

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Diplomová práce

**Alternativní přístup k řízení nejistoty v časové analýze
projektu**

Bc. Pavel Benda

© 2020 ČZU v Praze

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Provozně ekonomická fakulta

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. Pavel Benda

Systemové inženýrství a informatika
Projektové řízení

Název práce

Alternativní přístup k řízení nejistoty v časové analýze projektu

Název anglicky

Alternative approach to dealing with uncertainty in project time analysis

Cíle práce

Diplomová práce představuje použití metodiky robustní optimalizace pro účely časové analýzy projektu s neurčitými daty. Cílem práce je vypracování metodiky pro identifikaci činností s vyšším potenciálem kritičnosti a demonstrace tohoto přístupu na reálném projektu menšího rozsahu.

Metodika

Teoretická část práce popisuje různé přístupy k řízení neurčitosti v PM, které jsou popsány v odborné literatuře. Zároveň je v teoretické části popsán aparát robustního programování.

Praktická část diplomové práce popisuje metodiku začlenění robustního přístupu do časové analýzy projektu, která je doplněna o diskuzi, jak správně interpretovat výsledky zvoleného přístupu. Navrhovaná metodika je demonstrována na projektu menšího rozsahu.

Doporučený rozsah práce

60-70

Klíčová slova

CPM, robustní optimalizace, multiband robustness, neurčitost

Doporučené zdroje informací

BERTSIMAS, D., SIM, M. (2004). The Price of Robustness. *Operations Research* 52(1), 35-53.
FIALA, P. *Projektové řízení : modely, metody, analýzy*. Praha: Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-24-.

Předběžný termín obhajoby

2018/19 LS – PEF

Vedoucí práce

Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra systémového inženýrství

Elektronicky schváleno dne 27. 2. 2019

doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 1. 3. 2019

Ing. Martin Pelikán, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 10. 02. 2020

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci Alternativní přístup k řízení nejistoty v časové analýze projektu jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 6.3.2020

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval panu Ing. Robertu Hlavatému, Ph. D. za návrh myšlenky, ze které ve finále vznikla nová metoda využití robustního programování a zároveň téma této diplomové práce. Dále neskutečnou ochotu a kooperaci při přípravě podkladů a výpočtech při samotné realizaci diplomové práce. A v neposlední řadě za veškerou výpomoc v rámci formálních povinností týkajících se diplomové práce. Byla to sice trochu delší cesta, nicméně budu na ni, i přes všechny překážky, s radostí vzpomínat.

Alternativní přístup k řízení nejistoty v časové analýze projektu

Abstrakt

V diplomové práci s názvem „Alternativní přístup k řízení nejistoty v časové analýze projektu“ se pojednává o využití nového pohledu k časové analýze projektu za pomoci robustní optimalizace. Jedná se o nově vzniklý pohled, který v minulosti ještě nebyl testován a jde tedy o jeden z prvních pohledů na praktické využití této metodiky na reálné projekty. Úvodem práce je představení nově vzniklé metodiky a návrh jejího užití na praktické příklady projektů. V sekci teoretických východisek jsou následně popsány metody, procesy a definice potřebné jako podklady pro realizaci užití metodiky v praxi. Jsou zde tedy popsány veškeré využitě existující metody od autorů, kteří se danými tématikami zabývali, či zabývají. Součástí teoretických východisek je také zmíněný nově definovaný pohled využití robustní optimalizace pro časovou analýzu projektů, který představili pan Ing. Robert Hlavatý, Ph. D. a paní prof. RNDr. Helena Brožová, CSc. ve své práci „*An alternative approach towards dealing with uncertainty in project time analysis*“ a je zároveň podkladem této diplomové práce. V praktické části je poté nejprve popsán postup aplikace nové metodiky na strukturálně jednodušším projektu, včetně návrhu využití výstupů z praktického hlediska. Dále je metodika aplikována na dva komplexnější projekty, jsou představeny výstupy aplikace metodiky a představení využití výstupů projektovými manažery v praxi. Na konci práce je provedena diskuse a vyhodnocení výstupů aplikace na jednotlivé projekty a kompletní hodnocení využití metodiky v projektové praxi. Závěrem práce je shrnutí zpracování diplomové práce s kompletním vyhodnocením aplikace metodiky z pohledu autora.

Klíčová slova: projekt, časová analýza, CPM, zpoždění, robustní optimalizace, multiband robustness, neurčitost

Alternative approach to dealing with uncertainty in project time analysis

Abstract

In diploma thesis with headline „Alternative approach to dealing with uncertainty in project time analysis“ is dealt with usage of new perspective to project time analysis with help of robust optimization. This kind of view perspective wasn't in past tested yet, so in this document is performed one of first attempts to use the newly created method on real projects. Thesis introduction contain description of newly created method and proposal of its usage on practical project exercises. In theoretical part are then described methods, processes and definitions required as substrate for realization of method usage in practice. It means there are described all used existing methods by authors, which are presenting related themes. Part of theoretical chapter is also mentioned newly defined proposal usage of robust optimization for project time analysis, which discovered Mr. Ing. Robert Hlavatý, Ph. D. and Mrs. prof. RNDr. Helena Brožová, CSc. in their work called „*An alternative approach towards dealing with uncertainty in project time analysis*“ and it is also substrate to this diploma thesis. In practical part is then at first described new method application process on structurally easier project, together with proposal of the practical usage. Then is method applicated on two more complex projects, there are presented outputs of the method application and usage of outputs by project managers in practice. At the end of thesis is done discussion and evaluation of application outputs on particular projects and complete evaluation of method usage in project practice. Thesis conclusion is summary of diploma thesis with complete evaluation of method application from thesis author perspective.

Keywords: project, time analysis, CPM, delay, robust optimization, multiband robustness, uncertainty

Obsah

1 Úvod	12
2 Cíl práce a metodika	13
2.1 Cíl práce	13
2.2 Metodika	13
3 Teoretická východiska	15
3.1 Projekt	15
3.1.1 Projektové plánování	15
3.2 Typy projektových sítí	16
3.2.1 Projektová síť AOA	17
3.2.1.1 Metoda přeškrťování hran	19
3.2.2 Projektová síť AON	20
3.3 Metoda CPM	20
3.3.1 Časové rezervy.....	23
3.3.1.1 Interferenční rezerva.....	23
3.3.1.2 Celková časová rezerva	24
3.3.1.3 Volná časová rezerva.....	25
3.3.1.4 Nezávislá časová rezerva.....	26
3.3.1.5 Zvláštní časová rezerva	26
3.4 Metoda PERT.....	27
3.4.1 Postup výpočtu metodou PERT	28
3.4.2 Získání časových odhadů středních hodnot	29
3.4.3 Stanovení pravděpodobnosti plnění plánovaného termínu.....	31
3.5 Metoda GERT	34
3.5.1 Definice GERT	34
3.5.1.1 Typy vstupů a výstupů.....	35
3.5.2 Časová analýza	36
3.6 Lineární programování a simplex	38
3.7 Robustní optimalizace	38
3.7.1 Alternativní přístup k řešení nejistoty v časové analýze projektu	42
3.7.2 Klasická robustní formule problému kritické cesty	43
3.7.2.1 Konverze robustní formule CPP.....	44
4 Vlastní práce	46
4.1 Aplikace robustní optimalizace na projekt.....	47

4.1.1	Představení vzorového projektu.....	48
4.1.2	Příprava podkladů pro aplikaci robustního programování	50
4.1.2.1	Simplexová tabulka	51
4.1.2.2	Znázornění kritické cesty	51
4.1.2.3	Dodatečné úpravy tabulky	52
4.1.2.4	Očekávaná délka trvání a pesimistická odchylka činností	53
4.1.2.5	Pravé strany	54
4.1.2.6	Výsledek doby trvání.....	55
4.1.2.7	Příprava omezujících podmínek v doplňku Solver	55
4.1.3	Aplikace robustní optimalizace na projekt aplikačního vývoje.....	61
4.1.3.1	Zpoždění jedné činnosti projektu	61
4.1.3.2	Zpoždění dvou činností projektu	62
4.1.3.3	Zpoždění tří činností projektu	63
4.1.3.4	Zpoždění čtyř činností	64
4.1.3.5	Pět zpožděných činností	65
4.1.3.6	Vyhodnocení aplikace robustní optimalizace na projekt aplikačního vývoje	65
4.2	Robustní optimalizace v praxi.....	66
4.2.1	Projekt 1 - Oprava chodníku na hlavní třídě města	67
4.2.1.1	Plán projektu.....	67
4.2.1.2	Aplikace robustní optimalizace na projekt	69
4.2.2	Projekt 2 – Příprava pozemků pro budoucí stavbu rodinných domů.....	71
4.2.2.1	Plán projektu.....	72
4.2.2.2	Aplikace robustní optimalizace na projekt	75
5	Výsledky a diskuse	78
5.1	Výsledky aplikace metodiky na projekty	78
5.1.1	Výsledky aplikace metodiky projekt opravy chodníku	78
5.1.2	Výsledky aplikace metodiky na projekt přípravy pozemků	78
5.2	Zhodnocení užití metodiky na projekty v praxi	79
6	Závěr.....	80
7	Seznam použitých zdrojů	82
8	Přílohy	86

Seznam obrázků

Obrázek 1: Schéma plánování projektu	16
Obrázek 2: Implementace fiktivního uzlu	18
Obrázek 3: Implementace fiktivní hrany	18
Obrázek 4: Topologické očíslování uzlů	19
Obrázek 5: Metoda přeškrťávání hran.....	20
Obrázek 6: Celková časová rezerva.....	25
Obrázek 7: Volná časová rezerva	25
Obrázek 8: Závislá časová rezerva	27
Obrázek 9: Symboly v síťovém grafu.....	36
Obrázek 10: Aplikační vývoj – graf CPM.....	50
Obrázek 11: Aplikační vývoj – simplexová tabulka.....	51
Obrázek 12: Aplikační vývoj – Kritická cesta.....	52
Obrázek 13: Aplikační vývoj – Dodatečné úpravy.....	52
Obrázek 14: Aplikační vývoj – Matematické vyrovnání.....	53
Obrázek 15: Aplikační vývoj – Očekávané trvání činností a pesimistické odchylky	53
Obrázek 16: Aplikační vývoj – Předloha pravé strany	54
Obrázek 17: Použití funkce SUMPRODUCT	54
Obrázek 18: Pravé strany	55
Obrázek 19: Finální tabulka pro aplikaci robustní optimalizace	55
Obrázek 20: Solver – pole Set objective.....	56
Obrázek 21: Solver – Max	56
Obrázek 22: Solver – pole By Changing Variable Cells	57
Obrázek 23: Solver – 1. podmínka – skutečné pravé strany.....	58
Obrázek 24: Solver – 2. podmínka – požadované pravé strany.....	58
Obrázek 25: Solver – 2. podmínka – skutečné pravé strany.....	59
Obrázek 26: Solver – 2. podmínka – požadované pravé strany.....	59
Obrázek 27: Solver – 3. podmínka	60
Obrázek 28: Kompletní nastavení funkce Solver	60
Obrázek 29: Jedna zpožděná činnost.....	62
Obrázek 30: Dvě zpožděné činnosti	63
Obrázek 31: Tři zpožděné činnosti	64

Obrázek 32: Čtyři zpožděné činnosti.....	64
Obrázek 33: Pět zpožděných činností.....	65
Obrázek 34: Aplikační vývoj – Graf zpoždování projektu	66
Obrázek 35: Oprava chodníku – graf CPM	69
Obrázek 36: Oprava chodníku – Graf zpoždování projektu	71
Obrázek 37: Příprava pozemků – graf CPM.....	74
Obrázek 38: Oprava chodníku – Graf zpoždování projektu	76

Seznam tabulek

Tabulka 1: Seznam činností.....	17
Tabulka 2: Aplikační vývoj – projektový plán	49
Tabulka 3: Oprava chodníku – projektový plán	68
Tabulka 4: Příprava pozemků – projektový plán.....	73

Seznam příloh

Příloha I: Oprava chodníku – Tabulka robustní optimalizace	86
Příloha II: Příprava pozemků – Tabulka robustní optimalizace	87

1 Úvod

V rámci představení použité metody robustní optimalizace pro účely časové analýzy projektu s neurčitými daty, jsem se rozhodl pro provedení diplomové práce na toto téma a představení využití této metody v praxi. Jelikož se jedná o nový přístup k časové analýze projektu, kde hlavním faktorem jsou extrémní časové odchylky činností, aplikování metody v praxi bude zaměřeno na projekty, které se vyznačují převážně časovým omezením. To znamená, že projekty uvedené v této práci, na které bude nová metoda aplikována, jsou především projekty, které se za ideálních podmínek nesmí vůbec zpozdít anebo se mohou zpozdít, ale jen s velmi malou časovou odchylkou.

V práci je tedy představen nejprve jednoduchý projekt, na kterém je zobrazena aplikace nové metody podrobně, pro zobrazení postupu aplikace metody robustní optimalizace pro časovou analýzu projektu. Následně je již zjednodušeně představena aplikace metody na komplexnějších projektech. Součástí všech aplikací metody na projektech je vyhodnocení účinnosti a využitelnosti metody pro daný typ projektu v praxi. Na konec je provedeno zhodnocení efektivity metody na praktických projektech a doporučení, na jakých projektech a za jakých okolností je vhodné danou metodu aplikovat a jaké výhody a nevýhody aplikace této metody v praxi při časové analýze projektu přináší.

V závěru této práce bude představeno celkové zhodnocení aplikace metody pro výpočet největšího možného zpoždění projektu v praxi, přínos nové metody do časové analýzy projektů v praxi a doporučení typů projektů, pro které je nová metoda vhodná, aby usnadnila práci projektovým manažerům při práci s projekty.

2 Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem práce je interpretace a prověření využití metodiky robustní optimalizace pro časovou analýzu projektu s neurčitými daty. Nejprve bude metodika patřičně představena a vysvětlena. Dále bude aplikována na několika projektech různé komplexnosti, budou představeny výsledky využití metodiky, a nakonec bude metodika ohodnocena, zda má pro dané projekty, i celkově projekty v praxi, využití. Cílem práce je tedy analýza nově vzniklé metodiky a představení výsledku jejího využití.

2.2 Metodika

V teoretické části práce je rozepsán popis několika odvětví souvisejících s řešenou problematikou užití robustní optimalizace pro časovou analýzu projektu. Je zde tedy popsána definice projektu a jeho plánování, dále jsou zde představeny různé přístupy k řízení neurčitosti v projektovém managementu, které jsou popsány v odborné literatuře. Je zde nastíněno lineární programování a simplex, které jsou základem pro aplikaci robustního programování v pro časovou analýzu projektu. Nakonec je v teoretické části popsán aparát robustního programování, včetně samotné definice robustní optimalizace, jejíž využití je následně v praktické části zkoumáno a prezentováno.

V praktické části je nejprve představena nová metodika robustní optimalizace pro časovou analýzu projektu. Následuje představení strukturálně jednoduššího projektu, na kterém je aplikace robustní optimalizace následně podrobně představena. Dále je představena analýza výsledků aplikace robustní optimalizace v časové analýze projektu a výsledky jsou patřičně ohodnoceny. Pro lepší představení aplikace nové metodiky je metodika aplikována na dva komplexnější projekty, včetně představení výsledků časové analýzy projektů a následné zhodnocení výsledku aplikace metodiky na dané projekty.

V závěru praktické části je provedeno kompletní hodnocení aplikace robustního programování pro časovou analýzu projektů, představení výsledků aplikace metodiky na jednotlivých projektech a doporučení možností využití těchto výsledků pro kvalitnější přípravu před realizací jednotlivých projektů. Na konci práce je pak provedeno kompletní

zhodnocení využitelnosti aplikace robustní optimalizace pro časovou analýzu projektů v praxi. Závěrem práce je sumarizace práce se shrnutím aplikace nové metodiky a celkovým vyhodnocením využitelnosti metodiky v praxi.

3 Teoretická východiska

3.1 Projekt

V nynější době se v organizacích aplikují hodně jednorázové činnosti formou projektu. Tyto projekty se velmi často stávají součástí strategické řízení podniku. Cílem může být např. instalace nového zařízení, vývoj softwaru, modifikace postupů atp. „Projekt je posloupnost činností, které je potřeba provést k dosažení stanoveného cíle.“ (Šubrt a Langrová, 2004, s. 6)

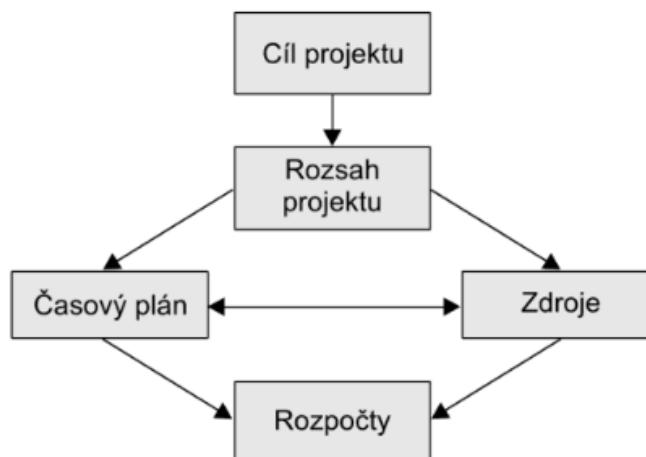
Cíle projektu a jejich jednoznačná definice vytvořená před zahájením činností na projektu jsou hypotézou pro uzavření kontraktu mezi stranami. Cíl projektu vyjadřuje očekávané změny, které jsou dobře měřitelné, ale také snadno kontrolovatelné. K jeho splnění jsou implementovány přírodní, finanční, lidské a další jiné zdroje. Při stanovení cílů je důležité určení: co má být projektem, jak bude výsledek vypadat, omezení ukazatelů, prioritizace cílů, koordinační požadavky. (Svozilová, 2016, s. 83)

3.1.1 Projektové plánování

Skupina procesů plánování projektu využívá strategických výsledků. Plánování vyzkouší schválený projektový záměr detailnějším rozboru, a to z pohledu: času, nákladů, metod, technologií a pracovních zdrojů. Projekt ve svém vývoji prochází několika fázemi odpovídající manažerské činnosti.

