UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Bc. Lukáš Trybula

Mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu na 2. stupni ZŠ

Diplomová práce

Vedoucí práce: Mgr. David NOCAR, Ph.D.

Olomouc 2023

Bibliografický záznam

Autor (osobní číslo): Bc. Lukáš Trybula (D21754)

Studijní obor: Učitelství matematiky pro 2. stupeň základních škol / Učitelství geografie pro střední školy (Umma-Zmi)

Název práce: Mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu na 2. stupni ZŠ

Title of thesis: Intersubject relations of mathematics and geography at the 2nd grade of elementary school

Vedoucí práce: Mgr. David Nocar, Ph.D.

Rozsah práce: 111 stran

Klíčová slova: Zeměpisná šířka, zeměpisná délka, úhel, měřítko mapy, azimut, příklad, řešení, goniometrické funkce, zeměpis, kartografie, matematika

Keywords: Latitude, longitude, angle, map scale, azimuth, example, solution, trigonometric functions, geography, cartography, mathematic

Abstrakt:

Cílem diplomové práce je rozebrat, analyzovat a popsat mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu na 2. stupni základních škol. Tento text by měl zároveň sloužit jako podklad pro výuku učitelům, ale i jako podpůrný zdroj informací při studiu žákům a studentům. Žáci si lépe dokážou představit, jak široké uplatnění matematika nabízí a kde se všude může uplatnit v geografii. V rámci zeměpisných témat jsou popsané didaktické přístupy k matematické stránce daného učiva a je proveden jejich rozbor ve výukových materiálech. Každá kapitola nabízí potřebnou teorii a mnoho řešených příkladů. Úlohy mají sloužit v hodinách zeměpisu k dokreslení probíraného tématu a většímu zapojení ze strany žáka. Předpokládá se, že matematický obsah může vyučovací hodinu oživit a často se jedná o úlohy, které se dají využít v praktickém životě.

Abstract:

The aim of the thesis is to analyse, analyse and describe the cross-curricular relationships between mathematics and geography at the second level of primary schools. This text should also serve as a basis for teaching for teachers, but also as a supporting source of information for pupils and students in their studies. Pupils will be better able to imagine the wide range of applications mathematics offers and wherever it can be applied in geography. Within the geography topics, didactic approaches to the mathematical aspect of the subject are described and analysed in the teaching materials. Each chapter offers the necessary theory and many solved examples. The problems are intended to serve in geography lessons to illustrate the topic under discussion and to increase the pupil's involvement. It is hoped that the mathematical content can enliven the lesson and often the problems are ones that can be used in practical life.

Prohlašuji, že jsem zadanou diplomovou práci zpracoval samostatně a veškerou použitou literaturu a zdroje jsem řádně uvedl v seznamu literatury.

V Olomouci dne 15. 6. 2023 ……..…………………………

podpis

Poděkování

Děkuji Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D. za ochotné vedení práce, jeho odbornou metodickou pomoc a neocenitelné rady, které mi byly poskytnuty v průběhu vypracování této diplomové práce. Velké poděkování patří také Mgr. Jiřímu Dufkovi za jeho ochotu, pomoc a poskytnutí prostoru ve výuce pro realizaci praktické části na ZŠ. Dále bych poděkoval své rodině a přátelům za podporu, kterou mi po celou dobu poskytovali.

OBSAH

1. Úvod

Základní rysy vývoje matematiky od prehistorie až po dnešek se rozvíjely po několik tisíciletí a přispívaly k zjednodušení praktických potřeb člověka. Lidstvo již od prvopočátku svého vývoje shromažďovalo poznatky o světě kolem něj. Nejdříve zkoumali fáze měsíce, střídání dne a noci či střídání ročních období. Postupem času lidé potřebovali i základní matematické výpočty při obchodování, ve stavebnictví, při měření času, ale i k určování obvodu Země či rovnic pro kartografická zobrazení. Erastosthenés z Kyrény jako první přesně stanovil pomocí úhlové metody obvod Země a svým dílem přispěl k rozvoji matematiky a geografie. Dalším významným matematikem a zeměpiscem byl Klaudius Ptolemaios, který vyznačil na mapě celou síť rovnoběžek a poledníků. V této době začala matematika pronikat i do kartografie, jejíž mapy byly daleko přesnější. Cesta k dnešní matematice byla dlouhá, a jestli měla smysl a zda její bádání stálo za všechen vynaložený čas a práci, je dnes zbytečná otázka.

Dnešní matematika má mnohem abstraktnější podobu, kdy při vyučovacích hodinách se velmi často žáci ptají svých učitelů na praktické využití matematických dovedností. Touto problematikou se zabývá aplikovaná matematika, která využívá matematických algoritmů, metod a postupů k řešení praktických úloh i z jiných oblastí jako je například geografie či fyzika.

Poslední dobou prochází české školství poměrně velkými změnami. Stále větší důraz je kladen na mezipředmětové vztahy. „Pod pojmem mezipředmětové vztahy rozumíme, vzájemné souvislosti mezi jednotlivými předměty, chápání příčin a vztahů přesahujících předmětový rámec, prostředek mezipředmětové integrace“. „Mezipředmětové vazby“ byly na sobě závislé už od pravěku, kdy například matematické a geografické (především astronomické) poznatky patřily k prvním, o které se lidstvo zajímalo. Lidé shromažďovali všemožné informace z astronomických pozorování, které sloužily jako základ k vytváření hospodářských a náboženských kalendářů, střídání ročních období či fáze Měsíce. Lidé se snažili tyto děje vysvětlit a přijít na jejich příčiny a zákonitosti. Proto je důležité, aby i dnešní žáci se nebáli propojovat své znalosti do jiných předmětů.

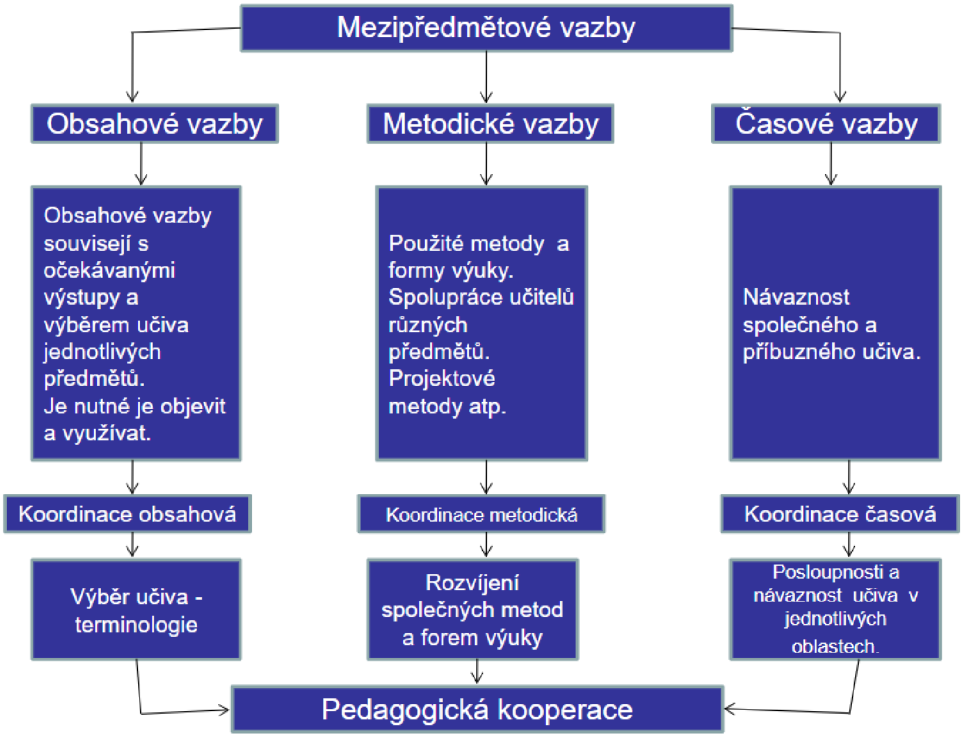
Protože studuji matematiku a geografii se zaměřením na vzdělávání, budu se ve své diplomové práci věnovat vazbám matematiky a geografie. Ze své vlastní zkušenosti ze základní a střední školy vím, že v hodinách zeměpisu nebývá uplatňována matematika ve výuce tak, jak by si zasloužila. Tato práce by měla sloužit žákům a studentům jako motivace, právě toho, jak široké má matematika uplatnění v geografii. V práci jsem se zabýval i historií matematiky, aby si žáci mohli představit, jakými způsoby lidé uvažovali kdysi a zda jsou jejich tvrzení pravdivá po několik století až dodnes.

V diplomové práci jsem se snažil vybrat zeměpisná témata, u kterých lze pozorovat propojení s matematikou. U každého tématu je uvedena základní teorie, ze které se dobereme k výpočtu a k řešení matematických úloh.

2. Mezipředmětové vztahy

Svým obsahem a charakterem spolu některé předměty úzce souvisejí. Je proto nutné vytvářet mezipředmětové vztahy a vzájemnou návaznost i s ostatními všeobecně vzdělávacími a přírodovědnými předměty.

Vazby mezi jednotlivými vyučovacími předměty, které přesahují předmětový rámec, se v Pedagogickém slovníku (Průcha a kol. 2013) vymezují jako mezipředmětové vztahy. Napomáhají pochopit souvislosti dílčích obsahů a slouží jako prostředek integrace obsahu vzdělávání.



Obrázek 1: Vzájemné vztahy a vazby didaktického a vědního systému

Problematikou mezipředmětových vztahů se v podmínkách našeho školství zabýval již v 80. letech 20. století Josef Janás. Z obr.1 vidíme, že Janás (1985) rozlišuje vztahy mezioborové/mezipředmětové (vztahy mezi systémy poznatků jednotlivých věd/vyučovacích předmětů) a vnitrooborové/vnitropředmětové (vztahy mezi systémy poznatků uvnitř každé vědní disciplíny /vyučovacího předmětu). A právě důsledná organizace vnitrooborových/vnitropředmětových vztahů má být základem k vysvětlení vztahů mezioborových /mezipředmětových. Užití mezipředmětových vztahů směřuje ke koordinaci systémů poznatků v jednotlivých vyučovacích předmětech, přičemž citovaný autor uvažuje koordinaci obsahovou (vnitřní souvislosti obsahu učiva), metodickou (způsob výkladu a používání společných pojmů, metod a metodických postupů v příbuzných předmětech) a časovou (návaznost, případně posloupnost využívání vnitřních souvislostí obsahu učiva v různých vyučovacích předmětech).

Je důležité si uvědomit, že mezipředmětové vazby nevyvracejí jednotlivé vzdělávací předměty či vědní obory. Aplikace znalostí z více předmětů/oborů se doplňuje a vede k ucelenému poznání. (J. Vandrovcová, 2017)

2.1. Podstata mezipředmětových vztahů

Mezipředmětové vztahy jsou dány učebním plánem a učebními osnovami, konkrétním uspořádáním učiva v jednotlivých učebních předmětech a vlastním průběhem vyučovacího procesu. Při jejich realizaci ve výuce učitel musí dokonale znát pojetí studijního oboru, učební plán, učební osnovy i učebnice odborných předmětů a v neposlední řadě i profil žáka. Musí spolupracovat s ostatními vyučujícími, protože jen tak zajistí jednotný, věcný a odborně správný výklad učiva a jednotné používání základních pojmů a jednotek ve všech vyučovacích předmětech. Důležitým úkolem vnitropředmětových a mezipředmětových vztahů je cílevědomé navazování na znalosti žáků z jiných vyučovacích předmětů. Aplikace poznatků z ostatních vyučovacích předmětů a aktualizování vztahů mezi jevy a procesy vede k rozvoji logického myšlení žáků. Je důležité, aby žákům bylo předkládáno učivo ve vzájemné spojitosti s ostatními vyučovacími předměty a totéž bylo vyžadováno při kontrole jejich znalostí.

Mezipředmětové vztahy uplatňujeme pomocí vyučovacích prostředků a metod se zřetelem:

- k věkovým zvláštnostem žáků
- k profilu žáka
- k pojetí učebního a studijního oboru
- k potřebám jednotlivých předmětů
- ke zvláštnostem vyučovacího procesu v jednotlivých odborných předmětech
- k formám a metodám vyučování
- ke způsobu studia žáků

U všech předmětů má význam jak časová, tak věcná koordinace učiva. Jednotlivé předměty jsou zařazeny do učebního plánu tak, aby mezi nimi byly v jednotlivých ročnících optimální vazby. Objektivním základem je zejména postavení a úloha příslušných věd v soustavě vědních oborů a postavení a úloha jednotlivých předmětů v soustavě vzdělání. (Stejskalová, Čadílek, 2003)

(Chlup, 1965) uvádí, že mezi tématy různých předmětů se vytvářejí mezipředmětové vztahy za prvé proto, že znalost určité látky je předpokladem pro osvojení látky jiného předmětu, za druhé proto, aby žáci měli ucelený obraz skutečnosti. Žáci často nedovedou propojit vědomosti z jednoho předmětu do druhého. Příčina je hlavně v izolovanosti učebních předmětů.

2.2. Klasifikace mezipředmětových vztahů

Z hlediska obsahové souvislosti rozlišujeme mezipředmětové vztahy vertikální a horizontální. Vertikální mezipředmětové vztahy se týkají vzájemně podmíněných znalostí. Předměty probírané v nižších ročnících zahrnují výchozí znalosti pro pochopení předmětu probíraných později. Horizontální mezipředmětové vztahy představují souvislosti dvou nebo více předmětů probíraných souběžně. Znalosti se vzájemně doplňují a obohacují.

Z hlediska časové posloupnosti učiva mohou být mezipředmětové vztahy zpětné (retrospektivní), vstřícné (perspektivní) a souběžné. Mezipředmětové vztahy zpětné využívají poznatku dříve osvojených. Mezipředmětové vztahy vstřícné vytvářejí předpoklady pro získávání budoucích poznatků. Mezipředmětové vztahy souběžné, kde poznatkové struktury se vytvářejí nezávisle na sobě v průběhu dvou nebo tří předmětů zhruba ve stejný čas. Patří sem i vztahy mezitématické – využití poznatků z dřívějších témat v rámci téhož předmětu. Mezipředmětové vztahy nelze postihnout v celé šíři. (Malý, 1988)

Vnitropředmětové vztahy

Sjednocující činitelé jednotlivých disciplín předmětů

↙ ↘

Světonázorový význam (světonázorová rovina předmětu)

↓

Jednotlivé vyučovací předměty odrážející poznatky mnoha vědních oborů -přesahují encyklopedičnost

Společenská praxe-využití předmětů ve výrobě, pomoc při tvorbě technologií

↓

společenská praxe-obohacená vlastními zkušenostmi z vlastní praxe

Obrázek 2: Vnitropředmětové vztahy podle Pařízka, 1984

2.2.1. Význam mezipředmětových vztahů

Mezipředmětové vztahy mají důležitou úlohu ve výchovně vzdělávacím procesu, neboť jejich důsledné uplatnění značně přispívá ke zvýšení úrovně pedagogické práce. Význam mezipředmětových vztahů spočívá v oblasti formování obsahové stránky vzdělání, v níž se plně rozvíjí systémové a logické myšlení žáků. Aplikace poznatků z jiných vyučovacích předmětů na předmět právě vyučovaný a aktualizování vztahů mezi jevy a procesy vede k rozvoji logického myšlení žáků a k lepšímu pochopení vyučované látky v širších návaznostech a souvislostech. Z tohoto důvodu je velmi důležité, aby učitel neprezentoval pouze svůj učební předmět, ale aby naopak žákům předkládal učivo v předem dané, vzájemně navazující spojitosti s ostatními vyučovacími předměty. Zkušenostmi a praxí postupně přechází od dílčích vztahů vnitropředmětových ke stále širším a komplexnějším vztahům mezipředmětovým. (Loveček, A., Čadílek, M., 2003)

2.3. Úloha učitele při užívání mezipředmětových vztahů

Uskutečnění mezipředmětových vztahů je do značné míry závislé na učitelích a na jejich odborném vzdělání a metodické připravenosti. Je potřeba překonat izolovanost práce jednotlivých pedagogů a vést je k společnému způsobu práce. Jednotlivá témata, prolínající se napříč předměty, by měla být diskutována v rámci pedagogického sboru, ale hlavně v rámci předmětových komisí, které jsou složeny z učitelů stejných nebo příbuzných předmětů. Propojení předmětů by mělo být uskutečňováno formou výuky, která bude zaměřena na kolektivní práci.

Pedagog, který je schopný nalézt v předmětech, pro které má aprobaci, mezipředmětové vztahy, se bude dále rozvíjet s množstvím zkušeností a praxe, získaných během učitelského povolání. Důležité je, aby se učitel při výuce nezaměřil pouze na znalosti z učebnic, ale ukázal žákům praktické možnosti využití získaných vědomostí.

Podle stylu výuky vymezuje Prunner ve své knize tři typy učitelů:

- **První** je autoritativní neboli autokratický. Jeho hlavním znakem je nedůvěra učitele vůči žákovi. Nedává žákům možnost dostatečné samostatnosti a iniciativy. Neustále je kontroluje a vede. Jakékoli přestupky jsou trestány a je vyžadovaná absolutní kázeň.
- **Druhým** typem je liberálně vedený styl výuky. Učitel žákům nechává velkou míru volnosti pro své rozhodování. Kontroly provádí málo a žáci nemají vedení.
- **Posledním typem**, je typ demokratický neboli sociálně integrační. Učitel zastává vedoucí roli, ale s žáky spolupracuje a snaží se podporovat jejich iniciativu. (Prunner, 2003)

Neméně důležitým úkolem učitele je schopnost ověřovat zapamatované poznatky z výuky, a to nejen formou písemného nebo ústního zkoušení, ale také formou hry nebo myšlenkových map, křížovek, debat, výstupu projektových prací. (Prunner, 2003).

2.3.1. Metody a formy výuky

Výuková metoda je prostředek vyučovacích činností a učebních aktivit, které využívá učitel v procesu výuky k dosažení výchovně vzdělávacích cílů. Každý učitel musí volit metodu podle cílů, které jsou na nich závislé. Dále musí volit vhodnou metodu podle obsahu, jestliže učitel vybere metodu, která neodpovídá obsahu, nemusí tak dojít k dosažení cíle. Některé metody jsou závislé i na věku a vyspělosti žáků, protože některé metody nejsou vhodné využívat v určitém věku. Špatně zvolenou metodou může být například přednáška v 6. třídě základní školy, neboť žáci nevydrží celou hodinu udržet pozornost. Pro učitele i žáky je výuka zajímavější, jsou-li voleny vhodné a zajímavé metody, které jsou často měněny.

V publikaci „Výukové metody“ ukazuje J. Maňák a V. Švec kombinovaný pohled na výukové metody, které rozlišují na tři skupiny. **Metody klasické, aktivizující a výukové**, které jsou uspořádány podle kritéria stupňující se složitosti edukačních vazeb.

1) **Klasické výukové metody**
   a) Metody slovní
      - Monologické metody (vysvětlování, výklad, popis, vyprávění)
      - Dialogické metody (dialog, diskuse, rozhovor)
      - Metody písemných prací (písemná cvičení, kompozice)
      - Metody práce s učebnicí, knihou, textovým materiálem

   b) Metody názorně-demonstrační
      - Pozorování předmětů a jevů
      - Předvádění (předmětů, modelů, pokusů, činností)
      - Demonstrace statických obrazů
      - Projekce statická a dynamická

   c) Metody dovednostně-praktické
      - Nácvik pohybových a pracovních dovedností
      - Žákovské laborování
      - Pracovní činnosti (v dílnách, na pozemku)
      - Grafické a výtvarné činnosti

2) Aktivizující výukové metody

a) Metody diskusní (rozprava, beseda, disputace, výměna názorů)
b) Metoda řešení problémů
c) Metody situační (z reálného života, profesní praxe)
d) Metody inscenační (sociální učení žáků na modelových problémových situacích, simulacích nějaké události, v nichž se kombinuje hraní rolí s řešením problémů)
e) Didaktické hry (interakční hry, simulační hry, scénické hry)

3) Komplexní výukové metody

a) Frontální výuka (učitel pracuje hromadně se všemi žáky ve třídě jednou společnou formou)
b) Skupinová a kooperativní výuka
c) Partnerská výuka (práce ve dvojicích)
d) Individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků
e) Kritické myšlení (řešení problémů na základě porozumění a schopnosti posuzovat stanoviska)
f) Brainstorming (metoda založena na diskusi a jejím hlavním cílem je kreativně řešit určitý představený problém
g) Projektová výuka
h) Výuka dramatem (divadelní prvky)
i) Otevřené učení (samostatná práce žáků ve více rozloženém čase)
j) Učení v životních situacích
k) Televizní výuka
l) Výuka podporovaná počítačem

2.3.2. Předmětové a metodické komise

Předmětové komise jsou složeny z pedagogů stejných nebo příbuzných předmětů. Jejich úkolem je stanovit vzájemné vztahy mezi jednotlivými předměty a jednotný postup při výuce stejných předmětů v různých třídách, různými učiteli. Na některých školách je jmenován operační sbor, který je složený z širšího vedení školy. Jeho členy jsou: ředitel, zástupce, vedoucí mezipředmětových komisí, výchovný poradce.

Náplní mezipředmětové komise je:

- členství v širším vedení školy
- účast v operačním sboru školy
- koordinuje tematické plány
- hodnotí práci učitelů podle daných kritérií
- organizuje a provádí hospitace v předmětech své komise
- spolupracuje s vedením školy při tvorbě personálního obsazení a úvazků
- navrhuje odměny za nadstandardní práci
- pořizuje zápisy z jednání mezipředmětové komise

Metodická komise je zpravidla tvořena z pedagogů odborných předmětů jednoho učebního oboru. Je hlavním činitelem při stanovení mezipředmětových vztahů a vzájemně propojuje vztahy mezi praxí a teorií. Její funkce není ničím nahraditelná, protože umožňuje učitelům vzájemnou úzkou spolupráci. Hlavním úkolem metodické komise je řešení konkrétních požadavků a rozvíjení vztahů mezi jednotlivými předměty. (Hvězdová, 1983)

Náplní metodické komise je:

- rozvoj vztahů mezi odbornými předměty
- věnuje pozornost začínajícím učitelům
- zvyšuje modernizaci výuky učiva, její formy a metody
- sjednocuje terminologii a výklad pojmů, klasifikaci
- vyjadřuje se ke klasifikaci žáků
- kontroluje plnění osnov
- připravuje kontrolní testy

2.3.3. Pedagogické řešení mezipředmětových vztahů

Vytváření úzkých vztahů mezi vyučovacími předměty, které vycházejí z praktické činnosti a povahy společenského poznání, je jedním z hlavních úkolů pedagogické teorie a praxe.

K jednotnému vzdělání je potřeba:

- **slučování vyučovacích předmětů**: danému tématu se ve světě věnuje velká pozornost, ale výsledky a názory nejsou vždy stejné. Realizace je však závislá na poznání

- **koordinace učiva**: uspořádání učiva v samostatných předmětech využívá učiva již dříve probraného v jiných předmětech a vyzdvihuje učivo, které bude později součástí jiných předmětů

- **střešní předměty**: syntetizují předměty, které shrnují učivo daného studijního oboru. Rozvijí a zároveň stanoví učivo celé oblasti a umožňují žákům hlouběji pochopit spojitost celého učiva

- **integrace založená na spolupráci učitelů**

- **integrace založená na tom, že jeden učitel vyučuje různé předměty:** tradičně na 1. stupni základní školy. Učitel vede žáky k mezipředmětové aplikaci vědomostí a dovedností a zároveň využívá svého předmětu. Výhodou je učitelova znalost druhého předmětu

- **úloha praxe při integraci obsahu vzdělání** – významným činitelem je praktická činnost žáků, při níž si ověřují teoretické poznatky v praxi. Na základní škole např. při pracovním vyučování. (Pařízek, 1984)

2.4. Motivace

Pro rozvoj zájmu žáků k učení je velmi důležitá motivace. Je to souhrn vnějších a vnitřních faktorů, které podněcují člověka dojít k nějakému cíli. Ovlivňuje hlavně úspěšnost žáků, jejich výkony, schopnosti a rozvoj osobnosti. Měla by u dětí vzbuzovat radost z pochopení nových informací, ale zároveň respektovat jejich individualitu a podporovat jejich sebevědomí, zodpovědnost a samostatnost.

2.4.1. Druhy motivace

Dle Pavelkové (2002) pro rozvíjení motivace žáků k učení je důležité rozlišovat vnější a vnitřní motivaci, které spolu úzce souvisí. Vnější a vnitřní motivaci rozlišujeme na základě působení vnějších popudů (tzv. incentiv) a osobních potřeb.

- **vnější motivace:** o vnější motivaci se mluví v situaci, kdy se jednotlivec neučí z vlastního zájmu, ale pod vlivem vnějších motivačních činitelů. Těmi mohou být známky, odměna nebo trest, snaha žáka splnit očekávání učitele nebo rodičů.

