



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

# PŘESTUP TEPLA V KANÁLECH MALÝCH PRŮŘEZŮ S ROTUJÍCÍ STĚNOU

HEAT TRANSFER IN SMALL-SCALE CHANNELS WITH ROTATING WALL

## DIZERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Ladislav Šnajdárek

## ŠKOLITEL

SUPERVISOR

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.

BRNO 2019

## **Abstrakt**

Tato práce se zabývá problematikou určení koeficientu přestupu tepla v kanálech malých průřezů s rotující stěnou. V řešební části práce je popsána specifická geometrie, a to labyrintové těsnění standardně používané v rotačních strojích. Jsou popsány dosavadní kriteriální rovnice stanovující koeficienty přestupu tepla a další parametry v těchto specifických geometriích.

V hlavní části je popsáno vybudované experimentální zařízení pro stanovení hodnot tepelných toků a koeficientů přestupu tepla na statoru i rotoru pro daný průtok vzduchu a otáčky rotoru.

Následuje prezentování výsledků z provedených experimentů s uvedením odpovídajících kriteriálních rovnic. V další části jsou popsány základní matematické modely inverzních úloh vedení tepla. Jsou provedeny výpočty hustot tepelných toků pomocí těchto inverzních metod a porovnány s referenčními experimentálně zjištěnými hustotami tepelných toků.

## **Klíčová slova:**

Přestup tepla, IHCP, labyrintové těsnění, rotující válce

## **Abstract**

This work deals with the determination of the heat transfer coefficient in small channels with a rotating wall. The research part of the thesis is focused on specific geometry, namely labyrinth seals used in rotary machines. Existing criteria equations determining heat transfer coefficients and other parameters in these specific geometries are described.

The central part describes the built experimental device for the determination of values of heat flows and heat transfer coefficients on both stator and rotor for given airflow and rotor speed.

The following section is devoted to presenting the results of the performed experiments with the corresponding criteria equations. The next part describes the basic mathematical models of inverse heat conduction problems. Calculations of heat flux using these inverse methods are performed and compared with reference heat flux sensors.

## **Key words:**

Heat transfer, IHCP, labyrinth seal, rotating cylinders

## **Bibliografická citace**

ŠNAJDÁREK, Ladislav. Přestup tepla v kanálech malých průřezů s rotující stěnou. Brno, 2019, Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/113887>. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav. Vedoucí práce Jiří Pospíšil.

## **Prohlášení o původnosti práce**

Prohlašuji, že jsem dizertační práci vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Jiřího Pospíšila, PhD. a s použitím uvedené literatury.

V Brně 18. 07. 2019

-----  
Ing. Ladislav Šnajdárek

## **Poděkování**

Rád bych tímto poděkoval panu doc. Ing. Jiřímu Pospíšilovi, PhD. za oporu během celého doktorského studia. Především však děkuji své rodině.

**OBSAH**

|   |    |
|---|----|
| Úvod .....  | 2  |
| 1 Motivace - tepelné dilatace rotačních strojů .....  | 3  |
| 2 Labyrintové těsnění – výpočtové parametry .....   | 4  |
| 2.1 Ideální proudění v labyrintovém těsnění .....   | 5  |
| 2.2 Průtočné množství .....   | 6  |
| 2.3 Efekt celkového zvýšení teploty za rotace .....   | 8  |
| 2.4 Míra turbulence na výstupu .....  | 8  |
| 2.5 Taylorovo číslo .....   | 8  |
| 3 Numerické simulace proudění .....   | 9  |
| 4 Součinitel přestupu tepla - kritériální rovnice .....   | 11 |
| 4.1 Vystřídáný labyrint .....   | 11 |
| 4.2 Drážkovaný labyrint .....   | 12 |
| 4.3 Jednostranný labyrint .....   | 12 |
| 4.4 Zjednodušená geometrie – válcové plochy .....   | 12 |
| 4.5 Disky rotorů .....  | 13 |
| 4.6 Poměr součinitelů přestupu tepla pro jednotlivé plochy rotoru .....                                     | 15 |
| 5 Proudění mezi koncentrickými rotujícími válci .....   | 17 |
| 5.1 Proudění mezi koncentrickými rotujícími válci bez axiálního proudění (Taylor – Couette) .....           | 18 |
| 5.2 Proudění mezi koncentrickými rotujícími válci s axiálním prouděním (Taylor – Couette– Poiseuille) ..... | 22 |
| 5.2.1 Přejít mezi laminárním a turbulentním prouděním .....   | 22 |
| 5.2.2 Vznik turbulentního proudění s Taylorovy víry .....   | 23 |
| 5.2.3 Konvektivní přestup tepla mezi koncentrickými rotujícími válci s axiálním prouděním .....             | 25 |
| 5.2.4 Příklady experimentálních zařízení .....  | 26 |
| 6 Experimentální zařízení .....   | 31 |
| 6.1 Systém záznamu a sběru dat .....  | 33 |
| 6.2 Telemetrický systém .....   | 34 |
| 6.3 Ověření termočlánků .....   | 35 |
| 7 Experiment s hladkým rotorem .....  | 36 |
| 7.1 Měřicí segmenty .....   | 37 |
| 7.2 Snímače tepelného toku .....  | 39 |
| 7.3 Termofyzikální vlastnosti .....   | 41 |
| 7.4 Nastavení experimentu, měření .....   | 43 |
| 7.5 Výsledky experimentu – konfigurace hladký rotor .....   | 46 |
| 7.5.1 Koeficienty přestupu tepla - Stator .....   | 46 |
| 7.5.2 Koeficienty přestupu tepla - Rotor .....  | 55 |
| 8 Experiment s jednostranným labyrintem .....   | 58 |
| 8.1 Výsledky experimentu – Jednostranný labyrint .....  | 60 |
| 9 Přímá a inverzní úloha vedení tepla .....   | 66 |
| 9.1 Přímá úloha vedení tepla – Duhamelův princip .....  | 67 |
| 9.2 Inverzní úloha vedení tepla .....   | 70 |
| 9.2.1 Jednokroková metoda – Stolzova metoda .....   | 70 |
| 9.2.2 Metody odhadu funkce – Celodoménová metoda .....  | 71 |
| 9.2.3 Metody odhadu funkce – Sekvenční metoda (Beck - SFMS) .....   | 74 |
| 9.3 Stanovení hustot tepelných toků - Inverzní úloha .....  | 76 |
| 9.3.1 Výsledky stanovení hustot tepelných toků - stator .....   | 78 |
| 9.3.2 Výsledky stanovení hustot tepelných toků - rotor .....  | 81 |
| 10 Diskuse .....  | 84 |
| 11 Závěr .....  | 85 |
| Seznam použitých symbolů a zkratk .....   | 86 |
| Seznam obrázků .....  | 87 |
| Seznam tabulek .....  | 89 |
| Seznam zdrojů a použité literatury .....  | 90 |
| Publikační činnost vztahující se k tématu DP .....  | 94 |

## Úvod

Tato práce se zabývá problematikou stanovení přestupu tepla v kanálech malých průřezů s rotující stěnou za specifických podmínek. V oboru energetiky se s tímto fenoménem setkáváme u rotačních strojů, kde příslušný prostor mezi rotorem a statorem tvoří kanál, v němž dochází k pohybu tekutiny. Tento pohyb vytváří víry, které omezují pohyb tekutiny. Tohoto jevu se využívá pro konstrukci bezkontaktních tzv. labyrintových těsnění pro redukci úniku pracovní látky, aniž je využita k provedení užitečné práce v rotační stroji. Výhodou tohoto typu těsnění je možnost těsnění vysokých tlakových spádů také při pracovních teplotách nad 700 K a velmi dlouhá životnost.

Při konstrukci labyrintového těsnění je nutné splnit požadavek maximální těsnicí schopnosti při zachování vůle mezi rotorem a statorem, nutné pro funkční a bezpečný provoz rotačního stroje. Tento typ těsnění nelze navrhovat nezávisle na parametrech pracovní látky, ale je nutné zohlednit jak potřebný tlakový spád, tak i tepelnou roztažnost jednotlivých částí těsnění.

Délková tepelná roztažnost je ovlivněna konvektivním přestupem tepla v jednotlivých částech těsnění. Tento přestup je charakterizován součiniteli přestupu tepla pro příslušné povrchy. Znalost reálných okrajových podmínek přestupu tepla umožňuje přesnější modelování tepelného namáhání leteckých motorů, turbokompresorů, plynových či parních turbín kde celková délka labyrintových těsnění dosahuje až 40 % z celkové délky soustrojí.

## Cíle práce

Cílem této práce je návrh a sestavení experimentálního zařízení pro stanovení koeficientů přestupu tepla v kanálech malých průřezů s rotující stěnou specifické geometrie průtočného kanálu. Dalším cílem je provedení experimentálních měření a vyhodnocení výsledných lokální hodnot hustot tepelných toků také pomocí řešení inverzní úlohy vedení tepla.

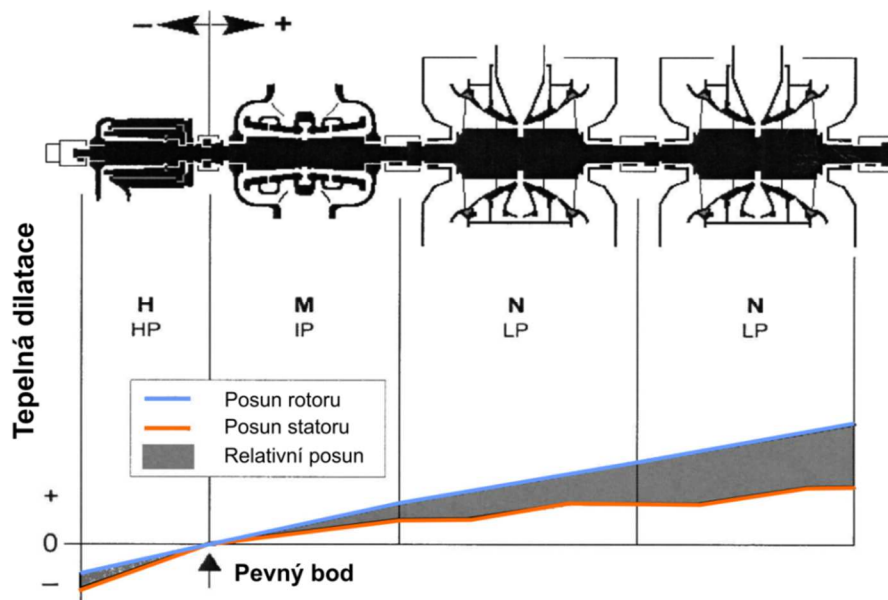
Dílní cíle práce:

1. Experimentální stanovení hustoty tepelného toku v kanálech s rotující stěnou pro konstantní průtok a otáčky
2. Řešení inverzní úlohy pro stanovení hustoty tepelného toku



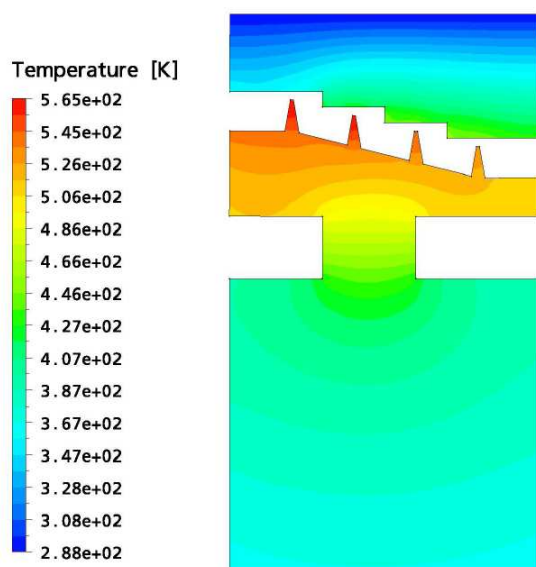
## 1 Motivace - tepelné dilatace rotačních strojů

Motivací pro popsání přestupu tepla v kanálech s rotující stěnou je vyšetření tepelné dilatace rotačních (tepelných) strojů. Jak lze vidět na Obr. 1, který zobrazuje tepelnou dilataci, tedy posun rotorové a statorové části turbosoustrojí vzhledem k pevnému bodu.

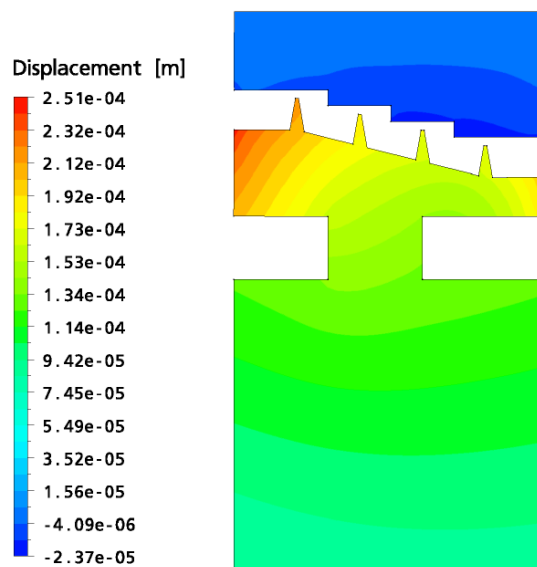


Obr. 1 Tepelná dilatace turbosoustrojí upraveno z [1]

Tato tepelná dilatace je nebezpečná v místech, kde radiální vůle mezi rotorem a státorem je minimální. U rotačních strojů jsou to především těsnicí plochy, které umožňují kompenzaci axiální teplotní dilataci se zohledněním radiální dilatace pro zajištění bezpečného provozu i za změněných podmínek. Ilustrační zobrazení teplotního pole viz Obr. 2 a radiálního posuvu prstence labyrintového těsnění viz Obr. 3.



Obr. 2 Teplotní pole v labyrintovém prstenci [2]



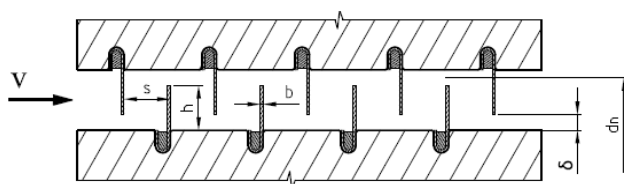
Obr. 3 Tepelná dilatace labyrintového prstence [2]

Tyto těsnicí plochy (bezdotykové těsnění) jsou tvořeny: břity, výstupky či voštinovými strukturami, které tvoří labyrinty ve směru proudu pracovní látky a zajišťují tak těsnost např. nadbandážové těsnění lopatek, těsnění mezi lopátkovými stupni či vnější těsnění.

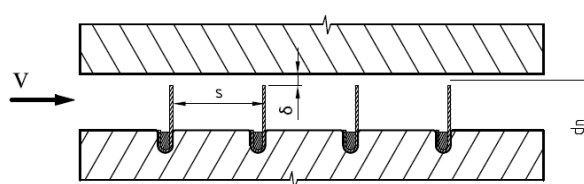
## 2 Labyrintové těsnění – výpočtové parametry

Labyrintové těsnění nachází uplatnění jako bezdotykové pro omezení průtoku mezi statorem a rotorem u parních a plynových turbín či turbokompresorů. Principem těchto těsnění je proudění plynu v úzkých prostorech (komorách labyrintu), kde dochází ke škrcení plynu, postupnému nárůstu objemu plynu a poklesu tlaku. Geometrie těchto komor má vliv na hlavní charakteristiku, tedy na množství protékajícího plynu v závislosti především na tlakovém spádu na vstupu a výstupu labyrintu. Základní typy labyrintových těsnění, které tvoří soustava břitů, se označují jako:

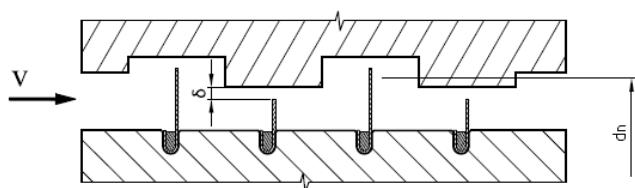
- pravý labyrint viz Obr. 4
- jednostranný labyrint (nepravý labyrint) viz Obr. 5
- drážkovaný labyrint viz Obr. 6
- schodovitý labyrint (konvergentní a divergentní) viz Obr. 7



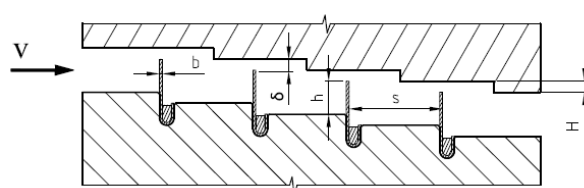
Obr. 4 Vystřídaný (pravý) labyrint s břitů



Obr. 5 Jednostranný labyrint (nepravý)



Obr. 6 Drážkovaný labyrint



Obr. 7 Schodovitý labyrint

U těchto typů labyrintů je nutné při návrhu zohlednit materiál břitů. Zde se užívá vztahu (1) [3]:

$$\delta_{\min} = B \frac{d_n}{1000} + 0,25 \quad [mm] \quad (1)$$

Kde je dosazována konstanta  $B=1,35$  pro austenitický materiál,  $B=0,85$  pro feritický materiál břítu a  $B=0,6$  pro břítu turbokompresorů. Tímto se zohledňuje rozdílná tepelná roztažnost v závislosti na tepelné vodivosti  $\alpha/\lambda$ , která pro austenitický materiál je  $1,4 \div 1,9$  x větší než u feritického materiálu (pro rozsah teplot  $400 \div 600$  °C).

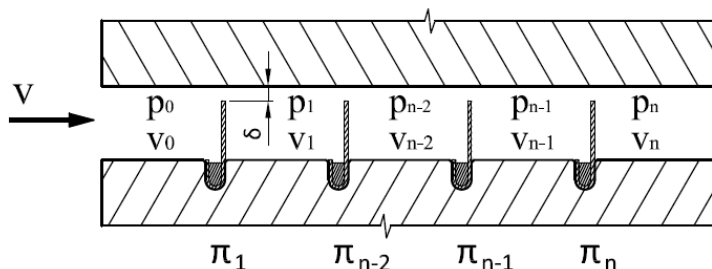
U akčních turbín se volí  $\delta_{\min}$  se zřetelem na významný průhyb hřídele při přejíždění kritických otáček dle vztahu (2) [4]:

$$\delta_{\min} = 1,7 \cdot 10^{-4} L \quad [mm] \quad (2)$$

Pro kompenzaci relativního posuvu při nahřívání turbíny a nestejněměrného prohřevu po délce labyrintového těsnění (segmentu) jsou při montáži břítu vzhledem k protikusů nastavovány mimo geometrický střed. Tím je také zajištěn maximální počet komor těsnění.

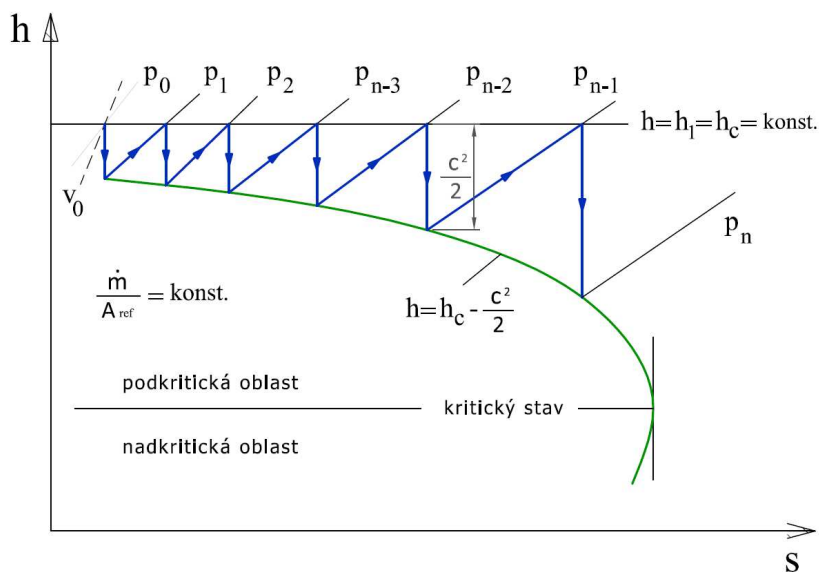
## 2.1 Ideální proudění v labyrintovém těsnění

Jak je výše uvedeno labyrintové těsnění s břity, je tvořeno soustavou komor oddělených břity a propojených šterbinami o šířce  $\delta$ , ve kterých dochází k expanzi (škrceň) proudícího média viz Obr. 8.



Obr. 8 Popis jednotlivých tlaků a tlakových spádů na labyrintu

Na břitu tedy dochází díky tlakovému spádu  $\Delta p = p_{i-1} - p_i$  na jednotlivých břitech k maření kinetické energie plynu  $c^2/2$ , které v ideálním případě probíhá izoentropicky. V následující komoře je poté tato energie disipována do tvorby vířů a tento proces již probíhá izobaricky. Za předpokladu že expanze probíhá adiabaticky, musí zůstat celková entalpie pracovní látky nezměněna, a tudíž stavy pracovního média před expanzí v jednotlivých komorách leží na izoentalpě.



$$\dot{m} = \frac{c^2}{v} A_{ref} \quad (3)$$

$$c^2 = \sqrt{2(h_0 - h)} \quad (4)$$

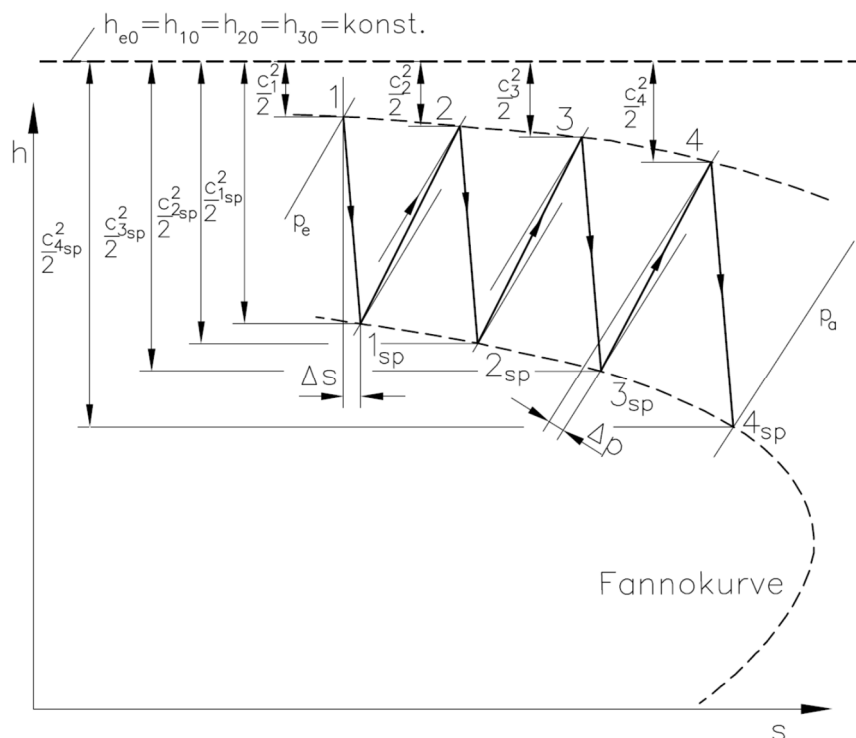
$$\frac{\dot{m}}{A_{ref}} = \frac{\sqrt{2(h_0 - h)}}{v} = konst \quad (5)$$

Obr. 9 Ideální proudění plynu v labyrintovém těsnění - Fannova křivka

Expanze pracovní látky a postupné snižování tlaků v jednotlivých komorách má za následek vzrůst měrných objemů pracovní látky. Při zachování průtočných průřezů lze sestavit pomocí rovnic (3),(4) rovnicí (5) vyjadřující jednotlivé konečné stavy látky na konci expanze. Tyto stavy tvoří tzv. Fannovu křivku znázorněnou na Obr. 9. Místo svislé tečny k této křivce je označení místa, kde dochází ke kritickému proudění, toto proudění může nastat jen při vysoké rychlosti na posledním břitu labyrintu. Výpočet entropie pro následující komoru je zobrazen vzorcem:

$$s = s_0 + c_v (\ln h - \ln h_0) + R \left( \ln \sqrt{2(h_0 - h) + \left( \frac{\rho c}{\rho_0} \right)^2} - \ln \frac{\rho c}{\rho_0} \right) \quad (6)$$

Reálný průběh proudění je znázorněn na Obr. 10.



Obr. 10 Reálné proudění v labyrintové ucpávce vyjádřené v h-s diagramu převzato z [5]

## 2.2 Průtočné množství

Průtočné množství média protékajícího labyrintovým těsněním je zásadní parametr pro konstrukci labyrintové ucpávky, který je nejen určující pro tyto tlakové ztráty, ale díky charakteru proudění a vznikajících sil na labyrint během provozu ovlivňuje celkové rotor-dynamické chování rotoru [6] [5]. Pro výpočet tohoto průtočného množství existuje řada polo-empirických vztahů. Jako základní analytická metoda je používána tzv. Knife to Knife (KTK) uvažující proudění jako soustavu břitů s charakterem proudění v dýze [4] [7]. Pro srovnání jednotlivých konfigurací je zaveden bezrozměrný parametr  $C_D$  vyjadřující poměr mezi skutečným a ideálním průtočným množstvím.

$$C_D = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{ideal}} \quad (7)$$

Ideální množství odpovídá průtoku ideálního plynu protékajícího mezikružím tvořenou mezerou nad břitů a vstupním tlaku a teplotě média.

$$\dot{m}_{ideal} = \frac{\dot{Q}_{ideal} p_0 A_{ref}}{\sqrt{T_0}} \quad (8)$$

Tlakový spád před a za labyrintem v závislosti na plynové konstantě a poissonově konstantě charakterizující termodynamické parametry média.

$$\dot{Q}_{ideal} = \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \sqrt{\frac{2\kappa}{R(\kappa-1)} \left[1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} \quad (9)$$

Uvedená vyjádření umožňují srovnání různých typů těsnění z hlediska průtočného množství, avšak tato charakteristika se mění díky opotřebení břitů (vyšlehání) a průtok se tedy blíží průtoku ideální dýzy, tedy se zvyšuje. Korekce pro jednotlivé typy labyrintů je uvedeno v Tab. 1. Nomogramy pro určení korekčních faktorů pro výpočet lze nalézt například v literatuře [4] [8] a v této práci nebude dále pojednáno.

**Tab. 1 Vybrané výtokové funkce (průtočné množství) labyrintového těsnění pro stlačitelný typ proudění - upraveno z [9]**

| Autor                  | Rovnice  | Typ labyrintu              |
|------------------------|--|----------------------------|
| Martin (1919)          | $\dot{m} = A_{ref} p_0 \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{RT_0 \left[ n - \ln\left(\frac{p_0}{p_n}\right) \right]}}$  | Jednostranný               |
| Egli (1935)            | $\dot{m} = \alpha_E \varepsilon A_{ref} \sqrt{\frac{p_0 \rho_0 \left[ 1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2 \right]}{n - \ln\left(\frac{p_0}{p_n}\right)}}$ <p><math>\alpha_E = \text{průtočný koef.}, \varepsilon = \text{carry-over koef.}</math></p> | Jednostranný<br>Vystřídáný |
| Vermes (1961)          | $\dot{m} = 5,76 C_D k A_{ref} \sqrt{\frac{p_0 \rho_0 \left[ 1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2 \right]}{n - \ln\left(\frac{p_0}{p_n}\right)}}$ $k = \frac{8,52}{\frac{h-s}{\delta} + 7,23}$  | Jednostranný<br>Stupňovitý |
| Rao Sidheswar (1979)   | $\dot{m} = \alpha_E A_{ref} \sqrt{\frac{p_0 \rho_0 \left[ 1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2 \right]}{n}}$ <p><math>\alpha_E = \text{průtočný koef.}</math></p>  | Jednostranný               |
| Zimmermann Wolf (1998) | $\dot{m} = k C_D A_{ref} p_0 \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{RT_0 \left[ n - \ln\left(\frac{p_0}{p_n}\right) \right]}}$ <p><math>k = \text{carry-over koef.}</math></p>  | Jednostranný<br>Stupňovitý |

### 2.3 Efekt celkového zvýšení teploty za rotace

Efekt celkového zvýšení teploty v ucpávce je popsán parametrem  $\sigma$ , který závisí na celkovém nárůstu střední teploty před a za labyrintem, kde  $R$  je poloměr ( $d_h/2$ ). Celkový nárůst teploty  $\Delta T_{celk}$  je dle [10] cca 6 K. Vlivem expanze však dle [5] teplota po délce klesá o cca 3 K na břit.

$$\sigma = \frac{c_p \Delta T_{celk}}{\omega^2 R^2} \quad (10)$$

### 2.4 Míra turbulence na výstupu

Míra turbulence na výstupu je pospána parametrem  $K_{vyst}$  který zohledňuje tangenciální rychlost na výstupu z labyrintu.

$$K_{vyst} = \frac{v_{tan}}{\omega R} \quad (11)$$

### 2.5 Taylorovo číslo

Rozvoj nestabilit v podobě toroidních vírů je popsán Taylorovým číslem a platí pro přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním mezi koncentrickými válci. U proudění v labyrintové ucpávce dochází k cirkulaci v komorách labyrintu ovlivněnou geometrií labyrintu.

$$Ta_u = \frac{\rho u_{\phi ri} \delta}{\mu} \sqrt{\frac{\delta}{r_i}} \quad (12)$$

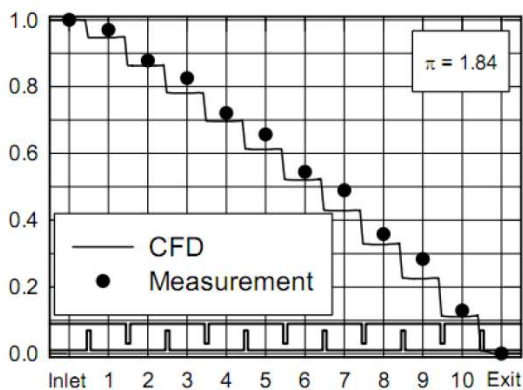
Taylorovo číslo v poměru k axiálnímu Reynoldsovu číslu slouží k popisu rotačního efektu ovlivňující průtočný parametr  $C_D$  a současně ovlivňujícího i Nusseltovo číslo tedy i intenzifikaci přestupu tepla. Tento jev je popsán v [11] kde vzrůst Nusseltova čísla začíná od poměru  $Ta/Re_{ax}=0,1$  a pokračuje až do hodnoty 3. Ostatní parametry popisující typ proudění a jejich vliv na charakteristiku labyrintu jsou uvedeny v Tab. 2

Tab. 2 Vliv vybraných parametrů na labyrintové těsnění upraveno z [12], [9]

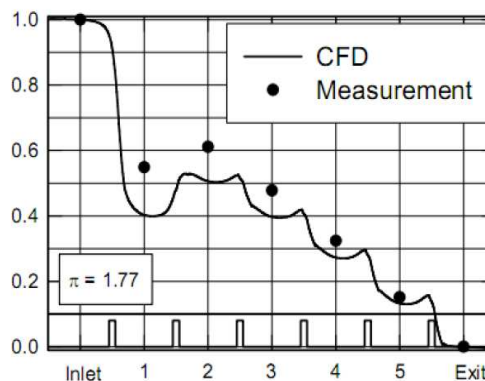
| Parametr                  | Definice   | Vliv na charakteristiku |
|---------------------------|--|-------------------------|
| Tlakový spád              | $\pi = \frac{p_0}{p_n}$  | Silný                   |
| Reynoldsovo číslo-axiální | $Re_{ax} = \frac{\dot{m} 2 \delta}{\mu_{(\bar{T}_g)} A_{ref}}$                     | Střední                 |
| Reynoldsovo číslo-rotační | $Re_u = \frac{\rho \omega r \delta}{\mu_{\bar{T}_g}}$                              | Slabý                   |
| Obvodová rychlost břitu   | $u_{\phi ri} (\omega)$   | Střední                 |
| Taylorovo číslo           | $Ta_u = \frac{\rho u_{\phi ri} \delta}{\mu_{\bar{T}_g}} \sqrt{\frac{\delta}{r_i}}$ | Slabý                   |

### 3 Numerické simulace proudění

Simulací proudění v labyrintovém těsnění se zabývá mnoho autorů, kteří využívají řadu kombinací turbulentních modelů ( $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$ ) pro přiblížení se experimentálnímu měření. Na Obr. 11 je znázorněno experimentální měření rozložení tlaku v jednotlivých komorách vystřídaného labyrintového těsnění získané CFD simulací [13]. Na Obr. 12 je totéž pro jednostranný labyrint [13].

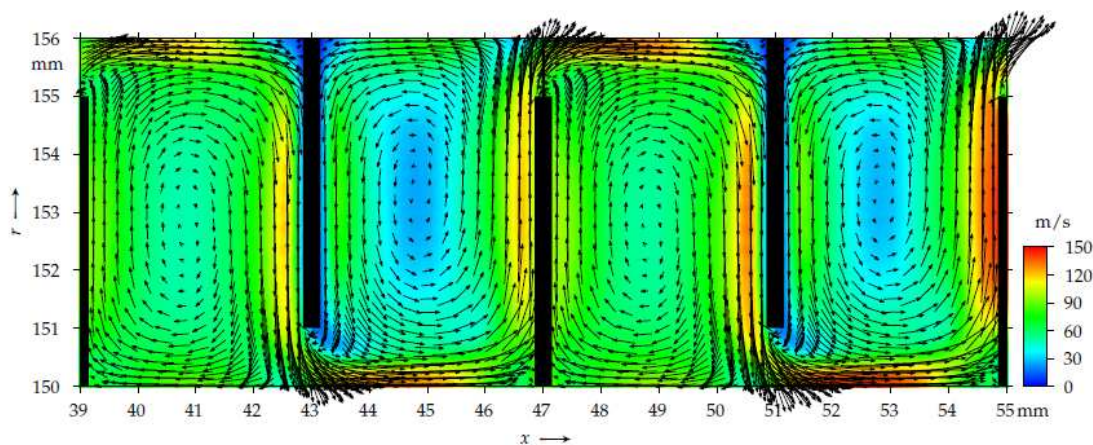


Obr. 11 Rozdělení tlaku na vystřídaném (pravém) labyrintu převzato z [13]

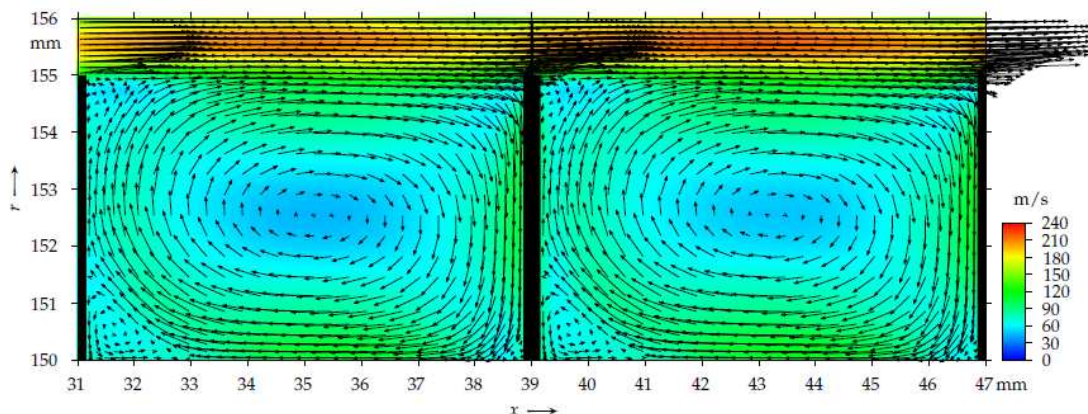


Obr. 12 Rozdělení tlaku na jednostranném (nepravém) labyrintu převzato z [13]

Na Obr. 13 a Obr. 14 je zobrazen rychlostní profil pro vystřídaný a jednostranný labyrint s tlakovým spádem  $\pi = 1,57$  se zahrnutím rotace stěny rotoru a mezerou mezi břity  $\delta = 1$  mm.

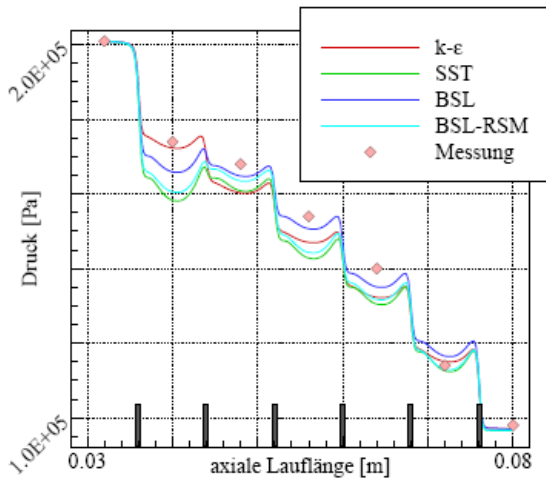


Obr. 13 Rychlostní pole pro vystřídaný labyrint ( $\pi = 1,57$ ,  $Re_u = 0,97 \cdot 10^6$ ,  $\delta = 1$ mm) převzato z [14]

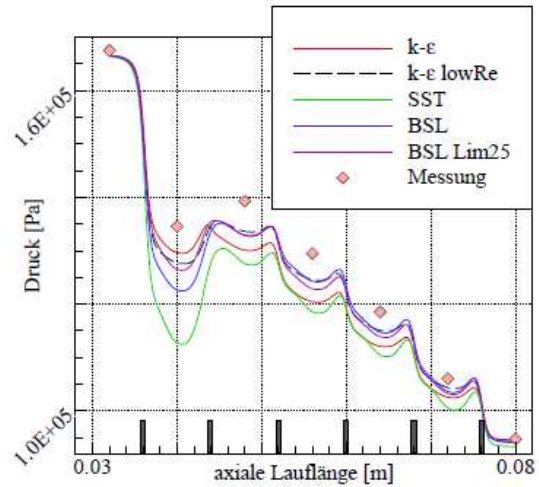


Obr. 14 Rychlostní pole pro jednostranný labyrint ( $\pi = 1,57$ ,  $Re_u = 0,97 \cdot 10^6$ ,  $\delta = 1$ mm) převzato z [14]

Vliv radiální mezery  $\delta$  mezi břitem labyrinthu rotoru (statoru) je znázorněno na Obr. 15, kde radiální mezera  $\delta = 0,5\text{mm}$ . Na Obr. 16 je pro  $\delta = 1\text{ mm}$  znatelný významný pokles tlaku za prvním břitem.

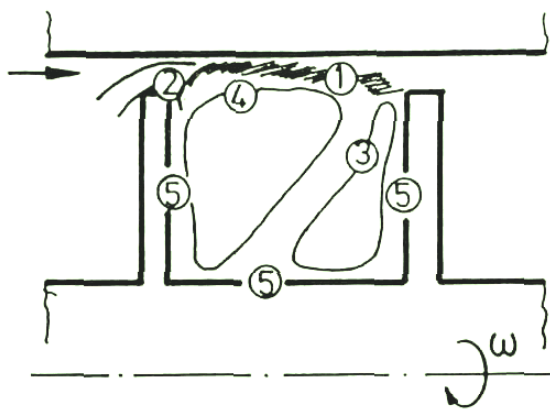


Obr. 15 Rozdělení tlaku na jednostranném labyrinthu s radiální mezerou  $\delta = 0,5\text{mm}$  převzato z [13]



Obr. 16 Rozdělení tlaku na jednostranném labyrinthu s radiální mezerou  $\delta = 1\text{mm}$  převzato z [13]

Numerické simulace umožňují definování jednotlivých oblastí turbulentního proudění bez vlivu rotace [15] [5] [16] a se zahrnutím vlivu rotace [11] [5] [17]. Z těchto studií je vybrán popis jednotlivých oblastí pro jednu komoru labyrinthu s rotující stěnou (břity) viz Obr. 17.



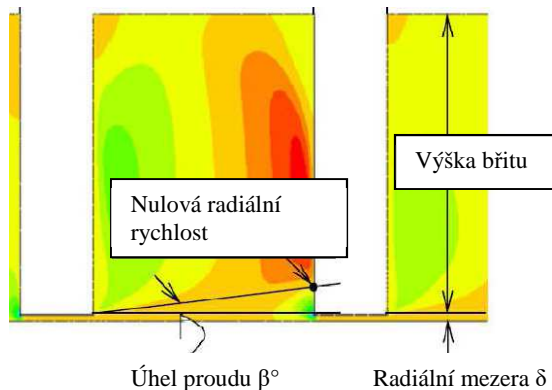
Obr. 17 Zobrazení efektu rotačních sil na proudění dle [11]

- 1 – Vliv odstředivé síly vytlačující proud ke stěně - snižuje se efektivní šířka mezery  $\delta$
- 2 – Proudění kolem břitu - snižuje se efektivní šířka mezery  $\delta$
- 3 – Sekundární cirkulace – poměr k hlavní cirkulaci (4) závisí na rotaci
- 4 – Hlavní cirkulace v komoře
- 5 – Mezní vrstva viskózních sil u břitů

Numerická simulace umožňuje také určit velikost tzv. carry-over efektu, tedy efektu přenosu kinetické energie z jedné komory labyrinthu do druhé viz Obr. 18. Velikost efektu vyjadřují následující rovnice:

$$\gamma = \frac{1}{1 - \chi} \quad (13)$$

$$\chi = \frac{\delta}{\delta + s \tan \beta^\circ} \quad (14)$$



Obr. 18 Carry-over efekt proudění dle [18]



## 4 Součinitel přestupu tepla - kritériální rovnice

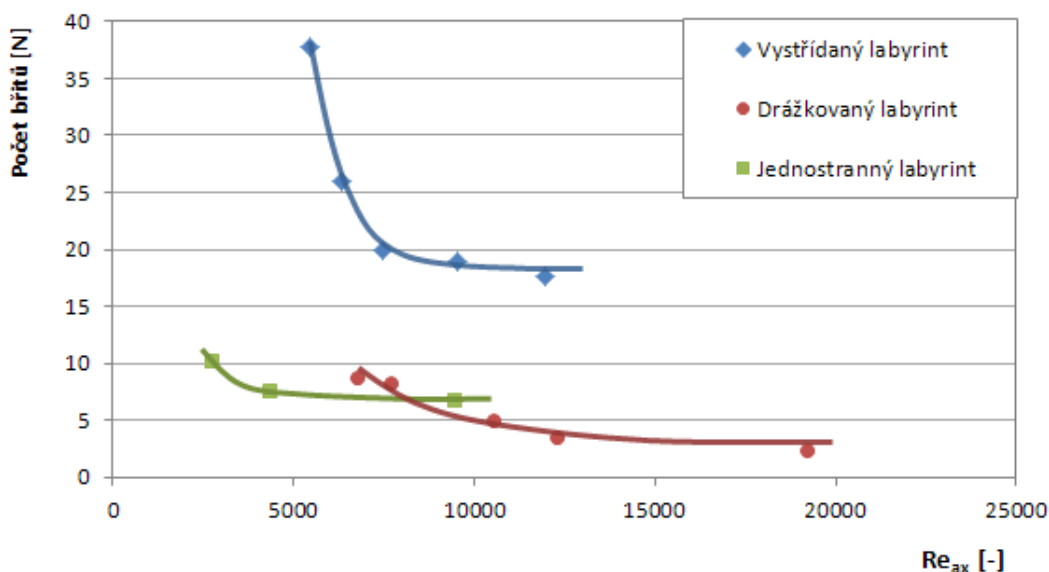
Pro určení součinitelů přestupu tepla z experimentálních měření s ohledem na jednotlivé geometrie, tlakové spády a režimů proudění je nutné využít podobnostních kritérií. Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  vyjadřuje nahrazení termického odporu proudící tekutiny stagnující vrstvou  $\delta_G$  odpovídající tloušťce mezní vrstvy o tepelné vodivosti  $\lambda_G$  vyjádřená vzorcem:

$$\alpha = \frac{\delta_G}{\lambda_G}. \quad (15)$$

Vyjádřením převrácené tloušťky této vrstvy je Nusseltovo číslo, kde pro cylindrickou plochu labyrinthového těsnění je tloušťka mezní vrstvy  $\delta_G$  dvojnásobkem radiální mezery nad břítem. Nusseltovo číslo je vyjádřeno ve tvaru:

$$Nu = \frac{\alpha 2\delta}{\lambda_G}. \quad (16)$$

Poměrem setrvačných a vazkých sil je popsán kritériem pro bezrozměrnou rychlost tedy Reynoldsovým číslem ve směru axiálním a ve směru rotace. Definice a vliv na celkovou charakteristiku proudění viz Tab. 2. Pro labyrinthové těsnění byl dle [19] experimentálně zjištěn určitý vstupní úsek stabilizace Nu čísla, který se projevuje při větším počtu břitů u vystřídaného labyrintu (vnější lab. těsnění). U jednostranných (drážkovaných labyrintů) tento úsek není v závislosti na rostoucím  $Re_{ax}$  tak zřetelný, viz Obr. 19..



Obr. 19 Závislost počtu břitů - N labyrintu na  $Re_{ax}$  pro ustavení stabilní hodnoty Nusseltova čísla pro jednotlivé typy labyrintů - upraveno z [19]

### 4.1 Vystřídaný labyrint

Pro vystřídaný labyrint a stabilizovaný úsek je dle [19] výpočtový vztah Nu pro  $Re_{ax}$ :

$$Nu = 0,12 \left( \frac{\delta}{H} \right)^{0,15} \left( \frac{\delta}{s} \right)^{0,5} Re_{ax}^{0,8} \quad (17)$$

$$Re_{ax} = 1,5 \cdot 10^3 \div 1,3 \cdot 10^5; \quad \frac{\delta}{H} = 0,05 \div 0,35; \quad \frac{\delta}{s} = 0,58 \div 0,8$$

Fyzikální konstanty jsou určovány pro průměrné teploty média po délce labyrintu. Výsledný přestup tepla je pro celkový povrch labyrintu (průměrné hodnoty po délce labyrintu).

## 4.2 Drážkovaný labyrint

Pro hladký válcový povrch drážkovaného labyrintu ve stabilizovaném úseku je výpočtový vztah pro  $Nu$ :

$$Nu = 3,3 \left( \frac{\delta}{H} \right)^{0,7} \left( \frac{H}{s} \right)^{0,1} \left( \frac{b}{s} \right)^{0,32} Re_{ax}^{0,5} \quad (18)$$

$$Re_{ax} = 120 \div 4,8 \cdot 10^3; \quad \frac{\delta}{H} = 0,06 \div 0,24; \quad \frac{b}{s} = 0,07 \div 0,5; \quad \frac{H}{s} = 0,3 \div 1,25$$

## 4.3 Jednostranný labyrint

Pro jednostranný labyrint probíhá značná část proudění v jednom hlavním proudu nad bříty. Část tohoto proudu je strhávána do komor, kde probíhá cirkulace ve směru proudu.

Pro povrch na straně břitů platí následující výpočtový vztah pro  $Nu$ : - zkontrolovat

$$Nu = 0,043 \left( \frac{\delta}{H} \right)^{0,3} \left( \frac{\delta}{s} \right)^{0,2} Re_{ax}^{0,8} \quad (19)$$

$$Re_{ax} = 1,8 \cdot 10^3 \div 2,2 \cdot 10^5; \quad \frac{\delta}{H} = 0,055 \div 0,36; \quad \frac{\delta}{s} = 0,06 \div 0,5$$

Pro hladký válcový povrch je uveden následující výpočtový vztah pro  $Nu$ :

$$Nu = 0,22 \left( \frac{\delta}{H} \right)^{0,075} \left( \frac{\delta}{s} \right)^{0,085} Re_{ax}^{0,6} \quad (20)$$

$$Re_{ax} = 2,4 \cdot 10^2 \div 8,7 \cdot 10^3; \quad \frac{\delta}{H} = 0,05 \div 0,17; \quad \frac{\delta}{s} = 0,12 \div 0,26$$

Dle literatury [19] se projevuje snížení hodnot součinitelů přestupu tepla ve vstupním úseku, tedy v nestabilizované části. Součinitel přestupu tepla je zde přibližně 2x menší než v části stabilní.

## 4.4 Zjednodušená geometrie – válcové plochy

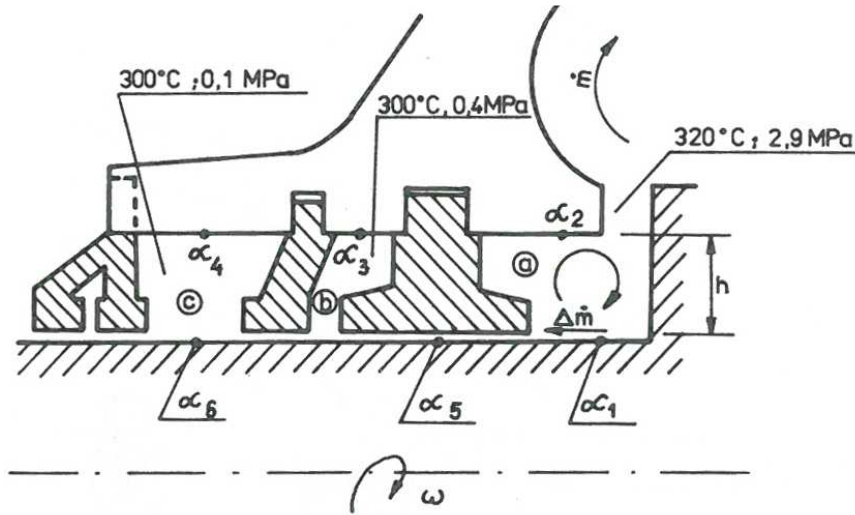
V literatuře [20] je uveden obecný vztah pro výpočet  $Nu$  pro výpočet součinitelů přestupu tepla uvedených na Obr. 20.

$$Nu = 0,0174 Re_{ax}^{0,8} Pr^{0,43} \quad (21)$$

Výpočet celkového součinitele přestupu tepla z lokálních měření je prováděn dle vztahů:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{A} \int_A \alpha dA \quad (22)$$

$$\bar{\alpha} = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\alpha_r dr d\varphi}{\pi R^2} = 0,0174 \left( \frac{\omega}{\nu} \right)^{0,8} Pr^{0,43} Re^{0,6} \quad (23)$$



Obr. 20 Rozmístění součinitelů přestupu tepla, pro které platí kritériální rovnice (23) - převzato z [20]

Pro určení součinitelů přestupu tepla na ploše rotačního válce v mezikruží byl odvozen dle [21] následující vztah pro  $Nu$ :

$$Nu = K \cdot Re_e^{0,8} Pr^{0,33} \quad (24)$$

kde

$$Re_e = \sqrt{(Re_{ax}^2 + Re_u^2)} \quad ; \quad K = \frac{0,02}{B^{0,8}} + 0,038 \frac{q^{0,8}}{2C^{0,8}} \quad (25)$$

$$A = 0,65q^{-0,3} \quad ; \quad B = \left\{ 1 + A^2 \left( \frac{Re_{ax}^2}{Re_u^2} \right) \right\}^{0,5} \quad ; \quad C = \left\{ A^2 + \left( \frac{Re_{ax}^2}{Re_u^2} \right) \right\}^{0,5}$$

Rozsah hodnot součinitelů přestupu tepla se v experimentu [21] pohyboval v rozsahu:

|   |                                   |  |
|---|-----------------------------------|--|
| a) stator: $50 \div 3000 [Wm^{-2}K^{-1}]$ | $Re_{ax} = 0 \div 1,7 \cdot 10^3$ | Otáčky = $0 \div 1350$                 |
| b) rotor: $400 \div 450 [Wm^{-2}K^{-1}]$  | $Re_u = 0 \div 48 \cdot 10^3$     | Pára = $1 \div 2 bar ; 374 \div 450 K$ |

## 4.5 Disky rotorů

Součinitel přestupu tepla na površích disků rotorů je popsán v literatuře [22]. Následující výpočtové modely součinitele přestupu tepla byly použity pro najíždění 600MW turbosoustrojí.