Definování cílů je velmi důležitý krok, pro stanovení a určení postupu. Plánování času projektu je též klíčovou součástí plánování projektu – neprobíhá oddělené od plánování jiných činností a oblastí plánování, avšak tvoří podklady. Proces časového plánování je možné zobrazit prostřednictvím schématu, viz Obr. 1. (Doležal, Máchal a Branislav, 2012, s. 177)

Obrázek 1: Schéma plánování projektu



Zdroj: Doležal, Máchal a Branislav, 2012, s. 177

3.2 Typy projektových sítí

Implementace mnohých nástrojů projektového řízení musí předcházet etapa, jenž vede od slovní formulace problému – projektu, po jeho zahrnutí do grafu a analýzu metodami kritické cesty. Základním prvkem je vždy sestavení projektové sítě. Pravidla šipkových diagramů (z angl. *Arrow Diagram Method, ADM*), které jsou zastupovány dvěma variantami síťových grafů, ve kterých jsou činnosti reprezentovány šipkami mezi body diagramu AOA (z angl. *Activity on Arc, AOA*; tzn. „činnost na hraně“) a AON (z angl. *Activity on Node, AON*; tzn. „činnost v uzlu“). (Svozilová, 2016, s. 15)

Pokud má být diagram schopnosti zajištění maximální podpory pro úspěšné řízení projektu bez jakékoliv nutnosti implementace pravidel krizového managementu, pak musí vytvořit, obsáhnout a vhodně zvolit interpretaci pro velké množství informací, a to zejména o:

- úkolech a všech relevantních aktivitách,
- potřebných časech na realizaci,
- osobách, které jsou konkrétním úkolům přiřazeny,
- nákladech na jednotlivé úseky práce,
- časových rezervách,
- vazbách a závislostech mezi jednotlivými úkoly. (Svozilová, 2016, s. 16)

3.2.1 Projektová síť AOA

Tato metoda je též známá jako „i-j“ metoda. Sestavení sítě AOA (z angl. *Activity on Arc, AOA*; tzn. „činnost na hraně“ či se využívá názvosloví angl. *Activity on Arrow*, tzn. „činnost na šípce“) probíhá většinou ve třech fázích. Nejdříve je potřeba definice tabulky se seznamem daných činností a jejich předchozích činností. (Lock a Flouris, 2016, s. 216)

Tabulka 1: Seznam činností

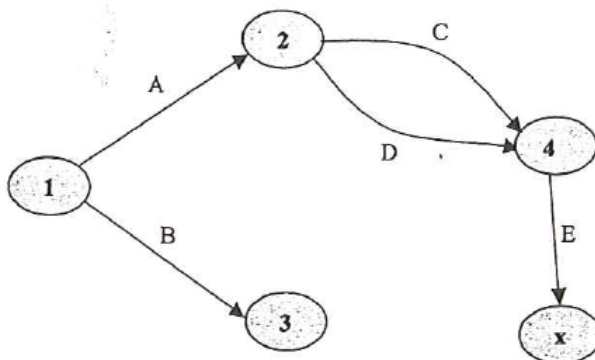
Činnost	Předchůdce
A	
B	
C	A
D	A
E	C,D
F	B,E
G	B
H	G

Zdroj: Šubrt a Langrová, 2004, s. 17

Činnosti „A“ a „B“ nedisponují žádnými předchůdci a jsou schopny začít ihned. Činnost „E“ nemůže započít, dokud neskončí činnosti „C“ a následně „D“.

Fáze I: Konstrukce části projektové sítě probíhá dle vstupní tabulky, tj. tabulky se seznamem činností a jejich předchozích činností. Pro tuto fázi viz Obr. č. 2. Každý uzel prezentuje návaznosti mezi činnostmi, tj. skončení jedné kategorie činností a začátku další. Uzel, označen číslem 2, reprezentuje událost ukončení činnosti „A“, ale také zahájení činnosti „C“ a „D“. Tyto dvě činnosti probíhají současně a po jejich ukončení je zahájena činnost „E“. Zkonstruováním jediné hrany mezi uzly 2 a 4 není možné definovat, kterou z č následujících činností „C“ či „D“ tato hrana představuje. Také není možné mít dvě hrany, které spojují sousedící uzly. Tato situace se řeší zavedením tzv. fiktivního uzlu (z angl. *Dummy Node*). (Šubrt a Langrová, 2004, s. 18)

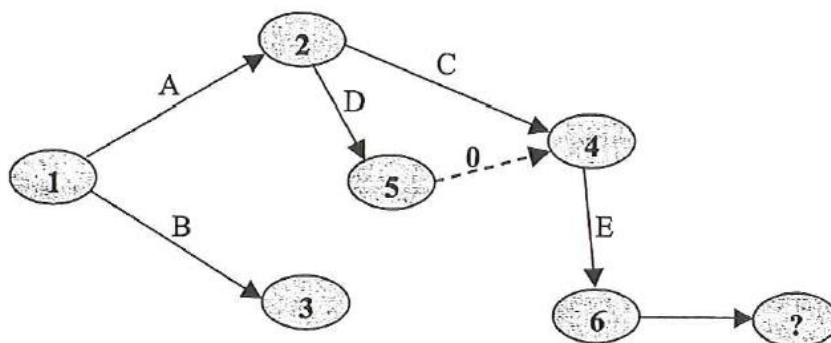
Obrázek 2: Implementace fiktivního uzlu



Zdroj: Šubrt a Langrová, 2004, s. 18

Fáze II.: V této fázi se upraví projektová síť s využitím fiktivních uzlů. Na Obr. č. 3 je zobrazena projektová síť, která je doplněná o fiktivní uzel s číslem 5. Aby byla splněna podmínka, že každá činnost je vyjádřena dvojicí uzlů a jedinou hranou, je zavedena tzv. fiktivní činnost, která je vyobrazena čárkovanou hranou (na rozdíl od plné čáry ostatních činností) mezi uzly 4 a 5. Fiktivní činnost je orientovaná hrana s nulovým ohodnocením, tj. nespotebovává žádný čas a má tedy nulovou dobu trvání. Tato činnost má směr, počáteční i koncový uzel a platí pro ní podmínka, že $i < j$ nebo $i \neq j$. (Duchoň, 2007, s. 243) a (Šubrt a Langrová, 2004, s. 18)

Obrázek 3: Implementace fiktivní hrany

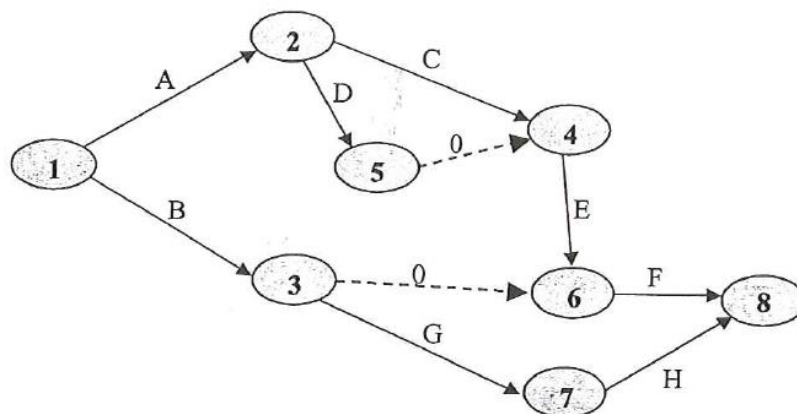


Zdroj: Šubrt a Langrová, 2004, s. 18

Fáze III.: V této fázi se finalizuje projektová síť, kde činnost „B“ by mohla být zastupována hranou (1,6) a činnost „G“ by mohla započít v uzlu 6 – avšak byly porušeny návaznosti stanovené vstupní tabulkou. Tento spor se vyřeší implementace fiktivní

činnosti, viz Obr. č. 4. Projektová síť typu AOA je finální. Po zkonstruování sítě je vždy vhodné provést očíslování všech uzlů – pro tento účel se využívá metoda přeškrťování hran či tzv. topologické očíslování uzlů. (Šubrt a Langrová, 2004, s. 18-19) a (Hamilton, 2001, s. 220)

Obrázek 4: Topologické očíslování uzlů

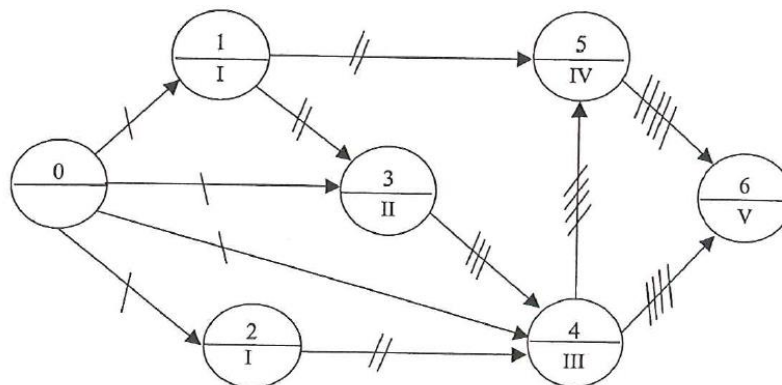


Zdroj: Šubrt a Langrová, 2004, s. 19

3.2.1.1 Metoda přeškrťování hran

Korektní uplatnění veškerých metod, které slouží k výpočtu časových ukazatelů projektu, vyžaduje korektní očíslování uzlů sítě. Pokud by očíslování nebylo aplikováno, tak by mohlo dojít k záměně předcházejících, ale také následujících činností projektu a k nerelevantním výstupům. Využívá se termínu tzv. řád uzlu, který udává maximální počet hran spojujících uzel s výchozím. Počáteční či výchozí uzel nedisponuje vstupními hranami a je nultého řádu. (Šubrt a Langrová, 2004, s. 18-19)

Obrázek 5: Metoda přeškrtavání hran



Zdroj: Šubrt a Langrová, 2004, s. 19

3.2.2 Projektová síť AON

V současnosti se velmi často vyskytují sítě tohoto typu, tj. AON (z angl. *Activity On Node, AON*; tzn. „činnost v uzlu“), a to i přestože mnoho matematických metod vychází z projektových sítí AOA. Velká výhoda tohoto typu projektové sítě je použití grafů a metod s nimi spjatých – interpretace projektu prostřednictvím síťového grafu je daleko snazší. V této síti AON je možné graf nakreslit přímo bez jakýkoliv potíží. Jediný problém, který se drží této síti je nutná minimalizace křížení hran a rozumně aplikovaná topologie. (Šubrt a Langrová, 2004, s. 20)

Výhodou projektové sítě AON je i možnost modelování několika různých typů vazeb, a to mezi jednotlivými činnostmi. Činnosti zde mohou navazovat libovolně, tj. mohou začínat najednou, následující činnost může začínat v polovině předcházející, následující činnosti může začínat několik časových jednotek po ukončení předcházející apod.

3.3 Metoda CPM

Metoda kritické cesty (z angl. *Critical Path Method*) znázorňuje časové posloupnosti konkrétních činností s možností stanovení nejkratší možnou dobu, která je potřeba na splnění celého projektu či procesu. Zároveň se s tím definují činnosti, na kterých nejvíce závisí provedení požadovaného času. Tato metoda patří mezi základní deterministické metody síťové analýzy na grafech AOA a je možné jí aplikovat tam, kde je

již známa struktura činností a je přesně definované časové ohodnocení těchto činností. (Duchoň, 2007, s. 243) a (Svozilová, 2016, s. 156)

Prostřednictvím této metody se z daného množství činností určí takové činnosti, na kterých závisí dodržení požadovaného času při minimálních nákladech – činnosti jsou pro tento objekt definovány jako činnosti kritické. (Duchoň, 2007, 243)

Cesta je definována jako posloupnost uzlů a hran orientovaných vpřed od vstupního až k výstupnímu uzlu. Délka kritické cesty je pak součet dob činností, jež jsou na konkrétní cestě. Kritická cesta je nejdelší cestou, která vede ze vstupního do výstupního uzlu. Doba koresponduje kritické cestě a z pohledu daného procesu se jedná o nejkratší čas, který je potřebný k uskutečnění zkoumaného procesu. Každá činnosti je vyznačována hodnotami a časovými charakteristikami:

- číslem uzlů i, j , kde $i < j$ nebo $i \neq j$,
- doba trvání činnosti (i, j) t_{ij} ,
- termín nejdříve možného zahájení (i, j) t_i^M ,
- termín nejpozději přípustným zahájení (i, j) t_i^N ,
- termín nejdříve možným ukončením (i, j) t_j^M ,
- termín nejpozději přípustným ukončením (i, j) t_j^N ,
- termín maximálně přípustným rozpětí (i, j) $t_j^N - t_i^M$. (Duchoň, 2007, 246)

Nejdříve možný začátek činností (i, j) je možné uskutečnit, zdali jsou ukončeny veškeré činnosti, které vstupují do uzlu i . Nejdříve možný začátek činnosti (i, j) je definován nejdelší cestou ze vstupního uzlu ($i = 0$) do uzlu i . Nejdříve možný konec činnosti $(i, j) - t_j^M$ je sestaven následujícím vzorcem:

$$t_j^M = t_i^M + t_{ij} \quad (1)$$

Pokud do uzlu j vstupuje více činností, tak t_j^M bude definováno nejdelší z těchto činností ve vzorci:

$$t_j^M = \max_i(t_j^M + t_{ij}), \text{ kde } i < j \text{ a } 1 \leq j \leq n \quad (2)$$

Tyto časy t_j^M a t_i^M se vypočtou pro každou činnost během od vstupního k výstupnímu uzlu, přičemž $t_0^M = 0$. Nejdříve možný konec je dán velikostí t_n^M . V této fázi se vyskytují dvě možnosti: (Kaufmann a Desbazeille, 1969, s. 46-48)

- velikost t_n^M se současně stane nejpozději nutným koncem celého procesu neboli hodnotou t_n^N .
- pro konkrétní proces je vyžadována finalizace ve stanoveném čase T . Pokud $T \geq t_n^M$, poté $t_n^N = T$. Avšak je-li $T \leq t_n^M$, tak za daných podmínek nemůže být proces dokončen. V tomto případě je možné aplikovat změnu v analýze procesu, aby podmínka splňovala $T \geq t_n^M$ či přijmout podmínku v prvním bodě. (Duchoň, 2007, s. 246)

Pokud je známa hodnota t_j^N je možné provést určení nejpozději možného začátku, tj. t_i^N , a to dle vzorce 3:

$$t_i^N = t_j^N - t_{ij}. \quad (3)$$

Jestli v uzlu i se bude vyskytovat více činností, poté t_i^N bude vybráno podle vzorce $t_i^N = \min_j(t_j^N - t_{ij})$. V procesu se pro každou činnost vypočtou čas t_i^N a t_j^N , a to od výstupního ke vstupnímu uzlu – podmínkou je dodržení $t_0^M = 0$. (Duchoň, 2007, s. 246-247)

Kritická cesta je definována jako posloupnost kritických činností a uzlů, pro které platí $t_j^N - t_i^M - t_{ij} = 0$. Pro uzel, který leží na kritické cestě, platí následující vzorec 4:

$$t_{i(j)}^N - t_{i(j)}^M = 0. \quad (4)$$

Pro činnosti, které jsou nekritické, tj. neleží na kritické cestě, platí $t_j^N - t_i^M - t_{ij} > 0$. (Máchal, Ondrouchová a Presová, 2015, s. 342)

3.3.1 Časové rezervy

Při další fázi vyhodnocení síťového grafu jsou stanoveny časové rezervy uzlů a činností, které neleží na kritické cestě. Pro tyto činnosti platí základní vztah $t_j^N - t_i^M - t_{ij} > 0$. Každý nekritický uzel je popsán vztahy $d_i = t_i^N - t_i^M > 0$ a $d_j = t_j^N - t_j^M > 0$, kde d_i popisuje zakončení činností v uzlu i , d_j vyjadřuje zahájení činností v uzlu j . Pro časové rezervy dále platí následující vztahy:

$$\begin{aligned}t_j^N - t_i^N &\geq t_{ij} \\t_j^M - t_i^M &\geq t_{ij} \\t_j^N - t_i^M &\geq t_{ij} \\t_j^M - t_i^N &\begin{cases} < \\ > \end{cases} t_{ij}\end{aligned}\tag{5}$$

Z nerovností je možné přejít na rovnosti zahrnutím časových rezerv:

$$\begin{aligned}t_{ij} &= t_j^N - t_i^N - ZR \\t_{ij} &= t_j^M - t_i^M - VR \\t_{ij} &= t_j^N - t_i^M - CR \\t_{ij} &= t_j^M - t_i^N +/\!- NR\end{aligned}\tag{6}$$

Z těchto předchozích vztahů se získají příslušné rezervy:

- inferenční neboli kritická rezerva uzlu i ,
- celková časová rezerva činnosti ij ,
- volná časová rezerva činnosti ij ,
- nezávislá časová rezerva činnosti ij ,
- závislá neboli zvláštní časová rezerva činnosti ij . (Šubrt a Langrová, 2004, s. 22-23)

3.3.1.1 Interferenční rezerva

Pomocí této rezervy je možné stanovení průběhu kritické cesty, jelikož pro uzly, které spojují dvě kritické činnosti, platí, že je rezerva nulová. (Šubrt a Langrová, 2004, s. 22)

Interferenční neboli kritická rezerva je od ostatních rezerv, které se vztahují k činnostem, tyto rezervy se vztahují k uzlům. Velikosti časových intervalů, tj. d_i a d_j stanovuje míru subkritičnosti uzlu, jelikož platí d_i a $d_j \rightarrow 0$ uzly i a j se s významnou pravděpodobností stanou uzly kritickými. Takové činnosti, které jsou vymezeny těmito uzly, tak se nazývají synkritické činnosti. (Svozilová, 2006, s. 138-139)

Konkrétní rezervy je možné vyjádřit prostřednictvím celkové rezervy a kritických rezerv:

$$\begin{aligned} VR &= CR - d_j \\ ZR &= CR - d_i \\ NR &= CR - d_i - d_j \end{aligned} \quad (7)$$

Ze vzorců a vztahů vyplývají možné kombinace pro kritičnost uzlů a činností:

- uzly i, j a činnosti (i, j) leží na kritické cestě,
- uzly i, j leží na kritické cestě, avšak činnosti (i, j) na kritické cestě nikoliv,
- uzel i leží na kritické cestě, ale uzel j nikoliv,
- uzel j leží na kritické cestě, uzel i na kritické cestě neleží. (Duchoň, 2007, s. 251)

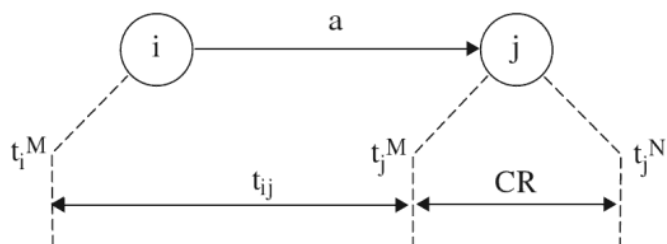
3.3.1.2 Celková časová rezerva

Tato rezerva vychází ze vzorce 8, tzn.:

$$CR = t_j^N - t_i^M - t_{ij} \quad (8)$$

Zdali je $CR > 0$, tak celková rezerva říká, o kolik časových jednotek je možné prodloužit dobu trvání činnosti t_{ij} či přeložit nejdříve možný začátek činnosti v následujícím intervalu $\langle t_i^M, t_j^N \rangle$ takovým způsobem, aby nikterak nebyl ohrožen finální proces projektu $t_n^N = T$. Při vyčerpání celkové rezervy se činnost stává kritickou (disponuje vždy nulovou rezervou), a tím vzniká v síti nová kritická cesta, na které leží uzly i, j . (Duchoň, 2007, s. 249)