- **vnitřní motivace:** je považována za kvalitnější a stálejší než motivace vnější, neboť člověk vykonává určitou činnost kvůli ní samé, bez očekávání odměny. Má pozitivní dopad na úspěšnost žáka ve škole, kvalitu učení, koncentraci na vyučování a paměť. Vnitřní motivace je založena na rozvíjení a aktualizaci žákových potřeb:
    - **potřeba poznávací** – potřeba získávat nové informace,
    - **potřeba sociální** – potřeba sociálního vlivu a prestiže, obava z odmítnutí
    - **potřeba výkonová** – potřeba vyhnout se neúspěchu

2.4.2. Způsoby zvyšování motivace:

- **Vyučování hrou** – didaktické hry, kde se využívá zejména soutěživosti, a radosti ze hry, uvolněné atmosféry
- **Zadávání úloh** – ve kterých žák nachází dramatičnost, vědecké objevování
- **Programované učení** – motivačně se využívá samostatná práce, zpětné informace o možných řešeních
- **Učení činností** – dodržování zásady aktivity vyžaduje od učitele řídit výuku tak, aby žáci vyvinuli k poznávání praktickou činnost a zapojili do ní celou osobnost
- **Kooperativní a skupinové vyučování** – rozdělování žáků do skupin, ty měnit dle povahy učiva, kromě rozvoje sociálních potřeb dochází k propojení mezi společným cílem, úkolem, skupinou a jednotlivcem ve vzájemných vztazích
- **Aktuálnost problémů témat** – žákům by se měla ukazovat možnost praktického využití osvojovaných poznatků a přesvědčit je o potřebnosti získat dovednosti a vědomosti v reálném životě (Lokša, Lokšová, 1999)

3. Vzdělávací programy

3.1. Kurikulum

V roce 2001 vznikl pod záštitou Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy tzv. Národní program rozvoje vzdělávání v České republice. Jde o novou vládní strategii, též známou jako Bílá kniha, která formuluje koncepci, cíle a obsah vzdělávání. Obsahuje celou vzdělávací soustavu. A to vzdělání předškolní, základní, střední, terciární (vysokoškolské a vyšší odborné) a vzdělávání dospělých. V souladu s ní byl do vzdělávací soustavy České republiky v roce 2004 zaveden systém kurikulárních dokumentů (viz obr. 3). Tento systém se vztahuje na vzdělávání žáků od 3 do 19 let a je rozdělen do dvou úrovní: státní a školní. (RVP ZV, 2021). Po vydání Bílé knihy v roce 2001 se u nás začíná hojně používat pojem kurikulum. Tento termín existoval v Evropě již v době Jana Ámose Komenského, z jazykového povědomí se ale tento pojem vytratil. (Skalková, 2007)

Ve 20. letech 20. století se jako pedagogický pojem novodobě objevil v USA a koncem 60. let se v podobě tzv. kurikulárního hnutí dostal do západoevropských zemí. (Walterová, 1994) K nám se dostává až počátkem 90. let.

Slovo kurikulum je odvozeno z latinského *currere*, což v překladu znamená běh, nebo průběh. Jedná se o pojem, pro který neexistuje jednotná definice a výklad jeho významu se často liší. V Pedagogickém slovníku jsou uvedeny tři základní významy:

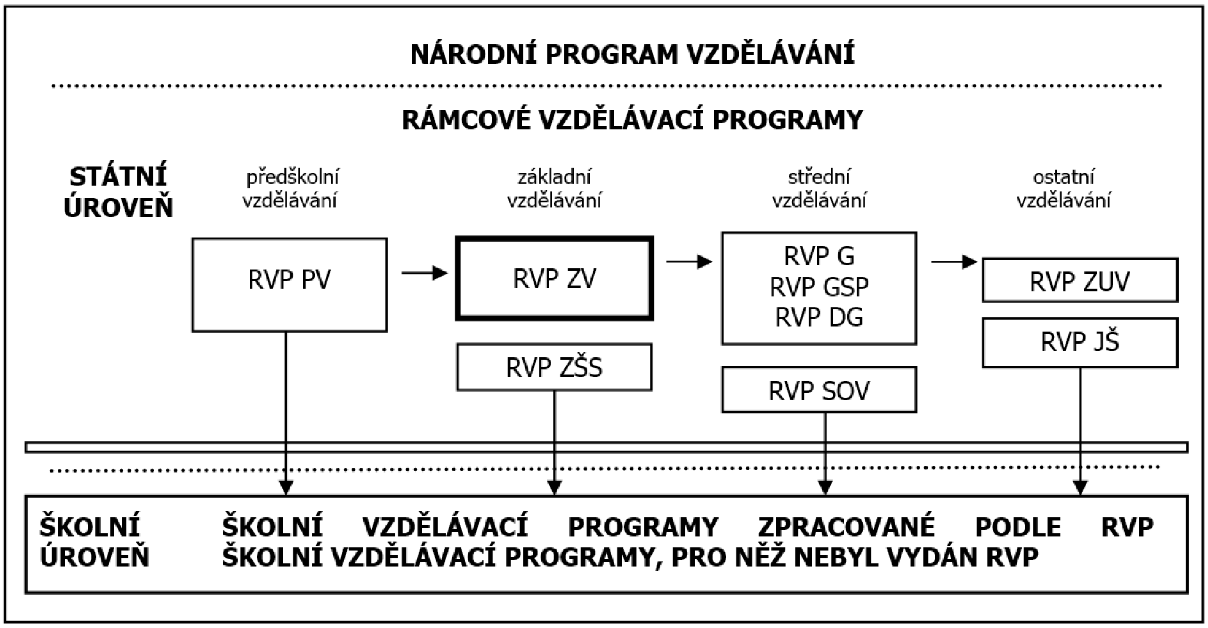
1. **Vzdělávací program, projekt, plán.**
2. **Průběh studia a jeho obsah.**
3. **Obsah veškeré zkušenosti**, kterou žáci získávají ve škole a v činnostech ke škole se vztahujících, její plánování a hodnocení.“ (Průcha, 2009b)

Kurikulární dokumenty, vymezují cíle, obsah a jiné vlastnosti vzdělávání nikoliv pro jednotlivé předměty, ale pro širší oblasti vzdělávání. (Průcha, 2009). Podle Průchy je „nejužitečnější chápat kurikulum jako obsah vzdělávání“ (Průcha, 2009a). Zároveň upozorňuje na to, že není možné ztotožňovat obsah vzdělávání s učivem. Učivo tvoří pouze jednu část obsahu vzdělávání. Tou druhou jsou očekávané výstupy-tedy znalosti, dovednosti, hodnoty a postoje, kterých mají žáci prostřednictvím učiva dosáhnout. (RVP ZV 2021)

Pro určení kurikula v užším slova smyslu se můžeme ztotožnit s Průchou (Průcha, 2013), který tvrdí, že „pro moderní pedagogiku je zřejmě nejužitečnější takový přístup, jenž chápe kurikulum jakožto obsah vzdělávání“.

Roviny kurikula rozlišujeme:

- **Zamýšlené kurikulum** – je to, co je ve vzdělávací soustavě určité země plánováno jako cíle a obsah vzdělání. Je obsaženo v učebních plánech, osnovách i učebnicích.
- **Realizované kurikulum** – je to, co učitel skutečně ve školní třídě realizuje, tj. přednese, navodí, vysvětlí, předvede atd.
- **Dosažené kurikulum** – označuje učivo, které si žáci skutečně osvojili. Jsou to především vědomosti a dovednosti žáků, které lze měřit a hodnotit. Jsou to i postoje žáků, které se obtížněji zjišťují, neboť jejich dosažení nemůžeme hodnotit na základě verbálních projevů žáků, ale podle jejich jednání v delším časovém období.



Obrázek 3: Systém kurikulárních dokumentů

LEGENDA:
RVP PV - Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání; **RVP ZV** - Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání; **RVP ZŠS** - Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělání základní škola speciální; **RVP G -** Rámcový vzdělávací program pro gymnázia; **RVP GSP**- Rámcový vzdělávací program pro gymnázia se sportovní přípravou; **RVP DG** - Rámcový vzdělávací program pro dvojjazyčná gymnázia; **RVP SOV** -Rámcové vzdělávací programy pro střední odborné vzdělávání; **RVP ZUV** – Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání; **RVP JŠ** - Rámcový vzdělávací program pro jazykové školy s právem státní jazykové zkoušky. (Zdroj: RVP,2021)

3.2. Rámcový vzdělávací program (RVP)

Do státní úrovně řadíme Rámcově vzdělávací programy, které jsou závazné pro všechny stupně vzdělávání (pro předškolní, základní, gymnaziální, střední odborné, jazykové a základní umělecké školy). Zdůrazňují klíčové kompetence, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem, uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě. Definují očekávanou úroveň vzdělání stanovenou pro všechny absolventy jednotlivých stupňů vzdělávání. RVP jsou centrálně zpracovanými pedagogickými dokumenty, které jsou vydány pro každý obor vzdělání samostatně. Stanovují závazné požadavky na vzdělávání pro jednotlivé stupně a obory vzdělání pro všechny typy škol. Důležitými body RVP jsou: plánování vzdělání, spojitost vzdělání s uplatněním nabytých vědomostí a dovedností v praktickém životě, celoživotní vzdělávání. RVP určuje, jaké vzdělávací cíle musí být naplněny a jakých výsledků je třeba dosáhnout a také stanovuje oblasti vzdělávání (např. jazykové, přírodovědné, ekonomické, odborné) a minimální počet hodin potřebný pro jejich výuku. Vymezuje formy vzdělávání (denní, dálková aj.), obsah vzdělání a jejich ukončení. (Co jsou rámcové a školní vzdělávací programy (RVP a ŠVP) | Infoabsolvent.cz)

3.3. Školní vzdělávací program (ŠVP)

Kurikulární politika umožňuje všem školám vytvořit si svůj vlastní program. Školní vzdělávací program je pedagogickým dokumentem, který si sestavují jednotlivé školy samy na základě příslušného RVP pro daný obor. Na školním vzdělávacím programu se podílejí pedagogové, kteří čerpají na základě svých zkušeností. Musí obsahovat následující závazné části: charakteristiku školy, identifikační údaje, charakteristiku ŠVP, učební osnovy, učební plány, hodnocení žáků a autoevaluace školy. Obsah si při zpracovávání lze rozdělit podle předmětů nebo jiných celků, které vychází z daného učiva.

Školní vzdělávací program umožňuje žákům vybrat si takovou školu, která svojí charakteristikou a zaměřením nejlépe odpovídá jejich požadavkům, a to umocňuje efektivnější vzdělávání.

3.4. Klíčové kompetence

První zmínka o klíčových kompetencích je z roku 1974. Teprve nyní ale nabývají na významu ve školním plánování a vzdělávání. Obsahově jsou neutrální a je možno je použít na jakýkoliv obsah výuky. Získávání kompetencí je celoživotní proces, udržující dynamičnost nových poznatků, učení. Tyto klíčové kompetence jsou vymezeny v RVP. (Belz, 2001)

3.4.1. Základní princip

Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti.

Jejich výběr a pojetí vychází z hodnot obecně přijímaných ve společnosti a z obecně sdílených představ o tom, které kompetence jedince přispívají k jeho vzdělávání, spokojenému a úspěšnému životu a k posilování funkcí občanské společnosti.

Smyslem a cílem je žáky vybavit souborem klíčových kompetenci na takové úrovni, které jsou schopni sami dosáhnout.

Klíčové kompetence se vzájemně prolínají, jsou multifunkční a lze je vždy získat jako výsledek celkového procesu vzdělávání. Proto je k jejich utváření a rozvíjení nutné směřovat veškerý vzdělávací obsah i činnosti, které ve škole probíhají. (RVP ZV, 2015)

3.5. Druhy klíčových kompetencí

V etapě základního vzdělávání jsou za klíčové považovány: kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské, kompetence pracovní, kompetence digitální.

Na konci základního vzdělávání žák:

- **kompetence k učení:**
  - umí využít efektivní způsoby a metody k učení, ochotně přijímá celoživotní učení
  - vyhledává a třídí informace, které dokáže zpracovat a využít v tvůrčích činnostech a praktickém životě
  - má pozitivní vztah k učení, osvojuje si učivo a je schopný ho využít v jiných předmětech a reálném životě
  - poznává smysl a cíl učení, kriticky zhodnotí výsledky svého učení
- **kompetence k řešení problémů**
  - rozpozná a pochopí problém, přemýšlí o nesrovnalostech a jejich příčinách, promyslí způsob řešení problémů
  - vyhledá informace vhodné k řešení problému
  - je schopen kritického myšlení, ví, co je zodpovědnost, a je schopen za své činy nést následky
- **kompetence komunikativní**
  - má rozšířenou slovní zásobu, kterou dokáže využít v písemném i ústním projevu, obhajuje své názory, umí přijmout kritiku od druhých lidí
  - využívá informační, komunikační prostředky a technologie pro kvalitní komunikaci, rozumí různým typům textů, reaguje na ně a tvořivě je využívá
- **kompetence sociální a personální**
  - účinně spolupracuje ve skupině, podílí se na vytváření pravidel práce v týmu
  - podílí se na utváření příjemné atmosféry v týmu, na základě ohleduplnosti a úcty při jednání s druhými lidmi
  - kontroluje své jednání a chování, utváří si představy o ostatních a sobě samém

- **kompetence občanské**
    - uznává přesvědčení druhých lidí, váží si jejich hodnot, odmítá útlak a hrubé zacházení
    - zodpovědně se chová v krizových situacích, ohrožujících život a zdraví člověka
    - respektuje zákony a společenské normy, uvědomuje si svá práva nejen ve škole, ale i mimo školu
    - chrání a uznává historické a kulturní tradice státu, ve kterém žije, je hrdý na svou zemi, aktivně se zapojuje do kulturního dění a sportovních aktivit
    - chápe ekologické a environmentální problémy, podporuje ochranu zdraví, životního prostředí a trvale se podílí na rozvoji společnosti
- **kompetence pracovní**
    - používá bezpečně nástroje a materiály, dodržuje pravidla a pokyny nadřízeného, plní povinnosti a závazky
    - přistupuje k výsledkům činnosti nejen z hlediska kvality, funkčnosti a hospodárnosti, ale i z hlediska ochrany svého zdraví i zdraví ostatních, ochrany životního prostředí
    - užívá znalostí a zkušeností získaných vzděláním, praxí v zájmu vlastního rozvoje a příprav na budoucnost
- **kompetence digitální**
    - ovládá digitální technologie, využívá je při učení i při zapojení do života školy, k usnadnění a zkvalitnění práce,
    - vytváří digitální obsah, spravuje a sdílí data a informace, seznamuje se s novými technologiemi, kriticky hodnotí jejich přínos a zajímá se o rizika jejich využívání
    - v digitálním prostředí jedná eticky, předchází situacím ohrožujícím bezpečnost zařízení a dat, ale i tělesné a duševní zdraví své i ostatních

3.6. Vzdělávací oblasti

Vzdělávací obsah základního vzdělávání je v RVP ZV rozdělen do devíti vzdělávacích oblastí, které jsou tvořeny jedním vzdělávacím oborem nebo více obsahově blízkými vzdělávacími obory:

- Jazyk a jazyková komunikace (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk, Další cizí jazyk)
- Matematika a její aplikace
- Informatika
- Člověk a jeho svět
- Člověk a společnost (Dějepis, Výchova k občanství)
- Člověk a příroda (Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis)
- Umění a kultura (Hudební výchova, Výtvarná výchova)
- Člověk a zdraví (Výchova ke zdraví, Tělesná výchova)
- Člověk a svět práce

Z jednoho vzdělávacího oboru může být vytvořen jeden vyučovací předmět nebo více vyučovacích předmětů, nebo případně může vyučovací předmět vzniknout integrací vzdělávacího obsahu více vzdělávacích oborů.

4. Matematika a její aplikace, Člověk a příroda

Matematika a její aplikace a Člověk a příroda jsou vzdělávací oblasti, které jsou více či méně propojeny. Obě mají mnoho společných otázek, ale každý z oborů na ně má jinou odpověď. Zeměpis se vyskytuje na pomezí dvou vzdělávacích oblastí a je schopen propojit témata přírodní i společenská. Vzdělávání zeměpisem si nelze představit bez použití mapy, a právě mapa může být příkladem, na kterém lze vyjádřit souvislost mezi matematikou a zeměpisem.

Cílem spojení těchto vzdělávacích oblastí je rozvíjet racionální myšlení na základě vlastních poznatků a zkušeností.

4.1. Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace, tvoří jediný vzdělávací obor stejnojmenné vzdělávací oblasti. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě, a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Žáci si postupně osvojují matematické pojmy, algoritmy, terminologii a způsoby nabytých vědomostí v praxi.

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru je rozdělen do 4 tematických okruhů:

- Čísla a početní operace (na 2. stupni pak Číslo a proměnná)
- Závislosti, vztahy a práce s daty
- Geometrie v rovině a v prostoru
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Ke každému tematickému okruhu jsou stanoveny výstupy pro první a druhý stupeň základního vzdělávání. V této práci nás zajímá vzdělávací obsah vzdělávacího oboru pro 2. stupeň.

V tematickém okruhu ***Číslo a proměnná*** si žáci na druhém stupni osvojují aritmetické operace. To zahrnuje tři složky: dovednost provádět početní operace, algoritmické porozumění (porozumění postupu, kterým je početní operace prováděna) a porozumění významu (dovednost propojit nabyté vědomosti v reálné situaci). Žáci se učí provádět početní operace v oboru celých a racionálních čísel (ve výpočtech užívají druhou mocninu a odmocninu), řeší aplikační úlohy na procenta, zaokrouhluje a provádí odhady s danou přesností (využití kalkulátoru). Učí se dělitelnosti v oboru přirozených čísel, pracuje s měřítky map a plánů, umí určit hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny. Využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel.

V tematickém okruhu ***Závislosti, vztahy a práce s daty*** žáci rozpoznávají změny a závislosti, které jsou projevem běžných jevů z reálného života. Tyto změny se učí analyzovat z tabulek, grafů a diagramů. Na druhém stupni žáci určují vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti, vyjadřují funkční vztah tabulkou, grafem nebo rovnicí. Vyhodnocují a zpracovávají data, umí porovnat soubory dat.

V tematickém okruhu ***Geometrie v rovině a v prostoru*** žáci znázorňují geometrické tvary, zjišťují podobnost a odlišnost útvarů, které se nachází kolem nás. Jejich zkoumání vede žáky k řešení metrických úloh, které vychází z běžného života. Žáci na druhém stupni určují velikost úhlu měřením a výpočtem, načrtne a sestrojí rovinné útvary, sítě základních těles a obraz jednoduchých těles v rovině. Určí osově a středově souměrný útvar a umí řešit geometrické úlohy a využívat potřebnou matematickou symboliku.

V tematickém okruhu ***Nestandardní aplikační úlohy a problémy*** se žáci učí řešit problémové situace a jednoduché praktické slovní úlohy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech. Žáci užívají logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů. Řeší příklady na prostorovou představivost, aplikují a kombinují poznatky z různých vzdělávacích oblastí. Obtížnost je závislá na rozumové vyspělosti žáků a rozvíjí u nich logické myšlení. (RVP PV září 2021.pdf, MŠMT ČR)

4.2. Člověk a příroda

Aby člověk lépe pochopil přírodu a její zákonitosti, musí postupně poznávat souvislosti mezi stavem přírody a lidskou činností. Udržování přírodní rovnováhy je důležité pro existenci živých systémů i člověka. Tato vzdělávací oblast podporuje u žáka myšlení a hloubavost, která zkoumáním nových poznatků flory a fauny ovlivňuje jeho i okolí. Laboratorní práce, které jsou součástí výuky, jim umožní rozvíjet svoji vynalézavost, tvořivost a spolupráci s ostatními.

Mezi obory vzdělávací oblasti Člověk a příroda patří Fyzika, Chemie, Přírodopis a Zeměpis. Tyto předměty umožňují žákům více porozumět zákonitostem přírodních procesů a aplikovat je v praktickém životě. Různými metodami si žáci osvojují i důležité dovednosti. „Jedná se především o rozvíjení dovednosti soustavně, objektivně a spolehlivě pozorovat, experimentovat a měřit, vytvářet a ověřovat hypotézy o podstatě pozorovaných přírodních jevů, analyzovat výsledky tohoto ověřování a vyvozovat z nich závěry“. (RVP PV září 2021.pdf, MŠMT ČR)

Žáci se učí poznatkům, že bez přírody nemůžeme existovat. Důležitá je pak závislost člověka na přírodních zdrojích a vlivu lidské činnosti na stav životního prostředí. Uvědomění si, jak svými činy ovlivňují stav životního prostředí a špatné rozhodnutí může mít vliv i na lidské zdraví. Rozpoznávají změny v přírodě, uvažují o průběhu a příčinách různých přírodních procesů, které mají vliv na ochranu životního prostředí. (RVP PV září 2021.pdf, MŠMT ČR)

V praxi se tematické okruhy často propojují. Pro využití matematiky v zeměpisu jsem vycházel z témat okruhů Číslo a početní operace, Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

„Matematiku právem řadíme mezi nejstarší vědní disciplíny. Ale patří také do kategorie estetických a kulturních zážitků. Od umění se liší tím, že ji jde těžko vnímat bez určitých, často značných a specializovaných znalostí. Nicméně vztah matematiky ke kultuře tady je, a není to jen prvoplánový vztah mezi geometrií a perspektivou nebo mezi hudebními akordy a číselnými poměry v délkách strun. Mnohem důležitější je dar harmonie a vnitřního souladu, který dovede matematika poskytnout.“ (Mareš, 2011)

Matematika je přírodní vědou, která se vyznačuje přesností a nezpochybnitelností výsledků. Tím se také liší od ostatních disciplín. Lidé většinou ovládají elementární matematiku, zabývající se základními operacemi s čísly, řešením jednoduchých rovnic a praktických úloh. Z formálního hlediska se matematika zabývá kvantitou, strukturou, prostorem a změnou.

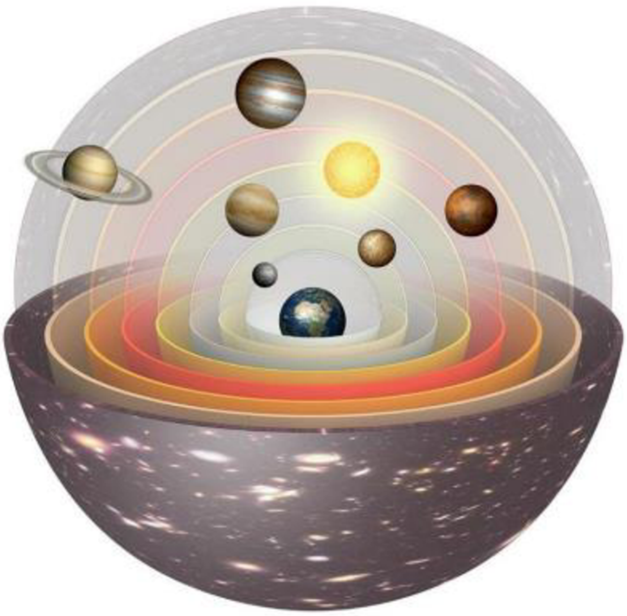
I zeměpis se vyskytuje na rozhraní dvou vzdělávacích oblastí a je schopen propojit přírodní a společenské vědy. Jednotlivá zeměpisná témata se každého z nás nějakým způsobem dotýkají, a proto se snažíme vytvořit žákům dostatečný základ teoretických znalostí, který jim umožní samostatně či skupinově tvořit, obhajovat a vytvářet vlastní názory a rozhodovat se. Geografii lze rozdělit na několik dílčích disciplín – fyzická geografie, humánní geografie, regionální geografie a kartografie.

Zeměpisné vzdělávání si nelze představit bez použití mapy, kterou je možné geografický jev prezentovat. Lze jej vyjádřit i slovem, ale mapové vyobrazení má mnohem vyšší vypovídající schopnost a názornou představivost. A právě mapa může nejlépe znázornit souvislosti mezi zeměpisem a matematikou. S mapou se setkáváme nejen ve vědě a výzkumu, ve školství, v hospodářství, ale i v praktickém životě.

5. Země jako součást sluneční soustavy

Dnes je velmi obtížné říci, kdy přesně se zrodila astronomie (z pravěku se k nám téměř žádné informace nedostaly). Ve vzdálené době, kdy lidé byli zcela bezmocní před krutou přírodou začínala vznikat víra v mocné síly. Tyto síly měly údajně tak velikou moc, že stvořily svět, kterému i vládnou. Po dlouhá staletí byly planety, Slunce a Měsíc zbožštěny.

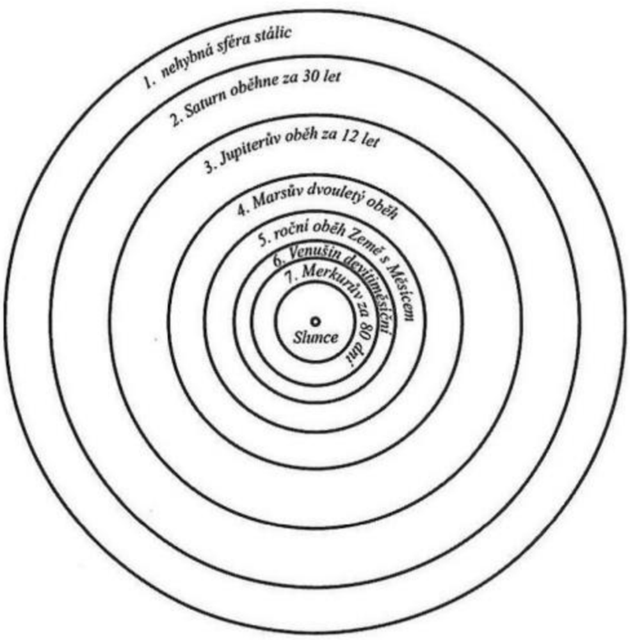
Lidé si původně Zemi představovali různými způsoby, nejdříve jako plochý plující disk a mnohem později jako kouli, která se volně vznáší v prostoru. Mezi první, kteří se pokoušeli odpovědět na otázku, jak vypadá vesmír, byla řecká antická věda. Právě zde, kde se nacházela pythagorejská škola s rozvíjející se geometrií, se mohlo popisovat pozorování oblohy. Doprostřed vesmíru byly lidmi dosazovány různé útvary, především Země. Okolo naší planety obíhají všechna nebeská tělesa takovým způsobem, jako by byla upevněna na průhledných koulích neboli sférách. Nejvzdálenější byla sféra hvězd, poté následovaly sféry Saturnu, Jupiteru, Marsu, sféra Slunce, poté Venuše, Merkur a nejblíže Zemi byla sféra Měsíce. Tyto sféry vykonávají různou rychlostí kruhový pohyb kolem Země.