- LMZ model:

$$\alpha_{LMZ} = Nu \frac{\lambda_{pára}}{r_{rim, out}} \quad ; \quad Nu = 0,1 Re_{ax}^{0,68} \quad (26)$$

- SEU (South University - India) & Harbin HQ model:

$$\alpha_{SEU \& HQ} = 0,1139 \left( \frac{\lambda}{r_{rim, out}} \right) \left( \frac{u_w r_{rim, out}^2}{\nu} \right)^{0,7} \left( \frac{\mu c_p}{\lambda} \right)^{0,35} \quad (27)$$

- Sarkar model:

$$\alpha_{Sarkar} = 0,026 \frac{Re_{ax}^{0,805} Pr^{0,33} \lambda}{d} \quad ; \quad Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (28)$$

Tab. 3 Srovnání výpočtových metod stanovení souč. přestupu tepla na discích rotoru dle [22]

| čas<br>[min] | $\alpha$ LMZ<br>[Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ] | $\alpha$ SEU&HQ<br>[Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ] | $\alpha$ Sarkar<br>[Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ] |
|--------------|---|--|--|
| 2            | 471,56  | 1354,11  | 143,10   |
| 10           | 2080,92   | 6224,22  | 829,75   |
| 100          | 3284,33   | 9706,06  | 1428,12  |
| 220          | 3819,67   | 10916,40   | 1723,26  |
| 300          | 6248,52   | 17920,39   | 2463,16  |
| 350          | 9056,49   | 26524,32   | 3304,36  |

Výsledné hodnoty součinitelů přestupu tepla pro jednotlivé modely uvedené v Tab. 3 byly kalkulovány pro tyto najížděcí parametry:

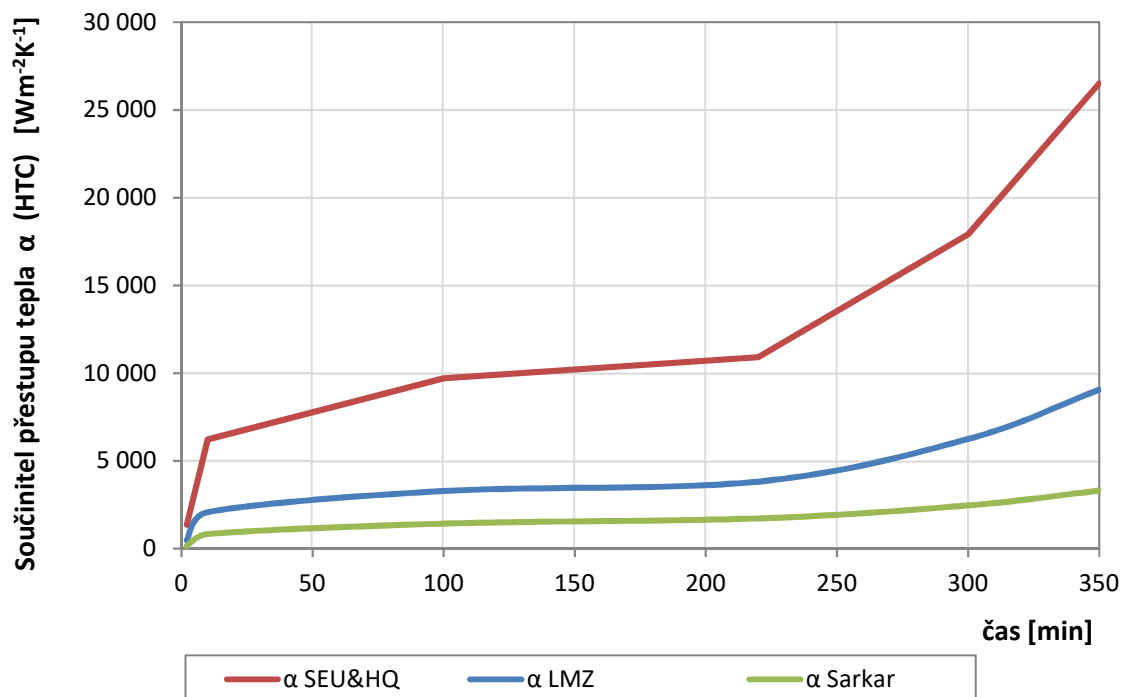
Tlak páry = počáteční - 8,5 MPa s nárůstem 0,255 °C/min do 22,4 MPa

Teplota páry = počáteční - 360 °C s nárůstem 0,33 °C/min do 200 min, poté 1,33 °C do 566 °C

Tab. 4 Rozměrové parametry modelu rotoru vstupující do výpočtových modelů dle [22]

| Průměr<br>válcové části<br>rotoru [m] | Průměr<br>disku<br>rotoru [m] | Počet lab.<br>prstenců | Šířka<br>lab. prstence<br>[m] | Radiální<br>mezera<br>lab. [m] | Průtočná<br>plocha [m <sup>2</sup> ] |
|---------------------------------------|-------------------------------|------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| 0,406                                 | 0,7                           | 8                      | 0,13                          | 0,0008                         | 0,000012                             |

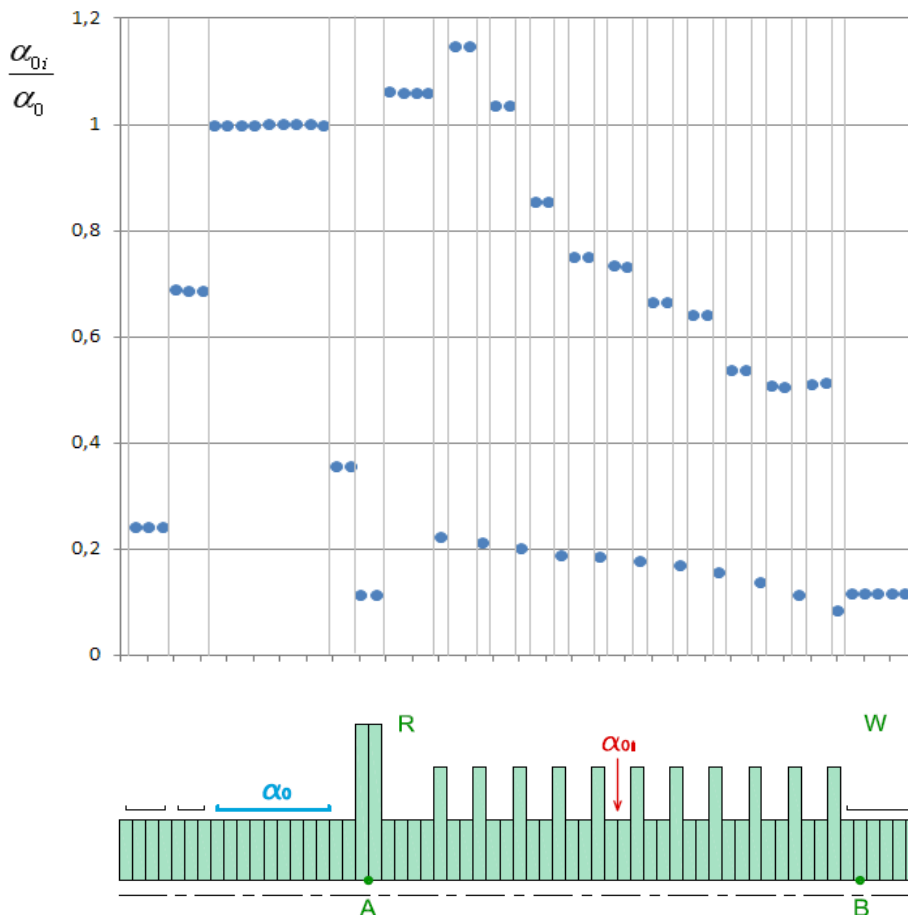
V Tab. 4 jsou uvedeny rozměrové parametry modelu rotoru vstupující do výpočtu. Výsledné hodnoty součinitelů přestupu tepla jsou uvedeny na Obr. 21.



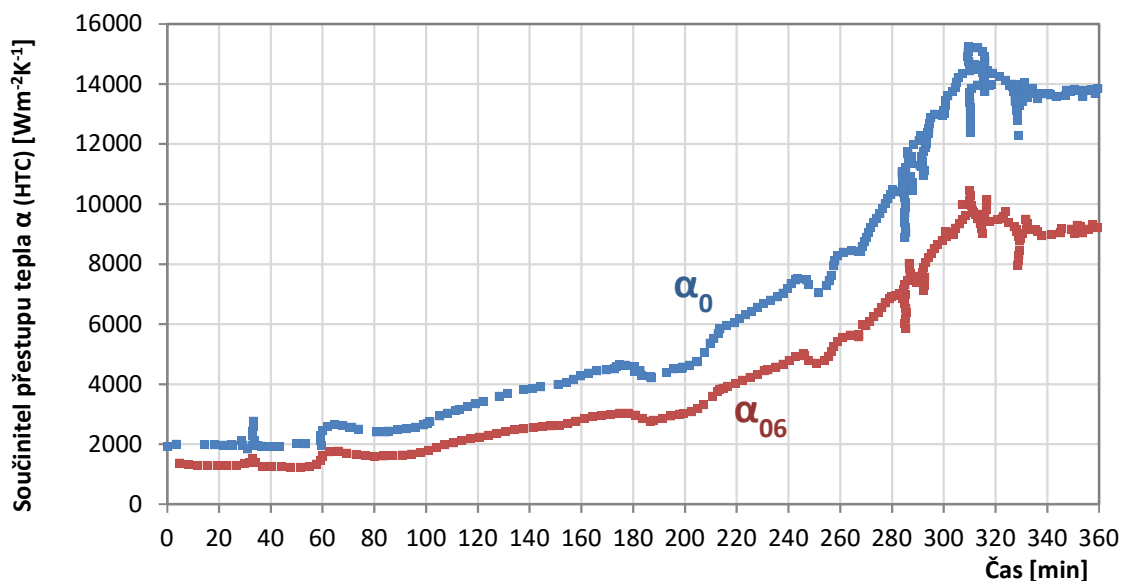
Obr. 21 Srovnání výpočtových modelů koeficientu přestupu tepla pro najížděcí parametry dle [22].

#### 4.6 Poměr součinitelů přestupu tepla pro jednotlivé plochy rotoru

Ohledně stanovením jednotlivých součinitelů přestupu tepla na jednotlivých plochách rotoru je pojednáno v pracích [23] [24], kde bylo využito měření povrchových teplot rotoru. Pomocí inverzní metody byly vypočteny souč. přestupu tepla dle [25] [26] [27]. Na Obr. 22 jsou hodnoty vztaženy k labyrintovému těsnění pro vyrovnávací píst turbíny. Průběh přestupu tepla je zobrazen na Obr. 23.

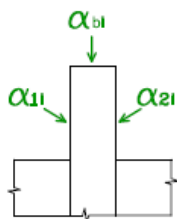


Obr. 22 Poměrné hodnoty součinitelů přestupu tepla vztažené k labyrintovému těsnění  $\alpha_0$  - upraveno z [24]

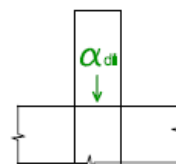


Obr. 23 Naměřený průběh hodnot součinitelů přestupu tepla v lab. těsnění,  $\alpha_0$  na vstupu do turbíny a vnitřním lab. těsnění  $\alpha_{06}$  - upraveno z [24]

Poměry součinitelů přestupu tepla  $\alpha_{0i}/\alpha_0$  uvedených na Obr. 22 nezávisí dle [23] na zatížení turbíny. Pro výpočet pomocí inverzní úlohy z naměřených teplotních polí mezi body A a B byla přijata zjednodušení:



- Součinitelé přestupu tepla po stranách rotorových disků  $\alpha_{1i}$  a  $\alpha_{2i}$  jsou pro inverzní úlohu nahrazeny  $\alpha_{di}$ , poté jsou zpětně dopočítány pomocí modelu.
- Přímá měření parametrů páry jsou provedena pouze v místech vstupu – R a výstupu W



Data jednotlivých teplot byla získána v diskrétních časových intervalech. Pro řešení inverzní úlohy byla použita metoda dopředných korků aproximující hodnoty v jednotlivých časových intervalech:

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t_M} = \frac{Y_{M+1} - Y_M}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (29)$$

kde  $Y_M$  je naměřená teplota a  $O(\Delta t)$  je reziduum po aproximaci pomocí Taylorova polynomu.

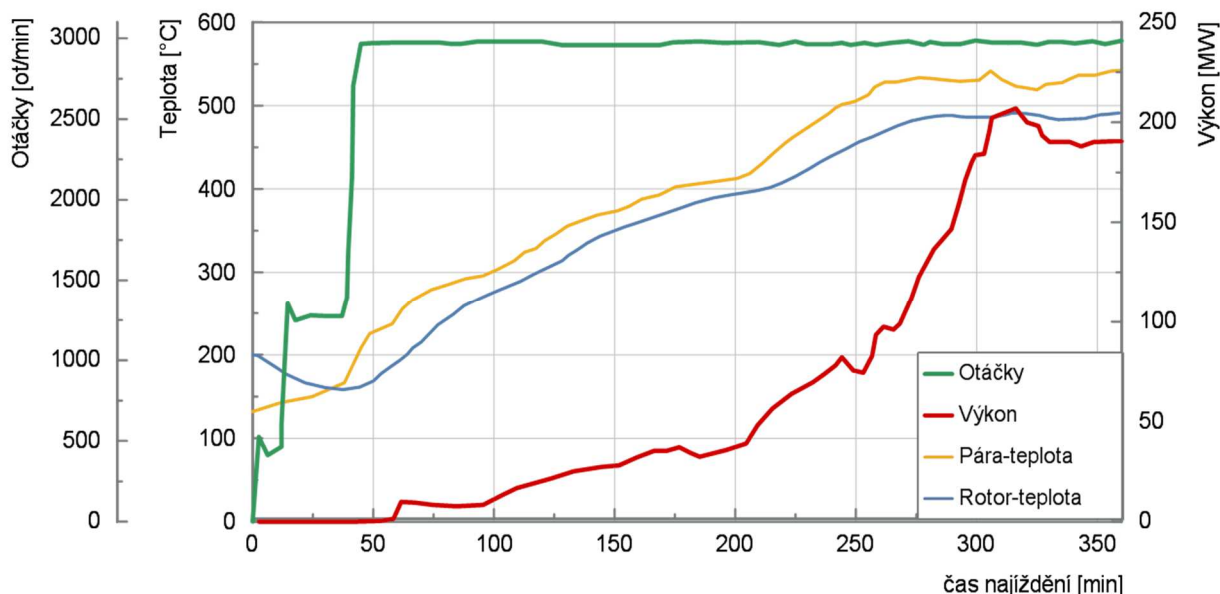
Pro nestacionární vedení tepla v polo-nekonečném tělese pro předpokládaný tepelný tok  $\hat{q}_M$  platí rovnice (30), kde parametr  $\sqrt{k \cdot \rho \cdot c}$  je materiálovou charakteristikou, pro kterou platí nepřímá úměrnost pro povrchovou teplotu (materiál s vyšší tepelnou vodivostí odebírá rychleji teplo z povrchu tělesa):

$$\begin{aligned} \hat{q}(t_M) = \hat{q}_M &= 2 \sqrt{\frac{k \cdot \rho \cdot c}{\pi}} \sum_{i=1}^M \left( \frac{Y_i - Y_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \right) (\sqrt{t_M - t_{i-1}} - \sqrt{t_M - t_i}) \\ &= 2 \sqrt{\frac{k \cdot \rho \cdot c}{\pi}} \sum_{i=1}^M \frac{Y_i - Y_{i-1}}{\sqrt{t_M - t_i} + \sqrt{t_M - t_{i-1}}} \end{aligned} \quad (30)$$

Součinitel přestupu tepla je pak určen dle vztahu:

$$\alpha = \frac{\hat{q}_M}{(T_G - T_W)} \quad (31)$$

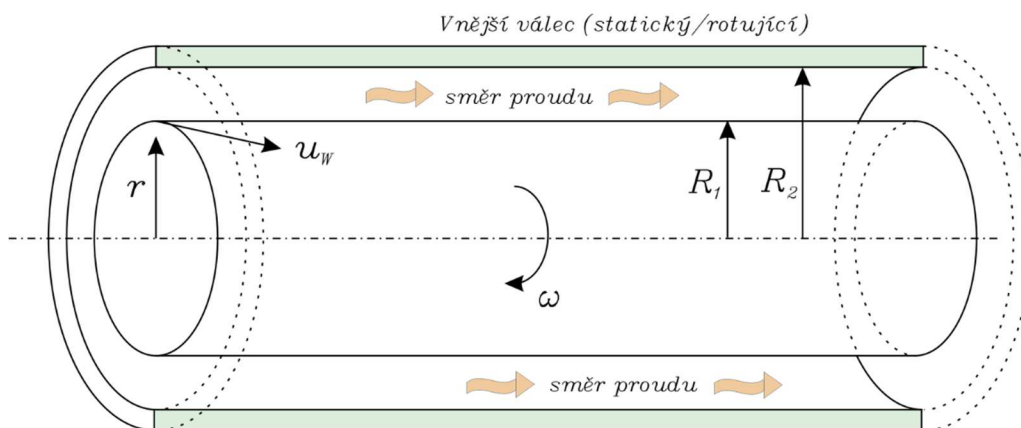
Průběh naměřených dat z najíždění turbíny, pro které byl proveden výpočet součinitele přestupu tepla na Obr. 23. a Obr. 24.



Obr. 24 Reálná data z najíždění turbíny upraveno z [24]

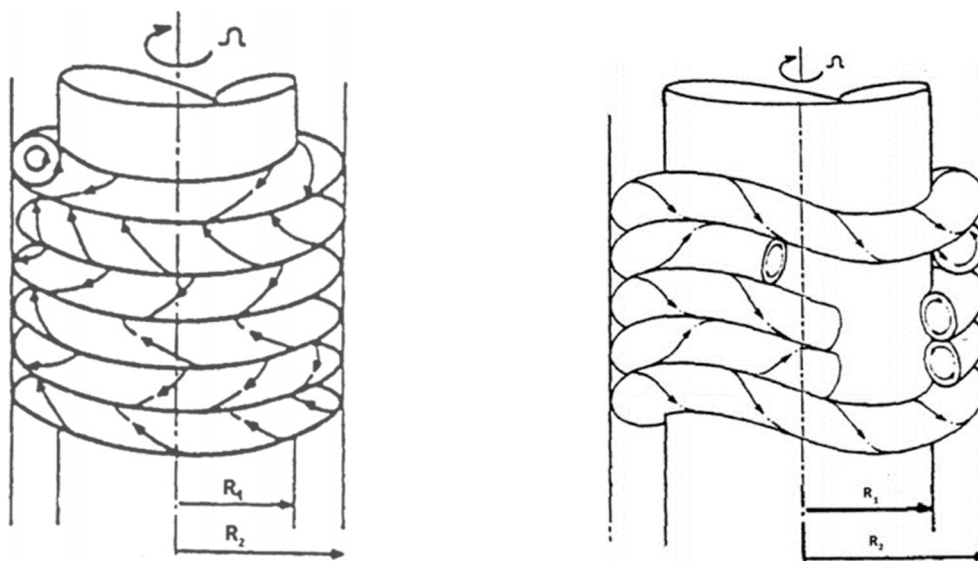
## 5 Proudění mezi koncentrickými rotujícími válci

Pro popis proudění viskózní kapaliny mezi dvěma paralelními deskami pohybujícími se tangenciálně, či v konfiguraci se dvěma rotujícími válci s blízkými poloměry vnitřního a vnějšího válce tvořící průtočný kanál je zavedeno označení *Couette flow* podle francouzského fyzika a matematika M. Couetteho (1858-1943). Pro toto proudění jsou charakteristické převládající viskózní síly nad setrvačnými za předpokladu nulového axiálního průtoku, tedy nulového tlakového rozdílu na vstupu a výstupu viz [28]. Obecná konfigurace pro toto proudění je uvedena na Obr. 25 a je obecně označována jako Taylor-Couetteho proudění.



Obr. 25 Konfigurace průtočného kanálu mezi dvěma koncentrickými válci charakteristickými pro Taylor-Couette proudění – převzato z [29]

První teoretickou analýzu nestabilit v režimech tohoto proudění popsal Rayleigh (1916), který zavedl kritérium stability v neviskózních kapalinách, viz [30]. Stabilitou viskózního proudění se zabýval anglický fyzik a matematik G.I. Taylor (1886-1975), kdy ve své práci popsal rychlostní pole, vyřešil rovnice kontinuity pomocí beselových funkcí, stanovil kritickou obvodovou rychlost pro vznik toroidního vírového pole a tuto teorii podložil experimenty viz [31]. Příklady dvou základních režimů Taylorových vírů jsou uvedeny na Obr. 26.



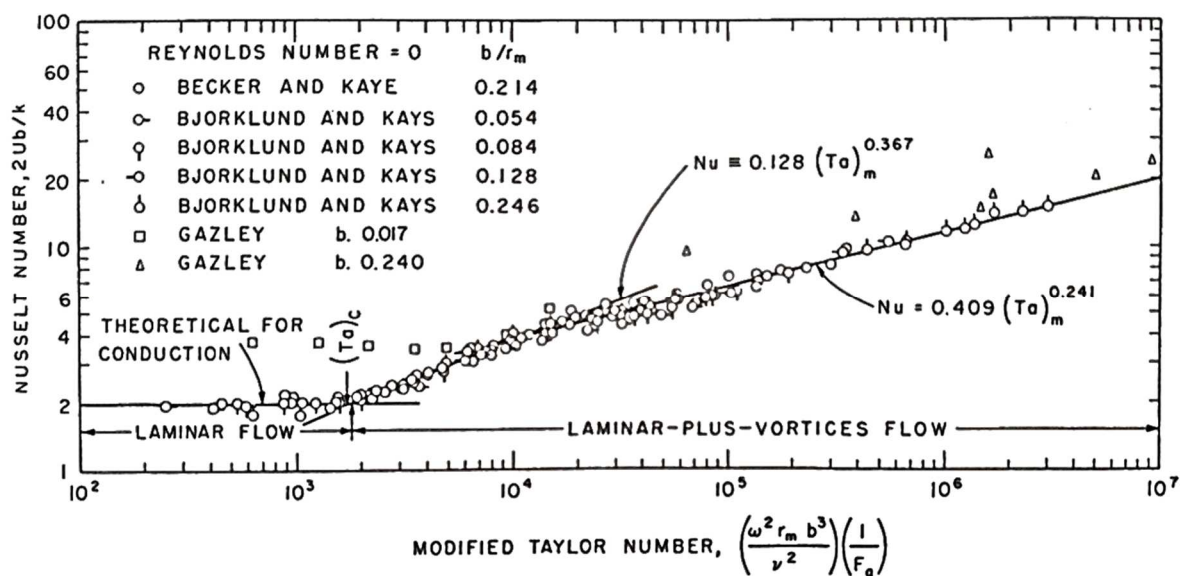
Obr. 26 Příklady režimů Taylorových vírů: toridní (vlevo) a toroidně-vlnitý (vpravo) – převzato z [32]

Obecně je toto proudění rozděleno podle přítomnosti axiálního proudu na dvě charakteristické modifikace proudění:

- **Taylor – Couette**  
Proudění mezi dvěma koncentrickými válci bez vstupujícího axiálního proudu ( $Re_{ax} = 0$ ) do průtočného kanálu (tzv. uzavřená průtočná oblast)
- **Taylor – Couette – Poiseuille**  
Proudění mezi dvěma koncentrickými válci s přítomností axiálního proudu ( $Re_{ax} > 0$ ) vstupující do průtočného kanálu (tzv. otevřená průtočná oblast)

## 5.1 Proudění mezi koncentrickými rotujícími válci bez axiálního proudění (Taylor – Couette)

Konfigurace dvou rotujících válců bez axiálního proudění je z hlediska množství publikovaných prací podrobně popsána. Jednu z prvních teoretických analýz tohoto proudění popsaných Couettem provedl Rayleigh (1916), kdy odvodil kritérium stability pro neviskózní proudění. Taylor odvodil existenci kritické obvodové rychlosti  $\omega_{crit}$ , do které proudění v koncentrickém válci odpovídá ustálenému laminárnímu proudění (Couette flow). U tohoto proudění z hlediska konvektivního přestupu tepla pro nízké rychlosti rotujících válců odpovídá přirozené konvekci. Při konvekci záleží také na horizontální a vertikální orientaci. Pro hodnoty  $Ra = <10^4$  je však tato přirozená konvekce zanedbatelná. Pro vyšší hodnoty  $Ra$  tedy  $Ra = >10^4$  závisí na poměru Grashofova čísla a tangenciálního Reynoldsova čísla. [33] [32]. Referenční stanovení Nusseltova čísla z experimentálních měření pro toto laminární proudění lze nalézt v pracích Gazleyho (1958) [34] či Beckera a Kaye (1962) [35], kdy odpovídá hodnotě  $Nu = 2,0$  viz Obr. 27.



Obr. 27 Nusseltovo číslo v závislosti na modifikovaném Taylorově čísle – převzato z [35]

Z těchto experimentálních měření odpovídá přestup tepla v mezeře v koncentrických válcích při čistě laminárním proudění přesně kondukcí vrstvy tekutiny za předpokladu nulových hodnot emisivity povrchu vnitřního a vnějšího válce. Uvedený průběh Nusseltova čísla je znázorněn závislostí na modifikovaném Taylorově čísle, které je definováno jako [35]:



$$Ta_m = \left( \frac{Ta}{F_g} \right)^2 = \left( \frac{\omega^2 r_m \delta^3}{v^2} \right) \left( \frac{1}{F_g} \right) \quad (32)$$

Kde  $F_g$  je geometrický faktor zahrnující šířku mezikruží  $\delta$ , střední rádius mezikruží  $r_m$  a parametr  $P$ :

$$F_g = \frac{\pi^4}{1697} \left( 1 - \frac{\delta}{2r_m} \right)^{-2} \frac{1}{P}$$

$$P = 0,0571 \left[ 1 - 0,652 \left( \frac{\frac{\delta}{r_m}}{1 - \frac{\delta}{2r_m}} \right) \right] + 0,00056 \left[ 1 - 0,652 \left( \frac{\frac{\delta}{r_m}}{1 - \frac{\delta}{2r_m}} \right) \right]^{-1} \quad (33)$$

Taylorovo číslo je možné interpretovat jako poměr odstředivých a třecích sil a vyjadřuje stabilitu proudění. Jedna z jeho nejčastějších forem vyjádření je:

$$Ta = \frac{\omega^2 R_1 \left( \frac{D_h}{2} \right)^3}{v^2} \quad (34)$$

Kde  $R_1$  je průměr vnitřního válce,  $\omega$  je úhlová rychlost a  $D_h$  je hydraulický průměr.

Pro mezikruží lze vyjádřit hydraulický průměr dle [36] takto:

$$D_h = \frac{4S_p}{P_m} = \frac{4\pi(R_2^2 - R_1^2)}{2\pi(R_2 - R_1)} \Rightarrow D_h = 2(R_2 - R_1) = 2\delta \quad (35)$$

V literatuře lze nalézt množství vyjádření Taylorových čísel. Vybraná vyjádření jsou uvedena v Tab. 5

**Tab. 5** Vybrané rovnice pro vyjádření Taylorova čísla [32] [37] [38]

| Autor  | Rovnice  |
|--------|--|
| Fénot  | $Ta = \frac{\omega^2 R_1 (R_2 - R_1)^3}{v^2} \quad (36)$                                       |
| Childs | $Ta = \frac{\omega r_m^{0,5} (R_2 - R_1)^{1,5}}{v};$<br>$r_m = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (37)$ |
| Bühler | $Ta = \frac{u 2 \delta}{v} \sqrt{\frac{\delta}{R_1}} \quad (38)$                               |

Při překročení kritické obvodové rychlosti  $\omega_c$  dochází ke vzniku nestabilit ve formě toroidních *Taylorových vírů* viz Obr. 26. U těchto vírů je typické párové uspořádání jednotlivých protisměrných vírů. Taylorovo číslo odpovídající kritické obvodové rychlosti pro nekonečně dlouhé

válcové mezikruží je tzv. kritické taylorovo číslo  $Ta_C=1697$  [31]. Pro izotermální proudění lze uvažovat podle [35] rozsah  $Ta_C = 1697 \div 1708$  a pro neizotermální proudění  $Ta_C = 1740 \div 1800$ .

Pro vyjádření kritického modifikovaného Taylorova čísla  $Ta_{mC}$  se často využívá hodnota dle vztahu:

$$Ta_{mC} = \sqrt{1697} \doteq 41,19 \quad (39)$$

Pro vyjádření kritické obvodové rychlosti  $\omega_{mC}$  pak platí:

$$\omega_{mC} = \frac{41,19 \nu F_g}{r_m^{0,5} (R_2 - R_1)^{1,5}} \quad (40)$$

Z hlediska přestupu tepla dochází ihned po překročení kritického Taylorova čísla (kritické obvodové rychlosti) k nárůstu součinitele přestupu tepla, který lze pro rozsah modifikovaného Taylorova čísla  $1700 < (Ta/Fg) < 10^7$  vyjádřit dle vztahu:

$$Nu = 0,409 \left( \frac{Ta}{F_g} \right)^{0,241} - 137 \left( \frac{Ta}{F_g} \right)^{-0,75} \quad (41)$$

Pro využití korelací konvektivního přestupu tepla pro obdobné geometrie v platném rozsahu Taylorových čísel z experimentálních měření je zaveden radiální ( $\eta$ ) a axiální ( $\tau$ ) geometrický poměr pro každý experiment, které jsou definovány:

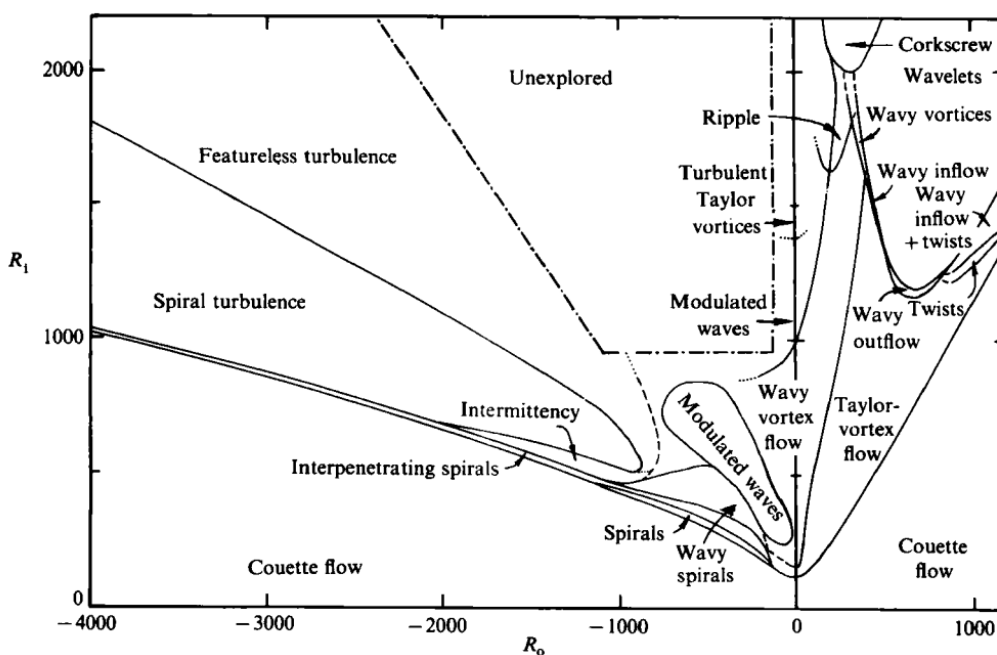
$$\eta = \frac{R_1}{R_2} ; \tau = \frac{L}{R_2 - R_1} \quad (42)$$

kde  $L$  je délka válcové části (délka vnitřního válce).

**Tab. 6** Vybrané rovnice korelací pro konvektivní přestup tepla při  $Re_{ax}=0$  s rotací vnitřního válce a statického vnějšího válce - upraveno z [32] [39]

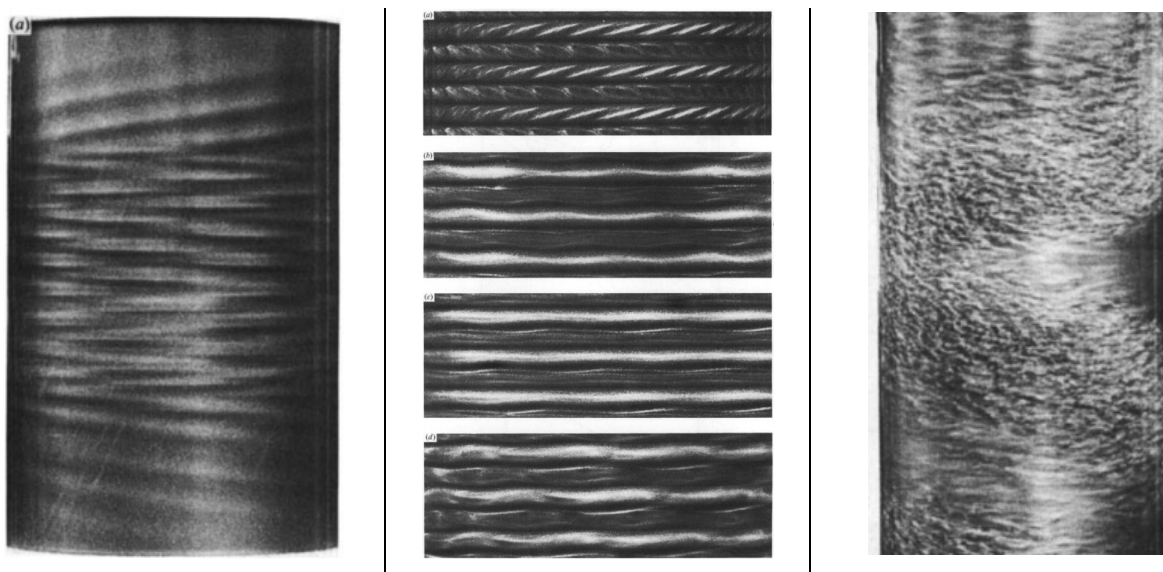
| Autor               | Rozsah $Ta$                           | Radiální poměr<br>$\eta$ | Axiální poměr<br>$\tau$ | Korelace                  |
|---------------------|---------------------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------------|
|                     | $Ta < Ta_C$                           |                          |                         | $Nu = 2$                  |
| Becker Kaye [35]    | $Ta_C < Ta < 10^4$                    | 0,807                    | 172                     | $Nu = 0,128Ta^{0,367}$    |
|                     | $10^4 < Ta < 3,3 \cdot 10^5$          |                          |                         | $Nu = 0,409Ta^{0,241}$    |
| Bjorklund-Kays [39] | $8000 < Ta < 4 \cdot 10^6$            | 0,8÷0,948                | 32÷147                  | $Nu = 0,35Ta^{0,25}$      |
| Aoki et al. [40]    | $0 < Ta < 1 \cdot 10^8$               | 0,522÷0,971              | 220÷7000                | $Nu = 0,42(Ta Pr)^{0,25}$ |
| Tachibana Fuki [41] | $1 \cdot 10^8 < Ta < 5 \cdot 10^{12}$ | 0,75÷0,938               | 2,25÷11,25              | $Nu = 0,092(Ta Pr)^{1/3}$ |

Výše uvedené korelační vztahy byly získány na základě celkových bilancí přestupů tepla u jednotlivých experimentálních zařízení. Vlastních tvarů a jednotlivých módů turbulentních vírů v koncentrických válcích existuje celá řada a závisí i na historii proudění, tedy závisí na počátečních podmínkách jako je nárůst obvodové rychlosti. Například další módy Taylorových vírů vznikajících v přechodové oblasti mezi laminárním prouděním zůstávají i při výrazném turbulentním proudění a bylo jich popsáno více než 70 typů [42]. Rozsáhlá experimentální měření s vizualizací těchto vírů byla provedena například v pracích Schultz-Grunowa (1956) [43] či Andercka (1985) [44]. Mapa zjištěných oblastí jednotlivých typů vírů a proudění pro rotující vnější i vnitřní válec je uvedena na Obr. 28.



Obr. 28 Zjištěné oblasti jednotlivých režimů proudění pro konfiguraci rotujícího vnějšího i vnitřního válce – převzato z [45]

Fotografie vybraných režimů při experimentu s vertikálními válci je uvedena na Obr. 29, kdy je například zřetelné periodické turbulentní vírové pole tvaru V, které postupují v provedeném experimentu podél válců s frekvencí 2 Hz.



Obr. 29 Příklady jednotlivých vírových režimů proudění: Interpenetrating laminar spiral flow-IPS – (vlevo), Twisted Taylor vortices-TWI-(uprostřed) a V-shaped turbulence (vpravo) – převzato z [45]

## 5.2 Proudění mezi koncentrickými rotujícími válci s axiálním prouděním (Taylor – Couette– Poiseuille)

Proudění v koncentrických rotujících válcích bez axiálního proudění je z hlediska teoretického základu a například z hlediska rozvoje CFD modelování velice přínosné a jejich korelační modely přestupu tepla se uplatňují například u chlazení elektromotorů. Avšak u většiny rotačních strojů se jedná o proudění s přítomností axiálního proudění, a to ať už se jedná o letecké motory, plynové a parní turbíny či generátory.

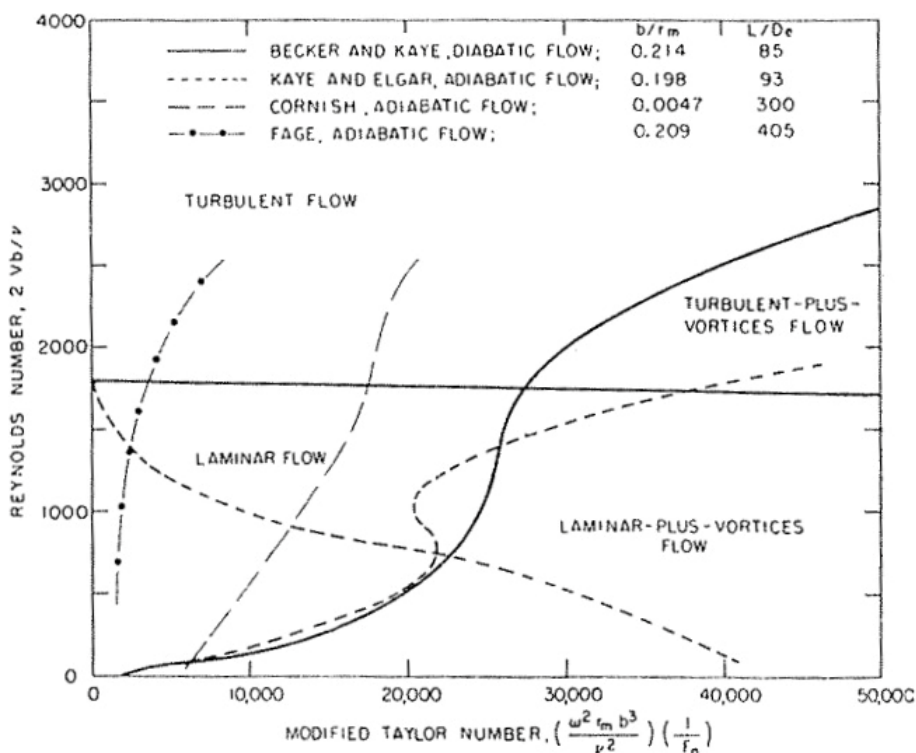
Z hlediska proudění se jedná o kombinaci rotačního proudění s axiálním prouděním z čehož vyplývá možnost rozdělení tohoto proudění do čtyř základních skupin a to:

- Laminární proudění
- Laminární proudění s Taylorovy víry
- Turbulentní proudění
- Turbulentní proudění s Taylorovy víry

V dostupné literatuře se autoři často zabývají přechodovými stavy, tedy přechodem mezi laminárním a turbulentním prouděním (vliv  $Re_{ax}$ ) a vznikem Taylorových vírů při překročení kritické obvodové rychlosti (vliv  $Ta$ ).

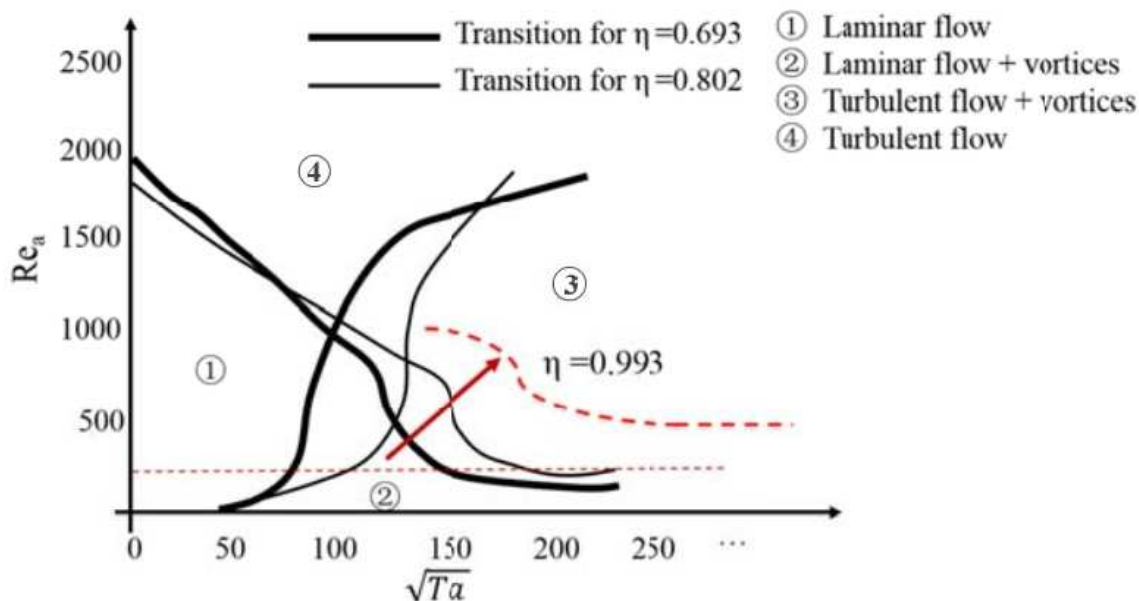
### 5.2.1 Přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním

Stěžejní práci zpracovali Kaye-Eglar (1958) [46], kteří se zabývali adiabatickým prouděním při nízkých hodnotách  $Re_{ax}$  a vlivem  $\eta$  radiálního geometrického poměru (šířky mezikruží). Dále Becker-Kaye (1962) [35], kteří zohlednili také teplotní gradient. Na Obr. 30 je uveden graf se znázorněnými přechodovými oblastmi v závislosti axiálního Reynoldsova čísla na modifikovaném Taylorově čísle.



Obr. 30 Znázornění přechodových oblastí proudění v závislosti axiálního Reynoldsova čísla na modifikovaném Taylorově čísle – převzato z [35]

Vliv radiálního geometrického poměru  $\eta=0,693$  a  $0,802$  na hranice mezi jednotlivými přechodovými režimy je uveden na Obr. 31 ,spolu s doplněním o extrapolovanou oblast pro  $\eta = 0,993$  s ohledem na CFD modelování viz Qian (2016) [47].



Obr. 31 Vliv radiálního geometrického poměru na přechodové oblasti proudění – upraveno z [47]

Z výše uvedeného grafu vyplývá strmější přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním pro hodnoty  $\eta$  odpovídajícím užším mezikružím tedy pro  $\eta \rightarrow 1$ . Při hodnotě  $Ta=0$  vzniká turbulentní proudění při hodně  $Re_{ax} \approx 1800$ . Dále z Obr. 30 vyplývá, že kritické Taylorovo číslo je nezávislé na teplotních podmínkách při  $Re_{ax}=0$ .

Vliv teplotního gradientu na stabilizaci proudu, zvýšení hodnoty  $Re_{ax}$  pro přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním, který je nezávislý na  $Re_{ax}$  ( $Re_{ax}=\text{konst.}$ ) zjištěného Beckerem-Kayem (1962) [35], který je zřejmý z Obr. 30, je dle Fénota [32] nutno zohledňovat velmi obezřetně, díky malé verifikaci těchto výsledků od dalších autorů.

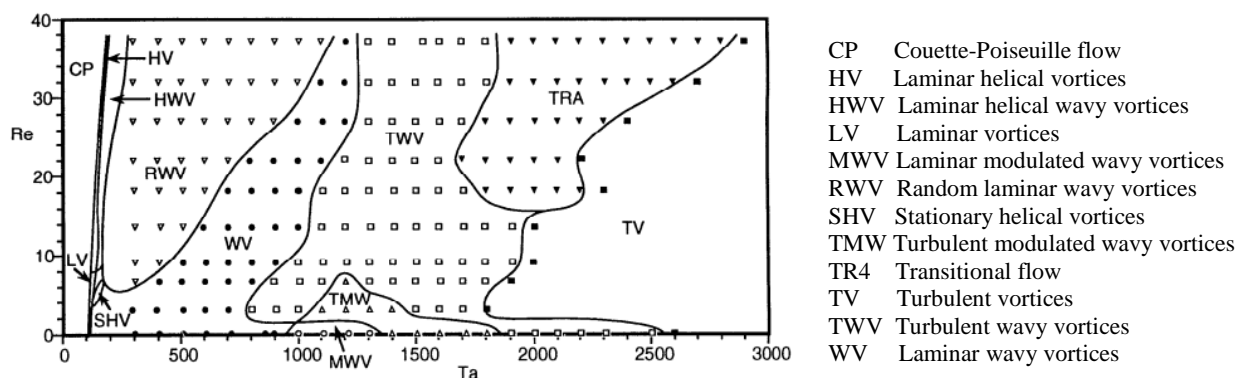
### 5.2.2 Vznik turbulentního proudění s Taylorovy víry

Vlivem axiální proudění vznikají Taylorovy víry při vyšších hodnotách Taylorova čísla a lze tedy potvrdit vliv  $Re_{ax}$  na stabilitu proudění viz [48]. Zásadní vliv na stabilitu proudění a vznik Taylorových vírů má však geometrie průtočného kanálu tedy radiální a axiální geometrický poměr. Pro stanovení kritického Taylorova čísla se zohledněním radiálního geometrického poměru odvodil Chandrasekhar – Hughes (1962) [49] pomocí teorie lineární stability vztah (43) za předpokladu  $Re_{ax} \rightarrow 0$ :

$$Ta_c = \left( \frac{\omega^2 R_1 e^3}{v^2} \right) \sqrt{\left( \frac{2\eta}{1+\eta} \right)}. \quad (43)$$

Tato teorie předpokládá zřetelně oddělené oblasti s výskytem vírů a vírových polí, avšak zjištění na základě experimentů provedených například Jakobem (1999) [42] vede k výskytu přechodových oblastí při vysokých Taylorových číslech ( $10^5 \div 10^8$ ) a axiálních Reynoldsových číslech v řádech ( $10^3 \div 10^4$ ).

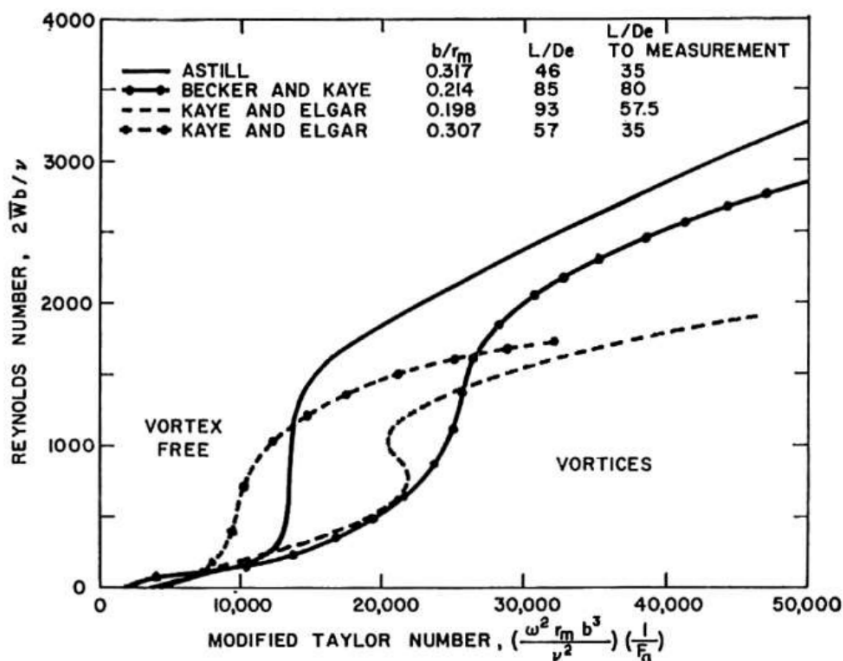
Pro nízké hodnoty  $Re_{ax}$  v řádech ( $<10^2$ ) a Taylorových čísel v řádech ( $<10^4$ ) lze pozorovat množství režimů proudění a módů Taylorových vírů obdobně jako u Taylor- Couetteho proudění. Mapa oblastí těchto režimů je zobrazena na Obr. 32.



Obr. 32 Mapa oblastí jednotlivých režimů proudění pro hodnoty  $Re_{ax} < 40$   $Ta < 3000$ .

Uvedené symboly reprezentují měřicí místa a křivky pouze vizuálně znázorňují pozorované oblasti a nejsou zřetelnými hranicemi – upraveno z [48]

Vliv délky průtočné části tedy vliv axiálního geometrického poměru  $\tau$  na režim proudění v koncentrických válkách byl pozorován například Molkim-Astill (1990) viz [50] či Astill (1964) [51] a to s ohledem na vstup do průtočného kanálu a rozvojem axiálního rychlostního profilu, při kterém nedochází k výskytu Taylorových vírů.



Obr. 33 Srovnání výsledků experimentu Astilla s referenčními experimenty Kaye – převzato z discussion k [51]

Srovnání s referenčními experimenty (Kaye) je graficky znázorněno na Obr. 33, avšak při porovnání rozdílných poměrů  $b/r_m$  celkového poměru  $L/Dh$  a místa, kde byla měřena rychlost ( $L/Dh$  – measurement) nelze jednoznačně vyjádřit vliv pouze axiálního geometrického poměru, ale je nutné také zohlednit poměr  $b/r_m$  viz [51].

### 5.2.3 Konvektivní přestup tepla mezi koncentrickými rotujícími válci s axiálním prouděním

Konvektivní přestup tepla v konfiguraci koncentrických ploch za rotace je dán superpozicí axiálního proudu a rotaci daných ploch. Nejčastější korelace Nusseltova čísla dle dostupné literatury jsou ve formátu zahrnujícím  $Re_{ax}$ ,  $Ta$  a  $Pr$ , popsáno rovnicí (44), kde  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  jsou konstanty zohledňující parametry experimentu.:

$$\text{Axial flow rate + rotation} \Rightarrow Nu = A Re_{ax}^{\alpha} Ta^{\beta} Pr^{\gamma} \quad (44)$$

Shrnutí výsledků autorů experimentů při proudění mezi koncentrickými válci jejichž součástí bylo také stanovení konvektivního přestupu tepla lze nalézt například v [32]. Vzhledem k využitelnosti výsledků experimentů pro rotační plochy lopatkových strojů byly vybrány ty experimenty jejichž nastavení se blíží podmínkám uvedených aplikací a jsou uvedeny v Tab. 7

**Tab. 7** Vybrané rovnice korelací pro konvektivní přestup tepla při  $Re_{ax} \neq 0$  s rotací vnitřního válce a statického vnějšího válce - upraveno z [32] [41] [52] [53]

| Autor                       | Rozsah $Re_{ax}$  | Rozsah $Ta$                              | Radiální poměr $\eta$ | Axiální poměr $\tau$ |
|-----------------------------|---|--|-----------------------|----------------------|
|                             | <b>Korelace</b>   |  |                       |                      |
|                             | 380 ÷ 4200  | $1 \cdot 10^8 < Ta < 5 \cdot 10^{12}$    | 0,75 ÷ 0,938          | 2,25 ÷ 11,25         |
| Tachibana Fuki<br>[41] [52] | $Nu = 0,015 \left( 1 + 2,3 \frac{D_h}{L} \right) \left( \frac{1}{\eta} \right)^{0,45} Re_{eff}^{0,8} Pr^{\frac{1}{3}}$                    |  |                       |                      |
|                             | $1,5 \cdot 10^4 < Re_{ax} < 6,5 \cdot 10^5$   | $4,87 \cdot 10^9 < Ta < 8,65 \cdot 10^9$ | 0,571                 | 12                   |
| Kuzay-Scott [52]            | $Nu = Nu_0 \left[ 1 + \left( \frac{2 D_h}{\pi D_i} \frac{u_w}{c_{ax,m}} \right)^2 \right]^{0,8714} ; Nu_0 = 0,022 Re_{ax}^{0,8} Pr^{0,5}$ |  |                       |                      |
|                             | $1,7 \cdot 10^5 < Re_{ax} < 3,7 \cdot 10^5$   | $6 \cdot 10^7 < Ta < 12 \cdot 10^{10}$   | 0,869                 | 13,3                 |
| Childs-Turner [53]          | $\frac{Nu - Nu_0}{Nu_0} = 0,068 \left( \frac{u_w}{c_{ax}} \right)^2 ; Nu_0 = 0,023 Re_{ax}^{0,8} \sqrt{Pr}$                               |  |                       |                      |

Výše uvedené vyjádření Nusseltova čísla pomocí  $Re_{ax}$  vzhledem k hydraulickému průměru vychází z analogie plně vyvinutého proudění a pro případ koncentrických válců tedy nepředpokládá vliv délky vstupního úseku. Ve většině případů proudění v lopatkových strojích však jde o úseky proudění, ve kterém proudění není zcela vyvinuto, a tudíž je nutné zohlednit také délku průtočného kanálu. Proto pro sjednocení vlivu rotace a axiálního proudění spolu se zohledněním délky průtočného kanálu  $L$  zavedl Gazley (1958) [34] tzv. efektivní Reynoldsovo číslo  $Re_{eff}$  (45), na základě tzv. efektivní rychlosti  $c_{eff}$ .

$$Re_{eff} = \frac{c_{eff} L}{\nu} \quad (45)$$

Efektivní rychlost  $c_{eff}$  zohledňuje střední axiální rychlost proudu  $c_{ax,m}$  a obvodovou rychlost rotoru:

$$c_{eff} = \left[ c_{ax,m}^2 + \left( \frac{u_w}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (46)$$

Výsledné Nusseltovo číslo tak lze přepsat do tvaru:

$$Nu = A Re_{eff}^{\alpha} Pr^{\gamma}, \quad (47)$$

kde  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  jsou konstanty zohledňující parametry experimentu.

Uvedený přístup použili při vyhodnocení výsledků svých experimentů Kuzay-Scott (1977) [52] viz Tab. 7, či Jakoby (1999) [42].

Pro stanovení součinitele přestupu tepla je nutné stanovit teplotu proudu, pro kterou se stanovuje tepelná vodivost. Většina autorů zaměřujících se na vizualizaci a popis proudění měřila pouze teploty na vstupu a výstupu z měřeného úseku. Jako teplota proudu byla většinou brána střední hodnota těchto teplot, případně byla brána teplota na vstupu (Kaye). Pro vysoké rychlosti proudění Eckert (1955) zavedl pro určení referenční teploty proudu tzv. „recovery temperature- $T_R$ “ viz (48):

$$T_R = T + 0,5(T_w - T) + 0,22(T_0 - T) \quad (48)$$

Kde  $T_w$  je teplota povrchu,  $T_0$  je adiabatická teplota, kterou lze pro válcovou rotující stěnu vyjádřit dle vztahu (49):

$$T_0 = T + r_f \left( \frac{u_w^2 + c_{ax}^2}{2c_p} \right), \quad (49)$$

kde  $r_f$  je tzv. „recovery factor“ a jeho hodnota odpovídá  $rf = Pr^{1/3}$ .

#### 5.2.4 Příklady experimentálních zařízení

Pro vytvoření experimentálního zařízení a nastavení experimentu pro vyhodnocení součinitelů přestupu tepla kanálech malých průřezů s rotující stěnou, byla provedena rešerše provedených experimentů a stendů, jejichž nastavení je blízké energetickým (lopatkovým) strojům.