Obrázek 6: Celková časová rezerva



Zdroj: Duchoň, 2004, s. 249

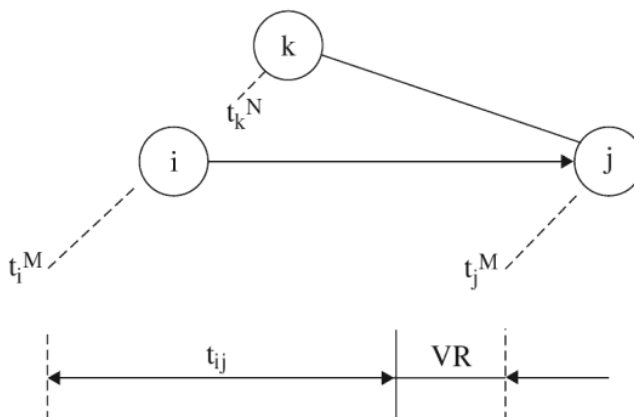
3.3.1.3 Volná časová rezerva

Tato rezerva představuje časový úsek, o který je možné prodloužit činnost, aniž by došlo ke změně nejdříve možného začátku všech bezprostředně následujících činností, tj. značí o kolik časových jednotek je možné prodloužení či posunutí zahájení dané činnosti. Volná časová rezerva se uvádí jako možná časová rezerva a vyplývá ze vzorce 9:

$$VR = t_j^M - t_i^M - t_{ij} \geq 0 \quad (9)$$

Tato rezerva vzniká, pakliže veškeré předcházející činnosti skončily v nejdříve možných časech a následující činnosti započnou v nejdříve možných termínech (nejsou nikterak ovlivňovány), tzn. do uzlu j musí vstupovat alespoň dvě činnosti, které disponují různými doby možných ukončení. (Nenadál, 2015, s. 342)

Obrázek 7: Volná časová rezerva



Zdroj: Duchoň, 2007, s. 250

Pokud rezerva VR bude zcela vyčerpána, tak v situaci, že j leží na kritické cestě ($t_j^M = t_j^N$), tím se stává i kritickým uzlem, ale také i, j bude ležet na kritické cestě. (Nenadál, 2015, s. 343) a (Duchoň, 2007, s. 250-251)

3.3.1.4 Nezávislá časová rezerva

Tato časová rezerva je nejmenší rezerva činnosti, může nabývat i záporných hodnot. Avšak její vyčerpání nemá zcela přímý vliv na časové relace v síti. Pro tuto rezervu vyplývá vzorec:

$$CR = t_j^M - t_i^N - t_{ij} \begin{matrix} \leq 0 \\ > 0 \end{matrix} \quad (10)$$

Když tato rezerva nabývá záporných hodnot, tak je možné využít pouze nezáporných jednotek, proto vzorec 11 se využívá ve tvaru: (Duchoň, 2007, s. 250)

$$NR = \max(0, t_j^M - t_i^N - t_{ij}) \quad (11)$$

Nezávislá časová rezerva charakterizuje, o kolik časových jednotek je možné posunutí doby trvání činnosti (i, j) či posunutí možného počátku činnosti nezávisle na časových vztazích předcházejících a následujících činností. Vyčerpáním nezávislé časové rezervy se musí dodržet nejdříve možné počátky následujících činností, i přestože předcházející činnosti končí v nejpozději možných termínech. (Nenadál, 2015, s. 343)

3.3.1.5 Zvláštní časová rezerva

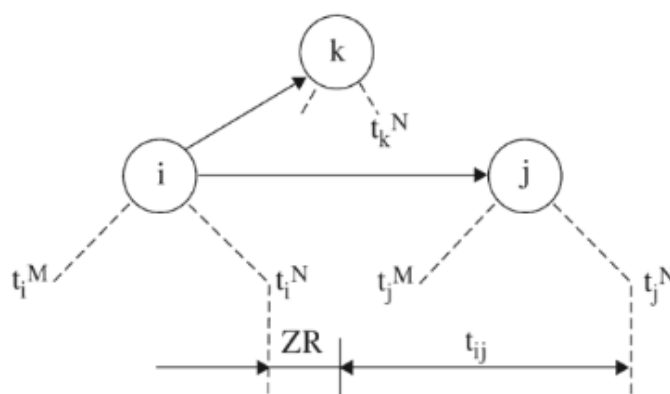
Jedná se o rezervu, jejíž využití může ovlivňovat ostatní časové rezervy, a to snížení celkové a volné rezervy následujících činností, avšak nemá žádný vliv na činnosti předcházející. Zvláštní časová rezerva plyne ze vzorce:

$$ZR = t_j^N - t_i^N - t_{ij} \geq 0 \quad (12)$$

Pro $ZR \geq 0$ zvláštní časová rezerva udává, o kolik časových jednotek je možné prodloužení doby trvání činnosti t_{ij} či posunutí doby nejdříve možného počátku činnosti (i, j), avšak pokud skončí veškeré předcházející činnosti v nejpozději přípustných termínech a veškeré následující započnou v nejpozději přípustných termínech, tj. z uzlu i musí být

výstup alespoň dvou činností s různými časovými dobami nejpozději přípustných počátků). Vyčerpáním zvláštní časové rezervy u činnosti (i, j) , je potřeba u všech následujících činností dodržet jejich dobu trvání, jelikož u těchto činností dochází k pohybu možných počátků. Pokud je uzel i kritický, tak plné vyčerpání závislé časové rezervy směřuje ke vzniku nové kritické cesty, viz Obr. 8. (Nenadál, 2018, s. 86-87)

Obrázek 8: Závislá časová rezerva



Zdroj: Duchoň, 2007, s. 249

3.4 Metoda PERT

Tato metoda PERT (z angl. *Program Evaluation and Review Technique*) byla vyvinuta v padesátých letech 20. století speciální projektovou kanceláří amerického námořnictva ve spolupráci s Boozem, Allenem a Hamiltone, tj. manažerská poradenská firma. Metoda PERT byla vyvinuta jako vývojový diagram práce s časem jako kritickým faktorem pro plánování a ovládání rakety Polaris – masivní projekt, který sčítal téměř 250 dodavatelů a asi 9000 subdodavatelů. Jejich implementace s touto metodou byla vypočtena, že uspořili více jak dva roky práce od původních 5 let požadovaných k dokončení projektu. Existuje mnoho procesů, projektů či akcí, při kterých není zcela možné přesně určit časové trvání konkrétních činností. Pro veškeré unikátní procesy byla vyvinuta tato metoda PERT, jenž využívá stejného postupu jako metoda CPM (Sristava, 1989, s. 586-588). Avšak od metody CPM se liší v tom, že pro časové ohodnocení činností využívá náhodné veličiny, tzn. metoda PERT je metodou stochastickou a je ji možné využít tam, kde se vyskytuje nejistota v časovém ohodnocení činností. Je tedy vhodná pro

projekty či procesy, které jsou složené z činností a jejichž doba trvání je proměnlivá. (Uher a Zantis, 2012, s. 265)

Tato nejistota je charakteristická pro veškeré výzkumné a projekty, které jsou specifikovány jako vývojové. Tyto projekty disponují činnosti prováděné poprvé, a to bez předchozích zkušeností či činností závislých na přírodních podmínkách nebo na potřebných zdrojích – jedná se především o omezení pracovní síly, poruchovost zařízení apod. (Uher a Zantis, 2012, s. 265)

Základními odlišnostmi od metody CPM je, že doba trvání není přesně určená, jelikož je dána pouze s konkrétní pravděpodobností. Tato doba trvání není konstantou, ale jedná se o náhodnou veličinu s daným rozdělením pravděpodobnosti. K této specifikaci řešených problémů v rámci projektového řízení, je pro klasické postupy zvoleno rozdělení pravděpodobnosti beta, tj. takové rozdělení, které má velmi podobný vztah rozdělení normálnímu – je spojitě, jedno vrcholové, lehce asymetrické, avšak na rozdíl od normálního rozdělení je oboustranně ohraničené. (Šubrt a Langrová, 2004, s. 27-28)

3.4.1 Postup výpočtu metodou PERT

Pokud se vychází z předpokladu, že trvání činnosti jsou náhodné veličiny, poté i nejdříve možné a nejpozději přípustné termíny, doba trvání projektu či procesu i veškeré časové rezervy jsou charakterizovány jako náhodné veličiny. Výskyt paralelních činností vede k tomu, že střední hodnoty nejdříve možných i nejpozději dovolených časů, které jsou vypočítané standardním postupem metody PERT, jsou vždy zkreslenými odhady skutečných středních hodnot:

1. Odhady T_j^M středních hodnot Et_j^M (náhodné hodnoty) nejdříve pravděpodobných termínů t_j^M uzlů j se určí dle následujícího vzorce z metody CPM:

$$T_j^M = \max (T_j^M + T_{ij}), \quad j \neq I \quad (13)$$

kde T_{ij} je označený odhad střední hodnoty trvání činnosti Et_{ij} . Podobně odhady T_i^N střední hodnoty Et_i^N nejpozději přípustných časů t_i^N uzlů i se určují pomocí vzorce 14:

$$T_i^N = \min (T_j^N + T_{ij}), \quad i \neq n \quad (14)$$

Pro tzv. koncový uzel může též platit $T_n^N = T_n^M$, tj. splynutí pravděpodobného s potřebným ukončením projektu či procesu. (Duchoň, 2007, s. 252)

2. Určení kritické cesty jako cesty s maximální střední hodnotou trvání. (Uher a Zantis, 2012, s. 265)
3. V tomto kroku je potřeba určení rozptylů nejdříve možných (v_j^M) a nejpozději přípustných (v_i^N) termínů v uzlech. Tyto rozptyly jsou též zkresleny, a to z důvodů, které jsou popsány výše. Posouzení v_j^M a v_i^N rozptylů Dt_j^M a Dt_i^N nejdříve možných t_j^M a nejpozději přípustných termínů t_i^N uzlů se určuje dle vztahů, zdali je v_{ij} odhad rozptylu trvání činnosti Dt_{ij} :

$$v_1^M = 0$$

$$v_j^M = \max (v_i^M + Dt_{ij}) \quad j \neq 1 \quad (15)$$

$$v_n^N = 0$$

$$v_i^N = \max (v_j^N + Dt_{ij}) \quad i \neq n \quad (16)$$

Běžným postupem při analytickém užití spočívá v omezení stochastického modelu na deterministický model – tento model disponuje náhodnými hodnotami trvání činností, které jsou nahrazené středními hodnotami trvání činností. Tyto hodnoty se následně zpracovávají podobně jako v metodě CPM. (Bočková, 2011, s. 260-265)

3.4.2 Získání časových odhadů středních hodnot

Žádná z činností se v budoucnosti neopakuje za identických předpokladů. Při opakování stejné činnosti v naprosto odlišném projektu se vlivem určení zmenší nejistota v délce trvání činnosti. Je totiž zřejmé, že rozdělení náhodné veličiny, tj. doby trvání činnosti, je pouze podmíněné. Získání náhodného výběru z tohoto oddělení doby trvání činností, ověření tvaru rozdělení a odhad jeho parametrů je zcela vyloučeno. Kvůli těmto

důvodům je potřeba přistoupení k tzv. subjektivním odhadům. U metody PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) se užívá metoda tří odhadů za předpokladu β -rozdělení, a to ve formě tří ukazatelů:

- optimistický odhad a_{ij} , který vychází z ideálních podmínek bez jakýkoliv poruch. Činnost nemůže v žádném případě trvat kratší dobu, než je a_{ij} ,
 - nejpravděpodobnější normální odhad m_{ij} ,
 - pesimistický odhad b_{ij} , který předpokládá ty nejhorsí podmínky a výskyt defektů. Činnost nemůže v žádném případě trvat delší termín, než je b_{ij} .
- (Šubrt a Langrová, 2004, s. 29)

Optimistické trvání činnosti a je nejkratší možné trvání činnosti, a to za daného předpokladu, že existují takové podmínky, tj. ideální podmínky – levý koncový bod β -rozdělení. Nejpravděpodobnější trvání m_{ij} je definováno jako modus rozdělení. Pesimistický odhad b_{ij} je specifikován jako nejdelší trvání činnosti. Pokud nastane deterministický odhad trvání, tak tyto výše uvedené časové hodnoty odhadů se slučují. Pracovníci, kteří jsou odpovědní za průběh těchto činností, tak při realizaci projektu či procesu provádějí odhad trvání činností. Poskytování veškerých výstupů a dat, tj. všechny časové údaje za celý projekt či proces, vychází od daného týmu odborníků, který je na daný projekt vybrán. Tyto hodnoty jsou odborníky zabezpečovány na základě jejich zkušeností s podobnými činnostmi, ale také na základě znalostí nároků na potřebné zdroje, které jsou potřebné k realizaci projektu. (Uher a Zantis, 2012, s. 265) a (Duchon, 2007, s. 253)

Pesimistický odhad b_{ij} je zpravidla obtížnější, co se týče jeho zjištění a tento odhad je méně bezpečný než optimistický odhad a_{ij} (zjištění všech možných obtíží a problémů v konkrétním projektu je daleko náročnější). Využití uvedených ukazatelů je možné vypočítat základní statistické charakteristiky činností, kterými je očekávaná doba trvání t_e a její rozptyl σ_{te}^2 . Tyto uvedené charakteristiky, které odpovídají příslušným charakteristikám β -rozdělení pro doby trvání, se vypočítají dle následujících vzorců. Vzorec váženého průměru získaných odhadů:

$$t_e = \frac{(a + 4m + b)}{6} \quad (17)$$

Očekávaná doba trvání činnosti t_e koresponduje odhadu T_{ij} střední hodnoty Et_{ij} . Pro každou činnost je potřeba určení rozptylu σ_{te}^2 očekávané doby trvání činnosti:

$$\sigma_{te}^2 = \left[\frac{(b-a)}{6} \right]^2 \quad (18)$$

Čím vyšší je uvedená hodnota rozptylu, tím větší se vyskytuje pravděpodobnosti, že skutečná hodnota doby trvání činnosti se bude více odlišovat od její střední hodnoty. Tento rozptyl koresponduje odhadu v_{ij} rozptylu Dt_{ij} . (Bočková, 2011, s. 260-264) a (Duchoň, 2007, s. 253) Často se pro nejdříve možné termíny využívá označení T_E , a to pro nejpozději přípustné T_L , ale také pro rozptyly σ_{TE}^2 a σ_{TL}^2 :

$$\begin{aligned} v_{i(j)}^M &= \sigma_{TE}^2 \text{ a } v_{i(j)}^N = \sigma_{TL}^2 \\ T_j^M &= T_E \text{ a } T_j^N = T_L \end{aligned} \quad (19)$$

Z tohoto dalšího výpočtu je relevantní předpoklad nezávislosti náhodných veličin. Ukazatelé jednotlivých činností a , m a b musí být získány nezávisle na sobě. Rozhodně by neměly být nikterak ovlivněny požadovaným plánovaným termínem ukončení projektu. (Duchoň, 2007, s. 253-254)

3.4.3 Stanovení pravděpodobnosti plnění plánovaného termínu

Výpočty v síti PERT stanovují pravděpodobnosti splnění plánovaných termínů v důležitých uzlech, tzv. milnících, v koncovém uzlu a výpočet pravděpodobnosti vzniku časové rezervy v uzlu. Jako u všech stochastických veličin, které doba trvání projektu u modelu PERT je, tak existuje taková pravděpodobnost, že její hodnota bude menší, tj. projekt či proces bude kratší, nebo větším, tj. projekt či proces se protáhne. Pokud je určen plánovaný časový termín pro uzel j sítě T_S časových jednotek, tak platí, že pro jeho splnění plyne:

$$t_j^M \leq T_s \quad (20)$$

Jelikož náhodná veličina, tzv. t_j^M disponuje normálním rozdělením se střední hodnotou Et_j^M a rozptylem Dt_j^M , tak pro normovanou náhodnou veličinu platí:

$$Z = \frac{(t_j^M - Et_j^M)}{(\sqrt{Dt_j^M})} \quad (21)$$

Z disponuje normálním rozdělení se střední hodnotou 0 a rozptylem 1, platí tedy:

$$p\{t_j^M \leq T_s\} = p\left\{\frac{t_j^M - Et_j^M}{\sqrt{Dt_j^M}} \leq \frac{T_s - Et_j^M}{\sqrt{Dt_j^M}}\right\} \approx \Phi\left\{\frac{T_s - Et_j^M}{\sqrt{Dt_j^M}}\right\} \approx \Phi\left\{\frac{T_s - T_j^M}{\sqrt{V_j^M}}\right\}, \quad (22)$$

kde $\Phi(Z)$ je stanovena jako distribuční funkce normálního rozdělení $N(0, 1)$. (Duchoň, 2007, s. 254) a (Roušar, 2008, s. 220-225)

Platí-li:

$$\begin{aligned} p\{t_j^M \leq T_s\} = 0,5 &\rightarrow T_s = T_j^M \\ p\{t_j^M \leq T_s\} > 0,5 &\rightarrow T_s > T_j^M \\ p\{t_j^M \leq T_s\} < 0,5 &\rightarrow T_s < T_j^M \end{aligned} \quad (23)$$

Kritéria pro hodnocení pravděpodobnosti $p\{t_n^M \leq T_s\}$ splnění plánovacího termínu koncového uzlu n se v praxi ustálila – ukončení celého procesu či projektu v termínu T platí:

- pro $p\{t_n^M \leq T\} < 0,25$ se vyskytuje riziko nesplnění. Z této rovnice vychází, že plánovaný termín označený písmenem T je potřeba posunout, či k realizaci je zapotřebí využít doplňkových zdrojů. Je možné využití i znovurozdělení zdrojů, a to mezi činnostmi,

- pro $0,25 < p\{t_n^M \leq T\} < 0,50$ je možné tuto situaci považovat za zcela normální před zahájením realizace projektu,
- pro $p\{t_n^M \leq T\} > 0,50$ je možné implementace zkrácení trvání projektu, či zmenšení množství plánovaných zdrojů. (Duchoň, 2007, s. 254)

Matematická statistika pokládá za téměř jisté provedení velikosti pravděpodobnosti $0,95 - 0,99$, tzn. poslední kritérium $p\{t_n^M \leq T\} > 0,50$ je označené jako mírné z pohledu matematické statistiky. (Duchoň, 2007, s. 254) a (Sedláček a Neubauer, 2016, s. 21-22)

