

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

## ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

# TVAROVÁ OPTIMALIZACE STAVEBNÍ KONSTRUKCE

SHAPE OPTIMIZATION OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURE

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Šárka Kuzbová

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. FILIP HOKEŠ

BRNO 2022



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3608R001 Pozemní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student	Šárka Kuzbová
Název	Tvarová optimalizace stavební konstrukce
Vedoucí práce	Ing. Filip Hokeš
Datum zadání	30. 11. 2021
Datum odevzdání	27. 5. 2022

V Brně dne 30. 11. 2021

---

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
Vedoucí ústavu

---

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## PODKLADY A LITERATURA

- [1] RAO, Singiresu S. Engineering optimization: theory and practice. 4th ed. Hoboken, N.J.: John Wiley, 2009. ISBN 978-0-470-18352-6.
- [2] CHRISTENSEN Peter W. a Anders KLARBRING. An Introduction to Structural Optimization. Dordrecht: Springer, 2009. 978-1-4020-8665-6.
- [3] PRAGER, W. Optimization of structural design. Journal of Optimization Theory and Applications. 1970, 6(1), 1-21. DOI: 10.1007/BF00927037. ISSN 0022-3239.
- [4] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. Statika stavebních konstrukcí I. 2. vyd. V Brně: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1877-X.
- [5] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. Statika stavebních konstrukcí II. V Brně: VUTIUM, 2009. ISBN 978-80-214-3428-8.
- [6] ŠMIRÁK, Svatopluk. Pružnost a plasticita I: pro distanční studium. 1. vyd. Brno: PC-DIR, 1995. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0739-5.

## ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Bakalářská práce se věnuje tvarové optimalizaci vybrané nosné konstrukce. Cílem je provedení takového návrhu geometrie, kdy za optimum bude pokládána varianta s nejnižší hmotností při splnění kritérií únosnosti a použitelnosti. Studentka v práci provede analytickou optimalizaci zjednodušeného modelu vybrané konstrukce pomocí postupů uvedených ve studijní literatuře a výsledky verifikuje numerickým výpočtem ve vhodném programu. Ve stejném výpočtovém systému bude následně provedena tvarová optimalizace komplexního modelu zvolené konstrukce.

## STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).
2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

---

Ing. Filip Hokeš  
Vedoucí bakalářské práce

## **ABSTRAKT**

Bakalářská práce se zabývá tvarovou optimalizací vybrané nosné konstrukce. Výpočet je proveden ve výpočetním programu RFEM 6. Požadovaným záměrem je dosažení takového optimálního stavu, kdy má konstrukce nejnižší hmotnost a zároveň vyhovuje na mezní stav únosnosti a použitelnosti. Optimalizační procedura vybrané konstrukce je zaměřena na optimalizování polohy diagonál. Součástí bakalářské práce je také studie tvarové optimalizace zjednodušené staticky určité i neurčité konstrukce.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Tvarová optimalizace, obecná deformační metoda, vnitřní síly, napětí, prut, hmotnost, konstrukce, model, RFEM 6

## **ABSTRACT**

The bachelor thesis is focused on shape optimization of a selected load-bearing structure. The calculation is carried out in RFEM 6. The desired goal is to achieve an optimum state where the structure has the lowest mass and at the same time satisfies the ultimate and serviceability limit state. The optimization procedure of the selected structure is focused on optimizing the position of the diagonals. The bachelor thesis also includes a study of the shape optimization of the simplified statically certain and uncertain structure.

## **KEYWORDS**

Shape optimization, direct stiffness method, internal forces, stress, bar, mass, construction, model, RFEM 6



## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

Šárka Kuzbová *Tvarová optimalizace stavební konstrukce*. Brno, 2021. 59 s.  
Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební  
mechaniky. Vedoucí práce Ing. Filip Hokeš

## PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Tvarová optimalizace stavební konstrukce* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 26. 5. 2022

---

Šárka Kuzbová  
autor práce

## PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Tvarová optimalizace stavební konstrukce* zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 26. 5. 2022

---

Šárka Kuzbová  
autor práce

## **PODĚKOVÁNÍ**

Ráda bych poděkovala především vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Filipu Hokešovi, za odborné a cenné rady a za ochotný přístup při konzultacích. Poděkování patří i mé rodinně a známým, kteří mě podporovali po celou dobu studia.

# Obsah

---

<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
1.1 Cíle práce . . . . .	1
<b>2 Optimalizace</b>	<b>2</b>
2.1 Úvod do podstaty optimalizace . . . . .	2
2.2 Historický vývoj optimalizace . . . . .	4
2.3 Optimalizační metody . . . . .	4
2.3.1 Deterministické metody . . . . .	5
2.3.2 Stochastické metody . . . . .	6
2.3.3 Smíšené metody . . . . .	6
2.4 Metody konstrukční optimalizace . . . . .	7
2.4.1 Optimalizace tvaru . . . . .	7
2.4.2 Topologická optimalizace . . . . .	8
2.4.3 Rozměrová optimalizace . . . . .	8
2.4.4 Optimalizace skladby . . . . .	8
<b>3 Obecná deformační metoda</b>	<b>9</b>
3.1 Vznik a vývoj deformační metody . . . . .	9
3.2 Podstata obecné deformační metody . . . . .	9
3.3 Výpočtový model rovinného rámu . . . . .	9
3.4 Stupeň přetvárné neurčitosti . . . . .	11
3.5 Skalární tvar obecné deformační metody . . . . .	12
3.6 Maticový tvar obecné deformační metody . . . . .	13
3.6.1 Analýza prutu . . . . .	13
3.6.2 Výsledné globální koncové síly . . . . .	14
3.6.3 Primární koncové síly . . . . .	14
3.6.4 Sekundární koncové síly . . . . .	15
3.6.5 Geometrická transformace do globální soustavy . . . . .	16
3.6.6 Transformace pro složky koncových sil . . . . .	17
3.6.7 Lokalizace . . . . .	18
3.6.8 Soustava rovnic . . . . .	18
3.6.9 Výpočet koncových sil a průběhy vnitřních sil . . . . .	19

---

<b>4</b>	<b>Řešené příklady</b>	<b>20</b>
4.1	Studie tvarové optimalizace staticky určité konstrukce . . . . .	20
4.1.1	Analytické řešení . . . . .	21
4.1.2	Řešení výpočetním programem RFEM 6 . . . . .	25
4.1.3	Porovnání výsledků . . . . .	28
4.2	Studie tvarové optimalizace staticky neurčité konstrukce . . . . .	28
4.2.1	Analytické řešení . . . . .	29
4.2.2	Řešení výpočetním programem RFEM 6 . . . . .	35
4.2.3	Porovnání výsledků . . . . .	37
4.3	Řešená konstrukce . . . . .	37
4.3.1	Charakteristika střešního vazníku . . . . .	37
4.3.2	Zatížení . . . . .	38
4.3.3	Optimalizace krajních diagonál . . . . .	42
4.3.4	Optimalizace dalších diagonál . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Závěr</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Příloha</b>	<b>50</b>
A.1	Výpočet deformační metodou . . . . .	50
	<b>Seznam obrázků</b>	<b>54</b>
	<b>Seznam tabulek</b>	<b>57</b>
	<b>Seznam literatury</b>	<b>58</b>

# 1 | Úvod

---

Díky neustálému pokroku ve stavebnictví, strojírenství a jiných technických oborech musela populace přijít s procesem, který by zohlednil určitá kritéria například únosnost a použitelnost konstrukce, a přitom by umožnil dosáhnout co nejlepšího výsledku při minimalizaci nákladů a úsilí při řešení konkrétního problému. S postupem času se pomocí při hledání tohoto procesu staly různé výpočetní a grafické programy jako CAD, RFEM, SCIA ENGINEER a jiné. Tento proces je znám pod pojmem optimalizace. V současné době existuje mnoho optimalizačních metod, přičemž každá z nich slouží k řešení různých problémů a dává tak inženýrům a technikům možnost efektivního řešení návrhu.

Bakalářská práce se zabývá tvarovou optimalizací vybrané konstrukce střešního vazníku, který byl vybrán z důvodu nevhodné polohy krajních diagonál. Součástí práce je dále případová studie tvarové optimalizace jednoduché konstrukce.

Teoretická část bakalářské práce je rozdělena do dvou kapitol. První kapitola (2) obsahuje úvod do optimalizace, historický vývoj optimalizace, popis vybraných optimalizačních metod a jejich aplikace. Druhá kapitola (3) je zaměřena na teorii deformační metody, její vývoj, princip a použití.

Praktická část práce řeší nejprve studii tvarové optimalizace na jednoduchých případech staticky určité a neurčité konstrukce. V první části (4.1) je řešena zjednodušená staticky určitá konstrukce, odvození omezující funkce napětí pomocí stavové proměnné  $x$  a výpočet účelové funkce hmotnosti. Ve druhé části (4.2) je řešena zjednodušená staticky neurčitá konstrukce, analytický výpočet vnitřních sil na konstrukci deformační metodou a je poukázáno na složitost vyjádření funkce napětí pro výpočet omezující podmínky. V obou částech, ve kterých jsou analytické výpočty je provedeno porovnání ručního výpočtu s výsledky z výpočetního programu RFEM 6. V poslední třetí části (4.3) je provedena optimalizace diagonál zvolené konstrukce střešního vazníku.

## 1.1 Cíle práce

Cílem bakalářské práce je tvarová optimalizace konstrukce nosné stavební konstrukce. Za optimální řešení bude varianta s nejnižší hmotností. Zoptimalizovaná konstrukce musí vyhovět meznímu stavu únosnosti a použitelnosti. Před samotným optimalizačním procesem analyzované konstrukce bude provedena případová studie tvarové optimalizace. V případové studii budou prokázány analytické výpočty a jejich shoda s výpočetním programem RFEM 6.

## 2 | Optimalizace

---

### 2.1 Úvod do podstaty optimalizace

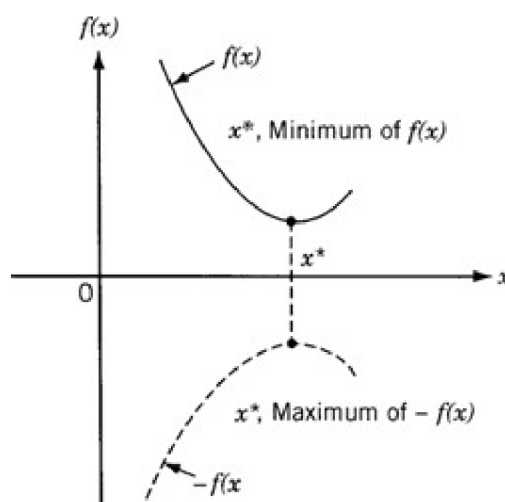
Při návrhu, výstavbě a jiných inženýrských procesech musí inženýři přijímat mnoho rozhodnutí, která ale vedou ke společnému cíli, a to k minimalizaci úsilí a k maximalizaci požadovaného přínosu procesu. Vzhledem k tomu, že v technických oborech lze obecně minimalizace úsilí a maximalizace přínosu vyjádřit jako funkci závislou na různých proměnných, lze optimalizaci definovat jako proces, při kterém hledáme hodnoty proměnných, které nám určují minimální nebo maximální hodnoty funkce. Matematicky lze optimalizaci zapsat

$$\text{Najdi } X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \text{ které minimalizuje } f(x) \quad (2.1)$$

při splnění podmínek

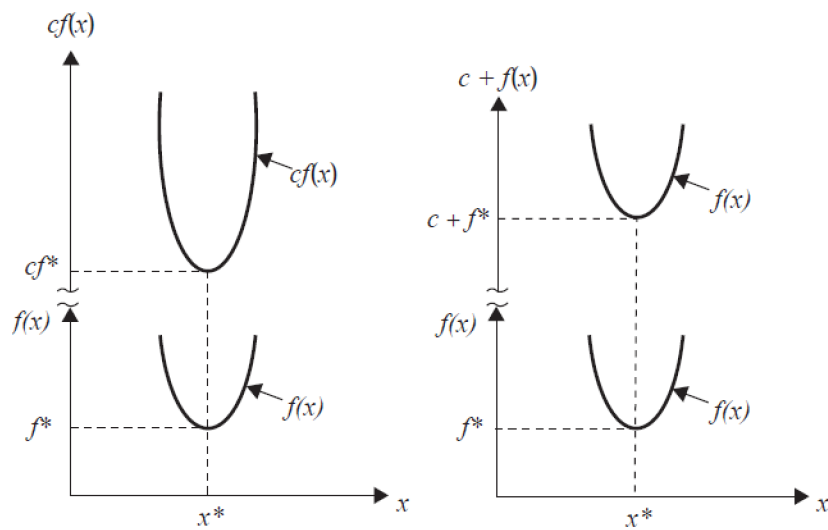
$$\begin{aligned} g_j(X) &\leq 0 & j = 1, 2, \dots, m \\ l_j(X) &= 0 & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (2.2)$$

Na obrázku 2.1 lze vidět, že pokud bod  $x^*$  odpovídá minimu funkce  $f(x)$ , odpovídá tentýž bod maximum funkce  $-f(x)$ . Optimalizaci lze vždy převést na minimalizaci, protože maximum funkce můžeme najít hledáním minima záporné hodnoty té samé funkce.



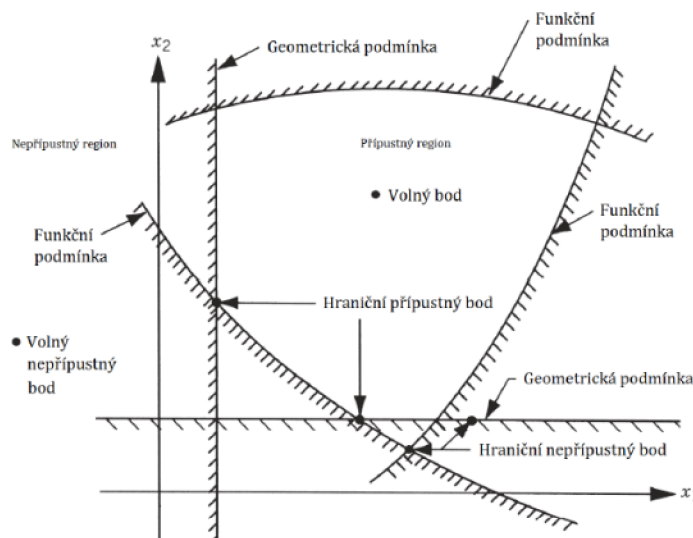
Obrázek 2.1: Minimum  $f(x)$  odpovídá maximu  $-f(x^*)$  [16]

S účelovou funkcí můžeme provádět i různé operace, například násobení nebo dělení, přičtení či odečtení kladné konstanty  $c$ , aniž by se změnilo optimální řešení  $x^*$ , jak můžeme vidět na obrázku 2.2.



**Obrázek 2.2:** Optimalní řešení  $cf(x)$  nebo  $c + f(x)$  je stejné jako řešení  $f(x)$  [16]

Proces optimalizace je však často omezen určitými podmínkami, které mohou vypadat jako na obrázku 2.3, a které lze zapsat jako ve vztahu (2.2). Omezující podmínky vždy závisí na konkrétním řešení optimalizačním problému a určují nám oblasti přípustných a nepřípustných řešení v návrhovém prostoru.



**Obrázek 2.3:** Omezení povrchu v hypotetickém dvourozměrném návrhovém prostoru [16]



## 2.2 Historický vývoj optimalizace

S. RAO [16] ve své publikaci datuje samotný počátek optimalizačních metod až do dob NEWTONA, LAGRANGE a CAUCHYHO. Přičemž největší rozvoj metod diferenciálního počtu pro optimalizaci byl díky příspěvkům NEWTONA a LEIBNITZE. I přes tyto významné příspěvky bylo však dosaženo malého pokroku, jelikož analytické řešení bylo velmi obsáhlé a náročné.

K významnému posunu v numerických metodách neomezené optimalizace došlo v šedesátých letech dvacátého století díky použití digitálních počítačů, které umožnily implementaci optimalizačních postupů. JOHN VON NEUMANN, americký matematik, přišel v roce 1944 s teorií her. Ta analyzuje široké spektrum konfliktních rozhodovacích situací, které mohou nastat kdekoliv, kde dochází ke střetu zájmů [11]. Tato technika byla od svého počátku použita k řešení několika ekonomických, válečných i matematických problémů. K řešení problémů inženýrského navrhování byla použita teprve v posledních letech. V roce 1961 bylo navrženo programování cílů CHARNESEM a COOPEREM, které bylo původně navrženo pro řešení lineárních problémů. Dnes je to však velmi známá technika pro řešení specifických typů optimalizačních problémů, které řeší více účelových funkcí najednou.

Moderní metody optimalizace nebo také netradiční optimalizační metody se začaly rozvíjet v druhé polovině dvacátého století a v posledních letech se pro svou účinnost staly oblíbenými a často používanými.

## 2.3 Optimalizační metody

Každý optimalizační problém má jiné požadované výsledky a kritéria omezení a z tohoto důvodu začaly vznikat různé optimalizační metody. Optimalizační problémy, které jsou méně rozsáhlé, lze vyřešit analytickými výpočty. Optimalizační problémy jsou však většinou hodně rozsáhlé a analytické řešení je velmi zdlouhavé a náročné. Pro tyto případy se využívají optimalizační algoritmy. Tyto algoritmy můžeme rozlišit na základě právě zmíněných požadovaných výsledků, omezujících kritérií či využití nebo principu činnosti [7].

**Tabulka 2.1:** Optimalizační metody dle principu činnosti

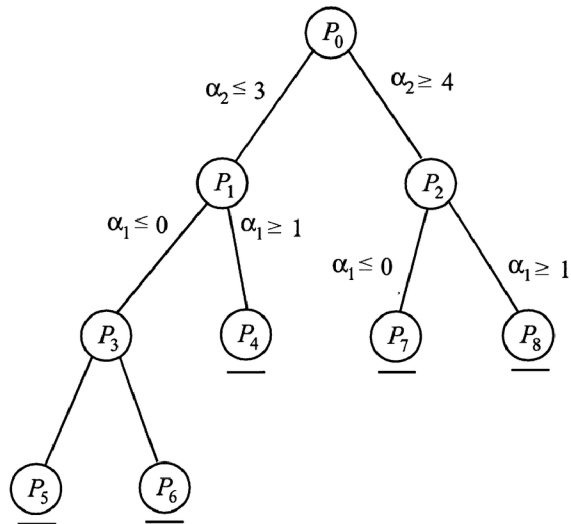
DETERMINISTICKÉ METODY	STOCHASTICKÉ METODY	SMÍŠENÉ METODY
GREEDY HILL-CLIMBING BRANCH & BOUND DEPTH-FIRST BREADTH-FIRST BEST-FIRST CALCULUS BASED	RANDOM WALK SIMULATED ANNEALING MONTE CARLO TABU SEARCH EVOLUTIONARY COMPUTATION STOCHASTIC CLIMBING	MATEMATICAL PROGRAMMING ANT COLONY OPTIMIZATION IMMUNE SYSTEM METHODS MEMETIC ALGORITHMS SCATTER SEARCH & PATH REL. PARTICLE SWARM GENETIC ALGORITHMS DIFERENTIAL ALGORITHMS SOMA

### 2.3.1 Deterministické metody

Patří mezi metody řízené. Jsou založeny na principu výpočtu optimálních řešení pomocí lineárního programování. Pomocí deterministických metod nedokážeme řešit nespojité problémy. Není vhodné použít ani při vyšším počtu proměnných z důvodu časové náročnosti [7].

#### Branch & Bound (metoda větvení a mezí)

Iterační metoda se zabývá hledáním globálního extrému funkce v množině přípustných řešení. Při výpočtu touto metodou se opakují dvě operace, kterými jsou větvení a omezení. V operaci větvení se množina či podmnožina rozkládá na další podmnožiny. Omezení určuje podmnožinám mezní hodnoty funkce. V této metodě si můžeme rozklad každé množiny představit jako strom, jehož větve jsou uzly značící jednotlivé podmnožiny, a proto ji označujeme jako metodu větvení. Důležitá je v této metodě podmnožina, která nám definuje maximální mez. Cílem metody je najít optimální řešení, které je přípustné a nepřekročí tedy maximální mez nerozložených podmnožin [13].



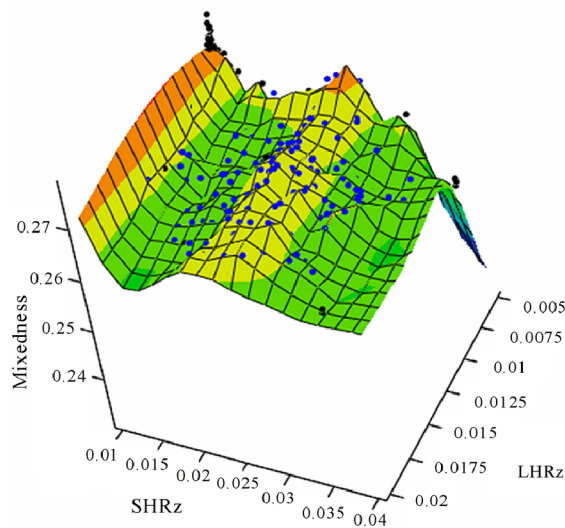
Obrázek 2.4: Příklad diagramu metody větvení a mezí [12]

### 2.3.2 Stochastické metody

Do výpočtu touto metodou se zavádí náhodná čísla, což simuluje náhodné chování, a to je zásadní rozdíl oproti metodám deterministickým. Stochastické metody není vhodné používat pro obsáhlé optimalizační problémy. Důvodem je časová náročnost a hrubý odhad řešení [7].