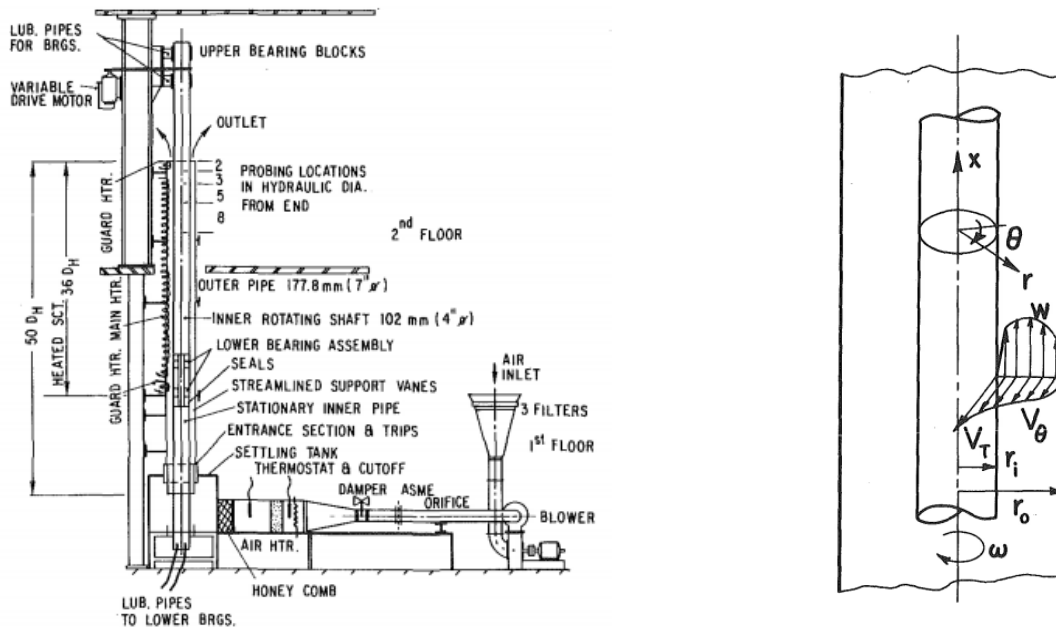
- **Kuzay-Scott (1977)**

Tento experiment s vertikálním uspořádáním byl sestaven ze čtyřech sekcí každá o délce 91,4cm. Stator byl tvořen ocelovou trubicou vnějšího průměru 177,8 mm a vnitřního průměru 101,6 mm. Tento stator byl opatřen instrumentací pro měření teplot stěny i proudu a byl odporově pomocí topných pásků zahříván. Rotor byl tvořen ocelovou trubicou vnějšího průměru 76,2 mm a vnitřního průměru 60,3 mm a byl z vnější strany zaizolován izolací o tloušťce 12,3 mm.

Byly prověřovány stavy s axiálním proudem vzduchu při nulových otáčkách a kombinací axiálního proudu vzduchu při otáčkách 1500, 1750, 2000, 2250 a 2400.

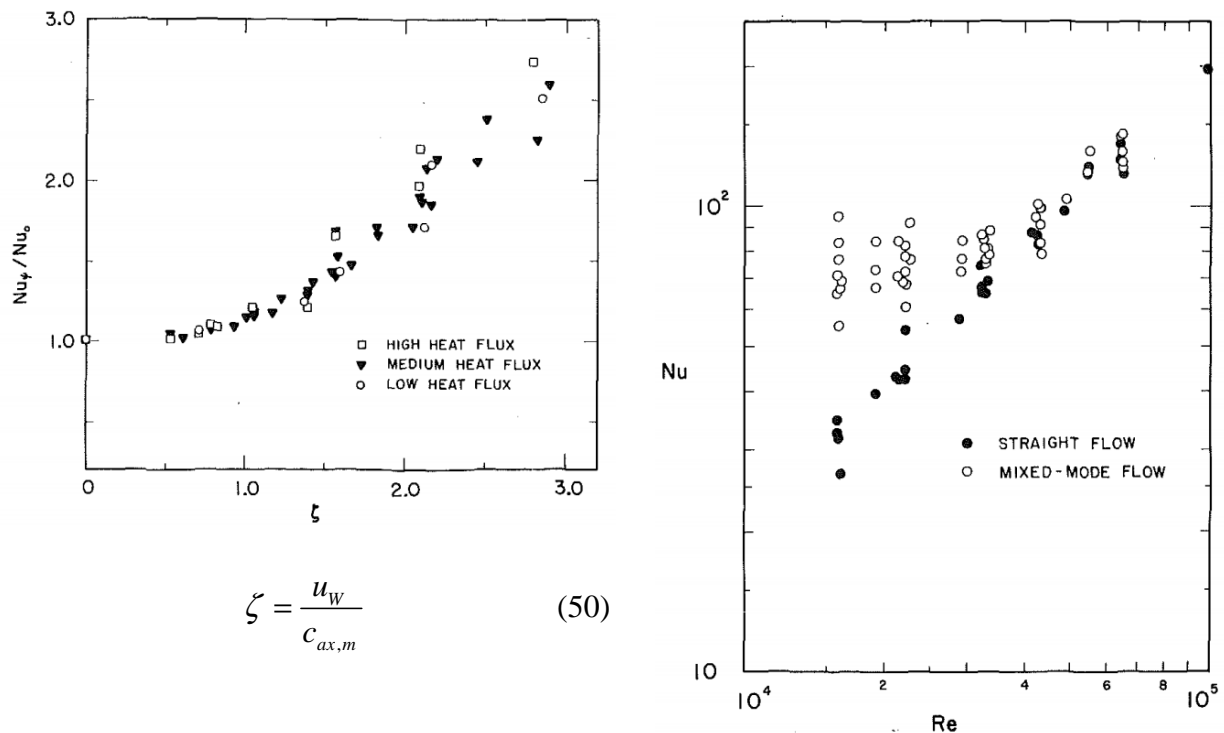
Tento experiment se vyznačoval dlouhou měřicí sekcí až 51x hydraulický průměr  $D_h$  a umožňoval sledovat vývoj proudění po délce válcových ploch. Schéma měřicí aparatury je uvedena na Obr. 34





Obr. 34 Schema experimentální aparatury - Kuzay-Scott (1977) - (vlevo) a koordinační systém průtočného kanálu – převzato z [52]

Na Obr. 52 jsou zobrazeny výsledky experimentů, které jsou srovnány pro stavy bez rotace pouze s axiálním prouděním ( $Nu_0$  – straight mode) a za rotace ( $Nu_\phi$  – mixed mode) a to v závislosti na poměru obvodové rychlosti rotoru  $u_w$  a axiální rychlosti proudu  $c_{ax,m}$ .



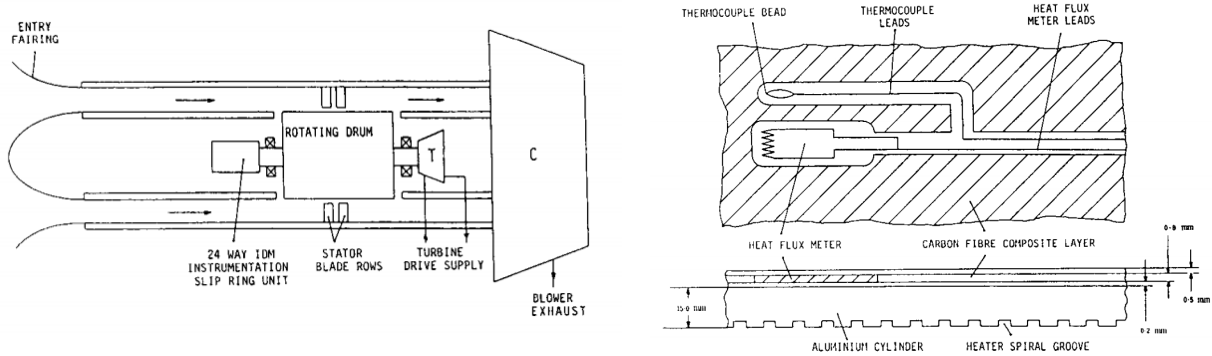
$$\zeta = \frac{u_w}{c_{ax,m}} \quad (50)$$

Obr. 35 Výsledné hodnoty poměru Nusseltových čísel za rotace  $Nu_\phi$  a pouze s axiálním prouděním  $Nu_0$  (bez rotace) v závislosti na poměru obvodové rychlosti rotoru a axiální rychlosti proudu  $\zeta$  pro různé aplikované hustoty tepelných toků - (vlevo) Srovnání výsledných Nusseltových čísel při proudění bez rotace (straight mode) a za rotace (mixed-mode) je znázorněno vpravo

Autoři uvádějí, že hodnota Nusseltova čísla se v úseku  $18 \div 20 D_h$  již blížíla asymptotické hodnotě s odchylkou cca 5%. [52].

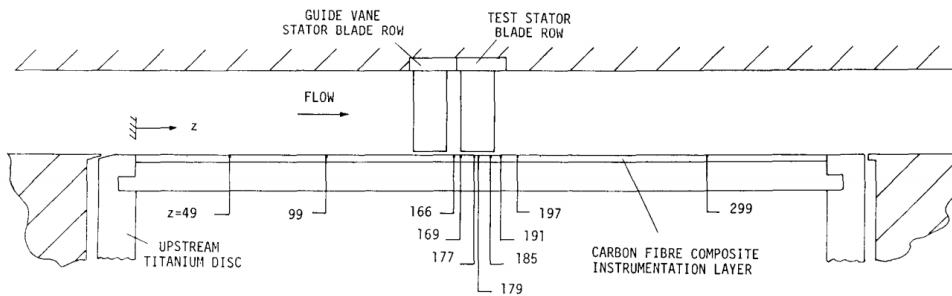
▪ **Childs – Turner (1992)**

Jednalo se o experimentální stanovení součinitelů přestupu tepla pro axiální turbokompresory s vlivem velikostí mezer mezi rotorem a statorovými lopatkami. Rotor byl tvořen dutým válcem vnějšího průměru 400 mm o délce 400 mm. Ustalovací vstupní úsek pro vytvoření ustáleného rychlostního pole měl délku 1,8 m. Mezi rotorem a statorovým válcem byla koncentrická mezera 30 mm. Na vnitřní straně rotoru byly osazeny topné elementy, spolu s vyvedením instrumentace tvořící 10 termočlánků a 10 snímačů tepelného toku viz Obr. 36, které byly vyvedeny do dataloggeru.



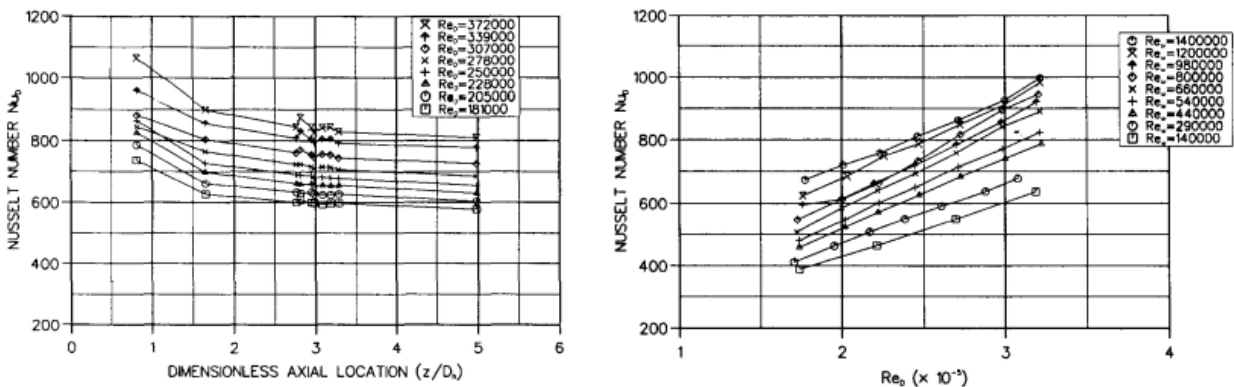
**Obr. 36** Experimentální zařízení Childs-Turner (1992) s úsekem pro vytvoření ustáleného rychlostního - (vlevo). Umístění snímače tepelného toku na rotoru - (vpravo)

Umístění termočlánků a snímačů tepelného toku je znázorněno na Obr. 37, kde je zřetelné umístění měřících míst za statorovými lopatkami. Měření však probíhalo také bez statorových lopatek a průtočná část tak byla tvořena hladkými stěnami.



**Obr. 37** Detail průtočného kanálu s umístění snímačů teplot a tepelných toků

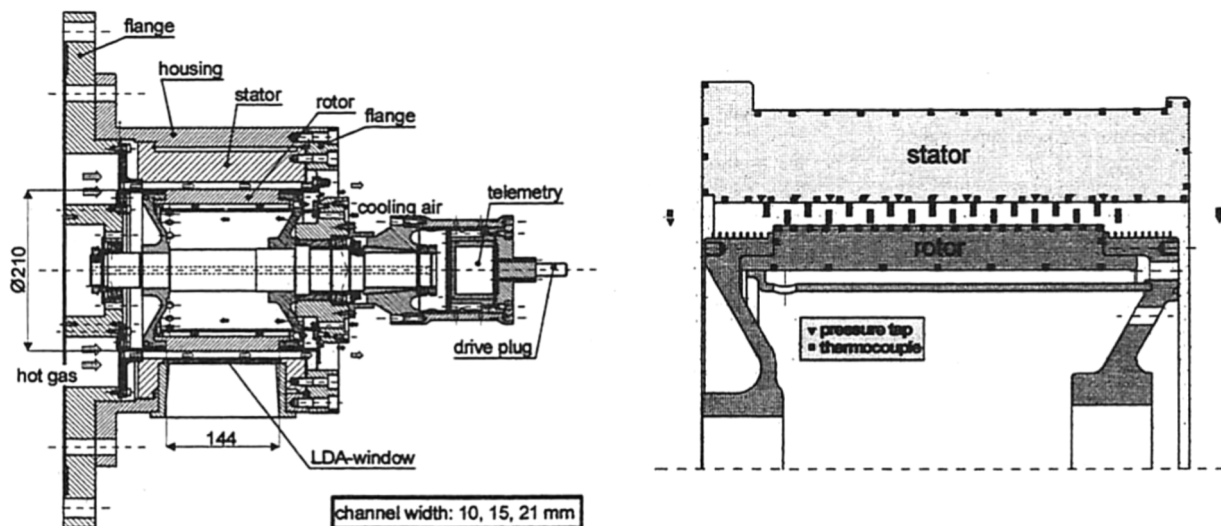
Výsledná Nusseltova čísla vzhledem k pozici měřících míst pro různá axiální Reynoldsova čísla pro hladké stěny bez statorových lopatek jsou znázorněna na vlevo a se statorovými lopatkami s radiální mezerou 1,5 mm (vpravo).



**Obr. 38** Výsledná Nusseltova čísla pro hladký průtočný kanál (vlevo) a se statorovými lopatkami (vpravo) - převzato z [53]

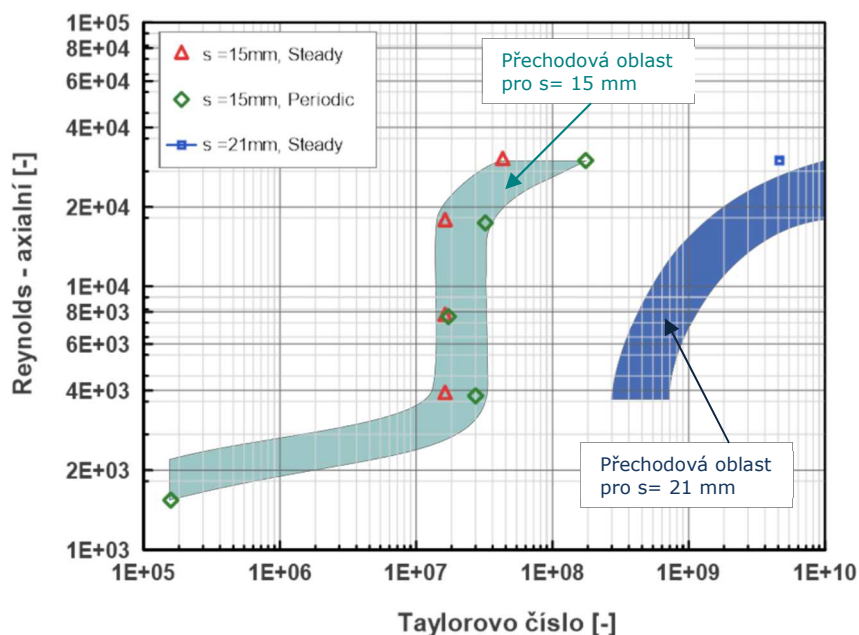
- **Jakoby (1999)**

Toto experimentální zařízení sestávalo z dutého rotoru o průměru 210 mm a délky 144 mm, který byl zevnitř chlazen vzduchem. Šířka mezikruží mezi rotorem a státorem byla měněna výměnou statorové části a dosahovala tak šířky  $s = 10, 15$  a  $21$  mm viz Obr. 39. Pracovní látkou by stlačený vzduch o maximálním hmotnostním průtoku  $0,5$  kg/s pomocí  $135$  kW elektrického ohřevu. Otáčky rotoru dosahovaly  $10\,000$  ot·min<sup>-1</sup> s odpovídající obvodovou rychlostí  $110$  m·s<sup>-1</sup>. Rotor byl také osazen telemetrickým systémem měření teplot pomocí 32 termočlánků.



Obr. 39 Experimentální stend (Jakoby - 1999) pro určení rychlostního pole a přestupu tepla v mezikruží s rotující stěnou pro šířku mezikruží  $s = 10, 15, 21$  mm – převzato z [36]

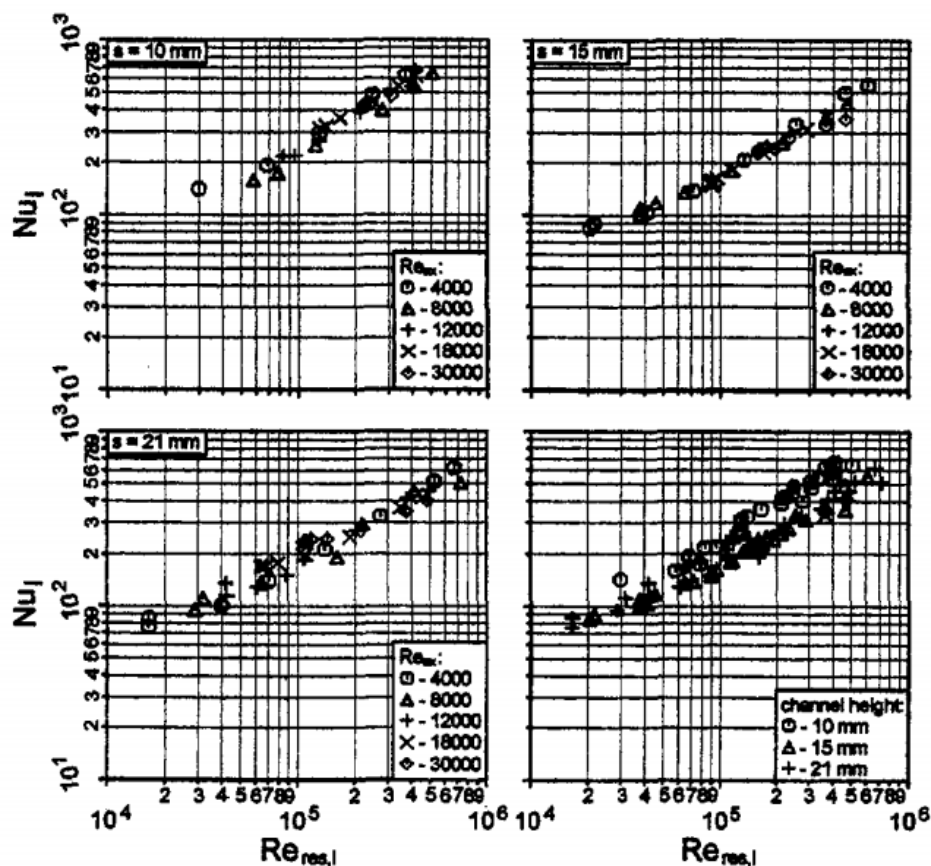
Stator byl vybaven skleněným průzorem pro měření rychlostních polí pomocí LDA. Teploty proudu byly měřeny v 50 % šířky mezikruží. Cílem experimentu bylo kromě stanovení koeficientů přestupu tepla také stanovení přechodových oblastí pro různou šířku mezikruží, viz Obr. 40. Z tohoto experimentu byly prezentovány především výsledky pro oblast s šířkou mezikruží  $s = 15$  mm. Přechodová oblast pro 21 mm je zakreslena pouze přibližně a oblast pro 10 mm není dostupná.



Obr. 40 Experimentálně zjištěná oblast mezi stabilním a periodickým prouděním v mezikruží pro šířku mezikruží  $s = 15$  mm a 21 mm. – upraveno z [42]

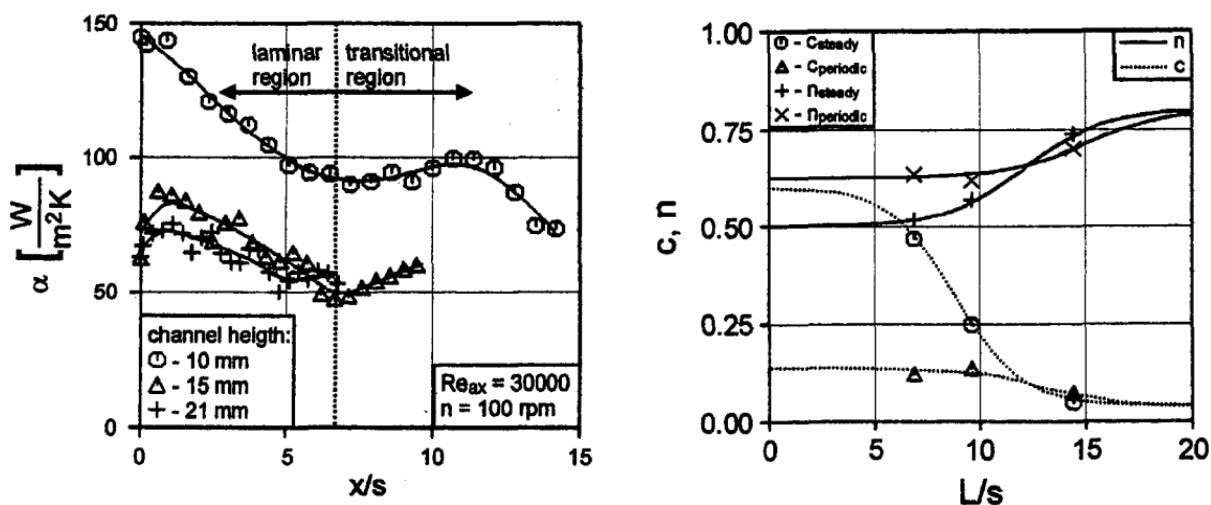
Výsledná Nusseltova čísla pro jednotlivé šířky mezikruží byla vyjádřena v závislosti na „efektivním“ Reynoldsově čísle  $Re_{eff}$ , viz Obr. 41 a jsou přepočítána dle vztahu (51) pro zohlednění délky rotoru.

$$Nu_f = Nu \frac{L}{2\delta} \quad ; \quad Nu_f = c Re_{eff}^n \quad (51)$$



Obr. 41 Experimentální stend (Jakoby - 1999) pro určení rychlostního pole a přestupu tepla v mezikruží s rotující stěnou pro šířku mezikruží  $s = 10, 15, 21$  mm – převzato z [36]

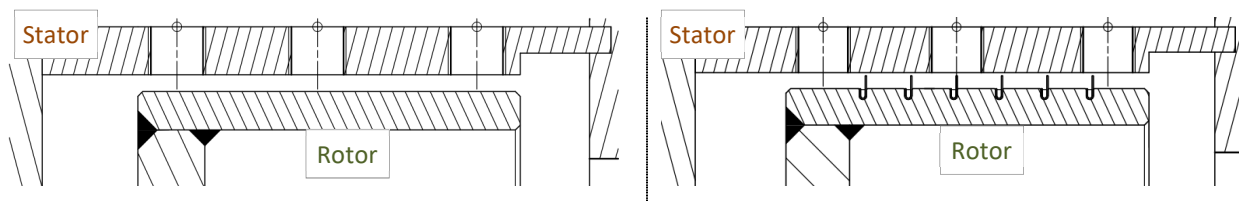
Na Obr. 42 (vlevo) je znázorněn průběh lokálních hodnot přestupů tepla po délce rotoru (pozice na rotoru/šířka mezery) pro danou šířku mezikruží, u kterého je zřejmý vliv přechodové oblasti. Výsledné korelační koeficienty  $c$  a  $n$  v závislosti na parametru  $L/s$  jsou znázorněny vpravo.



Obr. 42 Lokální hodnoty přestupů tepla pro různé šířky mezikruží a pro maximální průtok a minimální otáčky - (vlevo). Výsledné korelační koeficienty  $c, n$  pro stabilní a přechodové proudění. - převzato z [42]

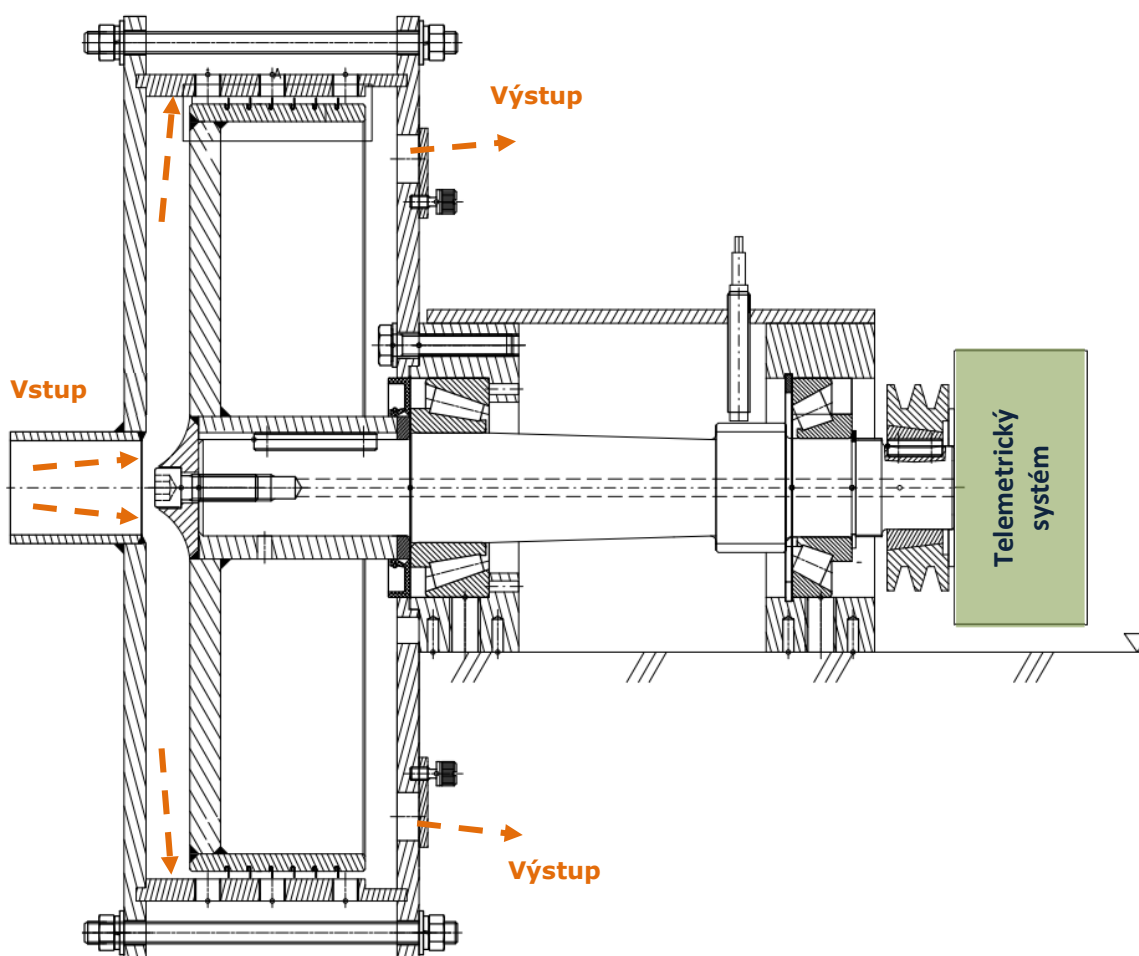
## 6 Experimentální zařízení

Experimentální zařízení bylo vybudováno pro dvě konfigurace průtočného kanálu s ohledem na zjištění lokálních hodnot součinitelů přestupu tepla  $\alpha$  (HTC), a to pro konfiguraci s volným průtočným kanálem tedy s hladkým rotorem a pro jednostranný labyrint umístěný na rotoru viz Obr. 43.



Obr. 43 Konfigurace experimentálního zařízení s hladkým rotorem (vlevo) a s jednostranným labyrintem (vpravo)

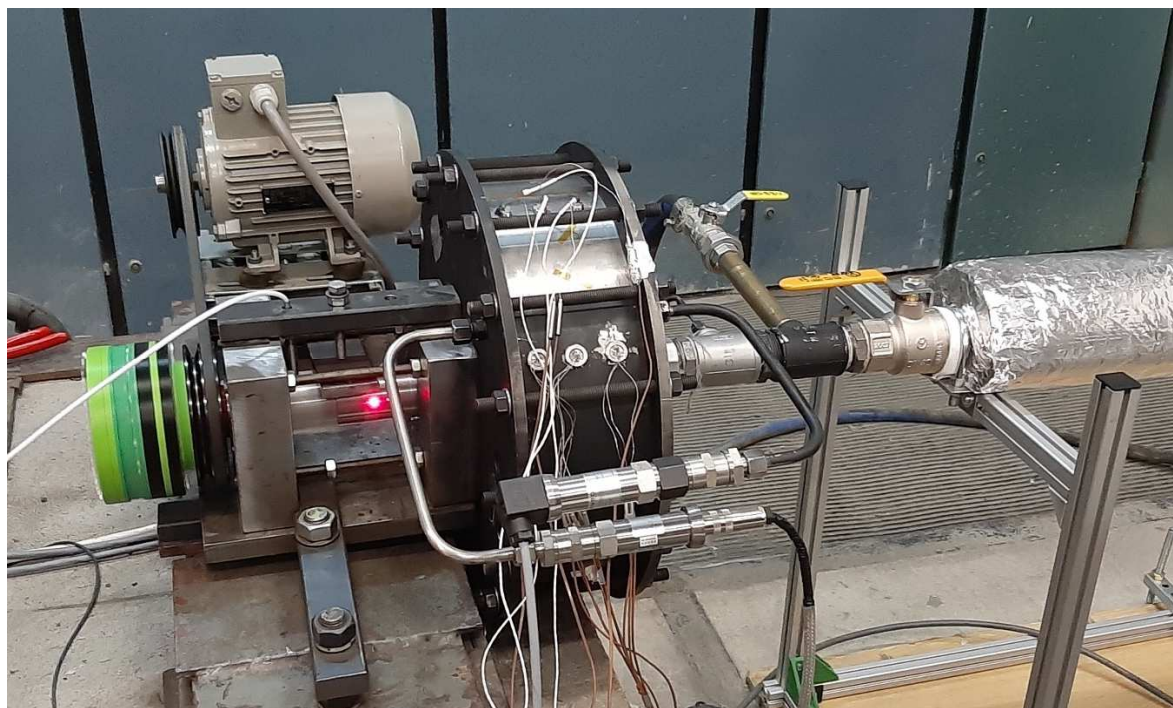
Experimentální zařízení sestává z letmo uloženého rotoru o průměru 350 mm, který byl navržen pro provoz do  $3650 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$  s odpovídající maximální obvodovou rychlostí  $67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Rotor je poháněn přes řemenový převod elektromotorem řízeným frekvenčním měničem. Hřídel rotoru je dutá pro vyvedení termočlánků z rotoru do telemetrického systému viz Obr. 44. Celá rotor/statorová část je vyrobena z austenitické nerezové oceli 1.4571 (316Ti).



Obr. 44 Sestava experimentálního zařízení, v konfiguraci s jednostranným labyrintem na rotoru.

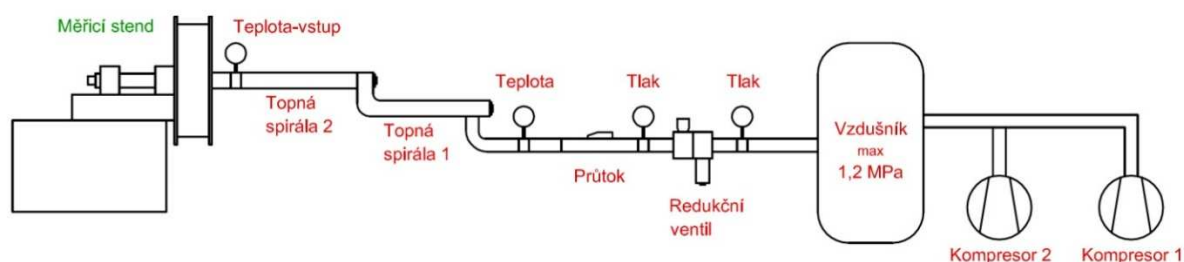
Pracovním médiem je stlačený vzduch ohřátý pomocí elektrických topidel. Měření teplot je provedeno termočlánky umístěnými v měřicích segmentech na statoru (pro labyrint) či statoru a rotoru (hladký rotor).

Celkový pohled na sestavené experimentální zařízení a části měřicí tratě s telemetrickým systémem je zobrazen na Obr. 45.



Obr. 45 Celkový pohled na experimentální zařízení s telemetrickým systémem

Měřicí trať je zobrazena na Obr. 46 kde parametry vzduchu jsou max 1,2 MPa a maximální kontinuální průtok 2750 NI/min. Redukčním ventilem je tlak redukován na 1 bar. Průtok je měřen kalorimetrickým průtokoměrem Testo 6442 dle DIN 2533. Pro ohřev pracovního média (vzduchu) jsou použity 2 ks topných těles o výkonu  $1000 \text{ W} \pm 10 \%$  (1x230V), které jsou umístěny v trubce velikosti 2" uspořádané do etáže. Etážové uspořádání 2 ks topných spirál umožňuje ohřát vzduch při průtoku 500 NI/min o cca  $170 \text{ }^\circ\text{C}$  měřeno na vstupu do měřicího stendu. Příkon spirál byl měřen wattmetrem pro identifikování množství tepla předaného do vzduchu a záznamu jejich spínání během regulace na požadovanou teplotu.



Obr. 46 Měřicí trať rotačního experimentálního zařízení, sestava pro měření se stlačeným vzduchem.



Obr. 47 Soustava topných těles tvořící I. a II. stupeň ohřevu vstupního vzduchu

## 6.1 Systém záznamu a sběru dat

Pro měření je využívána měřicí aparatura cRIO 9068 s programovatelným hradlovým polem FPGA jako šasi na kterém je spuštěn autonomní program. Na měřicím PC jsou pouze sledovány průběhy a ukládání naměřených dat. Toto uspořádání umožňuje využít záznamové rychlosti jednotlivých modulů v nastavení (High resolution) a snímat tak všechny hodnoty rychlostí 1 Hz. Konfigurace sestává z:

- 1x termočlánkový modul NI 9214, 16 diferenčních vstupů, izotermická svorkovnice se 3x CJC kompenzačními teplotami.
- 1x termočlánkový modul NI 9212, 8 diferenčních vstupů, izotermická svorkovnice se 3x CJC kompenzačními teplotami.
- 1x univerzální modul NI 9219 = snímání teploty vzduchu (2xRTD)
- 1x kombinovaný modul 9207, 8 napěťových vstupů  $\pm 10$  V, 8 proudových vstupů  $\pm 20$  mA = 2x napěťový vstup z tlakových snímačů

Program pro řízení experimentu byl vytvořen v grafickém prostředí Labview viz Obr. 48. Pro zpracování a analýzu dat je využito softwaru Diadem. Vzhledem k množství měřených dat zatížených rušením byla tato data filtrována pomocí klouzavého polynomiálního filtru (Savitzky-Goyal filtru) [54], kde byl použit polynom 2. stupně, pro rozsah hodnot  $N=12$ .

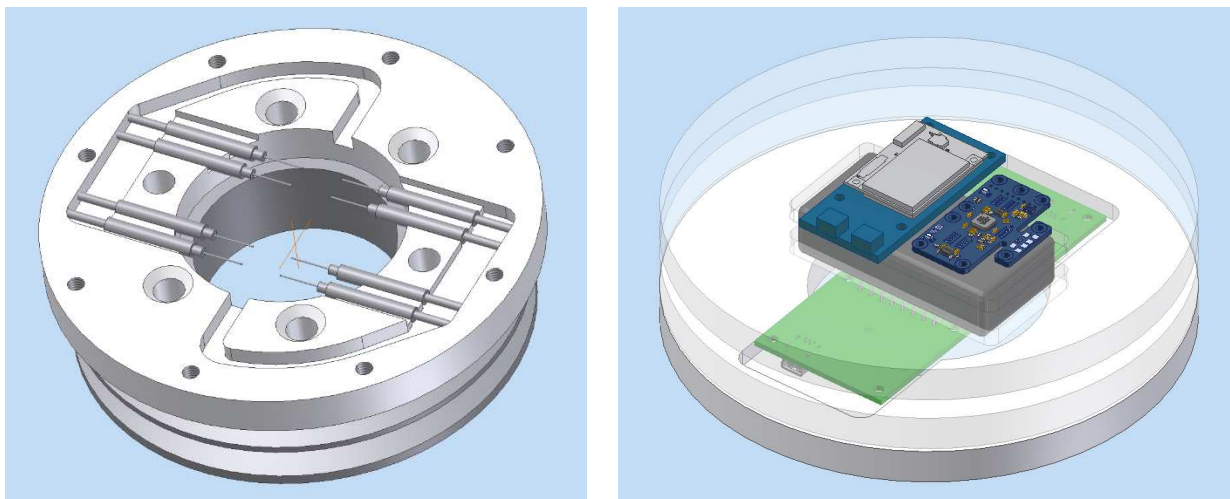
$$f(y_i) = \frac{1}{2 \cdot N + 1} \sum_{k=i-N}^{k=i+N} y_k, \quad \text{kde } m - N > i > N \quad (52)$$



Obr. 48 Softwarové rozhraní pro sledování a záznam dat z jednotlivých snímačů

## 6.2 Telemetrický systém

Pro vyhodnocení součinitele přestupu tepla na rotoru byl sestaven telemetrický systém. Tento systém sestává z termočlánků umístěných na rotoru, měřících modulů a mikropočítače s Wi-Fi modulem pro bezdrátový přenos dat. Termočlánky jsou plášťované, neuzemněné z nerezové oceli AISI 304 o průměru 0,5 mm. Délka pláště byla vyrobena tak aby přechodka na kabelové vývody byla připevněna na řemenici přes upevňovací desku. Tato upínací deska byla vytvořena z Nylonu PA6 pomocí 3D tisku.



Obr. 49 Příklady návrhů upínací desky, měřících modulů, SBC (Single board computer) a baterií

Příklady návrhů telemetrie jsou zobrazeny na Obr. 49. Termočlánky byly zapojeny do dvou termočlánkových modulů s komunikací USB. Parametry pro jeden modul jsou uvedeny v Tab. 8. Použité moduly jsou vývojového typu s poskytnutými knihovnami pro různé programovací jazyky jako C++, Python nebo LabVIEW. Celkově je umístěno 8 termočlánků typu T.



Obr. 50 Mikropočítač Intel Edison, 2x baterie, Wi-Fi anténa

Tyto moduly byly zapojeny přes aktivně napájený USB hub do minipočítače Intel Edison (Processor Intel Atom Z34XX 500 MHz, 2 jádra, 1 GB LPDDR3 RAM., 4 GB interní paměti, USB, Bluetooth, WiFi). Tento SBC (Single board computer) byl zvolen jak z hlediska miniaturních rozměrů, možnosti napájení v rozmezí 7÷15 V, tak i otevřeného operačního systému Linux. Původní systém Linux – Yocto byl nahrazen systémem Ubinlinux, kde byl vytvořen software pro připojení nastavení a ukládání dat byl v C++. K SBC byla také přidána anténa s větším ziskem pro stabilnější přenos dat za provozu (při rotaci). V průběhu měření byla data ukládána na FTP server odkud byla ve formě .csv souboru vyčítána a dále zpracována.

Tab. 8 Parametry termočlánkového modulu

|  |              |
|--|--------------|
| Počet vstupů                             | 4x           |
| Vzorkovací frekvence teploty (maximální) | 25 samples/s |
| Rozlišení teploty (Typ – K)              | 0,04 °C      |
| Maximální odebíraný proud                | 25 mA        |
| Napětí                                   | 5 V          |
| Komunikace                               | USB          |



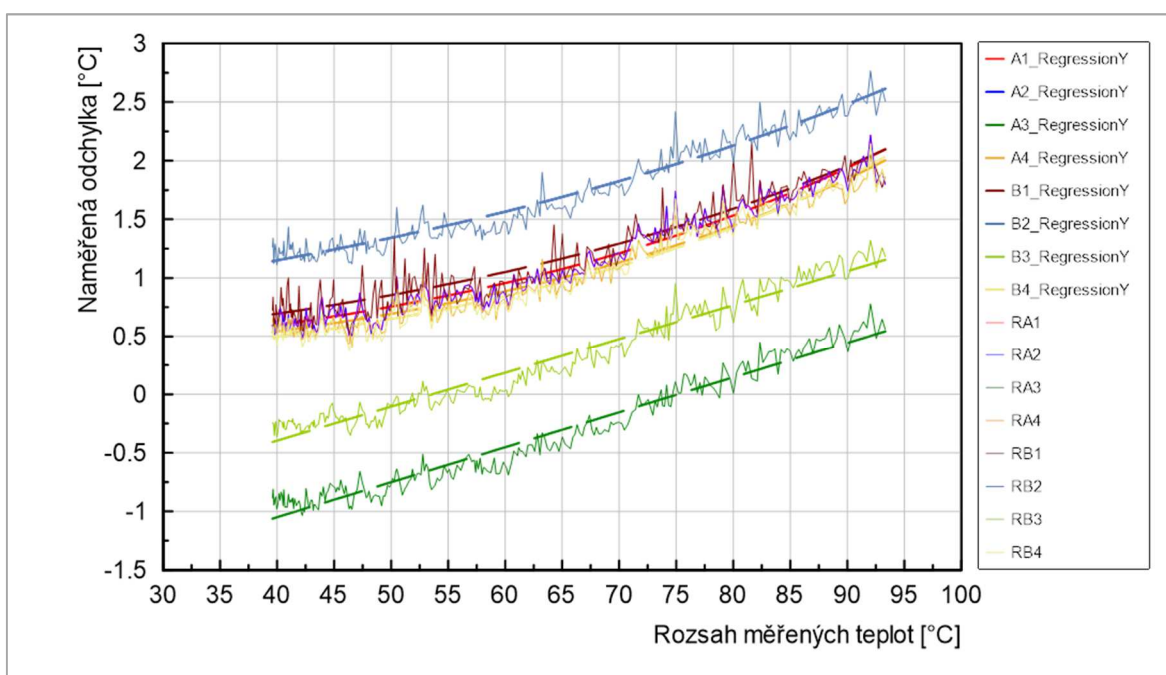


Obr. 51 Telemetrický systém při vyjímání baterií pro nabíjení - (vlevo) a rozložené komponenty před kalibrací termočlánků včetně převodníků (modulů) a záznam dat.

Na Obr. 51 je telemetrický systém při vyjímání baterií pro nabíjení (vlevo). I když celková kapacita umožňuje 4 h nepřetržitého provozu, baterie byly nabíjeny po cca 2h 30min provozu.

### 6.3 Ověření termočlánků

Vzhledem k napájení systému z bateriového zdroje, je do vysoké míry zabráněno rušení signálu na straně převodníků (modulů). Přesto byly termočlánky před aplikací do segmentů s ohledem na celý měřicí řetězec zkalibrovány (ověřeny) pomocí teplotního senzoru RTD Pt 100 v tepelně izolované topné lázni s magnetickým promícháváním. Výsledné kalibrační křivky jsou zobrazeny na Obr. 52.



Obr. 52 Kalibrační křivky jednotlivých termočlánků telemetrického systému

## 7 Experiment s hladkým rotorem

Hladký rotor měl vnější průměr 350 mm o délce válcové části 80 mm. Šířka mezikruží mezi rotorem a statoru byla 3,5 mm. Sestavení rotoru a statoru je zobrazeno na Obr. 53. Geometrické parametry rotoru jsou shrnuty v Tab. 9.

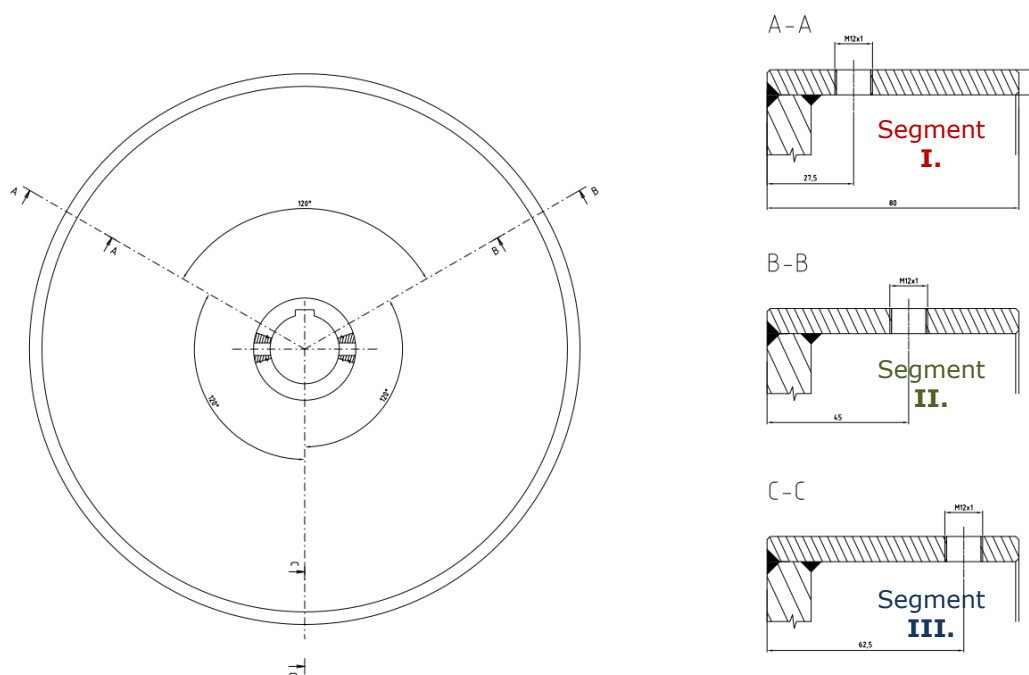
Tab. 9 Geometrické parametry konfigurace s hladkým rotorem

| Vnější průměr rotoru<br>$R_1$ | Vnitřní průměr statoru<br>$R_2$ | Radiální poměr<br>$\eta$ | Axiální poměr<br>$\tau$ |
|-------------------------------|---------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 350 mm                        | 357 mm                          | 0,9804                   | 22,857                  |



Obr. 53 Hladký rotor – sestavení, radiální vůle

Pro vlastní vyhodnocení přestupu tepla na rotoru bylo použito měřících segmentů. Hladký rotor byl osazen 3 měřícími místy (po 120°) pro tyto vyměnitelné segmenty s termočlánky, ve kterých je sledována teplota v různých hloubkách a vyhodnocován tak tepelný tok segmentem. Dále je měřena teplota proudu obtékajícího vzduchu. Jejich označení a umístění na rotoru je zobrazeno na Obr. 54.



Obr. 54 Umístění měřících segmentů na rotoru

## 7.1 Měřicí segmenty

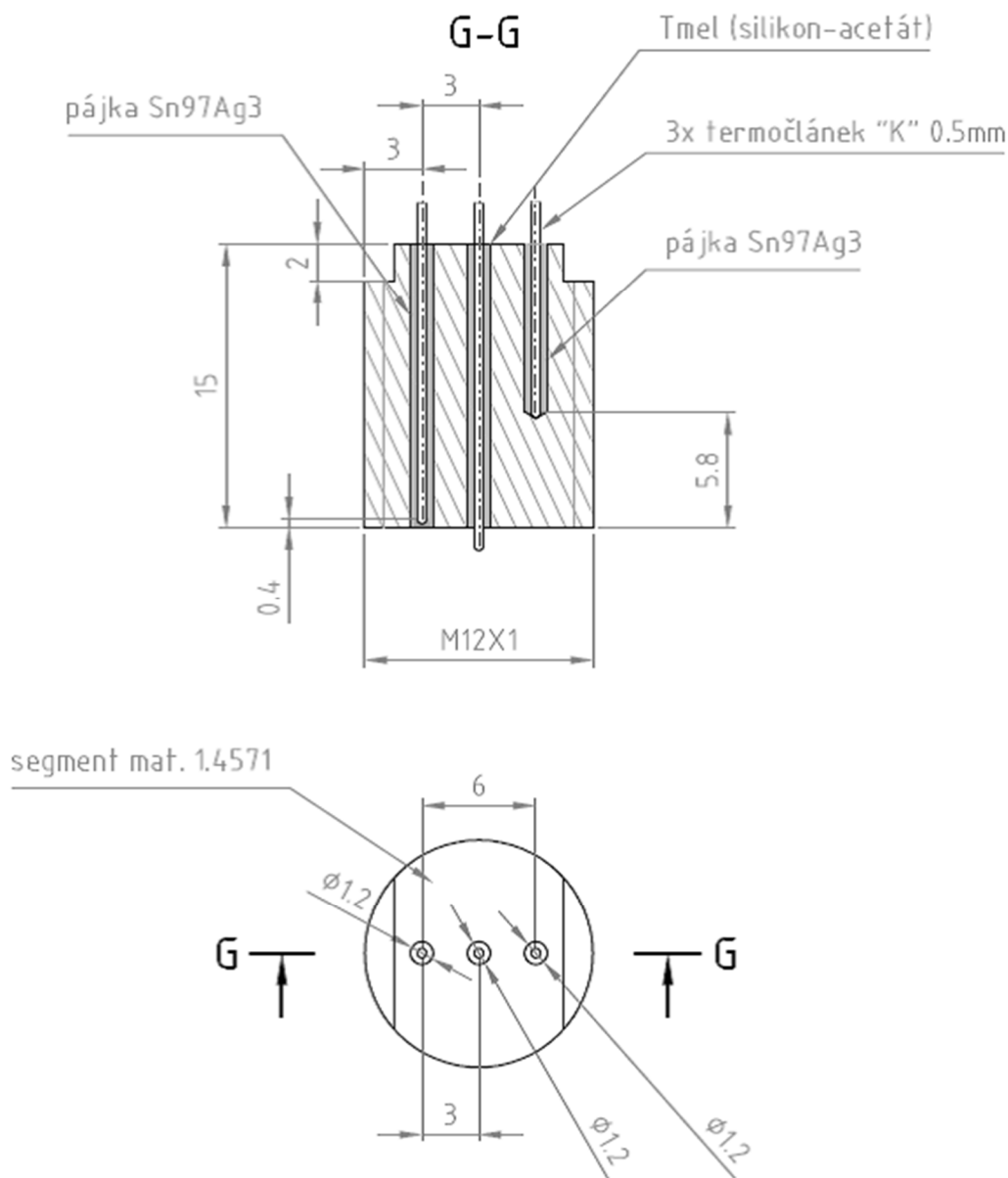
Po vyhodnocení součinitele přestupu tepla byly vyrobeny měřicí segmenty, které byly tvořeny kulatinou o průměru 12 mm s vnějším závitem M12x1 a délky 15 mm. Termočlásky jsou vsazeny do vyvrtaných otvorů o průměru 1,2 mm (viz Obr. 55).

První termočlánek je zasunut v průchozí díře a zalit pájkou Sn97Ag3, jehož měřicí konec je v přibližné vzdálenosti 0,4mm od čela měřicího segmentu (maximálně blízko měřenému povrchu). Tento termočlánek je označen písmenem A pro každý segment.

Druhý termočlánek má měřicí konec zasazen do vzdálenosti 5,8 mm od sledovaného povrchu. Tento termočlánek je označen písmenem B pro každý segment.

Třetí termočlánek je vysunut z průchozí díry 1 mm od sledovaného povrchu vzhledem k okolí je usazen a izolován silikon-acetátovým tmelem.

Tento termočlánek je označen písmenem C pro každý segment.



Obr. 55 Měřicí segment pro termočlásky 0,5mm (umístění A, B,C)

Segmenty byly na rotoru pojištěny na vnitřním průměru maticí a na vnějším průměru byly zabroušeny a nerovnosti vyplněny kovovým tmelem. Výsledné umístění je zobrazeno na Obr. 56.

