



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV KONSTRUOVÁNÍ

INSTITUTE OF MACHINE AND INDUSTRIAL DESIGN

TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE V PROGRAMU ANSYS S VYUŽITÍM STRUKTUROVANÉHO MATERIÁLU

LATTICE TOPOLOGY OPTIMIZATION IN ANSYS SOFTWARE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Martin Černák

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Radek Vrána, Ph.D.

BRNO 2020

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav konstruování
Student:	Martin Černák
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Radek Vrána, Ph.D.
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Topologická optimalizace v programu ANSYS s využitím strukturovaného materiálu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Topologická optimalizace je výpočetní metoda, která umožňuje optimalizovat rozložení materiálu a tím minimalizovat hmotnost dílu na základě požadovaných okrajových podmínek. Tato metoda se s výhodou využívá v oblastech jako letectví, kosmonautika, motor–sport a další. Výpočetní program ANSYS nově umožňuje pro tento typ optimalizace využít i tzv. strukturovaný materiál, který je vyrobitelný pouze s využitím 3D tisku. Protože jeho mechanické vlastnosti jsou odlišné od standardního odlévaného nebo tvářeného materiálu, je nutné ověřit výsledné mechanické vlastnosti navrženého dílu a porovnat je s numerickým výpočtem.

Typ práce: výzkumná

Cíle bakalářské práce:

Cílem bakalářské práce je topologicky optimalizovat zadaný díl na základě definovaných okrajových podmínek v programu ANSYS. Pro řešení úlohy bude použita optimalizace s využitím strukturovaného materiálu vyrobeného ze slitiny AlSi10Mg a bude kladen vysoký důraz na postup řešení.

Dílčí cíle bakalářské práce:

- rešerše základních principů topologické optimalizace,
- identifikace vstupních parametrů výpočtu a jejich rešerše,
- tvorba simulačních modelů a identifikace klíčových parametrů výpočtu,
- porovnání simulace s dostupnými experimentálními daty.

Požadované výstupy: průvodní zpráva, fotografická dokumentace, laboratorní protokol, digitální data.

Rozsah práce: cca 27 000 znaků (15 – 20 stran textu bez obrázků).

Časový plán, struktura práce a šablona průvodní zprávy jsou závazné:

<http://ustavkonstruovani.cz/texty/bakalarske-studium-ukonceni/>

Seznam doporučené literatury:

VRANA, Radek, Ondrej CERVINEK, Pavel MANAS, Daniel KOUTNY a David PALOUŠEK. Dynamic Loading of Lattice Structure Made by Selective Laser Melting-Numerical Model with Substitution of Geometrical Imperfections. *Materials* [online]. 2018, 11(11). DOI: 10.3390/ma11112129. ISSN 1996-1944.

VRANA, Radek, Petr VOSYNEK, Daniel KOUTNY, Tomas NAVRAT a David PALOUSEK. Evaluation of mechanical behaviour of 3D printed lattice structure by SLM: Experiment and FEA. In *EAN 2018 Proceedings*. Harachov, Czech Republic, 2018. s. 443-449. ISBN: 978-802704062-9.

KOUTNY Daniel, Radek VRANA a David PALOUSEK. Dimensional Accuracy of Single Beams of AlSi10Mg Alloy and 316L Stainless Steel Manufactured by SLM. In *5th International Conference on Additive Technologies iCAT2014*. Ljubljana: Interesansa, 2014. s. 142-147. ISBN: 978-961-281-579-0.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Martin Hartl, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

ANSYS je jeden z prvých komerčne dostupných softvérov, ktorý umožňuje vykonať topologickú optimalizáciu mikro-prútvých štruktúr. V tejto bakalárskej práci je zobrazený postup optimalizácie, kalibrácia numerického modelu, validácia numerických výsledkov a určenie vplyvu základných parametrov, vstupujúcich do výpočtu – typu bunky, minimálnej a maximálnej relatívnej hustoty, veľkosti bunky a použitej diskretizácie. Optimalizovaný diel bol porovnaný pomocou MKP a homogenizácie s dostupnými experimentálnymi dátami. Následne bol vyhodnotený vplyv jednotlivých parametrov. Ukázalo sa, že optimalizovaná štruktúra je tuhšia ako v referenčnej štúdii a odhalený bol vplyv jednotlivých parametrov na mechanickú odozvu a časovú náročnosť výpočtu. Zároveň sa ukázalo, že metóda homogenizácie nadhodnotila mechanické vlastnosti. Výsledky bakalárskej práce validujú výpočtový model v programe ANSYS a môžu byť použité pre efektívnejšiu tvorbu optimalizačných modelov.

KLÚČOVÉ SLOVÁ

ANSYS, Topologická optimalizácia, Mikro-prútvé štruktúry, Homogenizácia, SLM

ABSTRACT

ANSYS is one of the first commercially available software which allows to make topology optimization of lattice structures. In this bachelor's thesis optimization workflow, calibration of numerical model, validation of numerical results and revelation of influence of basic parameters involved in computation – cell type, minimum and maximum relative density, cell size and used discretization, are showed. Optimised part was compared by means of FEM and homogenization with available experimental data. Subsequently, influence of basic parameters was evaluated. It was shown that optimized structure is stiffer than benchmark and influence of basic parameters for mechanical response and computational complexity was introduced. Simultaneously, it was shown that homogenization overestimated mechanical response. The findings of bachelor's thesis validate computational model in program ANSYS and can be used for more effective making of optimization models.

KEYWORDS

ANSYS, Topology optimization, Lattice structure, Homogenization, SLM

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

ČERNÁK, Martin. *Topologická optimalizace v programu ANSYS s využitím strukturovaného materiálu* [online]. Brno, 2020. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125734>. Bakalárska práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování. Vedúci práce Radek Vrána.

POĎAKOVANIE

Na tomto mieste by som rád poďakoval Ing. Radkovi Vránovi, Ph.D. za cenné rady a pripomienky pri vypracúvaní bakalárskej práce. Mojej rodine za úžasnú podporu a priateľke Dominike za neutíchajúce porozumenie počas celého bakalárskeho štúdia.

PREHLÁSENIE AUTORA O PÔVODNOSTI PRÁCE

Prehlasujem, že bakalársku prácu som vypracoval samostatne, pod odborným vedením Ing. Radka Vránu, Ph.D. Súčasne prehlasujem, že všetky zdroje obrazových a textových informácií, z ktorých som čerpal, sú riadne citované v zozname použitých zdrojov.

.....

Podpis autora

OBSAH

1	ÚVOD	13
2	PREHLAD SÚČASNÉHO STAVU POZNANIA	14
2.1	Štruktúrovaný materiál	14
2.1.1	Použitie	15
2.1.2	Spôsob výroby	16
2.2	SLM	16
2.2.1	Vplyv procesných parametrov	17
2.2.2	Presnosť rozmerov	19
2.3	Predikcia mechanických vlastností	19
2.3.1	Typy buniek	20
2.3.2	Analytický model	21
2.3.3	Plný MKP výpočet	24
2.3.4	Metóda homogenizácie	25
2.4	Topologická optimalizácia	26
2.4.1	Metóda konečných prvkov	26
2.4.2	Formulácia statickej optimalizačnej úlohy pre izotropný materiál	27
2.4.3	Metódy riešenia	28
2.4.4	Klasické problémy riešenia	30
2.4.5	Topologická optimalizácia štruktúrovaného materiálu	31
2.5	ANSYS	34
2.5.1	Lattice Optimization	34
2.5.2	Material Designer	36
3	ANALÝZA PROBLÉMU A CIEĽ PRÁCE	37
3.1	Analýza problému	37
3.2	Cieľ práce	38
4	MATERIÁL A METÓDY	39
4.1	Softvér a hardvér	39
4.1.1	Softvér	39
4.1.2	Hardvér	39
4.2	Výpočtový model referenčnej štúdie v programe ANSYS	39
4.2.1	Geometria	40
4.2.2	Materiálový model	40
4.2.3	Sieť a okrajové podmienky	40

4.2.4	Nastavenie a kalibrácia optimalizačnej úlohy	41
4.2.5	Rekonštrukcia geometrie	42
4.2.6	Validácia výsledkov	43
4.3	Nastavenie modelov základných parametrov	45
4.4	Určenie vplyvu diskretizácie	46
5	VÝSLEDKY	47
5.1	Porovnanie modelu s referenčnou štúdiou	47
5.2	Vplyv základných parametrov	48
5.2.1	Typ bunky	48
5.2.2	Mínimálna a maximálna hustota	49
5.2.3	Veľkosť bunky	52
5.3	Vplyv diskretizácie	53
6	DISKUSIA	55
7	ZÁVER	57
8	ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV	58
9	ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK, SYMBOLOV A VELIČÍN	62
10	ZOZNAM OBRÁZKOV A GRAFOV	65
11	ZOZNAM TABULIEK	67

1 ÚVOD

Úspora hmotnosti je snahou každého konštruktéra, tvoriaceho v odvetviach ako motošport, letecká doprava alebo vesmírny priemysel. Táto úloha sa v dnešných dňoch stáva ešte dôležitejšou z viacerých dôvodov. Jedným z nich je napríklad fakt, že hmotnosť je priamoúmerná spotrebovanému palivu, a teda emisiám.

Ideálna metóda riešenia tohto problému je topologická optimalizácia, ktorá umožňuje minimalizovať hmotnosť komponentu, a zároveň maximalizovať tuhosť alebo inú požadovanú vlastnosť.

Optimalizované štruktúry však vynikajú komplikovaným „prírodným“ tvarom, ktorý je náročný na výrobu. Z tohto dôvodu sa potenciál topologickej optimalizácie naplno prejavil až s príchodom aditívnych technológií. Aj tieto technológie však majú určité obmedzenia a pri výrobe optimalizovaných dielov je nutné často používať podpory, ktoré môžu byť najmä pri súčiastiach z kovu ťažko odstrániteľné.

Spôsob, ako sa s touto limitáciou vyrovnáť je použitie tzv. mikro-prúťových štruktúr, ktoré sú podskupinou štruktúrovaného materiálu a majú samonosné vlastnosti. V súčasnej dobe sa začínajú rozvíjať softvéry určené práve pre optimalizáciu týchto štruktúr a jedným z nich je aj program ANSYS.

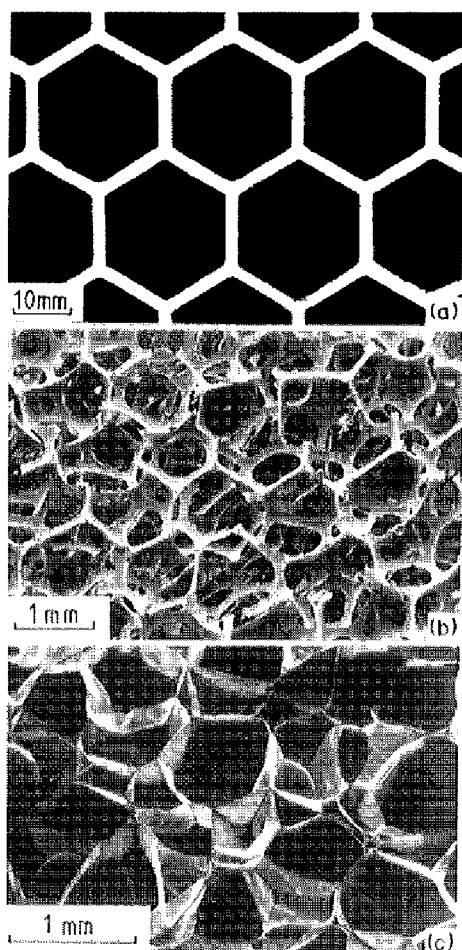
Určenie optimalizovaných mechanických vlastností pre mikro-prúťové štruktúry je však značne zložitejšie ako pre pevný materiál a vlastnosti sú odlišné pre rôzne typy štruktúrovaných materiálov. Z tohto dôvodu je nutné numerický model experimentálne validovať a zaujímať sa o jeho citlivosť vzhľadom k základným parametrom, vstupujúcim do optimalizácie, aby bolo možné využiť potenciál tejto metódy naplno. Tomuto cieľu bude venovaná bakalárska práca.

2 PREHĽAD SÚČASNÉHO STAVU POZNANIA

2.1 Štruktúrovaný materiál

Pod pojmom štruktúrovaný materiál, v anglickej literatúre označovanom ako Cellular solids, máme na mysli materiál, ktorý je možné na určitej úrovni charakterizovať konkrétnym typom základnej bunky. V princípe sa jedná o sústavu prútov alebo stien z pevného materiálu, ktoré sú navzájom poprepájané hustou sieťou.

V oblasti výskumu štruktúrovaného materiálu výrazne prispeli Gibson a Ashby. Vo svojej práci [1] delia materiály podľa charakteru základnej bunky na „včelie plásty“ (Honeycombs) Obr. 2-1 (a) a „peny“ (Foams) Obr. 2-1 (b),(c). Z obrázkov zobrazených nižšie je zrejmé, že orientácia a tvar buniek môžu byť vzhľadom na výrobný proces stochastické. Významné miesto zastávajú pravidelne usporiadané, takzvané mikro-prútové štruktúry, ktoré môžeme zaradiť ako špeciálnu podkategóriu pien s otvorenou bunkou.



Obr. 2-1 Typy štruktúrovaného materiálu; (a) včelý plást; (b) pena s otvorenými bunkami; (c) pena s uzavretými bunkami. [1]

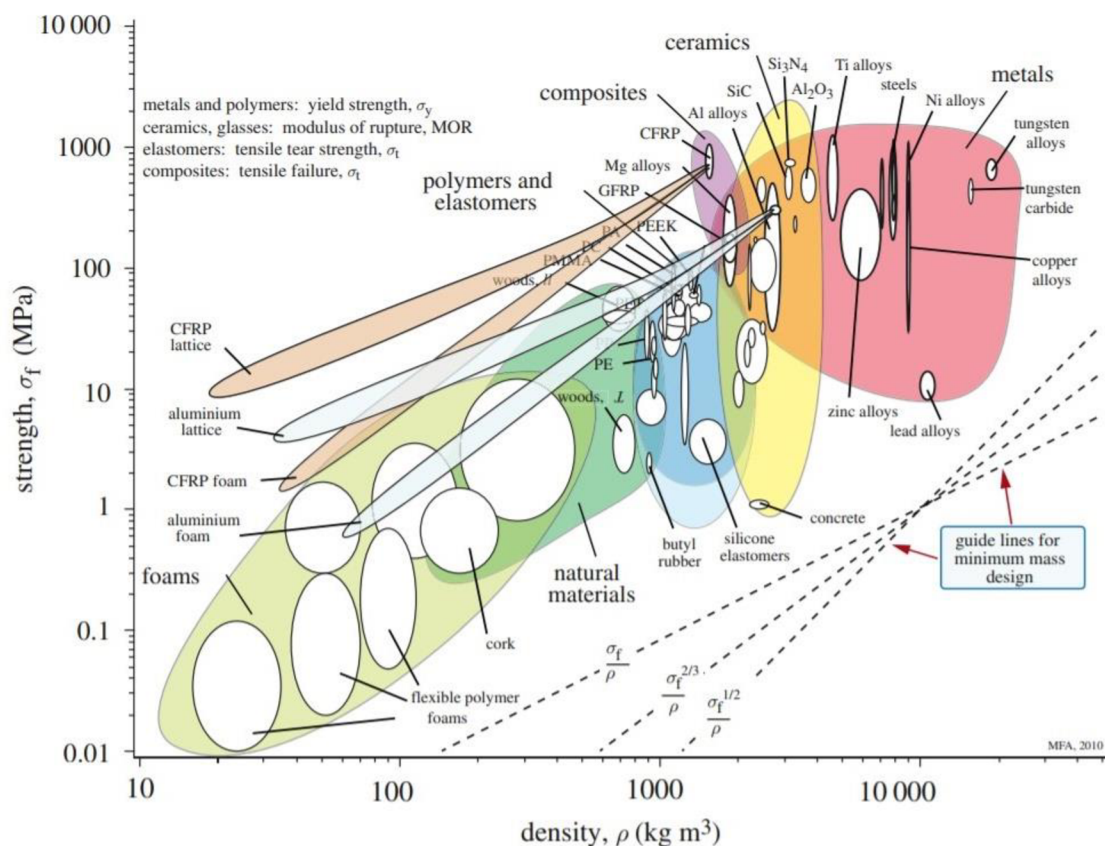
2.1.1 Použitie

Štruktúrovaný materiál nás obklopuje. Sú ním naše kosti, včelie plásty, motýlie krídla, ale aj drevo, ktoré je človekom používané od nepamäti a v dnešných dňoch je stále najrozšírenejším stavebným materiálom [1]. Nevýhoda týchto materiálov je však zrejma. Nie sme schopní ich cielene vyrobiť a dlho sme boli odkázaní na ich použitie iba na základe empirických skúseností.

Spôsobu použitia sa rozšírili najmä so schopnosťou človeka umelo vyrábať tieto štruktúry z rôznych materiálov a určovať ich vlastnosti. Každý typ aplikácie využíva niektorú z charakteristických vlastností materiálu, ako napríklad: vysoká špecifická pevnosť, vysoký špecifický modul pružnosti, vysoká miera absorbovanej energie alebo charakteristická tepelná vodivosť. Z inžiniersky zaujímavých príkladov použitia sú to napríklad tieto:

- konštrukcie,
- absorpcia energie,
- tlmenie hluku a vibrácií,
- tepelná izolácia resp. vodivosť,
- usmernenie toku tekutín,
- filtre

a mnoho ďalších [1, 2].



Obr. 2-2 Ashbyho mapa zobrazujúca pevnosť vs. hustotu pre bežne používané materiály. [3]

2.1.2 Spôsob výroby

Výroba a voľba materiálu značne ovplyvňujú výsledné vlastnosti danej štruktúry. Medzi klasické spôsoby výroby patrí: lepenie, odlievanie a pretlačovanie, používané pre včelie plásty a prebublávanie roztaveného materiálu, prípadne precipitácia štruktúry s následným vyparením prebytočného materiálu pre výrobu pien [1]. Z charakteru spomenutých technológií je zrejmé, že pre peny nie je možné vopred presne určiť orientáciu a tvar základných buniek.

Významná a perspektívna je výroba štruktúrovaného materiálu pomocou technológie SLM. Táto technológia, umožňujúca obrovskú tvarovú voľnosť, naopak dokáže vytvoriť mikro-prútové štruktúry s presne definovanou geometriou a orientáciou základnej bunky, a teda aj vlastnosťami na makroskopickú úroveň. V našej práci sa budeme ďalej zaoberať práve týmto typom materiálu.

2.2 SLM

Technológia Selective laser melting – SLM je jednou z metód 3D tlače. Tento spôsob výroby, vyvinutý firmami Stereolithographtech GmbH a Fraunhofer ILT, umožňuje výrobu komponentov s takmer ľubovoľnou geometriou podľa CAD modelu.

Ako samotný názov naznačuje, metóda používa kovový prášok, ktorý je po nanosení na platformu natavený laserom s definovanými procesnými parametrami, výkonom LP , rýchlosťou prechodu LS , rozstupom trajektórií, výškou vrstvy a mnohými ďalšími. V princípe môže byť použitý na výrobu ľubovoľný zvärateľný kovový materiál, ktorý je možné spracovať do formy prášku a následne nataviť. Najpoužívanejšími materiálmi sú oceľ a zliatiny železa, hliníkové zliatiny, titánové zliatiny a zliatiny niklu [4].

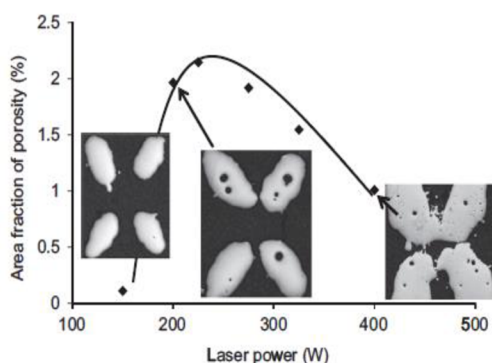
Energia laseru spôsobí natavenie prášku a kovu v predchádzajúcej vrstve a tým prepojenie jednotlivých vrstiev. Proces prebieha v atmosfére ochranných plynov Ar alebo N_2 . Po natavení celej plochy poklesne pracovná platforma o hrúbku jednej vrstvy, naniesie sa nová vrstva prášku a proces sa opakuje, pokiaľ nie je daný diel hotový. Na záver sa odstráni prebytočný kovový prášok a štruktúrne podpory, ktoré sú v niektorých prípadoch potrebné. Neroztavený prášok je možné spracovať a opätovne použiť pri ďalšej výrobe. Ak to aplikácia vyžaduje, môže byť vyrobený diel tepelne spracovaný alebo mechanicky upravený, a tým ovplyvnené výsledné vlastnosti komponentu.