#### Monte Carlo

Prvním důležitým krokem této metody je správné pochopení problému a návržení modelu. Jedná se o metodu, která hledá výsledek na základě pravděpodobnosti. Generování náhodných veličin se cyklicky opakuje, dokud se hledaná hodnota podobá hodnotě dané výpočtem. Nejčastěji je hledaná hodnota definována střední hodnotou [10].



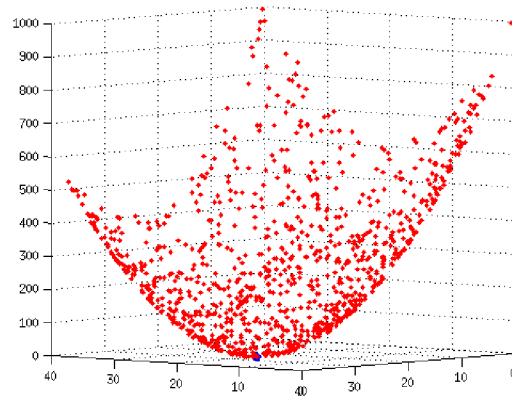
Obrázek 2.5: Graf povrchu kombinovaných simulací Monte Carlo a optimalizace s datovými body [14]

### 2.3.3 Smíšené metody

Jedná se o metody, které dobře kombinují metody deterministické a stochastické. Kombinují se tedy metody, které hledají řešení ve velkém prostoru (deterministické) s metodami, které naopak hledají řešení ve velmi úzkém prostoru (stochastické). Kombinací tedy získáme metody, které jsou vhodné pro řešení problémů bez omezení v jejich prostoru řešení [7].

### Particle swarm (optimalizace rojem částic)

Vychází z existence určité populace částic. Částice tvoří roj, který směřuje ke globálnímu optimálnímu řešení. Jsou dvě složky, které nám určují v rozdílných časech směr pohybu. První složkou je momentální globální optimum a druhou složkou je optimum dosaženého danou částicí. Optimalizace rojem částic nachází inspiraci například u hejna ptáků či ryb [1].



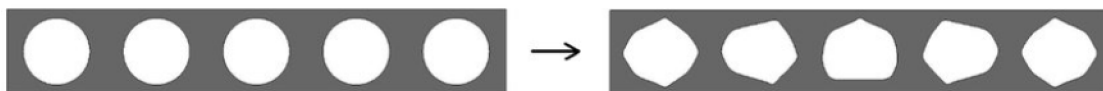
Obrázek 2.6: Optimalizace pomocí roje částic (vektorový kód) [15]

## 2.4 Metody konstrukční optimalizace

Na základě výsledků prof. GRANT STEVEN [5] rozdělil metody konstrukční optimalizace na *tvarovou*, *topologickou*, *rozměrovou* a *optimalizaci skladby*.

### 2.4.1 Optimalizace tvaru

U tvarové optimalizace známe dopředu materiál, podpory, zatížení, prostředí a celkovou topologii konstrukce. K optimalizaci tvaru můžeme přistupovat dvěma způsoby, a to lokálně a globálně. Lokální optimalizace řeší vysoké napětí na několika vybraných místech konstrukce. Globální optimalizace řeší optimální tvar celé konstrukce nebo optimální tvar dílčí části konstrukce. Výsledkem této metody je najít minimální hmotnost či cenu a jako hlavní omezující podmínka zde figuruje maximální napětí [13].



Obrázek 2.7: Optimalizace tvaru (vlevo původní stav, vpravo stav po optimalizaci) [6]

### 2.4.2 Topologická optimalizace

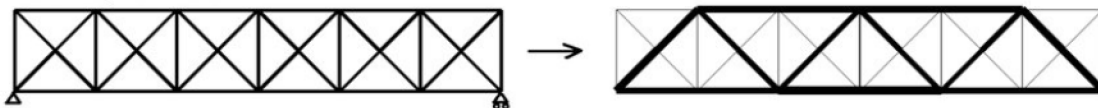
V topologické optimalizaci máme předem zadané prostředí, rozumíme jím materiál, podpory a zatížení. Tato optimalizační metoda hledá nejefektivnější variantu tvaru a rozložení materiálu tak, aby bylo dosaženo co nejmenší hmotnosti, která úzce souvisí s cenou. Ve stavebnictví je to například poloha výztuže v betonu nebo rozmístění diagonál v příhradové konstrukci. Ve strojírenství se jedná zejména o výrobu jednotlivých součástí do automobilů, letadel a jiných větších konstrukčních celků [13].



**Obrázek 2.8:** Topologická optimalizace (vlevo původní stav, vpravo stav po optimalizaci) [6]

### 2.4.3 Rozměrová optimalizace

Před zahájením procesu rozměrové optimalizace známe prostředí a tvar konstrukce. Hledaným výsledkem je opět minimální hmotnost, popřípadě cena, jak tomu bylo u dvou předcházejících metod. Rozměrová optimalizace se podobá tvarové optimalizaci i v omezujících podmínkách. Figuruje zde maximální napětí, ale přidává se další omezující podmínka, kterou je vzpěr. Tuto variantu optimalizace dříve využívala řada statických softwarů jako například SCIA Nemetchek. Aplikace této metody je možná u všech prutových konstrukcích [13].



**Obrázek 2.9:** Rozměrová optimalizace (vlevo původní stav, vpravo stav po optimalizaci) [6]

### 2.4.4 Optimalizace skladby

Od předchozích metod se liší tím, že průřezy mohou mít nulovou plochu, a tím pádem mohou být z konstrukce odstraněny. Nejdůležitější u této metody je co nejpřesněji vyselektovat základní konstrukci. Aplikace je možná u všech prutových konstrukcích. Široké uplatnění nachází v řešení mostů s velkými výškovými rozdíly [13].

## 3 | Obecná deformační metoda

---

### 3.1 Vznik a vývoj deformační metody

Dánský vědec A. OSTENFELD v roce 1926 publikoval dílo „Die Deformationsmethode“, kterým položil základy deformační metody. V roce 1929 americký profesor HARDY CROSS navázal na tuto práci a odstranil složitost řešení soustav rovnic. Přišel s metodou rozdělování momentů pro rámové soustavy, ale ke správnému řešení došel pouze u rámu s neposuvnými styčníky. S metodou rozdělování sil a momentů, která umožňuje řešit rámy s posuvnými styčníky, přišel český akademik VÁCLAV DAŠEK.

V posledních desetiletích se jako univerzální metoda řešení úloh mechaniky používá metoda konečných prvků. Lze u ní spatřovat podobnost s deformační metodou, jejíž soustava rovnic má v maticovém tvaru předpis

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F} \quad (3.1)$$

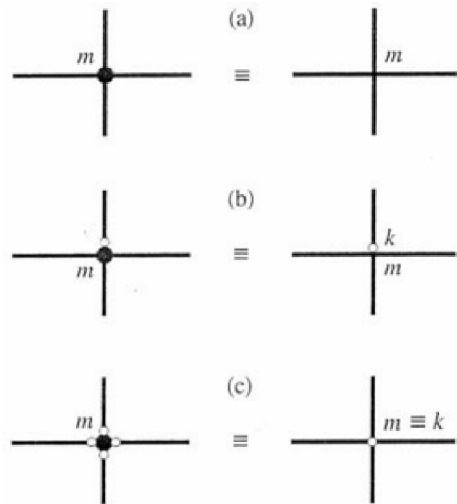
kde  $\mathbf{K}$  je globální matice tuhosti prutové soustavy,  $\mathbf{r}$  je globální vektor parametrů deformace prutové soustavy a  $\mathbf{F}$  je zatěžovací vektor prutové soustavy.

### 3.2 Podstata obecné deformační metody

Výhodně se používá k řešení staticky neurčitých konstrukcí. Jedná se o metodu nepřímou, protože za neznámé veličiny volíme deformace neboli složky přemístění (posuny  $u$ ,  $w$  a pootočení  $\varphi$ ) a k vyřešení se zavádí silové podmínky rovnováhy na styčníku. Teorie deformační metody je podrobně zpracována v publikacích, které vydali Ing. J. Kytýr CSc., Prof. Ing. J. Kadlčák, DrSc a Ing. P. Frantík, Ph.D. [8, 9]

### 3.3 Výpočtový model rovinného rámu

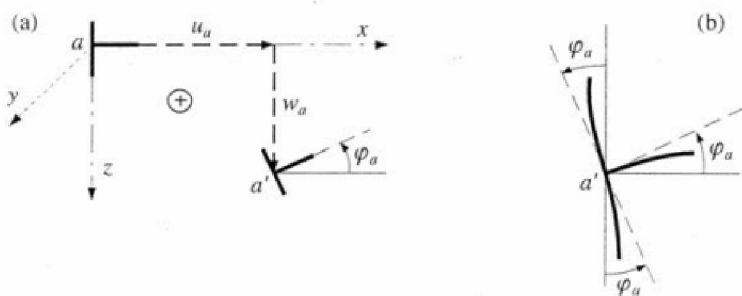
Než se zahájí výpočet, musí se vytvořit takzvaný výpočtový model neboli idealizovaný tvar rovinného rámu. Ten je tvořený střednicemi prutů, jenž mají přisouzené průřezové charakteristiky a fyzikální vlastnosti materiálu, ze kterého je prut vytvořen. Idealizované jsou vnější vazby, zatížení a styčníky (styky prutů v uzlech), které mohou být *monolitické* (rámové, tuhé) nebo *kloubové* (nerámové). Na obrázku 3.1 jsou zobrazeny typy styčníků.



**Obrázek 3.1:** Stýčnky rovinné prutové soustavy [8, 9]

Pruty dělíme dle způsobu připojení konců k uzlům na *oboustranně monoliticky připojené*, *jednostranně kloubově připojené* a *oboustranně kloubově připojené*.

Stýčnky rozdělujeme dle způsobu podepření na dva typy, a to sice na *stýčníc volný* (nepodepřený) a *stýčníc podepřený* (vázaný). Volný stýčníc má v rovině tři parametry deformace, které představují tři stupně volnosti (obrázek 3.2).

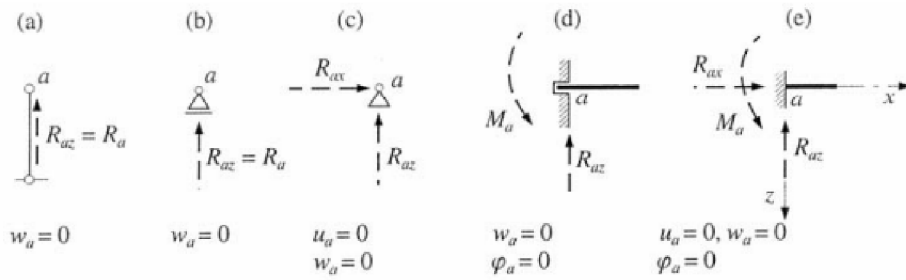


**Obrázek 3.2:** Tři složky přemístění monolitického stýčnící [8, 9]

Pruty které jdou do stejného stýčnící mají stejné posuny. Monolitické stýčnící mají stejné posuny i pootočení. Prut, který je do stýčnící připojen kloubově, má rozdílné pootočení než prut, který je do stýčnící připojen monoliticky. Kloubový stýčníc má nezávislá pootočení konců jednotlivých prutů.



Vnější vazby se dělí na *nepoddajné*, *poddajné* nebo *jednostranné*. Pouze nepoddajné vnější vazby odebírají uzlu odpovídající stupně volnosti viz. obrázek 3.3.



Obrázek 3.3: Vnější vazby rovinné prutové soustavy [8, 9]

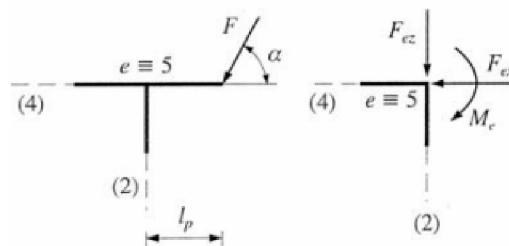
### 3.4 Stupeň přetvárné neurčitosti

Představuje celkový počet stupňů volnosti rovinné prutové soustavy. Udává nám celkový počet parametrů deformace, a tím i celkový počet rovnic nutný pro vyřešení prutové soustavy. Lze ho vyjádřit vztahem

$$n_p = 3t + 2k + p - p_v \quad (3.2)$$

kde  $t$  představuje počet monolitických styčníků,  $k$  počet kloubových styčníků,  $p$  počet jednoduchých posuvných podepření a  $p_v$  počet vnějších vazeb umístěných u styčníků.

Stupeň přetvárné neurčitosti nám může ovlivnit modelování převislého konce. Převislý konec můžeme nahradit ekvivalentním silovým účinkem do styčnicku nebo ho uvažovat jako konzolu (jak je znázorněno na obrázku 3.4).

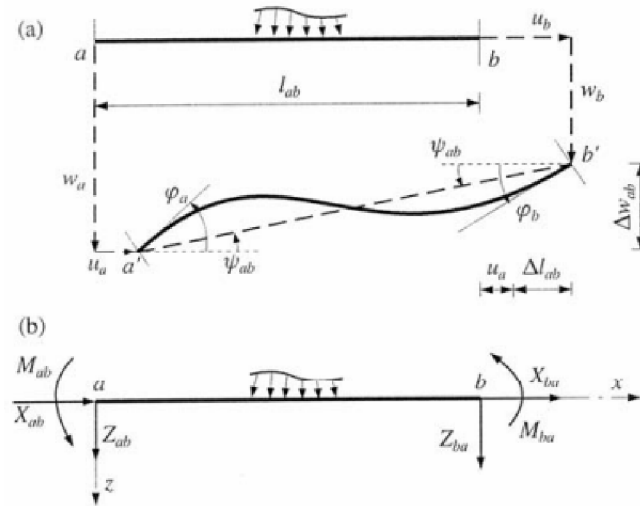


Obrázek 3.4: Vliv převislého konce na styčnick prutové soustavy [8, 9]



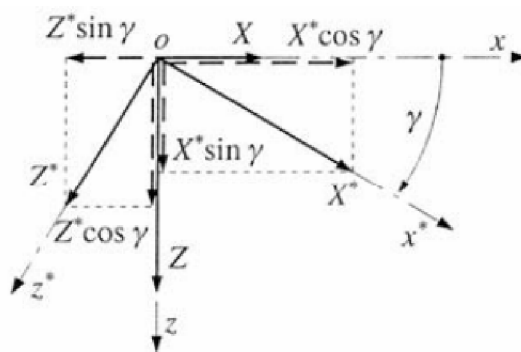
### 3.5 Skalární tvar obecné deformační metody

Po zatížení se soustava začne pružně deformovat, a poté se ustálí v rovnovážném stavu. Deformaci prutu nám ovlivňuje *primární stav* (zatížení) a *sekundární stav* (pružná přemístění konců prutů).



**Obrázek 3.5:** Deformace prutu a-b pružně upnutého do styčnicků a,b [8, 9]

V monolitickém uzlu se sestavují tři statické podmínky rovnováhy, v kloubovém uzlu dvě. Podmínky rovnováhy vyjádříme pomocí globálních koncových sil  $X_{ab}$ ,  $Z_{ab}$ ,  $M_{ab}$ . Nejsnadněji určíme koncové síly na prutech v jednotlivých lokálních souřadnicových soustavách  $x^*$ ,  $z^*$ . Abychom však mohli sestavit podmínky rovnováhy v globálních souřadnicových soustavách, musíme provést geometrickou transformaci (obrázek 3.6).



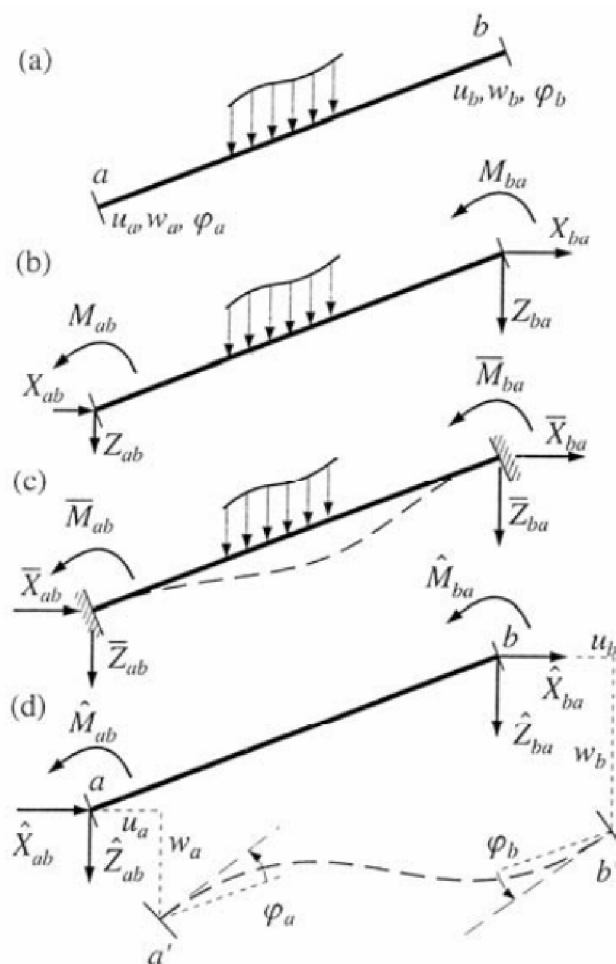
**Obrázek 3.6:** Transformace koncových sil [8, 9]

### 3.6 Maticový tvar obecné deformační metody

Forma maticového zápisu je přehlednější než forma skalární. Abychom mohli sestavit podmínky rovnováhy v každém styčnicku, je zapotřebí vyjádřit globální koncové síly pomocí globálních parametrů deformace prutu. Snadněji proveditelná analýza prutu bude v lokální souřadnicové soustavě, kterou pomocí geometrické transformace posléze převedeme do globálních složek.

#### 3.6.1 Analýza prutu

Každý prut prutové soustavy musíme řešit samostatně. Pokud oboustranně monoliticky připojený prut uvolníme ze styčnicku, začne působit na jeho koncích (obrázek 3.7) celkem šest globálních složek koncových sil. Ty můžeme vyjádřit samostatně a rozčlenit je do primárního a sekundárního stavu. V primární stavu, který vznikne vlivem silového zatížení prutu, vzniknou primární koncové síly. V sekundárním stavu, který vznikne vlivem působení neznámých uzlových deformací, vzniknou sekundární koncové síly.



Obrázek 3.7: Analýza oboustranně monoliticky připojeného prutu [8, 9]

### 3.6.2 Výsledné globální koncové síly

Získáme je superpozicí primárního a sekundárního stavu. Maticový zápis platný pro pruty zcela obecných tvarů pak lze vyjádřit vztahem

$$\mathbf{R}_{ab} = \bar{\mathbf{R}}_{ab} + \mathbf{k}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} \quad (3.3)$$

kde  $\mathbf{R}_{ab}$  značí sloupcový vektor výsledných globálních koncových sil a zapisujeme ho vztahem (3.4),  $\bar{\mathbf{R}}_{ab}$  značí sloupcový vektor primárních globálních koncových sil,  $\mathbf{k}_{ab}$  čtvercovou globální matici tuhosti prutu,  $\mathbf{r}_{ab}$  sloupcový vektor globálních parametrů deformace.

$$\mathbf{R}_{ab} = \{X_{ab}, Z_{ab}, M_{ab}, X_{ba}, Z_{ba}, M_{ba}\}^T \quad (3.4)$$

### 3.6.3 Primární koncové síly

Vyjádříme je pomocí primárního lokálního vektoru koncových sil (vztah 3.5) na prutu od zatížení. Soustavu prutů uvažujeme jako nehybnou (neposuvnost koncových bodů prutu). Do výpočtu vektoru zahrnujeme i způsob připojení konců prutů k uzlům.