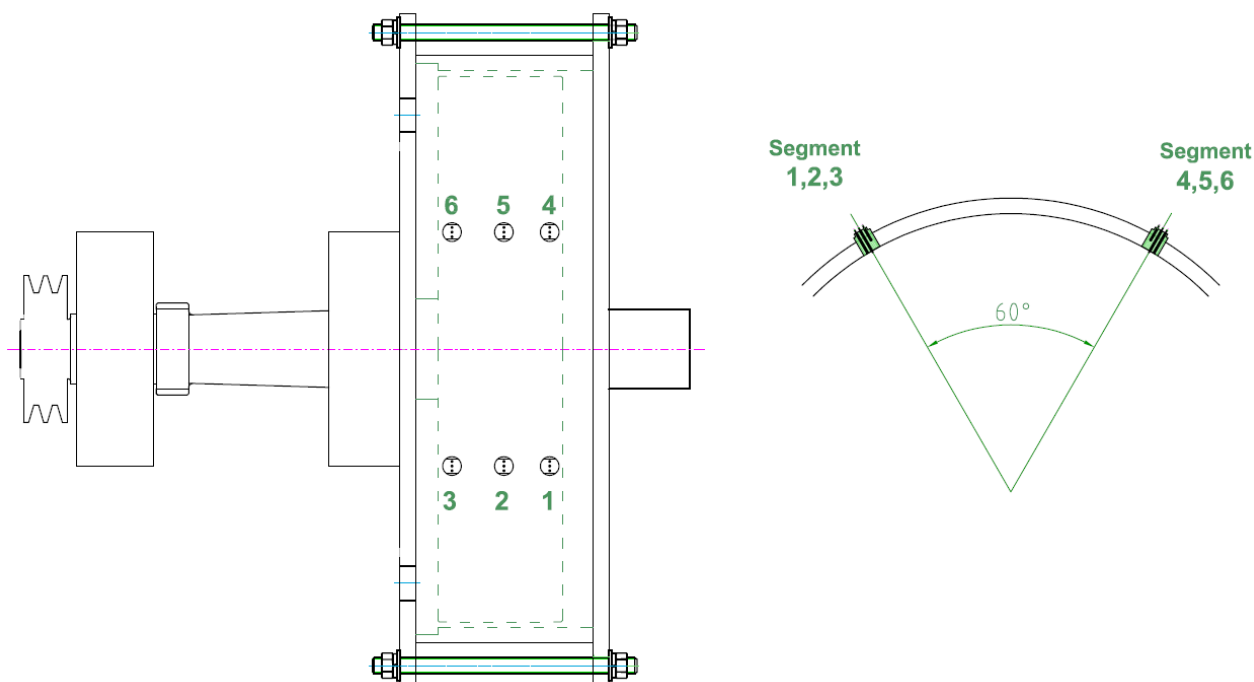


Obr. 56 Umístění segmentů v rotoru po zabroušení

Takto vytvořené segmenty mohou díky rozdílné hloubce termočlánků A a B při známé tepelné vodivosti materiálu měřit tepelný tok. Spolu s teplotou proudu C tak lze stanovit lokální součinitel přestupu tepla. Vzhledem k omezení počtu termočlánků na rotoru díky telemetrii na 8 ks, byl měřící segment III. – rotor osazen jen dvěma termočlánky, a to v pozicích teploty proudu-C a uprostřed rotoru-B.

Segmenty umístěné ve statorové části a to ve 2 skupinách po 3 segmentech v řadě, viz Obr. 57 Tyto 2 skupiny segmentů jsou na statoru pootočené oproti sobě o  $60^\circ$ .

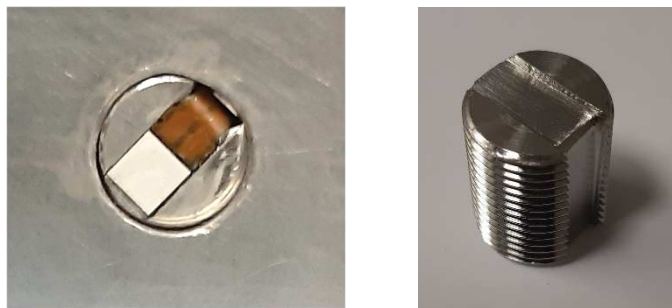
Segmenty 1, 2 a 3 na statoru byly osazeny stejně jako segmenty na rotoru čili každá pozice obsahovala termočlánky typu A, B C. Segmenty 4, 5 a 6 byly opatřeny snímači tepelného toku, které byly použity pro vyjádření součinitele přestupu tepla oproti termočlánků použitých na rotoru.



Obr. 57 Umístění měřících segmentů na statoru

## 7.2 Snímače tepelného toku

Pro přesné stanovení tepelného toku byly použity jako snímače termoelektrické mikro-moduly. Tyto moduly mají vysokou přesnost  $\pm 3 \%$  s dobou odezvy cca 0,7 s. Vybrané parametry těchto snímačů jsou uvedeny v Tab. 10. Vzhledem k rozměrům 4,4x4,4 mm s tloušťkou 0,5 mm bylo možné aplikovat tyto snímače do systému segmentů pomocí vyfrézovaných drážek viz Obr. 58. Snímače byly poté přilepeny pomocí kovem plněného tmelu Loctite 3479.



**Tab. 10 Vybrané parametry termoelektrického snímače tepelného toku**

|                                   |                            |
|-----------------------------------|----------------------------|
| Rozměry                           | 4,4x4,4x0,5 mm             |
| Rozsah měřitelných tepelných toků | -150÷150 kW·m <sup>2</sup> |
| Doba odezvy (0-95 %)              | 0,7 s                      |
| Provozní teplota                  | -50 ÷ 150 °C               |
| Linearita                         | ±1 %                       |
| Přesnost kalibrace                | ±3 %                       |

**Obr. 58 Snímač tepelného toku (termoelektrický mikro-modul)**

Termoelektrický modul vlivem aplikovaného tepelného toku produkuje napětí v řádech  $\mu\text{V}$  a pro daný tepelný tok lze vyjádřit jeho senzitivitu dle vztahu:

$$S = S_0 + (T_s - T_0) S_C \left[ \frac{\mu\text{V}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} \right], \quad (53)$$

kde  $S_0$  je senzitivita za kalibrační teploty [ $\mu\text{V}/(\text{W}/\text{m}^2)$ ],

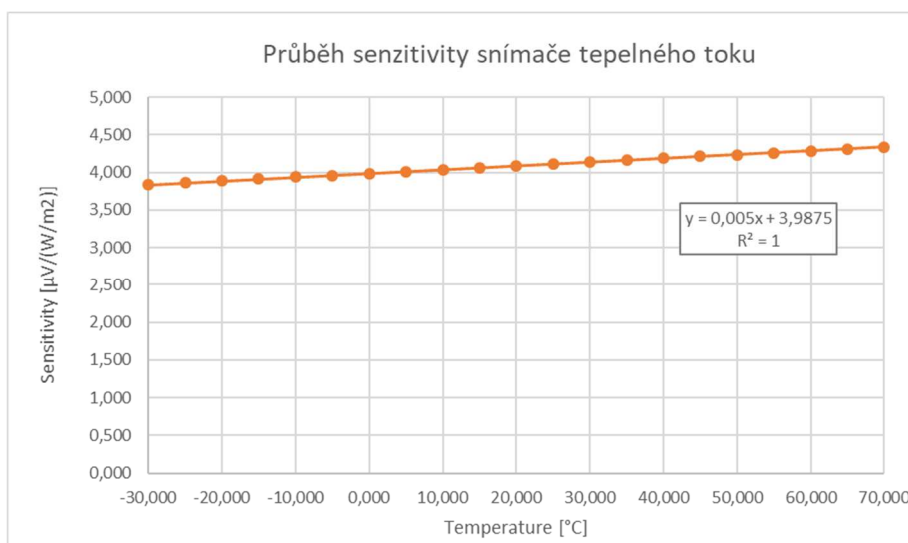
$S_C$  je lineární korekční faktor [ $(\mu\text{V}/(\text{W}/\text{m}^2))/^\circ\text{C}$ ],

$T_0$  je kalibrační teplota [ $^\circ\text{C}$ ],

$T_s$  je střední teplota modulu [ $^\circ\text{C}$ ].

Příklad výsledné senzitivity na střední teplotě modulu je uvedena na Obr. 59. Střední teplota je definována jako rozdíl mezi teplou  $T_H$  a studenou stranou  $T_C$  modulu dle:

$$T_s = \frac{T_H - T_C}{2} \quad [^\circ\text{C}] \quad (54)$$



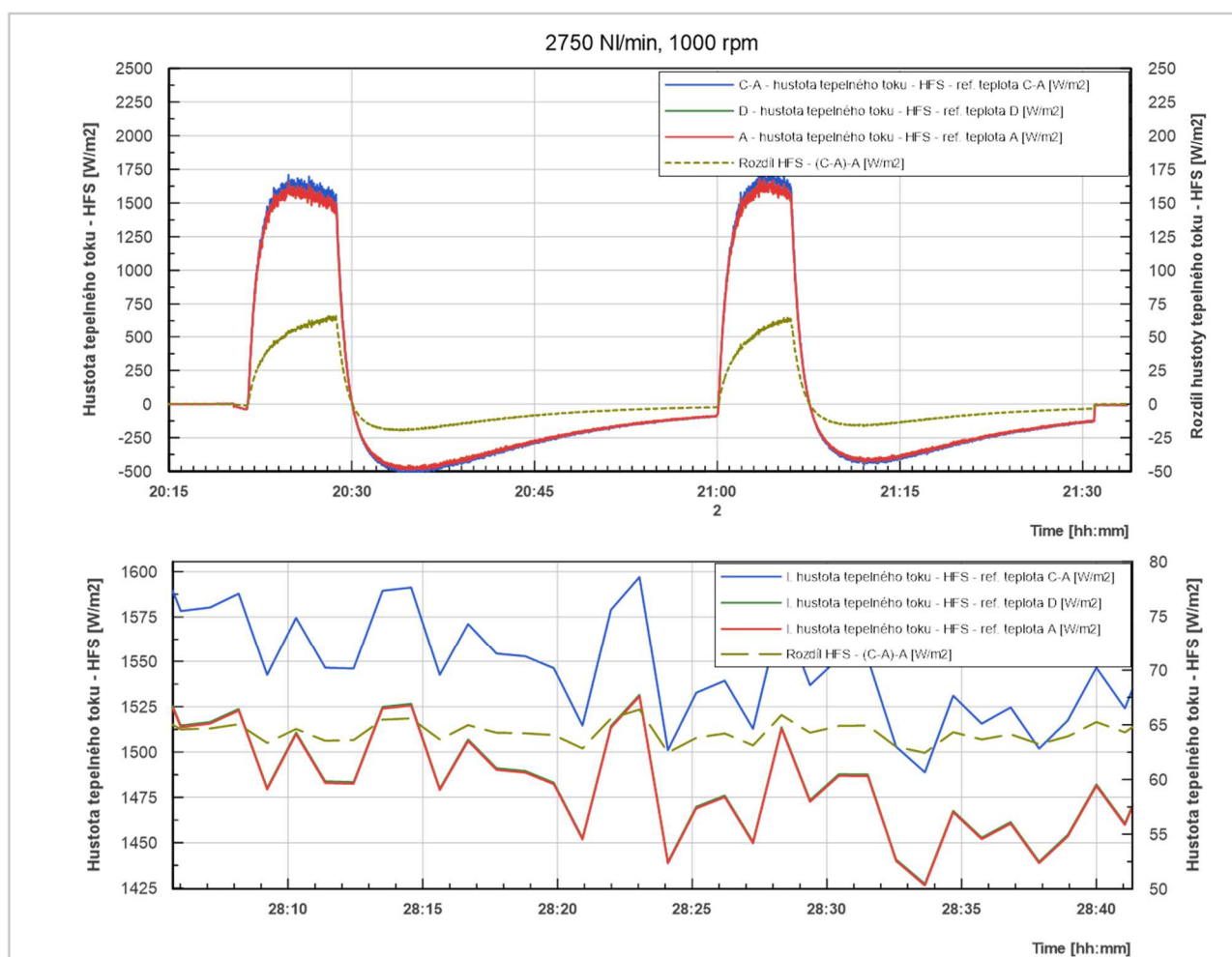
**Obr. 59 Průběh senzitivity snímače tepelného toku v závislosti na střední teplotě modulu**

Vzhledem k tloušťce modulu 0,5 mm byl s výrobcem konzultován přístup ke stanovení korektní teploty modulu, pro kterou bude vyhodnocována hustota tepelného toku dle rovnice:

$$q = \frac{U}{S} \quad [W \cdot m^2] \quad (55)$$

Dle doporučení výrobce byla teplota, pro kterou probíhal výpočet senzitivity použita teplota povrchu-A na odpovídajícím sousedním segmentu, a to z konstrukčních důvodů, kdy povrchová teplota senzoru nemohla být přímo měřena. Byla však měřena teplota v segmentu se snímačem tepelného toku, a to v hloubce 5,8 mm od povrchu snímače, tedy hloubka takto zavedeného termočlánu odpovídala hloubce měřených teplot B.

Z důvodu ověření tohoto přístupu byly zhodnoceny měřené tepelné toky pro teplotu proudu-C a povrchu sousedního segmentu-A dle vzorce (54), dále teploty povrchu sousedního segmentu-A a pro teplotu segmentu-D (B). Výsledné srovnání je zobrazeno na Obr. 60.



Obr. 60 Srovnání vlivu referenčních teplot termoelektrického snímače na výslednou hodnotu tepelného toku.

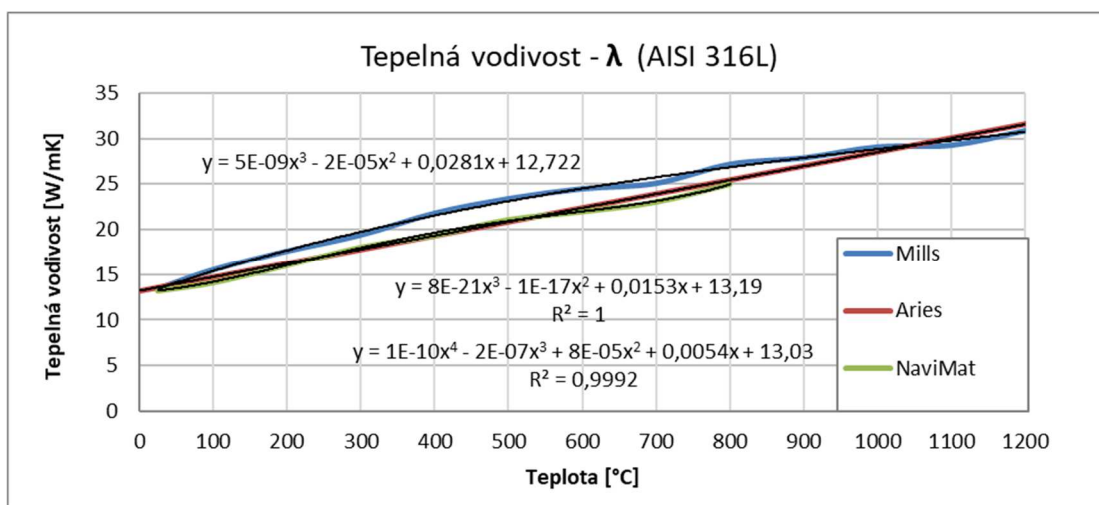
Z uvedeného srovnání vychází maximální rozdíl výsledné hustoty tepelného toku mezi referenční teplotou danou rozdílem C-A a teplotou A cca  $65 \text{ W} \cdot \text{m}^2$ . Rozdíl mezi výslednými hustotami tepelných toků dle referenční teploty-A a teplotou-D byl zanedbatelný.

Vyhodnocení senzitivit jednotlivých snímačů tepelného toku tak reflektovalo doporučení výrobce a bylo vztaženo k teplotě A odpovídajícího sousedního segmentu.

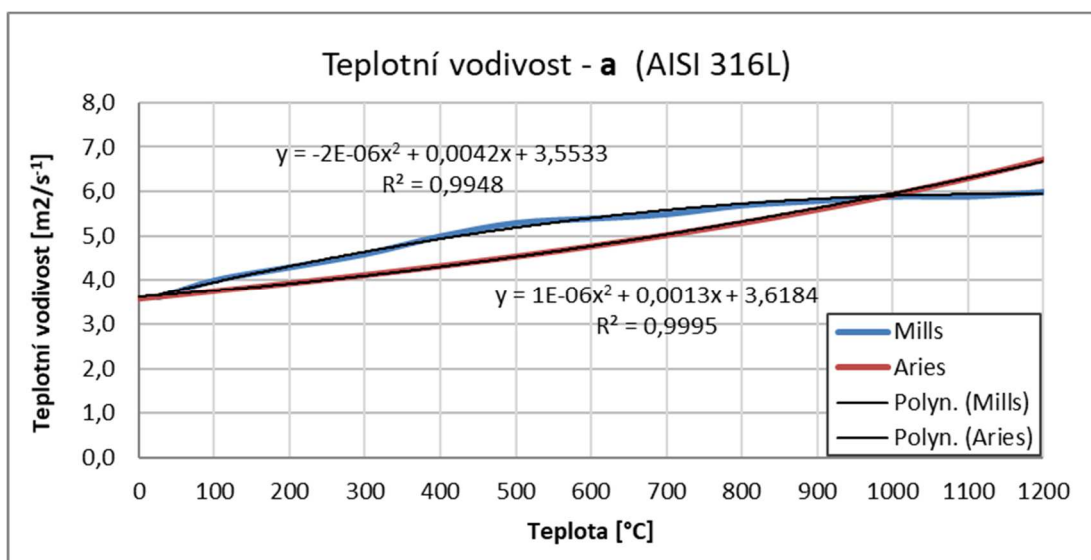
### 7.3 Termofyzikální vlastnosti

Pro výpočet termo-fyzikálních vlastností horkého vzduchu byly použity přepočtové polynomy standardu ASHRAE RP-1485 zpracované softwarem Lanomix s určující teplotou média (C) v daném místě měření. Vzduch po stlačení v kompresoru byl vysušen vymrazovací sušičkou vzduchu na míru relativní vlhkosti měřenou před vstupem do měřicí tratě.

Pro výpočet termo-fyzikálních charakteristik použitého austenitického nerezového materiálu ČSN EN 1.4571 (AISI 316Ti, X6CrNiMoTi 17-12-2) byly zhodnoceny dostupné výpočtové vztahy dle odvození v literatuře: Mills [55], Aries (Euroatom) [56] příslušných norem a databáze NaviMat. V uvedených zdrojích je však často materiál AISI 316Ti srovnán s materiálem 316L či 304 a hodnoty daných tepelných a teplotních vodivostí jsou brány jako jednotné pro všechny tyto materiály. Výsledné srovnání průběhu tepelné vodivosti z uvedených literárních zdrojů jsou prezentovány na Obr. 61 a teplotní vodivosti na Obr. 62.



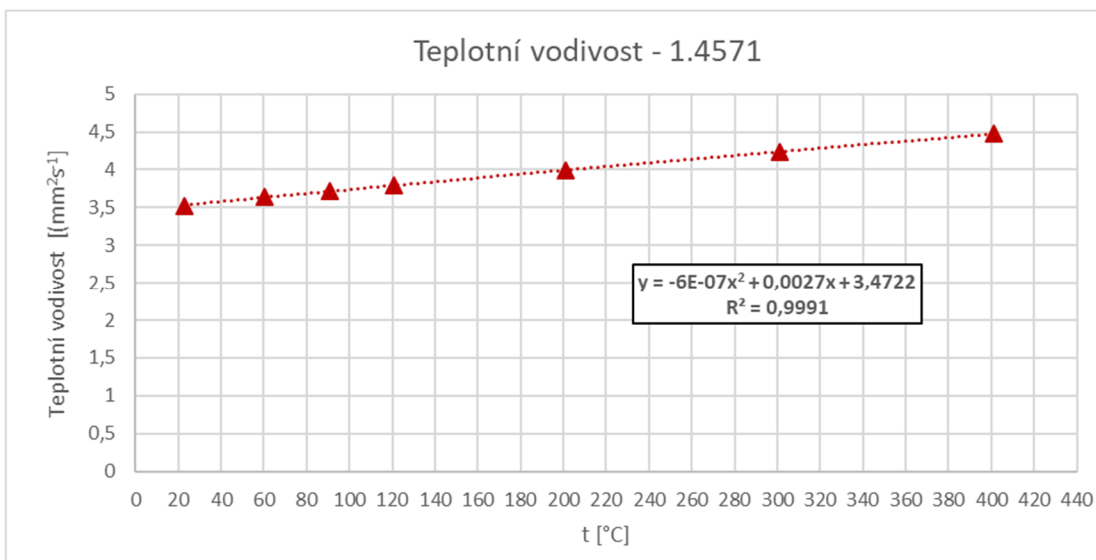
Obr. 61 Srovnání tepelných vodivostí materiálu AISI 316 dle jednotlivých zdrojů



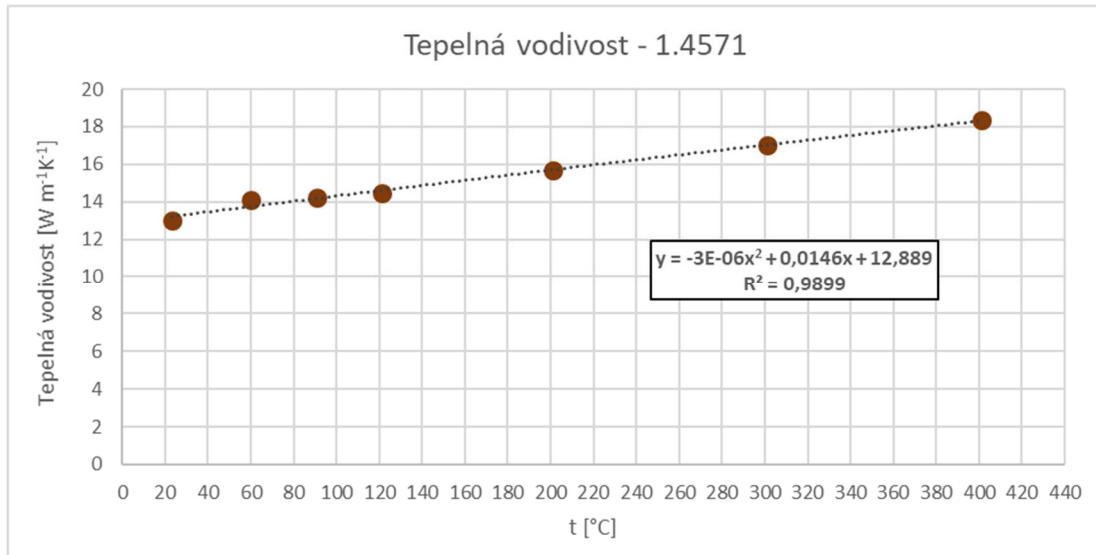
Obr. 62 Srovnání teplotních vodivostí materiálu AISI 316 dle jednotlivých zdrojů

Z uvedených srovnání je zřetelný rozdíl v hodnotách daných termofyzikálních vlastností, i když při srovnání hodnot z databáze NaviMat a ze zdroje Aries jsou hodnoty tepelné vodivosti pro teploty v rozmezí 200 až 550 °C velmi blízké.

Vzhledem k teplotám při experimentálním měření do 200 °C, byly vytvořeny vzorky použitého materiálu, a to kulatiny pro výrobu segmentů a poté vyhodnoceny pomocí měřicího přístroje LFA 457 MicroFlash (Laser Flash Apparatus). Tato aparatura využívá kinetiku jednorozměrného šíření teplotního pulsu v teplotním rozmezí 20÷1100 °C, který je vyvolán pomocí Nd-YAG laseru. Tato metoda umožňuje měření teplotní vodivosti materiálu v závislosti na teplotě s přesností měření 3 %. Výsledné hodnoty teplotní vodivosti a tepelné vodivosti jsou uvedeny na Obr. 63 resp. Obr. 64 pro rozsah teplot 20÷400 °C. Výsledné hodnoty jsou průměrné hodnoty ze 3 měření.



Obr. 63 Výsledné hodnoty měřené teplotní vodivosti pro vzorky materiálu pro výrobu měřicích segmentů



Obr. 64 Výsledné hodnoty měřené tepelné vodivosti pro vzorky materiálu pro výrobu měřicích segmentů

Uvedené hodnoty byly použity pro vyhodnocení hustoty teplených toků pomocí termočlánků zabudovaných v měřicích segmentech A-B (D).



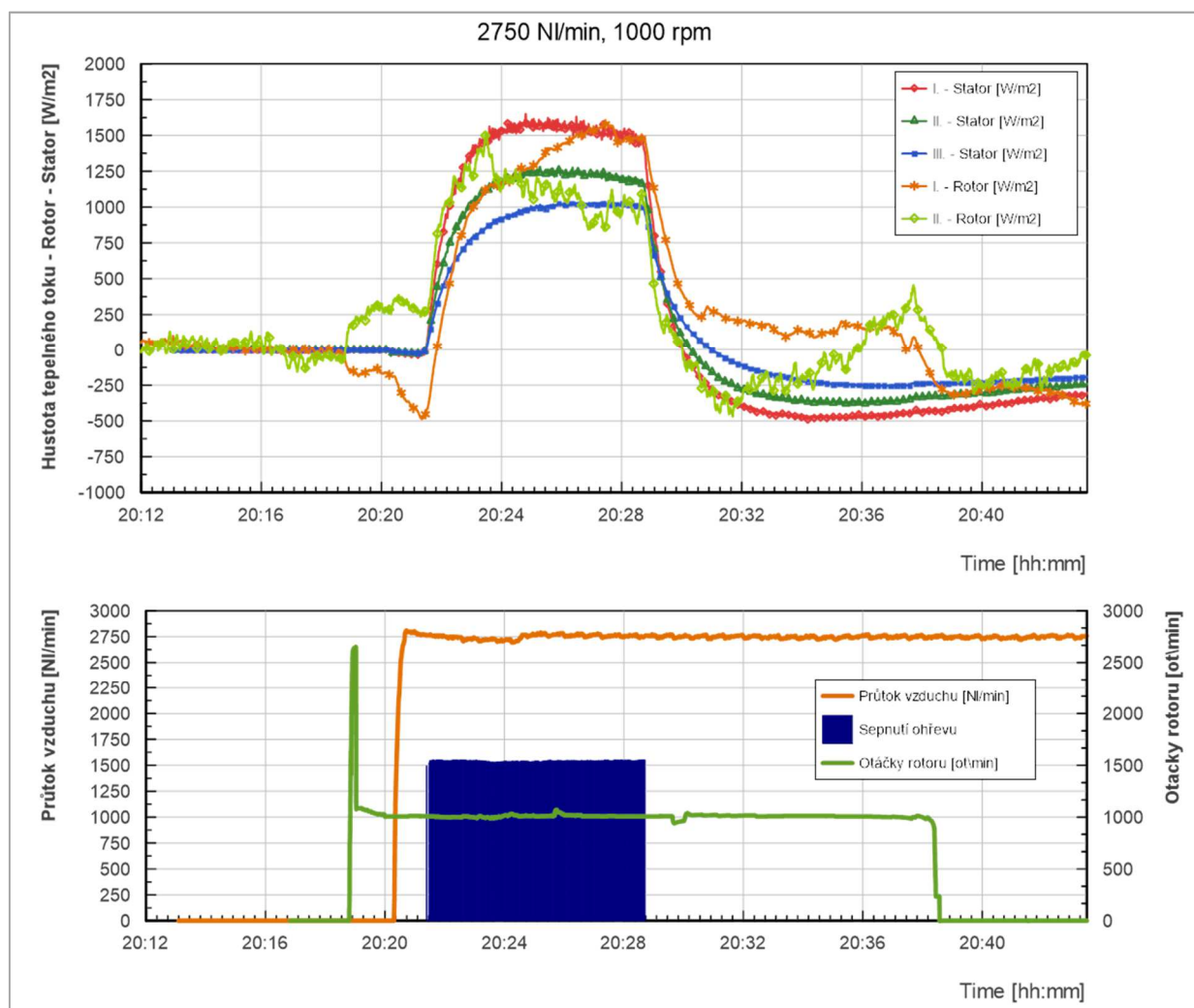
## 7.4 Nastavení experimentu, měření

Nastavení experimentu bylo provedeno pro konstantní průtok vzduchu a s udržováním konstantních otáček rotoru. Z důvodu konstrukce telemetrie byly otáčky rotoru udržovány do výše  $1000 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}$ . Byly provedeny měření pro kombinace průtoků a otáček dle Tab. 11.

Tab. 11 Nastavení experimentu-rozsah průtoků a otáček

| Průtok [NI/min] | Otáčky [ot/min]        |
|-----------------|------------------------|
| 685, 1200, 2750 | 0, 150, 300, 750, 1000 |

Začátek měření sestával z ověření tzv. „nulového stavu“, tedy ověření, zda byly teploty statoru i rotoru ustáleny. Poté byly postupně navyšovány otáčky rotoru na danou hodnotu, byl sledován tento přechodový stav a po opětovném ustálení byl nastaven odpovídající průtok. Po opětovném ustálení hodnot teplot a hustot tepelných toků byly sepnut ohřev vzduchu. Po dosažení teploty cca  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  na vstupu do měřicího stendu byl ohřev vypnut a následovalo dochlazení.



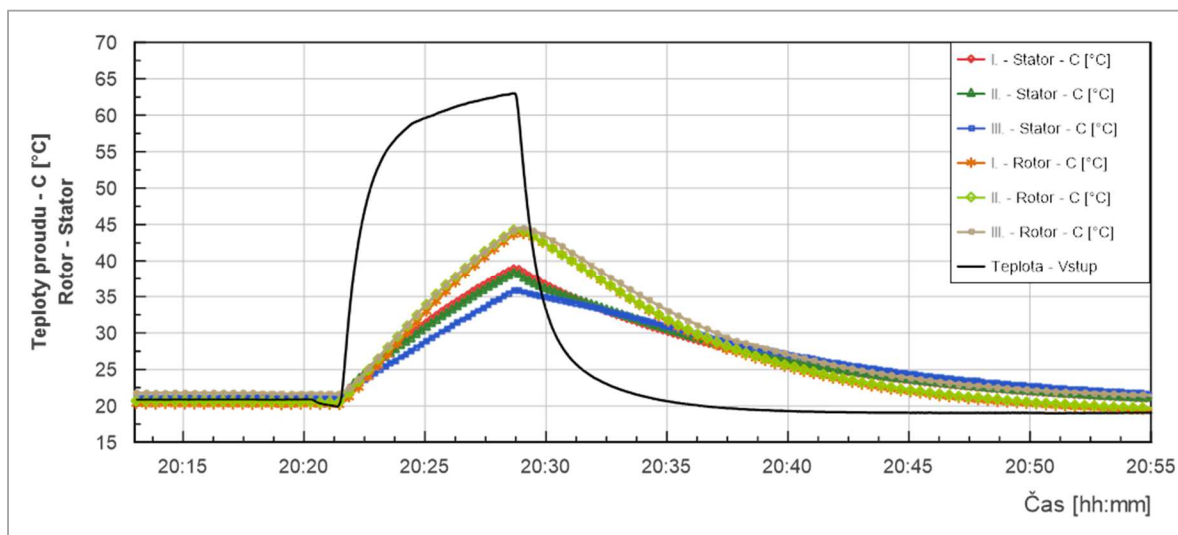
Obr. 65 Příklad průběhu experimentálního měření – Průtok 2750 NI/min při 1000 ot/min

Příklad průběhu experimentálního měření je uveden na Obr. 65, a to pro průtok 2750 NI/min při 1000 ot/min zobrazující průběh měřených hustot tepelných toků pomocí termoelektrických modulů na segmentech statoru. Jsou zobrazeny také průběhy vypočtených hodnot tepelných toků pro segmenty na rotoru, které jsou číselně sjednoceny tak, že číslo na statoru i rotoru označují měřená místa ve stejné rovině radiálního směru. Pro III. Segment nebyl tepelný tok stanoven.

Tepelný tok na rotoru byl vypočítán z průběhu teplot v místech A a B pro segment I. A II. se zahrnutím tepelné vodivosti materiálu (pro teplotu-B) segmentu dle následujícího vztahu:

$$q_i = -\lambda(T_{Ai} - T_{Bi}). \quad (56)$$

Průběh teplot vstupujícího proudu vzduchu a teplot měřených na jednotlivých segmentech-C je uveden na Obr. 66., kde je pozorovatelný rozdíl mezi teplotami proudícího vzduchu měřeném v mezní vrstvě na statoru a rotoru.



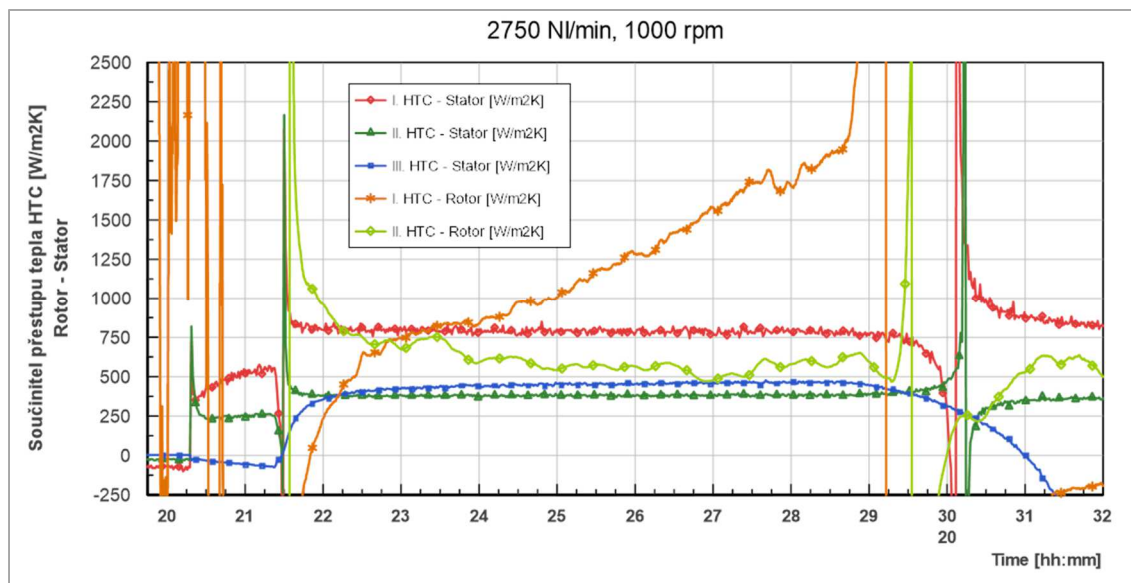
Obr. 66 Průběh teplot vstupujícího proudu vzduchu a teplot měřených na jednotlivých segmentech-C – Průtok 2750 NI/min při 1000 ot/min

Součinitel přestupu tepla alfa (HTC) byl vyhodnocen pro daný segment dle následujícího vztahu:

$$\alpha_i(HTC) = \frac{q_i}{(T_{Ci} - T_{Ai})} \quad [Wm^{-2}K^{-1}] \quad (57)$$

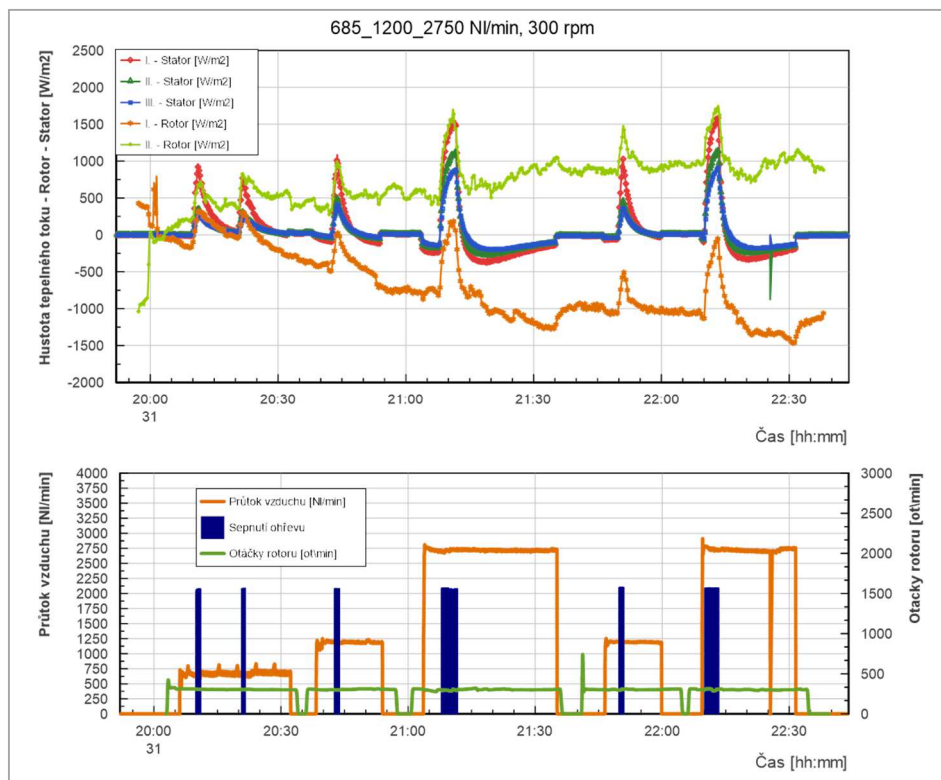
, kde i-značí daný segment.

Ukázka vyhodnocených součinitelů přestupu tepla alfa (HTC) pro průtok 2750 NI/min a otáčky 1000 ot/min je uveden na Obr. 67.



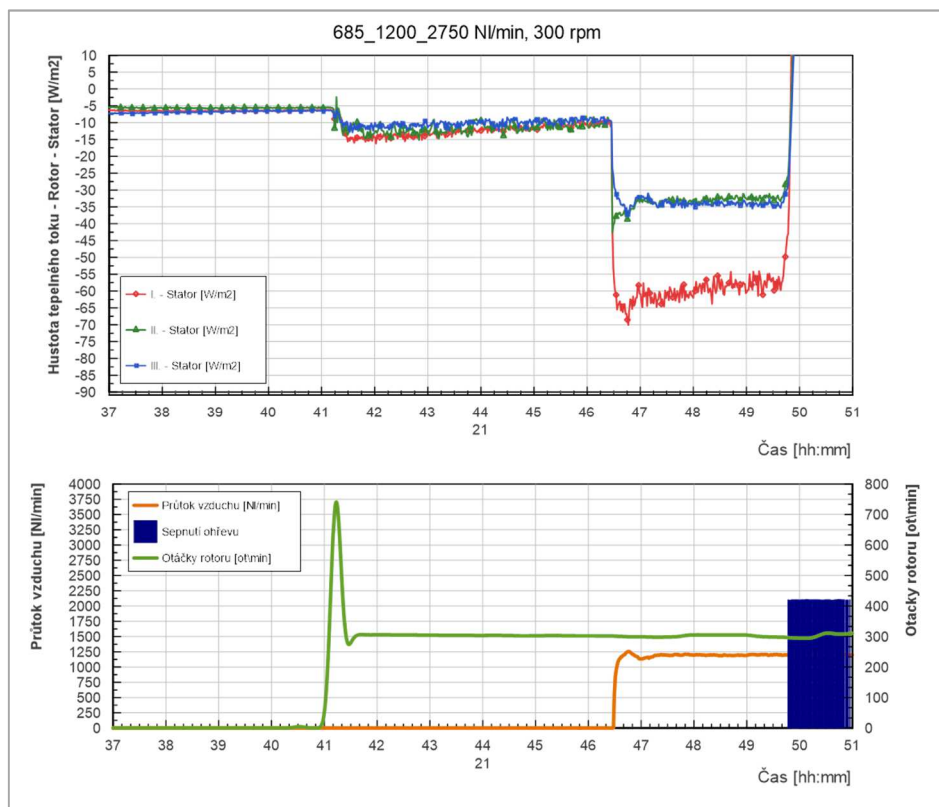
Obr. 67 Výsledné hodnoty součinitelů přestupu tepla alfa (HTC) pro průtok 2750 NI/min a otáčky 1000 ot/min

U tepelných toků na rotoru docházelo při měření k odchylkám při ustáleném stavu. Proto byly odečítány hodnoty pro počáteční stavy před teplotním pulsem a po jeho skončení. Ukázka uvedených stavu je na Obr. 68.



Obr. 68 Ukázka srovnání hustot tepelných toků pro segmenty na statoru a rotoru při různých stavech

Příklad vlivu otáček a průtoku na hodnoty hustot tepelných toků pro stator je uveden na Obr. 69.



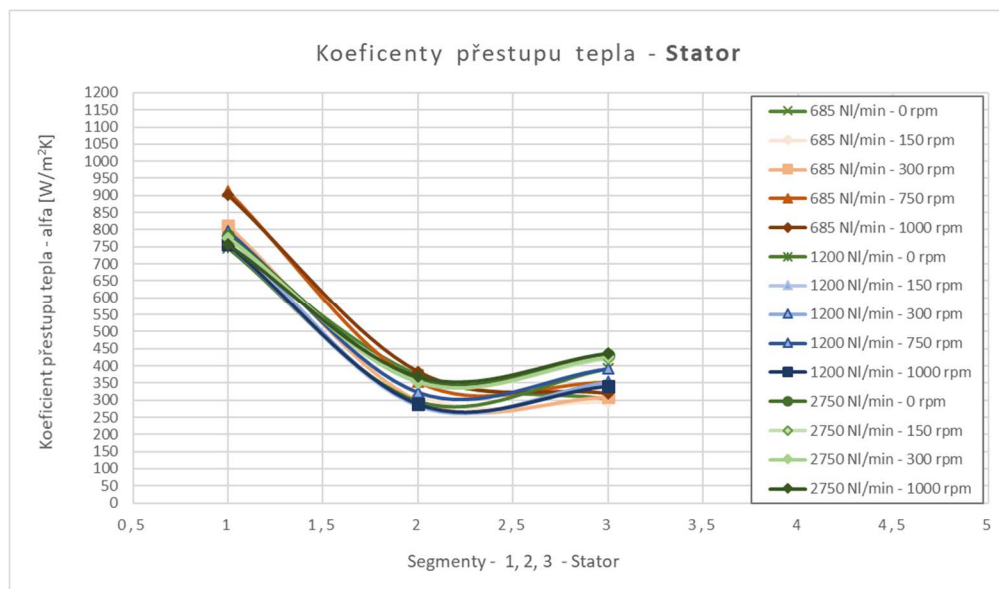
Obr. 69 Příklad vlivu otáček a průtoku na hodnoty hustot tepelných toků pro stator.

## 7.5 Výsledky experimentu – konfigurace hladký rotor

Výsledky zjištěných koeficientů přestupu tepla jsou rozděleny pro měření provedené na statoru pomocí snímačů tepelného toku a měření na rotoru.

### 7.5.1 Koeficienty přestupu tepla - Stator

Souhrnný graf zjištěných hodnot a průběhů koeficientu přestupu tepla pro hladký rotor měřených na statoru v segmentech 1. (I), 2. (II.) a 3. (III.) je zobrazen na Obr. 70.

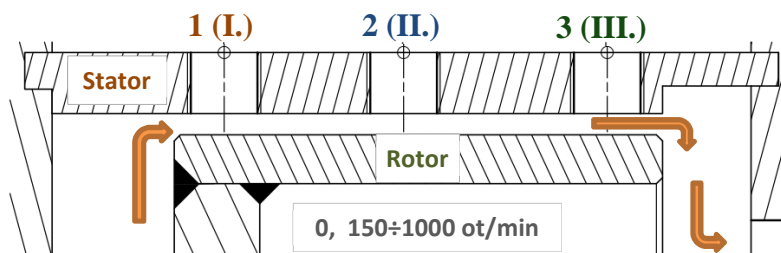


Obr. 70 Souhrnný graf koeficientů přestupu tepla pro hladký rotor měřených na statoru

Výsledné hodnoty koeficientů přestupu tepla zjištěné pomocí segmentů umístěných na statoru pro konfiguraci-hladký rotor jsou spolu s odpovídajícími parametry průtoků a otáček uvedeny v Tab. 12 níže.

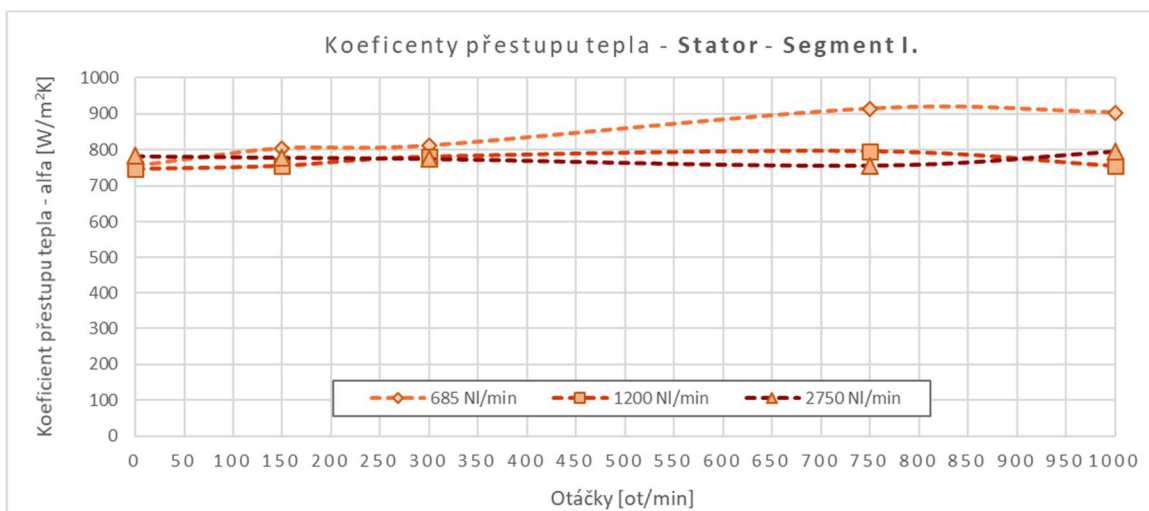
Tab. 12 Výsledné hodnoty koeficientů přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor

| Stator - Konfigurace - hladký rotor |                    |                                 |                                 |                                 |
|-------------------------------------|--------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Průtok<br>[NI/min]                  | Otáčky<br>[ot/min] | HTC - 1<br>[W/m <sup>2</sup> K] | HTC - 2<br>[W/m <sup>2</sup> K] | HTC - 3<br>[W/m <sup>2</sup> K] |
| 685                                 | 0                  | 755                             | 374                             | 303                             |
| 1200                                | 0                  | 748                             | 297                             | 392                             |
| 2750                                | 0                  | 782                             | 360                             | 431                             |
| 685                                 | 150                | 804                             | 317                             | 294                             |
| 1200                                | 150                | 757                             | 284                             | 345                             |
| 2750                                | 150                | 778                             | 354                             | 422                             |
| 685                                 | 300                | 812                             | 299                             | 309                             |
| 1200                                | 300                | 781                             | 286                             | 353                             |
| 2750                                | 300                | 775                             | 352                             | 426                             |
| 685                                 | 750                | 914                             | 353                             | 351                             |
| 1200                                | 750                | 795                             | 323                             | 392                             |
| 2750                                | 750                | 756                             | 368                             | 436                             |
| 685                                 | 1000               | 903                             | 383                             | 319                             |
| 1200                                | 1000               | 756                             | 288                             | 340                             |
| 2750                                | 1000               | 795                             | 380                             | 446                             |



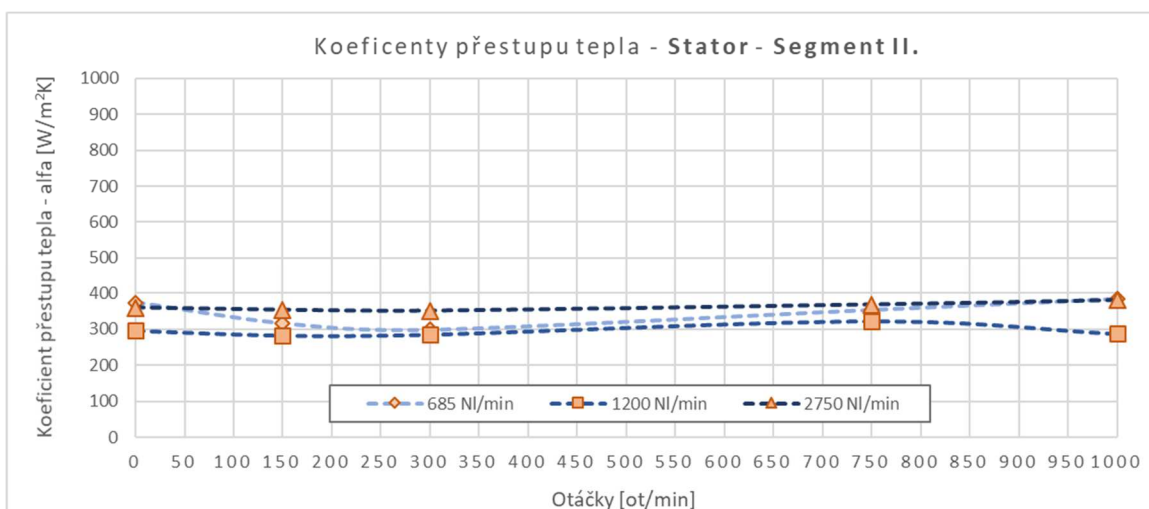
Obr. 71 Rozmístění měřících segmentů I. (1), II. (2) a III. (3) na statoru pro konfiguraci experimentálního zařízení s hladkým rotorem

Průběh koeficientů přestupu tepla pro segment 1.(I.) a jednotlivé průtoky je uveden na Obr. 72. Z tohoto průběhu je zřejmý stabilní průběh koeficientů přestupu tepla v rozmezí 750÷800 W/m<sup>2</sup>K pro průtoky 1200 a 2750 NI/min v celém rozsahu otáček. U průtoku 685 NI/min dochází při otáčkách 750 a 1000 ot/min k navýšení koeficientu o hodnotu cca 100 W/m<sup>2</sup>K proti otáčkám do 300 ot/min.



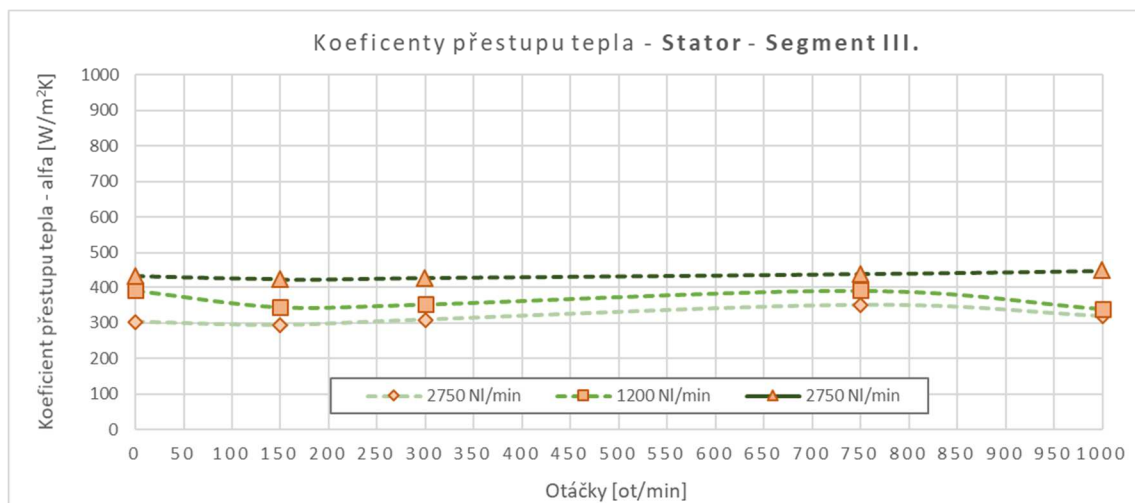
Obr. 72 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor - Segment I.

Průběh koeficientů přestupu tepla pro segment 2.(II.) a jednotlivé průtoky je uveden na Obr. 73. Z tohoto průběhu je zřejmý stabilní průběh koeficientů přestupu tepla v rozmezí 300÷380 W/m<sup>2</sup>K pro průtoky 685, 1200 a 2750 NI/min v celém rozsahu otáček.



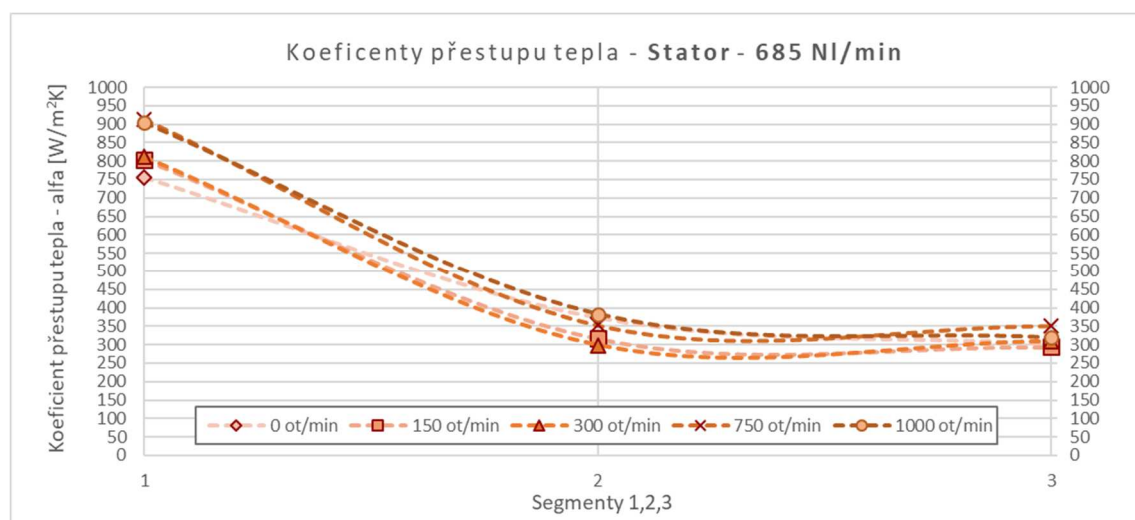
Obr. 73 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor - Segment II.

Průběh koeficientů přestupu tepla pro segment 3.(III.) a jednotlivé průtoky je uveden na Obr. 74. Z tohoto průběhu je zřejmý opět stabilní průběh koeficientů přestupu tepla v rozmezí 300÷440 W/m<sup>2</sup>K pro průtoky 685, 1200 a 2750 NI/min v celém rozsahu otáček.



Obr. 74 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor – Segment III.

