

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## DEFORMAČNĚ-NAPĚŤOVÁ ANALÝZA KONTISLITKU PŘI KONTINUÁLNÍM ODLÉVÁNÍ OCELI

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF THE PROCESS OF CONTINUOUS STEEL CASTING

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Bc. Gabriel Cabaj**

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D.**

**BRNO 2023**



## Zadání diplomové práce

|                   |  |
|-------------------|--|
| Ústav:            | Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky |
| Student:          | <b>Bc. Gabriel Cabaj</b>                           |
| Studijní program: | Inženýrská mechanika a biomechanika                |
| Studijní obor:    | Inženýrská mechanika                               |
| Vedoucí práce:    | <b>doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D.</b>               |
| Akademický rok:   | 2022/23  |

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Deformačně–napěťová analýza kontislitku při kontinuálním odlévání oceli**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Při procesu plynulého odlévání se často vyskytují technologické problémy. Optimalizovat výrobu s cílem dosáhnout maximálních úspor při maximální kvalitě produktů je již dnes nemyslitelné bez dokonalé znalosti průběhu tuhnutí a chladnutí předlitku. Výrazný pokrok nastal v případě možnosti modelovat teplotní pole v kontislitku s následným určením teplotní napjatosti pro posouzení možnosti predikce vzniku trhlin. Práce bude zaměřena na vytvoření výpočtového modelu pro určení napětí a deformací při procesu kontinuálního lití v systému ANSYS. Pro řešení bude využito výpočtového clusteru a budou vyšetřovány různé vlivy na vypočtenou napjatost.

#### **Cíle diplomové práce:**

- 1) Rešeršní analýza výpočtového modelování procesu kontinuálního lití
- 2) Vytvoření rovinného výpočtového modelu a odladění nastavení modelu
- 3) Vytvoření prostorového výpočtového modelu
- 4) Analýza získaných výsledků a formulace závěrů

#### **Seznam doporučené literatury:**

Thomas, B.G. Modeling of the continuous casting of steel—past, present, and future. Metall Mater Trans B 33, 795–812 (2002).

Li, G., Ji, C. & Zhu, M. Prediction of Internal Crack Initiation in Continuously Cast Blooms. Metall Mater Trans B 52, 1164–1178 (2021).

Li, Yj., Li, H., Lan, P. et al. Thermo-elasto-visco-plastic finite element analysis on formation and propagation of off-corner subsurface cracks in bloom continuous casting. J. Iron Steel Res. Int. 24, 1159–1168 (2017).

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Diplomová práca je zameraná na vytvorenie výpočtového modelu pre určenie napätosti a deformácie kruhového sochoru počas procesu plynulého odlievania oceli. Vstupnými veličinami do analýzy napätosti a deformácie sú dodané materiálové charakteristiky, geometria zariadenia pre plynulé odlievanie a teplotné pole v sochore. Výpočtový model na základe metódy konečných prvkov je vytvorený v komerčnom softvéri ANSYS. Prácu je možné rozdeliť na tri časti. Prvá časť obsahuje základné informácie týkajúce sa plynulého odlievania oceli a rešeršnú analýzu výpočtového modelovania tohto procesu. V druhej časti je podrobne popísaná tvorba rovinného a priestorového výpočtového modelu. Nakoniec sú získané výsledky napätosti a deformácie analyzované a sú uvedené odporúčania pre pokračovanie v ďalšej práci.

## **KLÚČOVÉ SLOVÁ**

plynulé odlievanie oceli, deformačne-napätová analýza, rovinný model, priestorový model, zvyškové napätie, metóda konečných prvkov, MKP, vady sochorov

## **ABSTRACT**

The thesis is focused on the development of a computational model for determination of stress and strain of a round billet in the process of continuous steel casting. The supplied material characteristics, the geometry of the continuous casting machine and the temperature distribution in the billet are applied as input data for stress and strain analysis. The computational model based on the finite element method is developed in the commercial software ANSYS. The thesis can be divided into three parts. The first part includes background information related to the continuous casting of steel and a research analysis of the computational modeling of this process. The second part describes the development of the planar and three-dimensional computational model in detail. Finally, the obtained stress and strain results are analyzed and general conclusions, and recommendations for further development are proposed.

## **KEYWORDS**

continuous steel casting, stress-strain analysis, planar model, three-dimensional model, residual stress, finite element method, FEM, billet defects



CABAJ, Gabriel. *Deformačně-napěťová analýza kontislitku při kontinuálním odlévání oceli*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, 2023, 118 s. Diplomová práce. Vedúci práce: doc. Ing. Tomáš Návrát, Ph.D.





## Vyhlásenie autora o pôvodnosti diela

**Meno a priezvisko autora:** Bc. Gabriel Cabaj  
**VUT ID autora:** 208454  
**Typ práce:** Diplomová práca  
**Akademický rok:** 2022/2023  
**Téma závěrečné práce:** Deformačně-napěťová analýza kontislitku při kontinuálním odlévání oceli

Vyhlasujem, že svoju záverečnú prácu som vypracoval samostatne pod vedením vedúcej/cého záverečnej práce, s využitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry na konci práce.

Ako autor uvedenej záverečnej práce ďalej vyhlasujem, že v súvislosti s vytvorením tejto záverečnej práce som neporušil autorské práva tretích osôb, najmä som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a/alebo majetkových a som si plne vedomý následkov porušenia ustanovenia § 11 a nasledujúcich autorského zákona Českej republiky č. 121/2000 Sb., o práve autorskom, o právach súvisiacich s právom autorským a o zmene niektorých zákonov (autorský zákon), v znení neskorších predpisov, vrátane možných trestnoprávných dôsledkov vyplývajúcich z ustanovenia časti druhej, hlavy VI. diel 4 Trestného zákonníka Českej republiky č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

podpis autora\*

---

\*Autor podpisuje iba v tlačenej verzii.



## POĎAKOVANIE

Úprimne sa chcem poďakovať pánovi doc. Ing. Tomášovi Návratovi, Ph.D. za jeho trpezlivosť a ústretovosť. Takisto mu ďakujem za odborné vedenie a poskytnutie výpočtovej techniky, bez ktorej by táto práca bola len ťažko dokončená. Za poskytnutie podkladov k pôvodnému modelu a nespočetný čas pri konzultovaní ďakujem Ing. Jaroslavovi Kovářovi. Ďakujem takisto Ing. Tomášovi Březinovi za dodanie výsledkov teplotného poľa a objasnenie niektorých skutočností ohľadom plynulého odlievania.

Poďakovanie patrí aj všetkým kamarátkam a kamarátom za to, že ma podporovali a akceptovali moju duchom neprítomnosť pri sledovaní konvergenie výpočtov.

V neposlednom rade ďakujem najmä svojim rodičom, ktorí mi umožnili štúdium na vysokej škole a bez ich podpory by som len ťažko doštudoval.



# Obsah

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Úvod</b>  | <b>16</b> |
| 1.1 Problémové situácia . . . . .                                | 16        |
| 1.2 Formulácia problému a ciele práce . . . . .                  | 16        |
| 1.3 Prínos diplomovej práce . . . . .                            | 16        |
| <b>2 Plynulé odlievanie oceli</b>                                | <b>18</b> |
| 2.1 Úvod a historický vývoj . . . . .                            | 18        |
| 2.2 Podstatné prvky ZPO . . . . .                                | 21        |
| 2.2.1 Panva a medzi-panva . . . . .                              | 21        |
| 2.2.2 Pohyb oceli a rovnanie . . . . .                           | 21        |
| 2.2.3 Kryštalizátor - primárne chladenie . . . . .               | 23        |
| 2.2.4 Elektromagnetické miešanie . . . . .                       | 24        |
| 2.2.5 Sekundárna a terciárna zóna chladenia . . . . .            | 25        |
| 2.3 Parametre plynulého odlievania . . . . .                     | 26        |
| 2.3.1 Rýchlosť liatia . . . . .                                  | 26        |
| 2.3.2 Formát liatia . . . . .                                    | 26        |
| 2.3.3 Teplota odlievania a prehriatie . . . . .                  | 27        |
| 2.3.4 Metalurgická dĺžka . . . . .                               | 27        |
| 2.4 Vady odlievaných polotovarov a príčiny ich vzniku . . . . .  | 28        |
| 2.4.1 Vady na povrchu . . . . .                                  | 28        |
| 2.4.2 Vady vo vnútri . . . . .                                   | 29        |
| 2.4.3 Vady súvisiace s tvarom profilu . . . . .                  | 29        |
| <b>3 Rešeršná analýza</b>  | <b>30</b> |
| 3.1 Publikácie českých autorov . . . . .                         | 30        |
| 3.2 Zahraniczne publikácie . . . . .                             | 31        |
| 3.3 Zhrnutie rešerše . . . . .                                   | 34        |
| <b>4 Výpočtový model teplotného poľa</b>                         | <b>36</b> |
| 4.1 Empirický prístup . . . . .                                  | 36        |
| 4.2 Modely s využitím numerických metód . . . . .                | 37        |
| 4.2.1 Základná diferenciálna rovnica . . . . .                   | 37        |
| 4.2.2 Počiatočné a okrajové podmienky . . . . .                  | 39        |
| 4.3 Metódy riešenia . . . . .                                    | 41        |
| <b>5 Výpočtový model pre určenie deformácie a napätosti</b>      | <b>43</b> |
| 5.1 Aspekty deformácie a napätosti odlievaného sochoru . . . . . | 43        |
| 5.2 Komplexná analýza problému . . . . .                         | 43        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 5.2.1    | Vymedzenie hraníc riešenia . . . . .                         | 43        |
| 5.2.2    | Systém podstatných veličín . . . . .                         | 44        |
| 5.3      | Použitý softvér a hardvér . . . . .                          | 45        |
| 5.3.1    | Softvér . . . . .  | 45        |
| 5.3.2    | Hardvér . . . . .  | 46        |
| 5.4      | Postup a filozofia tvorby výpočtového modelu . . . . .       | 46        |
| 5.5      | Vstupné parametre . . . . .                                  | 49        |
| 5.6      | Model materiálu . . . . .                                    | 49        |
| 5.6.1    | Modul pružnosti a Poissonov pomer . . . . .                  | 49        |
| 5.6.2    | Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti . . . . .                    | 51        |
| 5.6.3    | Plastické deformácie . . . . .                               | 53        |
| 5.6.4    | Creep . . . . .  | 56        |
| 5.7      | Model geometrie a sieť konečných prvkov . . . . .            | 57        |
| 5.7.1    | Model geometrie . . . . .                                    | 57        |
| 5.7.2    | Sieť konečných prvkov . . . . .                              | 59        |
| 5.8      | Model interakcií . . . . .                                   | 65        |
| 5.9      | Pohyb sochoru a aplikované zaťaženie . . . . .               | 67        |
| 5.9.1    | Pohyb sochoru . . . . .                                      | 68        |
| 5.9.2    | Teplotné zaťaženie . . . . .                                 | 70        |
| 5.9.3    | Hydrostatický tlak . . . . .                                 | 71        |
| 5.10     | Všeobecné nastavenie analýzy . . . . .                       | 72        |
| 5.10.1   | Nastavenia riešiča . . . . .                                 | 72        |
| 5.10.2   | Ukladanie výsledkov . . . . .                                | 73        |
| 5.10.3   | Časová náročnosť výpočtu . . . . .                           | 73        |
| 5.11     | Krátke zhrnutie tvorby výpočtového modelu . . . . .          | 73        |
| <b>6</b> | <b>Analýza získaných výsledkov napätosti a deformácie</b>    | <b>75</b> |
| 6.1      | Rovinný model . . . . .                                      | 75        |
| 6.2      | Priestorový model . . . . .                                  | 79        |
| 6.2.1    | Variant 1 . . . . .  | 79        |
| 6.2.2    | Variant 2 . . . . .  | 88        |
| 6.2.3    | Variant 3 . . . . .  | 88        |
| 6.2.4    | Variant 4 . . . . .  | 89        |
| 6.2.5    | Porovnanie . . . . .   | 90        |
| <b>7</b> | <b>Možnosti predikcie poškodenia</b>                         | <b>95</b> |
| 7.1      | Úvod do problematiky . . . . .                               | 95        |
| 7.2      | Prípadová štúdia . . . . .                                   | 97        |
| <b>8</b> | <b>Zovšeobecňujúce závery a odporúčania pre ďalšiu prácu</b> | <b>98</b> |

|   |            |
|---|------------|
| <b>9 Záver</b>                                | <b>99</b>  |
| <b>Literatúra</b>                             | <b>100</b> |
| <b>Zoznam obrázkov</b>                        | <b>105</b> |
| <b>Zoznam symbolov a skratiek</b>             | <b>109</b> |
| <b>A Ostatné výsledky - rovinný model</b>     | <b>113</b> |
| <b>B Ostatné výsledky - priestorový model</b> | <b>116</b> |

# 1 Úvod

## 1.1 Problémové situácia

Pri procese plynulého odlievania sa často vyskytujú technologické problémy. Optimalizovať výrobu, s cieľom dosiahnuť maximálnych úspor pri maximálnej kvalite produktu, je už dnes nemysliteľné bez dokonalej znalosti priebehu tuhnutia a ochladzovania kontizliatku. Výrazný pokrok nastal v prípade možnosti modelovať teplotné pole v kontizliatku, s možnosťou určenia teplotnej napätosti pre posúdenie možnosti vzniku trhlín.

Všeobecne je snaha o vytvorenie združených, tepelne-mechanických [1] výpočtových modelov a ich začlenenie do online riadenia prevádzky zariadení pre plynulé odlievanie oceli. Na Ústave mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky sa výskumná skupina zaoberala práve modelovaním deformácie a napätosti sochorov, z čoho vznikol námet na túto diplomovú prácu.

## 1.2 Formulácia problému a ciele práce

Na základe uvedenej problémovej situácie, je problém formulovaný nasledovne:

*„Vytvorenie výpočtového modelu v prostredí ANSYS pre určenie deformácie a napätosti sochoru pri kontinuálnom odlievaní oceli.“*

Práca si kladie uvedené dielčie ciele:

1. Rešeršná analýza výpočtového modelovania procesu kontinuálneho liatia.
2. Vytvorenie rovinného výpočtového modelu a odladenie nastavení modelu.
3. Vytvorenie priestorového výpočtového modelu.
4. Analýza získaných výsledkov a formulácia záverov.

## 1.3 Prínos diplomovej práce

Snahou autora je popísať možnosti modelovania procesu plynulého odlievania oceli, pričom výstupom diplomovej práce má byť odladený výpočtový model založený na metóde konečných prvkov (ďalej len MKP) v prostredí ANSYS, pre určenie napätosti a deformácie sochoru. Výsledky z tejto analýzy môžu byť potom použité ako vstupné veličiny modelu pre kvantifikáciu rizika porušenia celistvosti materiálu pri procese plynulého odlievania oceli. Vytvorený výpočtový model potom bude môcť



byť jednoducho modifikovaný a aplikovateľný takmer na každé zariadenie pre plynulé odlievanie (ďalej len ZPO) oceli.

Práca začína stručným úvodom do procesu plynulého odlievania. Na túto časť plynulo naväzuje rešeršná analýza týkajúca sa výpočtového modelovania tohto procesu. Následne je uvedený stručný prehľad výpočtu teplotného poľa, ktoré je jedným zo vstupov do výpočtového modelu. Ďalej sa výrazná časť práce venuje podrobnému popisu tvorby a ladenia nastavení výpočtových modelov. Nakoniec sú analyzované získané výsledky, formulované všeobecné závery a sú uvedené odporúčania pre ďalšiu prácu.

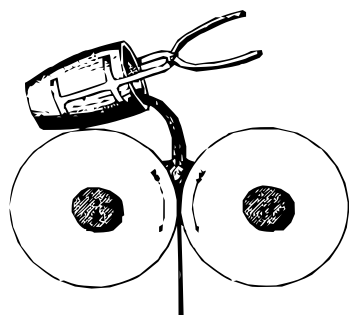
## 2 Plynulé odlievania oceli

Na úvod diplomovej práce týkajúcej sa výpočtového modelovania procesu plynulého odlievania oceli je vhodné si stručne pripomenúť, čo sa skrýva pod týmto pojmom. V dnešnej dobe je dostupné nespočetné množstvo literatúry, kde je tento progresívny technologický postup popísaný od svojich raných štádií až po súčasnosť. Zo zahraničných publikácií je možné spomenúť [2], táto kniha spracúva plynulé odlievania oceli veľmi podrobne. Z tuzemských zdrojov, kde je prehľadne spracovaný základný princíp plynulého odlievania to sú [3], [4], [5], [6], [7]. Nasledujúca časť obsahuje súhrn informácií pre dostatočný prehľad o technológií plynulého odlievania oceli.

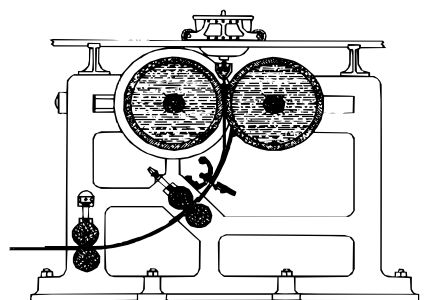
### 2.1 Úvod a historický vývoj

Oceľ možno definovať ako zliatinu železa, uhlíka a ďalších prvkov, ktoré sa do oceli zámerne pridávajú, alebo sa do nej dostávajú neúmyselne pri výrobnom procese. Chemické zloženie, tepelné spracovanie, prípadne spôsob tvárnenia oceli určujú jej výsledné fyzikálne a chemické vlastnosti. Práve z tohto dôvodu má široké využitie v rôznych odvetviach priemyslu, strojársky priemysel nevynechávajú. Výroba oceli historicky spočíva v liatí roztaveného kovu z pece do pripravených foriem. Tento tradičný proces výroby je však zdĺhavý a pomerne pracný. Práve z tohto dôvodu nastupuje efektívnejší spôsob - kontinuálne odlievania oceli. Tento postup odlievania umožňuje výrobu oceli v jednom, nepretržitom procese. Okrem úspory času prináša tento spôsob výroby aj iné výhody, napríklad v podobe kvalitnejších produktov - polotovarov ocelí [2, 3, 4, 7].

Historicky plynulé odlievania siaha do polovice 19. storočia. Za prvý pokus je možné považovať experiment pána Henryho Bessemera okolo roku 1846 [8]. Postupne sa vyvinuli prvé zariadenia znázornené na obrázku 2.1. Jednalo sa o jednoduchú zostavu, ktorá pozostávala z dvoch protiahlych valcov, medzi ktoré sa postupne pridával roztavený kov a výsledným produktom boli tenké plechy.



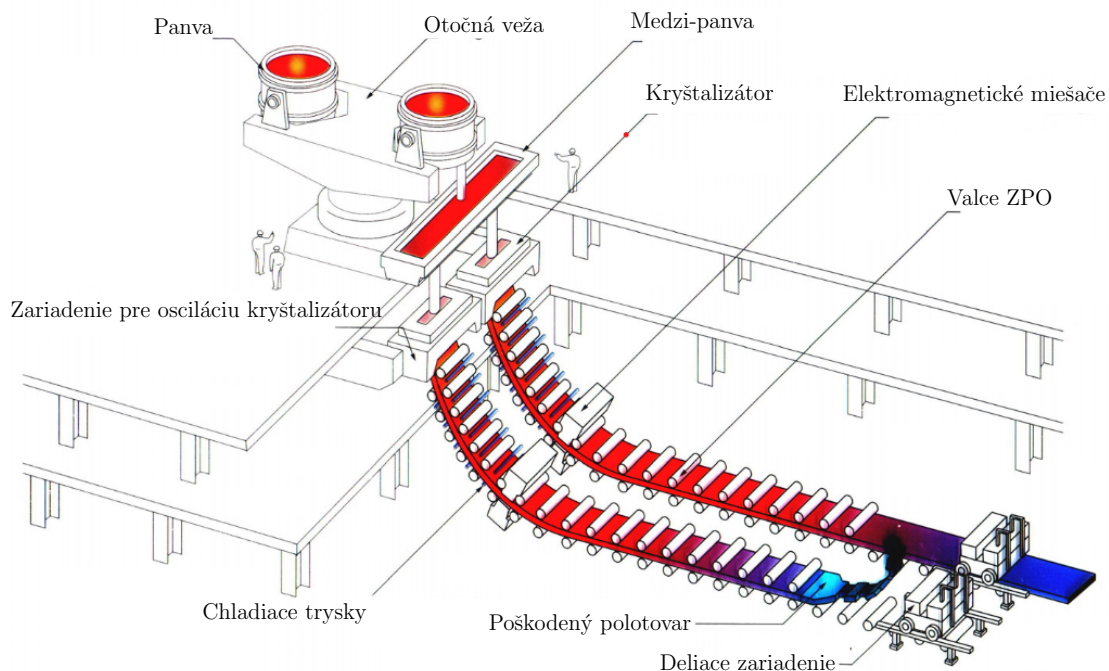
(a) Pôvodné zariadenie patentované v roku 1857.



(b) Vylepšené zariadenie patentované v roku 1865.

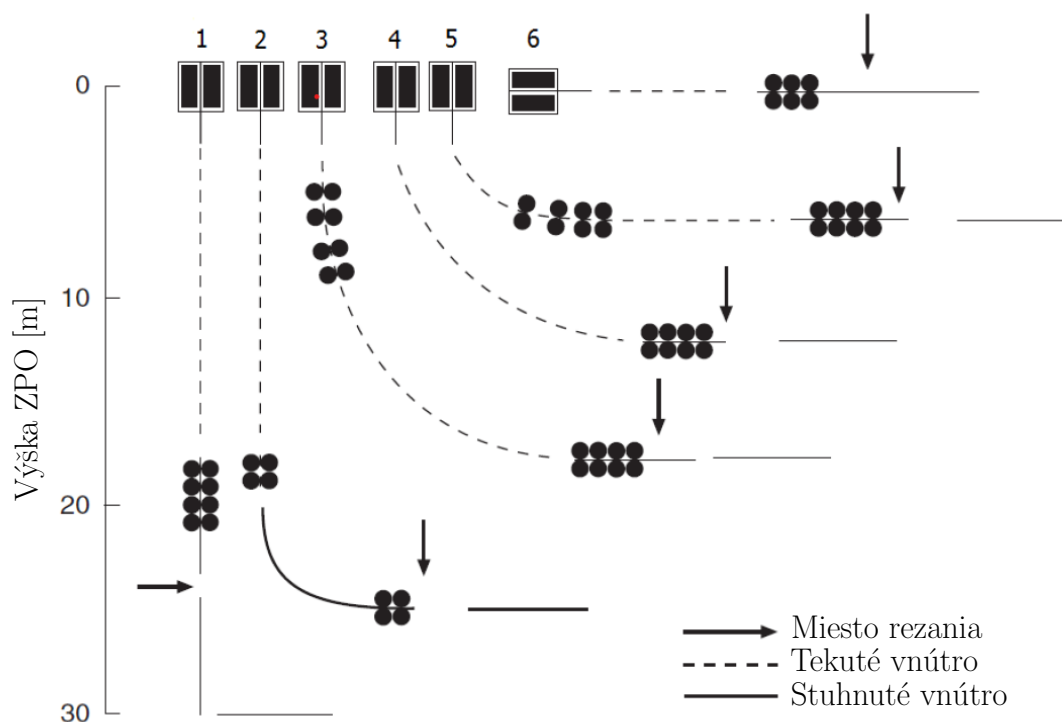
Obr. 2.1: Historicky prvé zariadenia pre plynulé odlievajúce oceli vyvinuté Henrym Bessemerom. Prevzaté z [8].

Postupom času s rastúcim dopytom po oceli sa oceliarsky priemysel neustále rozvíjal a nastúpili prvé väčšie ZPO. Tieto boli väčšinou vertikálneho typu, pretože boli praktické z hľadiska dodávky oceli. Čím sa však začali stavať stále väčšie zariadenia, začínali byť limitované výškou. Tento aspekt nakoniec prinútil výrobcov oceli k postupnému prechádzaniu na radiálne typy ZPO (viď obrázok 2.2), ktoré sú dnes najrozšírenejšími. Na obrázku 2.3 sú schematicky znázornené aj iné typy používaných ZPO (vertikálne, horizontálne) [4, 7].



Obr. 2.2: Radiálne zariadenie pre plynulé odlievajúce oceli, konkrétne pre odlievajúce brám. Prevzaté z [9], upravené.

V druhej polovici 20. storočia prichádzali ďalšie vylepšenia, ktoré spočívali v rýchlejšej dodávke oceli do ZPO. Takisto zavedenie elektromagnetických miešačov, monitorovanie teplôt v kontizliatku počas samotného odlievania a v neposlednom rade riadenie celého procesu pomocou počítačovej techniky. Plynulé odlievanie oceli preto možno dnes zaradiť medzi progresívne technológie. Pre svoju efektivitu sa prirodzene stalo najrozšírenejšou technológiou výroby oceli vôbec. Produktom je polotovar určený k ďalšiemu spracovaniu [3, 5, 7].

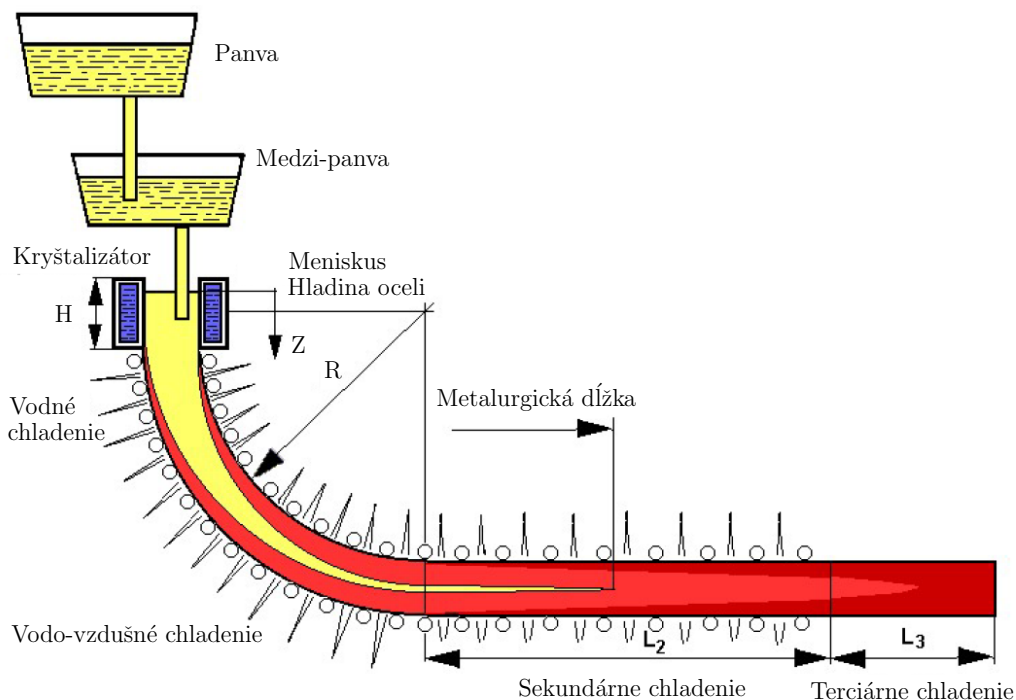


Obr. 2.3: Schéma rôznych usporiadaní ZPO. Prevzaté z [4], upravené.

ZPO sa skladá z niekoľkých podstatných častí. Úplne na začiatku je panva, ktorá zaisťuje plynulú dodávku oceli do systému. Medzi-panva slúži k rovnomernému dodávaniu roztavenej oceli do kryštalizátoru. Kryštalizátor je spravidla medená doska chladená vodou, ktorá určuje konečný tvar odlievaného kontizliatku a slúži predovšetkým na vytvorenie prvotnej škrupiny v tavenine (primárne chladenie) [3, 7]. Po opustení kryštalizátoru prechádza kontizliatok zónou sekundárneho chladenia. Tým sa myslí sústava valcov a trysiek, ktoré chladia kontizliatok vzduchom, vodou alebo ich kombináciou. Veľkosť sekundárnej zóny chladenia závisí na type a veľkosti odlievaného profilu. Na konci dráhy je zariadenie, ktoré kontizliatok delí na menšie časti [2, 7]. Podrobnému popisu funkcií jednotlivých prvkov ZPO je venovaný samostatný text.

## 2.2 Podstatné prvky ZPO

Na obrázku 2.4 je znázornené schéma radiálneho ZPO pre plynulé odlievanie. Na tomto obrázku je možné vidieť podstatné prvky ZPO, ktoré sú podrobnejšie popísané nižšie.



Obr. 2.4: Schéma ZPO. Prevzaté z [17], upravené.

