Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Analýza žákovských řešení matematických úloh

Vypracovala: Mgr. Bc. Jana Řičicová
Vedoucí práce: prof. RNDr. Pavel Tlustý, CSc.

České Budějovice 2024

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Analýza žákovských řešení matematických úloh jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 22. 3. 2024 ....

(podpis)

Poděkování

Chtěla bych poděkovat svému vedoucímu diplomové práce prof. RNDr. Pavlovi Tlustému, CSc. za odborné vedení, za pomoc a rady při zpracování této práce.

Chtěla bych též poděkovat ředitelům škol, učitelům a žákům za vyplnění úloh a dotazníků.

Název diplomové práce

Analýza žákovských řešení matematických úloh

Anotace

Diplomová práce se zabývá zkoumáním matematických schopností žáků 6. a 9. ročníku (začátek a konec 2. stupně ZŠ) na vybraných školách (základní školy, víceletá gymnázia) a následnou analýzou získaných dat. Teoretická část je zaměřena na stanovení výzkumných otázek. Je uveden i stručný přehled výsledků již provedených výzkumů zabývajících se podobnou problematikou. Praktická část je zaměřena na tvorbu souborů úloh z matematických soutěží konaných v České republice a na analýzu výsledků žáků různých škol. Na každé škole proběhlo dvojí šetření (jaro 2023, jaro 2024). Žákovská řešení byla podrobena analýze: uvnitř školy (rozdíly mezi ročníky), mezi školami (rozdíl výsledků základní školy × víceletého gymnázia), vliv prostředí (rozdíl výsledků: vesnice × okresní město).

Klíčová slova

matematika, matematické úlohy, analýza řešení, 2. stupeň

Title of the diploma thesis

Analysis of students' solutions to mathematical problems

Annotation

The diploma thesis deals with the examination of the mathematical abilities of students of the 6^{th} and 9^{th} grades (the beginning and end of secondary school in the Czech Republic) in selected schools (secondary schools, grammar schools) and the subsequent analysis of the obtained data. The theoretical part is focused on determining research questions. A brief overview of the results of already conducted research dealing with similar issues is also given. The practical part is focused on the creation of sets of problems from mathematical competitions held in the Czech Republic and on the analysis of the results of students from different schools. A double survey was conducted at each school (spring 2023, spring 2024). Students' solutions were subjected to analysis: within the school (a set of problems assigned one year apart), between schools (difference in the results of secondary school × grammar school), the influence of the environment (difference in results: village × district town).

Keywords

Mathematics, mathematical tasks, analysis of solutions, secondary school

Obsah

Úvod

Diplomová práce se zabývá zkoumáním matematických schopností žáků 6. a 9. ročníku (začátek a konec 2. stupně ZŠ) na vybraných školách (základní školy, víceletá gymnázia) a následná analýza získaných dat. Těžiště práce je jak v oblasti teoretické přípravy, tak i praktické realizace. Diplomová práce volně navazuje na moji práci, kterou jsem obhájila během studia Učitelství 1. stupně ZŠ.

V **teoretické části** jsem si nejprve stanovila výzkumné otázky, které byly v následně upravené formě součástí dotazníku pro učitele z oslovených škol. Teoretickým východiskem je i stručný přehled výsledků již provedených výzkumů zabývajících se podobnou problematikou.

V **praktické části** jsem vytvářela soubory úloh, které pocházejí z matematických soutěží konaných v České republice. Každá úloha byla vybrána z jiné matematické soutěže. Na vyřešení souboru úloh měli žáci 45 minut. Z tohoto důvodu byly vybrány časově méně náročné úlohy.

Na každé škole proběhlo dvojí šetření (jaro 2023, jaro 2024). Žákovská řešení byla podrobena analýze: uvnitř školy (rozdíly mezi ročníky), mezi školami (rozdíly gymnázium × základní škola × soukromá základní škola), vliv prostředí (rozdíl vesnice × okresní město) a závislost úspěšnosti žáka na typu úlohy (otevřená × uzavřená).

1 Teoretická část

Teoretická část je založena na stanovení výzkumných otázek, které byly v následně upravené formě součástí dotazníku pro učitele z oslovených škol. Součástí je stručná historie matematických soutěží, seznámení s používanými učebnicemi na školách (rozdíl mezi ZŠ a VG) a RVP z matematiky pro 6. a 9. ročník. Teoretickým východiskem je i stručný přehled výsledků již provedených výzkumů zabývajících se podobnou problematikou.

1.1 Stanovení výzkumných otázek

Před sestavením testových souborů úloh jsem si stanovila výzkumné otázky, které jsem pomocí výzkumu chtěla zodpovědět:

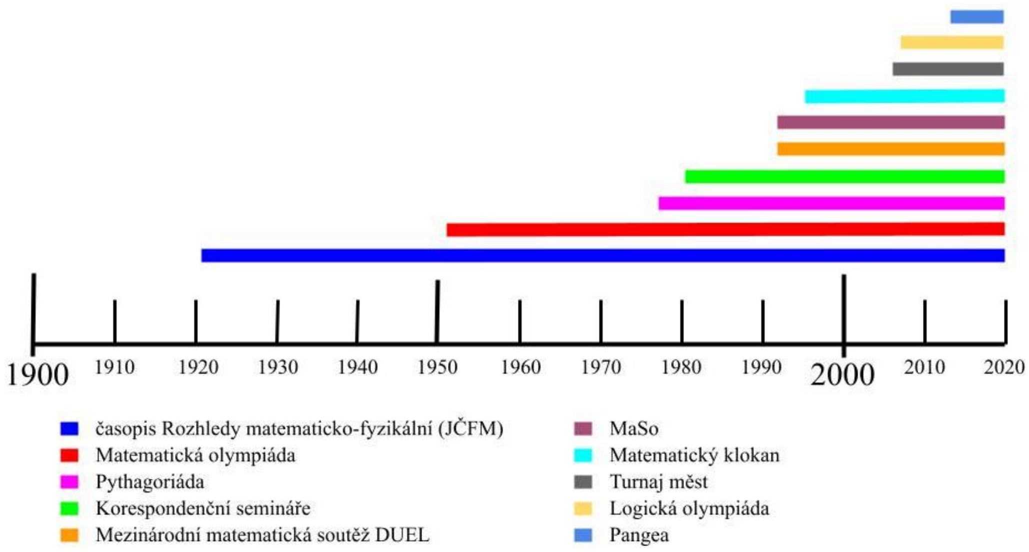
1) Jsou žáci, kteří se vzdělávají na víceletých gymnáziích, úspěšnější při řešení zadaných úloh než žáci běžných základních škol?
2) Jsou žáci městských ZŠ úspěšnější než žáci vesnické ZŠ?
3) Má prostředí, ve kterém se žák vzdělává, vliv na žákovy výsledky?
4) Jsou žáci na začátku 2. stupně (6. ročník) stejně úspěšní jako jejich vrstevníci na víceletém gymnáziu (prima)?
5) Jsou žáci na konci 2. stupně (9. ročník) méně úspěšní než jejich vrstevníci na víceletém gymnáziu (kvarta)?

Uvedené výzkumné otázky byly v upravené formě součástí dotazníku pro učitele z oslovených škol.

1.2 Historie tuzemských matematických soutěží

„*Soutěže by měly být prostředkem rozvoje talentu, měly by pomoci žákovi využít své schopnosti na maximum*.“ (Genzwein, 1988)

Mezi aktivity vhodné k rozvoji nadání talentovaných žáků na matematiku patří především centrálně organizované soutěže: Matematická olympiáda, Pythagoriada, Matematický klokan, Logická olympiáda, soutěž MaSo, Pangea, korespondenční semináře (Pikomat), Mezinárodní matematická soutěž DUEL a Turnaj měst. Důležitá je i práce s matematickými časopisy, které jsou určeny jak žákům, tak učitelům. V České republice a na Slovensku vychází například tyto časopisy: Rozhledy matematicko-fyzikální (od 1921, JČMF), Matematika-Fyzika-Informatika (od 1991, JČMF), Učitel matematiky (od 1991, JČMF) a Matematické obzory (JSMF). (Calábek, 2007)



Obrázek č. 1 Časová osa (vlastní zdroj)

1.2.1 Přehled tuzemských matematických soutěží

1.2.1.1 Matematická olympiáda

Matematická olympiáda je nejstarší a nejznámější prestižní matematická soutěž, která se koná každoročně již od roku 1951. Je organizována v několika kategoriích. Nejprestižnější je kategorie A (3. a 4. ročník SŠ) jejíž nejúspěšnější řešitelé následně reprezentují Českou republiku na Mezinárodní matematické olympiádě. (Calábek, 2007)

Soutěž v jednotlivých kategoriích probíhá ve dvou nebo ve třech kolech. Školní kolo soutěže je organizováno na školách. (MO, 2022)

1.2.1.2 Pythagoriada

Pythagoriada vznikla na Slovensku v roce 1977, kdy ještě neexistoval Matematický klokan. Soutěž je dvoukolová. Obtížnost soutěže se pohybuje mezi Matematickou olympiádou a Matematickým klokanem. (Calábek, 2007)

Soutěž se organizuje pro 6. – 9. ročník ZŠ. Soutěžící řeší 15 úloh. Na jejich vyřešení mají 60 minut. Za správně vyřešenou úlohu získá soutěžící 1 bod. (Pythagoriada, 2021)

1.2.1.3 Korespondenční semináře

Korespondenční semináře pořádají studenti a vyučující vysokých škol. První seminář pro žáky 2. stupně ZŠ vznikl v roce 1981 v Bratislavě pod názvem PIKOMAT, (**Pi**onýrský **ko**respondenční **mat**ematicky seminář). Korespondenční semináře probíhají během školního roku. Žáci řeší několik sérií úloh, které po vyřešení pošlou organizátorům. Úlohy korespondenčních seminářů bývají náročnější než úlohy Matematické olympiády. (Calábek, 2007)

1.2.1.4 Mezinárodní matematická soutěž DUEL

Mezinárodní matematická soutěž DUEL je určena studentům čtyř gymnázií: 2 českých, rakouského a polského. Soutěž vznikla v roce 1992 a organizuje se ve 3 kategoriích. Žáci soutěží jednotlivě nebo jako čtyřčlenná družstva. Školy se pravidelně střídají v organizaci soutěže. (Calábek, 2007)

1.2.1.5 MaSo

MaSo je týmová matematická soutěž pro žáky 6. – 9. ročníku ZŠ. Soutěž se koná dvakrát ročně. Soutěž se poprvé konala v roce 1992. Za spočítané příklady získávají týmy tahy do hry. Týmy jsou 3 – 4 členné. Soutěž MaSo organizují studenti a přátelé MFF UK ve spolupráci s korespondenčním seminářem Pikomat. (MaSo, 2022)

1.2.1.6 Matematický klokan

Matematický klokan je původně australská soutěž, která se v České republice uskutečňuje od roku 1995. Úlohy jsou zadávány s volbou odpovědí z pěti možností. Matematický klokan je hodnocen učiteli jako přijatelnější a zajímavější matematická soutěž než Matematická olympiáda. (Calábek, 2007)

Soutěžící jsou podle věku rozděleni do 6 kategorií. Úlohy jsou seřazeny ve třech skupinách podle obtížnosti (3, 4 nebo 5 bodů). Za špatnou odpověď se jeden bod strhává. (Matematickyklokan.cz, 2022)

1.2.1.7 Turnaj měst

Soutěž Turnaj měst vznikla na jaře v roce 1980 v bývalém SSSR. V České republice se konala poprvé v roce 2006. Soutěž je organizována mezinárodně ze dvou center (Moskva a Canberra). Soutěž probíhá klauzurně a účastní se jí žáci různých středních škol téhož města. Výsledky celého města se vyhodnocují jako celek. (Calábek, 2007)

1.2.1.8 Logická olympiáda

Logická olympiáda je soutěž pořádaná Mensou České republiky, která vznikla v roce 2007. Soutěž je svým pojetím unikátní soutěží, protože není postavena na znalostech, ale na rozvíjení schopností samostatného logického uvažování. (Mensa, 2022)

1.2.1.9 Pangea

Zcela poprvé si žáci mohli s Pangeou zasoutěžit v roce 2013. Soutěž je určena žákům 4. – 9. ročníku ZŠ. Pangea je unikátní v nabídce matematických úloh, které sestávají z běžného života každého z nás. (Pangea, 2021)

1.3 RVP

Při výběru vhodných ukázkových úloh jsem vycházela z Rámcového vzdělávacího programu (RVP) Matematika a její aplikace pro Základní vzdělávání. Cílem bylo zvolit úlohy, které reflektují klíčové kompetence a cíle stanovené v tomto rámcovém dokumentu, a zároveň jsou přiměřené pro žáky základních škol.

	Tematické okruhy a učivo
6. ročník	*Číslo a proměnná*: Desetinná čísla; Algoritmy početních operací v prostředí tabulkových kalkulátorů; Zlomky (polovina, čtvrtina, třetina, pětina, zlomky se jmenovatelem 10 a 100 (desetinné zlomky)); Číselný výraz; Zaokrouhlování desetinných čísel; Formát čísla v tabulkovém kalkulátoru; Dělitelnost přirozených čísel, základní pojmy: násobek, dělitel, prvočíslo, číslo složené, sudé a liché číslo, společný násobek, společný dělitel, největší společný dělitel (D), nejmenší společný násobek (n), soudělná a nesoudělná čísla; Znaky dělitelnosti dvěma, třemi, pěti a deseti (čtyřmi, šesti, osmi, devíti, stem); Převod desetinných zlomků a desetinných čísel; Slovní úlohy
	Závislosti, vztahy a práce s daty: Pravoúhlá soustava souřadnic; Aritmetický průměr; Využití tabulkového kalkulátoru k práci s daty
	Geometrie v rovině a v prostoru: Vzájemná poloha dvou přímek v rovině; Trojúhelníková nerovnost; Shodnost geometrických útvarů; Základní rovinné útvary (bod, přímka, polopřímka, úsečka, čtyřúhelník, trojúhelník, kruh, kružnice, polorovina); Druhy čar; Úhel a jeho velikost; Druhy trojúhelníků; Vnitřní a vnější úhly trojúhelníku; Výšky, těžnice a těžiště trojúhelníku; Pravidelný mnohoúhelník; Jednotky velikosti úhlu; Operace s úhly; Obsah a obvod čtverce, obdélníku, trojúhelníku, mnohoúhelníku; Konstrukce rovinných útvarů: úhlu, trojúhelníku, čtyřúhelníku; Výšky, těžnice a těžiště trojúhelníku; Pravidelný šestiúhelník, osmiúhelník; Věty o shodnosti trojúhelníků; Osová souměrnost; Krychle a kvádr; Objem a povrch krychle a kvádru; Síť krychle a kvádru; Volné rovnoběžné promítání; Postup při řešení slovní úlohy
	Nestandardní aplikační úlohy a problémy: Číselné a obrázkové řady; Početní obrazce; Úlohy o šachovnicích a tabulkách; Vlastnosti rovinných a prostorových geometrických útvarů

	Číslo a proměnná: Základy finanční matematiky; Peníze (inflace); Finanční produkty (úročení); Tabulkový kalkulátor; Soustavy lineárních rovnic o dvou neznámých
	Závislosti, vztahy a práce s daty: Základy statistiky; Typy diagramů; Funkce; Grafy funkcí; Funkční vztah
9. ročník	*Geometrie v rovině a v prostoru*: Podobnost; Věty o podobnosti trojúhelníků; Jehlan a rotační kužel; Objem a povrch jehlanu a kužele; Sítě jehlanu a kužele; Volné rovnoběžné promítání; Podobnost v úlohách z praxe
	Nestandardní aplikační úlohy a problémy: Optimalizace řešení úloh; Aplikovaná matematika

Tabulka č. 1 RVP pro 6. a 9. ročník (MŠMT, 2011)

1.4 Používané učebnice na školách

Důležitým aspektem výběru úloh byla jejich určitá podobnost s úlohami, se kterými se žáci běžně setkávají v hodinách matematiky. Z tohoto důvodu jsem si prošla vybrané učebnice pro 6. a 9. ročník od vydavatelství Prometheus, Fraus a Taktik. Uvedené řady učebnic obsahují širokou škálu úloh. Chtěla jsem zajistit, že vybrané ukázkové úlohy budou relevantní, srozumitelné a přístupné pro žáky příslušné věkové skupiny.

	6. ročník	9. ročník
Prometheus	Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií – Úvodní opakování (prima) (pro VG)	Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií – Rovnice a jejich soustavy (kvarta) (pro VG)
	Matematika pro 6. ročník ZŠ – 1. díl (Opakování z aritmetiky a geometrie) (pro ZŠ)	Matematika pro 9. ročník ZŠ – 1. díl (Soustavy rovnic, funkce, lomené výrazy) (pro ZŠ)
Fraus	Matematika 6 Aritmetika (pro ZŠ a VG)	Matematika 9 Algebra (pro ZŠ a VG)
	Matematika 6 Geometrie (pro ZŠ a VG)	Matematika 9 Geometrie (pro ZŠ a VG)
Taktik	Hravá matematika 6 Aritmetika (pro ZŠ a VG)	Hravá matematika 9 Aritmetika (pro ZŠ a VG)

Tabulka č. 2 Přehled vybraných učebnic

Vydavatelství **Prometheus** vydalo pro nižší gymnázia a třídy základních škol s rozšířenou výukou matematiky řadu sedmnácti sešitů, která je sestavena tak, aby je bylo možno použít při výkladu nové látky, jejím procvičování při výuce a při domácí přípravě žáků. Učebnice jsou psány pro žáky s hlubším zájmem o matematiku a další přírodovědné předměty. Výklad nového učiva je zpravidla uveden motivující otázkou. Nové pojmy, poznatky a pravidla jsou podrobně vysvětlovány a zdůvodňovány, aby je žák v případě potřeby mohl zvládnout samostatným studiem. Důležité výsledky výkladu jsou shrnuty ve větách, které jsou graficky vyznačeny rámečky. U řešených příkladů jsou někdy uvedeny různé postupy řešení, díky čemuž se žáci naučí hodnotit jednu situaci z různých hledisek. (Herman a kol., 2010)

Prima	Úvodní opakování; Kladná a záporná čísla; Dělitelnost; Osová a středová souměrnost
Sekunda	Racionální čísla. Procenta; Trojúhelníky a čtyřúhelníky; Hranoly; Výrazy 1
Tercie	Rovnice a nerovnice; Kruhy a válce; Úměrnosti; Geometrické konstrukce; Výrazy 2
Kvarta	Rovnice a jejich soustavy; Funkce; Podobnost a funkce úhlu; Jehlany a kužely

Tabulka č. 3 Prometheus, řada učebnic pro VG (převzato z Herman a kol., 2010)

Vydavatelství **Prometheus** vydalo pro 2. stupeň základních škol řadu učebnic matematiky, která byla zpracovaná podle RVP. V učebnicích je zařazena řada úloh ukazujících důležitost matematických poznatků pro život a podněcujících žáky k plnění různých úkolů a vyhledávání informací. V učebnicích jsou posíleny nestandardní aplikační úlohy a problémy (např. rozvoj geometrické představivosti, kombinatorické úlohy). Mnohé úlohy vedou k zamyšlení nad problémy, které souvisejí s životním prostředím (např. úsporné žárovky, kouření). V učebnicích jsou zařazeny fotografie reálných objektů a situací. (Kadleček a Odvárko, 2011)

Vydavatelství **Fraus** své učebnice odvíjí na základě metody experimentování, hledání skrytých zákonitostí a porovnávání situací, které děti znají z běžného života. Učebnice jsou určeny žákům 6. až 9. ročníků ZŠ a příslušných ročníků víceletých gymnázií. V úvodu každé kapitoly jsou předloženy motivační příklady a situace, s nimiž se žáci setkávají v běžném životě. Například na začátku kapitoly o osové souměrnosti jsou uvedeny fotografie objektů zrcadlících se ve vodě. Charakteristickým rysem učebnic nakladatelství Fraus je boční lišta, která provází hlavní text. Na lištách jsou uváděny četné souvislosti matematiky a dalších předmětů. Nedílnou součástí učebnice tvoří pracovní sešity, ve kterých žáci řeší příklady a využívají je i k zápisům svých pozorování a „objevů". (Binterová a kol., 2007, str. 5–6)

6. ročník (prima)	Matematika 6 Aritmetika; Matematika 6 Geometrie
7. ročník (sekunda)	Matematika 7 Aritmetika; Matematika 7 Geometrie
8. ročník (tercie)	Matematika 8 Aritmetika; Matematika 8 Geometrie
9. ročník (kvarta)	Matematika 9 Algebra; Matematika 9 Geometrie

Tabulka č. 4 Fraus, řada učebnic pro ZŠ a VG (převzato z Binterová a kol., 2007)

Vydavatelství **Taktik** má moderně a přehledně zpracovanou řadu učebnic matematiky pro 6. až 9. ročník včetně pracovních sešitů a početníků. Nedílnou součástí jsou srozumitelné výklady doplněné rozmanitými typy úloh z reálného života a u každé úlohy je vyznačen stupeň náročnosti. Zpětnou vazbou ke zvládnutí učiva jsou kontrolní tematické práce na konci tematických celků. Učebnice obsahuje projekty, které usnadňují zařazení průřezových témat do výuky a trénink klíčových kompetencí. Řada byla sestavena zkušenými pedagogy z praxe ve spolupráci s předními českými didaktiky pedagogických fakult. (Matasová, 2019)

1.4.1 Učebnice pro 6. ročník

Z důvodu rešerše běžně používaných úloh v 6. ročníku jsem si prošla učebnice z nakladatelství Prometheus („Úvodní opakování", „Opakování z aritmetiky a geometrie"), Fraus („Matematika 6 Aritmetika", „Matematika 6 Geometrie") a Taktik („Hravá matematika 6 Aritmetika").

1.4.1.1 Úvodní opakování (pro VG, Prometheus)

První sešit je věnován opakování učiva matematiky, které měli žáci zvládnout v prvních pěti ročnících základní školy. Výuka matematiky začíná tímto způsobem, protože do nově sestavené primy přichází žáci z různých škol, jejichž matematická průprava je velmi různorodá. Učebnice se zabývá aritmetickými (čísla a číslice, množiny, přirozená čísla, desetinná čísla, číselné výrazy, rovnice) a geometrickými tématy (bod, přímka, polopřímka, úsečka, úhel, dvojice přímek, dvojice úhlů, kružnice, kruh, trojúhelník, čtyřúhelník, přímky a roviny v prostoru). (Herman a kol., 2010)

1.4.1.1.1 Ukázková úloha – strana 29, úloha 2

Zapište výčtem prvků množinu

a) B všech písmen ve slově BRAMBORA,

b) K všech písmen ve slově KALENDÁŘ,

c) P všech písmen ve větě JELENOVI PIVO NELEJ.