Výsledné rozhodování je rozhodování za nejistoty, jelikož je vyžadováno zvážení dvou tendencí – vynaložení dodatečných nákladů na zkrácení, nebo ztráty z prodloužení projektu či procesu. U metody CPM je potřebná podmínka pro vznik kritického uzlu $t_i^N - t_i^M = 0$, u metody PERT signalizuje hrozbu následující pravděpodobnost $p\{t_i^N - t_i^M \geq 0\}$, kde $(t_i^N - t_i^M)$ představuje náhodnou veličinu, která je daná jako rozdíl dvou nezávislých náhodných veličin, a to s přibližně normální rozdělením. Vlastní též normální rozdělení se střední hodnotou:

$$E(t_i^N - t_i^M) = Et_i^N - Et_i^M \quad (24)$$

s rozptylem:

$$D(t_i^N - t_i^M) = Dt_i^N - Dt_i^M \quad (25)$$

a normovaná náhodná veličina: (Sedláček a Neubauer, 2016, s. 127)

$$Z = \left\{ \frac{(t_j^N - t_i^M) - E(t_i^N - t_i^M)}{(\sqrt{D(t_i^N - t_i^M)})} \right\} \quad (26)$$

normální rozdělení se střední hodnotou 0 a rozptylem 1 – platí:

$$\begin{aligned}
P\{(t_i^N - t_i^M) \geq 0\} &= P\left\{\frac{(t_i^N - t_i^M) - E(t_i^N - t_i^M)}{(\sqrt{D(t_i^N - t_i^M)})} \geq \frac{0 - E(t_i^N - t_i^M)}{(\sqrt{D(t_i^N - t_i^M)})}\right\} \doteq \\
&\doteq 1 - \Phi\left(-\frac{E(t_i^N - t_i^M)}{\sqrt{D(t_i^N - t_i^M)}}\right) \doteq \Phi\left(\frac{E(t_i^N - t_i^M)}{\sqrt{D(t_i^N - t_i^M)}}\right) \doteq \Phi\left(\frac{T_i^N - T_i^M}{\sqrt{v_i^N + v_i^M}}\right)
\end{aligned} \tag{27}$$

z toho plyne:

$$P\{(t_i^N - t_i^M) \geq 0\} = 0,5 \Rightarrow T_i^N = T_i^M \tag{28}$$

$$P\{(t_i^N - t_i^M) \geq 0\} > 0,5 \Rightarrow T_i^N > T_i^M \tag{29}$$

Rovnost je podobná hodnotě blízké 0,5 – zde je potřeba pozornost příslušnému uzlu i , jelikož je pravděpodobné, že by mohlo dojít ke vzniku kritické cesty. (Duchon, 2007, s. 254-255)

3.5 Metoda GERT

Metoda GERT (z angl. *Graphical Evaluation and revue Technique, GERT*) je metoda časové analýzy projektu. Hlavním úkolem metody GERT je stanovení pravděpodobností realizace jednotlivých úkolů a pravděpodobnosti dokončené realizace projektu či procesu, a to jako celku. Tato metoda byla v průběhu několika let modifikována. (Crowe, 2005, s. 48)

3.5.1 Definice GERT

Pro metodu GERT je základním nástrojem zobecněný hranově ohodnocený síťový graf – ten může být zobecněn tak, že se rozšíří interpretace jeho uzlů a připustí se podmíněné pravděpodobnosti realizace jeho hran. Zásadní prvky pro interpretaci uzlů síťového grafu záleží na vstupu a výstupu uzlu. Vstup uzlu je možné interpretovat jako událost, která znázorňuje realizaci konkrétní činnosti, několika činností či veškerých činností, jejichž hrany vedou do konkrétního uzlu – tato událost se nazývá realizace uzlu. (Svozilová, 2016, s. 231-235) a (Šubrt a Bartoška, 2007, s. 10-14)

3.5.1.1 Typy vstupů a výstupů

- Disjunktivní vstup, který vyjadřuje, že se uzel realizuje právě tehdy, když je realizována právě jedna z činností, která do něho vstupuje. Po implementaci této činnosti se vylučuje možnost realizace dalších činností.
- Konjunktivní vstup říká, že je uzel realizován právě tehdy, když se realizují veškeré činnosti, které do něj vstupují. Provedení veškerých činností nemusí probíhat paralelně, uzel bude realizován po realizaci poslední ze všech vstupních činností. (Crowe, 2005, s. 51)
- Inkluzivní vstup vyjadřuje, že se uzel realizuje právě tehdy, když je realizována alespoň jedna z činností, která do uzlu vstupuje.
- Deterministický výstup – realizace uzlu vyvolá reakci realizace veškerých činností, které z něho vystupují. Podmíněná pravděpodobnost realizace jakéhokoliv z těchto činností se rovná 1. To znamená, že pokud bude tento uzel realizován, tak budou veškeré činnosti s pravděpodobností 1 realizovány, ale pouze ty, které z něj vystupují.
- Stochastický výstup – realizace uzlu vyvolává reakci realizace pouze některých činností, které z něho vystupují, jelikož podmíněná pravděpodobnost realizace některých z těchto činností je vyjádřena, že je menší než 1. (Šubrt a Bartoška, 2007, s. 10-14)

Výstup uzlu je možné interpretovat jako událost, která reprezentuje realizaci veškerých či alespoň jedné ze všech činností, které vystupují z konkrétního uzlu. Realizace činnosti je podmíněna realizací uzlu, a to zejména, ze kterého vystupuje.

Obrázek 9: Symboly v síťovém grafu

<i>Typ uzlu</i>	<i>Symbol v síťovém grafu</i>
disjunktivně deterministický	
inkluzivně deterministický	
konjunktivně deterministický (CPM, PERT)	
disjunktivně stochastický	
inkluzivně stochastický	
konjunktivně stochastický	

Zdroj: Šubrt a Bartoška, 2007

3.5.2 Časová analýza

Hlavním cílem časové analýzy metody GERT je zjištění trvání celého projektu a termínů realizace konkrétních uzlů, a to na základě údajů o trvání úkolů a výstupů pravděpodobnostní analýzy. Očekávaný termín realizace uzlu je definován jako statistický údaj, který zohledňuje jeho pravděpodobnost realizace. (Svozilová, 2016, s. 424) Očekávaný termín není možné označit jako plánovaný termín, jelikož se jedná pouze o hodnotu, která signalizuje, jaký průměrný termín realizace uzlu by mohl dosáhnout při dostatečně velkém množství opakování realizace procesu či projektu v konkrétních podmínkách. Při časové analýze je vycházeno z následujících pravidel: (Crowe, 2005, s. 52)

1. Pokud do libovolného uzlu j grafu vstupuje pouze jeden úkol, tak platí následující vztah pro nejdříve možný očekávaný termín $T_j^{(0)}$:

$$T_j^{(0)} = T_i^0 + t_{ij} \quad (30)$$

2. Zdali do konjunktivního uzlu j grafu vstupuje více jak jedna činnost, tak pro nejdříve možný očekávaný časový úsek $T_j^{(0)}$ je dán vztah:

$$T_j^{(0)} = \max_{i \in G_j} (T_i^0 + t_{ij}) \quad (31)$$

3. Pokud do disjunktivního či inkluzivního uzlu j grafu vstupuje více jak jedna činnost, tak nejdříve možný očekávaný časový úsek $T_j^{(0)}$ je dán vztahem:

$$T_j^{(0)} = \max_{i \in G_j} (T_i^0 + t_{ij} P(i, j)) \quad (32)$$

4. Pro konjunktivní koncový uzel hrany (i, j) je $T_i^{(1)}$ analogicky k metodě CPM je definován vztahem:

$$T_i^{(1)} = \min_{i \in R_i} (T_j^1 - t_{ij}), \quad (33)$$

kde R_i je označována množina následujících uzlů (i) .

5. Pro inkluzivní a disjunktivní koncový uzel hrany (i, j) platí:

$$T_i^{(1)} = \min_{i \in R_i} (T_j^1 - t_{ij} P(i, j)) \quad (34)$$

Jako u metody CPM prochází kritická cesta uzly, pro které platí, že $T_i^0 = T_i^1$. Jedná se pouze i pravděpodobný vývoj kritické cesty. Časová analýza GERT disponuje orientačním charakterem. Primární význam této metody GERT je založen v analýze pravděpodobnosti, kdy je potřeba aplikovat zjištění reálnosti dokončení celého projektu a vyhotovení konkrétních skupin. (Šubrt a Bartoška, 2007, s. 14)

3.6 Lineární programování a simplex

Lineární programování či lineární optimalizace je disciplína operačního výzkumu, která řeší problém nalezení minima či maxima lineární funkce konkrétního počtu proměnných na množině, která je popsána soustavou lineárních nerovnic. Algoritmus na řešení úlohy lineárního programování je tzv. simplexový algoritmus neboli simplexová metoda – iterační výpočetní postup pro nalezení optimální řešení úlohy lineárního programování.

U lineárního programování je slovo programování spíše synonymem pro plánování či vytváření programů budoucího vývoje, slovo lineární vyjadřuje, že jsou veškeré vazby v modelech lineárního programování vazbami lineárními, tj. veškeré matematické funkce, které jsou použité v takovýchto modelech, tak se jedná o funkce lineární. Ekonomický model úlohy lineárního programování je pouze slovní a číselnou deskripcí daného problému. K řešení je nutno sestavení odpovídajícího modelu, jež je možné řešit standardním postupem lineárního programování. (Lazar, 2012, s. 295)

3.7 Robustní optimalizace

Celočíselné programování (z angl. *Mixed Integer Linear Programming, MILP*) je odvětví matematické optimalizace či program proveditelnosti, ve kterém jsou některé či všechny proměnné omezeny na celá čísla. V celočíselném lineárním programování (z angl. *Integer Linear Programming, ILP*) jsou objektivní funkce a omezení lineární. (Andreagiovanni a Raymond, 2013)

Celočíselné lineární programování je v kanonické podobě vyjádřeno následovně:

$$Z^* := \max \sum_{j \in J} c_j x_j \quad (MILP) \quad (35)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i \in I \quad (36)$$

$$x_j \geq 0 \quad j \in J \quad (37)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J_{\mathbb{Z}} \subseteq J \quad (38)$$

Typickým předpokladem při optimalizaci je to, že veškerá problémová data jsou přesně známa. Hodnota koeficientů a_{ij} , b_i , c_j může být neurčitá pro většinu problémů – mohou představovat takové problémy, které se staly v minulosti, avšak budoucnost je neumí napodobit tak, jak probíhaly v minulosti. Můžou zde existovat i některá chybná či nepřesná data. Některé z těchto hodnot mohou být iracionální čísla, která budou počítačem odříznuta. Tyto neurčitosti se mohou zdát irelevantní, a to zejména pokud dosahují menších hodnot. Zanedbání neurčitosti může mít katastrofické následky. (Andreagiovanni a Büsing, 2012). Přítomnost neurčitosti skutečně odpovídá přítomnosti dalších podmínek odchylky v daném problému: (Aktan a Nembhard, 2009)

$$Z^{DEV} := \max \sum_{j \in J} (c_j + \delta_j^c) x_j \quad (39)$$

$$\sum_{j \in J} (a_{ij} + \delta_{ij}^a) x_j \leq (b_i + \delta_i^b) \quad i \in I \quad (40)$$

$$x_j \geq 0 \quad j \in J \quad (41)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J_Z \subseteq J, \quad (42)$$

kde $\delta_j^c, \delta_{ij}^a, \delta_i^b$ představují odchylku. Optimální řešení Z^* prvního programu může být pro druhý program neproveditelné. Pokud je proveditelné, může být pod objektivní funkcí $\sum_{j \in J} (c_j + \delta_j^c) x_j$, tj. $Z^* < Z^{DEV}$. Ztráta proveditelnosti nebo optimality může mít v praxi velmi špatné účinky, a tak byly vyvinuty různé techniky, které se zabývají neurčitostí v průběhu let. Od této chvíle se předpokládá, že neurčitost v celočíselném programování ovlivňuje pouze koeficienty a_{ij} . Pokud jsou koeficienty b_i a c_j neurčité, je snadné odvodit ekvivalentní program, kde neurčitost ovlivňuje pouze matici koeficientů. (Andreagiovanni a Büsing, 2012). Nejúspěšnější robustní model, který byl použit v mnoha různých procesů, je model Bertsimas-Sim založený na následujících předpokladech: (Andreagiovanni a Raymond, 2013)

1. pro každý koeficient specifikovaný jako neurčitý, tak se identifikuje nominální hodnota \bar{a}_{ij} (může to být očekávaná hodnota vycházející z předešlých dat) a maximální možná odchylka d_{ij} přímo z nominální hodnoty,

2. skutečná hodnota a_{ij} neurčitěho koeficientu patří do pásma symetrické odchylky $[\bar{a}_{ij} - d_{ij}, \bar{a}_{ij} + d_{ij}]$,
3. neurčité koeficienty a_{ij} jsou stochasticky nezávislé náhodné proměnné definované v jejich vlastním rozsahu odchylek dle neznámého symetrického rozdělení,
4. pro každé omezení $i \in I$ je stanovena hodnota $0 \leq \Gamma_i \leq |J|$, která představuje maximální počet koeficientů odchylicích se od jejich nominální hodnoty. (Andreagiovanni a Raymond, 2013)

Soubor odchylek, které dodržují tyto předpoklady, se nazývá sada neurčitostí. Parametr Γ_i řídí konzervativnost modelu – zvyšování jeho hodnoty navyšuje také ochranu proti odchylkám, ale současně vzniká tzv. „cena robustnosti“. (Aktan a Nembhard, 2009). Cena robustnosti znamená zhoršení optimální hodnoty způsobené vyloučením nerobustního řešení. Za těchto předpokladů je možné dvoumístný protějšek celočíselného programování zapsat: (Andreagiovanni a Büsing, 2012)

$$\max \sum_{j \in J} c_j x_j \quad (NL-ROB-MILP) \quad (43)$$

$$\sum_{j \in J} \bar{a}_{ij} x_j + DEV(x, \Gamma_i) \leq b_i \quad i \in I \quad (44)$$

$$x_j \geq 0 \quad j \in J \quad (45)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J_z \subseteq J, \quad (46)$$

kde každé omezení proveditelnost zahrnuje další termín $DEV(x, \Gamma_i)$, který představuje tu nejhorší odchylku pro omezení i povolenou neurčitost stanovenou pro dané řešení x a to, když se nejvíce odchylicí Γ_i koeficienty. Konkrétně termín $DEV(x, \Gamma_i)$ odpovídá optimální hodnotě následujícího problému s batohem:

$$DEV(x, \Gamma_i) := \max \sum_{j \in J} d_{ij} x_j y_{ij} \quad (47)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} \leq \Gamma_i \quad (48)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad j \in J, (49)$$

Problém batohu je definován jako NP-úplný, tj. problém je nedeterministicky polynomiální – množina problémů, které je možné řešit v polynomiálně omezeném času na nedeterministickém TS (Turingův stroj – teoretický model počítače) (Aktan a Nembhard, 2009), který umožňuje v každém kroku výpočet dále rozvětvit na n větví, ve kterých se poté řešení hledá současně. V problému batohu je dáno n závaží, z nichž každé má konkrétně určenou hmotnost. (Problém batohu, online, 2020-02-02). Některá se závaží jsou vybrána a umístí se do uzavřeného batohu, který je definován jako neprůhledný a disponuje nulovou hmotností. Poté se batoh zvaží a určí se celková hmotnost, ze které je možné určit, které závaží byly do batohu umístěna. Dimitris Bertsimas a Melvyn Sim pomocí výsledků duality odstranili nelinearitu tzv. robustního protějšku a dosáhli tak konečného výsledku – *NLROB-MILP*: (Andreagiovanni a Raymond, 2013)

$$\max \sum_{j \in J} c_j x_j \quad (50)$$

$$\sum_{j \in J} \bar{a}_{ij} x_j + \Gamma_i w_i + \sum_{j \in J} z_{ij} \leq b_i \quad i \in I (51)$$

$$w_i + z_{ij} \geq d_{ij} x_j \quad i \in I, j \in J (52)$$

$$w_i \geq 0 \quad i \in I (53)$$

$$z_{ij} \geq 0 \quad i \in I, j \in J (54)$$

$$x_j \geq 0 \quad j \in J (55)$$

$$x_j \in \mathbb{Z}_+ \quad j \in J_{\mathbb{Z}} \subseteq J. (56)$$

I přes jednoduchost, která přispěla k velkému úspěchu, a to za matematickou programovací komunitu, tak model Bertsimas-Sim představuje i určitá omezení. Především hypotéza, že každý koeficient je náhodná proměnná symetricky rozložená v symetrickém rozsahu, a to může být v praxi velmi omezující – dělá tak robustní řešení konzervativnější, než je potřeba. Ve skutečnosti se tento model zaměřuje na extrémní odchylky jednotlivých koeficientů a zcela zanedbává chování nejistoty v rozmezí odchylek. Nevýhody uvedeného modelovacího přístupu jsou viditelné na reálných problémech, kde jsou koeficienty

asymetricky rozloženy. Avšak bylo provedeno již několik vylepšení tohoto modelu. (Andreagiovanni a Büsing, 2012)

3.7.1 Alternativní přístup k řešení nejistoty v časové analýze projektu

Při časové analýze projektu se stává základní otázkou, jaké bude celkové trvání projektu, a které z projektových činností jsou kritické. Změna trvání kritické činnosti, vždy ovlivňuje celkovou dobu trvání projektu, zatímco změna trvání nekritické činnosti může či nemusí změnit trvání celého projektu v závislosti na nevyváženosti. Nejdříve je potřeba vyřešit celkovou dobu trvání projektu a poté identifikovat kritické činnosti. Dále probíhá analýza možné změny a jejich vliv na současné řešení.