Obrázek 4: Geocentrický model

Tato teorie o postavení nebeských těles a jejich pohybech, kde planeta Země je ve středu světa, se nazývá **geocentrická soustava** (viz obr. 4). Mezi významné představitele patří především alexandrijský astronom Ptolemaios, podle kterého se geocentrický systém často označuje jako systém Ptolemaiův. Geocentrická soustava byla oficiálně uznávaná ještě po celý středověk. I když dnes už víme, že Země není středem vesmíru, ani středem Mléčné dráhy, šlo tehdy o myšlenky a úvahy velmi pokrokové.

Soustava, která pokládá za střed vesmíru či sluneční soustavy Slunce, kolem které obíhá Země s ostatními planetami po přibližně kruhových drahách, se označuje jako **heliocentrická soustava** (viz obr. 5). Tato teorie se ujala teprve v 16. století zásluhou polského astronoma Mikuláše Koperníka. V roce 1543 vypracoval a uveřejnil pojednání, v němž vysvětlil nový reálný názor o postavení Země ve sluneční soustavě. Ve svém spise „De revolutionibus orbium coelestium“ vysvětlil zdánlivý pohyb hvězdné sféry rotací Země kolem své osy od západu na východ a zdánlivý pohyb Slunce po ekliptice skutečným pohybem Země okolo Slunce. Složité smyčky drah planet odůvodnil kombinací pohybů Země a planet, čímž i dokázal, že jsou pohybem zdánlivým. Koperníkova heliocentrická soustava pokládá za střed vesmíru Slunce, kolem které obíhají planety Merkur, Venuše, Země s Měsícem, Mars, Jupiter a Saturn.



Obrázek 5: Oběžné dráhy planet podle Mikuláše Koperníka

Koperníkův názor o sluneční soustavě je názor vědecký, vzniklý na základě přímého pozorování a pečlivého studia. Jeho zásluhou se dostala astronomie na nové správnější cesty. Koperníkova představa o Slunci jako středu sluneční soustavy byla plně prokázána a stala se i po doplnění dalšími názory jednou ze stavebních kamenů dnešního světového názoru.

Koperníkův objev byl začátkem 17. století doplněn německým astronomem Janem Keplerem, který stanovením zákonů o pohybech planet vysvětlil, jak se jednotlivá tělesa pohybují okolo Slunce. V roce 1667 anglický fyzik Isaac Newton odpověděl na otázku, proč se tato tělesa přitahují svým zákonem o gravitační síle.

Tabulka 1: Porovnání vzdáleností planet od Slunce naměřené M. Koperníkem a dnešními výsledky (hodnoty jsou měřeny v astronomických jednotkách – vzdálenost Země od Slunce)

	Merkur	**Venuše**	**Země**	**Mars**	**Jupiter**	**Saturn**
M. Koperník	0,395	0,719	1,000	1,512	5,219	9,174
Dnešní astronomie	0,387	0,723	1,000	1,524	5,203	9,539

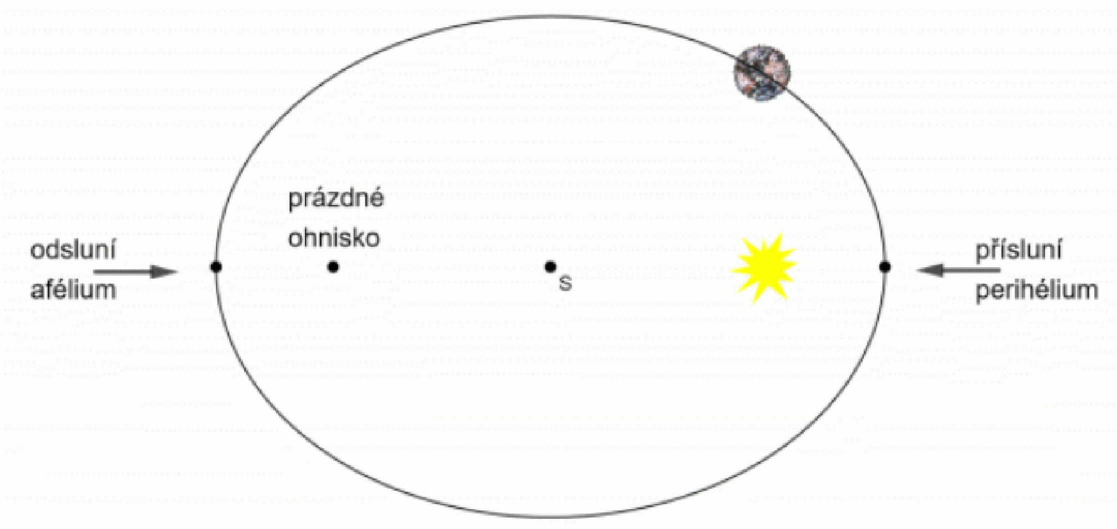
5.1. Keplerovy zákony

Jan Kepler objevil na základě výsledků pozorování astronoma Tycho de Brahe zákony o pohybu planet. Kepler tak stanovil tři zákony o pohybech planet.

1. Keplerův zákon

„Planety obíhají kolem Slunce po eliptických drahách, v jejichž jednom společném ohnisku je Slunce.“

Planeta je na své eliptické dráze vůči ohnisku (Slunci) nejblíže (perihelium, přísluní) a jednou nejdále (afélium, odsluní). Země je v perihéliu počátkem ledna a v aféliu počátkem července. Spojnice



Obrázek 6: Elipsa jako tvar dráhy planet

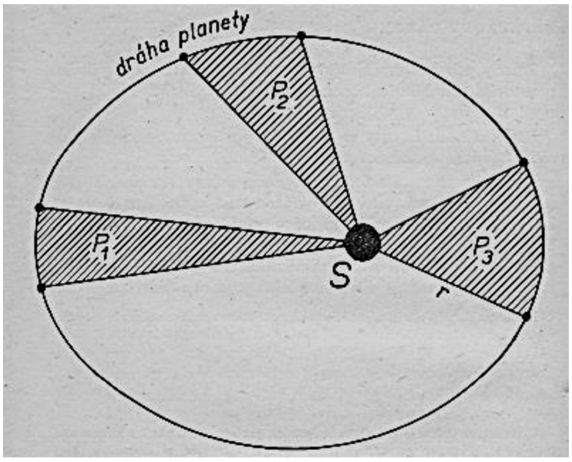
Poměr vzdálenosti ohniska F (Slunce) od středu elipsy S k hlavní poloose elipsy a je číselná výstřednost e (numerická excentricita), která charakterizuje zploštění elipsy:

$$e = \frac{SF}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

Z uvedeného vzorce je zřejmé, že hodnota excentricity se pohybuje v intervalu od 0 do 1 při nulové excentricitě přechází elipsa v kružnici a při hodnotě rovna 1 přechází v úsečku. Eliptické dráhy planet mají výstřednost malou a jejich dráhy jsou velmi blízké kružnicím.

2. Keplerův zákon

„Plochy opsané průvodičem planety za stejnou dobu jsou stejně veliké.“

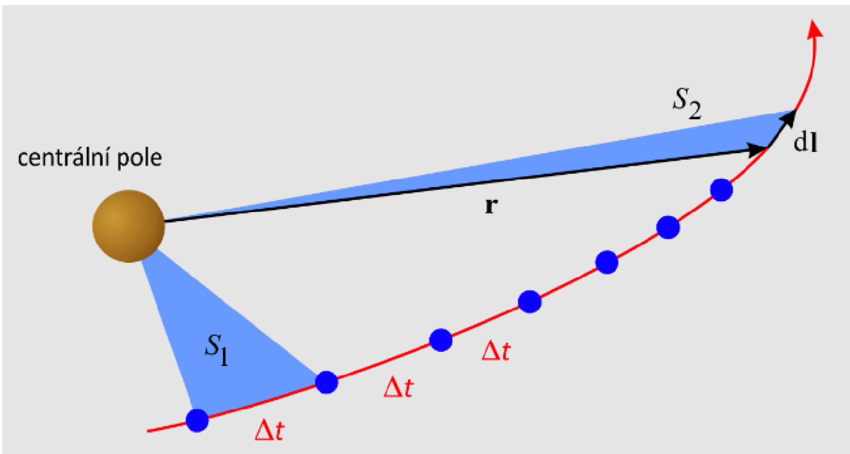


Obrázek 7: Plocha opsaná průvodiči zůstává za stejnou dobu stejná

Poněvadž Slunce není ve středu eliptické dráhy, ale v jejím ohnisku, musí planeta v různých místech své oběžné dráhy proletět za stejnou dobu různě dlouhý úsek své dráhy. Z toho plyne, že rychlost pohybu planety není rovnoměrná. V perihеliu je rychlost největší a v aféliu nejmenší. Jinými slovy, čím je planeta blíže Slunci, tím se rychlost oběhu planety zvětšuje a naopak. Severní polokoule, která je přivrácená ke Slunci v aféliu, má proto letní období delší než zimní. Letní půlrok trvá 186 dní a je tedy o 7 dní delší než zimní, který trvá 179 dní.

2. Keplerův zákon o rovnosti ploch říká, že S (Slunce) je v ohnisku elipsy, plochy P, P_2, P_3 jsou opsané průvodičem planety r za stejnou dobu. Platí:

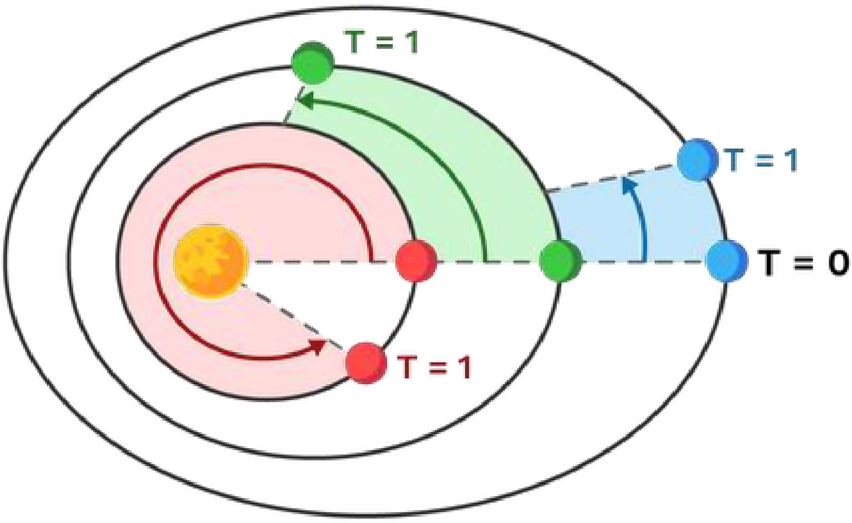
$$P_1 = P_2 = P_3$$



Obrázek 8: 2. Keplerův zákon

3. Keplerův zákon

„Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je stejný jako poměr třetích mocnin jejich hlavních poloos (středních vzdáleností těchto planet od Slunce).“



Obrázek 9: Znázornění 3. Keplerova zákona

V aféliu je planeta od Slunce vzdálena o $(a+e)$, v perihéliu o $(a-e)$. Střední vzdálenost se proto rovná velké poloose a.

Označíme-li doby oběhů dvou planet T_1, T_2 a jejich střední vzdálenosti od Slunce a_1, a_2, můžeme tento zákon vyjádřit vzorcem:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Z doby oběhu můžeme tedy vypočítat střední vzdálenost od Slunce a naopak.

Příklad 5.1: Ověřte platnost 3. Keplerova zákona na Zemi a libovolné další planetě sluneční soustavy.

Řešení:

Do vzorce $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ budeme používat stejné jednotky (u časů (T) roky a u vzdáleností (a) astronomické jednotky AU).

Jednou z planet je Země: $T = 1$ rok, $a = 1\,AU$ $\Longrightarrow$ upravíme vzorec do tvaru: $\frac{T_Z^2}{a_Z^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$, po dosazení se levá strana rovná 1 $\Longrightarrow$ pravá strana se také musí rovnat jedné.

Merkur: $a = 0{,}387\,; T = 0{,}241; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{0{,}241^2}{0{,}387^3} = 1$

Venuše: $a = 0{,}723\,; T = 0{,}615; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{0{,}615^2}{0{,}723^3} = 1$

Mars: $a = 1{,}524\,; T = 1{,}88; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{1{,}88^2}{1{,}524^3} = 1$

Jupiter: $a = 5{,}203\,; T = 11{,}9; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{11{,}9^2}{5{,}203^3} = 1$

Saturn: $a = 9{,}539\,; T = 29{,}5; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{29{,}5^2}{9{,}539^3} = 1$

Uran: $a = 19{,}3\,; T = 84{,}0; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{84{,}0^2}{19{,}3^3} = 1$

Neptun: $a = 30{,}3\,; T = 168; \Longrightarrow \frac{1^2}{1^3} = \frac{168^2}{30{,}3^3} = 1$

Příklad 5.2: Za jak dlouhou dobu by oběhla Země kolem Slunce, tj. jak dlouho by trval rok, kdyby byla Země od Slunce vzdálena třikrát tolik, kolik je vzdálena dnes?

Řešení:

Vzdálenost Země – Slunce $(a) = 150$ mil. km, doba oběhu Země kolem Slunce $(T_1) = 1$ rok

$$\frac{1^2}{T^2} = \frac{150^3}{450^3}$$

$$T^2 = \frac{450^3}{150^3} = \frac{(3 \cdot 150)^3}{150^3} = 3^3$$

$$T = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} = 3 \cdot 1{,}73 = 5{,}19 \text{ roku} \qquad \Rightarrow \quad 0{,}19 \cdot 365 = 69{,}35$$

Kdyby byla Země vzdálena třikrát tolik, než je dnes, oběhla by okolo Slunce za 5 let a 69 dní.

Příklad 5.3: Země obíhá kolem Slunce za 365,25 dní, přitom střední vzdálenost Země od Slunce je 149,5 mil. km. Venuše oběhne Slunce za 224,7 dní. Určete střední vzdálenost Venuše od Slunce.

Řešení:

Venuše: $T_1 = 224{,}7$

$a_1 = ?$

Země: $T_2 = 365{,}25$

$a_2 = 149{,}5$ mil.

$$\frac{224{,}7^2}{365{,}25^2} = \frac{a_1^3}{149{,}5^3}$$

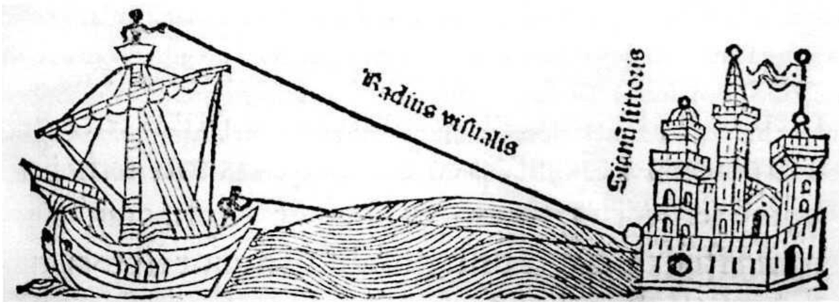
$$a_1^3 = \frac{224{,}7^2}{365{,}25^2} \cdot 149{,}5^3 \doteq 1\,264\,588{,}6325$$

$$a_1 = \sqrt[3]{1\,264\,588{,}6325} \doteq 108{,}14$$

Venuše je vzdálena od Slunce 108,14 mil km.

6. Historické určování tvaru Země

Podle prvotních představ měla Země různé tvary, které se v průběhu věků měnily. Ve starověku měli lidé různá pojetí o tvaru Země jako například o čtyřúhelníku obklopeného horami, kruhovém disku obklopeném oceánem až po útvar spočívající na třech velrybách nebo čtyřech slonech. Postupem času se začala proti tomuto tvrzení objevovat různá pozorování s prvotními důkazy o kulatosti Země. Aristoteles ve 4. století před Kristem podal první důkazy, například při pozorování připlouvající lodi na mořském obzoru, bylo nejdříve vidět stěžně, následně palubu a poté tvar lodi. (viz. obr. 10) Tento jev nasvědčoval tomu, že Země má tvar koule. Dalším důkazem bylo, že při cestování na sever a na jih se mění výška hvězd, především Polárky. Při částečném zatmění Měsíce vrhá Země kruhový stín.



Obrázek 10: Důkaz kulatosti Země

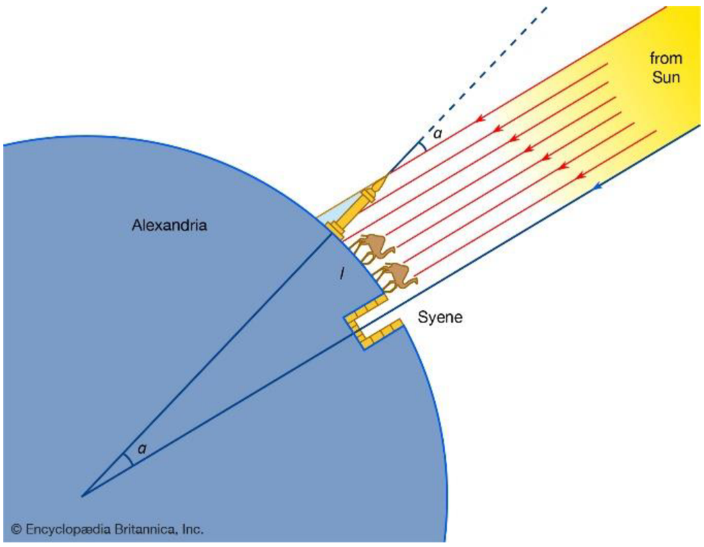
Alexandr Makedonský v Egyptě na jednom z ramen Nilu, na živé křižovatce obchodních cest dal založit město, které pojmenoval Alexandrie. Lidem se toto místo zalíbilo a bylo dost takových, kteří se tam chtěli usadit, a tak město rostlo a vzkvétalo. Lidé považovali za skutečný zázrak Alexandrie knihovnu a Múseion. To, čemu říkali Múseion čili Obydlí Múz, božských ochránkyň věd, poezie a umění, byla v podstatě první univerzita či akademie věd na světě. V Múseiu bydleli a pracovali vědci, básníci a filozofové z celé Oikumené. (Tomilin, 1989)

Ve třetím století před naším letopočtem žil v Múseiu zeměpisec a astronom Eratosthenés, který byl jedním z prvních ředitelů alexandrijské knihovny. Proslavil se tím, že kromě vědeckého popisu všech známých zemí také určil rozměry zeměkoule. Eratosthenés uslyšel od kupců, kteří přijeli ze Syéné (dnešní Asuán), že v den letního slunovratu (21. 6.), což je nejdelší den roku, tam paprsky poledního slunce ozařují vodu v nejhlubší studni ve městě. To znamenalo, že paprsky dopadají přesně kolmo. Slunce tím pádem musí být přímo v zenitu, což je způsobeno tím, že Syéné leží na obratníku Raka a zenitová vzdálenost Slunce je nula.

Eratosthénova úvaha o změření Země byla založena na stanovení vzdálenosti „s“ dvou míst na stejném poledníku, které odpovídá na zemské kouli středový úhel α. Z takto získaných znalostí by pak bylo jednoduché odvodit zemský obvod za předpokladu, že by Země byla ideálně kulaté těleso. Eratosthenés si zvolil vzdálenost mezi Syéné a Alexandrií, která činila 5 000 stádií a předpokládal, že tato města leží na stejném poledníku. Tohle samé měření provedl Eratosthenés i v Alexandrii, které již na obratníku neleží, a proto zde musel změřit výšku Slunce. Zjistil, že zenitová výška Slunce v poledne v době letního slunovratu je 7,2°, což odpovídá hodnotě 1/50 celkového obvodu kruhu. Pokud tedy označíme vzdálenost mezi Alexandrií a Syéne jako „s“, tak na základě této úvahy může vypočítat obvod Země „o“:

$$\frac{s}{o} = \frac{\alpha}{360°} \quad \Rightarrow \quad o = \frac{s \cdot 360°}{\alpha}$$

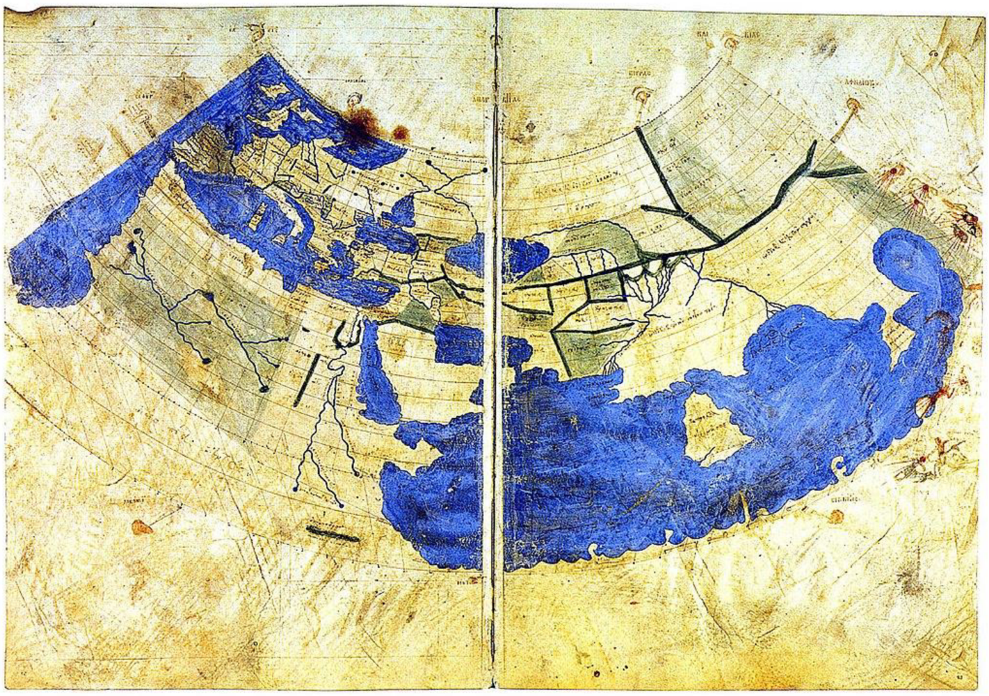
Tradiční formou starořeckých měr byl stadion, který odpovídal délce přibližně 185 metrů. Při takové hodnotě by vypočtený obvod Země činil 46 232 km, to by znamenalo přibližně 15 % chybu, protože skutečný obvod rovníku je 40 074 km. Problémem výše zmíněných měření je ten fakt, že nevíme, v jakých jednotkách Eratosthénes měřil. Pokud by však pracoval s tzv. krátkými stádii (zhruba 157,2 metru) pak by výsledek činil téměř přesnou hodnotu 39 688 km. Lze tedy říci, ať už výpočet byl proveden podle jakýchkoliv měr, Eratosthénův úvodní úsudek byl excelentní. (Tichý, Švec,1965)



Obrázek 11: Eratostnénovo měření

Mořeplavci, kteří podnikali své plavby mezi jednotlivými částmi Oikumené, zřejmě znali vzdálenosti mezi jednotlivými místy ve stádiích i dnech cesty a předávali tyto údaje jeden druhému. Pro stanovení správného směru cesty vedli řečtí zeměpisci na mapách pomocné čáry procházející místy, která cestovatelé znali. Jedna z nich, takzvaná diafragma, začínala Héraklovými sloupy (Gibraltarský průliv), pokračovala Středozemním mořem, Messinským průlivem a jižním koncem Peloponnésu k ostrovu Rhodos a dále se táhla podél jižního úbočí maloasijského pohoří Taurus. Vedla tak rovnoběžně s rovníkem a dělila celou Oikumené na dvě části. Diafragmu pak přetínala další čára, která na jihu začínala v zemi Meroe (dnešní Numibie) v údolí Nilu. Od hlavního města říše tato čára vedla na sever po Nilu do Alexandrie, potom přes ostrov Rhodos a Bospor k ústí Borysthenu čili Dněpru. Čáry značně ulehčily sestavování map. (Tomilin, 1989)

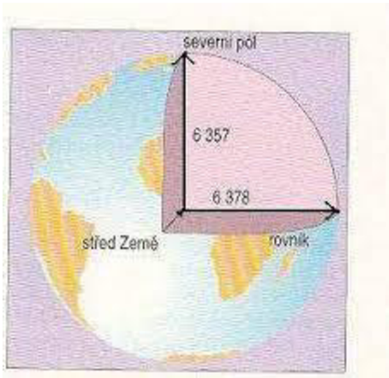
Později se k nim začaly přidávat další, s nimi rovnoběžné čáry, které vedly jinými významnými body antického světa. Ve druhém století našeho letopočtu slavný matematik, astronom, zeměpisec a meteorolog Klaudius Ptolemaios vyznačil na mapě celou síť rovnoběžek a poledníků. Od západu k východu probíhaly rovnoběžky a kolmo k nim poledníky, od severu k jihu.



