavalova tryska, vlhký vzduch, stav nasycení.

Abstrakt

This bachelor's dissertation focuses on the isentropic flow of moist air through a nozzle. The theoretical section discusses the theory of compressible fluids, where the properties of substances and their idealization, the necessary equations and laws, the critical and rest states and the functions of nozzles and diffusors are explained and concludes with a summary of dynamic functions. This is followed by the theory of moist air with a structured description of its individual components (dry air and moisture) and their selected properties. The computational section sets out algorithms for calculating the relative humidity from the entered rest state parameters and for calculating the Mach numbers at the beginning of moisture condensation. The influence of the individual rest parameters (the relative humidity, pressure and temperature) on the condensation of the moisture contained in the flowing moist air can be assessed from the provided graphic representation of the calculated Mach number dependencies on the individual rest parameters.

Key words: isentropic flow, Mach number, de Laval nozzle, moist air, saturation state.

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat vedoucí této práce Ing. Magdě Vestfálové, Ph.D. především za získané vědomosti, důležité informace, cenné názory a rady, které mi poskytovala nejen při řešení tohoto závěrečného díla. Nemohu opomenout ani věnovaný čas, trpělivost a vstřícnost.

V neposlední řadě chci poděkovat své rodině, manželovi, a hlavně mé úžasné malé dcerce za to, že to se mnou po dobu studia vydrželi, podporovali mě, byli mi neskutečnou oporou, měli mimořádnou míru trpělivosti a pochopení, vycházeli mi vstříc a v těžkých chvílích mne zahrnovali láskou.

Obsah

Seznam použitých zkratk a symbolů	10
1 Úvod	13
2 Teorie proudění stlačitelných tekutin	14
2.1 Termodynamické vlastnosti látek.....	15
2.1.1 Stlačitelnost a rychlost zvuku.....	16
2.1.2 Skupenství látek.....	18
2.2 Transportní vlastnosti tekutin.....	19
2.3 Idealizace vlastností tekutin	19
2.3.1 Model termodynamicky ideálního plynu	20
2.3.2 Model ideálního plynu z hlediska transportních vlastností	21
2.3.3 Izoentropický děj	21
2.4 Vlastnosti proudění plynů	23
2.4.1 Machovo číslo	23
2.5 Rovnice kontinuity	24
2.6 Energetická rovnice	25
2.7 Zákon o entropii	26
2.8 Klidový stav a rychlost proudění.....	27
2.9 Kritický stav	29
2.10 Trysky a difuzory	30
2.10.1 Lavalova tryska	33
2.11 Dynamické funkce.....	35
3 Teorie vlhkého vzduchu.....	36
3.1 Parciální tlak sytých par.....	40
3.2 Složení vlhkého vzduchu	41
3.2.1 Vlhkost vzduchu	41

3.2.2	Hmotnostní zlomky	43
3.3	Stavové veličiny vlhkého vzduchu	43
4	Výpočetní část	45
4.1	Sestavení algoritmů	45
4.1.1	Algoritmus výpočtu relativní vlhkosti ze zadaných parametrů klidového stavu a statického tlaku	45
4.1.2	Algoritmus výpočtu Machova čísla počátku kondenzace	47
4.2	Výpočet stavu nasycení proudícího vzduchu	50
4.2.1	Vliv klidové relativní vlhkosti na proudění vlhkého vzduchu	50
4.2.2	Vliv klidového tlaku na proudění vlhkého vzduchu	52
4.2.3	Vliv klidové teploty na proudění vlhkého vzduchu	54
5	Závěr	57
	Použitá literatura	58

Seznam použitých zkratek a symbolů

A	průřez trubice, plocha	m^2
a	absolutní vlhkost	$kg_p \cdot m^{-3}$
a	rychlost zvuku	$m \cdot s^{-1}$
c	měrná tepelná kapacita	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
c	rychlost proudění	$m \cdot s^{-1}$
\dot{E}	tok energie	$J \cdot s^{-1}$
e	měrná celková energie	$J \cdot kg^{-1}$
F	síla	N
H	entalpie	J
h	měrná entalpie	$J \cdot kg^{-1}$
M	Machovo číslo	-
M	molární hmotnost	$kg \cdot kmol^{-1}$
m	hmotnost	kg
\dot{m}	hmotnostní tok	$kg \cdot s^{-1}$
p_i	parciální tlak	Pa
p	tlak	Pa
q	měrné teplo	$J \cdot kg^{-1}$
R	univerzální (molární) plynová konstanta	$J \cdot kmol^{-1} \cdot K^{-1}$
r	měrná (individuální) plynová konstanta	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
s	měrná entropie	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
T	termodynamická teplota	K
t	Celsiova teplota	$^{\circ}C$
U	vnitřní energie	J

u	měrná vnitřní energie	$J \cdot kg^{-1}$
V	objem	m^3
v	měrný objem	$m^3 \cdot kg^{-1}$
x	měrná vlhkost	$kg_p \cdot kg_{sv}^{-1}$
β	tlakový poměr	-
δ	stlačitelnost	Pa^{-1}
η	dynamická viskozita	$Pa \cdot s$
κ	Poissonova konstanta (izoentropický exponent)	-
ν	kinematická viskozita	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	hustota	$kg \cdot m^{-3}$
σ_i	hmotnostní zlomek	-
τ	teplotní funkce	-
φ	relativní vlhkost	-

Použité indexy

*	veličiny v kritickém stavu
"	sytá pára, nasycený vlhký vzduch
0	veličiny v klidovém stavu
1,2	stav tekutiny
K	kapalné skupenství
kr	pro kritický bod
P	plynné skupenství

p	izobarický děj
p	vodní pára
RB	pro rosný bod
s	izoentropický děj
s	mezní křivka sublimace
sv	pro suchý vzduch
T	izotermický děj
T	tuhé skupenství
t	mezní křivka tání
tr	pro trojný bod
v	izochorický děj
v	mezní křivka varu
vv	pro vlhký vzduch

Použité konstanty

Molární (univerzální) plynová konstanta

$$R = 8314,41 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

1 Úvod

Tématem této bakalářské práce je „Identifikace počátku kondenzace vlhkosti při proudění vzduchu tryskou“. Jevy spojené s kondenzací jsou fyzikálně velmi složité, a přitom mají velký praktický vliv na procesy v mnoha praktických využitích. Jednou z aplikací, kde je stanovení podmínek pro vznik kondenzace důležité, je například Lavalova tryska. Toto zařízení je získáno spojením zužující se a rozšiřující se trysky a jejím smyslem je urychlování proudící tekutiny do nadzvukových rychlostí. Lavalova tryska je známá zejména jako součást parních turbín nebo tryskových motorů u raket či proudových letadel.

Při protékání vzduchu tryskou může docházet v určitém stavu proudění ke kondenzaci či desublimaci vlhkosti, která je ve vzduchu obsažená. Požadavkem v některých praktických úlohách je, aby k těmto jevům nedocházelo před dosažením určité rychlosti proudění. Například vysokorychlostní experimentální aerodynamický výzkum by byl kapalným či tuhým skupenstvím vlhkosti během expanze znehodnocen. Pro praktické využití by tedy bylo přínosné najít oblast použitelnosti jednotlivých klidových parametrů, které zajistí v průběhu izoentropického proudění vlhkého vzduchu neměnnost skupenství obsažené vlhkosti. Díky znalosti závislostí vzniku těchto jevů na ostatních stavových veličinách je možné proces regulovat nebo stanovovat limity tak, aby se těmto efektům předcházelo.

Úkolem této bakalářské práce bude obeznámit čtenáře se základními vztahy pro výpočet izoentropického proudění ideálního plynu (včetně dynamických funkcí) a se vztahy potřebnými k popisu termodynamických vlastností vlhkého vzduchu. Ve výpočetní části bude sestaven algoritmus pro výpočet relativní vlhkosti vlhkého vzduchu v závislosti na změně tlaku a teploty při izoentropickém proudění vzduchu a algoritmus pro výpočet stavu počátku vylučování vlhkosti ze vzduchu v závislosti na klidových parametrech (tlaku, teplotě, relativní vlhkosti) proudícího vlhkého vzduchu. Dále zde budou vypočteny závislosti Machova čísla počátku kondenzace na jednotlivých klidových parametrech včetně grafického zobrazení. Mojí snahou bude propojit obě tyto fyzikální oblasti (izoentropické proudění ideálního plynu a teorie vlhkého vzduchu) tak, aby bylo možné stanovit přibližné závěry pro chování vlhkého vzduchu, který proudí rychlostmi pod i nad hranicí rychlosti zvuku, v tryskách.

2 Teorie proudění stlačitelných tekutin

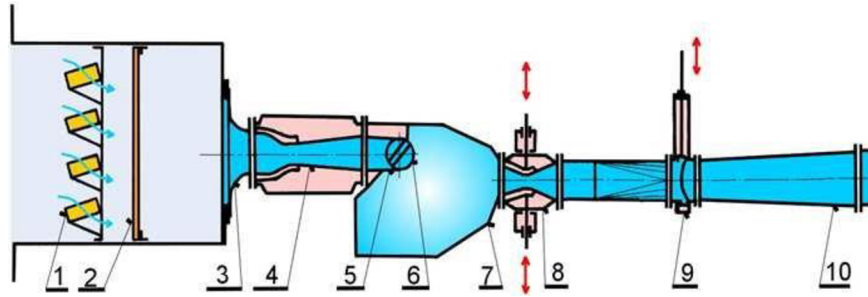
Tekutinami rozumíme látky, které nemají svůj stálý tvar čili jejich charakteristickým znakem je tekutost. To platí pro kapalné a plynné skupenství látek. Tekutinami jsou tedy souhrnně označovány kapaliny a vzdušiny [1, 2].

Kapaliny se udržují ve spodní části nádoby a vytváří tak volnou hladinu. Jejich měrná hmotnost neboli hustota se s tlakem téměř nemění, proto se její změna často zanedbává. Kapaliny tak označujeme jako tekutiny nestlačitelné [1, 2].

Vzdušiny jsou látky v plynném skupenství tedy plyny a páry. Nacházejí-li se v nádobě, vždy zaplní celý objem této nádoby [1, 2]. Jejich hustota se s tlakem a teplotou výrazně mění, $\rho = \rho(\mathbf{T}, \mathbf{p})$. Vzdušiny tak označujeme za tekutiny stlačitelné [3].

Proudění stlačitelných tekutin je problematikou velmi rozsáhlou a rozebíranou především v odvětví mechaniky – aerodynamice, která je členěná na vnější a vnitřní aerodynamiku. Vnější aerodynamika zkoumá jevy vznikající silovým působením na vzduchem obtékaná tělesa. Vnitřní aerodynamika nebo též dynamika plynů se zabývá průtokem stlačitelných tekutin stroji a zařízeními [4]. Experimentální část aerodynamiky probíhá v tzv. aerodynamických tunelech [5].

Jevy vznikající při vysokorychlostním proudění stlačitelných tekutin jsou experimentálně zkoumány např. v Aerodynamické laboratoři Ústavu termomechaniky AV ČR v Novém Kníně [5]. Tato laboratoř zde byla vybudována v první polovině 60. let 20. století. K experimentům je zde využíván mimo jiné vysokorychlostní tunel sacího typu (Obr. 2.1), který nasává atmosférický vzduch, jehož část vlhkosti je zachycena v silikagelové sušárně. Vysušený atmosférický vzduch proudí do podtlakové nádrže, která vznikne vyčerpáním vzduchu ze štol bývalého zlatého dolu o objemu více než 6000 metrů krychlových. Díky této podtlakové nádrži dosahuje proudění v tunelu rychlostí až 2,3násobku rychlosti zvuku [6].



Obr. 2.1 Schéma vysokorychlostního aerodynamického tunelu sacího typu: 1-silikagelová sušička; 2-filtry; 3,4-vstupní tryska; 5-přechodová vložka; 6-otočná testovací sekce; 7-usazovací komora; 8-regulační tryska; 9-rychločinný ventil; 10-difuzor [7]

2.1 Termodynamické vlastnosti látek

Stavové veličiny neboli termodynamické vlastnosti popisují aktuální rovnovážný termodynamický stav systému. Mezi stavové veličiny patří např. tlak, teplota, hustota, entalpie, vnitřní energie, entropie, atp. [8, 9].

- Tlak p [Pa] je měřitelná stavová veličina, která je rovna normálové síle působící na jednotkovou plochu [9]

$$p = \frac{dF}{dA}, \quad (2.1)$$

kde F [N] je síla a A [m²] plocha.

- Teplota T [K], t [°C] je měřitelná stavová veličina [10]

$$T = t + 273,15 \text{ [K]} .$$

- Objem V [m³] je měřitelná stavová veličina [10, 11].

→ Měrný objem v [m³ · kg⁻¹] je objem vztažený na 1 kg látky

$$v = \frac{V}{m}, \quad (2.2)$$

kde m [kg] značí hmotnost látky.

- Hustota ρ [kg · m⁻³] je měřitelná stavová veličina, která určuje poměr hmotnosti látky ku jejímu objemu [10, 11]. Je to reciproká hodnota měrného objemu

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{v}. \quad (2.3)$$

- Měrná tepelná kapacita $c [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ je termodynamická stavová veličina, která určuje, jaké množství tepla je termodynamickému systému o hmotnosti $1 kg$ nutno dodat, aby se jeho teplota zvýšila o $1 K$. Její hodnota závisí na způsobu, kterým je teplo dodáváno. Zavádíme dvě základní měrné tepelné kapacity [10, 11]
 - izobarická měrná tepelná kapacita c_p (za konstantního tlaku),
 - izochorická měrná tepelná kapacita c_v (za konstantního objemu).
- Vnitřní energie $U [J]$ je neměřitelná stavová veličina, která představuje energii akumulovanou v termodynamickém systému [9].

→ Měrná vnitřní energie $u [J \cdot kg^{-1}]$ je vnitřní energie vztažená na $1 kg$ látky

$$u = \frac{U}{m}. \quad (2.4)$$

- Entalpie $H [J]$ je neměřitelná stavová veličina, která jiným způsobem vyjadřuje energii akumulovanou v termodynamickém systému. Má tedy stejné vlastnosti jako energie vnitřní. Entalpie je definována jako součet vnitřní a vnější energie látky [9, 11]

$$H = U + p \cdot V, \quad (2.5)$$

kde vnější energie je vyjádřena součinem tlaku a objemu.

→ Měrná entalpie $h [J \cdot kg^{-1}]$ je entalpie vztažená na $1 kg$ látky

$$h = \frac{H}{m} = u + p \cdot v. \quad (2.6)$$

2.1.1 Stlačitelnost a rychlost zvuku

Důležitým faktorem pro aerodynamiku je stlačitelnost látky, se kterou úzce souvisí rychlost zvuku. Stlačitelnost je schopnost látky měnit objem a tím i hustotu s tlakem. Její hodnota závisí na způsobu, jakým ke změně objemu došlo. Zavádíme dvě základní stlačitelnosti [3]

- izotermická stlačitelnost $\delta_T [Pa^{-1}]$ (za konstantní teploty, $T = konst.$)

$$\delta_T = -\frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T, \quad (2.7)$$

- izoentropické stlačitelnost $\delta_s [Pa^{-1}]$ (za konstantní entropie¹, $s = konst.$)

$$\delta_s = -\frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_s. \quad (2.8)$$

Stlačením neboli kompresí rozumíme zmenšení objemu látky způsobené zvýšením tlaku. Kdyby byl systém tepelně izolován, tak ke změně objemu bude docházet za konstantní entropie (viz kapitola 2.7) čili s tlakem vzroste i teplota látky. Pokud by naopak bylo zapotřebí udržet konstantní teplotu, je potřeba systému odvádět teplo čili systém bude neizolovaný, chlazený [3, 4].

Rozpínáním neboli expanzí rozumíme zvětšení objemu látky způsobené snížením tlaku. Kdyby byl systém tepelně izolován, tak ke změně objemu bude docházet za konstantní entropie (viz kapitola 2.7) čili s tlakem poklesne i teplota látky. Pokud by naopak bylo zapotřebí udržet konstantní teplotu, je potřeba systému teplo dodávat čili systém bude neizolovaný, ohříváný. [3, 4].

Rychlost zvuku $a [m \cdot s^{-1}]$ je rychlost šíření nekonečně malých tlakových změn v látce. Termodynamický stav látky tuto rychlost ovlivňuje. Obecně platí, že v tužších neboli méně stlačitelných látkách se zvuk šíří rychleji [12, 13].

Zakladatel klasické mechaniky Isaac Newton, z jehož pohybových zákonů vyplývá podstata mechaniky, odvodil základní definici rychlosti zvuku [4, 14]

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}. \quad (2.9)$$

Hodnoty rychlosti zvuku získané jeho metodou byly ale příliš nízké. Pro vzduch na hladině moře při obvyklé okolní teplotě vypočítal hodnotu rychlosti zvuku 298 m/s, což je asi o 15% méně než skutečná hodnota rychlosti zvuku, která je přibližně 340 m/s [15]. Newton nebral v úvahu lokální nárůst teploty a tlaku, k čemuž dochází následkem adiabatického stlačení vzduchu. Newtonovu definici rychlosti zvuku později doplnil Pierre-Simon Laplace údajem o izoentropickém ději [16]

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}. \quad (2.10)$$

¹ Pojem entropie zavádí druhý termodynamický zákon, viz kapitola 2.7.