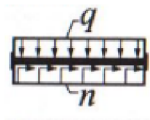
$$\bar{\mathbf{R}}_{ab}^* = \{\bar{X}_{ab}, \bar{Z}_{ab}, \bar{M}_{ab}, \bar{X}_{ba}, \bar{Z}_{ba}, \bar{M}_{ba}\}^T \quad (3.5)$$

Pro oboustranně vetknutý prut, který je zatížený spojitým zatížením po celé délce prutu (obrázek 3.8), bude pak vektor primárních koncových sil vyjádřen jako vztah (3.6). Pro oboustranně kloubově uložený prut, stejně zatížený pak bude vztah vypadat (3.7)

$$\bar{\mathbf{R}}_{ab}^* = \left\{ -\frac{1}{2} \cdot n \cdot l, -\frac{1}{2} \cdot q \cdot l, \frac{1}{12} \cdot q \cdot l^2, -\frac{1}{2} \cdot n \cdot l, -\frac{1}{2} \cdot q \cdot l, -\frac{1}{12} \cdot q \cdot l^2 \right\}^T \quad (3.6)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{ab}^* = \left\{ -\frac{1}{2} \cdot n \cdot l, -\frac{1}{2} \cdot q \cdot l, 0, -\frac{1}{2} \cdot n \cdot l, -\frac{1}{2} \cdot q \cdot l, 0 \right\}^T \quad (3.7)$$

kde  $q$  je svislá složka zatížení,  $n$  vodorovná složka zatížení a  $l$  je délka prutu.



**Obrázek 3.8:** Svislá složka spojitého zatížení  $q$  a vodorovná  $n$  [8, 9]

### 3.6.4 Sekundární koncové síly

Vyjádříme je jako lineární funkce globálních parametrů deformace, a to součinem globální matice tuhosti prutu a sloupcového vektoru globálních parametrů deformace prutu.

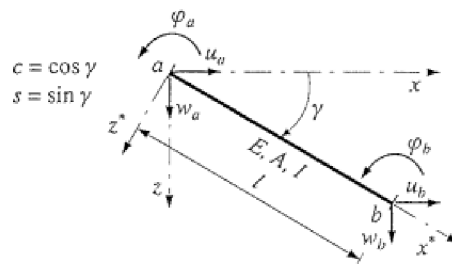
Globální matice tuhosti má obecný předpis (vztah 3.8). Pro oboustranně monoliticky připojený prut je vztah vyjádřen jako (3.9) a pro oboustranně kloubově připojený prut pak (3.10)

$$\mathbf{k}_{ab} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

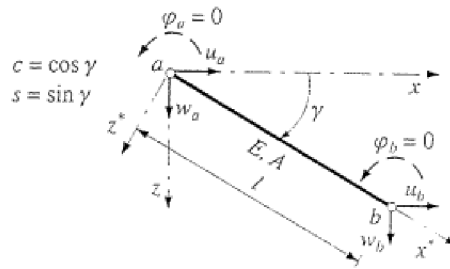
$$\mathbf{k}_{ab} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l}c^2 + \frac{12EI}{l^3}s^2 & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{6EI}{l^2}s & -\left(\frac{EA}{l}c^2 + \frac{12EI}{l^3}s^2\right) & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{6EI}{l^2}s \\ \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2 & -\frac{6EI}{l^2}c & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\left(\frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2\right) & -\frac{6EI}{l^2}c \\ \frac{6EI}{l^2}s & -\frac{6EI}{l^2}c & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2}s & \frac{6EI}{l^2}c & \frac{2EI}{l} \\ -\left(\frac{EA}{l}c^2 + \frac{12EI}{l^3}s^2\right) & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\frac{6EI}{l^2}s & \frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2 & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\frac{6EI}{l^2}s \\ -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\left(\frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2\right) & \frac{6EI}{l^2}c & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2 & \frac{6EI}{l^2}c \\ \frac{6EI}{l^2}s & -\frac{6EI}{l^2}c & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2}s & \frac{6EI}{l^2}c & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{k}_{ab} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l}c^2 & \frac{EA}{l}cs & 0 & -\frac{EA}{l}c^2 & -\frac{EA}{l}cs & 0 \\ \frac{EA}{l}cs & \frac{EA}{l}s^2 & 0 & -\frac{EA}{l}cs & -\frac{EA}{l}s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{l}c^2 & k_{42} & 0 & \frac{EA}{l}c^2 & \frac{EA}{l}cs & 0 \\ -\frac{EA}{l}cs & -\frac{EA}{l}s^2 & 0 & \frac{EA}{l}cs & \frac{EA}{l}s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

kde  $E$  je modul pružnosti materiálu prutu,  $A$  plocha průřezu prutu,  $I$  moment setrvačnosti,  $l$  délka prutu,  $c$  je  $\cos$  úhlu  $\gamma$  a  $s$  je  $\sin$  úhlu  $\gamma$  (obrázky 3.9 a 3.10).



Obrázek 3.9: Prut oboustranně monoliticky připojený [8, 9]



Obrázek 3.10: Prut oboustranně kloubově připojený [8, 9]

Sloupcový vektor globálních parametrů deformace prutu má předpis

$$\mathbf{r}_{ab} = \{u_a, w_a, \varphi_a, u_b, w_b, \varphi_b\}^T \quad (3.11)$$

### 3.6.5 Geometrická transformace do globální soustavy

V prutové soustavě jsou pruty uspořádány zcela libovolně. Výhodnější je řešení v lokálních souřadnicových soustavách, parametry deformace jsou však globální pro celou řešenou konstrukci. Proto je nutné zavést geometrickou transformaci.

Chceme-li vyjádřit lokální složky posunutí  $u^*$ ,  $w^*$  pomocí globálních složek  $u$ ,  $w$  použijeme na to vztah (3.12). V opačném případě musí platit vztah (3.13), přičemž v obou případech platí že,  $\varphi = \varphi^*$

$$u^* = u \cdot \cos \gamma + w \cdot \sin \gamma, w^* = -u \cdot \sin \gamma + w \cdot \cos \gamma \quad (3.12)$$

$$u = u^* \cdot \cos \gamma - w^* \cdot \sin \gamma, w = u^* \cdot \sin \gamma + w^* \cdot \cos \gamma \quad (3.13)$$

Transformaci lze maticově zapsat vztahem

$$\mathbf{r}_{ab}^* = \mathbf{T}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} \quad (3.14)$$

kde  $\mathbf{r}_{ab}^*$  je vektor lokálních parametrů deformace,  $\mathbf{T}_{ab}$  transformační matice, která definuje geometrickou závislost lokálních složek na globálních, dle vztahu (3.15) a  $\mathbf{r}_{ab}$  je vektor globálních parametrů deformace dle předpisu 3.11.

$$\mathbf{T}_{ab} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{ab} & \sin \gamma_{ab} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma_{ab} & \cos \gamma_{ab} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \gamma_{ab} & \sin \gamma_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \gamma_{ab} & \cos \gamma_{ab} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Ve výsledném tvaru, tedy lze vyjádřit  $\mathbf{r}_{ab}^*$  vztahem 3.16.

$$\mathbf{r}_{ab}^* = \begin{Bmatrix} u_a^* \\ w_a^* \\ \varphi_a^* \\ u_b^* \\ w_b^* \\ \varphi_b^* \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} = \begin{Bmatrix} u_a c + w_a s \\ -u_a s + w_a c \\ \varphi_a \\ u_b c + w_b s \\ -u_b s + w_b c \\ \varphi_b \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

### 3.6.6 Transformace pro složky koncových sil

Při analýze prutu získáme vektor výsledných lokálních koncových sil ve tvaru

$$\mathbf{R}^*_{ab} = \{X_{ab}^*, Z_{ab}^*, M_{ab}^*, X_{ba}^*, Z_{ba}^*, M_{ba}^*\}^T \quad (3.17)$$

Platí tedy vztah 3.18. Pro momentové složky platí, že  $M = M^*$ , obdobně pak pro sekundární vektory platí vztah 3.19

$$\mathbf{R}^*_{ab} = \mathbf{T}_{ab} \cdot \mathbf{R}_{ab} \quad (3.18)$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{ab} = \mathbf{k}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} \quad (3.19)$$

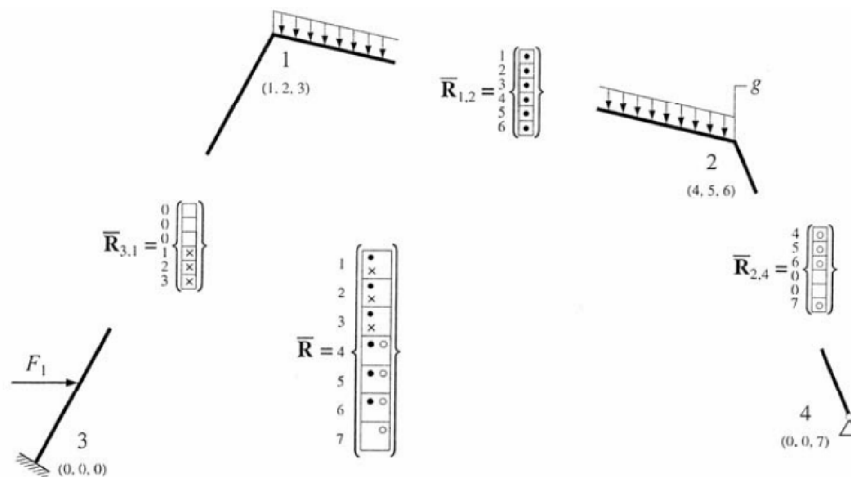
Numerickým výpočtem lze globální primární vektor vyjádřit vztahem 3.20

$$\bar{\mathbf{R}}_{ab} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_{ab} \\ \bar{Z}_{ab} \\ \bar{M}_{ab} \\ \bar{X}_{ba} \\ \bar{Z}_{ba} \\ \bar{M}_{ba} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{ab}^T \cdot \bar{\mathbf{r}}_{ab} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_{ab}^* c - \bar{Z}_{ab}^* s \\ \bar{X}_{ab}^* s + \bar{Z}_{ab}^* c \\ \bar{M}_{ab}^* \\ \bar{X}_{ba}^* c - \bar{Z}_{ba}^* s \\ \bar{X}_{ba}^* s + \bar{Z}_{ba}^* c \\ \bar{M}_{ba}^* \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

### 3.6.7 Lokalizace

Používá se k určení primárního vektoru  $\bar{\mathbf{R}}$  a matici tuhosti  $\mathbf{K}$ . Prvky matic  $\mathbf{k}_{ab}$  musí být umístěny na své odpovídající pozici podle neznámých parametrů deformace (vztah 3.8). Na svých odpovídajících místech musí být i prvky vektorů  $\bar{\mathbf{R}}_{ab}$  ve vektoru  $\bar{\mathbf{R}}$ . Matice tuhosti nám dává levou stranu rovnice a vektor pravou stranu rovnice.

Při lokalizaci postupujeme tak, že si pro každý prut sestavíme vektor globálních parametrů deformace  $\mathbf{r}_{ab}$  a počítáme prut po prutu, přičemž musíme dbát na pořadí. Ke správnému dodržení pořadí nám jsou nápomocná takzvaná kódová čísla prutu, která definují pořadí globálních parametrů deformace obou konců prutu.



Obrázek 3.11: Příklad lokalizace primárního vektoru rámu [8, 9]

### 3.6.8 Soustava rovnic

Pomocí lokalizace z globálních vektorů  $\bar{\mathbf{R}}_{ab}$  a matic  $\mathbf{k}_{ab}$  sestavíme redukovanou soustavu lineárních algebraických rovnic.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F} \quad (3.21)$$

kde  $\mathbf{K}$  je globální matice tuhosti prutové soustavy,  $\mathbf{r}$  je globální vektor parametrů deformace prutové soustavy a  $\mathbf{F}$  je zatěžovací vektor prutové soustavy, který získáme ze vztahu 3.22

$$\mathbf{F} = \mathbf{S} - \bar{\mathbf{R}} \quad (3.22)$$

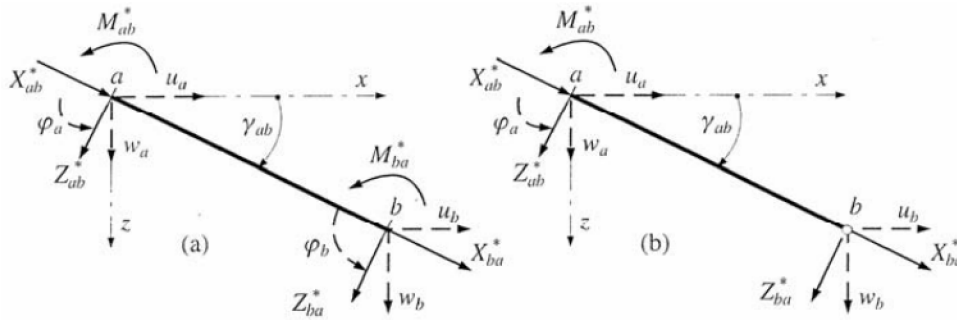
kde  $\mathbf{S}$  je globální vektor uzlového zatížení (obsahuje osamělé silové a momentové složky zatížení, které působí v uzlech) a  $\bar{\mathbf{R}}$  je primární vektor prutové soustavy. Záporné znaménko ve vztahu (3.22) vyjadřuje, že globální koncové síly je nutné převést na uzlové síly.

### 3.6.9 Výpočet koncových sil a průběhy vnitřních sil

K vektoru lokálních složek koncových sil můžeme dojít pomocí  $\mathbf{R}_{ab}$ . Zapišeme tedy pro něj vztah (3.23) a poté ho transformujeme.

$$\mathbf{R}_{ab} = \bar{\mathbf{R}}_{ab} + \mathbf{k}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} \quad (3.23)$$

Na základě získaných údajů již můžeme vykreslit průběhy vnitřních sil (N, V, M) podle konvence, která je znázorněna na obrázku (3.12).



**Obrázek 3.12:** Globální parametry deformace a lokální koncové síly [8, 9]



## 4 | Řešené příklady

---

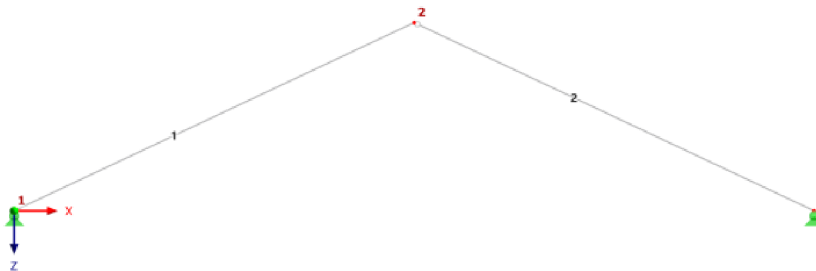
### 4.1 Studie tvarové optimalizace staticky určité konstrukce

V této kapitole je řešen příklad zjednodušené staticky určité konstrukce (obrázek 4.1), která je zatížena vlastní tíhou průřezu. Studie je rozdělena na tři části. První část je zaměřena na analytické řešení, druhá část na řešení výpočetním softwarem RFEM 6 a v poslední části je závěr této studie, kterým je porovnání výsledků.

V první části je řešeno analytické odvození vnitřních sil a omezující funkce napětí  $\sigma$  na prutech. Výpočet napětí v jednotlivých bodech definované oblasti řešení tvarové optimalizace. Pomocí omezujících podmínky jsou ve stanovené oblasti vymezeny přípustná řešení. V neposlední řadě je proveden výpočet účelové funkce hmotnosti  $w(x)$ .

Ve druhé části je řešeno nastavení optimalizace ve výpočetním programu RFEM 6, nastavení výpočtu, grafy a výsledky výpočtu optimalizace.

Ve třetí části je porovnání výsledků analytického výpočtu s výsledky z výpočetního programu RFEM 6.



**Obrázek 4.1:** Model staticky určité konstrukce

### 4.1.1 Analytické řešení

Jedná se o prutovou soustavu složenou ze dvou prutů, které jsou oboustranně kloubově uloženy. Konstrukce je zatížena vlastní tíhou průřezu.

#### Vyjádření vnitřních sil

K vyjádření vnitřních sil je potřeba nejprve vyjádřit délky prutů. Můžeme je vyjádřit jako funkci, závislou na proměnné, kterou je poloha vrcholového uzlu. Uzly mají obecně definované souřadnice  $[x_1; z_1]$ ,  $[x_2; z_2]$  a  $[x_3; z_3]$ , přičemž poloha uzlu  $[x_2; z_2]$  je proměnná. Vyjádření délky prutu  $l_{12}$  je znázorněno vztahem (4.1) a vyjádření délky prutu  $l_{23}$  vztahem (4.2).

$$l_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (4.1)$$

$$l_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_2 - z_3)^2} \quad (4.2)$$

Po vyjádření délek prutů můžeme vyjádřit vztah pro podporové reakce v uzlu  $[x_1; z_1]$  jako vztah (4.3) a v uzlu  $[x_3; z_3]$  jako vztah (4.4)

$$\begin{aligned} R_{12z} &= q \cdot \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ R_{12x} &= \frac{(x_2 - x_1) \cdot q \cdot \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}{2 \cdot (z_2 - z_1)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} R_{23z} &= q \cdot \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_2 - z_3)^2} \\ R_{23x} &= \frac{(x_3 - x_2) \cdot q \cdot \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_2 - z_3)^2}}{2 \cdot (z_3 - z_2)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

kde  $R_{12z}$ ;  $R_{23z}$  jsou svislé reakce,  $R_{12x}$ ;  $R_{23x}$  jsou vodorovné reakce a  $q$  je zatížení konstrukce.

Vyjádření normálových sil na prutech  $N$  je uvedeno ve vztahu (4.5) a ohybových momentů na prutech  $M$  ve vztahu (4.6). Vyjádření vnitřních sil je v jedné polovině délky prutů.

$$\begin{aligned} N_{12} &= \frac{2q \cdot (z_2 - z_1)^2 + q \cdot (x_2 - x_1)^2}{2 \cdot (z_2 - z_1)} \\ N_{23} &= \frac{2q \cdot (z_2 - z_3)^2 + q \cdot (x_3 - x_2)^2}{2 \cdot (z_2 - z_3)} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} M_{12} &= \frac{q \cdot (x_2 - x_1) \cdot q \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}{8} \\ M_{23} &= \frac{q \cdot (x_3 - x_2) \cdot q \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_2 - z_3)^2}}{8} \end{aligned} \quad (4.6)$$

### Vyjádření omezující funkce napětí

Omezující funkce optimalizace staticky určité konstrukce je napětí  $\sigma$  v tahu. Přestože jsou pruty namáhány tlakovými normálovými silami  $N$ , vzniká kladný ohybový moment  $M$ . Vyjádření funkce napětí  $\sigma$  vychází tedy ze vztahů (4.5) a (4.6) a vypadá následovně

$$\sigma_{12} = \frac{2q \cdot (z_2 - z_1)^2 + q \cdot (x_2 - x_1)^2}{2 \cdot A \cdot (z_2 - z_1)} + \frac{q \cdot (x_2 - x_1) \cdot \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}{8 \cdot I_y} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\sigma_{23} = \frac{2q \cdot (z_2 - z_3)^2 + q \cdot (x_3 - x_2)^2}{2 \cdot A \cdot (z_2 - z_3)} + \frac{q \cdot (x_3 - x_2) \cdot \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_2 - z_3)^2}}{8 \cdot I_y} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.7)$$

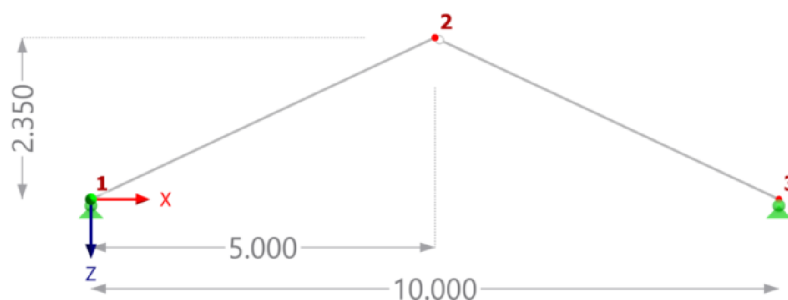
kde  $A$  je plocha průřezu prutu,  $I_y$  je moment setrvačnosti pro obdélníkový průřez počítaný dle vztahu (4.8) a  $h$  je výška průřezu prutu.

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \quad (4.8)$$

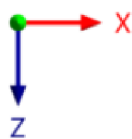
kde  $b$  je šířka průřezu a  $h$  je výška průřezu.

### Definovaná oblast optimalizace

Je to oblast, ve které se hledá optimální řešení. Definovaná oblast optimalizace je určena krajními body. Základní model této optimalizační úlohy je prutová soustava o dvou prutech. Její rozměry jsou předepsány souřadnicemi uzlů ① [0; 0], ② [5; -2, 35] ③ [10; 0]. Geometrie základního modelu a jeho okrajové podmínky jsou zobrazeny na obrázku 4.2. Záporné hodnoty souřadnic  $z_1; z_2; z_3$  jsou dány globálním a lokálním souřadnicovým systémem, jehož kladné směry jsou zobrazeny na obrázku 4.3.