### 2.2.1 Panva a medzi-panva

Jedná sa o primárny prísun oceli z vysokých pecí do ZPO. Táto časť má veľký vplyv na výslednú kvalitu polotovaru. Kapacita panvy sa odvíja od výrobných prevádzky. Veľkosť medzi-panvy je zvyčajne 10% z veľkosti panvy. Medzi-panva je vybavená regulačným zariadením, aby bol zaistený plynulý prísun taveniny do kryštalizátora. Kládne sa veľký dôraz na to, aby sa do kryštalizátora nedostala struska [7, 3].

### 2.2.2 Pohyb oceli a rovanie

#### Pohyb oceli

Tekutá ocel je najskôr liata z panvy do medzi-panvy. Odtiaľto je zaistený plynulý prísun do kryštalizátora. Úplne na začiatku procesu je spodok kryštalizátora utesený zátkou. Postupne je táto zátka hydraulickým pohonom vedená cez ZPO, kým

nie je proces úplne zabežnutý<sup>1</sup>. Rýchlosť odlievania je závislá na tvare a veľkosti profilu, a na iných technologických aspektoch. Štandardná rýchlosť liatia sa pohybuje približne od 0,3 do 8 m/min. Celý proces odlievania sa potom v závislosti na veľkosti ZPO pohybuje od 0,5 do 1,5 h [7].

### Ťažná stolica

Ťažnou stolicou sa rozumie sústava valcov, väčšinou v sekundárnej zóne chladenia, ktoré sú poháňané elektromotorom a zabezpečujú tak plynulý pohyb materiálu [7].

### Rovnanie

Nachádza sa v oblasti prechodu oblúkovej časti ZPO do priamej, kde dochádza k narovnaniu tuhého kontizliatku. Z pohľadu výslednej kvality má proces rovnania takisto výrazný vplyv na polotovary. Dôraz sa kladie najmä na to, aby bola povrchová teplota kontizliatku v rozmedzí teplôt, pri ktorých má materiál také vlastnosti, že riziko vzniku povrchových väd pri rovaní bude čo najmenšie. Samotné zariadenie sa skladá zo sústavy valcov, ktorých správne nastavenie je rovnako dôležité pre výslednú kvalitu polotovarov [7, 10].

### Soft reduction

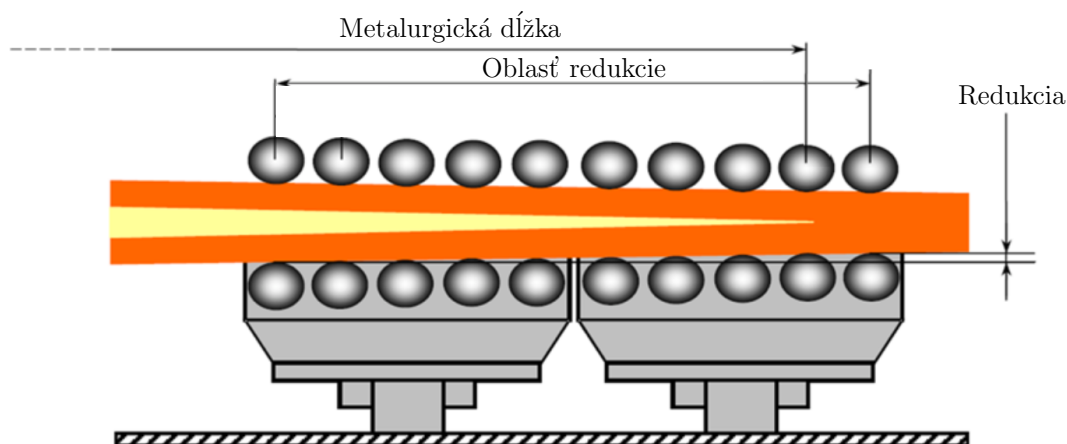
Účelom „*soft reduction*“<sup>2</sup> je zámerná deformácia kontizliatku v kolmom smere na osu pomocou prítlačných valcov, približne vo vzdialenosti metalurgickej dĺžky (viď obrázok 2.5). Práve v týchto miestach dochádza k stuhnutiu posledných zvyškov taveniny - „*mushy*“ zóna<sup>3</sup>. V tejto oblasti sa vyskytujú segregácie a vďaka stlačeniu sa vznik týchto segregácií potlačí. Tým vzniká kvalitnejší výsledný polovar s menším rizikom výskytu väd [7]. Vplyv „*soft reduction*“ je obsahom samostatného výskumu [11].

---

<sup>1</sup>Tieto dve vety vlastne popisujú naštartovanie výrobného procesu v prevádzke. Prvá stuhnutá časť, ktorá je za zátkou, sa vyhodí ako odpad. Zátka poslúži na to aby sa materiál pretiahol cez celú dráhu ZPO, kým nebude zaistený kontinuálny proces [5].

<sup>2</sup>Podľa veľkosti presadenia valcov sa používa aj pojem „*heavy reduction*“ [11]. Poznámka: Niektoré cudzojazyčné termíny alebo názvy v tejto práci nie sú preložené. Hlavným dôvodom je, že buď neexistuje doslovný preklad a voľný preklad by mohol spôsobiť nedorozumenie alebo je to zabežnutý termín v riešenej problematike. Z kontextu je vždy zrejmý význam a tieto slová sú uvedené „*kurzívou a v úvodzovkách*“.

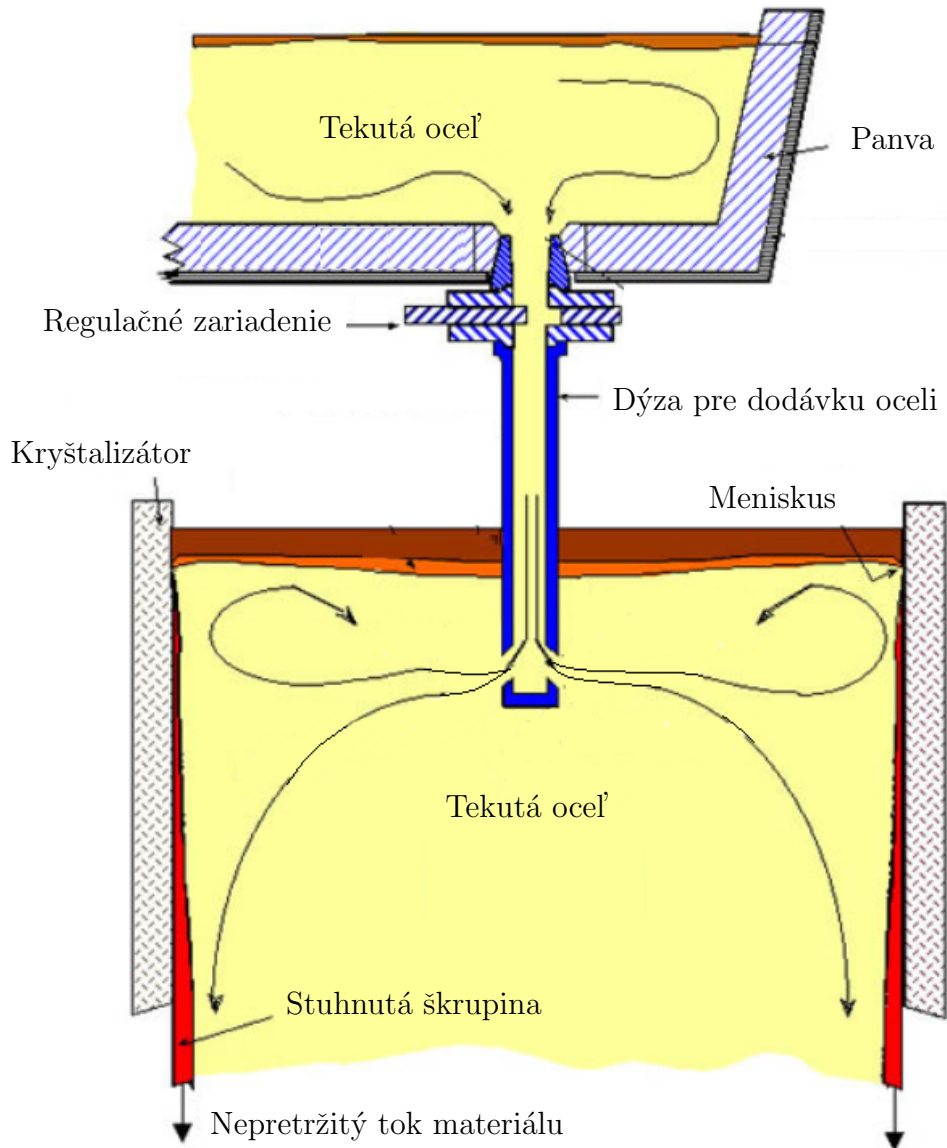
<sup>3</sup>Je to oblasť taveniny, ktorá existuje medzi pevnou a kvapalnou fázou. Vyznačuje sa nízkou pevnosťou a nízkou ťažnosťou. Počas tuhnutia je práve táto oblasť najviac náchylná na tvorbu vnútorných väd v materiáli [2, 3, 4, 7, 10, 12].



Obr. 2.5: Schéma zariadenia pre „soft reduction“. Prevzaté z [13], upravené.

### 2.2.3 Kryštalizátor - primárne chladenie

Inými slovami aj primárna zóna chladenia, ktorej úlohou je vytvorenie škrupiny kon-  
 tizliatku v počiatočných fázach tuhnutia. Škrupina musí byť dostatočne pevná tak,  
 aby udržala tekuté jadro a nedošlo tak k prevaleniu. V primárnej oblasti chladenia  
 má stuhnutá škrupina hrúbku len približne 10-20 mm. Z tohto dôvodu je kryštalizá-  
 tor vybavený termočlánkami napojenými na systém zabezpečenia proti prevaleniu.  
 Kryštalizátor je teda ďalším prvkom ZPO, ktorý má významný vplyv na výslednú  
 kvalitu polotovaru [3, 7]. Schéma kryštalizátoru a prísunu taveniny je znázornená  
 na obrázku 2.6.



Obr. 2.6: Schéma prísunu taveniny do kryštalizátoru. Prevzaté z [14], upravené.

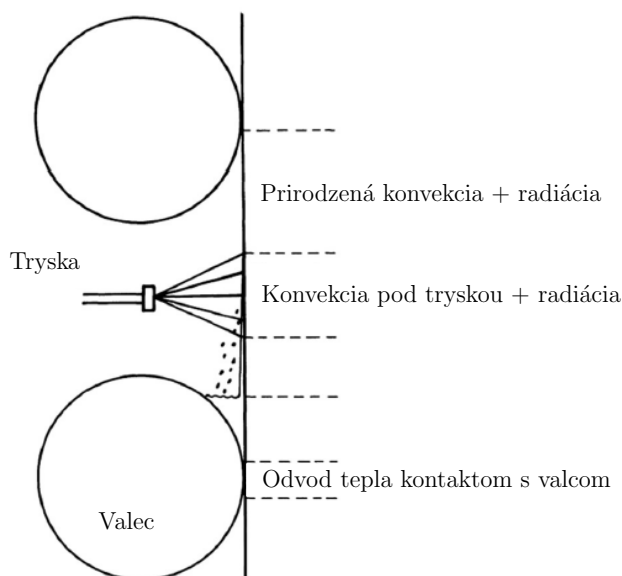
## 2.2.4 Elektromagnetické miešanie

V súčasnosti je zariadenie na elektromagnetické miešanie nainštalované na väčšine ZPO. Je to technológia, ktorá umožňuje premiešavať jadro kontizliatku, ktoré je stále v tekutom stave. Princíp spočíva v indukcii elektromagnetických síl v tekutom jadre elektromagnetickou indukciou. Významom tohto zariadenia je homogenizácia tekutého jadra, ktorá súvisí s lepšou výslednou kvalitou kontizliatkov. Konštrukčne môže byť zariadenie na elektromagnetické miešanie umiestnené priamo v kryštalizátore, alebo v sekundárnej zóne chladenia [4, 7]. Napríklad na ZPO z obrázku 2.2 je toto zariadenie umiestnené pred oblasťou rovnania.



## 2.2.5 Sekundárna a terciárna zóna chladenia

Sekundárna zóna chladenia sa nachádza pod kryštalizátorom. Je tvorená vodiacimi valcami a sústavou chladiacich trysiek. Teplo je odvádzané chladením pomocou trysiek, kontaktom s valcami, prirodzenou konvekciou a radiáciou (viď obrázok 2.7). Teplo odvedené tryskami v sekundárnej zóne predstavuje približne 50-60% celkového odvedeného tepla [7]. Usporiadanie vodiacich valcov plynie z usporiadania ZPO. V prípade radiálnych ZPO je dôležité najmä usporiadanie valcov pod kryštalizátorom v oblasti, kde dochádza k ohýbaniu kontizliatku. V tomto štádiu je škrupina stuhnutej oceli ešte pomerne tenká a môže dochádzať k vydutiu<sup>4</sup> škrupiny. Z pohľadu efektivity výroby je dôležité, aby sekundárne chladenie zabezpečilo stuhnutie tekutého jadra ešte pred miestom delenia materiálu na menšie časti. Na druhej strane nesmie byť ochladzovanie príliš prudké, aby nevznikali vady na povrchu kontizliatku kvôli teplotne generovanému napätiu, spôsobenému prudkým ochladením. Všeobecne je možné považovať kombináciu nevhodnej povrchovej teploty a nízkej tvárnosti oceli za príčinu vzniku priečnych trhlín [3]. Naopak, za príčinu tvorby vnútorných trhlín je považované znovu-ohriatie materiálu. Z tohto dôvodu, by mala teplota taveniny počas celého procesu klesať [2].



Obr. 2.7: Schéma mechanizmov odvodu tepla v sekundárnej zóne chladenia. Prevzaté z [5], upravené.

Terciárna zóna chladenia môže byť takisto zložená zo sústavy valcov a prirodzene sa nachádza za sekundárnou zónou. Odvod tepla prebieha najmä radiáciou a z malej časti aj prirodzenou konvekciou do okolia [3].

<sup>4</sup>Česky: Vyboulení, Anglicky: Bulging.

## 2.3 Parametre plynulého odlievania

### 2.3.1 Rýchlosť liatia

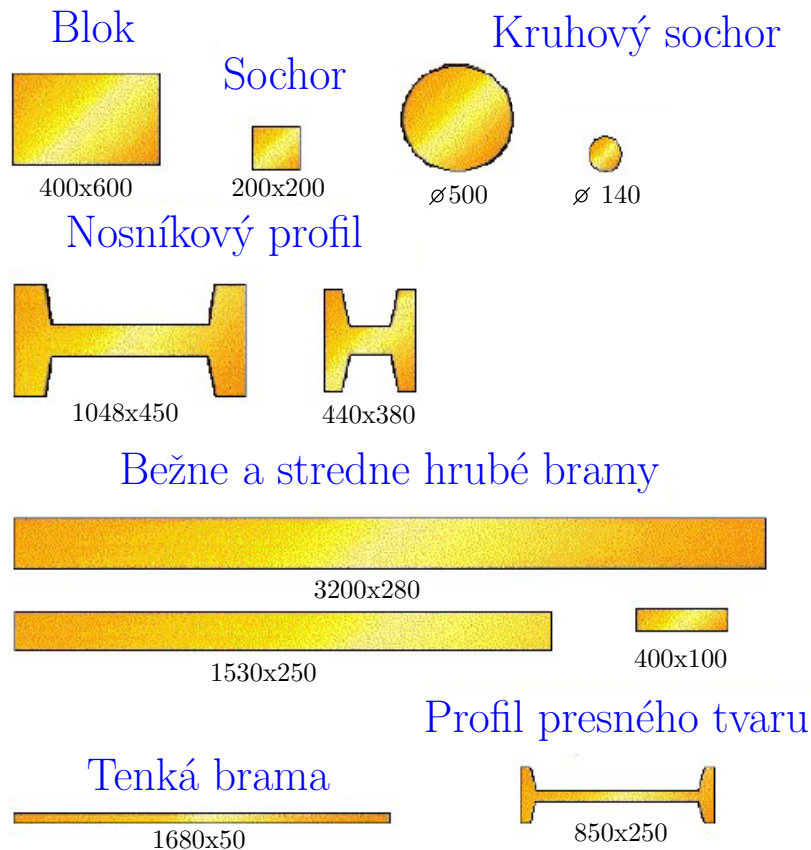
Je to rýchlosť akou kontizliatok vychádza z kryštalizátoru. Je priamo spojená s produktivitou ZPO a je závislá na type a rozmere odlievaného profilu, type oceli, prehriatí<sup>5</sup> a hrúbke škrupiny pri výstupe z kryštalizátoru [3]. Pri nastavovaní rýchlosti odlievania sa musí brať do úvahy aj výsledná metalurgická dĺžka, a to tak, aby v mieste, kde dochádza k rezaniu kontizliatku na menšie časti, bol celý priečny prierez stuhnutý. Čo sa týka rýchlostí pre jednotlivé typy odlievaných profilov, vo všeobecnosti má odlievanie sochorov väčšiu rýchlosť ako odlievanie brám. Je to hlavne z toho dôvodu, že bramy sú väčšie, a sú viac náchylné na tvorbu trhlín [3].

### 2.3.2 Formát liatia

Udáva výsledný tvar priečneho prierezu výsledného polotovaru. Na obrázku 2.8 sú znázornené bežné tvary odlievaných polotovarov [5].

---

<sup>5</sup>Definované v časti 2.3.3.



Obr. 2.8: Rôzne tvary odlievajúcich polotovarov. Prevzaté z [5], upravené.

### 2.3.3 Teplota odlievania a prehriatie

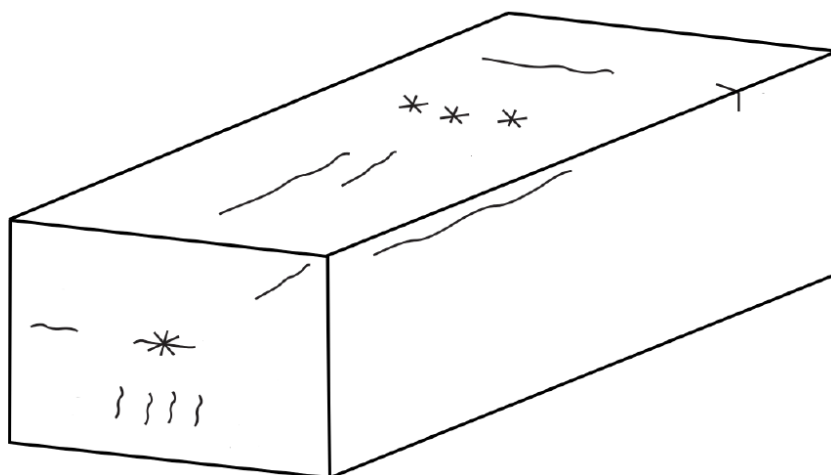
Sú to charakteristiky, ktoré popisujú fázu odlievania, keď je roztavená oceľ v medzi-panve, odkiaľ je dodávaná do kryštalizátora. Rozdiel medzi teplotou v medzi-panve a teplotou tuhnutia danej oceli sa nazýva prehriatie [3, 10]. Prehriatie sa obvykle pohybuje v rozpätí 20 – 40°C, pričom sú snahy o minimalizáciu prehriatia. Teplota odlievania je teplota taveniny vstupujúcej do kryštalizátora [7].

### 2.3.4 Metalurgická dĺžka

Metalurgická dĺžka je definovaná ako maximálna osová vzdialenosť od menisku k posledným zvyškom kvapalnej fázy tuhúceho kontizliatku (viď obrázky 2.4, 4.1) [3]. Je priamo úmerná rýchlosti odlievania a nepriamo úmerná tepelnej vodivosti oceli. Metalurgická dĺžka okrem iného obmedzuje hlavne miesto, kde dochádza k deleniu materiálu deliacim zariadením [15].

## 2.4 Vady odlievaných polotovarov a príčiny ich vzniku

Vady pri plynulom odlievaní vznikajú na povrchu a vo vnútri. Jednotlivé typy sú ilustrované obrázkom 2.9. Za vadu sa považuje aj nesprávny tvar odlievaného profilu [10]. Na vznik väd v kontizliatku pri plynulom odlievaní vplýva viacero faktorov. Jedná sa hlavne o prevádzkové podmienky ZPO (rýchlosť liatia, tvar profilu apod.) a chemické zloženie. V kontexte formulovaného problému v časti 1.2 sa autor v tejto časti venuje primárne popisu väd súvisiacich s nastavením parametrov ZPO.



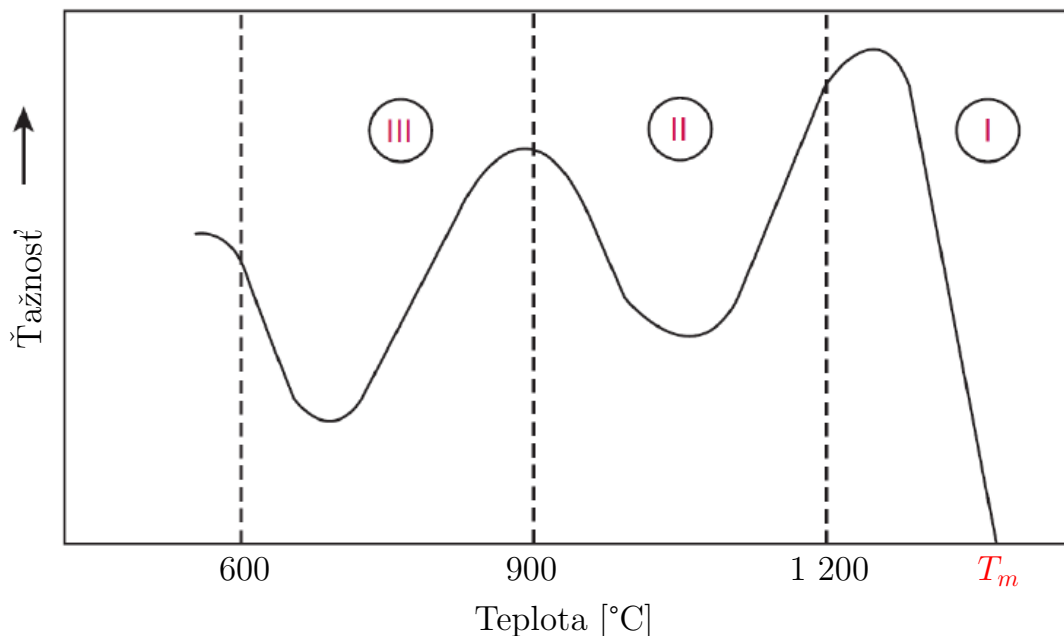
Obr. 2.9: Ilustrácia rôznych typov väd kontizliatku. Prevzaté z [7].

### 2.4.1 Vady na povrchu

Za povrchové vady sa považujú tie, ktoré sa vyskytujú predovšetkým na povrchu kontizliatku alebo tesne pod povrchom. Vznikajú v dobe, keď povrch kontizliatku stráca kontakt s kryštalizátorom a napätosť v stuhnutej škrupine prevyšuje kritické hodnoty. Schopnosť oceli deformovať sa po prekročení medze klzu charakterizuje ťažnosť  $\xi$ , ktorú je možné vyjadriť percentuálne vzťahom (2.1).

$$\xi = \left(1 - \frac{A_f}{A_0}\right) \cdot 100 \quad (2.1)$$

Kde  $A_f$  je plocha priečného prierezu pri porušení a  $A_0$  je pôvodná plocha. Všeobecne je možné ťažnosť definovať ako relatívne predĺženie materiálu do porušenia celistvosti. Po prevedení množstva ťahových skúšok ocelí pri rôznych teplotách boli identifikované tri oblasti teplôt, pri ktorých má oceľ zníženú ťažnosť, a teda je viac náchylná k porušeniu (viď obrázok 2.10) [4, 7].



Obr. 2.10: Závislosť ťažnosti oceli na teplote (ilustrácia). Prevzaté z [16], upravené.

### 2.4.2 Vady vo vnútri

Trhliny vo vnútri kontizliatku majú priamy súvis s teplotne - mechanickou napätosťou spôsobenou fázovými premenami. Tieto trhliny sa tvoria najmä na rozhraní tekutej a tuhej fázy. Pásmo teplôt, v ktorom je vznik vnútorných trhlín najviac pravdepodobný sa nazýva aj *fáza lámavosti za tepla*, čo je interval teplôt tesne pod teplotou pevnej fázy. Z pohľadu mechanických vlastností materiálu ovplyvňuje tvorbu vnútorných trhlín pomer pevnosti oceli k jej plastičnosti za vysokých teplôt [4, 3].

### 2.4.3 Vady súvisiace s tvarom profilu

Nesprávny tvar profilu je považovaný za vadu z toho dôvodu, že značne komplikuje jeho ďalšie spracovanie, s čím súvisí zvýšená neefektívnosť výroby. Medzi časté vady tvaru patrí napríklad aj deformácia priečného prierezu z pravidelného štvoruholníka do kosodĺžnika, prípadne do oválu. Tvorba týchto vád primárne súvisí s tlakom roztaveného jadra na stuhnutú škrupinu (dochádza k vydutiu), neoptimálnou intenzitou chladenia, vysokou rýchlosťou odlievania a nedokonalou geometriou valcovej dráhy ZPO [3, 10].

## 3 Rešeršná analýza

### 3.1 Publikácie českých autorov

#### *Analýza teplotného poľa*

**Štětina, J. 2007 [5]**

#### **Dynamický model teplotního pole plynule odlévané bramy**

Prínosom práce je vytvorený dynamický model teplotného poľa plynule odlievajúcich brám. Autor v modeli zahŕňa rôzne vplyvy na teplotné pole, najmä rôzne podmienky ochladzovania a prestupu tepla. Vytvorený model bol experimentálne overený z reálnych dát ZPO. Záverom bolo, že model je schopný dostatočne presne popísať teplotné pole a môže byť použitý pri ďalšej optimalizácii tohto procesu.

**Štětina, J. 2008 [6]**

#### **Optimalizace parametru lití sochorů pomocí modelu teplotního pole**

Vytvorený model publikovaný v [5] je v tomto prípade použitý na optimalizáciu parametrov procesu plynulého odlievania sochorov. Autor predkladá možnosti začlenenia modelu do on-line riadiaceho systému ZPO.

**Mauder, T. 2012 [4]**

#### **Optimalizace bramového plynulého odlévání oceli za pomoci numerického modelu teplotního pole**

Autor sa vo svojej práci zameriava konkrétne na plynulé odlievanie brám. Prínosom práce je nový prístup k optimalizácii parametrov plynulého odlievania s využitím modelu teplotného poľa.

**Klimeš, L. 2014 [7]**

#### **Optimalizace parametrů sekundárního chlazení plynulého odlévání oceli**

Práca sa zameriava na optimalizáciu plynulého odlievania so zameraním sa na sekundárnu oblasť chladenia. Prináša nový prístup k optimalizácii procesu plynulého odlievania, ktorého výsledkom je výrazné zníženie výskytu väd v plynule odlievajúcich polotovarochoch. Model je pripravený pre výpočet na grafických kartách, čo z neho robí robustný nástroj s možnosťou komerčného využitia.

## ***Analýza napätosti a deformácie***

**Heger, J. 2002 [17]**

### **Numerická simulace technologického procesu kontinuálního odlévání oceli**

Autor sa zaoberá analýzou napätosti a deformácie bramy pri procese plynulého odlievania s využitím MKP v softvéri ANSYS. Predkladá vytvorený algoritmus rovinného modelu odlievanej bramy, pričom uvažuje reálny tvar ZPO a kontakt s valcami. V závere práce autor popisuje problematiku kvantifikácie rizika vzniku väd zo získaných výsledkov a možnosti ich použitia. Navrhuje kalibráciu kritéria porušenia s využitím štatistického spracovania viacerých analýz a experimentálne overenie s reálne identifikovaným porušením.

**Březina, T. a kol. 2019 [1]**

### **Coupled Real-Time Thermo-Mechanical Solidification Model of Continuously Cast Steel**

Príspevok prezentuje možnosti prepojenia tepelného a mechanického výpočtového modelu pre predikciu väd v plynule odlievaných polotovarochoch. Celý model je možné rozdeliť na dve časti. Tou prvou je výpočet teplotného poľa, ktoré je vstupom do modelu pre určenie napätosti. Na základe kritérií porušenia materiálu by potom mohol byť model implementovaný do riadenia ZPO pre optimalizáciu procesu. Súčasným problémom je príliš dlhý výpočtový čas a nedostatok materiálových dát pre kritérium porušenia.