2.2.1 Vplyv procesných parametrov

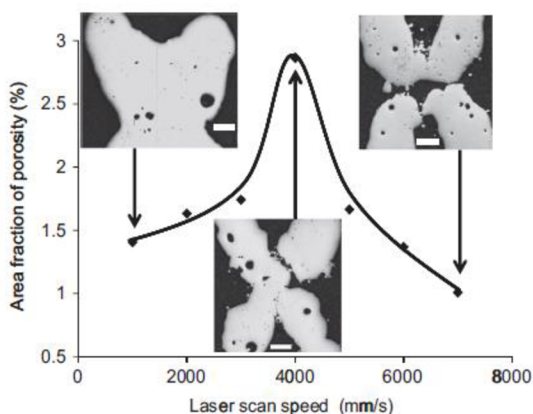
Tavba prášku a prepájanie jednotlivých vrstiev je komplexný fyzikálny proces, ktorý je závislý od viacerých faktorov. Sú to napríklad tieto: povrchové napätie roztaveného kovu, rozdielna tepelná vodivosť medzi roztaveným kovom a neroztaveným kovovým práškom, prúdenie roztaveného kovu atď. [4]. Nežiadúcim dôsledkom týchto javov je porozita a vysoká drsnosť povrchu vyrobených komponentov, ktoré degradujú mechanické vlastnosti a môžu byť iniciátormi lomu.

Vyššie vymenované fyzikálne javy je možné ovplyvniť zvolenými procesnými parametrami a existuje niekoľko prác, ktoré skúmajú vplyv jednotlivých parametrov [5–8]. Ukazuje sa, že v prípade produkcie mikro-prúťových štruktúr sa podmienky výroby líšia od objemového telesa, a preto sa líšia aj volené procesné parametre.

Qiu et al. [5] vo svojej práci testoval vplyv *LP* a *LS* na výslednú štruktúru mikro-prúťových štruktúr z materiálu AlSi10Mg. Jeden z parametrov bol konštantný, hodnoty druhého sa menili. Ukázalo sa, že dynamickým účinkom laseru dochádza k ovplyvňovaniu nataveného materiálu a jeho vyprskávaniu, ktoré vedie k tvorbe pórov, zmene morfológie a väčšej drsnosti povrchu. Získaný vplyv parametrov na porozitu je zrejmý z nasledujúcich obrázkov Obr. 2-3 a Obr. 2-4.



Obr. 2-3 Zmena porozity v závislosti od výkonu lasera. [5]



Obr. 2-4 Zmena porozity v závislosti od rýchlosti prechodu lasera. [5]

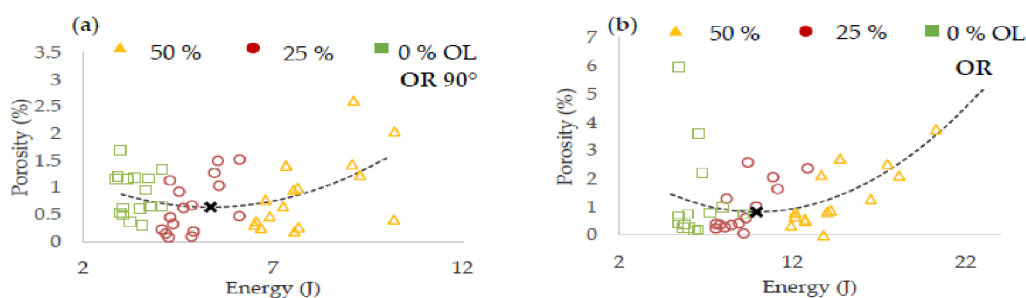
Vrána et al. [6] vo svojej práci popisuje vplyv procesných parametrov s uvážením dodanej E_{in} a lineárnej E_{lin} energie a predstavuje spôsob produkcie mikro-prútoŧ pomocou prekrývajúcich sa sústredných trajektórií lasera. Toto prekrýtie je vyjadrené percentuálnou veličinou OL .

$$E_{in} = \frac{LP}{LS} l, \quad (J) \quad (1)$$

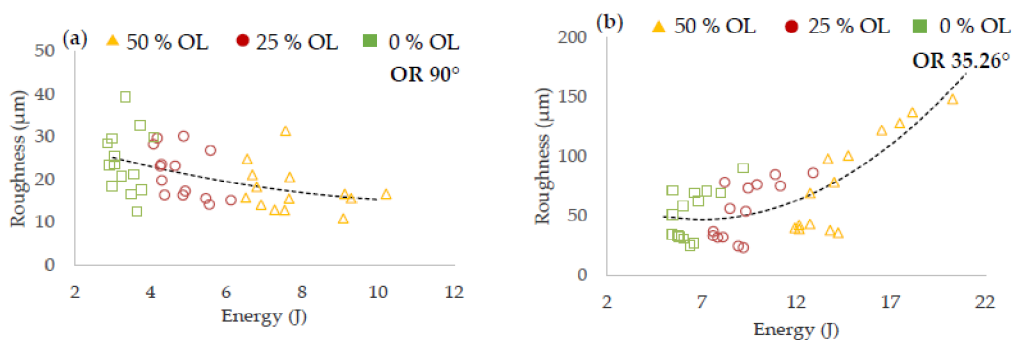
$$E_{lin} = \frac{LP}{LS}, \quad (J/mm) \quad (2)$$

kde l je dĺžka trajektórie lasera.

Vyplynulo, že porozita a drsnosť povrchu sú závislé nie len na E_{in} a E_{lin} , ale aj na OL a uhle, ktorý zvierá os prútu s výrobnou platformou. Autori to odôvodňujú o 40 % vyššou hodnotou E_{in} a zhoršeným prestupom tepla medzi prútom a nenataveným práškom. Kumulácia tepla spôsobí natavenie a pripojenie prášku, ktorý je nežiadúci a dôsledkom toho je vyššia drsnosť povrchu a porozita materiálu.



Obr. 2-5 Hodnota porozity v závislosti od dodanej energie; (a) odklon 90°; (b) odklon 35,26°. [6]



Obr. 2-6 Drsnosť povrchu v závislosti od dodanej energie; (a) odklon 90°; (b) odklon 35,26°. [6]

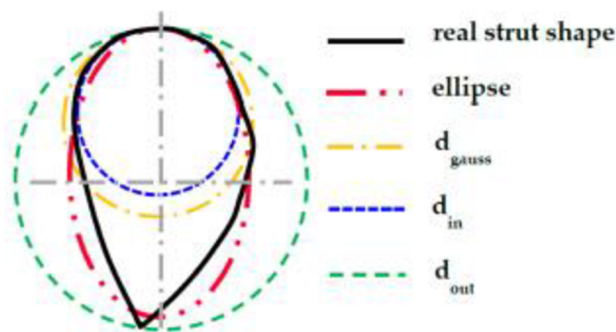
Najlepšie výsledky pre prúty s odklonom 35,26°, ktoré sú typické pre mikro-prútové štruktúry (viď Obr. 2-8), boli dosiahnuté použitím 25% prekrytia trajektórií, dodanou energiou E_{in} v rozmedzí 9 – 10,5 J a lineárnou energiou E_{lin} 0,25 – 0,4 J/mm. Dosiadnutá bola relatívna hustota 99,83 % a drsnosť povrchu Ra 14,6 µm. Autori odporúčajú pri výrobe postupovať z vnútra prútu smerom von.

2.2.2 Presnosť rozmerov

V prípade zhoršeného prestupu tepla medzi nataveným kovom a nenataveným práškom dôjde natavením nežiadúceho prášku okrem zvýšenia porozity a drsnosti povrchu spomínaných vyššie aj k vzniku geometrických odchýlok a ovplyvneniu mechanických vlastností.

Koutný et al. ukázal [9], že skutočné rozmery sa líšia od ideálnych v závislosti od veľkosti a orientácie jednotlivých prútov vzhľadom na platformu a sú značne ovplyvnené výrobnou stratégiou. Prehrievanie spôsobuje okrem nalepovania prášku na povrch prútu aj deformáciu voľných prútov. Aby autori zabránili tomuto fenoménu, zaradili medzi jednotlivé prechody lasera chladiacu pauzu 15 s. Ukázalo sa, že už malá zmena rozmerov môže mať značný vplyv na celkové mechanické vlastnosti. Boli vytvorené veľkostné korekčné faktory na prepočet medzi ideálnymi a reálnymi rozmermi pre rôzne konfigurácie prútov. Po prepočte na skutočnú geometriu bola pri ťahovej skúške dosiahnutá dobrá zhoda mechanických vlastností. Vzhľadom na nedostatočnú kvalitu prútov s priemerom pod 0,4 mm, autori odporúčajú výrobu s nominálnym priemerom nad touto hodnotou.

Vrána et al. [10] vo svojej práci ukázal, že nie len priemer, ale aj tvar sa líši od nominálnej hodnoty. Tento tvar je možné prirovnať ku kvapke vody a môže byť efektívne nahradený eliptickým prierezom. Skutočnú geometriu je teda možné získať ako kombináciu korekčného veľkostného faktoru a eliptického pomeru malej a veľkej polosi určeného z experimentov.



Obr. 2-7 Skutočný prierez prútu a možné ekvivalentné prierezy. [10]

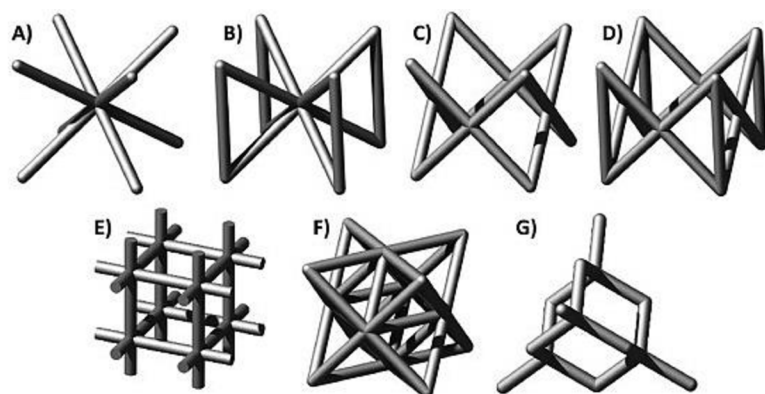
2.3 Predikcia mechanických vlastností

Ak chceme plnohodnotne využiť potenciál štruktúrovaného materiálu je nutné popísať jeho mechanické vlastnosti. Pre tento účel vzniklo niekoľko spôsobov tvorby modelov od najjednoduchších analytických až po sofistikované numerické modely.

2.3.1 Typy buniek

S použitým typom bunky sú priamo spojené výsledné mechanické vlastnosti. Typ mikro-prútových štruktúr nie je v podstate sám o sebe ničím obmedzený, avšak s ohľadom na výrobný proces je vhodné použiť niektorý z bežných typov buniek, uvedených napríklad v [11] a ich kombinácie.

Pre rôzne typy buniek platí, že majú rôznu mechanickú odozvu a niektoré z nich spôsobia značnú anizotropiu globálnych mechanických vlastností štruktúry. Toto je zrejme pri porovnaní Obr. 2-8 A) a Obr. 2-8 B). Vloženie prútu v jednom smere sa prejaví zvýšením tuhosti v tomto smere a rozdielnymi vlastnosťami buniek.

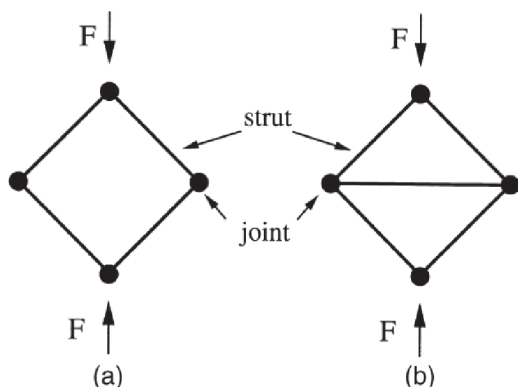


Obr. 2-8 Bežné typy základných buniek mikro-prútových štruktúr; (A) BCC; (B) BCCZ; (C) FCC; (D) FCCZ; (E) Cubic; (F) Octet; (G) Diamond. [11]

Pri deformácii mikro-prútových štruktúr dochádza k ohýbaniu, naťahovaniu a vzperu prútov [1]. Prvým dvom fenoménom sa venoval vo svojej práci Deshpande et al. [12]. Vychádzal z klasického modelu prútovej štruktúry a ukázal, že faktor, rozhodujúci o vhodnosti aplikácie daného typu bunky je daný Maxwellovým kritériom vnútornej statickej určitosti

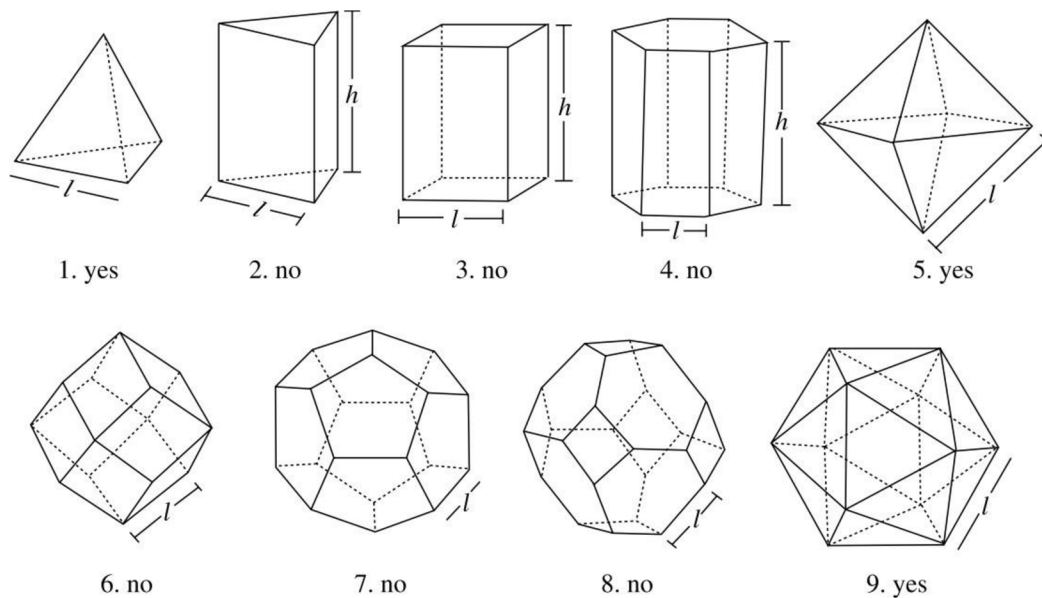
$$M = p - 3 \cdot s + 6 \quad (3)$$

kde p je počet prútov a s počet styčníc.



Obr. 2-9 Model prútovej štruktúry; (a) staticky neurčitá; (b) staticky určitá. [12]

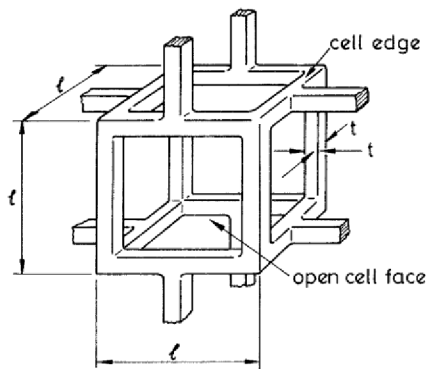
V prípade, že $M = 0$ resp. $M > 0$ je úloha staticky určitá resp. neurčitá a bude prevládať naťahovanie prútov. Štruktúra bude vykazovať vysokú tuhosť a bude vhodná pre statické aplikácie (anglické označenie - stretch dominated). Naproti tomu v prípade $M < 0$ sa jedná o statickú podurčenosť a bude prevládať ohýbanie prútov. Takto vzniknutá štruktúra bude poddajná, a preto vhodná napríklad pre absorbovanie energie (anglické označenie - bending dominated).



Obr. 2-10 Typy mnohostenných buniek: 2-4.,6.,8. - bending dominated, 1.,5.,7.,9 - stretch dominated. [13]

2.3.2 Analytický model

Najjednoduchším modelom je analytický model uvedený napríklad v [1]. Pri odvodzovaní vzťahov popisujúcich mechanické vlastnosti sa vychádza z predpokladu, že prúty sa správajú podľa Timoshenkovej teórie nosníkov. Postup je demonštrovaný na kubickej bunke, no týmto spôsobom je možné popísať mechanickú odozvu pre ľubovoľnú geometriu základnej bunky.



Obr. 2-11 Základná kubická bunka s otvorenou stenou. [1]

Zavádza sa pojem relatívna hustota:

$$\rho_r = \frac{\rho^*}{\rho_s} = \frac{V_s}{V_t} \quad (4)$$

kde ρ^* je hustota peny, ρ_s hustota pevného materiálu, V_s je objem pevnej látky a V_t je celkový objem zaberaný súčasťou.

Na základe zmienených skutočností je možné odvodiť vyjadrenia materiálových modulov pre izotropný typ základnej bunky v uzavretom tvare nasledovne:

Youngov modul pružnosti:

$$E^* = C_1 E_s \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (5)$$

kde E_s je Youngov modul pružnosti pevnej látky a koeficienty C_{1-4} zohľadňujú geometrické odchýlky.

Modul pružnosti v šmyku:

$$G^* = C_2 E_s \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (6)$$

Poissonov pomer za predpokladu izotropného materiálu:

$$\mu^* = \frac{E^*}{2G^*} - 1 = \frac{C_1}{2C_2} - 1 \quad (7)$$

Za povšimnutie stojí, že μ^* je nezávislé od materiálu a relatívnej hustoty a je možné vytvoriť aj štruktúrovaný materiál so zápornou hodnotou Poissonovho pomeru.

V prípade namáhania v tlaku môže dôjsť k nelineárnej elastickej deformácii – vzperu prútov, ktorý je opäť možné popísať napätím potrebným pre vyvolanie vzperu:

$$\sigma_{el}^* = C_3 E_s \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^2 \quad (8)$$

Z experimentov bola určená hodnota $C_3 = 0,05$. S uvážením Hookovho zákona je pretvorenie pri vzpere možné približne určiť ako $\epsilon = 0,05$.

Ďalším možným spôsobom deformácie pri tlakovom namáhaní je plastický kolaps štruktúry. Tento nastáva za predpokladu:

$$\sigma_{pl}^* = C_4 \sigma_{ys} \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

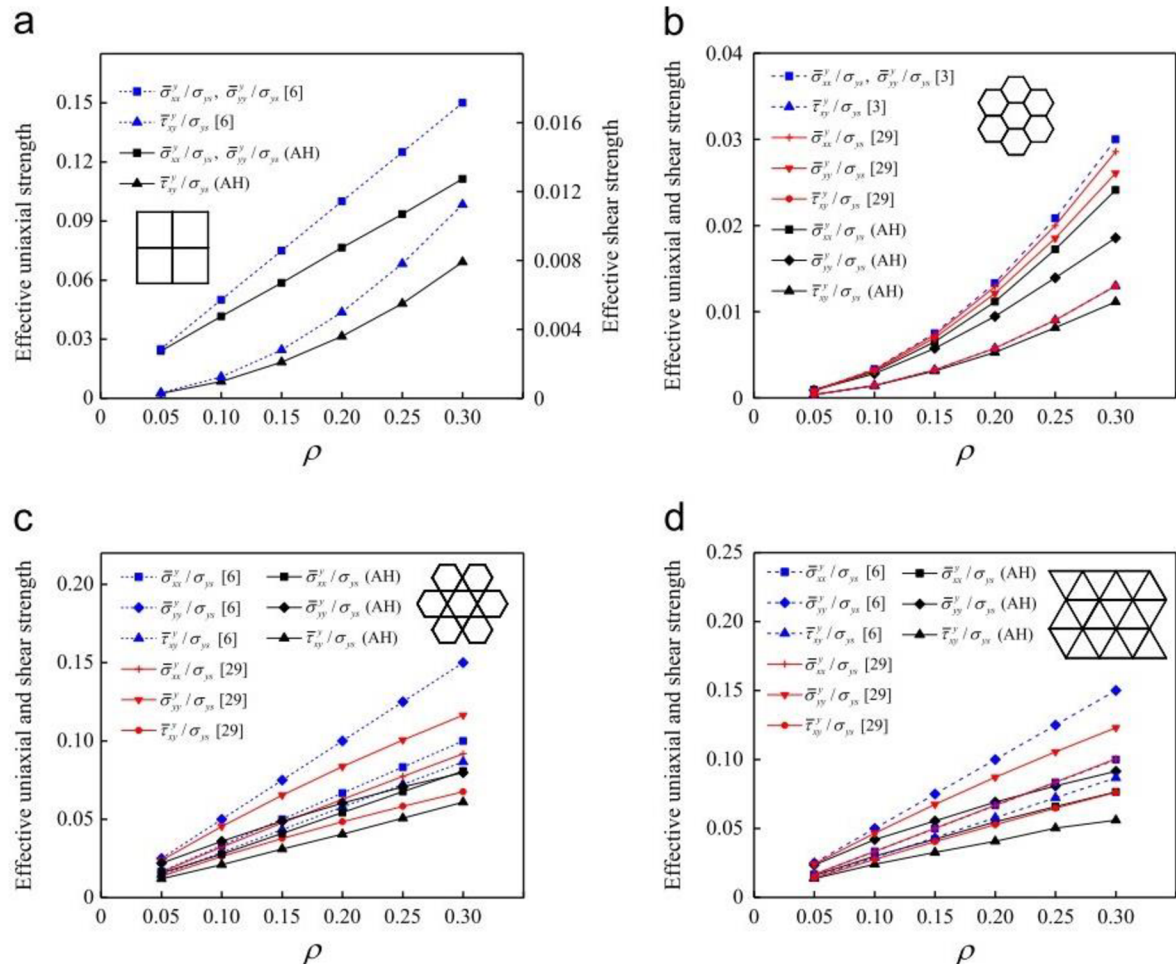
Kde σ_{ys} je napätie na medzi klzu konkrétneho materiálu. Konštanta C_4 bola určená z experimentov ako $C_4 = 0,3$.