Průběh koeficientů přestupu tepla po délce měřené části statoru získaných pomocí segmentů 1. (I), 2. (II.) a 3. (III.) pro průtok 685 NI/min jsou zobrazeny na Obr. 75. Uvedený průběh znázorňuje u segmentu 1.(I.) přibližně 2,5x větší hodnoty koeficientu přestupu tepla než u ostatních segmentů. Segmenty 2.(II.) a 3. (III.) vykazují při tomto nastaveném průtoku srovnatelné hodnoty. Rozptyl hodnot je u tohoto segmentu cca 75 W/m<sup>2</sup>K oproti střední hodnotě.



Obr. 75 Koeficienty přestupu tepla - hladký rotor pro průtok 685 NI/min

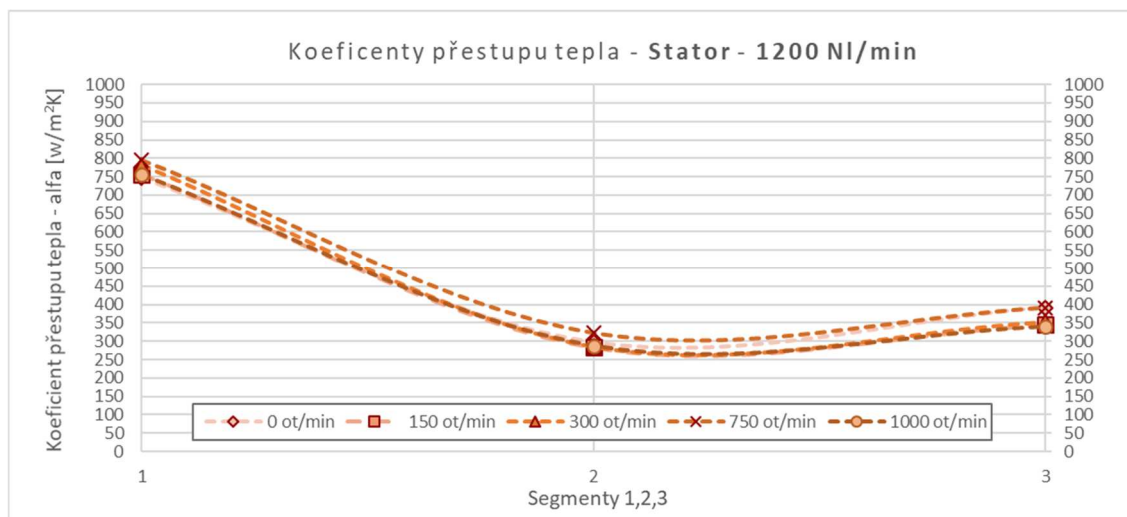
Tento průběh koeficientů přestupu tepla je velmi blízký s průběhem zjištěným c viz Obr. 42 , kde zvýšené hodnoty na segmentu 1, který je umístěn v oblasti vstupního úseku průtočného kanálu tvořeného mezikružím. V tomto vstupním úseku dochází tedy nutně k přechodové oblasti a k rozvoji mezní vrstvy vedoucí k intenzivnějšímu přenosu tepla.

Při uvedeném průtoku 685 NI/min lze pozorovat vliv zvýšené rotace na zvýšení koeficientu přestupu tepla pro vstupní segment 1.(I.). Vliv zvýšené rotace pro segmenty 2 (II.) tedy uprostřed průtočné části a 3 (III.) odpovídající výstupnímu úseku není zcela zřejmý, avšak u segmentu 3 (III.) dochází ke snížení rozptylu hodnot na cca 30 W/m<sup>2</sup>K pro jednotlivé otáčky oproti segmentu 2 (II.), kde tento rozptyl dosahuje hodnot cca 50 W/m<sup>2</sup>K

Průběh koeficientů přestupu tepla pro průtok 1200 NI/min je uveden na Obr. 76. U tohoto průběhu jsou stejně jako u průtoku 685 NI/min pozorovatelné cca 2,5x větší koeficienty přestupu tepla na vstupním úseku, tedy segmentu 1. (I.) oproti segmentu 2.(II.) a 3.(III.). U vstupního segmentu došlo ke snížení rozptylu hodnot oproti střední hodnotě na cca 25 W/m<sup>2</sup>K.

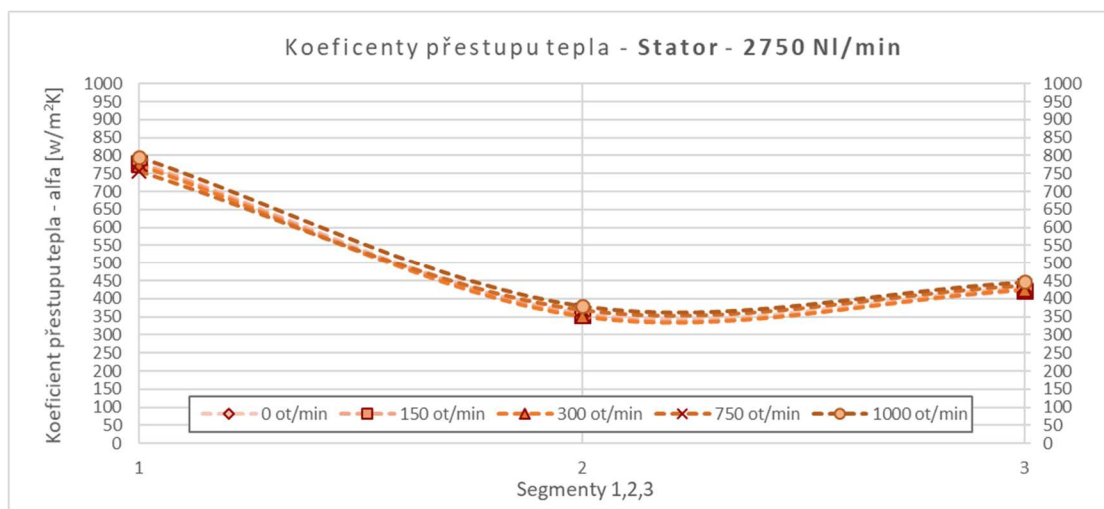
U segmentu 3.(III.) na výstupním úseku však dochází oproti nižšímu průtoku ke zvýšení hodnot koeficientů přestupu tepla o cca 30 %, a to při všech sledovaných otáčkách rovnoměrně.

Rozptyl hodnot pak u tohoto segmentu 3.(III.) stejně jako u prostředního segmentu 2.(II.) odpovídalo hodnotě cca 25 W/m<sup>2</sup>K. U tohoto průtoku došlo tedy také ke zrovnoměrnění rozptylu hodnot od odpovídající střední hodnoty pro všechny segmenty na shodnou úroveň.



Obr. 76 Koeficienty přestupu tepla-hladký rotor pro průtok 1200 NI/min

Pro průtok 2750 NI/min odpovídal průběh výsledných koeficientů přestupu tepla obdobně jako u průtoku 1200 NI/min a je znázorněn na Obr. 77. Hodnoty u segmentu 1.(I.) zůstaly i pro tento více jak dvojnásobný průtok na obdobné hodnotě, avšak došlo ke zvýšení všech hodnot u segmentů 2. (II.) a 3. (III.) a to o cca 50 W/m<sup>2</sup>K. Hodnoty koeficientů přestupu tepla u Segmentu 1.(I.) jsou oproti ostatním segmentům zvýšeny cca 2x. U tohoto průtoku došlo ke snížení rozptylu hodnot oproti středním hodnotám na cca 20 W/m<sup>2</sup>K, a to pro každý segment.



Obr. 77 Koeficienty přestupu tepla - hladký rotor pro průtok 2750 NI/min

Pro výpočet korelací přestupu tepla srovnatelných s ostatními autory bylo využito metodiky popsané kapitole 5.2. Aby bylo Nusseltovo číslo srovnatelné, bylo zohledněny výše uvedené průběhy součinitelů přestupu tepla. Jako referenční součinitele přestupu tepla vedoucí ke stanovení charakteristického Nusseltova čísla byl stanoven segment 2.(II.) viz (58), kde tepelná vodivost vzduchu byla vztažena přímo k teplotě 2-C:

$$Nu = \frac{HTC_{2.(II.)} 2\delta}{\lambda_{G_{2.(II.)}}} \quad (58)$$

Tento segment je nejméně ovlivněn vstupním a výstupním úsekem, které jsou charakteristické pro tento konkrétní experiment a jejichž vliv při srovnání korelací s ostatními autory by měl být eliminován.

Shrnující tabulka naměřených hodnot a vypočítaných bezrozměrných čísel (parametrů) a poměrů odpovídajících konfigurací pro hladký rotor je uvedena v Tab. 13.

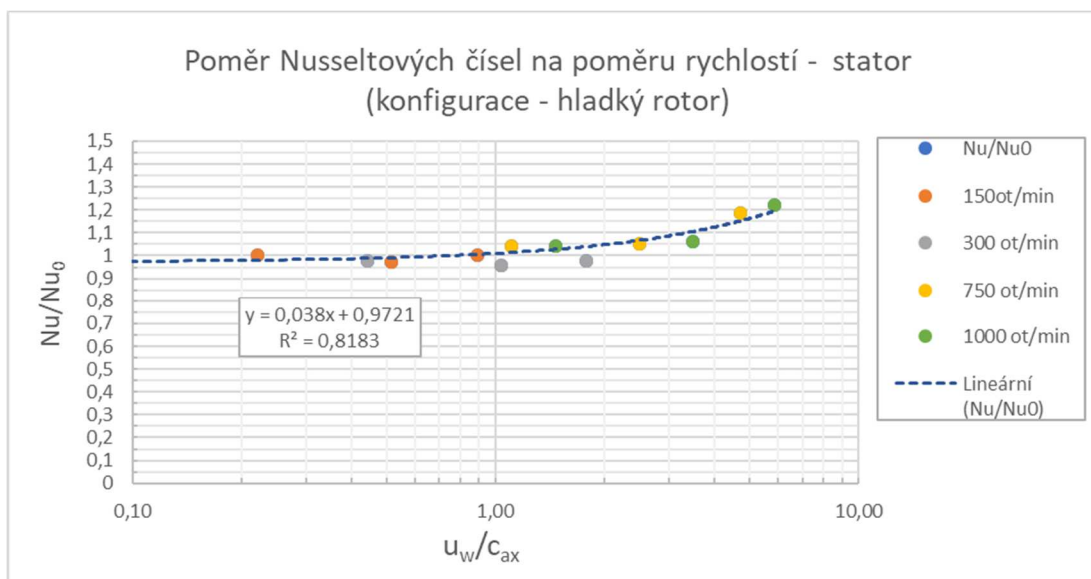
**Tab. 13** Shrnující tabulka naměřených hodnot a bezrozměrných čísel (parametrů) a poměrů odpovídajících konfigurací pro hladký rotor

| Konfigurace - Hladký rotor |                 |                         |                               |              |                            |            |                    |                  |                      |          |                          |                                 |                 |                   |
|----------------------------|-----------------|-------------------------|-------------------------------|--------------|----------------------------|------------|--------------------|------------------|----------------------|----------|--------------------------|---------------------------------|-----------------|-------------------|
| Průtok [Nl/min]            | Otáčky [ot/min] | Rychlost $C_{ax}$ [m/s] | Obvodová rychlost $u_w$ [m/s] | $u_w/c_{ax}$ | Reynolds (axial) $Re_{ax}$ | Nusselt Nu | Nu/Nu <sub>0</sub> | $\Omega$ [rad/s] | Reynolds $Re_{\phi}$ | Ta       | Rychlost $c_{eff}$ [m/s] | Reynolds (effective) $Re_{eff}$ | Ta <sub>m</sub> | Ta <sup>0,5</sup> |
| 685                        | 0               | 3,0                     | 0,0                           | 0            | 1301                       | 8,10E+01   | 1                  | 0                | 0                    | 0        | 3                        | 1,46E+04                        | 0               | 0                 |
| 1200                       | 0               | 5,4                     | 0,0                           | 0            | 2369                       | 7,90E+01   | 1                  | 0                | 0                    | 0        | 5                        | 2,63E+04                        | 0               | 0                 |
| 2750                       | 0               | 12,6                    | 0,0                           | 0            | 5304                       | 9,30E+01   | 1                  | 0                | 0                    | 0        | 13                       | 6,11E+04                        | 0               | 0                 |
| 685                        | 150             | 3,1                     | 2,7                           | 0,89         | 1371,00                    | 7,85E+01   | 0,969              | 15,71            | 2,91E+04             | 6,78E+03 | 3,38E+00                 | 1,64E+04                        | 7,80E+03        | 88                |
| 1200                       | 150             | 5,3                     | 2,7                           | 0,52         | 2367,50                    | 7,55E+01   | 0,932              | 15,71            | 2,91E+04             | 6,78E+03 | 5,49E+00                 | 2,66E+04                        | 7,80E+03        | 88                |
| 2750                       | 150             | 12,4                    | 2,7                           | 0,22         | 5364,00                    | 9,30E+01   | 1,148              | 15,71            | 2,91E+04             | 6,78E+03 | 1,25E+01                 | 6,05E+04                        | 7,80E+03        | 88                |
| 685                        | 300             | 3,1                     | 5,5                           | 1,78         | 1349,50                    | 8,00E+01   | 0,987              | 31,42            | 5,82E+04             | 2,71E+04 | 4,14E+00                 | 2,00E+04                        | 3,12E+04        | 177               |
| 1200                       | 300             | 5,3                     | 5,5                           | 1,03         | 2375,00                    | 7,57E+01   | 0,934              | 31,42            | 5,82E+04             | 2,71E+04 | 5,99E+00                 | 2,90E+04                        | 3,12E+04        | 177               |
| 2750                       | 300             | 12,4                    | 5,5                           | 0,44         | 5329,50                    | 9,18E+01   | 1,133              | 31,42            | 5,82E+04             | 2,71E+04 | 1,27E+01                 | 6,14E+04                        | 3,12E+04        | 177               |
| 685                        | 750             | 2,9                     | 13,7                          | 4,74         | 1301,50                    | 9,59E+01   | 1,183              | 78,54            | 1,46E+05             | 1,70E+05 | 7,46E+00                 | 3,61E+04                        | 1,95E+05        | 442               |
| 1200                       | 750             | 5,5                     | 13,7                          | 2,49         | 2397,50                    | 8,40E+01   | 1,037              | 78,54            | 1,46E+05             | 1,70E+05 | 8,82E+00                 | 4,27E+04                        | 1,95E+05        | 442               |
| 2750                       | 750             | 12,4                    | 13,7                          | 1,11         | 5328,00                    | 9,70E+01   | 1,198              | 78,54            | 1,46E+05             | 1,70E+05 | 1,42E+01                 | 6,87E+04                        | 1,95E+05        | 442               |
| 685                        | 1000            | 3,1                     | 18,3                          | 5,86         | 1334,00                    | 9,90E+01   | 1,222              | 104,72           | 1,94E+05             | 3,02E+05 | 9,68E+00                 | 4,69E+04                        | 3,47E+05        | 589               |
| 1200                       | 1000            | 5,2                     | 18,3                          | 3,50         | 2343,00                    | 8,40E+01   | 1,037              | 104,72           | 1,94E+05             | 3,02E+05 | 1,06E+01                 | 5,11E+04                        | 3,47E+05        | 589               |
| 2750                       | 1000            | 12,5                    | 18,3                          | 1,47         | 5708,00                    | 9,70E+01   | 1,198              | 104,72           | 1,94E+05             | 3,02E+05 | 1,55E+01                 | 7,51E+04                        | 3,47E+05        | 589               |

Byly stanoveny další parametry jako je Reynoldsovo axiální číslo  $Re_{ax}$  závislé na střední rychlosti proudu  $c_{ax}$ . Bylo také využito zavedení Reynoldsova „efektivního“ čísla  $Re_{eff}$  spolu s „efektivní rychlostí“  $c_{eff}$ . dále Reynoldsova rotačního čísla  $Re_{\phi}$  a Taylorova čísla.



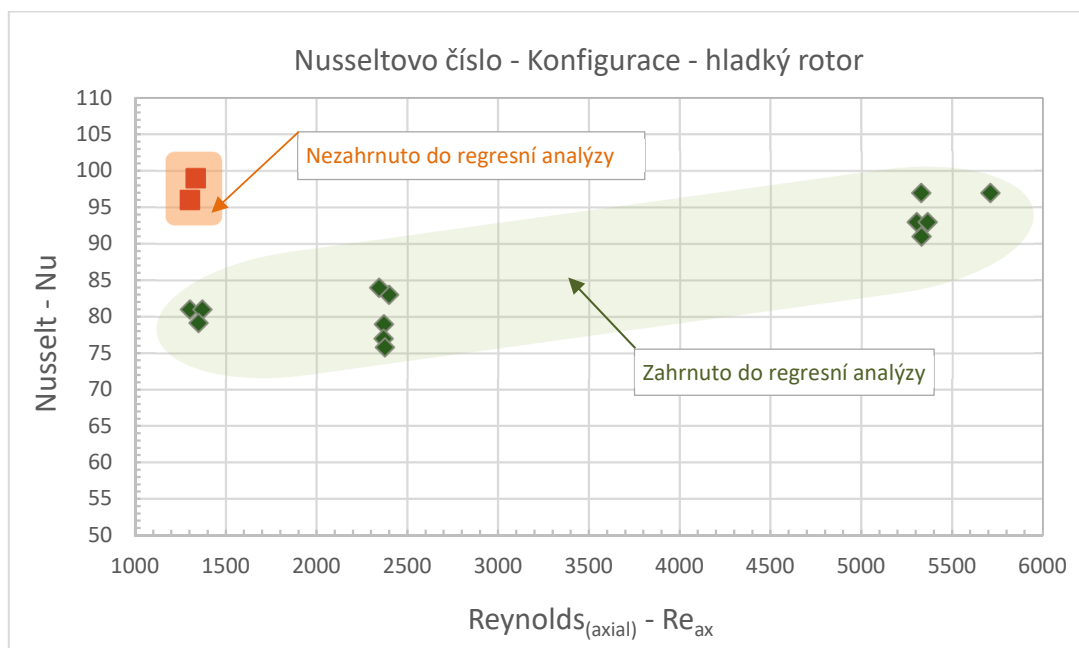
Závislost poměru Nusseltových čísel za rotace- $Nu$  a při nulových otáčkách (statickém stavu)  $Nu_0$  na poměru obvodové rychlosti rotoru- $u_w$  a axiální rychlosti proudu  $c_{ax}$  je uvedena na Obr. 78.



**Obr. 78** Poměr Nusseltových čísel  $Nu/Nu_0$  na poměru rychlostí  $u_w/c_{ax}$  vztaženo ke statoru pro konfiguraci-hladký rotor

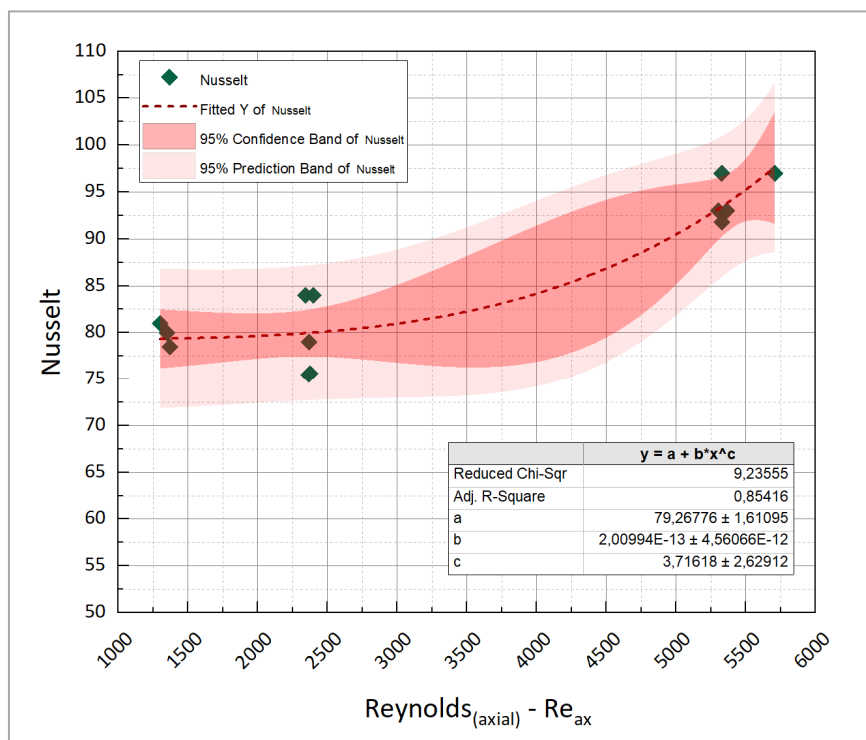
Z uvedeného průběhu vyplývá, že poměr Nusseltových čísel do poměru rychlostí  $u_w/c_{ax}=1$  zůstává takřka konstantní a roven 1. Při dosažení poměru  $u_w/c_{ax}=3$  odpovídá nárůst poměru  $Nu/Nu_0$  o přibližně 10 %. Tento nárůst poměru Nusseltových čísel dále lineárně roste až k dosažení hodnoty cca 20 % při rychlostním poměru  $u_w/c_{ax}=6$ . Vliv rotace v rozsahu parametrů provedeného experimentu tedy odpovídal nárůstu Nusseltových čísel oproti statickému stavu, a to s lineární závislostí.

Výsledná Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle jsou uvedeny na Obr. 79, kde jsou vyznačeny hodnoty pro průtok 685 l/min, které díky svým hodnotám mimo celkový trend ostatních hodnot byly vyčleněny z regresních analýz, avšak jsou zahrnuty ve zhodnocení s ohledem na Taylorovo číslo.



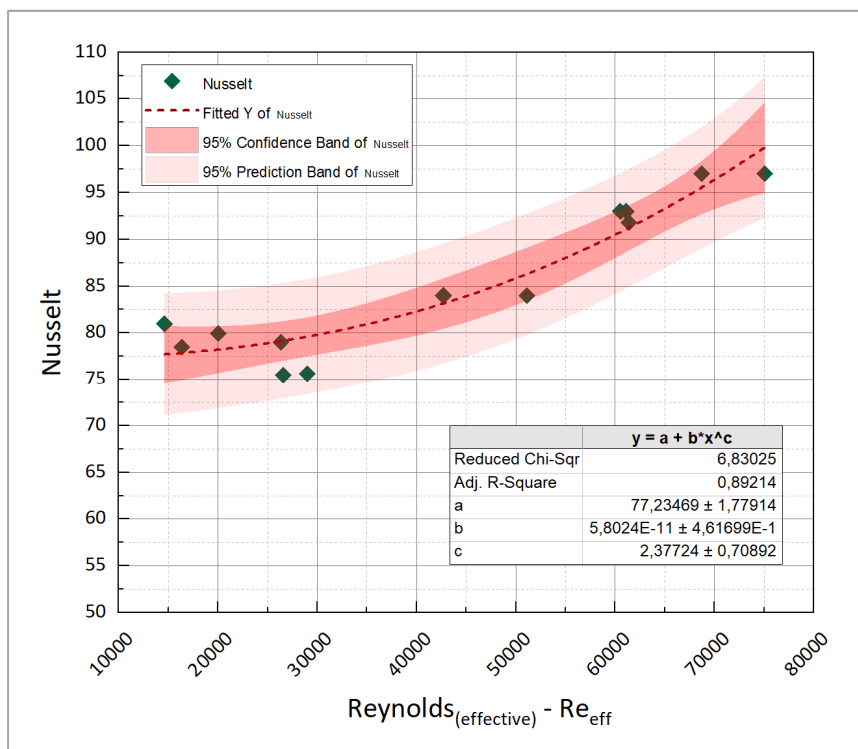
**Obr. 79** Graf závislosti Nusseltova čísla na axiálním Reynoldsově čísle- $Re_{ax}$

Na Obr. 80 je znázorněna výsledná regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle, spolu s vyznačenými intervaly spolehlivosti (confidence band) pro hladký rotor



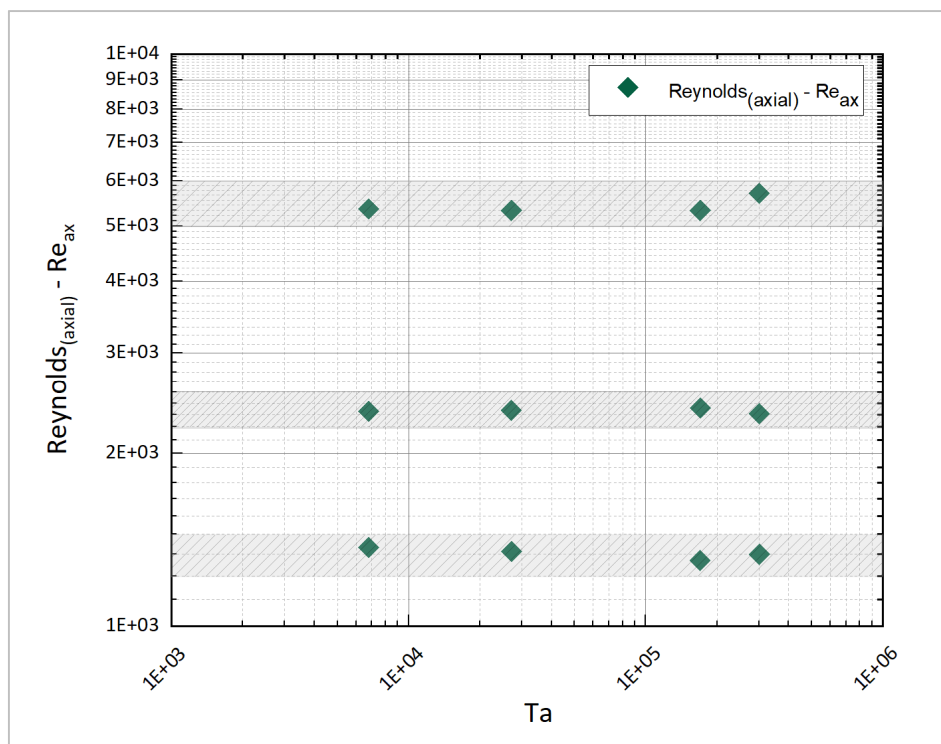
Obr. 80 Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle – hladký rotor

Na Obr. 81 je znázorněna výsledná regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle, spolu s vyznačenými intervaly spolehlivosti pro konfiguraci s hladkým rotorem.



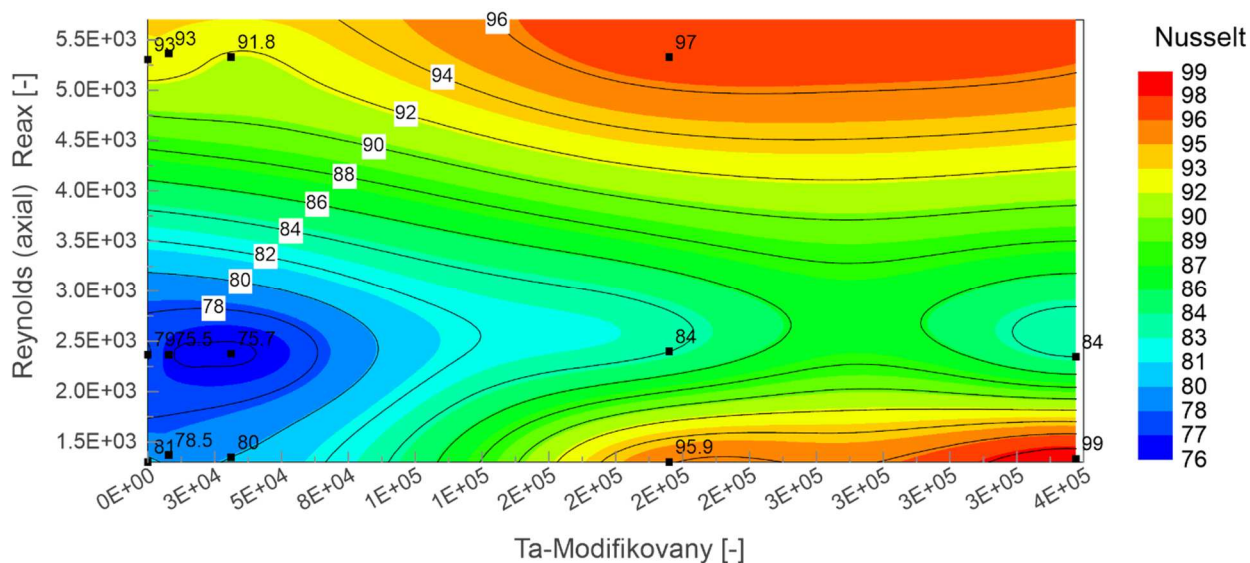
Obr. 81 Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle – hladký rotor

Experimentální stanovení koeficientů přestupu tepla proběhlo pro oblasti Taylorových a axiálních Reynoldsových čísel vyznačených na Obr. 82.



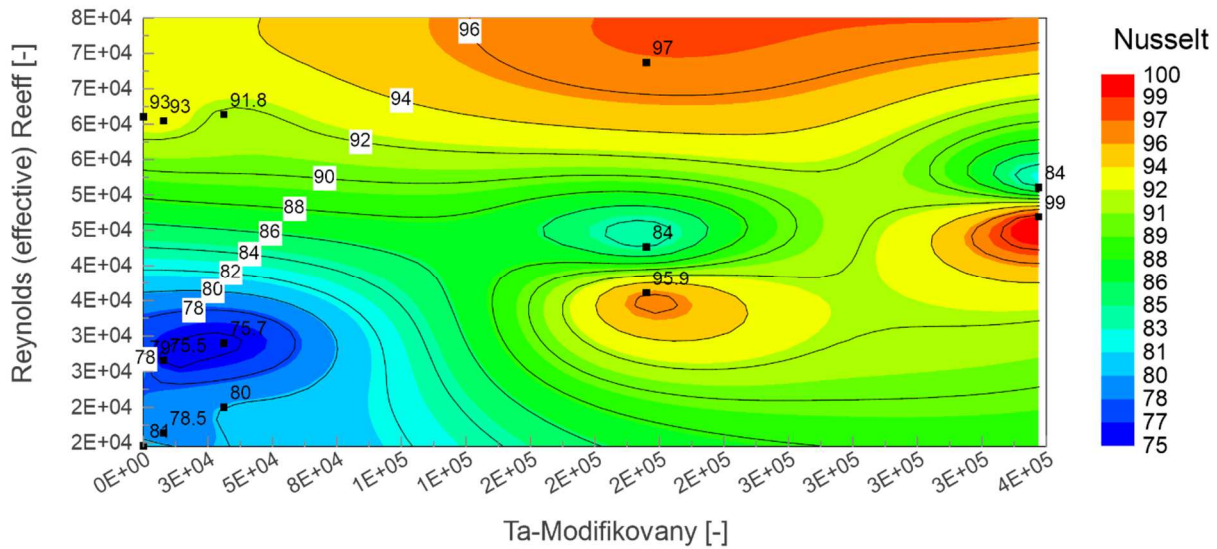
Obr. 82 Vyznačení vyšetřovaných oblastí Reynoldsova axiálního čísla a Taylorova čísla

Hodnotám Nusseltových čísel pro průtok 685 NI/min při otáčkách 750 a 1000 ot/min, které se vymykají průběhu ostatních hodnot odpovídají hodnotám Taylorova modifikovaného čísla  $3,47E+05$  a  $1,95E+05$  a Reynoldsova axiálního čísla cca 1300. Tyto hodnoty jsou zobrazeny na Obr. 83, kde je patrná možná oblast nestabilit daný charakterem proudění při těchto parametrech, které jsou blízké hodnotám nestabilit pozorovaným Jakobem (1999), avšak tyto hodnoty byly získány pro rozdílnou šířku průtočného kanálu a to 15 mm.



Obr. 83 Zobrazení Nusseltova čísla pro stator v konfiguraci s hladkým rotorem v závislosti na Reynoldsově axiálním čísle a Taylorově modifikovaném čísle

Při zobrazení všech hodnot Nusseltových čísel v závislosti efektivního Reynoldsova čísla na modifikovaném Taylorově čísle viz Obr. 84, jsou dané oblasti možných nestabilit zřetelnější.

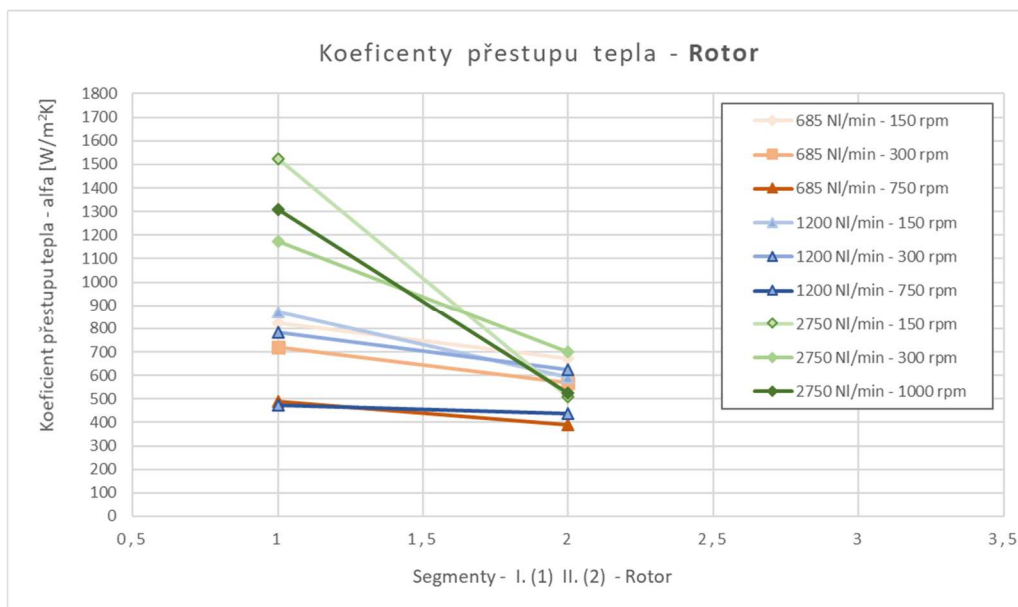


**Obr. 84** Zobrazení Nusseltova čísla pro stator v konfiguraci s hladkým rotorem v závislosti na Reynoldsově efektivním čísle a Taylorově modifikovaném čísle

Pro ověření možnosti existence těchto nestabilit pro uvedená Taylorova a Reynoldsova čísla v závislosti na šířce průtočného kanálu (mezikruží) mezi dvěma koncentrickými válci je nutné provést měření rychlostního profilu například pomocí laserové anemometrie LDA (Laser Doppler Anemometry) či CTA (Constant Temperature Anemometry).

## 7.5.2 Koeficienty přestupu tepla - Rotor

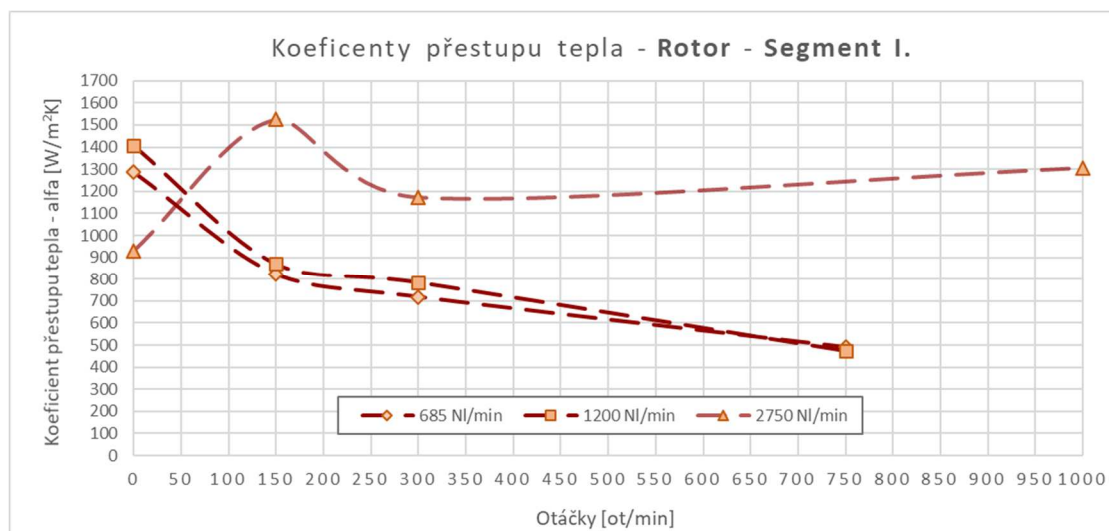
Souhrnný graf zjištěných hodnot a průběhů koeficientu přestupu tepla pro hladký rotor měřených na rotoru pomocí telemetrického systému v segmentech R1. (I), R 2. (II.) je zobrazen na Obr. 85. U segmentu R3 (III.) nebylo z důvodu omezeného počtu měřicích kanálů možné stanovit tepelný tok stejnou metodou jako u prvních dvou segmentů, avšak byl stanoven odhad pomocí inverzní úlohy viz kap 9.3. Uvedené výsledky byly stanovovány vždy pro měření ze studeného stavu s počáteční uniformní teplotou v celém vyhodnocovaném úseku.



Obr. 85 Souhrnný graf koeficientů přestupu tepla za rotace pro hladký rotor měřených na rotoru

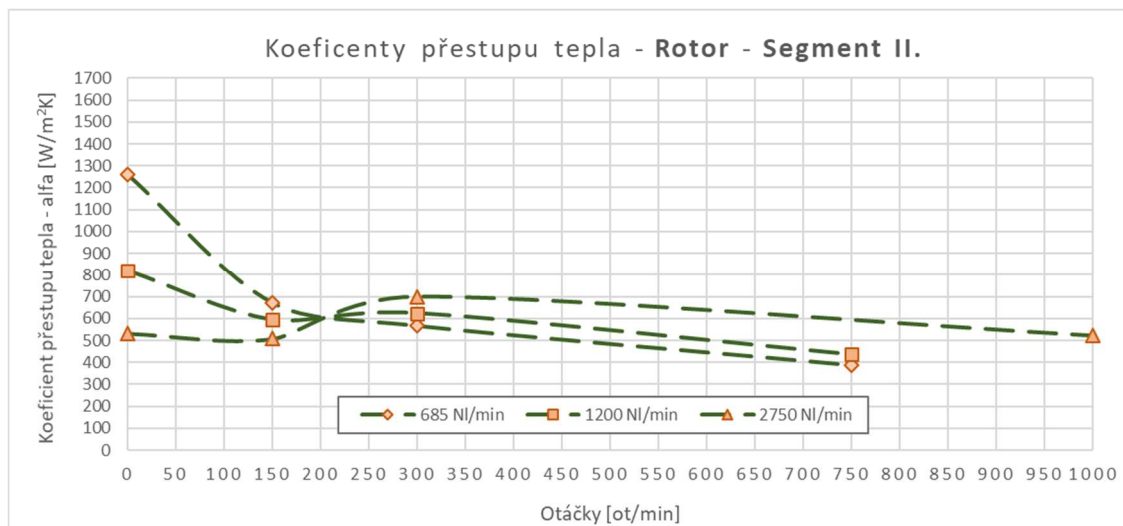
Ze souhrnného grafu lze pozorovat nárůst hodnot koeficientů přestupu tepla pro rotorový segment I. v závislosti s rostoucím průtokem s ohledem na vliv rotace. Tento vliv lze sledovat v menší míře také u prostředního segmentu II..

Na Obr. 86 je uveden průběh koeficientů přestupu tepla pro segment I., kde při průtocích 685 NI/min a 1200 NI/min je průběh klesající s rostoucími otáčkami. Při statickém stavu jsou hodnoty při těchto průtocích nejvyšší. Při průtoku 2750 NI/min jsou hodnoty násobně vyšší se střídavým průběhem.



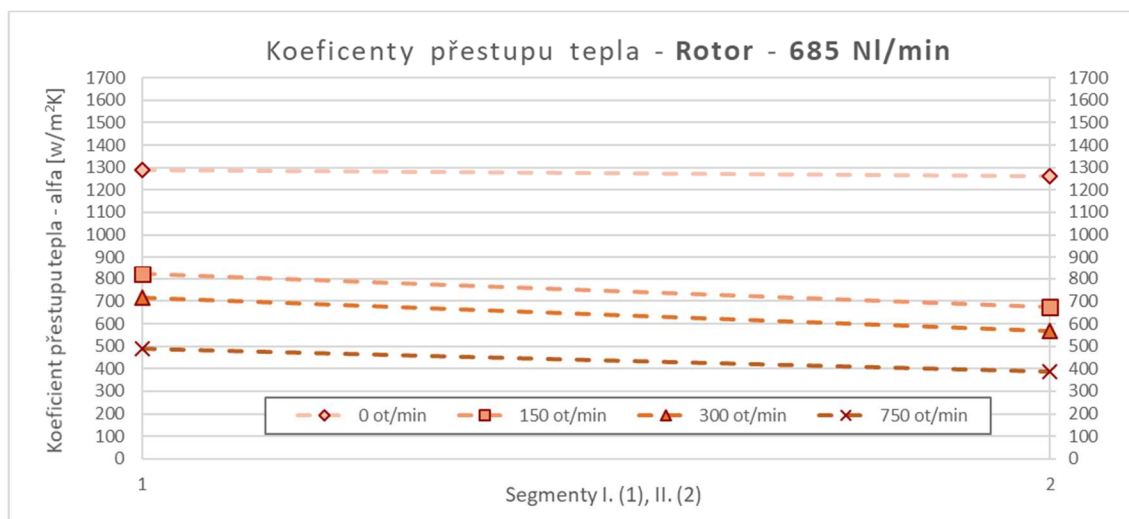
Obr. 86 Koeficienty přestupu tepla na rotoru pro – Segment I.

Průběh zjištěných koeficientů přestupu tepla pro rotorový segment II. je uveden na Obr. 87, kde průběhy pro průtoky 685 a 1200 NI/min mají obdobný klesající trend jako u prvního rotorového segmentu. U průtoku 2750 NI/min jsou hodnoty u tohoto segmentu blízké hodnotám zjištěných při nižších průtocích. Z průběhů hodnot lze pozorovat i oblast při cca 200 ot/min, která predikuje možnost existence velmi blízkých hodnot koeficientů přestupu tepla pro všechny nastavené průtoky. Při statickém stavu dochází k poklesu hodnot koeficientů přestupu tepla s rostoucím průtokem.



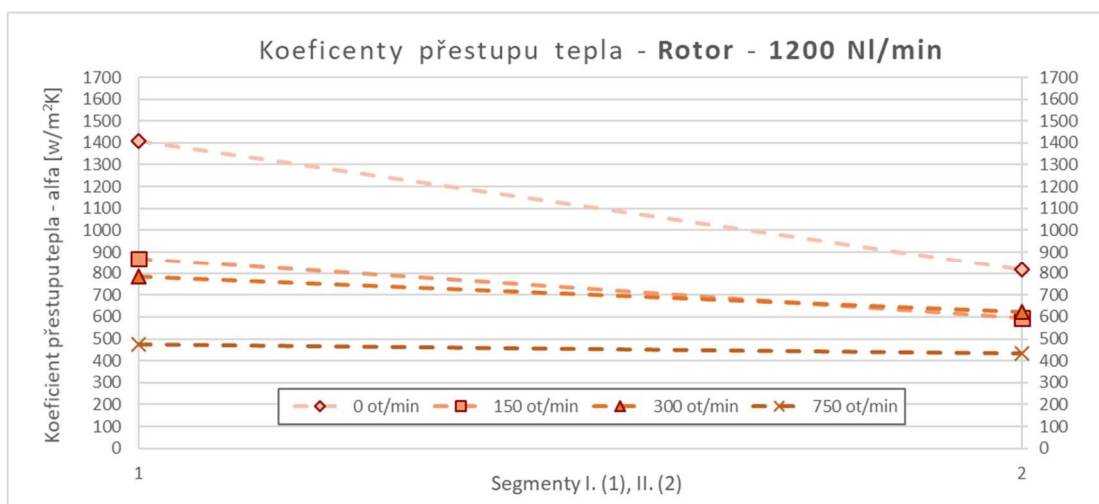
Obr. 87 Koeficienty přestupu tepla na rotoru pro – Segment II.

Průběh koeficientů přestupu tepla po délce vyhodnocované části rotoru pro průtok 685 NI/min je uveden na Obr. 88. U segmentů jsou pozorovány podobné hodnoty koeficientů přestupu tepla, kdy u prostředního segmentu II. je menší pokles těchto hodnot oproti segmentu I.. Výrazný pokles hodnot u obou segmentů je však pozorován při postupném růstu otáček.



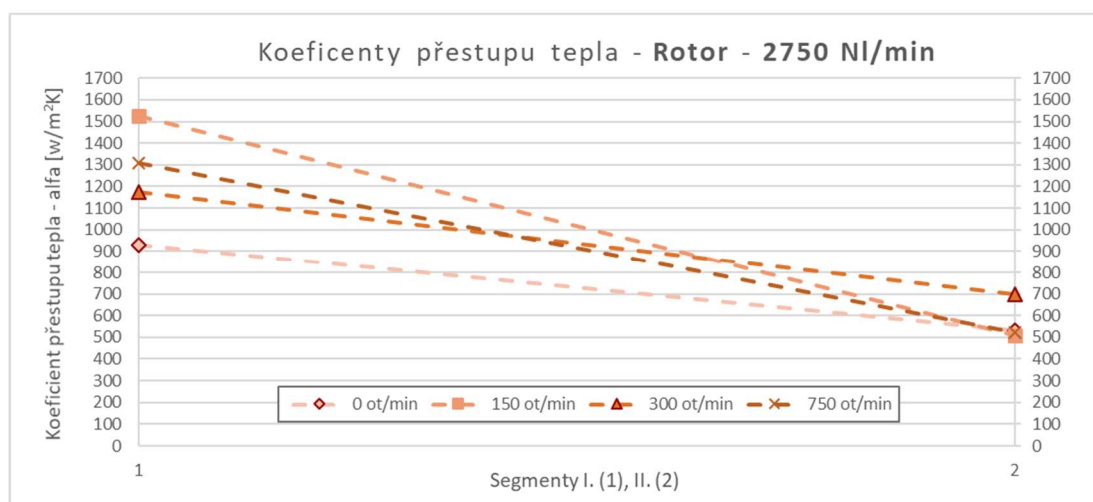
Obr. 88 Koeficienty přestupu tepla na rotoru – (hladký rotor) - pro průtok 685 NI/min

Průběh koeficientů přestupu tepla po délce vyhodnocované části rotoru pro průtok 1200 NI/min je uveden na Obr. 89, kde lze sledovat větší pokles hodnot koeficientů přestupu tepla u segmentu II. oproti prvnímu segmentu, kdy rozptýl výsledných hodnot u segmentu 2 postupně klesá, pro otáčky 150 a 300 ot/min jsou tyto hodnoty takřka shodné. Největší pokles hodnot je zaznamenán u segmentu II. pro statický stav.



Obr. 89 Koeficienty přestupu tepla na rotoru – (hladký rotor) - pro průtok 1200 NI/min

Výsledný průběh koeficientů přestupu tepla po délce vyhodnocované části rotoru pro maximální průtok v experimentu 2750 NI/min je uveden na Obr. 90. U tohoto průběhu je zřetelný nárůst hodnot u prvního rotorového segmentu pro všechny nastavené otáčky rotoru. Hodnota při statickém stavu na segmentu I. oproti předchozím stavům průtoků poklesla. Hodnoty na segmentu 2 indikují výrazný pokles rozptylu hodnot a kromě stavu při 300 ot/min jsou takřka shodné.

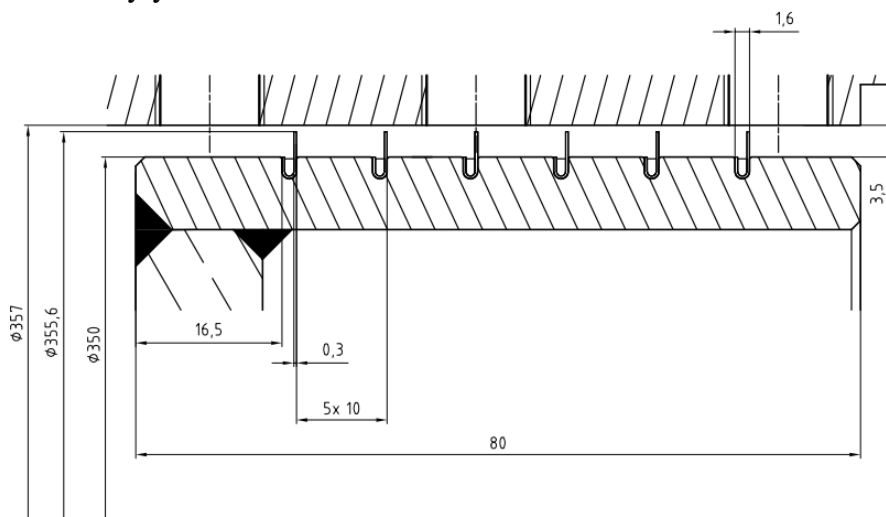


Obr. 90 Koeficienty přestupu tepla na rotoru – (hladký rotor) - pro průtok 2750 NI/min

I přes nedostupnost hodnot výsledných koeficientů přestupu tepla na rotorovém segmentu III. je možné usuzovat z celkových průběhů těchto hodnot u rotorových segmentů I. a II. obdobný průběh těchto hodnot u segmentu III jako u segmentu II. V tom případě lze usuzovat na postupné přiblížení průběhu lokálních hodnot koeficientů přestupu tepla hodnotám pozorovaným na statorové části při postupném zvyšování průtoků. Obdobný průběh byl pozorován také na statorové části v konfiguraci s jednostranným labyrintem.

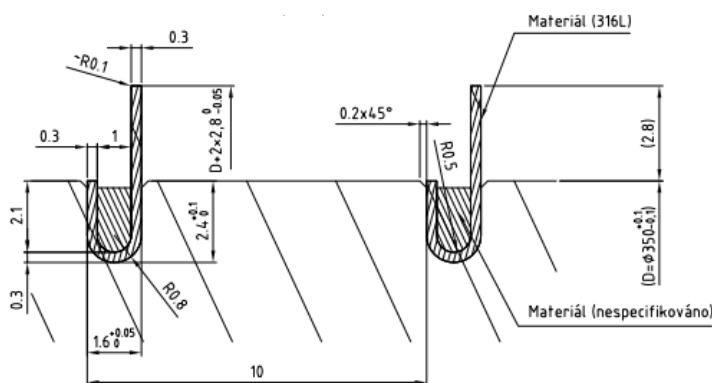
## 8 Experiment s jednostranným labyrintem

Tato konfigurace sestávala z rotoru osazeného jednostranným labyrintem totožné geometrie průtočné části, která je používána v reálných strojích. Rotor byl vnějšího průměru 350 mm o délce válcové části 80 mm, což jsou shodné základní parametry s hladkým rotorem viz Obr. 91. Rotor byl osazen labyrintem tvořeným plechy o tloušťce 0,3 mm a výšce 2,8 mm nad válcovou částí rotoru. Tyto plechy byly zatemňovány do 6-ti drážek na rotoru s roztečí 10 mm viz Obr. 92. Plechy i temovací drát byly ze shodného z materiálu AISI 316L.



Obr. 91 Geometrie rotoru osazeného jednostranným labyrintem

Statorová část byly shodná s konfigurací s hladkým rotorem, tedy vnitřní průměr statoru byl 357 mm, což v komorách labyrintu tvořilo radiální mezeru 3,5 mm. Radiální mezera nad břity byla 0,7 mm.



Obr. 92 Detail geometrie labyrintu z výkresové dokumentace.

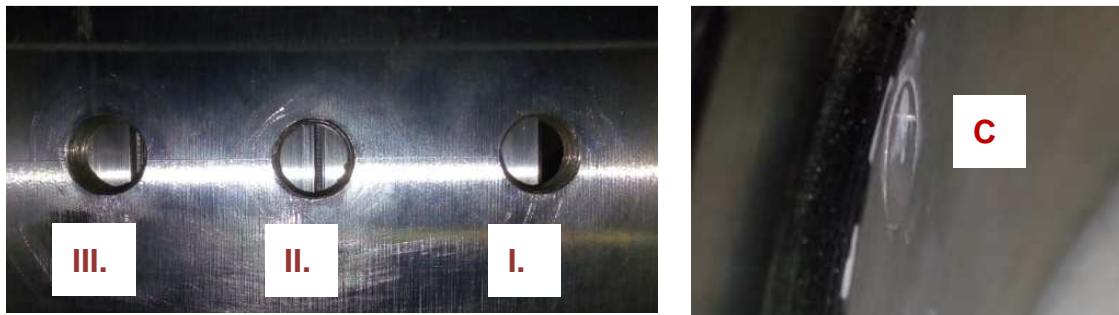
U této konfigurace nebyl rotor osazen termočlánky a telemetrickým systémem. Měření probíhalo na statorové části pomocí měřicích segmentů 1. (I), 2. (II.) a 3. (III.) obdobně jako u hladkého labyrintu avšak s použitím v konfiguraci se třemi termočlánky A, B a C viz Obr. 55.

Výsledné hustoty tepelného toku byly pro tyto segmenty stanoveny z rozdílu teplot na povrchu segmentu  $A_i$  a teploty  $B_i$  s ohledem na tepelnou vodivost materiálu segmentu a vzdálenosti od vnitřního povrchu  $x_i$  pomocí steady state metody. Koeficienty přestupu tepla byly poté určeny pomocí teploty proudu vzduchu  $C_i$ :

$$q_i = \frac{\lambda_t}{x_i} (T_{A_i} - T_{B_i}) \quad [WmK^{-1}]; \quad \alpha_i (HTC) = \frac{q_i}{(T_{C_i} - T_{A_i})} \quad [Wm^{-2}K^{-1}] \quad (59)$$



Rozmístění měřicích segmentů I., II. a III. na statoru je vyobrazeno na Obr. 93 spolu s pohledem na usazený segment ve statoru s termočlánkem pro měření teploty proudu vzduchu C.



Obr. 93 Rozmístění měřicích segmentů a ukázka jejich zabudování

Pohled na rotor s jednostranným labyrintem je uveden na Obr. 94 a Obr. 95.