Řešení (autorské):

Výčtem postupně dostaneme:

a) B = {B,R,A,M,O}

b) K = {K, A, L, E, N, D, Á, Ř}

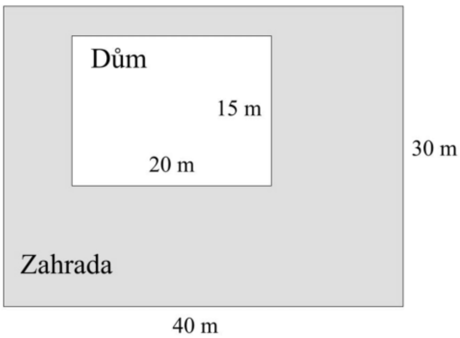
c) P = {J, E, L, N, O, V, I, P}

1.4.1.2 Opakování z aritmetiky a geometrie (pro ZŠ, Prometheus)

Učebnice se věnuje opakování učiva matematiky z 1. stupně ZŠ. Obsahuje aritmetická témata: přirozená čísla (jejich znázornění, porovnávání, zaokrouhlování). Zároveň zde najdeme i geometrická témata: rýsování a měření (body, úsečky, přímky, kružnice, trojúhelníky, čtyřúhelníky), výpočet obvodu a obsahu, geometrická tělesa (kvádr, krychle, válec, koule). (Kadleček a Odvárko, 2011)

1.4.1.2.1 Ukázková úloha – strana 63, úloha 4

V zahradě stojí dům. Obrázek ukazuje pohled shora. Urči výměru zahrady okolo domu.



Obrázek č. 2 Výchozí obrázek úlohy

Řešení:

Zjistíme výměry (obsahy) domu (S_D) a zahrady (S_Z).

$$S_D = 20 \cdot 15 = 300\ m^2$$

$$S_Z = 40 \cdot 30 = 1200\ m^2$$

Odečteme výměru domu od výměry zahrady

$$S = 1200 - 300 = 900\ m^2$$

Výměra zahrady okolo domu je 900 m^2.

1.4.1.3 *Matematika 6 Aritmetika (pro ZŠ a VG, Fraus)*

V učebnici najdeme aritmetická témata: desetinná čísla, dělitelnost přirozených čísel, grafy a diagramy. (Binterová a kol., 2007)

1.4.1.3.1 Ukázková úloha – strana 22, úloha 4.1

Žáci Základní školy Nepomuk u Českých Budějovic plánují dvoudenní školní výlet po trase Nepomuk – Tábor – Strakonice – Sušice – Klatovy – Nepomuk. Chtějí přespat v Sušici. Kolik kilometrů ujedou první den? Kolik času stráví celkem v autobusu první den? Kolik kilometrů jim zbývá na druhý den výletu? Kolik času celkem potřebují na přejezdy autobusem?

Nepomuk – Tábor	délka trasy: 74,9 km
doba jízdy: 0 h 56 min	
Tábor – Strakonice	délka trasy: 68,8 km
doba jízdy: 0 h 48 min	
Strakonice – Sušice	délka trasy: 35,5 km
doba jízdy: 0 h 42 min	
Sušice – Klatovy	délka trasy: 30,6 km
doba jízdy: 0 h 36 min	
Klatovy – Nepomuk	délka trasy: 137,8 km
doba jízdy: 1 h 39 min	

Rada: Převeď údaje v kilometrech na metry a sečti je.

Obrázek č. 3 Zadání úlohy (převzato z Binterová a kol., 2007, str. 22)

Řešení (autorské):

Při nácviku početních úkonů doporučujeme nejprve zaokrouhlit daná čísla na celé části a teprve poté provést početní operaci. Trénuje se tím odhad správného výsledku, současně však je to též orientační kontrola správnosti výpočtu.

První den ujedou

$$74{,}9 + 68{,}8 + 35{,}5 = 179{,}2 \text{ km}$$

a v autobuse stráví

$$56 + 48 + 42 = 146 \text{ minut, tj. 2 h 26 min.}$$

Na druhý den jim zbývá $30{,}6 + 137{,}8 = 168{,}4$ km.

Celkem potřebují na přejezdy autobusem $56 + 48 + 42 + 36 + 99 = 281$ minut, tj. 4h 41 min.

1.4.1.4 *Matematika 6 Geometrie (pro ZŠ a VG, Fraus)*

V učebnici najdeme geometrická témata: geometrické útvary (body, úsečky, přímky a polopřímky, kruh a kružnice, úhel, trojúhelník), shodnost (shodné útvary), osová souměrnost, středová souměrnost, mnohoúhelníky a hranoly. (Binterová a kol., 2007)

1.4.1.4.1 Ukázková úloha – strana 46, úloha 6

Odhadni, co se stane, když v naznačené osové souměrnosti zobrazíš slovo AHA. Najdi více takových „kouzelných“ slov.

Obrázek č. 4 Výchozí obrázek úlohy (převzato z Binterová a kol., 2007, str. 46)

Řešení (autorské):

Obrazem bude zase slovo AHA, další kouzelné slovo je např. OTO.

1.4.1.5 Hravá matematika 6 Aritmetika (pro ZŠ a VG, Taktik)

V učebnici najdeme tři tematické celky: Opakování učiva 1. stupně, Desetinná čísla a Dělitelnost přirozených čísel. (Matasová, 2019)

1.4.1.5.1 Ukázková úloha – strana 28, úloha 1

Skauti se vydali na třídenní putovní tábor. První den zvládli polovinu trasy, druhý den ušli jednu třetinu z celé túry. Kolik kilometrů urazili každý den a kolik kilometrů jim zbývá do cíle, jestliže mají ujít celkem 24 km?

Řešení (autorské):

1. den $\frac{1}{2}$ z 24 km $\frac{1}{2}$ z $24 = 24 : 2 = 12$

2. den $\frac{1}{3}$ z 24 km $\frac{1}{3}$ z $24 = 24 : 3 = 8$

$$24 - (12 + 8) = 24 - 20 = 4$$

První den ušli 12 km, druhý den 8 km. Do cíle jim zbývá ujít 4 km.

1.4.2 Učebnice pro 9. ročník

Prošla jsem učebnice nakladatelství Prometheus („Rovnice a jejich soustavy“, „Soustavy rovnic, funkce, lomené výrazy“), Fraus („Matematika 9 Algebra“, „Matematika 9 Geometrie“) a Taktik („Hravá matematika 9 Aritmetika“).

1.4.2.1 Rovnice a jejich soustavy (pro VG, Prometheus)

Učebnice je čtrnáctým sešitem z řady učebnic matematiky pro nižší třídy víceletých gymnázií a pro třídy základních škol s rozšířenou výukou matematiky, který je věnován řešení rovnic a jejich soustav. Učebnice obsahuje pouze aritmetická témata: rovnice a jejich úpravy, rovnice s neznámou ve jmenovateli, kvadratické rovnice, úlohy o společné práci, úlohy o směsích, rovnice s více neznámými, úlohy z matematické olympiády. (Herman a kol., 2010)

1.4.2.1.1 Ukázková úloha – strana 47, úloha 2

Když jsme od čitatele i jmenovatele zlomku $\frac{3}{4}$ odečetli totéž číslo, vyšel nám zlomek rovný zlomku $\frac{4}{3}$. Určete číslo, které jsme odčítali.

Řešení (autorské):

Pro odčítané číslo x snadno sestavíme rovnici.

$$\frac{3-x}{4-x}=\frac{4}{3}$$

Nyní tuto rovnici vyřešíme:

$$\frac{3-x}{4-x}=\frac{4}{3} \quad /\cdot 3(4-x)$$
$$3(3-x)=4(4-x)$$
$$9-3x=16-4x$$
$$x=7$$

Odčítali jsme číslo 7.

1.4.2.2 Soustavy rovnic, funkce, lomené výrazy (pro ZŠ, Prometheus)

V učebnici se žáci setkávají s následujícími tématy: soustavy rovnic, funkce (konstantní funkce, přímá a nepřímá úměrnost), lineární funkce, lomené výrazy (mnohočleny, rovnice s neznámou ve jmenovateli). Žák se naučí řešit soustavy rovnic, sčítací, dosazovací a grafickou metodou. (Kadleček a Odvárko, 2011)

1.4.2.2.1 Ukázková úloha – str. 20, úloha 2 (Adam a Eva)

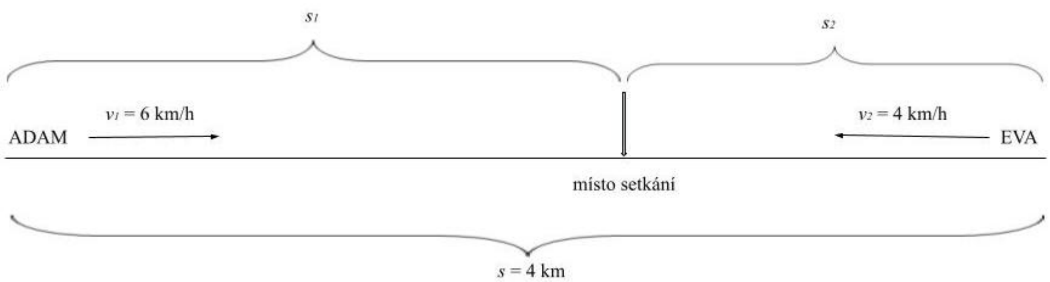
Cesta od Adama k Evě je dlouhá 4 km. Adam si s Evou dojednal schůzku a vyrazil za ní rychlostí 6 km/h. Eva v témž okamžiku vyšla Adamovi naproti rychlostí 4 km/h.

a) Kolik kilometrů ujde Adam k místu setkání? A kolik ujde Eva?

b) Za jak dlouho se setkají?

Řešení:

Celou situaci si načrtneme. Vycházíme ze vzorce pro rychlost $v=\frac{s}{t}$.



Obrázek č. 5 Znázornění úlohy

Nejprve vyřešíme b). Platí $t_1 = t_2$, $s_1 = v_1 \cdot t$ a $s_2 = v_2 \cdot t$.

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = v_1 \cdot t + v_2 \cdot t$$

$$4 = 6t + 4t$$

$$4 = 10t$$

$$t = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} h = 24\, min$$

Adam a Eva se setkají za 24 minut.

a) Nyní vypočteme vzdálenost Adama a Evy k místu setkání.

$$s_1 = 6 \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{5}\ km = 2{,}4\ km$$

$$s_2 = 4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5}\ km = 1{,}6\ km$$

Adam ujde k místu setkání 2,4 km a Eva 1,6 km.

1.4.2.3 Matematika 9 Algebra (pro ZŠ a VG, Fraus)

V učebnici najdeme aritmetická témata: lomené výrazy, rovnice (rovnice s neznámou ve jmenovateli, lineární rovnice o dvou neznámých), funkce (přímá a nepřímá úměrnost, lineární funkce, kvadratická funkce), statistické údaje a grafy, angličtina v matematice. (Binterová a kol., 2010)

1.4.2.3.1 Ukázková úloha – str. 65, úloha 1.4

Obvod trojúhelníku *KLM* je 112 cm. Vypočtěte délky stran trojúhelníku, když víte, že $k : l = 7 : 5$, $l : m = 3 : 4$.

Řešení (autorské):

Ze zadání víme, že

k	:	l	:	m
7		5		
		3		4

Nejmenší společný násobek čísel 3 a 5 je 15. Úpravou dostaneme:

k	:	l	:	m
21		15		
		15		20

Zjistili jsme, že délky stran trojúhelníku jsou v poměru $21 : 15 : 20$. Poměry sečteme $21 + 15 + 20 = 56$, což je polovina obvodu trojúhelníku *KLM*. Délky stran jsou pak $k = 42$ cm, $l = 30$ cm a $m = 40$ cm. Trojúhelníková nerovnost je splněna.

1.4.2.4 Matematika 9 Geometrie (pro ZŠ a VG, Fraus)

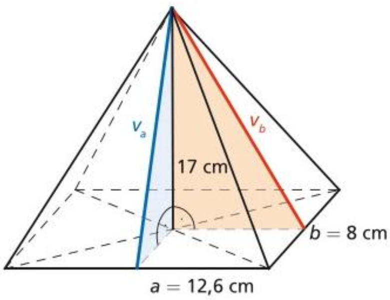
V učebnici najdeme geometrická témata: jehlan, kužel, koule, podobnost, goniometrické funkce (sinus, kosinus, tangens), angličtina v matematice. (Binterová a kol., 2010)

1.4.2.4.1 Ukázková úloha – str. 20, ukázková úloha

Na obrázku jehlanu vidíte, jaký je rozdíl mezi výškou jehlanu a výškou jeho boční stěny. Vypočítáme velikost výšek bočních stěn, jestliže velikost podstavných hran čtyřbokého kolmého jehlanu $a = 12{,}6$ cm, $b = 8$ cm a velikost výšky jehlanu je $v = 17$ cm.

Řešení (autorské):

Nejprve si nakreslíme obrázek.



Obrázek č. 6 Náčrtek úlohy (převzato z Binterová a kol., 2010, str. 20)

Vypočítáme velikost výšky boční stěny jehlanu na stranu délky 12,6 cm. Využijeme vlastností modrého trojúhelníku na obrázku. Víme, že je pravoúhlý, takže pro výpočet výšky v_a můžeme použít Pythagorovu větu.

$$v_a^2 = 17^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$v_a^2 = 289 + 16$$

$$v_a^2 = 305$$

$$v_a \doteq 17{,}5 \text{ cm}$$

Vypočítáme velikost výšky druhé boční stěny jehlanu na stranu délky 8 cm. Využijeme vlastností oranžového trojúhelníku, který je rovněž pravoúhlý. Podle Pythagorovy věty platí:

$$v_b^2 = 17^2 + \left(\frac{12{,}6}{2}\right)^2$$

$$v_b^2 = 289 + 39{,}69$$

$$v_b^2 = 328{,}69$$

$$v_b \doteq 18{,}1 \text{ cm}$$

1.4.2.5 Hravá Matematika 9 (pro ZŠ a VG, Taktik)

V učebnici najdeme aritmetická témata: soustavy rovnic, funkce, lomené výrazy, opakování geometrie, podobnost, jehlan, kužel, koule a goniometrie.

1.4.2.5.1 Ukázková úloha – str. 65, úloha 1.4

Zapiš výrazem, kolik každý z chlapců měří, jestliže Petr měří x cm. Potom vypočítej jejich výšky, když víš, že Petr měří 178 cm.

Řešení (autorské):

Kuba je o 3 cm vyšší než Petr.	$(x+3)$ cm
Milan je o 15 cm menší než Kuba.	$(x-12)$ cm
Hynkova výška zvětšená o 172 cm je rovna dvojnásobku výšky Petra.	$(2x-172)$ cm

Dosazením Petrovy výšky do výrazů dostaneme:

$$178+3=181 \text{ cm}$$

$$179-12=166 \text{ cm}$$

$$2\cdot 178-172=184 \text{ cm}$$

Kuba měří 181 cm, Milan 166 cm a Hynek 184 cm.

1.5 Stručný přehled výzkumů

Znovuzavedení víceletých gymnázií po roce 1989 bylo reakcí na poptávku po kvalitním vzdělání pro nadané žáky, naplnění principu svobodné volby školy a oproštění se od komunistické jednotné školy. Postupem času se začalo poukazovat na nevýhody selektivního školství a mnozí autoři označují znovuzavedení víceletých gymnázií za jednu z největších chyb polistopadového vývoje. (Greger, 2010, str. 86)

Jedním z typických rysů českého vzdělávacího systému je vysoká selektivita a vnější diferenciace vzdělávacích proudů. Přestože je vnější diferenciace vnímána jako kontroverzní, většina společnosti ji podporuje. Vnější diferenciace je v českém vzdělávacím systému často při zahájení školní docházky. (Mouralová, 2013, str. 11-12)

Mnohé mezinárodní výzkumy (především PISA, TIMSS, PIRLS) poukazují na zvyšující se vzdělanostní nerovnosti v českém školství a na celkově klesající úroveň vzdělání. Využívání vnější diferenciace a rozdělování žáků do různých typů škol se neustále zvyšuje. Od 90. let 20. století přibývají ZŠ, které pořádají přijímací zkoušky (zaměření na cizí jazyky či matematiku). (Greger, 2010, str. 86-87)

Nejčastěji diskutovaným prvkem diferenciace jsou osmiletá gymnázia, na která odcházejí žáci po 5. ročníku povinného vzdělávání. Ve školním roce 2012/2013 do nich nastoupilo 9,7 % populačního ročníku. (Straková, 2013, str. 73-74)

Víceletá gymnázia navštěvují žáci z podnětnějšího rodinného zázemí. Žáci na gymnáziích mají výrazně lepší výsledky, což je způsobeno jejich výběrem a podporou v rodině. Chlapci mají lepší výsledky v matematice, děvčata ve čtenářské gramotnosti a ve znalostech českého jazyka. (Greger, 2017)

1.5.1 Přístupy k diferenciaci vzdělávacích proudů

Zahraniční i čeští autoři poukazují na sporné přínosy vnější diferenciace, avšak negativní efekty jsou prokázané (zvyšování vzdělanostních nerovností, zaostávání některých žáků). Důvodem diferenciace je snaha vyhovět rozmanitým potřebám různých žáků. Alternativou je nediferencované vzdělávání reprezentované jednotnou školou. Otázka vnější diferenciace se učitelů bezprostředně dotýká v ohledech realizace vzdělávání (složení žáků ve třídách), rozdělování žáků a ovlivnění postojů ostatních aktérů (doporučení výběru školy). (Mouralová, 2013, str. 11-13)

Výzkumy zjišťující dopady rozdělování žáků mají tradici především v anglosaském prostředí a jsou založené na etnografických přístupech. Kvalitativní výzkum rozdělování žáků poukázal na nerovnost podmínek ve vzdělávání žáků (přiřazování méně kvalifikovaných učitelů nevýběrovým skupinám a lepších učitelů ve třídách výběrových). V nevýběrových třídách složených ze žáků z méně podnětného rodinného zázemí výzkumníci dokumentovali horší třídní klima, častější kázeňské problémy a zkrácený čas na výuku. (Greger, 2010, str. 90)

Anglosaské výzkumy se shodují, že diferenciace systému nemá dopad na celkový průměrný výsledek žáků, ale významně zvyšuje nerovnosti. Při výzkumu mechanismů rozdělování žáků na britských středních školách autoři zjistili, že v mnoha případech dochází ke špatnému přiřazení žáků do skupin (neodpovídá výkonnosti žáka) a že rozdělování je ovlivňováno různými faktory (etnický původ, rasa či rodinné zázemí). Výzkumy v Británii rovněž ukázaly, že ve školách, které dělí děti podle výkonu, je socioekonomický status hlavním prediktorem výsledku. Špatné zařazení má tedy přímý dopad na výsledky žáků. (Straková, 2013, str. 75)

Argumentem obhájců rozdělování žáků do skupin je prospěšnost pro všechny (přizpůsobení tempa výuky), díky čemuž se všichni žáci naučí více, než kdyby byli vzděláváni společně. Ve vztahu k žákům nadaným, se jim učitel při společné výuce v běžných třídách nemůže dostatečně věnovat, a tak se mrhá jejich potenciálem. Přestože lze argumenty považovat za sdílený prekoncept efektu rozdělování žáků, z výzkumů vyplývá, že rozdělování žáků podle jejich schopností vede ke zhoršování průměrného výsledku vzdělávání. V průběhu odděleného vzdělávání dochází ke zvyšování rozdílů ve výsledcích vzdělání žáků. Na rozdělování žáků tak doplácí především žáci nevýběrových škol, kteří dosahují lepších výsledků při vzdělávání společně s žáky s lepšími studijními výsledky. (Greger, 2010, str. 91)

Oddělování nadanějších a méně nadaných žáků podporuje asi 68 % dotazovaných učitelů. Učitelé odmítající vnější diferenciaci kladou důraz na postavení učitele a jako klad profese uvádí faktor pozice (autorita a respekt) a jako zápor faktor okolností (ztráta prestiže). Nejsilněji zastoupení učitelé podporující kombinaci postojů diferenciace v obou směrech (důvodem učení v homogenních třídách), kladou důraz na vlastní komfort a jako klad profese uvádí faktor pohodlí (volný čas) a jako zápor faktor setrvání v profesi (stres). Učitelé podporující třídy pouze pro nadanější žáky berou učitelství jako životní misi, jako klad profese uvádí faktor obsahu práce (setrvání, učení jako takové) a jako zápor administrativní zátěž. Poslední skupina podporující třídy pro méně nadané žáky klade slabší důraz na poziční aspekty učitelské profese (autorita, respekt) a na pragmatické postoje (faktory pohodlnosti a okolností). Propojením a zobecněním názorů na vnější diferenciaci byly vytvořeny čtyři ideální typy sad postojů učitelů: (a) tradiční, (b) pohodlný, (c) rozvíjející a (d) pomáhající. Názorová kombinace je zcela rovnoměrně zastoupena na všech typech škol. (Mouralová, 2013, str. 17-21)

Tabulka 4 Ideální typy postojů učitelů

		Vytváření tříd pro méně nadané	
		Pro	Proti
Vytváření tříd pro nadanější	Pro	**Pohodlný** Typické rysy: *důraz na volný čas; obavy ze stresu* Artikulace zdůvodnění: *V homogenních třídách se učí snáze. Změna je náročná.* Hodnotová opora: *pohoda učitele*	**Rozvíjející** Typické rysy: *zájem o děti a obor; učení vnímáno jako poslání* Artikulace zdůvodnění: *Talenty je třeba rozvíjet všemi prostředky. Nikoho bychom neměli znevýhodňovat, vyčleňovat.* Hodnotová opora: *rozvoj žáka*
	Proti	**Pomáhající** Typické rysy: *slabé pragmatické motivy; slabé autoritativní názory* Artikulace zdůvodnění: *Znevýhodněné děti potřebují zvláštní péči.* Hodnotová opora: *pomoc žákovi*	**Tradiční** Typické rysy: *důraz na pozici učitele – respekt, autorita, vliv; nižší podpora individualizace* Artikulace zdůvodnění: *Ke všem se má přistupovat stejně, diferenciace žáků není potřeba.* Hodnotová opora: *autorita učitele*

Zdroj: Data Factum Invenio, 2009; zpracováno autorkou.