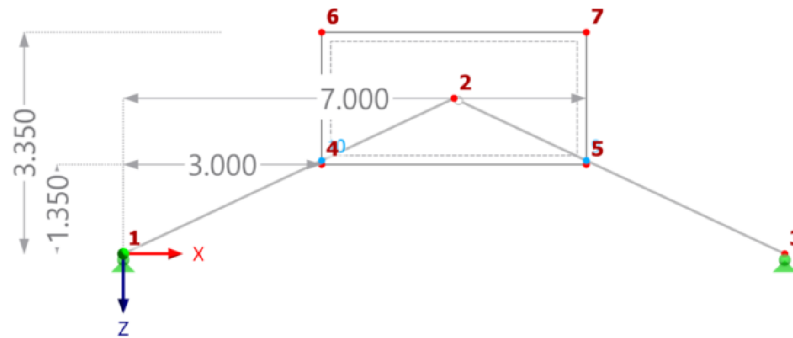


Obrázek 4.2: Geometrie staticky určité konstrukce



Obrázek 4.3: Souřadnicový systém modelu

Definovaná oblast řešeného optimalizačního problému je určena čtyřmi krajními body ④[3; -1, 35], ⑤[7; -1, 35], ⑥ [3; -3, 35], ⑦ [7; -3, 35]. Grafické znázornění definované oblasti je znázorněno na obrázku 4.4.



Obrázek 4.4: Definovaná oblast optimalizace

### Omezení řešení optimalizace

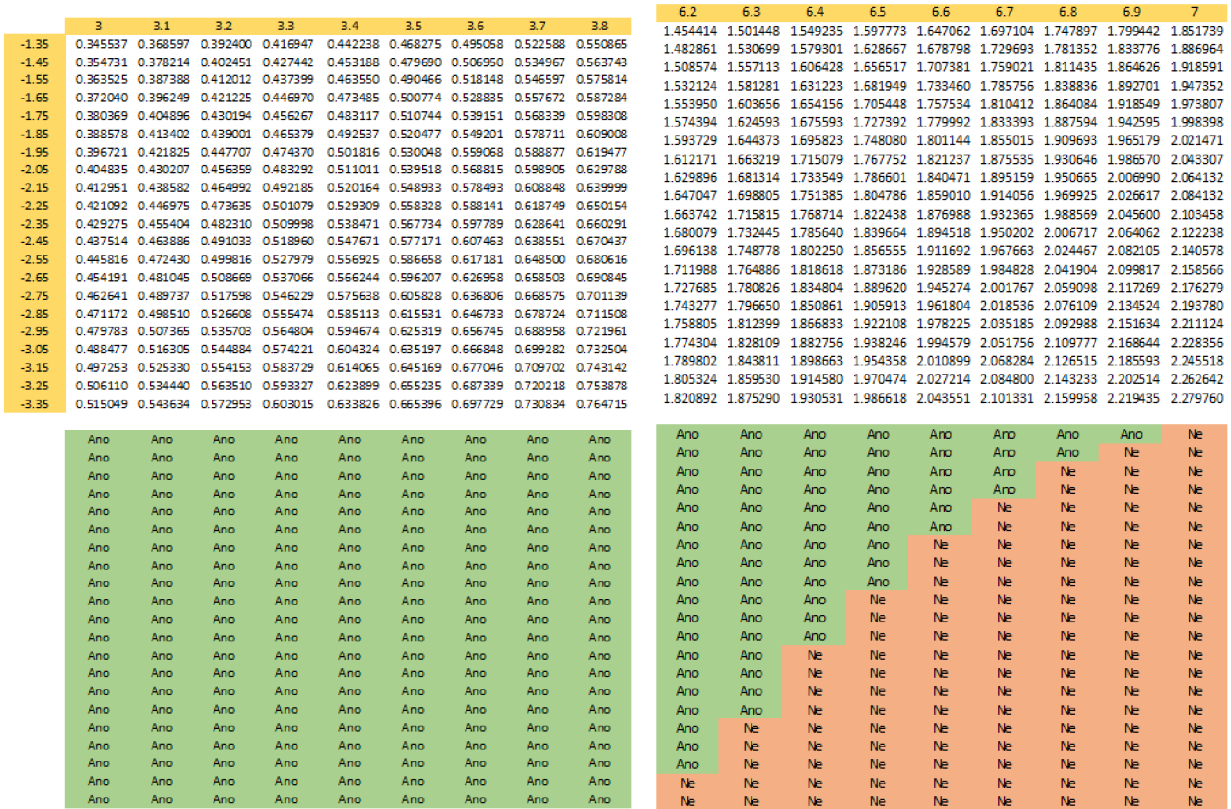
Pro účely studie tvarové optimalizace je vybrán obdélníkový betonový průřez o rozměrech 200 x 400 mm. Průřez je z betonu třídy C20/25. Pevnost betonu v tahu  $f_{ctm} = 2,2$  MPa, pevnost betonu v tlaku  $f_{ck} = 20$  MPa. Vrchní omezení napětí  $\sigma$  je na základě vybraného materiálu průřezu pevnost betonu v tahu  $f_{ctm}$ , která je za účelem přísnějšího omezení snížena. Pokud vypočítané napětí  $\sigma$  v kterémkoliv bodě překročí zvolenou mezní hodnotu  $0,8f_{ctm} \doteq 1,8$  MPa, nelze tento bod považovat za přípustné řešení optimalizace. Tato omezující podmínka lze zapsat jako  $g(x; z)$  a je vyjádřena vztahem

$$\sigma < 0,8f_{ctm} \quad (4.9)$$

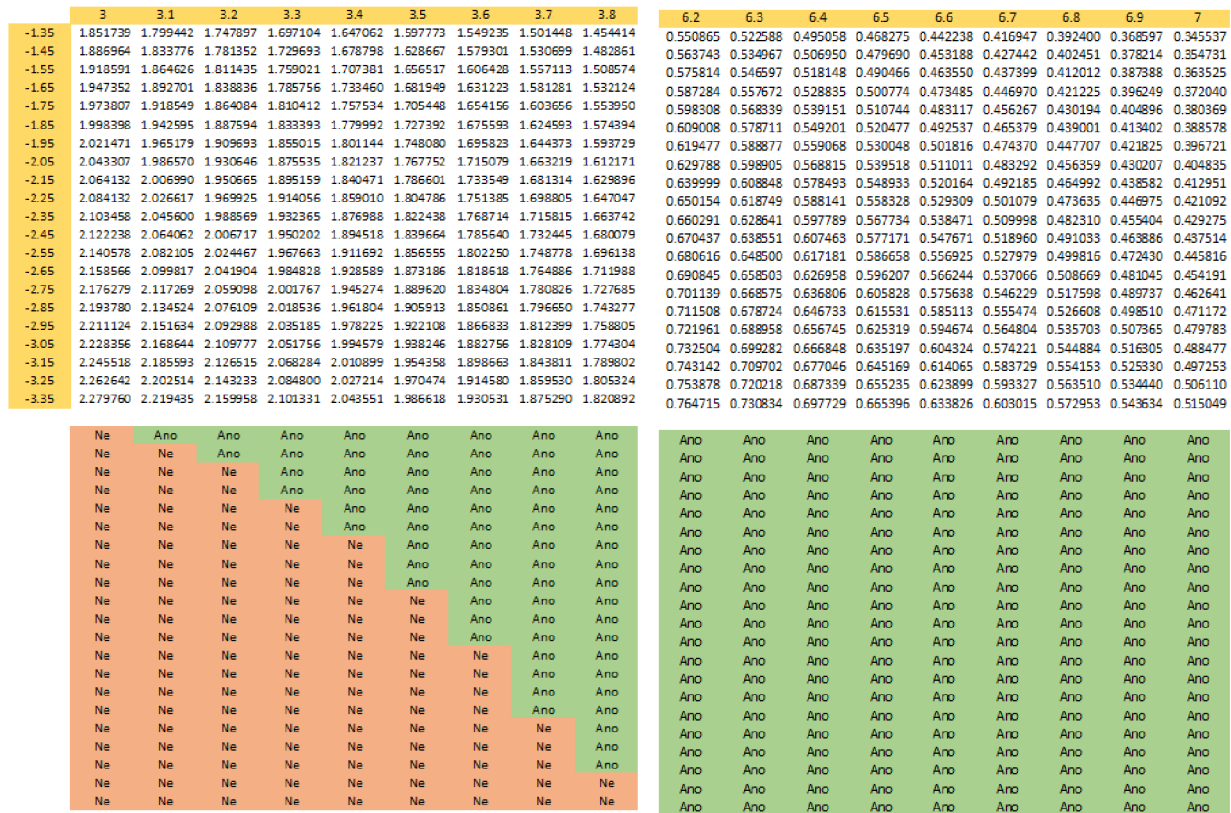
kde  $\sigma$  je hodnota vypočítaného napětí a  $0,8f_{ctm}$  je snížená pevnost betonu v tahu.

V programu MS Excel je proveden výpočet napětí  $\sigma$  podle vztahu (4.7) v jednotlivých bodech, které jsou po deseti centimetrech v intervalu definované oblasti řešeného optimalizačního problému.

V programu MS Excel je zavedena funkce "KDYŽ" a podmíněné formátování buněk. Tyto funkce nám podbarvením buněk zvýrazní přípustné a nepřípustné body řešení optimalizace. Pokud  $\sigma < 0,8f_{ctm}$  je tedy bod přípustným řešením, je podbarven zelenou barvou, naopak, je-li  $\sigma > 0,8f_{ctm}$  je bod nepřípustným řešením a je podbarven červenou barvou. Vzhledem k symetrii konstrukce jsou i oblasti nepřípustných bodů *prutu 1* a *prutu 2* symetrické. *Prut 1* je graficky znázorněn na obrázku 4.5 a *prut 2* na obrázku 4.6.



Obrázek 4.5: Omezení řešení optimalizace - prut 1



Obrázek 4.6: Omezení řešení optimalizace - prut 2

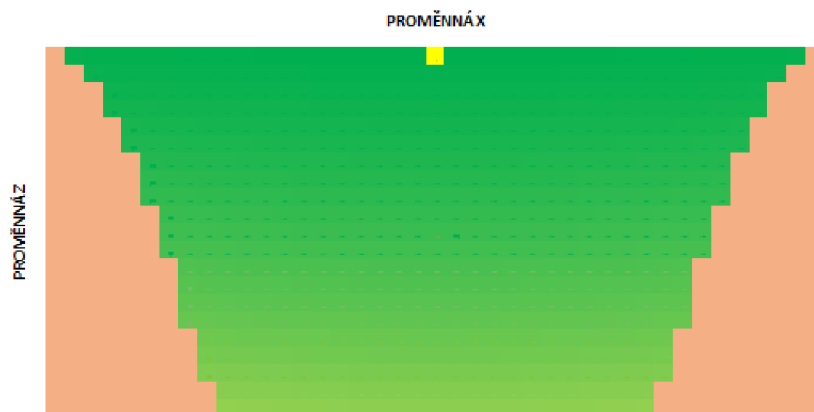
## Účelová funkce hmotnosti

Hmotnost konstrukce lze vyjádřit jako funkci  $w(x)$  a je vyjádřena vztahem

$$w(x) = \rho \cdot l_1 \cdot A_1 + \rho \cdot l_2 \cdot A_2 \quad (4.10)$$

kde  $\rho$  je objemová hmotnost materiálu,  $l_1$  je délka prutu 1 vyjádřena vztahem (4.1),  $l_2$  je délka prutu 2 vyjádřena vztahem (4.2) a  $A_1; A_2$  je plocha průřezu prutu.

Výpočet účelové funkce hmotnosti je proveden v programu MS Excel, kde jsou pomocí podmíněného formátování světle zelenou barvou podbarveny hodnoty s nejvyšší hmotností. S klesající hodnotou hmotnosti přechází zelená barva do tmavého odstínu. Nejmenší hmotnost konstrukce je  $w = 2071,62$  kg, pokud je souřadnice uzlu ②  $[5; -1,35]$ . Graficky jsou hmotnosti v jednotlivých bodech znázorněny na obrázku (4.7), kde žlutě podbarvená buňka značí nejmenší vypočtenou hmotnost konstrukce.



Obrázek 4.7: Hmotnosti konstrukce v jednotlivých bodech

### 4.1.2 Řešení výpočetním programem RFEM 6

V programu RFEM 6 je provedena optimalizace konstrukce metodou *Particle swarm*. Před samotným zahájením výpočtu optimalizace musí být upraveny globální parametry. Jejich úprava je znázorněna v tabulce

Tabulka 4.1: Úprava globálních parametrů - staticky určitá konstrukce

Č.	Název	Symbol	Skupina jednotek	Hodnota	Jednotka	Min	Max	Přírůstek	Kroky
1	a	a	Délky	5.000	m	3.000	7.000	0.100	40
2	b	b	Délky	-2.350	m	-3.350	-1.350	0.100	20



Globální parametry  $a$  a  $b$  určují svými hodnotami  $Min$  a  $Max$  definovanou oblast, ve které bude hledáno optimální řešení. Sloupec s názvem *Hodnota* obsahuje polohu uzlu základního optimalizovaného modelu konstrukce. Hodnoty ve sloupci *Prírůstek* určují po jaké vzdálenosti bude řešení optimalizačního problému hledáno. Poslední sloupec tabulky s názvem *Kroky* definuje počet celkových kroků pro vyřešení optimalizačního problému.

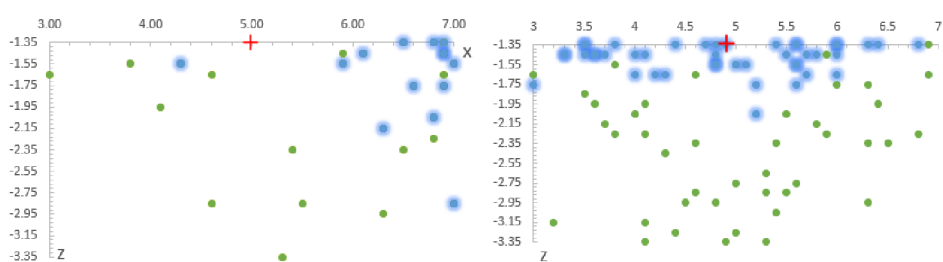
Parametry  $a$  a  $b$  lze označit za vzorce optimalizace. Hledaným optimem je poloha uzlu ②. Parametr  $a$  představuje tedy vzorec, podle kterého se hledá optimální poloha uzlu ve vodorovném směru. Parametr  $b$  tedy představuje vzorec, podle kterého se hledá optimální poloha uzlu ve svislém směru. Zadání vzorců do souřadnic uzlu je zobrazeno na obrázku 4.8.

Uzel č.	Typ uzlu	Referenční Uzel	Souřadný systém	Typ souřadnice	X [m]	Souřadnice Y [m]	Z [m]
1	Standardní	--	1 - Globální XYZ	Kartézský	0.000	0.000	0.000
2	Standardní	--	1 - Globální XYZ	Kartézský	a	0.000	b
3	Standardní	--	1 - Globální XYZ	Kartézský	10.000	0.000	0.000

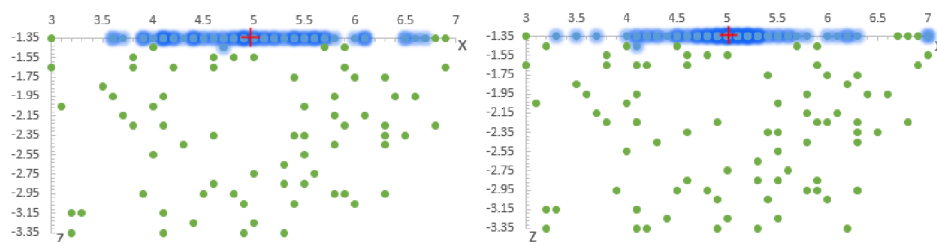
Obrázek 4.8: Zadání vzorců do souřadnic uzlu

Globální parametry jsou nastaveny a definovány jako vzorec v souřadnicích uzlu. Před zahájením výpočtu je však potřeba nastavit ještě několik vstupujících informací výpočtu. Je nutné nastavit kolik nejlepších řešení má program zachovat, kolik procent má ze všech možných mutací vypočítat, s jakým záměrem je spuštěn výpočet optimalizace a hlavně jakou optimalizační metodou má být výpočet proveden.

Výpočet tohoto optimalizačního problému je proveden metodou *Particle swarm* a optimalizace je počítána se záměrem nejmenší hmotnosti konstrukce. Je definováno, že program uchová pět nejlepších řešení optimalizace. Program vypočítal 860 možných mutací. Celkem jsou provedeny čtyři výpočty, u kterých je měněno procento počítaných mutací. Je vypočítáno 5%; 25%; 75% a 100%. Pro každý výpočet je vytvořen graf populací. Grafy výpočtu 5% a 25% mutací jsou znázorněny na obrázku 4.9 a grafy výpočtu 75% a 100% mutací na obrázku 4.10.



Obrázek 4.9: Grafy populací (vlevo 5% vpravo 25%)



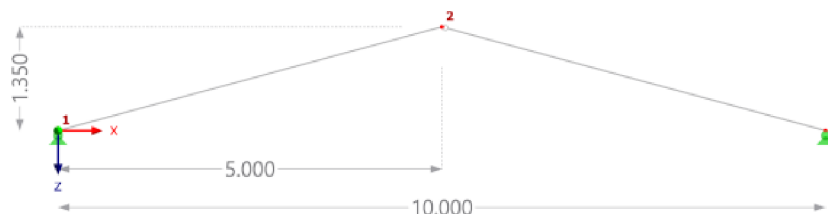
**Obrázek 4.10:** Grafy populací (vlevo 75% vpravo 100%)

Červený křížek v grafech značí nejlepší možnou pozici. Na grafu lze pozorovat tečky, které znázorňují částice populace (zelené tečky znázorňují první a modré poslední částice populace). Společně tvoří roj, který se blíží optimu řešení. Počet částic populace záleží na zadaném procentu z výpočtu všech mutací. U grafu, který znázorňuje výpočet pěti procent ze všech mutací lze vidět, že se k optimu blíží pouze malá část oproti grafu, který znázorňuje sto procent výpočtu ze všech mutací.

Po provedení výpočtu došel program k výsledku, že optimum dané úlohy je tehdy, pokud má uzel ② souřadnice  $[5; -1,35]$  a jeho hmotnost činí  $w = 2072$  kg. Výsledky z výpočetního programu RFEM 6 jsou zobrazeny na obrázku 4.11 a model optima konstrukce na obrázku 4.12.

Pořadí	Název modelu	Celková hmotnost [t]	Optimalizované hodnoty	
			a [m]	b [m]
1	Model.107	2.072	5.000	-1.350
2	Model.224	2.072	5.100	-1.350
3	Model.79	2.072	4.900	-1.350
4	Model.127	2.072	5.200	-1.350
5	Model.87	2.072	4.800	-1.350

**Obrázek 4.11:** Výsledky optimalizace staticky určité konstrukce z výpočetního programu RFEM 6



**Obrázek 4.12:** Model optima staticky určité konstrukce



### 4.1.3 Porovnání výsledků

Výsledek analytického výpočtu optimalizačního problému dané studie je, že optimální poloha uzlu ② je při souřadnicích  $[5; -1, 35]$ . Při této poloze uzlu ② je analyticky dopočítaná hmotnost konstrukce  $w = 2071,62$  kg.

Výsledky z výpočetního programu jsou stejné jako při výpočtu analytickém, tedy poloha uzlu ② má souřadnice  $[5; -1, 35]$ . Výsledek hmotnosti konstrukce se taktéž shoduje s analytickým výpočtem, kde RFEM 6 zaokrouhlil výsledek hmotnosti konstrukce na  $w = 2072$  kg.

Výsledky analytického výpočtu se shodují s výsledky z výpočetního programu RFEM 6. Je tedy ověřena správnost výpočtu programu a lze jeho výsledky považovat za správné.

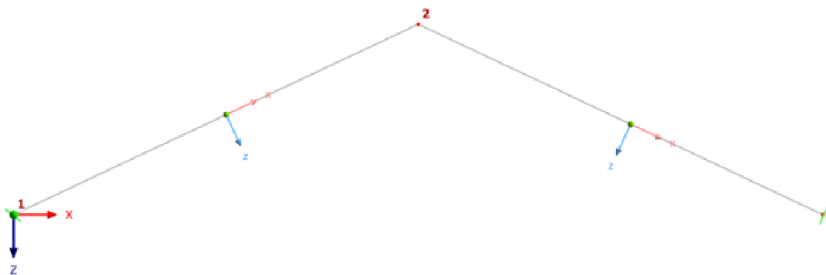
## 4.2 Studie tvarové optimalizace staticky neurčité konstrukce

Studie je obdobná studii staticky určité konstrukce (4.1). Shoduje se zde řešený optimalizační problém, definovaná oblast optimalizace, která je znázorněna na obrázku 4.4, průřez prutu konstrukce a tím i zatížení konstrukce. Rozdílem jsou vnější okrajové podmínky prutů. Pruty jsou oboustranně vetknuté a prutová soustava tvořící konstrukci je tedy staticky neurčitá.

V této kapitole je řešen příklad zjednodušené staticky neurčité konstrukce, která je zatížena vlastní tíhou průřezu. Studie je rozdělena na tři části. První část je zaměřena na analytické řešení, druhá část je zaměřena na řešení výpočetním softwarem RFEM 6 a v poslední části je závěr této studie, kterým je porovnání výsledků.