## **3.2 Zahraničné publikácie**

**Brian G., Thomas 2002 [18]**

### **Modeling of the continuous casting of steel—past, present, and future**

Publikácia, ktorá prináša stručný prehľad o výpočtovom modelovaní procesu plynulého odlievania v minulosti, súčasnosti (2002) a potenciálu budúcich analýz s využitím napredovania výpočtovej techniky. V práci je prehľadne spracovaný úvod do problematiky výpočtového modelovania teplotného poľa, napätosti a deformácie kontizliatku. Autor popisuje rôzne dielčie modely - model prúdenia pri dodávaní oceli tryskou do kryštalizátoru až po analýzu tuhnutia škrupiny s využitím MKP. Prikladá metódy a možnosti experimentálneho overenia výsledkov.

### ***Analýza teplotného poľa***

**Wang, Z. a kol. 2021 [19]**

#### **Analysis of Secondary Cooling Solidification Process of Continuous Casting Slab Based on Finite Element Method**

Metódou konečných prvkov s využitím softvéru ANSYS bola prevedená teplotná analýza tuhnutia kontizliatku. Dôraz bol kladený na analýzu vývoja teplôt a hrúbky škrupiny v závislosti na rýchlosti odlievania a podmienkach ochladzovania v sekundárnej zóne chladenia. Vytvorený model bramy bol rovinný, s využitím symetrie v dvoch osách - modelovaná bola jedna štvrtina. Práca obsahuje porovnanie výsledkov s experimentom a odporúčania pre možnosti optimalizácie procesu.

**Alizadeh, M. 2006 [20]**

#### **Mathematical Modeling of Heat Transfer for Steel Continuous Casting Process**

Autor rozoberá mechanizmy prenosu tepla a popisuje model tuhnutia materiálu pri plynulom odlievaní. Je vytvorený výpočtový model teplotného poľa s využitím metódy konečných objemov. Pričom modelovanou doménou je jedna štvrtina roviny pričného prierezu. Okrajové podmienky a základné matematické princípy použité v modeli sú prehľadne prezentované. Neskôr potom autor porovnáva výsledky s experimentálnym meraním a s inými vytvorenými modelmi. Konštatuje, že výsledky z vytvoreného výpočtového modelu majú dobrú zhodu s experimentálnym meraním.

### ***Analýza napätosti a deformácie***

**Masatsugu, U. 1983 [21]**

#### **Mathematical Modelling of the Unbending of Continuously Cast Steel Slabs**

Jedná sa o elasto-plastickú analýzu deformácie a napätosti kontizliatku v oblasti rovnania, ktorý je už čiastočne stuhnutý. Dôraz sa kladie na analýzu vzniku trhlín a vydutia škrupiny vplyvom tlaku taveniny. Autor uvádza porovnanie priestorového a rovinného modelu, s využitím predpokladu rovinnnej napätosti. Záverom je, že pri využití elasto-plastickej analýzy bol rovinný model postačujúci. Uvádza, že na základe experimentálnych dát bol verifikovaný výpočet. Pričom kritickým miestom z pohľadu trhlín, identifikovaných na škrupine, bola vrchná časť kontizliatku pri fáze rovnania. V tomto mieste dochádza pri ohybe ku generovaniu ťahových pretvorení. Autor uvádza kritické hodnoty pretvorenia a kritické rýchlosti deformácie pre analyzovaný typ oceli.



**Ha, J.S a kol. 2001 [22]**

**Numerical Analysis of Secondary Cooling and Bulging in the Continuous Casting of Slabs**

Na základe rozloženia teplôt z predchádzajúceho tepelného výpočtu s využitím metódy konečných diferencií bola prevedená analýza vydutia škrupiny medzi valcami v sekundárnej zóne chladenia, s použitím visko-elasto-plastického modelu materiálu. Pričom pre analýzu vydutia bol použitý rovinný model s využitím softvéru ANSYS. Modelovanou doménou bola rovina symetrie, podobne ako [17], pričom v tomto prípade bol modelovaný krátky úsek kontizliatku. Získané výsledky boli porovnávané s inými modelmi a s experimentálnym meraním. Autor konštatuje, že v prípade vydutia je dominantná zložka deformácie tá „*creep-ová*“.

**Young, M.V. a kol. 2001 [19]**

**A New Criterion for Internal Crack Formation in Continuously Cast Steels**

Všeobecne je problém s určením podmienky porušenia pri procese plynulého odlievania. Táto publikácia prináša nový prístup ku kritériám porušenia. Zohľadňuje teplotný rozsah materiálu, pri ktorom je náchylný na tvorbu vnútorných trhlín. Jedná sa najmä o oblasť  $\delta - \gamma$  transformácie v „*mushy*“ zóne. Autori popisujú pomerne komplexne materiálové vlastnosti v určitom pásme teplôt a práca je skôr pojatá z pohľadu materiálových vlastností oceli za podmienok plynulého odlievania.

**Pascon, F. 2002 [24]**

**2D1/2 Thermal-Mechanical Model of Continuous Casting of Steel Using Finite Element Method**

Autor dizertačnej práce podrobne rozoberá možnosti výpočtového modelovania procesu plynulého odlievania. Do detailu je popísaný vytvorený model s využitím MKP, ktorý autor sám programuje. Analýza je založená na modelovaní tenkého rezu, kolmého na osu kontizliatku, s využitím predpokladu zovšeobecnenej rovinnej deformácie<sup>1</sup>. Zaoberá sa s rôznymi javmi pri plynulom odlievaní oceli a ich zahrnutím do modelu (tlak taveniny, „*creep*“ za vysokých teplôt, kontakt s valcami). Na konci práce prináša prípadové štúdie analýzy napätosti. Jedná sa o prehľadne spracovanú prácu na vysokej odbornej úrovni, ale zároveň s intuitívne popísaným postupom tvorby výpočtového modelu. Rozsahom menšie, ale obsahom podobné sú publikácie [48] a [47].

---

<sup>1</sup>Narozdiel od predpokladu rovinnej deformácie alebo rovinnej napätosti, je predpoklad zovšeobecnenej rovinnej deformácie v tomto smere robustnejší, pretože umožňuje nenulové hodnoty napätia a deformácie vo všetkých troch smeroch. Podrobnejšie viď [24].

**Víctor D. Fachinotti, Alberto Cardona 2003 [25]**

### **Constitutive models of steel under continuous casting conditions**

Publikácia je zameraná na rôzne konštitutívne modely materiálu pre oceľ za podmienok, ktoré nastávajú pri plynulom odlievaní. Autori zvažujú rôzne modely nevratnej deformácie, vrátane nie bežne používaných visko-plastických modelov. Jednotlivé modely sú porovnávané s experimentálnymi dátami. Záverom je, že visko-plastické modely materiálu sa viac blížia realite, ale výpočtový čas pri týchto modeloch je značne väčší ako pri použití elasto-plastickej analýzy, ktorá je takisto pri analýze deformácie a napätosti kontizliatkov využívaná.

**Long, Guo a kol. 2018 [26]**

### **High-temperature creep constitutional model of Q460E steel and effect of creep on bulging deformation of continuous casting slab**

V tejto práci sa tvorcovia zaoberajú vytvorením konštitutívneho modelu materiálu pre oceľ za vysokých teplôt. Na základe experimentálnych dát a regresnej analýzy je odvodený model popisujúci „*creep*“. V ďalšej časti je tento model využitý na analýzu deformácie škrupiny kontizliatku - vydutia. Výsledky sú porovnané s elasto-plastickou analýzou a záverom je konštatovanie, že v prípade použitia modelu materiálu s uvažovaním „*creep-u*“, je táto deformácia nezanedbateľne väčšia.

**Li, G. a kol. 2021 [12]**

### **Prediction of Internal Crack Initiation in Continuously Cast Blooms**

V tomto článku sa kolektív autorov zaoberá vývojom výpočtového modelu na predikciu vnútorných väd. Štúdia prináša informácie o mechanizmoch iniciácie väd vo vnútri kontizliatku. Výpočtový model je priestorový, s využitím MKP, pričom je modelovaný 3 000 mm dlhý úsek kontizliatku a vyhodnocovaná je napätosť v priečnom priereze, v strednej časti kontizliatku. Hodnotiace kritérium je v tomto prípade kritické pretvorenie. Na záver sú porovnávané výsledky modelu s experimentom. Obdobnou problematikou sa zaoberá aj kolektív autorov v [11] a [27].

## **3.3 Zhrnutie rešerše**

Problematika plynulého odlievania je pomerne frekventovane skúmaná mnohými autormi. Celý výskum smeruje k optimalizácii procesu za účelom zvýšenia kvality polotovarov. Všeobecným cieľom je vytvorenie dostatočne presného, tepelne-mechanického modelu s možnosťou on-line zaradenia do prevádzky ZPO.

Výpočtové modelovanie teplotného poľa je dnes už na vysokej úrovni. Analýza napätosti a s ňou spojená predikcia vzniku porušenia celistvosti materiálu je v súčasnosti stále aktuálnym problémom. A to najmä v súvislosti so začlenením združených tepelne-mechanických modelov od on-line riadenia ZPO. V dnešnej dobe existujú pomerne sofistikované modely porušenia avšak je veľmi náročné určiť, aký model porušenia použiť v prípade procesu plynulého odlievania a získať k nemu potrebné materiálové charakteristiky, a určiť kritické veličiny, ktoré treba do modelu dosadiť.

O náročnosti výpočtového modelovania plynulého odlievania svedčí aj fakt, že veľká časť publikovaných modelov je buď značne zjednodušená, alebo sa autori zameriavajú na riešenie dielčích problémov. Autor [18] takisto tvrdí, že je nereálne vytvoriť taký výpočtový model, tak komplexného procesu, ktorý by zahŕňal všetky javy, ktoré v ňom nastávajú.

Na záver rešeršnej analýzy je možné konštatovať, že problém, tak ako je formulovaný v časti 1.2, je stále aktuálny a má zmysel sa ním zaoberať. Autor v práci [17] síce publikoval výpočtový model pre určenie napätosti a deformácie v softvéri ANSYS, avšak kvôli obmedzeniu výpočtového výkonu bol model iba rovinný. Jedným z cieľov tejto práce je vytvorenie priestorového výpočtového modelu.

## 4 Výpočtový model teplotného poľa

Výpočet teplotného poľa nie je súčasťou výpočtového modelu, ktorý je vytvorený v rámci tejto práce. Rozloženie teplôt v kontizliatku je jednou zo vstupných veličín. V tejto kapitole je stručne popísaná problematika určovania teplôt pri procese plynulého odlievania. Prvá časť sa venuje empirickému prístupu, ktorý bol využívaný skôr v minulosti. Druhá časť sa zaoberá základným princípom súčasných metód určovania teplotného poľa a je spracovaná podľa publikácií [1], [4], [5], [7]. Výpočtový model, ktorý bol postupne týmito autormi vyvíjaný, bol použitý pre výpočet teplotného poľa, ktoré je jedným zo vstupov do výpočtového modelu pre určenie deformácie a napätosti, ktorý je obsahom tejto diplomovej práce.

### 4.1 Empirický prístup

V dobe, kedy plynulé odlievanie začalo naberať na popularite, boli výpočtové prostriedky značne obmedzené (ak vôbec boli). Oceliari si museli vystačiť so svojimi skúsenosťami. Preto sa pri návrhoch ZPO najskôr vychádzalo z empirických vzťahov. Typickým príkladom je parabolická rovnica tuhnutia (4.1) pre približné určenie hrúbky stuhnutej škrupiny. Vzťah (4.1) vychádza z predpokladu parabolického priebehu hrúbky škrupiny, ktorý je vidieť na obrázku 4.1 [5].

$$s = K_s \sqrt{\tau_s} \quad (4.1)$$

Kde  $s$  predstavuje hrúbku škrupiny,  $K_s$  je konštanta tuhnutia a  $\tau_s$  je celkový čas tuhnutia.



Obr. 4.1: Parabolický priebeh hrúbky škrupiny v kontizliatku. Prevzaté z [5], upravené.

Pre metalurgickú dĺžku  $M$  bol odvodený vzťah (4.2) v tvare [5]:

$$M = \left( \frac{h}{2K_s} \right)^2 v_c \quad (4.2)$$

Kde  $h$  je hrúbka bramy a  $v_c$  je rýchlosť liatia. Pre tepelný tok  $\dot{Q}_m$  odvádzaný kryštalizátorom platí vzťah [5]:

$$\dot{Q}_m = \frac{K_m}{\sqrt{\tau_m}} \quad (4.3)$$

Kde  $\tau_m$  je celkový čas zotrvania kontizliatku v kryštalizátore a  $K_m$  je konštanta odvádzaného tepla kryštalizátorom. Takto by mohli byť uvedené ďalšie empirické vzťahy. V dnešnej dobe sa dáva prednosť využitiu výpočtového modelovania pred využívaním empirických vzťahov.

## 4.2 Modely s využitím numerických metód

### 4.2.1 Základná diferenciálna rovnica

S rastúcimi požiadavkami na zvyšovanie produktivity, za podmienky znižovania nákladov a zachovania kvality polotovarov, je nutné stále proces plynulého odlievania optimalizovať. To je dnes už nemysliteľné bez použitia výpočtových modelov teplotného poľa a modernej výpočtovej techniky. Prvé výpočtové modely tuhnutia škrupiny, s využitím metódy konečných diferencií boli vytvorené v 70-tých rokoch minulého storočia [18]. Aktuálne je stále snaha vylepšené výpočtové modely s využitím optimalizačných algoritmov implementovať do on-line riadenia prevádzky ZPO [1, 4, 5, 6, 7, 19].

Fyzikálna podstata numerického modelu teplotného poľa spočíva v prenose tepla a látky, pričom sa jedná o nestacionárny dej. Základným vzťahom pre riešenie nestacionárneho vedenia tepla je diferenciálna rovnica (4.4) [7].

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_{gen} \quad (4.4)$$

Kde  $\rho$  je hustota,  $c$  je merná tepelná kapacita,  $T$  je teplota,  $t$  je čas,  $k$  je súčiniteľ tepelnej vodivosti,  $x, y, z$  predstavujú priestorové premenné a  $\dot{q}_{gen}$  je vnútorný zdroj tepla [7].

Vo vnútri materiálu (kontizliatku) je vedenie (kondukcia) tepla dominantným mechanizmom prenosu tepla. Naopak, v prípade okrajových podmienok majú podstatný význam mechanizmy radiácie a prirodzenej konvekcie [5, 7]. Vo výpočtovom modeli musí byť zahrnutý aj vnútorný zdroj energie - latentného tepla, ktoré je dôsledkom fázových premien<sup>1</sup> materiálu. Metód, ktorými možno modelovať teplotné

<sup>1</sup>Fázové premeny nemusia byť len prechody medzi skupenstvami (kvapalné-pevné). Jedná sa aj o fázové premeny v tuhom stave ako napríklad rekryštalizácia materiálu.

pole existuje niekoľko. Sú to predovšetkým metóda entalpie a metóda efektívnej tepelnej kapacity [7].

### Metóda entalpie

Zahrnúť vplyv latentného tepla skupenských a fázových premien umožňuje termodynamická funkcia, ktorá sa nazýva objemová entalpia  $H$  definovaná vzťahom (4.5).

$$H(t) = \int_{T_{ref}}^T \left( \rho c - \rho L_f \frac{\partial f_s}{\partial \theta} \right) d\theta \quad (4.5)$$

Kde  $L_f$  je latentné teplo,  $f_s$  je podiel tuhého skupenstva,  $T_{ref}$  je referenčná teplota a  $\theta$  je priestorová premenná. Po dosadení vzťahu (4.5) a členu zohľadňujúc pohyb materiálu  $v_z \frac{\partial H}{\partial z}$  do vzťahu (4.4) sa odvodí Fourier-Kirchhoffova rovnica popisujúca teplotné pole kontizliatku. Kde  $v_z$  je rýchlosť pohybu materiálu v smere  $z$ . V pravouhlých súradniciach má potom táto rovnica tvar vzťahu (4.6) [5, 7].

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + v_z \frac{\partial H}{\partial z} \quad (4.6)$$

### Metóda efektívnej tepelnej kapacity

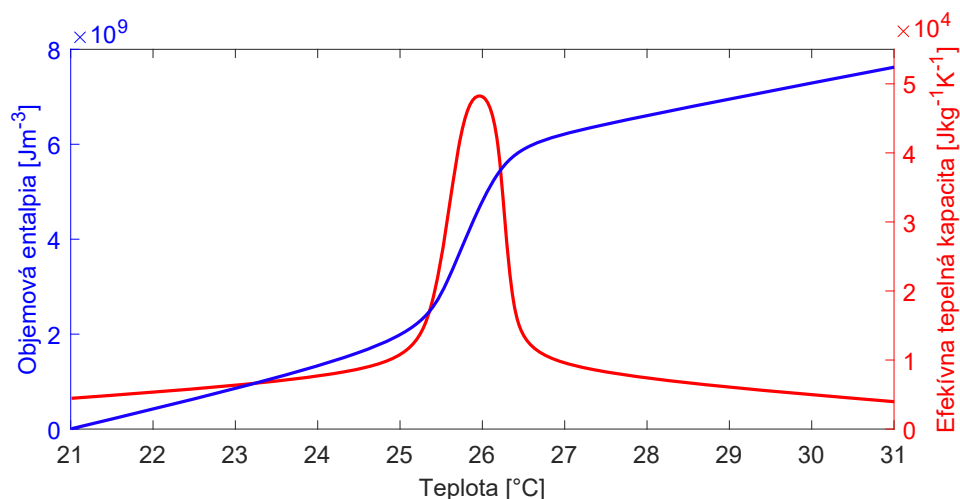
Efektívna tepelná kapacita  $c_{eff}$  je merná tepelná kapacita materiálu so zahrnutím latentného tepla fázových premien [7, 29]. S využitím entalpie je potom definovaná vzťahom (4.7).

$$c_{eff} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial H}{\partial T} = c - L_f \frac{\partial f_s}{\partial T} \quad (4.7)$$

Po dosadení efektívnej tepelnej kapacity a členu, ktorý zohľadňuje pohyb materiálu, do upraveného vzťahu (4.4), je v [7] odvodený výsledný tvar diferenciálnej rovnice:

$$\rho c_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + v_z \rho c_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.8)$$

Pre lepšiu predstavu je uvedený priebeh týchto veličín, v závislosti na teplote, v oblasti fázových premien na obrázku 4.2. Jedná sa o príklad prevzatý z [30]. K fázovej premene dochádza medzi teplotami 25 °C až 27 °C. Je vidieť že funkcia efektívnej tepelnej kapacity nadobúda v oblasti fázovej premeny extrém. Zároveň je zjavná aj zmena trendu funkcie objemovej entalpie.



Obr. 4.2: Priebeh efektívnej tepelnej kapacity a objemovej entalpie v oblasti fázovej premeny v závislosti na teplote. Prevzaté z [30], upravené.

## 4.2.2 Počiatkové a okrajové podmienky

Obe popísané metódy sú formulované pomocou diferenciálnych rovníc druhého rádu, ktoré pre svoje jednoznačné riešenie potrebujú okrajové a počiatkové podmienky [4, 31]. Všeobecné formulácie používaných okrajových podmienok sú uvedené nižšie, spracované podľa [4, 7].

### Počiatková podmienka

Počiatková podmienka definuje teplotu kontizliatku  $T(x, 0)$  v každom jeho bode na počiatku tuhnutia, v čase  $t = 0$ . Matematická formulácia popisujúca počiatkové rozloženie teplôt riešenou doménou:

$$T(x, y, z, t = 0) = T_p(x, y, z) \quad (4.9)$$

### Okrajová podmienka I. druhu - Dirichletova

Predpísaná teplota na povrchu telesa. V prípade modelovania teplotného poľa pri plynulom odlievaní sa predpisuje hodnota teploty v menisku:

$$T(x, t)|_{(x=0)} = T_{odlievania} \quad (4.10)$$

## Okrajová podmienka II. druhu - Neumannova

Definuje tepelný tok na povrchu telesa. Je formulovaná podľa Fourierového zákona v tvare:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \dot{q}_{surf} \quad (4.11)$$

Kde  $\lambda$  je tepelná vodivosť. Pre rovinu symetrie kontizliatku, kde nedochádza k prenosu tepla, je možné uviesť tvar:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (4.12)$$

## Okrajová podmienka III. druhu - Newtonova

Popisuje konvekciu okolo steny do okolia:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = htc(T_{\infty} - T_{surf}) \quad (4.13)$$

## Okrajová podmienka IV. druhu

Pri vzájomnom, dokonalom styku dvoch telies:

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=a} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=a} \quad (4.14)$$

Pre nedokonalý vzájomný styk dvoch telies je podmienka formulovaná nasledovne:

$$\dot{q}_a = \frac{1}{R} (T_1 - T_2) \quad (4.15)$$

Kde  $a$  je súradnica miesta styku a  $R$  je tepelný odpor.

## Okrajová podmienka V. druhu

Na hranici fázovej premeny platí:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=\zeta} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=\zeta} + \rho_2 L \frac{d\zeta}{dt} \quad (4.16)$$

Kde  $\zeta$  je súradnica miesta fázovej premeny.

## Zhrnutie

Okrajové podmienky pre výpočet teplotného poľa kontizliatku sa dajú zhrnúť [4, 5, 7]:

$$T = T_{odlievania} \quad (4.17)$$



$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (4.18)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \dot{q} \quad (4.19)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = htc(T_\infty - T_{surf}) + \sigma\varepsilon(T_\infty^4 - T_{surf}^4) \quad (4.20)$$

Vzťah (4.17) platí pre hladinu oceli v kryštalizátore (na začiatku ZPO). Na rovine symetrie je predpísaná okrajová podmienka (4.18), kde  $n$  značí normálu na túto rovinu. Odvod tepla vedením v kryštalizátore a pri kontakte s valcami popisuje vzťah (4.19). Pre odvod tepla prirodzenou konvekciou a radiáciou v sekundárnej a terciárnej zóne platí (4.20) Kde  $h$  je hrúbka bramy (sochoru),  $T_{casting}$  je teplota odlievania,  $T_{surf}$  je teplota povrchu,  $T_\infty$  je teplota okolia,  $\sigma$  je „Stefan Boltzmann“ konštanta a  $\varepsilon$  je emisivita.

### 4.3 Metódy riešenia

Existujú rôzne numerické metódy pre riešenie diferenciálnych rovníc. V prípade modelovania prenosu tepla sú významné najmä metóda konečných prvkov, konečných diferencií, konečných objemov a kontrolných objemov [7]. S využitím metódy konečných prvkov je vytvorený výpočtový model pre určenie napätosti a deformácie v tejto práci a stručná charakteristika MKP bude preto uvedená neskôr.

#### Metóda konečných diferencií

Inak nazývaná aj metóda sietí. Jedná sa o pomerne jednoduchú metódu, ktorej princípom je diskretizácia telesa a časovej premennej na sieť bodov. Touto diskretizáciou vznikne sústava algebraických rovníc. Okrajové podmienky a parciálne derivácie v rovniciach sú nahradené Taylorovým rozvojom, pričom členy vyšších rádov sa zanedbávajú. Výhodou metódy je jej jednoduchosť a je aj pomerne jednoduchá na naprogramovanie. V prípade nutnosti zjemnenia siete, napríklad kvôli gradientom teplôt, je jej použitie už menej vhodné [7, 32]. Je možné uviesť príklad pre teplotu  $T$  v uzle  $i$  s krokom  $\Delta x$  pre jednorozmerný problém:

$$\left. \frac{d^2 T}{dx^2} \right|_i \approx \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{(\Delta x)^2} \quad (4.21)$$

## Metóda konečných objemov

Metóda je rozšírená v oblasti výpočtového modelovania mechaniky tekutín. Riešená doména je rozdelená na konečný počet častí - objemov. Rovnica, ktorá popisuje daný dej je integrovaná cez všetky konečné objemy. Týmto vznikne sústava bilančných rovníc, v ktorých sú parciálne derivácie nahradené numerickými formuláciami. Ďalšie matematické kroky potom vedú k zostaveniu sústavy algebraických rovníc [33].

## Metóda kontrolných objemov

Rozloženie teplotného poľa získaného s využitím práve tejto metódy, je jedným zo vstupov do výpočtového modelu tvoreného vrámci tejto diplomovej práce. Teleso je diskretizované na kontrolné objemy, ktoré môžu mať rôznu veľkosť aj tvar. Výsledná hustota siete súvisí s požadovanou presnosťou riešenia. Pre každý kontrolný objem je potom zostavená rovnica energetickej bilancie (4.22).

$$\dot{E}_s = \dot{E}_i + \dot{E}_g - \dot{E}_o \quad (4.22)$$

Kde  $\dot{E}_s$  je zmena uchovanej energie za jednotku času.  $\dot{E}_i$  je energetický tok do kontrolného objemu zo susedných kontrolných objemov.  $\dot{E}_g$  je vnútorný zdroj energie za jednotku času.  $\dot{E}_o$  je tok energie, ktorá vystupuje z kontrolného objemu do susedných. Z jednotlivých bilančných vzťahov pre kontrolné objemy je potom zostavená sústava algebraických rovníc. Výhodou je najmä jej zrejmý fyzikálny význam [7, 34].

# 5 Výpočtový model pre určenie deformácie a napätosti

## 5.1 Aspekty deformácie a napätosti odlievaného sochoru

Principiálne je nutné do analýzy napätosti a deformácie zahrnúť aspekty, ktoré ovplyvňujú odlievaný sochor z mechanického hľadiska. Týmito aspektami sú najmä teplotne generované pretvorenia vplyvom nehomogénne rozloženého teplotného poľa, interakcia sochoru s valcami pri prechode dráhou ZPO a fáza rovnania. Všetky materiálové parametre sú silno závislé na teplote. Jedná sa teda o nestacionárnu, nelineárnu teplotne-štruktúrnú analýzu s teplotným a deformačným zaťažením.

## 5.2 Komplexná analýza problému

### 5.2.1 Vymedzenie hraníc riešenia

Na základe dostupných informácií o ZPO, rešeršnej analýzy, skúseností a inžinierskeho odhadu vychádza výpočtový model z nasledujúcich predpokladov:

- Jedná sa o problém na makro úrovni mechaniky kontinua.
- Analýza je formulovaná ako nelineárna kvázi-statická<sup>1</sup>, tepelne-štruktúrna s teplotne závislými materiálovými vlastnosťami.
- Zotrvačné účinky pohybu sochoru sú nepodstatné.
- Zaťaženie spôsobené elektromagnetickým miešaním je nepodstatné.
- Oscilácia kryštalizátoru je nepodstatná.
- Vlastná tiaž materiálu nie je explicitne uvažovaná.
- Závislosť napätosti na teplote je jednostranná<sup>2</sup>, nakoľko rozloženie teplotného poľa je jednou zo vstupných veličín.
- Prítlačné sily valcov a ich prípadné presadenie neboli známe a nie sú v modeli zahrnuté.
- Trecie sily pri interakcií sochoru s valcami nie sú uvažované.

---

<sup>1</sup>Problém plynulého odlievania je nestacionárny a rozdelený na jednotlivé časové kroky, pričom každý časový krok predstavuje jednu staticky-teplotne-štruktúrnú analýzu. Podrobnejší popis je uvedený v časti 5.

<sup>2</sup>Napätosť je ovplyvnená rozložením teplôt. Teplotné pole nie je závislé na napätosti.

## 5.2.2 Systém podstatných veličín

Aby riešenie napĺňalo atribúty systémového prístupu, je nutné najskôr zostaviť systém podstatných veličín [35].

### Okolie entity

Okolie entity je podstatné z pohľadu správneho predpísania okrajových podmienok. To je dôležité najmä pri výpočte teplotného poľa, ktoré je jedným zo vstupov do analýzy napätosti a deformácie. Tuhnutí sochor je vystavený okolitému vzduchu, chladiacim tryskám a valcom ZPO, ktoré ovplyvňujú prestup tepla a tým aj výsledné pole teplôt. Z pohľadu výpočtového modelu pre určenie napätosti a deformácie je táto množina prázdna.

### Rozmiestnenie prvkov entity

Entita je definovaná geometriou ZPO. Tá zahŕňa polohu a rozmer jednotlivých valcov. Rovnako je definovaný rozmer a tvar pričného prierezu sochoru.

### Podstatné väzby entity

Pri procese plynulého odlievania dochádza k interakciám sochoru s valcami ZPO. To je podstatné z hľadiska výpočtového modelu teplotného poľa a takisto aj z pohľadu výpočtového modelu pre určenie deformácie a napätosti v mieste styku.