Obrázek č. 7 Ideální typy postojů učitelů (Mouralová, 2013)

Výzkumy poukazují na neefektivnost a přispívání k růstu vzdělanostních nerovností. Tuto skutečnost potvrdily také některé analýzy dat z mezinárodních šetření pro ČR. Země, které rozdělují žáky ve věku 10/11 let na základě schopností dosahují v průměru horších výsledků v závislosti výsledků žáků na jejich rodinném zázemí, než země nerozdělující žáky. Podle některých dotazovaných učitelů by k rozdělení žáků podle jejich schopností mělo docházet co nejdříve, protože by to pomohlo všem žákům s různým pracovním tempem. Podle učitelů VG jsou na 2. stupni ZŠ třídy komorní, a tak mají učitelé příležitost věnovat se slabším žákům individuálně. S tímto názorem zcela nesouhlasí učitelé ZŠ, kteří naopak poukazují na skutečnost, že v třídním kolektivu chybí pozitivní vliv vrstevnické skupiny na vzdělávací výsledky žáků (peer-effects), kteří motivují slabší vrstevníky k intenzivnější práci. Jako výhodu vzdělávání žáků v nedělených (heterogenních) skupinách berou učitelé pozitivní dopad na sebehodnocení (sebepojetí) nejslabších žáků. Vnější diferenciace na úrovni škol je považována za škodlivou či škodlivější, než dělení žáků v rámci jedné instituce. V rámci jedné školy si mohou žáci z nevýběrových proudů ještě najít kamarády z výběrových tříd, k čemuž ale v podstatě nedochází. (Greger, 2010, str. 91-92)

Většina dotazovaných učitelů zmiňuje, že je práce na 2. stupni obtížnější než na výběrových školách, avšak finanční ohodnocení tomu neodpovídá. Důsledkem je, že z finančních důvodů dochází k diferenciaci učitelů. Z analýz rozhovorů je zřejmé, že podle učitelů nabízí VG kvalitnější způsob výuky a vyšší studijní nároky oproti 2. stupni ZŠ. Domnívají se, že je tempo výuky nevýběrových škol pomalejší kvůli častému řešení kázeňských přestupků. (Greger, 2010, str. 92-93)

1.5.2 Výhody a nevýhody víceletých gymnázií

Odchod lepších žáků na VG je speciálním projevem obecného problému selektivity a jejího vlivu na vzdělávání. Kolektiv s velkým rozptylem dovedností umožňuje horším žákům se učit od lepších a být jimi motivováni. Oproti tomu v homogenním kolektivu žáci postupují společně a lepší nejsou zdržováni horšími. V případě matematiky měly třídy s větší rozptýleností lepší celkový průměr. (Hučín, 2012, str. 14)

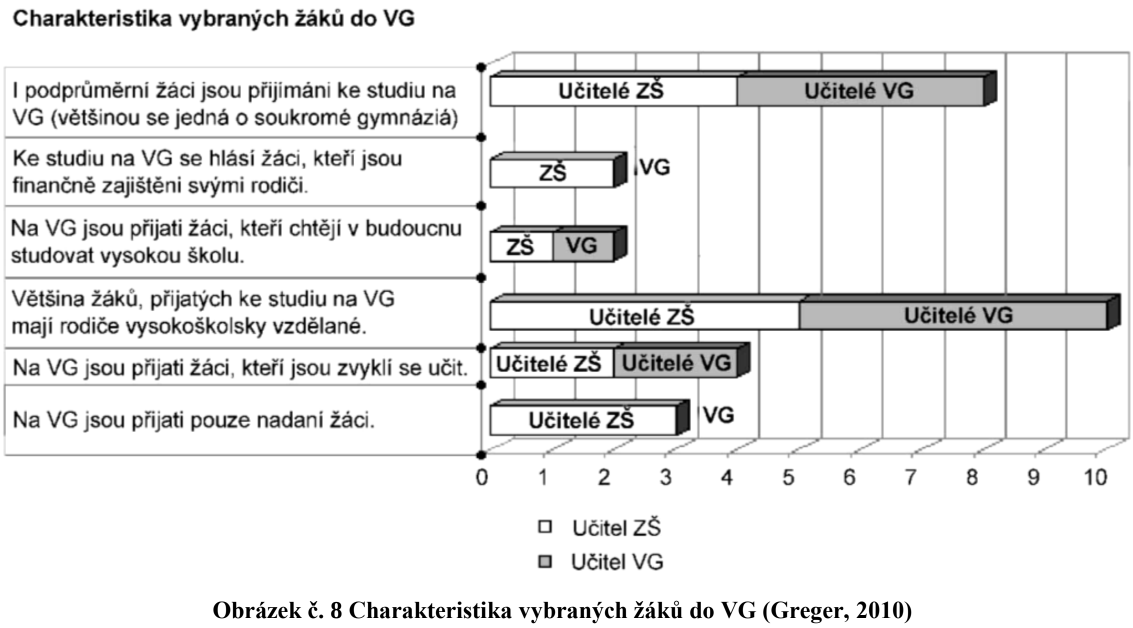
Zkušenosti s VG do výzkumu zapojených učitelů byla zpravidla v roli rodičů. Názory dotazovaných učitelů s vlastní zkušeností s VG se zásadně lišily. První učitelka si studium nemůže vynachválit. Druhá učitelka popisuje svou zkušenost jako špatnou, výrazně stresující a přechod ze ZŠ na VG jako obtížný (zhoršení prospěchu a zcela odlišný přístup učitelů k žákům oproti ZŠ). Třetí učitel uvádí, že není schopen jednoznačně určit, zda přínos VG byl pozitivní či negativní a poukazuje na zhoršení prospěchu a snížené sebevědomí. (Greger, 2010, str. 89)

Jeden z nejčastěji uváděných argumentů je negativní vliv odchodu nejlepších žáků na studijní výsledky žáků, kteří na ZŠ zůstali. Je patrné, že relativní posun žáků ZŠ (v matematice ani v češtině) se neliší podle podílu žáků, kteří odešli po 1. stupni na VG. Neplatí tak, že ve školách, kde odešel velký počet žáků na gymnázia, dosahují zbylí žáci menšího učebního pokroku ve srovnání se školami, odkud neodešel nikdo nebo jen málo žáků. (Hučín, 2012, str. 13)

Víceletá gymnázia mají své příznivce i odpůrce mezi rodiči i učiteli. Odpůrci poukazují zejména na skutečnost, že odchodem žáků na VG trpí ZŠ, neboť se v nich koncentrují nemotivovaní žáci, se kterými je obtížné efektivně pracovat. Příznivci argumentují, že VG jsou důležitá pro rozvoj talentovaných dětí a že ponechání těchto dětí v ZŠ by bylo mrháním jejich potenciálu, což je nepřijatelné z hlediska těchto dětí, jejich rodičů a celé společnosti. (Straková, 2013, str. 74)

Žáci VG se cítí ve škole lépe než žáci ZŠ, avšak na konci nižšího gymnázia mají o něco horší vztah se spolužáky a cítí méně přátelské chování učitelů. Žáci VG se oproti žákům ZŠ mnohem více připravují z vlastních poznámek a méně využívají internet. Třetina žáků 9. ročníku ZŠ není schopna se do školy pravidelně připravovat zcela samostatně. Dále se zjistilo, že známkování na VG je zcela nesouměřitelné se známkováním na ZŠ. Žáci VG jsou na své známky náročnější než žáci ZŠ, tyto nároky se jim daří naplňovat, ale musí se vyrovnat se zhoršením známek oproti 5. ročníku ZŠ. (Hučín, 2012, str. 9)

Graf na obrázku shrnuje výroky a jejich četnost, které uváděli učitelé jako výhodu či nevýhodu existence VG. Z grafu je patrné, že učitelé VG uváděli především jejich výhody, naopak učitelé ZŠ sledují především nevýhody. Učitelé vnímají způsob výuky a přístup k žákům na VG spíše negativně, protože učitelé po žácích ve věku 11 let vyžadují naprostou samostatnost, kterou nejsou schopní zvládnout a rodiče jim musí neustále pomáhat. (Greger, 2010, str. 92-94)



Obrázek č. 8 Charakteristika vybraných žáků do VG (Greger, 2010)

Studium na nižším gymnáziu posouvá dovednosti žáků v češtině i matematice rychleji než docházka do 2. stupně ZŠ. Výsledek je očekávaný vzhledem k tomu, že na víceletá gymnázia docházejí lepší žáci, kteří využívají svůj studijní potenciál lépe než žáci ZŠ. Uvedený jev se silněji projevuje ve vyšších než v nižších ročnících, nejvíce v matematice v 9. ročníku. Žáci se stejnou výchozí pozicí se znatelně diferencovali podle typu školy i podle pohlaví. Žáci VG dosáhli ve výstupním testu výrazně lepšího průměru než žáci ZŠ, a to zejména v matematice. Kritický předmět je pro dívky matematika a pro chlapce čeština. Celkově jsou rozdíly v 9. ročníku větší než v 6. ročníku. Dále bylo zjištěno, že dívky i chlapci jsou po 5. ročníku známkování stejně přísně, na konci 8. ročníku jsou však v matematice již učitelé shovívavější k dívkám. (Hučín, 2012, str. 7-9)

České analýzy se zabývaly zejména porovnáváním výsledků a postojů žáků ZŠ a VG na konci povinného vzdělávání v rámci mezinárodních výzkumů TIMSS a PISA nebo porovnáváním výsledků žáků čtyřletých a víceletých gymnázií na konci studia (výsledky maturitní zkoušky, výsledky zkoušek společnosti SCIO). Z výzkumu PISA vyplývá, že při zohlednění rodinného zázemí žáků nejsou mezi výsledky žáků čtyřletých a víceletých gymnázií statisticky významné rozdíly. (Straková, 2013, str. 74)

Společnost SCIO umožňuje srovnání výsledků žáků ZŠ a VG na začátku (6. ročník, prima) a konci 2. stupně (9. ročník, kvarta). Lze tak porovnat pořadí žáka a zjistit jeho relativní posun mezi vstupním a výstupním testováním. Ve všech testech dosahují lepších výsledků žáci větších škol. Ve využití studijního potenciálu se školy různé velikosti téměř neliší. Výuka matematiky je v menších školách hodnocena nepatrně lépe než ve větších školách. V největších obcích mají žáci vyšší ambice na lepší známky než v menších obcích. Nejhorších výsledků dosáhli žáci v Ústeckém a Karlovarském kraji, což souvisí s jejich socio-ekonomickou situací. Známky z cizích jazyků jsou lepší než známky z češtiny a matematiky, angličtina je z hlavních předmětů v 9. ročníku nejoblíbenější. (Hučín, 2012, str. 5-16)

Projekt Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj PISA (*Programme for International Student Assessment*) se zaměřuje na zjišťování úrovně funkční gramotnosti patnáctiletých žáků v oblasti čtení, matematiky a přírodních věd. Jeho záměrem je zkoumat, jak žáci dovedou v rozmanitých situacích běžného života využít to, co se dosud naučili. Česká republika se řadí mezi země s lehce nadprůměrným rozdílem mezi dobrými a slabými žáky. Ve většině zúčastněných zemí mají v matematice lepší výsledek chlapci než dívky. (Palečková, 2013, str. 4-17)

Je zřejmé, že v oblasti matematické gramotnosti se od roku 2003 do roku 2012 významně zhoršily výsledky žáků všech druhů škol. Výsledek českých žáků byl ve srovnání s dalšími zeměmi průměrný. Na celkovém zlepšení výsledků od roku 2009 se podílejí zejména žáci ZŠ, jejichž průměrný výsledek od roku 2009 vzrostl. Současně došlo ve všech školách včetně gymnázií k výraznému poklesu množství žáků s výbornými výsledky. Žáci ZŠ a VG mají obdobný vztah ke škole i pocit sounáležitosti se školou. Sebedůvěra žáků ZŠ v matematice je však menší než sebedůvěra gymnazistů. (Palečková, 2013, str. 40-41)

Výsledky žáků v různých druzích škol v ČR

(PISA 2012 – Matematická gramotnost)

Matematická gramotnost	Průměrný výsledek			
	2003	2006	2009	2012
Základní školy	495	482	460	476
Víceletá gymnázia	631	635	614	602
Čtyřletá gymnázia	610	614	583	585
SOŠ a SOU s maturitou	541	542	515	514
SOŠ a SOU bez maturity	458	440	438	425
Speciální školy	369	363	372	310
Česká republika	**516**	**510**	**493**	**499**

Obrázek č. 9 Výsledky žáků v různých druzích škol v ČR (Palečková, 2013)

1.5.3 Důvody volby studia na víceletých gymnáziích

Otázka důvodů, které vedou rodiče k přihlášení svých dětí na víceletá gymnázia, se také objevila ve výzkumu PIRLS (*Progress in International Reading Literacy Study*) v roce 2001, který zjišťoval čtenářskou gramotnost žáků 4. ročníků ZŠ. Celkem 21,3 % dotazovaných rodičů uvedlo záměr přihlásit své dítě na VG. (Greger, 2010, str. 94)

Rozsáhlý a dlouhodobý výzkum CLoSE (*Czech Longitudinal Study in Education*) vědců z Ústavu výzkumu a rozvoje vzdělávání Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy zjistil, že gymnázia navštěvují především žáci z podnětného rodinného zázemí. Výzkum potvrdil, že gymnazisté dosahují výrazně lepších výsledků v testech než žáci ZŠ. Díky výběru žáků a příznivému rodinnému zázemí je průměrný výsledek žáků VG v primě na stejné úrovni jako průměrný žák na ZŠ v 9. ročníku. Nicméně, průměrný přírůstek vědomostí mezi 6. a 9. ročníkem na ZŠ a žáků mezi primou a kvartou VG je podobný. (Greger, 2017)

Výzkumy ukazují, že se rodina uplatňuje při přechodu žáka na VG několika způsoby. V první řadě mu poskytuje potřebnou motivaci a sebevědomí. Výzkumy sociální stratifikace již v 70. letech minulého století ukázaly, že vzdělanostní aspirace mají rozhodující dopad na vzdělávací dráhu a následně na uplatnění na trhu práce. Rodiče také pomáhají žákovi se ve vzdělávacím systému zorientovat, učinit správnou volbu a často uplatní též svůj vliv v situaci, kdy žák neuspěje v přijímacím řízení. (Straková, 2013, str. 75)

Žáci VG dosahují většího posunu ve výsledcích, což je možné odůvodnit lepším rodinným zázemím dětí (podpora rodiny) a pozitivním vlivem vrstevníků žáci s vyšším sociálněekonomickým statusem, kteří se pravidelně potkávají ve škole a navzájem se pozitivně ke vzdělávání ovlivňují. Platí, že velkou část posunu žáků lze připsat sociálnímu složení žáků a že školy se stále více liší tím, jaké děti je navštěvují. Nezáleží, zda je žák na VG nebo ZŠ, ale zda je na škole prestižní, soukromé, výběrové či gymnáziu, které navštěvují žáci ze vzdělanějších rodin. (Greger, 2017)

Z dat vyplývá, že většina rodičů (64,3 %), kteří své dítě přihlásili ke studiu na VG, tak učinila z důvodu zvýšení jeho šanci na přijetí na vysokou školu. Zájem o studium na VG mají převážně vzdělaní rodiče, kteří jsou sami absolventi a tak motivují své děti. Tvrzení podporují i výzkumná zjištění dokládající, že 79 % žáků těchto škol pochází ze dvou nejvyšších kvintilů sociálně-ekonomického a kulturního statusu. Druhým nejčastěji uváděným důvodem je přání dítěte studovat na VG a následně přesvědčení rodičů o lepší příležitosti pro rozvoj nadání. Důvody přání a rozhodnutí žáka mohou být vysněné ambice rodičů, touha studovat na výběrové škole kvůli přátelům anebo motivace od starších sourozenců, kteří na VG již studují. Učitelé jako nejčastější důvod přihlášení dítěte ke studiu na VG zmiňují prestižní záležitost rodiny a aktivitu rodičů, kteří si přejí, aby jejich děti VG studovaly. (Greger, 2010, str. 94-97)

Pomocí dat z výzkumu PISA 2000 se ukázalo, že ve skupině žáků se stejnými výsledky žáci VG aspirují na studium na vysoké škole více než žáci ZŠ. Z toho vyplývá, že sama docházka do VG, bez ohledu na studijní výsledky, je spojena s vyššími vzdělanostními aspiracemi. Aspirace je zároveň silně podmíněna rodinným zázemím. (Straková, 2013, str. 76)

Z hlediska genderu mezinárodní výzkumy pravidelně upozorňují na skutečnost, že chlapci dosahují lepších výsledků v matematice a děvčata ve čtenářské gramotnosti.

Nicméně mezi 6. a 9. ročníkem najdeme větší měřený přírůstek znalostí a dovedností u chlapců jak v matematice, tak i ve čtenářské gramotnosti. Naopak v oblasti jazykových dovedností (znalostí pravopisu, gramatiky a lexikologie) se výrazně více posouvají děvčata. (Greger, 2017)

Ze získaných dat je zřejmé, že se žáci hlásí na VG především z rozhodnutí či na doporučení rodičů. Nadpoloviční většina žáků uvádí, že jejich přihlášku podporovali rovněž učitelé. Zhruba desetina žáků uvedla, že na gymnázium jít studovat spíše nebo rozhodně nechtěli, ačkoliv si tam podali přihlášku. Žáci nejčastěji vnímají přechod na VG jako možnost naučit se více a snáze se dostat na vysokou školu. Převažuje tak důraz na učení se a kognitivní rozvoj. Nespokojenost se základní školou není hlavním ani podstatným důvodem, proč se žáci na osmileté gymnázium hlásí. Vliv rodinného zázemí zůstává významný i po zohlednění školních výsledků. Žáci, kteří mají alespoň jednoho rodiče vysokoškoláka, se hlásí na VG s třikrát vyšší pravděpodobností než žáci rodičů s nižším vzděláním. Nejmenší vliv na aspirace má výběrovost školy, což může být způsobeno tím, že jsou-li žáci již na dobré výběrové škole, mohou rodiče mít menší zájem hlásit své děti na VG. (Straková, 2013, 77-80)

Na gymnáziích studuje více děvčat (51 %) než chlapců. V souladu se zjištěními z mezinárodních výzkumů platí, že dívky mají lepší výsledky ve čtenářské gramotnosti a chlapci v matematice. Rozdíly mezi děvčaty a chlapci jsou větší v testu jazykových dovedností než ve čtenářské gramotnosti. Chlapci se zlepšují více v matematice (rozdíly se prohlubují), ale také ve čtenářské gramotnosti (rozdíly se zmírňují). Naopak děvčata se zlepšují více v jazykových dovednostech (rozdíly mezi chlapci a dívkami se prohlubují). (Greger, 2017)

Učitelé uvádějí, že rodiče volí VG kvůli představě dosažení vyššího vzdělání anebo z důvodu společenské prestiže. Někteří učitelé se domnívají, že rodiče volí možnost osmiletého gymnázia, jen aby po devátém ročníku ZŠ nemuseli řešit otázku volby střední školy až v období pubescence. Většina dotazovaných učitelů považuje za nejzávažnější důvod tranzice na VG vyšší kvalitu výuky než na 2. stupni ZŠ. Učitelé VG z vlastních zkušeností potvrzují pozitivní vliv spolužáků na motivaci k dosažení lepších studijních výsledků. (Greger, 2010, str. 96)

Z výzkumu vyplývá, že žáci VG mají lepší výsledky než žáci ZŠ v 6. i v 9. ročníku. Je patrné, že žáci ZŠ po čtyřech letech studia nedosáhnou ani stejného průměrného výsledku, jako žáci VG v primě. Je to dáno tím, že mezi žáky ZŠ je velký podíl žáků z méně podnětného zázemí, kteří snižují průměr ZŠ. Když porovnáme podíl žáků VG a ZŠ ve skupině žáků s nejlepšími výsledky (nejlepších 20 %), vidíme, že je mezi nimi také 11 % žáků ZŠ. To jsou však popisné údaje, nikoliv vyjádření přidané hodnoty. Naopak i mezi gymnazisty se nachází žáci, kteří mají výsledek v testu 9. ročníku nižší než 40. percentil všech zkoumaných žáků. To ukazuje, že na VG jsou také žáci, kteří mají podprůměrné výsledky. (Greger, 2017)

1.5.4 Názory na přijímací řízení do víceletých gymnázií

Nejčastěji jsou žáci ke studiu na VG přijímáni na základě školou vytvořených písemných testů z matematiky, českého jazyka, všeobecného přehledu/testu studijních předpokladů nebo psychotestu, které si vytváří učitelé z víceletých gymnázií sami. Více než 200 gymnázií využívá přijímacích testů vytvořených společností SCIO. Do výzkumu zařazení učitelé VG uvedli, že upřednostňují školou vytvořené přijímací testy, než zkoušky společnosti SCIO. Oproti tomu učitelé ZŠ spatřují výhody ve SCIO testech z důvodu jejich souladu s RVP 5. ročníku ZŠ. (Greger, 2010, str. 97)

Test OSP poměrně dobře vypovídá o potenciálu žáků, jeho výsledky ale nejsou příliš závislé na tom, jak kvalitní je výuka ve škole. Předmětové testy se dotýkají některých důležitých kompetencí (např. čtenářské gramotnosti nebo schopnosti abstraktního myšlení), zpravidla o nich ale nevypovídají v celé šíři a už vůbec ne o všech. Závěry této zprávy mohou vyzývat k sestavování žebříčků škol a k trestání těch, kteří se zdají slabší. Možná ale někteří žáci, kteří nejsou tak dobří v pravopisu, umí lépe než jiní pracovat v týmu, lépe se učit, možná umí lépe pracovat s informacemi a lépe argumentovat. Tyto kvality plošné testování postihnout nemůže. (Hučín, 2012, str. 4)

Z výsledků šetření je zřejmé, že žáci věnovali přípravě na přijímací zkoušky velikou péči. Nejčastěji se žáci připravovali se svými rodinnými příslušníky a zkoušeli přijímací testy. Celkem 85 % dětí potvrdilo, že jim hodně záleželo na tom, aby se na gymnázium dostalo. 78 % dětí se navíc domnívalo, že na tom hodně záleží i jejich rodičům. Většina žáků, kteří uspěli u přijímacích zkoušek, přičítá svůj úspěch právě svědomité přípravě. Většina žáků se domnívá, že u přijímacích zkoušek řešili úlohy, na které jim znalosti získané na prvním stupni ZŠ nestačily. Výpovědi uchazečů dále ukazují, že se příprava na přijímací zkoušky vyplatila, neboť v testech byly úlohy, které byly součástí jejich přípravy. (Straková, 2013, str. 80-81)

Přestože se na první pohled zdají přijímací testy efektivní, některé vyučující nepřekvapí, že i průměrní a podprůměrní žáci mohou být přijati ke studiu na VG. Tento jev je dán cílenou přípravou na přijímací zkoušky ze strany rodičů (přípravné kurzy). Učitelé VG i ZŠ tvrdí, že každý pravidelně připravující se průměrný žák, je schopen uspět. Dále podotýkají, že většinou ke studiu na VG byli přijati žáci, kteří jsou svými rodiči psychicky a finančně podporováni. Většina dotazovaných učitelů VG spatřují určité výhody v psaní přijímacích testů, protože tento způsob přijímacího řízení se pak odráží v celém studiu na VG. Důvodem zavrhnutí písemných testů jako vhodného způsobu přijímání žáků na VG může být nejen sociální původ žáka, ale také pohlaví. Někteří učitelé zjistili, že dívky jsou v přijímacích testech zvýhodněny před chlapci kvůli jejich pečlivosti a touze se na přijímací test připravit. Dále učitelé podotýkají nevhodnost a neobjektivnost přijímání žáků na základě průměru známek (Greger, 2010, str. 97-98)

Na výsledek v přijímací zkoušce měl největší dopad výsledek v matematickém testu TIMSS. Výsledky ukazují, že žáci z jazykových škol měli poněkud nižší pravděpodobnosti úspěchu u zkoušky než žáci z běžných ZŠ. Za nejdůležitější faktor přijetí na VG považují žáci studijní předpoklady, přípravu a pomoc rodiny. Řada dětí měla u zkoušek trému, protože se obávaly o výsledek. Žáci věří, že to, jak dopadli u přijímacích zkoušek, skutečně vypovídá o jejich přípravě a také o jejich schopnostech. (Straková, 2013, str. 82-83)

1.5.5 Srovnání úspěšnosti absolventů základních škol a víceletých gymnázií

Učitelé VG se domnívají, že na osmiletých gymnáziích mohou žáci dosáhnout vyšší úrovně vzdělání než na čtyřletých. Podotýkají, že je při maturitních zkouškách vidět markantní rozdíl mezi absolventy osmiletých a čtyřletých gymnázií. Skutečnost vysvětlují přínosem víceletého studia. Na základě výzkumů však nelze rozdíl ve studijních výsledcích žáků osmiletého gymnázia považovat za dostatečný a směrodatný. (Greger, 2010, str. 96)

Největší sebedůvěru v matematice mají žáci prvních ročníků čtyřletých gymnázií, kteří mají též nejlepší vztah ke škole jako takové. Středoškoláci v prvních ročnících nematuritních oborů si naopak v matematice věří nejméně, nejhorší je také jejich vztah ke škole a pocit sounáležitosti se školou. (Palečková, 2013, str. 40)

2 Praktická část

Praktická část navazuje na část teoretickou. Zabývá se vytvářením souborů úloh pro 6. a 9. ročník, které pocházejí z matematických soutěží konaných v České republice.

