UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Využití fuzzy množin ve vícekriteriálním hodnocení při existenci závislostí mezi kritérii

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Vedoucí bakalářské práce: **Pavel Holeček, Mgr. Ph.D.**
Vypracoval(a): **Bc. Martina Válková**
Studijní program: N1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor Aplikace matematiky v ekonomii
Forma studia: prezenční
Rok odevzdání: 2019

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Bc. Martina Válková

Název práce: Využití fuzzy množin ve vícekriteriálním hodnocení při existenci závislostí mezi kritérii

Typ práce: Diplomová práce

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: Pavel Holeček, Mgr. Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2019

Abstrakt: Tématem této práce je využití fuzzy množin ve vícekriteriálním hodnocení při existenci závislosti mezi kritérii. V první části práce jsou představeny základní pojmy, se kterými se následně setkáváme v práci. V druhé části jsou popsány metody agregace, kterými jsem se v rámci této práce zabývala. Třetí část je část praktická a setkáváme se zde s aplikací získaných informací na reálném příkladě z praxe v softwaru FuzzME.

Klíčová slova: Fuzzy množiny, fuzzy čísla, vícekriteriální hodnocení, FuzzyWA, FuzzyOWA, FuzzyWOWA, fuzzy expertní systém, fuzzy Choquetův integrál, FuzzME

Počet stran: 71

Počet příloh: 0

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Bc. Martina Válková

Title: Applications of fuzzy sets in the multiple-criteria evaluation with dependencies among the criteria

Type of thesis: Master's thesis

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: Pavel Holeček, Mgr. Ph.D.

The year of presentation: 2019

Abstract: The topic of this work is applications of fuzzy sets in the multiple-criteria evaluation with dependencies among the criteria. In the first part of the thesis there are introduced the basic concepts, which we subsequently use at the thesis. The second part describes the methods of aggregation with I have dealt with in this work. The third part is a practical part and we can find here the application of acquired information on a real example from a practice in the FuzzME software.

Key words: Fuzzy sets, fuzzy numbers, multiple-criteria evaluation, FuzzyWA, FuzzyOWA, FuzzyWOWA, fuzzy expert system, fuzzy Choquet integral, FuzzME

Number of pages: 71

Number of appendices: 0

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně pod vedením pana Pavla Holečka, Mgr. Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedla v seznamu literatury.

V Olomouci dne ....

podpis

Obsah

Poděkování

Ráda bych poděkovala mému vedoucímu diplomové práce, panu Mgr. Pavlu Holečkovi Ph.D za jeho ochotu a čas strávený při konzultacích. Dále bych ráda také poděkovala své rodině a přátelům, kteří mě po celou dobu mého studia velmi podporovali.

Úvod

Téma mé diplomové práce se týká využití aparátu fuzzy množin ve vícekriteriálním hodnocení, a to při existenci závislosti mezi kritérii.

Přestože žijeme v poněkud moderní době, stále častěji se setkávám s lidmi, pro které je pojem teorie fuzzy množin velká neznámá. Ráda bych tedy mou diplomovou prací nejen sobě, ale i čtenářům rozšířila obzory ohledně tématu fuzzy množin a jejich aplikace, a také čtenářům ukázala, jak lze využít aparát fuzzy množin v praxi.

První kapitola mé diplomové práce je zaměřena především na základní pojmy teorie fuzzy množin. Mým cílem této kapitoly je definování a shrnutí těch nejdůležitějších pojmů, které budeme dále používat v této práci. V další části se zaměřuji na popsání matematického řešiče vícekriteriálního hodnocení.

V poslední kapitole bude problematika týkající se teorie fuzzy množin aplikována na konkrétním reálném příkladě. V tomto příkladě se budu zaměřovat na složitější situace, a to takové, kdy existují závislosti mezi kritérii, které je potřeba při tvorbě matematického modelu zohlednit. Ráda bych mou diplomovou prací seznámila čtenáře s využitím softwaru FuzzME (Fuzzy Methods of Multiple-Criteria Evaluation). V první řadě si pomocí teorie fuzzy množin vytvoříme matematický model, který bude vhodný pro zpracování hodnocení daného reálného příkladu. Následně se s použitím vhodných agregačních metod dostaneme až k výslednému hodnocení. Na závěr práce bude ukázáno také porovnání jednotlivých variant.

1. Základní pojmy teorie fuzzy množin

V této kapitole se nejprve seznámíme se základními pojmy teorie fuzzy množin, se kterými budeme následně pracovat. V následujícím textu jsem vycházela z literatury [12] a [16].

1.1. Fuzzy množina

Zakladatel fuzzy množin je Lofti Zadech, který se jako první zmiňuje o teorii fuzzy množin v roce 1965 [16]. Jedná se o nástroj, který je používán pro modelování neurčitosti. Z hlediska klasické teorie množin chápeme množinu A, jako soubor objektů univerza U. U každého objektu univerza U přitom můžeme říct, zda prvek z U do množiny A patří, nebo nepatří.

Definice 1.1 (Charakteristická funkce množiny)**.** *Charakteristickou funkcí množiny A chápeme zobrazení $\chi_A : U \to \{0, 1\}$*

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & \textit{jestliže } x \in A, \\ 0, & \textit{jinak.} \end{cases}$$

Poznámka 1.1. *V případě klasické množiny se setkáváme se situací, kdy prvek do množiny buď patří, nebo nepatří. U fuzzy množiny je situace taková, kdy prvek do fuzzy množiny může patřit i jen částečně.*

Definice 1.2 (Fuzzy množina)**.** *Nechť je dána neprázdná množina U, tzv. univerzum. Potom fuzzy množina A na univerzu U je definována zobrazením*

$$\mu_A : U \to \langle 0, 1\rangle.$$

Funkci μ_A nazýváme funkcí příslušnosti fuzzy množiny A. Pro každé $x \in U$ nazveme hodnotu $\mu_A(x)$ stupněm příslušnosti prvku x k fuzzy množině A.

Poznámka 1.2. *Pro stručnost zápisu budeme nadále v textu označovat stupeň příslušnosti $\mu_A(x)$ symbolem $A(x)$.*

Poznámka 1.3. *Symbolem $\mathcal{F}(U)$ označíme systém všech fuzzy množin definovaných na již zmíněném univerzu U. Potom fuzzy množinu A na univerzu U lze označit zápisem $A \in \mathcal{F}(U)$.*

1.2. Základní charakteristiky fuzzy množin

V této podkapitole se seznámíme se základními charakteristikami fuzzy množin. Definujeme si zde základní pojmy, se kterými se budeme nadále v textu setkávat.

Definice 1.3 (Jádro fuzzy množiny)**.** *Nechť $A \in \mathcal{F}(U)$. Pak jádrem fuzzy množiny A na univerzu U rozumíme (ostrou) množinu*

$$Ker\ A = \{x \in U | A(x) = 1\}.$$

Definice 1.4 (Nosič fuzzy množiny)**.** *Nechť $A \in \mathcal{F}(U)$. Pak nosičem fuzzy množiny A na univerzu U rozumíme (ostrou) množinu*

$$Supp\ A = \{x \in U | A(x) > 0\}.$$

Definice 1.5 ($\alpha - \check{r}ez$ fuzzy množiny)**.** *Nechť $A \in \mathcal{F}(U)$, $\alpha \in \langle 0, 1\rangle$. Pak $\alpha -$ řezem fuzzy množiny A nazýváme (ostrou) množinu*

$$A_\alpha = \{x \in U |\ A(x) \geq \alpha\}.$$

Definice 1.6 (Výška fuzzy množiny)**.** *Nechť $A \in \mathcal{F}(U)$. Pak výška fuzzy množiny A je definována, jako*

$$hgt(A) = \sup_{x \in U} A(x).$$

Definice 1.7 (Normální fuzzy množina)**.** *Nechť $A \in \mathcal{F}(U)$. Fuzzy množina A se nazývá normální, jesliže*

$$KerA \neq \emptyset.$$

Definice 1.8 (Lukasiewiczův průnik fuzzy množin)**.** *Nechť $A, B \in \mathcal{F}(U)$. Lukasiewiczovým průnikem fuzzy množin A a B rozumíme fuzzy množinu $A \cup_L B$ na univerzu U s funkcí příslušnosti*

$$\forall x \in U : (A \cup_L B)(x) = \min\{1, A(x) + B(x)\}.$$

1.3. Princip rozšíření

Významnou roli v teorii fuzzy množin hrají již zmíněné $\alpha-$*řezy*, a to z důvodu, že každá fuzzy množina je právě jednoznačně určena svým systémem $\alpha -$ *řezů*. V následující textu si zadefinujeme pojem *princip rozšíření*, jehož pochopení pro nás bude velmi důležité pro další kapitoly.

Definice 1.9 (Princip rozšíření). *Fuzzifikací zobrazení $f : U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n \to V$ rozumíme zobrazení*

$$f_F : \mathcal{F}(U_1) \times \mathcal{F}(U_2) \times \ldots \times \mathcal{F}(U_n) \to \mathcal{F}(V),$$

které každé n-tici fuzzy množin $A_i \in \mathcal{F}(U_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, přiřazuje fuzzy množinu $B = f_F(A_1, A_2, \ldots, A_n) \in \mathcal{F}(V)$ s funkcí příslušnosti, která je definovaná pro každé $y \in V$ vztahem

$$B(y) = \begin{cases} \sup\{\min\{A_1(x_1), \ldots, A_n(x_n)\} \mid f(x_1, \ldots, x_n) = y,\ x_i \in U_i, \\ \qquad i = 1, \ldots, n\}, \\ 0, \textit{ neexistuje-li žádné } (x_1, \ldots, x_n) \in U_1 \times \ldots \times U_n \textit{ takové, že} \\ \qquad f(x_1, \ldots, x_n) = y. \end{cases}$$

1.4. Fuzzy čísla

V této podkapitole si zavedeme speciální případ fuzzy množin – *fuzzy čísla*. Jedná se o takové fuzzy množiny, které slouží především k vyjádření neurčitého množství. Příkladem můžou být např. malý muž či vysoká teplota. Jelikož existuje v teorii mnoho verzí, jak lze definovat fuzzy číslo (např. [12],[16]), v mé práci se pod pojmem fuzzy číslo rozumí fuzzy množina splňující podmínky následující definice [12].

Definice 1.10 (Fuzzy číslo). *Fuzzy množinu C, která je definovaná na množině reálných čísel $\mathbb{R}$ a splňuje následující vlastnosti:*

- *fuzzy množina C je normální,*
- *$\alpha -$ řezy C_α představují uzavřené intervaly pro všechny $\alpha \in (0, 1\rangle$,*

- *nosič Supp C je ohraničený,*

nazýváme fuzzy číslem.

Poznámka 1.4. *Za speciální případ fuzzy čísel lze také, ve smyslu definice 1.9., považovat reálné číslo a uzavřený interval $\langle a, b\rangle$, přičemž reálné číslo je vyjádřeno pomocí fuzzy čísla, u něhož je funkce příslušnosti v dané reálné hodnotě rovna 1 a jinde je nulová. V případě uzavřeného intervalu je potom funkce příslušnosti rovna 1 právě na tomto intervalu a jinde je považována za nulovou.*

Poznámka 1.5. *Množinu všech fuzzy čísel na $\mathbb{R}$ označíme symbolem $\mathcal{F}_N(\mathbb{R})$. U fuzzy čísla C definovaného na uzavřeném intervalu $\langle a, b\rangle$ použijeme pro značení třídy všech fuzzy čísel zápis $\mathcal{F}_N(\langle a, b\rangle)$. Výše uvedený uzavřený interval znamená, že mimo tento interval je hodnota jeho funkce příslušnosti nulová.*

Poznámka 1.6. *Výše definované fuzzy číslo C můžeme zapsat také pomocí zápisu používajícího dvojici reálných funkcí $\overline{c} : \langle 0, 1\rangle \to \mathbb{R}$ a $\underline{c} : \langle 0, 1\rangle \to \mathbb{R}$, přičemž jejich hodnoty představují horní a dolní meze $\alpha -$ řezů nebo pro $\alpha = 0$ uzávěr nosiče, tj.*

$$C = \{\langle \underline{c}(\alpha), \overline{c}(\alpha)\rangle \mid \alpha \in \langle 0, 1\rangle\}, kde \begin{cases} C_\alpha = \langle \underline{c}(\alpha), \overline{c}(\alpha)\rangle \text{ pro } \forall \alpha \in (0, 1\rangle \\ Cl(SuppC) = \langle \underline{c}(0), \overline{c}(0)\rangle \end{cases}$$

Definice 1.11 (Lineární fuzzy číslo)**.** *Lineárním fuzzy číslem na intervalu $\langle a, b\rangle$, které je určeno pomocí čtveřice bodů*

$$(x_1, 0), (x_2, 1), (x_3, 1), (x_4, 0),$$

kde $a \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq b$, rozumíme fuzzy číslo C takové, jehož funkce příslušnosti je pro zadané parametry x_1, x_2, x_3, x_4 definovaná následovně

$$\forall x \in \langle a, b\rangle : C(x, x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < x_1, \\ \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} & \text{pro } x_1 \leq x < x_2, \\ 1 & \text{pro } x_2 \leq x \leq x_3, \\ \frac{x_4 - x}{x_4 - x_3} & \text{pro } x_3 < x \leq x_4, \\ 0 & \text{pro } x_4 < x. \end{cases}$$

Poznámka 1.7. *Lineární fuzzy čísla v níže uvedených příkladech budou zadávány právě pomocí hodnot uvedených v závorce* (x_1, x_2, x_3, x_4)*. V případě, kdy se hodnoty* x_2 *a* x_3 *rovnají, jedná se tzv. trojúhelníkové fuzzy číslo, a takové fuzzy číslo bude níže zapisováno pomocí této trojice hodnot* (x_1, x_2, x_4)*.*

1.5. Jazyková proměnná a jazyková škála

V této podkapitole si představíme tzv. *jazykovou proměnou* a *jazykovou škálu*, se kterými budeme pracovat v textu níže. Jazyková proměnná byla jako poprvé definována L. A. Zadechem v roce 1975, a to v konkrétně v trojdílném článku [17].

Definice 1.12 (Jazyková proměnná)**.** *Jazykovou proměnnou na intervalu* $\langle a, b\rangle$ *rozumíme uspořádanou pětici*

$$(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), \langle a, b\rangle, G, M),$$

kde $\mathcal{V}$ *značí název jazykové proměnné,* $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ *je množina jazykových hodnot proměnné* $\mathcal{V}$*. Interval* $\langle a, b\rangle$ *je interval, na kterém jsou definovány významy jazykových hodnot.* G *je syntaktické pravidlo pro generování hodnot z* $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ *a* M *je sémantické pravidlo, které jazykové hodnotě* $\mathcal{A} \in \mathcal{T}(\mathcal{V})$ *určí význam* $M(\mathcal{A}) = A \in \mathcal{F}_N(\langle a, b\rangle)$*.*

Poznámka 1.8. *V následujícím textu si uvedeme definici tzv. jazykové škály [12]. Ještě před samotnou definicí je potřeba se seznámit s pojmy tzv. fuzzy škála a fuzzy rozklad.*

Definice 1.13 (Porovnání fuzzy čísel)**.** *Řekneme, že fuzzy číslo* C *je větší nebo rovno než fuzzy číslo* D *(píšeme* $C \geq D$*), jestliže* $C_\alpha \geq D_\alpha$ *pro všechna* $\alpha \in (0, 1\rangle$*. Nerovnost* $\alpha -$ *řezů* $C_\alpha D_\alpha$ *je nerovnost intervalů* $C_\alpha = \langle \underline{c}(\alpha), \overline{c}(\alpha)\rangle$*,* $D_\alpha = \langle \underline{d}(\alpha), \overline{d}(\alpha)\rangle$*, která je definovaná jako:*

$$\langle \underline{c}(\alpha), \overline{c}(\alpha)\rangle \geq \langle \underline{d}(\alpha), \overline{d}(\alpha)\rangle \text{ pouze a tehdy, jestliže } \underline{c}(\alpha) \geq \underline{d}(\alpha) \text{ a } \overline{c}(\alpha) \geq \overline{d}(\alpha).$$

Definice 1.14 (Fuzzy rozklad)**.** *Nechť* $A_1, \ldots, A_n$ *jsou fuzzy čísla na intervalu* $\langle a, b\rangle$*. Řekneme, že tato fuzzy čísla tvoří na* $\langle a, b\rangle$ *fuzzy rozklad, jestliže*

$$\forall x \in \langle a, b\rangle : \textstyle\sum_{i=1}^{n} A_i(x) = 1.$$

Definice 1.15 (Fuzzy škála)**.** *Nechť* $A_1, \ldots, A_n$ *jsou fuzzy čísla na intervalu* $\langle a, b\rangle$*, která tvoří fuzzy rozklad* $\langle a, b\rangle$*, a která jsou číslována ve shodě s jejich lineárním uspořádáním, tj.* $A_1 < A_2 < \ldots < A_n$*. Pak řekneme, že* $A_1, \ldots, A_n$ *tvoří fuzzy škálu.*

Definice 1.16 (Jazyková škála)**.** *Jazyková proměnná* $(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), \langle a, b\rangle, G, M)$*,* $\mathcal{T}(\mathcal{V}) = \{\mathcal{T}_1, \ldots, \mathcal{T}_n\}$*, tvoří jazykovou škálu na* $\langle a, b\rangle$*, jestliže fuzzy čísla* $\mathcal{T}_1 < \ldots < \mathcal{T}_n$ *tvoří fuzzy škálu na* $\langle a, b\rangle$*.*

Poznámka 1.9. *V podstatě se dá říct, že jazykové škály jsou speciálním případem jazykových proměnných.*

Poznámka 1.10. *V teorii se můžeme setkat s různými typy jazykových proměnných. V případě splnění definice 1.16, se můžeme setkat například s obohacenou jazykovou škálou, rozšířenou jazykovou škálou a jazykovou škálou s mezihodnotami. Jelikož v praktické části mé diplomové práce se nadále setkáme s rozšířenou jazykovou škálou, v textu níže je uvedena její definice.*

Definice 1.17 (Rozšířená jazyková škála)**.** *Jazyková proměnná* $(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), \langle a, b\rangle, G, M)$ *představuje rozšířenou jazykovou škálu na intervalu* $\langle a, b\rangle$*, jestliže se množina jazykových termů* $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ *skládá z množiny elementárních termů*

$$T_0(V) = \{\mathcal{T}_1, \ldots, \mathcal{T}_n\},\ \textit{kde}\ M(\mathcal{T}_i) = T_i, i = 1, \ldots, n,$$

která tvoří jazykovou škálu na intervalu $\langle a, b\rangle$ *a z množiny odvozených termů*

$$\mathcal{T}(\mathcal{V}) \setminus \mathcal{T}_0(\mathcal{V}) = \{\mathcal{T}_1\ \textit{až}\ \mathcal{T}_2, \ldots, \mathcal{T}_{n-1}\ \textit{až}\ \mathcal{T}_n, \mathcal{T}_1\ \textit{až}\ \mathcal{T}_3, \ldots, \mathcal{T}_1\ \textit{až}\ \mathcal{T}_n\},$$

kde pro významy odvozených termů platí, že

$$M(\mathcal{T}_i\ \textit{až}\ \mathcal{T}_j) = T_i \cup_L T_{i+1} \cup_L \ldots \cup_L T_j,\ \textit{kde}\ i, j = 1, \ldots, n,\ i < j.$$

2. Řešič úloh vícekriterálního hodnocení

V následujícím textu se seznámíme s pojmem tzv. *řešič úloh vícekriteriálního hodnocení* [12]. Dále si představíme strom dílčích cílů, pomocí kterého se z důvodu lepší přehlednosti vyjádří struktura hodnocení. Seznámíme se zde také se dvěma typy hodnotících kritérií – *kvantitativní a kvalitativní kritéria*. Na závěr budou představeny jednotlivé metody agregace dílčích hodnocení.