Vzper predchádza plastickej deformácii v prípade tenkých prútov. Túto skutočnosť je možné vyjadriť kritickou relatívnou hustotou nasledovne:

$$\rho_{cr} = \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)_{cr} \leq \left(\frac{\sigma_{ys}}{E_s}\right)^2 \quad (10)$$

Pre kovy $\rho_{cr} < 10^{-5}$, a teda je takmer nemožné, aby vzper predchádzal plastickému kolapsu štruktúry.

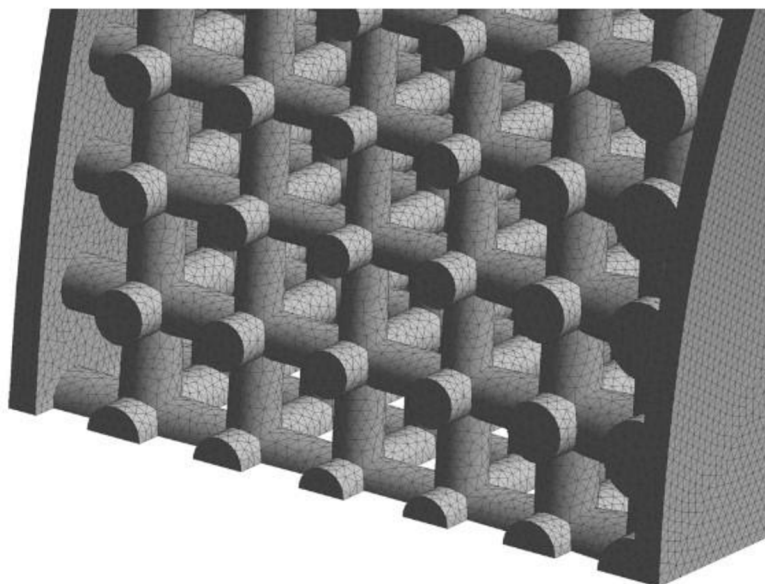
Arabnejad a Pasini [14] sa vo svojej práci venovali porovnaniu mechanických vlastností určených analytickým spôsobom a homogenizačnou metódou (viď kapitola 2.3.4). Pre jednoduchosť porovnania uvažovali rovinné štruktúry. Dospeli k záveru, že tieto metódy nadhodnocujú mechanické vlastnosti a sú vhodné iba pre $\rho_r < 0,3$. Nad touto hustotou strácajú predpoklady, na základe ktorých je analytický model odvodený, svoju platnosť.



Obr. 2-12 Porovnanie analytických modelov a homogenizácie AH; (a) štvorec; (b) šesťuholník; (c) Kagome; (d) trojuholník; „[3]“ Gibson a Ashby; „[6]“ Wang a McDowell; „[28]“ Elsayed; „[29]“ Vigliotti a Pasini. Obrázok prevzatý a upravený z [14].

2.3.3 Plný MKP výpočet

MKP model reálnej geometrie je metóda, ktorá dáva pri správnom použití najpresnejšie výsledky. Výhodou je, že tento prístup nie je obmedzený akýmikoľvek predpokladmi, avšak vzhľadom na značnú zložitosť geometrie je problémom tvorba siete a s ňou spojená časová náročnosť výpočtu. Už pre pomerne malé súčasti môže byť počet uzlov niekoľko miliónov [15, 16] (viď Obr. 2-13).



Obr. 2-13 Veľmi jemná konečno-prvková sieť mikro-prútovej štruktúry s rozmerom prvkov 0,4 mm. [15]

Určeniu mechanických vlastností týmto spôsobom sa vo svojej práci venoval Vrána et al. [9, 16]. V práci boli použité štvorstenné kvadratické elementy tak, aby boli v priereze prútu aspoň tri elementy. V práci ukazuje dobrú zhodu MKP výpočtu a experimentu po tom, čo bola ideálna geometria nahradená reálnou.

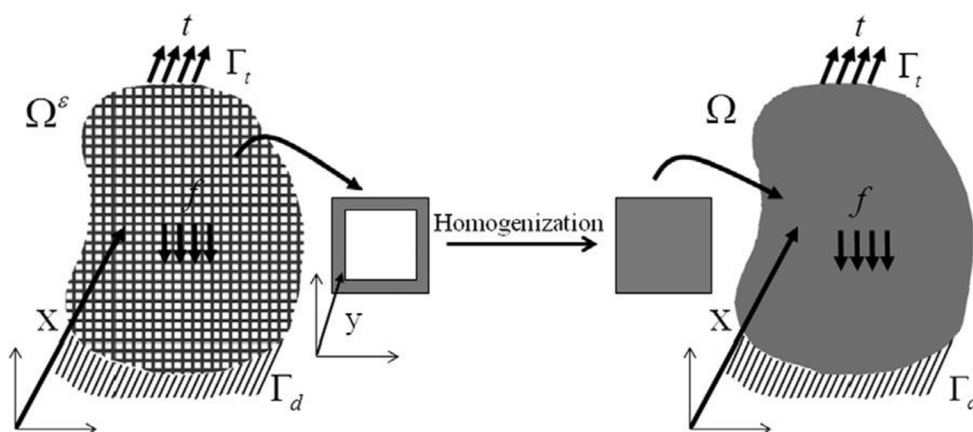
Cheng et al. [18] vykonal mechanické skúšky spolu s MKP simuláciou a ukázalo sa, že rozdiel medzi MKP modelom a experimentom je značný. Autori uvádzajú, že tento rozdiel môže byť spôsobený nedostatočnosťou konečno-prvkovej siete. Treba si však uvedomiť, že táto odchýlka môže byť spôsobená jedným z mnohých faktorov ovplyvňujúcich výrobný proces, ktorému sa autori v práci nevenovali.

Dôležitým aspektom pri tvorbe MKP modelu je materiálový model [19]. Vzhľadom na nedokonalosť dané spôsobom výroby, nie je vhodné použiť vlastnosti popisujúce odlievajú alebo tvárnený materiál. Materiálové vlastnosti je možné získať na základe testov vzoriek vyrobených pomocou SLM [10, 17, 19], ktoré reflektujú reálne materiálové vlastnosti a nedostatky.

2.3.4 Metóda homogenizácie

Metóda homogenizácie je metóda, ktorá slúži na určenie mechanických vlastností materiálov s periodickou subštruktúrou. Aby bolo možné mikro-prútovú štruktúru považovať za materiál mal by byť charakteristický rozmer bunky rádovo menší ako rozmery komponentu [20]. Matematická teória [21] popisujúca túto metódu sa vyvíjala od 70. rokov 20. storočia a od tej doby bola jej platnosť overená viacerými prácami [18, 22, 23].

Koncept homogenizácie spočíva v zisku efektívnych vlastností reprezentatívneho objemového elementu – základnej bunky a nahradením štruktúrovaného materiálu homogénnym materiálom s ekvivalentnými vlastnosťami.



Obr. 2-14 Princíp homogenizačnej metódy. [14]

Myšlienka získania týchto vlastností je založená na tom, že posunutie, napätie a pretvorenie sú spojité, hladké, periodické funkcie, ktoré je možné rozvinúť do Taylorovho radu [21].

Diferenciálne rovnice rovnováhy popisujúce daný problém, zostavené podľa predchádzajúcich predpokladov, je možné vyriešiť pomocou MKP s použitím periodických okrajových podmienok. Výsledkom sú efektívne vlastnosti medze klzu, napätia plastického kolapsu a lomu [14], avšak so značne nižšou časovou zložitou ako pri použití plného MKP modelu.

Podotknime, že tento spôsob popisu mechanických vlastností je možné použiť pre ľubovoľný materiál s periodickou subštruktúrou, napríklad pre kompozitné materiály [21].

2.4 Topologická optimalizácia

Topologická optimalizácia (TO) je metóda, ktorá umožňuje získať optimálne rozloženie materiálu podľa konkrétnych, vopred stanovených okrajových podmienok. Matematická teória popisujúca túto metódu bola rozvinutá v 80. rokoch 20. storočia. Základné myšlienky boli zhrnuté v knihe M.P. Bendsøa a O. Sigmunda [24], ktorí sú považovaní za priekopníkov tejto metódy. Mechanické vlastnosti vstupujúce do optimalizácie musia byť najskôr určené pre neoptimalizovaný komponent a bývajú spravidla určené pomocou MKP alebo inej numerickej metódy.

Potenciál TO sa naplno prejavil až s príchodom 3D tlače, ktorá dokáže optimalizované tvary vyrobiť. Dnes je možné použiť túto metódu na problémy spojené najmä so statickými a dynamickými úlohami, prenosom tepla alebo prúdením tekutín [25–27]. Metóda stále nie je uzavretá a v súčasnej dobe je predmetom výskumu zameraného na detailné aplikácie, napr. optimalizáciu mikro-prúťových štruktúr, elasticko-plastického materiálu atď. [28].

2.4.1 Metóda konečných prvkov

Metóda konečných prvkov (MKP, anglicky FEM) je približná variačná metóda, ktorá bola formulovaná v 60. rokoch 20. storočia a slúži na numerické riešenie problémov opísateľných diferenciálnymi rovnicami. Metóda je založená na minimalizácii funkcionálu, potenciálnej energie Π . Funkcie neznámych posunutí u, v, w sú diskretizované ako súčet básových funkcií nad určitou, konečnou podoblasťou telesa, nazývanou prvok.

Matematicky je možné úlohu v deformačnom tvare formulovať takto [29]:

$$\Pi = W - P \quad (11)$$

kde W je energia napätosti telesa

$$W = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \quad (12)$$

a P je potenciál vonkajšieho zaťaženia,

$$P = \mathbf{U}^T \mathbf{F} \quad (13)$$

\mathbf{U} je vektor neznámych nezávislých posuvov, \mathbf{K} matica tuhosti a \mathbf{F} vektor celkového zaťaženia.

Matica tuhosti \mathbf{K} je súčtom prvkových matíc tuhosti \mathbf{K}_e .

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{K}_e \quad (14)$$

Minimalizáciou funkcionálu Π dostávame

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{K}\mathbf{U} - \mathbf{F} = 0 \quad (15)$$

a teda

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (16)$$

Riešením sústavy rovníc (16), po aplikácii okrajových podmienok, získavame neznáme posuvy \mathbf{U} , z ktorých následne dopočítame pretvorenia a pomocou zobecneného Hookovho zákona výsledné napätie.

2.4.2 Formulácia statickej optimalizačnej úlohy pre izotropný materiál

Častým cieľom konštruktéra je minimalizovať hmotnosť súčasti a zároveň maximalizovať jej tuhosť. Túto úlohu TO je pre kontinuum možné formulovať ako nájdenie optimálnej voľby tenzoru tuhosti $E_{ijkl}(\mathbf{x})$, ktorý je premenlivý v rámci telesa, nasledovne [24]:

Uvažujme teleso Ω^{mat} , ktoré je súčasťou väčšej základnej oblasti $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ s povrchom Γ , virtuálnu energiu napätosti telesa

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} E_{ijkl} \epsilon_{ij}(\mathbf{u}) \epsilon_{kl}(\mathbf{v}) \, d\Omega \quad (17)$$

a potenciál vonkajších síl

$$l(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \mathbf{f}\mathbf{u} \, d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{t}\mathbf{u} \, ds \quad (18)$$

kde \mathbf{u} predstavuje súradnice rovnovážnej polohy, \mathbf{v} je virtuálne posunutie z rovnovážnej polohy, \mathbf{f} hustota objemových síl, \mathbf{t} je hustota plošných síl a

$$\epsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (19)$$

je tenzor malých deformácií.

Následne môžeme problém formulovať ako:

$$\min_{\mathbf{u} \in U, E} l(\mathbf{u}) \quad (20)$$

$$\text{tak, aby:} \quad a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in U, \quad E \in E_{ad}$$

kde U je množina všetkých kinematicky prípustných posunutí a E_{ad} je množina prijateľných tenzorov tuhosti.

V prípade numerického riešenia je možné úlohu preformulovať nasledujúcim spôsobom:

$$\min_{\mathbf{u}, E_e} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (21)$$

$$\text{tak, aby:} \quad \mathbf{K}(E_e) \mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad E_e \in E_{ad}$$

Súčasne je nutné určiť rozloženie materiálu v jednotlivých bodoch oblasti, to sa deje na základe tejto podmienky:

$$E_{ijkl} = 1_{\Omega^{mat}} E_{ijkl}^0, \quad 1_{\Omega^{mat}} = \begin{cases} 1, & \text{ak } x \in \Omega^{mat} \\ 0, & \text{ak } x \in \Omega \setminus \Omega^{mat} \end{cases} \quad (22)$$

$$\int_{\Omega} 1_{\Omega^{mat}} d\Omega = Vol(\Omega^{mat}) \leq V$$

kde E_{ijkl}^0 je tenzor tuhosti izotropného materiálu a V je vopred definovaný objem, ktorý chceme zachovať.

Výsledok je v diskkrétnej forme 0-1 pre jednotlivé diskretizované elementy a môžeme ho interpretovať ako „čierno-biely raster pixelov“.

2.4.3 Metódy riešenia

Existuje niekoľko metód, ako problém formulovaný vyššie riešiť [24]. Najbežnejšie sú dve, metóda SIMP a Level/set metóda.

Metóda SIMP

SIMP – Solid Isotropic Material with Penalization, je metóda, ktorá nerieši problém (22) ako diskrétny 0-1, ale zavádza spojité rozdelenie materiálu a následne penalizačný faktor p , ktorého zmyslom je získať materiál iba na miestach, kde je skutočne potrebný [24].

$$E_{ijkl} = \rho(x)^p E_{ijkl}^0, \quad p > 1$$

$$\int_{\Omega} \rho(x) d\Omega \leq V, \quad 0 \leq \rho(x) \leq 1, \quad x \in \Omega \quad (23)$$

Tenzor E_{ijkl} je závislý od funkcie $\rho(x)$, ktorá je premennou v optimalizačnej úlohe. Táto funkcia môže byť interpretovaná ako hustota materiálu (Density Based TO) a platí

$$E_{ijkl}(\rho = 0) = 0, \quad E_{ijkl}(\rho = 1) = E_{ijkl}^0, \quad \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega = V \quad (24)$$

Penalizačný faktor $p > 1$ zabraňuje prechodným hustotám, ktoré sú nežiadúce vzhľadom na pomer tuhosti a objemu. Ukázalo sa, že aby bolo riešenie skutočne efektívne, je nutné zvoliť dostatočne vysoké p , zvyčajne stačí $p > 3$. [24]

Level/set metóda

Level/set funkcie sú vhodné pre jednoduchý popis zložitých topológií. Táto vlastnosť je využitá pri zmenách tvaru súčasti počas topologickej optimalizácie. Pri optimalizovaní súčasti dochádza k pohybu hranice (povrchu) súčasti. Hranice sa môžu rozdeľovať, a tým vytvárať dutiny, resp. opätovne sa spájať. [30]

Optimálnu hranicu súčasti získame ako riešenie parciálnej diferenciálnej rovnice:

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{x})}{\partial t} = -\nabla \Phi(\mathbf{x}) \frac{d\mathbf{x}}{dt} \equiv -\nabla \Phi(\mathbf{x}) \Gamma(\mathbf{x}, \Phi) \quad (25)$$

kde $\frac{d\mathbf{x}}{dt}$ reprezentuje pohyb bodu, Φ je implicitná funkcia popisujúca hranicu súčasti.

$\Gamma(\mathbf{x}, \Phi)$ reprezentuje „vektor rýchlosti zmeny“, ktorý je závislý na podmienke v tvare (20) a na základe tohto vektora je vykonaná optimalizácia. [30]

Výsledkom Level/set metódy je dobrý dizajn s hladkými kontúrami [24].

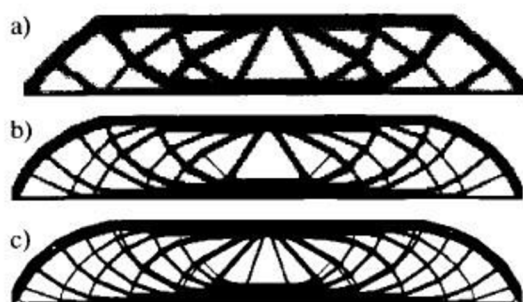


Obr. 2-15 Porovnanie metódy SIMP (vľavo) a Level/Set (vpravo). [31]

2.4.4 Klasické problémy riešenia

Zjemnenie siete a existencia riešenia

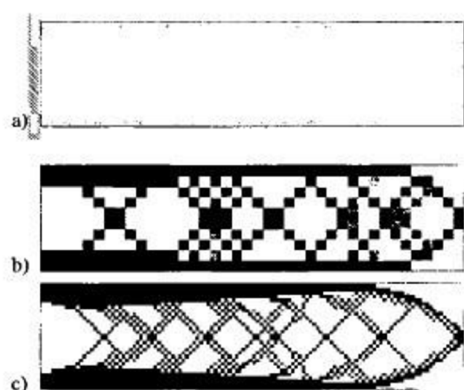
Jedným z dvoch problémov topologickej optimalizácie je nejednoznačnosť riešenia pri zjemňovaní konečno-prvkovej siete. So zjemňovaním siete dochádza k vzniku viacerých dutín a k rozdielnym výsledkom riešenia. Tento fenomén je nežiadúci a je numerickou nestabilitou výpočtu. V ideálnom prípade by malo zjemnenie siete viesť k lepšiemu MKP modelu nezmenenej štruktúry s detailnejšie popísanými hranicami a nie k novému riešeniu. V literatúre existuje niekoľko spôsobov, ako tomuto problému predísť a najjednoduchšie je obmedziť množinu prijateľných riešení. [24]



Obr. 2-16 Závislosť optimalizovanej štruktúry od počtu elementov; a) 2700; b) 4800; c) 17200 elementov. [24]

Checkboard problém

Tento problém je druhým častým problémom, vyskytujúcim sa pri riešení topologickej optimalizácie. Prejavuje sa vznikom štruktúry, ktorá pripomína šachovnicu (anglicky checkboard), kde čierne políčka predstavujú materiál a biele dutinu. Popísaný fenomén je nežiadúci, pretože nadhodnocuje tuhosť a je spôsobený zlým numerickým odhadom tuhosti šachovnicovej štruktúry. [24]



Obr. 2-17 Checkboard problém riešenia; a) konzolový nosník; b) 400 elementov; c) 6400 elementov. [24]

Ukazuje sa, že obmedzenia používané na odstránenie problému spojeného so zjemnením siete majú vplyv aj na redukciu alebo odstránenie tohoto problému [24].

2.4.5 Topologická optimalizácia štruktúrovaného materiálu

V prípade topologickej optimalizácie mikro-prútových štruktúr je nutné určiť mechanické vlastnosti materiálu vstupujúce do výpočtu, ktoré sú odlišné od vlastností homogénneho materiálu. Efektívnym riešením je použitie homogenizácie [15, 18, 20, 32, 33]. Topologické optimalizácie používajúce tento spôsob sú označované ako Density Based.

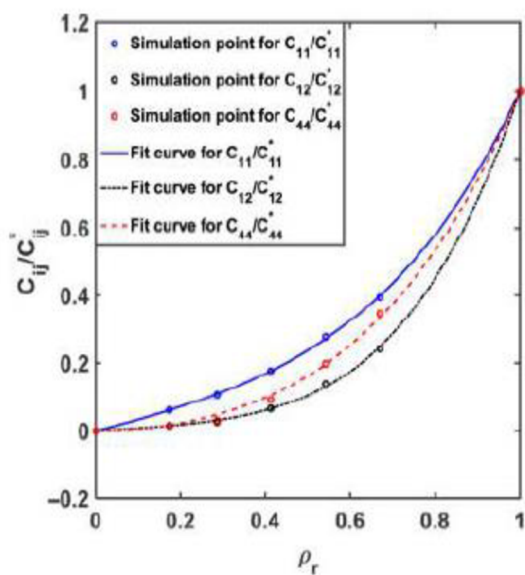
Wang et al. [20] sa vo svojej práci venoval rovinnému problému. Pre 4 typy základných buniek bola vytvorená funkcia reprezentujúca ich mechanické vlastnosti na základe relatívnej hustoty. Použité boli 2 optimalizačné metódy. Metóda SIMP rozšírená pre ortotropné materiály, ktorej materiálový model bol určený pre konkrétnu, vopred zvolenú relatívnu hustotu a druhá metóda, v prípade ktorej boli mechanické vlastnosti vstupujúce do výpočtu odhadované v každom iteračnom kroku. Ukázalo sa, že upravená metóda SIMP nie je vhodná pre TO, zatiaľ čo druhý spôsob dáva použiteľné výsledky.