Pro zobrazení projektu jako procesu po sobě jdoucích či paralelních aktivit, je možné využít teorii grafů. Aplikuje se činnost na obloukový přístup, kde hran grafu představuje aktivitu a její trvání. Projekt je možné modelovat jako graf $G(V, E)$, který vyhovuje logické struktuře projektu. Nalezení kritické cesty mezi počátečním vrcholem v_0 a konečným vrcholem v_n a $n = |V|$ je pořadí grafu G . Nalezení kritické cesty p_i mezi v_0 a v_n odpovídá problému nejdelší cesty, tj. vzhledem k funkci $f: E \rightarrow \mathbb{R}$ a směřovanému acyklickému grafu G , se hledá maximální cesta $P = (v_0, \dots, v_n)$, která ve všech možných n maximalizuje $\sum_{i=1}^{n-1} f(e_{i,i+1})$. Cílem CPP (z angl. *Critical Path Problem*) je robustnost a je možné tento problém formulovat následujícím způsobem:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{j \in Q_0} x_{0j} = 1 \\
 & \sum_{k \in Q_j} x_{jk} = \sum_{i \in P_j} x_{ij} \\
 & -\sum_{i \in P_n} x_{in} = -1 \\
 & x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j
 \end{aligned} \tag{57}$$

kde $t_{ij} \geq 0$ je váha hrany x_{ij} spojující vrcholy v_i a v_j . Proměnná x_{ij} je binární tak, že $x_{ij} = 0$, pokud x_{ij} není součástí nejdelší cesty P a naopak. Zbývající soubor omezení popisuje

strukturu grafu u hlediska směřovaných hran, které vstupují do vrcholu v_j či vystupují z vrcholu v_i . P_j je soubor okrajových indexů, které vystupují z vrcholu v_j . (Hlavatý a Brožová, 2019)

3.7.2 Klasická robustní formule problému kritické cesty

Nalezení kritické cesty a identifikace kritických činností v projektu odpovídá nalezení nejdelší cesty v síťovém grafu. Tento problém je možné definovat jako matematický program. Využitím robustního modelu 57, je robustní protějšek problému nejdelší cesty definován následovně:

$$\begin{aligned}
 & \max \phi \\
 & \text{s.t.} \\
 & -\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} + \Gamma z + \sum_{(i,j) \in u} u_{ij} + \phi \leq 0 \\
 & z + u_{ij} \geq \delta_{ij}^t x_{ij}, \forall (i, j) \in u \\
 & \sum_{j \in Q_0} x_{0j} = 1 \\
 & \sum_{k \in Q_j} x_{jk} = \sum_{i \in P_j} x_{ij} \\
 & -\sum_{i \in P_n} x_{in} = -1 \\
 & z \geq 0 \\
 & u_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in u \\
 & x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j
 \end{aligned} \tag{57}$$

V této definici je proběhlo nahrazení nové proměnné Φ , která umožňuje modelovat původní cíl jako omezení. Γ řídí maximální počet koeficientů t_{ij} , které se mohou odchýlit od své deterministické hodnoty δ_{ij}^t . Výpočtem se získá robustně optimální řešení, které je možné chápat jako cíl v případě zhoršení Γ nespécifikovaných koeficientů t_{ij} . Zhoršení v tomto případě znamená snížení hodnoty, když se maximalizuje. Robustně optimální řešení hledá nejdelší cestu a identifikuje takové koeficienty, které by byly jeho příčinou. V souvislosti s problémem kritické cesty, tak tyto výsledky neposkytují ochranu před nejistotou, jak je chápána ve smyslu robustnosti. CPP skutečně vyžaduje, aby v grafu byla nalezena ta nejdelší cesta, která představuje kritickou cestu jako takovou. Avšak pokud je o plánování projektu, náklady na nejdelší cestu je brána jako minimální čas potřebný

k finalizaci veškerých činností, a tím i celého projektu či procesu. (Hlavatý a Brožová, 2019)

3.7.2.1 Konverze robustní formule CPP

Vzhledem ke specifické povaze CPP není možné najít nejhorší scénáře pouhým uplatněním přístupu Γ robustnosti na jeho formulaci MILP. Místo toho je navržena vlastní formule, která umožňuje hledat nejhorší scénáře, tj. jaké je nejhorší možné prodloužení projektu, pokud je očekávání, že se nanejvýš Γ koeficienty odchýlí od své očekávané hodnoty o specifikovanou odchylku. Nová formule robustního protějšku k CPP je následovná:

$$\begin{aligned}
 & \max \left(\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in u} \delta_{ij}^t y_{ij} \right) \\
 & \quad \text{s.t.} \\
 & \quad y_{ij} \leq x_{ij}, \forall (i, j) \in u \\
 & \quad \sum_{(i,j) \in u} y_{ij} \leq \Gamma \\
 & \quad \sum_{j \in Q_0} x_{0j} = 1 \\
 & \quad \sum_{k \in Q_j} x_{jk} = \sum_{i \in P_j} x_{ij} \\
 & \quad - \sum_{i \in P_n} x_{in} = -1 \\
 & \quad x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, j \\
 & \quad y_{ij} \geq 0 \forall i, j
 \end{aligned} \tag{58}$$

Tato formule se nazývá konverzní robustní problém kritické cesty. Maximalizuje se nejdelší cesta v grafu a mezitím se maximalizují odchylky od očekávaného trvání činnosti. Nová proměnná y_{ij} určuje, zdali bude individuální odchylka δ_{ij}^t započítána do robustně optimálního řešení či nikoliv. Je potřeba, aby y_{ij} bylo binární. Binární znak y_{ij} není definován v omezeních, přesto musí být binární, a to kvůli svému vztahu k x_{ij} v prvním omezení – to popisuje logický vztah mezi proměnnými x_{ij} a y_{ij} . Pokud však x_{ij} neleží na kritické cestě ($x_{ij} = 0$), tak platí, že $y_{ij} = 0$. Zdali x_{ij} leží na kritické cestě ($x_{ij} = 1$), tak $y_{ij} = 0$ či $y_{ij} = 1$ upřednostňuje takové y_{ij} s vyšším δ_{ij}^t . Vyplývá to ze skutečnosti, že kritické činnosti x_{ij} ovlivňují celkovou dobu trvání projektu. Jelikož y_{ij} je binární kvůli svému vztahu k binární x_{ij} , tak je ve druhém omezení zajištěno, že v modelu nastane maximum Γ

odchylek. Tato formule umožňuje najít robustní optimální řešení, kde by odchylky maximálně prodloužily celkovou dobu trvání projektu. (Hlavatý a Brožová, 2019)

4 Vlastní práce

V této části bude představeno užití nového pojetí časové analýzy za pomoci robustního programování v praxi, na základě definice z kapitoly č. 3.7. Využití robustního programování pro časovou analýzu má jednu zásadní výhodu, jelikož pracuje s konkrétními hodnotami, tudíž výsledné hodnoty jsou prezentovány se stoprocentní pravděpodobností a je tedy možné tvrdit, že výsledek takové analýzy je výsledkem za jistoty. Tento fakt je zásadní výhodou oproti pravděpodobnostním metodám časové analýzy (metody PERT a GERT), které zobrazují urychlení či zdržení trvání projektu o určitý čas, avšak vždy s určitou mírou pravděpodobnosti. Tyto metody tedy provádí časovou analýzu za nejistoty a jsou popsány v kapitole č. 3.4 a 3.5.

Pro zjištění úplného využití této metodiky bude potřeba větší rozsah zkoumání, avšak v zásadě lze metodiku v rámci projektu využít dvěma způsoby, konkrétně minimalizačním a maximalizačním pojetím. Právě z tohoto důvodu je pro řešení robustní optimalizace vhodné lineární programování a simplex, které se právě minimem a maximem lineární funkce zabývají (viz Kapitola 3.6).

Minimalizační pojetí je v tomto případě metoda, kdy za pomoci optimistických odhadů trvání činností projektu je možné vypočítat, v jakém měřítku se dá urychlit projekt, aby bylo možné jej dokončit v co nejkratším čase. Dále by tato metodika měla prozradit, které činnosti projektu jsou nejefektivnější z hlediska urychlení projektu, tudíž v případě, že bychom se zaměřili na nějakou zásadní činnost projektu a dokázali ji podle optimistického odhadu urychlit, dosáhli bychom zásadního urychlení trvání celého projektu na základě urychlení jedné činnosti. V neposlední řadě by tato metodika také měla zobrazovat, kolik činností je třeba urychlit, aby projekt dosáhl nejrychlejšího možného dokončení.

Z praktického pohledu se však tato metodika jeví méně zajímavá, jelikož optimistické odhady jsou odhady předpokládající průběh činností bez komplikací souvisejících se zdržením projektu a jedná se o průběh činností za optimálních podmínek. Takovéto situace se v praxi objevují zřídka, proto se zajímavějším pohledem pro zkoumání této metody jeví spíše maximalizační pojetí.

Cílem užití maximalizačního pojetí robustního programování v časové analýze projektu je především zjištění nejhoršího možného scénáře trvání projektu. Tudiž se jedná o analýzu, jak dlouho bude projekt trvat v případě, že se zpozdí daný počet činností v projektu. Zároveň je možné zjistit, jaká činnost je v projektu nejnebezpečnější z hlediska zdržení projektu, a proto by na ní měl být kladen velký důraz při přípravě realizace a krizových scénářů a zároveň při samotné realizaci. Dalším ze zajímavých ukazatelů této metodiky je průběh zpoždění neboli přehled, o kolik časových jednotek se bude projekt zpožďovat na základě počtu zpožděných činností.

Logickou úvahou je možné říct, že k takové analýze stačí pouze zadání pesimistických odchylek do klasické CPM síťové analýzy s výpočtem kritické cesty (viz kapitola č. 3.3). Toto je z části pravdivá úvaha, avšak tato metodika je schopna představit nejen čas nejdelšího trvání, ale také počet činností, které toto zdržení může způsobit (nejedná se tedy o všechny činnosti, ale nejdelší trvání může být následkem i zdržením pouhého zlomku činností) a navíc poukázání na konkrétní činnosti, jejichž zdržení bude mít takový dopad.

Z praktického hlediska jsem se tedy rozhodl aplikovat a představit aplikaci robustního programování k časové analýze několika projektů z pohledu maximalizačního. Výsledkem zkoumání tedy bude aplikace metodiky na reálných projektech, ověření teorie výstupů po aplikaci metodiky, využitelnost těchto výstupů v praxi a zhodnocení využitelnosti metodiky v praxi.

4.1 Aplikace robustní optimalizace na projekt

V této části je znázorněno, jakým způsobem se metodika robustní optimalizace z hlediska časové analýzy aplikuje na projekt. Nejprve je však nutné si představit projekt, na který bude tato metodika aplikována. Pro jednoduchou představu aplikace metodiky byl zvolen strukturálně velmi jednoduchý projekt aplikačního vývoje s pár činnostmi, na kterém je v první řadě aplikace znázorněna, avšak na reálné výsledky aplikace prakticky není kladen důraz.

4.1.1 Představení vzorového projektu

Firma xyz a.s. disponuje širokou škálou služeb v oblasti pojišťovnictví. Z hlediska technologického vývoje a nutnosti usnadnění práce byla před několika lety ve firmě vytvořena aplikace pro kompletní správu a automatizaci veškerých procesů v rámci sjednávání pojistných smluv a likvidací pojistných událostí. Funkčnost této aplikace má již několikaletou historii, tudíž je momentálně v plném rozsahu funkční pro realizaci veškerých potřebných procesů. Z hlediska technologického vývoje, modernizace a legislativních úprav je však potřeba aplikaci neustále spravovat, upravovat a zlepšovat. Touto tematikou se právě zabývá vzorový projekt, který je následně využit pro představu aplikace metodiky robustního programování z hlediska časové analýzy. Jedná se tedy o jednoduchý projekt, který obsahuje součinnost několika vývojových odvětví ve stejném časovém intervalu.

Vedení firmy rozhodlo, že do červnového vývoje (vývoj očekávaný k nasazení do reálné finální aplikace) budou zařazeny následující vývojové požadavky:

- GDPR ošetření databáze
- Zavedení nového produktu do aplikace
- Integrace komunikace s novým externím systémem

Průběh všech tří vývojových odvětví je na sobě nezávislý, společný mají pouze termín dodání. Všechna vývojová odvětví jsou rozplánována do čtyř fází: analýza, akceptace funkční dokumentace, vývoj a testování.

Projektovým manažerem tohoto vývoje byl zvolen čerstvě povýšený seniorní analytik s velkými ambicemi pro kvalitního projektového manažera, který naplánoval časový průběh projektu dle následujících předpokladů:

Tabulka 2: Aplikační vývoj – projektový plán

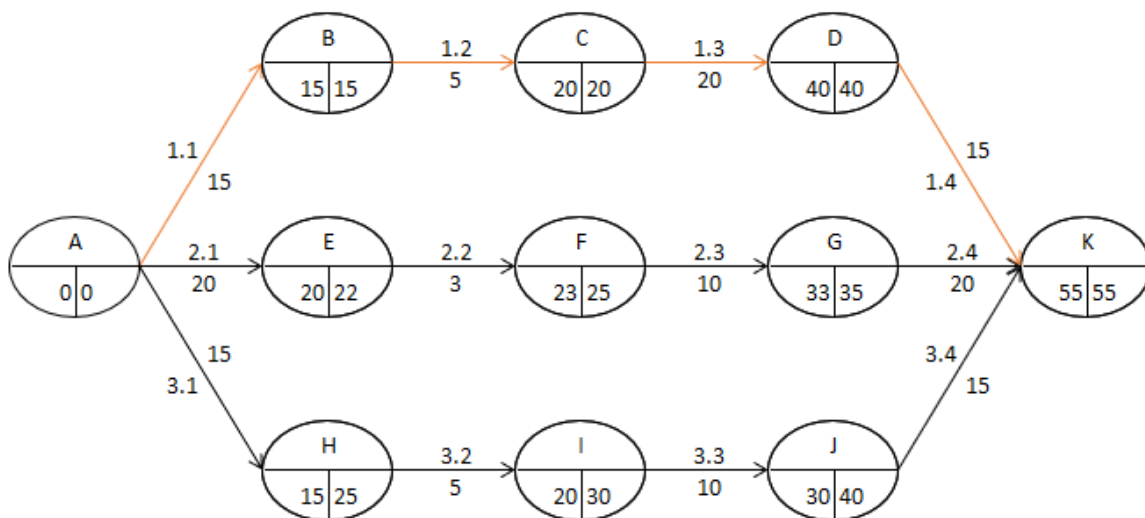
Num.	Činnost	Předcházející činnost	Doba trvání (MD)	Pesimistická odchylka (MD)
1	GDPR ošetření databáze			
1.1	Analýza	-	15	10
1.2	Akceptace funkčního designu	1.1 FS	5	5
1.3	Vývoj	1.2 FS	20	10
1.4	Testování	1.3 FS	15	10
2	Zavedení nového produktu do aplikace			
2.1	Analýza	-	20	3
2.2	Akceptace funkčního designu	2.1 FS	3	2
2.3	Vývoj	2.2 FS	10	5
2.4	Testování	2.3 FS	20	2
3	Integrace komunikace s novým externím systémem			
3.1	Analýza	-	15	3
3.2	Akceptace funkčního designu	3.1 FS	5	2
3.3	Vývoj	3.2 FS	10	3
3.4	Testování	3.3 FS	15	5

Zdroj: Vlastní zpracování

Firma zaměstnává v oblasti vývoje tým analytiků, vývojářů a testerů vyhrazených pro aplikační vývoj, kde se však vyskytuje i několik nových členů, tudíž zde vzniká určité riziko zpoždování. Pro zkvalitnění předpokladů a plánování projektu se projektový manažer rozhodl využít aplikaci robustního programování k časové analýze projektu, aby zjistil, jaké následky bude mít zpoždování projektu, na jaké činnosti si dát z hlediska rizika zpoždění pozor a celkově jaké má možnosti využití časové rezervy pro včasné dodání projektu z hlediska zpoždování projektu.

Na základě předpokladů z tabulky č. 2 je sestavena CPM síťová analýza (viz Kapitola 3.3) využívající modelu AOA pro hranové ohodnocení činností (viz Kapitola 3.2.1):

Obrázek 10: Aplikační vývoj – graf CPM



Zdroj: Vlastní zpracování

Z CPM časové analýzy je možné vyhodnotit, že kritickou činností, která vyžaduje prioritní pozornost, a u které je nutné dodržet, pokud možno, nulové zdržení, je činnost „GDPR ošetření databáze“, která představuje v optimálním případě primární hrozbu pro dobu trvání projektu. Je zde tedy možné usoudit, že nejkratší trvání projektu v optimálním případě je 55 pracovních dní (MD – manday) a kritickou cestou jsou činnosti analýzy, akceptace funkční dokumentace, vývoje a testování, všechny v rámci GDPR ošetření databáze.

Pro zjištění dalších rizik v rámci zpoždění projektu se však projektový manažer rozhodl provést aplikaci robustní optimalizace na časovou analýzu projektu, aby se ujistil, zda je toto vývojové odvětví jediné nebezpečné v rámci kompletního červnového vývoje.

4.1.2 Příprava podkladů pro aplikaci robustního programování

Aplikace robustní optimalizace se v zásadě provádí přes upravenou simplexovou tabulku zadanou do aplikace Microsoft Excel, kde se provedou veškeré potřebné úpravy pro zadání omezujících podmínek (viz Kapitola 3.7), které se následně vyhodnocují na základě doplňku aplikace Excel jménem Solver. Nyní bude představena podrobná demonstrace takové aplikace na představený projekt.

4.1.2.1 Simplexová tabulka

V aplikaci Microsoft excel se vytvoří nový pracovní list, ve kterém se vytvoří simplexová tabulka pro připravený projekt. Znamená to tedy, že ve vodorovné ose tabulky budou uvedeny názvy činností, které projekt obsahuje a ve svislé ose tabulky jsou uvedeny názvy uzlů vytvořených pro propojení činností. Následně se do obsahu tabulky vyplní hodnoty vstupů a výstupů jednotlivých činností v závislosti ke konkrétnímu uzlu, kde hodnota „1“ znamená, že konkrétní činnost vystupuje z konkrétního uzlu a hodnota „-1“ znamená, že konkrétní činnost vstupuje do konkrétního uzlu. Toto vychází z definice popsané v kapitole č. 3.7.2. V obrázku č. 10 tedy můžeme vidět, že do uzlu „B“ vstupuje činnost „x1_1“ a z uzlu „B“ vystupuje činnost „x1_2“. Toto si můžeme také ověřit na obrázku č. 9, kde je přesně tato návaznost vyobrazena. Tímto způsobem se pak vyplní celá tabulka s tím, že se nesmí zapomenout, že podle pravidel simplexu musí být hodnoty vstupních činností pro poslední koncový uzel vždy kladné. Definice simplexu a lineárního programování jako takového je popsána v kapitole č. 3.6. Výsledný přehled simplexové tabulky je následující:

Obrázek 11: Aplikační vývoj – simplexová tabulka

	x1_1	x1_2	x1_3	x1_4	x2_1	x2_2	x2_3	x2_4	x3_1	x3_2	x3_3	x3_4
Uzel A	1				1				1			
Uzel B	-1	1										
Uzel C		-1	1									
Uzel D			-1	1								
Uzel E					-1	1						
Uzel F						-1	1					
Uzel G							-1	1				
Uzel H									-1	1		
Uzel I										-1	1	
Uzel J											-1	1
Uzel K				1				1				1

Zdroj: Vlastní zpracování

4.1.2.2 Znázornění kritické cesty

Dále se nad simplexovou tabulku doplní označení kritické cesty (CP – critical path), zjištěné také z CPM časové analýzy, tak, že činnosti ležící na kritické cestě jsou označeny hodnotou „1“ a činnosti neležící na kritické cestě jsou označeny hodnotou „0“.

Výsledek ohodnocení bude vypadat následovně:

Obrázek 12: Aplikační vývoj – Kritická cesta

	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	x1_1	x1_2	x1_3	x1_4	x2_1	x2_2	x2_3	x2_4	x3_1	x3_2	x3_3	x3_4
Uzel A	1				1				1			
Uzel B	-1	1										
Uzel C		-1	1									
Uzel D			-1	1								
Uzel E					-1	1						
Uzel F						-1	1					
Uzel G							-1	1				
Uzel H									-1	1		
Uzel I										-1	1	
Uzel J											-1	1
Uzel K				1				1				1

Zdroj: Vlastní zpracování

4.1.2.3 Dodatečné úpravy tabulky

Dalším krokem je upravení tabulky pro další postup. Tyto kroky jsou součástí robustní optimalizace a jsou detailně popsány v teoretické části práce, konkrétně v kapitole č. 3.7.2. Pod původní tabulku se přidá počet řádků, kolik v projektu existuje činností. Dále se tabulka rozšíří doprava od původní tabulky, kde bude přidáno opět tolik sloupců, kolik existuje v projektu činností. Hodnoty doplnění a kompletní přehled tohoto rozšíření je vidět na obrázku č. 13.