V první části je řešeno analytické odvození vnitřních sil pomocí deformační metody. Vzhledem ke statické neurčitosti konstrukce je zde poukázáno na složitost analytického vyjádření omezující funkce napětí  $\sigma$ . Výpočet napětí v jednotlivých bodech definované oblasti řešení tvarové optimalizace. Pomocí dvou omezujících podmínek jsou ve stanovené oblasti vymezeny přípustná řešení. V neposlední řadě je proveden výpočet účelové funkce hmotnosti  $w(x)$ .

Ve druhé části je proveden výpočet optimalizace v programu RFEM 6. Ve třetí části je porovnání výsledků analytického výpočtu s výsledky z výpočetního programu.



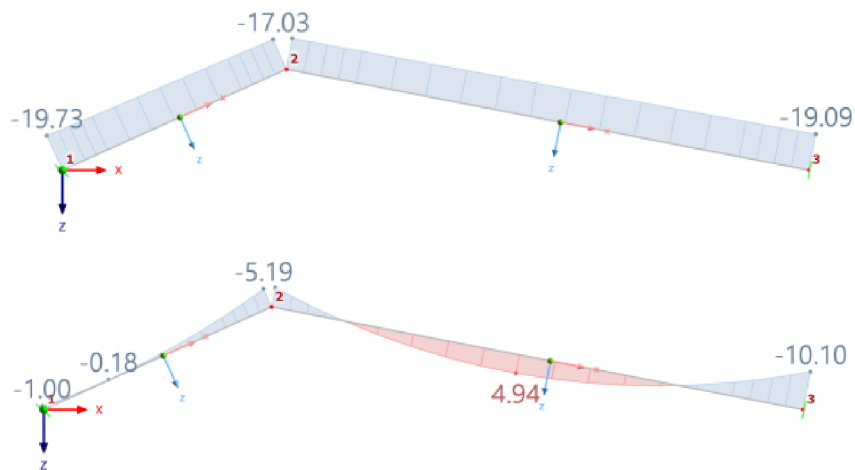
Obrázek 4.13: Model staticky neurčité konstrukce

### 4.2.1 Analytické řešení

Jedná se o prutovou soustavu složenou ze dvou prutů, které jsou oboustranně vetknuté. Konstrukce je zatížena vlastní tíhou průřezu.

#### Vyjádření vnitřních sil

Z důvodu statické neurčitosti je výpočet vnitřních sil proveden deformační metodou. Výpočet je proveden v programu MS Excel. Vnitřní síly jsou na konstrukci vyšetřovány ve třech místech, na začátku, uprostřed a na konci obou prutů. Pro ověření správnosti analytického výpočtu deformační metodou je proveden kontrolní výpočet ve dvou krajních bodech definované oblasti optimalizace (obrázek 4.4) ve výpočetním programu RFEM 6. Výsledky z výpočetního programu pro souřadnice uzlu ② [3; -1, 35] jsou na obrázku 4.14. Výsledky analytického výpočtu pro souřadnice uzlu ② [3; -1, 35] jsou na obrázku 4.15.

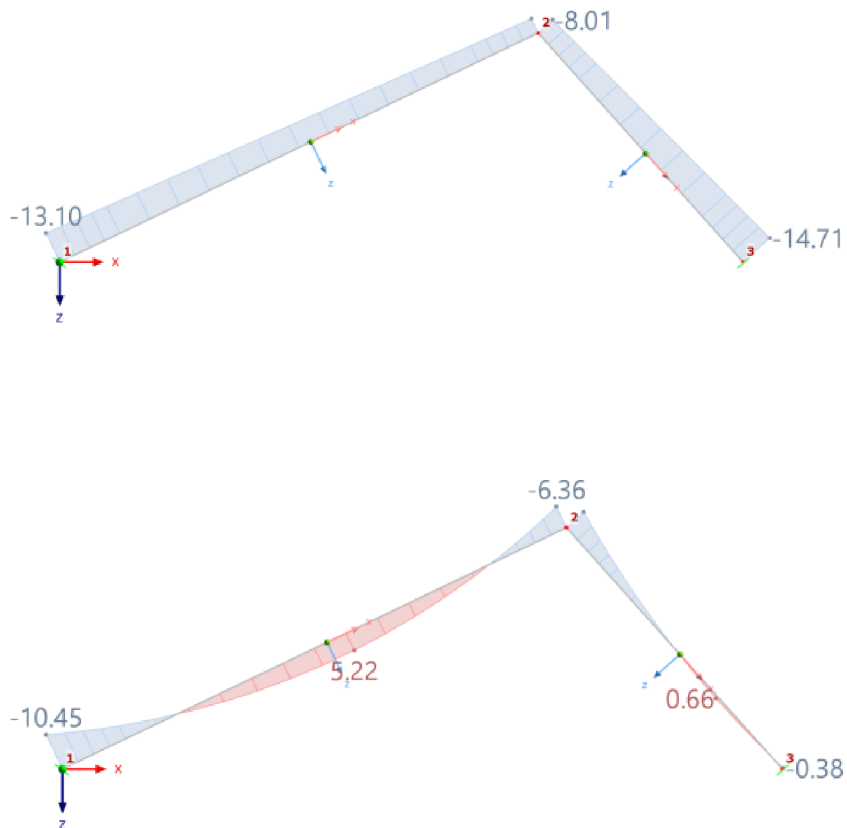


**Obrázek 4.14:** Výsledky z výpočetního programu RFEM 6 (normálové síly, ohybové momenty)

N	19.73	[kN]
V	-1.73	[kN]
M	1.00	[kNm]
N	-17.03	[kN]
V	-4.27	[kN]
M	-5.19	[kNm]
N	16.39	[kN]
V	-6.31	[kN]
M	5.19	[kNm]
N	-19.09	[kN]
V	-7.69	[kN]
M	-10.10	[kNm]
N (1/2)	18.38	[kN]
M (1/2)	-0.63	[kNm]
N (1/2)	17.74	[kN]
M (1/2)	4.83	[kNm]

**Obrázek 4.15:** Výsledky analytického výpočtu

Pro souřadnice uzlu ② [7; -3,35] jsou výsledky z výpočetního programu zobrazeny na obrázku 4.16 a výsledky analytického výpočtu jsou zobrazeny na obrázku 4.17. Ukázka výpočtu deformační metody je v příloze A.1



**Obrázek 4.16:** Výsledky z výpočetního programu RFEM 6 (normálové síly, ohybové momenty)

N	13.10	[kN]
V	-7.53	[kN]
M	10.45	[kNm]
N	-6.40	[kN]
V	-6.47	[kN]
M	-6.36	[kNm]
N	8.01	[kN]
V	-4.33	[kN]
M	6.36	[kNm]
N	-14.71	[kN]
V	-1.67	[kN]
M	-0.38	[kNm]
N (1/2)	9.75	[kN]
M (1/2)	5.18	[kNm]
N (1/2)	11.36	[kN]
M (1/2)	0.00	[kNm]

**Obrázek 4.17:** Výsledky analytického výpočtu

## Omezení optimalizace

Omezující podmínka řešení optimalizace je jako u staticky určité konstrukce (4.1) funkce napětí  $\sigma$ . Pruty jsou namáhány tlakovými normálovými silami. Na krajích prutů vznikají záporné ohybové momenty ve většině bodů v definované oblasti optimalizace, avšak uprostřed prutu vznikají i kladné ohybové momenty. Z důvodu vznikajících kladných i záporných momentů na prutech je funkce napětí omezena dvěma podmínkami. První podmínkou je omezení napětí maximální hodnotou pevnosti betonu v tlaku, kdy se uvažuje lineární průběh napětí  $0,4f_{ck} = 8$  MPa, podmínku lze zapsat  $(x; z)$ , vyjádření podmínky lze zapsat vztahem (4.11). Druhá podmínka je omezení napětí maximální stanovenou hodnotou pevnosti betonu v tahu, která je vyjádřena vztahem 4.9.

$$\sigma < 0,4f_{ck} \quad (4.11)$$

Vzhledem ke statické neurčitosti konstrukce je odvození funkce napětí analytickým výpočtem velmi rozsáhlá a obtížná úloha. Nastínění řešení analytického odvození funkce napětí je znázorněno ve vztahu 4.12.

$$\mathbf{k}_{ab} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l}c^2 + \frac{12EI}{l^3}s^2 & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{6EI}{l^2}s & -\left(\frac{EA}{l}c^2 + \frac{12EI}{l^3}s^2\right) & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{6EI}{l^2}s \\ \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2 & -\frac{6EI}{l^2}c & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\left(\frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2\right) & -\frac{6EI}{l^2}c \\ \frac{6EI}{l^2}s & -\frac{6EI}{l^2}c & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2}s & \frac{6EI}{l^2}c & \frac{2EI}{l} \\ -\left(\frac{EA}{l}c^2 + \frac{12EI}{l^3}s^2\right) & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\frac{6EI}{l^2}s & \frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2 & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\frac{6EI}{l^2}s \\ -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & -\left(\frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2\right) & \frac{6EI}{l^2}c & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)cs & \frac{EA}{l}s^2 + \frac{12EI}{l^3}c^2 & \frac{6EI}{l^2}c \\ \frac{6EI}{l^2}s & -\frac{6EI}{l^2}c & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2}s & \frac{6EI}{l^2}c & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

Stavovou proměnnou této optimalizační úlohy je poloha uzlu ②, proto je vztah pro vyjádření délek prutu znázorněno vztahy (4.1) a (4.2). Vyjádřené vztahy pro délky prutů by musely být dosazeny pro jeden i druhý prut do globální matice tuhosti prutu, která je znázorněna vztahem 4.12 a bylo by potřeba vyřešit mnoho soustav rovnic.

Výpočet napětí je tedy proveden podle vztahu 4.13 pro tahovou omezující podmínku a pro tlakovou omezující podmínku podle vztahu 4.14

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{Iy} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.13)$$

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M}{Iy} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.14)$$

kde  $N$  je normálová síla,  $A$  plocha průřezu,  $M$  ohybový moment,  $Iy$  moment setrvačnosti do počítaný podle vztahu (4.8),  $h$  výška průřezu prutu.

Výpočet napětí je proveden v programu MS Excel. Pro zmenšení časové náročnosti počítání vnitřních sil a poté funkce napětí není přírůstek optimalizace deset centimetrů jak tomu bylo u staticky určité konstrukce (4.1), ale dvacet centimetrů. Část výsledků napětí pro *prut 1* je zobrazena na obrázcích (4.18, 4.19, 4.20) a pro *prut 2* na obrázcích (4.21, 4.22, 4.23).

otlak1		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-0.05894	0.017213	0.094846	0.174102	0.254742	0.336527	0.419401	0.503222	
-1.85	-0.13154	-0.04841	0.035734	0.120816	0.206808	0.293612	0.381152	0.46938	
-2.35	-0.1432	-0.05724	0.029563	0.117076	0.205466	0.294459	0.384038	0.474276	
-2.85	-0.13265	-0.04515	0.043122	0.131996	0.221678	0.311964	0.402891	0.494468	
-3.35	-0.11268	-0.02396	0.06533	0.155459	0.246155	0.337546	0.429584	0.522415	
Posouzení tlak		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
Posouzení tah		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
otah1		3	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-0.43433	-0.51158	-0.58983	-0.66949	-0.75033	-0.83202	-0.91469	-0.99812	
-1.85	-0.28873	-0.37217	-0.45633	-0.54125	-0.62688	-0.71309	-0.80002	-0.88748	
-2.35	-0.24133	-0.32717	-0.41355	-0.50049	-0.58813	-0.67625	-0.7648	-0.85393	
-2.85	-0.23719	-0.32401	-0.41143	-0.49935	-0.58788	-0.67693	-0.76653	-0.85672	
-3.35	-0.25499	-0.34249	-0.43047	-0.51916	-0.60835	-0.69809	-0.78846	-0.87952	
Posouzení tlak		3	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4.18: Výpočet napětí na prutu 1 první část

otah2		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-0.34762	-0.294	-0.24068	-0.18776	-0.1352	-0.08288	-0.03088	0.020894	
-1.85	-0.26322	-0.2138	-0.16434	-0.11486	-0.06535	-0.01576	0.03375	0.083298	
-2.35	-0.20995	-0.16259	-0.1149	-0.06703	-0.01891	0.029363	0.0778	0.126392	
-2.85	-0.17155	-0.12503	-0.07816	-0.03104	0.016447	0.064169	0.112144	0.160361	
-3.35	-0.14115	-0.09487	-0.04829	-0.00129	0.045988	0.093629	0.141546	0.189833	
Posouzení tlak		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
Posouzení tah		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
otlak2		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-0.1119	-0.16662	-0.22055	-0.27387	-0.32663	-0.37886	-0.43066	-0.48204	
-1.85	-0.1108	-0.16052	-0.21001	-0.25932	-0.30848	-0.35747	-0.40637	-0.45516	
-2.35	-0.11583	-0.16308	-0.21034	-0.25763	-0.30501	-0.35241	-0.39981	-0.44729	
-2.85	-0.12705	-0.17288	-0.2189	-0.26506	-0.3114	-0.35789	-0.40453	-0.45137	
-3.35	-0.14278	-0.18783	-0.23309	-0.27866	-0.32443	-0.37042	-0.41666	-0.4632	
Posouzení tlak		3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4.19: Výpočet napětí na prutu 1 první část

otlak3								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	0.76037	0.691509	0.630076	0.575752	0.52862	0.48887	0.456352	0.43118
-1.85	0.901224	0.836283	0.778049	0.726562	0.681881	0.644125	0.613215	0.589276
-2.35	0.983376	0.922178	0.867194	0.81855	0.776274	0.740511	0.711324	0.688717
-2.85	1.042378	0.984918	0.933232	0.887489	0.847714	0.81406	0.786581	0.765335
-3.35	1.092013	1.038182	0.989793	0.946892	0.909645	0.878077	0.852362	0.832511
Posouzení tah								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
otah3								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-1.18614	-1.11839	-1.05755	-1.00362	-0.9567	-0.91687	-0.88414	-0.85857
-1.85	-1.229	-1.16436	-1.10615	-1.05449	-1.00945	-0.97111	-0.93959	-0.91489
-2.35	-1.25041	-1.18911	-1.13369	-1.08445	-1.04145	-1.00481	-0.97458	-0.95086
-2.85	-1.26972	-1.21158	-1.15904	-1.11234	-1.07141	-1.03653	-1.00772	-0.98509
-3.35	-1.2922	-1.23713	-1.18742	-1.1431	-1.10434	-1.07111	-1.04372	-1.02213
Posouzení tlak								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4.20: Výpočet napětí na prutu 1 - třetí část

otlak1								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	0.768436	0.698888	0.636716	0.581613	0.533675	0.493101	0.459748	0.433732
-1.85	0.911505	0.845688	0.786515	0.734041	0.688338	0.649534	0.617558	0.592542
-2.35	0.996534	0.934135	0.877903	0.827977	0.784388	0.747295	0.716766	0.692806
-2.85	1.058859	0.999795	0.946485	0.899106	0.857682	0.822374	0.793236	0.770328
-3.35	1.112096	1.056222	1.005804	0.960875	0.921614	0.888039	0.860324	0.838473
Posouzení tah								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
otah1								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-1.17807	-1.11101	-1.05091	-0.99776	-0.95164	-0.91263	-0.88074	-0.85601
-1.85	-1.21871	-1.15496	-1.09768	-1.04701	-1.003	-0.9657	-0.93524	-0.91163
-2.35	-1.23726	-1.17715	-1.12298	-1.07503	-1.03334	-0.99803	-0.96914	-0.94677
-2.85	-1.25324	-1.1967	-1.14579	-1.10072	-1.06144	-1.02821	-1.00107	-0.9801
-3.35	-1.27212	-1.21909	-1.17141	-1.12911	-1.09237	-1.06115	-1.03576	-1.01617
Posouzení tlak								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4.21: Výpočet napětí na prutu 2 - první část

otah2								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	0.683572	0.632569	0.581743	0.530955	0.480194	0.429458	0.378707	0.327925
-1.85	0.732727	0.681911	0.631367	0.581043	0.53087	0.480824	0.430908	0.381081
-2.35	0.77435	0.722985	0.671945	0.621285	0.570837	0.520687	0.470787	0.421082
-2.85	0.812237	0.759926	0.708086	0.656765	0.605734	0.55511	0.504816	0.454832
-3.35	0.848629	0.795247	0.742536	0.690269	0.638544	0.587189	0.536315	0.485763
Posouzení tah								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
Posouzení tlak								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
otlak2								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-1.12697	-1.07844	-1.02968	-0.98085	-0.9319	-0.88274	-0.83345	-0.78395
-1.85	-1.08617	-1.03743	-0.98879	-0.94025	-0.89177	-0.84325	-0.79484	-0.74641
-2.35	-1.07383	-1.02474	-0.97578	-0.92708	-0.87854	-0.83018	-0.78192	-0.73381
-2.85	-1.07786	-1.02808	-0.97865	-0.92962	-0.88075	-0.83221	-0.7839	-0.73585
-3.35	-1.09239	-1.04188	-0.99189	-0.94226	-0.89304	-0.84406	-0.7955	-0.74721
Posouzení tlak								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4.22: Výpočet napětí na prutu 2 - druhá část

otlak3								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	1.65596	1.563815	1.472221	1.381205	1.290765	1.200801	1.111451	1.022643
-1.85	1.667707	1.572002	1.477018	1.382718	1.288977	1.19569	1.10307	1.010933
-2.35	1.701448	1.603088	1.505409	1.408624	1.312422	1.216953	1.122096	1.027837
-2.85	1.745437	1.644366	1.544288	1.445327	1.346978	1.249538	1.152847	1.056902
-3.35	1.796026	1.692406	1.590156	1.488825	1.388605	1.28912	1.190686	1.09295
Posouzení tah								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
Posouzení tlak								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
otah3								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	-2.13312	-2.04344	-1.95391	-1.86485	-1.77621	-1.68783	-1.59993	-1.51241
-1.85	-2.06739	-1.97377	-1.8807	-1.78817	-1.69611	-1.60437	-1.51325	-1.42251
-2.35	-2.05968	-1.96357	-1.86799	-1.77316	-1.67888	-1.5852	-1.49199	-1.39933
-2.85	-2.0823	-1.98377	-1.88612	-1.78942	-1.69326	-1.59789	-1.50318	-1.40916
-3.35	-2.12352	-2.02279	-1.92326	-1.82457	-1.72684	-1.62975	-1.53362	-1.43815
Posouzení tlak								
	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4	4.2	4.4
-1.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-1.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-2.85	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO
-3.35	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO	ANO

Obrázek 4.23: Výpočet napětí na prutu 2 - třetí část

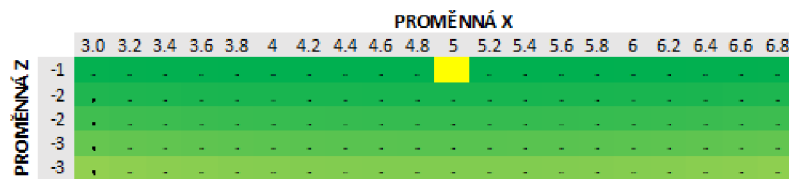


Na obrázcích (4.18;4.19;4.20), (4.21;4.22;4.23) tabulka s názvem  $\sigma(tlak)_i$  zobrazuje hodnoty pro výpočet napětí vtahem (4.14) a  $\sigma(tah)_i$  zobrazuje hodnoty pro výpočet vztahem (4.13). Každá tabulka je dle vypočteného napětí omezena mezní hodnotou. Pokud v tabulce vyšla hodnota vypočteného napětí  $\sigma$  záporná, je daná podmínka ze vztahu 4.11. Jestliže pak v tabulce vyšla hodnota vypočteného napětí  $\sigma$  kladná, je daná podmínka ze vztahu 4.9. Jsou i případy, kdy v tabulce vyšlo napětí  $\sigma$  kladné i záporné, v tom případě jsou hodnoty vypočteného napětí omezeny oběma podmínkami.

Pod tabulkami s hodnotami napětí je pomocí funkce "KDYŽ" a podmíněného formátování znázorněno, zda napětí  $\sigma$  vyhovuje danému omezení a zda je bod v definované oblasti řešené optimalizace přípustný. Napětí vyhovuje ve všech bodech definované oblasti.

### Účelová funkce hmotnosti

Hmotnost konstrukce lze vyjádřit jako funkci  $w(x)$  a je vyjádřena vztahem 4.10. Jako u staticky určité konstrukce (4.1) je výpočet účelové funkce hmotnosti proveden v programu MS Excel, kde jsou pomocí podmíněného formátování světle zelenou barvou podbarveny hodnoty s nejvyšší hmotností. S klesající hodnotou hmotnosti přechází zelená barva do tmavého odstínu. Nejmenší hmotnost konstrukce je  $w = 2071,62$  kg, pokud je souřadnice uzlu ②  $[5; -1, 35]$ . Graficky jsou hmotnosti v jednotlivých bodech znázorněny na obrázku 4.24, kde žlutě podbarvená buňka značí nejmenší vypočtenou hmotnost konstrukce.