Cheng et al. [18] použil na popis mechanickej odozvy jednotlivých elementárnych buniek, polynomicke funkcie, ktoré získal preložením výsledkov homogenizácie pre konkrétny typ a relatívnu hustotu bunky. K optimalizačnej podmienke (21) boli pridané obmedzenia v tvare

$$C_{ij} = C_{ij}(\rho_r) \quad (26)$$
$$0 \leq \rho_{min} \leq \rho_r \leq \rho_{max} \leq 1$$

kde C_{ij} je tenzor elastických materiálových charakteristík (tuhosti) a ρ je relatívna hustota.

Autori uvádzajú, že najvhodnejšie je použitie polynómu 4. rádu bez použitia členu 3. rádu. Podstatnou vlastnosťou je, aby bol polynóm monotónny a nezáporný.

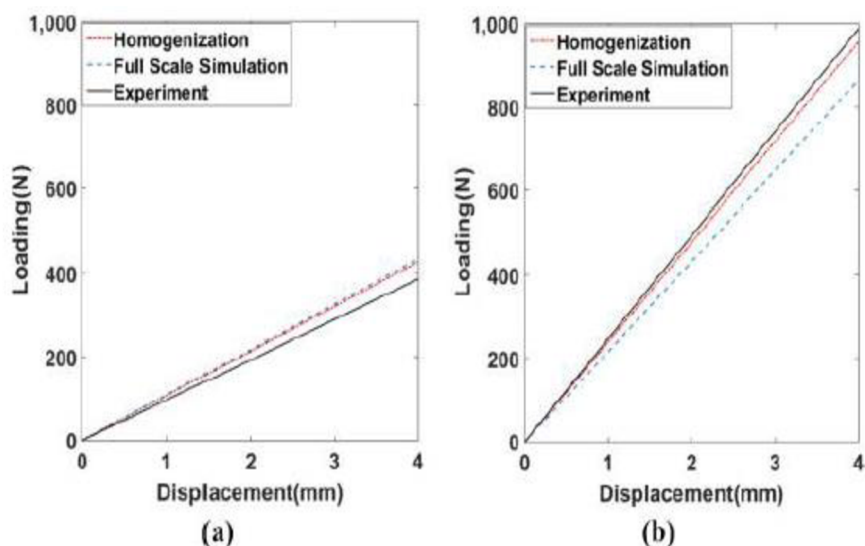


Obr. 2-18 Funkcie materiálových charakteristík v závislosti od relatívnej hustoty.

Následne bol predstavený spôsob rekonštrukcie geometrie po TO. Jednotlivé prúty boli vymodelované ako zrezané kužele so zaoblenými podstavami. Aby bola zaručená konektivita prútov bola zostavená funkcia medzi pomerom polomeru zaoblenia R k charakteristickému rozmeru elementárnej bunky l_c vzhľadom na relatívnu hustotu.

$$\frac{R}{l_c} = f(\rho_r) \quad (27)$$

Navrhnutá metóda bola experimentálne validovaná na vzorkách z fotopolyméru a bola dosiahnutá značne vyššia tuhosť oproti neoptimalizovanej štruktúre.



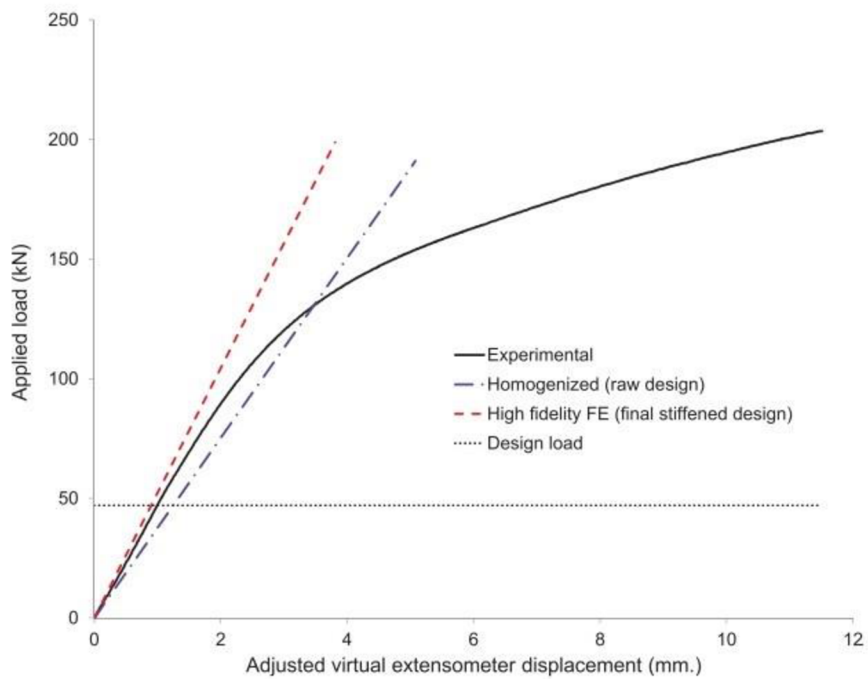
Obr. 2-19 Porovnanie simulácie a experimentu; (a) neoptimalizovaný nosník; (b) optimalizovaný nosník. [18]

Lynch et al. [15] sa venoval prípadovej štúdií topologickej optimalizácie rámu pre letecký priemysel. Práca bola zameraná na experimentálne overenie navrhutej, Density Based, optimalizačnej úlohy. V práci formuloval obmedzenie globálneho napätia, ktoré zabraňuje plastizácii štruktúry pod optimalizovanou hodnotou zaťaženia.

$$\gamma \sigma_{max} \leq \sigma_{ys} \quad (28)$$

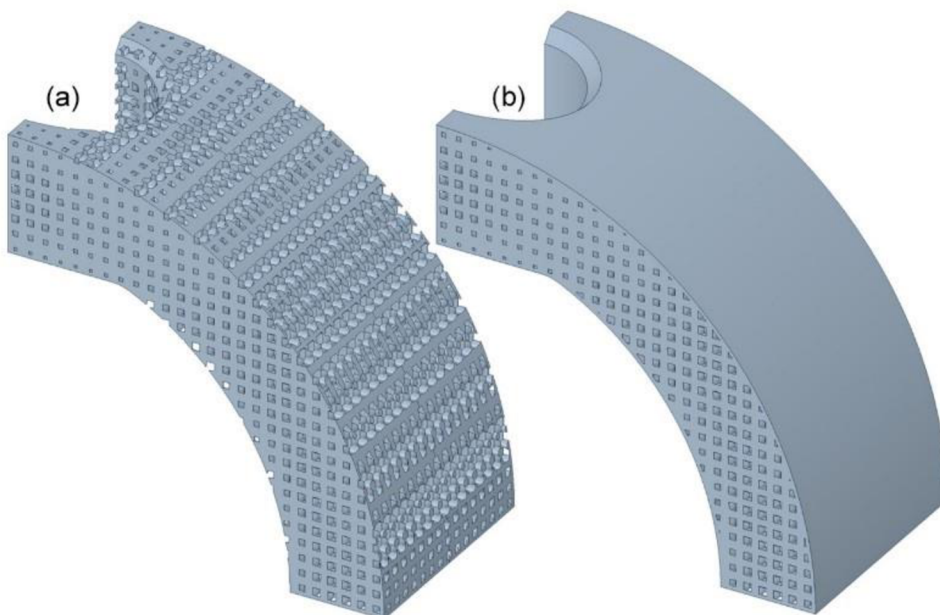
kde γ ($\gamma \geq 1$) je koeficient bezpečnosti, σ_{max} je maximálne napätie a σ_{ys} je napätie medze klzu pevného telesa.

Optimalizovaná štruktúra bola následne vyrobená pomocou technológie DMLS, overená MKP výpočtom, homogenizáciou a následne otestovaná. Z experimentov vyplynulo, že navrhnutá metóda je schopná obmedziť globálnu hodnotu napätia pod definovanou úrovňou a bola dosiahnutá dobrá zhoda medzi MKP výpočtom a experimentom.



Obr. 2-20 Porovnanie simulácie a experimentu súčasti. [15]

Rozdiel medzi MKP a homogenizačnou metódou autori odôvodňujú navýšením tuhosti pri rekonštrukcii geometrie, počas ktorej bol súčasti dodaný vonkajší plášť a zosilnenie v oblasti uchytenia.



Obr. 2-21 Zrekonštruovaná geometria; (a) orezaná; (b) opláštená. [15]

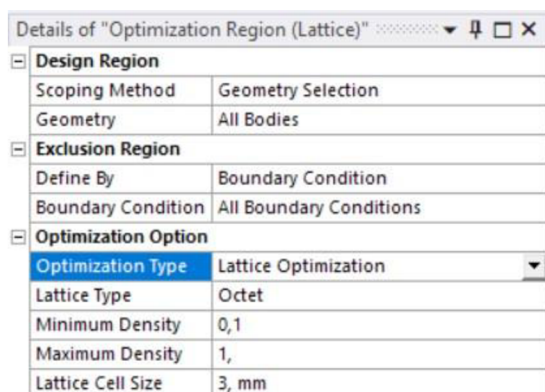
2.5 ANSYS

ANSYS je americká softvérová spoločnosť, zaoberajúca sa vývojom programov pre inžinierske výpočty a simulácie. Spoločnosť bola založená v roku 1970 Johnom Swansonom v Pittsburghu v Pensilvánii [34]. V súčasnej dobe patrí spoločnosť medzi popredné spoločnosti poskytujúce softvér pre multifyzikálne inžinierske výpočty, týkajúce sa statických a dynamických analýz, prenosu tepla, prúdenia tekutín, aditívnej výroby a mnohých ďalších.

Širokou verejnosťou najpoužívanejším softvérovým prostredím od ANSYS-u sa stal Workbench. Toto prostredie prešlo od svojho prvého vydania v roku 2007 viacerými modifikáciami a rozšíreniami. Verzia 19.2 vydaná 18. septembra 2018 priniesla okrem iného rozšírenie modulu topologickej optimalizácie o možnosť optimalizácie mikro-prúťových štruktúr a modul pre homogenizačnú metódu [35].

2.5.1 Lattice Optimization

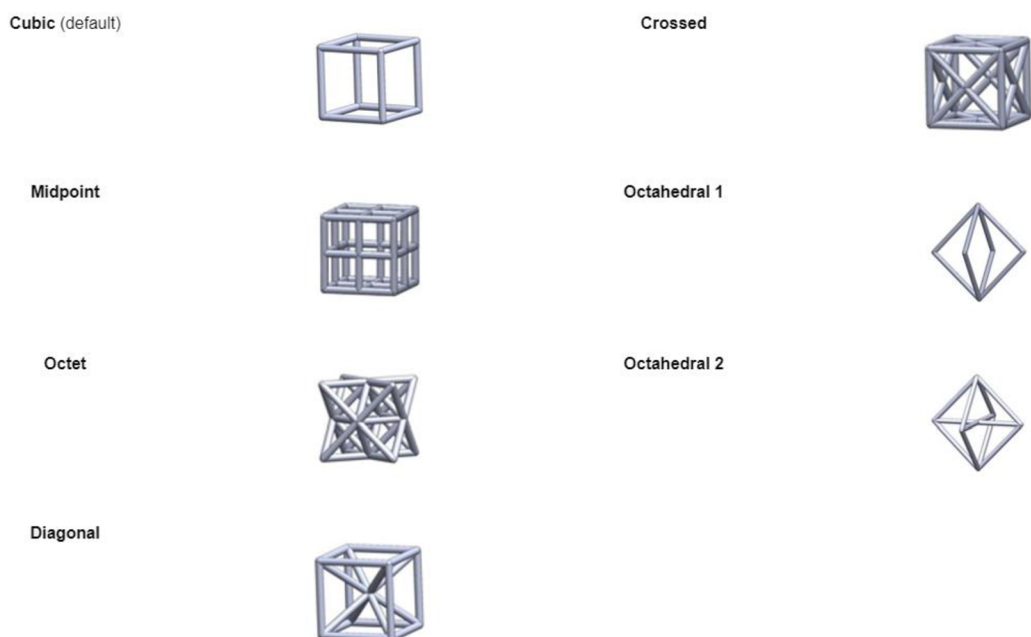
Modul pre výpočet topologickej optimalizácie vo Workbench-i obsahoval 2 možnosti: Density Based a Level Set Based. Vo verzii 19.2 pribudla tretia možnosť, a to Lattice Optimization (LO), ktorú si môže užívateľ zmeniť v položke Optimization Region Obr. 2-22. Tento typ pracuje spôsobom Density Based, podobne ako v prípade SIMP, avšak užívateľ nevolí penalizačný faktor [36]. Výsledkom sú kontinuálne premenlivé priemery prúťov.



Obr. 2-22 Základné nastavenia topologickej optimalizácie.

Medzi základné nastavenia patrí:

- typ základnej bunky Obr. 2-23,
- obmedzenie minimálnej hustoty,
- obmedzenie maximálnej hustoty,
- rozmer základnej bunky.



Obr. 2-23 Typy základných buniek, ktoré je možné zvoliť. Obrázok prevzatý a upravený z [36].

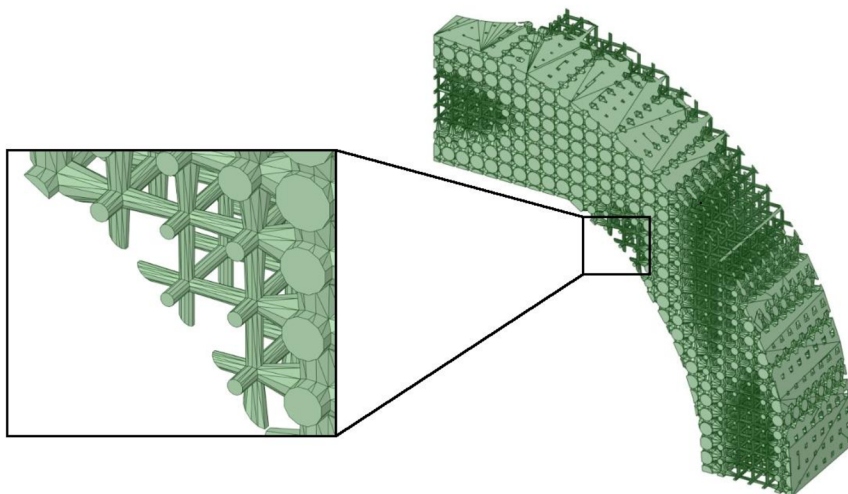
Pri ďalších nastaveniach treba však brať ohľad na nasledujúce obmedzenia [36]:

- nie sú umožnené nelineárne kontakty,
- vlastná frekvencia musí byť rôzna od nuly,
- nie je možné teplotné namáhanie,
- priamy export geometrie nie je možný,
- nemožné lokálne obmedzenie redukovaného napätia,
- nemožnosť obmedzenia reakčných síl,
- z výrobných obmedzení je možné použiť iba definíciu symetrie.

Pre typ buniek Octahedral 1 a Octahedral 2 sú uvedené nasledujúce materiálové upozornenia:

- Hodnota Poissonovho pomeru väčšia ako 0,32 môže spôsobiť nepresnosť v odhade materiálových vlastností.
- Nízka hodnota relatívnej hustoty (menšia ako 0,05) môže spôsobiť negatívne hodnoty Youngovho modulu pružnosti.

Po tom, ako je vytvorená LO, ktorej výsledkom sú relatívne hustoty, je nutné výsledok previesť do prostredia Space Claim a pomocou funkcie Facets/Shell vytvoriť finálnu štruktúru s použitím príkazu Use density attributions. Program sám nastaví správny typ a veľkosť bunky. Na užívateľovi ostáva voľba, ktoré plochy odobrať a či do geometrie zahrnúť orezané ligamenty. Vznikne geometria typu Shell, ktorú je následne možné vyexportovať vo formáte .stl alebo konvertovať na geometriu typu solid.

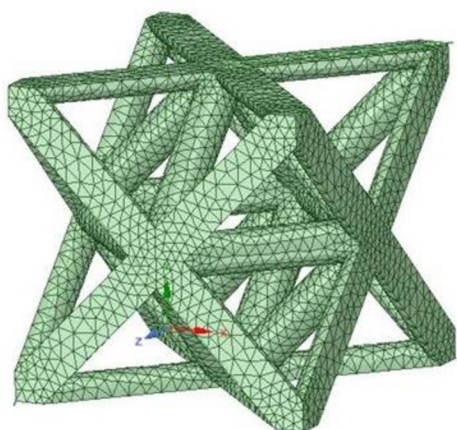


Obr. 2-24 Ligamenty vytvorené odstránením povrchových plôch.

2.5.2 Material Designer

Material Designer bol uvedený podobne ako modul Lattice Optimization vo verzii Workbench 19.2. Modul umožňuje získanie efektívnych materiálových vlastností pre komponenty so subštruktúrou, ako sú mikro-prútové štruktúry alebo kompozity, prostredníctvom homogenizačnej metódy [37].

Užívateľ si môže zvoliť z niekoľkých vopred definovaných reprezentatívnych objemových elementov alebo ho vytvoriť sám podľa typu materiálu. Následne je nutné vytvoriť konkrétnu geometriu a model dopočíta materiálové konštanty, ktoré sú nutné pre popis (obecne anizotropného) materiálu.



Obr. 2-25 Elementárna bunka Octet pre určenie homogenizovaných vlastností s vytvorenou sieťou.

Výstupom výpočtu je materiálový model, ktorý je následne použitý v ďalších analýzach na zjednodušenom modeli, do ktorých vstupuje spolu s informáciou o polohe uzlov a relatívnych hustotách získaných z LO.

3 ANALÝZA PROBLÉMU A CIEĽ PRÁCE

3.1 Analýza problému

V súčasnej dobe sa rozvíjajú komerčne dostupné výpočtové softvéry, umožňujúce topologicky optimalizovať komponenty s použitím mikro-prútových štruktúr. Jedným z nich je program ANSYS Workbench.

V prípade takýchto dielov je relevantná otázka ohľadom spôsobu ich výroby. Ideálnou voľbou sa javia aditívne technológie, konkrétne SLM. Mechanické vlastnosti materiálov vyrobených touto technológiou sa však značne líšia od odlievaných alebo tvárnených materiálov.

Qiu et al. [5] ukázal vplyv procesných parametrov *LP* a *LS* na výslednú porozitu a drsnosť povrchu. Vrána et al. [6] sa venoval spôsobu výroby prútov pomocou sústredných trajektórií laseru. Vyplývalo, že výsledné vlastnosti sú ovplyvnené nie len procesnými parametrami, ale aj prekrytím jednotlivých trajektórií a uhlom sklonu prútov vzhľadom na výstavbovú plochu. Koutný et al. [9] zistil, že skutočné rozmery sa líšia od ideálnych. Menia sa v závislosti od veľkosti a orientácií prútov a od použitej výrobnéj stratégie. Vrána et al. [10] zistil, že nie len rozmer, ale aj tvar je odlišný od ideálneho.

Všetky vyššie zmienené skutočnosti vedú k faktu, že materiálový model vstupujúci do výpočtu musí byť vytvorený na základe skúšok materiálov vyrobených príslušnou technológiou.

Jednotlivé mikro-prútové štruktúry sú definované typom a rozmerom základnej bunky a relatívnou hustotou. V prípade optimalizovaných štruktúr sa v programe ANSYS pridáva obmedzenie minimálnej a maximálnej relatívnej hustoty. Mechanické vlastnosti danej štruktúry sú definované práve týmito parametrami.

Deshpande et al. [12] rozdeľuje jednotlivé štruktúry na dve skupiny podľa typu bunky. Stretch dominated – vhodné pre statické aplikácie a bending dominated – vhodné pre absorpciu energie. Toto rozdelenie je vhodným prvotným odhadom mechanických vlastností a spôsobu použitia.

Ideálnou metódou pre získanie mechanických vlastností vzhľadom na pomer náročnosť/presnosť sa javí metóda homogenizácie, ktorá bola v priebehu rokov overená viacerými prácami [18, 22, 23]. Wang et al. [20] však uvádza, že rozmer základnej bunky by mal byť rádovo menší ako rozmer komponentu, aby bolo možné považovať mikro-prútovú štruktúru za materiál.

Topologická optimalizácia mikro-prútových štruktúr sa principiálne veľmi neodlišuje od metódy SIMP, no je nutné efektívnym spôsobom určiť mechanické vlastnosti mikro-prútovej štruktúry vstupujúcej do optimalizácie [18]. Wang et al. [20] ukázal potrebu odhadovať mechanické vlastnosti materiálu v každom iteračnom kroku. Cheng et al. [18] použil pre tento odhad materiálové funkcie zostavené na základe homogenizácie pre konkrétny typ a veľkosť bunky. V programe ANSYS ma užívateľ k dispozícii iba 7 preddefinovaných buniek a uvádzajú, že materiálový model s $\mu < 0,32$ môže negatívne ovplyvniť odhad mechanických vlastností pre bunky Octahedral 1 a 2. Lynch et al. [15] vo svojej práci formuloval obmedzenie globálneho napätia, aby zabránil prekročeniu medze klzu. Numerický model bol vyrobený pomocou technológie DMLS a experimentálne validovaný, aby bola dokázaná presnosť výpočtu.