Obr. 94 Detail jednostranného labyrintu



Obr. 95 Pohled na vnitřní část rotoru s jednostranným labyrintem

Během měření jsou sledovány vibrace zařízení na prvním ložiskovém stojanu s průměrnou maximální hodnotou vibrací  $V_{\text{rms}}=0,5 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  a maximální  $V_{\text{rms}}=0,71 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Vibrace jsou sledovány analyzátozem TV3000 a celkově spadá zařízení do kategorie K s třídou nevyváženosti 1 dle ISO 2372.

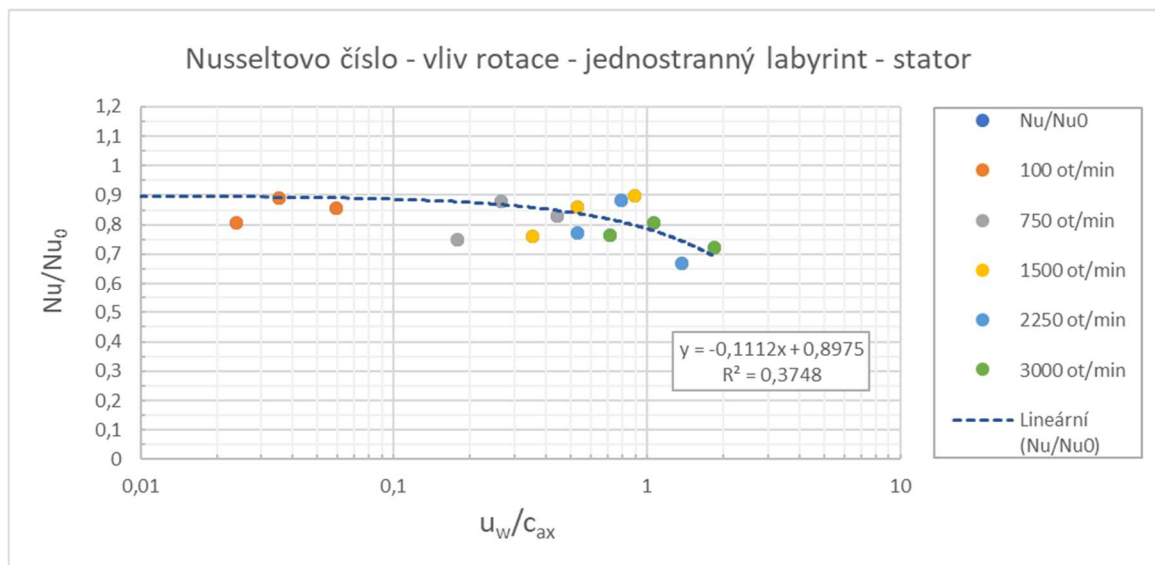
## 8.1 Výsledky experimentu – Jednostranný labyrint

Vzhledem k tomu, že výsledné absolutní hodnoty koeficientů přestupu tepla pro tuto konkrétní konfiguraci byly zpracovávány pro průmyslového partnera Doosan Škoda Power s.r.o., nejsou tyto přímo uvedeny. Hodnoty koeficientů přestupu tepla jsou však vztaženy k vybranému měřicímu segmentu a hodnotám, pro které jsou hodnoty ostatních stavů a pozic vztaženy. Výsledné průběhy a poměry tak nejsou zkruseny. Z průběhů teplot a měřených hustot tepelných toků pro daný objemový průtok a otáčky, byly vyhodnoceny konečné hodnoty koeficientů přestupu tepla při výdrži na otáčkách viz Tab. 14.

**Tab. 14** Výsledné hodnoty koeficientů přestupu tepla na statoru pro konfiguraci – jednostranný labyrint

| Průtok<br>[NI/min] | Otáčky [ot/min] |      |      |      |      |      |      |
|--------------------|-----------------|------|------|------|------|------|------|
|                    | Segment         | 0    | 100  | 750  | 1500 | 2250 | 3000 |
| 1200               | 1               | 0,75 | 1,20 | 1,14 | 0,93 | 0,76 | 0,80 |
| 1200               | 2               | 1,12 | 0,96 | 0,96 | 1,01 | 0,86 | 0,81 |
| 1200               | 3               | 0,75 | 1,31 | 0,94 | 0,81 | 0,75 | 0,69 |
| 2000               | 1               | 1,12 | 1,57 | 1,34 | 1,33 | 1,05 | 1,06 |
| 2000               | 2               | 1,27 | 1,07 | 1,03 | 1,05 | 1,09 | 0,92 |
| 2000               | 3               | 0,94 | 1,04 | 1,47 | 1,00 | 0,95 | 0,86 |
| 3000               | 1               | 1,31 | 1,84 | 1,82 | 1,61 | 1,46 | 1,29 |
| 3000               | 2               | 1,31 | 1,06 | 0,99 | 1,02 | 1,02 | 1,00 |
| 3000               | 3               | 0,94 | 1,14 | 1,18 | 1,19 | 1,06 | 1,00 |

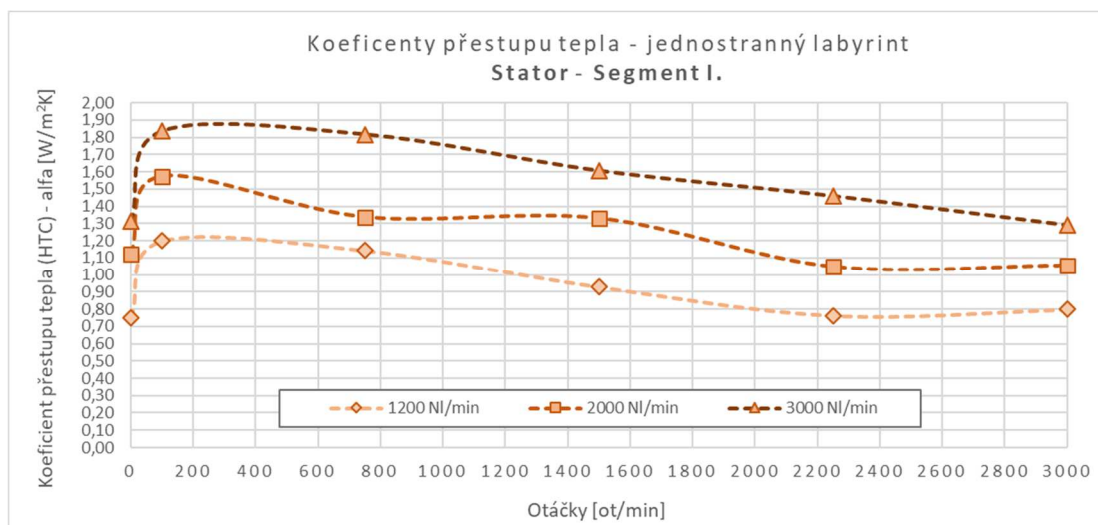
Závislost poměru Nusseltových čísel za rotace- $Nu$  a při nulových otáčkách (statickém stavu)  $Nu_0$  na poměru obvodové rychlosti rotoru- $u_w$  a axiální rychlosti proudu  $c_{ax}$  je uvedena na Obr. 96.



**Obr. 96** Poměr Nusseltových čísel  $Nu/Nu_0$  na poměru rychlostí  $u_w/c_{ax}$  vztaženo ke statoru pro konfiguraci-hladký rotor

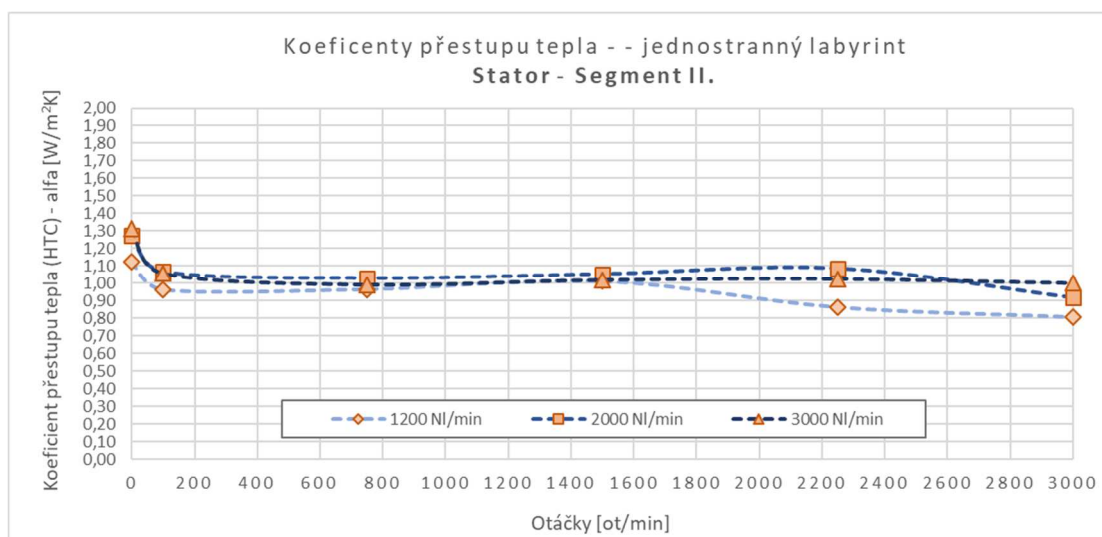
Z uvedeného průběhu vyplývá, že poměr Nusseltových čísel do poměru rychlostí  $u_w/c_{ax}=0,1$  zůstává takřka konstantní a roven 0,9. Při dosažení poměru  $u_w/c_{ax}=0,2$  začíná poměr  $Nu/Nu_0$  klesat. Tento pokles poměru Nusseltových čísel dále lineárně klesá až k dosažení hodnoty 0,7 při rychlostním poměru  $u_w/c_{ax}=2$ . Vliv rotace v rozsahu parametrů provedeného experimentu tedy odpovídal poklesu Nusseltových čísel oproti statickému stavu, a to s lineární závislostí. Tento průběh je opačný oproti konfiguraci s hladkým rotorem.

Průběh koeficientů přestupu tepla pro segment 1.(I.) a jednotlivé průtoky je uveden na Obr. 97. Z tohoto průběhu je zřejmý postupný (lineární) pokles koeficientů přestupu tepla pro celý rozsah průtoků 1200 až 3000 NI/min v celém rozsahu otáček. Při nulových otáčkách dosahují výsledné koeficienty přestupu tepla pro daný průtok nejnižších hodnot.



Obr. 97 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - jednostranný labyrint - Segment I.

Průběh koeficientů přestupu tepla pro segment 2.(II.) a jednotlivé průtoky je uveden na Obr. 98. Z tohoto průběhu je zřejmý takřka konstantní průběh koeficientů přestupu tepla pro celý rozsah průtoků 1200 až 3000 NI/min v celém rozsahu otáček. Při nulových otáčkách dosahují výsledné koeficienty přestupu tepla pro daný průtok na rozdíl od segmentů I. a III. nejvyšších hodnot. Hodnoty koeficientů přestupu tepla pro průtok 3000 NI/min a otáčkách 3000 ot/min tedy maximální hodnoty nastavitelné experimentem byly určeny jako referenční s ohledem na hodnoty při ostatních stavech. Hodnoty v tomto segmentu jsou takřka totožné z hlediska jednotlivých průtoků.

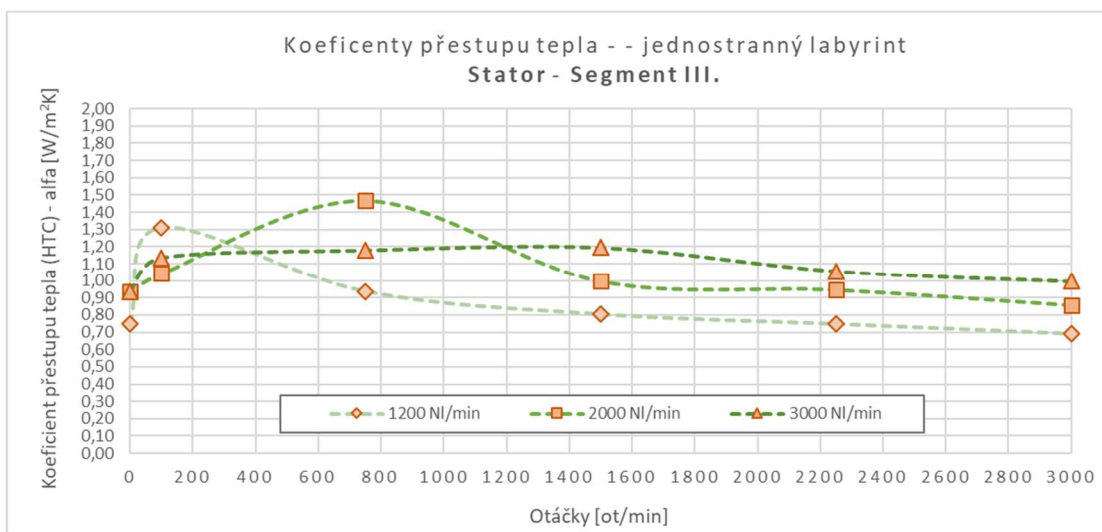


Obr. 98 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - jednostranný labyrint - Segment II.

Průběh koeficientů přestupu tepla pro segment 3.(III.) a jednotlivé průtoky je uveden na Obr. 99. Tento průběh do otáček 1500 ot/min vykazuje střídavých hodnot, a to u průtoků 1200 a 200 NI/min. Hodnoty odpovídající průtoku 3000 NI/min se mění v rámci cca 10 % v celém rozsahu otáček (kromě statického stavu) a lze je považovat za konstantní.

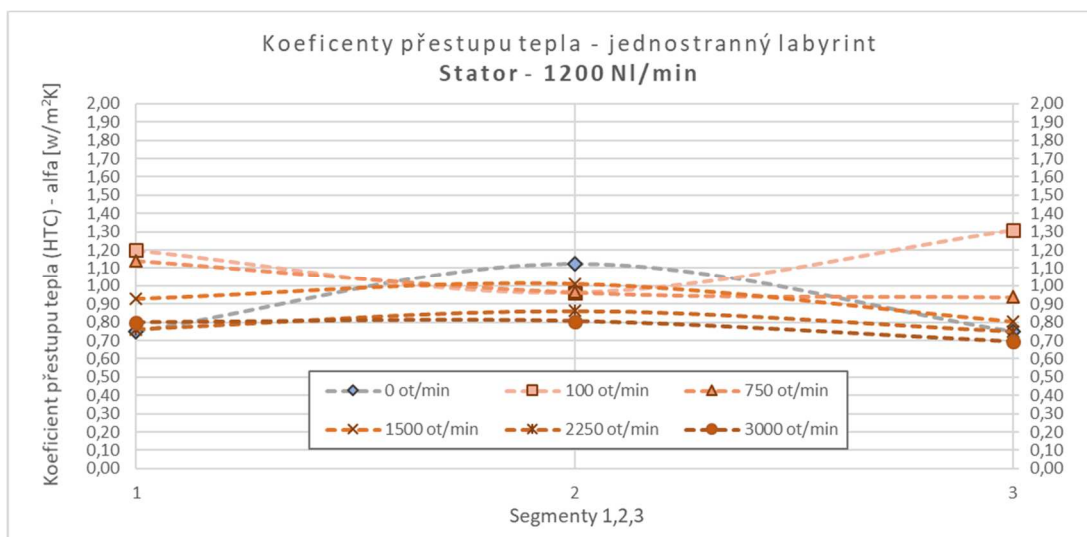
Při otáčkách vyšších než 1500 ot/min jsou průběhy výsledných hodnot již takřka konstantní pro všechny průtoky, avšak rozdíly mezi dosahovanými hodnotami mezi jednotlivými průtoky dosahuje

nejvyšších hodnot ze všech segmentů a činí cca 20 %. Při nulových otáčkách dosahují výsledné koeficienty přestupu tepla pro daný průtok nejnižších hodnot.



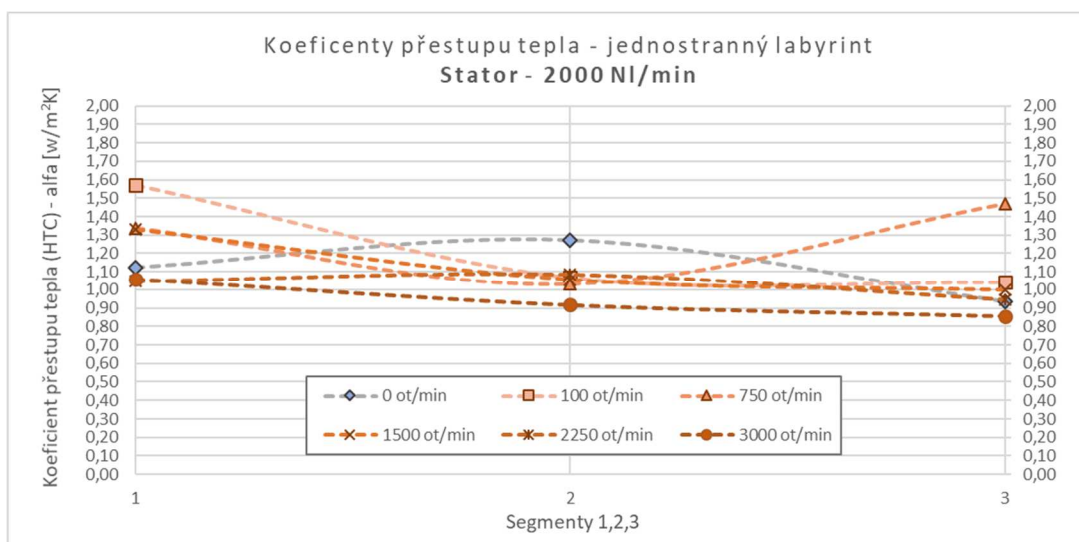
Obr. 99 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - jednostranný labyrint - Segment III.

Průběh koeficientů přestupu tepla po délce měřené části statoru pro jednostranný labyrint získaných pomocí segmentů 1. (I), 2. (II.) a 3. (III.) pro průtok 1200 NI/min jsou zobrazeny na Obr. 100. Uvedený průběh znázorňuje u segmentu I. a II. přibližně o 10 % větší hodnoty koeficientu přestupu tepla než u segmentu III. čili vykazují srovnatelné, kromě otáček 100 a 750 ot/min, kdy dochází k nárůstu hodnot koeficientů přestupu tepla u prvního segmentu. U segmentu III. a při hodnotě otáček 100 ot/min vykazuje hodnotu cca 50 % vyšší než ostatní hodnoty daného segmentu. Při statickém stavu (0. ot/min) odpovídá nejvyšší hodnota koeficientu přestupu tepla prostřednímu segmentu II. Koeficienty přestupu tepla jsou nejnižší pro maximální otáčky.



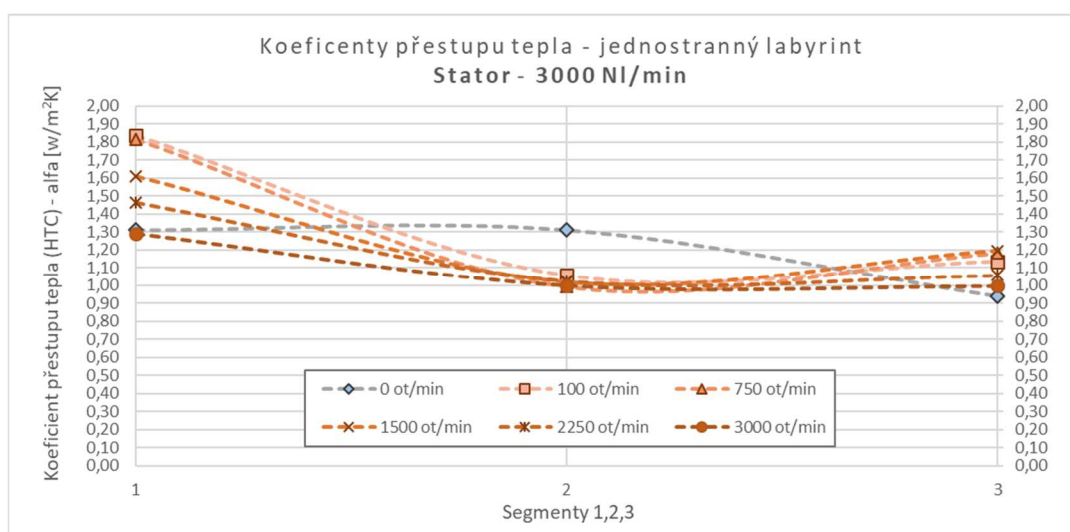
Obr. 100 Koeficienty přestupu tepla – jednostranný labyrint pro průtok 1200 NI/min

Průběh koeficientů přestupu tepla pro průtok 2000 NI/min je zobrazen na Obr. 101. U segmentu I. jsou hodnoty vyšší v rozmezí 30 až 50 % oproti segmentům II. a III.. Při statickém stavu (0. ot/min) odpovídá nejvyšší hodnota koeficientu přestupu tepla prostřednímu segmentu II. avšak dochází ke zvýšení hodnoty oproti průtoku 1200 NI/min u segmentu I. Toto zvýšení je pozorované u všech otáček. Koeficienty přestupu tepla stejně jako u průtoku 1200 NI/m jsou nejnižší pro maximální otáčky.



Obr. 101 Koefficienty přestupu tepla – jednostranný labyrint pro průtok 2000 NI/min

Průběh koeficientů přestupu tepla pro nejvyšší průtok 3000 NI/min je zobrazen na Obr. 102. U segmentu I. jsou hodnoty vyšší v rozmezí 30 až 80 % oproti referenčnímu segmentu II.. Nejvyšší hodnoty u segmentu I. odpovídají nejnižším otáčkám 100 ot/min. Pro vyšší otáčky dochází postupnému snižování hodnot koeficientů přestupu tepla. Tento postupný pokles v závislosti na růstu otáček je platný také pozorovatelný pro segment II. i III.. Statickém stavu (0. ot/min) odpovídá nejvyšší hodnota koeficientu přestupu tepla prostřednímu segmentu II. Koefficienty přestupu tepla stejně jako u ostatních průtoků jsou nejnižší pro maximální otáčky. Průběh hodnot při tomto průtoku odpovídá průběhu pozorovaného u hladkého rotoru.



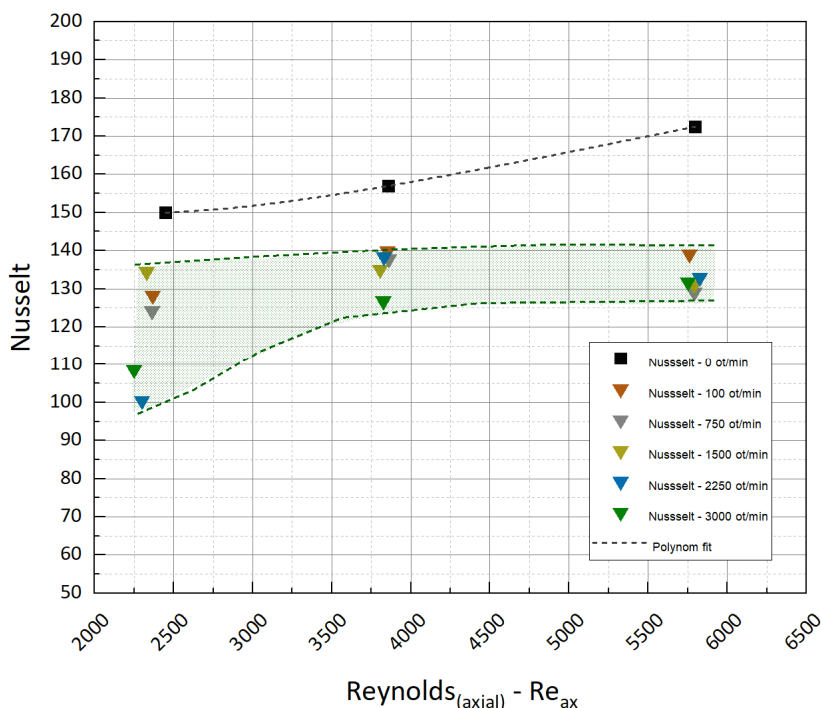
Obr. 102 Koefficienty přestupu tepla – jednostranný labyrint pro průtok 3000 NI/min

Z výsledných průběhů lze pozorovat sjednocení hodnot koeficientů přestupu tepla vlivem vyššího průtoku jednostranným labyrintem.

Se zvyšujícím se průtokem dochází ke zvýšení koeficientů přestupu tepla na statoru při vstupu do labyrintu. Při dostatečně vysokých průtocích se průběh lokálních hodnot koeficientů přestupu tepla blíží průběhům pro hladký rotor.

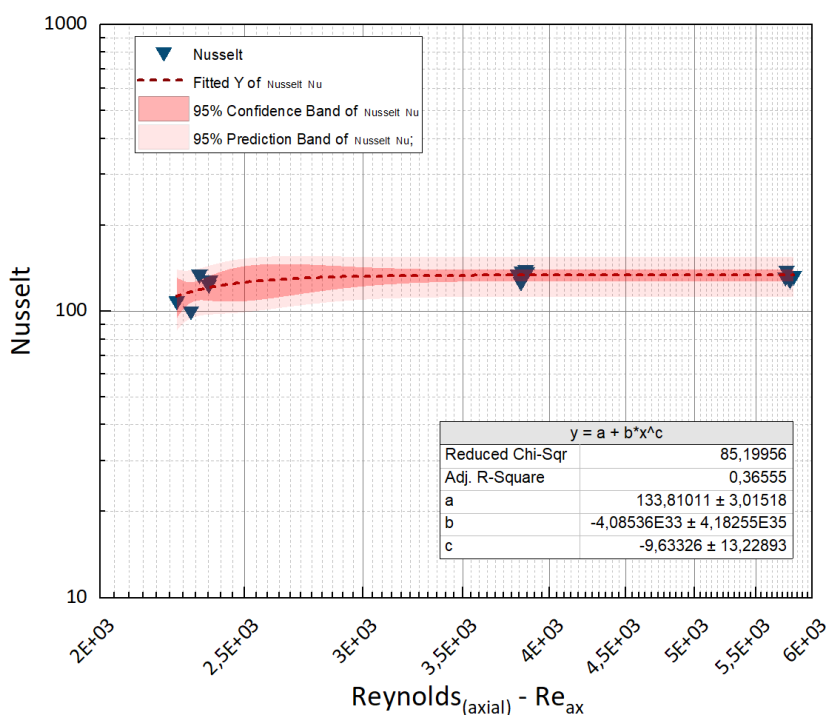
Při statickém stavu dochází ke zvýšení koeficientů přestupu tepla na vstupním úseku labyrintu, avšak hodnoty uprostřed a na výstupu z labyrintu jsou zvýšeny přibližně o 10 % při cca 2,5x vyšším průtoku.

Výsledné hodnoty Nusseltových čísel byly stanoveny pro prostřední segment II. kde tepelná vodivost vzduchu byla vztažena přímo k teplotě 2-C stejně jako u výsledků konfigurace s hladkým rotorem. Hodnoty Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle jsou uvedeny na Obr. 103, kde byly vyznačeny hodnoty pro statický stav (bez rotace) a hodnoty za rotace na daných otáčkách. Na tomto grafu lze pozorovat ustálení hodnot Nusseltových čísel pro  $Re_{ax} > 3750$ .



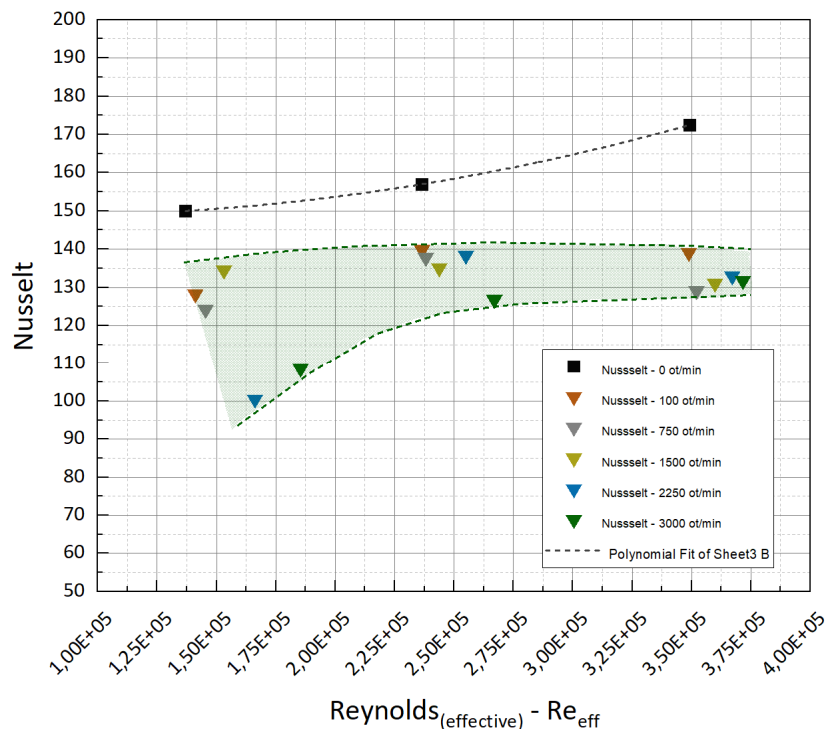
Obr. 103 Závislost Nusseltova čísla na axiálním Reynoldsově čísle - jednostranný labyrint

Na Obr. 104 je znázorněna výsledná regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle, spolu s vyznačenými intervaly spolehlivosti (confidence band).



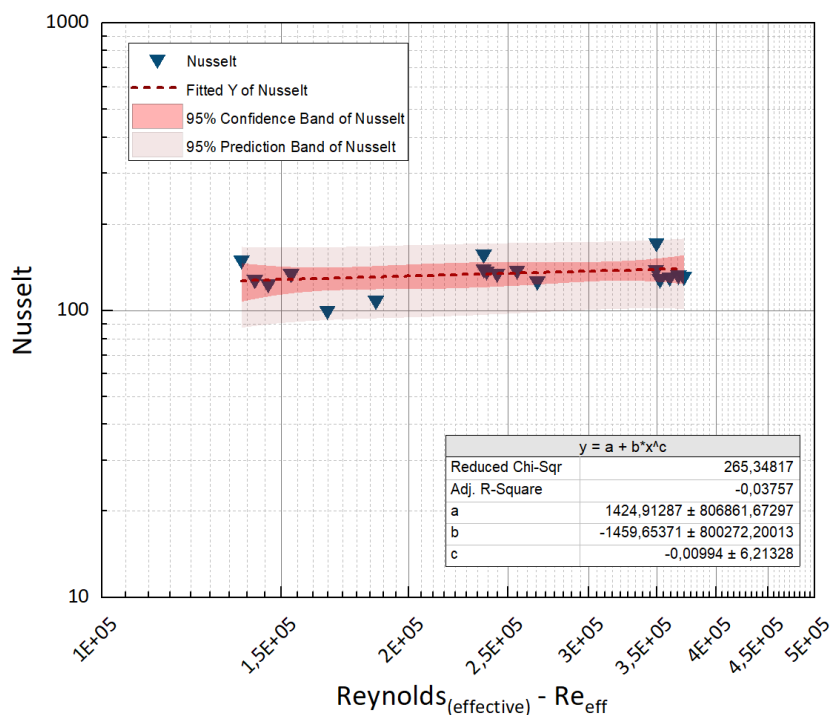
Obr. 104 Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle

Hodnoty Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle jsou uvedeny na Obr. 105, kde byly vyznačeny hodnoty pro statický stav (bez rotace) a hodnoty za rotace na daných otáčkách. Na tomto grafu lze pozorovat ustálení hodnot Nusseltových čísel pro  $Re_{eff} > 2,5E+05$ .



Obr. 105 Závislost Nusseltova čísla na efektivním Reynoldsově čísle - jednostranný labyrint

Na Obr. 106 je znázorněna výsledná regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle, spolu s vyznačenými intervaly spolehlivosti pro konfiguraci s jednostranným labyrintem.



Obr. 106 Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle

## 9 Přímá a inverzní úloha vedení tepla

Pokud jsou okrajové podmínky tělesa v závislosti na čase známe jako je teplotní průběh na povrchu tělesa a tepelný tok, lze pak stanovit rozložení teplot v tělese. Tato úloha se nazývá přímá. V řadě reálných aplikací, u kterých je nutné stanovit okrajové podmínky a rozložení teplotního pole vycházející z experimentálního měření. U tohoto měření je často obtížné získat teploty na povrchu tělesa díky značným teplotám a tepleným tokům vedoucím k destrukci snímačů (např. návratové moduly, chlazení výkovek, spalovací komory atp.) dále díky nežádoucímu ovlivnění měřicího místa na povrchu tělesa (např. lopatky turbín) či nemožnosti umístění snímače do řešené oblasti (např. komponenty jaderných reaktorů). V těchto případech je nutné umístit senzory dovnitř řešeného tělesa jedním nebo více senzory a ze získaných dat a matematického modelu vyřešit rozložení teplot a okrajové (počáteční) podmínky na povrchu tělesa. Tato úloha je označována jako Inverse Heat Conduction Problem – IHCP neboli inverzní úloha vedení tepla.

Stěžejní práce v této oblasti byla provedena v 50. až 80. letech především díky rozvoji vesmírného programu a rozvoji numerických metod. Mezi vybranými hlavní autory v této oblasti patří: Tikhonov (1977) [57], Beck (1985) [27], Alifanov – Artukhin (1995) [58] [59], Woodboury (2002) [60] či Raudenský (2002) [61], [62].

Pro stanovení povrchových teplot a stanovení hustoty tepelného toku pomocí IHCP je nutná znalost matematického modelu prostupu tepla řešené oblasti. Velmi často se jedná o rozdělení komplikovaných geometrií na části s popsáním matematickým modelem pro zjednodušenou geometrii, zejména se jedná o model prostupu tepla deskou při 1D vedení tepla viz [27], kde rozložení teplot lze popsat níže uvedenou rovnicí:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} , \quad (60)$$

za předpokladu počáteční a okrajové podmínky:

$$T(x, 0) = T_0(x) \quad (61)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{pro } x = L \quad (62)$$

Příslušné teploty  $T(x_i, t_i)$  odpovídají experimentálně získaným zjištěným hodnotám teplot  $Y_i$  v diskrétních časových intervalech  $t_i$ .

$$T(x_i, t_i) = Y_i . \quad (63)$$

Poté lze vyjádřit předpokládanou hustotu tepelného toku na povrchu tělesa

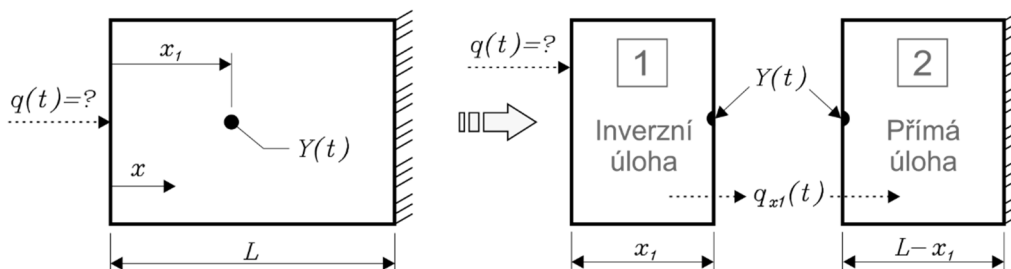
$$q(t_i) = -\lambda \left. \frac{\partial T(x, t_i)}{\partial x} \right|_{x=0} . \quad (64)$$

Z principu měření teplot uvnitř tělesa jedním nebo více senzory, vyplývá inherentní zpoždění teplotní odezvy vzhledem k dějům na povrchu tělesa, především v krátkých časových intervalech.

Vzhledem k teplotám  $Y_i$  získanými experimentálně jsou tato data zatížena vstupními chybami vedoucím k nepřesnosti a možnému porušení stability výpočtu. Pokud jsou termofyzikální vlastnosti materiálu jako je tepelná vodivost ( $\lambda$ ), hustota ( $\rho$ ) a měrná tepelná kapacita ( $c$ ) považovány jako teplotně závislé je daná úloha nelineární, stejně jako při řešení úlohy s teplotně závislou okrajovou podmínkou pro  $x=L$ .



Pro případ vedení tepla v desce o tloušťce  $L$  a s jedním měřicím místem uvnitř tělesa  $Y(t)$  lze řešenou úlohu rozdělit na oblast s využitím inverzního výpočtu a oblast řešení pomocí přímé úlohy viz Obr. 107.



Obr. 107 Rozdělení řešené oblasti na inverzní a přímou úlohu

Pomocí přímé úlohy lze stanovit tepelný tok pro  $x_1$  pomocí oblast 2 ( $x_1 \leq x \leq L$ ), kde jsou známy níže uvedené okrajové podmínky:

$$\begin{aligned} T(t) &= Y(t) \quad \text{pro } x = x_1 \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 \quad \text{pro } x = L \end{aligned} \quad (65)$$

Řešením přímé úlohy lze tak stanovit hustotu tepelného toku pro tuto oblast jako:

$$\hat{q}_{x_1}(t) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_1} \quad (66)$$

Pro oblast 1 ( $0 \leq x \leq x_1$ ) jsou tedy definovány dvě okrajové podmínky, a to hustota tepelného toku  $\hat{q}_{x_1}(t)$  pro  $x=x_1$  a neznámou hustotu tepelného toku  $q(t)=?$  pro  $x=0$ . Jedná se tedy o úlohu, kterou lze označit jako špatně podmíněnou. (tzv. ill-posed) viz [27]. Výsledkem této inverzní úlohy je pak odhad hustoty tepelného toku pro  $x=0$ .

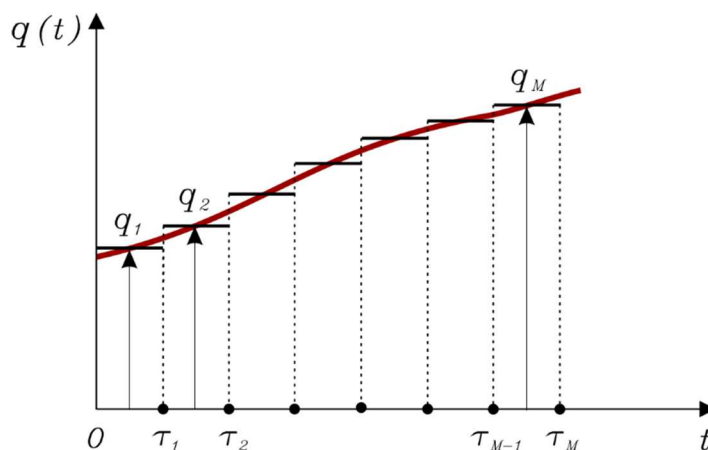
## 9.1 Přímá úloha vedení tepla – Duhamelův princip

Pro úspěšné řešení inverzní úlohy je nutná existence řešení přímé úlohy. Tato přímá úloha může být řešena numericky pro nelineární případy či v integrální formě pomocí integrálních rovnic tedy Greenových funkcí a Duhamelova principu pro lineární rovnice vedení tepla. V této práci je využito pro výpočet přímé úlohy právě Duhamelova principu, jehož níže uvedený popis je upraven z ÖZİŞİK (1993) - kap.5. [63], Beck (1985) - kap. 3.2. [27] a Woodbourny (2002) – kap 2. [60]. Duhamelův princip využívající principu superpozice je řešení pro nalezení teploty v jakémkoliv místě a čase řešené oblasti. Jedním z řešení je nalezení funkce sensitivity  $\varphi(x, t)$  odpovídající nárůstu teploty v libovolném bodě  $x$  pro jednotkový impuls hustoty tepelného toku  $q(t)$ :

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (67)$$

Termofyzikální vlastnosti tělesa jsou brány jako teplotně nezávislé, avšak mohou být závislé na poloze. Jednotková hustota tepelného toku na povrchu tělesa je tak pouze funkcí času. Hustota tepelného toku na povrchu uvedená na Obr. 108 je tak aproximována hustotou tepelného toku výše uvedeným způsobem pro polovinu z jednotlivých časových intervalů  $\tau$ :

$$\tau_{\frac{1}{2}}, \tau_{\frac{3}{2}}, \tau_{\frac{5}{2}}, \dots, \tau_{M-\frac{1}{2}} \quad (68)$$



Obr. 108 Aproximace průběhu hustoty tepelného toku  $q(t)$  pomocí  $M$  diskrétních časových kroků

Odpovídající jednotlivé hustoty tepelných toků  $q_1, q_2, \dots, q_M$  lze vyjádřit jako:

$$q_n = q\left(\tau_{n-\frac{1}{2}}\right) = q\left[\left(n - \frac{1}{2}\right)\Delta\tau\right] \quad (69)$$

pro  $n = 1, 2, \dots, M$

Pro uvažovanou konstantní počáteční teplotu v tělese  $T_0$  lze pomocí tohoto principu vyjádřit teplotu v místě  $x$  tělesa v čase  $t_M$  vyjádřit jako součty přírůstků teplot díky jednotlivým hustotám tepelných toků:

$$\begin{aligned} T(x, t_M) = & T_0 + q_1 [\varphi(x, t_M - \tau_0) - \varphi(x, t_M - \tau_1)] \\ & + q_2 [\varphi(x, t_M - \tau_1) - \varphi(x, t_M - \tau_2)] \\ & \vdots \\ & + q_M [\varphi(x, t_M - \tau_{M-1}) - \varphi(x, t_M - \tau_M)] \end{aligned} \quad (70)$$

$$\text{kde } \varphi(x, t_M - \tau_M) = \varphi(x, 0) = 0$$

Uvažujeme-li stejné intervaly jednotlivých časových kroků  $\tau$  lze tento krok vyjádřit jako:

$$\tau_i = i\Delta\tau, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M \quad (71)$$

Poté lze zapsat rozdíl jednotlivých časových kroků jako:

$$\tau_j - \tau_i = j\Delta\tau - i\Delta\tau = (j-i)\Delta\tau = \tau_{j-i} \quad (72)$$

Teplotu v místě  $x$  tělesa v čase  $t_M$  lze pak přepsat do tvaru:

$$\begin{aligned} T(x, t_M) = & T_0 + \sum_{n=1}^M q_n \frac{\varphi(x, t_M - \tau_{n-1}) - \varphi(x, t_M - \tau_n)}{\Delta\tau} \Delta\tau \\ = & T_0 + \sum_{n=1}^M q_n \Delta\varphi_{(M-n)}, \end{aligned} \quad (73)$$

kde

$$\Delta\varphi_{(M-n)} = \varphi(x, t_{M-n+1}) - \varphi(x, t_{M-n}) \quad (74)$$

Pro čas  $t=t_M$  a případ, kdy časový interval je limitní k 0 ( $\Delta\tau \rightarrow 0$ ) lze pak rovnici (73) přepsat do integrálního tvaru:

$$T(x,t) = T_0 + \int_0^t q(\tau) \left[ -\frac{\partial \varphi(x, t-\tau)}{\partial \tau} \right] d\tau \quad (75)$$

nebo také

$$T(x,t) = T_0 + \int_0^t q(\tau) \frac{\partial \varphi(x, t-\tau)}{\partial t} d\tau . \quad (76)$$

Výše uvedené tvary jsou ekvivalentní a platí rovnost:

$$\frac{\partial \varphi(x, t-\tau)}{\partial t} = -\frac{\partial \varphi(x, t-\tau)}{\partial \tau} \quad (77)$$

Výše uvedené integrální tvary se nazývají Duhamelův integrál, který je konvolucí, protože v něm vystupují dvě funkce proměnné  $\tau$  a  $t-\tau$ . Duhamelův princip pak lze aproximovat numerickými metodami i metodami konečných prvků, objemů a diferencí, které poskytují možnost využití tohoto principu i pro nelineární případy.

Pro účely řešení přímé úlohy vedení tepla byla zvolena zjednodušující geometrie nekonečně dlouhé rovné desky o tloušťce  $L$ , která je dokonale zaizolovaná pro  $x=L$  s vyšetřovanou hustotou tepelného toku předepsanou pro  $x=0$ , pro kterou je analytické vyjádření rozložení teploty dané rovnicí viz [60]:

$$T(x,t) = \frac{q_c L}{\lambda} \left[ \frac{\alpha t}{L^2} + \frac{1}{3} - \frac{x}{L} + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left( \frac{-n^2 \pi^2 \alpha t}{L^2} \right) \cos\left( \frac{n\pi x}{L} \right) \right], \quad (78)$$

kde  $q_c$  je jednotková hustota tepelného toku.

Senzitivita odpovídající jednotkové hustotě tepelného toku tak lze vyjádřit jako:

$$\varphi(x,t) = \frac{T(x,t)}{q_c} . \quad (79)$$

Po úpravě lze tuto rovnici přepsat pomocí rovnice (78) na:

$$\varphi(x,t) = \frac{L}{\lambda} \left[ \frac{\alpha t}{L^2} + \frac{1}{3} - \frac{x}{L} + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^2 - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left( \frac{-n^2 \pi^2 \alpha t}{L^2} \right) \cos\left( \frac{n\pi x}{L} \right) \right]. \quad (80)$$

Zavedením bezrozměrné teploty  $T^+$ , času  $t^+$  a délky  $x^+$ :

$$T^+ \equiv \frac{T-T_0}{\frac{q_c L}{\lambda}}, \quad t^+ = \frac{\alpha t}{L^2}, \quad x^+ \equiv \frac{x}{L}, \quad (81)$$

lze rovnici (78) přepsat také do tvaru:

$$T^+(x^+, t^+) = t^+ + \frac{1}{3} - x^+ + \frac{1}{2} (x^+)^2 - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp(-n^2 \pi^2 t^+) \cos(n\pi x^+) . \quad (82)$$

## 9.2 Inverzní úloha vedení tepla

Samotných typů a modifikací inverzních metod pro stanovení počátečních a okrajových podmínek vedení tepla existuje celá řada. S ohledem na cíle této práce je následující popis zaměřen na základní metody, pro které byly vytvořeny výpočetní algoritmy a byla zpracována experimentálně získaná data pro výsledné stanovení hodnot hustot tepelných toků. Jedná se zejména o metody odhadu funkce, tedy celodoménová metoda bez regularizace a s regularizací a sekvenční (Beckova) metoda.

### 9.2.1 Jednokroková metoda – Stolzova metoda

Jedna z prvních metod řešení inverzní úlohy byla vypracována na základě Duhamelova principu v 60. letech G. Stolzem mladším viz [64]. Jedná se o jednokrokovou sekvenční metodu stanovení hustoty tepelného toku pro jeden senzor. V diskrétních časových intervalech je právě pomocí numerické formy Duhamelova principu či metody konečných prvků, objemů a diferencí dopočítávána teplota v místě senzoru  $T_M$  s naměřenými hodnotami teplot  $Y_M$ , pro které v čase  $t_M$  platí:

$$T_M = \hat{T}_M \Big|_{q_M=0} + \Delta\varphi_0 q_M . \quad (83)$$

Senzitivita v místě senzoru  $\Delta\varphi_0$  pro čas  $t_I$  pro jednotkovou hustotu tepelného toku v čase  $t=0$  je stejná jako senzitivita pro  $T_M$  a daném  $q_M$  lze tedy  $\Delta\varphi_0$  vyjádřit jako:

$$\Delta\varphi_0 = \frac{\partial T_M}{\partial q_M} . \quad (84)$$

Protože platí pro senzitivity v jednotlivých krocích rovnost je možné při předpokladu přesné shody  $Y_M = T_M$  vyjádřit odhad hustoty tepelného toku  $\hat{q}_M$  v čase  $t_M$ :

$$\hat{q}_M = \frac{Y_M - \hat{T}_M \Big|_{q_M=0}}{\varphi_1} . \quad (85)$$

S využitím aproximace integrální formy Duhamelova principu lze odvodit odhad teploty  $\hat{T}_M \Big|_{q_M=0}$  viz [27]:

$$\hat{T}_M \Big|_{q_M=0} = \sum_{i=1}^{M-1} \hat{q}_i \Delta\varphi_{M-1} + T_0 . \quad (86)$$

Poté lze rovnici (85) přepsat do tvaru:

$$\hat{q}_M = \frac{Y_M - \sum_{i=1}^{M-1} \hat{q}_i \Delta\varphi_{M-1} - T_0}{\varphi_1} . \quad (87)$$

Tato rovnice má sekvenční charakter, kdy odhad hustoty tepelného toku závisí na experimentálně získané teplotě  $Y_M$  a předchozích odhadech  $\hat{q}$  ( $\hat{q}_2, \dots, q_{M-1}$ ) a v další sekvenci je  $M$  zvýšena o 1.

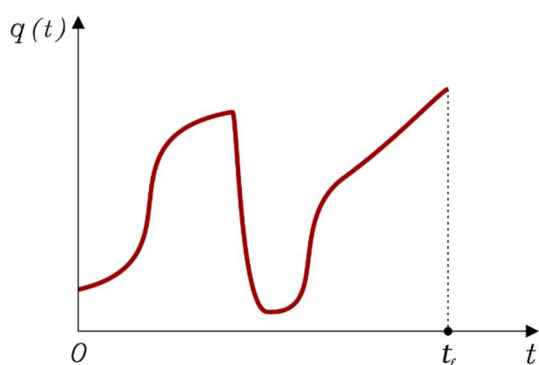
Tato metoda je silně citlivá na chyby v experimentálně získaných datech zvláště pro malé bezrozměrné časové intervaly (např  $<0.05$ ) [60].

### 9.2.2 Metody odhadu funkce – Celodoménová metoda

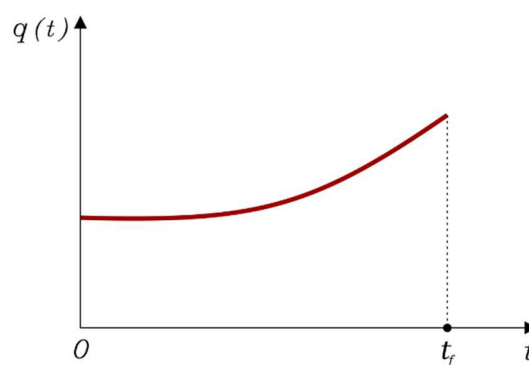
V současnosti nejrozšířenější metody řešení inverzní úlohy vedení tepla jsou metody odhadu funkce. Tedy metody pro stanovení funkce hustoty tepelného toku v závislosti na čase, která může být sekvence lineárních segmentů, parabol, exponenciál atd.

Obecně se však rozlišují dva hlavní přístupy a to metoda, při které se stanovují všechny parametry pro celý časový úsek tzv. celodoménová metoda a metoda sekvenční, kdy jednotlivé parametry jsou stanovovány pro danou sekvenci.

Jedním z prvních autorů, který popsal celodoménovou metodu s ohledem na použití aproximace hustoty tepelného toku pomocí polynomu a metodou konečných čtverců pro odhady parametrů byl Frank (1963) viz [65]. Reálný hledaný průběh hustoty tepelného toku  $q(t)$  může mít pozvolný průběh v celé vyšetřované časové oblasti viz Obr. 110. Častěji se však v inženýrské praxi jedná o průběh s prudkými změnami viz Obr. 109.



Obr. 109 Přibližný reálný průběh hustoty tepelného toku s prudkými změnami



Obr. 110 Přibližný reálný průběh hustoty tepelného toku bez prudkých změn

Pokud se bude jednat o průběh  $q(t)$  bez prudkých změn, lze na základě charakteru průběhu předpokládané hustoty tepelného toku lze zvolit nejvhodnější aproximační funkci pro celý vyšetřovaný časový interval  $0 < t < t_f$ :

$$q(t) = \beta_1, \quad (88)$$

$$q(t) = \beta_1 + \beta_2 t, \quad (89)$$

$$q(t) = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 t^3, \quad (90)$$

$$q(t) = \beta_1 (1 - e^{-\beta_2 t}) \quad , \quad (91)$$

$$q(t) = \beta_1 [1 - \beta_2 \sin(\beta_3 t)], \quad 0 < \beta_3 t < \frac{\pi}{2} \quad (92)$$

Následující příklad odvození postupu stanovení parametrů  $\beta$  celodoménové metody byl upraven z [27], [65] a [66], kde se jedná o aproximaci vyšetřované hustoty tepelného toku pomocí lineární aproximace viz (88). Jsou uvažovány teplotně nezávislé termofyzikální parametry a uniformní počáteční teplota  $T_0$  v celém tělese. Parciální diferenciální rovnici vedení tepla pro rovinnou desku lze zapsat jako:

$$\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (93)$$

Hledaná okrajová podmínka, tedy hustota tepelného toku vyjádřená lineární rovnicí pro  $x=0$  lze vyjádřit jako:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_0} = \beta_1 + \beta_2 t = q(t). \quad (94)$$

Okrajovou podmínku pro  $x=L$  lze stanovit jako I., II. a III. druhu tedy Dirichletovu, Neumanovu a Robinovu podmínku viz (95):

$$\begin{aligned}
 \text{Dirichletova podm.} \quad & T(x_L, t) = T_0, \\
 \text{Neumanova podm.} \quad & \frac{\partial T(x_L, t)}{\partial x} = 0, \\
 \text{Robinova podm.} \quad & -\lambda \frac{\partial T(x_L, t)}{\partial x} = \alpha_{(HTC)} [T(x_L, t) - T_0],
 \end{aligned} \tag{95}$$

Pro tento lineární problém lze substitucí odvodit teplotní rozložení  $T(x, t)$ :

$$T(x, t) = T_0 + \beta_1 \varphi(x, t) + \beta_2 \varphi^{(1)}(x, t), \tag{96}$$

kde  $\varphi(r, t)$  je řešením  $T(x, t)$  rovnice (93) s odpovídající okrajovou podmínkou pro  $x=L$  (95) a lineární výraz  $\beta_1 + \beta_2 t$  je nahrazen 1 v rovnici (94). Počáteční teplota  $T_0$  je rovna 0.

Obdobně je  $\varphi^{(1)}(r, t)$  řešením  $T(x, t)$ , avšak oproti  $\varphi(r, t)$  jen lineární výraz  $\beta_1 + \beta_2 t$  je nahrazen  $t$ . Nejjednodušším řešením k nalezení parametrů  $\beta_1$  a  $\beta_2$  je využití experimentálně získaných průběhů dvou teplot v různých časech nebo pozicích.