Podmínka konstantní entropie je splněna, pokud změny tlaku, hustoty a teploty při šíření zvuku jsou tak malé, že nenastává přenos tepla, a jsou vratné [17].

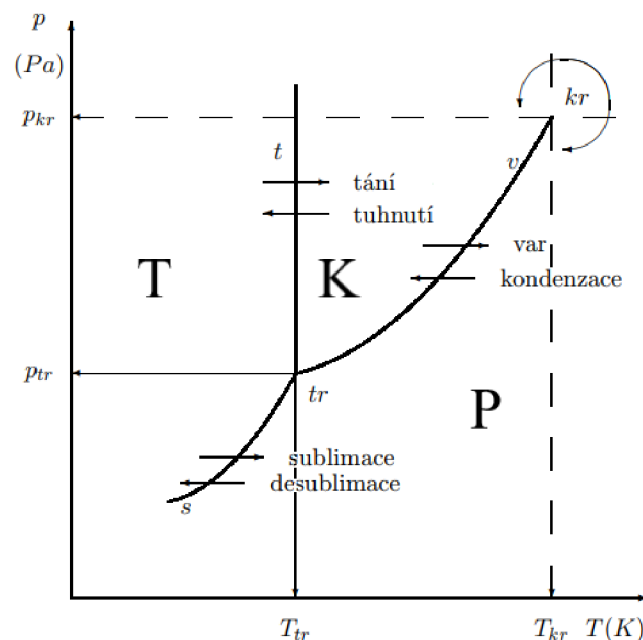
Vztah (2.10) lze dále upravit do tvaru obsahujícího izoentropickou stlačitelnost [4]

$$a = \sqrt{-v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s} = \sqrt{\frac{v}{\delta_s}} = \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot \delta_s}}. \quad (2.11)$$

Zvuk se šíří konečnou rychlostí a je mnohem pomalejší než světlo. Důkazem toho může být např. bouřka, při které je nejprve vidět záblesk a až po nějaké době slyšet hřmění [13].

2.1.2 Skupenství látek

Látky mohou existovat v závislosti na tlaku a teplotě ve skupenství tuhém (**T**), kapalném (**K**) anebo plynném (**P**). Skupenství látek jsou demonstrována v rovnovážném nebo také fázovém diagramu (Obr. 2.2). Jednotlivá skupenství oddělují tzv. mezní křivky (**t**, **v**, **s**), jejichž tvar je pro téměř všechny látky stejný. Na mezních křivkách se může látka nacházet ve dvou skupenství současně. V trojném bodě (**tr**) může látka koexistovat ve všech třech skupenstvích [9, 10].



Obr. 2.2 Fázový diagram [9]

Tato práce je zaměřena na stlačitelné tekutiny. Jak už bylo řečeno, jsou to látky v plynném skupenství tedy plyny a páry.

2.2 Transportní vlastnosti tekutin

Transportní vlastnosti tekutin souvisí s molekulárním transportem hybnosti, tepla a hmoty. Řadíme mezi ně např. viskozitu, součinitel tepelné vodivosti, atp. [3].

Tato práce se zabývá prouděním, tzn. transportem hybnosti [3], proto je v této kapitole nadále zmiňována pouze viskozita.

Viskozita je míra vnitřního tření tekutin, která se projeví jako odpor vůči pohybu. Například voda má menší viskozitu oproti sirupu [18]. Na kontaktní ploše mezi dvěma sousedními vrstvami s rozdílnou rychlostí bude kvůli viskozitě vznikat tečné napětí a s ním spojené třecí ztráty. Zavádíme viskozitu dynamickou a kinematickou [2, 18, 19]

- dynamická viskozita η [$Pa \cdot s$],
- kinematická viskozita ν [$m^2 \cdot s^{-1}$]

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (2.12)$$

2.3 Idealizace vlastností tekutin

Vlastnosti tekutin značně ovlivňují proudění. Pro zjednodušení výpočtů se zavádějí různé idealizace těchto vlastností, které umožňují identifikovat přibližný stav tekutiny [19]. Tyto idealizace mohou být uvažovány z hlediska jak termodynamických tak transportních vlastností tekutin. Tekutiny s idealizovanými vlastnostmi jsou nazývány jako tekutiny ideální. Je ale potřeba rozlišit, zda se jedná o termodynamicky ideální tekutinu či ideální tekutinu z hlediska transportních vlastností [3, 4]. Např.: Bude-li uvažována ideální tekutina z hlediska termodynamických vlastností (třeba vzduch), pak kvůli její viskozitě vznikají třecí ztráty – z hlediska transportních vlastností by se tedy jednalo o tekutinu reálnou.

Jak už bylo řečeno, tato práce se bude zabývat stlačitelnými tekutinami, které budou považovány za ideální plyn a to z hlediska termodynamických i transportních vlastností. Bude se tedy jednat o nevazký, dokonale stlačitelný plyn.

2.3.1 Model termodynamicky ideálního plynu

Idealizací z hlediska termodynamických vlastností je tedy model termodynamicky ideálního plynu, který je dokonale stlačitelný a nelze zkapalnit ani desublimovat [9].

Takový plyn lze popsat stavovou rovnicí ideálního plynu [9]

$$p \cdot v = r \cdot T, \quad (2.13)$$

kde r [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$] je měrná plynová konstanta.

Měrná plynová konstanta má pro každý plyn jinou hodnotu a lze vypočítat z molární hmotnosti vztahem

$$r = \frac{R}{M}, \quad (2.14)$$

ve kterém M [$kg \cdot kmol^{-1}$] je molární hmotnost a $R = 8314,41 J \cdot kmol^{-1} \cdot K^{-1}$ univerzální (molární) plynová konstanta.

Molární hmotnosti prvků používaných v této práci jsou uvedeny níže – *Tabulka 1*.

Tabulka 1 Molární hmotnosti [20]

prvek	H	N	O
molární hmotnost M [$kg \cdot kmol^{-1}$]	1	14	16

Vnitřní energie, resp. entalpie, ideálního plynu závisí pouze na teplotě a pro jejich změnu platí [3, 10]

$$du = c_v \cdot dT, \quad (2.15)$$

$$dh = c_p \cdot dT. \quad (2.16)$$

Měrné tepelné kapacity ideálního plynu jsou konstantní. Jejich podíl se rovná tzv. Poissonově konstantě κ [–] [9]

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa, \quad (2.17)$$

a jejich rozdíl měrné plynové konstantě

$$c_p - c_v = r. \quad (2.18)$$

Tento vztah (2.18) je nazýván jako tzv. Mayerova rovnice [9].

Z rovnic (2.17) a (2.18) lze určit vztahy měrných tepelných kapacit ideálních plynů. Pro izobarickou měrnou tepelnou kapacitu tedy získáme vztah [9]

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot r \quad (2.19)$$

a pro izochorickou měrnou tepelnou kapacitu

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot r. \quad (2.20)$$

Hodnota Poissonovy konstanty závisí na počtu atomů v molekule, viz *Tabulka 2*.

Tabulka 2 Hodnoty Poissonovy konstanty [20]

počet atomů	1	2	3 a více
Poissonova konstanta $\kappa [-]$	1,66	1,4	1,33

2.3.2 Model ideálního plynu z hlediska transportních vlastností

Modelem ideálního plynu z hlediska transportních vlastností rozumíme takovou látku, u níž jsou zanedbávány všechny reálné transportní vlastnosti (viskozita, tepelná vodivost, ...) [3].

Nevazký plyn, který se vyskytuje v této práci, je plyn s nulovou hodnotou viskozity ($\eta = 0$). Při proudění plynu ideálních transportních vlastností nevzniká tečné napětí a nedochází tak ke třecím ztrátám [3].

2.3.3 Izoentropický děj

Je-li termodynamický systém tepelně izolován tedy nedochází při proudění k tepelné výměně mezi tekutinou a okolím, pak se jedná o adiabatický děj. Pokud nebude v průběhu tohoto děje docházet ke ztrátám, tak se bude jednat zároveň o děj izoentropický ($s = konst.$), viz 2. zákon termodynamiky – kapitola 2.7. Je tedy zřejmé, že aby nastal izoentropický děj, musí být uvažován model ideální tekutiny z hlediska transportních vlastností [3, 4]. Nadále budeme předpokládat adiabatické proudění plynu idealizovaných transportních vlastností (nevazkého plynu), tzn. budeme předpokládat, že probíhající děj bude izoentropický.

Jestliže lze i termodynamické vlastnosti zjednodušit modelem ideálního plynu, tak vztah mezi tlakem a objemem může být popsán rovnicí izoentropie [9]

$$p \cdot v^\kappa = konst. \quad (2.21)$$

S použitím stavové rovnice ideálního plynu (2.13) je získána tzv. Poissonova rovnice vratné adiabaty [9]

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\kappa = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^\kappa, \quad (2.22)$$

ve které *indexy 1,2* značí stav plynu.

Izoentropická stlačitelnost (2.8) lze pro termodynamický model ideálního plynu také zjednodušit. Derivací rovnice (2.21) při konstantní entropii je získán člen [4]

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s = -\frac{v}{\kappa \cdot p}$$

a po dosazení do (2.8) přejde vztah izoentropické stlačitelnosti pro ideální plyny do tvaru

$$\delta_s = -\frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_s = -\frac{1}{v} \cdot \left(-\frac{v}{\kappa \cdot p}\right) = \frac{1}{\kappa \cdot p}. \quad (2.23)$$

Jelikož je rychlost zvuku ovlivňována termodynamickým stavem látky, kterou v této práci představují plyny s ideálními termodynamickými i transportními vlastnostmi, tak i vztah pro rychlost zvuku (2.11) se pro ideální plyny značně zjednoduší. S aplikací stavové rovnice ideálního plynu (2.13) společně s izoentropickou stlačitelností ideálního plynu (2.23) je získán vztah pro rychlost zvuku ideálních plynů

$$a = \sqrt{\frac{v}{\delta_s}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p \cdot r \cdot T}{p}} = \sqrt{\kappa \cdot r \cdot T}. \quad (2.24)$$

2.4 Vlastnosti proudění plynů

Proudění plynů je ve skutečnosti prostorové neboli třírozměrové (3D) a nestacionární neboli s časem neustálené. Dále, v reálných případech vždy dochází ke ztrátám a plynu může být různým způsobem dodávána či odebírána energie, např. v podobě tepla nebo práce [3, 4].

Předchozí podkapitola 2.3.3 již zavádí předpoklad izoentropického proudění neboli vratného adiabatického děje, viz 2. zákon termodynamiky – kapitola 2.7. Čili jakékoliv ztráty v průběhu proudění jsou nadále zanedbávány a systém je tepelně izolován.

Proudové pole z hlediska časového vývoje je obecně nestacionární. Pokud jsou změny stavu proudu v určitém časovém úseku malé, lze proudové pole považovat za stacionární neboli ustálené. Hodnoty veličin popisujících aktuální stav stacionárního proudění tak budou na čase nezávislé [3, 4].

Proudové pole z hlediska prostorových vlastností je obecně třírozměrové (3D). Některé případy (např. obtékání rotačně symetrických těles či křídla nekonečného rozpětí) nám umožňují proudění zjednodušit na rovinné neboli dvourozměrové (2D). Převažuje-li jeden směr proudění nad zbývajícími dvěma (např. proudění v potrubí), pak lze proudění zjednodušit na jednorozměrové neboli vláknové (1D). Tento případ je z hlediska prostorových vlastností maximálním zjednodušením proudění. Zanedbává existenci rychlostních (teplotních, ...) profilů v průřezu kanálu a všechny veličiny jsou závislé pouze na jedné souřadnici, která je orientována ve směru osy kanálu [3].

Nadále budeme uvažovat proudění stacionární, jednorozměrové a izoentropické.

2.4.1 Machovo číslo

Důležitým parametrem pro popis proudění plynů je Machovo číslo, které je definováno jako poměr rychlosti proudění ku rychlosti zvuku [3]

$$M = \frac{c}{a}, \quad (2.25)$$

kde $c [m \cdot s^{-1}]$ značí rychlost proudění a $M [-]$ Machovo číslo.

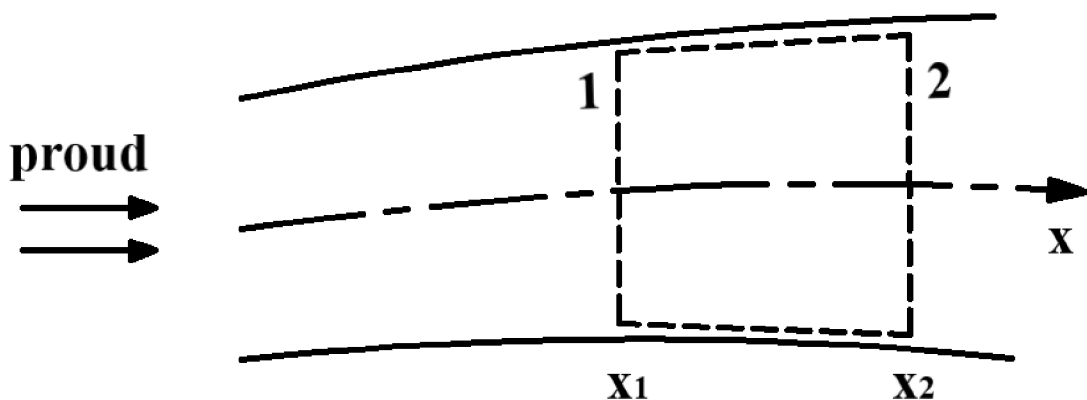
Podle Machova čísla může být proudění členěno do tří základních skupin [4, 21]

- podzvukové (subsonické) proudění: $M < 1$
- okolozvukové (transsonické) proudění: $M \approx 1$
- nadzvukové (supersonické) proudění: $M > 1$

Při nízkých rychlostech proudění, a tedy i nízkých hodnotách Machova čísla ($M < 0,3$), lze stlačitelnost plynů zanedbat. Při vyšších Machových číslech ($M > 0,3$) je již zapotřebí stlačitelnost plynů uvažovat [4]. Při proudění dosahujících nadzvukových rychlostí ($M > 1$) se může objevit rázová vlna, na které dochází ke skokové změně stavových veličin. Stlačitelnost plynů při jejich proudění má tedy za následek vznik jevů, které se u proudění nestlačitelných tekutin neobjevují [21].

2.5 Rovnice kontinuity

Rovnicí kontinuity je vyjádřen obecný fyzikální zákon o zachování hmoty, který říká, že hmota nevzniká ani nezaniká [14]. Je-li předpokládáno stacionární (ustálené) proudění v kanále (Obr. 2.3), pak tedy musí být hmotnostní tok vstupující (průřez 1) do zvoleného nepohybujícího se kontrolního objemu roven hmotnostnímu toku z něho vystupujícímu (průřez 2) [3, 4].



Obr. 2.3 Kontrolní objem v kanále [3]

Každým průřezem kanálu tedy protéká stejný hmotnostní tok, což ve výpočtech může být popsáno rovnicí kontinuity v integrálním tvaru [3, 4]

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \equiv \dot{m} = konst., \quad (2.26)$$

$$\rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2 \equiv \rho \cdot c \cdot A = konst., \quad (2.27)$$

kde \dot{m} [$kg \cdot s^{-1}$] představuje hmotnostní tok a A [m^2] průřez kanálu nebo trysky.

2.6 Energetická rovnice

Energetická bilance neboli zákon zachování energie říká, že energie nevzniká ani nezaniká, pouze může být přeměněna na jiný druh energie. Je-li uvažováno stacionární (ustálené) a adiabatické proudění, v jehož průběhu nedochází k přenosu práce (např. v podobě lopatkového kola umístěného v proudovém poli), pak musí být energie akumulovaná v systému konstantní [22]. Je-li zvolen nepohybující se kontrolní objem v kanále (Obr. 2.3), kterým protéká plyn, pak tok energie vstupující do kontrolního objemu (průřez 1) musí být roven toku energie z něho vystupujícímu (průřez 2) [3, 4]

$$\dot{E}_1 = \dot{E}_2, \quad (2.28)$$

$$\dot{m}_1 \cdot e_1 = \dot{m}_2 \cdot e_2, \quad (2.28a)$$

kde \dot{E} [$J \cdot s^{-1}$] je tok energie a e [$J \cdot kg^{-1}$] měrná energie.