3.2 Cieľ práce

Z uvedených skutočností je zrejmé, že je nutné výpočtový model v programe ANSYS porovnať s dostupnými experimentálnymi dátami, aby bola zaručená jeho spoľahlivosť. Pre tento účel budú použité dáta z práce Lynch et al. [15], ktoré budú brané ako referenčné. Výpočet bude replikovaný na základe informácií z článku a snahou bude minimalizovať odchýlku relatívnej hustoty s rozdielom pod 1%. Výpočtové modely budú porovnané pomocou homogenizačnej metódy a plného MKP výpočtu.

Následne bude cieľom odhaliť vplyv základných parametrov vstupujúcich do výpočtu, a to: typ a veľkosť bunky, minimálna a maximálna relatívna hustota. Jednotlivé parametre budú postupne menené, zatiaľ čo ostatné budú fixné podľa referenčnej štúdie.

Porovnané budú všetky dostupné typy buniek, konkrétne: Cubic, Midpoint, Octet, Diagonal, Crossed, Octahedral 1, Octahedral 2 (viď Obr. 2-23).

Pre posúdenie vplyvu minimálnej a maximálnej relatívnej hustoty budú tieto menené z nasledovného spektra: 0; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,35; 0,4 a 1; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4. Pre minimálnu a maximálnu hustotu s najlepšou mechanickou odozvou bude vytvorený výpočtový model kombinujúci tieto hustoty.

Veľkosť bunky bude menená plus-mínus o 1 mm vzhľadom na referenčnú štúdiu a extrém plus 6 mm, pre ktorý jednoznačne platí, že rozmer bunky nie je rádovo menší ako rozmer komponentu.

TO je numerická metóda, ktorej výsledky sú závislé od použitej diskretizácie geometrie. Cieľom bude odhaliť najlepšiu mechanickú odozvu pre rôzne možnosti siete, konkrétne 2 parametre, typ a veľkosť prvku. Porovnané budú 3 rôzne typy prvkov: kvadratický štvorsten, lineárny šesťsten, kvadratický šesťsten a 4 rôzne veľkosti siete, 50 %, 100 %, 250 % hodnoty referenčnej štúdie a sieť bez obmedzenia veľkosti.

4 MATERIÁL A METÓDY

4.1 Softvér a hardvér

4.1.1 Softvér

Všetky výpočty boli vykonané v programe ANSYS Workbench 2019 R2 vydanej 4. júna 2019. Táto bola v dobe začiatku riešenia práce najnovšou dostupnou verziou na VUT.

4.1.2 Hardvér

Pri riešení topologickej optimalizácie a validácie pomocou homogenizácie bol použitý stolový počítač s nasledovnými parametrami:

- procesor: Intel (R) Core (TM) i5-6500 CPU @ 3,20 GHz
- pamäť ram: 8,0 GB
- grafická karta: NVIDIA GeForce GTX 960.

Pri výpočtoch boli použité 2 jadrá procesoru.

Pre validáciu výsledkov pomocou plného MKP výpočtu bol použitý stolový počítač s nasledovnými parametrami:

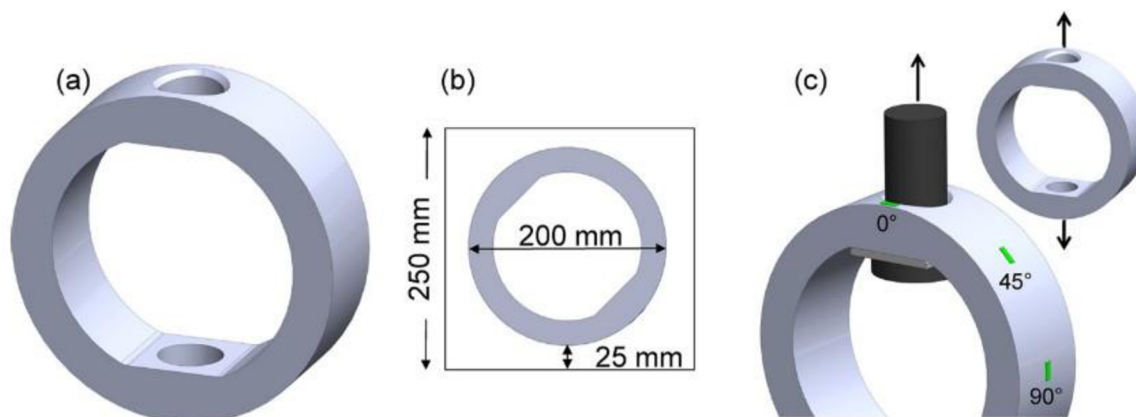
- procesor: AMD FX(tm)-6350 Six-Core @ 3,90 GHz
- pamäť ram: 16,0 GB
- grafická karta: Radeon RX 580 Series.

4.2 Výpočtový model referenčnej štúdie v programe ANSYS

Ako referenčná bola použitá štúdia Lynch et al. [15], ktorý sa venoval optimalizácii rámu pre vesmírny priemysel, aditívnej výrobe a následnému testovaniu. Táto práca bola zvolená z dôvodu, že ako jedna z mála využíva Density Based topologickú optimalizáciu staticky namáhaného dielu, a zároveň obsahuje experimentálnu validáciu komponentu vyrobeného z kovu.

4.2.1 Geometria

Obr. 4-1. zobrazuje geometriu použitú v štúdiu. Šírka medzikruhového prstenca bola 25 mm a hrúbka 60 mm. Pri namáhaní sa predpokladalo uchytenie pomocou dvoch skrutiek s priemerom dŕieku 29,1 mm, ktorým prislúchajú diery s priemerom 30 mm. Šírka plochy, na ktorú je zaťažujúca sila rozložená pomocou podložky (viď Obr. 4-1 (c)), bola odhadnutá na 75 mm. Vo vytvorenom výpočtovom modeli bola použitá iba osmina geometrie z dôvodu jednoznačného obmedzenia pohybu modelu za použitia symetrií a zjednodušenia numerického výpočtu.



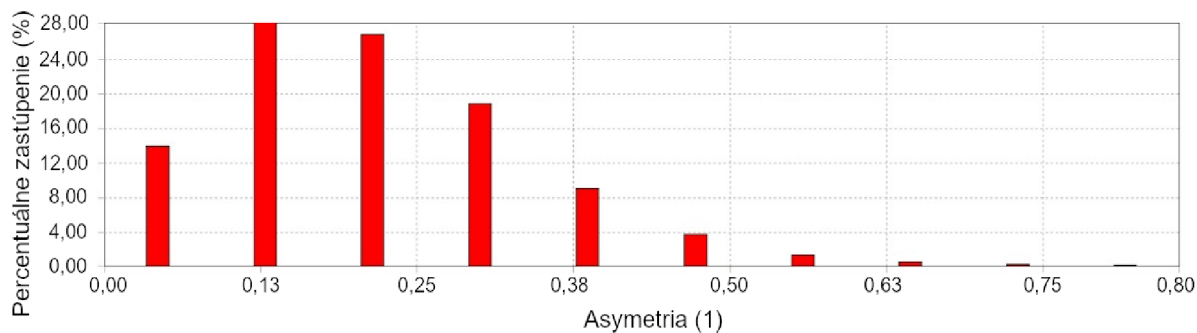
Obr. 4-1 Geometria referenčnej štúdie; (a) obal; (b) umiestnenie na výstavbovú plochu EOS M290; (c) spôsob namáhania. [15]

4.2.2 Materiálový model

Materiálový model vstupujúci do výpočtu bol vytvorený na základe predchádzajúceho testovania vzoriek vyrobených pomocou aditívnych technológií [15]. Použitá bola chróm-niklová zliatina Inconel 718. Yongov modul pružnosti bol stanovený ako $E = 184 \text{ GPa}$ a medza klzu $R_e = 810 \text{ MPa}$. Štúdia neobsahovala informáciu o hodnote Poissonovho pomeru a hustote, a preto boli použité hodnoty z materiálovej knižnice programu ANSYS Workbench, $\mu = 0,3$ a $\rho = 8220 \text{ kg/m}^3$.

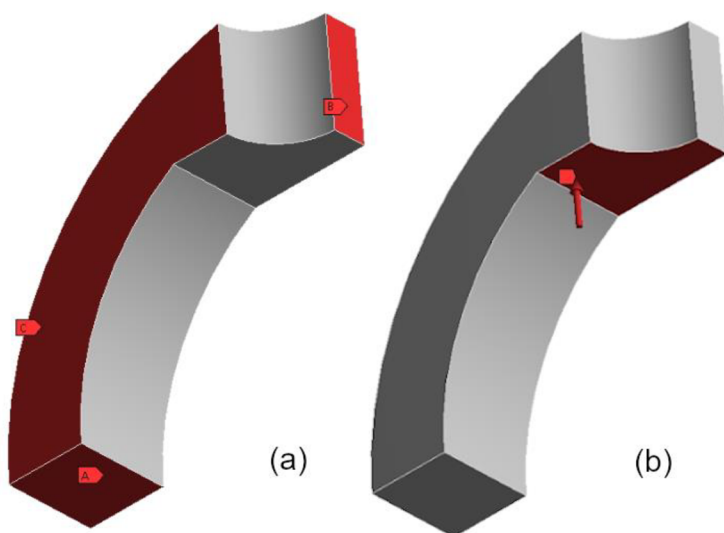
4.2.3 Sieť a okrajové podmienky

Konečno-prvková sieť bola identická so štúdiou, tvorená kvadratickými štvorstennami s rozmerom 3 mm. Počet elementov dosiahol hodnotu 31 827. Priemerná hodnota metriky siete pomocou kritéria asymetrie bola 0,21.



Obr. 4-2 Metrika konečno-prvkovej siete pomocou kritéria asymetrie.

Pohyb súčasti bol obmedzený pomocou aplikácie symetrií (vid' Obr. 4-3). Súčasť bola zaťažená ťahovým napätím. Na zaťažené plochy bol pri výpočte predpísaný tlak 22 MPa odpovedajúci štúdiu.



Obr. 4-3 Okrajové podmienky aplikované pri optimalizácii; (a) deformačné – symetria v troch rovinách; (b) silové.

4.2.4 Nastavenie a kalibrácia optimalizačnej úlohy

Nastavenie analýzy

Maximálny počet iteračných krokov – 100 a presnosť konvergencie – 0,5 % zodpovedali referenčnej štúdiu. Použitý bol príslušný typ bunky – Cubic s minimálnou relatívnou hustotou 0,2, maximálnou relatívnou hustotou 0,92 a rozmerom 4 mm.

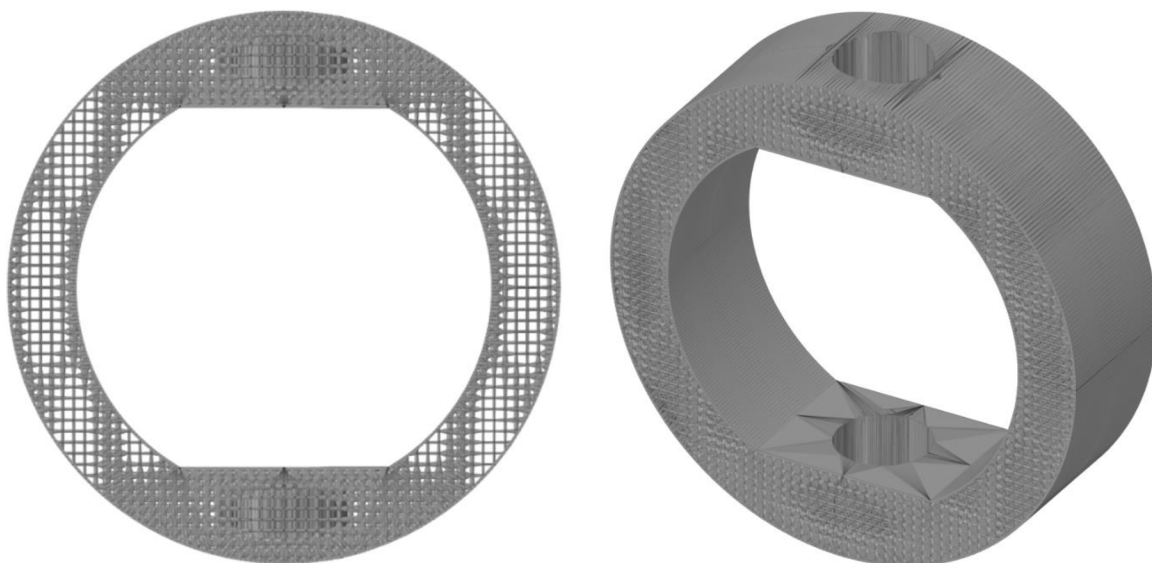
Kalibrácia optimalizačnej úlohy

Cieľ optimalizácie bol zvolený ako minimalizácia poddajnosti štruktúry. Spolu s obmedzením globálneho napätia na hodnotu 566 MPa daným štúdiou a obmedzením hmotnosti bol iteratívne dosiahnutý výsledok s relatívnou hustotou 0,414, pre obmedzenie hmotnosti na 40 %. Tento výsledok je porovnateľný s výsledkom referenčnej štúdie 0,41 s rozdielom menším ako 1%.

V prípade nastavenia cieľu optimalizácie ako minimalizácie hmotnosti za použitia obmedzenia globálneho napätia, skončil výpočet po siedmich iteračných krokoch s relatívnou hustotou 0,218 a v prípade kombinácie oboch predošlých cieľov s rovnakou váhou, skončil výpočet po ôsmich iteráciách s relatívnou hustotou 0,674.

4.2.5 Rekonštrukcia geometrie

Geometria bola zrekonštruovaná v prostredí Space Claime. V záložke Facets bola vybraná funkcia Shell, Infill nastavený ako Basic, zvolená možnosť Use density attributions a vybrané plochy, ktoré je nutné odstrániť. Vytvorené boli dve geometrie, bez opláštenia a s opláštením odpovedajúcim referenčnej štúdiu (viď Obr. 2-21). Opláštenie bolo na vonkajšom a vnútornom priemere 1 mm a v mieste diery 4 mm hrubé. Geometria bez opláštenia bola konvertovaná na teleso typu solid z dôvodu ďalšej analýzy.



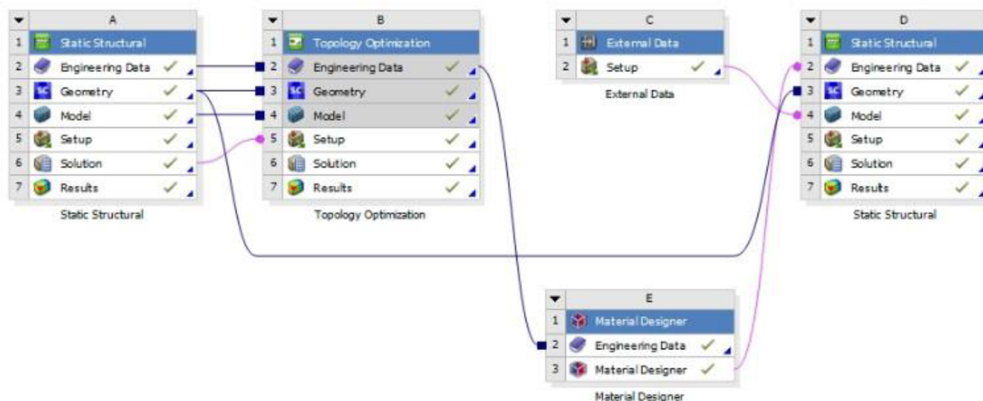
Obr. 4-4 Opláštená geometria mikro-prútovej štruktúry vhodná ako vstupné dáta pre výrobu pomocou technológie SLM.

4.2.6 Validácia výsledkov

Validácia výsledkov bola vykonaná dvoma spôsobmi. Homogenizáciou a plným MKP výpočtom.

Homogenizácia

Pre výpočet pomocou homogenizácie je nutné získať informáciu o rozložení relatívnych hustôt a materiálový model príslušný mikro-prútovej štruktúre.



Obr. 4-5 Schéma homogenizácie v programe ANSYS Workbench.

Rozloženie relatívnych hustôt bolo získané exportom deformácie s pozíciami jednotlivých uzlov vo forme textového dokumentu, následným exportom výsledku relatívnych hustôt, tentokrát bez informácie o uzlových polohách (možnosť exportu sa mení v nastaveniach programu Mechanical) a ich kombináciou v rámci jedného súboru. Tento bol uložený vo formáte .csv. V ďalšom kroku boli dáta načítané do prostredia Workbench, nastavený spôsob formátovania, označená možnosť materiálového poľa a priradené informácie jednotlivým stĺpcom v súbore.

	A	B	C
1	Property	Value	Unit
2	Definition		
3	Dimension	3D	
4	Start Import At Line	1	
5	Format Type	Delimited	
6	Delimiter Type	Semicolon	
7	Delimiter Character	Semicolon	
8	Length Unit	mm	
9	Coordinate System Type	Cartesian	
10	Material Field Data	<input checked="" type="checkbox"/>	
11	Analytical Transformation		
12	X Coordinate	x	
13	Y Coordinate	y	
14	Z Coordinate	z	
15	Rigid Transformation		
16	Origin X	0	m
17	Origin Y	0	m

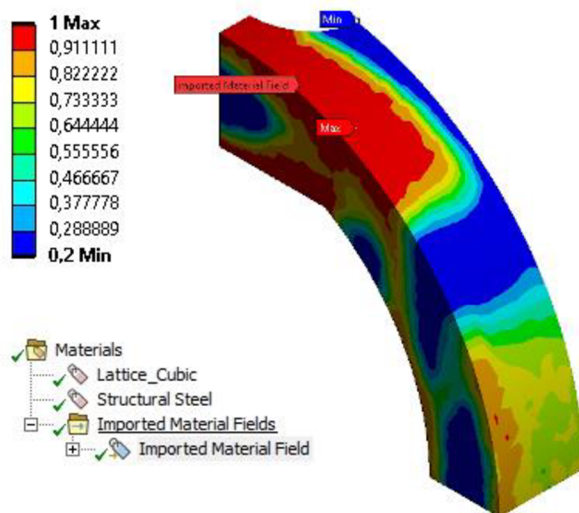
	A	B	C	D	E
1	Column	Data Type	Data Unit	Data Identifier	Combined Identifier
2	A	Not Used			File1
3	B	X Coordinate	mm		File1
4	C	Y Coordinate	mm		File1
5	D	Z Coordinate	mm		File1
6	E	Volume Fraction		VolumeFraction1	File1:VolumeFraction1

	A	B	C	D	E
1	Not Used	X Coordinate	Y Coordinate	Z Coordinate	Volume Fraction
2	Node Number	X Location (mm)	Y Location (mm)	Z Location (mm)	Lattice Density ()
3	1	0	64,952	30	1
4	2	0	64,952	19,5	1
5	3	0	64,952	27,375	1
6	4	0	64,952	24,75	1
7	5	0	64,952	22,125	1
8	6	0	100	30	0,92
9	7	0	67,873	30	0,9455
10	8	0	70,793	30	0,54589
11	9	0	73,714	30	0,2

Obr. 4-6 Nastavenie externých informácií materiálového poľa.

Ďalším krokom bola tvorba materiálového modelu pomocou prostredia Material Designer. Pre použitý typ a rozmer základnej bunky bol definovaný rozsah relatívnych hustôt, 0,2-1 s krokom 0,1, pre ktoré bola určená mechanická odozva. Mechanická odozva materiálu bola zvolená ako ortotropná a spôsob interpolácie medzi získanými hodnotami ako lineárny. Vytvorený materiálový model obsahoval informácie o E, G, μ (pre 3 navzájom kolmé osi) a informácie o hustote pre jednotlivé relatívne hustoty.

Následne bola vytvorená statická analýza s pôvodnou geometriou, do ktorej vstupoval definovaný materiálový model a rozloženie relatívnych hustôt. V tejto analýze bola vytvorená rovnaká sieť ako v prípade inicializačného výpočtu, importované materiálové pole na rohové uzle a priradený vytvorený materiálový model. Štúdia neobsahovala informáciu o spôsobe určenia deformácie, a preto bola zvolená priemerná deformácia zaťaženej plochy v smere pôsobiacej sily 150 kN.

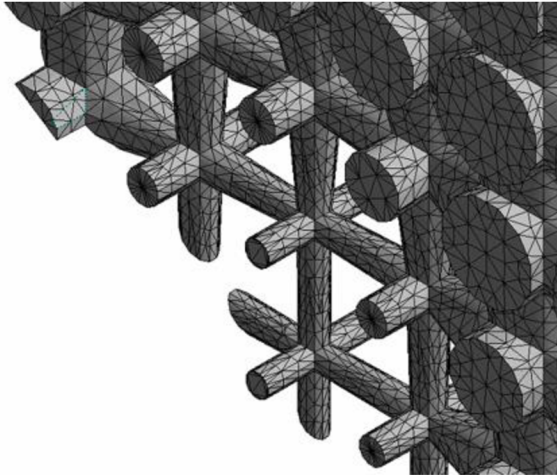


Obr. 4-7 Importované materiálové pole relatívnych hustôt.