V reálných výpočtech je však používána metoda nejmenších čtverců pro minimalizaci odchylek měřené teploty  $Y_i$  a čas  $t_i$  pro  $i=1, \dots, n$  v místě sensoru  $x_r$ :

$$S = \sum_{i=1}^n [Y_i - T(x_r, t_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [Y_i - T_0 - \beta_1 \varphi_i - \beta_2 \varphi_i^{(1)}]^2, \tag{97}$$

kde  $\varphi_i \equiv \varphi(x_r, t_i)$  a  $\varphi_i^{(1)} \equiv \varphi^{(1)}(x_r, t_i)$ .

Poté je provedena první derivace  $S$  (97) podle parametrů  $\beta_1$  a  $\beta_2$  a tyto jsou položeny rovno 0:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n [Y_i - T_0 - \hat{\beta}_1 \varphi_i - \hat{\beta}_2 \varphi_i^{(1)}] \varphi_i &= 0 \\
 \sum_{i=1}^n [Y_i - T_0 - \hat{\beta}_1 \varphi_i - \hat{\beta}_2 \varphi_i^{(1)}] \varphi_i^{(1)} &= 0
 \end{aligned} \tag{98}$$

kde parametry  $\hat{\beta}_1$  a  $\hat{\beta}_2$  jsou odhady parametrů  $\beta_1$  a  $\beta_2$ .

V maticové formě lze toto zapsat také jako:

$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

kde

$$\begin{aligned}
 U_{11} &= \sum_{i=1}^n \varphi_i^2, & k_1 &= \sum_{i=1}^n (Y_i - T_0) \varphi_i, \\
 U_{12} &= \sum_{i=1}^n \varphi_i \varphi_i^{(1)}, & k_2 &= \sum_{i=1}^n (Y_i - T_0) \varphi_i^{(1)}, \\
 U_{21} &= U_{12}, \\
 U_{22} &= \sum_{i=1}^n [\varphi_i^{(1)}]^2,
 \end{aligned} \tag{99}$$

Výsledkem je řešení pro nalezení parametrů odhadu hustoty tepelného toku dané rovnicemi:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{k_1 U_{22} - k_2 U_{12}}{U_{11} U_{22} - U_{12}^2}, \quad (100)$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{k_2 U_{22} - k_1 U_{12}}{U_{11} U_{22} - U_{12}^2}. \quad (101)$$

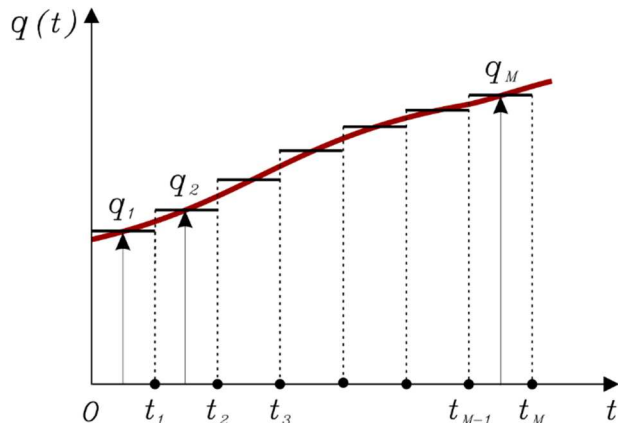
Uvedená metoda aproximace pomocí jedné funkce pro celý časový interval  $0 < t < t_f$  však nelze použít pro průběh hustot tepelných toků s prudkými změnami. Pro tyto průběhy je nejsnazší metodou rozdělení průběhu na několik shodných časových intervalů. Pro každý tento interval je pak možné nahradit střední aproximační hodnotou  $\bar{q}_M$  mezi intervaly  $t_{M-1}$  až  $t_M$ :

$$\bar{q}_M = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{M-1}}^{t_M} q(t) dt. \quad (102)$$

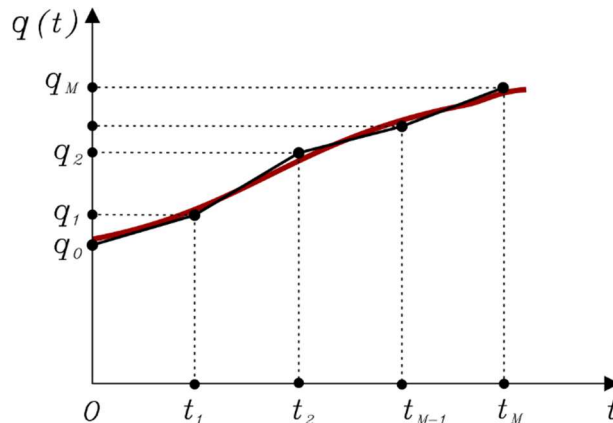
Případně je možné aproximovat konstantní hodnotou  $q_M$  pro střed intervalu  $t_{M-\frac{1}{2}} = \frac{t_{M-1} + t_M}{2}$

viz Obr. 111. Další aproximací může být pomocí lineární aproximace, viz Obr. 112 či parabolických funkcí, viz (99). Řešením těchto funkcí je pak opět nalezení příslušných parametrů  $\beta$ . Podmínkou pro volbu aproximační funkce je, že celkový počet neznámých konstant musí být méně, než je počet naměřených hodnot  $Y_i$ .

$$q(t) = q_{M-1} + \beta_1(t - t_{M-1}) + (q_M - q_{M-1} - \beta_1 \Delta t) \left( \frac{t - t_{M-1}}{\Delta t} \right) \quad (103)$$



Obr. 111 Aproximace střední hodnoty intervalu konstantní hodnotou hustoty tepelného toku



Obr. 112 Lineární aproximace hustoty tepelného toku pro daný časový interval

Výše uvedená celodoménová metoda vykazuje obecně přesnější výsledky oproti jedнокrokové metodě (Stolz) viz [60]. Tato metoda je však náchylná na stabilitu řešení při zvyšující se vzdálenosti (hloubky) senzoru od povrchu, pro kterou je vyšetřovaná hustota tepelného toku viz [66]. Tato metoda je také výpočetně náročnější než jedнокroková metoda a Beckova sekvenční metoda. Pro částečné potlačení šumu při hůře podmíněné celodoménové (a dalších) metodě jsou zaváděny různé metody regularizace.

Regularizace spočívá v modifikaci metody nejmenších čtverců přidáním dalších faktorů redukcujícím výrazné odchylky v řešené hledané funkci (v hustotě tepelného toku). Mezi významné autory zabývajícími se regularizačními metodami patří Tikhonov (1963) [67] či Beck-Murio (1984) [68]. Základní regularizační metody jsou nultého, prvního a druhého řádu tzv Tikhonovova regularizace, kterou lze obecně zapsat i pro vyšší řády pro jeden senzor [27] [69]:

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - T_i)^2 + \alpha \left[ W_0 \sum_{i=1}^n q_i^2 + W_1 \sum_{i=1}^{n-1} (q_{i+1} - q_i)^2 + W_2 \sum_{i=1}^{n-2} (q_{i+2} - 2q_{i+1} + q_i)^2 + \dots \right] \quad (104)$$

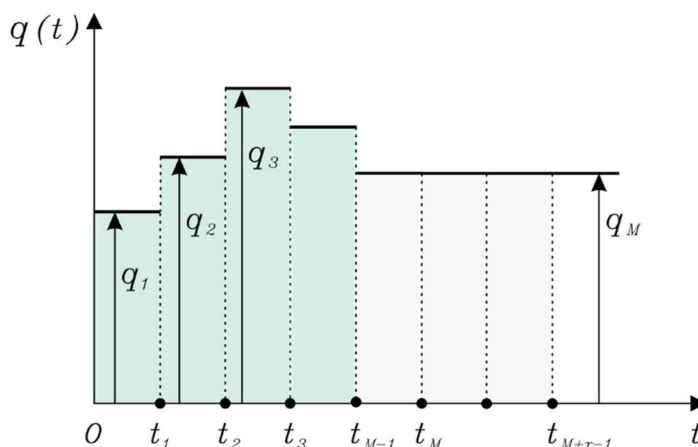
Regularizace nultého řádu (Tikhonov zeroth-order) lze přepsat z obecného vyjádření je-li  $W_0 \neq 0$  a současně  $W_1 = W_2 = 0$  (obdobně tak lze vyjádřit regularizace I. a II. řádu). Parametr  $\alpha$  se nazývá regularizační parametr a často nabývá velmi malých hodnot tedy  $\alpha \rightarrow 0$ . U regularizace I. a II. řádu může však být tento parametr zvolen vyšších hodnot.

Optimálním zvolením tohoto parametru u 0. řádu lze ovlivnit velikost oscilace odhadu  $q_i$ .

V případě I. řádu lze tímto parametrem ovlivnit především velikost změn v odhadu  $q_i$ . Obecně dochází zavedením regularizace ke zvýšení stability řešení viz [60].

### 9.2.3 Metody odhadu funkce – Sekvenční metoda (Beck - SFSM)

Tato metoda obdobně jako Tikhonova regularizace u celodoménové metody, rozšiřuje Stolzovu metodu o regularizaci pomocí dopředných kroků ( $r$ ), nejčastěji zaváděním dočasného předpokladu rovnosti odhadů hustoty tepelného toku  $q_M = q_{M+1} = \dots = q_{M+r-1}$  pro danou velikost  $M$  viz Obr. 113. Oproti celodoménové metodě jsou hlavní komponenty vyšetřované hustoty tepelného toku ( $q_M$ ,  $M=1, \dots, n$ ) určovány pro danou sekvenci [27].



Obr. 113 Rozdělení tepelných toků pomocí sekvenční (Beckovy) metody

Volba optimálního počtu dopředných kroků, tuto špatně podmíněnou úlohu stabilizuje. Pokud zpracovaný soubor dat obsahuje  $N$  měření, může být zpracováno pouze  $N-r$  odhadů hustoty tepelného toku. Pokud je zvolen pouze jeden dopředný krok tedy  $r=1$  tak pro jeden senzor naměřená a vypočítaná teplota musí být shodná a jedná se tak o jednokrokovou metodu.

Proceduru sekvenční metody lze shrnout do těchto kroků viz [27]:

- 1) Volba funkční formy  $q(t)$  pro časové intervaly  $t_M, t_{M+1}, \dots, t_{M+r-1}$  za předpokladu znalosti hustoty tepelného toku až do časového kroku  $t_{M-1}$ .



- 2) Minimalizace rozdílu měřených a vypočítaných teplot  $Y_i$  a  $T_i$  a určení odhadu hustoty tepelného toku  $q_M$ .
- 3) Zahnutí první komponenty odhadu hustoty tepelného toku  $\hat{q}_M$  do další sekvence.
- 4) Zvýšení  $M$  o jednotku a opakování procedury

Odpovídající teploty nutné pro stanovení odhadů hustoty tepelného toku  $q_M$  jsou vypočítány přímou metodou. Pro předpoklad konstantní funkce tepelného toku lze vyjádřit jednotlivé teploty pro  $r$  dopředných kroků jako:

$$\begin{aligned}
 T_M &= \hat{T}_M \Big|_{q_M=0} + \varphi_1 q_M \\
 T_{M+1} &= \hat{T}_M \Big|_{q_M=q_{M+1}=0} + \varphi_2 q_M \\
 &\vdots \\
 T_{M+r-1} &= \hat{T}_M \Big|_{q_M=\dots q_{M+r-1}=0} + \varphi_r q_M
 \end{aligned} \tag{105}$$

, kde je využit vztah mezi jednotlivými citlivostními koeficienty:

$$\varphi_j = \sum_{i=0}^{j-1} \Delta \varphi_i \tag{106}$$

Funkce pro minimalizaci rozdílu teplot  $Y_i$  a  $T_i$  lze vyjádřit jako:

$$S = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1})^2 = \sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1}|_{q=0} - \varphi_i q_M)^2 \tag{107}$$

Derivací této funkce podle  $q_M$  a položení rovno 0, lze po nahrazení  $q_M$  odhadem  $\hat{q}_M$  lze tento vyjádřit jako:

$$\hat{q}_M = \frac{\sum_{i=1}^r (Y_{M+i-1} - T_{M+i-1}|_{q=0} - \varphi_i q_M)^2}{\sum_{i=1}^r \varphi_i^2} \tag{108}$$

Volbou parametru  $r > 1$  je tedy zvýšena stabilita úlohy a potlačení vlivu šumu (chyb) v měřených datech. Volbou vysoké hodnoty  $r$  však také dochází k tlumení výsledného odhadu hustoty tepelného toku a k „zaoblení“ ostrých výchylek přítomných u skutečné hustoty tepelného toku. Při vysokých hodnotách  $r$  také dochází k dřívější propagaci nárůstu odhadu hustoty tepelného toku oproti skutečnému. Obvykle používané hodnoty parametrů  $r$  se pohybují v rozmezí 3÷5. viz [60]. Optimální volbou parametru  $r$  a metody jeho stanovení lze nalézt například v [27] [68]. Oproti celodoménové metodě tato metoda vyniká svojí nízkou výpočetní náročností, variabilitě parametru  $r$  či snížené citlivosti na chyby v měření a je tedy v současnosti široce využívána.

### 9.3 Stanovení hustot tepelných toků - Inverzní úloha

Pro stanovení hustoty tepelných toků pomocí inverzní metody, byly vytvořeny algoritmy v softwaru Matlab, na základě referencí Woodbury (2002) [60] a Beck (1985) [27] pro tyto metody:

- a) Celodoménová metoda bez regularizace
- b) Celodoménová metoda s Tikhonovou regularizací nultého řádu (0\_reg)
  - a. Regularizační parametr  $\alpha$  s hodnotami: 1E-5, 1E-3, 1E-2 a 1E-1
- c) Sekvenční metoda – Beck (SFSM)
  - a. Parametr dopředného kroku  $r$  s hodnotami, 1, 2, 3, 5, 10

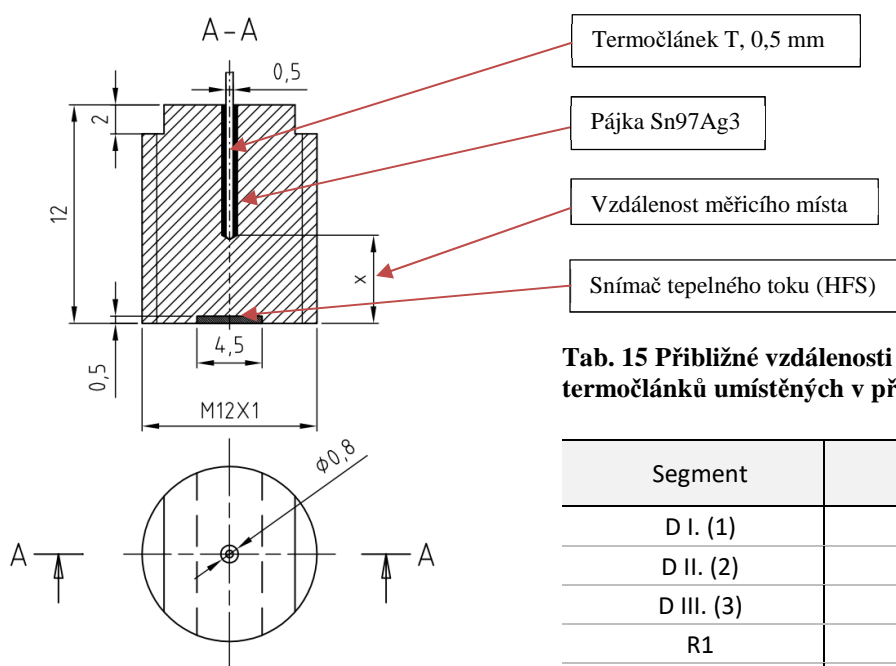
Pro výpočet byl zvolen lineární model pro 1D vedení tepla v rovinné desce o tloušťce  $L$ , která je dokonale zaizolovaná pro  $x=L$  s vyšetřovanou okrajovou podmínkou (hustota tepelného toku) pro  $x=0$ . Pro tento model byla použita analytická rovnice rozložení teploty viz rovnice (78).

Výsledné hodnoty byly porovnány s měřenými hodnotami tepelných toků zjištěných experimentálně pomocí termoelektrických snímačů tepelného toku (HFS – Heat Flux sensor), které tak tvoří referenční hodnoty. Snímače byly umístěny ve satorových segmentech *I.*, *II.* a *III.* viz Obr. 114, ve kterých byly také instalovány plášťované termočlánky typu T o průměru 0,5 mm, z jejichž hodnot byly provedeny odpovídající inverzní výpočty. Termočlánek byl umístěn do vyvrtaného otvoru o průměru 0,8 mm a poté zapájen pomocí pájky Sn97Ag3.

Rotorové segmenty s označením *R 1*, *R 2* a *R 3* nebyly opatřeny snímači tepelného toku, ale byly v konfiguraci se třemi termočlánky *A*, *B*, *C* viz Obr. 55. Výsledná hustota tepelného toku pro tyto segmenty byl stanoveny z rozdílu teplot na povrchu segmentu (*A*) a teploty (*B*) s ohledem na tepelnou vodivost materiálu segmentu a vzdálenosti od vnitřního povrchu dle:

$$q_i = \frac{\lambda_i}{x_i} (T_{A_i} - T_{B_i}) \quad (109)$$

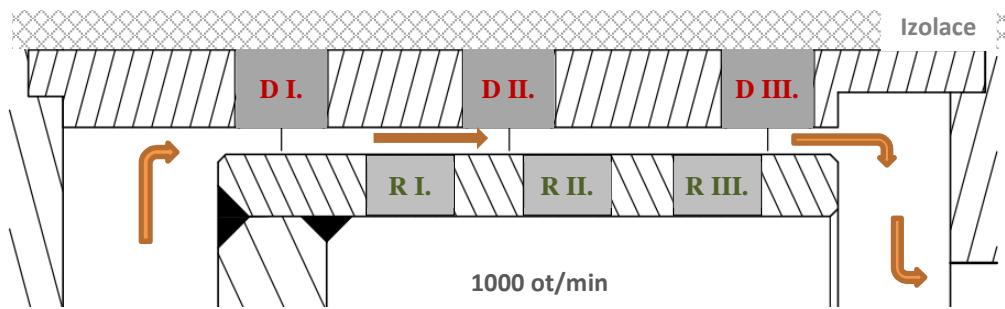
Přibližné vzdálenosti měřicích míst termočlánků umístěných v segmentech, které byly použity do výpočtu inverzní úlohy jsou uvedeny v Tab. 15.



Obr. 114 Schéma měřicího segmentu osazeného snímačem tepelného toku a termočlánkem D -I., II., III.

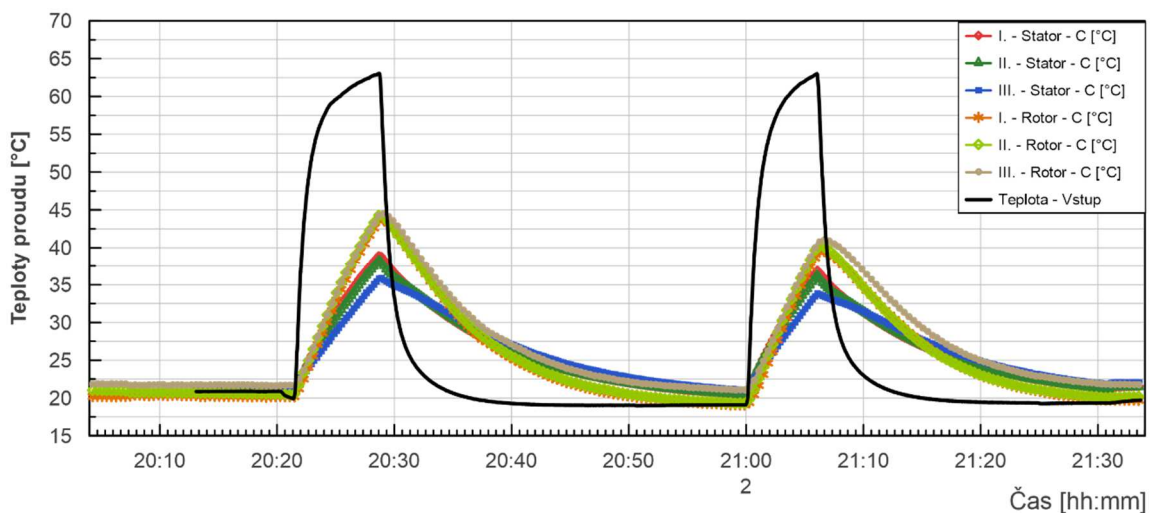
Tab. 15 Přibližné vzdálenosti měřicích míst termočlánků umístěných v příslušných segmentech

| Segment    | vzdálenost $x$ [mm] |
|------------|---------------------|
| D I. (1)   | 4,45 ±0,02          |
| D II. (2)  | 4,51 ±0,02          |
| D III. (3) | 4,44 ±0,02          |
| R1         | 4,61 ±0,02          |
| R2         | 4,19 ±0,02          |
| R3         | 4,05 ±0,02          |

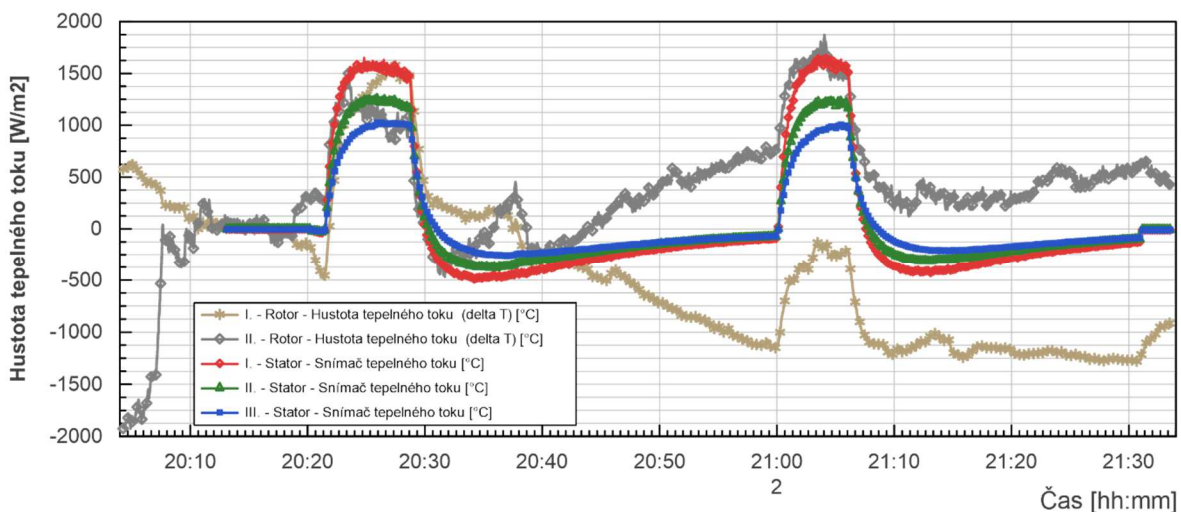


Obr. 115 Umístění měřicích segmentů pro stator a rotor v konfiguraci - hladký rotor

Schéma měřicího úseku statoru a rotoru je znázorněn na Obr. 115. Nastavení experimentu pro získání vstupních dat pro výpočet inverzních úloh bylo provedeno pro konstantní průtok 2750 NI/min a konstantními otáčkami rotoru 1000 ot/min. Vnější statorová část byla zaizolována. Před začátkem experimentu byl experimentální zařízení v ustáleném teplotním stavu. Průběh teplot proudů vzduchu vstupujícím do rotor-statorového kanálu je uveden společně s měřeními lokálními teplotami proudů vzduchu ( $C$ ) pro daný segment je uveden na Obr. 116. Záznam měřených (stator) a vypočítaných  $R1$  a  $R2$  (rotor) hustot tepelných toků je uveden na Obr. 117. V experimentu byly vytvořeny dva teplotní pulzy, a to z počátečního stavu s uniformními teplotami a ze stavu po vychlazení po prvním pulzu.



Obr. 116 Průběh teplot proudů vzduchu pro daný segment rotor statorového kanálu



Obr. 117 Záznam hustot tepelných toků měřených snímači tepelného toku (Stator) a vypočítanými pro R1 a R2 (rotor)

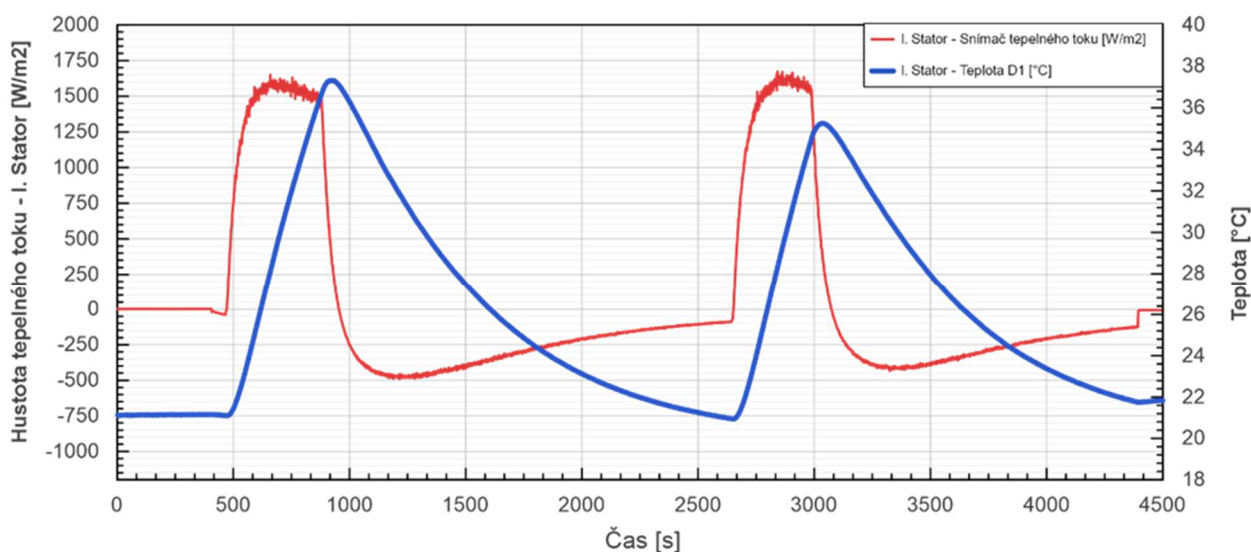
### 9.3.1 Výsledky stanovení hustot tepelných toků - stator

Pro výpočet IHCP byly stanoveny konstantní parametry teplotní vodivost ( $a$ ), tepelné vodivosti ( $\lambda$ ), tloušťky statorové stěny ( $L$ ), a to pro střední hodnotu naměřených teplot  $D$  a dále bezrozměrné parametry času  $t^+$  a bezrozměrné vzdálenosti termočlánků  $x^+$  viz Tab. 16.

Tab. 16 Konstantní parametry vstupující do výpočtu - statorové segmenty

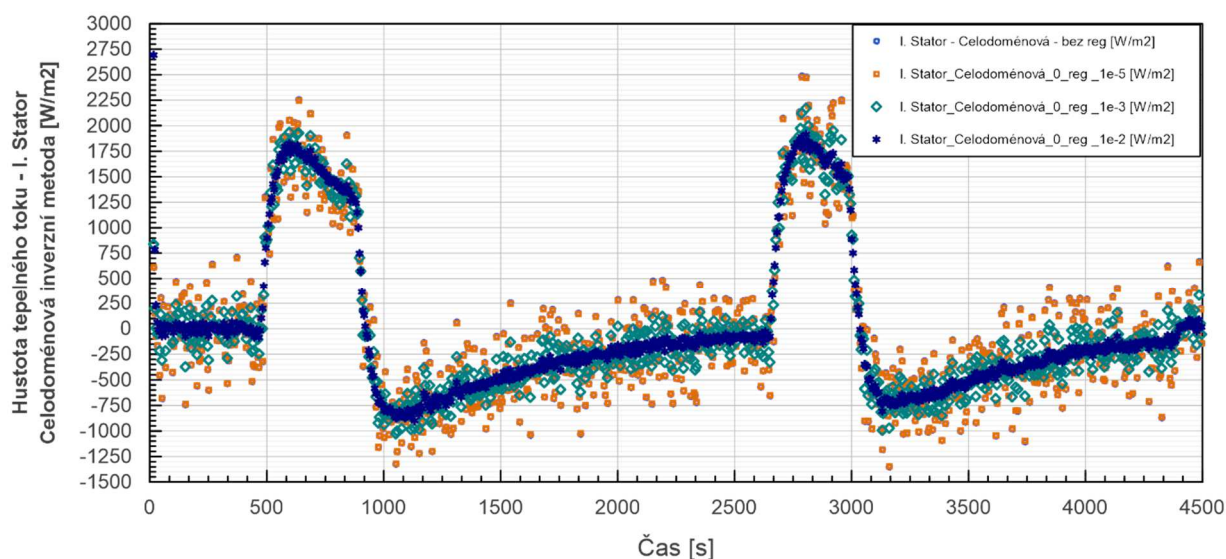
| Teplotní vodivost $a$ [m <sup>2</sup> /s] | Tepelná vodivost $\lambda$ [W/mK] | Tloušťka desky $L$ [m] | Bezrozměrný čas $t^+$ | Bezrozměrná vzdálenost $x^+$ (I.; II.; III.) |
|---|-----------------------------------|------------------------|-----------------------|--|
| 3,53E-6                                   | 13,63                             | 0,01                   | 0,0353                | 0,445; 0,451; 0,444                          |

Vstupní teplota pro výpočet hustoty tepelného toku DI a naměřená hustota tepelného toku pro segment I. je uvedena na Obr. 118. Tato data byla snímána rychlostí 1 Hz.



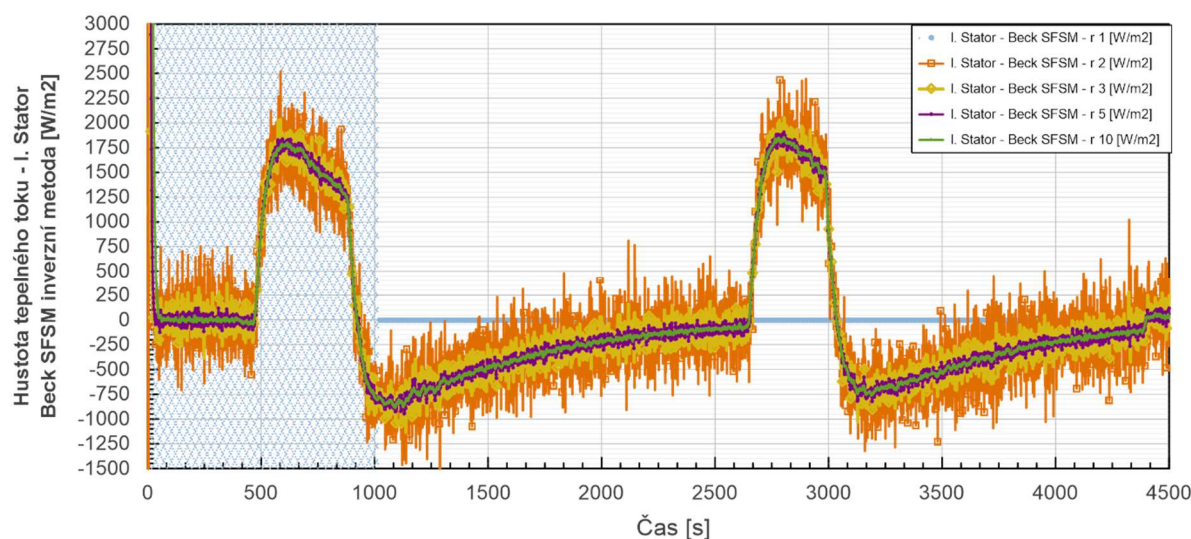
Obr. 118 Měřená teplota D a hustota tepelného toku pro segment statoru I.

Výsledné hodnoty hustot tepelných toků vypočítané pomocí celodoménové metody bez regularizace a s Tikhonovou regularizací 0. řádu s koeficienty  $\alpha = 1E-2$ ,  $1E-3$  a  $1E-5$  jsou zobrazeny na Obr. 119.



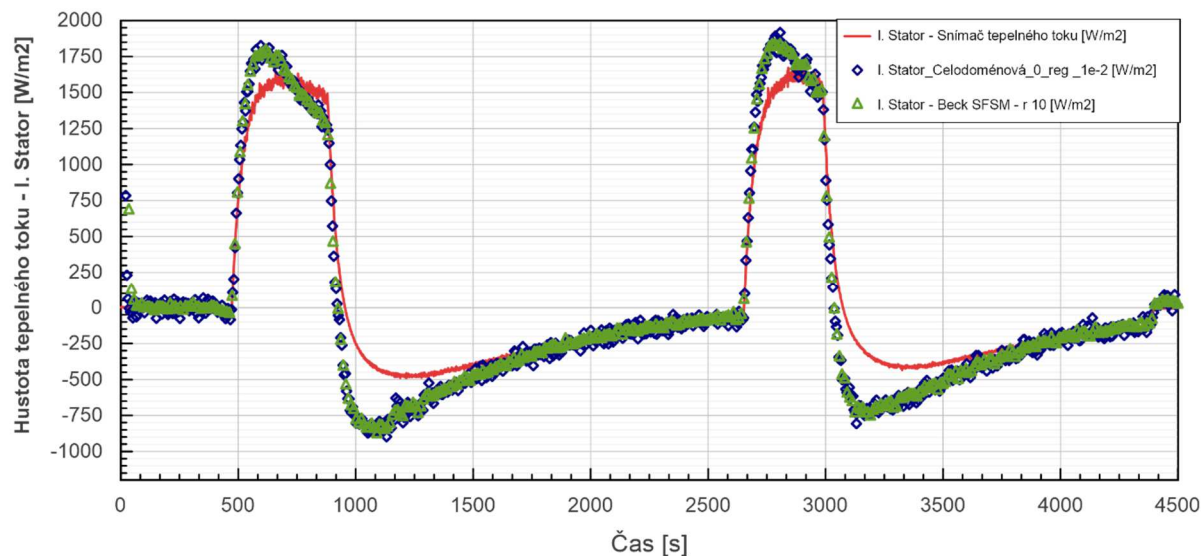
Obr. 119 Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí celodoménové metody bez regularizace a s Tikhonovou regularizací 0. řádu ( $1E-2$ ,  $1E-3$ ,  $1E-5$ ) – segment statoru I

Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí sekvenční (Beck-SFSM) metody pro dopředné kroky  $r = 1, 2, 3, 5, 10$  jsou zobrazeny na Obr. 120.



Obr. 120 Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí sekvenční (Beck-SFSM) metody pro dopředné kroky  $r = 1, 2, 3, 5, 10$  – segment statoru I

Pro srovnání výsledných hodnot byly vybrány u obou metod výsledky, které vykazovaly nejmenší rozptyl hodnot, tedy ty s nejvyšším stupněm regularizace, což u celodoménové metody odpovídá parametru  $a = 1E-2$  a u sekvenční metody výsledku pro dopředný krok  $r=10$ . Srovnání s měřenou hustotou tepelného toku (Segment I) je uveden na Obr. 121.

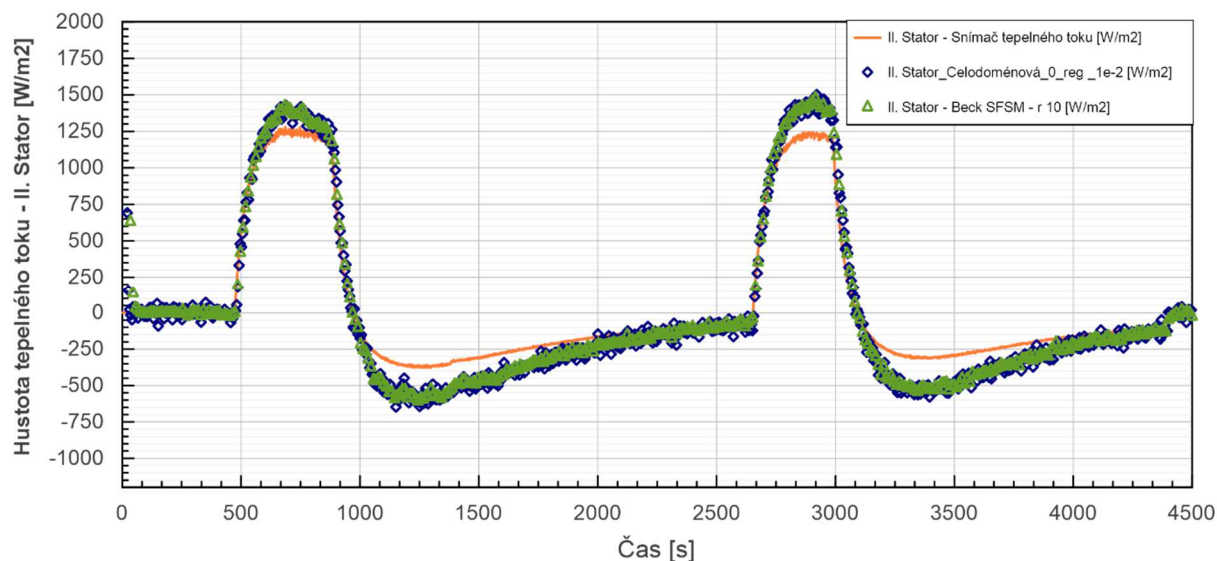


Obr. 121 Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment statoru I.

Z výsledků celodoménové i sekvenční metody vyplývá nutné zahrnutí regularizačních parametrů. U celodoménové metody musely být zvoleny poměrně vysoké hodnoty těchto parametrů. U Beckovy (sekvenční) metody byly výsledky srovnatelné s celodoménovou metodou (s reg.) pro dopředné kroky  $r > 3$ . Pro dopředný krok  $r=1$  odpovídající jednokrokové metodě (Stolz) nebyly získány relevantní hodnoty hustot tepelných toků pro danou úlohu.

Výsledné hodnoty obou metod jsou navzájem velmi blízké. Porovnáním s měřenou hodnotou jsou v části maximálního průběhu u prvního pulsu obě metody ve své střední hodnotě blízké hodnotě měřené. Při vychlazování jsou vypočítané hodnoty hustot tepelných toků oproti měření cca 1,5x vyšší. Obdobný průběh byl zaznamenán také u druhého pulsu.

Pro statorový segment II. je srovnání výsledných hodnot hustot tepelných toků pro celodoménovou a sekvenční metodu uvedeno na Obr. 122. Srovnání je provedeno pro stejné nastavení regularizačních parametrů jako u segmentu I. ( $a=1E-2$ ,  $r=10$ ).

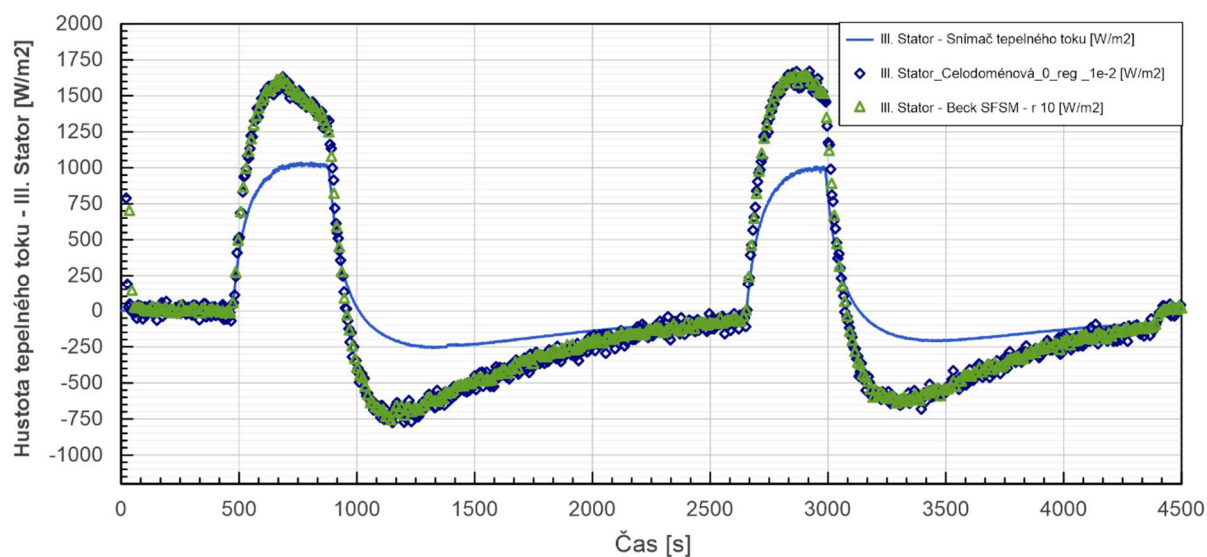


Obr. 122 Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment statoru II.

Výsledné vypočítané hodnoty hustot tepelných toků se oproti přímo měřeným lišily o cca 10 % u prvního pulzu. Při druhém pulsu byla tato odchylka cca 15 % přímo měřené hodnoty hustoty tepelného toku. U vychlazování tento rozdíl činil cca 50 % u obou pulzů.

Pro statorový segment III. je srovnání výsledných hodnot hustot tepelných toků pro celodoménovou a sekvenční metodu uvedeno na Obr. 123. Srovnání je provedeno pro stejné nastavení regularizačních parametrů jako u segmentu I. a II. ( $a=1E-2$ ,  $r=10$ ).

U tohoto segmentu se výsledné hodnoty hustot tepelných toků získané výpočtem výrazně lišily pro oba pulzy, a to přibližně o 50 % v režimu náhřevu i vychlazování. Z uvedeného průběhu lze usuzovat na limit zjednodušujícího předpokladu 1D vedení nekonečně dlouhé desky, který u tohoto segmentu nepostihuje reálný stav.



Obr. 123 Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment statoru II.

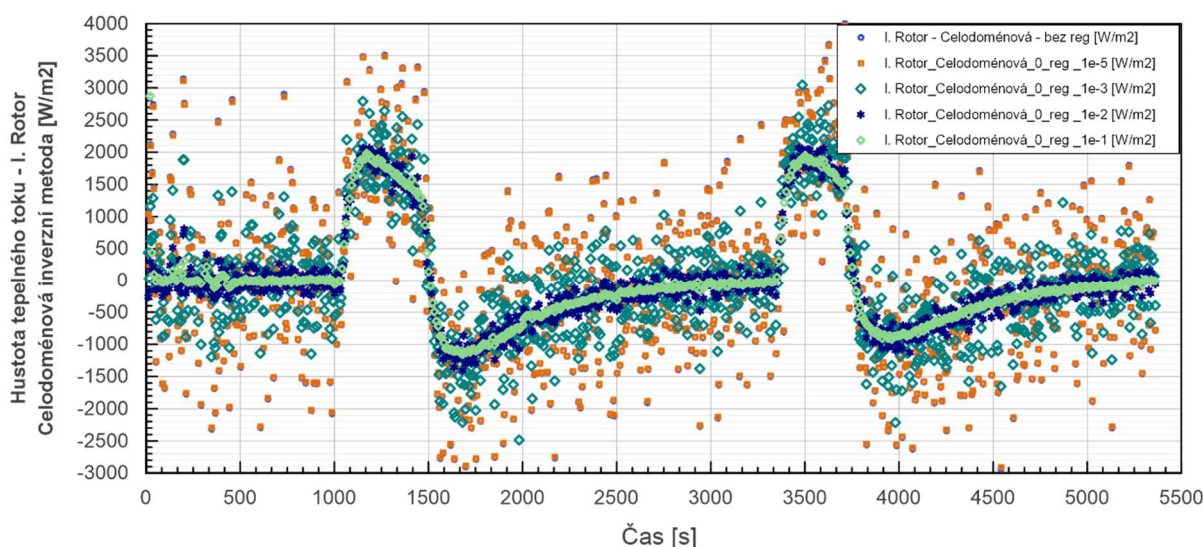
### 9.3.2 Výsledky stanovení hustot tepelných toků - rotor

Pro výpočet IHCP byly stanoveny konstantní parametry teplotní vodivost ( $a$ ), tepelné vodivosti ( $\lambda$ ), tloušťky satorové stěny ( $L$ ), a to pro střední hodnotu naměřených teplot  $R$  a dále bezrozměrné parametry času  $t^+$  a bezrozměrné vzdálenosti termočlánků  $x^+$  viz Tab. 17.

**Tab. 17** Konstantní parametry vstupující do výpočtu – rotorové segmenty

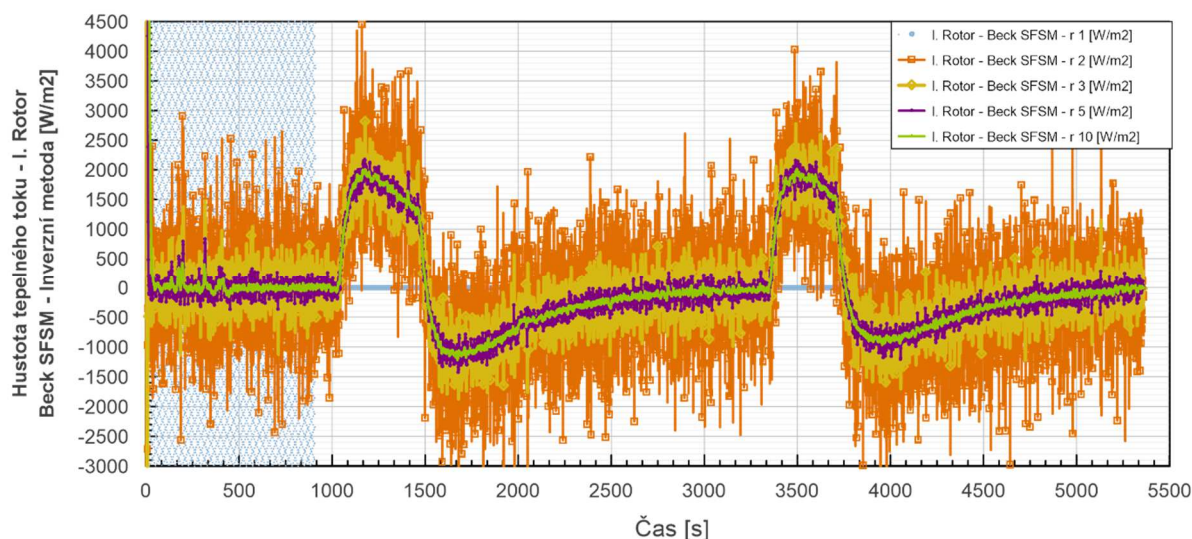
| Teplotní vodivost $a$ [m <sup>2</sup> /s] | Tepelná vodivost $\lambda$ [W/mK] | Tloušťka desky $L$ [m] | Bezrozměrný čas $t^+$ | Bezrozměrná vzdálenost $x^+$ (I.; II.; III.) |
|---|-----------------------------------|------------------------|-----------------------|--|
| 3,56E-6                                   | 13,63                             | 0,008                  | 0,0556                | 0,575; 0,525; 0,500                          |

Vypočítané hodnoty hustot tepelných toků pro segment R1 na rotoru pomocí celodoménové metody bez regularizace a s Tikhonovou regularizací 0. řádu s koeficienty  $a = 1E-2, 1E-3$  a  $1E-5$  jsou zobrazeny na Obr. 124.



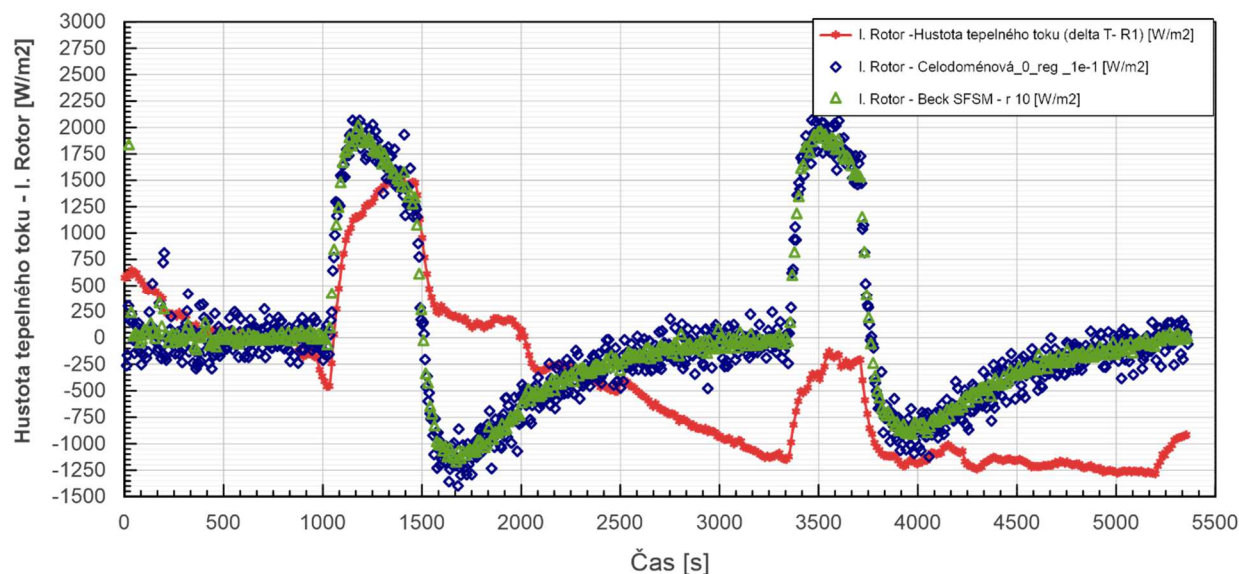
**Obr. 124** Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí celodoménové metody bez regularizace a s Tikhonovou regularizací 0. řádu (1E-1, 1E-2, 1E-3, 1E-5) – segment rotoru I

Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí sekvenční (Beck-SFSM) metody pro dopředné kroky  $r = 1, 2, 3, 5, 10$  jsou zobrazeny na Obr. 125..



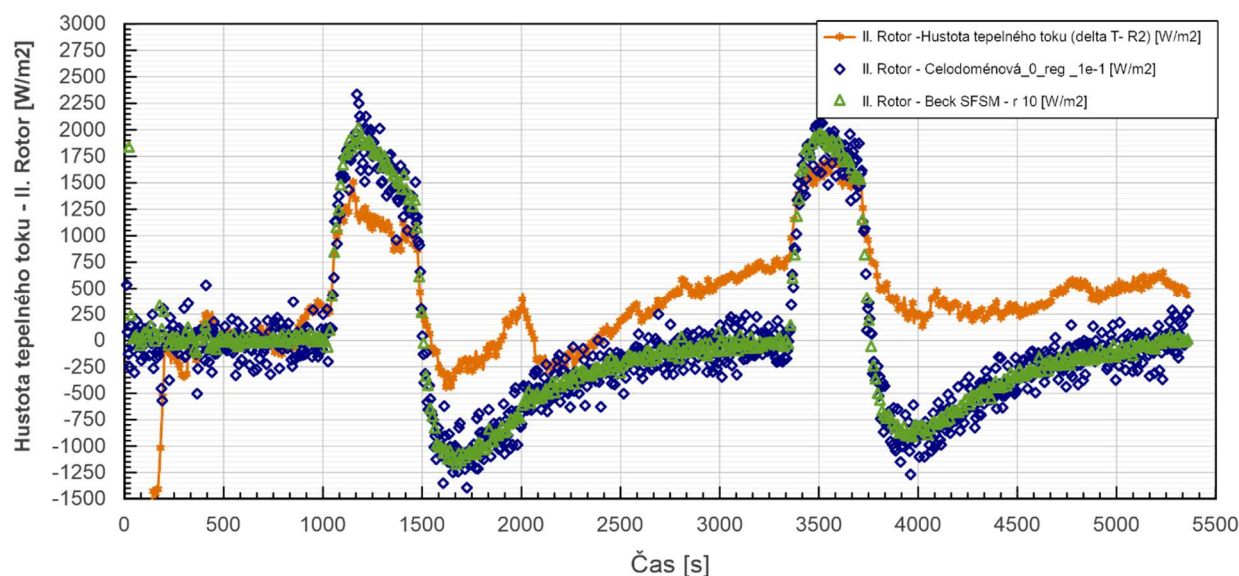
**Obr. 125** Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí sekvenční (Beck-SFSM) metody pro dopředné kroky  $r = 1, 2, 3, 5, 10$  – segment rotoru I.

U rotorového segmentu I. je srovnání výsledných hodnot hustot tepelných toků pro celodoménovou a sekvenční metodu uvedeno na Obr. 126., kde regulační koeficient u celodoménové metody musel být zesílen oproti výsledkům u statoru ( $a=1E-1$ ), a to díky velkému rozptylu (šumu) ve vstupních datech teplot z termočlánků pozice B. Regularizační parametr u sekvenční metody byl ponechán na počtu dopředných kroků  $r=10$ . Výsledky byly porovnány s hustotou tepelného toku určenou výpočtem z rozdílu teplot (A-B). Z uvedeného grafu je zřejmé, že i přes nepřesné výsledky tohoto toku lze stejně jako pro statorový segment I. pozorovat u prvního pulzu absolutní hodnoty ve středu maximálních průběhů jako velmi blízké. U druhého pulzu se již projevuje plně nesplnění předpokladu 1D vedení tepla zejména díky pozici tohoto segmentu blízké disku rotoru, který je tepelně ovlivněn v průběhu experimentu nejrychleji a poté svou tepelnou kapacitou ovlivňuje segmenty umístěné na rotoru.



Obr. 126 Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment rotoru I.

Pro rotorový segment II. je srovnání výsledných hodnot hustot tepelných toků pro celodoménovou a sekvenční metodu uvedeno na Obr. 127. Srovnání je provedeno pro stejné nastavení regularizačních parametrů jako u rotorového segmentu I. ( $a=1E-1$ ,  $r=10$ ).