Použitím rovnice (2.26) je získán tvar energetické rovnice pro stacionární proudění bez přenosu tepla a mechanické práce

$$e_1 = e_2. \quad (2.29)$$

Měrná energie akumulovaná v proudící tekutině je dána součtem [3, 4]

$$e = e_{vnitřní} + e_{vnější} + e_{polohová} + e_{kinetická}. \quad (2.30)$$

Vnější energie je energie potřebná k vtlačení a vytlačení 1 kg tekutiny přes určitý průřez ($e_{vnější} = p \cdot v$). Vliv polohové energie je při proudění látek s nízkou hustotou zanedbatelný ($e_{polohová} = 0$). Měrná energie akumulovaná v proudící tekutině může být tedy zapsána ve tvaru [3, 4]

$$e = u + p \cdot v + 0 + \frac{c^2}{2}, \quad (2.30a)$$

$$e = h + \frac{c^2}{2}. \quad (2.31)$$

Při stacionárním adiabatickém proudění plynů bez přenosu práce může tedy docházet pouze k přeměně entalpie (2.6) na energii kinetickou nebo naopak. Po dosazení rovnice (2.31) do rovnice (2.29), je získán tvar energetické rovnice, která platí za stanovených podmínek [3, 4]

$$h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \equiv h + \frac{c^2}{2} = konst. \quad (2.32)$$

2.7 Zákon o entropii

Druhý termodynamický zákon (2.33) zavádí stavovou veličinu - entropii [9]

$$ds \geq \frac{dq}{T}, \quad (2.33)$$

kde s [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$] je měrná entropie a q [$J \cdot kg^{-1}$] měrné teplo.

Změna entropie je chápána jako míra nevratnosti děje, proto pro vratné (idealizované, bezztrátové) děje platí v rovnici (2.33) znaménko *rovná se* (=), kdežto při nevratných (skutečných, ztrátových) dějích entropie vzniká, pro ty tedy platí znaménko *větší než* (>) [9].

Zabýváme-li se pouze adiabatickými ději, což znamená, že nedochází k tepelné výměně mezi tekutinou a okolím, přejde druhý termodynamický zákon do tvaru [3, 4]

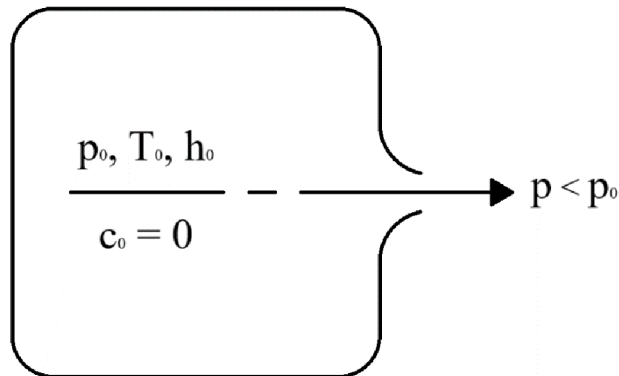
$$ds \geq 0. \quad (2.34)$$

Neuvažují-li se v průběhu adiabatického děje jakékoliv ztráty, tak se jedná o vratný adiabatický děj. Změna entropie je tedy nulová a děj bude izoentropický [3, 4]

$$ds = 0. \quad (2.34a)$$

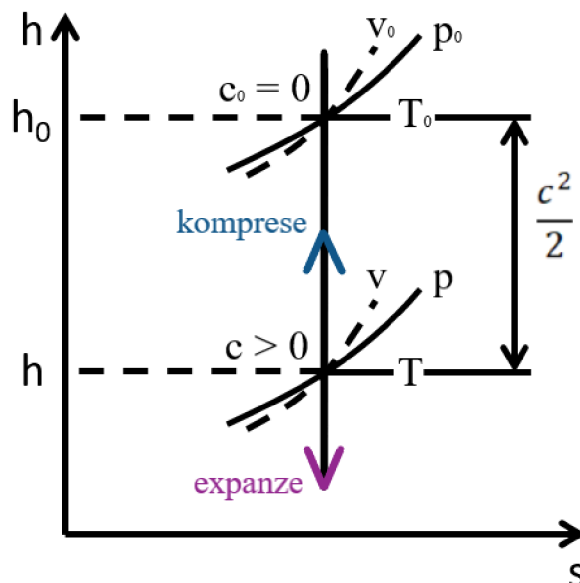
2.8 Klidový stav a rychlost proudění

Představíme-li si situaci, kdy plyn vytéká z nádoby (Obr. 2.4), která je rozlehlá, pak můžeme říci, že jeho stav v nádobě bude s časem neměnný – plyn v nádobě bude v klidu. Tento stav je označován jako tzv. klidový stav, jehož veličiny jsou značeny indexem "0" a rychlost proudění nulová ($c_0 = 0$) [4].



Obr. 2.4 Klidový stav v rozlehlé nádobě [4]

Plyn z nádoby vytéká do prostředí o nižším tlaku, tudíž rychlost proudění bude postupně narůstat (expanzní proudění). Dle energetické rovnice (2.32) je rozdíl mezi entalpií v klidovém stavu a obecném stavu roven kinetické energii, viz Obr. 2.5 [3, 4].



Obr. 2.5 h-s diagram izoentropického proudění [3]

Poměr tlaku v obecném stavu ku klidovému tlaku, tzv. tlakový poměr, je často používán při výpočtech proudění plynů [3, 4]

$$\beta = \frac{p}{p_0}, \quad (2.35)$$

kde β [–] je tlakový poměr a p_0 [Pa] klidový tlak.

Se zavedením klidového stavu lze energetickou rovnici (2.32) napsat ve tvaru [3, 4]

$$\frac{c^2}{2} = h_0 - h, \quad (2.36)$$

ze kterého je následně vyjádřen vztah pro výpočet rychlosti proudění

$$c = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h)}. \quad (2.36a)$$

Dosazením vztahu o změně entalpie ideálního plynu (2.16) přejde do tvaru

$$c = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_0 - T)}, \quad (2.36b)$$

ve kterém lze měrnou tepelnou izobarickou kapacitu vyjádřit pomocí vztahu (2.19). Tím je získána rovnice pro výpočet rychlosti proudění v libovolném průřezu trubice, tzv. Saint-Venant Wantzelova rovnice [3, 4]

$$c = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1} \cdot (T_0 - T)} = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1} \cdot T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)}, \quad (2.37)$$

Aplikací Poissonovy rovnice vratné adiabaty (2.22) lze získat Saint-Venant Wantzelovu rovnici ve tvaru obsahujícím tlakový poměr [3, 4]

$$c = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1} \cdot T_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}. \quad (2.38)$$

2.9 Kritický stav

Při určitém tlakovém poměru se bude rychlost proudění rovnat hodnotě rychlosti zvuku ($c = a$), takže proudění bude zvukové neboli sonické ($M = 1$). Tento stav je nazýván stavem kritickým a jeho parametry jsou značeny indexem "*". Pro kritický tlakový poměr tedy platí [3, 4]

$$\beta^* = \frac{p^*}{p_0}, \quad (2.39)$$

kde β^* [–] je kritický tlakový poměr a p^* [Pa] kritický tlak.

Rychlost proudění v kritickém stavu je dle (2.37) rovna

$$c^* = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1} \cdot T_0 \cdot \left(1 - \frac{T^*}{T_0}\right)}. \quad (2.40)$$

Protože víme, že kritická rychlost proudění je právě rovna rychlosti zvuku [3, 4]

$$c^* = a^*, \quad (2.41)$$

můžeme pro kritickou rychlost proudění ideálních plynů s využitím vztahu (2.24) psát

$$c^* = \sqrt{\kappa \cdot r \cdot T^*}. \quad (2.42)$$

Porovnáním (2.40) a (2.42) lze získat vztah pro kritický teplotní poměr ideálních plynů [3, 4]

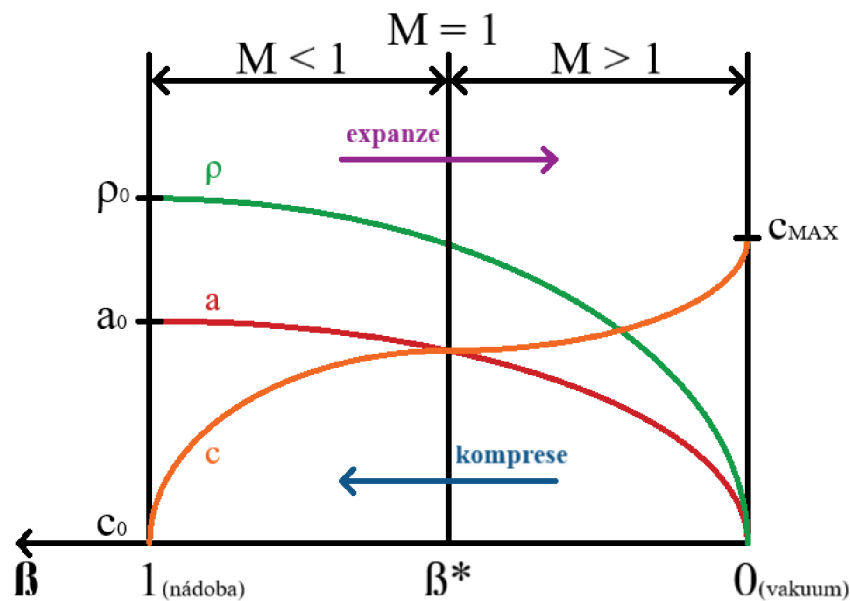
$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\kappa + 1} \quad (2.43)$$

a s uplatněním Poissonovy rovnice vratné adiabaty (2.22) také kritický tlakový poměr ideálních plynů

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{T^*}{T_0}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \beta^*. \quad (2.44)$$

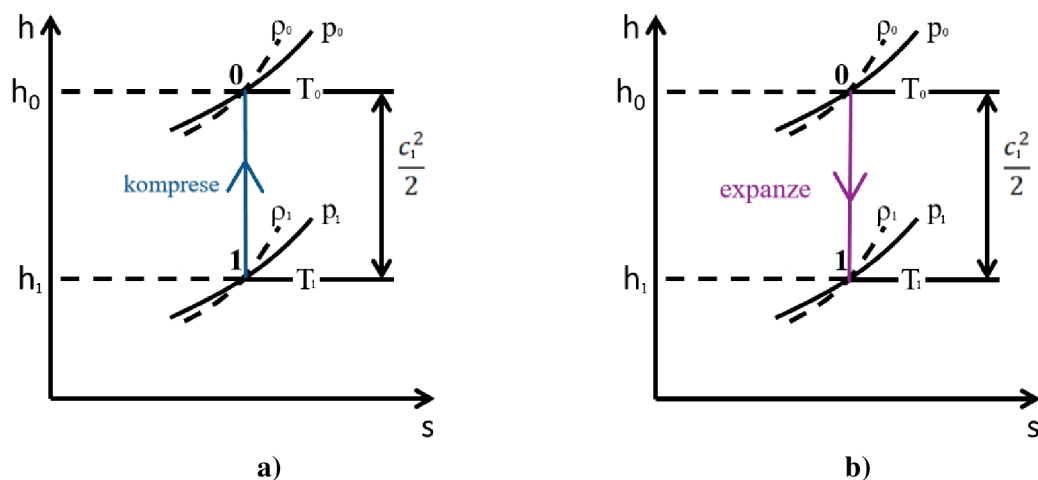
2.10 Trysky a difuzory

Při izoentropickém proudění plynu trubicí proměnného průřezu může být průběh veličin v závislosti na tlakovém poměru názorně demonstrován na Obr. 2.6. Nabývá-li tlakový poměr, dle (2.35), hodnoty jedné ($\beta = 1$), pak se jedná o klidový stav v nádobě. Naopak, při nulovém tlakovém poměru ($\beta = 0$), by se jednalo o dokonalé vakuum. Bude-li probíhat expanzní proudění, tak v obrázku postupujeme směrem zleva doprava ve směru klesajícího tlakového poměru. Hodnoty hustoty a rychlosti zvuku jsou v klidovém stavu maximální, rychlost proudění nulová. V průběhu expanze se rychlost proudění zvyšuje a rychlost zvuku naopak klesá. Stav, v němž rychlost proudění právě dosáhne rychlosti zvuku, je stavem kritickým, viz kapitola 2.9. Je charakterizován kritickým tlakovým poměrem (2.39) a Machovým číslem $M = 1$. Při výtoku do vakua by dosáhla rychlost proudění maximální hodnoty, zatímco rychlost zvuku by dosáhla hodnoty nulové [3, 4].



Obr. 2.6 Průběh veličin v závislosti na tlakovém poměru [4]

Změny vlastností proudícího plynu při izoentropickém proudění mohou být demonstrovány v h-s diagramu (Obr. 2.7) [3].



Obr. 2.7 h-s diagram: a) komprese; b) expanze [3]

Trubice proměnného průřezu, ve které dochází ke kompresi (nárůstu tlaku a poklesu rychlosti) se nazývá difuzor. Při proudění plynu difuzorem bude entalpie, dle energetické rovnice (2.32), na úkor rychlosti proudění postupně narůstat – v diagramu Obr. 2.7a po izoentropě (čára $s = konst.$) směr nahoru. Se zvyšujícím se tlakem narůstá také teplota, hustota a rychlost zvuku. Machovo číslo s rychlostí proudění postupně klesá [3, 4].

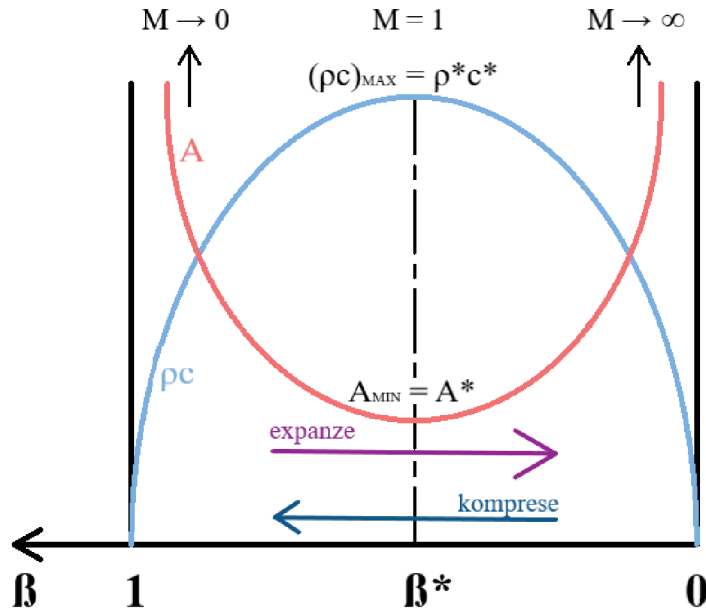
Trubice proměnného průřezu, ve které dochází k expanzi (poklesu tlaku a nárůstu rychlosti) se nazývá tryska. Při proudění plynu tryskou bude entalpie, dle energetické rovnice (2.32), ve prospěch rychlosti proudění postupně klesat – v diagramu Obr. 2.7b po izoentropě (čára $s = konst.$) směr dolů. Se snižujícím se tlakem klesá také teplota, hustota a rychlost zvuku. Machovo číslo s rychlostí proudění postupně narůstá [3, 4].

Nyní si zavedeme veličinu *plošné hustoty* hmotnostního toku, která popisuje kolik kilogramů tekutiny proteče za jednotku času jednotkovou plochou. Za stanovených podmínek lze z rovnice kontinuity (2.27) psát [3]

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho \cdot c. \quad (2.45)$$

Tudíž velikost průřezu trysky či difuzoru je reciprokou hodnotou plošné hustoty hmotnostního toku. Jak už bylo řečeno výše, v nádobě ($\beta = 1$) je hustota plynu maximální a rychlost proudění nulová. Naopak ve vakuu ($\beta = 0$) by hustota plynu byla nulová a rychlost proudění maximální. V obou případech bude jejich součin nulový. Dá se dokázat, že v kritickém stavu bude součin jejich hodnot maximální. Závislost plošné hustoty hmotnostního toku na tlakovém poměru je zakreslena na Obr. 2.8 [3].

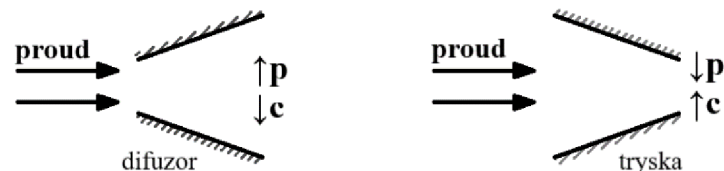
Je-li do stejného obrázku (Obr. 2.8) zakreslen průběh reciproké hodnoty plošné hustoty hmotnostního toku, je zřejmé, že v kritickém stavu ($M = 1$), kde plošná hustota dosahuje maximálních hodnot, musí být průřez trysky či difuzoru minimální [3].



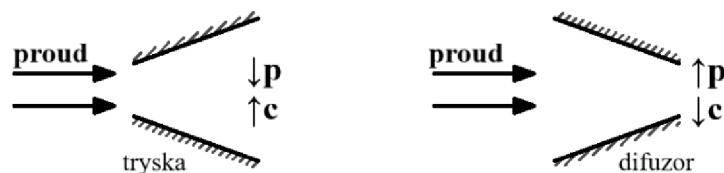
Obr. 2.8 Závislost plošné hustoty a průřezu na tlakovém poměru [3]

Z Obr. 2.8 vyplývá, že jedná-li se o podzvukové proudění ($M < 1$), tak ke kompresi (zpomalení proudu) je potřeba trubice rozšiřující se (difuzor – viz Obr. 2.9 vlevo nahoře), naopak k expanzi (urychlení proudu) je zapotřebí zužující se trubice (tryska – viz Obr. 2.9 vpravo nahoře). Je-li proudění nadzvukové ($M > 1$), k expanzi (urychlení proudu) je potřeba rozšiřující se trubice (tryska – viz Obr. 2.9 vlevo dole) a naopak, ke kompresi (zpomalení proudu) dojde v trubici zužující se (difuzor – viz Obr. 2.9 vpravo dole) [3, 17].