Plný MKP výpočet

Plný MKP výpočet prebehol pre orezanú geometrickú konfiguráciu (viď 4.2.5) z dôvodu porovnania MKP a homogenizácie. V analýze nebol braný do úvahy vplyv nelinearít.

Geometria bola diskretizovaná za použitia kvadratických štvorstenov s veľkosťou siete 0,6 mm. Celkový počet uzlov bol 3 850 542 a priemerná hodnota asymetrie 0,396. Aplikovaná symetria odpovedala homogenizačnej metóde. Komponent bol zaťažený silou 150 N na príslušnú plochu a bola vyhodnotená priemerná deformácia zaťaženej plochy v smere pôsobiacej sily.



Obr. 4-8 Detail konečno-prvkovej siete pre MKP validáciu.

4.3 Nastavenie modelov základných parametrov

V prípade posúdenia vplyvu jednotlivých parametrov sme vychádzali z vytvoreného numerického modelu referenčnej štúdie. Skúmaný parameter bol menený, zatiaľ čo ostatné boli fixné. Súhrn jednotlivých menených parametrov je zobrazený v Tab. 4-1. Jednotlivé možnosti boli navzájom porovnané pomocou homogenizácie na základe priemernej deformácie zaťaženej plochy v smere pôsobenia sily.

Tab. 4-1 Súhrn skúmaných základných parametrov a ich možností.

Parameter	Rozsah
Typ bunky	Cubic; Midpoint; Octet; Diagonal; Crossed; Octahedral 1; Octahedral 2
Rozmer bunky	3 mm; 4 mm; 5 mm; 10 mm
Minimálna hustota	0; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,35; 0,4
Maximálna hustota	1; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4

V prípade vplyvu veľkosti bunky bola vykonaná pre rozmer bunky 10 mm dodatočná MKP analýza, ktorá zohľadňovala fakt, že rozmer základnej bunky nie je jednoznačne rádovo menší ako rozmer komponentu. Plná geometria mikro-prútovej štruktúry bola vysieťovaná pomocou štvorstenných kvadratických prvkov s veľkosťou 1 mm. Vytvorená sieť obsahovala 596 916 uzlov s priemernou hodnotou asymetrie 0.33283. Okrajové podmienky a spôsob vyhodnotenia boli zvolené rovnako ako v prípade homogenizácie.

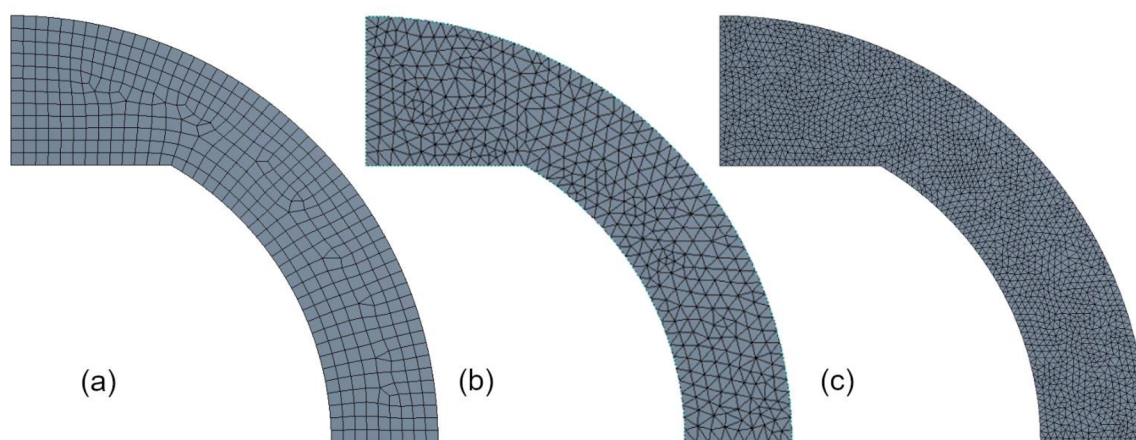
Aby bolo možné posúdiť vplyv jednotlivých relatívnych hustôt, materiálový model vytvorený v prostredí Material Designer obsahoval hustejšie rozdelenie relatívnych hustôt v škále 0-1 s krokom 0,05. Tým bol zaručený presnejší odhad mechanických vlastností.

4.4 Určenie vplyvu diskretizácie

Modely popisujúce vplyv počítačovej diskretizácie opäť vychádzali z referenčnej štúdie, avšak s odlišnou diskretizáciou vstupujúcou do optimalizácie. Skúmaný bol vplyv rozdielnych veľkostí siete a rozdielnych metód na mechanickú odozvu.

Tab. 4-2 Súhrn skúmaných parametrov pre vplyv diskretizácie.

Parameter	Rozsah
Veľkosť elementu	1,5 mm; 3 mm; 7,5 mm; neobmedzené
Typ elementu	kvadratický štvorsten; lineárny šesťsten; kvadratický šesťsten



Obr. 4-9 Rozdielne metódy diskretizácie geometrie; (a) kvadratický šesťsten, 3 mm – 19230 uzlov; (b) kvadratický štvorsten, 3mm – 46562 uzlov; (c) kvadratický štvorsten, 1,5 mm – 356331 uzlov.

Vyhodnotenie prebehlo pomocou homogenizačnej metódy. Táto bola vykonaná pre rôzne modely vždy s použitím rovnakej diskretizácie, kvadratických štvorstenov s veľkosťou 3 mm a to z dôvodu, aby neboli výsledky diskretizácie vstupujúcej do optimalizačnej úlohy ovplyvnené diskretizáciou pri homogenizácii. Podobne ako v prípade relatívnych hustôt bol materiálový model určený pre spektrum 0-1 s krokom 0,05.

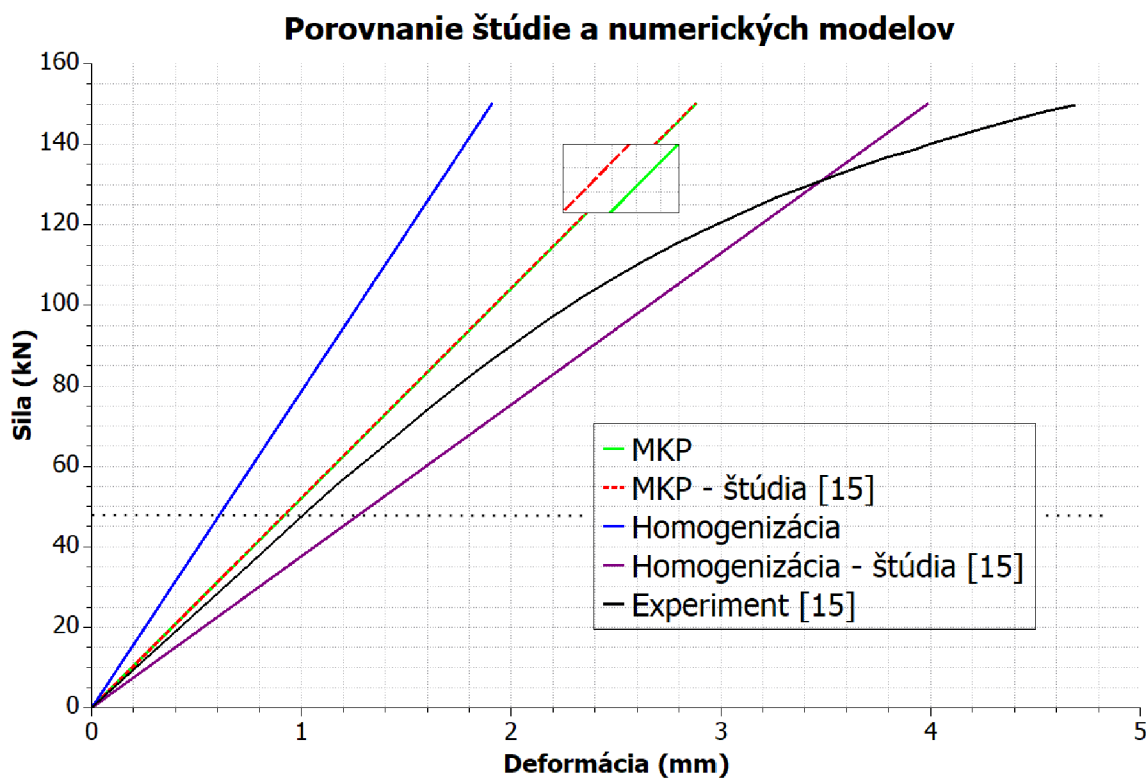
5 VÝSLEDKY

5.1 Porovnanie modelu s referenčnou štúdiou

Porovnanie výsledkov z programu ANSYS s referenčnou štúdiou je zobrazený na Obr. 5-1. Aby bolo možné porovnať priebeh deformácie v závislosti od napätia, pre 1/8 rámu a celý testovaný rám, museli byť získané deformácie vynásobené 2 podľa rámovej teórie [38].

Ukazuje sa, že výsledok z homogenizácie oproti MKP nadhodnocuje tuhosť neopláštenej štruktúry. V prípade porovnania MKP modelu neopláštenej štruktúry s MKP modelom zo štúdie (opláštená štruktúra) je priebeh sila – deformácia takmer identický.

Horizontálna bodkovaná čiara predstavuje silu 47 kN, pre ktorú bol rám podľa štúdie optimalizovaný.



Obr. 5-1 Porovnanie štúdie a numerických modelov.

5.2 Vplyv základných parametrov

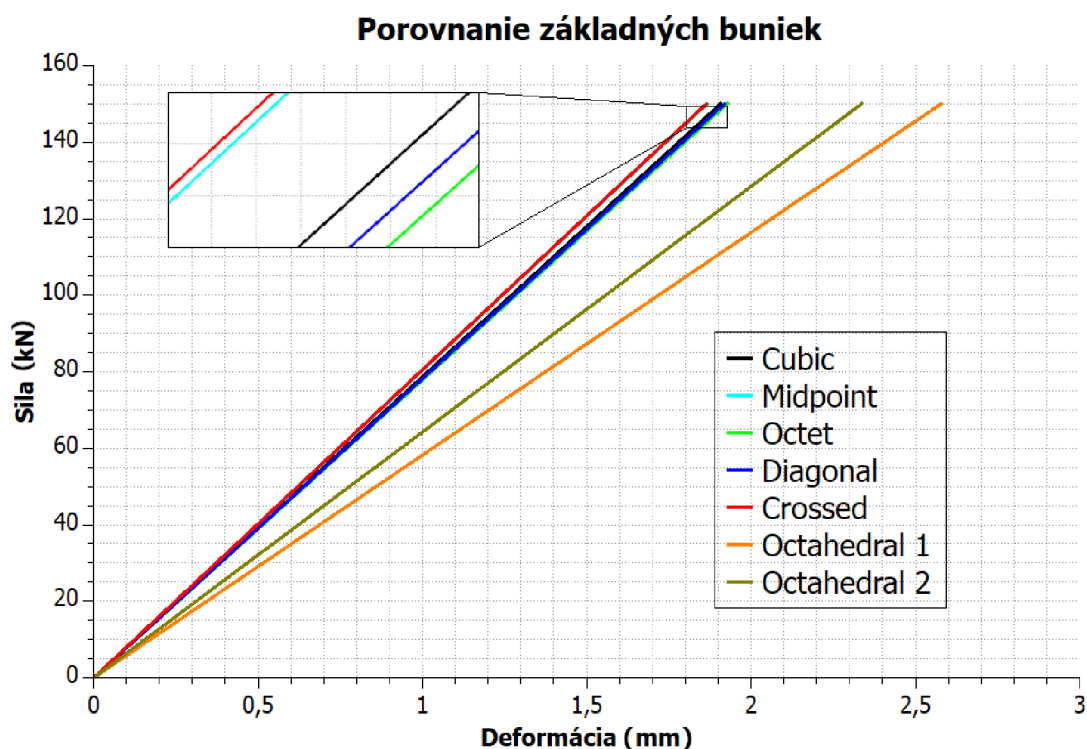
Nasledujúca podkapitola obsahuje výsledky porovnania vplyvov jednotlivých základných parametrov vstupujúcich do optimalizácie. Pre jednotlivé parametre sú uvádzané aj hodnoty počtu iterácií a výpočtových časov, aby bolo možné vytvoriť si predstavu o časovej zložitosti výpočtu pre vyššie formulovanú optimalizačnú úlohu. Tuhosti boli vypočítané pre celkový rám s uvážením polovičných deformácií. Vo všetkých prípadoch bola dosiahnutá relatívna hustota 0,414.

5.2.1 Typ bunky

Priebeh sila – deformácia pre jednotlivé dostupné základné bunky je zobrazený na Obr. 5-2. Najtuhšia sa javí štruktúra s použitím bunky Crossed s Maxwellovým číslom 0, zatiaľ čo najpoddajnejšou je štruktúra s bunkou Octahedral 1, ktorá je bežne používaná pre absorpciu energie [10], s Maxwellovým číslom -4. Z grafu je však zrejmé, že okrem buniek Octahedral 1 a Octahedral 2, sú rozdiely medzi jednotlivými bunkami minimálne, bez detailného pohľadu takmer nerozlíšiteľné.

Tab. 5-1 Výsledky získané pre rôzne typy buniek.

Typ bunky (1)	Počet iterácií (1)	Čas (s)	Deformácia (mm)	Tuhost' (kN/mm)	Maxwellové číslo (1)
Cubic	12	189	3,814 9	78,639	-6
Midpoint	12	191	3,734 3	80,336	0
Octet	13	203	3,855 5	77,811	0
Diagonal	14	222	3,838 3	78,160	-1
Crossed	12	187	3,727 6	80,481	0
Octahedral 1	13	213	5,156 6	58,178	-4
Octahedral 2	13	211	4,672 5	64,205	-3



Obr. 5-2 Porovnanie základných buniek.

5.2.2 Minimálna a maximálna hustota

Zmena tuhosti rámu v závislosti od minimálnej relatívnej hustoty je zobrazená na Obr. 5-3. S rastúcou hodnotou dochádza k zužovaniu intervalu prípustných relatívnych hustôt a dochádza k poklesu tuhosti štruktúry. Podobný trend ukazuje aj Obr. 5-4, zobrazujúci tuhosť v závislosti od maximálnej relatívnej hustoty. V oboch prípadoch dochádza s obmedzením rozsahu prípustných relatívnych hustôt k zníženiu počtu iterácií a výpočtových časov.

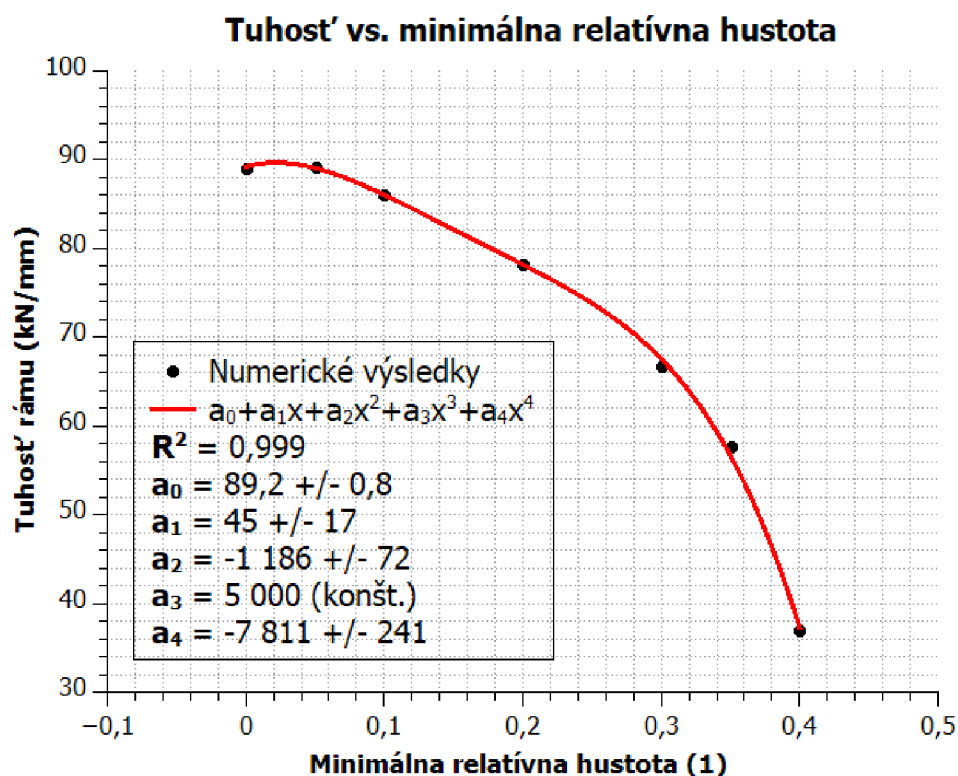
Hodnoty tuhostí boli preložené polynómami s použitím metódy najmenších štvorcov. V prípade minimálnej relatívnej hustoty polynómom 4. rádu a v prípade maximálnej relatívnej hustoty polynómom 2. rádu. Ukazuje sa, že použitie nulovej minimálnej hustoty nie je ideálne a existuje určité optimum v okolí hodnoty 0,05.

V prípade porovnania najlepších výsledkov minimálnej relatívnej hustoty, maximálnej relatívnej hustoty a ich kombinácie Obr. 5-5, sa javí ako najlepšia možnosť kombinácia relatívnych hustôt 0,05 – 1.

Za povšimnutie stojí, že hodnota deformácie pre minimálnu relatívnu hustotu 0,2 sa líši oproti výsledku deformácie pre typ bunky Cubic.

Tab. 5-2 Výsledky získané pre rôzne minimálne relatívne hustoty.

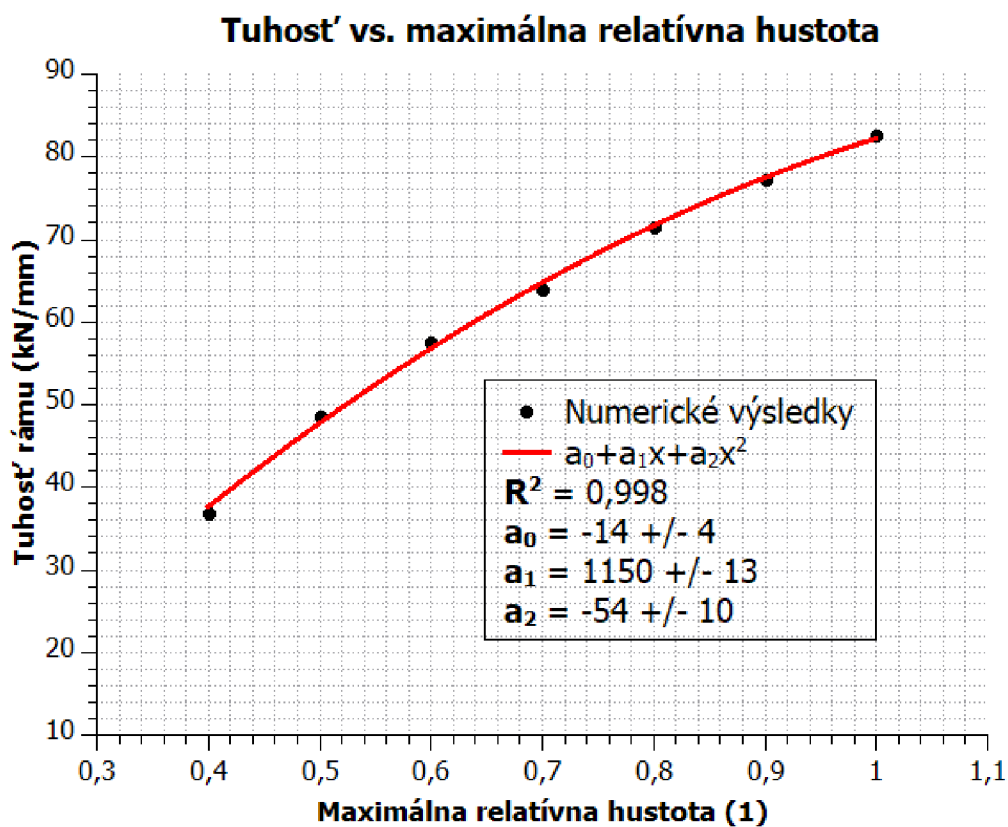
Minimálna hustota	Počet iterácií	Čas	Deformácia	Tuhost'
(1)	(1)	(s)	(mm)	(kN/mm)
0	18	306	3,366 9	89,103
0,05	17	289	3,361 5	89,246
0,1	17	283	3,485 3	86,076
0,2	12	189	3,832 8	78,272
0,3	11	171	4,498 1	66,695
0,35	12	189	5,196 3	57,733
0,4	2	35	8,129 1	36,904



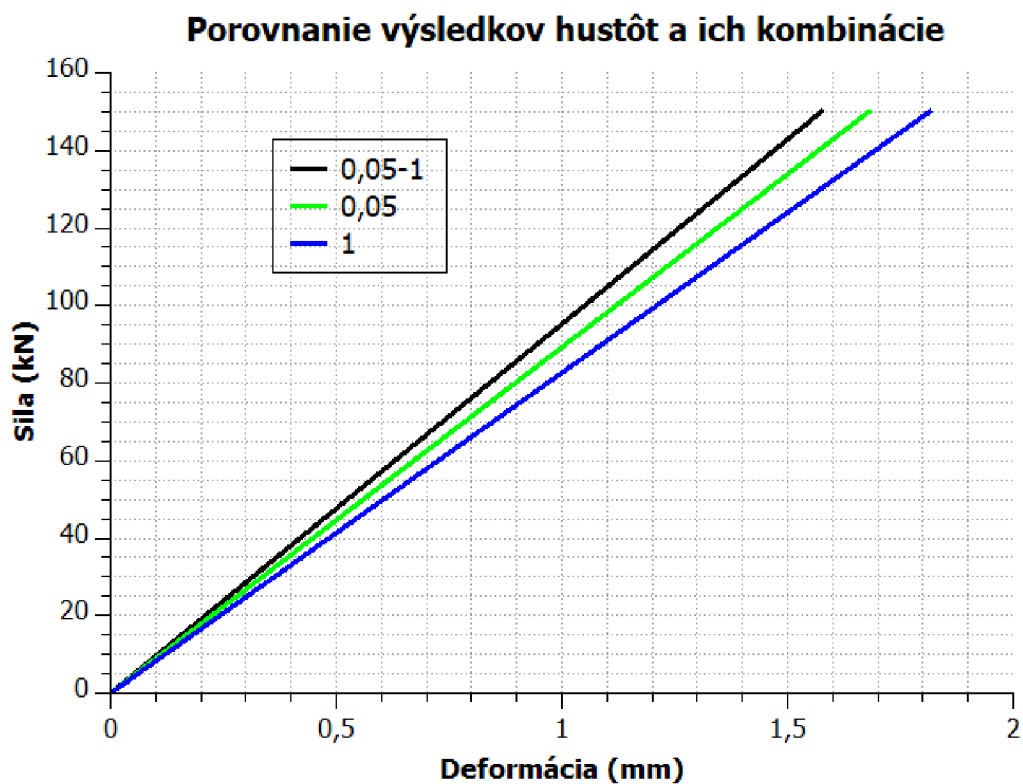
Obr. 5-3 Tuhost' vs. minimálna relatívna hustota.