### Zaťaženie entity

Tuhnutí sochor je zaťažený nehomogénnym teplotným poľom, ktoré vychádza z teplotného výpočtu. Rovnako je sochor zaťažovaný mechanicky, pretože pri prechode dráhou ZPO získava po interakciách s valcami svoj konečný tvar. Podstatnými fázami z hľadiska mechanického namáhania sú najmä fáza ohybu a rovnania sochoru. Ďalším zaťažením, ktoré môže byť podstatné, je hydrostatický tlak tekutej oceli na stuhnutú škrupinu.

### Vlastnosti entity

Entita je charakterizovaná teplotne závislými veličinami, ktoré popisujú materiálové vlastnosti.

### Dôsledky zaťaženia entity

Dôsledkom zaťaženia entity je celková napätosť sochoru počas procesu a výsledná zvyšková napätosť po vychladnutí.

## Zvolená metóda riešenia

Výpočtový model je založený na metóde konečných prvkov. Základným princípom je diskretizácia kontinua na konečné prvky. Matematicky vychádza z variačného princípu, pričom sa hľadá riešenie, ktoré minimalizuje funkcionál, ktorý popisuje celkovú energiu systému. Úloha sa potom zredukuje na sústavu lineárnych rovníc. Podrobný popis metódy a odvodenie základných vzťahov je uvedené v [36], zo zahraničných publikácií je možné odkázať na [37]. Problematika nelineárnych výpočtov MKP je prehľadne spracovaná v [38], prípadne v [39].

## 5.3 Použitý softvér a hardvér

### 5.3.1 Softvér

Ako plynie zo zadania práce, pre riešenie problému je použitý komerčný MKP systém ANSYS. Dnes existujú dve hlavné prostredia tohto softvéru. Tým prvým je pôvodné prostredie „*Classic*“, ktoré používa skriptovací jazyk APDL.<sup>3</sup> Druhé prostredie sa nazýva „*Workbench*“. Oproti prostrediu „*Classic*“ je pre užívateľa pohodlnejšie.<sup>4</sup> Značnú prácu urobí softvér za užívateľa a teda výrazne zrýchli tvorbu výpočtových modelov. Práve pre užívateľskú prívetivosť bolo zvolené toto prostredie ako prvá možnosť na počiatku tvorby diplomovej práce. Po prvých výpočtoch sa však ukázalo, že to nebude vhodná voľba a to najmä pre tieto dôvody:

- Geometria modelu môže obsahovať rádovo desiatky valcov ZPO. Z praktického hľadiska je rozumné úlohu tvorby geometrie nastaviť ako parametrickú. Z pohľadu autora je na toto vhodnejšie vytvorenie makra, narozdiel od „klikania“ v grafickom rozhraní „*Workbench*“.
- V prípade aplikovania meniaceho sa teplotného poľa v každom časovom kroku je nevyhnutné použiť makro. Vstavaná funkcia v prostredí „*Workbench*“ aplikuje teplotné pole iba v prvom časovom kroku a nemení ho v čase. Spôsob ako aplikovať pomocou tejto funkcie v každom kroku nové teplotné pole nebol nájdený.
- Ak má byť výsledkom práce parametrický model, ktorý môže byť rýchlo modifikovateľný na akékoľvek radiálne ZPO, má autor za to, že v tomto prípade je vhodnejšie ísť cestou makier v prostredí „*Classic*“ s využitím APDL.

Na záver je možné zhrnúť, že použitie prostredia „*Workbench*“ je možné, ale počet makier, ktorými by bolo potrebné upravovať už vstavané príkazy, by presiahol

<sup>3</sup> Ansys Parametric Design Language [40].

<sup>4</sup> V prípade, že užívateľ nemá predchádzajúce skúsenosti s APDL, jeho použitie môže byť v prvých etapách práce veľmi časovo náročné.

rozumnú mieru. Z tohto dôvodu bol celý výpočtový model, tvorený jednotlivými modulmi, vytvorený výhradne v prostredí „*Classic*“ s využitím ADPL. Pre úplnosť je vhodné zmieniť, že v prípade použitia APDL užívateľ ovláda v podstate všetko sám a má pod kontrolou celú analýzu od pre-processoru až po post-processor. Princíp zadávania parametrov a celá architektúra modelu s využitím APDL je podrobne popísaná v časti 5.

„Surové“ vstupné veličiny boli pred nahrávaním do výpočtového modelu spracované s využitím softvéru MATLAB<sup>5</sup>.

### 5.3.2 Hardvér

Jednoduché výpočty, najmä v prvotných etapách ladenia modelov, prebiehali na bežnom stolnom počítači. Náročnejšie výpočty boli neskôr realizované na počítači ÚMTMB, ktorý mal k dispozícii procesor AMD Ryzen 5 5600G s frekvenciou 3,90 GHz. Počet jadier procesora na výpočty bol ale obmedzený licenciou softvéru na 4 jadrá. Operačná pamäť bola 64 GB. Táto hodnota mala zásadný vplyv pri narábaní s dátami teplotného poľa, kapacita 32 GB na predchádzajúcom počítači nebola dostatočná.

V zadaní práce je uvedené, že bude použitý výpočtový „*cluster*“. Táto možnosť sa však ukázala ako nepraktická, keďže výpočtová kapacita bola obmedzená základnou licenciou softvéru ANSYS a použitie „*cluster-u*“ by nemalo podstatný vplyv na rýchlosť výpočtov. Z uvedeného dôvodu bol na výpočty použitý výhradne spomínaný počítač na ÚMTMB.

## 5.4 Postup a filozofia tvorby výpočtového modelu

Jedným z výstupov práce má byť parametrizovaný výpočtový model pre určenie napätosti a deformácie sochoru pri plynulom odlievaní. Celý proces vytvárania modelu, od počiatkových konzultácií ako problematiku pojať, je možné zhrnúť v nasledujúcich vetách. Úplne na začiatku bol vytvorený výpočtový model na základe informácií dostupných v [17]. Jedná sa o rovinný model, kde modelovanou časťou je rovina symetrie sochoru. Výhodou rovinného modelu bola jeho relatívne malá náročnosť na výpočtový čas, ale zároveň mal veľký význam pre zoznámenie sa s problematikou modelovania tohto procesu. Neskôr bol tento model upravený a boli ladené nastavenia, pred vytvorením priestorového modelu. Samotné ladenie rovinného modelu

---

<sup>5</sup><https://www.mathworks.com/products/matlab.html>

prinieslo veľa neúspešných pokusov a zabralo významný časový úsek. Tieto skúsenosti boli ale zúročené pri tvorbe priestorového výpočtového modelu. Z praktického hľadiska nie je možné popísať všetky pokusy, nápady a varianty, ktoré boli simulované. Z toho dôvodu, sú tu uvedené informácie tie najviac podstatné.

Zvyšok kapitoly je formulovaný tak, ako vyzerá všeobecná tvorba a vývoj výpočtových modelov s využitím MKP. Sú popísané vstupné veličiny a jednotlivé dielčie modely - materiálu, geometrie, zaťaženia, väzieb, interakcií a nastavenie riešiča. Analýza získaných výsledkov je popísaná v časti 6.

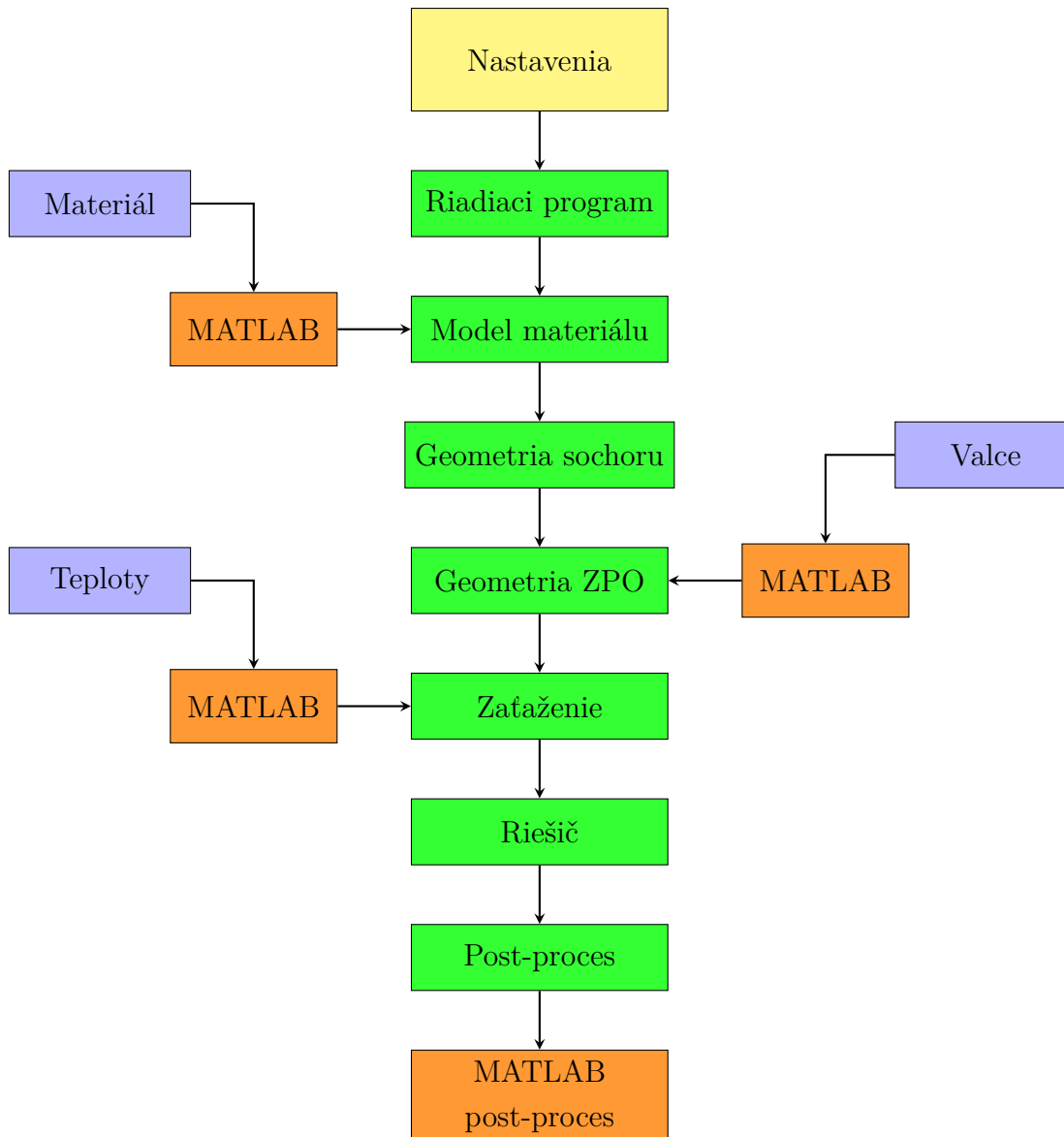
Boli vytvorené dva výpočtové modely - jeden rovinný a druhý priestorový. Rovinný model slúžil primárne na vývoj a odladenie nastavení. Oba modely sa v princípe nelíšia, jediný rozdiel spočíva v rozšírení do tretieho rozmeru. Väčšina nasledujúceho textu<sup>6</sup> je teda v princípe spoločná pre oba modely. V prípade ak sa v niečom podstatnom líšia, je to v texte uvedené. Konečným výstupom z tejto práce je priestorový výpočtový model.

Oba<sup>7</sup> typy výpočtových modelov existujú vo forme textových súborov, ktoré obsahujú makrá s využitím jazyka APDL. Vstupné veličiny sa zadávajú manuálne alebo načítaním textových súborov. Jedná sa o pomerne komplexný parametrizovaný výpočtový model s množstvom vstupných dát. Výpočtový model má modulárny charakter a jeho štruktúra je schematicky zobrazená na obrázku 5.1.

---

<sup>6</sup>Popis dielčích modelov.

<sup>7</sup>Rovinný a priestorový.



Obr. 5.1: Komplexná štruktúra výpočtového modelu.

Ako bolo uvedené vyššie, celý model tvorí skupina makier jazyka APDL (na obrázku 5.1 zelenou farbou). Tieto makrá sú postupne spúšťané hlavným makrom, ktoré je v schéme na obrázku 5.1 označené ako „*Riadiaci program*“. V tomto makre užívateľ manuálne predpíše všetky nevyhnutné nastavenia výpočtového modelu. Jedná sa primárne o všeobecné nastavenia. Ako príklad je možné uviesť typ a veľkosti použitých prvkov, nastavenie riešiča, parametre geometrie<sup>8</sup>, frekvencia ukladania výsledkov a podobne. Štruktúra jednotlivých makier je navrhnutá tak, aby v prípade úpravy modelu stačilo upraviť len makro „*Riadiaci program*“. „Surové“ vstupné dáta, ktoré obsahujú veličiny popísané v časti 5.5 sú spracované s využitím softvéru MATLAB a

<sup>8</sup>Tým sa myslia všetky parametre geometrie, ktoré nie sú súčasťou načítaných textových súborov. Napríklad to môže byť polomer zakrivenia dráhy ZPO v radiálnej časti.



vo vhodnej forme sú uložené do textových súborov. Tieto textové súbory sú následne prostredníctvom makier načítané ako parametre typu „array“ do ANSYS-u.

## 5.5 Vstupné parametre

K vytvoreniu modelu boli dodané dáta z ÚMTMB. Tie obsahovali údaje týkajúce sa geometrie sochoru, parametrov ZPO a materiálové charakteristiky oceli. Jedným zo vstupov do modelu bolo aj rozloženie teplôt spočítané predchádzajúcou teplotnou analýzou, ktorej základný princíp bol popísaný v časti 4. Jednotlivé veličiny je možné prehľadne zhrnúť do troch základných častí:

### 1. Geometrické a topologické parametre:

- Polomer zakrivenia radiálnej časti ZPO
- Poloha a rozmery jednotlivých valcov ZPO
- Geometria priečného prierezu sochoru

### 2. Teplotne závislé materiálové charakteristiky:

- Youngov modul pružnosti v ťahu
- Poissonov pomer
- Krivky z ťahových skúšok vo forme závislosti skutočného napätia na skutočnom plastickom pretvorení
- Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti

### 3. Zafaženie:

- Rozloženie teplôt v sochore

## 5.6 Model materiálu

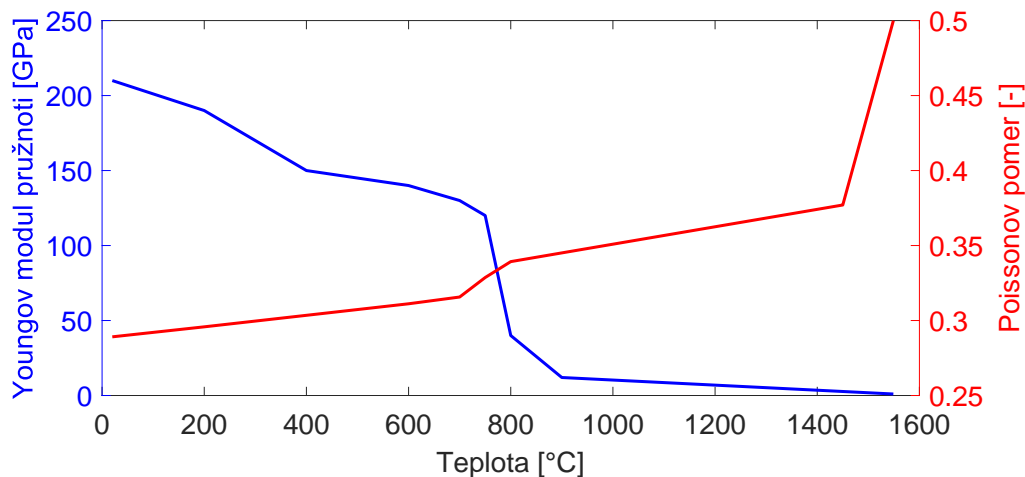
Dodané veličiny popisujúce materiál boli dostatočné pre využitie elasto-plastického modelu materiálu. S tým súvisí obsah nasledujúcich častí. Na základe rešeršnej analýzy bola neskôr využitá aj časť, ktorá popisuje visko-plastické správanie sa materiálu, najmä za vysokých teplôt. Tento doplnok bude stručne popísaný neskôr. Model materiálu je rovnaký pre rovinný aj priestorový model.

### 5.6.1 Modul pružnosti a Poissonov pomer

Uvažovaný materiál je izotropný a vzťah medzi napätím a pretvorením v oblasti lineárne elastických deformácií popisuje Hookov zákon vo zovšeobecnenom tvare (5.1).

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (5.1)$$

Kde  $\sigma_{ij}$  je tenzor napätia,  $D_{ijkl}$  je tenzor tuhosti a  $\varepsilon_{kl}$  je tenzor pretvorenia. Závislosť Youngovho modulu pružnosti v ťahu a Poissonovoho pomeru na teplote je na obrázku 5.2.



Obr. 5.2: Youngov modul pružnosti v ťahu a Poissonov pomer v závislosti na teplote.

Z priebehu Youngovho modulu pružnosti je vidieť, že so zvyšujúcou sa teplotou klesá. Pri teplote roztavenej oceli, keď je oceľ v tekutom stave, má mať teoreticky modul pružnosti nulovú hodnotu. Toto prakticky nie je možné zadať do softvéru ANSYS, pretože pri zadaní veľmi nízkych hodnôt modulu pružnosti dochádza pri numerickom výpočte k výraznej deformácii siete konečných prvkov a riešenie nekonverguje. Preto bol pri vysokých teplotách<sup>9</sup> použitý modul pružnosti s hodnotou 1 000 MPa<sup>10</sup>. Táto hodnota je dostatočne malá, aby nemala podstatný vplyv na výsledky a zároveň nedochádzalo k problémom s konvergenciou riešenia. V prípade Poissonovoho pomeru je viditeľný rast so zvyšujúcou sa teplotou. Podľa očakávania nadobúda v kvapalnej fáze hodnoty 0,5. Softvér ANSYS túto hodnotu nepovoľuje zadať pretože by nastalo delenie nulou. Preto v tomto prípade bola zadaná hodnota 0,4999.

<sup>9</sup>Teploty odpovedajúce kvapalnej fáze.

<sup>10</sup>V publikácií [28] dokonca autori uvádzajú hodnotu 2 000 MPa.

## 5.6.2 Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti

Teplotné pretvorenie  $\varepsilon_{th}$  spôsobené zmenou teploty  $\Delta T$  je možné pre izotropný materiál zapísať vzťahom (5.2) [44].

$$\varepsilon_{th} = \alpha \Delta T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Kde  $\alpha$  je súčiniteľ teplotnej rozťažnosti. Pred samotným zadaním hodnôt súčiniteľa teplotnej rozťažnosti do softvéru ANSYS je nutné zadať o aký typ súčiniteľa sa jedná a jeho referenčnú teplotu. V softvéri ANSYS sa dajú zadať dva typy tohto súčiniteľa [41, 42]:

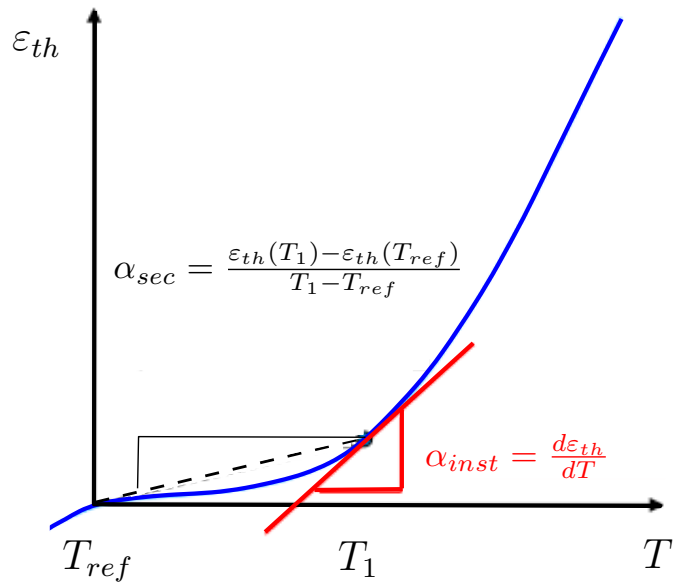
„**Secant coefficient**“: Je definovaný priemernou zmenou teplotného pretvorenia medzi teplotou  $T$  a referenčnou teplotou  $T_{ref}$ . Matematicky je popísaný vzťahom (5.3).

$$\alpha_{sec} = \frac{\varepsilon_{th}(T) - \varepsilon_{th}(T_{ref})}{T - T_{ref}} \quad (5.3)$$

„**Instantaneous coefficient**“: Je definovaný ako derivácia funkcie teplotného pretvorenia podľa teploty pri teplote  $T$ . Túto definíciu vyjadruje vzťah (5.4).

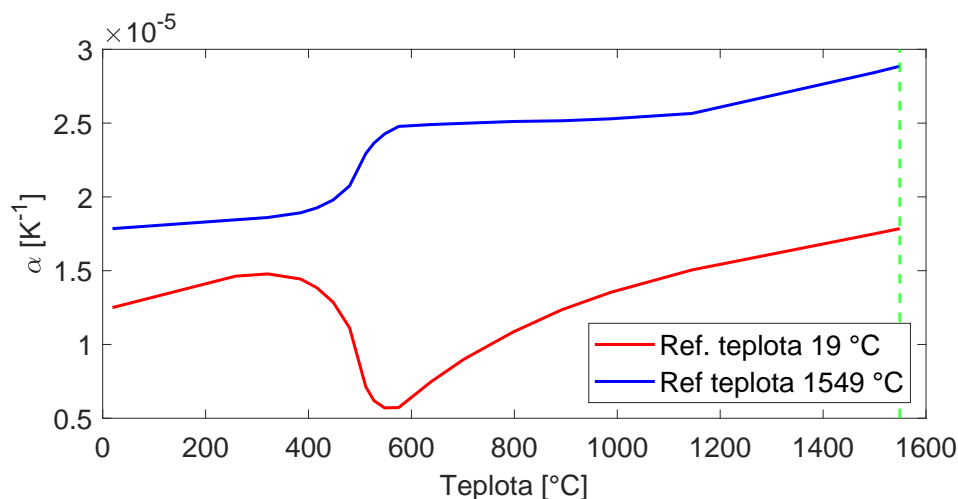
$$\alpha_{inst} = \frac{d\varepsilon_{th}}{dT} \quad (5.4)$$

Na obrázku 5.3 je znázornený rozdiel medzi týmito typmi súčiniteľa teplotnej rozťažnosti. Vstupom do výpočtového modelu v tejto práci je súčiniteľ pod označením „**Secant coefficient**“. Pre  $\Delta T$  vo vzťahu (5.2) potom platí, že  $\Delta T = (T - T_{ref})$ .



Obr. 5.3: Dva typy súčiniteľa teplotnej rozťažnosti v softvéri ANSYS. Prevzaté z [42], upravené.

Dodané experimentálne hodnoty súčiniteľa teplotnej rozťažnosti v závislosti na teplote boli zmerané pre referenčnú teplotu 19 °C. To znamená, že pri tejto teplote je teplotné pretvorenie nulové. Referenčnú teplotu bolo nutné prepočítať na teplotu roztavenej oceli, čo odpovedá teplote 1549 °C. Prepočet na novú referenčnú teplotu je prevedený podľa vzťahu (5.5) [41]. Hodnoty sú potom zobrazené na obrázku 5.4, pričom do softvéru ANSYS boli tabelárne zadané hodnoty pre referenčnú teplotu 1549 °C.



Obr. 5.4: Experimentálne hodnoty súčiniteľa teplotnej rozťažnosti v závislosti na teplote pre pôvodnú a prepočítanú referenčnú teplotu.

$$\alpha_{1549}^{sec}(T) = \alpha_{19}^{sec}(T) + \frac{T_{1549} - T_{19}}{T - T_{1549}} (\alpha_{19}^{sec}(T) - \alpha_{19}^{sec}(T_{1549})) \quad (5.5)$$

**Poznámka:** Pri prepočte súčiniteľa teplotnej rozťažnosti vzniká singularita pre hodnotu pri teplote  $T_{1549}$  (delenie nulou). Na určenie hodnoty súčiniteľa pre túto teplotu bola použitá lineárna extrapolácia z dvoch predchádzajúcich hodnôt.

### 5.6.3 Plastické deformácie

Popis správania sa materiálu v oblasti plastických (trvalých) deformácií je značne zložitejší, ako je to v prípade elastických deformácií, ktoré sú v tomto prípade popísané Hookovým zákonom. Plastické deformácie je možné popísať rôznymi modelmi. Medzi najviac používané patrí aj prírastková teória plasticity. Predtým ako bude popísaný model plasticity použitý v softvéri ANSYS, je uvedené krátke zhrnutie teórie popisu plastických deformácií.

#### Prírastková teória plasticity

Teória vychádza z modelovania elastickej  $d\varepsilon_{el}$  a plastickej  $d\varepsilon_{pl}$  zložky celkovej deformácie  $d\varepsilon$  zvlášť. Matematicky je predchádzajúce tvrdenie popísané vzťahom (5.6).

$$d\varepsilon = d\varepsilon_{el} + d\varepsilon_{pl} \quad (5.6)$$

Ako je uvedené v predchádzajúcej časti, elastická zložka deformácie je popísaná Hookovým zákonom (5.1). Popis plastickej zložky deformácie sa skladá z troch častí, ktoré sú základom prírastkovej teórie plasticity [38, 39]:

1. Podmienka plasticity
2. Zákon tečenia
3. Zákon spevnenia

### Podmienka plasticity

Definuje medzný stav napätosti, ktorý vyvolá trvalé deformácie v materiáli. Vzťah (5.7) vyjadruje podmienku plasticity pomocou redukovaného napätia  $\sigma_{red}$ .

$$\sigma_{red} - \sigma_k(\hat{\varepsilon}_{pl}) = 0 \quad (5.7)$$

Kde  $\sigma_k(\hat{\varepsilon}_{pl})$  je aktuálna medza klzu závislá na predchádzajúcej plastickej deformácii, ktorá je vyjadrená akumulovaným plastickým pretvorením. Pokiaľ materiál ešte nedosiahol predtým medzu klzu, a teda  $\hat{\varepsilon}_{pl} = 0$ , jedná sa o pôvodnú medzu klzu ktorá odpovedá materiálovej charakteristike  $R_e$  [38]. Redukované napätie podľa podmienky Von-Mises sa spočíta pomocou hlavných<sup>11</sup> napätí zo vzťahu (5.8).

$$\sigma_{red} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2} \quad (5.8)$$

### Zákon tečenia

Popisuje prírastok plastickej deformácie v závislosti na prírastku napätia a je možné ho definovať vzťahom (5.9).

$$d\varepsilon_{pl} = d\lambda \frac{\partial Q_p}{\partial \sigma} \quad (5.9)$$

Kde  $\lambda$  značí plastický multiplikátor a pre materiály akými sú kovy sa tento potenciál stotožňuje s plochou plasticity a môže byť formulovaný vzťah (5.10) [38].

$$d\varepsilon_{pl} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (5.10)$$

### Zákon spevnenia

Pri plastickej deformácii dochádza ku spevneniu materiálu a tým pádom sa mení plocha plasticity. Medzi základné modely spevnenia materiálu patrí izotropné a kinematické spevnenie. Zásadný rozdiel je v tom, akým spôsobom sa mení plocha plasticity. V prípade izotropného modelu sa táto plocha zväčšuje všetkými smermi rovnako. Pri kinematickom modeli spevnenia sa plocha plasticity posúva v priestore hlavných napätí bez zmeny rozmerov [38, 44]. K dispozícií sú aj komplexnejšie

---

<sup>11</sup>Normálové napätia pôsobiace vo vzájomne kolmých rovinách s nulovým šmykovým napätím [43].

modely, ako napríklad model spevnenia Chaboche [45]. Praktické použitie komplexnejších modelov je však bohužiaľ väčšinou obmedzené a to hlavne kvôli nedostatku materiálových dát pre správne naladenie parametrov modelu.