Podzvukové (subsonické) proudění, $M < 1$



Nadzvukové (supersonické) proudění, $M > 1$



Obr. 2.9 Funkce trubice proměnného průřezu v závislosti na Machově čísle [17]

Toto je patrné i z tzv. Hugoniotovy rovnice [3]

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \cdot \frac{dc}{c}, \quad (2.46)$$

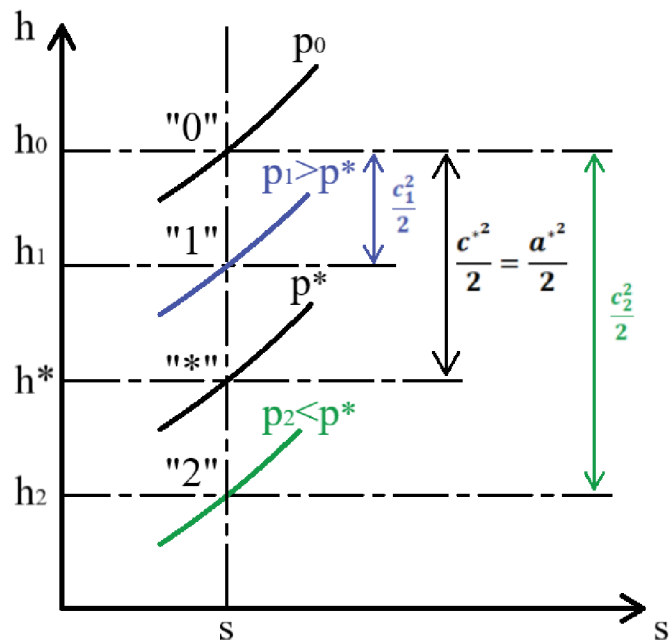
kteřá je nazývána také jako rovnice identifikační. Obsahuje funkční závislost změny průřezu trubice na Machově čísle a změně rychlosti. Určuje změnu (pokles či nárůst) rychlosti proudění v závislosti na změně průřezu trubice pro podzvukové a nadzvukové proudění [17, 23].

2.10.1 Lavalova tryska

Uvažujme rozlehlou nádobu, ze které díky přetlaku vytéká zužující se trubicí plyn do prostředí o nižším tlaku. Předpokládáme, že v průběhu tohoto proudění nedochází k přenosu tepla a ke ztrátám – jedná se tedy o expanzní izoentropické proudění. Mezi klidovým stavem (viz kapitola 2.8) v nádrži a výstupním stavem bude k dispozici určitý tlakový rozdíl neboli tlakový spád ($p_0 - p$) [3, 4].

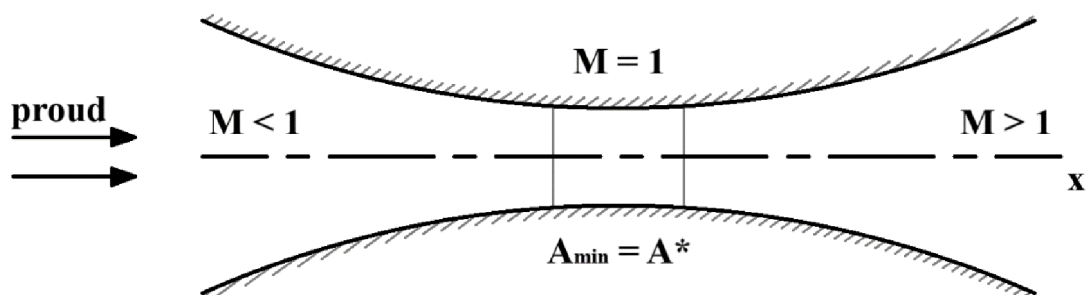
Z klidového stavu (na Obr. 2.10 stav "0") tlak podél osy trysky postupně klesá a rychlost proudění narůstá (v obrázku postupujeme po čáře $s = konst.$ směrem dolů). Při malém tlakovém spádu ($p_0 - p$), kdy tlak ve výstupním průřezu bude větší než tlak kritický $p > p^*$, resp. v intervalu $p \in (p_0; p^*)$, bude i tlakový poměr větší než kritický $\beta = \frac{p}{p_0} > \beta^* = \frac{p^*}{p_0}$. Bude-li tedy tlakový poměr v intervalu $\beta \in (1; \beta^*)$ – na Obr. 2.10 např. stav "1", pak rychlost proudění nemůže dosáhnout rychlosti zvuku čili proudění bude subsonické ($M < 1$) [3, 4].

Při velkém tlakovém spádu ($p_0 - p$), kdy tlak ve výstupním průřezu bude menší než tlak kritický $p < p^*$, resp. v intervalu $p \in (p^*; 0)$, bude i tlakový poměr menší než kritický $\beta = \frac{p}{p_0} < \beta^* = \frac{p^*}{p_0}$. Bude-li tedy tlakový poměr v intervalu $\beta \in (\beta^*; 0)$, pak v místě, kdy tlak klesne až na hodnotu kritického tlaku (na obrázku kritický stav " * "), dosáhne rychlost proudění rychlosti zvuku. Proudění tedy bude sonické ($M = 1$). Chceme-li využít celý tlakový spád, musí se trubice za místem, kdy nastaly kritické poměry, naopak rozšiřovat (viz kapitola 2.10). V této nadzvukové části trysky je proud urychlován (v obrázku postupujeme po čáře $s = konst.$ směrem dolů) do nadzvukových rychlostí – na Obr. 2.10 např. stav "2". Proudění tedy bude nadále supersonické ($M > 1$) [3, 4].



Obr. 2.10 průběh expanzního proudění zakreslený v h-s diagramu [3]

K využití celého tlakového spádu při nadzvukovém expanzním proudění ($\beta < \beta^*$), je tedy potřeba navrhovat trysku kombinovaného tvaru neboli trysku Lavalovu (Obr. 2.11). To docílíme spojením zužující se a rozšiřující se trysky. V zužující se části je vstupní podzvukové proudění urychleno na rychlost zvuku a následně, v rozšiřující se části, která bývá nazývána jako nátrubek Lavalovy trysky, je proudění urychlováno do rychlostí nadzvukových. Nejužší část, označována také jako hrdlo Lavalovy trysky, je průřezem kritickým, kde Machovo číslo nabývá hodnoty jedné ($M = 1$), tedy rychlost proudění je totožná s rychlostí zvuku [3, 17].



Obr. 2.11 Lavalova tryska [17]

2.11 Dynamické funkce

Pokud porovnáme rychlosti proudění c , které je možné vyjádřit z rovnice pro výpočet Machova čísla (2.25) a Saint-Venant Wantzelovy rovnice (2.37)

$$M \cdot a = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1} \cdot T_0 \cdot \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)}, \quad (2.47)$$

tak provedením dalších matematických úprav lze vyjádřit teplotní poměr

$$\frac{T}{T_0} = \left[1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2\right]^{-1}. \quad (2.48)$$

S využitím Poissonových vztahů izoentropické změny (2.22), lze získat také poměr tlakový

$$\frac{p}{p_0} = \left[\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2\right)^{-1}\right]^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (2.49)$$

nebo poměr hustotní

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2\right)^{-1}\right]^{\frac{1}{\kappa - 1}}. \quad (2.50)$$

Tyto rovnice (2.48) až (2.50) jsou jedny z tzv. **dynamických funkcí**, které vyjadřují závislost teplotního, tlakového nebo hustotního poměru na Machově čísle a Poissonově konstantě. Hodnota Poissonovy konstanty závisí jen na počtu atomů v molekule (viz *Tabulka 2*), pro určitý plyn tedy budou dynamické funkce závislé pouze na jednom parametru, a to na Machově čísle [3, 23].

3 Teorie vlhkého vzduchu

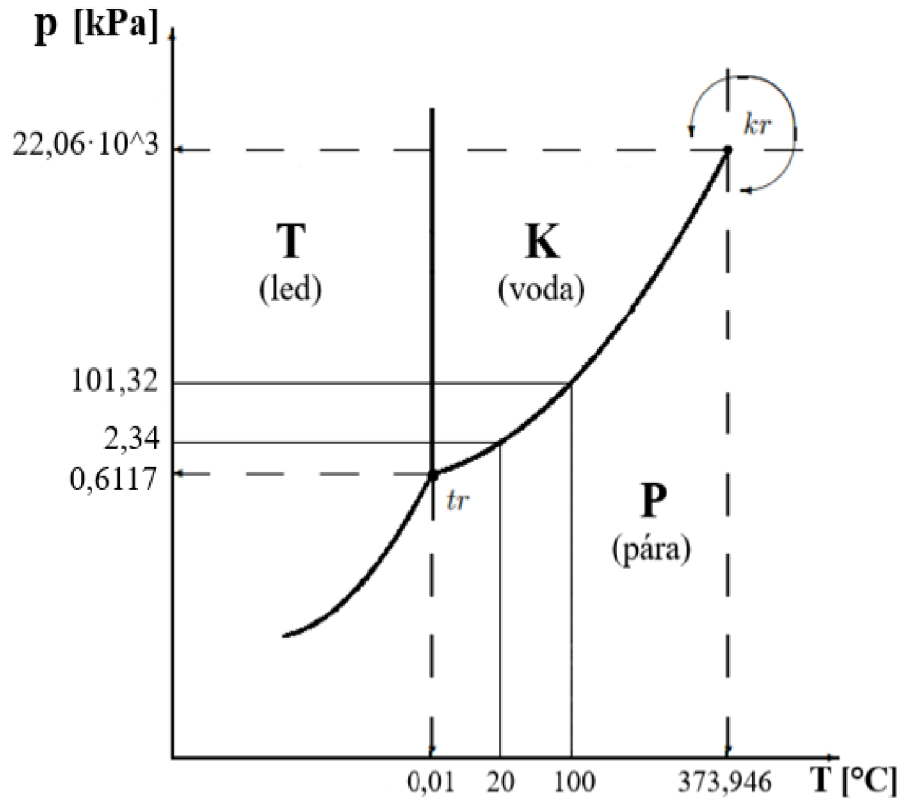
Vlhký vzduch je směs suchého vzduchu a vlhkosti v různém skupenství. Jiné látky ve vzduchu, jako například znečišťující látky, se pro zjednodušení popisu vlhkého vzduchu neuvažují [10, 24].

Suchý vzduch je tvořen složkami plynů, jejichž procentuální zastoupení pokládáme v blízkosti povrchu Země za konstantní [9, 11]. Dle Mezinárodní standardní atmosféry obsahuje suchý vzduch přibližně 78 % dusíku a 21 % kyslíku. Zbylé procento obsažených plynů ve výpočtech zanedbáváme. Suchý vzduch tedy považujeme za dvouprvkový ideální plyn s vlastnostmi viz *Tabulka 3* [10].

Tabulka 3 Vybrané vlastnosti suchého vzduchu jako ideálního plynu [10]

střední molární hmotnost:	$M_{sv} = 28,9583 \frac{kg}{kmol}$
měrná plynová konstanta:	$r_{sv} = 287,12 \frac{J}{kg \cdot K}$
izobarická měrná tepelná kapacita:	$c_{p_{sv}} = 1005,9 \frac{J}{kg \cdot K}$
izochorická měrná tepelná kapacita:	$c_{v_{sv}} = 718,8 \frac{J}{kg \cdot K}$
Poissonova konstanta:	$\kappa_{sv} = 1,4$

Vlhkost neboli H_2O je hlavní složkou hydrosféry Země, pokrývá zhruba 71 % zemského povrchu [25]. V závislosti na tlaku a teplotě se může objevovat ve skupenství plynném (**P**) – vodní pára; kapalném (**K**) – voda; a tuhém (**T**) – např. led. Na Obr. 3.1 je fázový diagram H_2O , v němž jsou zakresleny hodnoty trojného a kritického bodu [9]. Pro příklad jsou zde také uvedeny hodnoty dvou mezních případů, kdy vlhkost mění své skupenství – pro naše případy kondenzace vodní páry. Byly vybrány hodnoty tlaků sytosti vodní páry při teplotách $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ a $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.



Obr. 3.1 Rovnovážný – fázový diagram H_2O [9]

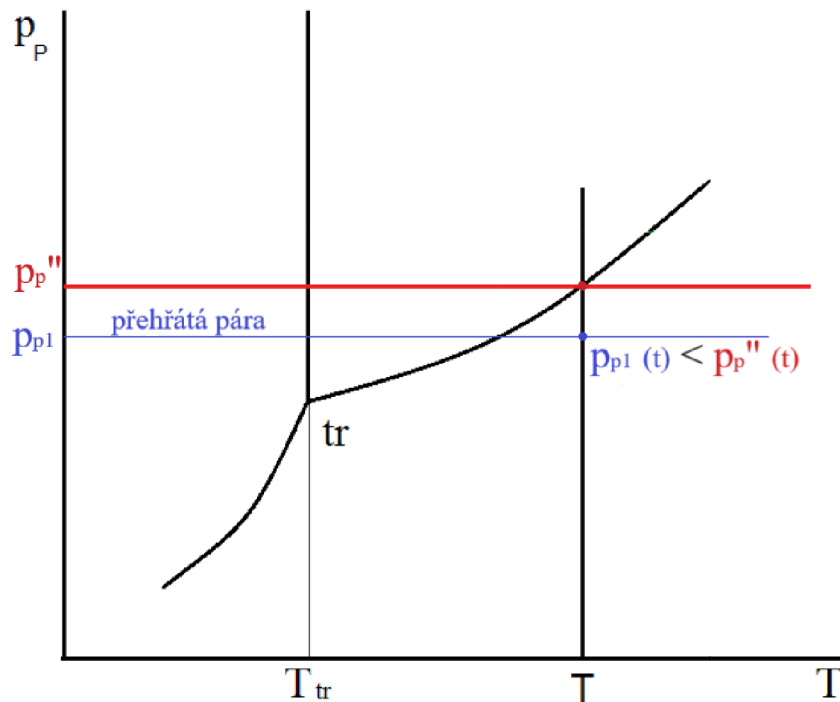
Plynná fáze vlhkosti (vodní pára) je ve vzduchu přítomna vždy a svůj tlak má nízký ($p < 0,05 \cdot p_{kr}$), tudíž ji lze popisovat modelem ideálního plynu (viz kapitola 2.3). Vybrané termodynamické vlastnosti vodní páry jako ideálního plynu jsou uvedeny níže – viz *Tabulka 4* [9, 10].

Tabulka 4 Vybrané vlastnosti vodní páry jako ideálního plynu [10]

molární hmotnost:	$M_p = 18,015 \frac{kg}{kmol}$
měrná plynová konstanta:	$r_p = 461,526 \frac{J}{kg \cdot K}$
izobarická měrná tepelná kapacita:	$c_{p_p} = 1898,56 \frac{J}{kg \cdot K}$
izochorická měrná tepelná kapacita:	$c_{v_p} = 1398,56 \frac{J}{kg \cdot K}$
Poissonova konstanta:	$\kappa_p = 1,33$

V atmosférickém vzduchu je vlhkost v relativně malém množství [9]. Vlhkost se ve vzduchu může nacházet ve stavu přehřáté páry, syté páry a ve formě kondenzátu, popř. desublimátu. Stav obsažené vodní páry je dán teplotou a parciálním tlakem² par $p_p(t)$ [Pa]. Vzduch pojme jen určité množství vodní páry (není tedy možné, aby docházelo ke směšování suchého vzduchu s vodní párou v libovolném poměru). Toto množství je určeno hodnotou parciálního tlaku sytých par $p_p''(t)$ [Pa], při kterém je vlhký vzduch vlhkostí zcela nasycen a není schopen přijímat další vlhkost [9, 10, 26].