Tab. 5-3 Výsledky získané pre rôzne maximálne relatívne hustoty.

Maximálna hustota	Počet iterácií	Čas	Deformácia	Tuhost'
(1)	(1)	(s)	(mm)	(kN/mm)
1	14	222	3,629 6	82,654
0,9	12	192	3,885 6	77,208
0,8	11	176	4,199 9	71,430
0,7	11	173	4,692 2	63,936
0,6	9	148	5,205 6	57,630
0,5	9	145	6,164 7	48,664
0,4	2	57	8,129 1	36,904



Obr. 5-4 Tuhosť vs. maximálna relatívna hustota.



Obr. 5-5 Porovnanie najlepších výsledkov hustôt a ich kombinácie.

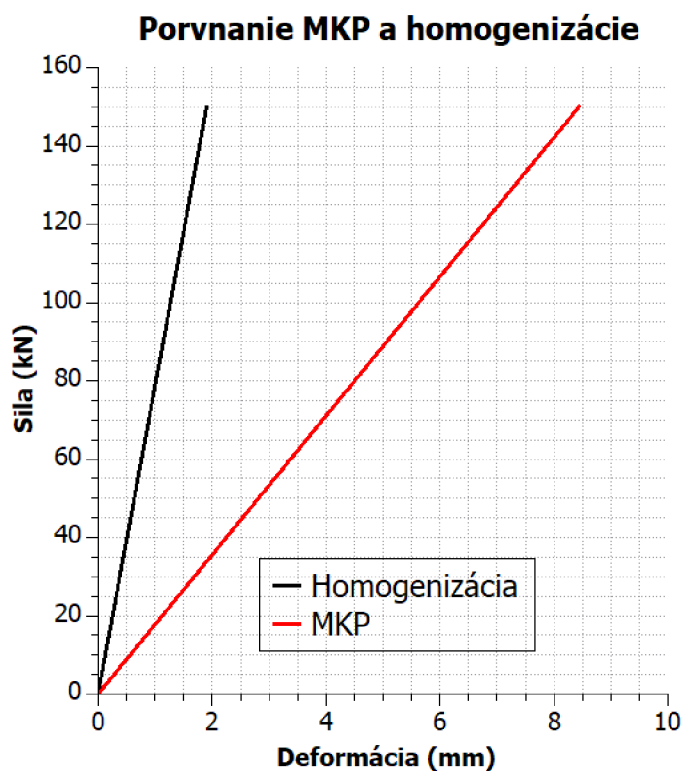
5.2.3 Veľkosť bunky

Z výsledkov homogenizácie uvádzaných v Tab. 5-4 sa javí, že s rastúcim rozmerom základnej bunky dochádza k nárastu tuhosti, avšak MKP analýza plnej geometrie vykonaná pre rozmer základnej bunky ukazuje opak a značný rozdiel medzi MKP a homogenizáciou. Homogenizácia v tomto prípade výrazne nadhodnocuje mechanické vlastnosti optimalizovanej štruktúry.

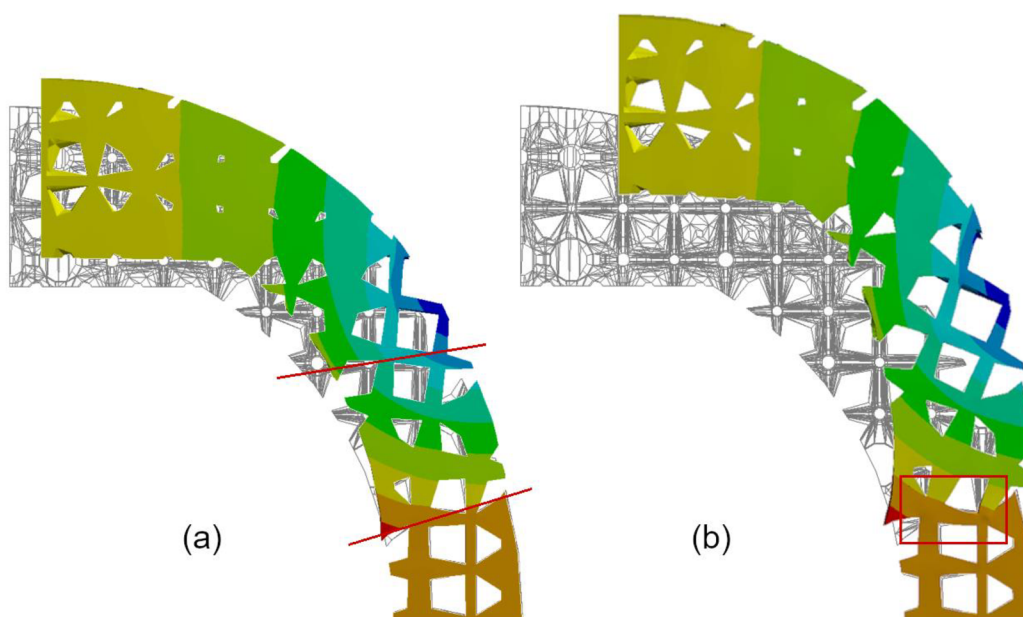
V prípade základnej bunky s veľkosťou 10 mm platí, že rozmer nie je rádovo menší ako rozmery komponentu. Na optimalizovanej štruktúre a jej deformácii Obr. 5-7 je vidno prierezy, ktorým prislúcha po šírke prstenca iba jedna bunka (naznačené červenými čiarami). V týchto miestach dochádza k značnej strate tuhosti a podľa deformácie sa správajú ako „elastický kĺb“ okolo ktorého dochádza k natočeniu štruktúry pri deformácii.

Tab. 5-4 Výsledky získané pre rôzne rozmery základných buniek.

Rozmer bunky (mm)	Počet iterácií (1)	Čas (s)	Deformácia (mm)	Tuhosť (kN/mm)
3	12	191	3,814 9	78,639
4	12	189	3,814 9	78,639
5	12	192	3,813 1	78,676
10	12	192	3,812 9	78,680



Obr. 5-6 Porovnanie MKP a homogenizácie pre základnú bunku s rozmerom 10 mm.



Obr. 5-7 Charakter deformácie mikro-prútovej štruktúry vzhľadom na pôvodný tvar s naznačením kritických prierezov; (a) pre zaťaženie 50 kN; (b) pre zaťaženie 150 kN.

5.3 Vplyv diskretizácie

V nasledujúcich 2 tabuľkách, Tab. 5-5 a Tab. 5-6, sú obsiahnuté informácie ohľadom vplyvu diskretizácie. Z výsledkov je zrejmé, že s klesajúcou veľkosťou elementov rastie výpočtový čas. Zároveň sa ukazuje, že v prípade detailnejšej diskretizácie sa výsledná relatívna hustota približuje zvolenému obmedzeniu hmotnosti (viď 4.2.4). Zmena deformácie inicializačného výpočtu bola už pri rozdieli medzi sieťou bez obmedzenia veľkosti a veľkosťou elementu 7,5 mm menšia ako 0,5 %. Deformácia optimalizovanej štruktúry klesala spolu s veľkosťou elementov.

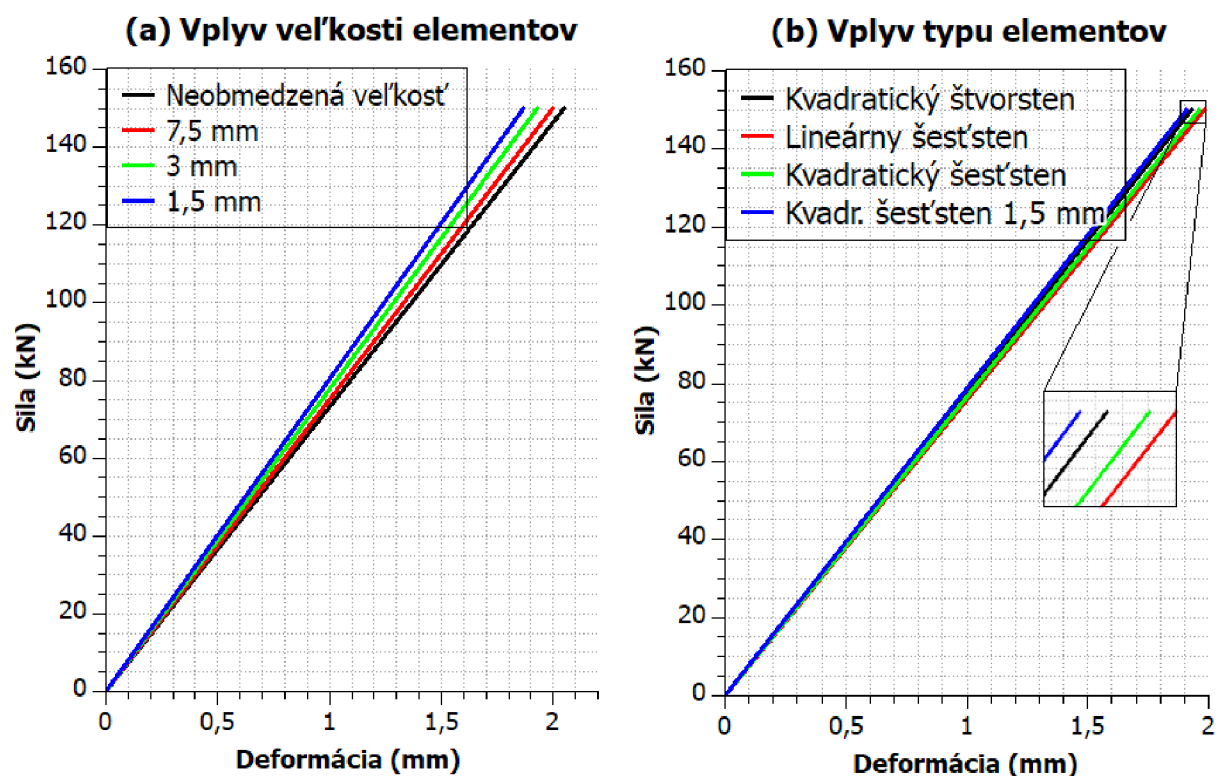
Pre diskretizáciu s použitím kvadratických šesťstenov s veľkosťou 3 mm bola dosiahnutá rovnaká počiatočná deformácia, ako v prípade kvadratických štvorstenov s veľkosťou 1,5 mm, avšak výsledné deformácie sa líšili v prospech štvorstenov. Obecne sa zdá, že šesťstenné prvky dávajú horšie výsledky optimalizovaných mechanických vlastností ako štvorstenné a to aj v prípade zjemnenia siete.

Tab. 5-5 Výsledky získané pre rôzne veľkosti elementov siete.

Veľkosť siete (mm)	Deformácia (mm)	Počet iterácií (1)	Čas (s)	Relatívna hustota (%)	Deformácia opt. (mm)
-	0,234 01	11	17	45,927	4,097
7,5	0,235 15	11	25	43,836	3,995
3	0,235 77	12	197	41,346	3,857
1,5	0,235 80	15	1983	40,634	3,733

Tab. 5-6 Výsledky získané pre rôzne typy elementov siete.

Typ siete (1)	Deformácia (mm)	Počet iterácií (1)	Čas (s)	Relatívna hustota (%)	Deformácia opt. (mm)
Kvadratický štvorsten	0,235 77	12	197	41,346	3,857
Lineárny šesťsten	0,234 23	12	42	41,582	3,962
Kvadratický šesťsten	0,235 80	12	63	41,556	3,921
Kvadr. šesťsten 1,5 mm	0,235 81	13	478	40,784	3,816



Obr. 5-8 Porovnanie vplyvu parametrov siete; (a) veľkosť prvku; (b) typ prvku.

6 DISKUSIA

Pri porovnaní výsledkov z MKP medzi štúdiou a vytvoreným modelom sa javí veľmi dobrá zhoda, treba si však uvedomiť že nami vykonaný výpočet prebehol pre neopláštenú geometriu. Z tohoto dôvodu sa dá usudzovať, že v prípade použitia opláštenia zodpovedajúceho štúdiu, dôjde s najväčšou pravdepodobnosťou k navýšeniu tuhosti. Dá sa preto predpokladať, že štruktúra optimalizovaná v programe ANSYS by bola v konečnom dôsledku tuhšia ako štruktúra predstavená v referenčnej štúdiu. Tento rozdiel môže byť spôsobený rozdielnou formuláciou optimalizačnej úlohy z dôvodu dosiahnutia minimálnej odchýlky v relatívnych hustotách pre obe štruktúry.

Odhad mechanických vlastností pomocou homogenizácie vyšiel značne nadhodnotený oproti MKP simulácii. V priereze medzikruhového prstenca rámu vychádza 6 základných buniek, pričom krajné sú čiastočne nepravidelné a neuzavreté. Tento fakt môže byť vysvetlením rozdielu medzi odhadmi mechanických vlastností vzhľadom na to, že rozmer základnej bunky by mal byť rádovo menší ako rozmer komponentu [20]. Túto domnienku podporuje aj MKP simulácia vykonaná pre rozmer základnej bunky 10 mm. V niektorých prierezoch sa vyskytovala iba jedna základná bunka a v týchto miestach dochádzalo k značnému poklesu tuhosti a bunka sa správala ako „elastický klb“. Z tohto dôvodu nie je možné brať výsledky získané pre veľkosť bunky za smerodajné. Ďalším faktorom ovplyvňujúcim voľbu veľkosti bunky je proces výroby a vyrobiteľnosť bunky v danej veľkosti.

V prípade vplyvu typu bunky vychádzajú najlepšie bunky typu Crossed a Midpoint a najhoršie bunky Octahedral 1 a Octahedral 2. Tieto výsledky zodpovedajú očakávaniu podľa Maxwellovho kritéria odhadu mechanických vlastností. Zaujímavým sa však javí fakt, že bunka Octet, ktorá má Maxwellovo číslo zhodné s prvými dvomi bunkami má mechanické vlastnosti horšie.

Z výsledkov vplyvu minimálnej hustoty sa ukazuje, že existuje určité optimum v okolí minimálnej relatívnej hustoty s hodnotou 0,05. Treba si však uvedomiť, že použitá minimálna relatívna hustota je obmedzená možnosťami technológie SLM a v prípade nízkych hodnôt môže dochádzať k väčším imperfekciám a rozdielnym výsledným mechanickým vlastnostiam oproti nami očakávaným. Obecne sa dá konštatovať, že širší rozsah relatívnych hustôt zvyšuje výslednú tuhosť.

Ukazuje sa, že použitie štvorstenných kvadratických elementov dáva najlepšie mechanické vlastnosti. S rastúcim počtom elementov sa vlastnosti výslednej štruktúry blížia k definovaným obmedzeniam a rastie tuhosť, ale aj výpočtová zložitosť. Zvážením použitej diskretizácie je na užívateľovi softvéru a kritériom voľby sa javí pomer mechanické vlastnosti/výpočtový čas.

Z pohľadu užívateľa programu ANSYS Workbench sa ukazujú ako limitujúce obmedzenia ohľadom formulácie kontaktov, optimalizačných obmedzení a spôsobov namáhania, ktoré sú oproti klasickej TO značne oklieštené. Ďalšou komplikáciou je zložitosť vytvorenej geometrie a tvorba siete v prípade následných simulácií. Jednotlivé prúty sa skladajú z viacerých plôšok a lepším riešením sa javí vymodelovať prúty ako zrezané kužele [18]. Dodatočné úpravy v prostredí Space Claime pre geometriu typu solid sú náročné a niektoré bežne používané príkazy nefungujú podľa očakávaní.

7 ZÁVER

Bakalárska práca bola zameraná na topologickú optimalizáciu s využitím štruktúrovaného materiálu v programe ANSYS, ktorý ako jeden z prvých túto úlohu umožňuje.

Z dôvodu pandémie Covid-19 muselo byť upustené od výroby a experimentálneho overovania optimalizovaných štruktúr z materiálu AlSi10Mg. Namiesto toho bolo k problému pristúpené pomocou porovnania výsledkov z programu ANSYS s referenčnou štúdiou.

Ukázalo sa, že výsledky optimalizácie sú mechanickými vlastnosťami ekvivalentné, ak nie lepšie ako výsledky referenčnej štúdie. Metóda homogenizácie, ktorá je bežne používanou metódou pre odhad mechanických vlastností však tieto značne nadhodnotila, a preto je dôležité, aby boli splnené podmienky jej použitia so zaručeným výsledkom.

Následne bol skúmaný vplyv základných parametrov vstupujúcich do výpočtu určených na základe rešerše a vplyv diskretizácie. Nájdené boli optimálne parametre. Pri voľbe parametrov, najmä rozmeru bunky a minimálnej relatívnej hustoty, však treba postupovať s ohľadom na výrobnú technológiu a jednotlivé hodnoty prispôsobiť jej limitom. Predstavené výsledky obsahovali informácie o počte iteračných krokov a čase výpočtu, aby bolo možné vytvoriť si predstavu o výpočtovej zložitosti. Použitá diskretizácia jednoznačne ovplyvňuje výslednú mechanickú odozvu. Na užívateľovi ostáva voľba medzi mechanickými vlastnosťami a výpočtovým časom.

Metódu optimalizácie mikro-prútových štruktúr zďaleka nie je možné považovať za uzavretú. Priestor v zlepšeniach a rozširovaniach je napríklad v rozšírení použiteľných buniek, použití nelineárnych kontaktov, obmedzení lokálneho napätia, možnosti tepelného namáhania alebo aj vo vytváraní výslednej geometrie a jej následných úpravách a analýzach.

Všetky stanovené ciele boli splnené a výsledky môžu byť ďalej použité spolu s odpovedajúcim materiálovým modelom pre optimalizáciu a vlastnú experimentálnu validáciu mikro-prútových štruktúr z materiálu AlSi10Mg s použitím technológie SLM. Ďalšie pokračovanie práce bude zamerané na vytvorenie programu, ktorý na základe výsledkov relatívnych hustôt a parametrov použitej bunky vytvorí premenlivú prútovú geometriu, ktorá umožní jednoduchšie MKP analýzy optimalizovanej štruktúry.