Obrázek 12: Nejstarší dochovaná mapa světa Ptolemaiovců, překreslená podle jeho 1. projekce mnichy roku 1300

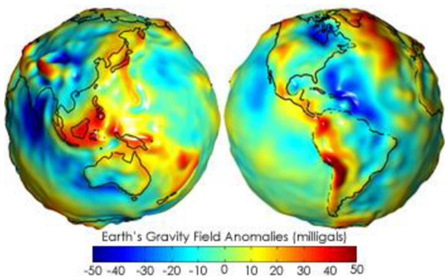
7. Země jako těleso

Ačkoliv naši modrou planetu nazýváme Zeměkoule, tak v geometrickém slova smyslu má do koule velmi daleko. Pokud pozorujeme Zemi z vesmíru, tak na první pohled se nám jeví jako koule. Když si naši planetu ale detailněji zaostříme, zjistíme, že naše Země je na pólech lehce zploštělá a nemá tak dokonalý tvar koule. Je to dáno především působením dvou sil, a to síly odstředivé a gravitační (viz obr. 13). Odstředivá síla je způsobená rotací Země kolem své osy. Tato síla se zvyšuje se vzdáleností od osy rotace, tedy na rovníku je největší, zatímco na zemských pólech je naopak nejmenší. To je také důvodem mírného zploštění, které se projevuje v oblasti zemských pólů.



Obrázek 13: Tvar a velikost Země

Navíc povrch Země je velmi členitý; nejvyšším bodem je Mount Everest (8 849 m n. m.) a nejhlubším bodem je Mariánský příkop s hloubkou téměř 11 km. Tvar zemského tělesa je značně nepravidelný a z tohoto důvodu můžeme Zemi označit názvem geoid (viz. obr. 14). Tohle označení je spíše fyzikální vyjádření tvaru Země nežli matematické. Matematické vyjádření je však natolik složité, že již v roce 1872 ji Johann Benedict Listing definoval jako „matematicky nedefinovatelnou plochu“. Pro praktické účely, zejména pro výpočty se používají nejrůznější aproximace. Zemský povrch proto nahrazujeme nějakými matematicky jednodušeji definovanými tělesy, které označujeme jako referenční plochy. Do této skupiny se řadí referenční elipsoid, referenční koule a referenční rovina.



Obrázek 14: Geoid

7.1. Referenční elipsoid

Pro aproximaci geoidu na matematicky relativně jednoduše definovatelné těleso se nejvíce využívá rotačního elipsoidu. Pokud zvolíme vhodné rozměry, které se jen málo liší od geoidu, volí se v kartografii a geodézii pro geometrické vyjádření uvedených vztahů rotační elipsoid (viz obr. 15).

Rotační elipsoid je charakterizován svou průřezovou elipsou (s hlavní poloosou a, vedlejší b), která má v soustavě rovinných pravoúhlých souřadnic rovnici:

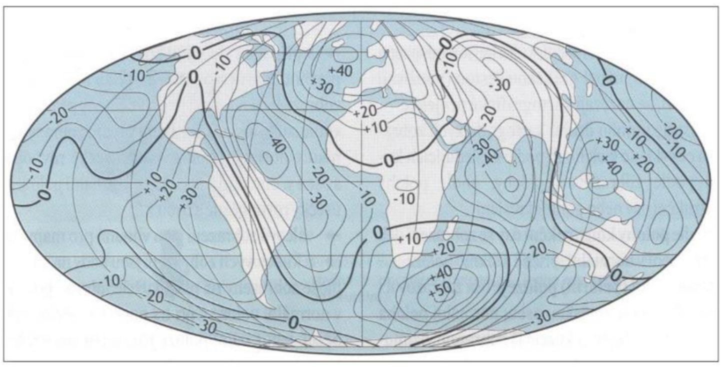
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Rotací této elipsy kolem vedlejší osy vznikne rotační elipsoid, jehož rovnice v soustavě pravoúhlých prostorových souřadnic je dána vztahem:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

kde x, y, z jsou osy pravoúhlé soustavy souřadnic v prostoru, x, y, leží v rovině rovníku a z leží v ose rotace.

Umístíme-li rotační elipsoid v geoidu tak, že jeho geometrický střed ztotožníme s těžištěm geoidu, a to vedlejší osu s myšlenou osou zemské rotace a rovinu rovníku s rovinou rovníku geoidu, dostaneme tzv. zemský elipsoid. Takový rotační elipsoid, který se celý nebo jenom jeho část dobře přimyká ke geoidu, se nazývá referenční elipsoid. U referenčního elipsoidu jsou vymezeny dva základní pojmy, a to trojosý referenční elipsoid a rotační referenční elipsoid. Jsou to taková tělesa, jejichž tvar dokážeme vyjádřit matematicky v soustavě pravoúhlých prostorových souřadnic. (Šimáček, 2014)



Obrázek 15: Odchylky (v metrech) elipsoidu od geoidu znázorněné pomocí izolinií

7.1.1. Trojosý referenční elipsoid

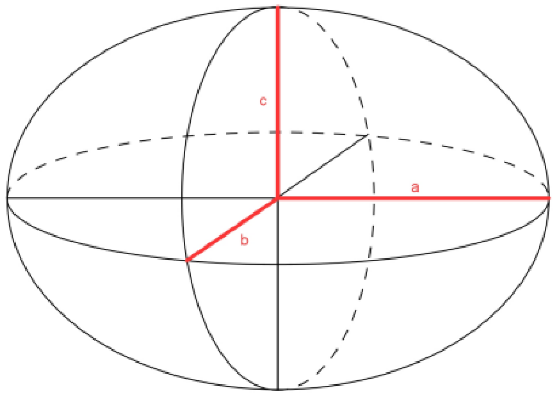
Nejbližší aproximací geoidu je trojosý referenční elipsoid, který je v pravoúhlé soustavě prostorových souřadnic vyjádřen rovnicí:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

V trojosém referenčním elipsoidu (viz obr. 16) tvoří rovníkovou elipsu hlavní poloosa a a vedlejší poloosa b. Poledníková elipsa je tvořena vedlejší poloosou c společně s hlavní poloosou a . Trojosý elipsoid můžeme ještě charakterizovat pólovým zploštěním f_P a rovníkovým zploštěním f_R pomocí rovnic:

$$f_P=\frac{a-c}{a}\,,f_R=\frac{a-b}{a}$$

Trojosý referenční elipsoid se v kartografii ani geodezii nepoužívá, i když dobře vystihuje tvar geoidu. Je to především z nerovnoměrného zploštění, které má za následek, že rovnoběžky utvářejí elipsy a poledníky jsou různě dlouhé. Poledník, nacházející se v rovině určené osami a a c má jinou délku, než poledník ležící v rovině danými osami b a c . V praktické kartografii se používá rotační elipsoid, který je vyjádřen matematicky jednodušeji.



Obrázek 16: Rotační referenční elipsoid

Tento elipsoid vzniká rotací elipsy kolem své vedlejší osy. Rotační referenční elipsoid je vyjádřen v soustavě pravoúhlých prostorových souřadnic rovnicí:

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$$

Důsledkem rotující elipsy mají obě dvě rovníkové poloosy stejnou velikost, které mají za následek, že rovníkem prochází kružnice s daným poloměrem velikostí hlavní poloosy a. Všechny poledníky na rotujícím elipsoidu jsou stejně dlouhé. Poloosa b leží v ose rotace. K určení tvaru a velikosti rotačního elipsoidu jsou nezbytné pouze dva parametry. Buďto poloosy a a b, či jedna poloosa a excentricita (numerická výstřednost elipsoidu) e, nebo jedna poloosa a zploštění f.

Excentricita e je dána vztahem:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Zploštění f je dáno vztahem:

$$f = \frac{(a - b)}{a}$$

Díky těmto možnostem má rotační elipsoid veliké uplatnění v kartografii a v průběhu 20. století bylo odvozeno několik elipsoidů. Mezi nejznámější referenční elipsoidy patří (Brázdil, 1988):

- **Besselův elipsoid**

Odvozený F. W. Besselem, který byl určen na základě výpočtu poledníkových oblouků stanovených z 10 různých stupňových měření. Používaly ho hlavně státy střední Evropy k mapování svého území, ale i v jiných státech jako např. SSSR.

- **Krasovského elipsoid**

K určení tohoto elipsoidu byla poprvé použita gravimetrická měření. Ruský geodet F. N. Krasovskij určil předběžné parametry již v roce 1936 a byl určen na základě měření v SSSR, USA a západní Evropě.

- **Hayfordův elipsoid**

V roce 1909 byl odvozen z astronomicko-geodetické sítě na území USA. Roku 1924 byl tento elipsoid vyhlášen mezinárodním elipsoidem, ale nevyhovoval plně pro oblast střední Evropy a v tehdejší ČSR nebyl proto nikdy přijat.

- **WGS 1984**

Elipsoid byl definován Ministerstvem obrany USA, a je určen pro moderní metody měření podporované technikou GPS.

V České republice se používá pro civilní státní mapová díla Besselův elipsoid a pro současné vojenské mapové dílo a pro celosvětový systém WGS84 se používá elipsoid WGS84.

Tabulka 2: Parametry vybraných rotačních referenčních elipsoidů

Elipsoid	Parametr			
	$a[m]$	$b[m]$	f	e^2
Besselův 1841	$6377397{,}1550$	$6356078{,}9633$	$1{:}\,299{,}152813 = 0{,}00331277318158$	$0{,}00667437223061$
Hayfordův 1910	$6378388{,}0000$	$6356911{,}9461$	$1{:}\,298{,}3 = 0{,}003367003367$	$0{,}00672267002233$
Krasovského 1940	$6378245{,}0000$	$6356911{,}0188$	$1{:}\,297{,}0 = 0{,}00335232986926$	$0{,}00669342162297$
IAG 1967	$6378160{,}0000$	$6356774{,}5161$	$1{:}\,298{,}247167 = 0{,}00335292371299$	$0{,}00669460532856$
WGS 1980	$6378137{,}0 \pm 2$	$6356752{,}4$	$1{:}\,298{,}257222101 = 0{,}0035281068$	$0{,}00669436$
WGS 1984	$6378136{,}0 \pm 1$	$6356752{,}0$	$1{:}\,298{,}257 = 0{,}00335281317$	$0{,}00669378$

7.1.2. Referenční koule

Výpočty na referenčních elipsoidech jsou mnohem jednodušší než na geoidu, ale pro praktické účely jsou i tak příliš složité. Tyto výpočty se výrazně zjednoduší, když nahradíme referenční elipsoid referenční koulí. Tato aproximace se využívá pro tvorbu přesných map, nepříliš rozsáhlých území (do 200 km), kde není nutné počítat s plošným a délkovým zkreslením. Jedná se pouze o nahrazení části referenčního elipsoidu referenční koulí. Dalším využitím referenční koule jsou méně přesné kartografické úlohy jako jsou konstrukce map malých měřítek ve školních atlasech. V tomto případě je celý referenční elipsoid nahrazován koulí. Pro odvození poloměru referenční koule se určuje několika následujícími způsoby:

a) Jestliže objem referenční koule je stejný jako objem referenčního rotačního elipsoidu, tak se poloměr koule R počítá jako geometrický průměr všech poloos elipsoidu:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^2 b \quad \Longrightarrow \quad R = \sqrt[3]{a^2 b}$$

b) Další způsob, jak získat poloměr koule R, je také vypočítat aritmetický průměr všech tří poloos rotačního elipsoidu:

$$R = \frac{2a + b}{3}$$

8. Orientace na Zemi

V dnešní přetechnizované době už není žádným problémem se zorientovat v terénu. Většina z nás využívá různých aplikací na chytrých telefonech, využívá navigaci v automobilu, které nám řeknou přesnou polohu za pár vteřin. Dnes už jen málokdo z nás využívá klasické turistické mapy nebo už nikdo z nás nevyužívá kompas či busolu. V dřívějších dobách byli lidé nuceni se orientovat v krajině. Vedly je k tomu praktické důvody, jak si zajistit potravu, pitnou vodu, obranu před jinými kmeny a podobně. Člověk se začal jako první řídit podle Slunce a hvězd a začal si vyrábět první plánky a mapky pro orientaci v terénu.

Abychom jednoznačně mohli určit polohu bodu, je nutné si zavést souřadnicovou soustavu. V prostoru se využívá kartézská soustava souřadnic, která má 3 vzájemné kolmé osy.

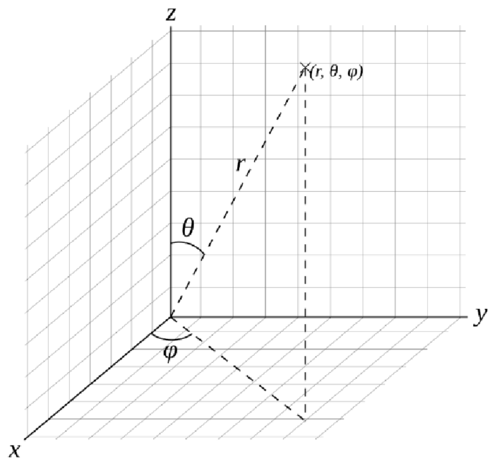
Definice kartézské soustavy souřadnic

Trojice stejných číselných os x, y, z v prostoru, pro které platí:

1. všechny osy jsou navzájem kolmé,
2. protínají se v jednom bodě,
3. jejich průsečíku O, odpovídá na všech osách číslo 0,

se nazývá **kartézská soustava souřadnic v prostoru** a označuje se O_{xyz}.
Bod O se nazývá **počátek kartézské soustavy souřadnic** a přímky x, y, z se nazývají **souřadnicové osy.** Roviny určené dvojicemi souřadnicových os se nazývají **souřadnicové roviny.**

Pro určování bodu v geografii se využívá sférická (kulová) soustava souřadnic (r, θ, φ). Tato soustava souřadnic vychází ze základní roviny určené osami x a y, a ze základního směru (směr kladné poloosy x). Souřadnice r udává vzdálenost bodu od počátku souřadnic neboli délku průvodiče. Druhá souřadnice θ udává úhel mezi průvodičem a osou z a třetí souřadnice φ značí úhel odklonu průvodiče bodu a osy x.



Obrázek 17: Sférická soustava souřadnic

Pro vztahy mezi sférickými (r, φ, θ) a kartézskými (x, y, z) souřadnicemi platí:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\varphi = arctg\left(\frac{y}{x}\right) = \arcsin\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) = \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right) = arctg\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$$

$$x = r \sin\theta \ \cos\varphi$$

$$y = r \sin\theta \sin\varphi$$

$$z = r \cos\theta$$

Vztah sférických a kartézských souřadnic popisují rovnice:

$$x = r \sin\theta \ \cos\varphi$$

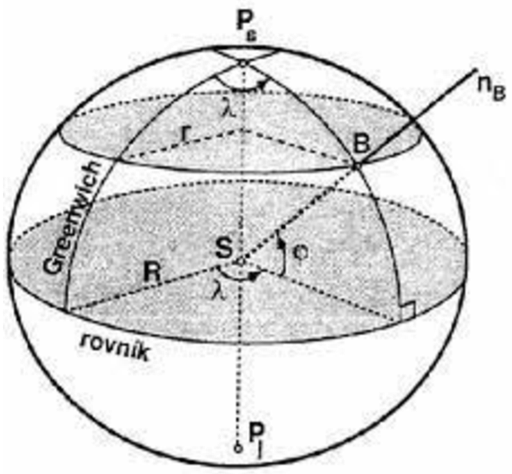
$$y = r \sin\theta \sin\varphi$$

$$z = r \cos\theta$$

8.1. Zeměpisné souřadnice

Planeta Země v naší Sluneční soustavě vykonává dva základní pohyby. Obíhá kolem Slunce po eliptické dráze a zároveň se otáčí kolem své osy. Zemská osa nebo také osa rotace protíná zemský povrch ve dvou bodech, z nichž jeden je severní pól (P_S) a druhý jižní pól (P_J). Průsečnice povrchu Země s rovinami, které jsou kolmé k zemské ose se nazývají rovnoběžky, kdy nejdelší rovnoběžkou je rovník. Všechny ostatní rovnoběžky, tj. kružnice ležící v rovnoběžných rovinách s rovníkovou, se postupně body zmenšují od rovníku k pólům, kde se redukují na body. To znamená, že rovnoběžky mají různé délky a poloměry. Pro určení délky libovolné rovnoběžky je nutné vypočítat její poloměr. K takovému výpočtu je potřeba znát poloměr referenční koule R a mít základní znalosti o goniometrických funkcích. Pro správné určení zeměpisných souřadnic je zapotřebí znát ještě poledníky. Poledníkem rozumíme hlavní polokružnice, které se protínají na pólech P_S a P_J. Délka rovnoběžek se směrem k pólům zkracuje s cosinem zeměpisné šířky:

$$r' = R \cdot \cos \varphi$$

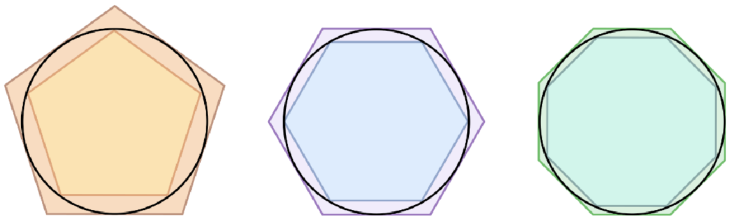


Obrázek 18: Zeměpisné souřadnice.

8.1.1. Objasnění délky rovnoběžky (kružnice)

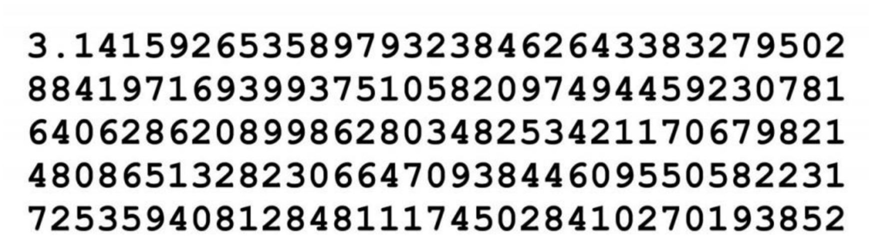
Výpočet délky kružnice není složitý, ale není absolutně přesný. Je to dáno Ludolfovým číslem (označujeme π (pí)), jež se při výpočtech vyskytuje ve vzorcích a jehož desetinný rozvoj je doposud neukončený a neperiodický. První výpočty Ludolfova čísla začaly již před více než 6 000 lety. Staří Egypťané udávali hodnotu π jako 3,1605. Jednou z možností při vysvětlení výskytu čísla pí je použití metody měření. Stačilo před sebou kutálet kolo a počítat celá jeho otočení. Když bylo 100 celých otáček, stačilo změřit vzdálenost neboli dráhu, kterou kolo urazilo, a dělit tuto délku dráhy průměrem kola. Výsledek byl 314.

Archimédes (287–212 př. n. l.) byl první, kdo odhadl číslo π nejpřesněji. Uvědomoval si, že hodnota tohoto čísla může být ohraničená shora i zdola vepsáním a opsáním pravidelných mnohoúhelníků do kružnice a výpočtením jejich obvodů. Použitím 96úhelníků dokázal, že $\frac{223}{71} < \pi < \frac{220}{70}$ (viz. obr. 19). Průměr těchto hodnot je zhruba 3,14185.



Obrázek 19: Odhad π pomocí vepsaných a opsaných mnohoúhelníků

Holandský matematik Ludolph van Ceulen (1540-1610) pomocí této metody spočítal π na 35 desetinných míst. (viz obr. 20)



3.141592653589793238462643383279502
88419716939937510582097494459230781
64062862089986280348253421170679821
48086513282306647093844609550582231
72535940812848111745028410270193852

Obrázek 20: Hodnota čísla π

Ludolfovo číslo je poměr délky a průměru kružnice (obvodu a průměru kruhu)

$$\pi = \frac{o}{d}$$
$$o = \pi \cdot d$$
$$o = 2 \cdot \pi \cdot r$$

8.1.2. Délka rovníku, délka rovnoběžky

Pro výpočet rozměrů planety Země budeme brát referenční kouli, tedy pravidelný tvar. Tato koule má poloměr 6 371,0 km. Na povrchu koule je možné najít několik typů kružnic:

1. **Hlavní kružnice** – mají stejný poloměr jako koule, tedy největší možné (rovník, poledníky)
2. **Vedlejší kružnice** – s menším poloměrem než koule (rovnoběžky)

(Čapek, 2001)

Základní pojmy:

a) **Rovník** – kružnice, která protíná všechny poledníky v poloviční vzdálenosti mezi severním a jižním pólem.
b) **Rovnoběžky** – průsečnice povrchu Země s rovinami kolmými k zemské ose
   – spojnice všech bodů stejné zeměpisné šířky
c) **Poledníky** – hlavní polokružnice, které se protínají na pólech
   – spojnice všech bodů stejné zeměpisné délky
d) **Kružnice** – množina všech bodů roviny, které mají od daného bodu S (střed kružnice) stejnou vzdálenost r (poloměr kružnice)
e) **Kruh** – množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu S stejnou nebo menší vzdálenost než číslo r.
   1. Obvod kruhu:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot R = \pi \cdot d$$

R – poloměr Země

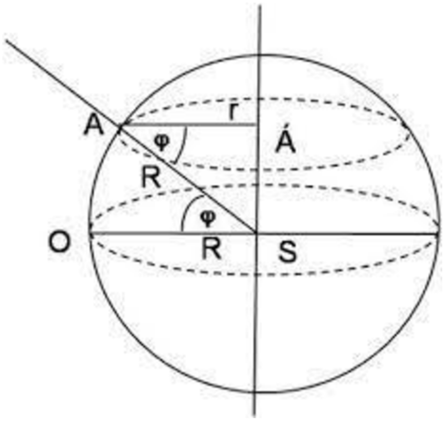
d – průměr

π – Ludolfovo číslo

2. Délka libovolné rovnoběžky platí:

$$d_\varphi = 2\pi r_\varphi = 2\pi R \cos\varphi$$

kde $r_\varphi = R\cos\varphi$ je poloměr uvažované rovnoběžky a R je poloměr Země 6371,0 km. Pro lepší představivost uvedeného vztahu má smysl následující obrázek.



Obrázek 21: Objasnění délky rovnoběžky

Zeměpisnou šířku lze definovat jako úhel φ, který svírá normála daného místa s rovinou rovníku. Od 0° na rovníku do +90° směrem k severnímu pólu se označuje jako severní zeměpisná šířka a od 0° do -90° na jih od rovníku jako jižní zeměpisná šířka.

Je zřejmé, že s rostoucí zeměpisnou šířkou se délky rovnoběžek zkracují od nejdelšího rovníku (40 030,2 km) až do nuly na pólech.

Zeměpisná délka daného místa je úhel λ, který svírá rovina poledníku daného místa s rovinou základního (nultého) poledníku. Od greenwichského poledníku neboli od 0° směrem na východ do +180° se označuje jako východní zeměpisná délka a od 0° do -180° na západ jako západní zeměpisná délka.

Základní poledník byl v minulosti kladen do různých míst. Ve 2. století př. n. l. vedl nultý poledník přes ostrov Rhodos, později přes Gibraltar a počátkem našeho letopočtu byl uváděn na Kanárských ostrovech jako El Hierro – Ferro. Ve starověku bylo toto místo považováno za západní konec obyvatelného světa. Roku 1634 jej francouzský král Ludvík XIII. stanovil jako nultý. Teprve až v roce 1911 na pařížském kongresu byl přijat základní poledník, který prochází greenwichskou observatoří na východním předměstí Londýna. Poledník, jež má 180° považujeme za datovou hranici.

Na rozdíl od rovnoběžek jsou na referenční kouli všechny poledníky stejně dlouhé neboli jsou to spojnice severního a jižního pólu. Poněvadž poledníky jsou řezy poledníkových polorovin s kulovým povrchem Země, tvoří vždy dva protilehlé poledníky uzavřenou poledníkovou kružnici. Délka poledníku od pólu k pólu je jinými slovy polovina délky rovníku, tj. 20 015,1 km, proto nepočítáme délku poledníků. Úsek 1° na poledníku je vždy 111,2 km (na referenční kouli). Na druhou stranu ale můžeme počítat vzdálenost d dvou poledníků. Je totiž jasné, že poledníky se směrem od rovníku k pólům sbíhají do jednoho bodu. Proto bude 1° zeměpisné délky na rovníku největší a na pólu nejmenší. Pro určení vzdálenosti dvou poledníků použijeme upravený vzorec pro výpočet délky rovnoběžky:

$$d = \frac{2\,\pi\,R\cos\varphi}{360} = \frac{\pi}{180}R\cos\varphi$$

Soustava rovnoběžek a poledníků tvoří zeměpisnou neboli geografickou síť. Každým místem na zeměkouli probíhá jedna rovnoběžka a jeden poledník. Můžeme tak u každého místa zjistit jeho zeměpisnou šířku a délku neboli určit jeho zeměpisné souřadnice (viz. tab. 3)

Tabulka 3: Příklady zeměpisných souřadnic:

Město	**zeměpisná šířka**	**zeměpisná délka**
Paříž	49° s. š.	3° v. d.
Madrid	41° s. š.	4° z. d.
New York	41° s. š.	74° z. d.
Sao Paulo	23° j. š.	46° z. d.
Sydney	34° j. š.	152° v. d.
Praha	50° s. š.	14°25′ v. d.

Příklad 8.1: Vypočítejte délku zemského rovníku.

Řešení:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot R$$
$$o = 2 \cdot \pi \cdot 6371$$
$$o = 40030{,}2\ km$$

Délka zemského rovníku je přibližně 40030,2 km.

Příklad 8.2: Vypočítejte, jakou délku má rovnoběžka na 60°.

Řešení:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos\varphi$$
$$o = 2 \cdot \pi \cdot 6371 \cdot \cos 60$$
$$o = 20015{,}1\ km$$

Rovnoběžka na 60° má délku 20 015,1 km.

Příklad 8.3: Vypočítejte přibližnou délku obratníku Raka

Řešení:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos\varphi$$
$$o = 2 \cdot \pi \cdot 6371 \cdot \cos 23°27'$$
$$o = 36\ 724\ km$$

Délka obratníku Raka měří zhruba 36 724 km.

Příklad 8.4: Která rovnoběžka má velikost odpovídající ½ délky rovníku?