Obrázek 4.24: Hmotnosti konstrukce v jednotlivých bodech

### 4.2.2 Řešení výpočetním programem RFEM 6

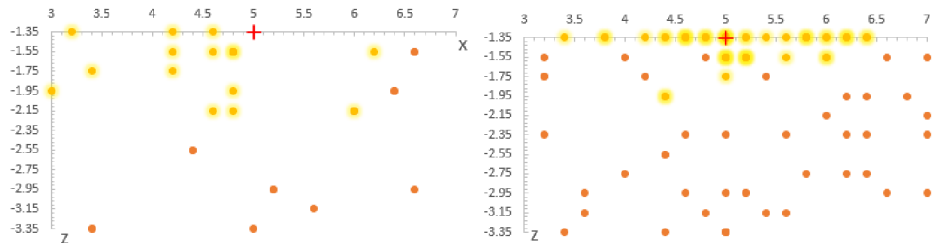
V programu RFEM 6 je provedena optimalizace konstrukce metodou *Particle swarm*. Před samotným zahájením výpočtu optimalizace musí být upraveny globální parametry. Nastavení globálních parametrů je obdobné jako u staticky určité konstrukce (4.1), rozdíl je v definování přírůstku a tedy i v počtu kroků optimalizace. Jejich úprava je znázorněna v tabulce

Tabulka 4.2: Úprava globálních parametrů - staticky neurčitá konstrukce

Č.	Název	Symbol	Skupina jednotek	Hodnota	Jednotka	Min	Max	Přírůstek	Kroky
1	a	a	Délky	5.000	m	3.000	7.000	0.200	20
2	b	b	Délky	-2.350	m	-3.350	-1.350	0.200	10



Další postup nastavení pro výpočet optimalizace je identický jako u staticky určité konstrukce (4.1). Celkem jsou provedeny dva výpočty, u kterých je měněno procento počítaných mutací. Je vypočítáno 25% a 100%. Pro každý výpočet je vytvořen graf populací. Grafy jsou znázorněny na obrázku 4.25.



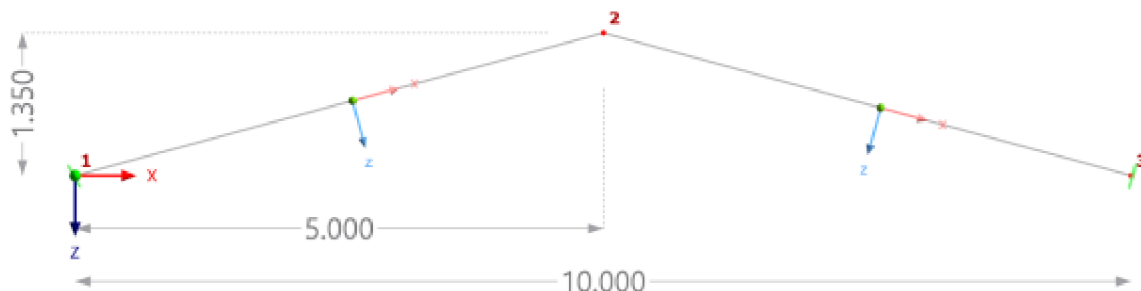
Obrázek 4.25: Grafy populací (vlevo 25% vpravo 100%)

Červený křížek v grafech značí nejlepší možnou pozici. Na grafech lze pozorovat, že tečky tvořící populace (oranžové tečky znázorňují první a žluté poslední populace), tvoří roj, který společně směřuje k optimálnímu řešení obdobně jako u staticky určité konstrukce (4.1). Jelikož je zde nastaven menší přírůstek, máme tak méně kroků výpočtu optimalizace. Lze tedy na grafech 4.25 pozorovat méně částic populace než u grafů staticky určité konstrukce (obrázky 4.9 a 4.10).

Po provedení výpočtu došel program k výsledku, že optimum dané úlohy nastává při souřadnicích uzlu ②  $[5; -1,35]$  a jeho hmotnost činí  $w = 2072$  kg. Výsledky z výpočetního programu RFEM 6 jsou zobrazeny na obrázku 4.26 a model optima konstrukce na obrázku 4.27.

Pořadí	Název modelu	Celková hmotnost [kg]	Optimalizované hodnoty	
			a [m]	b [m]
1	Model.33	2071.618	5.000	-1.350
2	Model.89	2071.723	5.200	-1.350
3	Model.67	2071.723	4.800	-1.350
4	Model.187	2072.040	5.400	-1.350
5	Model.151	2072.040	4.600	-1.350

Obrázek 4.26: Výsledky optimalizace staticky neurčité konstrukce z výpočetního programu RFEM 6



Obrázek 4.27: Model optima staticky neurčité konstrukce konstrukce

### 4.2.3 Porovnání výsledků

Výsledky analytického výpočtu i výpočtu ve výpočetním programu RFEM 6 jsou shodné s výsledky studie staticky určité konstrukce (4.1).

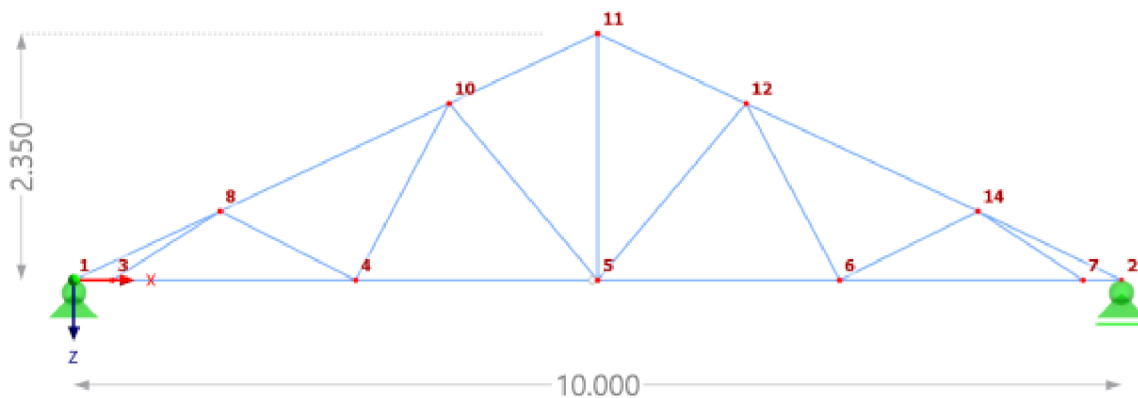
Optimální řešení daného optimalizačního problému je tedy při poloze uzlu ② [5; -1,35] a výsledná hmotnost optimalizačního procesu je  $w = 2072$  kg.

## 4.3 Řešená konstrukce

Tato kapitola se zabývá tvarovou optimalizací vybrané nosné stavební konstrukce. Je vybrán střešní vazník z důvodu nevhodné polohy krajních diagonál. Cílem optimalizační úlohy je optimalizovat konstrukci tak, aby měla co nejmenší hmotnost. Optimalizovaná konstrukce musí vyhovět meznímu stavu únosnosti a použitelnosti.

### 4.3.1 Charakteristika střešního vazníku

Konstrukce se bude nacházet v obci Rožnov pod Radhoštěm. Střešní vazník má sklon horních pásnic  $25^\circ$ , délku 10 m a výšku 2,35 m. Vazník je z ocelových profilů, uprostřed dolního pásu je uvažován kloub z důvodu montážního spoje. Model střešního vazníku je zobrazen na obrázku 4.28.



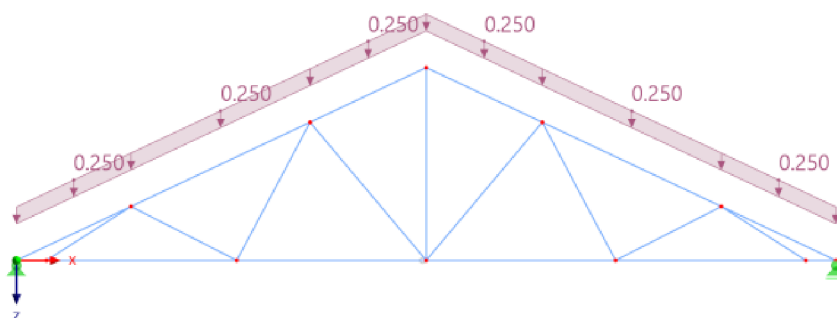
Obrázek 4.28: Model střešního vazníku

### 4.3.2 Zatížení

Zatížení je spočítáno ve statickém výpočtu, který vypracovala statická kancelář BEHA PROJEKT [4].

#### Stálé zatížení

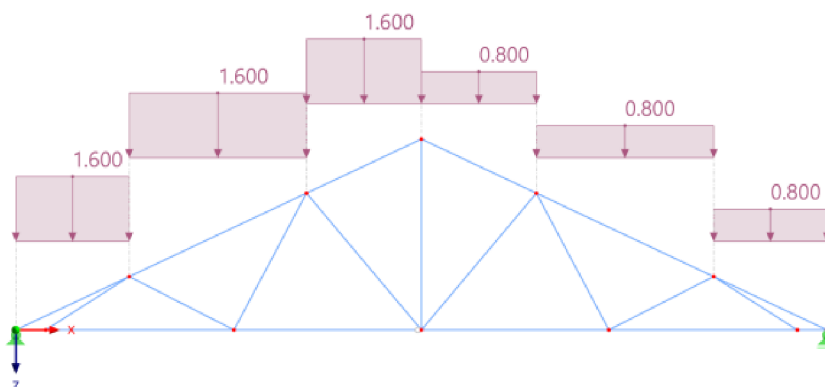
Skladba střešní konstrukce je uvažována včetně latí pro ukotvení pláště. Vlastní tíha konstrukce je vygenerována výpočetním programem RFEM 6. Zatížení od skladby pláště je znázorněno na obrázku 4.29.



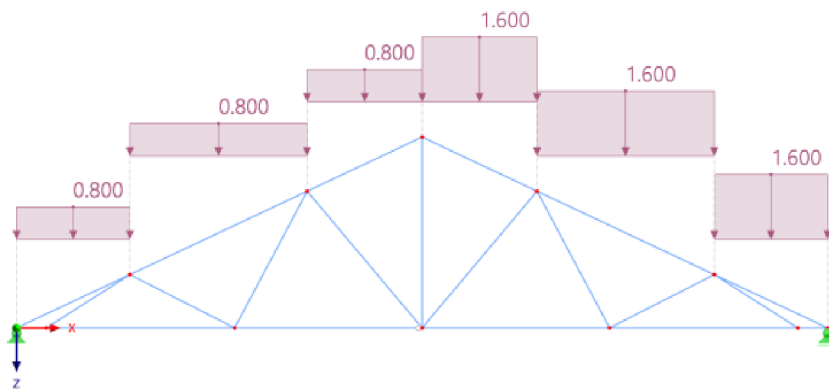
Obrázek 4.29: Zatížení skladbou střešní konstrukce

#### Zatížení sněhem

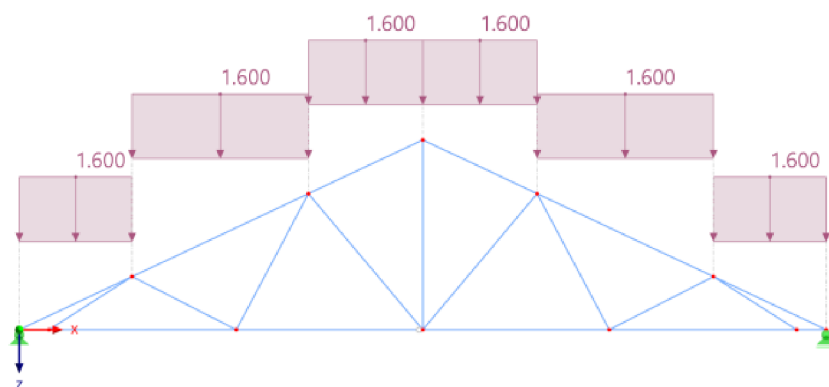
Konstrukce se nachází ve IV. sněhové oblasti. Výpočet zatížení sněhem je provedeno dle ČSN EN 1991-1-1-3 [2]. Zatížení sněhem je na konstrukci zadáno ve třech kombinacích. Kombinace *levý sníh* je znázorněna na obrázku 4.30, *pravý sníh* na obrázku 4.31 a *plný sníh* na obrázku 4.32.



Obrázek 4.30: Zatížení sněhem - levý sníh



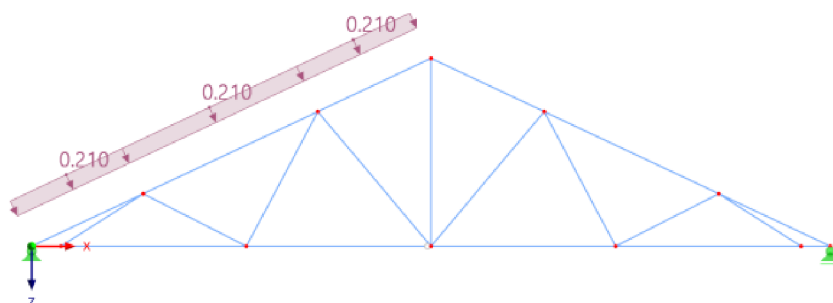
Obrázek 4.31: Zatížení sněhem - pravý sníh



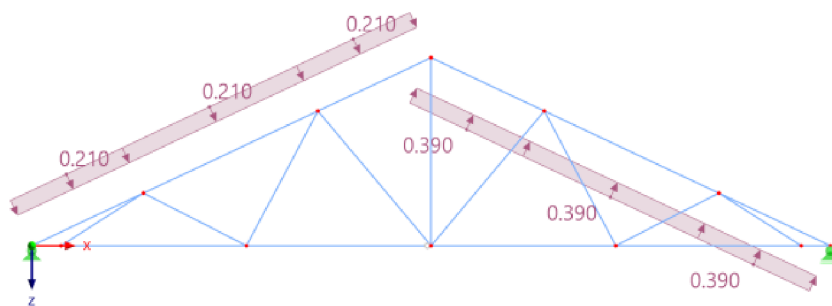
Obrázek 4.32: Zatížení sněhem - plný sníh

### Zatížení větrem

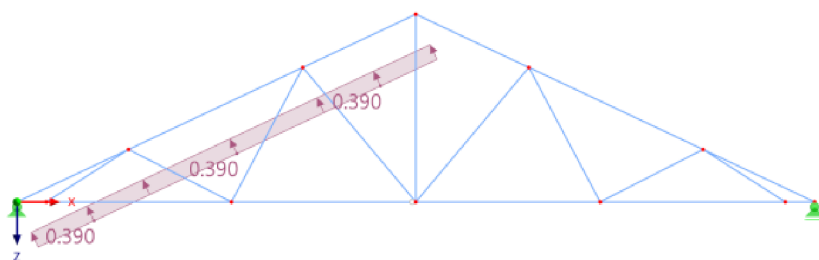
Konstrukce se nachází ve II. větrové oblasti. Výpočet zatížení větrem je provedeno dle ČSN EN 1991-1-1-4 [3]. Zatížení větrem je na konstrukci zadáno v kombinacích pro příčný vítr *tlak/tlak*; *tlak/sání*; *sání/tlak*; *sání/sání* je uvažováno i se zatížením od podélného větru. Kombinace od zatížení větrem jsou zobrazeny na obrázcích níže.



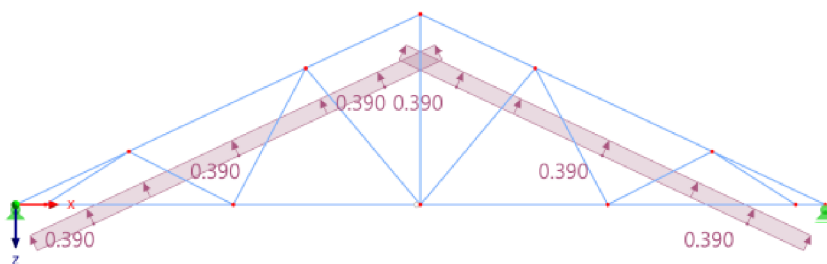
Obrázek 4.33: Zatížení větrem - tlak/tlak



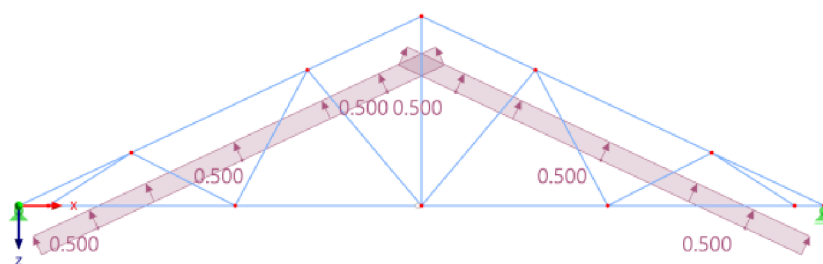
Obrázek 4.34: Zatížení větrem - tlak/sání



Obrázek 4.35: Zatížení větrem - sání/tlak



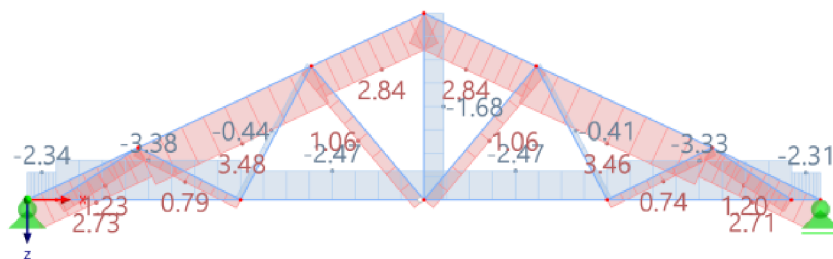
Obrázek 4.36: Zatížení větrem - sání/sání



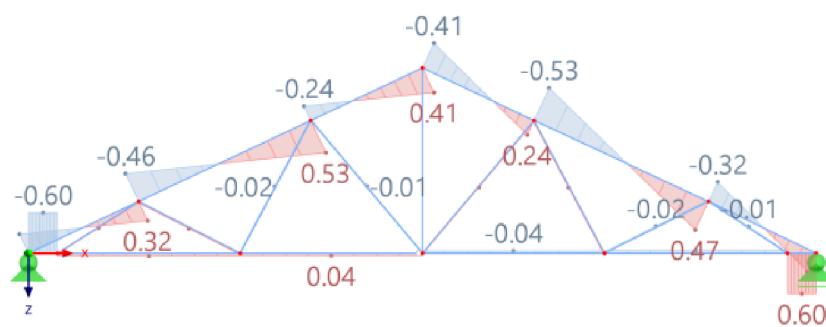
Obrázek 4.37: Zatížení větrem - podélný vítr

### Vnitřní síly a využití průřezů

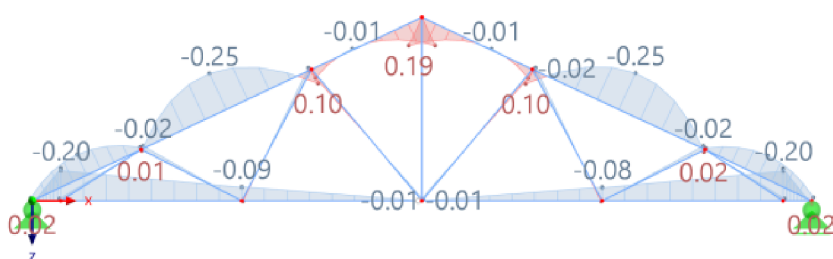
Průběh normálových sil je zobrazen na obrázku (4.38), posouvajících sil na obrázku (4.39) a ohybových momentů na obrázku (4.40). Využití ocelových průřezů je zobrazeno na obrázku 4.41.