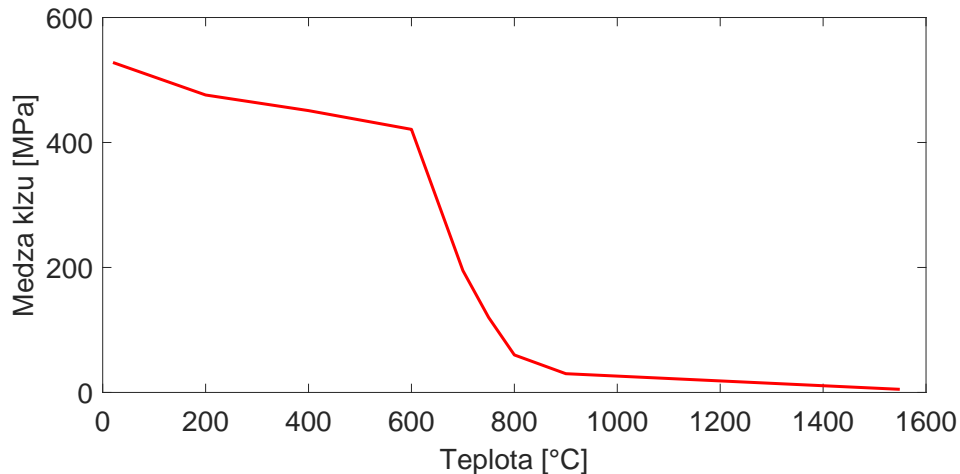
## Model plasticity v ANSYS-e

Softvér ANSYS ponúka množstvo modelov pre popis plastického správania sa materiálu. Použitý v tejto práci je multi-lineárny model, ktorý môže byť skombinovaný s izotropným alebo kinematickým spevnením. V zásade sa jedná o aproximáciu ťahového diagramu po častiach lineárnou funkciou.

Vstupom do softvéru sú hodnoty skutočného pretvorenia a k nim príslušné hodnoty skutočného napätia<sup>12</sup>.

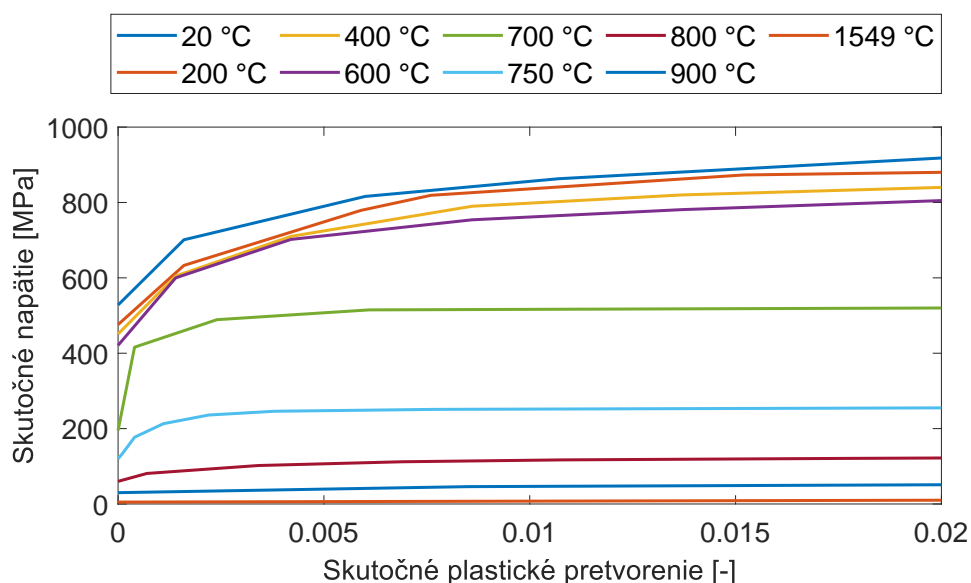
## Experimentálne dáta

Vstupnými veličinami pre model plasticity boli dodané, experimentálne získané, hodnoty medze klzu (obrázok 5.5) a krivky závislosti skutočného napätia na skutočnom plastickom pretvorení (obrázok 5.6). Dáta boli dodané pre maximálnu teplotu 900 °C. Pre teplotu 1549 °C bola použitá hodnota medze klzu 5 MPa.



Obr. 5.5: Závislosť medze klzu na teplote.

<sup>12</sup>V softvéri ANSYS je možné zadať celkové alebo plastické pretvorenia.



Obr. 5.6: Závislosť skutočného napätia na skutočnom plastickom pretvorení. Krivky sú pre rôzne teploty. Tieto hodnoty sú použité pre multi-lineárny model materiálu v ANSYS-e.

### 5.6.4 Creep

Ako bolo uvedené na začiatku kapitoly, dodané materiálové charakteristiky sú postačujúce pre elasto-plastický model materiálu. Na základe informácií uvedených v rešeršnej analýze a po prvých získaných výsledkoch sa rozhodlo, že bude vhodné model materiálu pre jednu počítanú variantu rozšíriť aj o popis visko-plastických javov oceli v oblasti vysokých teplôt. Stávajúci elasto-plastický model materiálu bol doplnený o časť popisujúcu ďalší typ nevratnej deformácie - „*creep*“.

„*Creep*“ je nevratná deformácia materiálu, ktorá je funkciou pôsobiaceho napätia, času a teploty  $\varepsilon_{cr} = f(\sigma, t, T)$ . Existujú tri štádiá „*creep-u*“: primárny, sekundárny a terciárny. Vo väčšine modelov „*creep-u*“ vystupuje ako závislá veličina rýchlosť „*creep-ovej*“ deformácie  $\dot{\varepsilon}_{cr}$ . Problematika „*creep-u*“ je podrobne popísaná v [56]. Pre modelovanie visko-plasticity neboli k dispozícii žiadne dáta. Rešeršou bolo zistené, že na popis trvalých deformácií za vysokých teplôt pri plynulom odlievaní sa využíva napríklad model „*Norton*“ [24]. Slúži na popis sekundárneho štádia „*creep-u*“ a v manuáli softvéru ANSYS je možné preň nájsť predpis v tvare (5.11) [46]. Model „*Norton*“ využíva autor v práci [24], ale bohužiaľ konkrétne hodnoty koeficientov neboli nájdené.



$$\dot{\varepsilon}_{cr} = C_1 \sigma^{C_2} \exp\left(\frac{-C_3}{T}\right) \quad (5.11)$$

V publikácií [58] autori uvádzajú model „*creep-u*“, ktorý okrem sekundárneho štádia popisuje aj primárne štádium. V softvéri ANSYS je pod označením „*Combined Time Hardening*“ v tvare (5.12). V príspevku [57] je takisto dostupný tento model „*creep-u*“ aj s príslušnými koeficientami.

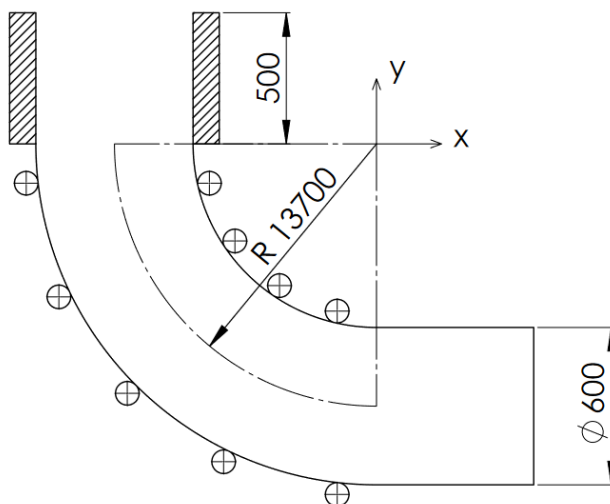
$$\varepsilon_{cr} = \frac{C_1 \sigma^{C_2} t^{C_3+1} \exp\left(\frac{-C_4}{T}\right)}{C_3 + 1} + C_5 \sigma^{C_6} t \exp\left(\frac{-C_7}{T}\right) \quad (5.12)$$

Z uvedených publikácií [57] a [58] boli prevzaté a upravené jednotlivé parametre modelu (5.12), ktoré boli využité v jednom z variantov výpočtového modelu. Viac je uvedené v časti 6.2.3.

## 5.7 Model geometrie a sieť konečných prvkov

### 5.7.1 Model geometrie

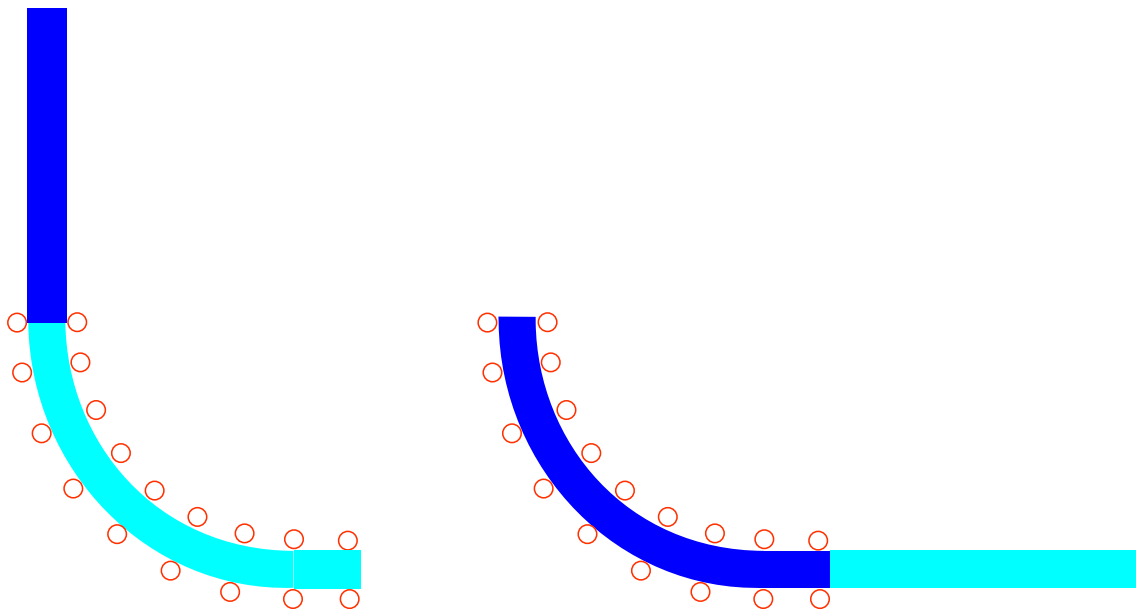
Modelované radiálne ZPO má stredný polomer zakrivenia<sup>13</sup> dráhy 13 700 mm. Priemer kruhového prierehu sochoru je 600 mm. Ďalej sú modelované valce tvoriace dráhu ZPO s rôznymi priermi, ktorých celkový počet je 57. Model obsahuje aj teleso kryštalizátoru so zadanou výškou 500 mm, ktorého význam v modeli bude uvedený neskôr. Schéma ZPO s hlavnými rozmermi je na obrázku 5.7.



Obr. 5.7: Schéma modelovaného ZPO s hlavnými rozmermi. Rozmery nie sú zobrazené proporčne.

<sup>13</sup>Polomer zakrivenia predstavuje vzdialenosť od stredu krivosti (zobrazený súradnicový systém) k ose sochoru a je uvažovaný ako konštantný po celom oblúku.

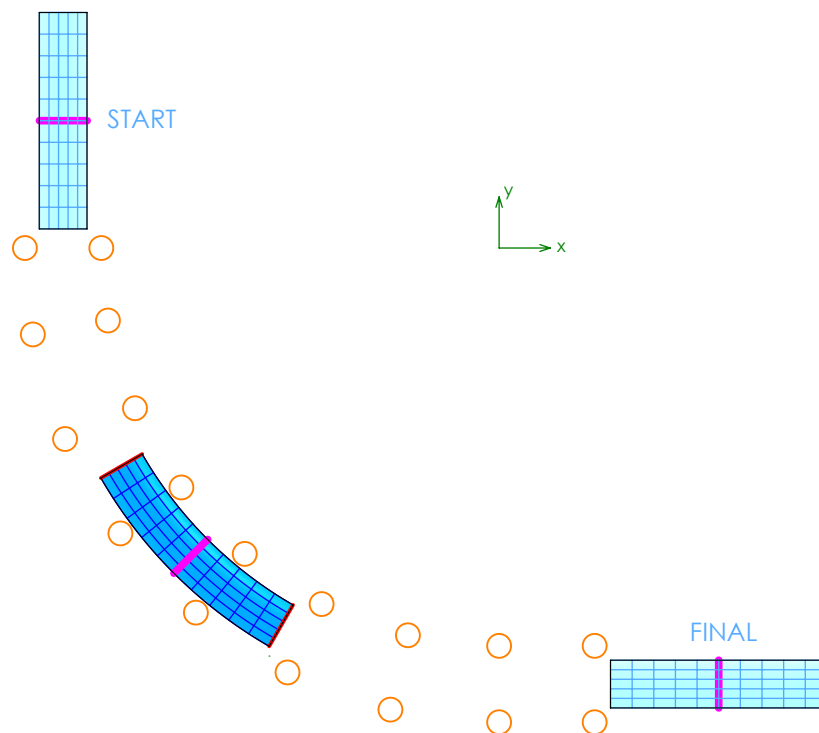
Úplne na začiatok bolo potrebné sa vysporiadať s tým, že počas procesu je ocel plynule dodávaná do kryštalizátoru a jedná sa teda o akýsi „nekonečný“ proces. Jednou z možností je postupný „*remeshing*“, čo je možné v tomto kontexte voľne preložiť ako vytváranie nových prvkov v mieste kryštalizátoru, ktoré by predstavovali dodávanú ocel. Takýto prístup je popísaný napríklad v [52]. V ANSYS-e by nebola implementácia takéhoto prístupu úplne vhodná. Model preto vychádza z elegantného riešenia, ktoré popísal autor v práci [17] a schéma je na obrázku 5.8. Roztavená ocel je na počiatku simulácie modelovaná ako zvislý pás konečných prvkov (tmavomodrá oblasť z obrázku 5.8) s teplotou tavenia oceli. Tento pás, tvoriaci akýsi zásobník, sa postupne ochladzuje a pohybuje sa cez sústavu valcov do vodorovnej polohy. Model obsahuje aj pomocnú oblasť (bledomodrá oblasť z obrázku 5.8), ktorá je v danom modeli použitá na prvotné prispôbenie kontaktných nelinearít. Analýza je rozdelená na jednotlivé časové kroky, z ktorých každý predstavuje jednu staticky-teplotne-štruktúrálnu analýzu. V každom časovom kroku sa ocel posunie cez ZPO a zároveň sa zmení teplota v jednotlivých uzloch siete. Rozloženie teplôt je aj v prípade [17] jedným zo vstupov do analýzy. Výsledná napätosť je potom určená iba z výsledkov v tmavomodrej oblasti. Výsledky z bledomodrej oblasti nemohli byť využité na korektné stanovenie deformácie a napätosti.



Obr. 5.8: Schéma výpočtového modelu s využitím MKP pre určenie napätosti a deformácie od autora [17]. Vľavo je konfigurácia na počiatku simulácie a vpravo na konci.

Nevýhodou prístupu popísaného v [17] je veľké množstvo nevyužitých prvkov - celá bledomodrá oblasť. Po prvých výpočtoch a na základe získaných informácií z rešerš-

nej analýzy bolo prijaté rozhodnutie, že popísaný algoritmus je možné ešte vylepšiť a zefektívniť. To najmä z dôvodu nevyužitých prvkov a problémom s konvergenciou riešenia, ktorá nastávala najmä pri prvkoch v pomocnej oblasti. Hlavná myšlienka úpravy spočíva v tom, že modelovanou doménou je iba dostatočne dlhý úsek materiálu a výsledky budú vyhodnocované z priečného prierezu, ktorý bude v strednej časti (na obrázku 5.9 ružovou farbou). V tejto práci bol modelovaný úsek sochoru dlhý 6 000 mm. Na oboch koncoch tohto úseku (na obrázku 5.9 červenou farbou) je použitý model väzieb. Tieto väzby zabezpečia pohyb sochoru a nahradia vplyv ostatného materiálu v systéme. Takýmto spôsobom pristúpili k riešeniu napríklad autori [12], [27] a [51]. Podrobný popis väzieb a celého algoritmu je popísaný v časti 5.8.



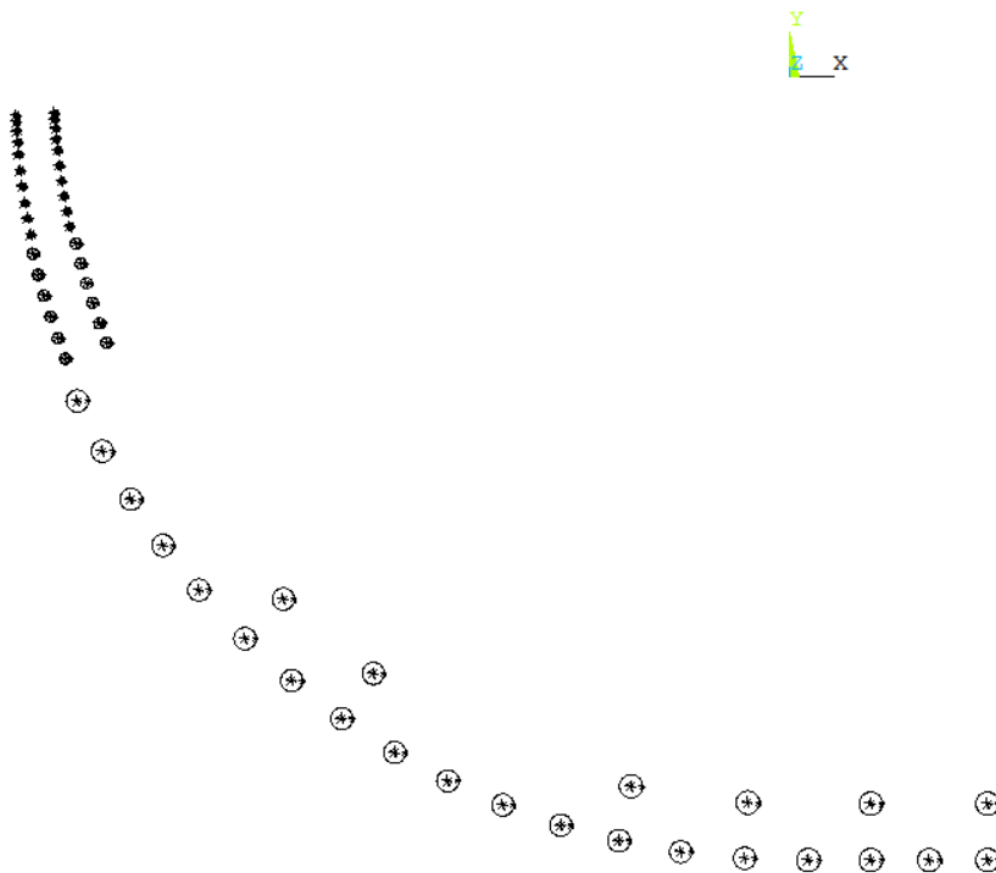
Obr. 5.9: Schéma upraveného modelu. Z pôvodne zvislej pozície, prechádza cez ZPO úsek kontizliatku s určitou dĺžkou a zastaví sa na konci vo vodorovnej polohe, kde vychladne. Na obrázku sú zobrazené všetky tri fázy.

## 5.7.2 Sieť konečných prvkov

### Rovinný model

Modelovanou doménou bola rovina symetrie sochoru XY. Sochor bol v prípade rovinného modelu diskretizovaný s využitím rovinných prvkov s označením PLANE182

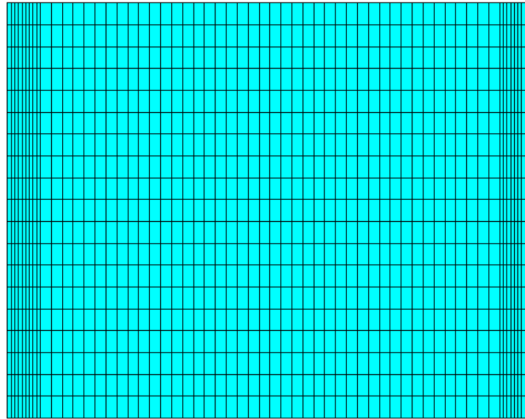
s lineárnou bázovou funkciou. Kvadratické prvky PLANE183 sa ukázali ako nie moc vhodné. To najmä z dôvodu, že boli podstatne náročnejšie z pohľadu výpočtového času, pričom rozdiel výsledkov oproti lineárnym prvkom bol nepodstatný. Pri rovinnom výpočtovom modeli bol prijatý predpoklad rovinatej deformácie<sup>14</sup>. Interakcia sochoru s valcami ZPO bola zabezpečená vytvorením kontaktných dvojíc. Na povrchu sochoru boli vygenerované kontaktné prvky CONTA172 a valce boli modelované ako tuhé pomocou prvkov TARGE169. Ladenie nastavení kontaktných dvojíc je uvedené v samostatnej časti. Rozloženie a rozmery jednotlivých valcov boli známe na základe dodanej dokumentácie týkajúcej sa ZPO. Informácie týkajúce sa uloženia valcov neboli dostupné, preto je uloženie modelované ako tuhé. Rozloženie valcov je na nasledujúcom obrázku 5.10.



Obr. 5.10: Rozloženie valcov ZPO, je totožné pre rovinný aj priestorový model.

Diskretizácia rovinného modelu sochoru je na obrázku 5.11. V axiálnom smere je veľkosť prvku 25 mm. V radiálnom smere je to 12 mm. Vo vzdialenosti 30 mm od okraja je sieť zjemnená v radiálnom smere na 4 mm kvôli väčším teplotným gradientom.

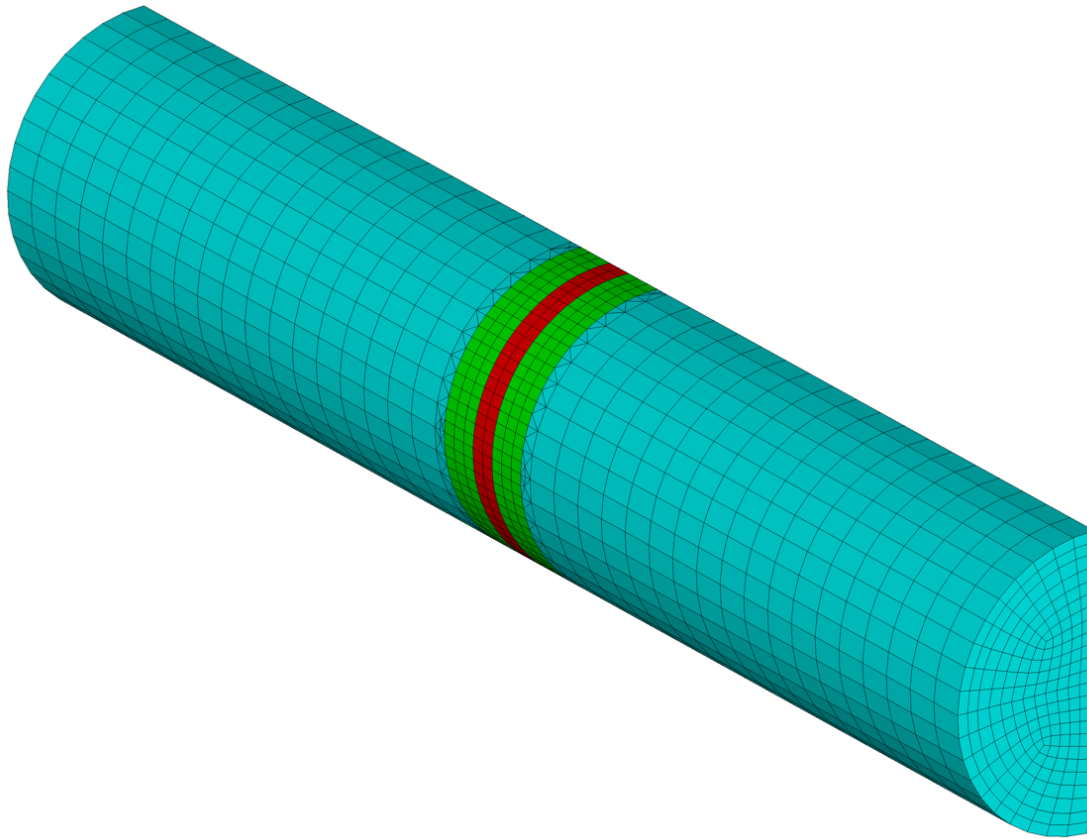
<sup>14</sup>Podrobnejší komentár k tomuto predpokladu je uvedený v časti 6.



Obr. 5.11: Diskretizácia rovinného modelu sochoru. Z praktických dôvodov je zobrazený kratší úsek ako bol v skutočnosti modelovaný.

### **Priestorový model**

Priestorový model bol diskretizovaný pomocou objemových prvkov pod označením SOLID185 s lineárnou bázovou funkciou. Kvadratické prvky SOLID186 sa aj v tomto prípade ukázali ako nevhodné, pretože nemali podstatný vplyv na výsledky a výpočtové časy boli neporovnateľne vyššie. Rovnako tak lineárne prvky vykazovali lepšiu konvergenciu riešenia. Samotná sieť konečných prvkov modelu sochoru je zobrazená na obrázku 5.12. Pretože je úloha symetrická vzhľadom k rovine XY, modelovaná je iba jedna polovica. Z dôvodu čo najvyššej úspory výpočtového času a pamäte počítača obsahuje sieť tri oblasti, ktoré sú znázornené na obrázku 5.12.

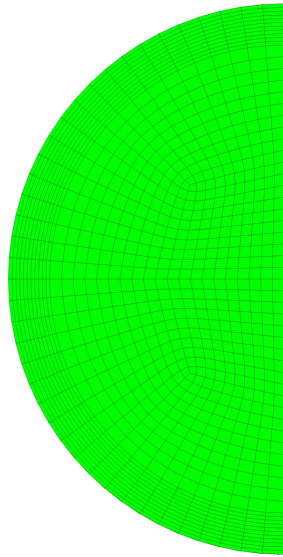


Obr. 5.12: Diskretizácia priestorového modelu sochoru (obrázok nie je v mierke).

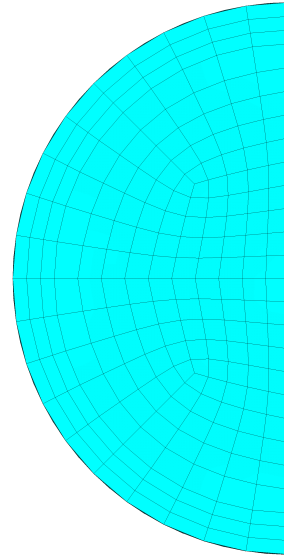
Modrou farbou je znázornená sieť prvkov, ktoré nahrádzajú materiál v okolí vyšetrovanej oblasti. V strede sa nachádza zelená oblasť, kde je sieť zjemnená. Červenou farbou sú znázornené prvky zjemnenej oblasti, z ktorej sú vyhodnocované výsledky<sup>15</sup>. Základná veľkosť prvku v zjemnenej oblasti je 17 mm v radiálnom smere a 25 mm v axiálnom. Modrá oblasť je tvorená prvkami so základnou veľkosťou 35 mm v radiálnom smere a 75 mm v axiálnom. Diskretizácia jednotlivých oblastí je zobrazená v reze na obrázku 5.13

---

<sup>15</sup>Ako bude uvedené ďalej, analýza obsahuje veľký počet krokov s čím súvisí náročnosť na pamäť počítača. Z tohto dôvodu sú do výsledkových súborov v každom kroku zapisované iba výsledky prvkov z tejto červenej oblasti.



(a) Diskretizácia zjemnenej časti.



(b) Diskretizácia pomocnej časti.

Obr. 5.13: Diskretizácia priečného prierezu priestorového modelu sochoru. Diskretizácia zelenej a červenej oblasti z obrázku 5.12 je totožná.

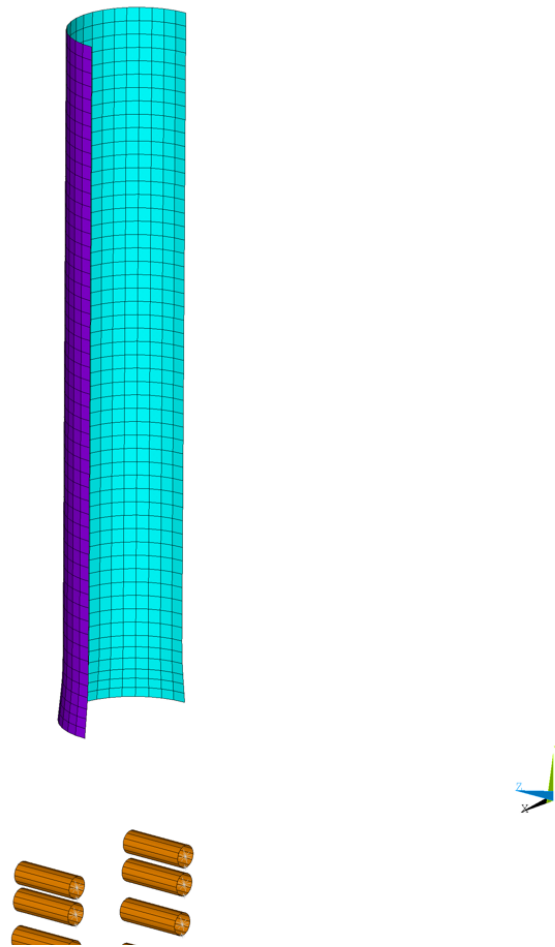
Ako je vidieť na obrázku 5.13a, do vzdialenosti 50 mm od okraja je sieť zjemnená na štvrtinovú veľkosť prvku. Dôvodom je aj v tomto prípade veľký teplotný gradient, hlavne v počiatočných fázach ochladzovania. Ďalšie zjemnenie siete nemalo významný vplyv na výsledky<sup>16</sup>, preto bola využitá táto úroveň diskretizácie.