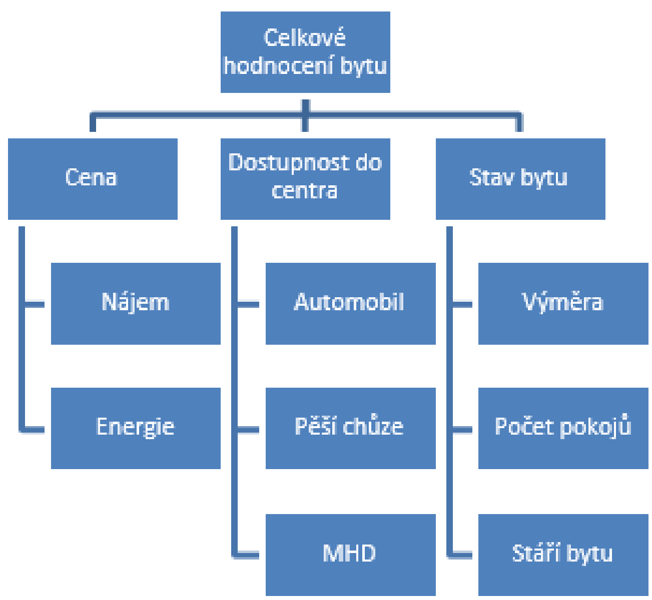
Dle [12] pod pojmem řešič úloh vícekriteriálního hodnocení je myšleno základní schéma řešení, matematické metody a postupy. Tyto metody a postupy nám následně umožňují sestavit matematické modely, a to pro úlohy vícekriteriálního hodnocení.

Metody agregace popsané v této práci mají několik společných vlastností. Jako první je ta vlastnost, že metody nevyžadují, aby množina hodnocených variant byla dána předem. Je tedy možné přidávat nové varianty bez úpravy modelu. Dále hodnocení dané varianty vyjadřuje stupeň naplnění cíle hodnocení. Hodnocení tak lze použít nejen pro určení, která varianta z množiny variant je lepší, ale také pro určení, zda je daná varianta dostatečně dobrá. Jako třetí společná vlastnost je ta, že pro tyto metody existuje softwarová implementace. Pro jejich použití pro hodnocení lze využít software FuzzME, který je blíže představen v podkapitole 3.1. Jako příklad si můžeme uvést situaci, kdy je posuzován žadatel o bankovní úvěr.

2.1. Strom dílčích cílů

Jak již bylo zmíněno v úvodu kapitoly 2, strom dílčích cílů lze chápat jako nástroj, prostřednictvím kterého lze přehledně vyjádřit struktura hodnocení. Kořen stromu dílčích cílů lze považovat za celkový cíl hodnocení, kdy každá větev tohoto stromu následně souvisí s konkrétním dílčím cílem. Strom se poté postupně větví do nižších a nižších úrovní. Ve chvíli, kdy jsme schopni přiřadit danému dílčímu cíli vhodnou kvalitativní, nebo kvantitativní charakteristiku variant, končí celý proces větvení. Dané charakteristiky na konci větví nám následně definují množinu kritérií pro konkrétní úlohu hodnocení. Jinými slovy jsou cíle na konci větví spojeny s kvalitativním či kvantitativním kritériem.

Bez závislosti na typu kritéria je následně hodnocení varianty vzhledem k danému kritériu vyjádřeno fuzzy číslem, které je definované na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Dané fuzzy číslo nám vyjadřuje míru naplnění dílčího cíle. Úplné naplnění cíle pak značí ostrá hodnota 1 a naopak ostrá hodnota 0 značí naprosté nenaplnění cíle. Na obrázku 1 můžeme vidět příklad stromu dílčích cílů, který se týká rozhodování při výběru bytu. Důležitým poznatkem je fakt, že lze v řešiči úloh vícekriteriálního hodnocení kombinovat oba typy kritérií, které budou blíže popsány v textu níže.



Obrázek 1: Strom dílčích cílů

2.2. Hodnotící kritéria

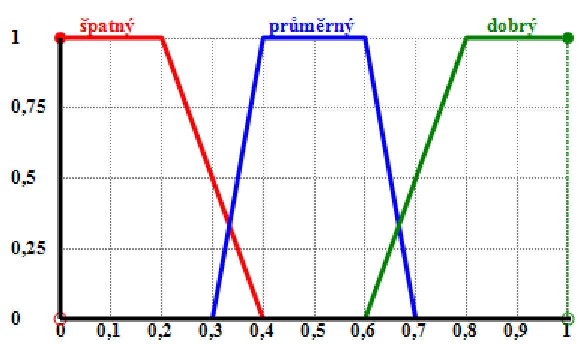
V této práci budeme pracovat s dvojím typem hodnotících kritérií, které budou blíže představeny v následujících podkapitolách. Konkrétně se jedná o kritéria kvantitativní a kvalitativní.

2.2.1. Kvantitativní kritéria

Dle [12] v případě hodnocení variant podle tohoto kritéria, lze předpokládat, že se bude jednat o hodnocení objektivnější a dokonce i přesnější, než je tomu u kritéria kvalitativního. Kvantitativní kritérium je kritérium, které je spojeno s nějakou měřitelnou veličinou. U takového kritéria je nejprve si potřeba představit tzv. *hodnotící funkci*. Jedná se o takovou funkci, která je definována, jako zobrazení univerza U do intervalu $\langle 0, 1\rangle$, kde U je její definiční obor. Tuto funkci tedy chápeme tak, že hodnotám kritérií přiřazuje hodnoty z intervalu $\langle 0, 1\rangle$, přičemž hodnota 0 znamená, že jsme s hodnotou kritéria zcela nespokojeni a naopak hodnota 1 znamená, že jsme s hodnotou kritéria zcela spokojeni. Postup u volby hodnotící funkce je takový, že v prvním kroku je nejprve potřeba, aby se expert rozmyslel, jaké hodnoty preferuje. Obvykle je nejčastější rostoucí, a nebo naopak klesající preference. Preference experta ale mohou být i složitější, jako například situace, kdy chce expert hodnoty jen z určitého intervalu. U kritéria s rostoucí preferencí, čím vyšší je hodnota kritéria, tím roste naše spokojenost a naopak u kritéria s klesající preferencí, čím nižší je hodnota kritéria, tím vyšší je naše spokojenost. Například pokud se budeme rozhodovat pro koupi bytu a jedno z našich kritérií bude cena bytu, budeme určitě spokojeni, co s nejmenší cenou a naopak při vysoké ceně naše spokojenost bude klesat. Konkrétně se jedná o určení (přijatelných) hodnot, které nám budou značit, zda jsme s daným kritériem spokojeni a na druhé straně hodnot, které nám budou značit plnou nespokojenost a nebo jen spokojenost částečnou. Tímto způsobem si tedy definujeme hodnotící funkci, která má obor hodnot $\langle 0, 1\rangle$. Jako dalším krokem je zadání hodnoty kritéria pro jednotlivé varianty. Touto hodnotou je obecně fuzzy číslo, ale samozřejmě lze použít i reálné číslo. Následně se pomocí principu rozšíření dosadí hodnota kritéria do zvolené hodnotící funkce, čímž dospějeme až k výsledku, tedy k hodnocení varianty podle daného kritéria. Tímto hodnocením je fuzzy číslo na intervalu $\langle 0, 1\rangle$.

2.2.2. Kvalitativní kritéria

Dle [12] u tohoto typu kritérií lze říci, že se jedná o takové kritéria, která jsou hodnocena přímo expertem a jejich hodnoty jsou špatně měřitelné nebo tyto hodnoty z nějakého důvodu měřit nechceme. U tohoto typu kritéria se tak setkáváme se situací, kdy se jednotlivé varianty hodnotí slovně, a to pomocí hodnot jazykových proměnných, které byly blíže definovány v podkapitole 1.5. V případě, kdy hodnotíme variantu na základě kvalitativního kritéria, dostáváme se do situace, kdy pro danou variantu vybíráme hodnotu z jazykové proměnné, která nejlépe popisuje hodnotu kritéria pro tuto variantu. V podstatě se jedná o postup, kdy expert nejprve zadefinuje jazykovou proměnnou s jazykovými hodnotami (termy). Daná varianta se následně hodnotí tak, že si expert vybere prvek z jazykové proměnné, který hodnotu kritéria u této varianty nejlépe popisuje nebo jinými slovy ji nejvíce odpovídá. Výsledným hodnocením dané varianty je pak fuzzy číslo, které modeluje zvolený term. Jako příklad kvalitativního kritéria lze uvést jazykovou proměnnou „Vzhled pozemku“, která obsahuje jazykové hodnoty „špatný“, „průměrný“ a „dobrý“. Uvedený příklad můžeme vidět na obrázku 2.



Obrázek 2: Jazyková proměnná „Vzhled pozemku“

2.3. Agregace dílčích hodnocení

Před samotným představením jednotlivých typů agregace je potřeba se nejdříve podívat, co si lze představit pod pojmem agregace. Nejprve je potřeba si připomenout, že při samotném vyhodnocování se postupuje od kritérií přes dílčí hodnocení, až dojdeme k hodnocením celkovému (postupujeme odspodu nahoru). Agregaci dílčích hodnocení tak budeme provádět v souladu se strukturou stromu dílčích cílů, a to konkrétně tím způsobem, že si nejprve pro daný uzel stromu určíme typ agregace, který se zdá být pro daný uzel nejvhodnější. Vhodnost agregace určujeme dle toho, jaké jsou nejen naše preference, ale také musíme brát ohled na možné vyskytující se vztahy mezi kritérii.

Po provedení agregace jednotlivých hodnocení se dostáváme ke konečnému výsledku, čímž je celkové fuzzy hodnocení konkrétní varianty. Takové výsledné hodnocení je opět fuzzy číslo, které je na intervalu $\langle 0, 1\rangle$ a představuje neurčitou míru naplnění celkového cíle konkrétní variantou.

Mezi jednotlivé agregační metody, které budou v následujícím textu zmíněny, a se kterými budu ve své diplomové práci v praktické části pracovat, patří metoda fuzzy váženého průměru (FuzzyWA), metoda FuzzyOWA, fuzzifikovaný WOWA operátor, fuzzifikovaný Choquetův integrál a v neposlední řadě agregace pomocí fuzzy expertního systému.

2.4. Agregace pomocí fuzzy váženého průměru

Ještě před popisem samotné agregační metody, je potřeba se seznámit s pojmem tzv. *normované fuzzy váhy* [9] . Tento typ vah je použit především v případě, kdy je našim cílem popsat rozdělení určitého celku na neurčité části. Jedná se o n-tici fuzzy čísel na intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Stejně tak si ještě připomeneme, jak je definován (klasický) vážený průměr.

Definice 2.1 (Normované váhy)**.** *Reálná čísla $w_1, \ldots, w_m$ nazýváme normované váhy, jestliže w_i, $i = 1, \ldots, m$ jsou z intervalu $\langle 0, 1\rangle$ a dále pokud platí podmínka*

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = 1.$$

Definice 2.2 (Vážený průměr)**.** *Vážený průměr reálných čísel $u_1, \ldots, u_m$ používající vektor normovaných vah $\boldsymbol{w} = (w_1, \ldots, w_m)$ je definován jako*

$$WA_w(u_1, \ldots, u_m) = \sum_{i=1}^{m} w_i u_i.$$

Definice 2.3 (Normované fuzzy váhy)**.** *Fuzzy čísla* $V_1, V_2, \ldots, V_m$ *definovaná na* $\langle 0,1\rangle$ *se nazývají normované fuzzy váhy, jestliže pro každé* $\alpha \in (0,1\rangle$ *a pro každé* $i = 1,2,...,m$ *platí:* $\forall v_i \in V_{i\alpha}$ *existují* $v_j \in V_{j\alpha}$ *kde* $j = 1,2,...,m,\ j \neq i$ *taková, že*

$$v_i + \textstyle\sum_{j=1, j\neq i}^{m} v_j = 1.$$

I přes to, že patří metoda agregace pomocí fuzzy váženého průměru mezi jednu z nejjednodušších agregačních metod popisovaných v této práci, dle [12] díky této metodě můžeme vyřešit mnoho z problémů fuzzy vícekriteriálního hodnocení. V podstatě se jedná o fuzzifikaci standardního váženého průměru, kde jsou fuzzy jak váhy, tak i agregované hodnoty. Použití této metody je možné ovšem jen v případě splnění určitých předpokladů a to konkrétně, kdy je možné celkový cíl rozložit bezezbytku do vzájemně nepřekrývajících se dílčích cílů. Dále váhy dílčích hodnocení představují podíly dílčích cílů na cíli celkovém a v poslední řadě dílčí fuzzy hodnocení představují (fuzzy) stupně naplnění dílčích cílů. Za výše uvedených předpokladů lze následně celkové hodnocení počítat pomocí metody fuzzy váženého průměru. U níže uvedené definice fuzzy váženého průměru jsem vycházela z literatury [9].

Definice 2.4 (Fuzzy vážený průměr)**.** *Nechť jsou dány normované fuzzy váhy* $W_1, W_2, \ldots, W_m$*. Pak fuzzy vážený průměr fuzzy čísel* $U_1, U_2, \ldots, U_m$ *definovaných na* $\langle 0,1\rangle$ *s normovanými fuzzy váhami* $W_1, W_2, \ldots, W_m$ *je fuzzy číslo* U *s funkcí příslušnosti definovanou pro* $\forall u \in \langle 0,1\rangle$ *následovně:*

$$U(u) = \max\Big\{ \min\{W_1(w_1), W_2(w_2), \ldots, W_m(w_m), U_1(u_1), U_2(u_2), \ldots, U_m(u_m)\} \,|\, \textstyle\sum_{i=1}^{m} w_i u_i = u, \sum_{i=1}^{m} w_i = 1, w_i, u_i \in \langle 0,1\rangle, i = 1, \ldots, m \Big\}.$$

2.5. Agregace pomocí metody FuzzyOWA

Jako další agregační metoda je metoda s názvem FuzzyOWA (fuzzy ordered weighted average). V podstatě se jedná o fuzzifikaci tzv. *OWA operátoru*, jehož definici můžeme vidět uvedenou níže. Autor výše uvedeného operátoru je Ronald

R. Yager [15]. V případě (klasické) OWY se jedná o situaci, kdy i-tá váha je spojena s i-tou největší hodnotou a to s ohledem na dílčí cíle. Použití metody je tedy vhodné především v případě, kdy chci dát důraz na nejlepší nebo naopak na nejhorší hodnoty.

Poznámka 2.1. *U OWA operátoru se zadávají normované (reálné) váhy stejně, jako u váženého průměru.*

Definice 2.5 (OWA operátor)**.** *OWA operátor (reálných) čísel $u_1, \ldots, u_m$ používající vektor normovaných vah $\boldsymbol{w} = (w_1, \ldots, w_m)$ je definován jako*

$$OWA_w\ (u_1, \ldots, u_m) = \sum_{i=1}^{m} w_i u_{\phi(i)},$$

kde ϕ značí permutaci indexů $\{1, \ldots, m\}$ takovou, že platí $u_{\phi(1)} \geq u_{\phi(2)} \geq \ldots \geq u_{\phi(m)}$.

FuzzyOWA je v podstatě fuzzifikací OWA operátoru, tedy co se týče postupu a práci s ní, metoda FuzzyOWA pracuje na stejném principu, jako metoda OWA operátoru ovšem s tím rozdílem, že jak váhy tak i agregované hodnoty jsou fuzzy čísla.

Poznámka 2.2. *Díky výše zmíněné agregační metodě FuzzyOWA lze dle výběru vah získat různé agregační operátory, a to v rozsahu od minima až po maximum. Jako příklad lze uvést níže uvedené operátory v závislosti na volbě vah:*

- *maximum pro váhy $w_1 = 1$ a $w_i = 0$, kde $i = 2, 3, \ldots, m$;*
- *minimum pro váhy $w_m = 1$ a $w_i = 0$, kde $i = 1, 2, \ldots, m-1$;*
- *aritmetický průměr pro váhy $w_i = \frac{1}{m}$, kde $i = 1, 2, \ldots, m$.*

Stejně jako tomu bylo i u fuzzy váženého průměru, i zde se setkáváme s případem, kdy hodnoty vah nejsou v praxi známé přesně. Proto je potřeba si představit pojem fuzifikovaná OWA (FuzzyOWA) [13]. I zde se setkáváme se situací, kdy jsou fuzzy jak agregované hodnoty tak i váhy. Stejně jako tomu bylo i u fuzzy váženého průměru, i zde u metody FuzzyOWA je potřeba použít fuzzy normované váhy, ovšem s tím rozdílem, že u tohoto typu agregace se váhy nevztahují ke kritériím, ale jsou přiřazeny později až k agregovaným hodnotám.

Definice 2.6 (FuzzyOWA operátor)**.** *Nechť jsou dány normované fuzzy váhy* $W_1, W_2, \ldots, W_m$*. Pak FuzzyOWA operátor fuzzy čísel* $U_1, U_2, \ldots, U_m$ *definovaných na* $\langle 0,1\rangle$ *s normovanými fuzzy váhami* $W_1, W_2, \ldots, W_m$ *je fuzzy číslo* U*, jehož funkce příslušnosti je definovaná pro* $\forall u \in \langle 0,1\rangle$ *následovně:*

$$U(u) = \max\Big\{ \min\{W_1(w_1), W_2(w_2), \ldots, W_m(w_m), U_1(u_1), U_2(u_2), \ldots, U_m(u_m)\}| \\ \textstyle\sum_{i=1}^m w_i u_{\phi(i)} = u, \sum_{i=1}^m w_i = 1, w_i, u_i \in \langle 0,1\rangle, i = 1, \ldots, m\Big\},$$

kde ϕ *značí permutaci indexů* $\{1, \ldots, m\}$ *takovou, že platí* $u_{\phi(1)} \geq u_{\phi(2)} \geq \ldots \geq u_{\phi(m)}$*.*

2.6. Agregace pomocí metody FuzzyWOWA

V této podkapitole jsem čerpala z literatury [5]. V mnoha situacích k vyřešení určitých případů nám stačí vážený průměr nebo výše zmíněný OWA operátor. Jak již bylo uvedeno výše, vážený průměr je možné použít v případě, kdy známe váhy dílčích cílů a naopak OWA operátor lze použít v situaci, kdy jsou známy preference hodnocení dílčích cílů a to dle jejich uspořádání. Otázka zní, co se děje v případě, kdy hodnotitel chce vzít v úvahu oba typy agregace? Odpověď na tuhle otázku nám potom udává právě výše zmíněný WOWA operátor. V podstatě se jedná o zobecnění váženého průměru a OWA operátoru. V literatuře se můžeme setkat také s názvem tzv. *vážená OWA*.