Každá sada obsahuje vždy 6 úloh (2 logické, 2 aritmetické a 2 geometrické). Některé úlohy jsou uvedeny s autorským řešením, neoznačené jsem vytvořila sama.

Na každé škole proběhlo dvojí šetření (jaro 2023, jaro 2024).

Žákovská řešení byla podrobena analýze: uvnitř školy, mezi školami (ZŠ × VG), na vesnici × ve městě, v závislosti úspěšnosti žáka na typu úlohy (otevřená, uzavřená).

2.1 Tvorba souborů úloh

Soubory úloh pro 6. a 9. ročník jsou tvořené úlohami z vybraných matematických soutěží konaných v České republice.

- mezinárodní: Matematický klokan, Matematická olympiáda, Pangea
- tuzemské: Logická olympiáda, Pythagoriada, Pikomat, MaSo

2.1.1 Vybrané úlohy z matematických soutěží

Celkem je uvedeno 10 úloh – 2 úlohy byly vybrány do obou souborů.

2.1.1.1 Matematický klokan, aritmetická úloha – 17. ročník (2011), kategorie Benjamín (6. a 7. ročník), úloha 1

Úloha za 3 body: Motocyklista ujel vzdálenost 28 km za 30 minut. Jakou průměrnou rychlostí jel?

(A) 28 km/h (B) 36 km/h (C) 56 km/h (D) 58 km/h (E) 62 km/h

Řešení

Průměrná rychlost se udává v km/h. Ze zadání víme vzdálenost, kterou motocyklista ujel za půl hodiny. Proto vzdálenost, kterou za $\frac{1}{2}$ hodiny ujel, vynásobíme dvěma.

$$28 \cdot 2 = 56 \text{ km/h}$$

Průměrná rychlost motocyklisty je 56 km/h. Správná odpověď je (C).

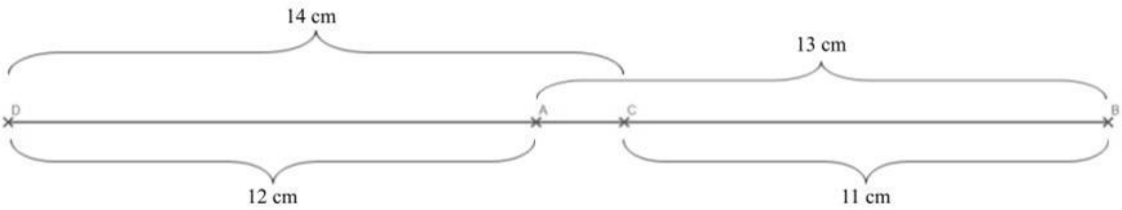
2.1.1.2 Matematický klokan, geometrická úloha – 14. ročník (2008), kategorie Kadet (8. a 9. ročník), úloha 13

Úloha za 4 body: Body A, B, C a D jsou v určitém pořadí vyznačeny na přímce. Víme, že $|AB| = 13$ cm, $|BC| = 11$ cm, $|CD| = 14$ cm a $|DA| = 12$ cm. Najděte vzdálenost mezi dvěma nejvzdálenějšími body.

(A) 25 (B) 38 (C) 50 (D) 14 (E) jiný výsledek

Řešení

Znázorníme na přímce:



Obrázek č. 10 Postup řešení úlohy (vlastní zdroj)

Vypočteme vzdálenost mezi dvěma nejvzdálenějšími body $|DB|$. Jedná se o součet

$$|DA| + |AB| = 12 + 13 = 25 \text{ cm}$$

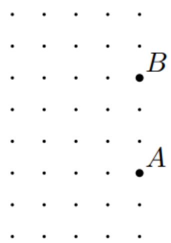
$$|DC| + |CB| = 14 + 11 = 25 \text{ cm}$$

Dva nejvzdálenější body jsou ve vzdálenosti 25 cm.

Správná odpověď je (A).

2.1.1.3 Matematická olympiáda, geometrická úloha – 62. ročník (2012/2013), I. kolo, Z6–I–2

Na obrázku jsou vyznačeny uzlové body čtverečkové sítě, z nichž dva jsou pojmenovány *A* a *B*. Bod *C* je jeden ze zbylých uzlových bodů. Najděte aspoň jednu možnou polohu bodu *C* tak, aby trojúhelník *ABC* měl obsah 4,5 čtverečku. (E. Novotná)



Obrázek č. 11 Výchozí obrázek úlohy (převzato z MO)

Řešení

Ze zadání víme, že trojúhelník *ABC* má obsah 4,5 čtverečku. Z výchozího obrázku zjistíme, že velikost strany *AB* je 3 [j].

Vypočteme výšku hledaného trojúhelníku ze vzorce obsahu obecného trojúhelníku $S = \frac{|AB| \cdot v}{2}$. Úpravou dostaneme délku výšky $9 : 3 = 3$ [j].

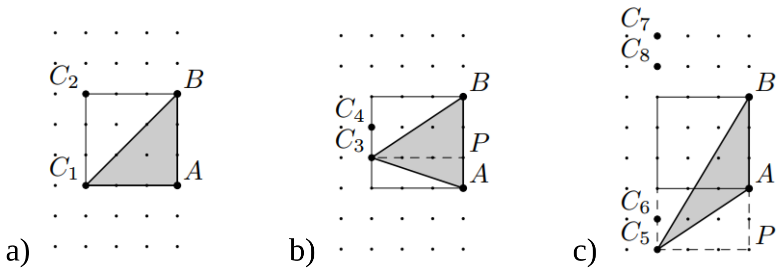
Trojúhelník *ABC* může být:

a) pravoúhlý s pravým úhlem u vrcholu *A* nebo *B* (souměrná řešení C_1 a C_2),

b) ostroúhlý (souměrná řešení C_3 a C_4),

c) tupoúhlý (C_5, C_6 a souměrná řešení C_7 a C_8).

Úloha má celkem 8 řešení, která jsme postupně označili C_1, ... , C_8.



Obrázek č. 12 Postup řešení úlohy (převzato z MO)

2.1.1.4 Matematická olympiáda, logická úloha – 69. ročník (2019/2020), II. kolo, Z9–II–1

Pat a Mat měli každý své oblíbené přirozené číslo, ale každý jiné. Obě čísla postupně sečetli, odečetli (menší od většího), vynásobili a vydělili (větší menším). Když takto získané výsledky sečetli, vyšlo jim 98.

Která oblíbená čísla měli Pat a Mat? (L. Hozová)

Řešení (autorské)

Pokud větší z obou čísel označíme *x* a menší *y*, potom podmínka ze zadání zní

$$(x+y)+(x-y)+xy+\frac{x}{y}=98$$

Protože součet, rozdíl i součin čísel *x* a *y* jsou přirozená čísla a výsledkem je také přirozené číslo, musí být *x* násobkem *y*, tj. $x = ky$ pro nějaké přirozené číslo *k*.

Dosadíme do předchozí rovnosti, kterou dále upravíme:

$$2ky + ky^2 + k = 98$$

$$k(y^2 + 2y + 1) = 98$$

$$k \cdot (y+1)^2 = 2 \cdot 7^2$$

Odtud vyplývá, že $k = 2$ a $y = 6$, tedy $x = 12$. Rozklad $98 \cdot 1^2$ jsme vyloučili, neboť *y* je přirozené číslo, tedy $y + 1 > 1$.

Patova a Matova oblíbená čísla byla 6 a 12.

2.1.1.5 Pangea, aritmetická úloha – Rok 2018, školní kolo, 6. ročník, úloha 3 (CD)

Úloha za 2 body: Tom si chce poslechnout CD Boříkovy bláznivé lapálie. Na CD jsou 4 kapitoly v délkách 22:16, 29:36, 10:35, 35:20. Přestávky nepočítá.

Jak dlouho ho bude poslouchat celé?

a) 1 hod 27 min 47 s b) 87 min 47 s

c) 97 min 47 s d) 1,5 h

e) 1 hod 47 min 47 s

Řešení

Sečteme zvlášť minuty a sekundy:

$$16 + 36 + 35 + 20 = 107 \text{ s} = 1 \text{ min } 47 \text{ s}$$

$$22 + 29 + 10 + 35 = 96 \text{ min}$$

Dostaneme

$$96 \text{ min} + 1 \text{ min } 47 \text{ s} = 97 \text{ min } 47 \text{ s}.$$

Správné řešení je c).

2.1.1.6 Pangea, aritmetická úloha – Rok 2021, Finálové kolo, 9. ročník, úloha 9 (Složený zlomek)

Úloha za 4 body: Urči hodnotu následujícího složeného zlomku.

$$\frac{\frac{10^{-6}}{0{,}10^{-2}}}{\frac{0{,}10^{2}}{10^{-6}}}$$

a) 10^4 b) 10^{-4} c) 10^6 d) 10^{-12} e) 10^0

Řešení

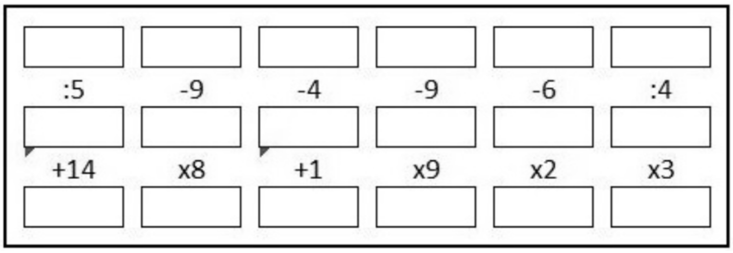
Postupně upravíme složený zlomek:

$$\frac{\frac{10^{-6}}{0{,}10^{-2}}}{\frac{0{,}10^{2}}{10^{-6}}} = \frac{10^{-6}}{0{,}10^{-2}} \cdot \frac{10^{-6}}{0{,}10^{2}} = \frac{10^{-12}}{1} = 10^{-12}$$

Správné řešení je d).

2.1.1.7 Logická olympiáda, logická úloha – ukázkové úlohy, kategorie B (6. – 9. ročník ZŠ), úloha 6

Do prázdných políček doplňte všechna čísla z řady od 1 do 18 tak, aby svisle platily početní úkony.



Obrázek č. 13 Výchozí obrázek úlohy (převzato)

Řešení

(1) Do políček vypíšeme možná čísla, která splňují zadané podmínky: umísťujeme čísla 1–18 a svisle uvedený příklad dává smysl.

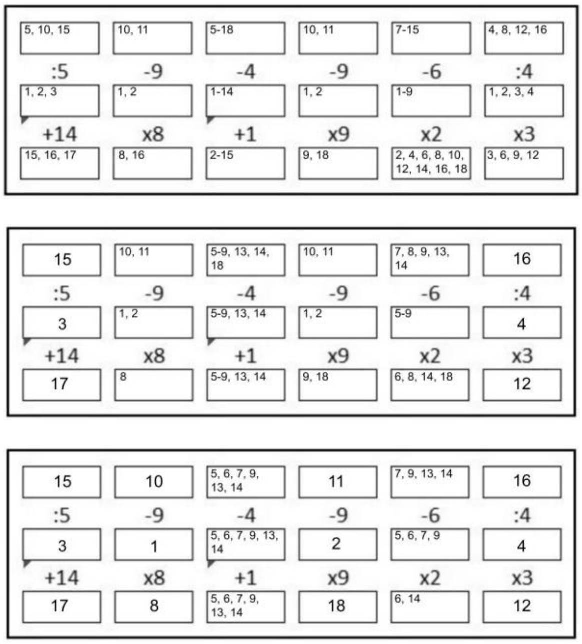
(2) Svislé příklady 2 a 4 zleva mají v horním (10, 11) a prostředním (1, 2) řádku stejné možnosti. V prostředním řádku prvního svislého příkladu zleva je stejná možnost (1, 2 + 3), takže do uvedeného políčka umístíme číslo 3, které je zde navíc. Protože známe jediné možné varianty umístění čísel 1–3, jedinou možností u prostředního políčka svislého příkladu zprava je pouze číslo 4. První svislý příklad zleva i zprava dopočteme. Ze zbylých políček vyškrtneme možnosti 1–4, 10–12 a 15–17.

(3) Na spodní řádek druhého svislého příkladu zleva zbylo číslo 8. Dopočteme políčka svislých příkladů 2 a 4 zleva. Ze zbylých políček vyškrtneme možnosti 8 a 18.

(1)

(2)

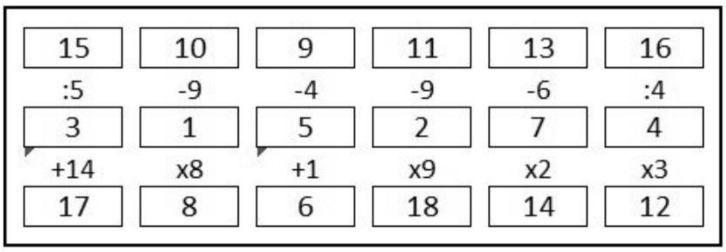
(3)



Obrázek č. 14 Postup řešení úlohy (upraven převzatý obrázek)

Všimneme si možností políčka na dolním řádku druhého svislého příkladu zprava. Při výpočtu prostředního políčka máme možnosti $6 : 2 = 3$ nebo $14 : 2 = 7$. Protože jsme číslo 3 již použili, umístíme do políčka číslo 14 a dopočteme řešený svislý příklad. Ze zbylých políček vyškrtneme možnosti 7, 13 a 14.

Zbylá čísla 5, 6 a 9 umístíme do posledního svislého příkladu tak, aby uvedené početní operace dávaly smysl.



Obrázek č. 15 Řešení úlohy (převzato)

2.1.1.8 Pythagoriada, logická úloha – 42. ročník (2018/2019), školní kolo, 6. ročník, úloha 3

Kolik písmen zůstane ze slova PYTHAGORAS na obrázku, jestliže z něj vymažeme všechna osově souměrná písmena?

PYTHAGORAS

Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je ... ...

Řešení

Zjistíme, která písmena jsou osově souměrná:

Obrázek č. 16 Znázornění řešení úlohy (vlastní zdroj)

Osově souměrných písmen je 5 (Y, T, H, A, O). Po jejich vymazání nám zůstanou 4 písmena (P, G, R, S).

2.1.1.9 Pikomat MFF UK, aritmetická úloha – 26. ročník (2010/2011), 4. série, úloha 4

Honza si chce koupit jídlo na 10 dní. Na výběr má následující balíčky potravin.

- Žlutý balíček obsahuje celkem 50 % denní dávky cukrů, 50 % tuků a 0 % bílkovin.
- Modrý má 100 % denní dávky cukrů, 50 % tuků a 200 % bílkovin.
- Oranžový balíček obsahuje 150 % denní dávky cukrů, 250 % tuků a 100 % bílkovin.

Jaké balíčky má koupit, aby měl vyváženou stravu na 10 dní? Vyvážená strava na jeden den znamená, že dostane 100 % cukrů, 100 % tuků a 100 % bílkovin.

Řešení

Aby měl Honza vyváženou stravu na deset dní, musí si od každé složky potravy koupit 1000 %. Ze zadání víme, že každý balíček musí Honza koupit minimálně jeden.

Protože žlutý balíček neobsahuje bílkoviny, musí se kombinovat pouze pomocí oranžových a modrých balíčků. Určíme maximální počet obou balíčků tak, aby žádná složka nebyla rovna či vyšší než 1000 %:

- modrých (m) max. 4: 400 % cukrů, 200 % tuků a 800 % bílkovin
- oranžové (o) max. 3: 450 % cukrů, 750 % tuků a 300 % bílkovin

Všechny možné kombinace modrých a oranžových balíčků vypíšeme do tabulky.

$1m + 1o$ $(200 + 100 = 300\ \%)$	$1m + 2o$ $(200 + 200 = 300\ \%)$	$1m + 3o$ $(200 + 300 = 500\ \%)$
$2m + 1o$ $(400 + 100 = 500\ \%)$	$2m + 2o$ $(400 + 200 = 600\ \%)$	$2m + 3o$ $(400 + 300 = 700\ \%)$
$3m + 1o$ $(600 + 100 = 700\ \%)$	$3m + 2o$ $(600 + 200 = 800\ \%)$	$3m + 3o$ $(600 + 300 = 900\ \%)$
$4m + 1o$ $(800 + 100 = 900\ \%)$	$4m + 2o$ $(800 + 200 = 1000\ \%)$	$4m + 3o$ $(800 + 300 = 1100\ \%)$

Tabulka č. 5 Možné varianty počtů modrých a oranžových balíčků

Postupným vypisováním možností jsme zjistili, že 1000 % bílkovin získáme pouze v případě, že koupíme 4 modré a 2 oranžové balíčky. Složky balíčků sečteme:

4 modré:	400 % cukrů	200 % tuků	800 % bílkovin
2 oranžové:	300 % cukrů	500 % tuků	200 % bílkovin
	700 % cukrů	700 % tuků	1000 % bílkovin

Abychom splnili podmínku 1000 % všech složek, potřebujeme ještě 300 % cukrů a 300 % tuků, které získáme ze žlutých balíčků.

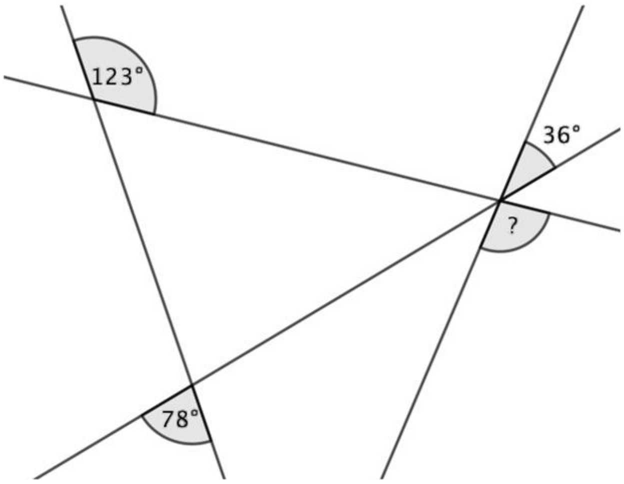
Ze zadání víme, že žlutý balíček obsahuje 50 % denní dávky cukrů a 50 % tuků. Zbývajících 300 % proto vydělíme denní dávkou a zjistíme, kolik balíčků potřebujeme.

$$300 : 50 = 6 \text{ balíčků.}$$

Honza si potřebuje koupit 6 žlutých, 4 modré a 2 oranžové balíčky.

2.1.1.10 MaSo, geometrická úloha – rok 2018, jaro, úloha 19

Jaká je velikost vyznačeného úhlu?



Obrázek č. 17 Výchozí obrázek úlohy (převzato z MaSo)

Řešení

Úlohu budeme řešit pomocí znalostí o součtu úhlů v trojúhelníku, úhlech vrcholových, vedlejších, souhlasných a střídavých.

(1) Doplníme červené souhlasné úhly. Dopočteme přímý úhel.

$$180° - 123° = 57°$$

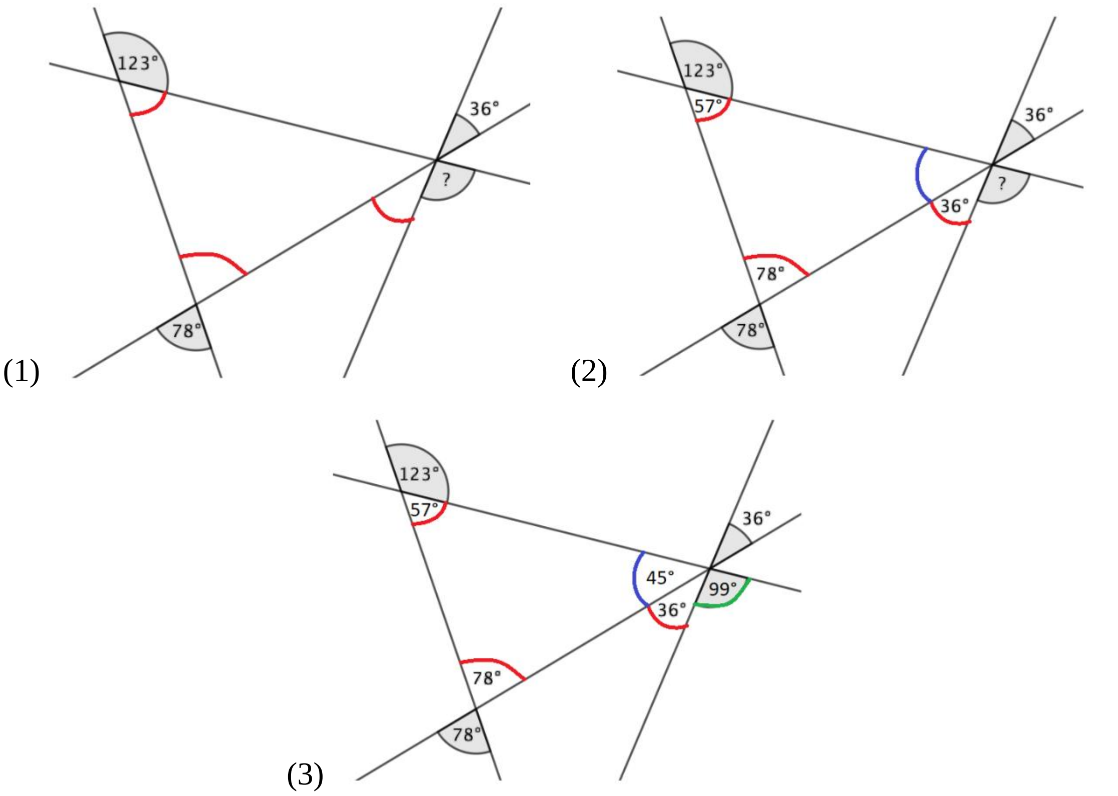
(2) Součet vnitřních úhlů trojúhelníku je 180°. Vypočteme velikost fialového úhlu.

$$57° + 78° = 135°$$

$$180° - 135° = 45°$$

(3) Vypočteme velikost hledaného úhlu:

$$180° - (36° + 45°) = 180° - 81° = 99°$$



Obrázek č. 18 Postup řešení úlohy (upraven převzatý obrázek)

Velikost vyznačeného úhlu je 99º.