Řešení:

$$
\begin{aligned}
rovnoběžka &= \frac{1}{2}\, rovník \\
2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos\varphi &= \frac{1}{2} \cdot [2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos(0°)] \qquad &| \cdot 2 \\
2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos\varphi &= [2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos(0°)] \qquad &| \div (2 \cdot \pi \cdot R) \\
2 \cdot \cos\varphi &= 1 \qquad &| \div 2 \\
\cos\varphi &= \frac{1}{2} \\
\varphi &= 60°
\end{aligned}
$$

Rovnoběžky, které mají poloviční délku rovníku se nacházejí na 60° s. š. a j. š.

Příklad 8.5: Vypočítejte vzdálenost 1° zeměpisné délky pro místo na rovníku a na rovnoběžce 70° s. š.

Řešení:

$$d_{0°} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos(0°)}{360} \doteq 111{,}2\ km,$$

$$d_{70°} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \cos(70°)}{360} \doteq 38{,}0\ km,$$

Zde si můžeme všimnout, že se opravdu vzdálenosti mezi poledníky směrem od rovníku k pólům zkracují. Délka 1° na rovníku je 111,2 km, což je i stejná vzdálenost 1° všech poledníků, tak oproti tomu 1° na rovnoběžce na 70° s. š. se dostáváme na vzdálenost pouze 38 km. To je téměř 3x méně.

Příklad 8.6: Vypočítejte povrch naší planety Země:

Řešení:

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$
$$S = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2$$
$$S = 510\,064\,472\ km^2$$

Povrch celé Země je asi 510 $mil.\,km^2$. Planeta je ve skutečnosti na povrchu velmi členitá a její tvar se stává značně nepravidelný.

Příklad 8.7: Vypočítejte zemský povrch, který se nachází v oblasti mírného pásu.

Řešení:

Pro tento výpočet si musíme uvědomit, že mírný pás se nachází jak na severní, tak na jižní polokouli mezi subtropickým a polárním pásmem. Mírné pásmo je ohraničeno obratníky Raka a Kozoroha (23°27′) a polárními kruhy (66°33′). pro výpočet obsahu kulového pásu platí vzorec:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot v,$$

kde v je výška kulového pásu a R je poloměr Země. Výšku v vyjádříme jako rozdíl mezi kulovými pásy. Neboli od prvního kulového pásu, který je ohraničený rovníkem a severním polárním kruhem odečteme druhý kulový pás, jež je ohraničený rovníkem a obratníkem Raka.

$$v = R(\sin(66°33') - \sin(23°27'))$$

Po dosazení do vzorce si musíme ještě uvědomit, že mírný pás se nachází na severní i na jižní polokouli. Proto celý vzorec musíme vynásobit dvakrát.

$$S = 2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot R \cdot v)$$
$$S = 2 \cdot \{2\pi \cdot 6371 \cdot [6371 \cdot (\sin(66°33') - \sin(23°27'))]\}$$
$$S = 264\,927\,487\ km^2$$

Zemský povrch, který zabírá plochu v oblasti mírného pásu je zhruba 264,9 $\mathrm{mil.\,km^2}$.

Příklad 8.8: Větší část povrchu Země tvoří oceány, jejichž rozloha je přibližně 71 % z celkového povrchu Země. Jaká je přibližná rozloha souše?

Řešení:

Nejdříve si vypočítáme procentuální zastoupení souše na Zemi:

$$r = 100\% - 71\% = 1 - 0{,}71 = 0{,}29$$

$$R = 6371\ km$$

Celkový povrch Země vypočítáme podle vzorce:

$$S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$
$$S = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2$$
$$S = 510\ 064\ 472\ km^2$$

Rozlohu souše vypočítáme jako:

$$x = r \cdot S$$
$$x = 0{,}29 \cdot 510\ 064\ 472$$
$$x = 147\ 918\ 697\ km^2$$

Celková rozloha souše na Zeměkouli je přibližně $147\ 918\ 697\ km^2$.

8.1.3. Výpočet vzdáleností na Zemi

Chceme-li vypočítat na kulové ploše vzdálenost dvou míst, $A\ [\varphi_A, \lambda_A]$ a $B\ [\varphi_B, \lambda_B]$, která leží na stejném poledníku, postačí znát jejich zeměpisnou šířku. Určíme-li rozdíl hodnot zeměpisných šířek Δ_φ a použijeme-li už získané znalosti o poloměru Země R je vzdálenost dvou bodů rovna vztahu:

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360}$$

Leží-li dva body $A\ [\varphi_A = 0, \lambda_A]$ a $B\ [\varphi_B = 0, \lambda_B]$ na rovníku, bude výpočet pro nejkratší vzdálenost d dvou míst A a B na stanovení délky oblouku. Platí tedy vztah:

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\lambda}{360}$$

Příklad 8.9: Vypočítejte vzdálenost Prahy $[50°5'15''s.\,š.]$ a švédského města Kristianstad $[55°59'43''s.\,š.]$, jestliže obě města leží na stejném poledníku $[14°\ v.\,d.]$.

<u>*Řešení*</u>:

Nejprve si vypočítáme rozdíl zeměpisných šířek obou měst.

$$55°59'43'' - 50°5'15'' = 5°54'28''$$

Dosadíme-li do vzorce $d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360}$ dostaneme konkrétní vzdálenost obou měst.

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360} = 40030{,}2 \cdot \frac{5°54'28''}{360} = 667{,}2$$

Vzdálenost švédského města Kristianstad od Prahy je 667,2 km

Příklad 8.10: Vypočítejte vzdálenost dvou brazilských měst Belému $[1°27'21'' j. š.]$ a hlavního města Brasília $[15°47'38'' j. š.]$, jestliže obě města leží na stejném poledníku $[48° z. d.]$.

Řešení:

Pro určení vzdálenosti dvou míst na stejném poledníku stačí vypočítat rozdíl jejich zeměpisných šířek. Tedy:

$$15°47'38'' - 1°27'21'' = 14°20'17''$$

Délku 48. poledníku určíme ze vzorce pro výpočet délky kružnice, to znamená:

$$d = 2\pi R = 2\pi \cdot 6371 = 40030{,}2$$

Dosazením do vzorce $d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360}$, tak vypočítáme vzdálenost těchto dvou měst.

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360} = 40030{,}2 \cdot \frac{14°20'17''}{360} = 1594$$

Vzdálenost brazilského města Belém od hlavního města Brasília je 1594 km. Pro kontrolu příkladu jsem použil online nástroj mapy.cz, který vzdálenost obou měst potvrdil (viz obr. 22).

Obrázek 22: Výřez mapy obsahující vzdálenost Belému od Brasílie

Příklad 8.11: Jak daleko od rovníku leží Olomouc $[\varphi = 49°36', \lambda = 17°15']$?

Řešení:

Opět si nejprve spočítáme rozdíl zeměpisných šířek, jestliže rovník má zeměpisnou šířku 0°

$$49°36' - 0° = 49°36'$$

Dosadíme-li do vzorce $d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360}$ dostaneme konkrétní vzdálenost Olomouce od rovníku.

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360} = 40030{,}2 \cdot \frac{49°36'}{360} = 5\,515{,}3$$

Olomouc je od rovníku vzdálena 5 515,3 km.

Příklad 8.12: Jak daleko od severního pólu leží nejsevernější bod Grónska, mys Morris Jesup $[\varphi = 83°38', \lambda = -32°40']$?

Řešení:

Vypočítáme si rozdíl zeměpisných šířek, jestliže severní pól má zeměpisnou šířku 90°

$$90° - 83°38' = 6°22'$$

Dosadíme-li do vzorce $d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360}$ dostaneme konkrétní vzdálenost mysu Morris Jesup od severního pólu.

$$d = 2\pi R \cdot \frac{\Delta\varphi}{360} = 40030{,}2 \cdot \frac{6°22'}{360} = 707{,}9$$

Grónský mys Morris Jesup je vzdálen od severního pólu 707,9 km.

V případě, že oba body leží na stejné rovnoběžce, lze podobným způsobem určit jejich vzdálenost z rozdílu zeměpisných délek. Výpočet je obdobný, ale výsledek nevyjadřuje opravdovou vzdálenost, protože nejkratší spojnice těchto dvou míst nekopíruje rovnoběžku, ale odchyluje se od ní mnohem více, čím více se přibližujeme k pólům. (viz Tab. 4)

Tabulka 4: Délka rovnoběžkových stupňů ve vybraných zeměpisných šířkách

Zeměpisná šířka	Délka rovnoběžkových stupňů (km)
0°	111,2
10°	109,5
20°	104,5
30°	96,3
40°	85,2
50°	71,5
60°	55,6
70°	38,0
80°	19,3
90°	0

Příklad 8.13: Letec se vydal balónem s místa $A\ [\varphi_A = +50°, \lambda_A = +15°]$ přesně východním směrem a doletěl do místa $B\ [\varphi_B = +50°, \lambda_B = +35°]$. Jak dlouho trasu uletěl?

Řešení:

Vypočítáme si rozdíl zeměpisných délek.

$$35° - 15\ ° = 20°$$

Dosadíme-li do vzorce $d = 2\pi R \cdot \cos\varphi\ \cdot \frac{\Delta\lambda}{360}$, vypočítáme tak vzdálenost na rovnoběžce.

$$d = 2\pi R \cdot \cos\varphi\ \cdot \frac{\Delta\lambda}{360} = 40030{,}2 \cdot \cos 50° \cdot \frac{20°}{360} = 1\ 429{,}5$$

Letec urazil balónem 1 429,5 km dlouhou trasu.

9. Časová pásma

Každé místo na Zemi má svůj místní čas (pravý a střední). Až do 19. století bylo základem občanské časomíry pravé Slunce a užívalo se pravých místních časů, které měřily a udávaly sluneční hodiny. Ty bývaly proto značně rozšířené nejen ve svých honosných formách, ale i jako nejjednodušší lepenkové hodiny. Teprve okolo roku 1820 byl zaváděn ve větší míře místní střední čas, odlišný od pravého o časovou rovnici.

Časovou rovnicí rozumíme rozdíl mezi časy průchodů pravého Slunce T_v a druhého středního Slunce T je tzv. časová rovnice E:

$$E = T_v - T$$

S rozvojem železnice se však ukázalo, že není vhodné, aby každé místo mělo svůj vlastní místní čas, a začal se zavádět tzv. železniční čas, což byl zpravidla čas hlavního města státu nebo jiného významného města na určité železnici. U nás a v celém Rakousku platil až do 1. 10. 1891 na železnicích čas pražský. Ale i to se časem ukázalo jako nepraktické, zejména v USA, kde bylo 53 různých železničních časů, a proto se tamní železniční společnosti v roce 1883 dohodly na zavedení čtyř standardních pásmových časů. Potíže byly však i v Evropě, kde se časy jednotlivých států navzájem lišily o zcela obecný zlomek dne. V roce 1870 byl přijat návrh Američana Ch. F. Dowda a na základě usnesení mezinárodní konference se Washingtonu obecně zaveden systém tzv. pásmových časů.

Planeta Země se otáčí okolo své osy ve směru od západu na východ, tedy proti směru hodinových ručiček. Rotující Země má za následek, že Slunce postupně vrcholí od východu k západu nad různými poledníky, proto má každý poledník jiný místní čas. Slunce se vyskytuje nejvýše nad obzorem právě vždy v poledne. Víme, že na každém poledníku je poledne v jiný okamžik. Například bude-li v Praze poledne, tak v Londýně bude teprve 11 hodin dopoledne a v Moskvě už 14 hodin.

Planeta Země se otočí kolem své osy za 24 hodin a za tuto dobu opíše každý bod na Zemi celou kružnici. Celá kružnice svírá dohromady 360° a z toho lze vypočítat, o kolik stupňů se otočí Země za jednu hodinu:

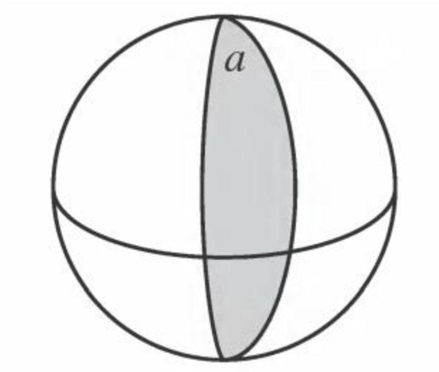
$$360° : 24 = 15°$$

Za jednu hodinu se Země otočí o 15°zeměpisné délky. Jelikož má ale jedna hodina 60 minut, dá se spočítat za jak dlouho se Země otočí o 1°:

$$60\ minut : 15° = 4\ minuty$$

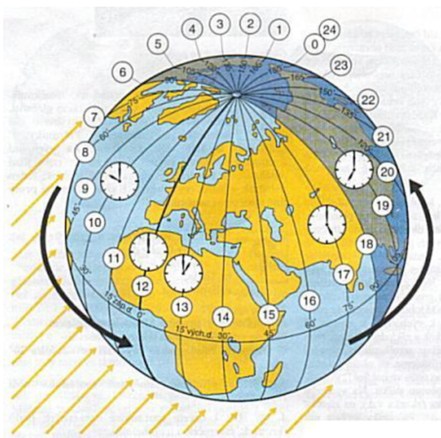
Mezi dvěma místy, která jsou od sebe vzdálena 1° je časový rozdíl 4 minuty. Na konkrétním příkladě si tuto situaci můžeme názorně ukázat. Město Prachatice leží na 14° v. d. a Kouřim na 15° v. d. Pokud budeme uvažovat, že v Kouřimi bude přesně 12:00, tak místní čas v Prachaticích bude teprve 11:56 hodin. Z tohoto příkladu je zřejmé, že používáním místních časů by docházelo k velkým zmatkům, a proto byla Země rozdělena na časová pásma.

Celá Země byla rozdělena na 24 sférických dvojúhelníků (část sféry ohraničená dvěma hlavními polokružnicemi) neboli poledníkových pásem o šířce 15° (viz obr. 23).



Obrázek 23: Sférický dvojúhelník

V každém poledníkovém pásu byl zaveden místní střední čas středního poledníku. Jednotlivá pásma mají čas o hodinu odlišný (viz obr. 24). Základní je první pásmo, jehož osou je greenwichský poledník: 7,5° na východ a 7,5° na západ od něho platí tzv. světový čas.



Obrázek 24: Země rozdělena na 24 časových pásem

V praxi se hranice pásem přizpůsobují hranicím státním, administrativním nebo jiným (fyzickogeografickým, ekonomickým). To umožňuje účelnější používání jednotlivých časů. Velké státy mají i několik pásmových časů, například Rusko jich má 11.

Příklad 9.1: V místě A je 13 hod. 43 min. místního času v okamžiku, kdy rádiový signál z Moskvy hlásí 19 hod. moskevského času. Kolik činí zeměpisná délka místa A.

Řešení:

Jestliže je 19 hod. moskevského času, tak v tutéž chvíli je 16 hod světového času. V bodě A je 13 hod a 43 min., což je o 2 hodiny a 17 minut méně než základní poledník (16 hod – 13 hod. 43 min.). Jestliže 1 hod. = 15° a 1 min. = 15‘, tak 2 hodiny a 17 minut = 34°15‘. A poněvadž v bodě A je méně hodin než na greenwichském poledníku, nachází se tohle místo 34°15‘ západně od základního poledníku.

Příklad 9.2: Kolik činí zeměpisná délka místa, jehož místní čas se liší od světového času o 1 hodinu a 10 minut?

Řešení:

1 hod. = 15°,

1 min. = 15‘ $\Rightarrow$ 10 min. = 150‘ = 2°30‘

Hledané stanoviště leží 17°30‘ východně nebo západně od greenwichského poledníku.

Příklad 9.3: Určete rozdíl místních časů a rozdíl pásmových časů mezi městy Lima ($\lambda = -77°2'$) a Urumči ($\lambda = 87°34'$)

Řešení:

a) Rozdíl místních časů

Nejdříve si vypočítáme rozdíl zeměpisných délek:

$$\Delta\lambda = |\lambda_U - \lambda_L| = |87°34' - (-77°2')| = 164°36'$$

Rozdíl místních časů: $\Delta\lambda = 164°36' \backsim \Delta t = 164 \cdot 4\,min + 36 \cdot 4\,s = \mathbf{10\,h\,58\,min\,24\,s}$

b) Teoretický rozdíl pásmových časů

Pásmový poledník Limy: $\lambda_{pL} = -77°2' \rightarrow \lambda_{pL} = -75°$

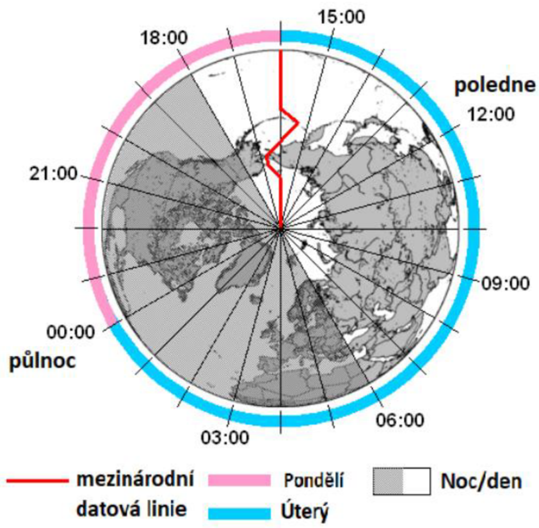
Pásmový poledník Urumči: $\lambda_{pU} = +87°34' \rightarrow \lambda_{pU} = +90°$

Rozdíl zeměpisných délek: $\Delta\lambda = |\lambda_{pU} - \lambda_{pL}| = |90° - (-75°)| = 165°$

Rozdíl pásmových časů: $\Delta\lambda = 165° \backsim \Delta t = 165 \cdot 4\,min = 660\,min = \mathbf{11\,h}$

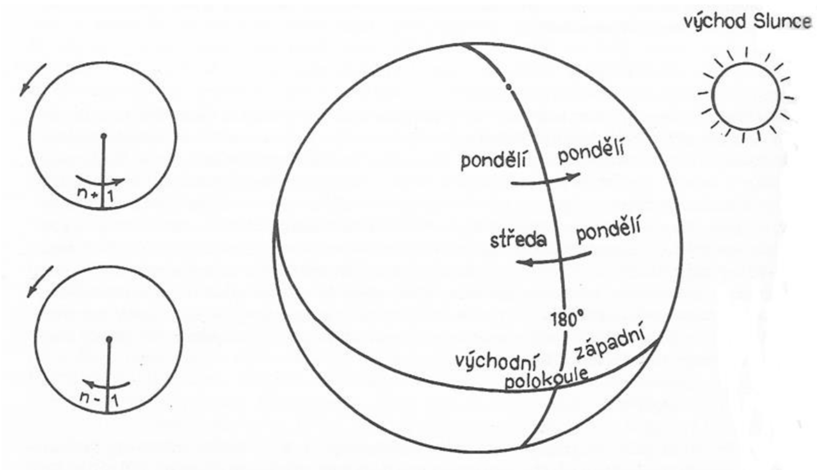
Rozdíl místních časů mezi městy Lima a Urumči je $10\,\mathrm{h}\,58\,\mathrm{min}\,24\,\mathrm{s}$ a teoretický rozdíl pásmových časů obou měst je $11\,h$.

Postupujeme-li na glóbusu od greenwichského poledníku např. 1. 9. v 9 hodin směrem na východ, roste čas v každém časovém pásmu o 1 hodinu a na 180° v. d. je v tentýž okamžik 1. 9. 21 hodin. Půjdeme-li od greenwichského poledníku směrem na západ, čas ubývá. Na 135° z. d. bude 0 hodin a na 180° z. d. je v tutéž chvíli 21 hodin, ale 31. 8. Tato nesrovnalost se odstraňuje tak, že byla stanovena hranice, kde se mění datum, tzv. datová mez. Ta se nachází přibližně na 180. poledníku a je tedy místem, kde „vzniká“ den. Na východ od datové hranice je datum o den nižší, než na západ od ní (viz obr. 25).



Obrázek 25: Znázornění časů a data přes datovou hranici

Obejděme nyní v představě Zemi. Postupujeme-li ve směru otáčení Země z východní polokoule na západní, máme dny kratší než 24 hodin. Vykonáme-li se Zemí n otáček, a ještě jednu otáčku vlastní, celkem tedy vykonáme $n + 1$ otáček. Jdeme-li opačným směrem ze západní polokoule na východní, jsou naše dny delší než 24 hodin a vykonáme tak $n - 1$ otáček. Při přechodu datové meze ve směru z východní polokoule na západní (od Asie k Americe) je proto třeba k vyrovnání této diference psát dva dny stejné datum, při cestě opačným směrem (od Ameriky k Asii) je nutné při datování jeden den přeskočit (například po pondělí by následovala hned středa). V praxi se tato změna provádí o nejbližší půlnoci, která následuje po přechodu datové meze bez ohledu na to, byla-li vykonána úplná cesta kolem Země nebo ne (viz obr. 26).



Obrázek 26: Změna data na 180. poledníku

Příklad 9.4: Místní čas v Olomouci ($\lambda = 17°15'$) je 9.30. Jaký je místní čas v tutéž chvíli v Paříži ($\lambda = 2°25'$)?

<u>Řešení:</u>

Nejdříve si vypočítáme rozdíl zeměpisných délek:

$$\Delta\lambda = |\lambda_{Ol} - \lambda_{Par}| = |17°15' - 2°25'| = 14°50'$$

Rozdíl místních časů: $\Delta\lambda = 14°50' \backsim \Delta t = 14 \cdot 4\,min + 50 \cdot 4\,s = 59\,\mathrm{min}\,20\,s$

Paříž leží na západ od Olomouce, a proto je místní čas menší. Časový rozdíl se odečítá

$$t_{Par} = t_{Ol} - \Delta t = 9:30:00 - 0:59:20 = 8:30:40$$

Místní čas v Paříží v daný okamžik je $8\,h\,30\,\mathrm{min}\,40\,s$.

Příklad 9.5: Jaký je místní čas ve Vídni ($\lambda = 16°22'$) v 18:30 SEČ?

Řešení:

Nejdříve si vypočítáme rozdíl zeměpisných délek od 15. poledníku:

$$\Delta\lambda = |\lambda_{Vídeň} - \lambda_{pol.}| = 1°22'$$

Rozdíl časů: $\Delta\lambda = 1°22' \backsim \Delta t = 1 \cdot 4\, min + 22 \cdot 4\, s = 5\,\mathrm{min}\, 28\, s$

Vídeň se nachází východně od 15. poledníku, a proto je zde místní čas větší. Časový rozdíl se přičítá.

$$t_{Vídeň} = t_p + \Delta t = 18{:}30{:}00 + 0{:}05{:}28 = 18{:}35{:}28$$

Místní čas ve Vídni v 18:30 SEČ je $18\ h\ 35\,\mathrm{min}\ 28\ s$.

Příklad 9.6: V Karlových Varech ($\lambda = 12°52'$) je 11.38 místního času. Jaký je v tutéž chvíli pásmový čas?

Řešení:

Nejdříve si vypočítáme rozdíl zeměpisných délek od 15. poledníku:

$$\Delta\lambda = |\lambda_{K.V.} - \lambda_{pol.}| = 2°\,8'$$

Rozdíl časů: $\Delta\lambda = 2°8' \backsim \Delta t = 2 \cdot 4\, min + 8 \cdot 4\, s = 8\,\mathrm{min}\, 32\, s$

15. poledník leží východně od Karlových Varů. Místní čas na 15° v. d. je proto větší. Časový rozdíl se přičítá.

$$t_{K.V.} = t_p + \Delta t = 11{:}38{:}00 + 0{:}08{:}32 = 11{:}46{:}32$$

Pásmový čas v Karlových Varech je v tutéž chvíli $11\ h\ 46\,\mathrm{min}\ 32\ s$.

Příklad 9.7: Určete teoretický rozdíl pásmových časů mezi Olomoucí ($\lambda = 17°15'$) a Los Angeles ($\lambda = -118°15'$)

Řešení:

Pásmový poledník Olomouce: $\lambda_{Ol} = 17°15'$ $\rightarrow$ $\lambda_{p.Ol} = 15°$

Pásmový poledník Los Angeles: $\lambda_{LA} = -118°15'$ $\rightarrow$ $\lambda_{p.LA} = -120°$

Rozdíl zeměpisných délek: $\Delta\lambda = \left|\lambda_{p.Ol} - \lambda_{p.LA}\right| = |15° - (-120°)| = 135°$

Rozdíl pásmových časů: $\Delta\lambda = 135° \backsim \Delta t = 135 \cdot 4\,min = 540\,min = \boldsymbol{9\,h}$

nebo

$\Delta\lambda = 135° : 15° = \boldsymbol{9\,h}$

Teoretický rozdíl pásmových časů mezi Olomoucí a Los Angeles je $9\,h$.

Příklad 9.8: V Ostravě ($\lambda = 18°18'$) zapadlo Slunce v 18.05 místního času. V kolik hodin místního času zapadlo Slunce v Karlových Varech ($\lambda = 12°52'$)?

Řešení:

Nejdříve si vypočítáme rozdíl zeměpisných délek:

$$\Delta\lambda = |\lambda_{Os} - \lambda_{K.V.}| = |18°18' - 12°52'| = 5°26'$$

Rozdíl časů: $\Delta\lambda = 5°26' \backsim \Delta t = 5 \cdot 4\,min + 26 \cdot 4\,s = 21\,\mathrm{min}\,4\,s$

Karlovy Vary leží západně od Ostravy, a proto zde Slunce zapadá později než v Ostravě. Čas západu Slunce v Karlových Varech se proto přičítá od západu Slunce v Ostravě

$$t_{K.V.} = t_p + \Delta t = 18{:}05{:}00 + 0{:}21{:}04 = 18{:}26{:}04$$

Příklad 9.9: Cestujeme z Los Angeles $(\lambda = -118°15')$ do Tokia $(\lambda = 139°45')$. Letadlo startuje v pátek 1. září v 19.25. Let trvá 8 hodin a 50 minut. Který den a v kolik hodin přiletíme do Tokia?