Ještě před definováním FuzzyWOWA operátoru je potřeba si představit a definovat tzv. WOWA operátor [14]. WOWA operátor používá 2 vektory normovaných vah, kde první z nich je vektor hodnot $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_m)$, který je spojen s jednotlivými dílčími cíli (*kritérii*), kde tyto váhy mají podobnou interpretaci, jako váhy u váženého průměru . Druhý vektor $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_m)$ potom souvisí s uspořádaným dílčím hodnocením, kde tyto váhy mají obdobnou interpretaci, jako váhy u OWA.

Definice 2.7 (WOWA operátor)**.** *WOWA operátor hodnot* $u_1, \ldots, u_m$ *používající vektory normovaných vah* $\boldsymbol{p} = (p_1, \ldots, p_m)$ *a* $\boldsymbol{w} = (w_1, \ldots, w_m)$ *je definován jako*

$$WOWA^p_w(u_1, \ldots, u_m) = \textstyle\sum_{i=1}^m \omega_i u_{\phi(i)},$$

kde ϕ *značí permutaci indexů* $\{1, \ldots, m\}$ *takovou, že platí* $u_{\phi(1)} \geq u_{\phi(2)} \geq \ldots \geq u_{\phi(m)}$. *Váhy* ω_i *jsou definovány jako*

$$\omega_i = z(\textstyle\sum_{j \leq i} p_{\phi(j)}) - z(\sum_{j<i} p_{\phi(j)})$$

pro i=1,...,m, a z je nerostoucí funkce, která je interpolací následujících bodů

$$\{(0,0)\} \cup \{(i/m, \textstyle\sum_{j \leq i} w_j)\}_{i=1,\ldots,m}.$$

Poznámka 2.3. *Jako funkce z se nejčastěji volí po částech lineární funkce procházející uvedenými body.*

V níže uvedeném textu můžeme vidět definici FuzzyWOWA operátoru. Jak již bylo zmíněno výše u metod FuzzyWA a FuzzyOWA uvažujeme fuzzy jak váhy, tak i agregované hodnoty . U metody FuzzyWOWA je ovšem potřeba dát si pozor na to, že zde mohou být fuzzy jen agregované hodnoty, ale váhy jsou zde reálná čísla.

Definice 2.8 (FuzzyWOWA operátor)**.** *Nechť* $U_1, U_2, \ldots, U_m$ *jsou fuzzy čísla definovány na intervalu* $\langle 0, 1\rangle$ *a nechť* $\boldsymbol{p} = (p_1, \ldots, p_m)$ *a* $\boldsymbol{w} = (w_1, \ldots, w_m)$ *jsou dva vektory normovaných (reálných) vah. Pak výsledkem agregace fuzzy čísel* $U_1, U_2, \ldots, U_m$ *pomocí FuzzyWOWA operátoru s váhami* $\boldsymbol{p}$ *a* $\boldsymbol{w}$ *je fuzzy číslo U s funkcí příslušnosti definovanou pro* $\forall y \in \langle 0, 1\rangle$ *následovně:*

$$U(y) = \max\Big\{ \min\{U_1(u_1), \ldots, U_m(u_m)\} | u_i \in \langle 0, 1\rangle, i = 1, \ldots, m,$$
$$y = WOWA^p_w(u_1, u_2, \ldots, u_m)\Big\}.$$

Poznámka 2.4. *Jelikož výše uvedená definice není vhodná pro přímé výpočty, je potřeba pro výpočet použít jiný postup, který je spolu dalšími informacemi blíže popsán v [3].*

2.7. Agregace pomocí metody fuzzy Choquetův integrál

V následující podkapitole si představíme další z metod agregace. Konkrétně se jedná o tzv. *Choquetův integrál* [2] a v mé práci se používá jeho fuzzy verze tzv. *fuzzy Choquetův integrál* [8]. V situaci, kdy existují mezi kritérii interakce speciálního typu – redundance a komplementarita, se zdá být užitečné použít právě tuto agregační metodu.

V případě redundance se jedná o situaci, kdy dílčí cíle mají něco společného. Význam těchto překrývajících se dílčích cílů je proto nižší než součet vah jednotlivých dílčích cílů. Jak již bylo zmíněno výše, druhým typem interakce je komplementarita. Nacházíme se zde v situaci, kdy je pro nás cennější splnění skupiny dílčích cílů oproti tomu, kdy uvažujeme dílčí cíle samostatně. Můžeme říci, že splnění skupiny dílčích cílů pro nás znamená nějakou přidanou hodnotu. Význam skupiny dílčích cílů je pak větší než součet významnosti cílů jednotlivých.

Ještě před samotným definováním fuzzifikovaného Choquetova integrálu, je potřeba si definovat a objastnit pojem (klasický) Choquetův integrál [2]. U Choquetova integrálu se setkáváme s použitím nového pojmu tzv. *fuzzy míra* [10]. Jedná se o takovou funkci, která je v této metodě použita k vyjádření významnosti všech podmnožin v dané množině dílčích cílů. Její definici společně i s definicí Choquetova integrálu můžeme vidět uvedenou v textu níže.

Definice 2.9 (Fuzzy míra)**.** *Řekneme, že fuzzy míra na konečné neprázdné množině G je funkce $\mu : \wp(G) \to \langle 0, 1\rangle$, která splňuje následující podmínky:*

- $\mu(\emptyset) = 0,\ \mu(G) = 1,$
- *$C \subseteq D$ znamená $\mu(C) \leq \mu(D)$ pro všechna $C,D \in \wp(G)$,*

kde $\wp(G)$ je systém všech podmnožin množiny G.

Poznámka 2.5. *I přes název fuzzy míry, je nutno podotknout, že hodnoty fuzzy míry jsou reálná čísla nikoli fuzzy čísla.*

Poznámka 2.6. *Ještě před definováním Choquetova integrálu je potřeba si uvést následující. Pro všechny m-tice reálných čísel $(u_1, \ldots, u_m)$, ρ značí permutaci in-*

dexů $\{1, \ldots, m\}$ *takovou, že* $u_{\rho(1)} \leq u_{\rho(2)} \leq \ldots \leq u_{\rho(m)}$. *Nechť* $G = \{G_1, \ldots, G_m\}$. *Dále označme* $B_{\rho(i)} = \{G_{\rho(i)}, \ldots, G_{\rho(m)}\}$. *Pro účely následující definici si zavedeme* $B_{\rho(m+1)} = \emptyset$. *Nyní si můžeme uvést definici Choquetova integrálu, kterou můžeme vidět v textu níže.*

Definice 2.10 (Diskrétní Choquetův integrál). *Nechť reálná čísla* $u_1, \ldots, u_m, u_i \in \langle 0, 1\rangle, i = 1, \ldots, m$ *jsou dílčí hodnocení s ohledem na cíle* $G_1, \ldots, G_m$. *Nechť význam dílčích cílů je definován pomocí fuzzy míry* μ *na* G. *Pak celkové hodnocení pomocí Choquetova integrálu je dáno následovně:*

$$(C) \int_G f \, \mathrm{d}\mu = \sum_{i=1}^{m} f(G_{\rho(i)}) \cdot [\mu(B_{\rho(i)}) - \mu(B_{\rho(i+1)})],$$

kde $f(G_i) = u_i$.

V následujícím textu přejdeme k definování fuzzifikovaného Choquetova integrálu [8], ovšem ještě před samotným definováním je potřeba si poznamenat, že se zde již nesetkáváme s fuzzy mírou, jak tomu bylo u klasického Choquetova integrálu, ale s tzv. *FNV-fuzzy mírou* [1]. Zkratka FNV pochází z anglického názvu Fuzzy-number-valued fuzzy measure. Oproti výše uvedené fuzzy míře u klasického Choquetova integrálu, zde se setkáváme s použitím fuzzy čísel. Definici FNV-fuzzy míry a fuzzy Choquetova integrálu můžeme vidět uvedenou v textu níže.

Definice 2.11 (FNV - fuzzy míra). *Nechť množina* $G = \{G_1, \ldots, G_m\}$ *je konečná neprázdná množina,* $\wp(G)$ *je systém všech podmnožin množiny* G. *Potom FNV-fuzzy míra na* G *je funkce* $\breve{\mu} : \wp(G) \to \mathcal{F}_N(\langle 0, 1\rangle)$, *která splňuje následující podmínky:*

- $\breve{\mu}(\emptyset) = \tilde{0}, \ \breve{\mu}(G) = \tilde{1}$,
- $C \subseteq D$ *znamená* $\breve{\mu}(C) \leq \breve{\mu}(D)$ *pro všechna* $C, D \in \wp(G)$,

kde $\tilde{0}$ *je fuzzy číslo, kam* 0 *patří se stupněm příslušnosti* 1 *a všechna ostatní čísla mají stupeň příslušnosti* 0 *a* $\tilde{1}$ *je fuzzy číslo, kam* 1 *patří se stupněm příslušnosti* 1 *a ostatní čísla se stupněm příslušnosti* 0.

Poznámka 2.7. *Porovnání* $\check{\mu}(C) \leq \check{\mu}(D)$ *se provádí dle definice 1.13.*

Poznámka 2.8. *Nechť* $\check{\mu}$ *je FNV-fuzzy míra na* G *a* $F : G \to \mathcal{F}_N(\langle 0,1\rangle)$, $F(G_i) = U_i$, $i = 1,\ldots,m$ *je tzv. FNV - funkce (fuzzy number valued funkce). V našem případě* $G_1,\ldots,G_m$ *jsou dílčí cíle,* $U_1,\ldots,U_m$ *jsou fuzzy hodnocení podle těchto dílčích cílů, a* $\check{\mu}(K), K \subseteq G$, *vyjadřuje váhu dílčích cílů podmnožiny* K.

Stejně jako tomu bylo i v případě klasického Choquetova integrálu, i zde označme $B_{\rho(i)} = \{G_{\rho(i)},\ldots,G_{\rho(m)}\}$. Význam ρ je stejný, jako v případě klasického Choquetova integrálu, tedy pro všechny m-tice reálných čísel $(u_1,\ldots,u_m)$, ρ značí permutaci indexů $\{1,\ldots,m\}$ takovou, že $u_{\rho(1)} \leq u_{\rho(2)} \leq \ldots \leq u_{\rho(m)}$.

Definice 2.12 (fuzzy Choquetův integrál)**.** *Fuzzy Choquetův integrál FNV-funkce* F, $F(G_i) = U_i$, $i = 1,\ldots,m$, *s ohledem na FNV-fuzzy míru* $\check{\mu}$ *je definován jako fuzzy číslo* U *s funkcí příslušnosti definovanou pro všechna* $u \in \langle 0,1\rangle$ *následovně:*

$$
\begin{gathered}
U(u) = \max\Big\{ \min\{U_1(u_1),\ldots,U_m(u_m),\check{\mu}(B_{\rho(1)})(\mu_1),\ldots,\check{\mu}(B_{\rho(m)})(\mu_m)\} \,| \\
u = (C)\int_G f\,\mathrm{d}\mu,\ \textit{kde}\ f : G \to \langle 0,1\rangle\ \textit{taková, že}\ f(G_i) = u_i, \\
i = 1,\ldots,m,\ \textit{a}\ \mu\ \textit{je fuzzy míra na}\ G\ \textit{taková, že}\ \mu(B_{\rho(i)}) = \mu_i, \\
i = 1,\ldots,m,\ \textit{kde}\ \rho(i)\ \textit{je permutace taková, že}\ u_{\rho(1)} \leq \ldots \leq u_{\rho(m)}, \\
\textit{a}\ B_{\rho(i)} = \{G_{\rho(1)},\ldots,G_{\rho(m)}\}\Big\}.
\end{gathered}
$$

Poznámka 2.9. *Kromě zde uvedené definice [8], existuje i její další alternativní verze, kterou lze najít v [1].*

Pro lepší představu, jak Choquetův integrál pracuje, ukážeme si jeho použití na následujícím příkladu. Nejprve budeme uvažovat hodnoty fuzzy míry v reálných číslech. Typ interakce budeme v následujícím příkladu uvažovat komplementaritu. Jako příklad budeme uvažovat situaci, kdy chceme zhodnotit čerstvé absolventy oboru Ekonomie, kteří se ucházejí o místo v oboru, a to z hlediska jejich znalostí Ekonomie, znalostí anglického jazyka a jejich komunikační dovednosti. Nejprve budeme uvažovat fuzzy míry jednotlivých kritérií následovně:

- $\mu(Ekonomie) = 0,5;$

- $\mu(Anglick\acute{y}\ jazyk) = 0,2;$
- $\mu(Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost) = 0,15;$

Pro uchazeče, který se zajímají o práci v oboru ekonomie, bude jednoznačně nejdůležitější mít znalosti právě z tohoto oboru, bez kterých by se nejspíše ve své budoucí práci neobešel. Ovšem je potřeba podotknout, že bez ostatních znalostí a dovedností (angličtina a komunikační dovednosti) by uchazeč těžko prezentoval jeho práci. Nyní si uvedeme fuzzy míry dvojic kritérií a to následovně:

- $\mu(Ekonomie, Anglick\acute{y}\ jazyk) = 0,85;$
- $\mu(Ekonomie, Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost) = 0,75;$
- $\mu(Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost, Anglick\acute{y}\ jazyk) = 0,45.$

Dle definice 2.9 platí následující:

- $\mu(Ekonomie, Anglick\acute{y}\ jazyk, Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost) = 1,$
- $\mu(\emptyset) = 0.$

Nyní si můžeme ukázat, jak by mohly takové hodnoty vypadat v případě fuzzy Choquetova integrálu a tedy při použití FNV-fuzzy míry:

- $\breve{\mu}(\emptyset) = \tilde{0},$
- $\breve{\mu}(Ekonomie)$=$(0,45; 0,5; 0,55),$
- $\breve{\mu}(Anglick\acute{y}\ jazyk) = (0,15; 0,2; 0,25),$
- $\breve{\mu}(Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost) = (0; 0,15; 0,3),$
- $\breve{\mu}(Ekonomie, Anglick\acute{y}\ jazyk) = (0,75; 0,85; 0,95),$
- $\breve{\mu}(Ekonomie, Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost) = (0,60; 0,75; 0,90),$
- $\breve{\mu}(Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost, Anglick\acute{y}\ jazyk) = (0,35; 0,45; 0,55),$
- $\breve{\mu}(Ekonomie, Komunika\check{c}n\acute{\imath}\ dovednost, Anglick\acute{y}\ jazyk) = \tilde{1}.$

2.8. Agregace pomocí metody fuzzy expertní systém

Jako poslední z metod si představíme metodu fuzzy expertní systém. Dle [12] lze tato metoda použít v případě, kdy vztah mezi dílčím hodnocením a celkovým hodnocením je poněkud komplikovanější. Užitím známé Koskovi věty [6], která se týká fuzzy aproximace, máme oprávnění tvrdit, že pomocí této agregační metody lze vyjádřit skoro libovolnou hodnotící funkci (pomocí báze pravidel). Velkou roli zde hraje odbornost a kvalita expertových znalostí, která má vliv právě na kvalitu aproximace. Jedná se o takový systém, který je založen na bázi fuzzy pravidel. Báze fuzzy pravidel, která modeluje vztah mezi dílčím hodnocením nižší úrovně a agregovaným hodnocením má následující tvar:

$$
\begin{gathered}
\text{Jestliže } \mathcal{X}_1 \text{ je } \mathcal{A}_{1,1} \text{ a } \ldots \text{ a } \mathcal{X}_m \text{ je } \mathcal{A}_{1,m}, \text{ pak } \mathcal{Y} \text{ je } \mathcal{B}_1 \\
\text{Jestliže } \mathcal{X}_1 \text{ je } \mathcal{A}_{2,1} \text{ a } \ldots \text{a } \mathcal{X}_m \text{ je } \mathcal{A}_{2,m}, \text{ pak } \mathcal{Y} \text{ je } \mathcal{B}_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\text{Jestliže } \mathcal{X}_1 \text{ je } \mathcal{A}_{n,1} \text{ a } \ldots \text{a } \mathcal{X}_m \text{ je } \mathcal{A}_{1,m}, \text{ pak } \mathcal{Y} \text{ je } \mathcal{B}_n
\end{gathered}
$$

kde pro všechna $i = 1, \ldots, n$ a $j = 1, \ldots, m$ platí:

- $(\mathcal{X}_j, \mathcal{T}(\mathcal{X}_j), \langle 0, 1\rangle, M_j, G_j)$ jsou jazykové proměnné reprezentující dílčí hodnocení (kritéria),
- $\mathcal{A}_{i,j} \in \mathcal{T}(\mathcal{X}_j)$ jsou jazykové hodnoty těchto jazykových proměnných,
- $(\mathcal{Y}, \mathcal{T}(\mathcal{Y}), \langle 0, 1\rangle, M, G)$ je jazyková proměnná vyjadřující hodnocení variant,
- $\mathcal{B}_i \in \mathcal{T}(\mathcal{Y})$ jsou její jazykové hodnoty a $B_i = M(\mathcal{B}_i)$ jsou fuzzy čísla na intervalu $\langle 0, 1\rangle$, které reprezentují její význam.

Pro dané hodnoty dílčích hodnocení se k výpočtu výsledných fuzzy hodnocení používají tzv. inferenční algoritmy. Jako příklad můžeme zmínit Mamdaniho inferenční algoritmus [7], a nebo zobecněný Sugenův inferenční algoritmus [12]. Pro ukázku, jak takový algoritmus vypadá, můžeme v textu níže vidět popsaný výše zmíněný Zobecněný Sugenův inferenční algoritmus.

Zobecněný Sugenův inferenční algoritmus

Zobecněný Sugenův inferenční algortimus [12] chápeme jako zobecnění klasického Sugenova inferenčního algoritmu [11], kde jsou reálná čísla, které jsou uvedené na pravé straně pravidel nahrazena fuzzy čísly. Právě tato zmíněná fuzzy čísla představují význam jazykových termů, a právě z toho důvodu může být tento inferenční algoritmus použit s výše uvedenou bází fuzzy pravidel.

Výsledek pomocí použití zobecněného Sugenova inferenčního algoritmu se získá následujícím způsobem:

1. Jako první krok se pro všechna $i = 1, \ldots, n$ nejprve stanoví stupeň shody h_i mezi daným vstupem fuzzy hodnot $(U_1, \ldots, U_m)$ a významem levé strany i-tého pravidla a to následujícím způsobem:

$$h_i = \min\{hgt(U_1 \cap A_{i,1}), \ldots, hgt(U_m \cap A_{i,m})\}.$$

2. Následně výsledné fuzzy hodnocení U je stanoveno jako vážený průměr fuzzy čísel (hodnocení) $B_i, i = 1, \ldots, n$, modelujících významy jazykových hodnocení na pravých stranách báze pravidel s váhami h_i. Postupujeme podle následujícího vzorce:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{n} h_i B_i}{\sum_{i=1}^{n} h_i}.$$

3. Aplikace metod na příkladě z praxe

V této kapitole mé diplomové práce se budeme zabývat aplikací výše popisovaných metod na reálném případu z mého okolí. Uvažovaný příklad se týká hodnocení zaměstnanců (konkrétně trenérů) v jednom nejmenovaném sportovním centru ve Zlíně. Na přání zaměstnavatele jsme se domluvili na zachování anonymity, jak sportovního centra tak i zaměstnanců, a právě z tohoto důvodu budou jednotliví zaměstnanci označeni číslicemi od 1 až 10.