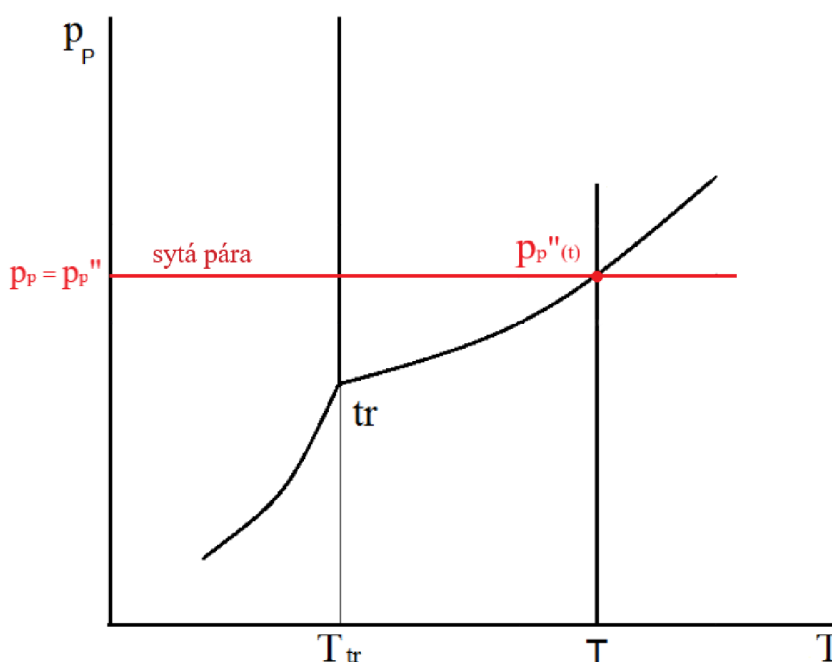
Na Obr. 3.2 je ve fázovém diagramu vodní páry zobrazen stav páry o nízkém parciálním tlaku par ($p_p(t) < p_p''(t)$). Vlhkost obsažená ve vzduchu je tedy v malém množství. Jedná se o stav přehřáté páry, kdy se ve vzduchu nachází pouze plynná fáze vlhkosti, takže vlhký vzduch je homogenní směsí. Při dané teplotě a daném parciálním tlaku par je v tomto případě vzduch schopný stále přijímat další vlhkost čili vlhký vzduch je nenасыcený [9, 10, 26].



Obr. 3.2 Fázový diagram H_2O s vyznačeným stavem přehřáté páry

² Parciálním tlakem je chápán tlak samostatné jednotlivé složky ve stejném objemu a při stejné teplotě jako má směs.

Bude-li ve vzduchu tolik vlhkosti, kolik je vzduch při této teplotě schopen maximálně přijmout, pak parciální tlak vodní páry bude právě roven parciálnímu tlaku sytých par ($p_p(t) = p_p''(t)$), viz Obr. 3.3. Vlhkost tedy bude ve stavu syté páry, kdy se ve vzduchu nachází stále jen její plynná fáze, vlhký vzduch je tak pořád homogenní směsí. Při dané teplotě a daném parciálním tlaku par není vzduch schopný nadále přijímat další vlhkost čili vlhký vzduch je nasycený [9, 10, 26].



Obr. 3.3 Fázový diagram H_2O s vyznačeným stavem syté vodní páry

Pokud vlhký vzduch při stejné teplotě T obsahuje větší množství vlhkosti, než je v něm možné rozpustit, pak přebytečnou vlhkost začne vylučovat. Při kladných teplotách, $t [^{\circ}C] > 0$, ve fázi kapalné (déšť, mlha) a při záporných teplotách, $t [^{\circ}C] < 0$, ve fázi tuhé (jinovatka, sníh). Vlhkost se tak ve vlhkém vzduchu objevuje ve stavu syté páry a pak ještě v podobě např. vody o stejné teplotě a tlaku směsi. V takovém případě je vlhký vzduch přesycený a je směsí heterogenní, která je tvořena suchým vzduchem, sytou párou (plynná fáze) a vlhkostí ve formě kondenzátu či desublimátu [9, 10, 26].

3.1 Parciální tlak sytých par

Parciální tlak syté vodní páry je závislý výhradně na teplotě a je maximálním možným tlakem vodní páry při dané teplotě. V intervalu kladných hodnot teploty od 0,01 °C je počítán podle vědecké formulace (IAPWS 95) [10]

$$p_p'' = p_{kr} \cdot \exp \left[\frac{1}{1-\tau} \cdot (a_1 \cdot \tau + a_2 \cdot \tau^{1,5} + a_3 \cdot \tau^3 + a_4 \cdot \tau^{3,5} + a_5 \cdot \tau^4 + a_6 \cdot \tau^{7,5}) \right], \quad (3.1)$$

kde $p_{kr} = 22,064 \text{ MPa}$ je kritický tlak vodní páry a a_{1-6} značí konstanty, jejichž hodnoty jsou uvedeny níže – *Tabulka 5*. Teplotní funkce τ [-] se vypočte vztahem [10]

$$\tau = 1 - \frac{T}{T_{kr}}, \quad (3.2)$$

v němž vyskytující se kritická teplota vodní páry $T_{kr} = 647,096 \text{ K}$.

Tabulka 5 Hodnoty konstant v rovnici (3.1) [10]

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
-7,859518	1,844083	-11,78665	22,680741	-15,961872	1,801225

V intervalu záporných teplot od -223 °C do 0 °C je parciální tlak syté vodní páry vypočten dle vztahu [10]

$$p_p'' = p_{tr} \cdot \exp \left(\theta^{-1} \cdot \sum_{i=1}^3 a_i \cdot \theta^{b_i} \right), \quad (3.3)$$

kde $p_{tr} = 611,657 \text{ Pa}$ je tlak trojného bodu H_2O a hodnoty konstant a_i, b_i jsou uvedeny níže – *Tabulka 6*. Koeficient θ [-] se číselně určí vztahem [10]

$$\theta = \frac{T}{T_{tr}}, \quad (3.4)$$

v němž vyskytující se teplota trojného bodu vody $T_{tr} = 273,16 \text{ K}$.

Tabulka 6 Hodnoty konstant v rovnici (3.3) [10]

a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3
-21,2144006	27,3203819	-6,1059813	0,003333333333	1,206666667	1,703333333

3.2 Složení vlhkého vzduchu

Jakákoliv směs je vícesložkový systém, pro jehož úplné určení stavu je potřeba znát jeho teplotu, tlak a složení. Složení lze stanovit více způsoby [9]. Obsah vodní páry ve vlhkém vzduchu je obvykle vyjadřován *absolutní vlhkostí*, *relativní vlhkostí* nebo *měrnou vlhkostí* [24].

V následujících vztazích bude pro veličiny týkajících se vlhkého vzduchu použit index $_{vv}$, suchého vzduchu $_{sv}$ a vodní páry $_p$.

3.2.1 Vlhkost vzduchu

Absolutní vlhkost a [$kg_p \cdot m^{-3}$] je definována jako hmotnost vodní páry obsažené v jednom metru krychlovém vlhkého vzduchu [9, 24]

$$a = \frac{m_p}{V}, \quad (3.5)$$

kde m_p [kg_p] je hmotnost vodní páry a V [m^3] objem vlhkého vzduchu.

Jedná se tedy o hustotu vodní páry. Při dané teplotě t a parciálním tlaku vodních par $p_p(t)$ se pohybuje v rozmezí $\langle 0; a'' \rangle$, kde nulová hodnota popisuje dokonale suchý vzduch a maximální hodnota vlhký vzduch zcela nasycený. Touto maximální hodnotou je absolutní vlhkost nasyceného vzduchu a'' [$kg \cdot m^{-3}$], která je tedy rovna: $a'' = \rho_p''(t)$. ρ_p'' [$kg \cdot m^{-3}$] je parciální hustota syté vodní páry [9, 24].

Relativní vlhkost φ [-] je definována jako poměr absolutní vlhkosti ku absolutní vlhkosti nasyceného vzduchu [9, 27]

$$\varphi = \frac{a}{a''}. \quad (3.6)$$

Relativní vlhkost se obvykle udává v procentech, proto ji lze chápat jako procentuální vyjádření maximálního možného obsahu vodní páry, a to v rozsahu $\langle 0; 100 \rangle$. Spodní hranice vyjadřuje dokonale suchý vzduch a horní hranice platí pro vlhký vzduch zcela nasycený [9, 27].

Definici lze s použitím stavové rovnice ideálního plynu (2.13) upravit do tvaru [9, 27]

$$\varphi = \frac{a}{a''} = \frac{\rho_p}{\rho_p''} \approx \frac{p_p}{r_p \cdot T} \cdot \frac{r_p \cdot T}{p_p''} = \frac{p_p}{p_p''}, \quad (3.7)$$

kde $r_p [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ je měrná plynová konstanta vodní páry a $\rho_p [kg_p \cdot m^{-3}]$ parciální hustota vodní páry.

Měrná vlhkost $x [kg_p \cdot kg_{sv}^{-1}]$ je definována jako poměr hmotnosti, resp. hustoty, vodní páry ku hmotnosti, resp. hustotě, suchého vzduchu [9, 27]

$$x = \frac{m_p}{m_{sv}} = \frac{\rho_p}{\rho_{sv}}, \quad (3.8)$$

ve kterém $m_{sv} [kg_{sv}]$ značí hmotnost suchého vzduchu a $\rho_{sv} [kg_{sv} \cdot m^{-3}]$ parciální hustotu suchého vzduchu.

Definici lze s použitím stavové rovnice ideálních plynů (2.13) a relativní vlhkosti (3.7) upravit do tvaru

$$x = \frac{\rho_p}{\rho_{sv}} \approx \frac{p_p}{r_p \cdot T} \cdot \frac{r_{sv} \cdot T}{p_{sv}} = 0,622 \cdot \frac{p_p}{p_{sv}} = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_p''(t)}{p_{vv} - \varphi \cdot p_p''(t)}, \quad (3.9)$$

kde $p_{sv} [Pa]$ je parciální tlak suchého vzduchu a $p_{vv} [Pa]$ tlak vlhkého vzduchu. Hodnoty měrných plynových konstant jednotlivých složek směsi jsou uvedeny v tabulkách – *Tabulka 3* a *Tabulka 4*.

Měrná vlhkost nasyceného vlhkého vzduchu ($\varphi = 1$) bude tedy [9, 27]

$$x''(t) = 0,622 \cdot \frac{p_p''(t)}{p_{vv} - p_p''(t)}. \quad (3.10)$$

3.2.2 Hmotnostní zlomky

Zastoupení suchého vzduchu a vodní páry ve vlhkém vzduchu můžeme také vyjádřit pomocí hmotnostních zlomků. Jsou definovány jako poměr hmotnosti jednotlivé složky ku hmotnosti celkové směsi [9]

$$\sigma_{sv} = \frac{m_{sv}}{m_{vv}} = \frac{m_{sv}}{m_{sv} + m_p}, \quad (3.11)$$

$$\sigma_p = \frac{m_p}{m_{vv}} = \frac{m_p}{m_{sv} + m_p}, \quad (3.12)$$

kde hmotnostní zlomek suchého vzduchu je značen σ_{sv} [–] a vodní páry σ_p [–], m_{vv} [kg] je hmotnost vlhkého vzduchu.

Hmotnostní zlomek lze vyjádřit v závislosti na měrné vlhkosti

$$\sigma_{sv} = \frac{1}{1 + x}, \quad (3.13)$$

$$\sigma_p = \frac{x}{1 + x}. \quad (3.14)$$

3.3 Stavové veličiny vlhkého vzduchu

Pokud je vlhký vzduch směsí homogenní, tzn. že nedochází ke kondenzaci či desublimaci, pak obě složky směsi můžeme pokládat za ideální plyn. Směs ideálních plynů je také ideálním plynem, jehož stav je popisován stavovými veličinami ideálních plynů, viz kapitola 2.3 [24]. Stavovou rovnici vlhkého vzduchu jako ideálního plynu lze napsat např. ve tvaru [10]

$$p_{vv} = \rho_{vv} \cdot r_{vv} \cdot T. \quad (3.15)$$

Pro úplnost, jednotlivé veličiny opět rozebereme.

Teplota jednotlivých složek směsi je totožná s teplotou celkové směsi, v tomto případě vlhkého vzduchu [10]

$$t_{sv} = t_p = t_{vv} = t. \quad (3.16)$$

Daltonův zákon pro směsi ideálních plynů říká, že celkový tlak směsi je roven součtu parciálních tlaků jednotlivých složek. Tlak vlhkého vzduchu tedy bude [10]

$$p_{vv} = p_{sv} + p_p \cdot \quad (3.17)$$

Hmotnost směsi je rovna součtu hmotností jednotlivých složek. Hmotnost vlhkého vzduchu tedy bude [10]

$$m_{vv} = m_{sv} + m_p \cdot \quad (3.18)$$

Každá složka směsi zaujímá celý objem nádoby stejně jako celková směs, v tomto případě vlhký vzduch [10]

$$V_{sv} = V_p = V_{vv} = V \cdot \quad (3.19)$$

Pokud rovnici (3.18) podělíme rovnicí (3.19), tak získáme hustotu vlhkého vzduchu

$$\rho_{vv} = \rho_{sv} + \rho_p \cdot \quad (3.20)$$

Měrná plynová konstanta směsi je závislá na jejím složení. Pro měrnou plynovou konstantu vlhkého vzduchu tedy platí [10]

$$r_{vv} = \sigma_{sv} \cdot r_{sv} + \sigma_p \cdot r_p \quad (3.21)$$

a s využitím měrné vlhkosti

$$r_{vv} = \frac{1}{1+x} \cdot r_{sv} + \frac{x}{1+x} \cdot r_p \cdot \quad (3.22)$$

Stejně tak tomu je i u izobarické měrné tepelné kapacity, v tomto případě vlhkého vzduchu [10]

$$c_{p_{vv}} = \sigma_{sv} \cdot c_{p_{sv}} + \sigma_p \cdot c_{p_p} \quad (3.23)$$

a s využitím měrné vlhkosti

$$c_{p_{vv}} = \frac{1}{1+x} \cdot c_{p_{sv}} + \frac{x}{1+x} \cdot c_{p_p} \cdot \quad (3.24)$$

Pokud vlhký vzduch splňuje model ideálního plynu a jeho složení je stálé, pak hodnota Poissonovy konstanty vlhkého vzduchu je konstantní [10]

$$\kappa_{vv} = \frac{c_{p_{vv}}}{c_{p_{vv}} - r_{vv}} \cdot \quad (3.25)$$

4 Výpočetní část

Praktická část bakalářské práce se zabývá výpočtem stavu nasycení proudícího vzduchu neboli určením počátku vylučování vlhkosti ze vzduchu. Bylo uvažováno expanzní izoentropické proudění vzduchu Lavalovou tryskou a vlhký vzduch považován za ideální plyn. Podél osy trysky tedy tlak z klidové hodnoty postupně klesá a s ním se mění také ostatní veličiny.

4.1 Sestavení algoritmů

4.1.1 Algoritmus výpočtu relativní vlhkosti ze zadaných parametrů klidového stavu a statického tlaku

Algoritmus výpočtu relativní vlhkosti je sestaven pro klidový stav zadaný tlakem p_0 , teplotou t_0 a relativní vlhkostí φ_0 .

1) Výpočet klidového parciálního tlaku syté vodní páry $p_p''(t_0)$:

Pro známou klidovou teplotu t_0 je počítán parciální tlak syté vodní páry

- pro $t_0 \geq 0,01 \text{ } ^\circ\text{C}$ vztahem (3.1),
- pro $t_0 < 0,01 \text{ } ^\circ\text{C}$ vztahem (3.3).

2) Výpočet měrné vlhkosti x :

Pro známý klidový tlak p_0 , klidovou relativní vlhkost φ_0 a parciální tlak syté vodní páry $p_p''(t_0)$ je počítána měrná vlhkost podle vztahu (3.9). Tato hodnota je nadále konstantní, jelikož vyjadřuje složení vlhkého vzduchu, které se v průběhu proudění nemění.

3) Výpočet hmotnostních zlomků σ_i :

Se znalostí měrné vlhkosti je možné zjistit složení vlhkého vzduchu v podobě hmotnostních zlomků, které je třeba pro další výpočty zahrnout.

- Hmotnostní zlomek suchého vzduchu (σ_{sv}) je získán vztahem (3.13),
- hmotnostní zlomek vodní páry (σ_p) vztahem (3.14).

Tyto hodnoty jsou v průběhu proudění konstantní.

4) Výpočet měrné plynové konstanty r_{vv} :

S pomocí hmotnostních zlomků je získána měrná plynová konstanta vlhkého vzduchu vztahem (3.21) a její hodnota je v průběhu proudění neměnná. Měrné plynové konstanty jednotlivých složek jsou uvedeny zde – *Tabulka 3* a *Tabulka 4*.

5) Výpočet měrné izobarické tepelné kapacity $c_{p_{vv}}$:

Stejným principem je získána také měrná izobarická tepelná kapacita vlhkého vzduchu vztahem (3.23) a její hodnota je v průběhu proudění neměnná. Hodnoty měrných tepelných izobarických kapacit jednotlivých složek jsou opět uvedeny v tabulkách – *Tabulka 3* a *Tabulka 4*. Tyto hodnoty je případně možné také získat s využitím vztahu (2.11).

6) Výpočet Poissonovy konstanty κ_{vv} :

Hodnota Poissonovy konstanty vlhkého vzduchu je vypočtena rovnicí (3.25). V průběhu proudění vlhkého vzduchu je i tato hodnota konstantou.