2.2 Zadávání a evaluace

Na vyřešení souboru úloh měli žáci 45 minut. Z tohoto důvodu byly vybrány časově méně náročné úlohy. Jedná se o kvantitativní výzkumné šetření.

V souboru úloh byly úlohy logické (úloha 1 a 4), aritmetické (úloha 2 a 5) a geometrické (úloha 3 a 6). Žáci 6. a 9. ročníků řešili 2 stejné úlohy – v obou souborech se jedná o úlohu 1 a 6*. Důvodem bylo zjistit, jak moc se bude lišit jejich úspěšnost řešení. Předpokladem bylo, že žáci 9. ročníků budou úspěšnější při řešení obou úloh.

Matematická soutěž	Typ příkladu						Počet úloh
	6. třída			9. třída			
Matematický klokan		A6				G9	2
Matematická olympiáda			G6	L9			2
Pangea		A6			A9		2
Logická olympiáda	L6			L9			1*
Pythagoriada	L6						1
Pikomat					A9		1
MaSo			G6			G9	1*

Tabulka č. 6 Přehled vybraných úloh

Šetření bylo dvojí (jaro 2023, jaro 2024) a proběhlo na třech různých školách v jihočeském kraji. Z důvodu získání rozmanitých stylů řešení žáků byly osloveny školy, které se vzájemně liší. Kritérii byl výběr vždy jedné školy soukromá × státní, ve městě × na vesnici a VG × ZŠ.

- Víceleté gymnázium (VG) – osmileté gymnázium v okresním městě Tábor
- Základní škola (ZŠ1) – spádová škola na vesnici v okresu Tábor, malotřídka
- Soukromá základní škola (ZŠ2) – výběrová škola v okresním městě Tábor, malotřídka

Žákovská řešení byla následně podrobena analýze:

- na víceletém gymnáziu × na základní škole × na soukromé základní škole
- na vesnici × ve městě
- závislosti úspěšnosti žáka na typu úlohy (otevřená, uzavřená)
- podle počtu vyřešených úloh
- uvnitř školy mezi ročníky

2.2.1 Výsledky výzkumného šetření

V prvním šetření řešilo úlohy pro 6. ročník 55 žáků a úlohy pro 9. ročník řešilo 54 žáků. Ve druhém šetření řešilo úlohy pro 6. ročník 63 žáků a úlohy pro 9. ročník řešilo 59 žáků. Celkem řešilo úlohy pro 6. ročník 118 žáků a úlohy pro 9. ročník 113 žáků.

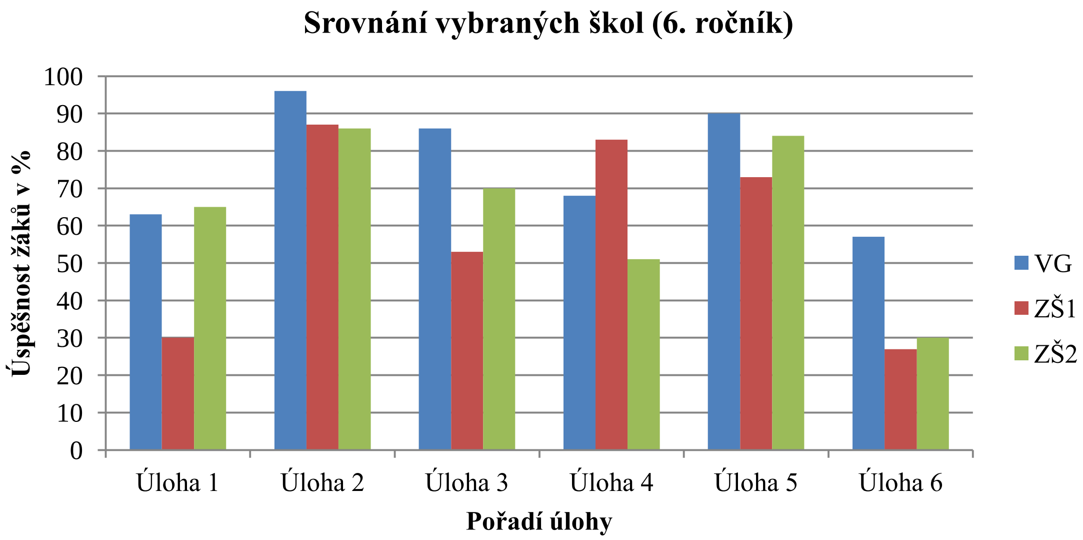
Škola	Počet žáků			
	První šetření		Druhé šetření	
	6. ročník	9. ročník	6. ročník	9. ročník
VG	21	18	30	23
ZŠ1	12	15	18	16
ZŠ2	22	21	15	20

Tabulka č. 7 Počet žáků vybraných škol

2.2.1.1 Evaluace úspěšnosti žáků na základě typu navštěvované školy (VG, ZŠ, soukromá ZŠ) a prostředí, ve kterém se žák vzdělává (město, vesnice)

Rozdíly v úspěšnosti žáků mohou být ovlivněny různými faktory, včetně prostředí, ve kterém se žák nachází, a charakteristikami školy, kterou navštěvuje. Typ školy může mít vliv na kvalitu výuky, velikost tříd či celkové prostředí. Městské a venkovské prostředí se může lišit v kvalitě infrastruktury nebo možnostech výběru škol.

2.2.1.1.1 6. ročník (prima)



Graf č. 1 Srovnání vybraných škol (6. ročník)

Z uvedených dat vyplývá, že žáci VG byli nejúspěšnější při řešení čtyř konkrétních úloh (2., 3., 5. a 6. úloha). Zvláště vynikli při geometrických úlohách (3. a 6. úloha), což naznačuje jejich silné matematické schopnosti v oblasti geometrie.

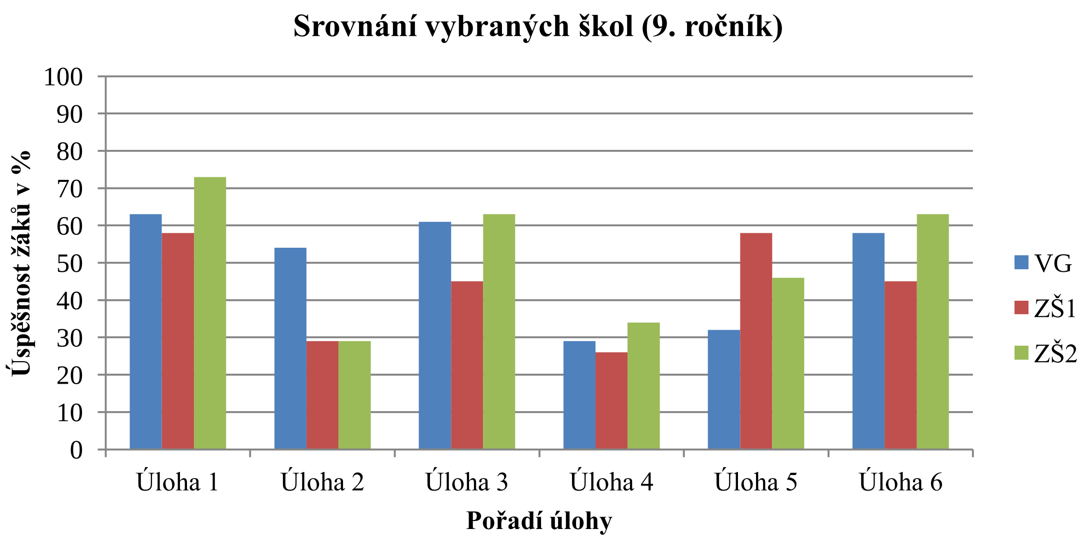
Žáci ze ZŠ2 byli celkově nejúspěšnější při řešení 1. úlohy, která vyžadovala rozložení čísel do prázdných políček tak, aby platily určité početní úkony. Tento výsledek naznačuje jejich schopnost pracovat s čísly a provádět početní operace.

Žáci ze ZŠ1 si zase nejlépe poradili s 4. úlohou, která se zaměřovala na osové souměrnosti, představivost a kreativitu. Zde se jako možné vysvětlení nabízí, že žáci vzdělávající se ve venkovském prostředí jsou více podněcováni kreativním myšlením.

Zajímavým aspektem je zjištění, že tato skutečnost podpořila hypotézu, že prostředí, ve kterém se žák vzdělává, může mít vliv na jeho výsledky. Nicméně tato hypotéza byla následně vyvrácena prostřednictvím dotazníkového šetření mezi učiteli (10 respondentů), kteří tuto možnost jednoznačně negovali.

Získaná data z tohoto šetření mohou být využita pro šetření výzkumné otázky č. 4, zda jsou žáci na začátku 2. stupně (6. ročník) stejně úspěšní jako jejich vrstevníci na víceletém gymnáziu (prima). Z výsledků je zřejmé, že obě základní školy (ZŠ1 a ZŠ2) nedosáhly takové úspěšnosti jako VG.

2.2.1.1.2 9. ročník (kvarta)



Graf č. 2 Srovnání vybraných škol (9. ročník)

V porovnání s výsledky žáků 6. ročníků byli žáci VG úspěšnější při řešení zadaných úloh než žáci obou základních škol (ZŠ1 a ZŠ2). Toto zjištění může být klíčovým argumentem výzkumné otázky č. 5, která zkoumá, zda jsou žáci na konci 2. stupně (9. ročník) méně úspěšní než jejich vrstevníci na víceletém gymnáziu (kvarta). Z dat vyplývá, že žáci z VG jsou jasně úspěšnější než žáci základních škol (ZŠ1 A ZŠ2).

Žáci VG excelovali při řešení zejména 2., 3. a 6. úlohy. Zvláště úlohy 3 a 6, které byly geometrického charakteru, naznačují, že žáci VG mají silnější základy v geometrii než žáci ZŠ.

Při řešení 4. úlohy dosahovali podobných výsledků žáci všech škol (VG, ZŠ1 a ZŠ2). Tato úloha byla časově náročná, a proto ji zvládla vypočítat přibližně třetina žáků.

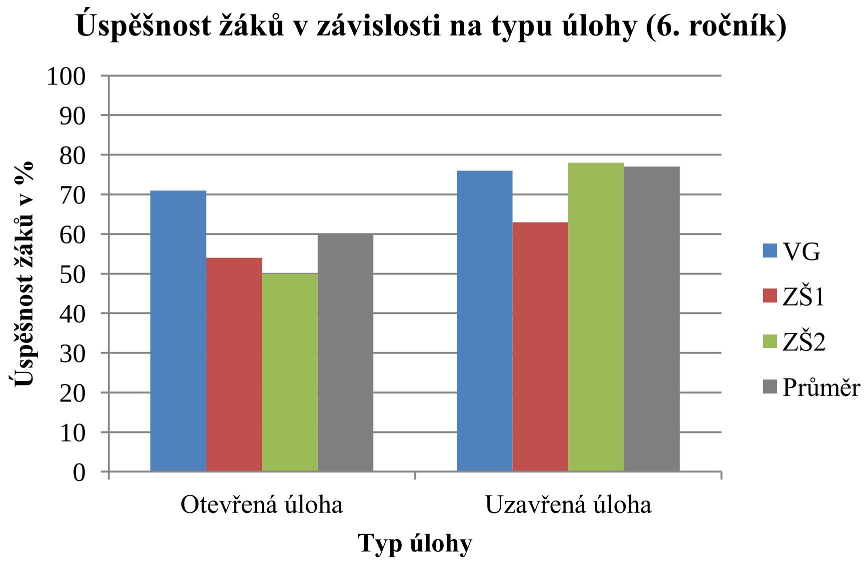
Důležitou poznámkou je, že úlohu 2 jsem úspěšně řešila jako žákyně zde uvedeného VG v 7. ročníku (sekunda). Z tohoto důvodu jsem úlohu nechala řešit žáky 9. ročníku.

2.2.1.2 Evaluace úspěšnosti žáků v závislosti na typu úlohy (otevřená, uzavřená)

Oba soubory úloh obsahují 3 úlohy otevřené a 3 uzavřené. Zjištěné úspěšnosti žáků při řešení těchto úloh mohou poskytnout náhled na to, který typ úlohy žákům více vyhovuje, protože výskyt otevřených a uzavřených úloh v souboru je vyvážený.

V otevřených úlohách musí žáci aplikovat své znalosti a svou kreativitu při řešení problémů, kde není jednoznačná odpověď. V uzavřených úlohách žáci aplikují své konkrétní znalosti, aby nalezli správné odpovědi.

2.2.1.2.1 6. ročník (prima)



Graf č. 3 Srovnání vybraných škol (6. ročník)

Soubor úloh pro 6. ročník obsahuje 3 úlohy otevřené (3., 4. a 6. úloha) a 3 uzavřené (1., 2. a 5. úloha). Z grafu jasně vyplývá, že žáci dosahují mnohem vyšší úspěšnosti při řešení uzavřených úloh ve srovnání s úlohami otevřenými. Průměrně 77 % žáků úspěšně vyřešilo uzavřené úlohy, zatímco pouze 60 % dotazovaných žáků úspěšně zvládlo úlohy otevřené.

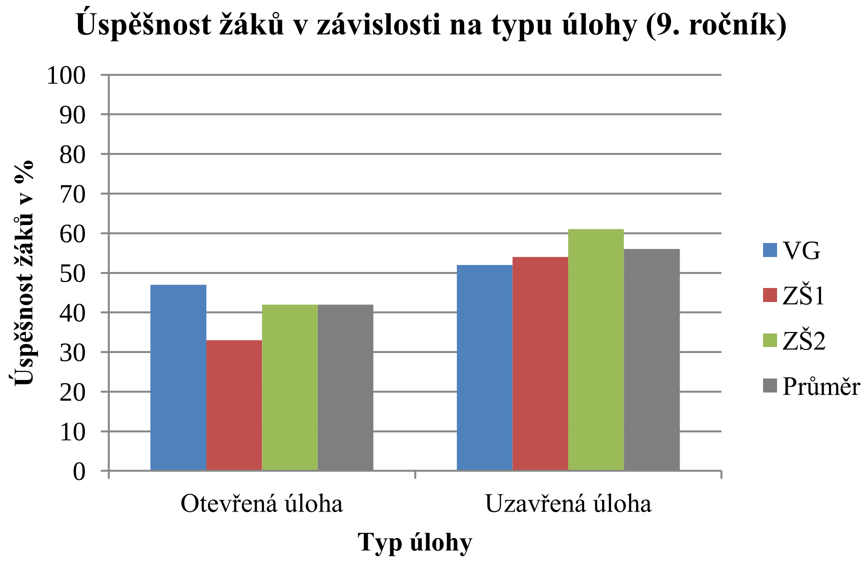
Nejmenší procentový rozdíl v úspěšnosti mezi řešením uzavřených a otevřených úloh vykazují žáci VG s rozdílem pouze 5 %. To naznačuje relativně vyrovnanou úspěšnost při řešení obou typů úloh.

U žáků ZŠ1 je patrný rozdíl v úspěšnosti mezi uzavřenými a otevřenými úlohami 9 %, což je již výraznější rozdíl.

Největší rozdíl v úspěšnosti mezi těmito typy úloh je u žáků základní školy ZŠ2, kde rozdíl dosahuje 28 %. To znamená, že žáci ZŠ2 mají výrazně vyšší úspěšnost při řešení úloh uzavřených než otevřených.

Výzkumné šetření naznačuje, že uzavřené úlohy mají mezi žáky 6. ročníku obecně vyšší akceptaci a úspěšnost než úlohy otevřené. Zároveň je patrný rozdíl v úspěšnosti mezi jednotlivými školami, což naznačuje rozdílné přístupy ke zvládání různých typů matematických úloh. Taková zjištění mohou být důležitá pro další optimalizaci výuky a vytváření vzdělávacích materiálů vhodných pro různé skupiny žáků.

2.2.1.2.2 9. ročník (kvarta)



Graf č. 4 Srovnání vybraných škol (9. ročník)

Soubor úloh pro 9. ročník obsahuje 3 úlohy otevřené (2., 4. a 6. úloha) a 3 uzavřené (1., 3. a 5. úloha). Z analýzy grafu lze jasně vyčíst, že žáci dosahovali vyšší úspěšnosti při řešení uzavřených úloh ve srovnání s úlohami otevřenými. Průměrně 56 % žáků úspěšně zvládlo uzavřené úlohy, zatímco pouze 42 % dotazovaných žáků úspěšně vyřešilo úlohy otevřené.

V porovnání s výsledky žáků 6. ročníku je procentuální rozdíl v úspěšnosti žáků 9. tříd u všech škol velmi podobný. Nejmenší rozdíl ve výsledcích je u žáků VG s rozdílem pouze 5 %. Uvedená skutečnost naznačuje celkem vyrovnanou úspěšnost při řešení různých typů úloh mezi žáky VG.

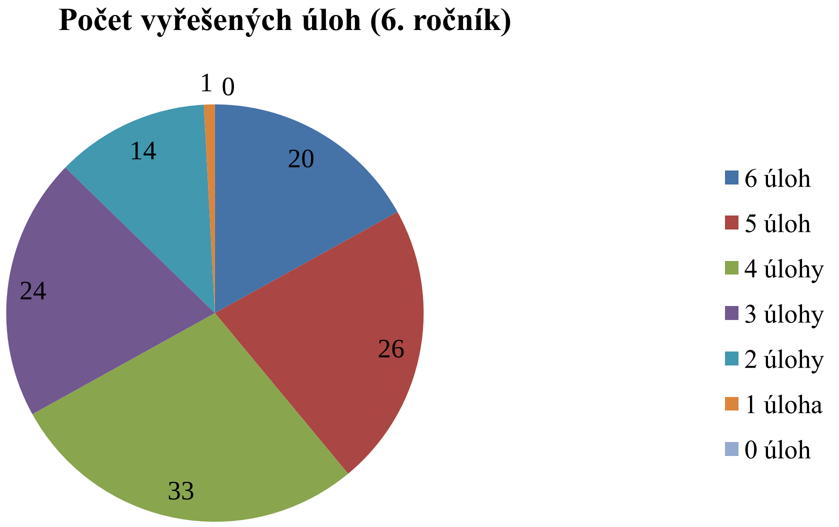
U žáků základní školy ZŠ2 je rozdíl ve výsledcích výraznější, dosahuje 19 %. Nejvyšší rozdíl ve výsledcích je zaznamenán u žáků ZŠ1, který je 21 %. Výzkumné šetření tak naznačuje, že žáci ZŠ1 a ZŠ2 mají výrazně lepší úspěšnost při řešení úloh uzavřených než otevřených.

Provedené výzkumné šetření ukazuje, že uzavřené úlohy mají obecně vyšší úspěšnost mezi žáky 9. ročníku než úlohy otevřené. Zároveň je patrné, že existují rozdíly ve výsledcích mezi jednotlivými školami, což může naznačovat různé pedagogické přístupy k výuce matematiky.

2.2.1.3 Evaluace úspěšnosti žáků na základě počtu vyřešených úloh

Analyzování úspěšnosti na základě počtu vyřešených úloh poskytuje data o výkonnosti, a umožňuje identifikovat silné a slabé stránky matematických schopností žáků. Počet vyřešených úloh může být klíčovým ukazatelem úspěšnosti v matematice a může odrážet aspekty matematického myšlení a schopností.

2.2.1.3.1 6. ročník (prima)

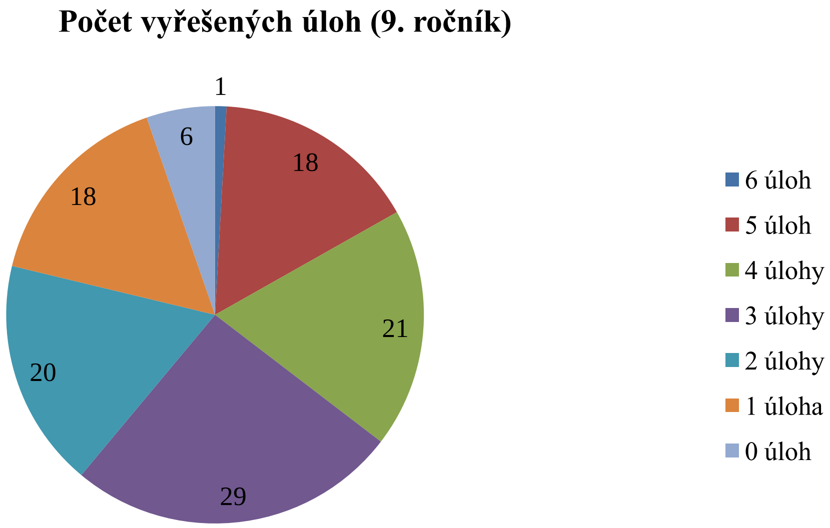


Graf č. 5 Počet vyřešených úloh (6. ročník)

VG dosahovalo v obou šetřeních nejlepších výsledků a ukázalo tak nadprůměrný výkon ve srovnání s ostatními školami. Průměrně žák 6. ročníku vypočetl čtyři úlohy. Každý žák vypočetl aspoň jednu úlohu.

Zajímavostí je, že mezi žáky VG byla poměrně vysoká míra úspěšnosti při řešení všech úloh, přičemž třetina žáků dosáhla maximálního počtu řešených úloh.

2.2.1.3.2 9. ročník (kvarta)



Graf č. 6 Počet vyřešených úloh (9. ročník)

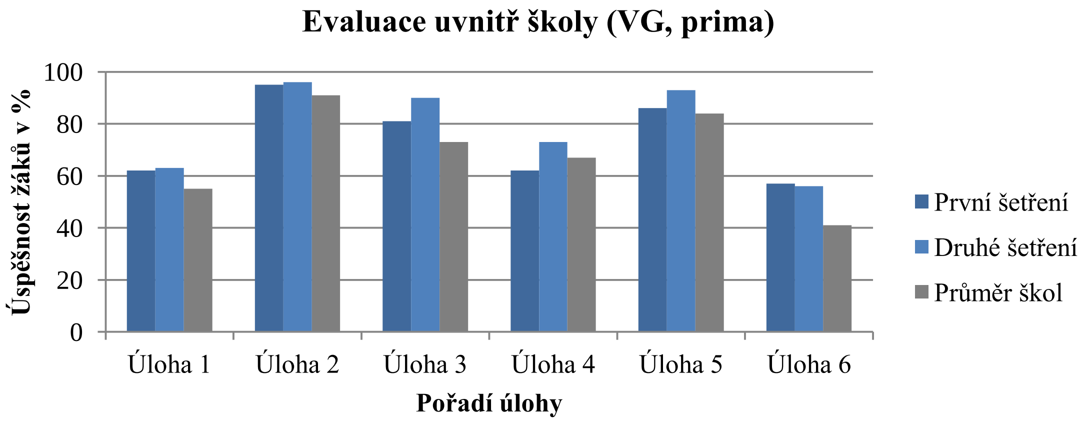
V prvním i druhém šetření se ukázalo, že nejúspěšnější bylo VG. Průměrně každý žák 9. ročníku vypočetl tři úlohy. Zároveň 5,3 % žáků nevypočetlo ani jednu úlohu, což naznačuje, že žáci měli problémy s řešením daných matematických úloh.