Cílem a také velkou částí této kapitoly je navrhnout vhodný model hodnocení zaměstnanců, nastavit jeho parametry, otestovat je a vyladit na reálných datech. Samotné výpočty hodnocení pro nastavený model provádí níže představený software FuzzME. Mým úkolem je výsledné hodnocení prezentovat zaměstnavateli tak, aby pro něj získané výsledky byly nejenom pochopitelné a smysluplné, ale také užitečné a nápomocné a mimo jiné také získat od něj zpětnou vazbu a tyto podněty zohlednit v navrhovaném modelu. Výsledky této kapitoly by měly sloužit zaměstnavateli k odhalení slabých či silných stránek zaměstnanců nebo také můžou výsledky zaměstnavateli pomoct při budoucím rozhodování v případě rozdělování odměn. Jak už bylo zmíněno výše, uvažovaný příklad je zpracován v softwaru FuzzME, který je představen v následující podkapitole 3.1.

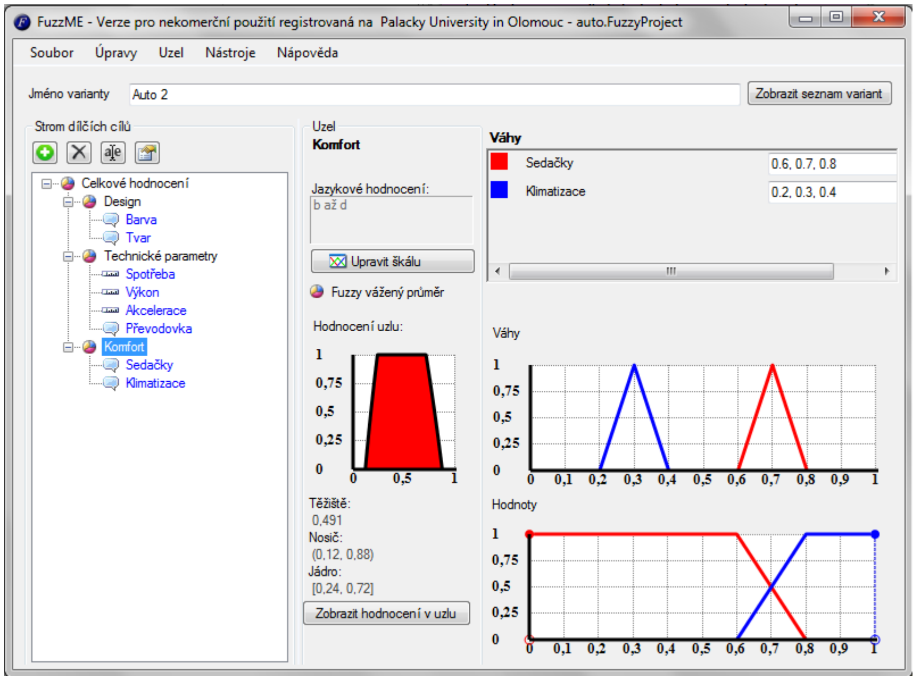
Ještě před představením finálního stromu dílčích cílů a kritérií je potřeba si uvést, jak postupně probíhal výběr kritérií a vývoj modelu. Stanovení kritérií probíhalo při konzultaci se zaměstnavatelem. Na začátku jsem nechala zaměstnavatele, aby mi sám od sebe sdělil svou představu kritérií, podle kterých by rád své zaměstnance hodnotil. Mým úkolem bylo snažit se vyhovět požadavkům zaměstnavatele, ovšem jelikož jsem se při zpracování příkladu setkala s některými kritérii, které byly ne úplně šťastně zadány, rozhodla jsem se pro takovou verzi, kde se stále co nejvíce držím zadaných požadavků, ale zároveň je koriguji správným směrem, aby výsledné hodnocení bylo jednak smysluplné, ale také použitelné. K hodnocení jednotlivých variant jsem použila některé z agregačních metod, které byly blíže popsány v kapitole 2.

3.1. Software FuzzME

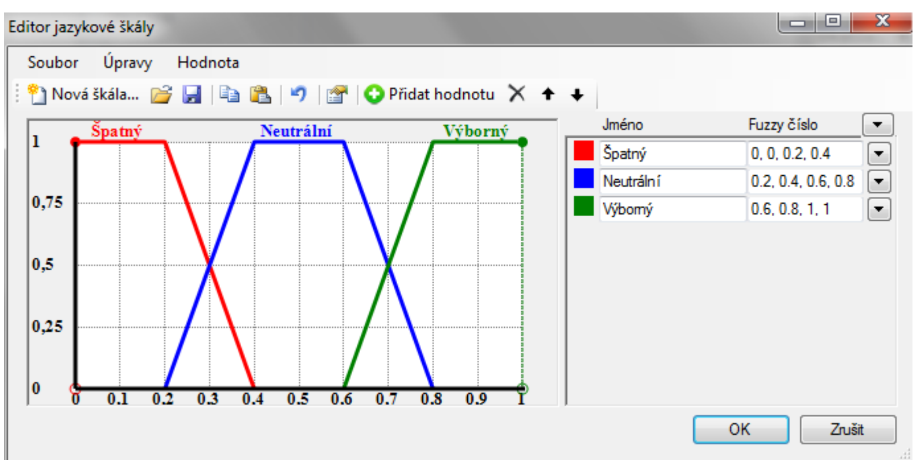
V této podkapitole si představíme software FuzzME, ve kterém je zpracován praktický příklad mé diplomové práce. V níže uvedeném textu jsem vycházela z literatury [5]. Software FuzzME vznikl na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci. Název softwaru je odvozen z anglického názvu Fuzzy Methods of Multiple-Criteria Evaluation. Jedná se o program, který slouží na podporu vícekriteriálního rozhodování. Hlavním důvodem použití softwaru pro mou práci je fakt, že software podporuje všechny metody, které byly blíže popsány v kapitole 2. Software FuzzME je dostupný na webových stránkách http://www.fuzzme.net.

Prvním krokem po spuštění programu je potřeba sestavit strom dílčích cílů, se kterým následně v programu dále pracujeme. Jako další krok je potřeba určit typ každého uzlu. U uzlů na koncích větví vybíráme typ kritéria (kvalitativní nebo kvantitativní) a u ostatních uzlů si nadále volíme vhodné agregační metody, které byly blíže popsány v kapitole 2, přičemž různé agregační metody mohou být použiti v rámci jednoho stromu dílčích cílů. Pro ukázku, jak takový software po otevření vypadá nám slouží obrázek 3. Pro některé typy uzlů je potřeba definovat jazykovou proměnnou (např. pro kvalitativní kritéria). V softwaru FuzzME nám k tomu slouží tzv. *editor fuzzy škály*. Jak takový editor v software FuzzME vypadá, můžeme vidět na obrázku 4. V editoru lze zvolit, jakou fuzzy škálu požadujeme a počet hodnot dané fuzzy škály. U takto vygenerované škály musíme ještě doplnit odpovídající jazykové popisy a můžeme upravit také fuzzy čísla modelující jejich významy podle svých představ. Danou fuzzy škálu je možné v softwaru kopírovat a použít tudíž v případě potřeby stejnou fuzzy škálu, a to aniž bychom ji museli vytvářet celou znovu od začátku. Ovšem i u ostatních kritérií, u kterých to není nezbytně nutné, je možné pak tuto škálu definovat a software FuzzME nám pak u nich zobrazí jazykový popis hodnocení.

Na závěr je nutné podle námi zvolené metody zadat ještě její parametry. V případě použití metody FuzzyWA nebo metody FuzzyOWA je potřeba definovat normované fuzzy váhy, které byly definovány v podkapitole 2.4. U metody Fuzzy-



Obrázek 3: Ukázka software FuzzME

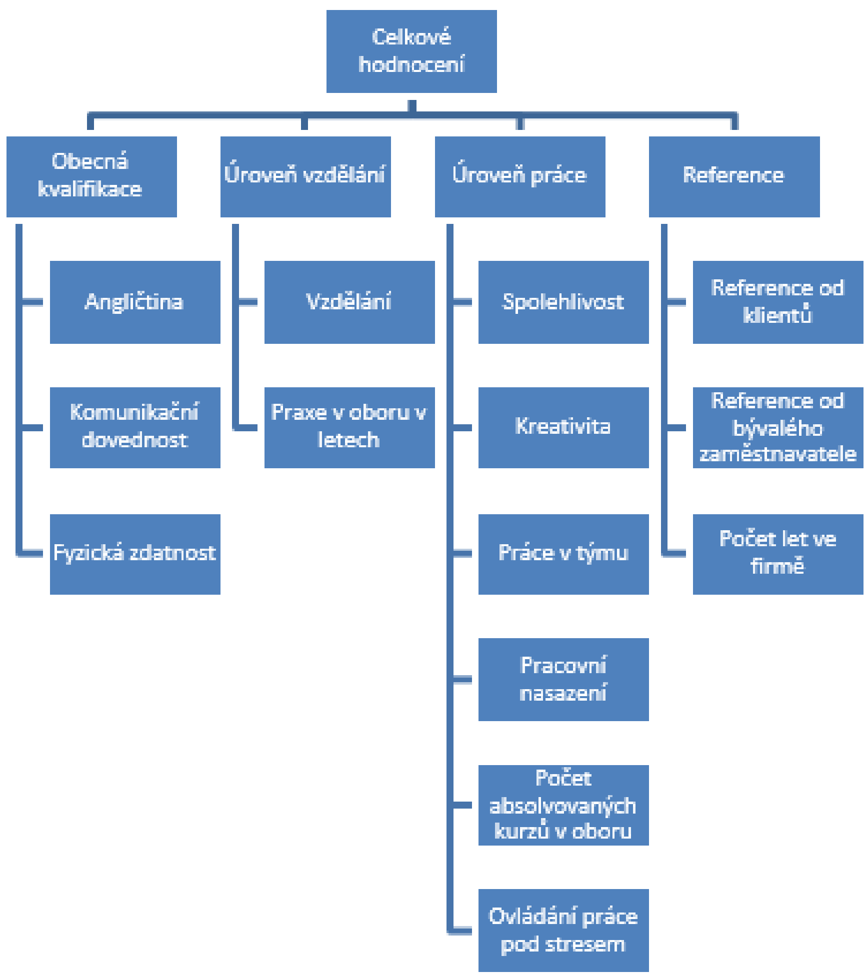


Obrázek 4: Editor fuzzy škály v software FuzzME

WOWA je potřeba nastavit dva vektory normovaných vah, fuzzy Choquetův integrál zase vyžaduje určení FNV-fuzzy míry a nakonec u fuzzy expertního systému je potřeba vytvořit bázi fuzzy pravidel. Bližší informace a popis softwaru FuzzME je možné nalézt v [4].

3.2. Strom dílčích cílů

V této podkapitole bude představen finální strom dílčích cílů, který jsem dle požadavků zaměstnavatele rozdělila do čtyř oblastí a můžeme ho vidět na obrázku 1.



Obrázek 5: Strom dílčích cílů

První oblast se týká obecné kvalifikace trenéra. Zajímá nás zde, jakou má dovednost trenér v oblasti anglického jazyka, komunikace a fyzické zdatnosti. Druhá větev se týká úrovně vzdělání trenéra, kde hodnotíme, jaké má zaměstnanec školní vzdělání a praxi v oboru. U třetí větve nás zajímá úroveň práce zaměstnance. Zahrnujeme zde jeho spolehlivost, kreativitu, práci v týmu, pracovní nasazení, počet absolvovaných kurzů v oboru a ovládání práce pod tlakem. Poslední větev se týká referencí. U této větve nás zajímá, jaké má zaměstnanec reference od klientů sportovního centra a od svého bývalého zaměstnavatele a také zde při agregaci těchto dvou typů referencí zohledňujeme počet let ve firmě.

3.3. Kvalitativní a kvantitativní kritéria

Pro finální verzi příkladu jsem stanovila celkem 14 kritérií, přičemž 11 kritérií je kvalitativních a 3 kritéria kvantitativní. U kvalitativních kritérií je potřeba si jako první krok určit jazykovou proměnnou, a to zvlášť pro každé kritérium. Při hodnocení daného kvalitativního kritéria se vybírá co nejvíce odpovídající jazykový term právě danému kritériu. Při tomto hodnocení jsem uvažovala jak jednoduchou, tak i rozvinutou jazykovou škálu, která byla blíže definována v podkapitole 1.5. U kvantitativního kritéria se nejprve zvolí obor hodnot kritéria. Dále se určí hodnotící funkce a její typ. V softwaru FuzzME se můžeme setkat s funkcí, které má rostoucí preference, klesající preference a preference určitého rozsahu. Kromě těchto uvedených nejběžnějších voleb umožňuje software FuzzME definovat i složitější hodnotící funkci. U kvantitativního kritéria je následně potřeba zadat hodnotu kritéria odpovídající dané variantě, která může být uvedena jako reálné číslo nebo fuzzy číslo.

V následujícím textu budou blíže představena jednotlivá kritéria, u kterých bude také uvedeno, jaký typ jazykové škály byl použit. Jelikož je zaměstnavatel v denním kontaktu s trenéry, hodnoty jednotlivých kritérií mi dodal on sám a to na základě vlastních zkušeností s trenéry.

Kritérium č.1 - Anglický jazyk

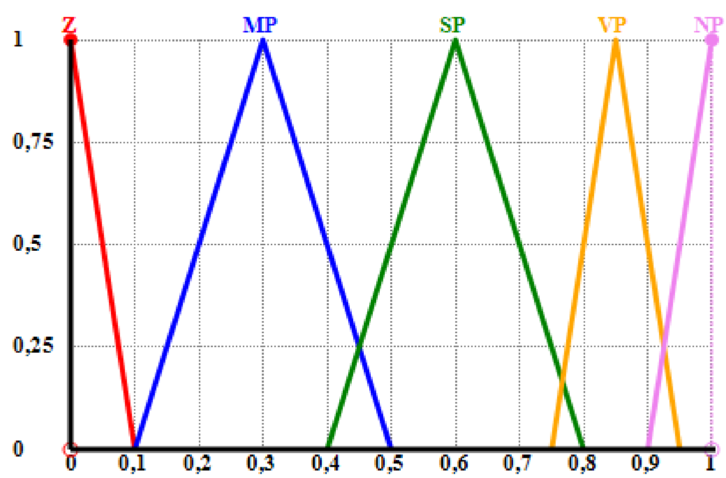
Jelikož klientelu sportovního centra tvoří i zahraniční klienti, dle požadavků zaměstnavatele by měl být trenér vybaven alespoň mírně pokročilou znalostí angličtiny. Jak jsem se dozvěděla od zaměstnavatele, jedna z částí výběrového řízení na pozici trenéra je přezkoušení z anglického jazyka, po kterém je následně vyhodnocena úroveň anglického jazyka daného trenéra. Danou úroveň stanoví externí zaměstnankyně sportovního centra, která se účastní výběrového řízení společně se zaměstnavatelem. Jelikož se může úroveň anglického jazyka u trenéra měnit s přibývajícím časem, zaměstnavatel takovou situaci řeší tak, že každého půl roku je zaměstnanec znovu povinen se zúčastnit krátkého rozhovoru, a to opět pod dohledem externí zaměstnankyně, kdy se následně společně se zaměstnavatelem rozhodnou, zda se úroveň angličtiny zhoršila či zlepšila. Hodnoty tohoto kritéria jsou zde získány tedy podle nejaktuálnějších výsledků z ledna roku 2019, které mi byly poskytnuty zaměstnavatelem. U tohoto kritéria byla zaměstnavatelem navržena nerovnoměrná jazyková škála, a to z toho důvodu, že pro zaměstnavatele je důležitá alespoň nějaká znalost anglického jazyka a už pro něj neznamená takový rozdíl, zda má zaměstnanec anglický jazyk na úrovni C1 či C2. Jazykovou škálu můžeme vidět na obrázku 7. Pro lepší orientaci jsou jednotlivé jazykové termy popsány pouze začátečními písmeny, kde Z = začátečník, MP = mírně pokročilý, SP = středně pokročilý, VP = vysoce pokročilý a NP = nejvíce pokročilý. Při hodnocení byla zvolena rozvinutá jazyková škála. Vysvětlení jednotlivých úrovní anglického jazyka je uvedeno na obrázku 6. Informace týkající se úrovní jazyka byly získány od externí zaměstnankyně, která danou úroveň jazyka posuzuje u jednotlivých trenérů.

Kritérium č.2 - Komunikační dovednost

Jako další kvalitativní kritérium bylo zvoleno kritérium týkající se komunikační dovednosti trenéra. Jelikož se jedná o pracovní pozici, ve které jste neustále v kontaktu s lidmi, je potřeba aby trenér uměl komunikovat se svými ať už potenciálními nebo aktuálními klienty. Hodnoty kritéria byly stanoveny

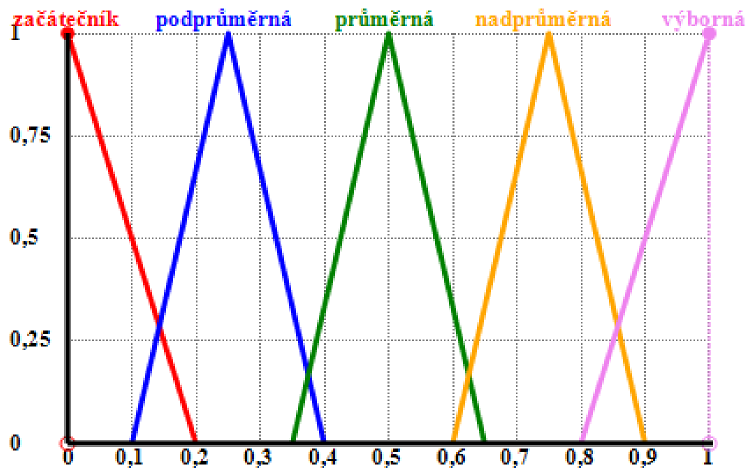
Slovní popis	Úroveň jazyka
Začátečník	A1/A2
Mírně pokročilý	B1
Středně pokročilý	B2
Vysoce pokročilý	C1
Nejvíce pokročilý	C2

Obrázek 6: Popis jednotlivých úrovní anglického jazyka



Obrázek 7: Jazyková proměnná pro kritérium č.1

zaměstnavatelem a jazykovou proměnnou, která byla použita u tohoto kritéria můžeme vidět na obrázku 8. Při hodnocení byla zvolena rozvinutá jazyková škála.



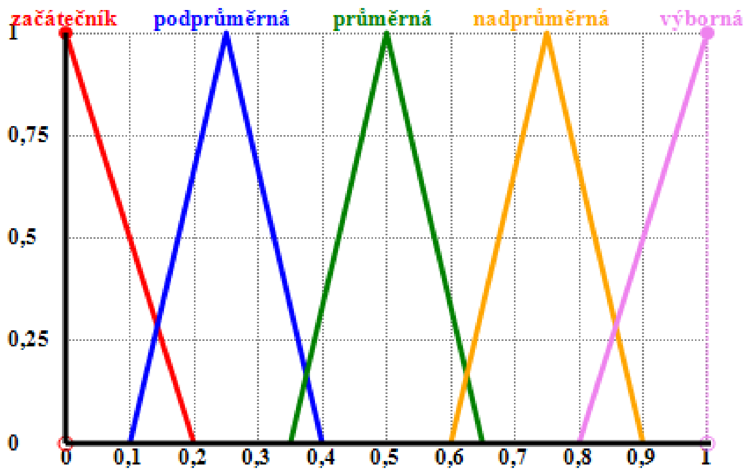
Obrázek 8: Jazyková proměnná pro kritérium č.2

Kritérium č.3 - Fyzická zdatnost

Fyzická zdatnost, jako další kvalitativní kritérium, je v této pozici brána velmi důležitě. Dá se říct, že není lepší reklama pro trenéra než fakt, jak daný trenér vypadá, ale také to, jak je na tom daný trenér po fyzické stránce, jelikož dle mého názoru by měl jít svým klientům příkladem. Hodnoty tohoto kritéria mi byly poskytnuty zaměstnavatelem. Při hodnocení byla zvolena rozvinutá jazyková škála, kterou můžeme vidět na obrázku 9.