Rychlost proudění v klidovém stavu je nulová ($c_0 = 0$). Vlhký vzduch je urychlován díky tlakovému spádu, takže hodnota statického tlaku se podél osy trysky snižuje. Tento průběh expanzního proudění ve skutečnosti je ve výpočtech nasimulován tak, že hodnota statického tlaku je z klidové hodnoty tlaku p_0 postupně snižována. Snížení tlaku na zcela konkrétní hodnotu " p_i " určí tzv. *i-tý* stav, který se nachází v určitém místě trysky. Změna tlaku způsobí změnu ostatních veličin, jejichž příslušné hodnoty lze dopočítat.

7) Výpočet statické teploty T_i :

Hodnota termodynamické teploty je získána pomocí Poissonovy rovnice vratné adiabaty (2.22).

8) Výpočet parciálního tlaku syté vodní páry $p_p''(t_i)$:

Pro známou statickou teplotu t_i je počítán parciální tlak syté vodní páry obdobně jako na začátku tohoto algoritmu:

- pro $t_i \geq 0,01$ °C vztahem (3.1),
- pro $t_i < 0,01$ °C vztahem (3.3).

9) Výpočet relativní vlhkosti φ_i :

Následně je ze vztahu (3.9) vyjádřena a vypočtena relativní vlhkost.

4.1.2 Algoritmus výpočtu Machova čísla počátku kondenzace

Algoritmus výpočtu Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti je sestaven pro klidový stav zadaný tlakem p_0 , teplotou t_0 a relativní vlhkostí φ_0 . Rychlost proudění v klidovém stavu je nulová ($c_0 = 0$).

10) Výpočet klidové rychlosti zvuku a_0 a klidové hustoty ρ_0 :

Pro úplnost může být dopočítána rychlost zvuku klidového stavu dle vztahu (2.24) a hustota klidového stavu pomocí stavové rovnice ideálního plynu (2.13).

K získání teoretického průběhu proudění vlhkého vzduchu tryskou se zadanými klidovými parametry byla hodnota tlaku postupně snižována. Snížení tlaku na zcela konkrétní hodnotu " p_i " určí tzv. i -tý stav, který se nachází v určitém místě trysky. Změna tlaku způsobí změnu ostatních veličin, jejichž příslušné hodnoty lze dopočítat.

11) Výpočet veličin T_i , $p_p''(t_i)$, φ_i :

Statická teplota, odpovídající parciální tlak sytých par a jimž příslušná relativní vlhkost jsou známy z bodů 7); 8); 9) předcházejícího algoritmu v podkapitole 4.1.1.

12) Výpočet tlakového poměru β_i :

Tlakový poměr, který je vypočten ze vztahu (2.35), jednoznačně určuje místo v trysce, kde se příslušný i -tý stav nachází.

13) Výpočet hustoty ρ_i :

S tlakem se změni i hustota vlhkého vzduchu – podle vztahu viz bod 10).

14) Výpočet rychlosti proudění c_i :

V určitém i -tém stavu je zjištěna rychlost proudění pomocí Saint-Venant Wantzelovy rovnice ve tvaru (2.38).

15) Výpočet rychlosti zvuku a_i :

Rychlost zvuku v určitém i -tém stavu – podle vztahu viz bod 10).

16) Výpočet Machova čísla M_i :

Podílem těchto dvou předcházejících veličin je získáno Machovo číslo, dle (2.25).

Nyní je jednotlivý *i*-tý stav zcela určen a pro jeho veličiny jsou známy jejich číselné hodnoty. Vytvořením a určením několika takovýchto *i*-tých stavů je možné získat přibližnou představu o průběhu proudění (resp. průběhu veličin: tlaku, teploty, hustoty, relativní vlhkosti, rychlosti zvuku, rychlosti proudění a Machova čísla) vlhkého vzduchu tryskou pro zadané klidové parametry. V místě, kde relativní vlhkost nabývá hodnoty právě jedné je odpovídající Machovo číslo právě hledaným Machovým číslem počátku kondenzace vlhkosti. Mezi tyto stavy patří samozřejmě i *kritický stav*, ve kterém je Machovo číslo rovno jedné ($M^* = 1$). Výpočty některých kritických veličin mohou být zjednodušeny následujícími vztahy.

17) Výpočet kritického tlaku p^* a kritického tlakového poměru β^* :

S využitím Poissonovy konstanty **6**) lze ze vztahu (2.44) určit kritický tlakový poměr a následně i kritický tlak.

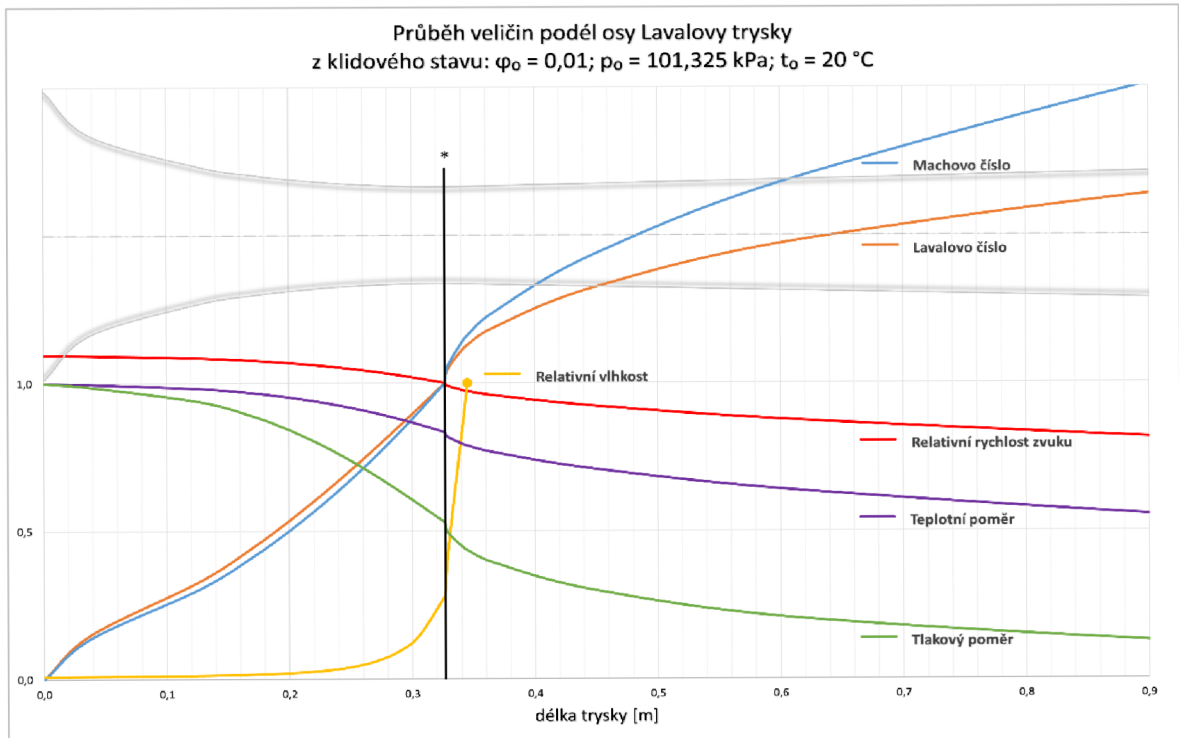
18) Výpočet kritické termodynamické teploty T^* a kritického teplotního poměru:

S využitím Poissonovy konstanty **6**) lze ze vztahu (2.43) určit kritický teplotní poměr a následně i kritickou termodynamickou teplotu.

19) Výpočet kritické rychlosti proudění c^* a kritické rychlosti zvuku a^* :

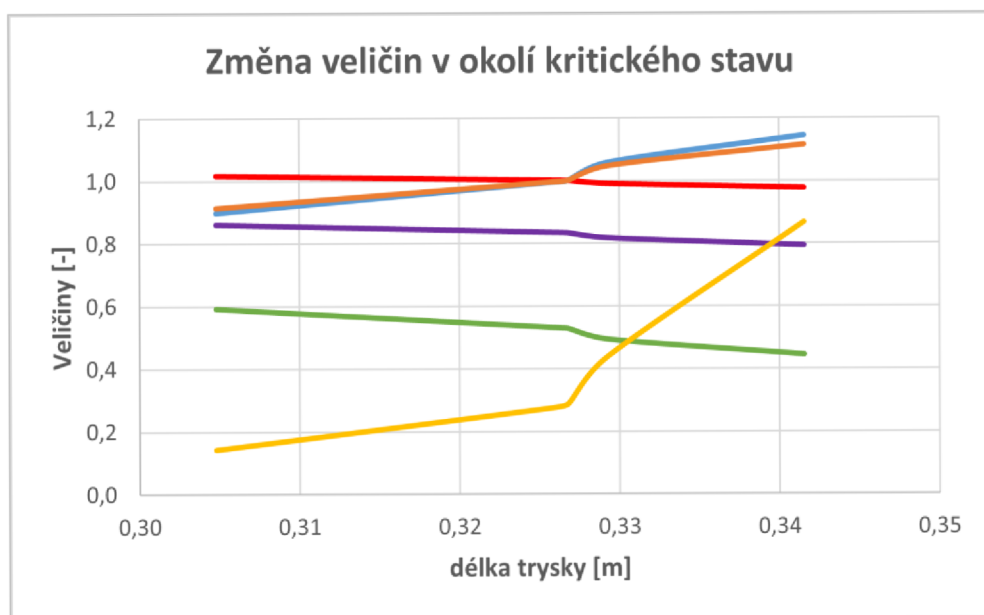
Kritická rychlost proudění a kritická rychlost zvuku jsou si rovny. Jejich hodnota je stanovena dle (2.42).

Pro představu je jeden z průběhů proudění vlhkého vzduchu Lavalovou tryskou zobrazen níže na Obr. 4.1. Lavalovo číslo určuje relativní rychlost proudění, v literatuře běžně označovanou jako bezrozměrnou rychlost. Je to rychlost proudění v určitém stavu vzhledem k rychlosti zvuku v kritickém stavu. Podobně tomu tak je u relativní rychlosti zvuku, čímž je označován poměr rychlosti zvuku v určitém stavu ku rychlosti zvuku v kritickém stavu. Proudící vlhký vzduch s těmito klidovými parametry (relativní vlhkost: $\varphi_0 = 0,01$; tlak: $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$; teplota: $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$) dosáhne meze nasycení ($\varphi = 1$) při tlakovém poměru $\beta = 0,4347$ a Machově čísle $M = 1,159$. Tento stav je na obrázku vyznačen bodem.



Obr. 4.1 Průběh veličin podél osy Lavalovy trysky

Za kritickým průřezem, který je na obrázku vyznačen svislicí a znakem " * " černé barvy, způsobí i nepatrná změna průřezu rychlé změny všech veličin. Tyto změny jsou zobrazeny podrobněji na Obr. 4.2 níže.



Obr. 4.2 Změna veličin v okolí kritického stavu

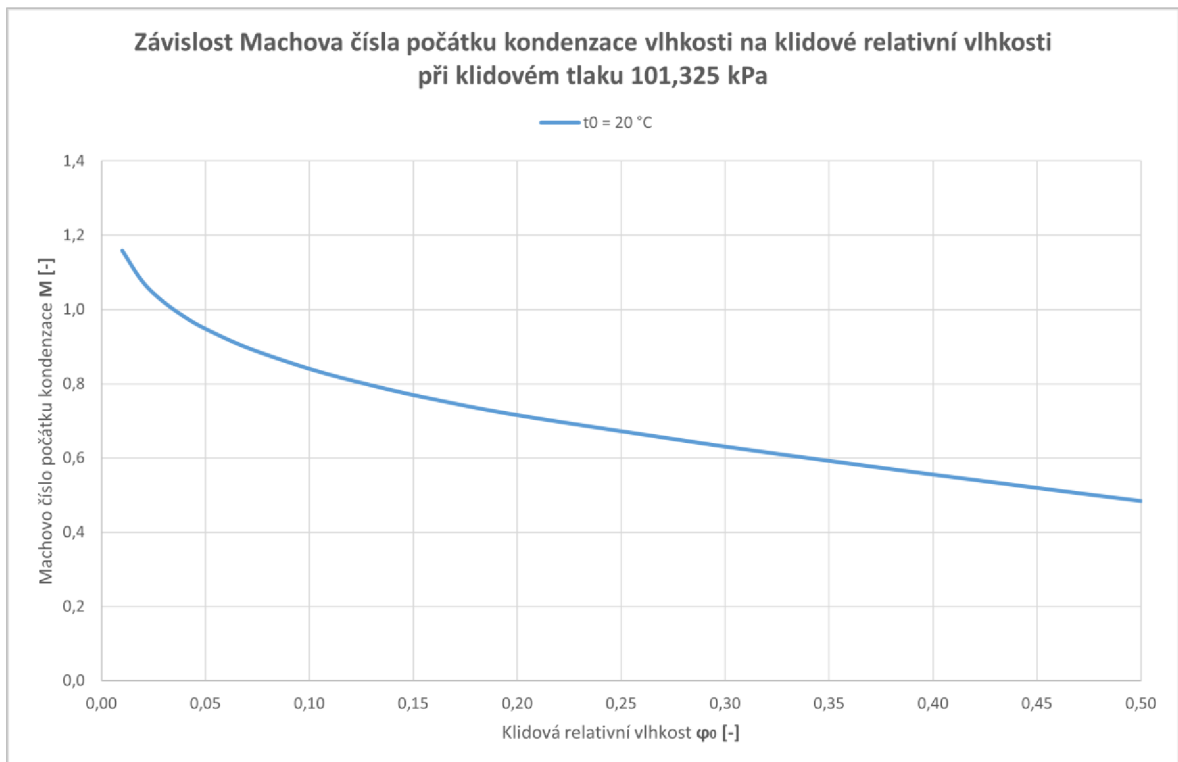
Při volbě různých parametrů klidového stavu dojde k nasycení vlhkého vzduchu při jiných Machových číslech. S použitím výše uvedeného postupu lze získat požadované závislosti Machova čísla počátku vylučování vlhkosti na jednotlivých klidových parametrech (relativní vlhkost, tlak, teplota).

4.2 Výpočet stavu nasycení proudícího vzduchu

4.2.1 Vliv klidové relativní vlhkosti na proudění vlhkého vzduchu

Byly zvoleny dva parametry klidového stavu odpovídající běžným podmínkám atmosférického vzduchu – tlak: $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$; teplota: $t_0 = 20 \text{ °C}$; a nízká klidová relativní vlhkost: $\varphi_0 = 0,01$. Hodnota statického tlaku byla z klidové hodnoty postupně snižována, čímž byl nasimulován průběh jednoho případu proudění vlhkého vzduchu Lavalovou tryskou za takovýchto klidových podmínek. V místě trysky, kde tlak poklesne na zcela určitou hodnotu tlaku " p_i " stavu nasycení, byly vypočítány všechny příslušné ostatní veličiny podle výše uvedeného algoritmu 4.1.2.

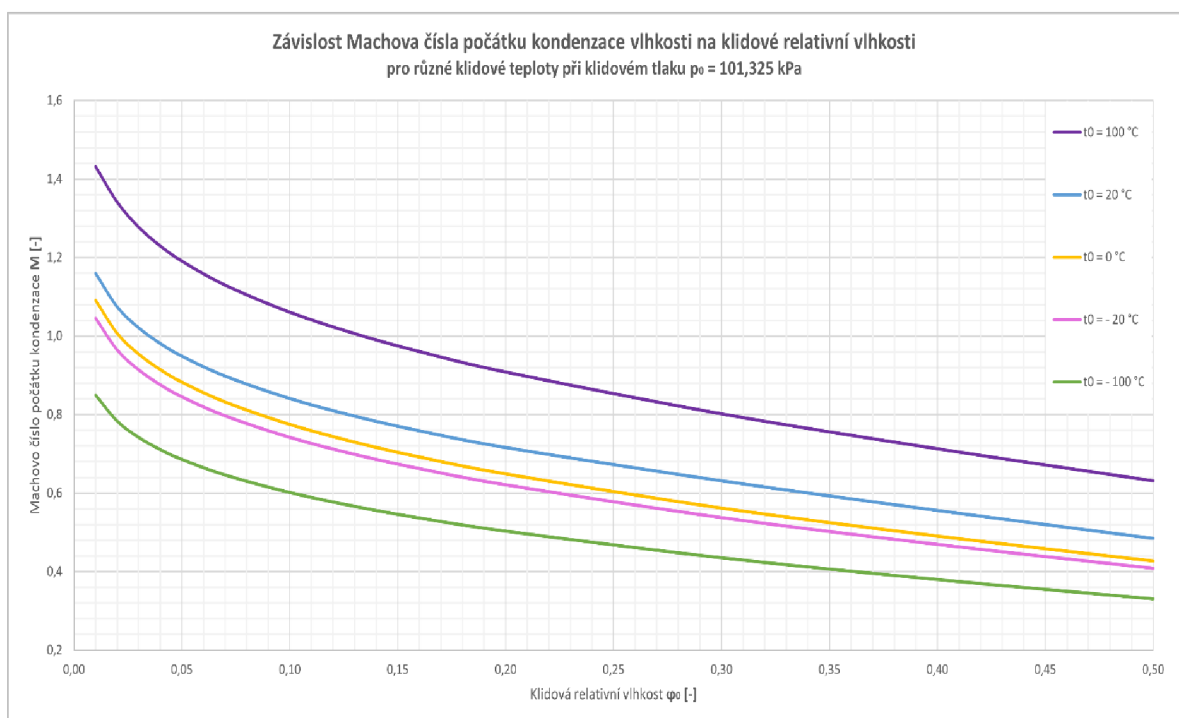
Následně byla klidová relativní vlhkost φ_0 postupně zvyšována v procentuálním rozmezí 1–50 % a zbylé dva klidové parametry byly ponechány stejné ($t_0 = 20 \text{ °C}$; $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$). Tím byly získány nové klidové stavy, jejichž průběhy proudění byly počítány týmiž algoritmy. Pro každý z těchto průběhů je v grafu vyznačen bodem stav, kdy je při jednotlivých prouděních vlhký vzduch vlhkostí zcela nasycen (stejně tak tomu je i v Obr. 4.1). Tyto body pro různé klidové relativní vlhkosti byly spojeny v jednu křivku, čímž byla získána závislost Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti na klidové relativní vlhkosti – Obr. 4.3.