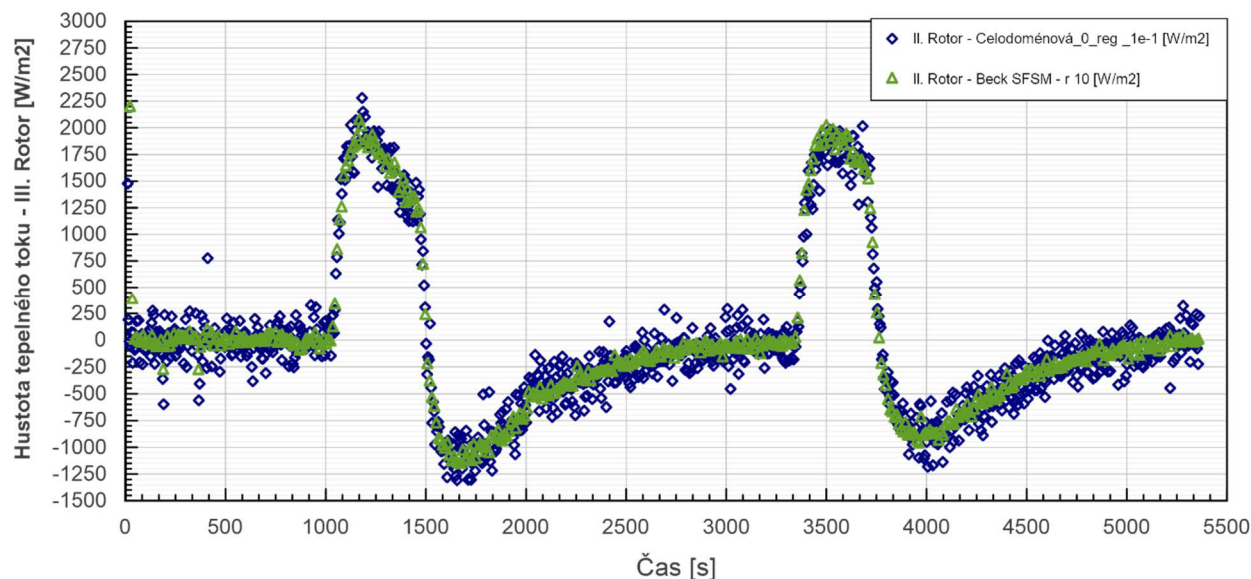


Obr. 127 Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment rotoru II.



U tohoto rotorového segmentu II. jsou inverzní úlohou vypočítané hodnoty u prvního pulsu s ohledem na hustotu tepelného toku danou výpočtem o cca 40 % vyšší. U druhého pulsu tento rozdíl činí cca 15 % avšak průběhy při vychlazování indikují vliv rozdílu na základě výpočtového předpokladu lineárního 1D vedení tepla.

Rotorový segment III. byl osazen z důvodů omezeného počtu kanálů vytvořeného telemetrického systému pouze dvěma termočlánky B (instalován uvnitř segmentu) a termočlánkem C (měřící konec umístěn v proudu vzduchu). Z tohoto důvodu nebylo možno výpočtově odhadnout hustotu tepelného toku určenou z rozdílu teplot (A-B). Výsledné srovnání hodnot hustot tepelných toků pro celodomenovou a sekvenční metodu uvedeno na Obr. 128. Nastavení regularizačních parametrů je stejné jako u rotorových segmentů I. a II. tedy  $a=1E-1$  a  $r=10$ .



Obr. 128 Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodomenové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment rotoru III.

U všech měření na rotoru byla inverzní úloha porovnána s předpokladem 1D vedení dokonale zaizolované desky aplikovatelné zejména pro stator, jehož výsledky lze porovnat s měřeními referenčními daty hustot tepelných toků. U rotorových segmentů nebyly na rozdíl od statorové části tyto snímače použity. Rotor je také z vnitřní části ovlivněn přestupem tepla s neznámými parametry, které samozřejmě nevyhovují podmínkám aplikovaného modelu inverzní úlohy, avšak bylo provedeno měření 8 teplot na válcové části rotoru. Tato data lze využít například jako vstupní okrajové podmínky pro tvorbu numerického modelu prostupu tepla v rotoru. Doplněním o numerické modelování proudění je možné odhadnout okrajové podmínky pro úpravu modelu a okrajových podmínek inverzní úlohy.

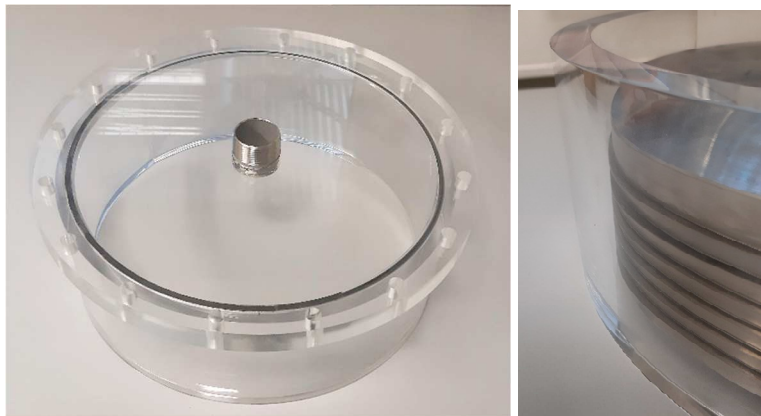
Zpracovaná experimentální data s frekvencí záznamu 1 Hz po dobu cca 5000 s jsou z hlediska inverzního výpočtu velmi pomalá, běžně jsou zpracovávána data z experimentálních měří v řádech desítek a častěji pak s frekvencí více jak 100 Hz.

Inverzní úlohy jsou tedy primárně určeny pro rychlé děje s řádově vyššími hodnotami hustot tepelných toků, zejména v aplikacích, kde má zásadní vliv rychlost algoritmu například pro následné zpětnovazební řízení dané technologie.

Výpočetní rychlosti zpracování dat se pohybovaly díky charakteristickým datům v průměru 10 s a to pro sekvenční metodu se všemi variantami dopředných kroků i pro výpočet celodomenové metody. Nejvyšší výpočetní čas byl zaznamenán u celodomenové metody s regularizací, kde byl potřebný čas cca 3x větší oproti celodomenové metodě bez regularizace.

## 10 Diskuse

S ohledem na výsledky inverzní úlohy, a to vliv 2D vedení tepla i ve statorové části, bylo navrženo pro další experimenty nahradit materiál prstence statoru z austenitické nerezové oceli 1.4571 materiálem PMMA viz Obr. 129. Tento materiál odolává dlouhodobě teplotám dostatečných pro stanovení hustot tepelných toků dle jednotlivých metod. Po úpravě nastavení experimentu s ohledem na pevnost tohoto materiálu tak mohou být provedena doplňující měření. Vzhledem k vysoké transparentnosti lze při úpravě statorové části využít metody LDA měření a experimentálně ověřit rychlostní pole v mezikruží mezi koncentrickými válci a v komorách labyrintu za rotace. Takto nastavený experiment by poté společně s dosavadními daty mohl přinést objasnění pozorovaných možných nestacionarit zejména při konfiguraci hladkého rotoru (hladkými koncentrickými válci) za nízkých průtoků.



Obr. 129 Statorová část z materiálu PMMA

Pro splnění dosavadního předpokladu 1D vedení tepla v rovinné desce byl vytvořen statický experimentální stand viz Obr. 130 umožňující širší nastavení průtočného kanálu (šířka mezery mezi labyrintem a státorem, či jiné tvary labyrintu). Dále doplněním o měření tlaku lze také experimentálně stanovit v rešeršní části popsany jev poklesu tlaku za prvním břitem u jednostranného labyrintu.



Obr. 130 Statický stand s vyměnitelnou geometrií labyrintu

## 11 Závěr

Cílem této práce byl návrh a sestavení experimentálního zařízení pro stanovení koeficientů přestupu tepla v kanálech malých průřezů s rotující stěnou. Pro splnění tohoto cíle byla provedena rešerše problematiky proudění mezi rotujícími koncentrickými válci s ohledem na kritériální rovnice konvektivního přestupu tepla. Z uvedené rešerše vyplynulo množství akademických prací zabývajících se poměrně specifickou oblastí Couette-Taylorova proudění bez axiálního proudu. Tento režim proudění však není (kromě generátorů a motorů) v lopatkových strojích zcela běžné. V leteckých motorech, v turbínách ať už plynových či parních se jedná především o režim s axiálním prouděním. V rámci rešerše byly vybrány z dostupných literárních pramenů stěžejní experimentální zařízení, na kterých bylo provedeno měření zejména pro zjištění lokálních hodnot součinitelů přestupu tepla.

Vzhledem k motivaci práce snížit nejistotu v předpokládaných lokálních hodnotách součinitelů přestupu tepla u specifické geometrii labyrintového těsnění byl vytvořen experimentální stand s geometrií labyrintu blízké reálné konfiguraci. Pro srovnání výsledků s autory publikující výsledky pro koncentrické válce s konstantním průtočným průřezem, byl stand opatřen také rotorem bez osazeného labyrintu, tedy s hladkou stěnou. Výsledky tak mohly být zejména z hlediska průběhu porovnány s ostatními autory, protože geometrické konfigurace standů, a tudíž jednotlivé výsledné hodnoty od různých autorů se vzájemně liší.

Z rešeršní části také vyplynula vhodnost osadit rotor telemetrickým systémem sběru dat (teplot). Proto byly cíle práce rozšířeny o vytvoření tohoto systému. Tento systém byl aplikován pro konfiguraci hladkého rotoru. Vzhledem k celkovému postupnému budování standu aplikováním nových měřicích systémů a senzorů byl stand na straně statoru dovybaven kalibrovanými snímači tepelného toku. Tyto snímače umožnily nejen dosáhnout přesnější měření lokálních hodnot hustot tepelných toků a v důsledku toho získat přesnější hodnoty koeficientů přestupu tepla, ale také bylo možné stanovit referenci využitelnou pro vyhodnocení výstupů řešení dalšího cíle.

Dalším cílem bylo pomocí řešení inverzní úlohy stanovit lokální hustoty tepelných toků. Pro splnění tohoto cíle byla provedena rešerše vhodných inverzních metod vedení tepla (IHCP). Vzhledem ke geometrii statoru i rotoru byla zvolena zjednodušující geometrie a předpoklad 1D vedení tepla pro nekonečně dlouhou, z jedné strany zaizolovanou desku. Pro tento předpoklad byly provedeny výpočty pro stator osazený snímači tepelného toku i rotor osazený pouze termočládky. Inverzní úlohy vedení tepla jsou používány v režimech s vysokými hodnotami hustot tepelných toků v rámci malých časových intervalů. Experimentální data zpracovaná v této práci byla pro tuto metodu méně vhodná (velký časový krok, poměrně malé hodnoty hustot tepelných toků atd.) a byla zatížena velkým šumem. I přes zjednodušující předpoklad 1D vedení a inherentně špatně podmíněné úloze byly pomocí nastavení vhodných parametrů regularizace získány hodnoty hustot tepelných toků, které byly srovnány s hodnotami ze snímačů. Zejména pro výsledky segmentu, který byl vybrán jako referenční a pro kterého jsou stanoveny Nusseltova čísla a další bezrozměrná kritéria byly vypočítané hustoty tepelných toků navzájem nejbližší.

Závěrem byly stanoveny další možnosti rozvoje tohoto experimentálního zařízení o možnost měření rychlostních polí pomocí anemometrie (LDA, CTA) pro určení charakteru proudění v těchto úzkých kanálech. Dále bylo na základě rešerše a zkušeností vyplývajících s prováděním experimentů vytvořen koncept statického standu s vyměnitelnou geometrií labyrintu. Tento návrh standu by umožňoval ověřit předpoklady vyplývající z provedené rešerše a umožnil by upravit přístup k řešení inverzní úlohy.

## Seznam použitých symbolů a zkratek

| Symbol                  | Veličina                            | Jednotka   |
|-------------------------|-------------------------------------|--|
| $\alpha$                | Regularizační parametr              | -  |
| $\alpha$ ( <i>HTC</i> ) | Koeficient přestupu tepla           | W/m <sup>2</sup> K                                   |
| $\alpha_E$              | Průtočný parametr                   | -  |
| $\beta$                 | Parametr odhadu funkce              | -  |
| $\beta^\circ$           | Úhel proudu                         | °  |
| $\gamma$                | Parametr tzv. carry-over efektu     | -  |
| $\delta$                | Šířka mezery                        | m  |
| $\varepsilon$           | Carry over koeficient               | -  |
| $\kappa$                | Poissonova konstanta                | -  |
| $\lambda$               | Tepelná vodivost                    | W/mK   |
| $\mu$                   | Dynamická viskozita                 | Pa·s   |
| $\nu$                   | Kinematická viskozita               | m <sup>2</sup> /s                                    |
| $\pi$                   | Tlakový spád                        | -  |
| $\rho$                  | Hustota                             | kg/m <sup>3</sup>                                    |
| $\tau$                  | Časový interval                     | s  |
| $\varphi$               | Koeficient citlivosti (sensitivita) | K, °C  |
| $\chi$                  | Parametr tzv. carry-over efektu     | -  |
| $\omega_{mC}$           | Kritická obvodová rychlost          | m/s  |
| $A_{ref}$               | Referenční plocha                   | m <sup>2</sup>                                       |
| $B$                     | Konstanta pro materiál labyrintu    | -  |
| $C_D$                   | Průtočný parametr těsnění           | -  |
| $D_h$                   | Hydraulický průměr                  | m  |
| $F_g$                   | Geometrický faktor                  | -  |
| $H$                     | Geometrický parametr labyrintu      | m  |
| $Q$                     | Objemový průtok                     | m <sup>3</sup> /s                                    |
| $S$                     | Sensitivita                         | $\mu\text{V}/(\text{W}/\text{m}^2)$                  |
| $S_C$                   | Lineární korekční faktor            | $(\mu\text{V}/(\text{W}/\text{m}^2))/^\circ\text{C}$ |
| $T$                     | Teplota                             | °C   |
| $Y$                     | Teplota                             | °C   |
| $b$                     | Tloušťka břitu labyrintu            | m  |
| $c$                     | rychlost                            | m/s  |
| $d$                     | Průměr                              | m  |
| $h$                     | Výška břitu labyrintu               | m  |
| $h$                     | entalpie                            | J/kg   |
| $\dot{m}$               | Hmotnostní průtok                   | kg/s   |
| $p$                     | Tlak                                | Pa   |
| $q$                     | Hustota tepelného toku              | W/m <sup>2</sup>                                     |
| $r$                     | Poloměr                             | m  |
| $s$                     | Entropie                            | J/kgK  |
| $s$                     | Geometrický parametr labyrintu      | m  |
| $u$                     | Obvodová rychlost                   | m/s  |
| $v$                     | Rychlost                            | m/s  |
| $x$                     | Vzdálenost                          | m  |
| $Nu$                    | Nusseltovo číslo                    | -  |
| $Pr$                    | Prandtlovo číslo                    | -  |
| $Re$                    | Reynoldsovo číslo                   | -  |
| $Ta$                    | Taylorovo číslo                     | -  |

## Seznam obrázků

|         |  |    |
|---------|--|----|
| Obr. 1  | Tepelná dilatace turbosoustrojí upraveno z [1] .....   | 3  |
| Obr. 2  | Teplotní pole v labyrintovém prstenci [2] .....  | 3  |
| Obr. 3  | Tepelná dilatace labyrintového prstence [2] .....  | 3  |
| Obr. 4  | Vystřídaný (pravý) labyrint s břity .....  | 4  |
| Obr. 5  | Jednostranný labyrint (nepravý) .....  | 4  |
| Obr. 6  | Drážkovaný labyrint .....  | 4  |
| Obr. 7  | Schodovitý labyrint .....  | 4  |
| Obr. 8  | Popis jednotlivých tlaků a tlakových spádů na labyrintu .....  | 5  |
| Obr. 9  | Fannova křivka .....   | 5  |
| Obr. 10 | Reálné proudění v labyrintové ucpávce vyjádřené v h-s diagramu převzato z [5] .....  | 6  |
| Obr. 11 | Rozdělení tlaku na vystřídaném (pravém) labyrintu převzato z [13] .....  | 9  |
| Obr. 12 | Rozdělení tlaku na jednostranném (nepravém) labyrintu převzato z [13] .....  | 9  |
| Obr. 13 | Rychlostní pole pro vystřídaný labyrint ( $\pi = 1,57$ , $Re_u = 0,97 \cdot 10^6$ , $\delta = 1\text{mm}$ ) převzato z [14] .....  | 9  |
| Obr. 14 | Rychlostní pole pro jednostranný labyrint ( $\pi = 1,57$ , $Re_u = 0,97 \cdot 10^6$ , $\delta = 1\text{mm}$ ) převzato z [14] .....  | 9  |
| Obr. 15 | Rozdělení tlaku na jednostranném labyrintu s radiální mezerou $\delta = 0,5\text{mm}$ převzato z [13] .....  | 10 |
| Obr. 16 | Rozdělení tlaku na jednostranném labyrintu .....   | 10 |
| Obr. 17 | Zobrazení efektu rotačních sil na proudění dle [11] .....  | 10 |
| Obr. 18 | Carry-over efekt proudění dle [18] .....   | 10 |
| Obr. 19 | Závislost počtu břitů - N labyrintu na $Re_{ax}$ pro ustavení stabilní hodnoty Nusseltova čísla .....  | 11 |
| Obr. 20 | Rozmístění součinitelů přestupu tepla, pro které platí kritériální rovnice (23) - převzato z [20] .....  | 13 |
| Obr. 21 | Srovnání výpočtových modelů koeficientu přestupu tepla pro najžděcí parametry dle [22]. .....  | 14 |
| Obr. 22 | Poměrné hodnoty součinitelů přestupu tepla vztahované k labyrintovému těsnění $\alpha_0$ - upraveno z [24] .....   | 15 |
| Obr. 23 | Naměřený průběh hodnot součinitelů přestupu tepla v lab. těsnění $\alpha_0$ na vstupu do turbíny a vnitřním lab. těsnění $\alpha_{06}$ upraveno z [24] .....   | 15 |
| Obr. 24 | Reálná data z najždění turbíny upraveno z [24] .....   | 16 |
| Obr. 25 | Konfigurace průtočného kanálu mezi dvěma koncentrickými válci charakteristickými pro Taylor-Couette proudění - převzato z [29] .....   | 17 |
| Obr. 26 | Příklady režimů Taylorových vírů: toridní (vlevo) a toroidně-vlnitý (vpravo) - převzato z [32] .....   | 17 |
| Obr. 27 | Nusseltovo číslo v závislosti na modifikovaném Taylorově čísle - převzato z [35] .....   | 18 |
| Obr. 28 | Zjištěné oblasti jednotlivých režimů proudění pro konfiguraci rotujícího vnějšího i vnitřního válce - převzato z [45] .....  | 21 |
| Obr. 29 | Příklady jednotlivých vírových režimů proudění: Interpenetrating laminar spiral flow-IPS - (vlevo), Twisted Taylor vortices-TWI-(uprostřed) a V-shaped turbulence (vpravo) - převzato z [45] .....   | 21 |
| Obr. 30 | Znázornění přechodových oblastí proudění v závislosti axiálního Reynoldsova čísla na modifikovaném Taylorově čísle - převzato z Obr. 30 .....  | 22 |
| Obr. 31 | Vliv radiálního geometrického poměru na přechodové oblasti proudění - upraveno z [47] .....  | 23 |
| Obr. 32 | Mapa oblastí jednotlivých režimů proudění pro hodnoty $Re_{ax} < 40$ a $Ta < 3000$ . Uvedené symboly reprezentují měřicí místa a křivky pouze vizuálně znázorňují pozorované oblasti a nejsou zřetelnými hranicemi - upraveno z [48] .....   | 24 |
| Obr. 33 | Srovnání výsledků experimentu Astilla s referenčními experimenty Kaye - převzato z discussion k [51] .....   | 24 |
| Obr. 34 | Schema experimentální aparatury - Kuzay-Scott (1977) - (vlevo) a koordinační systém průtočného kanálu - převzato z [52] .....  | 27 |
| Obr. 35 | Výsledné hodnoty poměru Nusseltových čísel za rotace $Nu_\phi$ a pouze s axiálním prouděním $Nu_0$ (bez rotace) v závislosti na poměru obvodové rychlosti rotoru a axiální rychlosti proudu $\zeta$ pro různé aplikované hustoty tepelných toků - (vlevo) Srovnání výsledných Nusseltových čísel při proudění bez rotace (straight mode) a za rotace (mixed-mode) je znázorněno vpravo ..... | 27 |
| Obr. 36 | Experimentální zařízení Childs-Turner (1992) s úsekem pro vytvoření ustáleného rychlostního - (vlevo). Umístění snímače tepelného toku na rotoru - (vpravo) .....  | 28 |
| Obr. 37 | Detail průtočného kanálu s umístěním snímačů teplot a tepelných toků .....   | 28 |
| Obr. 38 | Výsledná Nusseltova čísla pro hladký průtočný kanál (vlevo) a se satorovými lopatkami (vpravo) - převzato z [53] .....   | 28 |
| Obr. 39 | Experimentální stand (Jakoby - 1999) pro určení rychlostního pole a přestupu tepla v mezikruží s rotující stěnou pro šířku mezikruží $s = 10, 15, 21$ mm - převzato z [36] .....   | 29 |
| Obr. 40 | Experimentálně zjištěná oblast mezi stabilním a periodickým prouděním v mezikruží pro šířku mezikruží $s = 15$ mm a $21$ mm. - upraveno z [42] .....   | 29 |
| Obr. 41 | Experimentální stand (Jakoby - 1999) pro určení rychlostního pole a přestupu tepla v mezikruží s rotující stěnou pro šířku mezikruží $s = 10, 15, 21$ mm - převzato z [36] .....   | 30 |
| Obr. 42 | Lokální hodnoty přestupů tepla pro různé šířky mezikruží a pro maximální průtok a minimální otáčky - (vlevo). Výsledné korelační koeficienty $c, n$ pro stabilní a přechodové proudění. - převzato z [42] .....  | 30 |
| Obr. 43 | Konfigurace experimentálního zařízení s hladkým rotorem (vlevo) a s jednostranným labyrintem (vpravo) ..   | 31 |
| Obr. 44 | Sestava experimentálního zařízení, v konfiguraci s jednostranným labyrintem na rotoru. ....  | 31 |

|  |    |
|--|----|
| Obr. 45 Celkový pohled na experimentální zařízení s telemetrickým systémem.....  | 32 |
| Obr. 46 Měřicí trať rotačního experimentálního zařízení, sestava pro měření se stlačeným vzduchem. ....  | 32 |
| Obr. 47 Soustava topných těles tvořící I. a II. stupeň ohřevu vstupního vzduchu .....  | 32 |
| Obr. 48 Softwarové rozhraní pro sledování a záznam dat z jednotlivých snímačů.....   | 33 |
| Obr. 49 Příklady návrhů upínací desky, měřicích modulů, SBC (Single board computer) a baterií.....   | 34 |
| Obr. 50 Mikro počítač Intel Edison, 2x baterie, Wi-Fi anténa .....   | 34 |
| Obr. 51 Telemetrický systém při vyjímání baterií pro nabíjení - (vlevo) a rozložené komponenty před kalibrací termočlánků včetně převodníků (modulů) a záznam dat..... | 35 |
| Obr. 52 Kalibrační křivky jednotlivých termočlánků telemetrického systému .....  | 35 |
| Obr. 53 Hladký rotor – sestavení, radiální vůle .....  | 36 |
| Obr. 54 Umístění měřicích segmentů na rotoru .....   | 36 |
| Obr. 55 Měřicí segment pro termočlánky 0,5mm (umístění A, B,C) .....   | 37 |
| Obr. 56 Umístění segmenty v rotoru po zabroušení .....   | 38 |
| Obr. 57 Umístění měřicích segmentů na statoru .....  | 38 |
| Obr. 58 Snímač tepelného toku termoelektrický mikro-modul .....  | 39 |
| Obr. 59 Průběh senzitivity snímače tepelného toku v závislosti na střední teplotě modulu.....  | 39 |
| Obr. 60 Srovnání vlivu referenčních teplot termoelektrického snímače na výslednou hodnotu tepelného toku. ....   | 40 |
| Obr. 61 Srovnání tepelných vodivostí materiálu AISI 316 dle jednotlivých zdrojů .....  | 41 |
| Obr. 62 Srovnání teplotních vodivostí materiálu AISI 316 dle jednotlivých zdrojů.....  | 41 |
| Obr. 63 Výsledné hodnoty měřené teplotní vodivosti pro vzorky materiálu pro výrobu měřicích segmentů.....  | 42 |
| Obr. 64 Výsledné hodnoty měřené tepelné vodivosti pro vzorky materiálu pro výrobu měřicích segmentů .....  | 42 |
| Obr. 65 Příklad průběhu experimentálního měření – Průtok 2750 NI/min při 1000 ot/min.....  | 43 |
| Obr. 66 Průběh teplot vstupujícího proudu vzduchu a teplot měřených na jednotlivých segmentech-C .....   | 44 |
| Obr. 67 Výsledné hodnoty součinitelů přestupu tepla alfa (HTC) pro průtok 2750 NI/min a otáčky 1000 ot/min .....   | 44 |
| Obr. 68 Ukázka srovnání hustot tepelných toků pro segmenty na statoru a rotoru při různých stavech.....  | 45 |
| Obr. 69 Příklad vlivu otáček a průtoku na hodnoty hustot tepelných toků pro stator. ....   | 45 |
| Obr. 70 Souhrnný graf koeficientů přestupu tepla pro hladký rotor měřených na statoru .....  | 46 |
| Obr. 71 Rozmístění měřicích segmentů I. (1), II. (2) a III. (3) na statoru pro konfiguraci experimentálního zařízení s hladkým rotorem .....                           | 47 |
| Obr. 72 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor - Segment I.....  | 47 |
| Obr. 73 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor - Segment II. ....  | 47 |
| Obr. 74 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor – Segment III. ....   | 48 |
| Obr. 75 Koeficienty přestupu tepla - hladký rotor pro průtok 685 NI/min .....  | 48 |
| Obr. 76 Koeficienty přestupu tepla-hladký rotor pro průtok 1200 NI/min .....   | 49 |
| Obr. 77 Koeficienty přestupu tepla - hladký rotor pro průtok 2750 NI/min .....   | 49 |
| Obr. 78 Poměr Nusseltových čísel $Nu/Nu_0$ na poměru rychlostí $u_w/c_{ax}$ vztaženo ke statoru pro konfiguraci-hladký rotor .....                                     | 51 |
| Obr. 79 Graf závislosti Nusseltova čísla na axiálním Reynoldsově čísle- $Re_{ax}$ .....  | 51 |
| Obr. 80 Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle – hladký rotor .....  | 52 |
| Obr. 81 Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle – hladký rotor.....   | 52 |
| Obr. 82 Vyznačení vyšetřovaných oblastí Reynoldsova axiálního čísla a Taylorova čísla .....  | 53 |
| Obr. 83 Zobrazení Nusseltova čísla pro stator v konfiguraci s hladkým rotorem v závislosti na Reynoldsově axiálním čísle a Taylorově modifikovaném čísle.....          | 53 |
| Obr. 84 Zobrazení Nusseltova čísla pro stator v konfiguraci s hladkým rotorem v závislosti na Reynoldsově efektivním čísle a Taylorově modifikovaném čísle.....        | 54 |
| Obr. 85 Souhrnný graf koeficientů přestupu tepla za rotace pro hladký rotor měřených na rotoru .....   | 55 |
| Obr. 86 Koeficienty přestupu tepla na rotoru pro – Segment I. ....   | 55 |
| Obr. 87 Koeficienty přestupu tepla na rotoru pro – Segment II. ....  | 56 |
| Obr. 88 Koeficienty přestupu tepla na rotoru – (hladký rotor) - pro průtok 685 NI/min .....  | 56 |
| Obr. 89 Koeficienty přestupu tepla na rotoru – (hladký rotor) - pro průtok 1200 NI/min .....   | 57 |
| Obr. 90 Koeficienty přestupu tepla na rotoru – (hladký rotor) - pro průtok 2750 NI/min .....   | 57 |
| Obr. 91 Geometrie rotoru osazeného jednostranným labyrintem .....  | 58 |
| Obr. 92 Detail geometrie labyrintu z výkresové dokumentace. ....   | 58 |
| Obr. 93 Rozmístění měřicích segmentů a ukázka jejich zabudování.....   | 59 |
| Obr. 94 Detail jednostranného labyrintu .....  | 59 |
| Obr. 95 Pohled na vnitřní část rotoru s jednostranným labyrintem.....  | 59 |
| Obr. 96 Poměr Nusseltových čísel $Nu/Nu_0$ na poměru rychlostí $u_w/c_{ax}$ vztaženo ke statoru pro konfiguraci-hladký rotor .....                                     | 60 |
| Obr. 97 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - jednostranný labyrint - Segment I. ....  | 61 |
| Obr. 98 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - jednostranný labyrint - Segment II. ....   | 61 |
| Obr. 99 Koeficienty přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - jednostranný labyrint - Segment III.....   | 62 |
| Obr. 100 Koeficienty přestupu tepla – jednostranný labyrint pro průtok 1200 NI/min .....   | 62 |
| Obr. 101 Koeficienty přestupu tepla – jednostranný labyrint pro průtok 2000 NI/min .....   | 63 |

|          |  |    |
|----------|--|----|
| Obr. 102 | Koeficienty přestupu tepla – jednostranný labyrint pro průtok 3000 NI/min.....   | 63 |
| Obr. 103 | Závislost Nusseltova čísla na axiálním Reynoldsově čísle - jednostranný labyrint .....   | 64 |
| Obr. 104 | Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na axiálním Reynoldsově čísle.....  | 64 |
| Obr. 105 | Závislost Nusseltova čísla na efektivním Reynoldsově čísle - jednostranný labyrint .....   | 65 |
| Obr. 106 | Regresní analýza Nusseltova čísla v závislosti na efektivním Reynoldsově čísle.....  | 65 |
| Obr. 107 | Rozdělení řešené oblasti na inverzní a přímou úlohu.....   | 67 |
| Obr. 108 | Aproximace průběhu hustoty tepelného toku $q(t)$ pomocí $M$ diskrétních časových kroků .....   | 68 |
| Obr. 109 | Přibližný reálný průběh hustoty tepelného toku s prudkými změnami .....  | 71 |
| Obr. 110 | Přibližný reálný průběh hustoty tepelného toku bez prudkých změn.....  | 71 |
| Obr. 111 | Aproximace střední hodnoty intervalu konstantní hodnotou hustoty tepelného toku .....  | 73 |
| Obr. 112 | Lineární aproximace hustoty tepelného toku pro daný časový interval .....  | 73 |
| Obr. 113 | Rozdělení tepelných toků pomocí sekvenční (Beckovy) metody.....  | 74 |
| Obr. 114 | Schéma měřicího segmentu osazeného snímačem tepelného toku a termočlánkem D -I., II., III. ....  | 76 |
| Obr. 115 | Umístění měřicích segmentů pro stator a rotor v konfiguraci - hladký rotor .....   | 77 |
| Obr. 116 | Průběh teplot proudu vzduchu pro daný segment rotor statorového kanálu.....  | 77 |
| Obr. 117 | Záznam hustot tepelných toků měřených snímači tepelného toku (Stator) a vypočítanými pro R1 a R2 (rotor) .....   | 77 |
| Obr. 118 | Měřená teplota D a hustota tepelného toku pro segment statoru I. ....  | 78 |
| Obr. 119 | Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí celodoménové metody bez regularizace a s Tikhonovou regularizací 0. řádu (1E-2, 1E-3, 1E-5) – segment statoru I.....                                   | 78 |
| Obr. 120 | Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí sekvenční (Beck-SFSM) metody pro dopředné kroky $r = 1, 2, 3, 5, 10$ – segment statoru I .....   | 79 |
| Obr. 121 | Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment statoru I.....   | 79 |
| Obr. 122 | Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment statoru II. .... | 80 |
| Obr. 123 | Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody a sekvenční (Beck-SFSM) metody s naměřenými hodnotami ze snímače tepelného toku - segment statoru II. .... | 80 |
| Obr. 124 | Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí celodoménové metody bez regularizace.....  | 81 |
| Obr. 125 | Výsledné hodnoty hustot tepelných toků pomocí sekvenční (Beck-SFSM) metody .....   | 81 |
| Obr. 126 | Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody.....   | 82 |
| Obr. 127 | Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody.....   | 82 |
| Obr. 128 | Srovnání výsledných hodnoty hustot tepelných toků vypočítaných pomocí celodoménové metody.....   | 83 |
| Obr. 129 | Statorová část z materiálu PMMA .....  | 84 |
| Obr. 130 | Statický stand s vyměnitelnou geometrií labyrintu .....  | 84 |

## Seznam tabulek

|         |  |    |
|---------|--|----|
| Tab. 1  | Vybrané výtokové funkce (průtočné množství) labyrintového těsnění pro stlačitelný typ proudění - .....   | 7  |
| Tab. 2  | Vliv vybraných parametrů na labyrintové těsnění upraveno z [12], [9].....  | 8  |
| Tab. 3  | Srovnání výpočtových metod stanovení souč. přestupu tepla na discích rotoru dle [22].....  | 14 |
| Tab. 4  | Rozměrové parametry modelu rotoru vstupující do výpočtových modelů dle [22] .....  | 14 |
| Tab. 5  | Vybrané rovnice pro vyjádření Taylorova čísla [32] [37] [38] .....   | 19 |
| Tab. 6  | Vybrané rovnice korelací pro konvektivní přestup tepla při $Re_{ax} = 0$ s rotací vnitřního válce a statického vnějšího válce - upraveno z [32] [39].....              | 20 |
| Tab. 7  | Vybrané rovnice korelací pro konvektivní přestup tepla při $Re_{ax} \neq 0$ s rotací vnitřního válce a statického vnějšího válce - upraveno z [32] [41] [52] [53]..... | 25 |
| Tab. 8  | Parametry termočlánekového modulu.....   | 34 |
| Tab. 9  | Geometrické parametry konfigurace s hladkým rotorem .....  | 36 |
| Tab. 10 | Vybrané parametry termoelektrického snímače tepelného toku .....   | 39 |
| Tab. 11 | Nastavení experimentu-rozsah průtoků a otáček.....   | 43 |
| Tab. 12 | Výsledné hodnoty koeficientů přestupu tepla na statoru pro konfiguraci - hladký rotor .....  | 46 |
| Tab. 13 | Shrnující tabulka naměřených hodnot a bezrozměrných čísel (parametrů) a poměrů odpovídajících konfiguraci pro hladký rotor.....  | 50 |
| Tab. 14 | Výsledné hodnoty koeficientů přestupu tepla na statoru pro konfiguraci – jednostranný labyrint .....   | 60 |
| Tab. 15 | Přibližné vzdálenosti měřicích míst termočláneků umístěných v příslušných segmentech .....   | 76 |
| Tab. 16 | Konstantní parametry vstupující do výpočtu - statorové segmenty.....   | 78 |
| Tab. 17 | Konstantní parametry vstupující do výpočtu – rotorové segmenty .....   | 81 |

## Seznam zdrojů a použité literatury

- [1] MUSCH, Christian. Beitrag zur gekoppelten Auslegung von Endstufen mit Deckband und anschließendem Diffusor in Niederdruck-Dampfturbinen. Bochum, 2008. Dostupné také z: <http://www-brs.ub.ruhr-uni-bochum.de/netahtml/HSS/Diss/MuschChristian/diss.pdf>. Disertační práce. Mülheim an der Ruhr.
- [2] DU, Yu. Numerical Simulation of Mechanical and Thermal Fluid-structure *Interaction in Labyrinth Seals. Darmstadt, 2010*. Dostupné také z: [http://tuprints.ulb-tu-darmstadt.de/2253/2/mythesis\\_lebenslauf.pdf](http://tuprints.ulb-tu-darmstadt.de/2253/2/mythesis_lebenslauf.pdf). Disertační práce. Technischen Universität Darmstadt.
- [3] TRAUPEL, Walter. *Thermische Turbomaschinen*. 4. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2001.
- [4] KADRNOŽKA, Jaroslav. Parní turbíny a kondenzace. Vyd. 1. Brno: Vysoké učení technické, 1987, 268 s.
- [5] LEEB, Klaus. *Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen von Turbomaschinen* unter dem Einu von Rotation Wellendesaxierung und Drall der Zuströmung. Wien, 1997. Dostupné také z: [http://publik.tuwien.ac.at/files/pub-mb\\_2642.pdf](http://publik.tuwien.ac.at/files/pub-mb_2642.pdf)GU. Disertační práce. Technischen Universität Wien.
- [6] DARA W., Childs, Clayton NELSON, Ted NOYES a John DRESMAN. A High reynolds number *seal test facility: Facility description and preliminary test data*. Rotordynamic instability problems in high-performance turbomachinery - 1982. 1982, (1), 172-186. Dostupné také z: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19830007358.pdf>
- [7] BOMELBURG, H. BATTELLE PACIFIC NORTHWEST LABS., RICHLAND, WA (USA). Estimation of gas leak rates through very small orifices and channels: *Technical report, BNWL-2223, TRN 77-017179*. 1977, s. 47. Dostupné také z: <http://www.osti.gov/scitech/servlets/purl/7318185>
- [8] KRBEK, Jaroslav a Bohumil POLESNÝ. Závěrečný projekt: Výpočet tepelných turbín a jejich příslušenství. Brno, 1986, s. 336.
- [9] CHILDS, Peter. Mechanical design engineering handbook. 1st publ. Oxford: Butterworth-Heinemann, c2014, xix, 817 s.
- [10] MOROZ, Leonid a Alexander TARASOV. Coupled CFD and Thermal Steady State Analysis of Steam Turbine Secondary Flow Path. In: 2003 *International Joint Power Generation Conference [online]*. ASME, 2003, s. 437-442 [cit. 2019-06-15]. DOI: 10.1115/IJPGC2003-40058. Dostupné z: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1580044>
- [11] WASCHKA, W., S. WITTIG a S. KIM. Influence of High Rotational Speeds on the Heat Transfer and Discharge Coefficients in *Labyrinth Seals. Journal of Turbomachinery*. 1992, 114(2), 462-. DOI: 10.1115/1.2929166. Dostupné také z: <http://Turbomachinery.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1464056>
- [12] TIPTON, Donald, Thomas SCOTT a Rodney VOGEL. GENERAL MOTORS CORP INDIANAPOLIS IN ALLISON GAS TURBINE DIV. *Labyrinth Seal Analysis. Volume 3. Analytical and Experimental Development of a Design Model for Labyrinth Seals: Final report [online]*. 1986, s. 320 [cit. 14.08.2014]. Dostupné z: [www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=ADB100981](http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=ADB100981)
- [13] STRONGILIS, Dimitrios. Überbrückungseffekt (Carry-Over Effekt) bei Durchblicklabyrinthdichtungen. Wien, 2010. Dostupné také z: [http://publik.tuwien.ac.at/files/PubDat\\_184984.pdf](http://publik.tuwien.ac.at/files/PubDat_184984.pdf). Bakalářská práce. Technischen Universität Wien.
- [14] MATTHIAS, Andreas. Das Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen. Wien, 2007. Dissertation. Fakultät für Maschinen- wesen und Betriebswissenschaften der Technischen Universität Wien.



- [15] WITTIG, S., K. JACOBSEN, U. SCHELLING a S. KIM. Heat Transfer in Stepped Labyrinth Seals. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1988, 110(1), 63-. DOI: 10.1115/1.3240088. Dostupné také z: <http://GasTurbinesPower.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1417023>
- [16] SCHRAMM, V., J. DENECKE, S. KIM a S. WITTIG. Shape Optimization of a Labyrinth Seal Applying the Simulated Annealing Method. *International Journal of Rotating Machinery*. 2004, 10(5), 365-371. DOI: 10.1155/S1023621X04000375. Dostupné také z: <http://www.hindawi.com/journals/ijrm/2004/262319/abs/>
- [17] DENECKE, J., J. FÄRBER, K. DULLENKOPF a H.-J. BAUER. Interdependence of Discharge Behavior, Swirl Development and Total Temperature Increase in Rotating Labyrinth Seals. *Volume 4: Heat Transfer, Parts A and B*. ASME, 2008, , 1717-1724. DOI: 10.1115/GT2008-51429. Dostupné také z: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1624605>
- [18] JENG WON WOO, B.S. Analysis of Compressible and Incompressible Flows Through See-through Labyrinth Seals. Republic of Korea, 2011. Diplomová práce. Yonsei University.
- [19] ZYSINA-MOLOŽEN, L., L. ZISIN a M. POLJAK. Teploobmen v turbomašinách. 1. vyd. Leningrad: Mašinstrojenije, 1974, 335 s.
- [20] CHMIELNIAK, Tadeusz. Obiegi termodynamiczne turbin ciepłych. Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich, b.r., 257 p.
- [21] ADINARAYANA, N. a V. SASTRI. Estimation of Convective Heat Transfer Coefficients in Industrial Steam Turbines. *Journal of Pressure Vessel Technology*. 1996, 118(2), 247-. DOI: 10.1115/1.2842187. Dostupné také z: <http://PressureVesselTech.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1457200>
- [22] HAN, Wei, Yan ZHOU, Heng ZHANG a Dan XIE. The Research on Heat Transfer Coefficient of Wheel Rims of Large Capacity Steam Turbines. *Advanced Materials Research*. 2013, 744, 100-104. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.744.100. Dostupné také z: <http://www.scientific.net/AMR.744.100>
- [23] KOSMAN, Gerard a Maciej ROSKOZS. Solution of inverse heat conduction problem for thermal stresses analysis in turbomachinery rotors. In: THERMAL STRESSES -INTERNATIONAL CONGRESS-; 1; 389-392: 6th.; International congress, Thermal stresses. Technische Universitat Wien. 2005.
- [24] KOSMAN, Wojciech, Maciej ROSKOSZ a Krzysztof NAWRAT. Thermal elongations in steam turbines with welded rotors made of advanced materials at supercritical steam parameters. *Applied Thermal Engineering*. 2009, 29(16), 3386-3393. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2009.05.016. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359431109001690>
- [25] TALER, Jan. Teoria i praktyka identyfikacji procesów przepływu ciepła. Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich, b.r., 410 p.
- [26] TALER, Jan a Piotr DUDA. Solving direct and inverse heat conduction problems. New York: Springer, c2006, xxvi, 889 p.
- [27] BECK, J, Ben BLACKWELL a St.Charles ST. CLAIR. Inverse heat conduction: ill-posed problems. New York: Wiley, c1985, xvii, 308 p.
- [28] COUETTE, M. Oscillations tournantes d'un solide de révolution en contact avec un fluide visqueux. *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences*. Paris, 1887, 105, 3.
- [29] TORII, Shuichi a Wen-Jei YANG. Turbulent Flow and Heat Transfer in Circular Couette Flows in Concentric Annulus. *International Journal of Rotating Machinery*. 1998, 4(1), 35-48. DOI: 10.1155/S1023621X98000049. ISSN 1023-621X. Dostupné také z: <http://www.hindawi.com/journals/ijrm/1998/203534/abs/>

- [30] RAYLEIGH, L. On the Dynamics of Revolving Fluids. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1917, 93(648), 148-154. DOI: 10.1098/rspa.1917.0010. ISSN 1364-5021. Dostupné také z: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rspa.1917.0010>
- [31] TAYLOR, G. Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1923, 102(718), 541-542. DOI: 10.1098/rspa.1923.0013. ISSN 1364-5021. Dostupné také z: <http://rspa.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rspa.1923.0013>
- [32] FÉNOT, M., Y. BERTIN, E. DORIGNAC a G. LALIZEL. A review of heat transfer between concentric rotating cylinders with or *without axial flow*. *International Journal of Thermal Sciences*. 2011, 50(7), 1138-1155. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2011.02.013. ISSN 12900729. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1290072911000548>
- [33] ZENG-YUAN, Guo a Zhang CHAO-MIN. Thermal drive in centrifugal fields—mixed convection in a vertical rotating cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1992, 35(7), 1635-1644. DOI: 10.1016/0017-9310(92)90134-E. ISSN 00179310. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/001793109290134E>
- [34] GAZLEY, C. Heat transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders. *Trans. ASME*. 1958, 70, 11.
- [35] BECKER, K. a Joseph KAYE. Measurements of Diabatic Flow in an Annulus With an Inner Rotating Cylinder. *Journal of Heat Transfer*. 1962, 84(2), 8. DOI: 10.1115/1.3684335. ISSN 00221481. Dostupné také z: <http://HeatTransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1432502>
- [36] VDI-Wärmeatlas. 11. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013. ISBN 9783642199806.
- [37] CHILDS, Peter. Rotating flow. 1. Boston: Elsevier, 2011. ISBN 978-0-12-382098-3.
- [38] BÜHLER, Karl a Norbert POLIFKE. Dynamical Behaviour of Taylor Vortices with Superimposed Axial Flow. Nonlinear Evolution of Spatio-Temporal Structures in Dissipative *Continuous Systems*. Boston, MA: Springer US, 1990, 1(1), 21-29. NATO ASI Series. DOI: 10.1007/978-1-4684-5793-3\_3. ISBN 978-1-4684-5795-7. Dostupné také z: [http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-5793-3\\_3](http://link.springer.com/10.1007/978-1-4684-5793-3_3)
- [39] BJORKLUND, I. a W. KAYS. Heat Transfer Between Concentric Rotating Cylinders. *Journal of Heat Transfer*. 1959, 81(3), 9. DOI: 10.1115/1.4008173. ISSN 0022-1481. Dostupné také z: <http://heattransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?doi=10.1115/1.4008173>
- [40] AOKI, Hiroshi, Hidetaka NOHIRA a Hajime ARAI. Convective Heat Transfer in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder. *Bulletin of JSME*. 1967, 10(39), 523-532. DOI: 10.1299/jsme1958.10.523. ISSN 1881-1426. Dostupné také z: <http://joi.jlc.jst.go.jp/JST.Journalarchive/jsme1958/10.523?from=CrossRef>
- [41] TACHIBANA, Fujio a Sukeo FUKUI. Convective Heat Transfer of the Rotational and Axial Flow between *Two Concentric Cylinders*. *Bulletin of JSME*. 1964, 7(26), 385-391. DOI: 10.1299/jsme1958.7.385. ISSN 1881-1426. Dostupné také z: <http://joi.jlc.jst.go.jp/JST.Journalarchive/jsme1958/7.385?from=CrossRef>
- [42] JAKOBY, R., S. KIM a S. WITTIG. Correlations of the Convection Heat Transfer in Annular Channels With Rotating Inner Cylinder. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1999, 121(4), 7. DOI: 10.1115/1.2818524. ISSN 07424795. Dostupné také z: <http://GasTurbinesPower.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1420951>
- [43] SCHULTZ-GRUNOW, F. Zur Stabilität der Couette-Strömung. *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1959, 39(3-4), 101-110. DOI: 10.1002/zamm.19590390303. ISSN 00442267. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1002/zamm.19590390303>
- [44] ANDERECK, C., S. LIU a Harry SWINNEY. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*. 1986, 164(1), 155-183. DOI: 10.1017/S0022112086002513. ISSN 0022-1120. Dostupné také z: [https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112086002513/type/journal\\_article](https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112086002513/type/journal_article)

- [45] ANDERECK, C., S. LIU a Harry SWINNEY. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*. 1986, 164(1), 155-183. DOI: 10.1017/S0022112086002513. ISSN 0022-1120. Dostupné také z: [https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112086002513/type/journal\\_article](https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112086002513/type/journal_article)
- [46] KAYE, J. a E.C. ELGAR. Modes of adiabatic and diabatic fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder. *Transactions of ASME*. 1958, 80(1), 12.
- [47] QIAN, W., B. ROSIC, Q. ZHANG a B. KHANAL. Influence of fluid temperature gradient on the flow within the shaft gap of a PLR pump. *Heat and Mass Transfer*. 2016, 52(3), 469-481. DOI: 10.1007/s00231-015-1570-y. ISSN 0947-7411. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s00231-015-1570-y>
- [48] LUEPTOW, Richard, Andreas DOCTER a Kyungyoon MIN. Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1992, 4(11), 2446-2455. DOI: 10.1063/1.858485. ISSN 0899-8213. Dostupné také z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.858485>
- [49] HUGHES, T. a W. REID. The Stability of Spiral Flow between Rotating Cylinders. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1968, 263(1135), 57-91. DOI: 10.1098/rsta.1968.0006. ISSN 1364-503X. Dostupné také z: <http://rsta.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rsta.1968.0006>
- [50] MOLKI, M., K.N. ASTILL a E. LEAL. Convective heat-mass transfer in the entrance region of a concentric annulus having a rotating inner cylinder. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1990, 11(2), 120-128. DOI: 10.1016/0142-727X(90)90005-V. ISSN 0142727X. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0142727X9090005V>
- [51] ASTILL, K. Studies of the Developing Flow Between Concentric Cylinders With the Inner Cylinder Rotating. *Journal of Heat Transfer*. 1964, 86(3), 9. DOI: 10.1115/1.3688703. ISSN 00221481. Dostupné také z: <http://HeatTransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1433248>
- [52] KUZAY, T. M. a C. J. SCOTT. Turbulent Heat Transfer Studies in Annulus With Inner Cylinder Rotation. *Journal of Heat Transfer*. 1977, 99(1), 8. DOI: 10.1115/1.3450635. ISSN 00221481. Dostupné také z: <http://HeatTransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1436611>
- [53] CHILDS, Peter R. N. a A. B. TURNER. Heat Transfer on the Surface of a Cylinder Rotating in an Annulus at High Axial and Rotational Reynolds Numbers. *Proceeding of International Heat Transfer Conference 10*. Connecticut: Begellhouse, 1994, 1(1), 13-18. DOI: 10.1615/IHTC10.990. ISBN 0-85295-345-3. Dostupné také z: <http://ihtcdigitallibrary.com/conferences/791db5793b1c5bfd,1c3eb3d84b9ecc4,0c2b16387aae22aa.html>
- [54] SAVITZKY, Abraham. a M. GOLAY. Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures. *Analytical Chemistry*. 1964, 36(8), 1627-1639. DOI: 10.1021/ac60214a047. Dostupné také z: <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ac60214a047>
- [55] MILLS, K. Recommended values of thermophysical properties for selected commercial alloys. Cambridge: Woodhead, 2002, ix, 244 p.
- [56] AUSTENITIC STAINLESS STEEL (316): Thermal and Structural Properties of Fusion related Materials. ARIES [online]. San Diego: Advanced Energy Technology Group Center for Energy Research, 2014 [cit. 2019-06-17]. Dostupné z: <http://aries.ucsd.edu/LIB/PROPS/PANOS/ss.html>
- [57] TIKHONOV, A. N. a V. ĪA ARSENIN. Solutions of ill-posed problems. 1. New York: distributed solely by Halsted Press, 1977. ISBN 978-0470991244.
- [58] ALIFANOV, O. M., E. A. ARTĪUKHIN a S. V. RUMĪANTĪSEV. Extreme methods for solving ill-posed problems with applications to inverse heat transfer problems. 1. New York: Begell House, 1995. ISBN 978-1-56700-038-2.
- [59] ALIFANOV, O. M. Inverse heat transfer problems. 1. New York: Springer-Verlag, 1994. ISBN 03-875-3679-5.

- [60] WOODBURY, Keith A., ed. *Inverse Engineering Handbook* [online]. 1. Boca Raton: CRC Press, 2002 [cit. 2018-06-10]. DOI: [10.1201/9781420041613](https://doi.org/10.1201/9781420041613). ISBN 9780429117893. Dostupné z: <https://www.taylorfrancis.com/books/9780429117893>
- [61] SUNDÉN, Bengt a C. A. BREBBIA. *Heat transfer VII: advanced computational methods in heat transfer*. 1. Boston: WIT Press, 2002. ISBN 18-531-2906-2.
- [62] KREJSA, J., K. A. WOODBURY, J. D. RATLIFF a M. RAUDENSKY. Assessment of strategies and potential for neural networks in the inverse heat conduction problem. *Inverse Problems in Engineering*. 1999, 7(3), 197-213. DOI: [10.1080/174159799088027694](https://doi.org/10.1080/174159799088027694). ISSN 1068-2767. Dostupné také z: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/174159799088027694>
- [63] ÖZİŞİK, M. Necati. *Heat conduction*. 2nd ed. New York: Wiley, 1993. ISBN 978-047-1532-569.
- [64] STOLZ, G. Numerical Solutions to an Inverse Problem of Heat Conduction for Simple Shapes. *Journal of Heat Transfer*. 1960, 82(1), 6. DOI: [10.1115/1.3679871](https://doi.org/10.1115/1.3679871). ISSN 00221481. Dostupné také z: <http://HeatTransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1431986>
- [65] FRANK, Irving. An Application of Least Squares Method to the Solution of the Inverse Problem of Heat Conduction. *Journal of Heat Transfer*. 1963, 85(4), 2. DOI: [10.1115/1.3686128](https://doi.org/10.1115/1.3686128). ISSN 00221481. Dostupné také z: <http://HeatTransfer.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1432999>
- [66] HŘIBOVÁ, Veronika. Vývoj inverzní sub-doménové metody pro výpočet okrajových podmínek vedení tepla. Brno, 2015. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [67] TIKHONOV, A.N. On the solution of ill-posed problems and the method of regularization. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. 1963, 151(3), 3.
- [68] BECK, J. a D. MURIO. Combined function specification-regularization procedure for solution of inverse heat conduction problem. *22nd Aerospace Sciences Meeting*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1984, 1(1), -. DOI: [10.2514/6.1984-491](https://doi.org/10.2514/6.1984-491). Dostupné také z: <http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.1984-491>
- [69] WOODBURY, Keith A. a James V. BECK. Estimation metrics and optimal regularization in a Tikhonov digital filter for the inverse heat conduction problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013, 62(1), 31-39. DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.02.052](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.02.052). ISSN 00179310. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931013001671>

## Publikační činnost vztahující se k tématu DP

- [1] ŠNAJDÁREK, L.; POSPÍŠIL, J.; BRÁZDIL, M. Heat transfer in rotor stator cavity. *EPJ Web of Conferences*, 2015, vol. 92, no. 2015, p. 558-562. ISSN: 2100-014X. DOI: [10.1051/epjconf/20159202084](https://doi.org/10.1051/epjconf/20159202084)