Úroveň úspěšnosti se mezi jednotlivými žáky a školami výrazně lišil, a to jak v průměrném počtu vypočtených úloh, tak i v počtu žáků, kteří nezvládli vypočítat ani jednu úlohu nebo naopak zvládli vypočítat všechny úlohy.

2.2.1.4 Evaluace úspěšnosti žáků uvnitř školy mezi ročníky

Evaluace umožňuje detailní analýzu toho, jak se žáci zlepšují a rozvíjejí ve svých matematických schopnostech a jak se liší mezi jednotlivými ročníky uvnitř téže školy. Analýza úspěšnosti žáků v jednotlivých ročnících poskytuje informace o rozdílech ve výkonnosti mezi žáky v různých fázích matematického vzdělávání. Evaluace je zaměřena na konkrétní školy (VG, ZŠ1, ZŠ2), kde se analyzovaly výsledky žáků 6. a 9. ročníku (u VG prima a kvarta). Zjištěné informace umožňují porovnat úspěšnost žáků v jednotlivých ročnících a identifikovat jejich silné a slabé stránky.

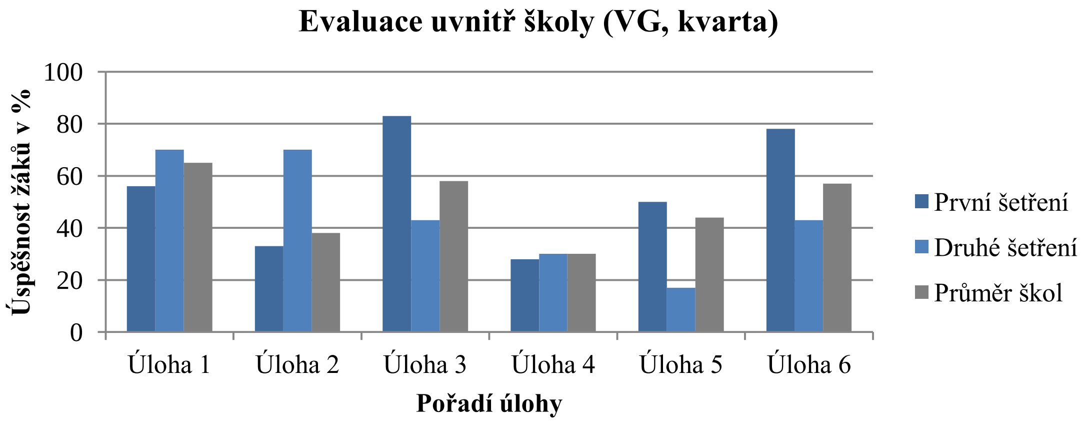
2.2.1.4.1 VG



Graf č. 7 Evaluace uvnitř školy (VG, prima)

V prvním šetření byli žáci primy nadprůměrní při řešení všech zadaných úloh. Nejvíce byli úspěšní při řešení geometrické úlohy 3 a aritmetických úloh 2 a 5.

Ve druhém šetření byla úspěšnost žáků velmi podobná. Lze konstatovat, že žáci obou šetření byli stejně úspěšní při řešení úloh 1, 2 a 6. Z větší úspěšnosti řešení 3., 4. a 5. úlohy vyplývá, že žáci druhého šetření byli celkově úspěšnější než žáci prvního šetření.

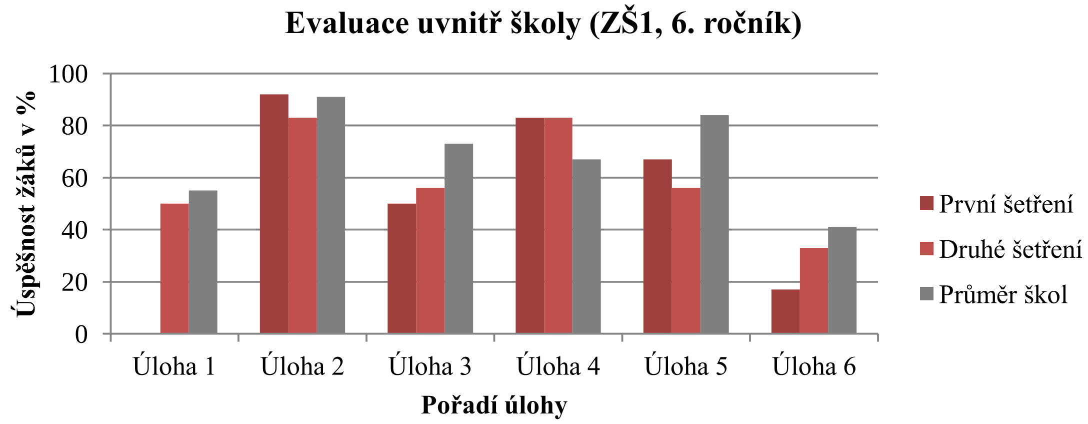


Graf č. 8 Evaluace uvnitř školy (VG, kvarta)

V prvním šetření byli žáci kvarty nadprůměrní při řešení 2., 3., 5. a 6. úlohy. Nejvíce byli úspěšní při řešení geometrických úloh 3 a 6.

Ve druhém šetření byli žáci nadprůměrní při řešení 1., 2. a 4. úlohy. Oproti prvnímu šetření byli úspěšnější při řešení 1. a 2. úlohy. Naopak žáci prvního šetření byli úspěšnější při řešení 3., 5. a 6. úlohy. Největší rozdíl v úspěšnosti řešení je patrný u 2. (37 %), 3. (40 %), 5. (33 %) a 6. (35 %) úlohy.

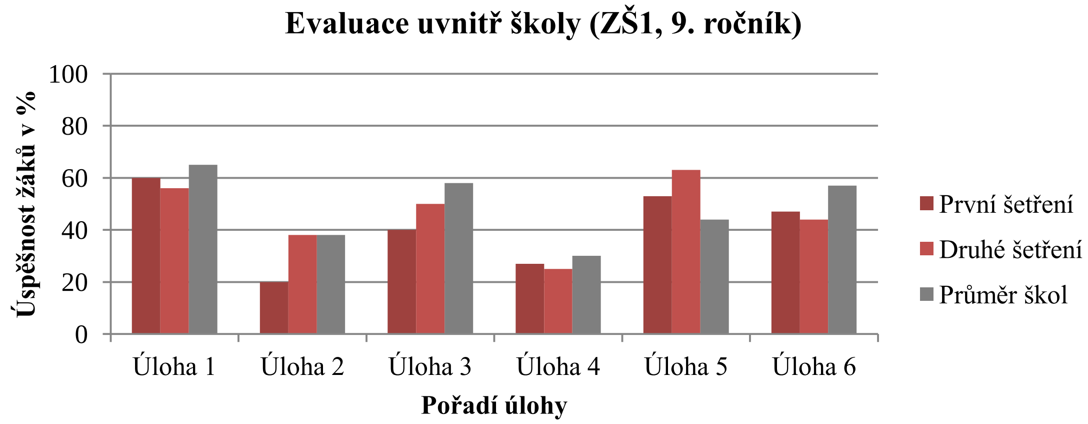
2.2.1.4.2 ZŠ1



Graf č. 9 Evaluace uvnitř školy (ZŠ1, 6. ročník)

V prvním i druhém šetření byli žáci 6. ročníku ZŠ1 nadprůměrní při řešení 4. úlohy, ve které vynikali oproti zbylým školám. Nejvíce byli úspěšní při řešení úloh 2 a 4.

Ve druhém šetření žáci ZŠ1 dosáhli vyšší úspěšnosti při řešení 1. a 6. úlohy. Naopak žáci z prvního šetření měli lepší výsledky při řešení 2. a 5. úlohy. Celkově žáci 6. ročníku ZŠ1 prokázali nadprůměrnou úspěšnost při specifických úlohách, což naznačuje určité specializované dovednosti nebo zaměření.

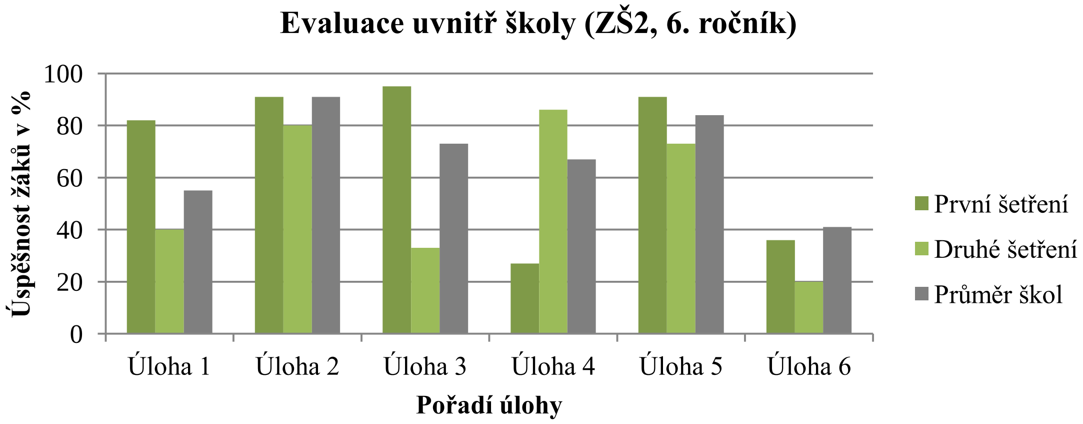


Graf č. 10 Evaluace uvnitř školy (ZŠ1, 9. ročník)

Během prvního i druhého šetření byli žáci 9. ročníku ZŠ1 nadprůměrně úspěšní při řešení 5. úlohy, kde dosahovali nejvyšších výsledků ve srovnání s ostatními úlohami a školami zapojenými do výzkumu.

Porovnáním výsledků prvního a druhého šetření se ukázalo, že ve druhém šetření žáci ZŠ1 dosáhli vyšší úspěšnosti při řešení 3. a 5. úlohy. Naopak žáci z prvního šetření měli lepší výsledky při řešení 1., 4. a 6. úlohy.

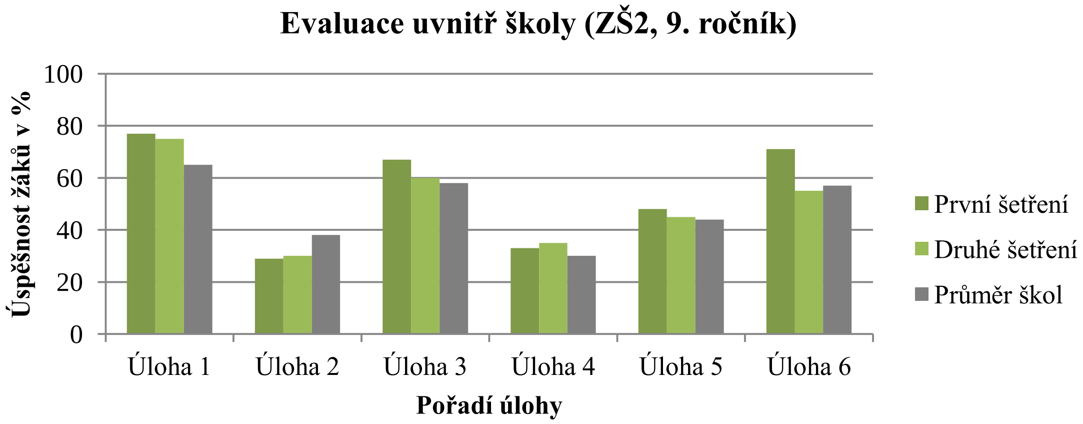
2.2.1.4.3 ZŠ2



Graf č. 11 Evaluace uvnitř školy (ZŠ2, 6. ročník)

V prvním šetření byli žáci 6. ročníku ZŠ2 nadprůměrní při řešení 1., 3. a 5. úlohy. Nejvíce byli úspěšní při řešení úlohy 2, 3 a 5.

Ve druhém šetření lze z grafu vyčíst velmi nadprůměrnou úspěšnost žáků ZŠ2 při řešení 4. úlohy. Žáci prvního šetření byli úspěšní při řešení úloh 1, 2, 3 a 5. Největší rozdíl v úspěšnosti řešení je patrný u 1. (42 %), 3. (62 %) a 4. (59 %) úlohy, což naznačuje proměnlivost ve výkonnosti žáků při různých typech úloh.



Graf č. 12 Evaluace uvnitř školy (ZŠ2, 9. ročník)

Během prvního šetření byla úspěšnost žáků 9. ročníku ZŠ2 při řešení úloh nadprůměrná kromě 2. úlohy. Nejvíce se žáci ZŠ2 vyznamenali při řešení úloh 1, 3 a 6.

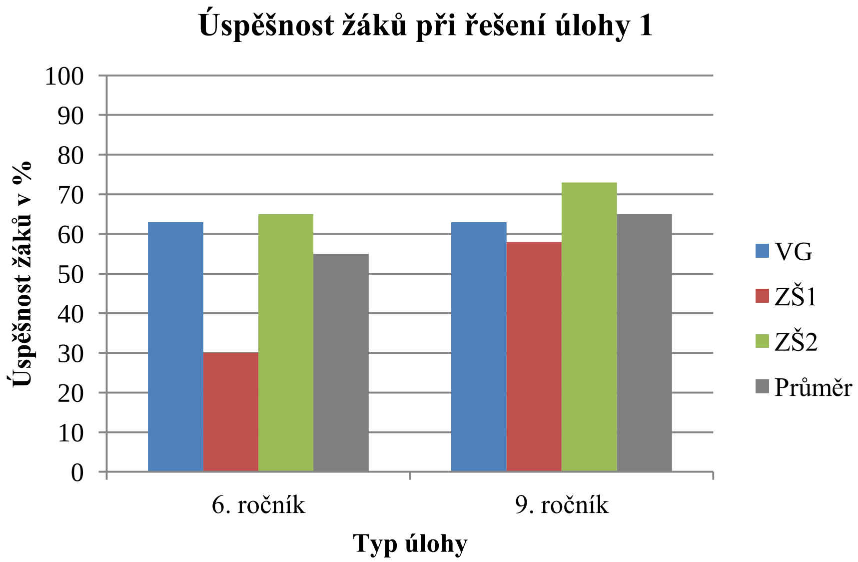
Ve druhém šetření byla opět zaznamenána nadprůměrná úspěšnost žáků ZŠ2 při řešení 1., 3., 4. a 5. úlohy. Schopnosti žáků se zdají být specializované na určité typy úloh, což může odrážet jejich matematické preference nebo schopnosti. Úspěšnost žáků ZŠ2 byla velmi podobná v obou šetřeních.

2.2.1.5 *Evaluace úspěšnosti žákovských řešení úloh 1 a 6*

V souborech pro 6. a 9. ročník byly umístěny totožné úlohy s cílem zjistit rozdíl v úspěšnosti řešení žáků na začátku a konci 2. stupně ZŠ. Předpokladem bylo, že žáci 9. ročníků budou úspěšnější při řešení těchto úloh.

Výzkumné šetření mělo ověřit, zda žáci v 9. ročníku, kteří již mají více znalostí a dovedností v matematice získaných během studia na základní škole nebo víceletém gymnáziu, dosáhnou vyšší úspěšnosti při řešení stejných úloh než žáci v 6. ročníku. Tím se sledoval se vliv postupného zvyšování matematických dovedností během studia na výsledky ve vybraných úlohách.

2.2.1.5.1 Úloha 1

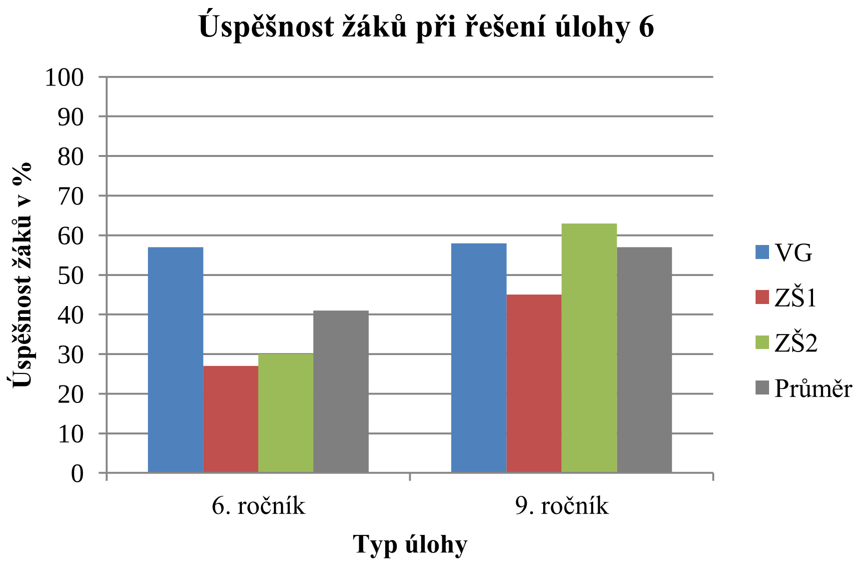


Graf č. 13 Úspěšnost žáků při řešení úlohy 1

Z výše uvedeného grafu lze vyčíst, že v průměru byli žáci 9. ročníků při řešení úloh úspěšnější než žáci 6. ročníku. Nejúspěšnější při řešení těchto úloh byli žáci ZŠ2, na druhém místě žáci VG a nejméně úspěšní byli žáci ZŠ1, a to v případě 6. ročníku i 9. ročníku.

Nejmenší rozdíl v úspěšnosti mezi 6. a 9. ročníkem byl u žáků VG, kde činil 0 %. To znamená, že žáci VG dosahovali podobné úrovně úspěšnosti bez ohledu na ročník. Rozdíl v úspěšnosti mezi 6. a 9. ročníkem byl podobný u žáků ZŠ2, kde činil 8 %. Naopak největší rozdíl v úspěšnosti mezi těmito ročníky byl u žáků ZŠ1, kde činil významných 28 %.

2.2.1.5.2 Úloha 6



Graf č. 14 Úspěšnost žáků při řešení úlohy 6

Z uvedených dat vyplývá, že žáci 9. ročníků ve srovnání s žáky 6. ročníků byli při řešení úloh v průměru o 16 % úspěšnější. Nejúspěšnějšími žáky 6. ročníku byli žáci VG, zatímco v 9. ročníku dosáhli nejlepších výsledků žáci ZŠ2.

Nejmenší rozdíl v úspěšnosti mezi 6. a 9. ročníkem byl zaznamenán u žáků VG, kde činil pouze 1 %. To naznačuje, že žáci VG si udržují podobnou úroveň úspěšnosti bez ohledu na ročník. Naopak výraznější rozdíl v úspěšnosti byl zaznamenán u žáků ZŠ1, kde rozdíl mezi 6. a 9. ročníkem dosáhl 18 %. Největší rozdíl v úspěšnosti mezi těmito ročníky byl pozorován u žáků ZŠ2, kde byl rozdíl 33 %.

2.2.1.5.3 Poznámka

Zajímavým fenoménem, který lze vyčíst z grafů úspěšností úloh 1 a 6, je prakticky neexistující rozdíl v případě VG, protože po vyhodnocení obou šetření vymizel rozdíl v úspěšnosti mezi 6. a 9. ročníkem při řešení obou úloh.

Možným důvodem větší úspěšnosti žáků ZŠ2 u některých úloh může být skutečnost, že žáci VG v úlohách hledali neexistující problém. Je běžnou praxí, že když žáci VG dostanou k řešení banální úlohu, začnou v ní hledat složitosti, díky čemuž úlohu překombinují a následně nevypočítají.

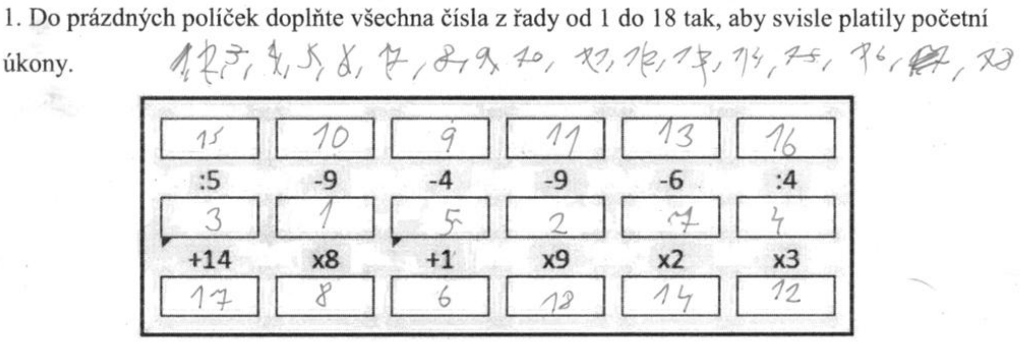
2.2.2 Analýza žákovských řešení

Úlohy ze souborů byly podrobně analyzovány z hlediska použitých postupů. Všechny žákovské chyby byly sepsány a jsou uvedeny s žákovskými ukázkami. Duplicitní úlohy 1 a 6 jsou uvedeny jednou. V závorce u hlavičky úloh je uvedeno, celkem kolik procent žáků úlohu vyřešilo. Procenta jsou zaokrouhlena na jednotky.

2.2.2.1 Úloha 6.1 (55 %) a 9.1 (65 %) [celkem 60 %]

O vyřešení úlohy se nepokusilo celkově 6 % žáků a 34 % žáků úlohu nevyřešilo. V několika případech (4,5 %) udělal žák numerickou chybu při sčítání, ale zbytek úlohy byl jinak správně. Z toho důvodu byla úloha uznána.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:

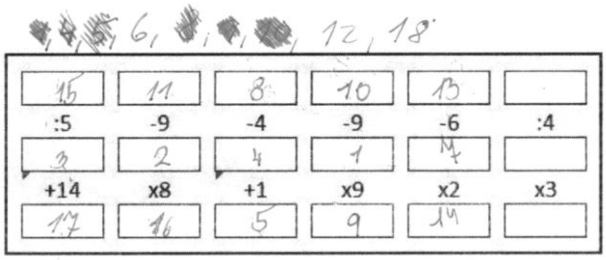


Obrázek č. 19 Ukázkové řešení úlohy 6.1 a 9.1

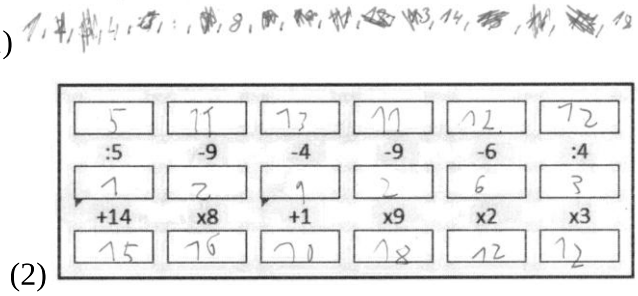
Nejčastější chyby řešení:

(1) Žák strategicky vypsal čísla, úlohu začal správně řešit, ale nakonec nedokončil. Možným důvodem ztráta zájmu úlohu dokončit kvůli její náročnosti.

(2) Některá čísla špatně umístěna či úloha nepochopena.