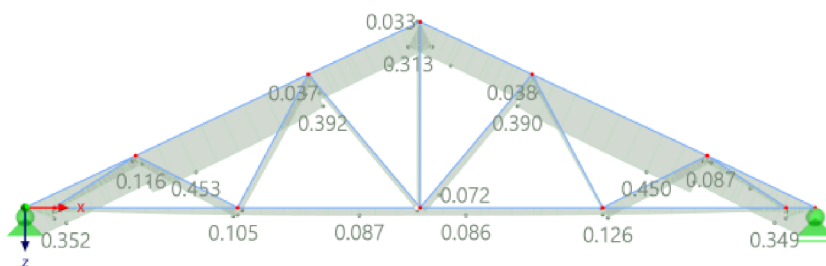
Obrázek 4.38: Průběh normálových sil



Obrázek 4.39: Průběh posouvajících sil



Obrázek 4.40: Průběh ohybových momentů

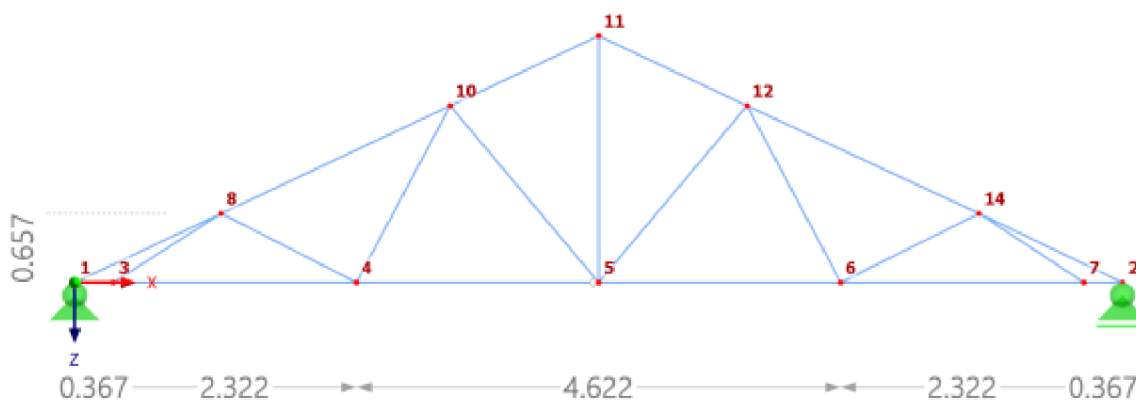


Obrázek 4.41: Využití ocelových průřezů

### 4.3.3 Optimalizace krajních diagonál

Jsou optimalizovány krajní diagonály jejichž polohu určují souřadnice uzlů. První krajní diagonála je určena souřadnicemi uzlu ③  $[0, 367; 0]$  a ⑧  $[1, 398; -0, 657]$ . Druhá krajní diagonála je určena souřadnicemi uzlu ⑦  $[9, 633; 0]$  a ⑭  $[8, 632; -0, 657]$ . Číslování uzlů je zobrazeno na obrázku (4.28). Podmínkou pro optimalizování konstrukce je zachovat základní geometrii a rozměry konstrukce.

Poloha diagonál před výpočtem optimalizace je znázorněna na obrázku 4.42. Celková hmotnost konstrukce před výpočtem je  $w = 916$  kg.



Obrázek 4.42: Poloha diagonál před optimalizací

## Nastavení globálních parametrů

Před zahájením výpočtu jsou nastaveny globální parametry pro optimalizaci. Kvůli podmínce zachování geometrie konstrukce je potřeba nastavit horní uzly diagonály tak, aby se pohybovaly pouze po horním pásu vazníku. Nastavení globálních parametrů je znázorněno v tabulce.

**Tabulka 4.3:** Úprava globálních parametrů - krajní diagonály

Č.	Název	Symbol	Typ zadání	Hodnota	Vzorec	Min	Max	Přírůstek	Kroky
1	uzel_3_x	$uzel_{3x}$	Optimalizace	0.367 [m]		0.200	2.500	0.100	23
2	uzel_7_x	$uzel_{7x}$	Vzorec	9.633 [m]	4.15				
3	uzel_8_x	$uzel_{8x}$	Optimalizace	1.398 [m]		0.398	2.398	0.100	20
4	uzel_14_x	$uzel_{14x}$	Vzorec	8.602 [m]	4.16				
5	uzel_8_z	$uzel_{8z}$	Vzorec	-0.657 [m]	4.17				
6	uzel_14_z	$uzel_{8z}$	Vzorec	-0.657 [m]	4.17				

Vzorce jsou vyjádřeny jako

$$10 - uzel\_3\_x \quad (4.15)$$

$$10 - uzel\_8\_x \quad (4.16)$$

$$-uzel\_8\_x \cdot (\tan \cdot 0,439326) \quad (4.17)$$

## Výpočet

Výpočet je proveden metodou *Particle swarm*. Program má uchovat pět nejlepších variant výsledků optimalizace, která je provedena za účelem nejmenší hmotnosti konstrukce. Program vyhodnotil 504 možných mutací, ze kterých je vypočítáno 50%.

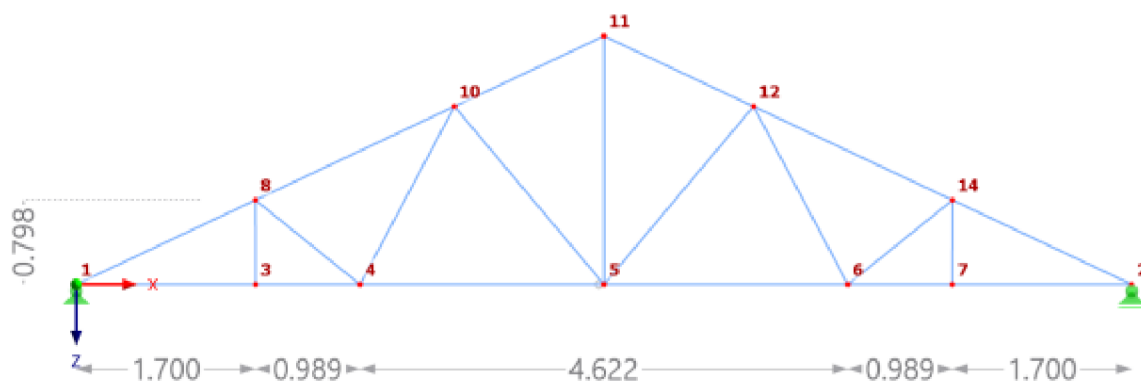
## Výsledky

Po výpočtu optimalizace je celková hmotnost  $w = 896$  kg. Na obrázku 4.43 je znázorněn výsledek optimalizace, na obrázku 4.44 je znázorněn model konstrukce po optimalizaci.

Pořadí	Název modelu	Celková hmotnost [t]	Optimalizované hodnoty	
			uzel3x [m]	uzel8x [m]
1	Model.56	0.896	1.700	1.698
2	Model.102	0.896	1.800	1.798
3	Model.27	0.896	1.600	1.598
4	Model.43	0.896	1.600	1.698
5	Model.133	0.896	1.800	1.698

**Obrázek 4.43:** Výsledek optimalizace

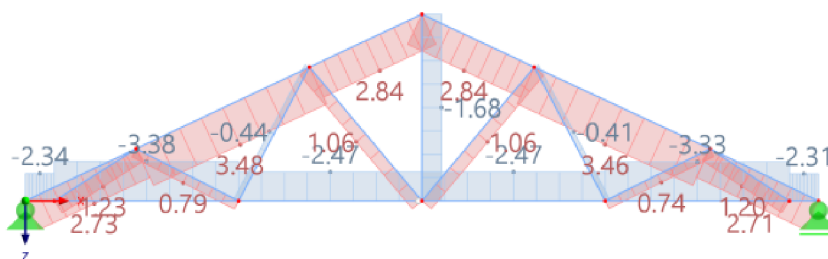




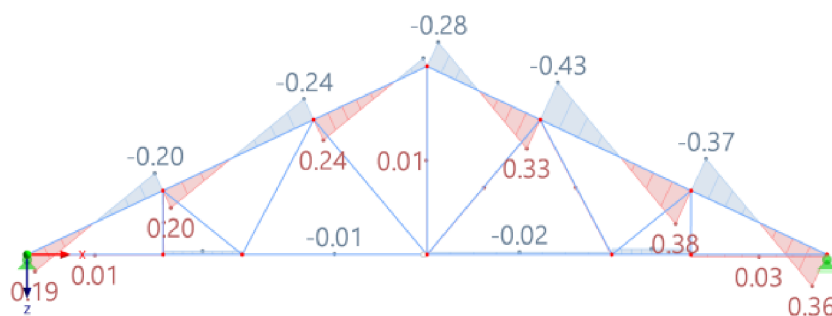
Obrázek 4.44: Model konstrukce po optimalizaci

### Vnitřní síly a využití ocelových průřezů po optimalizaci krajních diagonál

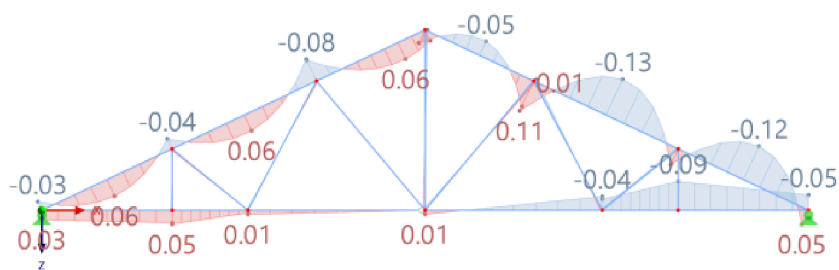
Průběh normálových sil je zobrazen na obrázku (4.45), posouvajících sil na obrázku (4.46) a ohybových momentů na obrázku (4.47). Využití ocelových průřezů je zobrazeno na obrázku 4.48.



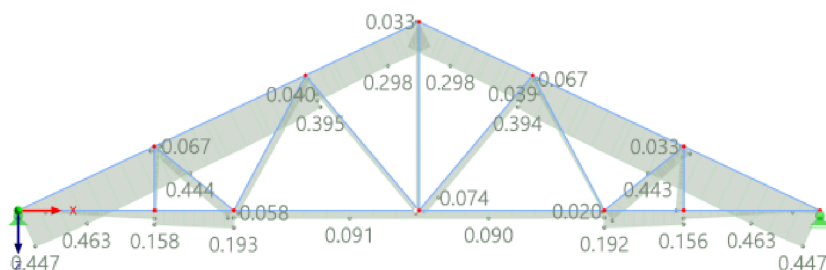
Obrázek 4.45: Průběh normálových sil po optimalizaci krajních diagonál



Obrázek 4.46: Průběh posouvajících sil po optimalizaci krajních diagonál



**Obrázek 4.47:** Průběh ohybových momentů po optimalizaci krajních diagonál



**Obrázek 4.48:** Využití ocelových průřezů po optimalizaci krajních diagonál

### Závěr optimalizace

Po provedení optimalizace se snížila celková hmotnost konstrukce o 20 kg. Již na první pohled je znatelné, že poloha krajních diagonál je po optimalizaci vzhledově přijatelnější. Proces optimalizace však neměl kladný vliv pouze na vzhled a hmotnost konstrukce, ale i na průběhy vnitřních sil a na využití ocelových průřezů právě optimalizovaných krajních diagonál. Průběh posouvajících sil se značně zmenšil na horním pásu střešního vazníku, jak lze vidět na obrázku (4.46). Na horním pásu střešního vazníku se nezmenšil pouze průběh posouvajících sil, ale i ohybových momentů, lze vidět na obrázku (4.47). Došlo i ke zlepšení využití ocelových průřezů krajních diagonál, lze vidět na obrázku (4.48). Zmenšení využití ocelových průřezů, ze kterých jsou krajní diagonály, nijak zvlášť nezměnilo využití ostatních ocelových prvků konstrukce. Podmínka vyhovění na mezní stav únosnosti a použitelnosti je splněna.

Pro dosažení přívětivějšího vzhledu a menší celkové hmotnosti konstrukce je provedena optimalizace dalších dvou diagonál.

### 4.3.4 Optimalizace dalších diagonál

Jsou optimalizovány další dvě diagonály, první diagonála je určena souřadnicemi uzlu ④ [2, 689; 0] a ⑩ [3, 583; -1, 684]. Druhá diagonála je určena souřadnicemi uzlu ⑥ [7, 311; 0] a ⑫ [6, 417; -1, 684].

#### Nastavení globálních parametrů

Nastavení dalších globálních parametrů pro optimalizaci je znázorněno v tabulce.

**Tabulka 4.4:** Úprava globálních parametrů - krajní a další diagonály

Č.	Název	Symbol	Typ zadání	Hodnota	Vzorec	Min	Max	Přírůstek	Kroky
1	uzel_3_x	$uzel_{3x}$	Optimalizace	0.367 [m]		0.200	2.500	0.100	23
2	uzel_7_x	$uzel_{7x}$	Vzorec	9.633 [m]	4.15				
3	uzel_8_x	$uzel_{8x}$	Optimalizace	1.398 [m]		0.398	2.398	0.100	20
4	uzel_14_x	$uzel_{14x}$	Vzorec	8.602 [m]	4.16				
5	uzel_8_z	$uzel_{8z}$	Vzorec	-0,657 [m]	4.17				
6	uzel_14_z	$uzel_{14z}$	Vzorec	-0,657 [m]	4.17				
7	uzel_4_x	$uzel_{4x}$	Optimalizace	2.689 [m]		1.689	3.689	0.100	20
8	uzel_6_x	$uzel_{6x}$	Vzorec	7.311 [m]	4.18				
9	uzel_10_x	$uzel_{10x}$	Optimalizace	3.583 [m]		2.583	4.583	0.100	20
10	uzel_12_x	$uzel_{12x}$	Vzorec	6.417 [m]	4.19				
11	uzel_10_z	$uzel_{10z}$	Vzorec	-1.684 [m]	4.20				
12	uzel_12_z	$uzel_{12z}$	Vzorec	-1.684 [m]	4.20				

Vzorce pro další optimalizaci jsou vyjádřeny jako

$$10 - uzel\_4\_x \quad (4.18)$$

$$10 - uzel\_10\_x \quad (4.19)$$

$$-uzel\_10\_x \cdot (\tan \cdot 0,439326) \quad (4.20)$$

#### Výpočet

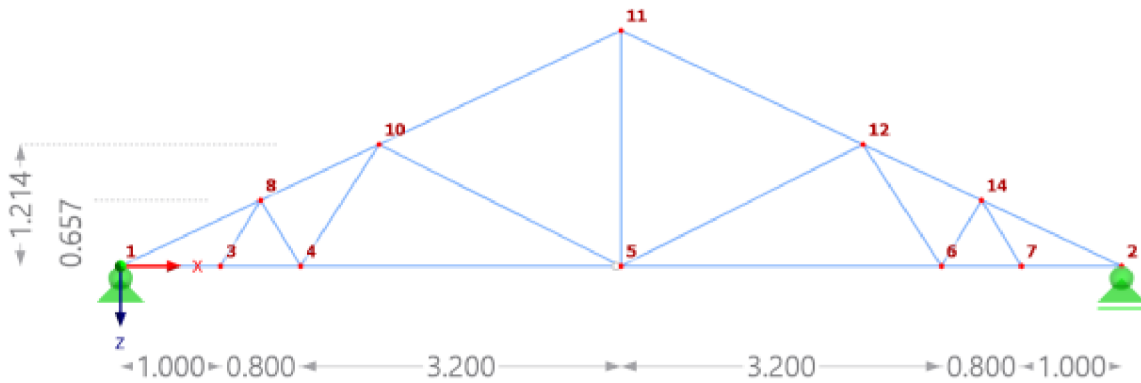
Výpočet je proveden stejnou metodou jako při první optimalizaci, tedy metodou *Particle swarm*. Program vyhodnotil 222 264 možných mutací, ze kterých je vypočítáno 0,1%.

## Výsledky

Po výpočtu optimalizace je celková hmotnost  $w = 879$  kg. Na obrázku (4.49) je znázorněn výsledek optimalizace, na obrázku (4.50) je znázorněn model konstrukce po optimalizaci.

Pořadí	Název modelu	Celková hmotnost [t]	Optimalizované hodnoty			
			uzel_3_x [m]	uzel_8_x [m]	uzel_4_x [m]	uzel_10_x [m]
1	Model.690	0,879	1,000000	1,398000	1,600000	2,533000
2	Model.939	0,879	1,000000	1,398000	1,850000	2,583000
3	Model.1080	0,879	1,000000	1,398000	1,750000	2,583000
4	Model.891	0,879	1,000000	1,398000	1,900000	2,583000
5	Model.936	0,879	1,000000	1,398000	1,700000	2,583000

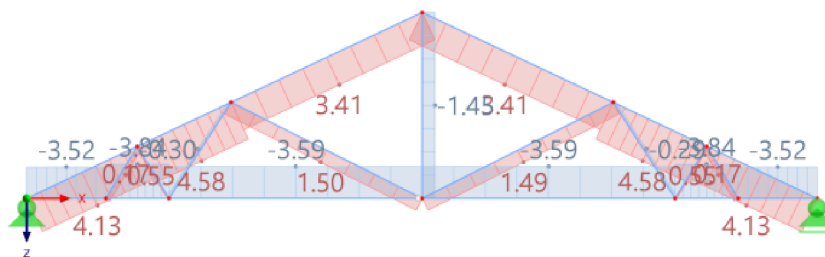
Obrázek 4.49: Výsledek optimalizace dalších diagonál



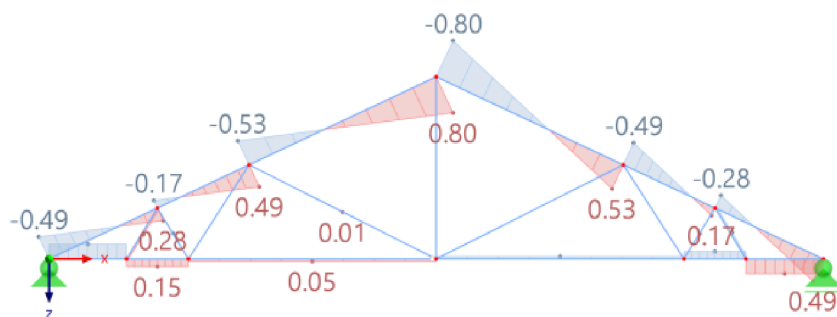
Obrázek 4.50: Model konstrukce po optimalizaci dalších diagonál

## Vnitřní síly a využití ocelových průřezů po optimalizaci dalších diagonál

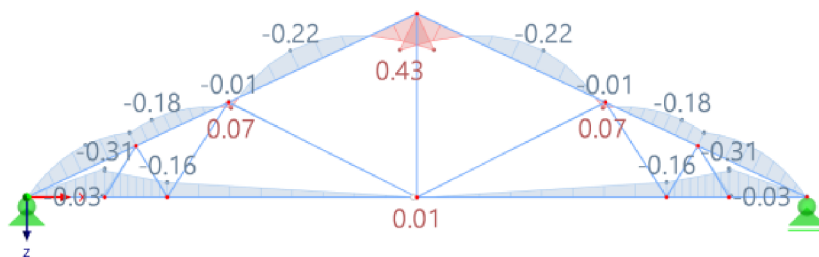
Průběh normálových sil je zobrazen na obrázku (4.51), posouvajících sil na obrázku (4.52) a ohybových momentů na obrázku (4.53). Využití ocelových průřezů je zobrazeno na obrázku 4.54.



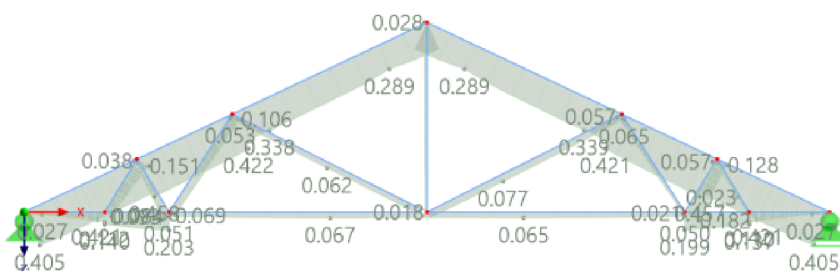
Obrázek 4.51: Průběh normálových sil po optimalizaci dalších diagonál



Obrázek 4.52: Průběh posouvajících sil po optimalizaci dalších diagonál



Obrázek 4.53: Průběh ohybových momentů po optimalizaci dalších diagonál



Obrázek 4.54: Využití ocelových průřezů po optimalizaci dalších diagonál

### Závěr optimalizace dalších diagonál

Po provedení optimalizace dalších dvou diagonál se snížila celková hmotnost konstrukce o 37 kg. Dalším optimalizačním procesem se dosáhlo lepšího výsledku, a to nejen z hlediska vzhledu a hmotnosti. Lepšího výsledku se také dosáhlo u průběhu ohybových momentů, jak je znázorněno na obrázku (4.53). Na konstrukci je sice průběh normálových a posouvajících sil a využití ocelových průřezu o něco větší, ale konstrukce nadále vyhovuje na mezní stav únosnosti a použitelnosti tudíž je podmínka splněna.

Procesem tvarové optimalizace bylo dosaženo příznivých výsledků. Celková hmotnost se snížila o 4,03%. Vzhled konstrukce je příznivější než původní návrh.

## 5 | Závěr

---

Cílem bakalářské práce bylo pomocí tvarové optimalizace dosáhnout modelu konstrukce s nejnižší hmotností. Před samotnou optimalizací dané stavební konstrukce byly provedeny dvě studie na zjednodušeném modelu konstrukce. V obou studiích byly provedeny analytické výpočty. U staticky určité konstrukce bylo provedeno analytické vyjádření vnitřních sil, omezující funkce napětí a analytický výpočet účelové funkce hmotnosti. U staticky neurčité konstrukce bylo poukázáno na složitost analytického vyjádření omezující funkce, byl proveden výpočet vnitřních sil na konstrukci pomocí deformační metody. V obou případech studie byl výpočet aplikován ve výpočetním programu RFEM 6.