Môže sa ponúkať otázka, či je sieť dostatočne jemná s ohľadom na analýzu kontaktu s valcami. V prípade, ak by boli systematicky sledované kontaktné tlaky, bolo by nutné sieť veľmi pravdepodobne ešte zjemniť. V takomto prípade by však výpočtové časy boli tak vysoké, že by model strácal svoj význam. Prípadne by nemusel byť spočítateľný vôbec.

Valce tvoriace dráhu ZPO sú rovnako, ako v prípade rovinného modelu, modelované ako tuhé s využitím prvkov TARGE170, pričom pre zaistenie interakcie so sochorom sú na povrchu sochoru vygenerované prvky CONTA174. Rozloženie valcov je totožné ako v prípade rovinného modelu. Pričom sú „vysunuté“ do tretieho rozmeru.

<sup>16</sup>To platí iba pre napätosť generovanú teplotným poľom, nie pri kontaktných tlakoch. Vplyv zjemnenia siete sa na zmenu kontaktného tlaku nekontroloval.

Modelovanou súčasťou ZPO je aj teleso kryštalizátoru. V tomto prípade je to pomocné teleso, ktoré zabráni vychýleniu zvislého pásu konečných prvkov, predstavujúcich roztavenú oceľ v počiatočných fázach simulácie. Toto teleso je rovnako modelované ako tuhé pomocou prvkov TARGE170. Rozmery odpovedajú rozmerom sochoru, tak aby medzi sochorom a telesom kryštalizátoru bola minimálna vôľa. Model telesa kryštalizátoru s valcami v hornej časti je možné vidieť na obrázku 5.14. Na spodnom konci je mierne zaoblenie, pretože pri ladení modelu nastával problém s konvergenciou kontaktnej analýzy v prípade rovného konca. Zaoblenie problému odstránilo. Na počiatku simulácie je celý sochor, tvorený prvkami s teplotou kvapalnej fázy, vo vnútri kryštalizátoru.



Obr. 5.14: Model telesa kryštalizátoru s valcami v hornej časti ZPO.



## 5.8 Model interakcií

### Všeobecne k ladeniu nastavení kontaktných dvojíc

Interakcie tuhého sochoru s valcami a kryštalizátorom boli zabezpečené vytvorením jednotlivých kontaktných dvojíc, ktorých ladenie a výsledné nastavenie je popísané nasledujúcimi riadkami. Postup ladenia je zhodný pre rovinný aj priestorový model. No v prípade priestorového modelu zabralo ladenie kontaktnej analýzy nepomerne menej času, a to vďaka skúsenostiam z rovinného modelu. Rozdiel je v použití príslušných prvkov a v niektorých parametroch nastavení. Terminológia a popisy sa odvíjajú z [53] a [54]. Pri celkovom ladení nastavení modelu zabralo odladenie kontaktnej analýzy drvivú väčšinu času. Ladenie začínalo so zjednodušeným modelom - obsahoval iba 6 valcov cez ktoré bol „přefahovaný“ materiál. V ďalších etapách už boli modelované všetky kontaktné dvojice v modeli.

V prvých etapách práce boli všetky kontaktné dvojice vytvárané prostredníctvom grafického rozhrania klasického prostredia ANSYS-u a následného kopírovania príkazov do makier z „log file“. Toto sa ukázalo ako nevhodné, pretože „log file“ obsahoval množstvo nastavení a pri vytváraní parametrického modelu sa stávalo makro neprehľadné. Inými slovami, prvé fázy a pokusy ladenia kontaktnej analýzy je možné nazvať aj metódou pokus-omyl. Vo finálnej verzii makro obsahuje len nevyhnutné nastavenia zadané podľa [53]. Ostatné príkazy vygenerované v „log file“ neboli použité. Jednotlivé nastavenia sú zhrnuté pre konkrétne typy kontaktných dvojíc a sú uvedené nižšie. Znovu treba zdôrazniť, že sa jednalo o iteračný proces s množstvom neúspešných pokusov. Ladenie však dospelo do úspešného konca aj s využitím dostupných odporúčaní v [54], [55]. Z praktických dôvodov je v tejto časti zachovaná anglická terminológia, prípadne je v popise použitý voľný preklad.

### Kontaktná dvojica sochor - valec

Ako bolo uvedené vyššie, valce sú modelované ako tuhé pomocou prvkov s označením TARGE169 (2D) alebo TARGE170 (3D). Na povrchu sochoru sú vygenerované kontaktné prvky CONTA172 (2D) alebo CONTA174 (3D). Pokiaľ tvar tuhého telesa predstavuje jednoduchý geometrický útvar, algoritmus ANSYS-u vygeneruje jeden prvok v tvare tohto telesa. V terminológii ANSYS-u je použité označenie „primitives“ [54, 53]. V závislosti na type úlohy je tento „primitives“ prvok rovinný alebo priestorový. Konečným prvkom je v tomto prípade samotný valec. Každému valcu prislúchajú dva uzly. Navyše je pre každý valec definovaný riadiaci uzol - „pilot

*node*“, ktorým je možné riadiť natočenie a posuvy jednotlivých valcov<sup>17</sup>. Všetky kontaktné dvojice v tejto práci sú uvažované bez trenia - „*frictionless*“.

Interakcia dvoch telies v algoritmoch MKP je založená na výraznom zvýšení tuhosti medzi kontaktnými prvkami [39]. V tomto prípade sa jedná o štandardnú kontaktnú dvojicu. Pri ladení kontaktnej analýzy bola najskôr využívaná formulácia „*Penalty*“. Riešenie siete vykazovalo lepšiu konvergenciu, avšak vzájomná penetrácia prvkov bola v rádoch desiatok percent veľkosti prvku. Preto bola formulácia upravená na „*Augmented Lagrange*“, ktorá v sebe zároveň zahŕňa geometrickú podmienku penetrácie [39]. Aby penetrácia bola dostatočne malá, bola postupným ladením upravená hodnota faktoru kontaktnej tuhosti (FKN). Kontaktná tuhosť bola aktualizovaná v každej iterácii s nastavením „*aggressive*“. Nakoniec bolo potrebné nastaviť prvotnú inicializáciu kontaktu v každom kroku - „*load step-e*“, tak aby boli automaticky ignorované prvotné penetrácie a vymedzené vôle medzi telesami, ktoré tvoria kontaktnú dvojicu - príkaz „*adjust to touch*“.

Jednotlivé kontaktné dvojice majú spoločnú sadu „*real constants*“ pre predpísanie vyššie uvedených parametrov kontaktnej dvojice. Tieto sú uvedené v súhrnnej tabuľke 5.1 pre rovinný aj priestorový model.

Tab. 5.1: Podstatné nastavenia „*real constant*“ kontaktnej dvojice sochor-valec.

| <b>Parameter</b>     | <b>Model - 2D</b>  | <b>Model - 3D</b>  |
|----------------------|--------------------|--------------------|
| Formulation          | Augmented Lagrange | Augmented Lagrange |
| FKN                  | 0.1                | 10                 |
| Friction             | Frictionless       | Frictionless       |
| Stiffness update     | Aggressive         | Aggressive         |
| Contact behaviour    | Standard           | Standard           |
| Automatic adjustment | Adjust to touch    | Adjust to touch    |

### **Kontaktná dvojica sochor - kryštalizátor**

K interakciám sochoru s kryštalizátorom dochádza na vnútornej strane kryštalizátoru na počiatku analýzy. Nastavenie kontaktnej dvojice je podobné ako pre dvojicu valec-sochor. Zmena je iba v hodnote faktoru kontaktnej tuhosti FKN. V tomto prípade je

<sup>17</sup>Toto nebolo využité v analýzach prezentovaných v tejto práci, nakoľko presadenia ani posuvy valcov všeobecne neboli známe. Vytvorený modul v modeli túto možnosť obsahuje.

použitá nižšia hodnota pretože kryštalizátor slúži len ako pomocné teleso a prípadná vyššia penetrácia nemá podstatný význam. Parametre sú uvedené v tabuľke 5.2.

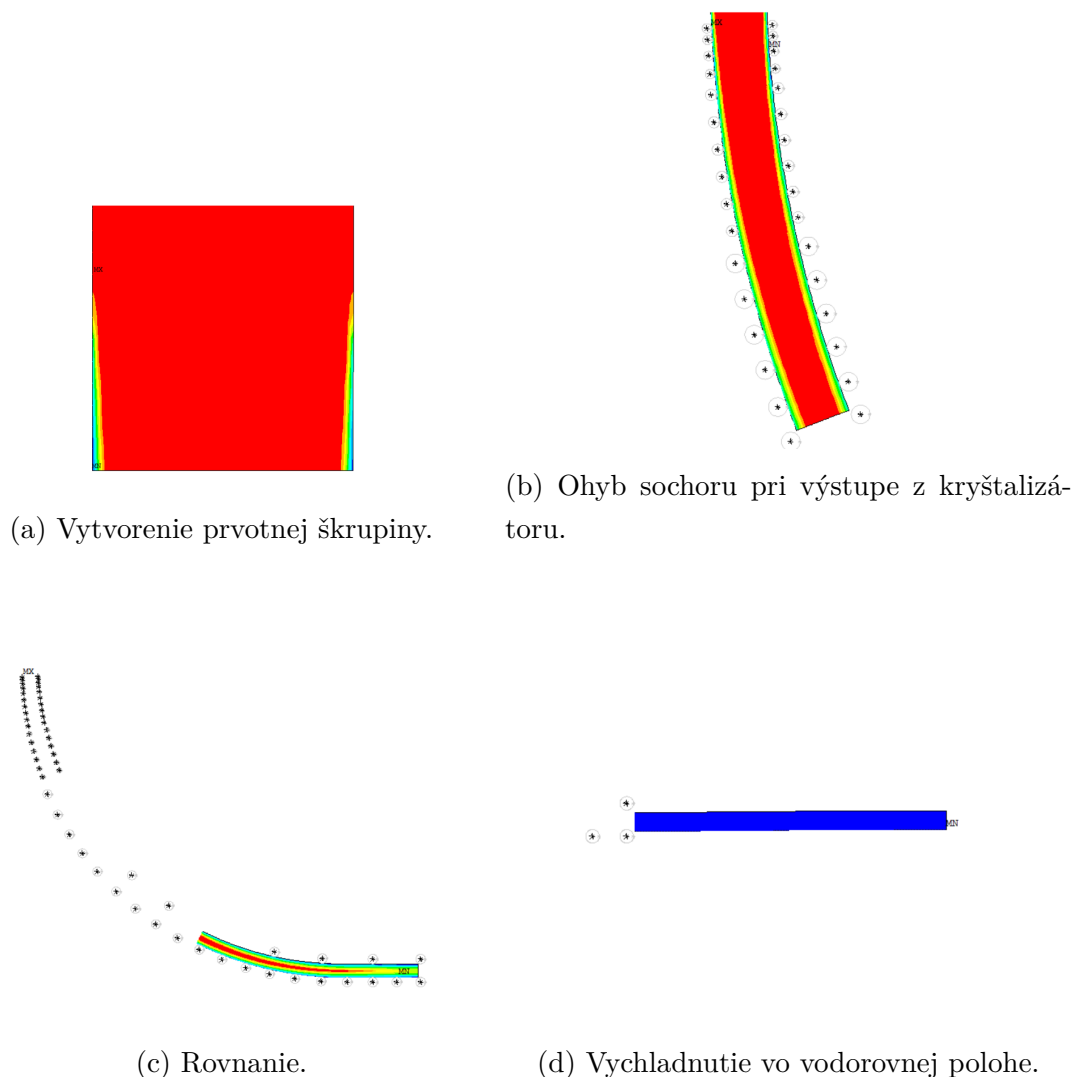
Tab. 5.2: Podstatné nastavenia „*real constant*“ kontaktnej dvojice sochor-kryštalizátor.

| Parameter            | Model - 2D         | Model - 3D         |
|----------------------|--------------------|--------------------|
| Formulation          | Augmented Lagrange | Augmented Lagrange |
| FKN                  | 0.05               | 0.1                |
| Friction             | Frictionless       | Frictionless       |
| Stiffness update     | Aggressive         | Aggressive         |
| Contact behaviour    | Standard           | Standard           |
| Automatic adjustment | Adjust to touch    | Adjust to touch    |

## 5.9 Pohyb sochoru a aplikované zaťaženie

Vhodným predpísaním okrajových podmienok je zabezpečený pohyb sochoru dráhou ZPO a súčasne aplikovanie teplotného zaťaženia v jednotlivých uzloch, v každom kroku výpočtu, kým sochor neprejde celou dráhou ZPO a nevychladne. Celá analýza je rozdelená na 4 090 krokov, pričom každý krok zodpovedá jednej fiktívnej sekunde. Modelovaný proces je rozdelený na tri hlavné etapy a to práve podľa aplikovaného zaťaženia. Tieto etapy sú ilustrované obrázkom 5.15 a jedná sa o nasledovné:

1. Aplikovanie teplotného zaťaženia, bez pohybu sochoru - vytvorenie prvotnej škrupiny (obrázok 5.15a, krok 1 až 20).
2. Aplikovanie teplotného zaťaženia, s pohybom sochoru - ohyb v počiatočných fázach, prechod dráhou ZPO a následné rovnanie (obrázok 5.15b a 5.15c, krok 21 až 1 400).
3. Aplikovanie teplotného zaťaženia, bez pohybu sochoru - postupné ochladzovanie vo vodorovnej polohe za ZPO (obrázok 5.15d, krok 1 401 až 4 090).



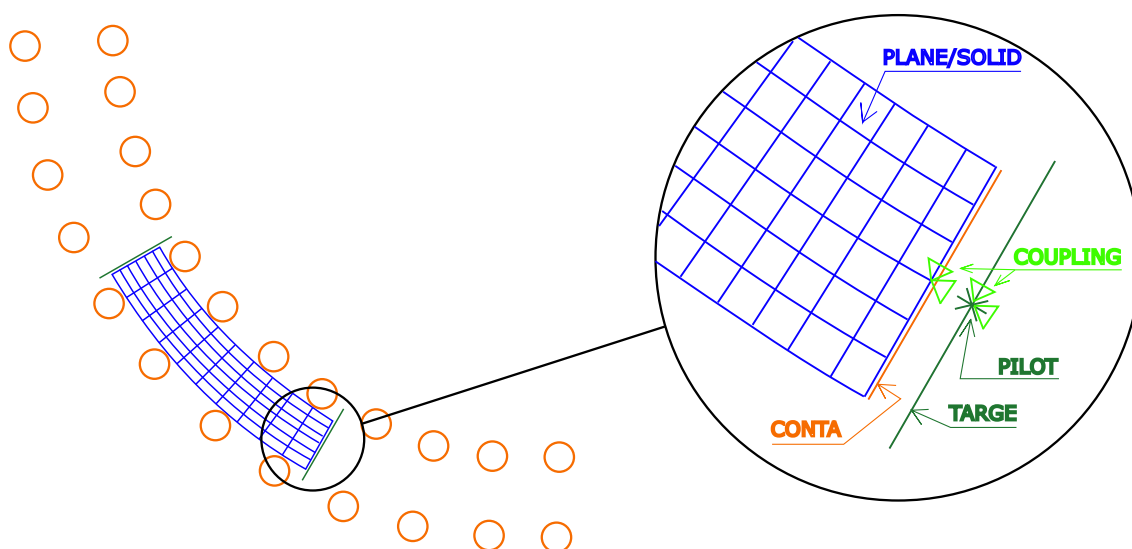
Obr. 5.15: Pohyb tuhniaceho sochoru dráhou ZPO počas simulácie znázornený v hlavných etapách. Kontúrami je ilustrované rozloženie teplôt na rovine symetrie. Hodnoty teplôt nie sú pre ilustráciu podstatné.

### 5.9.1 Pohyb sochoru

Pohyb sochoru nastáva po vytvorení prvotnej škrupiny. Zo zvislej polohy prechádza model sochoru postupne dráhou ZPO do vodorovnej polohy. Axiálny posuv v každom kroku je 25 mm. Táto hodnota sa odvíja od diskretizácie teplotnej analýzy. Predpísanie okrajových podmienok pre zabezpečenie pohybu sochoru nebola triviálna záležitosť. V odbornej literatúre boli dostupné len všeobecne informácie o nastavení okrajových podmienok. Je možné odcitovať z publikácie, v ktorej bol popis deformačných okrajových podmienok najviac konkrétny: „*Boli zamedzené posuvy na rovine symetrie a oba konce boli riadené predpísaním posuvov a natočení* [51].“

Predpísanie okrajových podmienok pre zabezpečenie pohybu sochoru je založené na nasledujúcom princípe:

Ide o rovnaký postup pri rovinnom aj priestorovom modeli. Jediný rozdiel spočíva v tom, že v prípade priestorového modelu sú zamedzené posuvy na rovine symetrie<sup>18</sup> XY a všetko je o dimenziu vyššie. V mieste predného a zadného čela sochoru sú vygenerované tuhé prvky TARGE169(2D) alebo TARGE170(3D), pričom každý z nich má svoj riadiaci uzol - „*pilot node*“. (viď detail na obrázku 5.16). Tuhému prvku na prednom čele sú predpísané posuvy a natočenie. Pohyb sa z tuhého prvku na sochor prenáša s využitím kontaktnej dvojice „*no separation*“<sup>19</sup> a synchronizáciou pohybu uzlu z prvku siete sochoru s riadiacim uzlom (s využitím „*coupling*“), viď detail z obrázku 5.16.



Obr. 5.16: Schéma upraveného modelu, kde je modelovaná iba časť materiálu sochoru. Sochor prechádzajúci oblúkovou časťou so zobrazeným detailom predného čela, na ktoré sú zadávané príslušné OP. Pre ilustráciu sú prvky na čele zobrazené od seba, ale v skutočnosti ležia „na sebe“ a tvoria kontaktnú dvojicu - „*no separation*“.

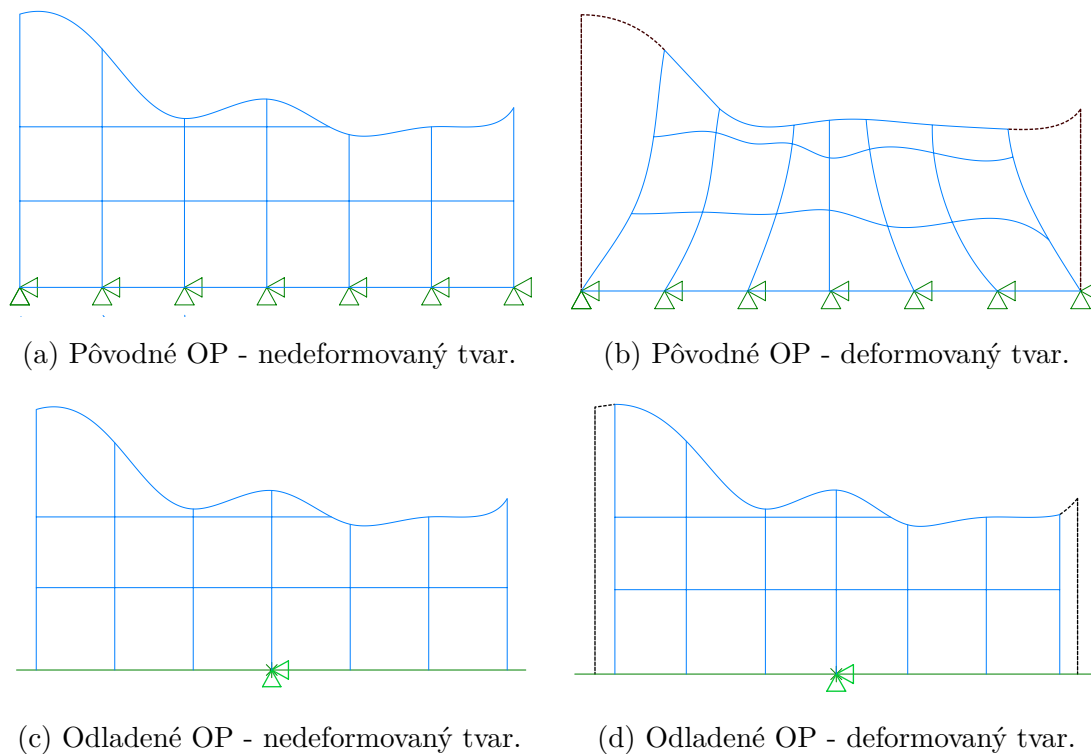
Predpísanie okrajových podmienok na zadnom čele je založené na rovnakom princípe, s tým rozdielom, že je predpísaná riadiacemu uzlu vždy iba rotácia a to na základne aktuálnej polohy, aby čelo sochoru bolo vždy kolmé na osu dráhy ZPO. V prípade ak by boli „natvrdo“ predpísané aj posuvy, sochor by sa nemohol zmršťovať

<sup>18</sup>Sú zamedzené posuvy v smere kolmom na túto rovinu.

<sup>19</sup>Toto nastavenie zabezpečí prenos zaťaženia iba v axiálnom smere a bude tak môcť dochádzať k zúženiu sochoru v radiálnom smere vplyvom zníženia teploty. Kontakt je bez trenia.

v axiálnom smere vplyvom zmeny teploty, a tým by vznikali nerealistické ťahové axiálne napätia.

**Poznámka:** Na prvý pohľad sa môže zdať, že zadanie okrajových podmienok je zbytočne komplikované. Prvá varianta spočívala v zadaní posuvov na všetky uzly čela tak, aby bol zabezpečený pohyb a tým pádom aj súčasná rotácia čela. Tento spôsob však spôsoboval v určitých fázach analýzy problémy s konvergenciou, pretože kvôli zúženiu vplyvom ochladenia dochádzalo ku koncentrácií napätia na okrajoch čela. Rozdiel je graficky znázornený na obrázku 5.17.



Obr. 5.17: Rozdiel v spôsobe zadávania okrajových podmienok. Vplyv ochladenia na tvar čela sochoru. Čiernou farbou je pôvodný tvar pred ochladením.

## 5.9.2 Teplotné zaťaženie

V každom kroku analýzy bola každému uzlu predpísaná príslušná teplota. Tieto hodnoty vychádzali z teplotného výpočtu a boli dodané formou výsledkového súboru \*.mat, ktorý bol spracovaný v softvéri MATLAB. Tento súbor obsahoval súradnice uzlov a ich teplotu v každom časovom kroku. Po spracovaní boli súradnice s príslušnými teplotami importované do softvéru ANSYS vo forme tabuľky. Vzhľadom k tomu, že sieť použitá pri teplotnom výpočte nebola zhodná so sieťou použitou

pri štruktúrálnej analýze, bol pri zadávaní teplôt využitý príkaz „*\*MOPER*“. Tento príkaz interpoloval hodnoty teplôt uzlov s využitím súradníc z teplotného výpočtu na uzly so súradnicami pre štruktúrálnu analýzu.

Teplotný výpočet bol rozdelený na 40 000 krokov. Z praktický dôvodov nebol využitý každý časový krok v štruktúrálnej analýze. V prvých fázach sú gradienty teplôt pomerne vysoké. Neskôr sú však zmeny teplôt malé a môže byť využitý každý  $n$ -tý krok z časového výpočtu. Do kroku 2 000 bol použitý každý časový krok, pretože zmeny teplôt sú v tejto oblasti pomerne výrazné. Postupne sa frekvencia použitých časových krokov znižovala, pričom štruktúrálna analýza nakoniec bola rozdelená „len“ na 4 090 krokov.

Zo skúseností je možné konštatovať, že táto redukcia nemá žiadny významný vplyv na výsledky. Úspora času a dátového úložiska je nesmierne veľká. Z pôvodných 40 000 krokov sa analýza zredukuje na 4 090 a vstupný súbor s teplotami má potom veľkosť „iba“ 4 GB. Tento postup bol aplikovaný aj pri predchádzajúcich výpočtoch na ÚMTMB s využitím „*slice*“ modelu.

### 5.9.3 Hydrostatický tlak

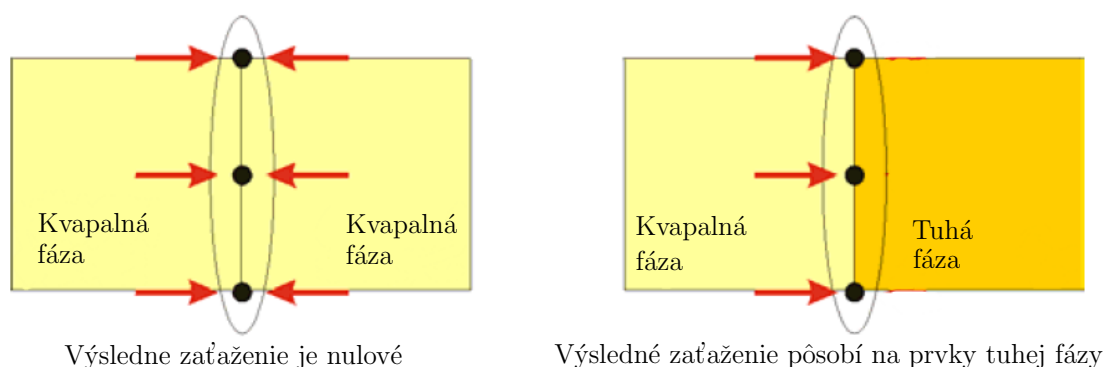
Oceľ, ktorá je v tekutom stave až do vzdialenosti metalurgickej dĺžky, sa správa voči svojmu okoliu ako vodný stĺpec a vytvára tak tlakové pôsobenie na stuhnutú škrupinu. Anglický pojem pre tento tlak je „*ferrostatic pressure*“. Hodnotu tohto tlaku možno určiť analogicky ako v prípade tlaku hydrostatického [3, 24]. Do výpočtového modelu je tento tlak implementovaný spôsobom, ktorý bol prevzatý z [24]. Pomocou makra je vytvorený algoritmus, ktorý určí priemernú teplotu prvku z príslušných uzlov. Pokiaľ je teplota prvku  $T_j$  vyššia, ako je teplota „solidu“  $T_{solid}$ , tak je aplikovaný tlak  $p_j$  na každú stenu  $j$ -tého prvku. Tento tlak je prepočítaný na sily, ktoré sú predpísané zodpovedajúcim uzlom a smerujú von z prvku v kolmom smere na stenu prvku. Prenos zafáženia je zobrazený obrázkom 5.18. Prirodzene, pre prvky, ktoré predstavujú pevnú fázu<sup>20</sup> je predpísaný tlak nulový. Výsledná hodnota tohto tlaku závisí od vzdialenosti k voľnej hladine oceli v kryštalizátore. Matematicky je možné hodnotu hydrostatického tlaku  $p_j$  pre  $j$ -tý prvok tekutej oceli vyjadriť vzťahom (5.13).

---

<sup>20</sup>Autor v [24] popisuje model pôsobenia hydrostatického tlaku aj v „*mushy*“ zóne. V tomto modeli boli pre výpočet hydrostatického tlaku uvažované iba pevná a kvapalná fáza.

$$p_j = \begin{cases} \rho \cdot h_j \cdot g & , \text{pre } T_j > T_{solid} \\ 0 & , \text{inak} \end{cases} \quad (5.13)$$

Kde  $\rho = 7\,300 \text{ kg/m}^3$  je hustota materiálu,  $h_j$  je vzdialenosť prvku k voľnej hladine oceli,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  je tiažové zrýchlenie,  $T_j$  je teplota prvku a  $T_{solid} = 1450^\circ\text{C}$ .



Obr. 5.18: Prenos aplikovaného zaťaženia medzi konečnými prvkami. Prevzaté z [24], upravené. Tlakové pôsobenie je prenášané príslušnými silami v uzloch.

Po implementácii tohto zaťaženia do výpočtového modelu sa ukázalo, že v prípade elasto-plastickej analýzy má zaťaženie od hydrostatického tlaku nevýznamný vplyv na výsledky. Vzhľadom na rozsah práce nie je porovnávací analýza vplyvu hydrostatického tlaku uvedená a všetky prezentované výsledky sú bez uvažovania tohto zaťaženia. Tento modul je však obsahom výpočtového modelu a môže byť využitý v budúcnosti s využitím visko-elasto-plastickeho modelu materiálu. Vplyv hydrostatického tlaku je významný najmä v prípade analýzy vydutia škrupiny, pričom majoritná zložka deformácie je „*creep-ová*“ [22, 26].