(1)



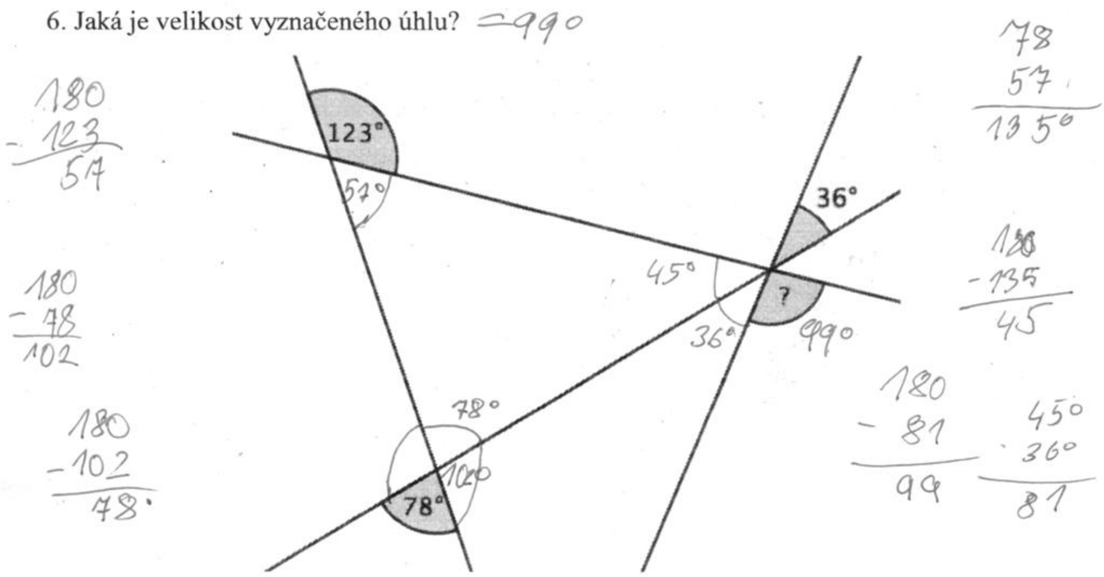
(2)

Obrázek č. 20 Nesprávná řešení úlohy 6.1 a 9.1

2.2.2.2 *Úloha 6.6 (41 %) a 9.6 (57 %) [celkem 48 %]*

O vyřešení úlohy se nepokusilo celkově 10 % žáků a 42 % žáků úlohu nevyřešilo.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:

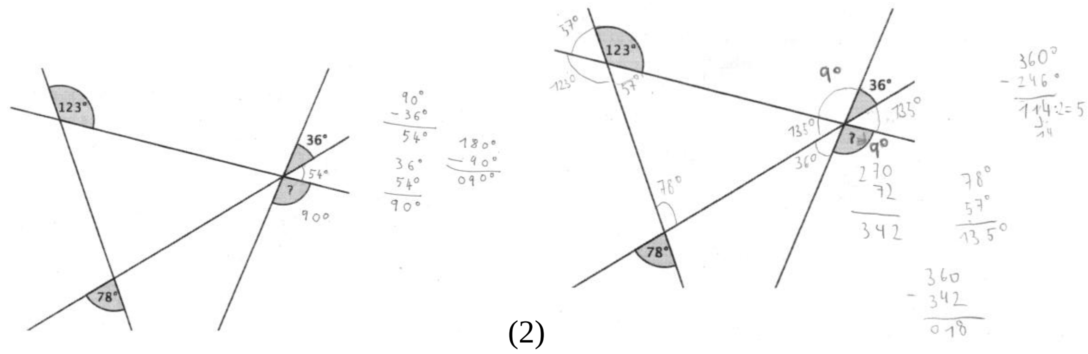


Obrázek č. 21 Ukázkové řešení úlohy 6.6 a 9.6

Nejčastější důvody nevyřešení úlohy:

(1) Zjednodušení si problému

(2) Nedostatečné osvojení látky či neznalost součtu úhlů v trojúhelníku, úhlů vrcholových, vedlejších, souhlasných a střídavých.



(1) (2)

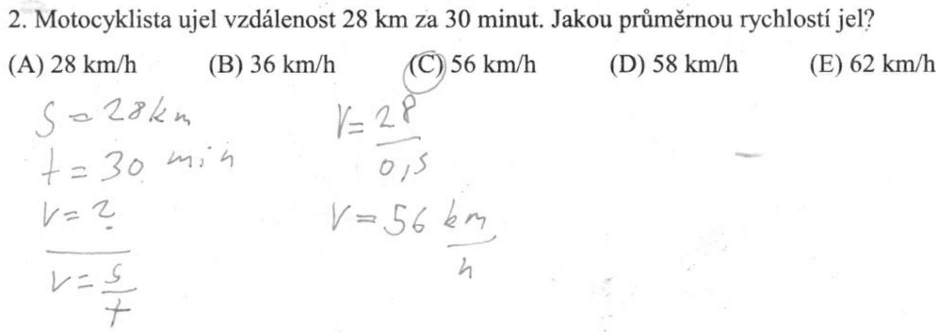
Obrázek č. 22 Nesprávná řešení úlohy 6.6 a 9.6

2.2.2.3 *Úloha 6.2 (91 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 2 % žáků a 7 % žáků úlohu nevyřešilo. Úloha byla vybrána kvůli propojení s běžnými znalostmi a mezipředmětovému vztahu s fyzikou.

Většina žáků řešila úlohu zpaměti, nepotřebovala pomocný výpočet či zápis a rovnou označili řešení. Několik žáků (7,5 %) pracovalo se vzorcem průměrné rychlosti, kterou znají z fyziky.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:


2. Motocyklista ujel vzdálenost 28 km za 30 minut. Jakou průměrnou rychlostí jel?

(A) 28 km/h (B) 36 km/h (C) 56 km/h (D) 58 km/h (E) 62 km/h

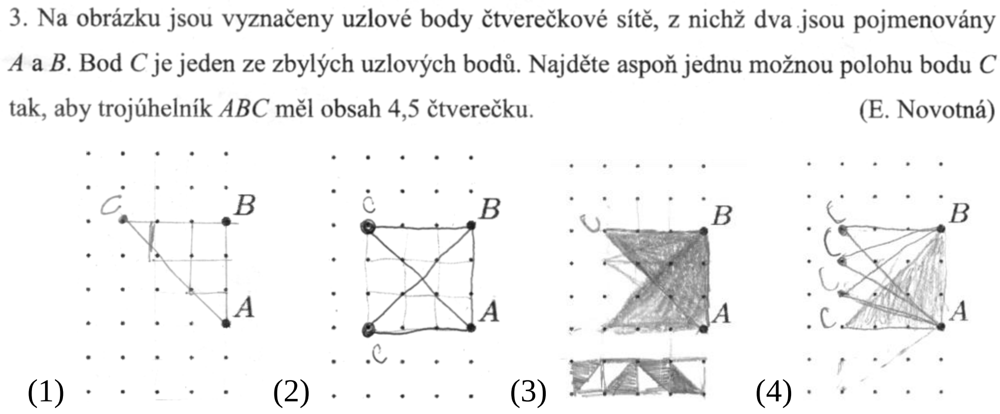
Obrázek č. 23 Ukázkové řešení úlohy 6.2

2.2.2.4 *Úloha 6.3 (73 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 18 % žáků a 9 % žáků úlohu nevyřešilo. Jako jediná měla tato úloha více řešení. Většina žáků zakreslila do čtverečkované sítě řešení jedno.

Nejčastěji se objevovalo řešení C_1/C_2 (viz autorské řešení). 10,3 % žáků zakreslilo typ řešení C_3/C_4.

Ukázková žákovská řešení úlohy:


3. Na obrázku jsou vyznačeny uzlové body čtverečkové sítě, z nichž dva jsou pojmenovány *A* a *B*. Bod *C* je jeden ze zbylých uzlových bodů. Najděte aspoň jednu možnou polohu bodu *C* tak, aby trojúhelník *ABC* měl obsah 4,5 čtverečku. (E. Novotná)

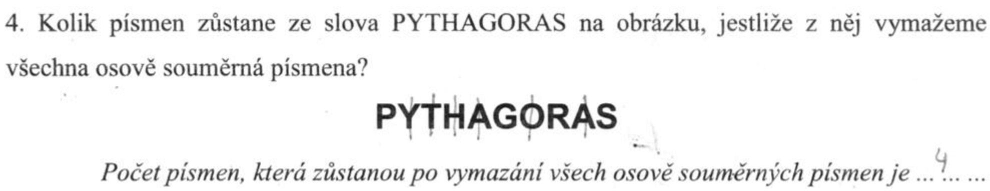
Obrázek č. 24 Ukázková řešení úlohy 6.3

Někteří žáci zakreslili (1) jedno řešení (typ C_2), (2) dvě řešení (C_1 a C_2), (3) tři řešení (C_1, C_2, C_4) nebo (4) čtyři řešení (C_1, C_2, C_3, C_4).

2.2.2.5 *Úloha 6.4 (67 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 4 % žáků a 29 % žáků úlohu nevyřešilo.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:


4. Kolik písmen zůstane ze slova PYTHAGORAS na obrázku, jestliže z něj vymažeme všechna osově souměrná písmena?

PYTHAGORAS

Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je ...4... ...

Obrázek č. 25 Ukázkové řešení úlohy 6.4

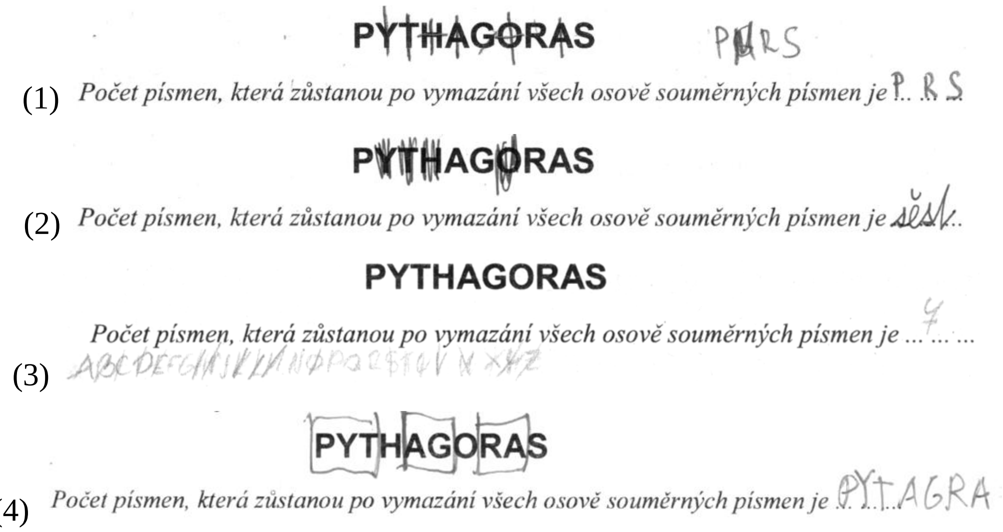
Nejčastější chyby řešení:

(1) „Vynechání“ písmene G/R – Zbyly 3 osově nesouměrná písmena P, S a R/G.

(2) Písmen zbylo 5 nebo 6 – Možným důvodem nejistota o osové souměrnosti písmena A nebo S, počítání stejného písmene dvakrát nebo chyba ve čtenářské gramotnosti (špatně pochopené zadání).

(3) Mezinárodní abeceda – Vypsání všech písmen a vyškrtání některých z nich (souměrná osově, středově či nesouměrná). Jako výsledek uvedena číslice 7.

(4) Úloha nepochopena.


(1) PYTHAGORAS PRS
Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je P. R S

(2) PYTHAGORAS
Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je šest

(3) PYTHAGORAS
Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je 7

(4) PYTHAGORAS
Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je PYTAGRA

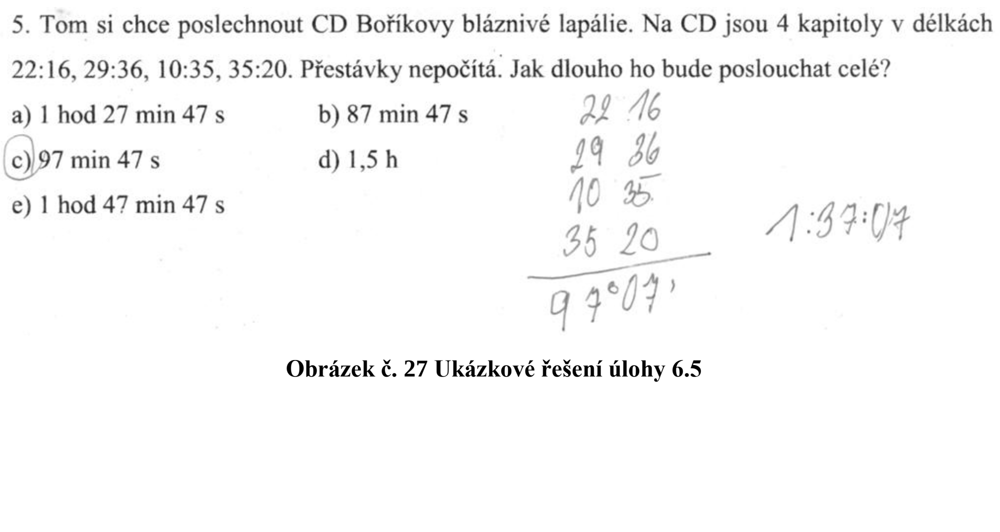
Obrázek č. 26 Nesprávná řešení úlohy 6.4

2.2.2.6 *Úloha 6.5 (84 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 4 % žáků a 12 % žáků úlohu nevyřešilo. Většina žáků má osvojeny znalosti převodů jednotek času (*s*, *min*, *h*).

Pokud byla úloha správně vyřešena, ale došlo ke špatné koncové úvaze (označeno nesprávné písmeno), úloha byla uznána.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:


5. Tom si chce poslechnout CD Boříkovy bláznivé lapálie. Na CD jsou 4 kapitoly v délkách 22:16, 29:36, 10:35, 35:20. Přestávky nepočítá. Jak dlouho ho bude poslouchat celé?

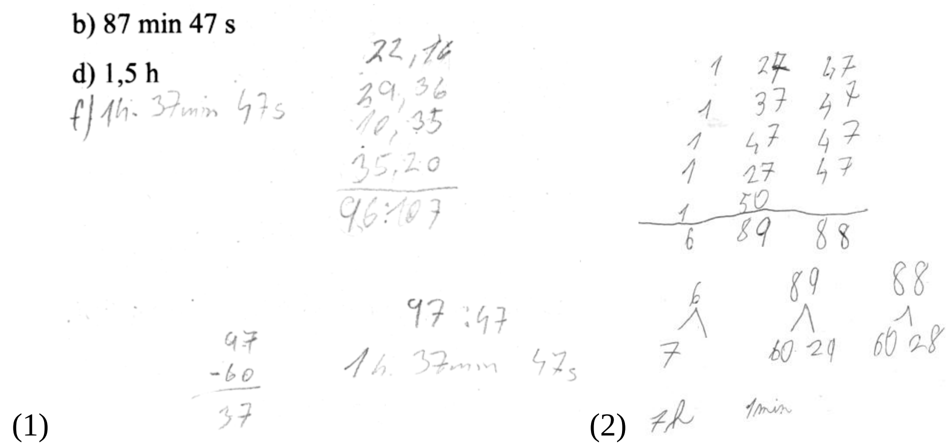
a) 1 hod 27 min 47 s b) 87 min 47 s
c) 97 min 47 s d) 1,5 h
e) 1 hod 47 min 47 s

Obrázek č. 27 Ukázkové řešení úlohy 6.5

Nejčastější důvody nevyřešení úlohy:

(1) Správné sečtení délek kapitol, převedení jednotek a následné vytvoření vlastního řešení úlohy (f). Protože byl výsledek správný, úloha byla uznána.

(2) Sečtení všech nabízených možností řešení. Výsledek uveden jako řešení úlohy.



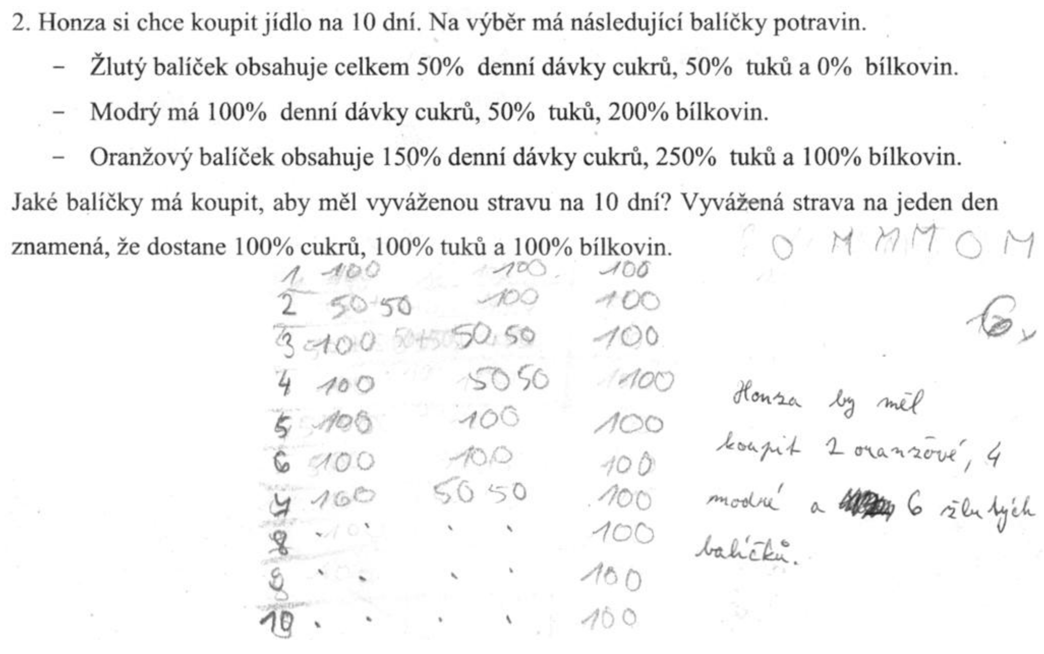
Obrázek č. 28 Nesprávná řešení úlohy 6.5

2.2.2.7 *Úloha 9.2 (38 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 30 % žáků a 32 % žáků úlohu nevyřešilo. 8,5 % žáků uvedlo, že je zadání nejasné.

Několik žáků argumentovalo, že není sděleno, zda něco nemůže zbýt. Z tohoto důvodu napsali odpověď, že by stačilo koupit 10 oranžových balíčků. Protože se nejedná o matematizaci uvedené situace, nebyla úloha uznána.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:


2. Honza si chce koupit jídlo na 10 dní. Na výběr má následující balíčky potravin.

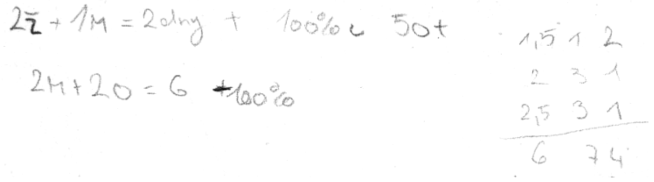
- Žlutý balíček obsahuje celkem 50% denní dávky cukrů, 50% tuků a 0% bílkovin.
- Modrý má 100% denní dávky cukrů, 50% tuků, 200% bílkovin.
- Oranžový balíček obsahuje 150% denní dávky cukrů, 250% tuků a 100% bílkovin.

Jaké balíčky má koupit, aby měl vyváženou stravu na 10 dní? Vyvážená strava na jeden den znamená, že dostane 100% cukrů, 100% tuků a 100% bílkovin.

Honza by měl koupit 2 oranžové, 4 modré a 6 žlutých balíčků.

Obrázek č. 29 Ukázkové řešení úlohy 9.2

Nejčastější důvodem nevyřešení úlohy bylo uvedení zápisu úlohy bez jakéhokoliv dalšího výpočtu či úloha nebyla dotažena do konce.

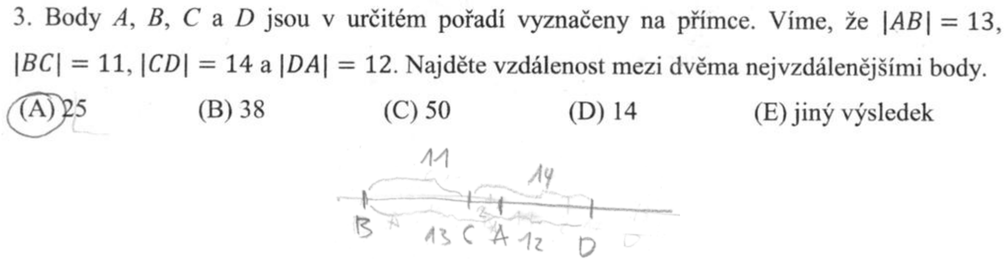


Obrázek č. 30 Nesprávná řešení úlohy 9.2

2.2.2.8 *Úloha 9.3 (58 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 6 % žáků a 36 % žáků úlohu nevyřešilo.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:

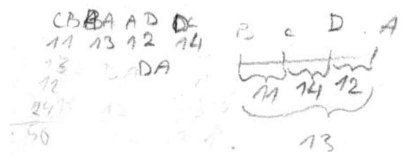


3. Body A, B, C a D jsou v určitém pořadí vyznačeny na přímce. Víme, že $|AB| = 13$, $|BC| = 11$, $|CD| = 14$ a $|DA| = 12$. Najděte vzdálenost mezi dvěma nejvzdálenějšími body.

(A) 25 (B) 38 (C) 50 (D) 14 (E) jiný výsledek

Obrázek č. 31 Ukázkové řešení úlohy 9.3

Nejčastější chybou bylo nesprávné umístění délky jedné úsečky.

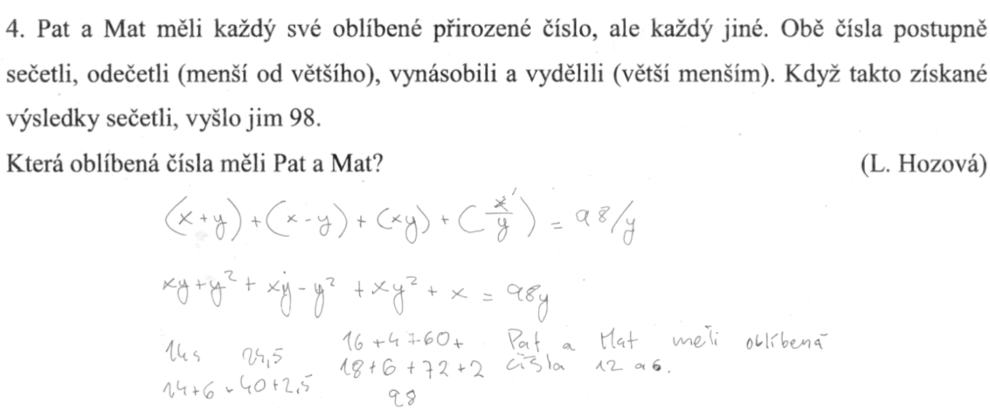


Obrázek č. 32 Nesprávná řešení úlohy 9.3

2.2.2.9 *Úloha 9.4 (30 %)*

O vyřešení úlohy se nepokusilo 27 % žáků a 43 % žáků úlohu nevyřešilo. Jeden žák mylně uvedl, že úloha nemá řešení. Nejčastěji žák vytvořil rovnici a dále nepostupoval.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:



4. Pat a Mat měli každý své oblíbené přirozené číslo, ale každý jiné. Obě čísla postupně sečetli, odečetli (menší od většího), vynásobili a vydělili (větší menším). Když takto získané výsledky sečetli, vyšlo jim 98.