Výsledky z analytického výpočtu byly porovnány s výsledky z výpočetního programu. Výsledky se v obou případech studie shodovaly a byla tak ověřena správná funkčnost programu. Na základě získaných znalostí ze studie byl proveden výpočet tvarové optimalizace vybrané stavební konstrukce v programu RFEM 6. Na vybrané konstrukci byly prvně optimalizovány polohy krajních diagonál, které v původním návrhu nebyly zcela dobře umístěny. Optimalizace krajních diagonál přinesla výsledek, kdy byla hmotnost snížena o 20 Kg. Pro větší přínos optimalizace konstrukce byla provedena tvarová optimalizace pro další dvě diagonály. Výsledkem provedení dalšího výpočtu bylo snížení hmotnosti konstrukce o 37 Kg. Celkem se tedy hmotnost konstrukce snížila o 4,03%.

Provedené výpočty prokázaly, jak je optimalizace přínosná. Díky optimalizaci je možné dosáhnout výsledků, které umožňují efektivní výstavbu i jiné technologické procesy. Je přínosná obzvláště pro ekonomiku a ekologii dnešní doby. Je zapotřebí ovšem zmínit, že každá úloha vyžaduje jinou výpočetní metodu a musí se dbát na omezující podmínky. V dnešní době je známo již mnoho optimalizačních metod a vzhledem k rychle rostoucímu pokroku jsou vyvíjeny další a další způsoby, jak dané problémy optimalizovat. Za účelem ještě efektivnějšího výsledku procedury optimalizace analyzované konstrukce by byla vhodná například *Rozměrová optimalizace*, která by umožnila optimalizaci ocelových průřezů a snížila by tak hmotnost a cenu konstrukce.

# A | Příloha

---

## A.1 Výpočet deformační metodou

V příloze je ukázán výpočet deformační metodou pro souřadnice uzlu ② [7; -3.35]. Výpočet je proveden v programu MS Excel. Postup výpočtu je následujícími kroky.

První krok - jsou zadány vstupní parametry (A.1).

VSTUPNÍ ÚDAJE					
b [m]	h [m]	E [Pa]	g [N/m]	h/2 [m]	
0.2	0.4	30000000000	2000	0.2	
A [m <sup>2</sup> ]	I <sub>y</sub> [m <sup>4</sup> ]	K <sub>1</sub>	K <sub>2</sub>	K <sub>3</sub>	K <sub>4</sub>
0.08	0.001066667	12	6	4	2

PRUT 1-2	0	0	7	-3.35		
l [m]	Y [°]	cos	sin	cos*sin	q [N/m]	n [N/m]
7.760315715	334.43	0.902058642	-0.431613491	-0.38934068	1804.117285	863.2269824

PRUT 2-3	10	0	7	-3.35		
l [m]	Y [°]	cos	sin	cos*sin	q [N/m]	n [N/m]
4.496943406	48.15	0.667182767	0.744894057	0.496980478	1334.365534	1489.788113

Obrázek A.1: Vstupní parametry

Druhý krok - výpočet globální a lokální matice tuhosti (A.2).

[K1,2] =	251805652.01	-120089838.06	-1376060.28	-251805652.01	120089838.06	-1376060.28
	-120089838.06	58281777.76	-2875922.78	120089838.06	-58281777.76	-2875922.78
	-1376060.28	-2875922.78	16494174.30	1376060.28	2875922.78	8247087.15
	-251805652.01	120089838.06	1376060.28	251805652.01	-120089838.06	1376060.28
	120089838.06	-58281777.76	2875922.78	-120089838.06	58281777.76	2875922.78
	-1376060.28	-2875922.78	8247087.15	1376060.28	2875922.78	16494174.30
[K1,2*] =	309265768.05	0.00	0.00	-309265768.05	0.00	0.00
	0.00	821661.72	-3188177.18	0.00	-821661.72	-3188177.18
	0.00	-3188177.18	16494174.30	0.00	3188177.18	8247087.15
	-309265768.05	0.00	0.00	309265768.05	0.00	0.00
	0.00	-821661.72	3188177.18	0.00	821661.72	3188177.18
	0.00	-3188177.18	8247087.15	0.00	3188177.18	16494174.30
[K2,3] =	239908525.19	263137869.77	7072303.57	-239908525.19	-263137869.77	7072303.57
	263137869.77	298009907.75	-6334483.43	-263137869.77	-298009907.75	-6334483.43
	7072303.57	-6334483.43	28463778.27	-7072303.57	6334483.43	14231889.13
	-239908525.19	-263137869.77	-7072303.57	239908525.19	263137869.77	-7072303.57
	-263137869.77	-298009907.75	6334483.43	263137869.77	298009907.75	6334483.43
	7072303.57	-6334483.43	14231889.13	-7072303.57	6334483.43	28463778.27
[K2,3*] =	533695842.52	0.00	0.00	-533695842.52	0.00	0.00
	0.00	4222590.42	-9494375.08	0.00	-4222590.42	-9494375.08
	0.00	-9494375.08	28463778.27	0.00	9494375.08	14231889.13
	-533695842.52	0.00	0.00	533695842.52	0.00	0.00
	0.00	-4222590.42	9494375.08	0.00	4222590.42	9494375.08
	0.00	-9494375.08	14231889.13	0.00	9494375.08	28463778.27

Obrázek A.2: Globální a lokální matice tuhosti

Třetí krok - výpočet primárního lokálního vektoru koncových sil (A.3).

{R*1,2} =	q	q
	3349.456959	-3349.746416
	-7000.259858	-3000.283144
	9054.037765	2248.683917
	3349.456959	-3349.746416
	-7000.259858	-3000.283144
	-9054.037765	-2248.683917

Obrázek A.3: Primární lokální vektor koncových sil



Čtvrtý krok - transformace primárního lokálního vektoru na globální (A.5) pomocí transformační matice (A.4).

$$\begin{array}{c}
 [T] = \begin{array}{ccc|ccc}
 0.902058642 & 0.431613491 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -0.431613491 & 0.902058642 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0.902058642 & 0.431613491 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -0.431613491 & 0.902058642 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \\
 \\
 [T] = \begin{array}{ccc|ccc}
 0.667182767 & -0.744894057 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.744894057 & 0.667182767 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0.667182767 & -0.744894057 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0.744894057 & 0.667182767 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array}
 \end{array}$$

**Obrázek A.4:** Transformační matice

$$\begin{array}{c}
 \text{Globální} \\
 4.54747\text{E-}13 \\
 -7760.315715 \\
 9054.037765 \\
 \{R_{1,2}\} = \begin{array}{c}
 4.54747\text{E-}13 \\
 -7760.315715 \\
 -9054.037765
 \end{array} \\
 \\
 \text{Globální} \\
 0 \\
 -4496.943406 \\
 2248.683917 \\
 \{R_{2,3}\} = \begin{array}{c}
 0 \\
 -4496.943406 \\
 -2248.683917
 \end{array}
 \end{array}$$

**Obrázek A.5:** Globální primární vektor koncových sil

Pátý krok - sestavení zatěžovacího vektoru (A.6).

$$\begin{array}{c}
 \{R\} = \begin{array}{c}
 4.54747\text{E-}13 \\
 -12257.25912 \\
 -6805.353847
 \end{array} \\
 \\
 \{S\} = \begin{array}{c}
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{array} \\
 \\
 \{F\} = \begin{array}{c}
 -4.54747\text{E-}13 \\
 12257.25912 \\
 6805.353847
 \end{array}
 \end{array}$$

**Obrázek A.6:** Zatěžovací vektor

Šestý krok - sestavení celkové globální matice tuhosti (A.7).

$$[K] = \begin{bmatrix} 491714177.20 & 143048031.71 & 8448363.85 \\ 143048031.71 & 356291685.51 & -3458560.66 \\ 8448363.85 & -3458560.66 & 44957952.56 \end{bmatrix}$$

**Obrázek A.7:** Celková globální matice tuhosti

Šestý krok - sestavení inverzní matice tuhosti (A.8).

$$[K^{-1}] = \begin{bmatrix} 2.31413E-09 & -9.34022E-10 & -5.06718E-10 \\ -9.34022E-10 & 3.18577E-09 & 4.20596E-10 \\ -5.06718E-10 & 4.20596E-10 & 2.23706E-08 \end{bmatrix}$$

**Obrázek A.8:** Inverzní matice tuhosti

Sedmý krok - Výpočet globálních parametrů deformace (A.9).

$$\{r_{1,2}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.014896947 \\ 0.041911162 \\ 0.15739509 \end{bmatrix} \quad \{r_{2,3}\} = \begin{bmatrix} -0.014896947 \\ 0.041911162 \\ 0.15739509 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Obrázek A.9:** Globální parametry deformace

Osmý krok - Výpočet lokálních parametrů deformace (A.10).

$$\{r_{1,2^*}\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.031527343 \\ 0.031376603 \\ 0.15739509 \end{bmatrix} \quad \{r_{2,3^*}\} = \begin{bmatrix} 0.021280389 \\ 0.039059053 \\ 0.15739509 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Obrázek A.10:** Lokální parametry deformace

Devátý krok - Výpočet vnitřních (A.11).

	309265768.05	0.00	0.00	-309265768.05	0.00	0.00	0
	0.00	821661.72	-3188177.18	0.00	-821661.72	-3188177.18	0
[K1,2*] =	0.00	-3188177.18	16494174.30	0.00	3188177.18	8247087.15	0
	-309265768.05	0.00	0.00	309265768.05	0.00	0.00	-3.15273E-05
	0.00	-821661.72	3188177.18	0.00	821661.72	3188177.18	3.13766E-05
	0.00	-3188177.18	8247087.15	0.00	3188177.18	16494174.30	0.000157395
	533695842.52	0.00	0.00	-533695842.52	0.00	0.00	2.12804E-05
	0.00	4222590.42	-9494375.08	0.00	-4222590.42	-9494375.08	3.90591E-05
[K2,3*] =	0.00	-9494375.08	28463778.27	0.00	9494375.08	14231889.13	0.000157395
	-533695842.52	0.00	0.00	533695842.52	0.00	0.00	0
	0.00	-4222590.42	9494375.08	0.00	4222590.42	9494375.08	0
	0.00	-9494375.08	14231889.13	0.00	9494375.08	28463778.27	0
	9750.327992		3349.456959		13.10		N
	-527.5843858		-7000.259858		-7.53		V
=	1398.085189	+	9054.037765	=	10.45		M
	-9750.327992		3349.456959		-6.40		N
	527.5843858		-7000.259858		-6.47		V
	2696.136211		-9054.037765		-6.36		M
	11357.25513		-3349.746416		8.01		N
	-1329.437635		-3000.283144		-4.33		V
=	4109.217637	+	2248.683917	=	6.36		M
	-11357.25513		-3349.746416		-14.71		N
	1329.437635		-3000.283144		-1.67		V
	1869.18817		-2248.683917		-0.38		M
			Vnitřní síly v 1/2 prutu 1		9.75		N
					5.18		M
			Vnitřní síly v 1/2 prutu 2		11.36		N
					0.00		M

Obrázek A.11: Výpočet vnitřních sil

## Seznam obrázků

---

2.1	Minimum $f(x)$ odpovídá maximu $-f(x^*)$ [16] . . . . .	2
2.2	Optimální řešení $cf(x)$ nebo $c + f(x)$ je stejné jako řešení $f(x)$ [16] . . . . .	3
2.3	Omezení povrchu v hypotetickém dvourozměrném návrhovém prostoru [16] . . . . .	3
2.4	Příklad diagramu metody větvení a mezí [12] . . . . .	5
2.5	Graf povrchu kombinovaných simulací Monte Carlo a optimalizace s datovými body [14] . . . . .	6
2.6	Optimalizace pomocí roje částic (vektorový kód) [15] . . . . .	7
2.7	Optimalizace tvaru (vlevo původní stav, vpravo stav po optimalizaci) [6] . . . . .	7
2.8	Topologická optimalizace (vlevo původní stav, vpravo stav po optimalizaci) [6] . . . . .	8
2.9	Rozměrová optimalizace (vlevo původní stav, vpravo stav po optimalizaci) [6] . . . . .	8
3.1	Styčníky rovinné prutové soustavy [8, 9] . . . . .	10
3.2	Tři složky přemístění monolitického styčníku [8, 9] . . . . .	10
3.3	Vnější vazby rovinné prutové soustavy [8, 9] . . . . .	11
3.4	Vliv převislého konce na styčník prutové soustavy [8, 9] . . . . .	11
3.5	Deformace prutu a-b pružně upnutého do styčníků a,b [8, 9] . . . . .	12
3.6	Transformace koncových sil [8, 9] . . . . .	12
3.7	Analýza oboustranně monoliticky připojeného prutu [8, 9] . . . . .	13
3.8	Svislá složka spojitého zatížení $q$ a vodorovná $n$ [8, 9] . . . . .	14
3.9	Prut oboustranně monoliticky připojený [8, 9] . . . . .	15
3.10	Prut oboustranně kloubově připojený [8, 9] . . . . .	16
3.11	Příklad lokalizace primárního vektoru rámu [8, 9] . . . . .	18
3.12	Globální parametry deformace a lokální koncové síly [8, 9] . . . . .	19
4.1	Model staticky určité konstrukce . . . . .	20
4.2	Geometrie staticky určité konstrukce . . . . .	22
4.3	Souřadnicový systém modelu . . . . .	22
4.4	Definovaná oblast optimalizace . . . . .	23
4.5	Omezení řešení optimalizace - <i>prut 1</i> . . . . .	24
4.6	Omezení řešení optimalizace - <i>prut 2</i> . . . . .	24
4.7	Hmotnosti konstrukce v jednotlivých bodech . . . . .	25
4.8	Zadání vzorců do souřadnic uzlu . . . . .	26
4.9	Grafy populací (vlevo 5% vpravo 25%) . . . . .	26

---

4.10 Grafy populací (vlevo 75% vpravo 100%) . . . . .	27
4.11 Výsledky optimalizace staticky určité konstrukce z výpočetního programu RFEM 6	27
4.12 Model optima staticky určité konstrukce . . . . .	27
4.13 Model staticky neurčité konstrukce . . . . .	28
4.14 Výsledky z výpočetního programu RFEM 6 (normálové síly, ohybové momenty) . .	29
4.15 Výsledky analytického výpočtu . . . . .	29
4.16 Výsledky z výpočetního programu RFEM 6 (normálové síly, ohybové momenty) . .	30
4.17 Výsledky analytického výpočtu . . . . .	30
4.18 Výpočet napětí na prutu 1 <i>první část</i> . . . . .	32
4.19 Výpočet napětí na prutu 1 <i>první část</i> . . . . .	32
4.20 Výpočet napětí na prutu 1 - <i>třetí část</i> . . . . .	33
4.21 Výpočet napětí na prutu 2 - <i>první část</i> . . . . .	33
4.22 Výpočet napětí na prutu 2 - <i>druhá část</i> . . . . .	34
4.23 Výpočet napětí na prutu 2 - <i>třetí část</i> . . . . .	34
4.24 Hmotnosti konstrukce v jednotlivých bodech . . . . .	35
4.25 Grafy populací (vlevo 25% vpravo 100%) . . . . .	36
4.26 Výsledky optimalizace staticky neurčité konstrukce z výpočetního programu RFEM 6 . . . . .	36
4.27 Model optima staticky neurčité konstrukce konstrukce . . . . .	36
4.28 Model střešního vazníku . . . . .	37
4.29 Zatížení skladbou střešní konstrukce . . . . .	38
4.30 Zatížení sněhem - levý sníh . . . . .	38
4.31 Zatížení sněhem - pravý sníh . . . . .	39
4.32 Zatížení sněhem - plný sníh . . . . .	39
4.33 Zatížení větrem - tlak/tlak . . . . .	39
4.34 Zatížení větrem - tlak/sání . . . . .	40
4.35 Zatížení větrem - sání/tlak . . . . .	40
4.36 Zatížení větrem - sání/sání . . . . .	40
4.37 Zatížení větrem - podélný vítr . . . . .	40
4.38 Průběh normálových sil . . . . .	41
4.39 Průběh posouvajících sil . . . . .	41
4.40 Průběh ohybových momentů . . . . .	41
4.41 Využití ocelových průřezů . . . . .	42
4.42 Poloha diagonál před optimalizací . . . . .	42
4.43 Výsledek optimalizace . . . . .	43
4.44 Model konstrukce po optimalizaci . . . . .	44
4.45 Průběh normálových sil po optimalizaci krajních diagonál . . . . .	44
4.46 Průběh posouvajících sil po optimalizaci krajních diagonál . . . . .	44
4.47 Průběh ohybových momentů po optimalizaci krajních diagonál . . . . .	45
4.48 Využití ocelových průřezů po optimalizaci krajních diagonál . . . . .	45
4.49 Výsledek optimalizace dalších diagonál . . . . .	47

---

---

4.50 Model konstrukce po optimalizaci dalších diagonál . . . . .	47
4.51 Průběh normálových sil po optimalizaci dalších diagonál . . . . .	47
4.52 Průběh posouvajících sil po optimalizaci dalších diagonál . . . . .	48
4.53 Průběh ohybových momentů po optimalizaci dalších diagonál . . . . .	48
4.54 Využití ocelových průřezů po optimalizaci dalších diagonál . . . . .	48
A.1 Vstupní parametry . . . . .	50
A.2 Globální a lokální matice tuhosti . . . . .	51
A.3 Primární lokální vektor koncových sil . . . . .	51
A.4 Transformační matice . . . . .	52
A.5 Globální primární vektor koncových sil . . . . .	52
A.6 Zatěžovací vektor . . . . .	52
A.7 Celková globální matice tuhosti . . . . .	53
A.8 Inverzní matice tuhosti . . . . .	53
A.9 Globální parametry deformace . . . . .	53
A.10 Lokální parametry deformace . . . . .	53
A.11 Výpočet vnitřních sil . . . . .	54

## Seznam tabulek

---

2.1	Optimalizační metody dle principu činnosti . . . . .	4
4.1	Úprava globálních parametrů - staticky určitá konstrukce . . . . .	25
4.2	Úprava globálních parametrů - staticky neurčitá konstrukce . . . . .	35
4.3	Úprava globálních parametrů - krajní diagonály . . . . .	43
4.4	Úprava globálních parametrů - krajní a další diagonály . . . . .	46

# Literatura

---

- [1] PSO - Optimalizace rojem částic (Particle Swarm Optimization). Dostupné z: [https://is.muni.cz/el/fi/podzim2006/PA161/um/08\\_PSO-Optimalizace\\_rojem\\_castic.pdf](https://is.muni.cz/el/fi/podzim2006/PA161/um/08_PSO-Optimalizace_rojem_castic.pdf).
- [2] Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-3: Obecná zatížení - Zatížení sněhem, 2016 vydání.
- [3] Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-4: Obecná zatížení - Zatížení větrem, 2020 vydání.
- [4] BEHA projekt. Statický výpočet ocelové haly Rožnov pod Radhoštěm. 2021.
- [5] Grant Steven. Product and system optimization in engineering simulation. *FENet Newsletter*. January 2003.
- [6] Haertel, Jan. *Design of Thermal Systems Using Topology Optimization*. PhD thesis, 12 2017.
- [7] Hashim Habiballa. Umělá inteligence, 2004. Dostupné z: <http://docplayer.cz/919740-Ucebni-texty-ostravske-univerzity.html>.
- [8] Jaroslav Kadlčák and Jiří Kytýr. *Statika stavebních konstrukcí II*. VUTIUM, 2004. ISBN 978-80-214-3428-8.
- [9] Jiří Kytýr and Petr Frantík. *Statika II Modul BD04 - MO1 Rozšířený průvodce*. 2005.
- [10] Jiří Tesař and Petr Bartoš. METODA MONTE CARLO A PROGRAMOVACÍ JAZYK MATLAB PŘI PŘÍPRAVĚ UČITELŮ NA PEDAGOGICKÝCH FAKULTÁCH, 2006. Dostupné z: [http://dsp.vscht.cz/konference\\_matlab/MATLAB06/prispevky/tesar\\_bartos/tesar\\_bartos.pdf](http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/MATLAB06/prispevky/tesar_bartos/tesar_bartos.pdf).
- [11] Ken Binmore. *Teorie her*. Dokořán, 2014 vydání, 2014. ISBN 978-80-7363-549-7.
- [12] Lim, Yong and Yu, Ya Jun. A width-recursive depth-first tree search approach for the design of discrete coefficient perfect reconstruction lattice filter bank. *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on*. 07 2003, 50, s. 257 – 266. DOI: 10.1109/TCSII.2003.812912.
- [13] Markéta Kočová. Možnosti optimalizace ve stavebnictví, 2015. Dostupné z: [http://ksm.fsv.cvut.cz/~nemecek/teaching/dmpo/clanky/2015/DMPO\\_Kocova.pdf](http://ksm.fsv.cvut.cz/~nemecek/teaching/dmpo/clanky/2015/DMPO_Kocova.pdf).
- [14] Opgenorth, Matthew. A Combined Probabilistic and Optimization Approach for Improved Chemical Mixing Systems Design. *Engineering*. 01 2011, 03, s. 643–652. DOI: 10.4236/eng.2011.36077.
- [15] Reza Ahmadzadeh. Particle Swarm Optimization (Vectorized Code), 2022.
- [16] S. S. Rao. *Engineering optimization*. John Wiley, 4th ed vydání, c2009. ISBN 978-0-470-18352-6.