8 ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] GIBSON, Lorna J. a Michael F. ASHBY. *Cellular solids: Structure and properties*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0-521-49911-9.
- [2] SMITH, B. H., S. SZYNISZEWSKI, J. F. HAJJAR, B. W. SCHAFER a S. R. ARWADE. Steel foam for structures: A review of applications, manufacturing and material properties. *Journal of Constructional Steel Research* [online]. 2012, **71**, 1–10. ISSN 0143974X. Dostupné z: doi:10.1016/j.jcsr.2011.10.028
- [3] FLECK, N. A., V. S. DESHPANDE a M. F. ASHBY. Micro-architected materials: Past, present and future. In: *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* [online]. London: Royal Society, 2010, s. 2495–2516. ISSN 14712946. Dostupné z: doi:10.1098/rspa.2010.0215
- [4] VRÁNA, Radek. *Study of Energy Absorption in Micro-Strut Lattice Structure Produced by Selective Laser Melting*. Brno, 2018, s. 101. Dizertačná práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování. Vedúci práce David Paloušek. Dostupné aj z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/113922>
- [5] QIU, Chunlei, Sheng YUE, Nicholas J.E. ADKINS, Mark WARD, Hany HASSANIN, Peter D. LEE, Philip J. WITHERS a Moataz M. ATTALLAH. Influence of processing conditions on strut structure and compressive properties of cellular lattice structures fabricated by selective laser melting. *Materials Science and Engineering A* [online]. 2015, **628**, 188–197. ISSN 09215093. Dostupné z: doi:10.1016/j.msea.2015.01.031
- [6] VRÁNA, Radek, Daniel KOUTNÝ, David PALOUŠEK, Libor PANTĚLEJEV, Jan JAROŠ, Tomáš ZIKMUND a Jozef KAISER. Selective laser melting strategy for fabrication of thin struts usable in lattice structures. *Materials* [online]. 2018, **11**(9). ISSN 19961944. Dostupné z: doi:10.3390/ma11091763
- [7] KOUTNY, Daniel, David PALOUSEK, Libor PANTELEJEV, Christian HOELLER, Rudolf PICHLER, Lukas TESICKY a Jozef KAISER. Influence of scanning strategies on processing of aluminum alloy EN AW 2618 using selective laser melting. *Materials* [online]. 2018, **11**(2). ISSN 19961944. Dostupné z: doi:10.3390/ma11020298
- [8] MALÝ, Martin, Christian HÖLLER, Mateusz SKALON, Benjamin MEIER, Daniel KOUTNÝ, Rudolf PICHLER, Christof SOMMITSCH a David PALOUŠEK. Effect of Process Parameters and High-Temperature Preheating on Residual Stress and Relative Density of Ti6Al4V Processed by Selective Laser Melting. *Materials* [online]. 2019, **12**(6), 930. ISSN 1996-1944. Dostupné z: doi: 10.3390/ma12060930
- [9] KOUTNY, Daniel, Radek VRANA a David PALOUSEK. Dimensional accuracy of single beams of AlSi10Mg alloy and 316L stainless steel manufactured by SLM. In: *5th International Conference on Additive Technologies iCAT2014*. Ljubljana: Interesansa, 2014, s. 142–147. ISBN 978-961-281-579-0.
- [10] VRÁNA, Radek, Ondrej CERVINEK, Pavel MANAS, Daniel KOUTNÝ a David PALOUŠEK. Dynamic loading of lattice structure made by selective laser melting-numerical model with substitution of geometrical imperfections. *Materials* [online]. 2018, **11**(11). ISSN 1996-1944. Dostupné z: doi:10.3390/ma11112129

- [11] MACONACHIE, Tobias, Martin LEARY, Bill LOZANOVSKI, Xuezhe ZHANG, Ma QIAN, Omar FARUQUE a Milan BRANDT. SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges. *Materials and Design* [online]. 2019, **183**, 108–137. ISSN 18734197. Dostupné z: doi:10.1016/j.matdes.2019.108137
- [12] DESHPANDE, V S, M F ASHBY a N A FLECK. Foam topology: Bending versus stretching dominated architectures. *Acta Materialia* [online]. 2001, **49**(6), 1035–1040. ISSN 13596454. Dostupné z: doi:10.1016/S1359-6454(00)00379-7
- [13] ASHBY, M. F. The properties of foams and lattices. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* [online]. 2006, **364**(1838), 15–30. ISSN 1364503X. Dostupné z: doi:10.1098/rsta.2005.1678
- [14] ARABNEJAD, Sajad a Damiano PASINI. Mechanical properties of lattice materials via asymptotic homogenization and comparison with alternative homogenization methods. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 2013, **77**, 249–262. ISSN 00207403. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijmecsci.2013.10.003
- [15] LYNCH, Matthew E., Matthew MORDASKY, Lin CHENG a Albert TO. Design, testing, and mechanical behavior of additively manufactured casing with optimized lattice structure. *Additive Manufacturing* [online]. 2018, **22**, 462–471. ISSN 22148604. Dostupné z: doi:10.1016/j.addma.2018.05.021
- [16] KANG, Dongseok, Sanghu PARK, Yong SON, Simo YEON, Sang Hoon KIM a Ilyong KIM. Multi-lattice inner structures for high-strength and light-weight in metal selective laser melting process. *Materials and Design* [online]. 2019, **175**, 107786. ISSN 18734197. Dostupné z: doi:10.1016/j.matdes.2019.107786
- [17] VRÁNA, Radek, Petr VOSYNEK, Daniel KOUTNÝ, Tomáš NÁVRAT a David PALOUŠEK. Evaluation of mechanical behavior of 3D printed lattice structure by SLM: Experiment and FEA. In: *56th International Conference on Experimental Stress Analysis*. Harachov: Czech Society for Mechanics, 2018, s. 443–449. ISBN 978-802704062-9.
- [18] CHENG, Lin, Pu ZHANG, Emre BIYIKLI, Jiayi BAI, Joshua ROBBINS a Albert TO. Efficient design optimization of variable-density cellular structures for additive manufacturing: Theory and experimental validation. *Rapid Prototyping Journal* [online]. 2017, **23**(4), 660–677. ISSN 13552546. Dostupné z: doi:10.1108/RPJ-04-2016-0069
- [19] RUIZ DE GALARRETA, Sergio, Jonathan R.T. JEFFERS a Shaaz GHOUSE. A validated finite element analysis procedure for porous structures. *Materials and Design* [online]. 2020, **189**, 108546. ISSN 18734197. Dostupné z: doi:10.1016/j.matdes.2020.108546
- [20] WANG, Yingjun, Hang XU a Damiano PASINI. Multiscale isogeometric topology optimization for lattice materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [online]. 2017, **316**, 568–585. ISSN 00457825. Dostupné z: doi:10.1016/j.cma.2016.08.015
- [21] HASSANI, B. a E. HINTON. A review of homogenization and topology optimization I - Homogenization theory for media with periodic structure. *Computers and Structures* [online]. 1998, **69**(6), 707–717. ISSN 00457949. Dostupné z: doi:10.1016/S0045-7949(98)00131-X

- [22] FLORENCE, Céline a Karam SAB. A rigorous homogenization method for the determination of the overall ultimate strength of periodic discrete media and an application to general hexagonal lattices of beams. *European Journal of Mechanics, A/Solids* [online]. 2006, **25**(1), 72–97. ISSN 09977538. Dostupné z: doi:10.1016/j.euromechsol.2005.06.011
- [23] REIS, F. Dos a J. F. GANGHOFFER. Discrete homogenization of architected materials: Implementation of the method in a simulation tool for the systematic prediction of their effective elastic properties. *Technische Mechanik* [online]. 2010, **30**, 85–109 [vid. 2020-03-30]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/265348261_Discrete_homogenization_of_architected_materials_Implementation_of_the_method_in_a_simulation_tool_for_the_systematic_prediction_of_their_effective_elastic_properties
- [24] BENDSØE, Martin Philip a Ole SIGMUND. *Topology optimization: theory, methods and applications*. 2nd ed. Berlin: Springer, 2004. ISBN 978-3-540-42992-0.
- [25] GERSBORG-HANSEN, A., M. P. BENDSØE a O. SIGMUND. Topology optimization of heat conduction problems using the finite volume method. *Structural and Multidisciplinary Optimization* [online]. 2006, **31**(4), 251–259. ISSN 1615147X. Dostupné z: doi:10.1007/s00158-005-0584-3
- [26] BORRVALL, Thomas a Joakim PETERSSON. Topology optimization of fluids in Stokes flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* [online]. 2003, **41**(1), 77–107. ISSN 02712091. Dostupné z: doi:10.1002/flid.426
- [27] YAJI, Kentaro, Takayuki YAMADA, Seiji KUBO, Kazuhiro IZUI a Shinji NISHIWAKI. A topology optimization method for a coupled thermal-fluid problem using level set boundary expressions. *International Journal of Heat and Mass Transfer* [online]. 2015, **81**, 878–888. ISSN 00179310. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.11.005
- [28] LIU, Jikai, Andrew T. GAYNOR, Shikui CHEN, Zhan KANG, Krishnan SURESH, Akihiro TAKEZAWA, Lei LI, Junji KATO, Jinyuan TANG, Charlie C.L. WANG, Lin CHENG, Xuan LIANG a Albert C. TO. Current and future trends in topology optimization for additive manufacturing. *Structural and Multidisciplinary Optimization* [online]. 2018, **57**(6), 2457–2483. ISSN 16151488. Dostupné z: doi:10.1007/s00158-018-1994-3
- [29] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. nedatováno. [vid. 2020-02-27] Dostupné z: http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP_v_inzenyrskych_vypoctech/RIV.pdf. Študijná opora, nepublikované.
- [30] WANG, Michael Yu, Xiaoming WANG a Dongming GUO. A level set method for structural topology optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [online]. 2003, **192**(1), 227–246. ISSN 00457825. Dostupné z: doi:10.1016/S0045-7825(02)00559-5
- [31] SIMTEC. *ANSYS Topology Optimization* [pdf]. 2019. Pdf dokument bol poskytnutý firmou SIMTEC Europe.
- [32] WU, Tong a Andres TOVAR. Multiscale, thermomechanical topology optimization of self-supporting cellular structures for porous injection molds. *Rapid Prototyping Journal* [online]. 2019, **25**(9), 1482–1492. ISSN 13552546. Dostupné z: doi:10.1108/RPJ-09-2017-0190

- [33] CHENG, Lin, Xuan LIANG, Eric BELSKI, Xue WANG, Jennifer M. SIETINS, Steve LUDWICK a Albert TO. Natural frequency optimization of variable-density additive manufactured lattice structure: Theory and experimental validation. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME* [online]. 2018, **140**(10). ISSN 15288935. Dostupné z: doi:10.1115/1.4040622
- [34] About Ansys. *Ansys* [online]. © 2020 [vid. 2020-03-07]. Dostupné z: <https://www.ansys.com/about-ansys>
- [35] *ANSYS 19.2 Capabilities*. [online]. Canonsburg: ANSYS, Inc, 2018 [vid. 2020-03-07]. Dostupné z: <https://www.svsfem.cz/sites/default/files/ansys-capabilities-192.pdf>
- [36] ANSYS help: Lattice Optimization. *Ansys* [online]. © 2020 [vid. 2020-03-26]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v194/wb_sim/ds_topo_opt_lattice.html?q=lattice topology](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v194/wb_sim/ds_topo_opt_lattice.html?q=lattice%20topology)
- [37] ANSYS help: Homogenization. *Ansys* [online]. © 2020 [vid. 2020-03-27]. Dostupné z: https://ansyshelp.ansys.com/?ReturnUrl=%2FViews%2FSecured%2Fcorp%2Fv194%2Facp_md%2Facp_md_homogenization.html
- [38] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA, Jiří BURŠA. *Pružnost a pevnost I*. Brno: Nakladatelství VUT Brno, 2004. ISBN 80-24-2592-X.

9 ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK, SYMBOLOV A VELIČÍN

SLM	Selective Laser Melting	
CAD	Computer Aided Design	
LP	výkon laseru	(W)
LS	rýchlosť laseru	(m/s)
Ar	argón	
N ₂	dusík	
E_{in}	dodaná energia	(J)
E_{lin}	lineárna energia	(J/m)
OL	prekrytie trajektórií laseru	(%)
l	dĺžka trajektória lasera	(m)
M	Maxwellovo číslo	(1)
p	počet prútov	(1)
s	počet styčníc	(1)
ρ_r	relatívna hustota	(1)
ρ^*	hustota peny	(kg/m ³)
ρ_s	hustota pevnej látky	(kg/m ³)
V_s	objem pevnej látky	(m ³)
V_t	objem zaberaný súčasťou	(m ³)
E^*	Youngov modul pružnosti	(Pa)
E_s	Youngov modul pružnosti pevnej látky	(Pa)
C_{1-4}	koeficienty geometrických odchýlok	(1)
G^*	modul pružnosti v šmyku	(Pa)
μ^*	Poissonov pomer	(1)
σ_{el}^*	napätie pre vzper	(Pa)

ϵ	pretvorenie materiálu	(1)
σ_{pl}^*	napätie plastického kolapsu	(Pa)
σ_{ys}	napätie medze klzu pevnej látky	(Pa)
ρ_{cr}	kritická relatívna hustota vzperu	(1)
MKP	Metóda Konečných Prvkov	
TO	Topologická Optimalizácia	
Π	funkcionál, potenciálna energia	(J)
W	energia napätosti telesa (MKP)	(J)
P	potenciál vonkajšieho zaťaženia (MKP)	(J)
\mathbf{U}	vektor neznámych nezávislých posuvov	(m)
\mathbf{K}	matica tuhosti	(N/m)
\mathbf{F}	vektor celkového zaťaženia	(N)
\mathbf{K}_e	prvková matica tuhosti	(N/m)
$E_{ijkl}(x)$	tenzoru tuhosti	(Pa)
Ω^{mat}	množina predstavujúca optimalizované teleso	
Ω	základná oblasť	
\mathbf{R}^3	Euklidovský priestor	
Γ	povrch telesa	
$a(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	virtuálna energia napätosti telesa	(J)
$l(\mathbf{u})$	potenciál vonkajších síl	(J)
\mathbf{u}	súradnice rovnovážnej polohy	(m)
\mathbf{v}	virtuálne posunutie z rovnovážnej polohy	(m)
\mathbf{f}	hustota objemových síl	(N/m ³)
\mathbf{t}	hustota plošných síl	(N/m ²)
ϵ_{ij}	tenzor malých deformácií	(1)
U	množina kinematicky prípustných posunutí	

E_e	prvkový tenzor tuhosti	(Pa)
E_{ad}	množina prijateľných tenzorov tuhosti	
E_{ijkl}^0	tenzor tuhosti izotropného materiálu	(Pa)
V	objem súčasti po optimalizácii	(m ³)
SIMP	Solid Isotropic Material with Penalization	
p	penalizačný faktor	(1)
$\rho(x)$	funkcia reprezentujúca hustota materiálu	(1)
Φ	implicitná funkcia popisujúca hranicu súčasti	
$\Gamma(x, \Phi)$	vektor rýchlosti zmeny	
C_{ij}	tenzor elastických materiálových charakteristík	(Pa)
R	polomer zaoblenia konca prútu	(m)
l_c	rozmer elementárnej bunky	(m)
γ	koeficient bezpečnosti	(1)
σ_{max}	maximálne napätie	(Pa)
DMLS	Direct Metal Laser Sintering	
LO	Lattice Optimization	

10 ZOZNAM OBRÁZKOV A GRAFOV

Obr. 2-1 Typy štruktúrovaného materiálu; (a) včelý plást; (b) pena s otvorenými bunkami; (c) pena s uzavretými bunkami. [1]	14
Obr. 2-2 Ashbyho mapa zobrazujúca pevnosť vs. hustotu pre bežne používané materiály. [3]	15
Obr. 2-3 Zmena porozity v závislosti od výkonu lasera. [5]	17
Obr. 2-4 Zmena porozity v závislosti od rýchlosti prechodu lasera. [5]	17
Obr. 2-5 Hodnota porozity v závislosti od dodanej energie; (a) odklon 90°; (b) odklon 35,26°. [6]	18
Obr. 2-6 Drsnosť povrchu v závislosti od dodanej energie; (a) odklon 90°; (b) odklon 35,26°. [6]	18
Obr. 2-7 Skutočný prierez prútu a možné ekvivalentné prierezy. [10]	19
Obr. 2-8 Bežné typy základných buniek mikro-prútovej štruktúry; (A) BCC; (B) BCCZ; (C) FCC; (D) FCCZ; (E) Cubic; (F) Octet; (G) Diamond. [11]	20
Obr. 2-9 Model prútovej štruktúry; (a) staticky neurčitá; (b) staticky určitá. [12]	20
Obr. 2-10 Typy mnohostenných buniek: 2.-4.,6.,8. - bending dominated, 1.,5.,7.,9 - stretch dominated. [13]	21
Obr. 2-11 Základná kubická bunka s otvorenou stenou. [1]	21
Obr. 2-12 Porovnanie analytických modelov a homogenizácie AH; (a) štvorec; (b) šesťuholník; (c) Kagome; (d) trojuholník; „[3]“ Gibson a Ashby; „[6]“ Wang a McDowell; „[28]“ Elsayed; „[29]“ Vigliotti a Pasini. Obrázok prevzatý a upravený z [14].....	23
Obr. 2-13 Veľmi jemná konečno-prvková sieť mikro-prútovej štruktúry s rozmerom prvkov 0,4 mm. [15].....	24
Obr. 2-14 Princíp homogenizačnej metódy. [14]	25
Obr. 2-15 Porovnanie metódy SIMP (vľavo) a Level/Set (vpravo). [31].....	29
Obr. 2-16 Závislosť optimalizovanej štruktúry od počtu elementov; a) 2700; b) 4800; c) 17200 elementov. [24].....	30
Obr. 2-17 Checkboard problém riešenia; a) konzolový nosník; b) 400 elementov; c) 6400 elementov. [24].....	30
Obr. 2-18 Funkcie materiálových charakteristík v závislosti od relatívnej hustoty.	31
Obr. 2-19 Porovnanie simulácie a experimentu; (a) neoptimalizovaný nosník; (b) optimalizovaný nosník. [18].....	32

Obr. 2-20 Porovnanie simulácie a experimentu súčasti. [15]	33
Obr. 2-21 Zrekonštruovaná geometria; (a) orezaná; (b) opláštená. [15]	33
Obr. 2-22 Základné nastavenia topologickej optimalizácie.....	34
Obr. 2-23 Typy základných buniek, ktoré je možné zvoliť. Obrázok prevzatý a upravený z [36].....	35
Obr. 2-24 Ligamenty vytvorené odstránením povrchových plôch.	36
Obr. 2-25 Elementárna bunka Octet pre určenie homogenizovaných vlastností s vytvorenou sieťou.	36
Obr. 4-1 Geometria referenčnej štúdie; (a) obal; (b) umiestnenie na výstavbovú plochu EOS M290; (c) spôsob namáhania. [15]	40
Obr. 4-2 Metrika konečno-prvkovej siete pomocou kritéria asymetrie.....	41
Obr. 4-3 Okrajové podmienky aplikované pri optimalizácii; (a) deformačné – symetria v troch rovinách; (b) silové.....	41
Obr. 4-4 Opláštená geometria mikro-prútovej štruktúry vhodná ako vstupné dáta pre výrobu pomocou technológie SLM.	42
Obr. 4-5 Schéma homogenizácie v programe ANSYS Workbench.	43
Obr. 4-6 Nastavenie externých informácií materiálového poľa.	43
Obr. 4-7 Importované materiálové pole relatívnych hustôt.	44
Obr. 4-8 Detail konečno-prvkovej siete pre MKP validáciu.	45
Obr. 4-9 Rozdielne metódy diskretizácie geometrie; (a) kvadratický šesťsten, 3 mm – 19230 uzlov; (b) kvadratický štvorsten, 3mm – 46562 uzlov; (c) kvadratický štvorsten, 1,5 mm – 356331 uzlov.	46
Obr. 5-1 Porovnanie štúdie a numerických modelov.	47
Obr. 5-2 Porovnanie základných buniek.	49
Obr. 5-3 Tuhosť vs. minimálna relatívna hustota.	50
Obr. 5-4 Tuhosť vs. maximálna relatívna hustota.....	51
Obr. 5-5 Porovnanie najlepších výsledkov hustôt a ich kombinácie.	51
Obr. 5-6 Porovnanie MKP a homogenizácie pre základnú bunku s rozmerom 10 mm.....	52
Obr. 5-7 Charakter deformácie mikro-prútovej štruktúry vzhľadom na pôvodný tvar s označením kritických priereзов; (a) pre zaťaženie 50 kN; (b) pre zaťaženie 150 kN. ...	53
Obr. 5-8 Porovnanie vplyvu parametrov siete; (a) veľkosť prvku; (b) typ prvku.	54

11 ZOZNAM TABULIEK

Tab. 4-1 Súhrn skúmaných základných parametrov a ich možností.....	45
Tab. 4-2 Súhrn skúmaných parametrov pre vplyv diskretizácie.	46
Tab. 5-1 Výsledky získané pre rôzne typy buniek.	48
Tab. 5-2 Výsledky získané pre rôzne minimálne relatívne hustoty.	50
Tab. 5-3 Výsledky získané pre rôzne maximálne relatívne hustoty.	50
Tab. 5-4 Výsledky získané pre rôzne rozmery základných buniek.	52
Tab. 5-5 Výsledky získané pre rôzne veľkosti elementov siete.	54
Tab. 5-6 Výsledky získané pre rôzne typy elementov siete.	54