Obr. 4.3 Závislost Machova čísla počátku kondenzace na klidové relativní vlhkosti při klidovém tlaku $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$

Tato závislost poskytuje představu o tom, při jakých rychlostech proudění dochází (při dané klidové relativní vlhkosti φ_0) k vylučování vlhkosti obsažené v proudícím vlhkém vzduchu (při těchto klidových podmínkách: $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$; $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$). Aby tedy bylo dosaženo například sonického proudění, aniž by vlhkost do té doby začala kondenzovat, musí být vlhký vzduch v klidovém stavu vysušen na velmi nízké hodnoty vlhkosti. Ale i u těchto nízkých klidových relativních vlhkostí dojde kousek za hrdlem Lavalovy trysky k nasycení vzduchu.

Dále byly tyto průběhy vypočteny pro stejný klidový tlak ($p_0 = 101,325 \text{ kPa}$) a vybrané klidové teploty v rozmezí $t_0 \in (-100 \text{ }^\circ\text{C}; 100 \text{ }^\circ\text{C})$. Pro každou konkrétní klidovou teplotu byla postupně snižována klidová relativní vlhkost. Jednotlivá Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti jednotlivých průběhů proudění byla opět vynesena do grafu. Závislosti Machova čísla počátku vylučování vlhkosti na klidové relativní vlhkosti pro různé teploty při klidovém tlaku $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$ jsou zobrazeny níže – Obr. 4.4.

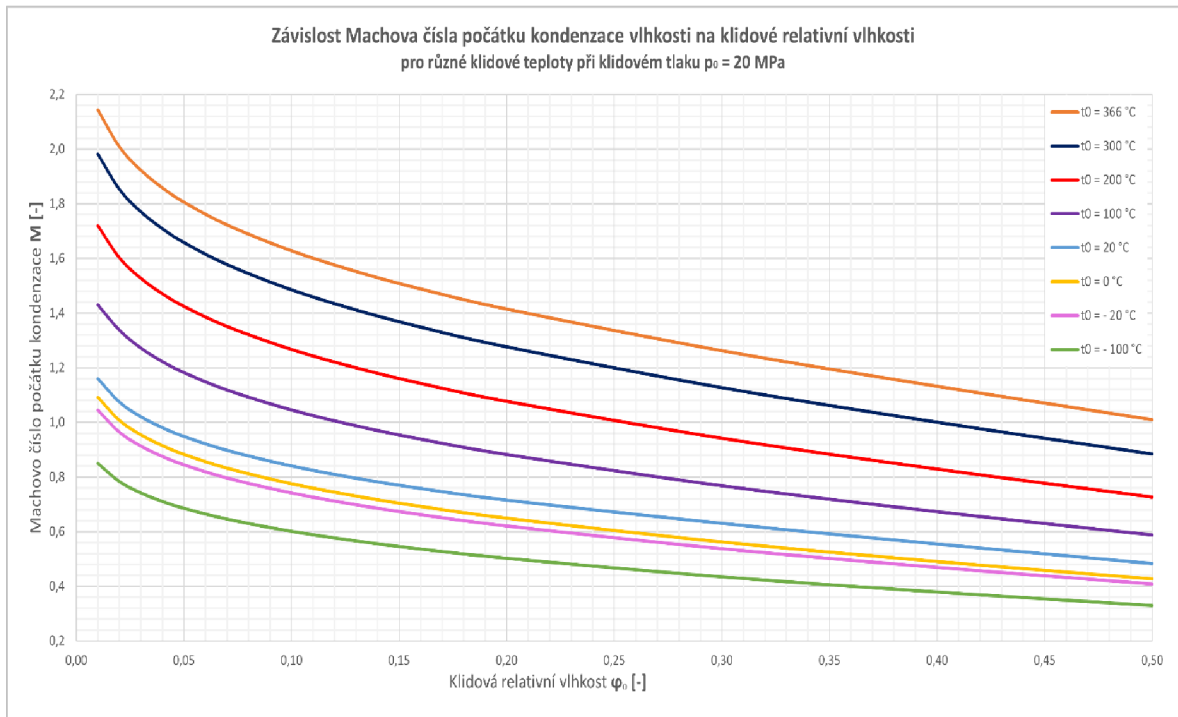


Obr. 4.4 Závislost Machova čísla počátku kondenzace na klidové relativní vlhkosti pro různé klidové teploty při klidovém tlaku $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$

Z grafického zobrazení je očividné, že čím je klidová teplota vlhkého vzduchu vyšší, tím vyšší je Machovo číslo, při kterém začne docházet k vylučování vlhkosti.

Dále byly tyto průběhy vypočteny také pro vyšší klidový tlak ($p_0 = 20 \text{ MPa}$) a vybrané klidové teploty v rozmezí $t_0 \in (-100 \text{ }^\circ\text{C}; 350 \text{ }^\circ\text{C})$. Pro každou konkrétní

klidovou teplotu byla postupně snižována klidová relativní vlhkost. Jednotlivá Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti jednotlivých průběhů proudění byla opět vynesena do grafu. Závislosti Machova čísla počátku vylučování vlhkosti na klidové relativní vlhkosti pro různé teploty při klidovém tlaku $p_0 = 20 \text{ MPa}$ jsou zobrazeny níže – Obr. 4.5.



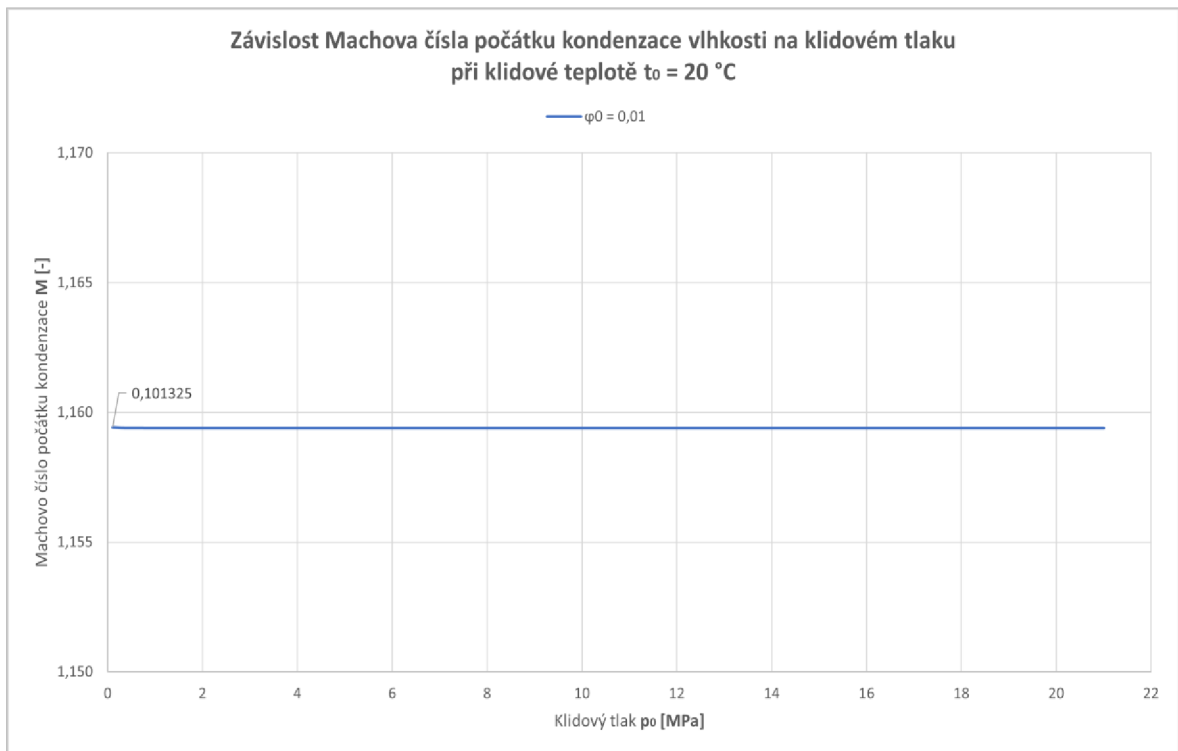
Obr. 4.5 Závislost Machova čísla počátku kondenzace na klidové relativní vlhkosti pro různé klidové teploty při klidovém tlaku $p_0 = 20 \text{ MPa}$

4.2.2 Vliv klidového tlaku na proudění vlhkého vzduchu

Byly použity stejné klidové podmínky – teplota: $t_0 = 20 \text{ °C}$; nízká relativní vlhkost: $\varphi_0 = 0,01$ a tlak: $p_0 = 101,325 \text{ kPa}$. Postup následujícího výpočtu je analogický tomu v předcházející podkapitole 4.2.1. Tedy hodnota statického tlaku byla z klidové hodnoty postupně snižována, čímž byl nasimulován průběh jednoho proudění vlhkého vzduchu Lavalovou tryskou za takovýchto klidových podmínek. V místě trysky, kde tlak poklesne na zcela určitou hodnotu tlaku " p_i " stavu nasycení, byly vypočítány všechny příslušné ostatní veličiny podle výše uvedeného algoritmu 4.1.2.

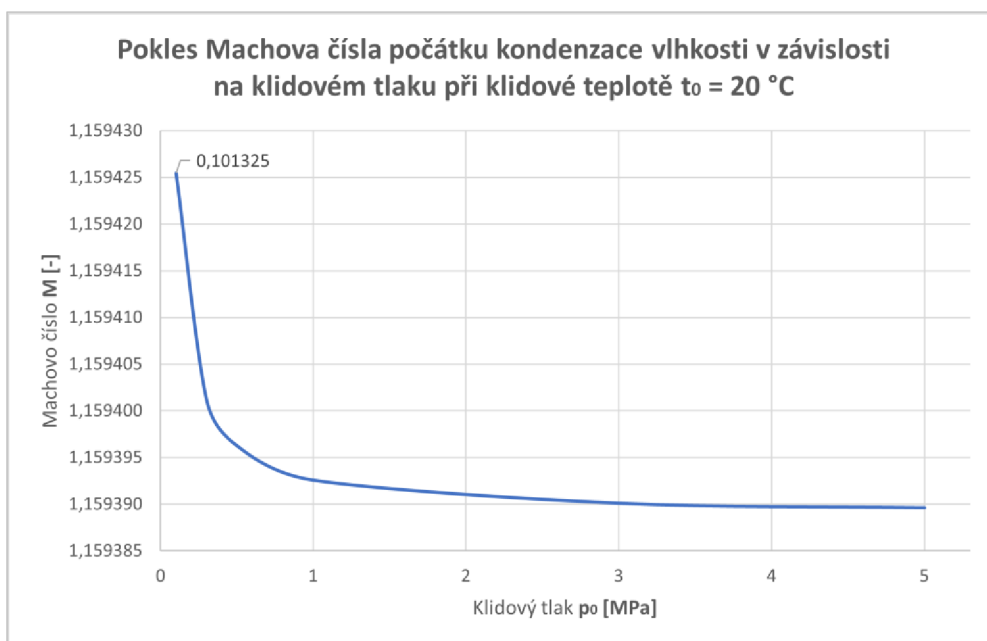
Následně byl klidový tlak p_0 jednotlivých dalších průběhů postupně zvyšován do hodnoty $p_0 = 21 \text{ MPa}$ a zbylé dva klidové parametry byly ponechány stejné ($t_0 = 20 \text{ °C}$; $\varphi_0 = 0,01$). Tím byly získány nové klidové stavy, jejichž průběhy proudění byly počítány týmiž algoritmy. Každému z těchto průběhů proudění s rozdílným klidovým tlakem náleží jedna hodnota Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti. Tyto hodnoty byly spojeny

v jednu křivku, čímž byla získána závislost Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti na klidovém tlaku – Obr. 4.6.



Obr. 4.6 Závislost Machova čísla počátku kondenzace na klidovém tlaku při klidové teplotě $t_0 = 20\text{ °C}$

Z obrázku je patrné, že pokud bude vlhký vzduch proudit z libovolného přetlaku, nemá tato změna klidového tlaku takřka žádný vliv na průběhy ostatních veličin. Proudící vlhký vzduch s jakýmkoli klidovým tlakem tedy dosáhne (při $t_0 = 20\text{ °C}$ a $\varphi_0 = 0,01$) meze nasycení ($\varphi = 1$) při stejném tlakovém poměru a stejném Machově čísle ($\beta = 0,4347$; $M = 1,159$) jako tomu bylo při proudění s klidovým tlakem $p_0 = 101,325\text{ kPa}$. Závislost Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti na klidovém tlaku je tedy téměř konstantní funkcí, která zaznamenává nepatrný pokles při změně klidového tlaku v rozmezí $p_0 \in (100\text{ kPa}; 1\ 000\text{ kPa})$, což je vyobrazeno na Obr. 4.7.



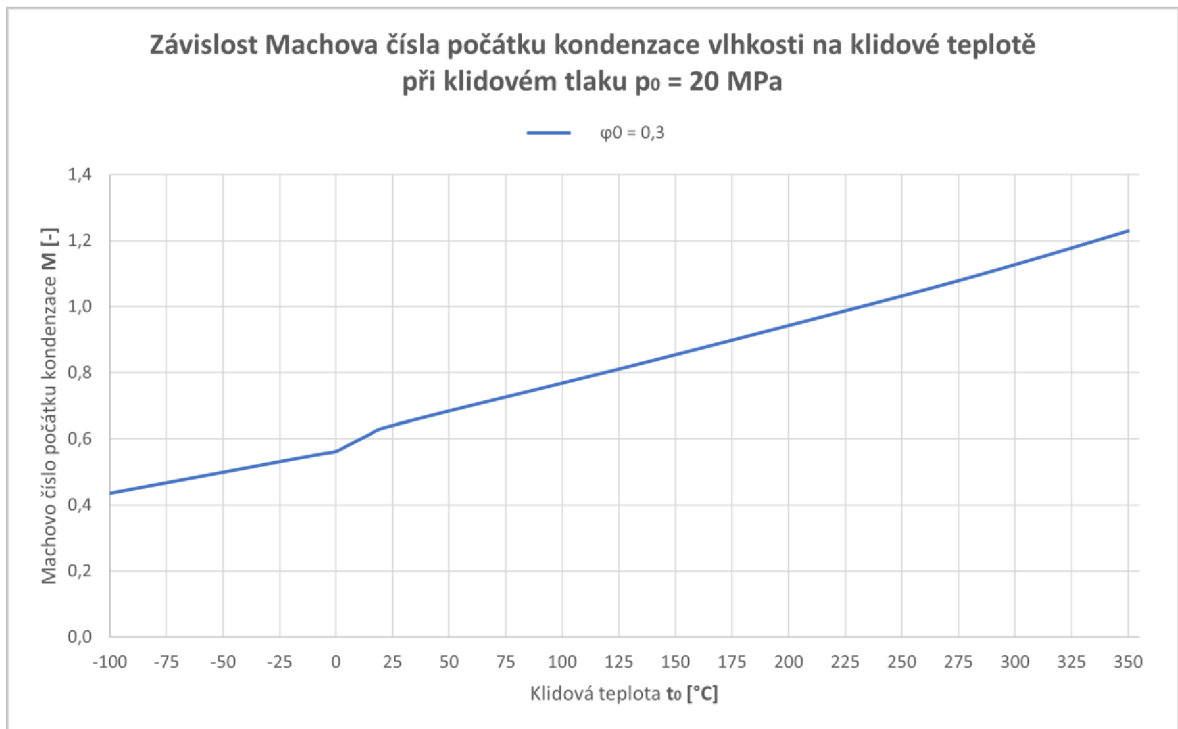
Obr. 4.7 Pokles Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti v závislosti na klidovém tlaku

Tyto výpočty byly testovány pro různé klidové relativní vlhkosti v procentuálním rozmezí 1–50 % a různé klidové teploty v rozmezí $t_0 \in (-100\text{ °C}; 350\text{ °C})$. Ukázalo se, že vliv změny klidového tlaku je bezvýznamný.