Obrázek 13: Aplikační vývoj – Dodatečné úpravy

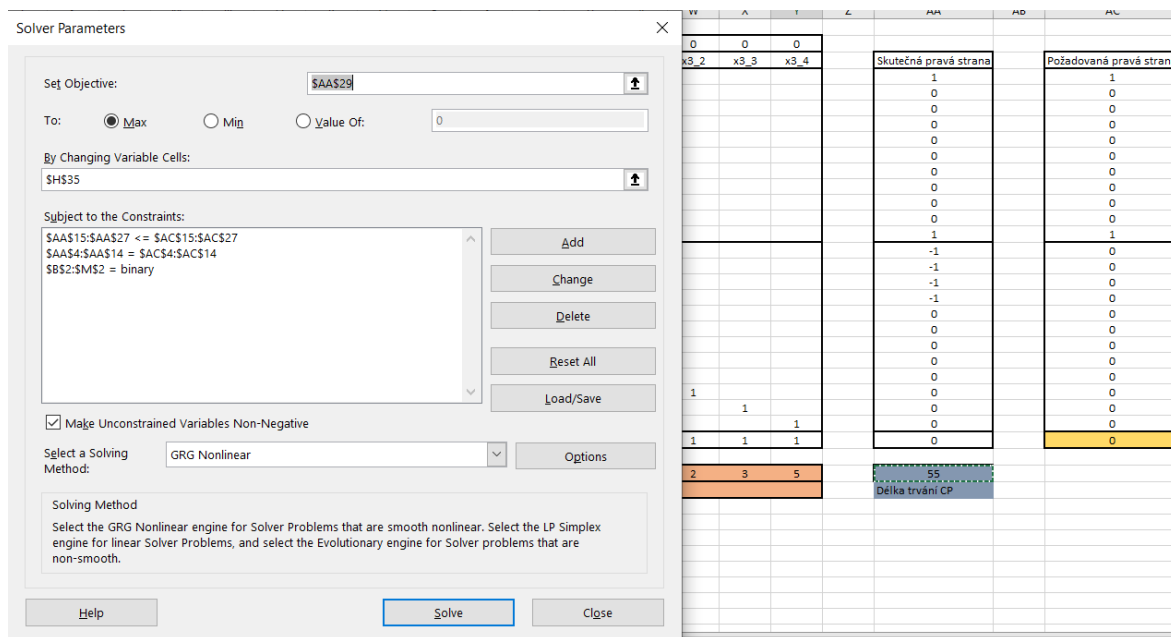
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0						
	x1_1	x1_2	x1_3	x1_4	x2_1	x2_2	x2_3	x2_4	x3_1	x3_2	x3_3	x3_4	x1_1	x1_2	x1_3	x1_4	x2_1	x2_2	x2_3	x2_4	x3_1	x3_2	x3_3	x3_4	
Uzel A	1				1				1																
Uzel B	-1	1																							
Uzel C		-1	1																						
Uzel D			-1	1																					
Uzel E					-1	1																			
Uzel F						-1	1																		
Uzel G							-1	1																	
Uzel H									-1	1															
Uzel I										-1	1														
Uzel J											-1	1													
Uzel K				1				1																	
	-1												1												
		-1												1											
			-1												1										
				-1												1									
					-1												1								
						-1												1							
							-1												1						
								-1												1					
									-1												1				
										-1												1			
											-1												1		
												-1												1	
													-1												1

Zdroj: Vlastní zpracování

Finální úpravou je pak doplnění jednoho řádku do spod tabulky pro matematické vyrovnání, kde pod levou částí tabulky jsou doplněny pole s hodnotou „0“ a pod pravou část tabulky jsou doplněny hodnoty „1“.

Po otevření funkce Solver se objeví úvodní okno aplikace. Zde nejprve do prvního pole s názvem „Set objective“ nadefinujeme, kam se má generovat výsledná hodnota finálního trvání projektu. V našem případě se tedy jedná o pole „Délka trvání CP“ nadefinované v kapitole 4.1.2.6 a zobrazené v obrázku č. 20.

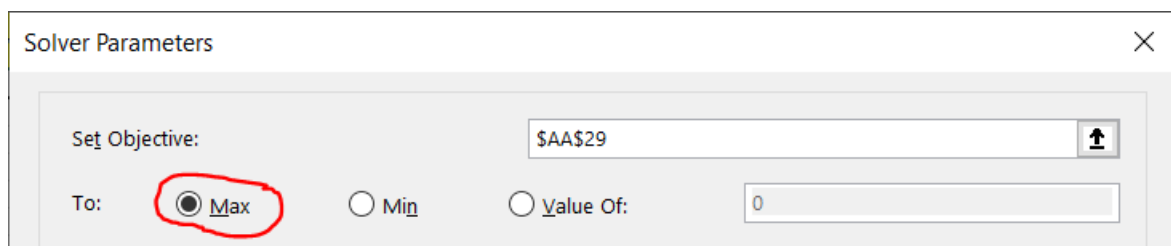
Obrázek 20: Solver – pole Set objective



Zdroj: Vlastní zpracování

Vzhledem k tomu, že hledáme největší zpoždění projektu, ponecháme v poli „To:“ zaškrtnuté pole „Max“. V případě, že bychom vyhledávali nejkratší dobu trvání projektu, použili bychom hodnotu „Min“.

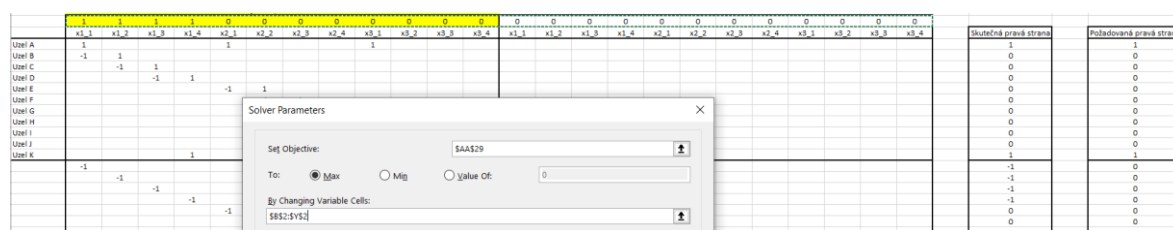
Obrázek 21: Solver – Max



Zdroj: Vlastní zpracování

Další pole k nadefinování je pole s názvem „By Changing Variable Cells“, kam uvedeme řádek kritické cesty zobrazený v obrázku č. 18 žlutou barvou. Je však nutné označit celý řádek i s nevybarvenými poli, jelikož tam se budou následně označovat činnosti, které představují riziko zpoždění projektu. Kompletní označení hodnot je tedy následující:

Obrázek 22: Solver – pole By Changing Variable Cells



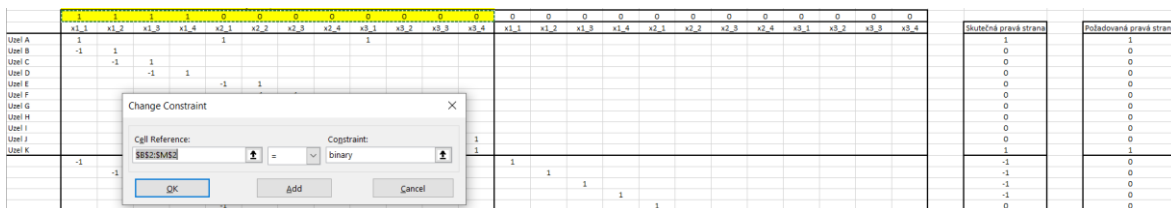
Zdroj: Vlastní zpracování

Nyní se dostáváme ke skutečnému vyplnění omezujících podmínek v poli „Subject to the Constraints“, kde, za pomoci tlačítka „Add“ napravo od pole, vložíme veškeré omezující podmínky.

4.1.2.7.1 První omezující podmínka

První omezující podmínkou je, že záznamy v dolní části skutečných pravých stran je menší nebo rovna záznamům v dolní části požadovaných pravých stran. Konkrétní označení hodnot podmínky je zobrazeno v obrázcích č. 23 a č. 24.

Obrázek 27: Solver – 3. podmínka

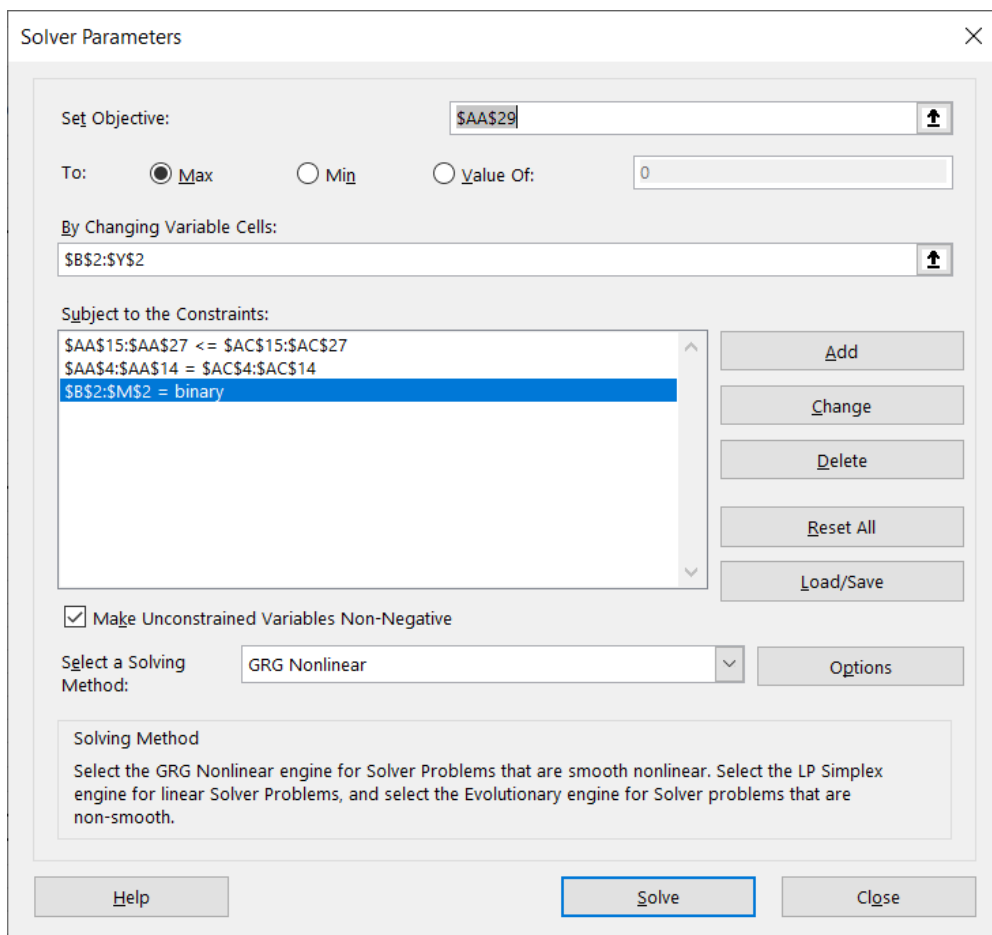


Zdroj: Vlastní zpracování

4.1.2.7.4 Kompletní nastavení vstupů pro funkci Solver

Po definování všech polí a omezujících polí funkce Solver, bude nastavení vypadat následovně:

Obrázek 28: Kompletní nastavení funkce Solver



Zdroj: Vlastní zpracování

Nyní jsme tedy připraveni aplikovat robustní optimalizaci na projekt aplikační podpory. Pro finální výpočet robustní optimalizace stačí stisknout tlačítko „Solve“ a v nadefinovaném poli „Délka trvání CP“ se zobrazí počet pracovních dní trvání projektu za předpokladu, že se nezpozdí žádná z činností. Z tohoto předpokladu je možné tedy očekávat, že hodnota délky trvání projektu bude odpovídat již zjištěné délce trvání kritické cesty pomocí metody CPM, tudíž 55 pracovních dní.

Pro ověření funkčnosti a správnosti nastavení tedy stiskneme tlačítko „Solve“. Po potvrzení výpočtu se naplní pole „Délka trvání CP“ hodnotou „55“, čímž máme ověřeno, že je nastavení zadané správně, a tudíž můžeme začít s analytickou činností projektu.

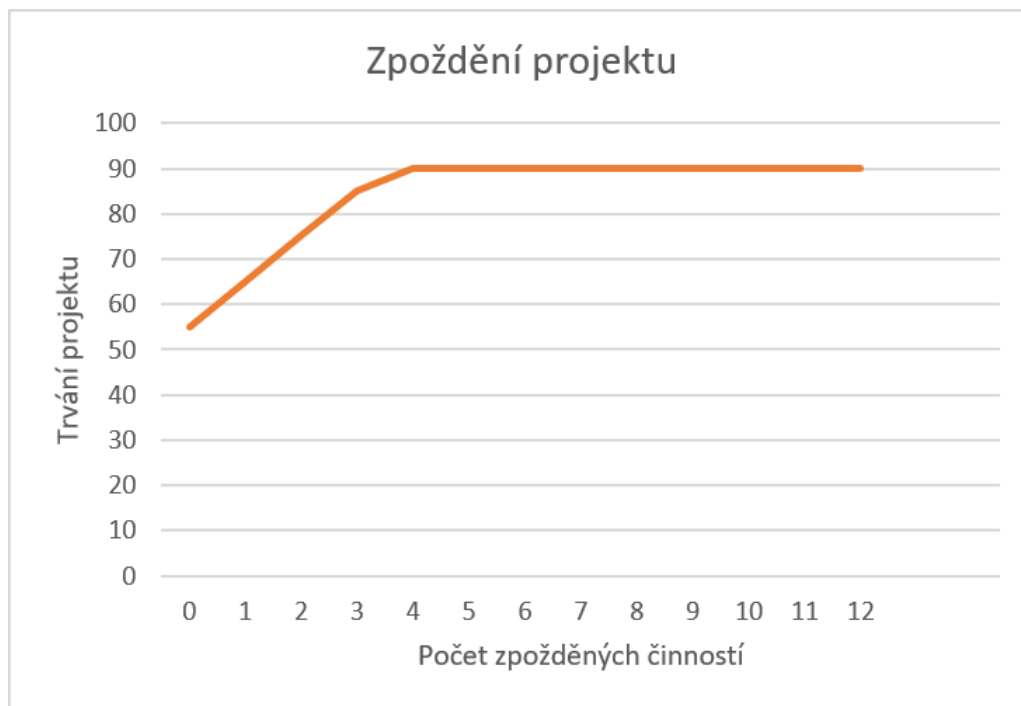
4.1.3 Aplikace robustní optimalizace na projekt aplikačního vývoje

Vzhledem k ověření správnosti zadání je možné tedy začít zkoumat, jaké dopady bude mít zpoždění jedné či více činností na projekt. Nejprve bude tedy znázorněno, jak se liší trvání projektu z hlediska nastaveného počtu zpožděných činností. Výsledkem tedy bude trvání projektu za předpokladu, že se určitý počet činností zpozdí. Dále bude možné také zkoumat, o které činnosti se přesně jedná a v jaké míře působí daná činnost na zpoždění projektu.

4.1.3.1 Zpoždění jedné činnosti projektu

Pro zjištění prodloužení doby trvání projektu v případě zpoždění jedné činnosti je třeba přenastavit v „oranžovém“ poli hodnotu z „0“ na „1“. Tímto nastavíme, že při použití funkce Solver bude počítáno trvání projektu za předpokladu, že se jedna z celkového množství činností zpozdí. Výhodou této aplikace také je, že vyhodnotí největší zpoždění, tudíž zároveň označí činnost, která působí na celý projekt nejvíce a jejíž zpoždění bude mít na projekt největší následky.

Obrázek 34: Aplikační vývoj – Graf zpoždování projektu



Zdroj: Vlastní zpracování

Nejhorší scénář trvání projektu je tedy skutečně při zpoždění čtyř činností a způsobí zdržení projektu o 35 pracovních dní. Další zjištěné informace nám říkají, že nejnebezpečnější činnosti jsou všechny činnosti pro GDPR ošetření databáze a že ostatní činnosti nepůsobí hrozbu pro prodloužení projektu. Informaci, že činnosti pro GDPR ošetření databáze jsou nejnebezpečnější pro projekt, jsme však již věděli z původní CPM analýzy, která tyto činnosti označila v kritické cestě. Nicméně další získané informace se zdají být pro rozhodování o realizaci projektu užitečné, jelikož na jejich základě se projektový manažer může například rozhodnout, že nejzkušenější pracovníky přiřadí právě činnostem pro GDPR ošetření databáze, dále může nařídít více úsilí při definování krizových scénářů anebo prokonzultovat získané informace s klientem, jakými dalšími způsoby je možné takovému zpoždění vývoje předejít.

4.2 Robustní optimalizace v praxi

Pro reálnější představu užití robustní optimalizace pro časovou analýzu projektu byla aplikována metodika na dvou projektech z praxe. Prvním méně komplexním projektem je oprava chodníku na hlavní třídě města a druhým více komplexním projektem je příprava

pozemků pro stavbu rodinných domů no okraji vsi blízko hlavního města. Oba projekty jsou v časovém presu, jsou komplexní a vzájemně odlišné, aby bylo možné provést finální vyhodnocení a porovnání výsledků aplikace metodiky v praxi. Na konci práce je dále provedena diskuse, co bylo výsledkem aplikace metodiky na projektech, jaké jsou výstupy z aplikace metodiky, jak se tyto výstupy dají využít při plánování projektu a jaký je rozdíl mezi výstupy obou projektů.

4.2.1 Projekt 1 - Oprava chodníku na hlavní třídě města

Kvůli opotřebení a poškození dlažby chodníku na hlavní třídě města je třeba provést rekonstrukci chodníku. Jelikož se jedná o opravu chodníku na hlavní třídě města, kde se denně vyskytují davy lidí, a to převážně turistů, je třeba provést rekonstrukci celkově v co nejkratším čase a každé zdržení dokončení rekonstrukce je víceméně nepřijatelné. Na projekt bude aplikována robustní optimalizace, která by měla zobrazit, jaká je nejdelší doba realizace projektu, na které bude moci komise města rozhodnout, zda navržený projekt realizovat, či hrozí příliš velké riziko zpoždění. Dále by metodika měla označit nejkritičtější činnosti projektu, na které je třeba při realizaci dát pozor, případně se pokusit předejít zpoždění a pro nejhorší situace mít připravené krizové scénáře.