## 5.10 Všeobecné nastavenie analýzy

### 5.10.1 Nastavenia riešiča

Jedná sa o nelineárny výpočet s uvažovaním veľkých deformácií. Nastavenie výpočtu spočívalo v tom, že každý „*loadstep*“ bol rozdelený na minimálne 1 a maximálne 60 000 „*substep-ov*“. Pričom si softvér počet „*substep-ov*“ volil automaticky na základe aktuálnej konvergencie výpočtu. Rovnako tak bola zvýšená hodnota maximálneho počtu iterácií pre dosiahnutie rovnováhy v jednom „*substep-e*“ z pôvodných 15 na 100. Najväčší počet „*substep-ov*“ a iterácií bol potrebný v prípade prvotného ohybu



a pri styku sochoru s valcami v prvých fázach analýzy. Neskôr ešte pri fáze rovnania. Ostatné kroky väčšinou prebehli s využitím jedného „*substep-u*“.

### 5.10.2 Ukladanie výsledkov

Na toto nastavenie bol, a musí byť kladený veľký dôraz, najmä pri priestorovom modeli. Veľkosť výsledkového súboru závisí primárne na počte vyhodnocovaných uzlov a počte krokov analýzy. Z tohto dôvodu boli vybrané iba uzly z vyhodnocovaného rezu<sup>21</sup>, ktoré boli zapisované do výsledkového súboru. Aj napriek tomuto opatreniu boli výsledkové súbory rovinných modelov veľké približne v jednotkách GB. V prípade priestorových modelov sa veľkosť výsledkového súboru „vyšplhala“ až ku 60 GB.

### 5.10.3 Časová náročnosť výpočtu

#### 2D

Rovinný model sochoru obsahuje celkom 14 827 uzlov. Pričom výpočet finálnej verzie modelu trval približne 15 hodín.

#### 3D

Priestorový model bol na výpočet pochopiteľne náročnejší, obsahoval 42 307 uzlov, pričom elasto-plastická analýza trvala približne 5 dní. V prípade, že bol do modelu materiálu zahrnutý aj vplyv „*creep-u*“ výpočet trval ešte o deň dlhšie.

**Poznámka:** Pre zaujímavosť, zo skúsenosti je možné uviesť, že nezanedbateľný čas pri každom časovom kroku výpočtu zabrala len aplikácia samotného zaťaženia (predpísanie teploty každému uzlu s využitím procedúry „*for*“ cyklu).

## 5.11 Krátke zhrnutie tvorby výpočtového modelu

Odladenie výpočtového modelu do finálnej podoby trvalo viac než jeden rok priebežnej práce. Prvé neúspechy vyplývali aj z prvotnej neskúsenosti s klasickým prostredím softvéru ANSYS. Ako bolo uvedené, najväčší čas zabralo „pretiahnutie“ kontizliatku cez ZPO, čo súvisí najmä s problematikou veľkých deformácií a kontaktných nelinearit. Každý odladený model (2D a 3D) v podobe makier obsahuje vo finálnej verzii 7 textových súborov s jednotlivými modulmi, pričom každý model obsahuje celkovo približne 1 400 príkazových riadkov. Je pripravený byť jednoducho

<sup>21</sup>Tak, ako je popísané v časti 5.7.2.

modifikovaný a použitý pre akékoľvek radiálne ZPO.

Značný čas zabralo spracovanie a príprava vstupných dát v softvéri MATLAB. Jednalo sa najmä o prípravu súborov s teplotným poľom. Ako bolo uvedené vyššie, veľkosť tohto súboru je relatívne veľká aj po redukcii časových krokov.

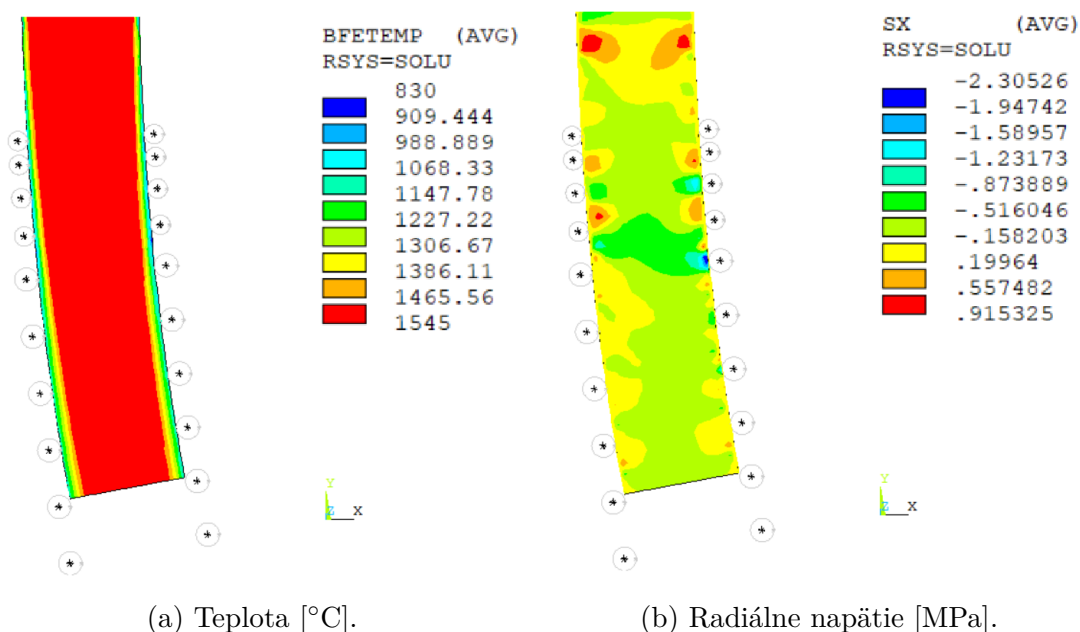
Čo sa týka kvalitatívneho vývoja modelu, tak za zmienku stojí najmä pridanie časti modelu materiálu popisujúcu „*creep*“ ako jedna z variánt k pôvodnému elasto-plastickému modelu. Materiálové charakteristiky neboli k dispozícii. Rozhodlo sa, že bude tento model materiálu predsa vyskúšaný na jednom variante, a to na základe dostupných parametrov v literatúre. Získanie reálnych materiálových dát a ich použitie môže byť jedným z budúcich rozšírení tejto práce.

## 6 Analýza získaných výsledkov napätosti a deformácie

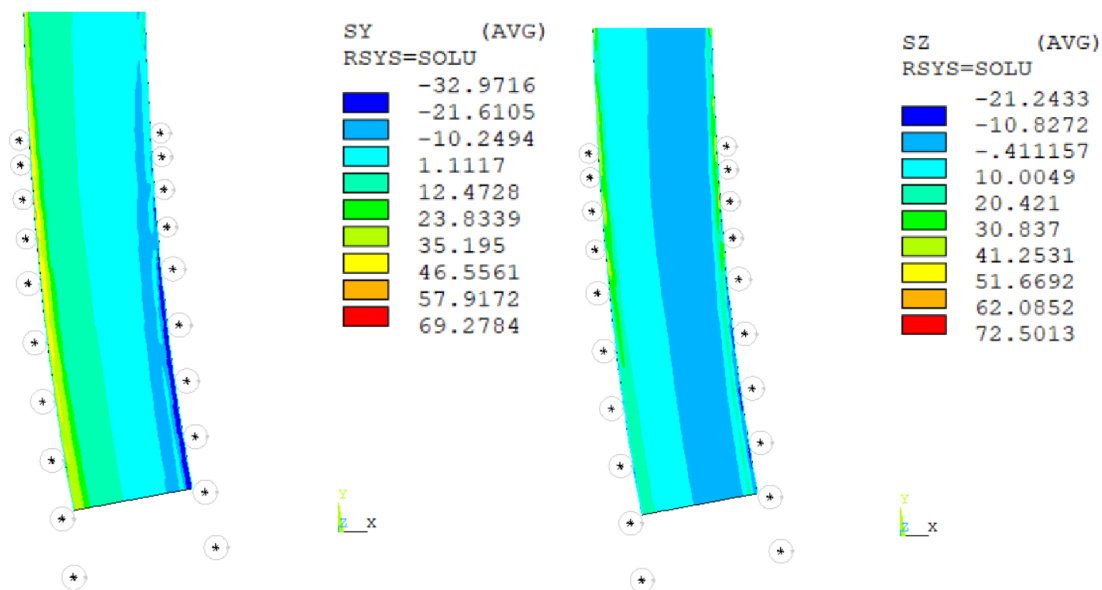
Vzhľadom na rozsah práce a veľké množstvo analyzovaných výsledkov, sú uvedené a následne analyzované len tie najdôležitejšie grafické výstupy. Pre predstavu sú uvedené aj výsledky z rovinného modelu, ktorý slúžil na odladenie nastavení. Ďalšia analýza vychádza primárne z výsledkov s využitím priestorového modelu. Konvencia označovania výsledkov je prebraná zo softvéru ANSYS. Pokiaľ nie je uvedené inak, pre zložky jednotlivých veličín platí: X - radiálna, Y - axiálna a Z - obvodová zložka.

### 6.1 Rovinný model

Pri rovinnom modeli je použitý elasto-plastický, multi-lineárny model materiálu s kinematickým spevnením. Je modelovaná rovina symetrie sochoru XY s využitím predpokladu rovinnej deformácie (RD). Tento predpoklad bol zvolený na základe [17]. Samotná úvaha, či by bol vhodnejší predpoklad rovinnej napätosti by si zaslúžila samostatnú kapitolu. Pre odladenie nastavení a získania základnej predstavy o napätosti sochoru z rovinného modelu je predpoklad RD akceptovateľný. Na obrázkoch 6.1a až 6.2d je možné vidieť prvý typ grafického výstupu. Konkrétne je na nich kontúrami zobrazené rozloženie niektorých veličín na rovine symetrie.

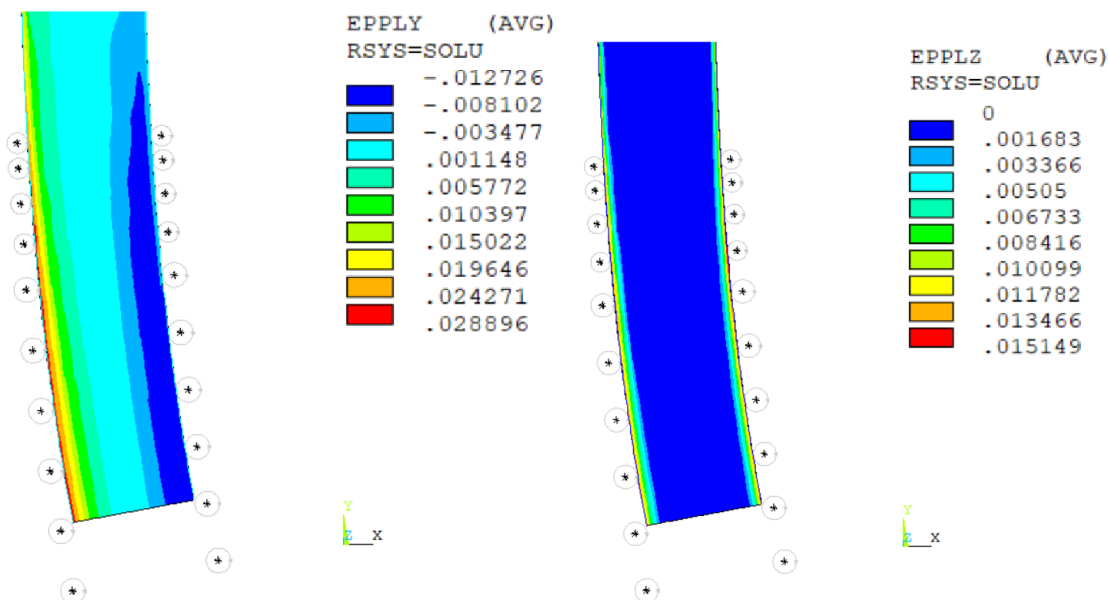


Obr. 6.1: Niektoré sledované veličiny v počiatočných fázach analýzy - 1. časť.



(a) Axiálne napätie [MPa].

(b) Obvodové napätie [MPa].



(c) Axiálne plastické pretvorenie [-].

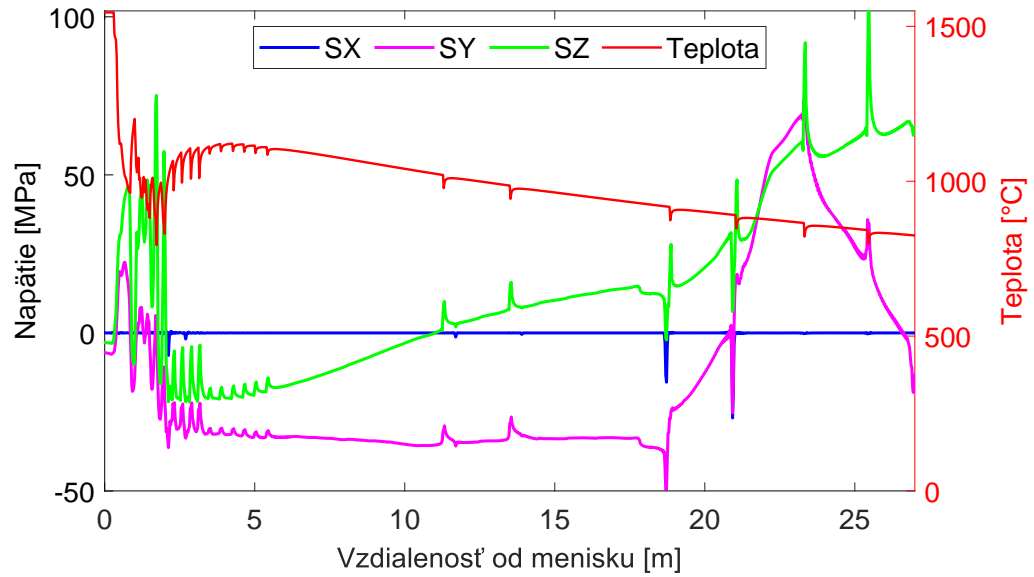
(d) Obvodové plastické pretvorenie [-].

Obr. 6.2: Niektoré sledované veličiny v počiatkových fázach analýzy - 2. časť.

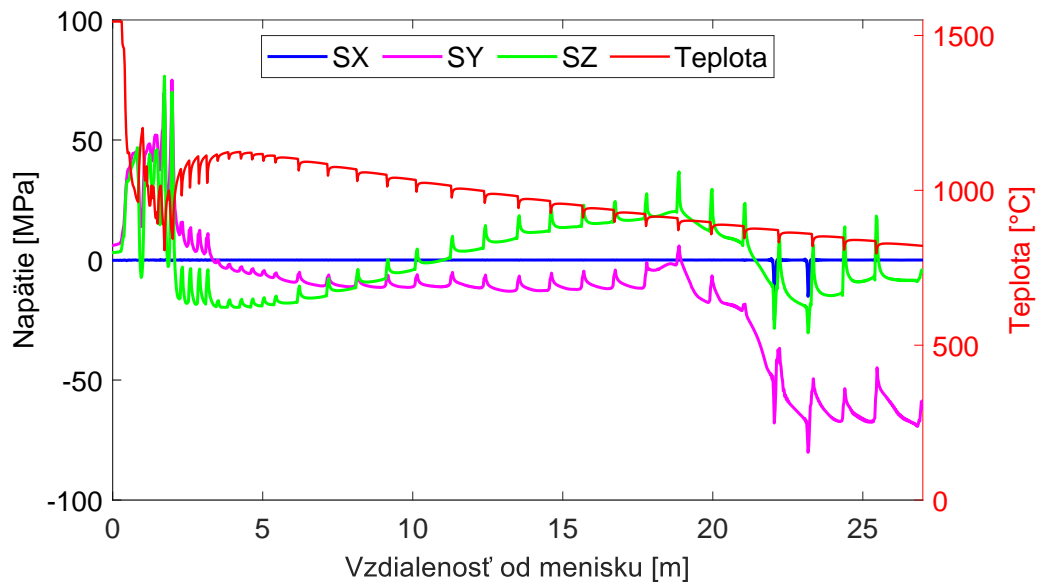
Na nasledujúcich obrázkoch 6.3 a 6.4 je ďalší typ grafického výstupu. Je na nich priebeh jednotlivých veličín na povrchu sochoru na malom (SR) a veľkom (LR) polomere<sup>1</sup> v závislosti na vzdialenosti od menisku. Na obrázku 6.5 je zobrazené

<sup>1</sup>V prípade malého polomeru sa myslí vnútorná časť oblúku. V prípade veľkého polomeru je to časť vonkajšia. Po prejdení do priamej časti a vychladnutí je strana na malom polomere nazývaná ako vrchná časť. Tá strana na veľkom polomere zase ako spodná. To platí aj pre priestorový model.

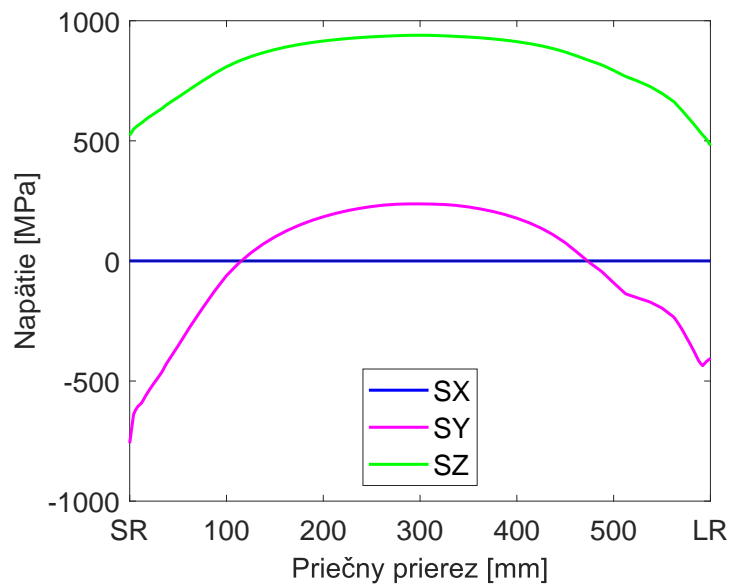
rozloženie napätí v pričnom priereze po vychladnutí. Jednotlivé výstupy sú stručne analyzované na konci tejto časti.



Obr. 6.3: Pribeh zložiek napätia na malom polomere (SR), (2D).



Obr. 6.4: Pribeh zložiek napätia na veľkom polomere (LR), (2D).



Obr. 6.5: Napätia v priečnom priereze po vychladnutí, (2D).

### Súhrnná analýza výsledkov z rovinného modelu

Na úvod je možné konštatovať, že trendy priebehov vyššie uvedených veličín zodpovedajú trendom, ktoré sú prezentované v práci [17]. Rovnako tak zodpovedá aj rozloženie zvyškových napätí v priečnom priereze. Výsledky sa rádozo nelíšia, rigorózne porovnávanie výsledných hodnôt by však nebolo na mieste, vzhľadom na odlišné materiálové parametre použité v [17].

Na prvý pohľad netypické „zuby“ v priebehoch napätí sú odozvou na prudkú zmenu teplôt vplyvom ochladenia materiálu pôsobením chladiacich trysiek a vplyvom interakcie povrchu sochoru s valcami ZPO. Jedná sa najmä o axiálne (SY) a obvodové (SZ) napätie. Je vidieť, že čím je zmena teploty vyššia, tým je lokálna zmena napätí výraznejšia. Radiálne napätie (SX) nadobúda výraznejšie nenulové hodnoty pri interakcii sochoru s valcami v oblasti rovnania.

Axiálne napätie má pri ohybe sochoru na začiatku procesu (2-3 m od menisku) ťahový charakter na veľkom polomere a tlakový na malom polomere. To je možné vidieť aj z obrázku 6.2a. Vplyvom ochladzovania nižších vrstiev axiálne napätia na oboch stranách sochoru nadobúdajú postupne tlakových hodnôt. Z priebehu axiálnych napätí sa dá rozoznať oblasť rovnania, ktorá začína 21 m od menisku. Na malom polomere dochádza k zmene znamienka axiálneho napätia, ktoré začína mať

ťahový charakter. Na veľkom polomere sa hodnoty axiálneho napätia v tlaku zväčšujú. Priebeh napätí počas celého procesu, až do ochladenia na teplotu okolia, je na obrázkoch A.1 a A.2.

Z obrázku 6.5 je vidieť rozloženie napätí v priečnom priereze po vychladnutí. Axiálne napätie má v strednej oblasti sochoru kladné hodnoty a na okrajoch sú tieto hodnoty záporné. Súčtom síl v jednotlivých uzloch, bolo overené, že sochor je v axiálnom smere v rovnováhe. Obvodové napätie (SZ) má v celom priečnom priereze kladné hodnoty, čo samozrejme zodpovedá „tvrdému“ predpokladu RD. Je otázka, aký veľký vplyv mal tento predpoklad na axiálne napätie. Radiálne napätie vyšlo nulové v celom priečnom priereze.

S ohybom a prudkým ochladzovaním na začiatku procesu súvisí aj generovanie plastických pretvorení na povrchu na oboch stranách sochoru. Priebeh axiálneho (EPPLY) a obvodového (EPPLZ) plastického pretvorenia na začiatku odlievania je vidieť z obrázku 6.2c a 6.2d. Na malom polomere má záporné hodnoty a naopak na veľkom sú tieto hodnoty kladné. Celý priebeh jednotlivých zložiek plastického pretvorenia je na obrázkoch A.3 až A.6. Z priebehu axiálnych plastických pretvorení na obrázku A.3 a A.4 je možné takisto rozoznať fázu rovnania, kedy sa trendy prudko zmenia. Na konci procesu má axiálne plastické pretvorenie záporné hodnoty a obvodové má hodnoty kladné. To platí pre obe strany.

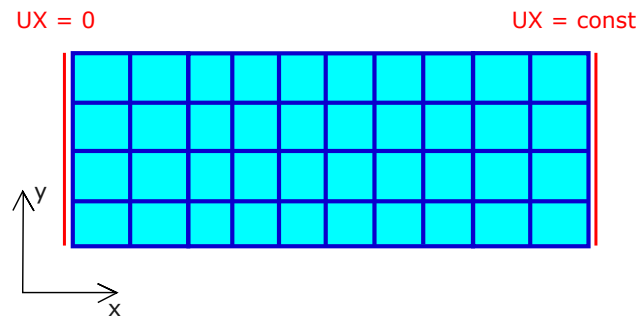
## 6.2 Priestorový model

Dodané materiálové parametre boli postačujúce pre použitie multi-lineárneho elasto-plastického modelu materiálu. Analýza výsledkov z priestorového výpočtového modelu sa preto skladá z dvoch celkov. V prvom prípade je prevedená analýza výsledkov s využitím multi-lineárneho elasto-plastického modelu materiálu s kinematickým spevnením. V ďalšej časti je popísaný vplyv modifikácie modelu materiálu a okrajových podmienok na napätosť sochoru. Znovu je nutné zdôrazniť, že vzhľadom na rozsah analyzovaných výstupov, sú z praktických dôvodov uvedené len tie najvýznamnejšie.

### 6.2.1 Variant 1

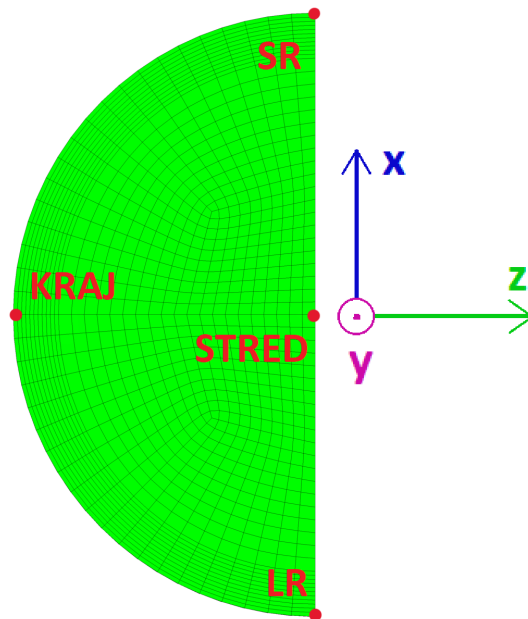
Ako bolo uvedené vyššie, prvý variant zodpovedá elasto-plastickej analýze s využitím kinematického modelu spevnenia. Pri ochladzovaní sochoru vo vodorovnej polohe za dráhou ZPO sú „zviazané“ posuvy uzlov jeho čela v axiálnom smere s využitím

„*coupling-u*“ (viď na obrázku 6.6)<sup>2</sup>.



Obr. 6.6: Znázornenie okrajových podmienok sochoru pri ochladzovaní za ZPO. Pohľad z boku.

Podobne ako v prípade analýzy výsledkov z rovinného modelu, sú aj v tomto prípade použité dva grafické výstupy. Najskôr sú analyzované priebehy vybraných veličín v závislosti na vzdialenosti od menisku na malom (SR) a veľkom polomere (LR). Priebeh niektorých veličín je uvedený aj pre stred a kraj sochoru. Všetky tieto miesta v pričnom priereze sú znázornené na obrázku 6.7.

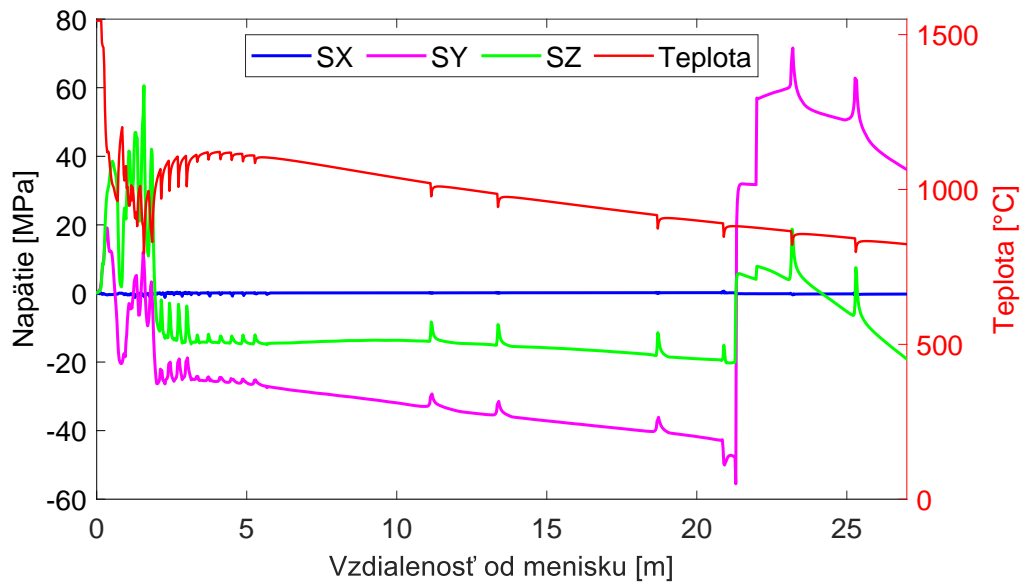


Obr. 6.7: Miesta v pričnom priereze pre analýzu priebehov niektorých veličín s výsledkovým súradnicovým systémom.

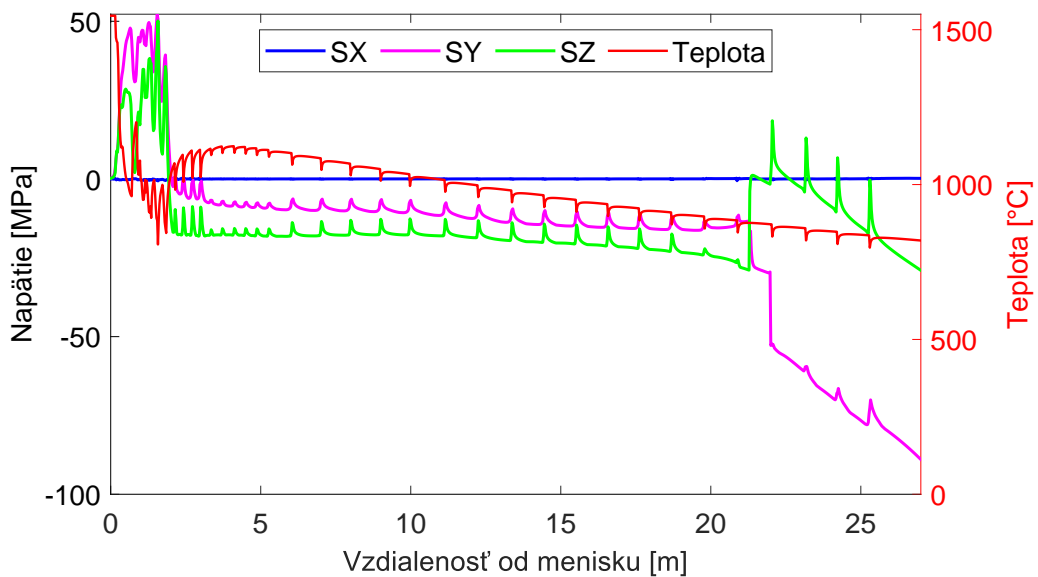
<sup>2</sup>Na obrázku 6.6 nie sú znázornené predpísané okrajové podmienky, ktoré bránia pohybu telesa v priestore ako tuhému celku.