Která oblíbená čísla měli Pat a Mat? (L. Hozová)

$$(x+y)+(x-y)+(xy)+\left(\frac{x}{y}\right)=98/y$$

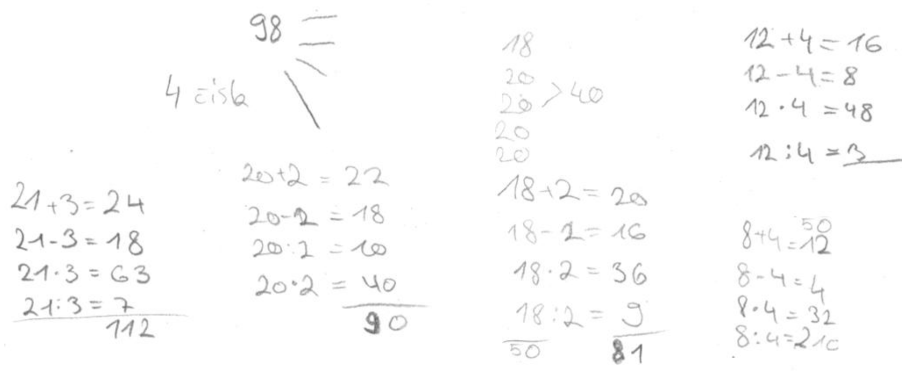
$$xy+y^2+xy-y^2+xy^2+x=98y$$

16 + 4 + 60 +
18 + 6 + 72 + 2
98

Pat a Mat měli oblíbená čísla 12 a 6.

Obrázek č. 33 Ukázkové řešení úlohy 9.4

Někteří žáci řešili úlohu metodou pokus–omyl, kde manipulací se dvěma čísly a provádění všech základních aritmetických operací (sčítání, odčítání, dělení, násobení) někdy dospěli ke správnému výsledku.



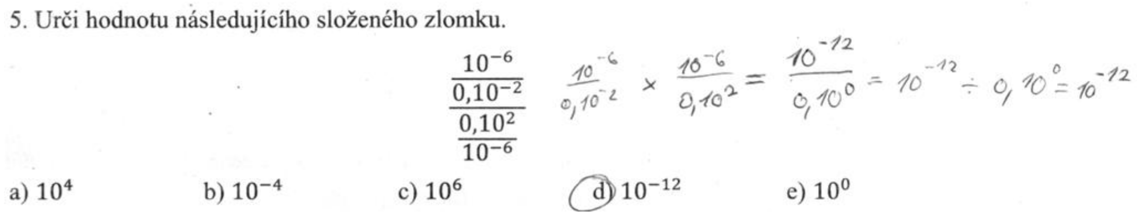
Obrázek č. 34 Nedokončené řešení úlohy 9.4 (metoda pokus–omyl)

2.2.2.10 Úloha 9.5 (44 %)

O vyřešení úlohy se nepokusilo 17 % žáků a 39 % žáků úlohu nevyřešilo. Většina žáků řešila úlohu zpaměti a nepotřebovala pomocný výpočet či zápis úlohy.

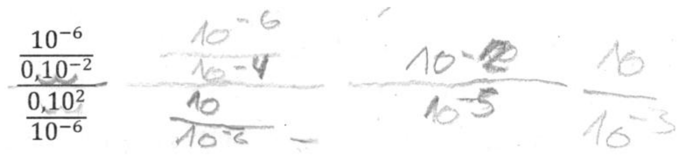
Ve dvou případech žáci napsali na soubor úloh vzkaz, že uvedenou úlohu vypočetl pomocí kalkulačky. Z tohoto důvodu mu úloha nebyla uznána.

Ukázkové žákovské řešení úlohy:



Obrázek č. 35 Ukázkové řešení úlohy 9.5

Jedinou možnou chybou byla nesprávná úprava zlomku.



Obrázek č. 36 Nesprávné řešení úlohy 9.5

Diskuze

Výsledky evaluace úspěšnosti žáků matematických úloh ve vybraných školách a ročnících naznačují, že žáci na víceletém gymnáziu dosahují v matematice výrazně vyšší úspěšnosti než žáci základních škol. Výsledky výzkumného šetření se shodují s předchozími výzkumy, které naznačovaly výhody diferenciovaného typu škol. Zároveň poskytují nové poznatky o dovednostech žáků na ZŠ.

Provedené výzkumné šetření podporuje existující teorie o vlivu školního prostředí na výkonnost žáků. Získané informace umožňují identifikaci silných a slabých stránek žáků v jednotlivých fázích jejich vzdělávání. Rozdíly v úspěšnosti mezi ročníky naznačují postupný růst v matematických schopnostech s postupem vzdělávání.

Z analýzy šetření vyplývá, že žáci VG vykazovali největší úspěšnost při řešení zadaných souborů úloh. Zejména vynikali v geometrických úlohách, což svědčí o jejich silných matematických schopnostech v oblasti geometrie. Naopak žáci ZŠ2 excelovali především při řešení algebraických úloh. Žáci ZŠ1 nejvíce ukázali své matematické schopnosti v úloze týkající se osové souměrnosti, představivosti a kreativity.

Žáci dosahují vyšší úspěšnosti při řešení uzavřených úloh než při řešení úloh otevřených, přičemž je tento jev pozorovatelný napříč všemi typy škol. Možným důvodem vyšší úspěšnosti při řešení uzavřených úloh může být skutečnost, že uzavřené úlohy umožňují žákům řešit úlohu „od zadu“. To znamená, že žák může začít s konečným cílem a postupně se vrátit k výchozímu stavu, čímž si ověřuje správnost a platnost svého postupu. Vyšší úspěšnost žáků pří řešení uzavřených úloh může ukazovat na jejich schopnost aplikovat naučené postupy.

Možným důvodem občasných velkých rozdílů mezi šetřeními uvnitř školy může být skutečnost, že ročníky vyučuje vždy jiný učitel, který má svůj styl výuky a preferuje jiné metody. Uvedené tvrzení potvrzuje skutečnost, že stejný vyučující na ZŠ2 učil oba po sobě jdoucí ročníky, a z tohoto důvodu jsou jejich výsledky téměř totožné. Oproti tomu, jako vysvětlení velmi podobných výsledků primy VG, se nabízí podobnost zadávaných souborů úloh s přijímacími zkouškami na víceleté gymnázium.

Celkově je evaluace žákovských řešení značně omezena malým vzorkem škol a ročníků, což může ovlivnit obecnost závěrů. Pro budoucí výzkum by bylo zajímavé rozšířit analýzu na větší vzorek škol a sledovat dlouhodobý vývoj matematických schopností žáků.

Zodpovězení výzkumných otázek

Pomocí odborné literatury a kvantitativního výzkumného šetření je možné zodpovědět stanovené výzkumné otázky (VO). Závěry jsou založeny na základě různých faktorů včetně typu školy (víceleté gymnázium × základní škola × soukromá základní škola) nebo prostředí (vesnice × město), ve kterém se žák vzdělává.

Jsou žáci, kteří se vzdělávají na víceletých gymnáziích, úspěšnější při řešení zadaných úloh než žáci běžných základních škol?

Ano. V rámci výzkumného šetření se zjistilo, že žáci na víceletých gymnáziích (VG) dosahují vyšší úspěšnosti při řešení matematických úloh než žáci běžných základních škol (ZŠ1 a ZŠ2). Tato vyšší úspěšnost se projevila zejména v geometrických úlohách, což naznačuje, že žáci na gymnáziích mají silnější matematické dovednosti v oblasti geometrie. Toto zjištění je v souladu s očekáváním, že diferenciovaný vzdělávací přístup na gymnáziích přispívá k většímu rozvoji matematických schopností u žáků.

Jsou žáci městských ZŠ úspěšnější než žáci vesnické ZŠ?

Ano. Provedené šetření naznačuje, že existují rozdíly v úspěšnosti žáků městských a vesnických ZŠ v závislosti na typech matematických úloh. Žáci z vesnické ZŠ (ZŠ1) excelují především v kreativních úlohách, což může být ovlivněno menším konkurenčním prostředím a rodinným přístupem učitelů. Na druhou stranu žáci z městských ZŠ (VG a ZŠ2) vykazují lepší výsledky v úlohách s algebraickými operacemi. Tato variabilita naznačuje, že prostředí školy může mít různý vliv na rozvoj matematických schopností žáků.

Má prostředí, ve kterém se žák vzdělává, vliv na žákovy výsledky?

Ano. Výsledky výzkumu jednoznačně potvrzují, že prostředí, ve kterém se žák vzdělává, má vliv na jeho výsledky. Například žáci na víceletých gymnáziích dosahují obecně vyšší úspěšnosti než žáci základních škol, což je pravděpodobně ovlivněno diferenciovaným vzdělávacím přístupem a většími nároky na gymnáziích. I když někteří učitelé negovali vliv prostředí, analyzovaná data jasně ukazují na existenci rozdílů v úspěšnosti žáků v závislosti na typu školy.

Jsou žáci na začátku 2. stupně (6. ročník) stejně úspěšní jako jejich vrstevníci na víceletém gymnáziu (prima)?

Ne. Na základě provedeného výzkumného šetření dosahují žáci na víceletých gymnáziích (prima) vyšší úspěšnosti než žáci 6. ročníků základních škol (ZŠ1 a ZŠ2). Zmíněný rozdíl může být důsledkem diferenciovaného vzdělávacího přístupu na gymnáziích, který má za následek lepší připravenost žáků na zadané matematické úlohy.

Jsou žáci na konci 2. stupně (9. ročník) méně úspěšní než jejich vrstevníci na víceletém gymnáziu (kvarta)?

Ano. Z výzkumného šetření vyplývá, že žáci na víceletých gymnáziích (kvarta) dosahují v průměru vyšší úspěšnosti než žáci 9. ročníků základních škol (ZŠ1 a ZŠ2). Tato vyšší úspěšnost je pravděpodobně důsledkem pokročilejšího vzdělání, diferenciovaného vzdělávacího přístupu na gymnáziích a většího rozvoje matematických schopností u žáků.

Závěr

V rámci této diplomové práce byly zkoumány matematické schopnosti žáků na vybraných školách, konkrétně se zaměřením na žáky 6. a 9. ročníku na základě typu školy (základní škola × víceleté gymnázium). V praktické části bylo provedeno dvojí kvantitativní výzkumné šetření (jaro 2023 a jaro 2024), které analyzovalo výsledky matematických úloh řešených žáky.

Získané výsledky potvrdily, že žáci na víceletých gymnáziích (VG) dosahují významně vyšší úspěšnosti v matematice než žáci základních škol (ZŠ1 a ZŠ2). Tato zjištění jsou v souladu s předchozími výzkumy a naznačují výhody diferenciovaného vzdělávání na víceletých gymnáziích.

Analýza šetření rovněž podporuje existující teorie o vlivu školního prostředí na výkonnost žáků. Z výsledků vyplynulo, že rozdíly v úspěšnosti mezi školami a jejich ročníky jsou patrné a naznačují postupný růst matematických schopností s postupem vzdělávání.

Výsledky výzkumného šetření mají významný potenciál pro pedagogickou praxi, neboť umožňují identifikaci silných a slabých stránek žáků v jejich vzdělávání.

Pro budoucí výzkum by bylo dobré rozšířit analýzu o větší počet škol a sledovat dlouhodobý vývoj matematických schopností žáků. Tímto způsobem lze získat komplexnější pohled na faktory ovlivňující úspěšnost v matematice a přispět k dalšímu pochopení této problematiky.

Použitá literatura a zdroje

Odborné články:

1. CALÁBEK, Pavel a kol. *Péče o matematické talenty v České republice*. Olomouc: UP 2007.
2. GREGER, David a Markéta HOLUBOVÁ. *Postoje učitelů k časnému rozdělování žáků a jejich zkušenosti s přechodem žáků do víceletých gymnázií.* (*Pedagogický časopis)* Praha: Univerzita Karlova v Praze 2010.
3. MOURALOVÁ, Magdalena. *Postoje českých učitelů k vnější diferenciaci žáků a možné hodnotové kořeny těchto postojů*. (*Orbis scholae)* Praha: Karolinum 2013.
4. PALEČKOVÁ, Jana, Vladislav TOMÁŠEK a kol. *Hlavní zjištění PISA 2012. Matematická gramotnost patnáctiletých žáků.* Praha: Česká školní inspekce 2013. ISBN 978-80-905632-0-9
5. STRAKOVÁ, Jana a David GREGER. *Faktory ovlivňující přechod žáků 5. ročníků na osmileté gymnázium.* (*Orbis scholae)* Praha: Karolinum 2013.

Učebnice:

1. BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6 Aritmetika*. Praha: Fraus, 2007. ISBN: 978-80-7238-654-3.
2. BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6 Aritmetika. Příručka učitele*. Praha: Fraus, 2007. ISBN: 978-80-7238-658-1
3. BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 9 Algebra*. Praha: Fraus, 2010. ISBN: 978-80-7238-689-5.
4. HERMAN, Jiří a kol. *Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií – Úvodní opakování (prima)*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN: 978-80-7196-080-5.
5. HERMAN, Jiří a kol. *Matematika pro nižší ročníky víceletých gymnázií – Rovnice a jejich soustavy (kvarta)*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN: 978-80-7196-137-6.
6. KADLEČEK, Jiří a Oldřich ODVÁRKO. *Matematika pro 6. ročník ZŠ – 1. díl (Opakování z aritmetiky a geometrie).* Praha: Prometheus, 2011. ISBN: 978-80-7196-410-0.

7. KADLEČEK, Jiří a Oldřich ODVÁRKO. *Matematika pro 9. ročník ZŠ – 1. díl (Soustavy rovnic, funkce, lomené výrazy).* Praha: Prometheus, 2011. ISBN: 978-80-7196-439-1.
8. MATASOVÁ, Blanka a kol. *HRAVÁ MATEMATIKA 6 Učebnice pro 6. ročník ZŠ a víceletá gymnázia Aritmetika*. Praha: Taktik, 2019. ISBN: 978-80-7563-192-3.
9. PRESOVÁ, Jana, Jana DAVIDOVÁ a Dana HERMOCHOVÁ. *HRAVÁ MATEMATIKA 9 Pracovní sešit pro 9. ročník ZŠ.* Praha: Taktik, 2014. ISBN: 978-80-87881-21-7.

Internetové zdroje:

1. ČŠI. 2023. Mezinárodní šetření. *Česká školní inspekce.* [Online] 2023. [Citace: 17. Listopad 2023.] https://www.csicr.cz/cz/Mezinarodni-setreni
2. GREGER, David, Patrícia MARTINKOVÁ a kol. 2017. Přidaná hodnota VG. *Pedf.cuni.cz/CLoSE* [Online] 2017. [Citace: 4. Listopad 2023.] https://pedf.cuni.cz/PEDF-865-version1-tz_close2017pridana_hodnotavg_.pdf
3. HUČÍN, Jan. Srovnávací testy pro ZŠ (Stonožka). *Scio*. [Online] 2012. [Citace: 4. Listopad 2023.] https://download.scio.cz/kea_stzs/TK_09_2012/kea_analyza_2005_2011_souhrn.pdf
4. MASO. 2022. O soutěži. *Maso.mff.cuni.cz* [Online] 2022. [Citace: 24. Září 2022.] http://maso.mff.cuni.cz/
5. MATEMATICKÝ KLOKAN. 2022. *Matematickyklokan.cz* [Online] 2022. [Citace: 24. Září 2022.] https://matematickyklokan.net/
6. MENSA. 2022. Aktuality. *Logická olympiáda* [Online] 2022. [Citace: 24. Září 2022.] https://www.logickaolympiada.cz/
7. MO. 2022. Úvod. *Matematická olympiáda* [Online] 2022. [Citace: 24. Září 2022.] http://www.matematickaolympiada.cz/
8. MŠMT. 2011. Doporučené učební osnovy. *Rvp.cz* [Online] 2022. [Citace: 4. Červenec 2022.] http://www.vuppraha.rvp.cz/wp-content/uploads/2011/03/Doporucene-ucebni-osnovy-predmetu-CJL-AJ-a-M-pro-zakladni-skolu.pdf

9. PANGEA. 2021. O soutěži. *Pangea.cz* [Online] 2021. [Citace: 24. Září 2022.] https://www.pangeasoutez.cz/
10. PIKOMAT MFF UK. 2022. O Pikomatu. *Pikomat.mff.cuni.cz* [Online] 2022. [Citace: 28. Září 2022.] https://pikomat.mff.cuni.cz/
11. PYTHAGORIADA. 2021. Pythagoriáda. *Pythagoriáda.cz* [Online] 2021. [Citace: 24. Září 2022.] https://www.pythagoriada.cz/

Seznam obrázků, tabulek, grafů a zkratek

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam grafů

Seznam zkratek

ČR	Česká republika
JČMF	Jednota českých matematiků a fyziků
JSMF	Jednota slovenských matematiků a fyziků
MaSo	Matematická soutěž
MFF UK	Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy
MO	Matematická olympiáda
MŠMT	Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro Základní vzdělávání
RVP	Rámcové vzdělávací programy
SSSR	Svaz sovětských socialistických republik
VG	Víceleté gymnázium
ZŠ	Základní škola

Přílohy

Soubor úloh pro 6. ročník (prima)

Časový limit: 45 min

Pomůcky: psací potřeby a vlastní hlava

Jméno: Škola:

---

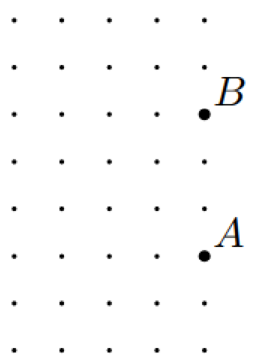
1. Do prázdných políček doplňte všechna čísla z řady od 1 do 18 tak, aby svisle platily početní úkony.

:5	-9	-4	-9	-6	:4
+14	x8	+1	x9	x2	x3

2. Motocyklista ujel vzdálenost 28 km za 30 minut. Jakou průměrnou rychlostí jel?

(A) 28 km/h (B) 36 km/h (C) 56 km/h (D) 58 km/h (E) 62 km/h

3. Na obrázku jsou vyznačeny uzlové body čtverečkové sítě, z nichž dva jsou pojmenovány A a B. Bod C je jeden ze zbylých uzlových bodů. Najděte aspoň jednu možnou polohu bodu C tak, aby trojúhelník ABC měl obsah 4,5 čtverečku. (E. Novotná)



4. Kolik písmen zůstane ze slova PYTHAGORAS na obrázku, jestliže z něj vymažeme všechna osově souměrná písmena?

PYTHAGORAS

Počet písmen, která zůstanou po vymazání všech osově souměrných písmen je … … …

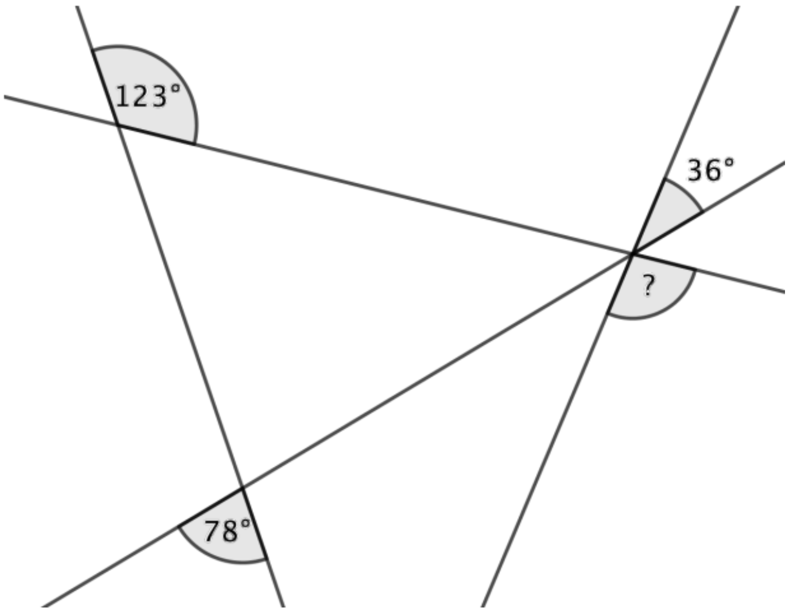
5. Tom si chce poslechnout CD Boříkovy bláznivé lapálie. Na CD jsou 4 kapitoly v délkách 22:16, 29:36, 10:35, 35:20. Přestávky nepočítá. Jak dlouho ho bude poslouchat celé?

a) 1 hod 27 min 47 s b) 87 min 47 s

c) 97 min 47 s d) 1,5 h

e) 1 hod 47 min 47 s

6. Jaká je velikost vyznačeného úhlu?



Soubor úloh pro 9. ročník (kvarta)

Časový limit: 45 min

Pomůcky: psací potřeby a vlastní hlava

Jméno: Škola:

---

1. Do prázdných políček doplňte všechna čísla z řady od 1 do 18 tak, aby svisle platily početní úkony.

:5	-9	-4	-9	-6	:4
+14	x8	+1	x9	x2	x3

2. Honza si chce koupit jídlo na 10 dní. Na výběr má následující balíčky potravin.

- Žlutý balíček obsahuje celkem 50 % denní dávky cukrů, 50 % tuků a 0 % bílkovin.
- Modrý má 100 % denní dávky cukrů, 50 % tuků, 200 % bílkovin.
- Oranžový balíček obsahuje 150 % denní dávky cukrů, 250 % tuků a 100 % bílkovin.

Jaké balíčky má koupit, aby měl vyváženou stravu na 10 dní? Vyvážená strava na jeden den znamená, že dostane 100 % cukrů, 100 % tuků a 100 % bílkovin.

3. Body *A*, *B*, *C* a *D* jsou v určitém pořadí vyznačeny na přímce. Víme, že $|AB| = 13$, $|BC| = 11$, $|CD| = 14$ a $|DA| = 12$. Najděte vzdálenost mezi dvěma nejvzdálenějšími body.

(A) 25 (B) 38 (C) 50 (D) 14 (E) jiný výsledek

4. Pat a Mat měli každý své oblíbené přirozené číslo, ale každý jiné. Obě čísla postupně sečetli, odečetli (menší od většího), vynásobili a vydělili (větší menším). Když takto získané výsledky sečetli, vyšlo jim 98.

Která oblíbená čísla měli Pat a Mat? (L. Hozová)

5. Urči hodnotu následujícího složeného zlomku.

$$\frac{\dfrac{10^{-6}}{0{,}10^{-2}}}{\dfrac{0{,}10^{2}}{10^{-6}}}$$

a) 10^4 b) 10^{-4} c) 10^6 d) 10^{-12} e) 10^0

6. Jaká je velikost vyznačeného úhlu?