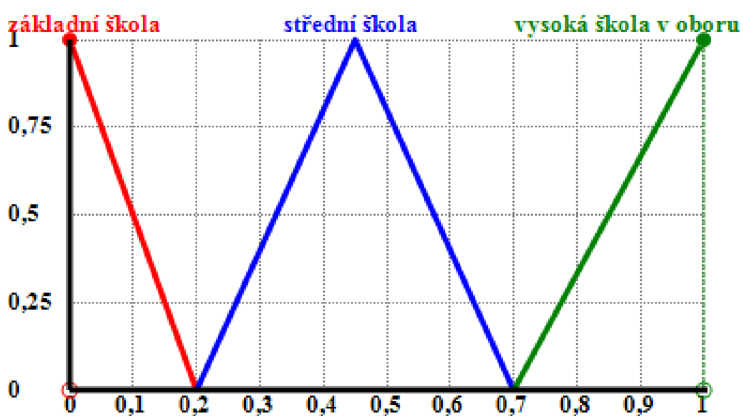
Kritérium č.4 - Vzdělání

Další kvalitativní kritérium se týká vzdělání zaměstnance. Do tohoto kritéria je zahrnuto pouze školní vzdělání zaměstnance nikoli absolvování vzdělávacích kurzů. Podle získaných informací od zaměstnavatele, je pro něj vzdělání zaměstnance jedním z důležitých kritérií, jelikož při absolvování vysoké školy v oboru získá zaměstnanec mnohem více informací než absolvováním pouze trenérského kurzu. V případě, že má zaměstnanec absolvovanou vysokou školu, která ale není v oboru, má to dle informací od zaměstnavatele pro něj stejnou váhu, jako v



Obrázek 9: Jazyková proměnná pro kritérium č.3

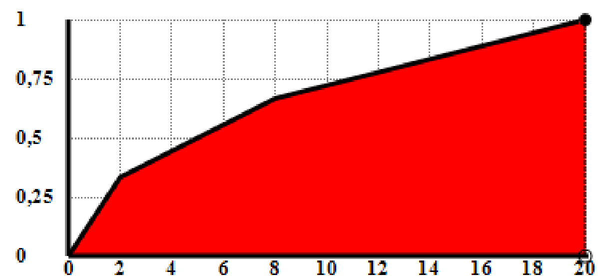
případě zaměstnance, který má pouze absolvovanou střední školu. Při konzultacích se zaměstnavatelem jsme navrhli jazykovou škálu, kterou můžeme vidět na obrázku 10. Při hodnocení byla zvolena jednoduchá jazyková škála.



Obrázek 10: Jazyková škála pro kritérium č.4

Kritérium č.5 - Praxe v oboru v letech

Dalším kritériem je kritérium kvantitativní, které se týká praxe v oboru. Hodnoty kritéria jsou zde udávány v letech. Dle informací, které mi řekl zaměstnavatel, nárůst praxe na počátku trenérovi kariéry pro něj znamená víc, než v případě nárůstu praxe u trenéra, který má praxi již dlouholetou. Jelikož v softwaru FuzzME u funkce s rostoucí preferencí standardně roste hodnocení lineárně, navrhla jsem a do softwaru FuzzME jsem zadala jinou hodnotící funkci, která zohledňuje požadavky zaměstnavatele, které jsou zmíněny v předchozí větě. Zadaná funkce je po částech lineární, protože takto je to vyžadováno softwarem FuzzME. Definiční obor této funkce je zde stanoven v intervalu $\langle 0, 20 \rangle$. Hodnoty kritérií u jednotlivých variant mi byly sděleny zaměstnavatelem a jsou uvedeny v reálných číslech. Hodnotící funkci můžeme vidět na obrázku 11.



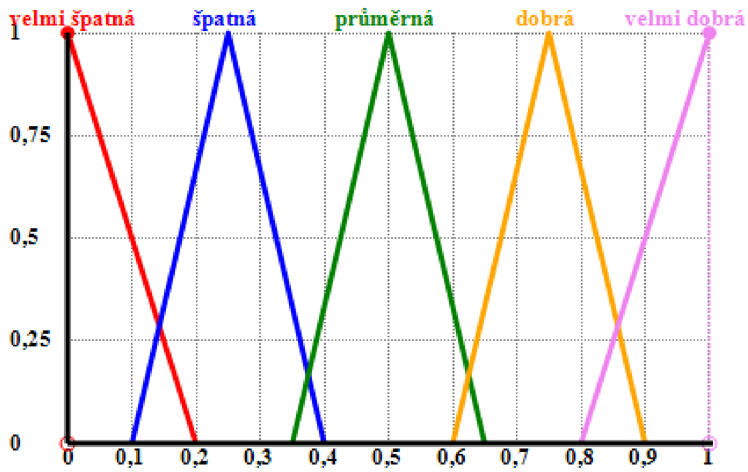
Obrázek 11: Hodnotící funkce pro kritérium č.5

Kritérium č.6 - Spolehlivost

Spolehlivost, jako další kvalitativní kritérium, zahrnuje v sobě podle zaměstnavatele především to, zda se dá trenérovi v daných situacích věřit a zda je schopný splnit zadané úkoly svými nadřízenými. Hodnoty kritéria jsem získala od zaměstnavatele. Při hodnocení jsme zvolili jednoduchou jazykovou škálu. Jazyková proměnná je uvedena na obrázku 12.

Kritérium č.7 - Kreativita

Pod tímto kvalitativním kritériem dle informací od zaměstnavatele je myšleno, jak je trenér schopen zaujmout své klienty, a to ať už stávající či potenciální. Jelikož jedním z cílů zaměstnavatele je nebýt ve všech směrech stereotypní, je potřeba aby trenér byl vybaven určitou kreativitou ať už při osobním tréninku nebo při skupinové lekci, a právě z tohoto důvodu jsme zvolili se zaměstnavatelem tohle kvalitativní kritérium, jako jedno z dalších, které je zahrnuto do stromu dílčích cílů. Při hodnocení jsme zvolili jednoduchou jazykovou proměnnou, kterou můžeme vidět na obrázku 12. Hodnoty tohoto kritéria byly zadány zaměstnavate-



Obrázek 12: Jazyková proměnná pro kritérium č.6 a č.7

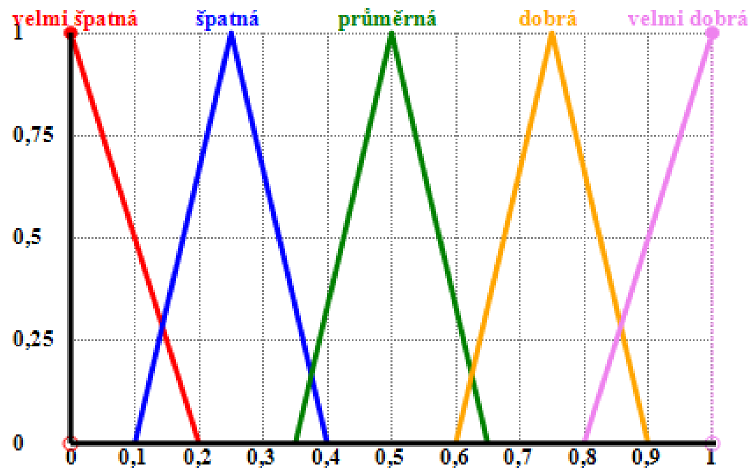
lem. Při hodnocení byla zvolena jednoduchá jazyková škála.

Kritérium č.8 - Práce v týmu

I přes to, že trenéři pracují ve většině času samostatně se svými klienty, pro zaměstnavatele je důležité, aby trenér byl schopen pracovat i v týmu společně se svými kolegy. Pro zaměstnavatele je důležité, aby vládl ve firmě klid a proto je tohle kvalitativní kritérium zařazeno do stromu dílčích cílů. Hodnoty kritéria byly opět stanoveny zaměstnavatelem. Jazykovou proměnnou můžeme vidět na obrázku 13. Při hodnocení byla zvolena rozvinutá jazyková škála.

Kritérium č.9 - Pracovní nasazení

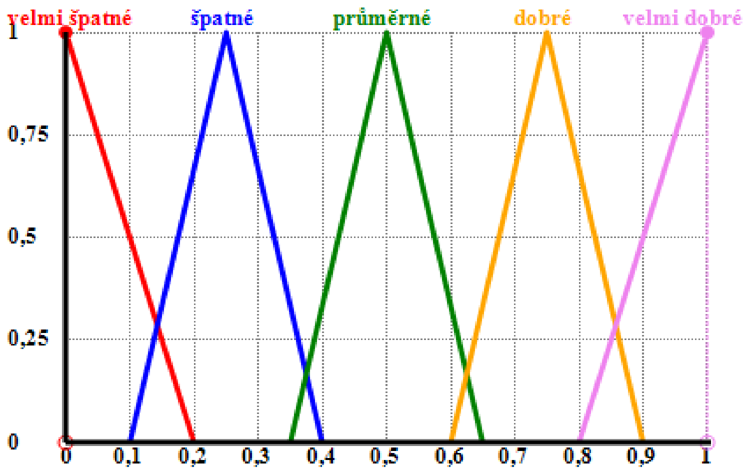
U tohoto kvalitativního kritéria se hodnotí pracovní nasazení daného trenéra. Po konzultaci se zaměstnavatelem mi bylo řečeno, že do tohoto kritéria spadá především aktivita trenéra při osobních či skupinových lekcí (např. příprava na lekce), ale také to, jak se trenér ke klientům chová. Hodnoty kritéria byly stanoveny zaměstnavatelem. Při hodnocení byla zvolena rozvinutá jazyková škála. Použitá jazyková proměnná je uvedena na obrázku 14.



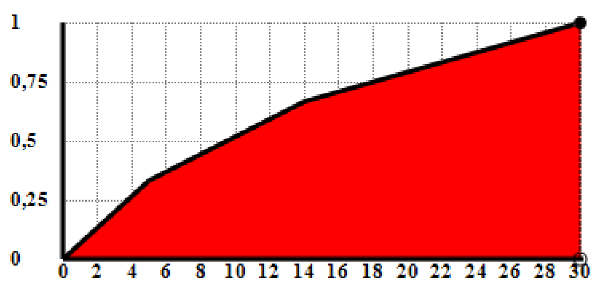
Obrázek 13: Jazyková proměnná pro kritérium č.8

Kritérium č.10 - Počet absolvovaných kurzů v oboru

Jelikož se oblast týkající se sportu a trenérství neustále vyvíjí je potřeba, aby i trenér byl schopen a hlavně ochoten učit se novým věcem a byl schopen kvalitně propojit všechny nové informace se stávajícími, a to tak, aby se jeho práce stávala čím dál tím více kvalitnější. Právě z tohoto důvodu bylo stanoveno dané kvantitativní kritérium týkající se počtu absolvovaných kurzů v oboru. Dle informací, které jsem se dozvěděla, zaměstnavatel pravidelně nabízí svým zaměstnancům možnost účastnit se různých vzdělávacích kurzů v oboru. Jelikož se jedná o kritérium kvantitativní, je potřeba nejprve stanovit hodnotící funkci. Hodnotící funkce zde byla po konzultaci se zaměstnavatelem stanovena tak, jak můžeme vidět na obrázku 15. Stejně jako tomu bylo i u předešlého kvantitativního kritéria, i zde se nabízelo využít namísto funkce s rostoucí lineární preferencí funkci, která opět zohledňuje to, že v situaci, kdy trenérovi narůstá počet absolvovaných kurzů v oboru na začátku jeho kariéry ve sportovním centru znamená pro zaměstnavatele víc, než v případě, že má trenér již velký počet absolvovaných kurzů. Obor hodnot, kterých může kritérium nabývat je zde stanoven v intervalu $\langle 0, 30\rangle$. Hodnota tohoto kritéria u jednotlivých trenérů mi byla sdělena zaměstnavatelem a je uvedena jako reálné číslo.



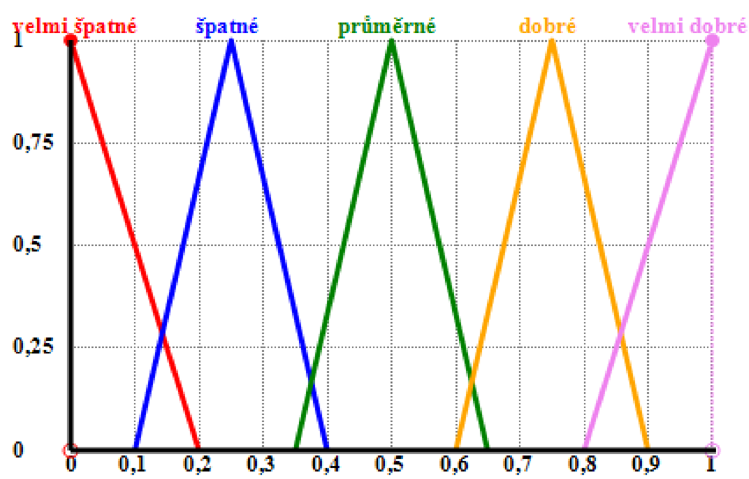
Obrázek 14: Jazyková proměnná pro kritérium č.9



Obrázek 15: Hodnotící funkce pro kritérium č.10

Kritérium č.11 - Ovládání práce pod tlakem

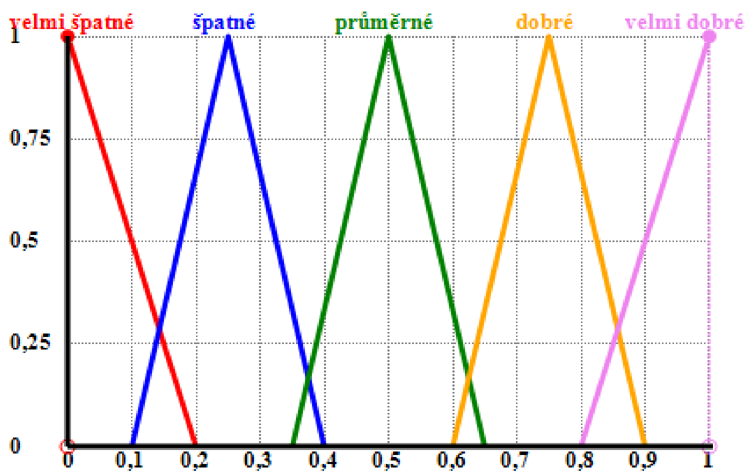
Jelikož se jedná o poměrně moderní sportovní centrum, které se snaží své trenéry co nejvíce představit svým ať už stávajícím či potenciálním klientům, jsou právě z tohoto důvodu trenéři vystaveni tomu, že čas od času jsou s nimi nahrávány rozhovory o tom, jak probíhají jejich tréninky a to společně s jejich ukázkou, ale také, kde trenéři popisují své trenérské zaměření v práci. Dle informace od zaměstnavatele, ale i jednotlivých zaměstnanců, se může stát například taková situace pro trenéry stresující a proto je potřeba, aby trenér takovou situaci v rámci možnosti zvládl. Dále jelikož ne vždy je práce s klienty lehká a klient ne vždy se vším souhlasí, může se tak trenér vyskytnout v situaci, která může být stresující, a i přes to musí zachovat klidnou hlavu a snažit se situaci vyřešit. Právě z tohoto důvodu jsme dospěli společně se zaměstnavatelem k výsledku, že se zdá být dobrý krok zohlednit v hodnocení trenérů i tohle dané kvalitativní kritérium. Hodnoty kritéria mi byly řečeny zaměstnavatelem a uvažovanou jazykovou proměnnou můžeme vidět na obrázku 16. Při hodnocení byla zvolena rozvinutá jazyková škála.



Obrázek 16: Jazyková proměnná pro kritérium č.11

Kritérium č.12 - Reference od klientů

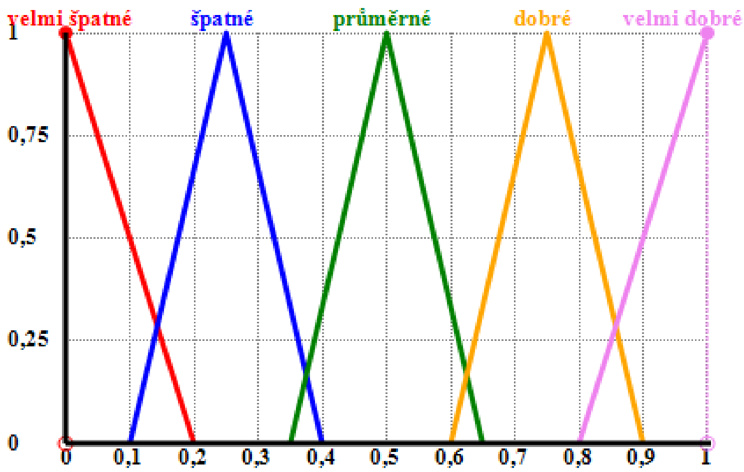
Jedním z dalších kvalitativních kritérií je kritérium, které se týká referencí od klientů. Dá se předpokládat, že díky dobrým referencím od klientů může získat trenér na popularitě a oblíbenosti. Hodnotila jsem zde na základě informací, které mi poskytl zaměstnavatel. Zaměstnavatel tyto informace získá prostřednictvím vyplněných dotazníků, které klienti vyplňují na konci každého druhého měsíce. Jazykovou proměnnou můžeme vidět na obrázku 17. Při hodnocení byla zvolena jednoduchá jazyková škála.



Obrázek 17: Jazyková proměnná pro kritérium č.12

Kritérium č.13 - Reference od bývalého zaměstnavatele

Poslední kvalitativní kritérium se týká referencí od bývalého zaměstnavatele. Od nynějšího zaměstnavatele mi bylo řečeno, že je pro něj reference od bývalého zaměstnavatele taktéž v hodnocení důležitá. Ovšem také mi bylo řečeno, že ze všech výše uvedených kritérií, patří právě tohle kritérium k těm méně důležitým. Kritérium jsem hodnotila na základě informací, které mi byly poskytnuty od zaměstnavatele, který hodnoty získal z životopisů jednotlivých zaměstnanců. Jazykovou proměnnou můžeme vidět na obrázku 18. Při hodnocení byla zvolena jednoduchá jazyková škála.