4.2.3 Vliv klidové teploty na proudění vlhkého vzduchu

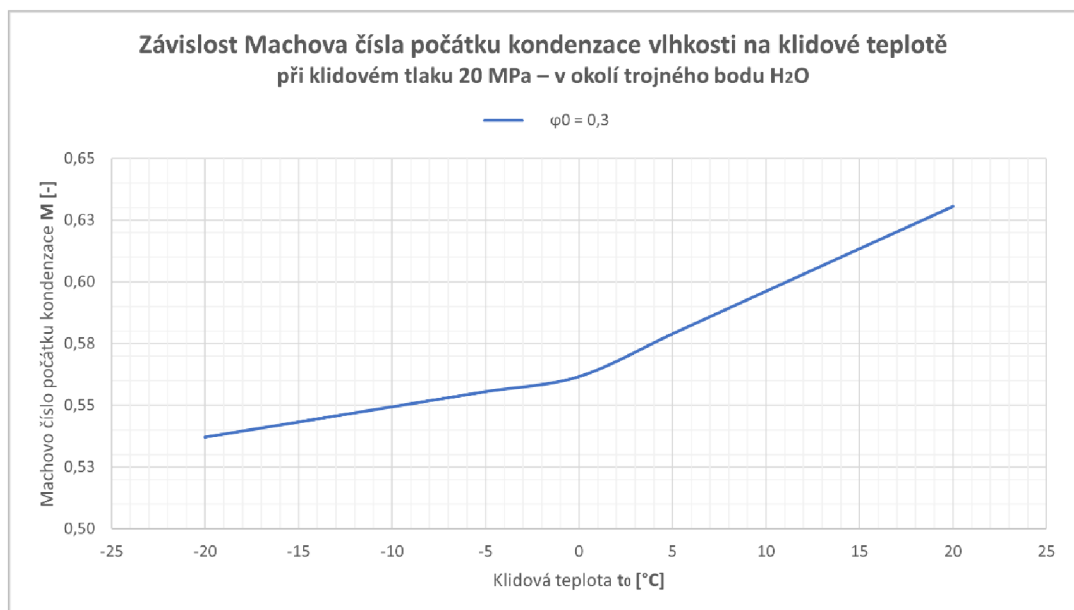
Byly použity klidové parametry – teplota: $t_0 = -100\text{ °C}$; nízká relativní vlhkost: $\varphi_0 = 0,01$ a tlak: $p_0 = 20\text{ MPa}$. Postup následujícího výpočtu je analogický tomu v předcházejících podkapitolách 4.2.1 a 4.2.2. Tedy hodnota statického tlaku byla z klidové hodnoty postupně snižována, čímž byl nasimulován průběh jednoho proudění vlhkého vzduchu Lavalovou tryskou za takovýchto klidových podmínek. V místě trysky, kde tlak poklesne na zcela určitou hodnotu tlaku " p_i " stavu nasycení, byly vypočítány všechny příslušné ostatní veličiny podle výše uvedeného algoritmu 4.1.2.

Následně byla klidová teplota t_0 jednotlivých dalších průběhů postupně zvyšována do hodnoty $t_0 = 350\text{ °C}$ a zbylé dva klidové parametry byly ponechány stejné ($p_0 = 20\text{ MPa}$; $\varphi_0 = 0,01$). Tím byly získány nové klidové stavy, jejichž průběhy proudění byly počítány týmiž algoritmy. Každému z těchto průběhů proudění s rozdílnou klidovou teplotou náleží jedna hodnota Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti. Tyto hodnoty byly spojeny v jednu křivku, čímž byla získána závislost Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti na klidové teplotě. S vyšší klidovou relativní vlhkostí φ_0 se v této závislosti vyskytuje v okolí trojného bodu H_2O zajímavý efekt – Obr. 4.8.



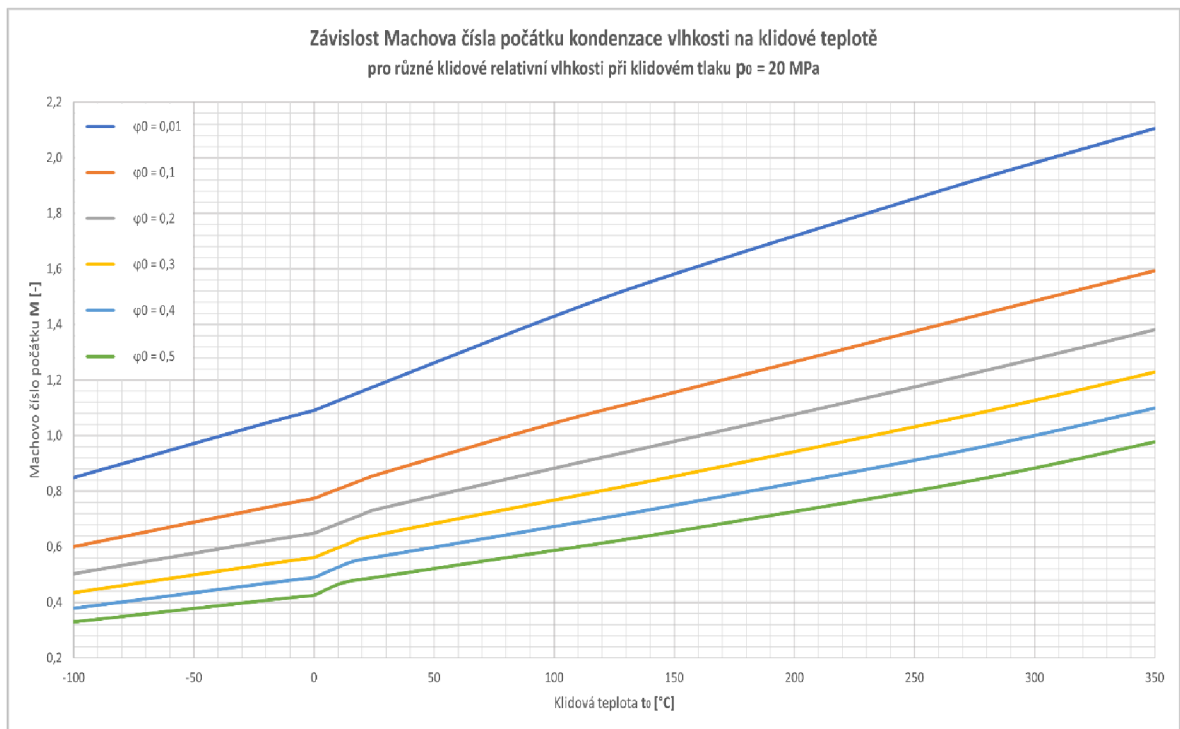
Obr. 4.8 Závislost Machova čísla počátku kondenzace na klidové teplotě při klidovém tlaku $p_0 = 20$ MPa

V blízkosti trojného bodu H_2O je v určitém rozsahu kladných klidových teplot závislost Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti na klidové teplotě výraznější (viz Obr. 4.9) než při klidových teplotách pod teplotou tohoto trojného bodu nebo při vyšších klidových teplotách. Zvýšení klidové teploty v této oblasti o 5 °C oddálí kondenzaci vlhkosti téměř o 200 kPa , kdežto v jejích záporných hodnotách způsobí stejná změna klidové teploty vzdálení počátku kondenzace přibližně o 70 kPa . S vyšším obsahem klidové vlhkosti bude tento posun počátku kondenzace větší.



Obr. 4.9 Změna Machova čísla počátku kondenzace v okolí trojného bodu H_2O

Zcela stejným postupem výpočtu byla zjištěna závislost Machova čísla počátku kondenzace vlhkosti na klidové teplotě pro různé klidové relativní vlhkosti v rozmezí $\varphi_0 \in (0,01; 0,5)$ při stejném klidovém tlaku ($p_0 = 20 \text{ MPa}$). Tyto křivky jsou vyneseny v jednom grafu – Obr. 4.10. Z obrázku je zřejmé, že vyšší teplota vlhkého vzduchu v klidovém stavu může počátek kondenzace vlhkosti výrazně oddálit.



Obr. 4.10 Závislost Machova čísla počátku kondenzace na klidové teplotě pro různé klidové relativní vlhkosti při klidovém tlaku $p_0 = 20 \text{ MPa}$

5 Závěr

Cílem bakalářské práce bylo identifikovat stav počátku vzniku kondenzace při proudění vlhkého vzduchu tryskou a sestavit algoritmus pro výpočet podmínek pro tento vznik. Dále bylo cílem určit důležitost těchto klidových parametrů pro ovlivnění proudění. Téma je odborně velmi rozsáhlé, a proto jsem se v této stručné práci zaměřila jen na specifické problémy směřující k praktickému použití v konkrétních případech.

Teoretická část práce byla věnována izoentropickému proudění ideálního plynu a následně vlhkému vzduchu. *Kapitola 2* obsahuje přehled vlastností látek a základních vztahů pro výpočet izoentropického proudění ideálního plynu (včetně dynamických funkcí izoentropického proudění). *Kapitola 3* shrnuje stručný přehled vztahů potřebných pro popis termodynamických vlastností vlhkého vzduchu.

Ve *výpočetní části 4* byl sestaven algoritmus pro výpočet relativní vlhkosti vlhkého vzduchu v závislosti na změně tlaku a teploty při izoentropickém proudění vlhkého vzduchu a algoritmus pro výpočet Machova čísla počátku vylučování vlhkosti ze vzduchu. Tyto algoritmy byly použity pro výpočty stavu počátku vylučování vlhkosti ze vzduchu v závislosti na změně jednotlivých klidových parametrů. Jednotlivé varianty výpočtů jsou popsány ve třech podkapitolách, kde je zkoumán vliv jednotlivých klidových parametrů na počátek kondenzace vlhkosti obsažené ve vlhkém vzduchu proudícím Lavalovou tryskou. Získané fyzikální závislosti jsou zde znázorněny graficky tak, aby mohly sloužit k praktickému použití při návrzích Lavalových trysek a experimentů s nimi.

Ukázalo se, že změna klidového tlaku nemá žádný znatelný vliv na počátek kondenzace proudícího vlhkého vzduchu, a tudíž je možné jeho hodnoty volit libovolně, aniž by počátek kondenzace vlhkého vzduchu ovlivnil.

Relativní vlhkost vzduchu při expanzním proudění narůstá a v blízkosti kritického stavu je její nárůst velmi výrazný. Při snižování klidové relativní vlhkosti se Machovo číslo nasycení zvyšuje, ale k dosažení nadzvukového proudu bez kondenzace vlhkosti je potřeba vlhký vzduch na vstupu do trysky vysušit na velice nízké hodnoty vlhkosti.

K dosažení vyšších rychlostí proudění bez vylučování vlhkosti je možné přispět zvýšením teploty vlhkého vzduchu vstupujícího do trysky, jelikož narůstající klidová teplota posouvá počátek kondenzace vlhkosti do vyšších hodnot Machových čísel.

Použitá literatura

- [1] JANALÍK, Jaroslav. Hydrodynamika a hydrodynamické stroje. *Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava* [online]. 2008. Dostupné z: <https://www.fs.vsb.cz/338/cs/studium/skripta/>
- [2] DVOŘÁK, Lukáš. Vlastnosti Tekutin. *Ostrava: Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení* [online]. 2010. Dostupné z: <https://www.fs.vsb.cz/338/cs/studium/skripta/>
- [3] VESTFÁLOVÁ, Magda a Ivo STŘEDA. *Technická dynamika plynů*. B.m.: Technická univerzita v Liberci, 2004. ISBN 80-7083-801-9.
- [4] KMONÍČEK, Vladimír, Miroslav SAZIMA, Ivo STŘEDA a Jiří DOUBRAVA. *Termomechanika*. Praha: Ediční středisko ČVUT, 1983.
- [5] *Laboratoře – Ústav termomechaniky AV ČR, v. v. i.* [online]. [vid. 2021-10-13]. Dostupné z: <https://www.it.cas.cz/oddeleni/laboratore/>
- [6] HLÁVKA, Miloš. Na dni otevřených dveří. *Nový Knín* [online]. 6. listopad 2010 [vid. 2021-10-13]. Dostupné z: <https://novyknin.wordpress.com/2010/11/06/na-dni-otevrenych-dveri/>
- [7] ŠIMURDA, David, Martin LUXA, P ŠAFAŘÍK, J SYNÁČ a B RUDAS. Measurements on supersonic turbine cascades—methodical approach. In: *The XXII Symposium on Measuring Techniques in Turbomachinery* [online]. 2014. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/David-Simurda/publication/272425330_Measurements_on_Supersonic_Turbine_Cascades_-_Methodical_Approach/links/54e455ca0cf282dbed6ed9e8/Measurements-on-Supersonic-Turbine-Cascades-Methodical-Approach.pdf
- [8] MANDL, Franz. *Statistical Physics*. B.m.: John Wiley & Sons, 1991. ISBN 978-0-471-91533-1.
- [9] STŘEDA, Ivo. *Základy rovnovážné termodynamiky*. B.m.: Technická univerzita v Liberci, 2009. ISBN 80-7372-459-6.
- [10] ŠAFAŘÍK, Pavel a Magda VESTFÁLOVÁ. *Termodynamika vlhkého vzduchu*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2016. ISBN 978-80-01-06020-9.
- [11] FIALOVÁ, Magda a Pavel ŠAFAŘÍK. *Základy termodynamiky vlhkého vzduchu: doplňkové skriptum*. Praha: České vysoké učení technické, 1999. ISBN 80-01-01977-2.
- [12] 2.2. *Rychlost zvuku.: Aerodynamika vysokých rychlostí VŠB* [online]. 11. květen 2017 [vid. 2021-10-16]. Dostupné z: <https://aerodynamika-vysokych-rychlosti-vsbn.webnode.cz/transsonicka-aerodynamika/rychlost-zvuku/>
- [13] 17.2 *Speed of Sound | University Physics Volume 1* [online]. [vid. 2021-11-26]. Dostupné z: <https://courses.lumenlearning.com/suny-osuniversityphysics/chapter/17-2-speed-of-sound/>

- [14] DRÁBKOVÁ, Sylva. *Mechanika tekutin*. Ostrava: VŠB-Technická univerzita [online]. 2007. Dostupné z: <https://www.fs.vsb.cz/338/cs/studium/skripta/>
- [15] *The Speed of Sound* [online]. [vid. 2021-11-26]. Dostupné z: <https://www.mathpages.com/home/kmath109/kmath109.htm>
- [16] BALL, Walter William Rouse. *A Short Account of the History of Mathematics*. 1960 [2010]. B.m.: Dover [Gutenberg], 1908. ISBN 978-0-486-20630-1.
- [17] DVOŘÁK, Václav. *Úvod do proudění stlačitelných tekutin*. 1. vyd. B.m.: Technická univerzita v Liberci, 2009. ISBN 978-80-7372-458-0.
- [18] SYMON, K.R. *Mechanics*. B.m.: Addison-Wesley Publishing Company, 1971. Addison-Wesley series in physics. ISBN 978-0-201-07392-8.
- [19] TICHÝ, David. *Studium kinematických a dynamických vlastností tekutin*. Liberec, 1997. Diplomová práce. Technická univerzita v Liberci.
- [20] PETŘÍKOVÁ, Markéta a Pavel KRYŠTŮFEK. *Tabulky a diagramy pro termodynamiku*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2016. ISBN 978-80-7494-272-3.
- [21] ŠKORPÍK, Jiří. Machovo číslo a efekty při proudění vysokými rychlostmi. *Transformační technologie* [online]. 2006 [vid. 2021-10-21]. ISSN 1804-8293. Dostupné z: <https://www.transformacni-technologie.cz/39.html>
- [22] FEYNMAN, Richard Phillips. *The Feynman Lectures on Physics* [online]. B.m.: Addison Wesley Longman, 1970 [vid. 2021-11-27]. ISBN 978-0-201-02115-8. Dostupné z: https://www.feynmanlectures.caltech.edu/I_04.html
- [23] KRACÍK, Jan. *Návrh nadzvukového aerodynamického tunelu*. Liberec, 2014. Diplomová práce. Technická univerzita v Liberci.
- [24] VESTFÁLOVÁ, Magda a Pavel ŠAFARŽÍK. Determination of the applicability limits of the ideal gas model for the calculation of moist air properties. In: *EPJ Web of Conferences*. B.m.: EDP Sciences, 2018, s. 02115. ISBN 2100-014X.
- [25] *The World Factbook* [online]. B.m.: Central Intelligence Agency, 2022 [vid. 2022-04-25]. Dostupné z: <https://www.cia.gov/the-world-factbook/countries/world/>
- [26] KLIMEŠ, Lubomír. *Vlhký vzduch* [online]. B.m.: FSI VUT v Brně, Energetický ústav. Dostupné z: http://kke.zcu.cz/export/sites/kke/old_web/_files/projekty/enazp/04/IUT/029_Vlhky_vzduch_-_P1.pdf
- [27] VESTFÁLOVÁ, Magda a Pavel ŠAFARŽÍK. About the operational determination of the state and parameters of flowing moist air. In: *EPJ Web of Conferences*. B.m.: EDP Sciences, 2019, s. 02091. ISBN 2100-014X.