Řešení:

Pásmový poledník Los Angeles: $\lambda_1 = -118°15' \quad \rightarrow \quad \lambda_{p.1} = -120°$

Pásmový poledník Tokia: $\lambda_2 = +139°45' \quad \rightarrow \quad \lambda_{p.2} = +135°$

Abychom mohli správně spočítat rozdíl pásmových časů obou měst, musíme si uvědomit, že letadlo překračuje datovou mez, a proto musíme dopočítat obě zeměpisné délky do 180°.

Rozdíl zeměpisných délek: $\Delta\lambda = |180° + \lambda_1| + |180° - \lambda_2| = 60° + 45° = 105°$

Rozdíl pásmových časů: $\Delta\lambda = 105° \backsim \Delta t = 105 \cdot 4\, min = 420\, min = 7\, h$

Letadlo startuje v pátek v 19 hodin a 25 minut z Los Angeles a letí směrem na západ (při přechodu každého časového pásma hodinu odečítáme) a zároveň cestou překročí datovou mez z východu na západ (jeden den přičítáme). V Tokiu je v době startu letadla o 7 hodin méně, tedy 12 hodin a 25 minut, ale sobota. Let trvá 8 hodin a 50 minut. Na místo dorazíme v sobotu v 21 hodin a 15 minut.

10. Aplikace matematiky v kartografii

Nejstarší světové kartografické dílo bylo objeveno na tábořišti lovců mamutů z období pravěku (cca 25 tisíc let př. n. l.) u Pavlova na jižní Moravě (viz obr. 27). Další obdobné nálezy jsou známy z území dnešního Švýcarska a Ukrajiny. Mezi další dochované mapy, které byly vyryté do hliněné destičky znázorňují sever území Mezopotámie. Obdobné nálezy byly objeveny po celém světě v místech starověkých civilizací. Ve starověkém Řecku byl časem zdokonalován postup tvorby map a jejich výsledná geometrická přesnost. Nejznámějším kartografickým výtvorem je již zmiňovaná Ptolemaiova mapa.

Obrázek 27: Pavlovská mapa vyobrazená na mamutím klu

Nejstarší známou samostatnou mapou Čech, která pochází z roku 1518 a je od Mikuláše Klaudyána (viz obr. 28). Mapa je v měřítku $1 : 637\,000$ a svým obsahem i kartografickým provedením převyšuje vysoko dřívější mapové zobrazení. Klaudyánova mapa je orientována směrem k jihu. Obsahuje 280 měst, klášterů a hradů, které rozlišuje podle náboženské příslušnosti. V hrubých rysech podává správní rozložení vodních toků, lesů, a vyznačuje i mílové značky, které jsou spojeny silnicemi vycházejícími z Prahy.

Obrázek 28: Klaudyánova mapa

10.1. Kartografická zobrazení

Kartografická zobrazení představují konstrukční metody a matematické vztahy, díky kterým je možné sestrojit zeměpisnou síť v rovině mapy a každému bodu na referenční ploše tak přiřadit právě jeden bod na zobrazovací ploše. Pokud se při sestrojování zeměpisné sítě použije geometrického promítání, pak takovému kartografickému zobrazení říkáme projekce. Převádění zakřiveného zemského povrchu do roviny mapy (zobrazovací plochy) se neobejde bez určitého zkreslení vzdálenosti, ploch nebo úhlů. Aby zmíněná zkreslení byla co nejmenší a mapa sledovaného území byla co nejvíce geometricky přesná, používají se právě kartografická zobrazení.

Kartografická zobrazení lze rozdělit podle zkreslení nebo podle zobrazovací plochy:

1) Zobrazení podle zkreslení

Určování přesných obrazů bodů na elipsoidu nebo kouli v rovině mapy je velmi složité. U každého kartografického zobrazení dochází k určité deformaci neboli ke zkreslení některých prvků na mapě. Při stanovení zobrazovacích rovnic, podle kterých k převodu z elipsoidu nebo koule do roviny mapy dochází, lze zavést takové podmínky, aby se některá z veličin po převedení do mapy nezkreslovala, ale aby zůstala stejná.

a) **Délkojevná zobrazení:**

Zobrazení, které zachovává nezkreslené délky pouze v určitých směrech (podél poledníků, rovnoběžek). Délkojevné zkreslení vyjadřuje poměr mezi délkou úsečky na zobrazovací ploše a její reprezentací na referenční ploše.

b) **Úhlojevná zobrazení:**

Zobrazení, která nezkreslují úhly a zachovávají tvar, ale zkreslují plochy i délky. Úhlojevné zkreslení je vyjádřeno rozdílem ve velikosti úhlu na zobrazovací ploše a jeho obrazem na referenční ploše. Tento typ zobrazení se nejvíce využívá v navigaci.

c) **Plochojevná zobrazení**

Zobrazení, které zachovává nezkreslené plochy v každé části mapy, ale zkresluje úhly a délku. Plochojevné zkreslení vyjadřuje poměr mezi velikostí plochy na zobrazovací ploše a její reprezentací na reprezentační ploše. Využívá se často pro porovnávání rozlohy různých území.

d) **Vyrovnávací zobrazení**

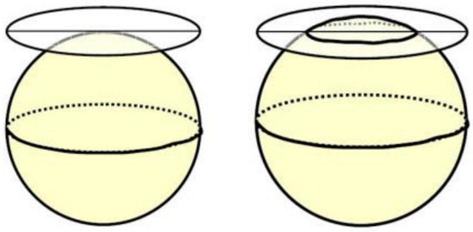
Zobrazení, které zkresluje jak délky, tak úhly i plochy. Žádné z těchto zkreslení není nijak extrémní a jejich úkolem je tlumit zkreslení úhlů a ploch do té míry, aby tato zkreslení byla, pokud možno v rovnováze. Zobrazované území se tak jeví svým tvarem i velikostí jako věrohodné.

2) Zobrazení podle zobrazovací plochy

Kartografická zobrazení lze podle zobrazovací plochy rozdělit na jednoduchá a obecná. Jednoduchá zobrazení lze dělit na azimutální, válcová a kuželová. Základní konstrukční vlastnosti jednotlivých kartografických zobrazení se odrážejí zejména v podobě obrazu zeměpisné sítě.

a) Azimutální zobrazení:

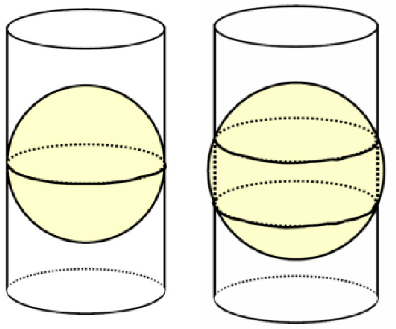
Zobrazení se vyznačuje tím, že zobrazovací plochou je rovina, která se dotýká referenční plochy pouze v jednom bodě (tečná varianta) nebo protíná referenční plochu (sečná varianta) viz obr. 29. Dotykový bod se volí tak, aby byl ve středu zobrazovaného území. Jestliže je konstrukční osa v normální poloze, rovina mapy se dotýká referenční plochy v bodě zemského pólu. Rovnoběžky Země pak tvoří soustředné kružnice se středem v bodě zemského pólu. Poledníky z tohoto samého bodu vychází jako polopřímky na všechny strany. Tento typ zobrazení je vhodný pro mapování polárních oblastí.



Obrázek 29: Azimutální zobrazení

b) Válcová zobrazení

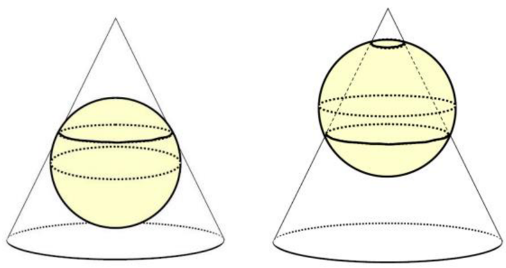
Zobrazení se vyznačuje tím, že zobrazovací plochou je plášť válce dotýkající se referenční plochy hlavní kružnice (tečná varianta) nebo protíná plochu ve dvou vzájemně paralelních kružnicích o stejném poloměru (sečná varianta) viz obr. 30. Dotyková kružnice se volí tak, aby byla osou zobrazovaného území. Pokud je konstrukční osa v normální poloze, rovina mapy neboli plášť válce se dotýká referenční plochy po obvodu rovníku. Rovník je délkojevný a jeho délkové zkreslení se zvětšuje směrem k pólům. Všechny rovnoběžky tvoří horizontální úsečky rovnoběžné s rovníkem, které svírají pravý úhel s poledníky. Tento typ zobrazení je vhodný pro mapování oblastí, jež jsou protáhlé podél dotykové kružnice.



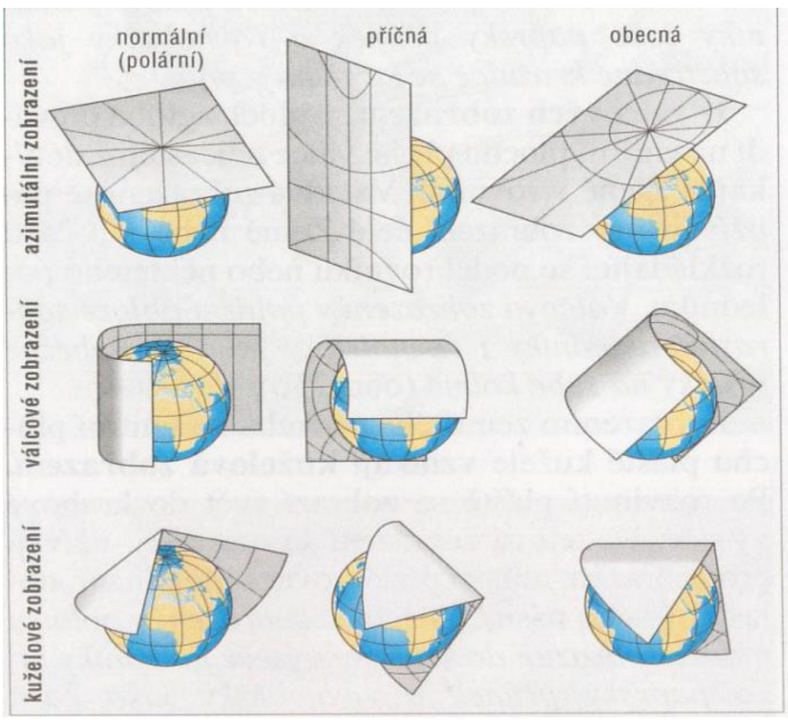
Obrázek 30: Válcové zobrazení

c) Kuželová zobrazení

Toto zobrazení je specifické tím, že zobrazovací plochou je plášť kužele dotýkající se referenční plochy vedlejší kružnice (tečná varianta) nebo protíná referenční plochu ve dvou vzájemně paralelních kružnicích o různém poloměru (sečná varianta) viz obr. 31. Dotyková kružnice se volí tak, aby byla osou zobrazovaného území. Jestliže je konstrukční osa v normální poloze, rovina mapy (plášť kužele) se dotýká referenční plochy po obvodu vybrané rovnoběžky. Tahle rovnoběžka je délkojevná, při které se délkové zkreslení zvětšuje směrem od ní. Rovnoběžky tedy tvoří soustředné oblouky se středem nad zemským pólem (vrcholem kuželu) a poledníky jsou stejně dlouhé úsečky vybíhající z počátku souřadnic. Kuželová zobrazení jsou vhodná pro mapování oblastí, které jsou protáhlé podél dotykové kružnice.



Obrázek 31: Kuželové zobrazení



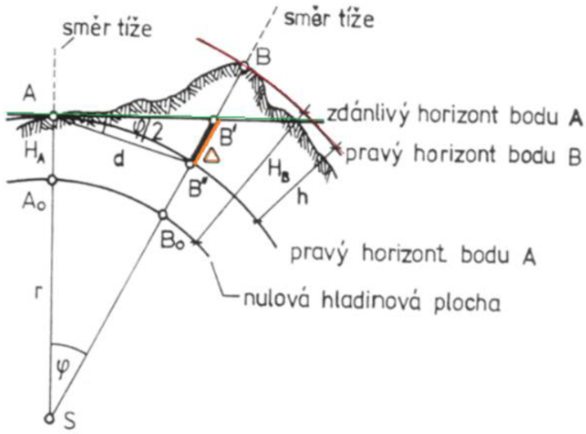
Obrázek 32: Polohy zobrazovacích ploch

10.2. Matematická kartografie

Matematická kartografie převádí reálný zemský povrch daného tělesa na exaktně definovanou referenční plochu, která se zobrazuje matematickou, respektive geometrickou cestou (kartografickým zobrazením) do topografické (kartografické) průmětny neboli do roviny. Popisuje a hodnotí deformace, které jsou nezbytnými důsledky těchto převodů (transformací).

10.2.1. Topografické (kartografické) průmětny

Při znázorňování zemského povrchu v rovině mapy se všechny body, čáry a plošné útvary musí převést z tohoto povrchu na společnou základnu, jíž je matematický povrch Země. Toto přenášení se provádí ve směru svislých přímek a nazývá se promítání. Plocha matematického povrchu (plocha rotačního elipsoidu, koule nebo rovinná plocha) na níž se promítání děje, se nazývá topografická průmětna. K fyzickému povrchu se průmětna klade tak, aby splývala se střední hladinou moře (nulový horizont), tím se získá základní plocha, k níž je možno určovat svislé vzdálenosti bodů jako nadmořské výšky a podmořské hloubky. Topografická průmětna může být rovinná, kulová či elipsoidická a jejich volba se řídí především velikostí zobrazovaného území a požadavky na přesnost mapy. Je-li plošná rozloha zobrazované krajiny do $200\,km^2$, je vzhledem k celému povrchu nepatrnou plochou. Při zakreslování horizontálních jevů i při velmi přesném mapování se zakřivení Země zanedbává a zobrazovaná krajina se pokládá za rovinnou plochu. Území $200\,km^2$ představuje obzor, který obhlédneme ze svého stanoviště jako kruh o poloměru asi 8 km. Při většině úkolů technické praxe (zaměřování lesních komplexů atd.) se při polohovém měření nebere obvykle zřetel na zakřivení zemského povrchu ani u ploch větších do $700\,km^2$ a promítání se děje na rovinnou průmětnu. Při výškových (vertikálních) měřeních nelze však zakřivení Země zanedbat ani tehdy, jde-li o body vzdálené třeba jen pár set metrů. Chyba, která by vyplývala z rozdílu mezi skutečným horizontem, od kterého výšku počítáme a zdánlivým horizontem, od kterého výšku měříme optickými přístroji, by dosáhla nepřípustných hodnot. Například při zaměřování na vzdálenost $5\,km$ vzniká již chyba $70\,cm$.



Obrázek 33: Zakřivení Země

U území ještě rozlehlejších se bere v úvahu zakřivení zemského povrchu (viz obr. 33) i při méně náročných měřeních. Povrch Země se promítá na kulovou nebo elipsoidickou průmětnu. Za kulovou průmětnu o poloměru $R \doteq 6\ 371\ km$ se většinou volí pro zobrazování krajiny o rozměrech vymezených maximálně do 60 -70kilometrové vzdálenosti obvodu od jejího středu. Pro mapový obraz ještě většího rozsahu území nebo pro přesné kartografické práce se používají elipsoidické průmětny Krasovského elipsoidu.

10.3. Třídění map

Mapa je nejběžnějším produktem kartografické tvorby. Původně měla mapa výhradně deskriptivní charakter, ale dnes proniká do různých oborů lidské činnosti. Některé z těchto oborů kladou na mapy tak specifické požadavky, že je zapotřebí vyvíjet nové metody konstrukce či sestavování.

Mapu v širokém slova smyslu definujeme jako zmenšený rovinný obraz průmětu zemského povrchu na elipsoidickou, kulovou či rovinnou průmětnu. Dělení map se řídí různými hledisky a můžeme je členit do kategorií podle:

1) **Územního rozsahu**
   - Vesmírné mapy
   - Mapy Země
   - Mapy zemských polokoulí
   - Mapy regionů

2) Časového hlediska

- Statické (jevy k určitému konkrétnímu datu)
- Dynamické (vývoj jevů v čase)
- Retrospektivní (výskyt a intenzita jevu ve vzdálenější minulosti)
- Prognostické (odhad výskytu a intenzity jevu v budoucnosti)

3) **Měřítka mapy** (z geografického hlediska)

- Velké (větší než 1 : 200 000)
- Střední (1 : 200 000 až 1 : 1 000 000)
- Malé (menší než 1 : 1 000 000)

4) Účelu mapy

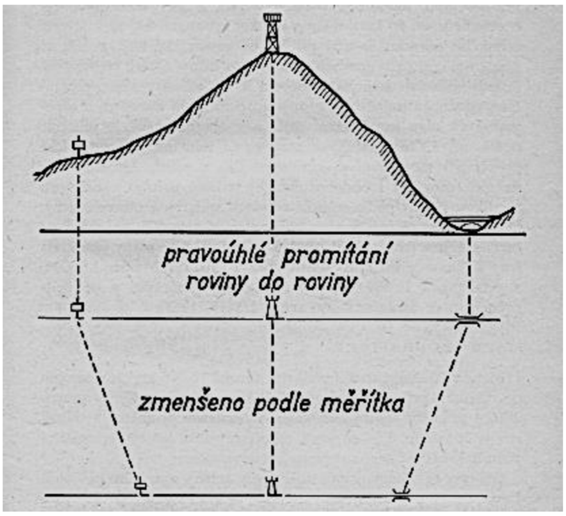
- Edukační (školní atlasy, nástěnné mapy atd.)
- Strategické či plánovací (vojenské taktické, krizové mapy)
- Orientační (turistické mapy, plány měst)
- Hospodářské (mapy průmyslu a těžby nerostných surovin atd.)
- atd.

Vlastním rozlišovacím znakem map je však druh topografické průmětny. Topografická průmětna se volí podle plošné výměry zobrazované krajiny, lze třídit mapy i podle rozsahu znázorňovaného krajiny na mapě. Podle tohoto kritéria dělíme mapy do tří skupin:

1. **Plány** – obsah i zeměpisná síť jsou konstruovány na rovinné průmětně.
2. **Topografické mapy** – s kresleným obsahem na rovinné průmětně, se zeměpisnou sítí zobrazené z kulové nebo elipsoidické průmětny do roviny.
3. **Geografické mapy** – obsah i síť jsou zobrazeny z kulové nebo elipsoidické průmětny do roviny

10.3.1. Plány

Plány se sestrojují jen pro krajiny o rozloze nepřesahující 200 km^2 (resp. 700 km^2). Jejich vznik si můžeme představit tak, že zobrazovaná krajina se promítá pravoúhle (kolmo) do rovinné průmětny ležící v úrovni mořské hladiny. Takto vzniklý průmět je rovinným horizontálním průmětem krajiny, stejně veliký jako původní krajina. Abychom mohli tento průmět realizovat kresbou, je zapotřebí ho podobně geometricky zmenšit (viz obr. 34). **Plán je tedy geometricky podobná zmenšenina rovinného horizontálního průmětu krajiny.**



Obrázek 34: Konstrukce plánu

Při sestrojování plánu prakticky nedochází k žádným nepřesnostem, neboť je sestrojen obraz geometricky podobný tím, že je zmenšený vodorovný rovinný průmět. Zobrazovacím způsobem je geometrická podobnost, která zaručuje, že tvary i úhly jsou věrně zachovány, zatímco délky a plochy jsou zmenšeny podle měřítka. Při konstrukci plánů dochází ke zmenšení zobrazovaného území, nikoliv však k jeho zkreslení.

Plány se obvykle konstruují v měřítku 1 : 500, 1 : 1 000 a 1 : 2 000.

10.3.2. Topografické mapy

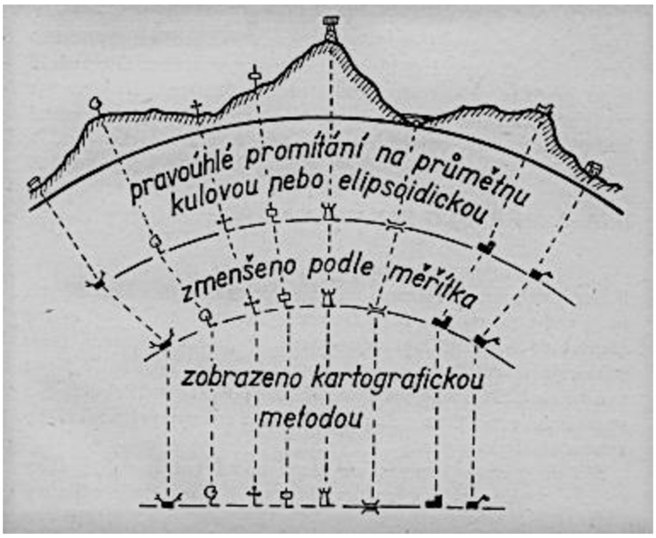
Jde-li o zobrazení větší krajiny, je nutno brát v potaz zakřivení Zeměkoule. Čím je zobrazovaná krajina rozlehlejší, tím zřetelněji se to projevuje. Mapy proto vyobrazují území o plošné výměře větší než $200\ km^2$, respektive $700\ km^2$, nepřesahující však ale $10\ 000\ km^2$ jehož obzor je o poloměru asi 60 km. Topografické mapy mohou být konstruovány tak, že zakřivení zemského povrchu je důležité při kresbě geografické sítě, pomíjí se však při zakreslování podobného obsahu mapy. Obsahy těchto map se sestrojují stejným způsobem jako u plánů, zatímco geografická síť vzniká stejně jako u geografických map. Zkreslení u topografických map jsou v podstatě malá a v obsahu mapy je můžeme pominout. U topografických map proto mluvíme o geometrické podobnosti mezi nimi a skutečností jako u plánů. Můžeme tedy na nich provádět i obdobná měření, zvláště určovat vzdálenosti a velikost plochy podle měřítka ve všech směrech a místech mapy. Deformace na těchto mapách jsou malé a za nejkratší spojnici dvou bodů můžeme pokládat přímku. Topografické mapy jsou sestrojovány většinou v měřítku menším než 1 : 2 000 (obvykle 1 : 5 000) a větším než 1 : 500 000 (např. ukázky topografických map ve Školním atlase světa).

10.3.3. Geografické mapy

Mapy zobrazující území větší než zhruba $10\,000\ km^2$ se sestrojují z kulové či elipsoidické průmětny do roviny. Svislé přímky pravoúhlého průmětu krajiny jsou kolmé na kulovou průmětnu a sbíhají se v jejím středu. Na rozdíl od plánu vzniká kulový horizontální průmět krajiny, jehož zmenšený obraz je glóbus (viz. obr. 35).

Glóbusy se zhotovují pro znázornění celého zemského povrchu. Jsou na nich zachovány úhly a tvary, zatímco délky a plochy jsou vzhledem ke skutečnosti (kulovému horizontálnímu průmětu krajiny) zmenšeny podle zvoleného měřítka. Z geometrické podobnosti obou kulových ploch (zeměkoule a glóbusu) plyne, že plochy na glóbusu se mají ke svým originálům na kulové průmětně jako čtverce jejich poloměrů ($p : P = r^2 : R^2$). Dílčí plochy na glóbusu mají stejný plošný poměr jako jim odpovídající dílčí plochy na zeměkouli. Totéž platí i pro délky ($d : D = r : R$).

Nejdůležitější vlastností glóbusu je, že nezkresluje úhly, délky ani plochy, což tvoří z glóbusu nenahraditelnou zeměpisnou pomůcku. Jejich použitelnost je však omezena, neboť glóbusy nelze vyrábět ve velkém měřítku. Proto byly hledány způsoby zobrazení kulové či elipsoidické plochy glóbusu do roviny, tj. na mapu. Tento úkol řeší matematická kartografie pomocí různých kartografických zobrazovacích způsobů. Jejich výběr se řídí účelem mapy, velikostí a polohou zobrazovaného území na zeměkouli. Mapy vzniklé tímto způsobem jsou rovinné obrazy glóbusu. Nazývají se geografické mapy.

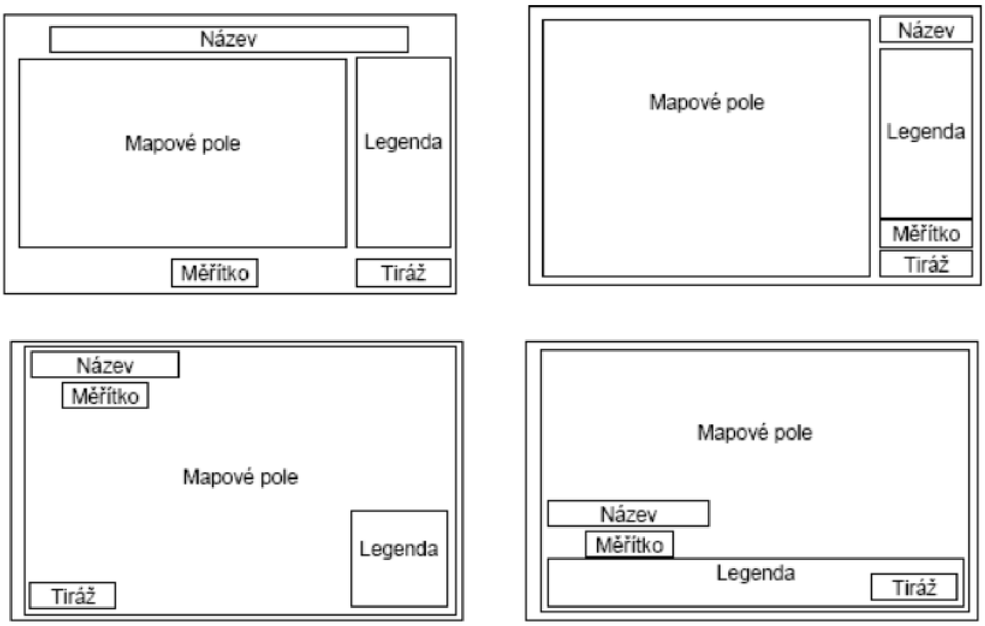


Obrázek 35: Konstrukce geografické mapy

Pro správné používání geografických map v praxi je třeba mít na zřeteli, že mezi glóbusem a geografickou mapou neexistuje geometrická podobnost. Kulová plocha není rozvinutelná do roviny bez zkreslení. Z tohoto důvodu musíme na geografických mapách počítat vždy s deformacemi.