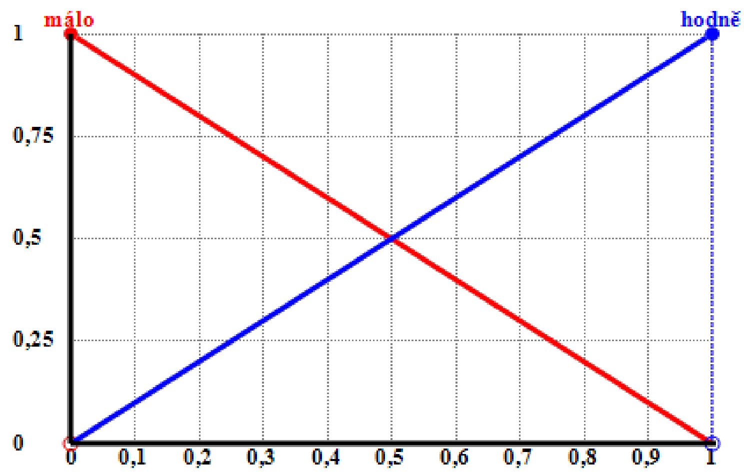


Obrázek 18: Jazyková škála pro kritérium č.13

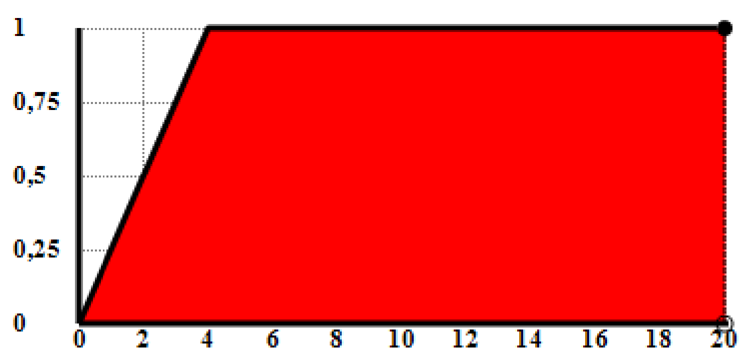
Kritérium č.14 - Počet let ve firmě

Poslední uvažované kritérium je kritérium kvantitativní a týká se počtu let ve firmě. Aby bylo možné nadále použít i toto kritérium při agregaci metodou fuzzy expertní systém, definovala jsem pro tohle kritérium jazykovou proměnnou, kterou můžeme vidět na obrázku 19 a která obsahuje pouze dvě hodnoty – „hodně" a „málo". Dané kritérium souvisí s kritérii č. 12 a č. 13 a bylo zvoleno z toho důvodu, že v případě nového zaměstnance rozhodují především reference od předchozího zaměstnavatele a naopak u zaměstnance, který už ve firmě nějakou dobu pracuje, reference od předchozího zaměstnavatele nejsou už tak důležité a hodnotí se zde převážně podle referencí od klientů. Situace bude blíže popsána v textu níže. Od zaměstnavatele mi bylo také řečeno, že jedním z jeho požadavků při přijímání nových zaměstnanců je předešlá praxe a tudíž se ve firmě nesetkáme s trenérem, který nemá žádnou předešlou praxi. U tohoto kritéria byla zvolena hodnotící funkce, kterou můžeme vidět na obrázku 20. Jak můžeme vidět níže, funkce roste lineárně na intervalu 0 až 4 roky.

Jak už bylo zmíněno v textu výše, při zpracování a tvorbě kritérií jsem nejprve vycházela z kritérií dle požadavků zaměstnavatele. Jelikož jsem během zpracování příkladu v softwaru FuzzME narazila u některých kritérií na výsledky, které byly



Obrázek 19: Jazyková proměnná pro kritérium č.14



Obrázek 20: Hodnotící funkce pro kritérium č.14

ne úplně srozumitelné, došlo následně k jejich úpravě. Jako příklad si můžeme uvést kvantitativní kritérium „působení ve firmě v letech“, které bylo stanoveno zaměstnavatelem a bylo původně zařazeno do třetí oblasti „Úroveň práce“. Při konzultaci se zaměstnavatelem mi bylo řečeno, že po určité době, kterou trenér stráví ve sportovním centru, dochází ke snížení či utlumení pracovní morálky ze strany trenéra a tak požadovaná hodnotící funkce od určitého počtu let měla klesat. Ačkoliv se zdálo být na první pohled takové kritérium použitelné, nemáme žádný důkaz toho, že k poklesu pracovní morálky dojde automaticky u každého trenéra. Zaměstnavatel vycházel ze svých předešlých zkušeností, ovšem jelikož se ve sportovním centru nachází momentálně i trenéři, kteří nejsou ve firmě dlouhou dobu, nemusí se u těchto trenérů pokles pracovní morálky projevit a v takovém případě by tohle kritérium mohlo celý model rozhodit a následně znehodnotit jeho výsledky. Po tom, co jsem objasnila tuhle situaci zaměstnavateli, dohodli jsme se na vyloučení tohoto kritéria ze stromu dílčích cílů s tím, že případný pokles pracovní morálky zaměstnavatel zohlední v kritériích „Spolehlivost“, „Práce v týmu“ a „Pracovní nasazení“.

3.4. Použité metody při agregaci dílčích cílů a celkového cíle

V této podkapitole budou představeny použité metody při agregaci dílčích cílů a cíle celkového. Po vytvoření stromu dílčích cílů a určení popisu jednotlivých kritérií, přicházíme do fáze, kdy je potřeba určit vhodný typ agregace pro jednotlivé dílčí cíle a také pro cíl celkový. Agregační metody, se kterými jsem pracovala v praktické části mé diplomové práce, jsou blíže popsány v kapitole 2.

Jako první si představíme výpočet dílčího cíle týkající se obecné kvalifikace zaměstnance, který zahrnuje kritéria angličtina, komunikační dovednost a fyzická zdatnost. U tohoto dílčího cíle jsem zvolila agregační metodu fuzzy Choquetův integrál. Tuto metodu jsem zvolila především z toho důvodu, že se zde setkáváme s poněkud složitější interakcí a to konkrétně interakcí typu komplementarita. Dochází zde k situaci, kdy je pro zaměstnavatele cennější splnění skupiny dílčích cílů oproti tomu, kdy uvažuje dílčí cíle samostatně. Splnění skupiny dílčích cílů pro něj znamená vyšší hodnotu. Dalo by se předpokládat, že pro trenéra bude nejdůležitější kritérium jeho fyzická zdatnost, ale je potřeba brát v úvahu, že pouze dobrá fyzická zdatnost z něj nebude dělat dobrého zaměstnance. Proto je pro něj potřeba k tomu aby dokázal vykonávat svoji práci kvalitně, mít také dobré komunikační schopnosti a s tím souvisí i znalost anglického jazyka. Nejprve jsem tedy dle požadavků zaměstnavatele navrhla fuzzy míru, a to následovně:

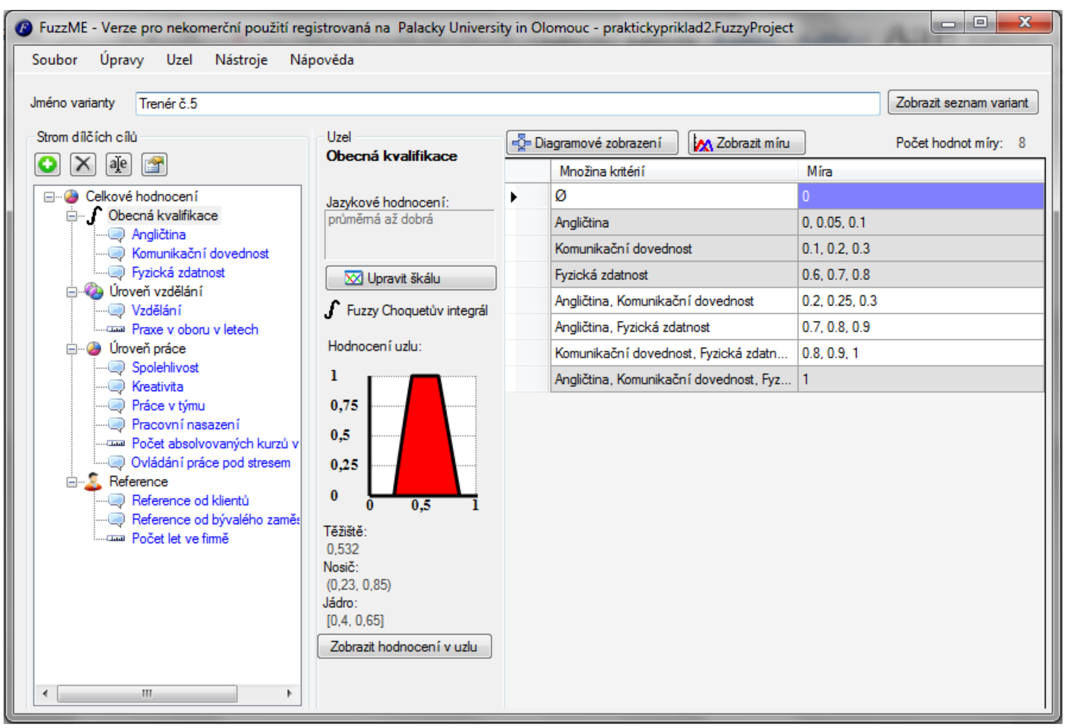
- $\mu(\emptyset) = 0;$
- $\mu(\textit{Angličtina}) = 0,05;$
- $\mu(\textit{Komunikační dovednost}) = 0,2;$
- $\mu(\textit{Fyzická zdatnost}) = 0,6;$
- $\mu(\textit{Angličtina}, \textit{Komunikační dovednost}) = 0,3;$
- $\mu(\textit{Angličtina}, \textit{Fyzická zdatnost}) = 0,85;$
- $\mu(\textit{Komunikační dovednost}, \textit{Fyzická zdatnost}) = 0,95;$
- $\mu(\textit{Angličtina}, \textit{Komunikační dovednost}, \textit{Fyzická zdatnost}) = 1.$

Jelikož je pro agregaci metodou fuzzy Choquetův integrál v softwaru FuzzME potřeba zadat FNV-fuzzy míru pro jednotlivé kritéria, ale i pro jejich dvojice, byly hodnoty v této fuzzy míře nahrazeny fuzzy čísly. Takto vytvořenou FNV-fuzzy míru lze vidět na obrázku 21. Pro ukázku, jak vypadá zadávání FNV-fuzzy míry v softwaru FuzzME nám slouží obrázek 22.

Druhá oblast se týká úrovně vzdělání zaměstnance. U této oblasti jsem se rozhodla pro použití agregační metody FuzzyWOWA. Jak už bylo uvedeno v textu výše (podkapitola 2.6), jedná se o zobecnění váženého průměru a OWA operátoru. Tuto metodu jsem si vybrala z toho důvodu, jelikož chci zohlednit váhy dílčích cílů, ale také preferenci hodnocení dílčích cílů a to dle jejich uspořádání. Při použití metody v softwaru FuzzME je potřeba zadat hodnoty vah tykající

Množina kritérií	FNV – fuzzy míra
Ø	0
Angličtina	0; 0,05; 0,1
Komunikační dovednost	0,15; 0,2; 0,25
Fyzická zdatnost	0,5; 0,6; 0,7
Angličtina, Komunikační dovednost	0,2; 0,3; 0,4
Angličtina, Fyzická zdatnost	0,8; 0,85; 0,9
Komunikační dovednost, Fyzická zdatnost	0,9; 0,95; 1
Angličtina, Komunikační dovednost, Fyzická zdatnost	1

Obrázek 21: FNV-fuzzy míra

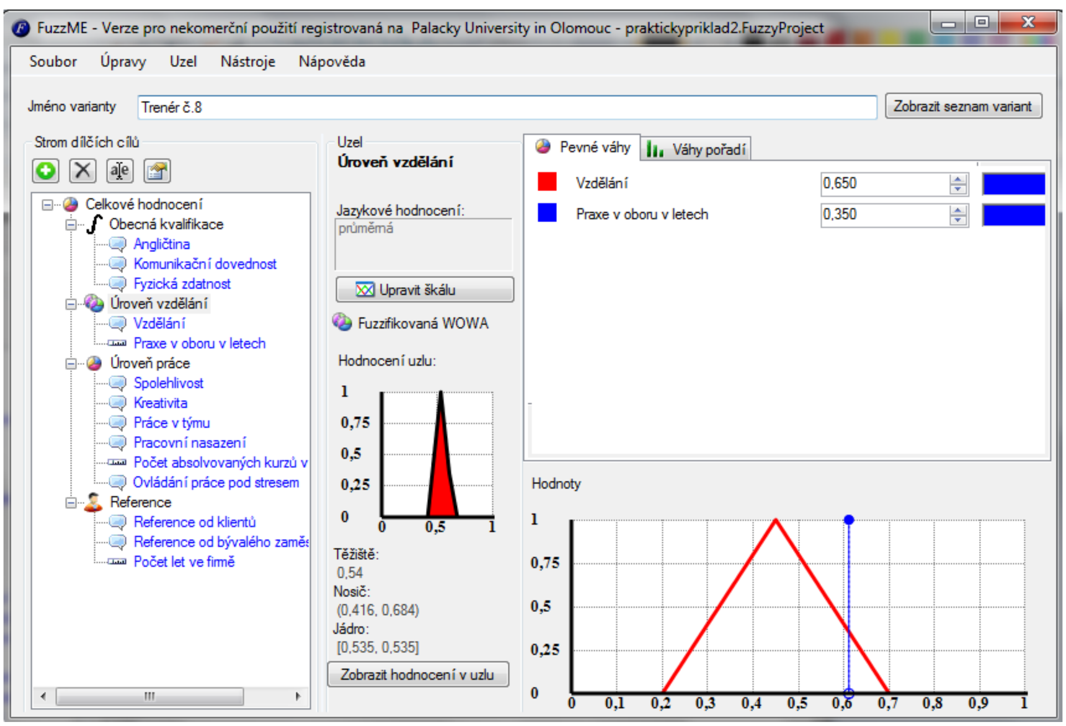


Obrázek 22: Ukázka zadávání FNV-fuzzy míry v softwaru FuzzME

se jednotlivých kritérií (pevné váhy) a také hodnoty vah, které jsou spojeny s uspořádaným dílčím hodnocením (váhy pořadí). Na obrázku 23 můžeme vidět rozdělení jednotlivých vah podle požadavků zaměstnavatele. Na konzultaci se zaměstnavatelem mi bylo řečeno, že je pro něj vzdělání významnější než praxe. Dále je pro něj důležité, aby trenér měl alespoň jedno z výše uvedených, tedy měl vzdělání, nebo praxi v oboru. Právě z tohoto důvodu je přiřazena vyšší váha pro kritérium, kde má pracovník lepší hodnocení. Společně jsme tedy došli k rozdělení vah v takovém poměru, jaký můžeme vidět na obrázku 23. Pro představu, jak takové zadávání vah v softwaru vypadá nám slouží obrázek 24.

Kritérium	Pevné váhy	Váhy pořadí
Vzdělání	0.65	0.75
Praxe v oboru v letech	0.35	0.25

Obrázek 23: Pevné váhy a váhy pořadí



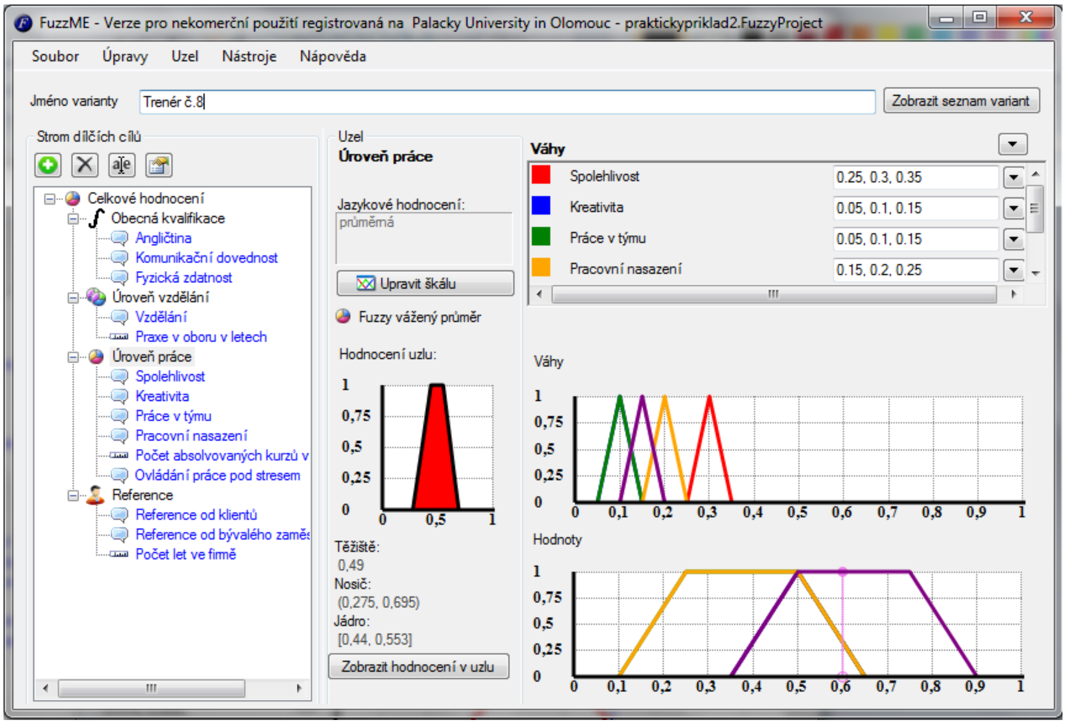
Obrázek 24: Ukázka pevných vah a vah pořadí v softwaru FuzzME

Třetí oblast se týká úrovně práce zaměstnance. Tento dílčí cíl v sobě zahrnuje kritéria spolehlivost, kreativita, práce v týmu, pracovní nasazení, počet absolvovaných kurzů v oboru a ovládání práce pod tlakem. U tohoto dílčího cíle jsem se rozhodla použít agregační metodou FuzzyWA a to z toho důvodu, jelikož zaměstnavatel klade různý důraz (váhu) na jednotlivá kritéria a nejsou zde interakce, které by vyžadovaly použití pokročilejších metod. Při použití metody FuzzyWA je nejdřív potřeba v softwaru zadat normované fuzzy váhy, které byly definovány v podkapitole 2.4. V našem reálném příkladě důležitost jednotlivých kritérií odhadl právě zaměstnavatel, a to tak, že se odhady důležitosti jednotlivých kritérií pohybují v intervalu od 15 % do 35 %. Konkrétně byly zvoleny zaměstnavatelem tyto hodnoty: 0.3 pro Spolehlivost, 0.1 pro Kreativitu, 0.1 pro Práci v týmu, 0.2 pro Pracovní nasazení, 0.15 pro Počet absolvovaných kurzů v oboru a 0.15 pro Ovládání práce pod tlakem. Následně jsem z těchto odhadů vytvořila trojúhelníková fuzzy čísla přidáním neurčitosti 0.05 na obě strany. Získané normované fuzzy váhy můžeme vidět na obrázku 25. Software nám následně vypočítá dílčí hodnocení. Jednotlivá dílčí hodnocení budou uvedena v textu níže a to při popisu jednotlivých variant. Pro ukázku, jak vypadá zadávání normovaných vah v software FuzzME nám slouží obrázek 26.

Kritérium	Normované fuzzy váhy
Spolehlivost	0,25; 0,3; 0,35
Kreativita	0,05; 0,1; 0,15
Práce v týmu	0,05; 0,1; 0,15
Pracovní nasazení	0,15; 0,2; 0,25
Počet absolvovaných kurzů v oboru	0,1; 0,15; 0,2
Ovládání práce pod tlakem	0,1; 0,15; 0,2

Obrázek 25: Normované fuzzy váhy

Jak můžeme vidět na obrázku 25, pro zaměstnavatele má největší váhu z uvažovaných kritérií kritérium „Spolehlivost“. Dále je pro něj důležité pracovní nasazení zaměstnance.