4.2.1.1 Plán projektu

Pro kvalitní zpracování projektu a jeho náležitostí se komise města rozhodla najmout zkušeného projektanta, který představil návrh projektu, včetně přehledu činností, jejich časových odhadů a možných odchylek. Definice projektu je popsána v kapitole č. 3.1. Veškeré doložené informace o projektu a jeho dílčích činnostech jsou zobrazeny v tabulce 3:

Tabulka 3: Oprava chodníku – projektový plán

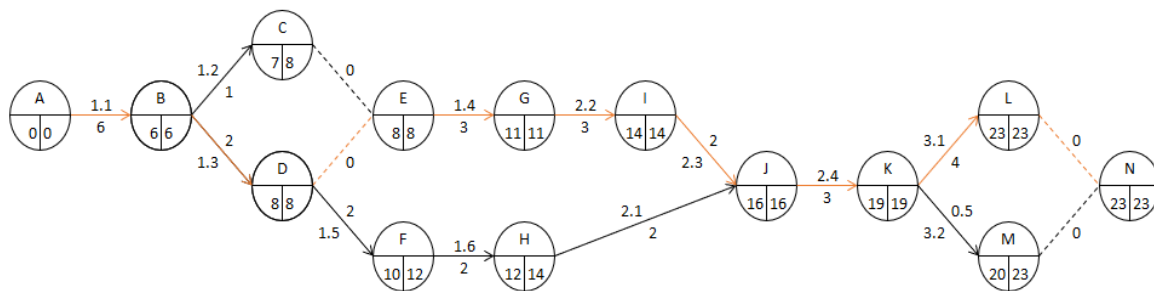
Num.	Činnost	Předcházející činnost	Doba trvání (h)	Pesimistická odchylka (h)
1	Příprava na opravu			
1.1	Vyměřování, příprava materiálu, příprava techniky	-	6	3
1.2	Dovoz zábradlí pro ohraničení opravované plochy	1.1 FS	1	1
1.3	Dovoz techniky	1.1 FS	2	1
1.4	Výkop původní dlažby	1.2 FS, 1.3 FS	3	1
1.5	Dovoz šterku a písku	1.3 FS	2	1
1.6	Odvoz materiálu z výkopu	1.5 FS	2	1
2	Oprava chodníku			
2.1	Dovoz zámkové dlažby	1.6 FS	2	1
2.2	Zpevnění opravované plochy	1.4 FS	3	2
2.3	Rovnění povrchu	2.2 FS	2	1
2.4	Dláždění chodníků	2.3 FS, 2.1 FS	3	2
3	Finalizace			
3.1	Úklid techniky a materiálů	2.4 FS	4	1
3.2	Kontrola provedení	2.4 FS	0.5	0

Zdroj: Vlastní zpracování

Sloupec „Num.“ v přiložené tabulce č. 3 značí označení činnosti, ve sloupci „Činnost“ je popis o jakou činnost se jedná, sloupec „Doba trvání“ představuje odhadovanou délku činnosti v hodinách a sloupec „Pesimistická odchylka“ představuje předpokládanou dobu zdržení činnosti v případě komplikací opět v hodinách.

Dále projektant doložil síťovou analýzu CPM, která prozradila kritickou cestu činností projektu a její dobu trvání (viz Kapitola 3.3). Síťová analýza projektu je zobrazena na obrázku č. 35:

Obrázek 35: Oprava chodníku – graf CPM



Zdroj: Vlastní zpracování

Graf je tedy sestaven na bázi AOA modelu (viz Kapitola č. 3.2.1), ve kterém můžeme sledovat časový průběh projektu. Jednotlivé činnosti jsou tedy zobrazeny jako šipky spojující uzly. Oranžové šipky v tomto grafu označují činnosti kritické, jelikož leží na kritické cestě a nemají tedy žádnou časovou rezervu. Šipky černé označují vedlejší činnosti, které na kritické cestě neleží, a tudíž obsahují nějakou časovou rezervu. Čerchované čáry představují fiktivní činnosti pro přesun pokračování následujících činností od dalšího uzlu a mají nulové trvání. V posledním uzlu N je možné zjistit celkové trvání projektu, za předpokladu, že bude realizace projektu probíhat podle plánu časových odhadů.

Z grafu CPM můžeme vypočítat, že projekt bude v ideálním případě dokončen za 23 hodin, to znamená 2 dny a 7 hodin za předpokladu, že pracovní den (MD – manday) je definován jako 8 pracovních hodin.

Na základě doložených informací od projektanta, komise města vyhodnotila, že časová náročnost projektu je vhodná za předpokladu, že se však projekt zdrží maximálně o 5 hodin. Na základě tohoto rozhodnutí komise požádala projektanta o aplikaci robustní optimalizace na jeho projekt, na základě jejíchž výsledků bude rozhodnuto, zda se bude projekt realizovat, či se rozhodne o jiném postupu.

4.2.1.2 Aplikace robustní optimalizace na projekt

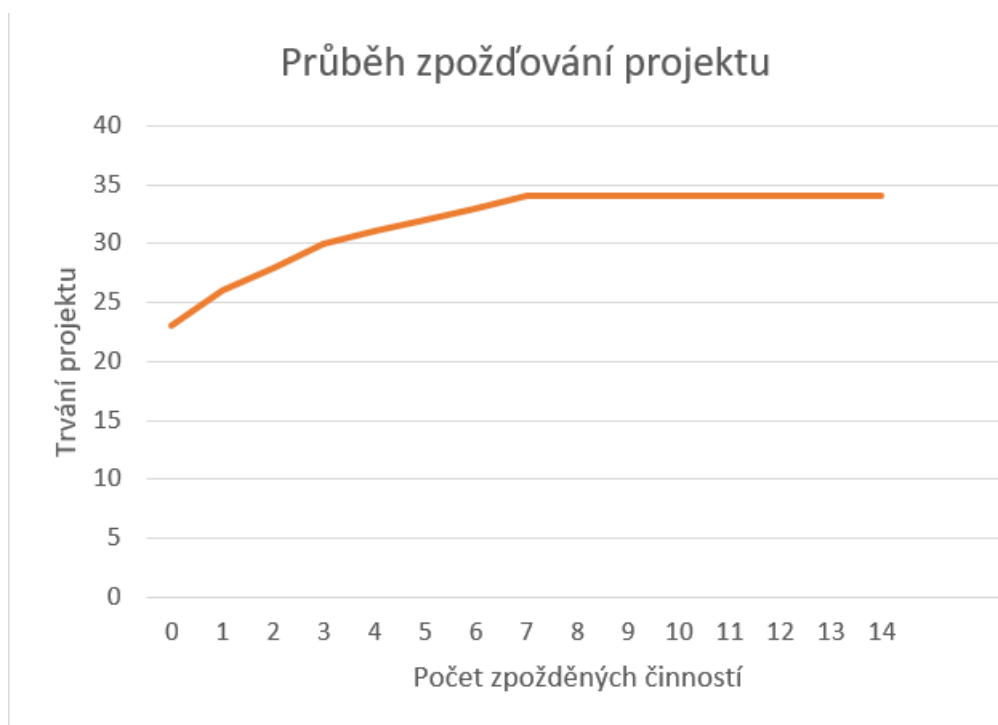
Na základě již doložených podkladů projektant sestavil simplexovou tabulku projektu, kterou rozšířil o veškeré náležitosti pro provedení robustní optimalizace (viz

Kapitola č. 3.7). Kompletní postup sestavení tabulky pro robustní optimalizaci, včetně omezujících podmínek, byl již popsán v kapitole 4.1. Sestavenou tabulku pro robustní optimalizaci je možné najít v příloze č. 1.

Robustní optimalizace odhalila, že nejnebezpečnější činností je z časového hlediska činnost „Vyměrování, příprava materiálu, příprava techniky“, která v případě zpoždění způsobí prodloužení projektu na 26 hodin, tedy o 3 hodiny od původního plánu doby trvání projektu. Pro dokončení realizace projektu v povoleném rozsahu zdržení pěti hodin se v projektu můžou zdržet maximálně dvě činnosti, kde kritická činnost je nadále „Vyměrování, příprava materiálu, příprava techniky“. Další velice nebezpečnou činností je činnost „Zpevnění opravované plochy“, avšak je třeba si dát také pozor na činnost „Dláždění chodníku“, jejíž zpoždění je sice méně ohrožující, avšak může působit komplikace také.

Maximální zdržení projektu nastane při zpoždění sedmi z celkových čtrnácti činností, a to konkrétně činností „Vyměrování, příprava materiálu, příprava techniky“, „Dovoz techniky“, „Výkop původní dlažby“, „Zpevnění opravované plochy“, „Rovnění povrchu“, „Dláždění chodníku“ a „Úklid techniky a materiálu“. Zpoždění všech sedmi činností způsobí prodloužení realizace projektu na 34 hodin, což znamená zdržení o 11 hodin od původního plánu. Kompletní průběh prodlužování projektu na základě počtu prodloužených činností je k vidění na obrázku 36:

Obrázek 36: Oprava chodníku – Graf zpoždování projektu



Zdroj: Vlastní zpracování

Výsledky aplikace robustní optimalizace tedy prozradily, na které činnosti je dobré si dát pozor a nyní je možné se při realizaci projektu na dané činnosti zaměřit a připravit pro tyto činnosti krizové scénáře, aby při jejich realizaci nevznikali komplikace, nebo případně pouze v minimálním rozsahu.

Na základě doložených výsledků aplikace robustní optimalizace a za předpokladu doložení kvalitně zpracovaných krizových scénářů pro rizikové činnosti komise města rozhodla, že bude projekt zainvestován a zrealizován.

4.2.2 Projekt 2 – Příprava pozemků pro budoucí stavbu rodinných domů

Vesnice za okrajem hlavního města se rozhodla pro využití neobstarávaných pozemků v jejím vlastnictví na okraji vesnice. Z hlediska polohy vesnice je ideální zainvestovat do úpravy pozemků a přípravě k budoucímu prodeji pozemků, za účelem stavby rodinných domů, a tudíž rozšíření vesnice.

V rámci tohoto kroku bylo potřeba vyjednat veškeré náležitosti v podobě souhlasu kraje, stavebního povolení a veškeré náležitosti s katastrálním úřadem. Vzhledem k velkému zájmu o pozemky se starosta vesnice rozhodl najmout projektanta, který zpracuje a přednese plán projektu, podle stanovených požadavků tak, aby byly pozemky připraveny k zakoupení co nejdříve.

4.2.2.1 Plán projektu

Celková výměra pozemků činí 200 arů. Pro konečnou podobu úpravy se v rámci návrhů projektanta vybral plán na rozdělení pozemků na 8 parcel o výměře 12 arů a 5 parcel o výměře 16 arů. K parcelám se vytvoří i komunikace v podobě asfaltované obousměrné silnice šířky 5 metrů a chodníků podél komunikace o šířce 1,5 metru na každou stranu. Celková výměra parcel činí 176 arů a komunikace 24 arů (300 metrů).

Na základě vybraného plánu projektant představil návrh projektu, včetně přehledu činností, jejich časových odhadů a možných odchylek (dle definice z kapitoly č. 3.1). Veškeré doložené informace o projektu a jeho dílčích činnostech jsou zobrazeny v tabulce 5:

Tabulka 4: Příprava pozemků – projektový plán

Num.	Činnost	Předcházející činnost	Doba trvání (h)	Pesimistická odchylka (h)
1	Stavební předpříprava			
1.1	Vyměřování	-	8	1
1.2	Dovoz techniky	-	4	2
1.3	Dovoz materiálu	1.2 FS	6	2
2	Úprava pozemků 1			
2.1	Rovnění povrchu	1.2 FS	8	2
2.2	Vyznačení míst pro rytí	1.1, 2.1 FS	4	1
3	Stavba sítí			
3.1	Provedení výkopu pro kanalizaci a vodu	1.3, 2.2 FS	20	8
3.2	Položení kanalizačních skruží	3.1 SS+8	14	2
3.3	Propojení kanalizačních skruží	3.1 SS+8	14	2
3.4	Tažení vodovodního potrubí	3.1 SS+8	14	2
3.5	Provedení výkopu pro elektrické kabely v místě chodníků	3.1, 3.2, 3.3, 3.4 FS	16	8
3.6	Položení elektrických kabelů	3.5 FS	14	1
4	Úprava pozemků 2			
4.1	Rovnění povrchu	3.6 FS-4	8	4
4.2	Dovoz šterku a písku	3.6 FS-2	4	2
4.3	Zpevňování pozemků určených pro komunikaci	4.2 FS	8	3
4.4	Dovoz zámkové dlažby a obrubníků	4.1, 4.3 FS	2	2
4.5	Dovoz betonu	4.4 FS	16	3
4.6	Betonování hydrantů	4.5 SS+4	2	2
4.7	Betonování obrubníků	4.5 SS+8	4	2
4.8	Dláždění chodníků	4.5, 4.7 FS+24	16	8
4.9	Asfaltování komunikace	4.5, 4.7 FS+24	4	8
5	Finalizace			
5.1	Stavba rozvodních skříní pro každou parcelu	3.6 FS+16	16	6
5.2	Úklid techniky a materiálů	4.6, 4.7, 4.8, 4.9 FS	16	2
5.3	Kontrola provedení	5.1, 5.2 FS	8	1

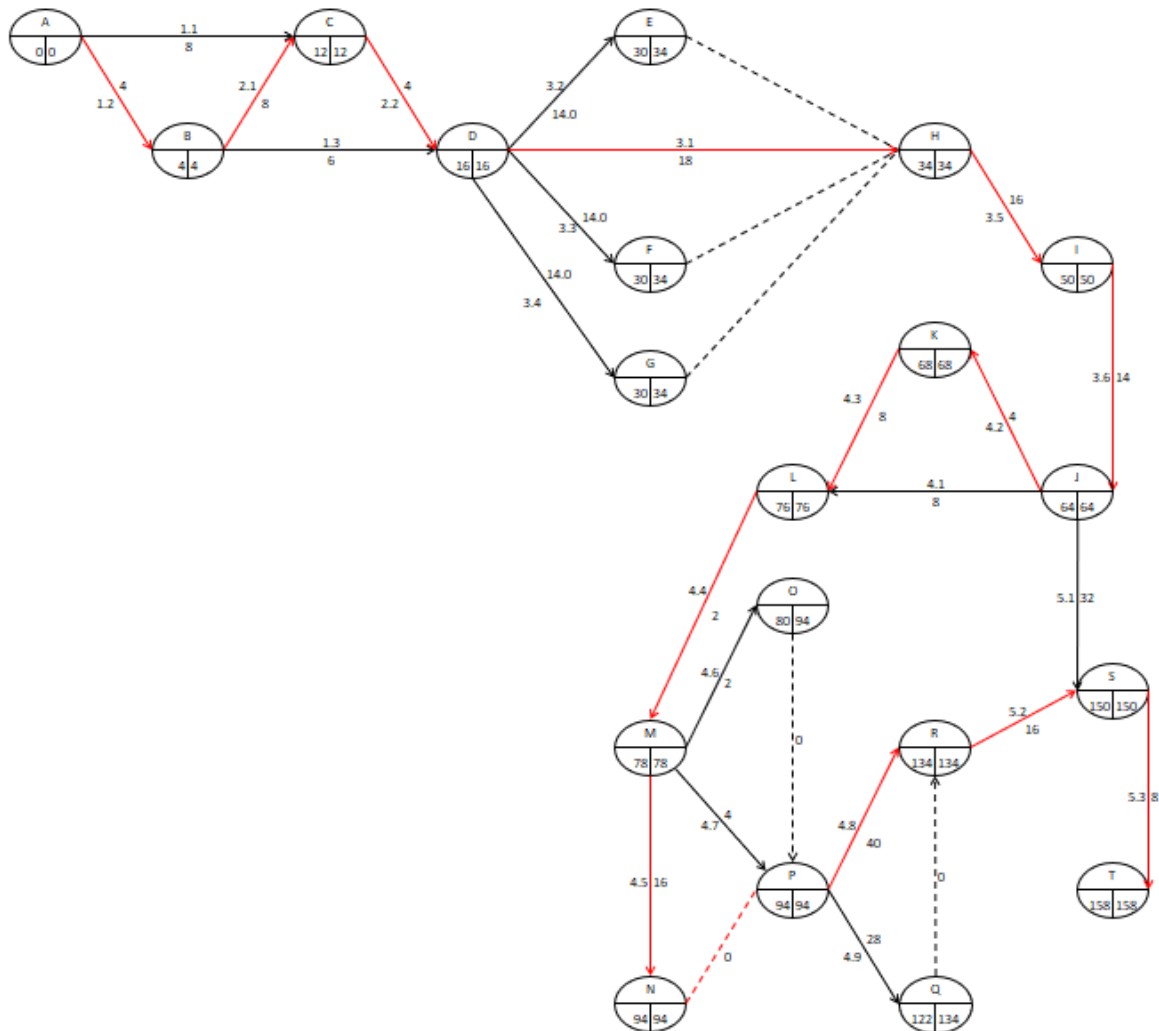
Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce se vyskytuje sloupec „Num.“, který zobrazuje označení činností, sloupec „Činnost“ popisuje o jakou činnost se jedná, sloupec „Doba trvání“ představuje

odhadovanou délku činnosti v hodinách a sloupec „Pesimistická odchylka“ představuje předpokládanou dobu zdržení činnosti v případě komplikací opět v hodinách.

Projektant také doložil síťovou analýzu CPM, která definovala kritickou cestu činností projektu a její dobu trvání za předpokladu ideálního průběhu projektu (viz Kapitola 3.3). Pod ideálním průběhem projektu si můžeme představit průběh projektu, který se realizuje časově podle plánu a nevznikají žádné časové prodlevy. Síťová analýza projektu je zobrazena na obrázku 37:

Obrázek 37: Příprava pozemků – graf CPM



Zdroj: Vlastní zpracování

Graf je sestaven opět na bázi AOA modelu (viz Kapitola 3.2.1), ve kterém můžeme sledovat časový průběh projektu. Jednotlivé činnosti jsou tedy zobrazeny jako šipky spojující uzly. Oranžové šipky v tomto grafu označují činnosti kritické, jelikož leží na kritické cestě a nemají žádnou časovou rezervu. Šipky černé označují vedlejší činnosti, které na kritické cestě neleží, a tudíž obsahují nějakou časovou rezervu. Čerchované čáry představují fiktivní činnosti pro přesun pokračování následujících činností od dalšího uzlu a mají nulové trvání. V posledním uzlu T je možné zjistit celkové trvání projektu, za předpokladu, že bude realizace projektu probíhat podle plánu časových odhadů.

Z grafu můžeme určit, že projekt bude za ideálních podmínek realizace dokončen za 158 hodin, to znamená 19 dní a 6 hodin. Pracovní den (MD – manday) je v tomto projektu definován jako 8 pracovních hodin.

Po prozkoumání doložených informací bylo rozhodnuto, že časová náročnost projektu je vhodná za předpokladu, že se však projekt zdrží maximálně o 3 dny, tedy o 24 pracovních hodin. Starosta však pro jistotu požádal projektanta o provedení časové analýzy projektu pomocí robustní optimalizace, aby byla jasná rizika zpoždění projektu.