10.4. Mapová kompozice

Jsou to takové prvky, které musí být podle kartografických pravidel součástí každé samostatné mapy. Abychom mapu dokázali dokonale přečíst, musíme znát její název (titul), který nám sděluje, co je v mapě znázorněno. Nejdůležitější je pak samotné mapové pole a v něm vše, co kartografové do mapy umístili a zobrazili. To, co nám pomáhá mapu číst, se nazývá legenda. Dále musí kartografové zvolit správné měřítko mapy a velikost, barvu znaků, tvar znaků apod. Mezi další základní kompoziční prvky patří tiráž a směrovka. To vše tvoří harmonický celek každé mapy, protože mapy by měly být nejen funkční, ale i estetické (viz obr. 36).



Obrázek 36: Příklady kompozice tematické mapy

10.4.1. Mapové pole (obsah mapy)

Mapové pole patří k nejdůležitějšímu elementu každé mapy. Z tohoto důvodu by mělo být v mapě dominantní a v rámci mapového listu zabírat co největší plochu s ohledem na rozmístění dalších kompozičních prvků. V mapovém poli se nachází zobrazované území, na kterém je vizualizována příslušná tematika mapy.

Vedle matematických prvků (rámu, zeměpisné sítě a měřítka) obsahuje každá mapa polohopis, výškopis a názvosloví. Jsou to složky, jimiž je vyjádřena zobrazovaná krajina.

Polohopis znázorňuje vzájemnou polohu významných přirozených i umělých objektů zemského povrchu, jakou jsou sídliště, komunikace, lesy, kultury, hydrografické prvky (vodní toky, jezera, vodní nádrže) apod.

Výškopis vyjadřuje výškové poměry a tvary reliéfu, tj. vertikální prvky povrchu Země, vymodelované endogenními a exogenními silami a antropogenními vlivy. Touto složkou se na mapě zobrazují např. hory, hřbety, údolí, prolákliny, sedla, průsmyky atd.

Názvoslovný obsah mapy (popis v mapě, vysvětlivky) označuje nebo vysvětluje zakreslené předměty.

10.4.2. Měřítko plánů a map

Zobrazení krajiny na mapě vyžaduje četná předchozí topografická měření, jimiž se stanoví vzájemná poloha a výška jednotlivých bodů nad nulovou hladinou. Získané výsledky měření nelze přenést přímo do mapy nezmenšené. V jakém zmenšení neboli v jakém poměru se toto zmenšení provede, udává měřítko. V plánu a v topografické mapě má toto měřítko poněkud odlišnou funkci ve srovnání s měřítkem geografické mapy, což vyplývá z odlišného vzniku obou skupin map.

Měřítko plánu a topografické mapy udává poměr určité délky (plochy) v plánu, respektive v topografické mapě k jejímu horizontálnímu průmětu v přírodě. Vyjadřuje tedy míru zmenšení horizontálního průmětu zemského povrchu.

Zmenšení závisí na přesnosti požadované od plánu nebo topografické mapy a na účelu, k němuž jich má být použito. Měřítko se uvádí ve formě poměru $1 : m$, kde m značí, kolikrát je délka na topografické mapě či plánu zmenšena vzhledem ke svému horizontálnímu průmětu v přírodě. Ze dvou měřítek je větší to, jehož poměr se více blíží poměru $1 : 1$. Například topografická mapa v měřítku $1 : 25\,000$ má dvakrát větší měřítko než mapa v měřítku $1 : 50\,000$ apod.

$\left(\frac{1}{25\,000} \text{ je dvakrát větší než } \frac{1}{50\,000}\right)$.

Na mapě $1 : 25\,000$ znamená délka $4\ cm$ délku $1\ km$ v přírodě. Na mapě $1 : 50\,000$ znamená délka $4\ cm$ délku $2\ km$ v přírodě. V první mapě čtverec o straně $4\ cm$ představuje v přírodě plochu $1\ km^2$. V druhé mapě čtverec o straně $4\ cm$ představuje v přírodě plochu $4\ km^2$.

Měřítko geografické mapy nemá význam měřítka plánu či topografické mapy, poněvadž geometrickou podobností nedostaneme mapu v rovině, ale glóbus. Měřítko uvedené na geografické mapě je vlastně měřítkem glóbusu, z něhož zvoleným kartografickým zobrazovacím způsobem mapa vzniká. Měřítko geografické mapy udává, kolikrát je poloměr glóbusu menší než poloměr zeměkoule, respektive kolikrát jsou délky na tomto glóbusu menší než délky ve skutečnosti.

Je zřejmé, že na mapách malého měřítka je na stejné ploše zobrazena větší část krajiny a že tedy mapy malých měřítek nemohou obsahovat tolik podrobností jako mapy velkých měřítek, jimiž bývají topografické mapy a plány.

Mnohdy se měřítku mapy připisuje rozlišovací charakter pro třídění map na plány, topografické mapy a geografické mapy. Měřítko nemůže být pro posouzení geometrické stránky mapy rozhodujícím faktorem. Rozhodujícím znakem v tomto směru je typ průmětny.

Pracujeme-li s topografickou mapou v měřítku $1 : m$, pak mezi změřenou délkou (a) na mapě a odpovídající vzdáleností (b) v přírodě platí tyto vztahy:

$$m = \frac{b}{a}\,, \qquad a = \frac{b}{m}\,, \qquad b = m \cdot a\,.$$

Podobně lze určit z měřítka geografické mapy $1 : m$ poloměr (r) příslušného kulového glóbusu podle vzorce:

$$r = \frac{R}{m},$$

kde R je poloměr kulové průmětny a měří $6\,371\ \mathrm{km}$, m je druhým členem měřítka glóbusu a tím i geografické mapy $1 : m$.

Známe-li měřítko topografické mapy, lze z něho určit skutečné vzdálenosti a velikosti ploch. Je třeba brát v potaz, že délky jsou zkráceny $m$krát a plochy jsou zmenšeny m^2krát.

Příklad 10.1: V mapě, která má měřítko $1 : 50\,000$, činí výsledek měření dané plochy $25\ cm^2$. Určete velikost plochy ve skutečnosti.

Řešení:

$1\ cm$ na mapě	…	$50\,000\ cm$ ve skutečnosti
$1\ cm^2$ na mapě	…	$50\,000^2 = 2\,500\,000\,000\ cm^2$ ve skutečnosti
$25\ cm^2$ na mapě	…	$x\ \ cm^2$ ve skutečnosti

$$\frac{25}{1} = \frac{x}{2\,500\,000\,000}$$

Zbavíme se zlomku a dopočítáme čemu se rovná x:

$$x = 25 \cdot 2\,500\,000\,000 = 62\,500\,000\,000\ cm^2 = 6\,250\,000\ m^2 = 625\ ha$$

Velikost plochy ve skutečnosti odpovídá $625\ ha$.

Není-li na mapě měřítko udáno (bývá na starších mapách), lze jej zjistit pomocí porovnání zvolené délky v mapě buď s její skutečnou hodnotou v přírodě, nebo se souhlasnou délkou na mapě jiného měřítka.

Příklad 10.2: Určete měřítko mapy, jestliže v ní změřená délka $a = 96\ mm$ a odpovídající vzdálenost v přírodě b měří $480\ m$.

Řešení:

Podle shora uvedeného vztahu se měřítko mapy vypočítá podle vzorce:

$$m = \frac{b}{a} = \frac{480\,000}{96} = 5\,000$$

Hledané měřítko mapy je $1 : 5000$.

Jde-li o určení měřítka mapy ze dvou map stejného území, z nichž jedna měřítko nemá, lze neznámé měřítko vypočítat podle vzorce:

$$m = \frac{m' \cdot d}{D}$$

kde m' je druhým členem známého měřítka srovnávací mapy, d je délka na mapě s měřítkem známým a D je délka na mapě bez měřítka.

Příklad 10.3: Určete měřítko mapy, jestliže na mapě v měřítku $1 : 100\,000$ je délka $d = 54\ mm$ a odpovídající délka na mapě bez měřítka $D = 216\ mm$.

Řešení:

Měřítko mapy se vypočte vyčíslením výše uvedeným vzorcem

$$m = \frac{m' \cdot d}{D} = \frac{100\,000 \cdot 54}{216} = 25\,000.$$

Hledané měřítko mapy je $1 : 25\,000$.

Podle měřítka geografické mapy $1 : m$ lze vypočítat poloměr glóbusu, jehož je tato mapa rovinným obrazem.

Příklad 10.4: Jak velký je poloměr (r) glóbusu, jehož rovinným obrazem je geografická mapa v měřítku $1 : 3\,500\,000$.

Řešení:

K výpočtu užijeme známého vzorce:

$$r = \frac{R}{m}$$

kde $R = 6\,371\ km = 637\,100\,000\ cm$

$m = 3\,500\,000\ cm,$

poté:

$$r = \frac{R}{m} = \frac{637\,100\,000}{3\,500\,000} \doteq 182\ cm$$

Geografická mapa v měřítku $1 : 3\,500\,000$ je rovinným obrazem glóbusu o poloměru $r = 182\ cm.$

Pro správné užití měřítka geografické mapy je nutno znát charakter jejího zobrazovacího způsobu, z něhož je patrno, do jaké míry a v čem je rovinný obraz glóbusu nakreslen.

Příklad 10.5: Na mapě jsou od sebe vzdálena dvě místa A a B $9{,}5\ cm$. Určete skutečnou vzdálenost těchto míst, jestliže víme, že měřítko mapy je $1 : 100\,000$.

Řešení:

Příklad budeme řešit dvěma způsoby

1) Pomocí trojčlenky:

   $1\ cm$ na mapě ... $100\,000\ cm$ ve skutečnosti

   $9{,}5\ cm$ na mapě ... $x\ cm$ ve skutečnosti

$$\frac{9{,}5}{1} = \frac{x}{100\,000}$$

   Po ekvivalentní úpravě získáme:

$$x = 9{,}5 \cdot 100\,000 = 950\,000\ cm = 9{,}5\ km.$$

2) Jestliže, měřítkové číslo $m = 100\,000$ a vzdálenost dvou míst $a = |AB| = 9{,}5\ cm$, poté skutečná vzdálenost (b) je tedy:

$$b = m \cdot a = 100\,000 \cdot 9{,}5 = 950\,000\ cm = 9{,}5\ km.$$

Skutečná vzdálenost obou míst je 9,5 km.

Příklad 10.6: Vypočítejte skutečné rozměry fotbalového hřiště, které má na plánu města s měřítkem$1 : 5\,000$ rozměry $2{,}7 \times 1{,}7\ cm$. Jak dlouho bude trvat posekání celého hřiště, když sekačka pracuje s rychlostí $27\ m^2/min$?

Řešení:

Pomocí trojčlenky si nejprve vyjádříme délku stadionu:

$1\ cm$ na mapě	…	$5\,000\ cm$ ve skutečnosti
$2{,}7\ cm$ na mapě	…	$x\ cm$ ve skutečnosti

$$\frac{2{,}7}{1} = \frac{x}{5\,000}$$

Po ekvivalentní úpravě získáme:

$$x = 2{,}7 \cdot 5\,000 = 13\,500\ cm = 135\ m.$$

Stejným postupem získáme i šířku stadionu:

$1\ cm$ na mapě	…	$5\,000\ cm$ ve skutečnosti
$1{,}7\ cm$ na mapě	…	$x\ cm$ ve skutečnosti

$$\frac{1{,}7}{1} = \frac{x}{5\,000}$$

$$x = 1{,}7 \cdot 5\,000 = 8\,500\ cm = 85\ m.$$

Skutečné rozměry stadionu jsou tedy $135 \times 85\ m$. Plochu stadionu vyjádříme pomocí vzorce:

$$S = a \cdot b = 135 \cdot 85 = 11\,475\ m^2.$$

V úloze máme ještě vypočítat, za jak dlouho sekačka poseče celou plochu stadionu, víme-li, že rychlost sečení trávy je $v = 27\ m^2/min$. Jednoduše zjistíme, za jak dlouhý čas (t) sekačka poseče celé hřiště:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{11\,475}{27} = 425\ min = 7\ hod\ 5\ min.$$

Sekačka poseče celé hřiště za 7 hodin a 5 minut.

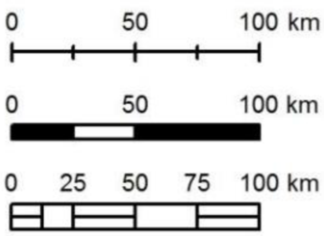
10.4.2.1. Typy měřítek

Umisťování měřítka na mapový list se stejně jako ostatní kompoziční prvky řídí několika zásadami. Měřítko by nemělo být nikdy v rámci mapové kompozice příliš nápadné a strhávat na sebe velikou pozornost. Mělo by být spíše dekadické, aby spíše působilo esteticky. Měřítka můžeme rozdělit na několik typů podle toho, co a jakým způsobem vyjadřují.

a) Grafické
b) Číselné
c) Slovní
d) Časové

a) Grafické měřítko

Tento typ měřítka se nejčastěji považuje za základní a bývá upřednostňován před ostatními typy. Grafické měřítko (viz obr. 37) vyjadřuje uvedený poměr pomocí grafických prvků. Většinou je vyobrazeno v podobě dělené linie s hodnotovým označením jednotlivých úseků.



Obrázek 37: Typy grafických měřítek

b) Číselné měřítko

Vyjadřuje uvedený poměr pomocí čísel poukazující, že jeden dílek na zobrazovací ploše odpovídá určitému počtu stejných dílků na referenční ploše (viz obr. 38). Například měřítko $1 : 25\ 000$ říká, je $1\ cm$ na mapě odpovídá $25\ 000\ cm$ ve skutečnosti.

1 : 4 000 000

Obrázek 38: Příklad číselného měřítka udávané v poměru

c) Slovní měřítko

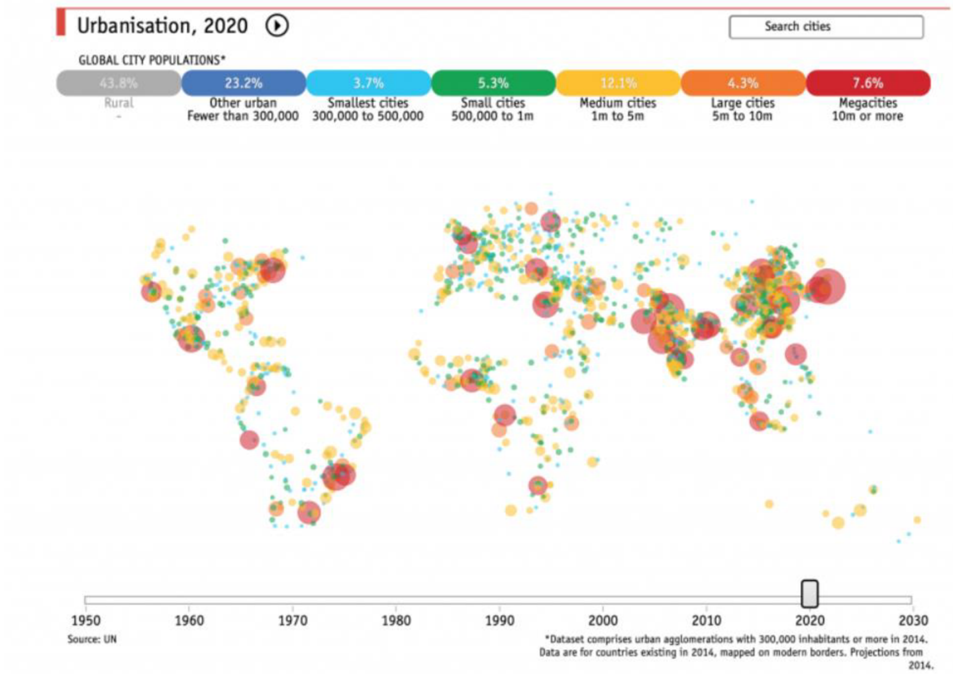
Uvedený poměr se vyjadřuje pomocí textu, které říká, že jeden dílek na zobrazovací ploše odpovídá určitému počtu stejných dílků na referenční ploše (viz obr. 39).

1 cm ~ 40 km

Obrázek 39: Příklad slovního měřítka

d) Časové měřítko

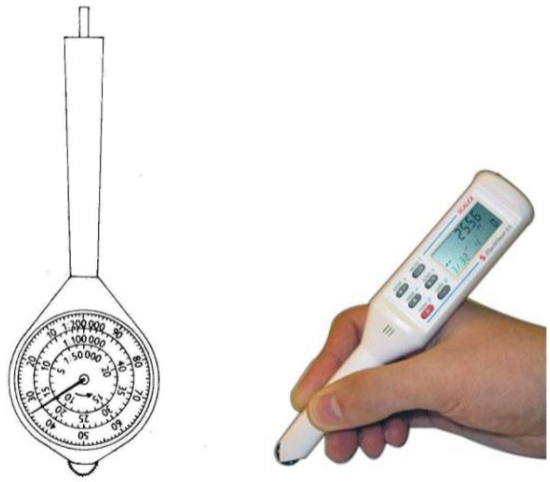
Jedná se o specifický typ měřítka, které se používá v sériích map nebo v interaktivních mapách, znázorňující vývoj určitého fenoménu v čase. Časové měřítko bývá nejčastěji vyjádřeno pomocí posuvníku reprezentující určitou časovou osu (viz obr. 40).



Obrázek 40: Příklad časového měřítka s posuvníkem

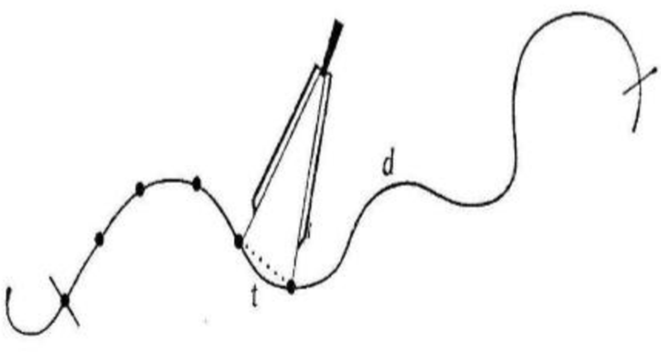
10.5. Mapová měření

Jak už víme, tak na mapách či plánech dokážeme měřit délky nebo plochy. Nejjednodušším případem, jak můžeme měřit přímou čáru, je, že si zvolíme klasické pravítko se stupnicí v cm a pomocí měřítka dokážeme určit skutečnou vzdálenost. Daleko obtížnější je případ, kdy máme pro změnu změřit délku křivky (např. meandrující vodní tok). Tohle měření lze učinit za pomocí křivkoměru (viz obr. 41), jejímž měřícím kolečkem opisujeme měřenou čáru a výslednou vzdálenost nám ukáže ručička ciferníku.



Obrázek 41: Křivkoměr

Dalším způsobem, jak docílit tohoto měření je s pomocí odpichovátka (viz obr. 42). Odpichovátko je velmi podobné kružítku, na jehož obou ramenech jsou hroty. Na začátku měření si zvolíme vhodný rozestup hrotů na odpichovátku a měřenou křivku „odkrokujeme“. Při takovémto postupu neměříme velikosti oblouků (jejich zakřivení), ale jejich tětivy. Čím menší vzdálenost mezi hroty odpichovátka si zvolíme, tím přesnější naše měření bude, ale na druhou stranu i mnohem pracnější.

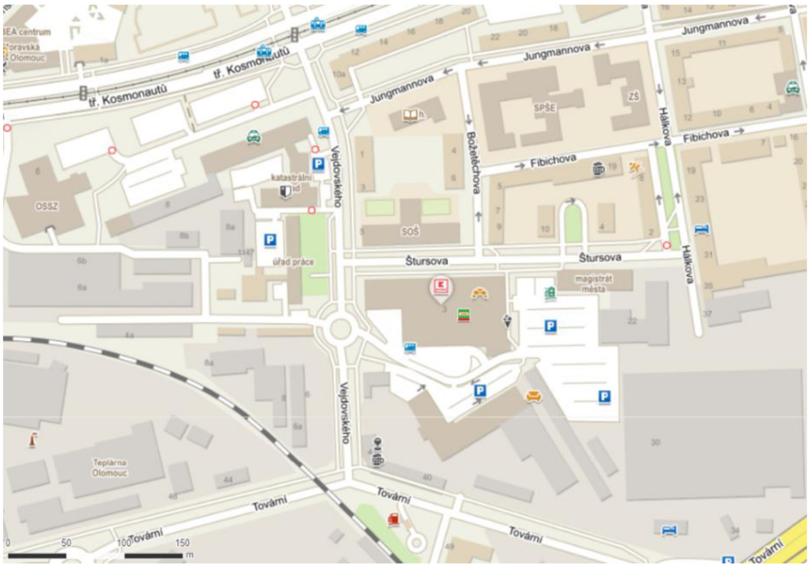


Obrázek 42: Odpichovátko

Příklad 10.7: Na obr. 43 je vyobrazen mapový výřez Olomouce. Vypočítejte:

a) skutečnou délku Štursovy ulice

b) délku Štursovy ulice na plánu s měřítkem$1:2000$



Obrázek 43: Mapový výřez Olomouce

Řešení:

a) Změříme-li si pomocí pravítka délku Štursovy ulice v cm, zjistíme, že měří 5,8 cm. Dále si povšimneme na plánu Olomouce měřítka, které uvádí, že je 1 cm na plánu zobrazuje 50 m ve skutečnosti. Pro výpočet využijeme trojčlenky.

$1\ cm$ na mapě … $50\ m$ ve skutečnosti

$5{,}8\ cm$ na mapě … $x\ m$ ve skutečnosti

$$\frac{5{,}8}{1} = \frac{x}{50}$$

Po ekvivalentní úpravě získáme:

$$x = 5{,}8 \cdot 50 = 290\ m.$$

b) Délku Štursovy ulice provedeme obráceným postupem. Nyní nebudeme počítat skutečnou délku Štursovy ulice, ale vyjádříme délku ulice v plánu s měřítkem $1 : 2\,000$. Pro výpočet využijeme trojčlenky:

$1\ cm$ na mapě	…	$2\,000\ cm$ ve skutečnosti
$x\ cm$ na mapě	…	$29\,000\ cm$ ve skutečnosti

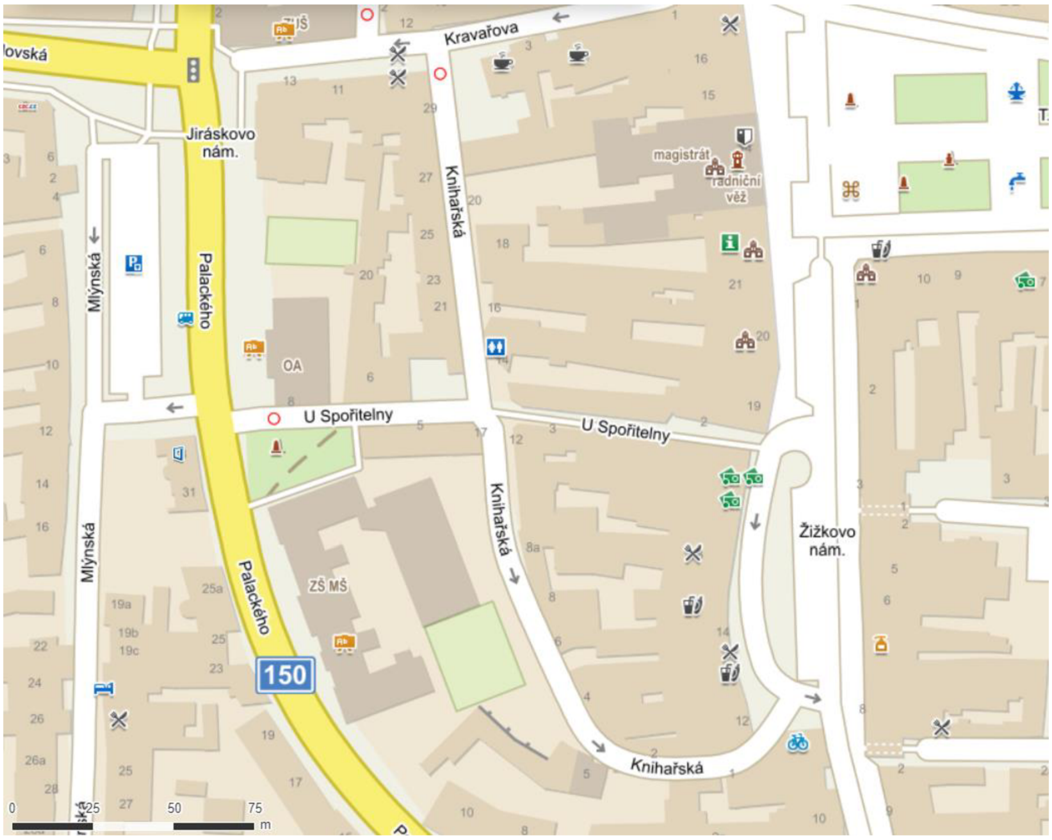
$$\frac{x}{1} = \frac{29\,000}{2\,000}$$

Po ekvivalentní úpravě získáme:

$$x = \frac{29\,000}{2\,000} = 14{,}5\ cm.$$

Skutečná délka Štursovy ulice je 290 metrů a na plánu s měřítkem $1 : 2\,000$ její délka odpovídá 14,5 cm.