Obrázek 26: Zadávání normovaných fuzzy vah v softwaru FuzzME

Jako poslední dílčí cíl je cíl týkající se referencí. Konkrétně se jedná o reference od klientů a od bývalých zaměstnavatelů. U této oblasti jsem se rozhodla pro aplikaci metody fuzzy expertní systém. Při aplikaci této agregační metody je potřeba nadefinovat v softwaru bázi fuzzy pravidel. U tohoto dílčího cíle se setkáváme se situací, kdy je potřeba zohlednit, že u nového pracovníka může nastat případ, kdy u něj nemáme zatím dostatek referencí od klientů, a proto může být posuzováno, kde pracoval dříve. U pracovníka, který je u zaměstnavatele už nějakou dobu, ale naopak to, kde pracoval dříve je naprosto nepodstatné a hodnocení by mělo být čistě jen podle referencí od klientů. Z tohoto důvodu byla vytvořena báze pravidel, která se skládá celkem z 50 pravidel. Jelikož zorientovat se v takovém počtu pravidel se zdá být složité, je báze pravidel rozdělena na 25 pravidel pro případ, kdy je počet let ve firmě nízký (dle požadavků zaměstnavatele se jedná o počet menší než 4 roky) a dalších 25 pravidel pro případ, kdy je počet let ve firmě vyšší (déle než 4 roky). Uvedené báze pravidel můžeme vidět na obrázku 27 a obrázku 28. Jak už bylo zmíněno v textu výše, jedním z požadavků zaměstnavatele při přijímání nových zaměstnanců je předešlá praxe a tudíž se ve firmě nesetkáme s trenérem, který nemá žádnou předešlou praxi.

		Reference od bývalého zaměstnavatele				
		Velmi špatné	**Špatné**	**Průměrné**	**Dobré**	**Velmi dobré**
Reference od klientů	**Velmi špatné**	Velmi špatné	Špatné	Průměrné	Dobré	Velmi dobré
	Špatné	Velmi špatné	Špatné	Průměrné	Dobré	Velmi dobré
	Průměrné	Velmi špatné	Špatné	Průměrné	Dobré	Velmi dobré
	Dobré	Velmi špatné	Špatné	Průměrné	Dobré	Velmi dobré
	Velmi dobré	Velmi špatné	Špatné	Průměrné	Dobré	Velmi dobré

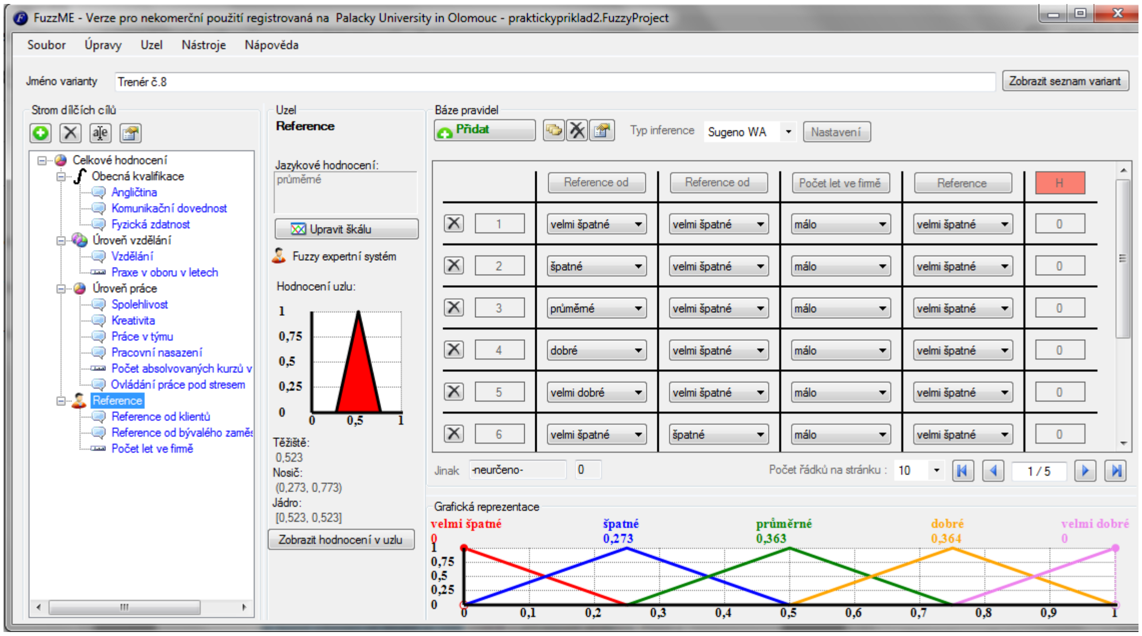
Obrázek 27: Báze pravidel v případě malého počtu let ve firmě

		Reference od bývalého zaměstnavatele				
		Velmi špatné	**Špatné**	**Průměrné**	**Dobré**	**Velmi dobré**
Reference od klientů	**Velmi špatné**	Velmi špatné	Velmi špatné	Velmi špatné	Velmi špatné	Velmi špatné
	Špatné	Špatné	Špatné	Špatné	Špatné	Špatné
	Průměrné	Průměrné	Průměrné	Průměrné	Průměrné	Průměrné
	Dobré	Dobré	Dobré	Dobré	Dobré	Dobré
	Velmi dobré	Velmi dobré	Velmi dobré	Velmi dobré	Velmi dobré	Velmi dobré

Obrázek 28: Báze pravidel v případě velkého počtu let ve firmě

Pro ukázku, jak takové zadávání pravidel vypadá v softwaru slouží obrázek 29, kdy každý řádek reprezentuje právě jedno pravidlo. Například první pravidlo, které můžeme vidět na obrázku 29 nám říká následující: Jestliže *Reference od klientů* jsou *Velmi špatné* a *Reference od bývalého zaměstnavatele* jsou *Velmi špatné* a *Počet let ve firmě* je *Málo* potom *Reference* jsou *Velmi špatné*. Jako další krok je potřeba zvolit typ inference, tedy s jakým inferenčním algoritmem budeme chtít pracovat. Pro moji práci byl použit zobecněný Sugenův inferenční algoritmus, který je popsán v podkapitole 2.8.

Po představení metod, které byly aplikovány na jednotlivé dílčí cíle je potřeba se podívat na poslední agregaci, a to na agregaci použitou u celkového hodnocení zaměstnance. V tomto případě byla uvažována agregační metoda FuzzyWA a to z důvodu, že zaměstnavatel opět klade různý důraz na jednotlivé dílčí cíle. Na obrázku 30 můžeme vidět rozdělení vah dle požadavků zaměstnavatele, který se zde rozhodoval stejným způsobem, jako v případě třetí oblasti. Zaměstnavatel

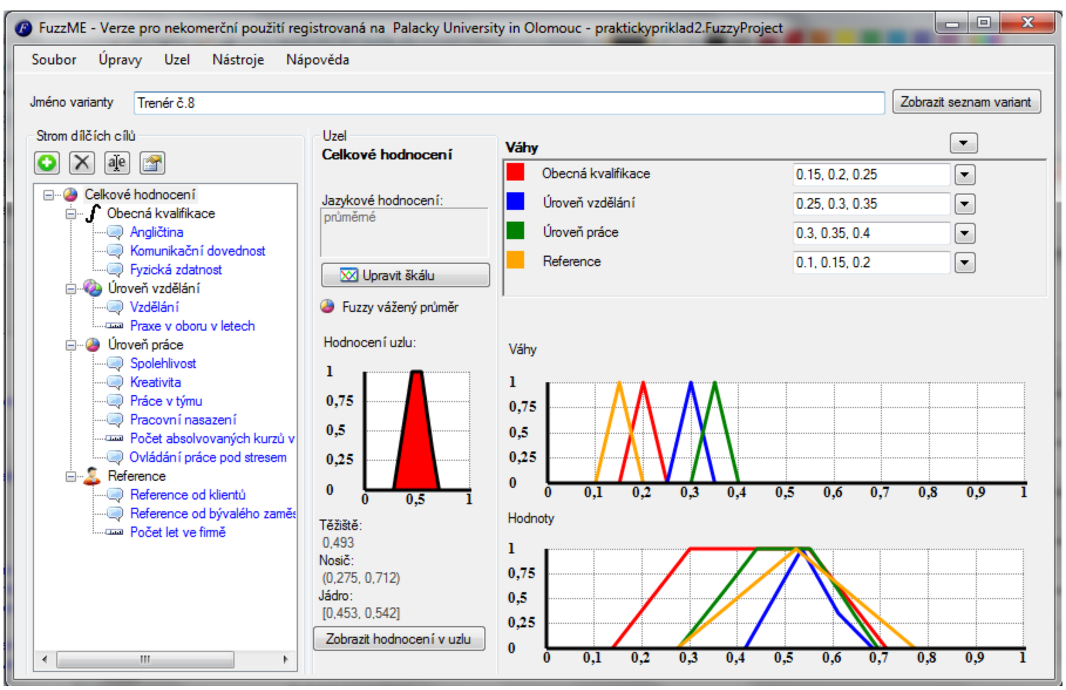


Obrázek 29: Ukázka zadávání báze pravidel v softwaru FuzzME

tedy opět nejdříve odhadl důležitost jednotlivých kritérií. Konkrétně byly zvoleny zaměstnavatelem hodnoty 0.2 pro Obecnou kvalifikaci, 0.3 pro Úroveň vzdělání, 0.35 pro Úroveň práce a 0.15 pro Reference, ze kterých jsem následně pro potřeby softwaru vytvořila normované fuzzy váhy přidáním neurčitosti 0.05 na obě strany. Dle informací, které mi sděleny zaměstnavatelem, klade zaměstnavatel největší důraz na dílčí cíl týkající se úrovně práce zaměstnance. Dále je pro něj důležitá úroveň vzdělání a obecná kvalifikace a jako poslední klade důraz na reference. Co se týče dílčího cíle, který se týká referencí, bylo mi zaměstnavatelem řečeno, že v současné době se firma potýká s problémem týkající se kvalitou těchto dat, a že špatné reference od klientů ne vždy svědčili o přítomnosti problému. Právě z tohoto důvodu se rozhodl zaměstnavatel být opatrný s přímým zapojením daného dílčího cíle do hodnocení s vyšší váhou. Pro zajímavost na obrázku 31 můžeme vidět zadávání normovaných fuzzy vah do softwaru FuzzME.

Dílčí cíl	Normované fuzzy váhy
Obecná kvalifikace	0,15; 0,2; 0,25
Úroveň vzdělání	0,25; 0,3; 0,35
Úroveň práce	0,3; 0,35; 0,4
Reference	0,1; 0,15; 0,2

Obrázek 30: Normované fuzzy váhy u celkového cíle



Obrázek 31: Ukázka zadávání normovaných fuzzy vah v softwaru FuzzME

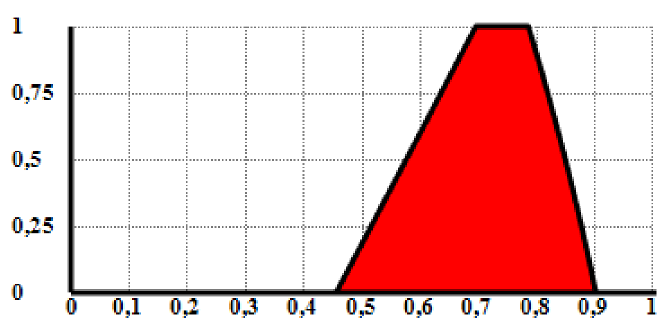
3.5. Jednotlivé varianty a jejich výsledné hodnocení

V této podkapitole si uvedeme hodnoty kritérií jednotlivých variant, které byly zadávány do softwaru FuzzME. U kvalitativních kritérií můžeme vidět slovně vyjádřené hodnocení a naopak u kvantitativních kritérií je hodnota kritéria vyjádřena v našem případě reálnými čísly. Hodnocení kvantitativního kritéria je následně (fuzzy) číslo na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, kde 0 znamená, že nejsme s hodnotou kritéria vůbec spokojeni a naopak 1 znamená naprostou spokojenost. Jednotlivé hodnoty kritérií jsou pro lepší orientaci zadány v tabulkách. Na jednotlivých obrázcích můžeme vidět slovně vyjádřené celkové hodnocení daného trenéra. Dále pod každou tabulkou lze vidět také výsledné celkové hodnocení vyjádřené pomocí fuzzy čísla. Jak už bylo zmíněno v textu výše, z důvodu zachování anonymity budou jednotliví trenéři označení číslicemi od 1 do 10.

Před zpracováním výsledků hodnocení byly dosažené výsledky představeny zaměstnavateli, který následně jednotlivé celkové hodnocení společně s hodnoceními dílčími osobně sám prošel. V případě, že by se zaměstnavateli některé z hodnocení nezdálo být odpovídající jeho představám o konkrétním trenérovi, dospěli jsme společně se zaměstnavatelem k dohodě, že by v takovém případě došlo ze strany zaměstnavatele k hlubšímu prozkoumání, kde by mohl být nesoulad jeho představ a výsledků softwaru FuzzME a následně by zaměstnavatel navrhl podle svých požadavků úpravy. Po konzultaci se zaměstnavatel, mi bylo řečeno, že dosažené výsledky odpovídají jeho představám a díky poskytnutým informacím může mít přehled o svých jednotlivých trenérech a může tak rozvíjet jejich silné stránky a nebo naopak pracovat na zlepšení stránek slabých.

Celkové hodnocení	Dobré
Obecná kvalifikace	**Průměrná až dobrá**
Angličtina	Mírně pokročilý až středně pokročilý
Komunikační dovednost	Podprůměrná až průměrná
Fyzická zdatnost	Průměrná až nadprůměrná
Úroveň vzdělání	**Dobré až velmi dobré**
Vzdělání	Vysoká škola v oboru
Praxe v oboru v letech	5
Úroveň práce	**Dobrá až velmi dobrá**
Spolehlivost	Dobrá
Kreativita	Velmi dobrá
Práce v týmu	Dobrá až velmi dobrá
Pracovní nasazení	Dobré až velmi dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	17
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Průměrné**
Reference od klientů	Průměrné
Reference od bývalého zaměstnavatele	Průměrné
Počet let ve firmě	3

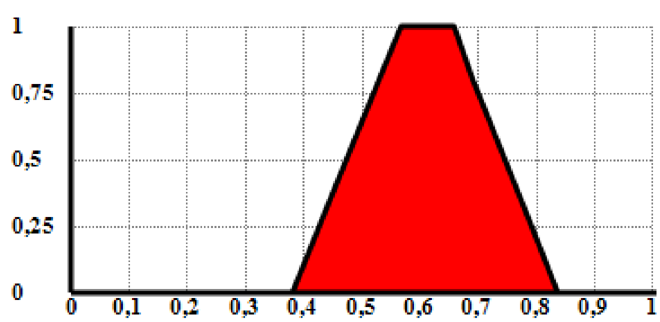
Obrázek 32: Hodnocení trenéra č.1



Obrázek 33: Celkové hodnocení trenéra č.1

Celkové hodnocení	Průměrné až dobré
Obecná kvalifikace	**Průměrná až dobrá**
Angličtina	Mírně pokročilý až středně pokročilý
Komunikační dovednost	Průměrná až nadprůměrná
Fyzická zdatnost	Průměrná až nadprůměrná
Úroveň vzdělání	**Průměrná**
Vzdělání	Střední škola
Praxe v oboru v letech	5
Úroveň práce	**Průměrná až dobrá**
Spolehlivost	Průměrná
Kreativita	Dobrá
Práce v týmu	Průměrná až dobrá
Pracovní nasazení	Dobré až velmi dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	11
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Dobré**
Reference od klientů	Dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Dobré
Počet let ve firmě	4

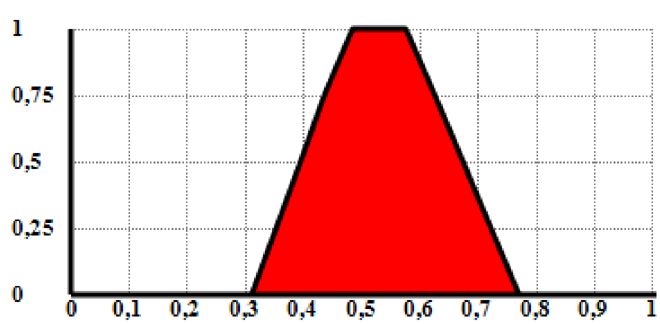
Obrázek 34: Hodnocení trenéra č.2



Obrázek 35: Celkové hodnocení trenéra č.2

Celkové hodnocení	Průměrné
Obecná kvalifikace	**Průměrná až dobrá**
Angličtina	Začátečník až mírně pokročilý
Komunikační dovednost	Podprůměrná až průměrná
Fyzická zdatnost	Nadprůměrná až výborná
Úroveň vzdělání	**Průměrná**
Vzdělání	Střední škola
Praxe v oboru v letech	3
Úroveň práce	**Průměrná**
Spolehlivost	Průměrná
Kreativita	Průměrná
Práce v týmu	Průměrná až dobrá
Pracovní nasazení	Průměrné až dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	10
Ovládání práce pod stresem	Špatné až průměrné
Reference	**Průměrné**
Reference od klientů	Průměrné
Reference od bývalého zaměstnavatele	Průměrné
Počet let ve firmě	1

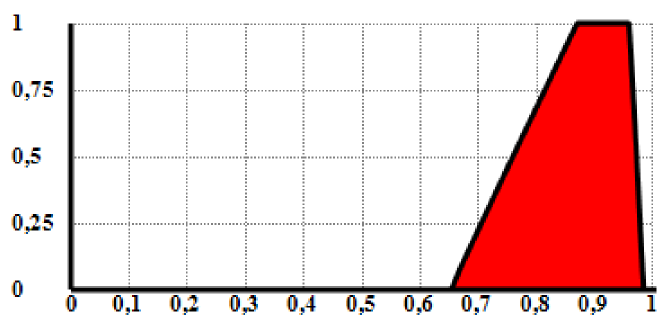
Obrázek 36: Hodnocení trenéra č.3



Obrázek 37: Celkové hodnocení trenéra č.3

Celkové hodnocení	Dobré až velmi dobré
Obecná kvalifikace	**Dobrá až velmi dobrá**
Angličtina	Vysoce pokročilý až nejvíce pokročilý
Komunikační dovednost	Nadprůměrná až výborná
Fyzická zdatnost	Nadprůměrná až výborná
Úroveň vzdělání	**Dobrý až velmi dobrá**
Vzdělání	Vysoká škola v oboru
Praxe v oboru v letech	10
Úroveň práce	**Dobrá až velmi dobrá**
Spolehlivost	Velmi dobrá
Kreativita	Velmi dobrá
Práce v týmu	Dobrá až velmi dobrá
Pracovní nasazení	Dobré až velmi dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	28
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Velmi dobré**
Reference od klientů	Velmi dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Dobré
Počet let ve firmě	7