4.2.2.2 Aplikace robustní optimalizace na projekt

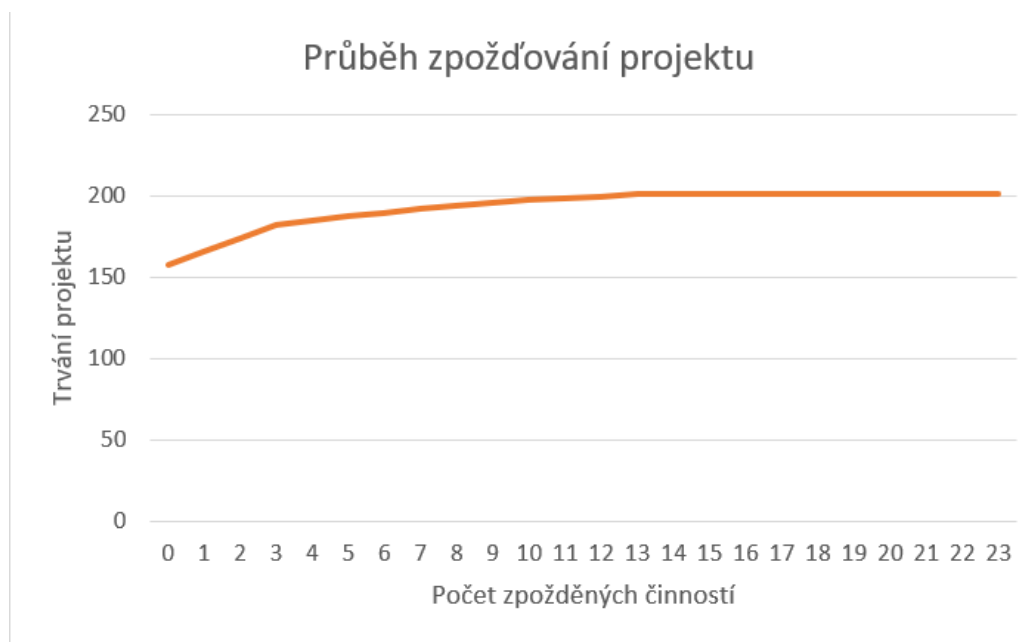
Pro časovou analýzu projektu za pomoci robustní optimalizace byla sestavena simplexová tabulka projektu s veškerým rozšířením pro aplikaci robustní optimalizace (viz Kapitola č. 3.7). Kompletní postup sestavení tabulky pro robustní optimalizaci, včetně omezujících podmínek, byl již popsán v kapitole 4.1. Kompletní tabulku připravenou pro aplikaci robustní optimalizace je možné najít v příloze č. 2.

Na základě výsledků robustní optimalizace je možné říct, že nejnebezpečnější činností projektu je činnost „Provedení výkopu pro kanalizaci a vodu“, která v případě zpoždění způsobí celkové prodloužení projektu o jeden den, tedy o 8 hodin. Nebezpečné jsou ale také činnosti „Provedení výkopu pro elektrické kabely v místě chodníků“ a „Dláždění chodníků“, jejichž zpoždění může nést podobné následky.

Z hlediska stanovené rezervy tří dnů (24 hodin) pro zpoždění projektu odpovídá možné zpoždění maximálně tři činnosti. Rizikové činnosti v takovém případě jsou již zmíněné činnosti „Provedení výkopu pro kanalizaci a vodu“, „Provedení výkopu pro elektrické kabely v místě chodníků“ a „Dláždění chodníků“.

Nejvíce se pak projekt může zdržet o 43 hodin, tedy o 5 dní a 3 hodiny, v případě, že se při realizaci projektu zpozdí třináct z celkových dvaceti tří činností. Jedná se o tyto rizikové činnosti: 1.2, 2.1, 2.2, 3.1, 3.5, 3.6, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.8, 5.2, 5.3. Konkrétní názvy činností je možné si dohledat v tabulce č. 5. Kompletní průběh prodlužování projektu na základě počtu prodloužených činností je zobrazen na obrázku 37:

Obrázek 38: Oprava chodníku – Graf zpoždování projektu



Zdroj: Vlastní zpracování

Z výsledků časové analýzy projektu za pomoci robustní optimalizace bylo rozhodnuto projekt zrealizovat, jelikož prodloužení projektu v kritických případech neukazuje příliš velké zdržení. Starosta vesnice se na základě vyhodnocení rozhodl o příslibu předání pozemků kupcům až k začátku dalšího měsíce, jelikož i v případě extrémních komplikací by měl být z hlediska odhadů projekt do třiceti dnů dokončen.

Starosta navíc také vyžádal od projektanta sestavení krizových scénářů kvůli přípravě na kritické činnosti a případným ošetřením, aby k prodlužování činností vůbec nedocházelo.

5 Výsledky a diskuse

5.1 Výsledky aplikace metodiky na projekty

Aplikace metodiky robustní optimalizace byla nejprve představena na jednodušším projektu aplikačního vývoje, kde představila základní využití metodiky na projektech v praxi. Na základě tohoto úsudku byla pak metodika aplikována na komplexnější projekty, jejichž výsledky potvrdily, že je metodika relativně snadno aplikovatelná na reálné projekty, a že výsledky metodiky jsou prakticky využitelné a užitečné.

5.1.1 Výsledky aplikace metodiky projekt opravy chodníku

V projektu pro opravu chodníku na hlavní třídě města bylo vyhodnoceno na základě výsledků aplikace metodiky, že nejnebezpečnější činnost pro zpoždění projektu je činnost „Vyměřování, příprava materiálu, příprava techniky“, které může způsobit prodloužení trvání projektu o tři hodiny. Dále byl zjištěn dopad zpoždění více činností na trvání projektu a kolik činností se pro nepřekročení časové rezervy pěti hodin může zpozdit nejvíce. Výsledkem bylo zpoždění dvou činností „Vyměřování, příprava materiálu, příprava techniky“ a „Zpevnění opravované plochy“. Dále nám však výsledek prozradil, že by pro jistotu bylo dobré se také zaměřit na činnost „Dláždění chodníků“, která se v případě zpoždění dvou činností také jeví jako riziková. Nakonec bylo zjištěno trvání projektu v případě nejhoršího scénáře, tudíž nejdelší možné trvání projektu a to 34 hodin, tedy prodloužení projektu o 11 hodin. Po zvážení těchto informací bylo komisí rozhodnuto projekt zrealizovat, za předpokladu doložení kvalitně zpracovaných krizových scénářů ke všem činnostem.

5.1.2 Výsledky aplikace metodiky na projekt přípravy pozemků

V projektu pro přípravu pozemků k budoucí stavbě rodinných domů ve vesnici na okraji hlavního města bylo po využití robustní optimalizace zjištěno, že nejnebezpečnější činností pro projekt je činnost „Provedení výkopu pro kanalizaci a vodu“, která by způsobila prodloužení trvání projektu o jeden den, tedy 8 hodin. Pro projekt byla stanovena maximální odchylka doby trvání projektu na 3 dny (24 hodin) a pro nepřekročení této rezervy se můžou prodloužit maximálně tři činnosti, kde nejrizikovější činnosti jsou „Provedení výkopu pro kanalizaci a vodu“, „Provedení výkopu pro elektrické

kabely v místě chodníků“ a „Dláždění chodníků“. Nejdelší maximální trvání projektu bylo pak zjištěno jako 25 dní a jedna hodina (201 hodin). Na základě těchto faktů starosta vesnice rozhodl o realizaci projektu s představením začátku prodeje pozemků od dalšího měsíce, jelikož tou dobou, i v případě nejhoršího scénáře, už budou pozemky připraveny k předání.

5.2 Zhodnocení užití metodiky na projekty v praxi

Aplikace robustní optimalizace při časové analýze projektu dopadla s pozitivními výsledky. Samotná aplikace této metodiky na projekty není příliš náročná a v celku rychlá. Výsledky aplikace metodiky informují o nejnebezpečnějších činnostech v projektu, prodlužování trvání projektu na základě zpoždění jedné či více činností projektu a nejdelší maximální trvání projektu.

Z metodiky se dá také vyzorovat změna kritické cesty v případě zpoždění činností, což může být často užitečná informace pro projektového manažera při realizaci projektu. Při průběhu projektu a v případě upravení vstupních dat podle již zrealizovaných činností je také možné sledovat průběh projektu a postupně zjišťovat, které činnosti jsou nejkritičtější v aktuální fázi projektu.

Z celkového hodnocení je tedy možné usoudit, že metoda má širokou škálu využití a je možné ji aplikovat na jakýkoliv typ projektu. Při aplikaci jsem si všiml spoustu zajímavých informací z hlediska analýzy projektu, a proto bych doporučil další zkoumání metody pro zjištění dalších možností využití. Je třeba také dodat, že v této práci byla provedena aplikace metodiky pouze v pesimistickém pohledu, a tudíž je možné, že metoda skrývá zajímavá zjištění také z hlediska optimistického využití.

6 Závěr

Cílem této práce bylo provedení aplikace nově objevené metody využití robustního programování pro časovou analýzu projektu na reálných projektech a následné vyhodnocení využitelnosti výsledků aplikace této metodiky v praxi.

Úvodem práce bylo představení metodiky jako takové s uvedením předpokladů využitelnosti výstupů aplikace metodiky v praxi, tudíž jakým způsobem by očekávané výstupy mohli pomoci projektovému manažerovi při přípravě realizace projektu.

V teoretické části pak byli popsány veškeré potřebné metody, procesy a postupy, potřebné k realizaci využití robustního programování k časové analýze projektů. Proto zde byl definován projekt jako takový a co znamená projektové plánování, byly představeny existující metody řízení časové neurčitosti projektů, dále bylo představeno lineární programování a simplex sloužící jako základ pro aplikaci robustního programování na projekt, a nakonec bylo definováno robustní programování jako takové, včetně představení teoretického představení aplikace robustního programování k časové analýze projektů.

V praktické části pak byli popsány možnosti využití robustního programování pro časovou analýzu projektů a specifikace, kterým konkrétním směrem této tematiky se diplomová práce zabývá. Následoval postup přípravy podkladů pro aplikaci robustního programování k časové analýze stručného projektu a postup samotné aplikace robustního programování na tento projekt. Dalším krokem bylo představení výsledků aplikace metodiky, zhodnocení těchto výsledků a návrh aplikace výsledků v praxi.

Další částí byla aplikace metodiky na dva reálné projekty, kde byla představena aplikace metodiky jako takové, představení výsledků aplikace metodiky a zhodnocení, jak s výsledky pracovali projektový manažeři projektů a jaký měli zjištěné informace z časové analýzy dopad na rozhodování realizace projektů.

Na závěr práce proběhla diskuse a celkové vyhodnocení aplikace metodiky v praxi, kde byly znovu představeny výsledky aplikace metodiky na reálné projekty. Proběhlo vyhodnocení těchto výsledků jak individuálně pro konkrétní projekty, tak celkového

využití metodiky v praxi. A nakonec byly představeny možnosti využití výsledků aplikace metodiky v praxi včetně doporučení dalších možností zkoumání využitelnosti robustního programování k časové analýze projektů. Poslední kapitolou pak bylo shrnutí zpracování diplomové práce s připomenutím obsahu a výstupů celé diplomové práce.

7 Seznam použitých zdrojů

AKTAN, Mehmet a Harriet B. NEMBHARD. *Real Options in Engineering Design, Operations, and Management* [online]. CRS Press: 2009. [cit. 2020-02-02] ISBN 9781420071702. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=1CIYQhsoaOcC>

ANDREAGIOVANNI, Fabio a Annie RAYMOND. *Multiband Robust Optimization and its Adoption in Harvest Scheduling* [online]. Berlin, 2013. [cit. 2020-02-02]. Dostupné z: https://www.jstage.jst.go.jp/article/formath/13/0/13_97/_article

ANDREAGIOVANNI, Fabio a C. BÜSING, *Robust Optimization under Multi-band Uncertainty* [online]. Cornell University Library. [cit. 2020-02-02]. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/1301.2734>

ANDREAGIOVANNI, Fabio a C. BÜSING. *A new theoretical framework for Robust Optimization under multi-band uncertainty* [online]. 2012. [cit. 2020-02-02]. Dostupné z: https://www.hds.utc.fr/~fdandrea/papers/BuesingDAndreagiovanini_GOR12.pdf

BOČKOVÁ, Kateřina. *Projektové řízení: Učebnice* [online]. Edika, 2011. [cit. 2020-02-01]. 470 s. ISBN 9788075124319. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=m7CICwAAQBAJ>

CROWE, Andy. *The PMP Exam: How to Pass on Your First Try* [online]. Velociteach Press, 2005. [cit. 2020-02-02]. ISBN 9780972967310. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=aah1cfR55rYC>

DOLEŽAL, Jan, Pavel MÁČHAL a Lacko BRANISLAV. *Projektový management podle IPMA: 2., aktualizované a doplněné vydání*. Grada Publishing a.s., 2012. 528 s. ISBN 9788024780344.

DUCHOŇ, Bedřich. *Inženýrská ekonomika*. Praha: C.H. Beck, 2007. Beckovy ekonomické učebnice. 288 s. ISBN 9788071797630.

DUCHONĚ, Bedřich. *Inženýrská ekonomika*. Praha: C.H. Beck, 2007. Beckovy ekonomické učebnice. ISBN 9788071797630.

HAMILTON, Albert. *Managing Projects for Success: A Trilogy* [online]. Thomas Telford, 2001. 604 s. [cit. 2020-01-26]. ISBN 9780727729415. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=WJ5q5X0LMnIC>

HLAVATÝ Robert a Helena BROŽOVÁ. *An alternative approach towards dealing with uncertainty in project time analysis* [online]. 6 s. [cit. 2020-01-26]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/336605516_An_alternative_approach_towards_dealing_with_uncertainty_in_project_time_analysis

KAUFMANN, Arnold a Gérard DESBAZEILLE. *The Critical Path Method: Application of the PERT Method and Its Variants to Production Study Programs* [online]. Taylor & Francis, 1969. 167 s. [cit. 2020-01-28]. ISBN 9780677018805. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=40XBsc83EWQC>

LAZAR, Jaromír. *Manažerské účetnictví a controlling*. Praha: Grada, 2012. Účetnictví a daně (Grada). ISBN 9788024741338.

LOCK, Dennis a Triant G. FLOURIS. *Managing Aviation Projects from Concept to Completion* [online]. Routledge, 2016. 528 s. [cit. 2020-01-26] ISBN 9781317101956. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=QFiaCwAAQBAJ>

MÁCHAL, Pavel, Martina ONDROUCHOVÁ a Radmila PRESOVÁ. *Světové standardy projektového řízení: pro malé a střední firmy: IPMA, PMI, PRINCE2*. Praha: Grada, 2015. Manažer. 375 s. ISBN 9788024753218.

NENADÁL, Jaroslav. *Management kvality pro 21. století* [online]. Praha: Albatros Media a.s., 2018. 368 s. [cit. 2020-02-01]. ISBN 9788072615582. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=zii2DwAAQBAJ>

NENADÁL, Jaroslav. *Moderní management jakosti*. Praha: Management Press, Albatros Media a.s., 2015. 380 s. ISBN 9788072613922.

Problém batohu. Algoritmy.net: *Problém batohu* [online]. [cit. 2020-02-02]. Dostupné z: <https://www.algoritmy.net/article/5521/Batoh>

ROUŠAR, Ivo. *Projektové řízení technologických staveb*. Praha: Grada, 2008. 255 s. ISBN 9788024726021.

SEDLAČÍK, Marek a Jiří NEUBAUER. *Základy statistiky: Aplikace v technických a ekonomických oborech - 2., rozšířené vydání*. Praha: Grada Publishing a.s., 2016. 280 s. ISBN 9788027191987.

SRISTAVA, Uk. *Quantitative Techniques for Managerial Decisions* [online]. New Age International, 1989. [cit. 2020-02-01]. 941 s. ISBN 9788122401899. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=7tNUu92d5PkC>

SVOZILOVÁ, Alena. *Projektový management*. Praha: Grada, 2006. 353 s. ISBN 9788024715018.

SVOZILOVÁ, Alena. *Projektový management: systémový přístup k řízení projektů*. 3., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2016. Expert (Grada). 424 s. ISBN 9788027100750.

SVOZILOVÁ, Alena. *Projektový management: systémový přístup k řízení projektů*. 3., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2016. Expert (Grada). ISBN 9788027100750.

ŠUBRT, Tomáš a Jan BARTOŠKA. *Projektové řízení: (měkké a pokročilé přístupy)*. V Praze: Česká zemědělská univerzita, Provozně ekonomická fakulta, 2007. ISBN 9788021317253.

ŠUBRT, Tomáš a Pavlína LANGROVÁ. *Projektové řízení: (základy a matematické metody)*. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, 2004. ISBN 978-80-213-1194-7.

UHER, Thomas a Adam S. ZANTIS. *Programming and Scheduling Techniques* [online]. Routledge, 2012. 286 s. [cit. 2020-02-01]. ISBN 9781136860508. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=JfusAgAAQBAJ>

8 Přílohy

Příloha I: Oprava chodníku – Tabulka robustní optimalizace

	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
	x1_1	x1_2	x1_3	f1_2	f1_3	x1_4	x1_5	x1_6	x2_1	x2_2	x2_3	x2_4	x3_1	x3_2	f3_1	f3_2	x1_1	x1_2	x1_3	f1_2	f1_3	x1_4	x1_5	x1_6	x2_1	x2_2	x2_3	x2_4	x3_1	x3_2	f3_1	f3_2	Skutečná pravá strana	Požadovaná pravá strana						
Uzel A	1																																			1	1			
Uzel B	-1	1	1																																		0	0		
Uzel C		-1		1																																	0	0		
Uzel D			-1		1	1																															0	0		
Uzel E				-1	-1	1																															0	0		
Uzel F						-1	-1	1																													0	0		
Uzel G										1																											0	0		
Uzel H								-1	1																												0	0		
Uzel I										-1	1																										0	0		
Uzel J											-1	-1	1																								0	0		
Uzel K												-1	1	1																							0	0		
Uzel L													-1	1	1																						0	0		
Uzel M														-1	1	1																					0	0		
Uzel N															1	1																					1	1		
	-1																1																				-1	0		
		-1																1																			0	0		
			-1																1																			-1	0	
				-1																1																		0	0	
					-1																1																	0	0	
						-1																1																0	0	
							-1																1															0	0	
								-1																1														0	0	
									-1																1													0	0	
										-1																1												0	0	
											-1																	1										0	0	
												-1																		1								0	0	
													-1																		1							0	0	
														-1																		1						0	0	
															-1																		1					0	0	
																-1																		1				0	0	
																	-1																			1			0	0
																		-1																			1		0	0
UF	6	1	2	0	0	3	2	2	2	3	2	3	4	0,5	0	0	3	1	1	0	0	1	1	1	1	1	2	1	2	1	0	0	0	0	23	MAX				
	Tady jsou očekávané délky trvání činností																Tady jsou námi stanovené odchylky k jednotlivým činnostem																Délka trvání CP							

Zdroj: Vlastní zpracování