Příklad 10.8: Na obrázku 44 je vyobrazen mapový výřez Prostějova. Pomocí odpichovátka určete skutečnou délku Knihařské ulice.



Obrázek 44: Mapový výřez města Prostějova – ulice Knihařská

<u>*Řešení:*</u>

Pomocí grafického měřítka na plánu snadno zjistíme, že se jedná o plán v měřítku $1 : 2\,500$. Abychom provedli měření pomocí odpichovátka, musíme si zvolit konstantní rozestup hrotů. Za nejvhodnější rozestup hrotů si zvolíme $1\ cm$, což ve skutečnosti odpovídá $25\ m$. Skutečná délka ulice l je:

$$l = n \cdot d + k,$$

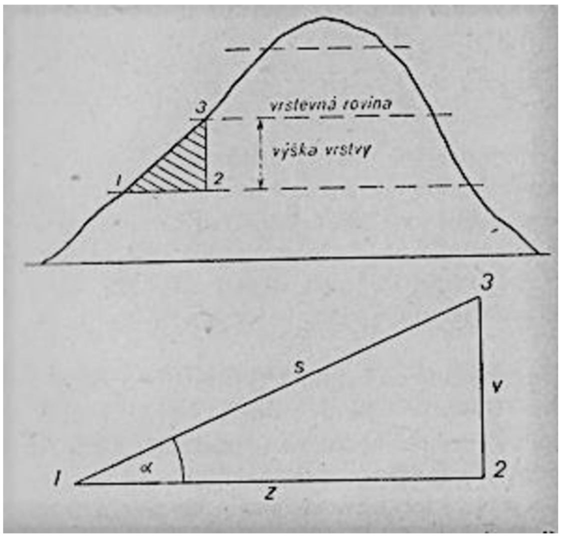
kde n je počet „kroků“, d určuje rozestup hrotů a k je velikost posledního kroku.

Na základě měření zjistíme, že celkově jsme udělali 12 celých kroků. Poslední krok byl pouze $0{,}5\ cm$, a to ve skutečnosti odpovídá $12{,}5\ m$. Po dosazení do vzorce získáme:

$l = 12 \cdot 25 + 12{,}5 = 312{,}5\ m$

Délka Knihařské ulice je dlouhá 312,5 m.

Při měření délek na topografické mapě musíme mít na zřeteli i tu okolnost, že každá délka z přírody je na mapě vyjádřena svým průmětem. To znamená, že všechny skloněné délky jsou na mapě kratší než tytéž délky měřené po svahu plastického modelu krajiny. Jen délka vodorovné čáry, jejíž oba koncové body a všechny mezibody mají stejnou absolutní výšku, není v mapě (v průmětu) zkreslena, ale jen zmenšena podle měřítka mapy. V mapě tedy měříme jen průmět úsečky, který je tím menší, čím větší je sklon téže úsečky ve skutečnosti. Při sklonu 90° je průmětem úsečky bod. Jde-li o mapový obraz krajiny s větším rozdílem relativních výšek, převádíme redukovanou délku (průmět v mapě) na délku skutečnou podle vztahu v tzv. **sklonovém trojúhelníku** (viz obr. 45).



Obrázek 45: Sklonový trojúhelník

Jestliže označíme přeponu tohoto trojúhelníku, tj. skutečnou délku úsečky, písmenem s, jeho výšku v a základnu z, pak přeponu vypočítáme podle Pythagorovy věty:

$$s = \sqrt{v^2 + z^2}$$

kde v je výškový rozdíl obou koncových bodů úsečky a z je změřený její pravoúhlý průmět v mapě.

V případě, že známe úhel sklonu α, vypočítáme skutečnou délku úsečky ze vzorce:

$$s = \frac{v}{\sin \alpha} \quad \text{nebo} \quad s = \frac{z}{\cos \alpha}$$

Příklad 10.9: Určete skutečnou délku (s) mezi dvěma body na mapě $1 : 50\,000$, jestliže její mapový obraz (z) měří $3\ cm$ a výškový rozdíl obou bodů činí $350\ m$.

Řešení:

$1\ cm$ na mapě … $50\,000\ cm$ ve skutečnosti

$3\ cm$ na mapě … $x\ m$ ve skutečnosti

$$\frac{3}{1} = \frac{x}{50\,000}$$

Po ekvivalentní úpravě získáme:

$$x = 3 \cdot 50\,000 = 150\,000\ cm = 1\,500\ m.$$

Vzdálenost mezi dvěma body určená podle měřítka se rovná $1500\ m$.

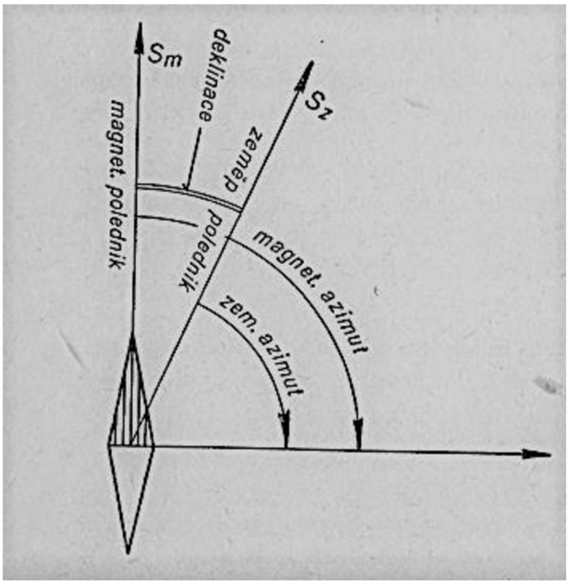
Ovšem skutečnou délku s vypočteme dosazením do známého vzorce:

$$s = \sqrt{v^2 + z^2} = \sqrt{350^2 + 1500^2} = 1540\ m.$$

Skutečná vzdálenost obou bodů $s = 1540\ m$ je o $40\ m$ delší než tatáž vzdálenost určená podle měřítka mapy.

10.5.1. Měření úhlů

Práce s mapou a busolou patří k základním a nejčastěji prováděným praktickým dovednostem na školách. Pro pohyb v terénu je velmi užitečné ovládat měření azimutu. Azimut, někdy též pochodový či magnetický úhel, je úhel mezi magnetickým severem a určitým zvoleným bodem (viz obr. 46). Topografické mapy se zorientují podle buzoly k severu a úhloměrem na buzole se změří azimut po směru hodinových ručiček, který se dodržuje až k cíli.

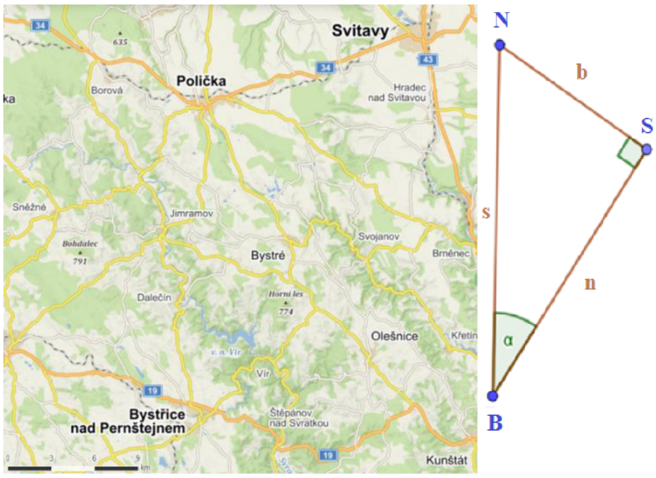


Obrázek 46: Magnetický azimut

Příklad 10.10: Vypočítejte, pod jakým azimutem se nachází nejkratší spojnice měst Bystřice nad Pernštejnem a Svitavy.

Řešení:

Vytvoříme si pravoúhlý trojúhelník tak, že uděláme spojnice mezi Bystřicí a městem Svitavy a Bystřicí a magnetickým severem. Na spojnici Bystřice-Svitavy utvoříme kolmici v bodě Svitavy tak, aby vznikl pravoúhlý trojúhelník. U vzniklého trojúhelníku změříme délky jeho stran n, b, s . Hledaný úhel α dopočítáme pomocí goniometrických funkcí $\sin\alpha_1$, $\cos\alpha_2$, a $\tan\alpha_3$.



Obrázek 47: Mapa k měření úhlu

$$\sin\alpha_1 = \frac{b}{s} = \frac{3}{5{,}9}$$

$$\alpha_1 = 30°\,34'$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{n}{s} = \frac{4{,}9}{5{,}9}$$

$$\alpha_2 = 33°\,51'$$

$$\tan\alpha_3 = \frac{b}{n} = \frac{3}{4{,}9}$$

$$\alpha_3 = 31°\,29'$$

Pro přesnější výsledek uděláme z těchto tří hodnot aritmetický průměr:

$$\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) : 3 = 31°\,58'$$

Nejkratší spojnice mezi Bystřicí nad Pernštejnem a městem Svitavy je pod azimutem 31° 58‘.

11. Závěr

Cílem diplomové práce bylo vytvořit učební text, který by přiblížil využití matematiky v oblasti geografie a kartografie. Snažil jsem se ukázat, že matematika s geografií jsou vědy, které jsou na sobě velice závislé, a proto si troufám říci, že ke každému zeměpisnému okruhu lze vymyslet nesčetné množství příkladů. Matematika s geografií nejsou však jediné vědy, které jsou na sobě závislé, podobné vztahy se mohou dále rozvíjet například i ve fyzice či dějepise.

Inspiraci jsem hledal v těchto uvedených knižních zdrojích. Kniha od Tichého a Švece Matematický zeměpis a kartografie mi pomohla v inspiraci matematických úloh v geografii s názornými obrázky. V Brázdilově Úvodu do studia planety Země nalezneme fyzikální příčiny tvaru Země a historii určování jeho rozměrů. U Voženílkovy Aplikované kartografie jsem vyhledával základní problematiku pro tvorbu map. Tyto zmíněné knižní zdroje mi sloužily k ověřování informací a byly velkou inspirací pro tvorbu matematických úloh v geografii.

Práce obsahuje základní fyzikální zákonitosti při oběhu planety Země okolo Slunce. Objasňuje matematické principy při určování tvaru a velikosti Zeměkoule a končí při jejím mapování. V úvodu jsem se věnoval základním vlastnostem a chování planety Země ve vesmíru. Na ukázku a inspiraci jsem použil Keplerových zákonů, které jasně vysvětlují oběh Země kolem Slunce. V další kapitole jsem se zabýval historií a měřením naší planety, především Eratosthénovým prvním historicky doloženým měřením. Dále v textu nalezneme klasifikaci matematických aproximací zemského tělesa. Výstupem těchto aproximací jsou referenční plochy, které jsou základem pro vyhotovení mapy. V dalších kapitolách práce jsem se soustředil na kartografické zkreslení, které vzniká při převodu zakřivené referenční plochy do roviny mapy. Ke konci práce jsem se zabýval mapovou kompozicí, která je základem všech map, na níž jsem navázal rozdělením map podle měřítka atd.

K učebnímu textu jsem sestavil i sbírku geografických a kartografických úloh doplněné řešením. Sbírka má ukázat na množství různorodých příkladů, ve kterých se aplikují matematické znalosti a dovednosti. Tyto úlohy mohou sloužit k procvičení dané látky přímo v hodině zeměpisu či k procvičení v rámci domácí přípravy.

V současné době je neblahým trendem snižování hodinových dotací zeměpisu ve prospěch jiných předmětů. Hodně škol přesto stále považuje zeměpis za klíčový předmět a poskytuje v každém ročníku dvě vyučovací hodiny. Existují ale i školy, které snížily hodinovou dotaci ze dvou vyučovacích hodin pouze na jednu. Učitel bohužel nemůže zařadit do svých hodin spousty věcí, a především vypouští početní úlohy. Řada úloh uvedených v této práci se dá lehce upravit (zaměnit za jiné úhly, města s jinou zeměpisnou délkou atd.). Matematické i grafické metody jsou dnes v geografii a kartografii hojně využívány. Mou snahou bylo ukázat propojení učiv obou předmětů, které se vzájemně obohacují, a proto by jim mělo být věnováno na školách více prostoru.

12. Summary

The aim of the diploma work was to create an educational text that would introduce the use of mathematics in the field of geography and cartography. I tried to show that the sciences of mathematics and geography are closely dependent on each other, and therefore I dare say that countless mathematical problems can be invented for each geographical topic. However, mathematics and geography are not the only sciences that depend on each other, they can also be further developed, for example, in physics or history.

I looked for inspiration in the following book sources. Mathematical Geography and Cartography by Tichý and Švec inspired me with mathematical problems in geography with illustrative pictures. In Brázdil's Introduction to the Study of Planet Earth, the physical causes of the shape of the Earth and the history of determining its dimensions are explained. Voženielka's Applied Cartography is then aimed at the basic issues in map creation. These book resources helped me with the verification of information and were a great inspiration for creating mathematical problems in geography.

The work explains the basic physical laws associated with the orbit of the Earth around the Sun. It clarifies the mathematical principles involved in determining the shape and size of the Earth and ends with its mapping. In the introduction, I focused on the basic characteristics and behaviour of the planet Earth in space. For illustration and inspiration, I used Kepler's laws, which clearly explain the orbit of the Earth around the Sun. In the next chapter, I dealt with the history and measurement of our planet, especially with Eratosthenes' first historically documented measurement. Further in the text, a classification of mathematical approximations of the terrestrial body can be found. The output of these approximations are reference areas which serve as the basis for the map creation. The subsequent chapters are aimed at cartographic distortion, which arises when a curved reference area is converted to a map plane. At the end of the work, I dealt with map composition, which serves as the basis of all maps, as well as the division of maps according to scale, etc.

The educational text is also accompanied with a compiled collection of geographical and cartographic problems with solutions. The collection is intended to show a number of diverse examples in which mathematical knowledge and skills are applied. These tasks can be used to practice the topic directly in the geography classes or as part of homework.

At present, the time scheduled for teaching geography is being reduced at the expense of other subjects. Many schools still consider geography to be a key subject and allocate two teaching hours per week to its teaching in each year. But there are also schools that reduced the scheduled time from two teaching hours to only one. Unfortunately, teachers cannot include everything they want in their lessons, and they mainly omit numerical tasks. A number of tasks presented in this work can be easily modified (replaced with different angles, cities with different longitude, etc.). Mathematical and graphic methods are widely used in geography and cartography today. My effort was to show the connection between the curriculum of both subjects, which enrich each other and therefore should be given more space in schools.

Seznam literatury:

Literární zdroje:

BELZ, Horst. *Klíčové kompetence a jejich rozvíjení: východiska, metody, cvičení a hry*. Vyd.1. Editor Alena Vališová, Hana Kasíková. Praha:Portál, 2001. ISBN 80-717-8479-6. S.27-33

BRÁZDIL, R., a kol. *Úvod do studia planety Země*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1988, 365 s

HVĚZDOVÁ, a kol. *Nové pojetí odborného výcviku na střední škole*. Praha: SPN,1983

CHLUP, O., *Pedagogika*. Praha: SPN, 1965

JANÁS, J. (1985): *Mezipředmětové vztahy a jejich uplatňování ve fyzice a chemii na základní škole*. Univerzita J. E. Purkyně v Brně, Brno.

LOKŠA, J., LOKŠOVÁ, I.: *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*. Portál, Praha 1999

LOVEČEK, A., ČADÍLEK, M. *Didaktika odborných předmětů*. Brno: Masarykova univerzita,2003

MALÝ, M. a kol. *Odborný výcvik*, České Budějovice: MZVž ČSR,1988

MAŇÁK, J., ŠVEC, V., *Výukové metody*, nakladatelství Paido Brno, 2003, 223 s.

MAREŠ, M. *Příběhy matematiky*. 2. vyd. Příbram: Pistorius a Olšanská, s. r. o. 2011. 336 s. ISBN 978-80-87053-64-5.

MATYÁŠ, M., *Matematika v geografii a kartografii*, Bakalářská práce, Masarykova Univerzita, Brno, 2018, 65 s

PAŘÍZEK, V.: *K obsahu vzdělání a jeho soudobým přeměnám*. Praha: SPN,1984,

PÁTEK, J., *Matematika v geografii*, Bakalářská práce, Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, České Budějovice, 2012, 43 s

PAVELKOVÁ, I.: *Motivace žáků k učení*. PedF UK, Praha 2002

PRŮCHA, J. (2009a): *Moderní pedagogika*. Čtvrté, aktualizované vydání. Portál, Praha, 488 s.

PRŮCHA, J. (2009b): *Pedagogický slovník*. Portál, Praha, 395 s

PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J. (2013): *Pedagogický slovník*. Portál, Praha.

PRUNNER, P., *Vybrané kapitoly z pedagogické psychologie*. 2.vyd., Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni,2003, ISBN 80-7082-979-6., SKALOKOVÁ, J. (2007) *Obecná didaktika*, Grada, Praha,328 s.

STEJSKALOVÁ, P., ČADÍLEK, M. *Didaktika praktického vyučování*, Brno: Masarykova univerzita,2001

ŠIMÁČEK, P., *Základy kartografie,* Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2014, 77 s

TICHÝ, O., ŠVEC R., *Matematický zeměpis a kartografie*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1965, 297 s

TOMILIN, A., *Jak lidé objevovali tvar Země*, Nakladatelství Raduga, Moskva, 1989, 80 s

VANDROVCOVÁ, J. (2017): *Mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu ve výuce na gymnáziu na úrovni zamýšleného kurikula*

VOŽENÍLEK, V., KAŇOK J., a kol*. Metody tematické kartografie*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2011, 216 s

WALTEROVÁ, E. (1994): *Kurikulum – proměny a trendy v mezinárodní perspektivě*. Masarykova univerzita, Brno,185 s.

Elektronické zdroje:

Analytická geometrie [online]. 2011 [cit. 2022-10-10]. Dostupné z: https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~portal/analyticka_geometrie/souradnice.php?kapitola=soustavaSouradnicP

Antika. Eratosthenés z Kyrény a měření zemského obvodu [online]. 2004 [cit. 2023-2-12]. Dostupné z: http://antika.avonet.cz/article.php?ID=4640

Kružnice, délka kružnice [online]. 2016 [cit. 2022-10-12]. Dostupné z: https://docplayer.cz/1377030-Kruznice-delka-kruznice-obvod-kruhu.html

Ludolfovo číslo. Tematický archiv [online]. 1997 [cit. 2022-9-3]. Dostupné z: https://temata.rozhlas.cz/ludolfovo-cislo-7548610

Tvar Země. Zeměpis.eu [online]. 2008 [cit. 2022-10-10]. Dostupné z: https://kontinenty.webnode.cz/tvar-zeme/

Vysokoškolské kvalifikační práce. Matematika v geografii [online]. 2012 [cit. 2022-10-10]. Dostupné z: https://theses.cz/id/a4lyid/BP_-_Matematika_v_geografii_Jaroslav_Ptek.pdf

RVP pro zákl.vzdělávání,MŠMT Praha 2021)- rvp-zv-2021-s-vyznacenymi-zmenami.pdf (edu.cz) nebo RVP PV září 2021.pdf, MŠMT ČR (msmt.cz)

Seznam a zdroje obrázků:

Obrázek 12: Nejstarší dochovaná mapa světa Ptolemaiovců, překreslená podle jeho 1. projekce mnichy roku 1300
(Dostupné z: https://digitalmapsoftheancientworld.com/ancient-maps/ptolemys-map/)

Obrázek 13: Tvar a velikost Země
(Dostupné z:
https://is.muni.cz/el/1441/podzim2007/ZS1BP_IVZ1/um/02.Tvar_a_velikost_Zeme.pdf)

Obrázek 14: Geoid
(Dostupné z: https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/geofyzika/tvar-zeme)

Obrázek 15: Odchylky (v metrech) elipsoidu od geoidu znázorněné pomocí izolinií
(Zdroj: ŠIMÁČEK, P., 2014)

Obrázek 16: Rotační referenční elipsoid
(Dostupné z: https://theses.cz/id/a4lyid/BP_-_Matematika_v_geografii_Jaroslav_Ptek.pdf?lang=en)

Obrázek 17: Sférická soustava souřadnic
(Dostupné z:
https://cs.wikipedia.org/wiki/Sf%C3%A9rick%C3%A1_soustava_sou%C5%99adnic#/media/Soubor:Spherical_with_grid.svg)

Obrázek 18: Zeměpisné souřadnice
(Zdroj: MATYÁŠ, M., 2018)

Obrázek 19: Odhad π pomocí vepsaných a opsaných mnohoúhelníků
(Dostupné z: https://slideplayer.cz/slide/15300944/)

Obrázek 20: Hodnota čísla π
(Dostupné z: https://www.uniad.cz/co-je-to-vlastne-cislo-pi/)

Obrázek 21: Objasnění délky rovnoběžky
(Zdroj: MATYÁŠ, M., 2018)

Obrázek 22: Výřez mapy obsahující vzdálenost Belému od Brasílie
(Dostupné z: mapy.cz)

Obrázek 23: Sférický dvojúhelník
(Dostupné z: https://kdm.karlin.mff.cuni.cz/50/slavik.pdf)

Obrázek 24: Země rozdělena na 24 časových pásem
(Dostupné z: https://old.zsdobrichovice.cz/programy/zemepis/casova_pasma/index.htm)

Obrázek 25: Znázornění časů a data přes datovou hranici
(Dostupné z:
https://is.muni.cz/th/eqc9s/prilohy_cd/pril_2_vyukove_prezentace/PREZENTACE_6_CASOVA_PASMA.pdf)

Obrázek 26: Změna data na 180. poledníku
(Zdroj: TICHÝ, O., ŠVEC R., 1965)

Obrázek 27: Pavlovská mapa vyobrazená na mamutím klu
(Dostupné z:
https://ostrava.educanet.cz/www/zemepis/vyuka/kvinta/historicky_vyvoj_geografie.htm)

Obrázek 28: Klaudyánova mapa
(Dostupné z: https://prazsky.denik.cz/kultura_region/zajemci-se-mohou-seznamit-s-nejstarsi-mapou-ceska-z-roku-1518-20180522.html)

Obrázek 29: Azimutální zobrazení
(Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/mmk/4_zobrazeni.pdf)

Obrázek 30: Válcové zobrazení
(Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/mmk/4_zobrazeni.pdf)

Obrázek 31: Kuželové zobrazení
(Dostupné z: https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/mmk/4_zobrazeni.pdf)

Obrázek 32: Polohy zobrazovacích ploch
(Dostupné z:
https://www.gymmost.cz/sites/default/files/docs/studium/zemepis/stanek/kartografie.pdf)

Obrázek 33: Zakřivení Země
(Zdroj: TICHÝ, O., ŠVEC R., 1965)

Obrázek 34: Konstrukce plánu
(Zdroj: TICHÝ, O., ŠVEC R., 1965)

Obrázek 35: Konstrukce geografické mapy
(Zdroj: TICHÝ, O., ŠVEC R., 1965)

Obrázek 36: Příklady kompozice tematické mapy
(Dostupné z: https://homel.vsb.cz/~sve0024/zgis/index.php?stranka=cviceni3)

Obrázek 37: Typy grafických měřítek
(Zdroj: ŠIMÁČEK, P., 2014)

Obrázek 38: Příklad číselného měřítka udávané v měřítku
(Zdroj: ŠIMÁČEK, P., 2014)

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Bc. Lukáš Trybula
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2023

Název práce:	Mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu na 2. stupni ZŠ
Title of thesis:	Intersubject relations of mathematics and geography at the 2nd grade of elementary school
Abstrakt:	Cílem diplomové práce je rozebrat, analyzovat a popsat mezipředmětové vztahy matematiky a zeměpisu na 2. stupni základních škol. Tento text by měl zároveň sloužit jako podklad pro výuku učitelům, ale i jako podpůrný zdroj informací při studiu žákům a studentům. Žáci si lépe dokážou představit, jak široké uplatnění matematika nabízí a kde se všude může uplatnit v geografii. V rámci zeměpisných témat jsou popsané didaktické přístupy k matematické stránce daného učiva a je proveden jejich rozbor ve výukových materiálech. Každá kapitola nabízí potřebnou teorii a mnoho řešených příkladů. Úlohy mají sloužit v hodinách zeměpisu k dokreslení probíraného tématu a většímu zapojení ze strany žáka. Předpokládá se, že matematický obsah může vyučovací hodinu oživit a často se jedná o úlohy, které se dají využít v praktickém životě.
Klíčová slova:	Zeměpisná šířka, zeměpisná délka, úhel, měřítko mapy, azimut, příklad, řešení, goniometrické funkce, zeměpis, kartografie, matematika
Abstract:	The aim of the thesis is to analyse, analyse and describe the cross-curricular relationships between mathematics and geography at the second level of primary schools. This text should also serve as a basis for teaching for teachers, but also as a supporting source of information for pupils and students in their studies. Pupils will be better able to imagine the wide range of applications mathematics offers and wherever it can be applied in geography. Within the geography topics, didactic approaches to the mathematical aspect of the subject are described and analysed in the teaching materials. Each chapter offers the necessary theory and many solved examples. The problems are intended to serve in geography lessons to illustrate the topic under discussion and to increase the pupil's involvement. It is hoped that the mathematical content can enliven the lesson and often the problems are ones that can be used in practical life.
Keywords:	Latitude, longitude, angle, map scale, azimuth, example, solution, trigonometric functions, geography, cartography, mathematic
Rozsah práce:	111 stran