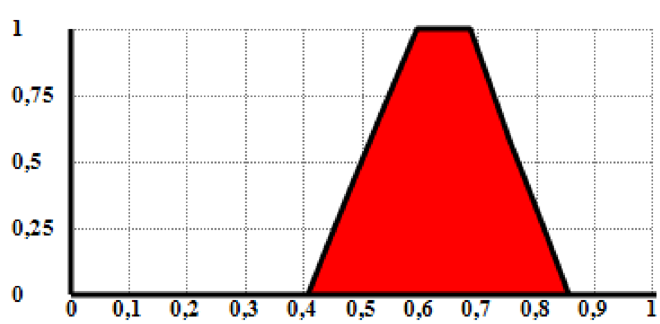
Obrázek 38: Hodnocení trenéra č.4



Obrázek 39: Celkové hodnocení trenéra č.4

Celkové hodnocení	Průměrné až dobré
Obecná kvalifikace	**Průměrná až dobrá**
Angličtina	Začátečník až mírně pokročilý
Komunikační dovednost	Podprůměrná až průměrná
Fyzická zdatnost	Průměrná až nadprůměrná
Úroveň vzdělání	**Průměrná**
Vzdělání	Střední škola
Praxe v oboru v letech	6
Úroveň práce	**Průměrná až dobrá**
Spolehlivost	Dobrá
Kreativita	Dobrá
Práce v týmu	Dobrá až velmi dobrá
Pracovní nasazení	Průměrné až dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	17
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Velmi dobré**
Reference od klientů	Dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Velmi dobré
Počet let ve firmě	5

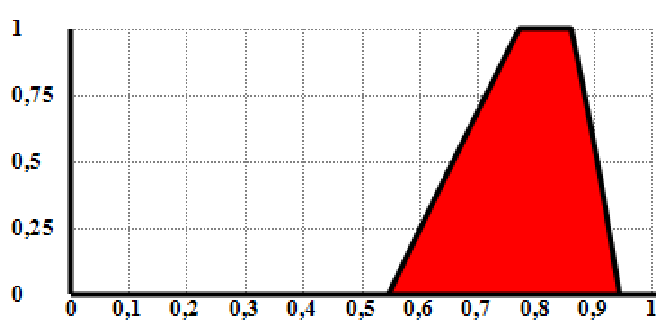
Obrázek 40: Hodnocení trenéra č.5



Obrázek 41: Celkové hodnocení trenéra č.5

Celkové hodnocení	Dobré
Obecná kvalifikace	**Průměrná až dobrá**
Angličtina	Středně pokročilý až vysoce pokročilý
Komunikační dovednost	Průměrná až nadprůměrná
Fyzická zdatnost	Průměrná až nadprůměrná
Úroveň vzdělání	**Dobrá až velmi dobrá**
Vzdělání	Vysoká škola v oboru
Praxe v oboru v letech	9
Úroveň práce	**Dobrá**
Spolehlivost	Dobrá
Kreativita	Dobrá
Práce v týmu	Průměrná až dobrá
Pracovní nasazení	Dobré až velmi dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	24
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Velmi dobré**
Reference od klientů	Velmi dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Dobré
Počet let ve firmě	5

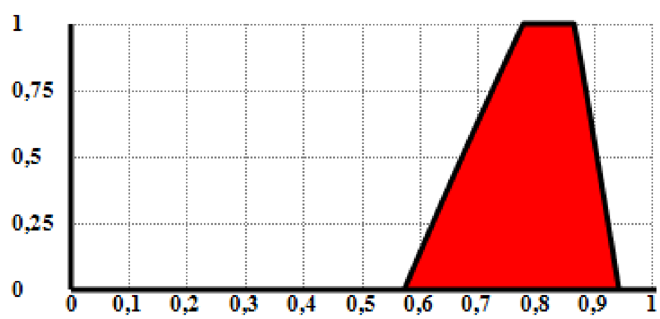
Obrázek 42: Hodnocení trenéra č.6



Obrázek 43: Celkové hodnocení trenéra č.6

Celkové hodnocení	Dobré
Obecná kvalifikace	**Dobrá až velmi dobrá**
Angličtina	Středně pokročilý až vysoce pokročilý
Komunikační dovednost	Nadprůměrná až výborná
Fyzická zdatnost	Nadprůměrná až výborná
Úroveň vzdělání	**Dobrá**
Vzdělání	Vysoká škola v oboru
Praxe v oboru v letech	3
Úroveň práce	**Dobrá**
Spolehlivost	Dobrá
Kreativita	Dobrá
Práce v týmu	Dobrá až velmi dobrá
Pracovní nasazení	Dobré až velmi dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	11
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Dobré**
Reference od klientů	Dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Dobré
Počet let ve firmě	1

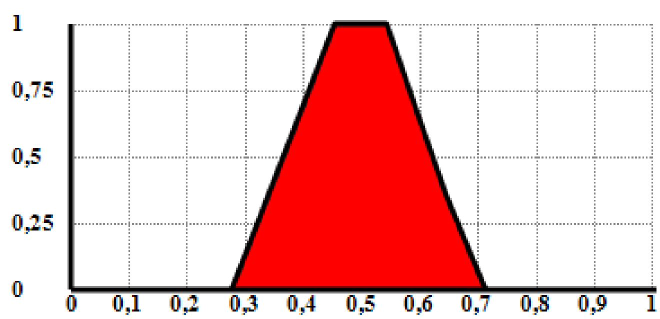
Obrázek 44: Hodnocení trenéra č.7



Obrázek 45: Celkové hodnocení trenéra č.7

Celkové hodnocení	Průměrné
Obecná kvalifikace	**Špatná až průměrná**
Angličtina	Mírně pokročilý až středně pokročilý
Komunikační dovednost	Průměrná až nadprůměrná
Fyzická zdatnost	Podprůměrná až průměrná
Úroveň vzdělání	**Průměrná**
Vzdělání	Střední škola
Praxe v oboru v letech	7
Úroveň práce	**Průměrná**
Spolehlivost	Průměrná
Kreativita	Průměrná
Práce v týmu	Špatná až průměrná
Pracovní nasazení	Špatné až průměrné
Počet absolvovaných kurzů v oboru	12
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Průměrné**
Reference od klientů	Průměrné
Reference od bývalého zaměstnavatele	Průměrné
Počet let ve firmě	2

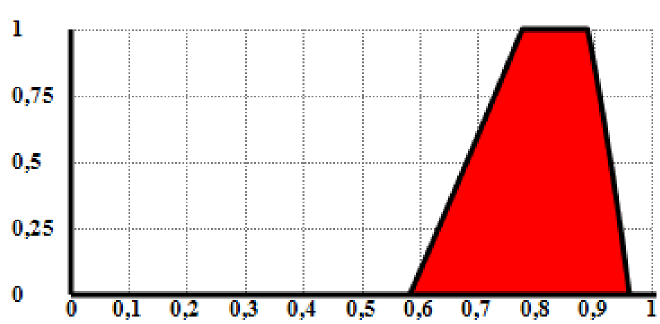
Obrázek 46: Hodnocení trenéra č.8



Obrázek 47: Celkové hodnocení trenéra č.8

Celkové hodnocení	Dobré až velmi dobré
Obecná kvalifikace	**Dobrá až velmi dobrá**
Angličtina	Vysoce pokročilý až nejvíce pokročilý
Komunikační dovednost	Nadprůměrná až výborná
Fyzická zdatnost	Nadprůměrná až výborná
Úroveň vzdělání	**Dobrá až velmi dobrá**
Vzdělání	Vysoká škola v oboru
Praxe v oboru v letech	9
Úroveň práce	**Dobrá až velmi dobrá**
Spolehlivost	Velmi dobrá
Kreativita	Průměrná
Práce v týmu	Dobrá až velmi dobrá
Pracovní nasazení	Průměrné až dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	26
Ovládání práce pod stresem	Dobré až velmi dobré
Reference	**Velmi dobré**
Reference od klientů	Velmi dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Dobré
Počet let ve firmě	6

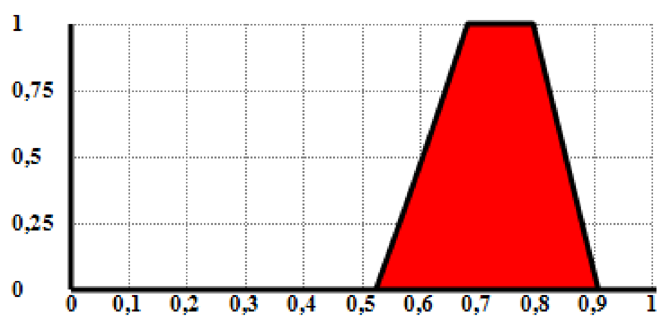
Obrázek 48: Hodnocení trenéra č.9



Obrázek 49: Celkové hodnocení trenéra č.9

Celkové hodnocení	Dobré
Obecná kvalifikace	**Průměrná až dobrá**
Angličtina	Začátečník až mírně pokročilý
Komunikační dovednost	Podprůměrná až průměrná
Fyzická zdatnost	Nadprůměrná až výborná
Úroveň vzdělání	**Dobré až velmi dobré**
Vzdělání	Vysoká škola v oboru
Praxe v oboru v letech	8
Úroveň práce	**Dobrá**
Spolehlivost	Dobrá
Kreativita	Dobrá
Práce v týmu	Průměrná až dobrá
Pracovní nasazení	Dobré až velmi dobré
Počet absolvovaných kurzů v oboru	16
Ovládání práce pod stresem	Průměrné až dobré
Reference	**Velmi dobré**
Reference od klientů	Dobré
Reference od bývalého zaměstnavatele	Velmi dobré
Počet let ve firmě	3

Obrázek 50: Hodnocení trenéra č.10



Obrázek 51: Celkové hodnocení trenéra č.10

3.6. Zpracování výsledků hodnocení

V této podkapitole jsem vycházela z literatury [12]. Jak lze vidět v textu výše, výstupem softwaru FuzzME je celkového hodnocení jednotlivých variant (trenérů), které můžeme vidět na obrázku 52. Hodnocení je zde popsáno slovně a je vyjádřeno pomocí fuzzy čísel. K porovnání jednotlivých variant existuje více metod. Jelikož se v softwaru FuzzME nabízí porovnat jednotlivé varianty mezi sebou podle těžiště, vybrala jsem si právě metodu, která tímto způsobem funguje. Jinými slovy metoda těžiště pracuje na tom principu, že mezi sebou porovnává varianty dle hodnot těžišť jednotlivých výsledných fuzzy hodnocení. Ještě před porovnáním je potřeba si zadefinovat pojmy tzv. těžiště fuzzy čísla a také, jak funguje uspořádání dle těžiště.

Definice 3.1 (Těžiště fuzzy čísla)**.** *Nechť je dáno fuzzy číslo U definované na intervalu $\langle 0, 1\rangle$, které není vyjádřené reálným číslem. Potom těžiště fuzzy čísla U je definováno vzorcem:*

$$t_U = \frac{\int_0^1 U(x)x \,\mathrm{d}x}{\int_0^1 U(x) \,\mathrm{d}x}.$$

Pokud fuzzy číslo $U = u$, $u \in \langle 0, 1\rangle$ je reálné číslo, potom klademe $t_U = u$.

Poznámka 3.1. *K definici 3.1 je potřeba zmínit, co je myšleno výrazem, že fuzzy číslo je reálné číslo. Je tím myšleno, že pro takové fuzzy číslo U existuje reálné číslo u, takové, že $U(u) = 1$ a $U(x) = 0$ pro $\forall x \in R$ taková, že $x \neq u$.*

Definice 3.2 (Uspořádání dle těžiště)**.** *Nechť je dána konečná množina hodnocených variant $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Nechť hodnocení variant $x_i, i = 1, \ldots, n$ jsou vyjádřena fuzzy čísly U_i, které jsou definované na intervalu $\langle 0, 1\rangle$, pro která známe těžiště t_i. Pak řekneme, že varianta $x_i \in X$ je lepší než varianta $x_j \in X$, kde $j = 1, 2, \ldots, n$, vzhledem k hodnotám těžišť, značíme*

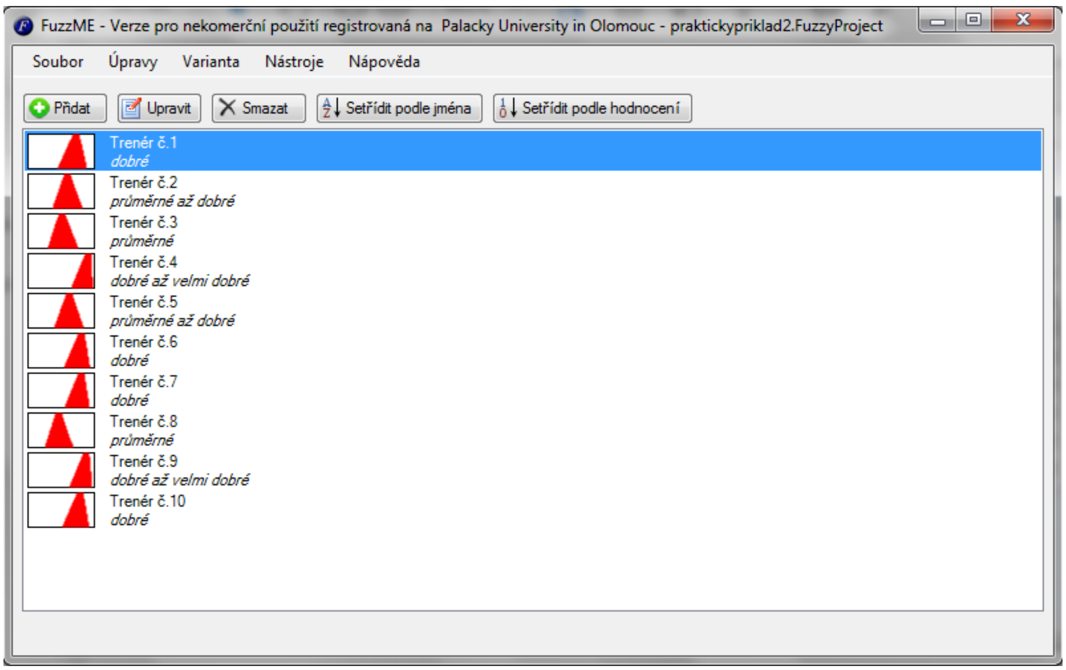
$$x_i >_t x_j,$$

jestliže platí

$$t_i > t_j.$$

Podobně

$$x_i <_t x_j \Leftrightarrow t_i < t_j,\; x_i =_t x_j \Leftrightarrow t_i = t_j.$$



Obrázek 52: Celkové hodnocení jednotlivých variant

Varianta	Hodnota těžiště	Celkové hodnocení
Trenér č. 4	0.856	Dobré až velmi dobré
Trenér č. 9	0.835	Dobré až velmi dobré
Trenér č. 7	0.786	Dobré
Trenér č. 6	0.773	Dobré
Trenér č. 10	0.765	Dobré
Trenér č. 1	0.701	Dobré
Trenér č. 5	0.632	Průměrné až dobré
Trenér č. 2	0.615	Průměrné až dobré
Trenér č. 3	0.530	Průměrné
Trenér č. 8	0.496	Průměrné

Obrázek 53: Porovnání jednotlivých variant dle těžiště

Na závěr jsem zaměstnavateli představila jednak výsledné celkové hodnocení jednotlivých trenérů, ale také porovnání trenérů, které můžeme vidět na obrázku 53. Trenéři jsou zde porovnaní sestupně, a to podle hodnoty jejich těžiště.

Závěr

Ve své práci jsem se zabývala využitím aparátu fuzzy množin ve vícekriteriálním hodnocení při existence závislosti mezi kritérii a následně jsem ilustrovala danou problematiku na praktickém příkladě.

V první kapitole jsme se zaměřili na definování a shrnutí základních pojmů teorie fuzzy množin, což bylo nezbytné pro pochopení dané problematiky mé diplomové práce. Následně jsme si v druhé kapitole popsali matematický řešič vícekriteriálního hodnocení, a to společně s agregačními metodami, přičemž tyto poznatky byly následně využity v praktické části práce.

Poslední část mé diplomové práce se týká reálného případu z mého okolí, kde jsem si výše uvedené získané informace ověřila a vyzkoušela. Praktický příklad v mé diplomové práci se týká hodnocení zaměstnanců sportovního centra a je zpracován v softwaru FuzzME. Cílem praktické části této diplomové práce bylo navrhnout vhodný model hodnocení zaměstnanců, nastavit jeho parametry, otestovat je a následně vyladit na reálných datech. Mým úkolem bylo, co nejvíce vyhovět požadavkům zaměstnavatele a na jejich základě vytvořit matematický model hodnocení, ale také korigovat požadavky správným směrem tak, aby výsledné hodnocení bylo pro zaměstnavatele smysluplné a použitelné.

Díky mé práci jsme se dozvěděla spoustu nových informací týkajících se teorie fuzzy množin a své získané informace jsme si následně ověřila v praktickém příkladě z mého okolí. Doufám, že má práce nejen poslouží zaměstnavateli sportovního centra, ale také pomůže čtenářům získat více informací o agregačních metodách a celkově rozšíří pojem fuzzy množin.

Literatura

[1] Bebčáková, I.: *Fuzzy metody agregace v rozhodovacích úlohách.* Ph.D. disertační práce, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci, 2012.

[2] Choquet, G.: *Theory of capacities.* Annales de l'institut Fourier, 5:131-295, 1953.

[3] Holeček, P.: *Fuzzy models of multiple-criteria evaluation and fuzzy classification.* Ph.D. disertační práce, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci, 2015.

[4] Holeček, P., Talašová, J., : *Multiple-Criteria Fuzzy Evaluation: The FuzzME Software Package.* Proceedings of the Joint 2009 International Fuzzy Systems Association World Congress and 2009 European Society of Fuzzy Logic and Technologoy Conference, Lisbon, Portugal, July 20-24, pp.681-686, 2009.

[5] Holeček, P., Talašová, J., Müller, I.: *Fuzzy Methods of Multiple-Criteria Evaluation and their Software Implementation.* Cross-disciplinary applications of artificial intelligence and pattern recognition, IGI Global, USA, 2012.

[6] Kosko, B.: *Fuzzy thinking: The new science of fuzzy logic.* Hyperion, New York, 1993.

[7] Mamdani, E. H., Assilian, S.: *An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller.* International Journal of Man-Machine Studies, 7:1-13, 1975.

[8] Pavlačka, O.: *Definition of the Choquet integral with respect to fuzzified fuzzy measure.* http://aix-slx.upol.cz/~pavlacka/fuzzy_choquet.pdf, citováno: 2019-04-16.

[9] Pavlačka, O., Talašová J.: *Application of the fuzzy weighted average of fuzzy numbers in decision-making models.* New Dimensions in Fuzzy Logic and

Related Technologies, Proceedings of the 5th EUSFLAT Conference, Ostrava, Czech republic, September 11-14 2007, (Eds. M. Štěpnička, V. Novák, U Bodenhofer), Ostravská univerzita, Ostrava, pp. 455-462, 2007.

[10] Sugeno, M.: *Theory of fuzzy integrals and its applications.* Ph.D. disertační práce, Tokyo Institute of Technology, 1974.

[11] Sugeno, M.: *An Introductory survey on fuzzy Control.* Information Sciences, pp. 36:59-83, 1985.

[12] Talašová, J.: *Fuzzy metody vícekriteriálního hodnocení a rozhodování.* 1.vyd. Olomouc: Vydavatelství UP, 2003.

[13] Talašová, J., Bebčáková, I.: *Fuzzification of aggreation operators based on Choquet integral.* Aplimat - Journal of Applied Mathematics, 1(1):463-474, 2008.

[14] Torra, V.: *The weighted OWA operator.* International Journal of Intelligent Systems, 12(2):153-166, 1997.

[15] Yager, R. R.: *On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making.* IEEE Trans.Systems Man Cybernet, 3(1): 183-190, 1988.

[16] Zadeh, L. A.: *Fuzzy Sets.* Inform. and Control, vol.8, pp. 338-353, 1965.

[17] Zadeh, L. A.: *The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning.* Information sciences, vol. 8, pp. 199-257, 1975.

-