Na obrázkoch 6.8 a 6.9 je zobrazený priebeh napätí na malom a veľkom polomere v úseku ZPO. Priebeh napätí počas celého procesu je na obrázkoch B.3 a B.4. Trend axiálneho napätia na kraji a v strede sochuru je na obrázkoch B.5 a B.6.



Obr. 6.8: Priebeh zložiek napätia na malom polomere.



Obr. 6.9: Priebeh zložiek napätia na veľkom polomere.

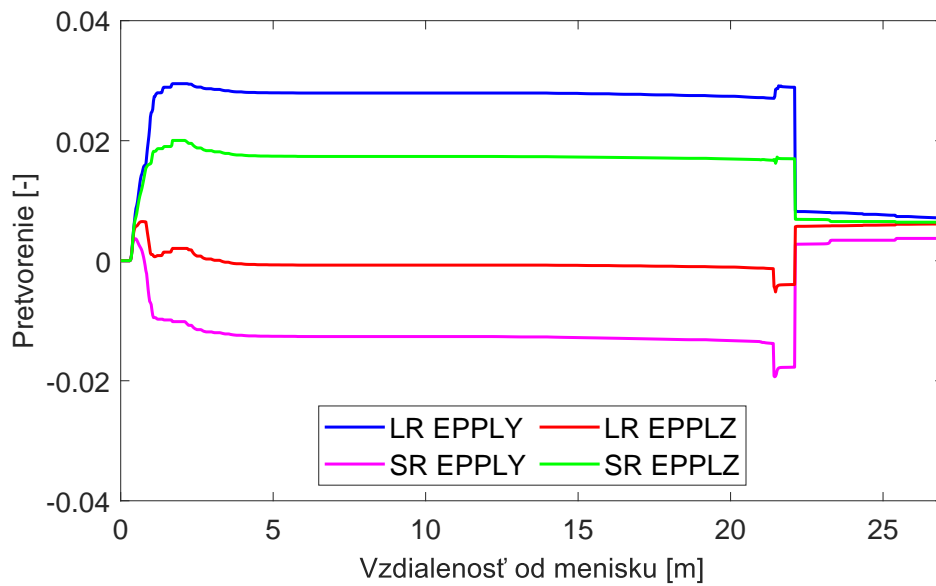
Znovu sú v priebehoch napätí vidieť „zuby“, ktoré majú rovnakú príčinu ako pri rovinnom modeli.

V počiatočných fázach odlievania má axiálne napätie (SY) na oboch stranách kladné hodnoty. Pri ohýbaní je z trendu závislostí vidieť, že na malom pomere sa neskôr generuje tlakové axiálne napätie a naopak, na veľkom polomere ťahové. Neskôr majú tieto axiálne napätia na oboch stranách tlakové hodnoty, čo je spôsobené ochladzovaním vnútorných vrstiev materiálu sochoru. V oblasti rovnania, ku ktorému dochádza vo vzdialenosti 21 m od menisku je zjavná zmena trendu axiálneho a obvodového (SZ) napätia. Dochádza k zmene znamienka axiálneho napätia na malom polomere, ktoré z tlakového charakteru prechádza do ťahového. Na veľkom polomere nadobúda axiálne napätie väčších záporných hodnôt. V oblasti rovnania dochádza aj k dočasnému javu, kedy má obvodové napätie na oboch stranách ťahový charakter. Neskôr sa opäť vracia do záporných hodnôt. Zmena radiálneho napätia vzhľadom k ostatným zložkám napätia nebola v tomto prípade významná a počas celého procesu osciluje okolo nuly, pričom detail je zobrazený na obrázkoch B.1 a B.2.

Po vychladnutí má axiálna a obvodová zložka napätia na všetkých troch označených miestach povrchu sochoru tlakový charakter, ich priebeh počas celého procesu je na obrázkoch B.3, B.4 a B.6.

Z globálnych priebehov jednotlivých zložiek napätia (obrázky B.3 až B.6) je vidieť výrazná zmena trendu približne vo vzdialenosti 100 m od menisku. Po podrobnejšej analýze teplôt celým pričným prierezom, bol prijatý záver že tieto „skoky“ sú spôsobené výraznou zmenou Youngovho modulu pružnosti materiálu v nižších vrstvách sochoru. Teplota v týchto vrstvách zodpovedá teplote približne 800 °C, pri ktorej táto výrazná zmena mechanických vlastností nastáva - rekryštalizácia (viď z obrázku 5.2).

Okrem priebehu zložiek napätí, je zaujímavé sledovať vývoj axiálnych a obvodových plastických pretvorení v oblasti ZPO. Tieto sú zobrazené na obrázku 6.10.

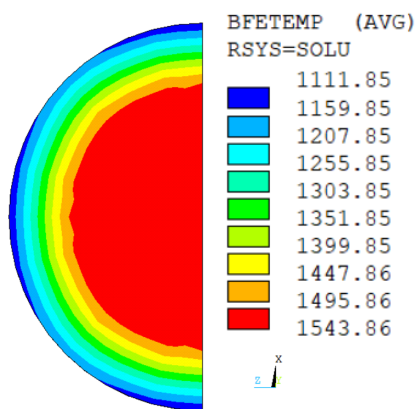


Obr. 6.10: Axiálne a obvodové plastické pretvorenie na veľkom (LR) a malom (SR) polomere, variant 1, detail.

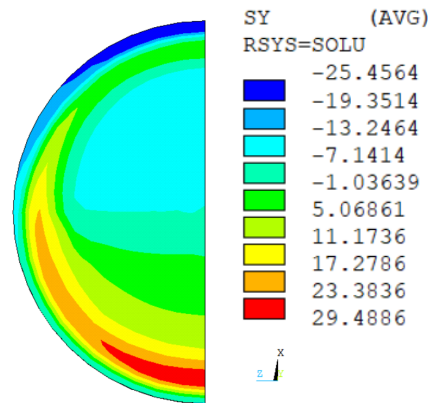
Z priebehov na obrázku 6.10 vyplýva, že zložky plastického pretvorenia sú generované už v počiatočných fázach odlievania, kde sú teploty stále pomerne vysoké. Po ohnutí sú a malom polomere v oblúkovej časti ZPO záporné hodnoty axiálne plastického pretvorenia (EPPLY) pretvorenia a na veľkom polomere sú tieto hodnoty kladné. V oblasti rovnania je možné vidieť prudkú zmenu trendu všetkých zložiek. Generovanie plastických pretvorení v priečnom priereze bude analyzované aj v nasledujúcej časti.

Obrázky 6.11 až 6.14 predstavujú druhý typ grafického výstupu. Boli vybrané štyri fázy procesu odlievania, pre ktoré boli s využitím kontúr vykreslené veličiny v priečnom priereze sochoru. Okrem teploty to sú: axiálne napätie, redukované napätie podľa podmienky Von Mises, prvé hlavné napätie, prvé hlavné mechanické pretvorenie a akumulované plastické pretvorenie. Výber veličín nebol náhodný. Axiálne napätie je systematicky sledované z pohľadu zvyškovej napätosti a ostatné veličiny môžu byť eventuálne vstupnými veličinami do kritérií porušenia.

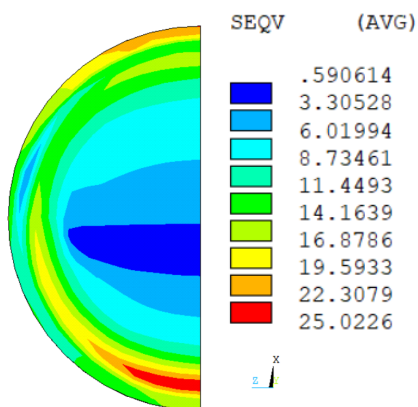
Prvým analyzovaným miestom je oblasť v oblúkovej časti 3 m od menisku (obrázok 6.11). Nasleduje fáza procesu pred a po rovnaní (obrázky 6.12 a 6.13). Nakoniec je zobrazený stav po vychladnutí na teplotu okolia (6.14).



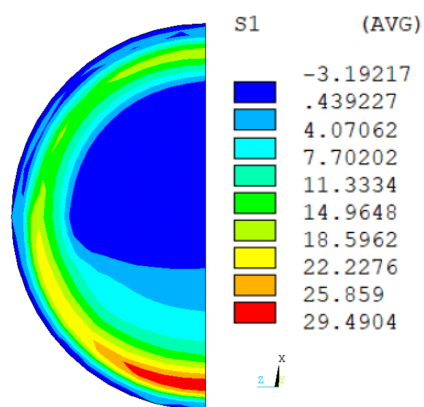
(a) Teplota [°C]



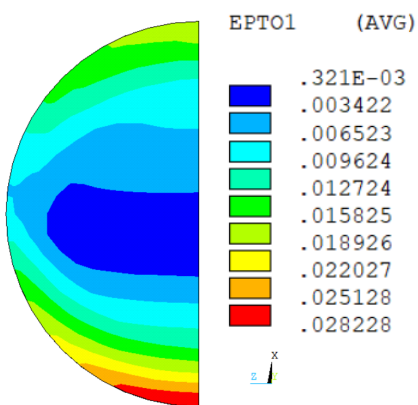
(b) Axiálne napätie [MPa]



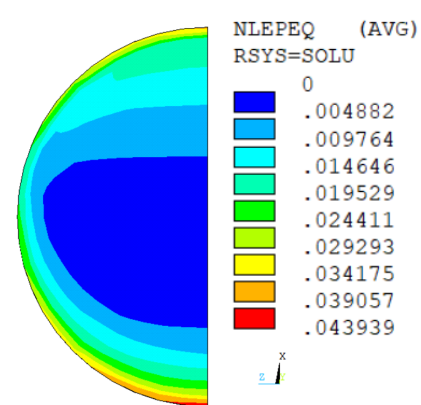
(c) Napätie Von Mises [MPa]



(d) 1. hlavné napätie [MPa]



(e) 1. hlavné mechanické pretvorenie [-]

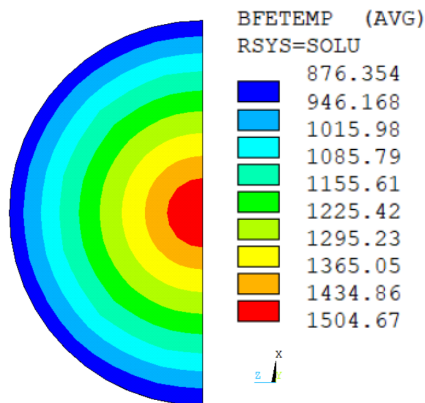


(f) Akumulované plastické pretvorenie [-]

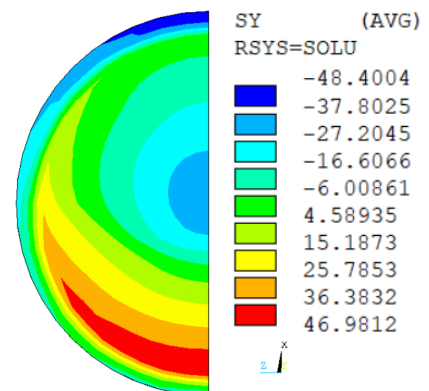
Obr. 6.11: Veličiny v pričnom priereze v oblúkovej časti ZPO, 3 m od menisku.

Na priebehu axiálneho napätia z obrázku 6.11b je vidieť vplyv ohybu z počiatočných fáz odlievania. Axiálne napätie je síce na celom povrchu tlakové (na strane malého pomeru výrazne), no tesne pod povrchom na strane vonkajšieho polomeru má re-

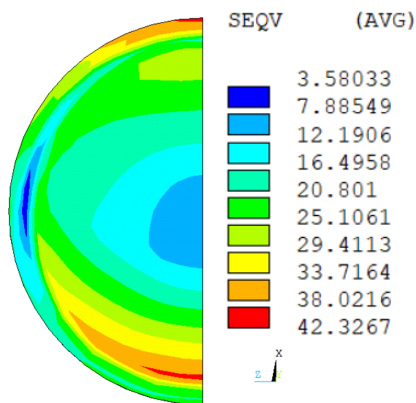
latívne vysoké ťahové hodnoty. Jedným z obmedzení elasto-plastického modelu je generovanie plastických pretvorení už v oblasti taveniny (viď obrázok 6.11f).



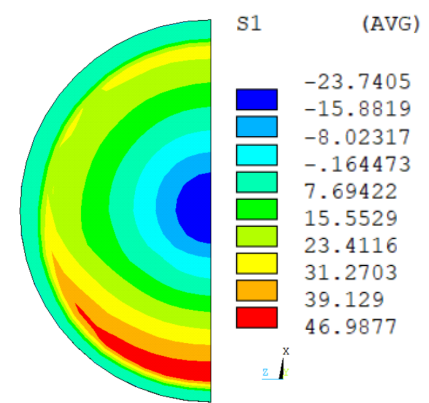
(a) Teplota [°C]



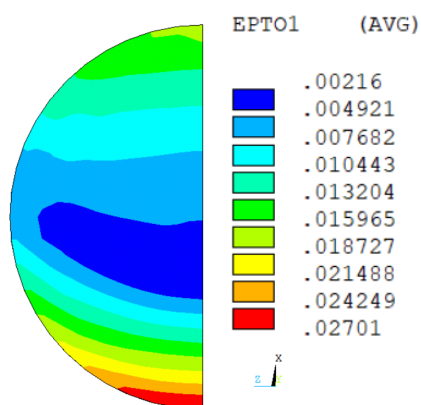
(b) Axiálne napätie [MPa]



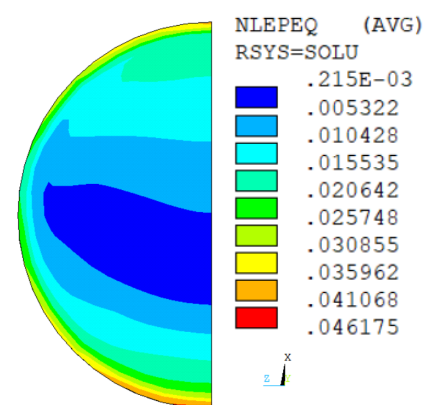
(c) Napätie Von Mises [MPa]



(d) 1. hlavné napätie [MPa]

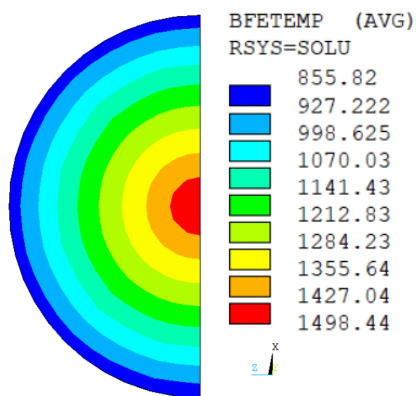


(e) 1. hlavné mechanické pretvorenie [-]

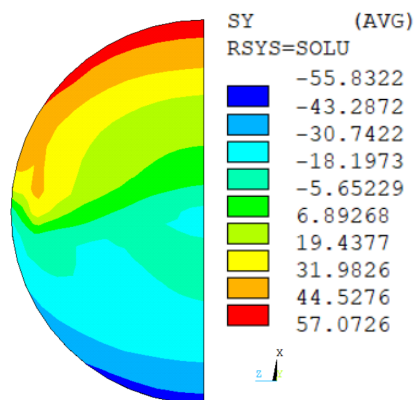


(f) Akumulované plastické pretvorenie [-]

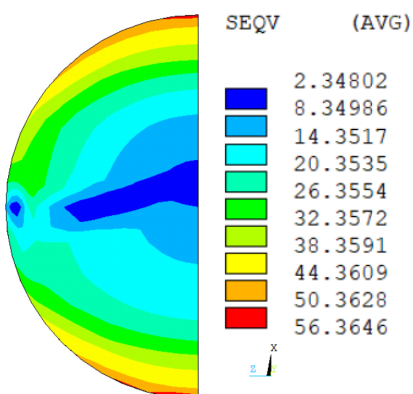
Obr. 6.12: Veličiny v pričnom priereze pred narovnaním, 20 m od menisku.



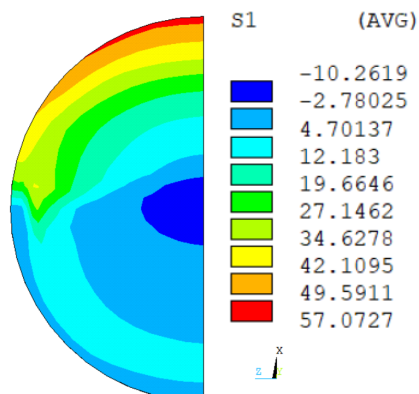
(a) Teplota [°C]



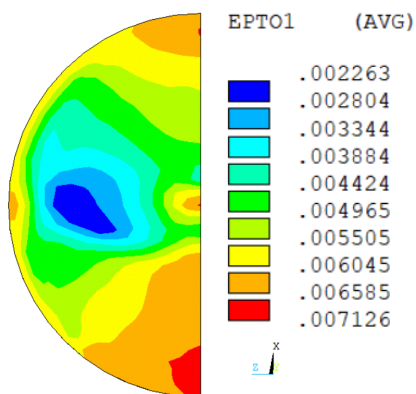
(b) Axiálne napätie [MPa]



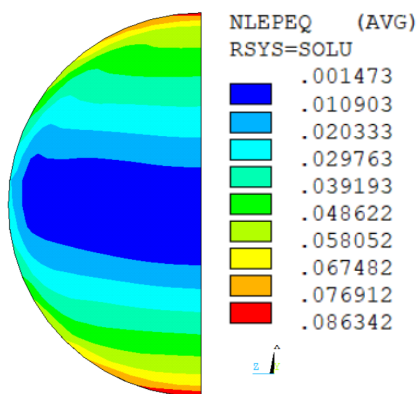
(c) Napätie Von Mises [MPa]



(d) 1. hlavné napätie [MPa]



(e) 1. hlavné mechanické pretvorenie [-]

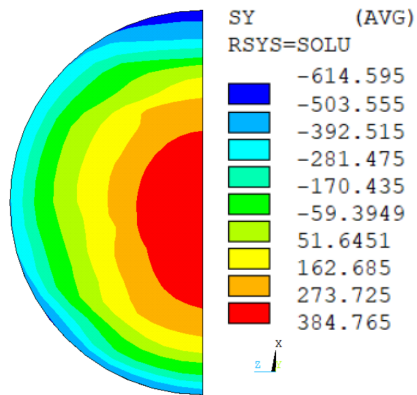


(f) Akumulované plastické pretvorenie [-]

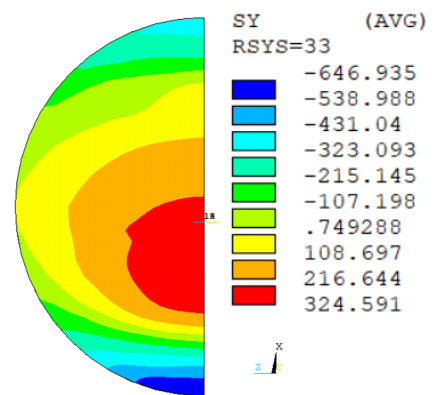
Obr. 6.13: Veličiny v priečnom priereze po narovnaní, 22 m od menisku.

Pri prechode sochoru z oblúkovej do priamej časti ZPO je zrejماً výrazná zmena charakteru namáhania. Vrchná časť (SR) je namáhaná ťahovým napätím, zatiaľ čo spodná časť (LR) je namáhaná na tlak. Samotné rovnanie výrazne ovplyvnilo aj roz-

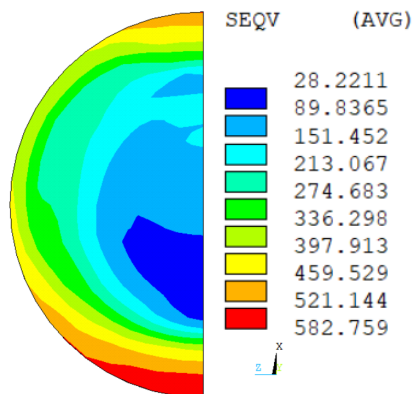
loženie a hodnoty ekvivalentného, 1. hlavného napätia a 1. hlavného mechanického pretvorenia (obrázky 6.13c, 6.13d a 6.13e). Výrazne narástla hodnota akumulovaného plastického pretvorenia, ktorá sa zvýšila približne dvojnásobne.



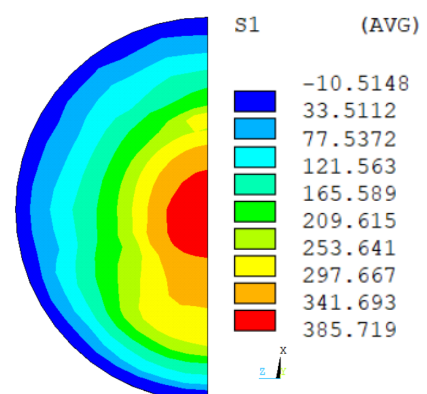
(a) Axiálne napätie [MPa]



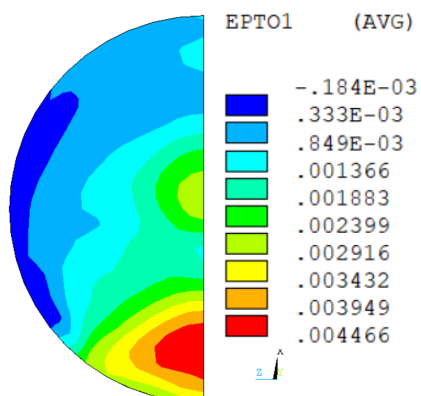
(b) Obvodové napätie [MPa]



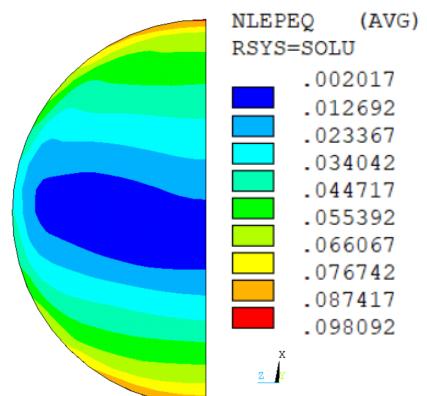
(c) Napätie Von Mises [MPa]



(d) 1. hlavné napätie [MPa]



(e) 1. hlavné mechanické pretvorenie [-]



(f) Akumulované plastické pretvorenie [-]

Obr. 6.14: Veličiny v priechnom priereze po vychladnutí.

Na obrázku 6.14 je vidieť rozloženie sledovaných veličín po vychladnutí na teplotu okolia. Navyše je pridaný obrázok 6.14b s rozložením obvodového napätia.

Axiálne zvyškové napätie (z obrázku 6.14a) v strednej časti je ťahové pričom jeho maximálna hodnota vyšla 385 MPa. Axiálne napätia má po celom povrchu tlakový charakter s maximálnou hodnotou -615 MPa vo vrchnej časti. Tieto výsledky sa významne nelíšia od výsledkov z rovinného „slice“ modelu, ktorý bol vytvorený na ÚMTMB.

Hodnoty zvyškového napätia sú pomerne veľké, v niektorých prípadoch až za mezou klzu. Avšak treba mať na zreteli, že zodpovedajú hodnotám akumulovaného plastického pretvorenia a tie zodpovedajú použitému modelu materiálu.

Cieľom nie je porovnávať výsledky s rovinným modelom, ale pre zaujímavosť, na obrázku 6.14b je zvyškové obvodové napätie, ktoré má podobný charakter ako axiálne - vo vnútri ťahové a na povrchu tlakové. V prípade rovinného modelu vyšlo, že obvodové napätie je ťahové skrz celý pričný prierez.

## 6.2.2 Variant 2

Oproti variantu 1 je zmena v použítom modeli spevnenia - izotropné. Všetky ostatné parametre a okrajové podmienky zostali nezmenené.

## 6.2.3 Variant 3

K pôvodnému elasto-plastickému modelu materiálu s využitím multi-lineárneho kinematického spevnenia bola pridaná časť popisujúca „creep“. Pridanie „creep-u“ zaviedlo do modelu materiálu popis visko-plastického správania sa oceli za vysokých teplôt. V tomto prípade treba zdôrazniť, že dáta pre vstup do modelu (5.12) neboli dodané, ale boli získané z literatúry. Cieľom bolo zistiť, aký bude mať vplyv úprava modelu na akumulované plastické pretvorenie a najmä na zvyškovú napätosť sochoru. Spočítané hodnoty bude možné porovnávať vtedy, keď budú dostupné, experimentálne získané, dáta ako to je v prípade elasto-plastickej analýzy. Použité<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Nakoľko ani v literatúre neboli nájdené materiálové dáta explicitne určené pre modelovanie plynulého odlievania oceli, tak boli zjednodušene odvodené z [57] a [58]. Parametre neboli použité presne tak, ako je uvedené v daných publikáciách. Tie sa síce zaoberali odvodením konštánt pre model „creep-u“, avšak rozsah teplôt bol maximálne do 900 °C. Ďalším problémom bolo nastavenie modelu materiálu tak, aby vôbec výpočet konvergoval. Model materiálu (tej časti popisujúcej „creep“) bol naladený na zjednodušenom modeli kocky, tak aby trvalá deformácia v rôznych intervaloch teplôt odpovedala mechanizmom, ktoré uvádza [24].



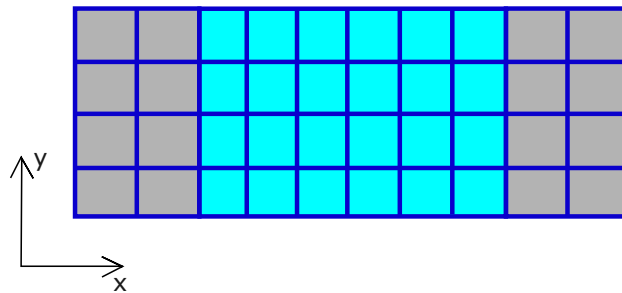
parametre modelu v tvare (5.12), s využitím [57] a [58] sú uvedené v tabulke 6.1.

Tab. 6.1: Použité parametre pre model „creep-u“ (5.12) s využitím [57] a [58].

| parameter | T       | $c_1$              | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$              | $c_6$              | $c_7$             |
|-----------|---------|--------------------|-------|-------|-------|--------------------|--------------------|-------------------|
| hodnoty   | 1000 °C | $1 \cdot 10^{-8}$  | 6.95  | -0.4  | 7 500 | $1 \cdot 10^{-8}$  | $6 \cdot 10^{-5}$  | $5 \cdot 10^{-3}$ |
|           | 900 °C  | $1 \cdot 10^{-10}$ | 2.5   | -0.4  | 0     | $1 \cdot 10^{-10}$ | $6 \cdot 10^{-10}$ | $5 \cdot 10^{-3}$ |
|           | 600 °C  | $1 \cdot 10^{-20}$ | 0.1   | -0.4  | 0     | $1 \cdot 10^{-20}$ | $6 \cdot 10^{-10}$ | $5 \cdot 10^{-3}$ |

### 6.2.4 Variant 4

Tento variant sa oproti predchádzajúcim líši v spôsobe zadania okrajových podmienok pri voľnom ochladzovaní sa sochoru za ZPO. V tomto prípade nie je použité zviazanie uzlov v axiálnom smere, ale príkazom „EKILL“ sú de-aktivované<sup>4</sup> prvky na okrajoch sochoru (na obrázku 6.15 šedou farbou) a analyzovaný je zostávajúci úsek aktívnych prvkov, ktorý má dĺžku 3 000 mm. Model materiálu je rovnaký ako pri variante 1.



Obr. 6.15: Schematické znázornenie okrajových podmienok sochoru pri ochladzovaní za ZPO. Šedá farba predstavuje de-aktivované prvky príkazom „EKILL“. Pohľad z boku.

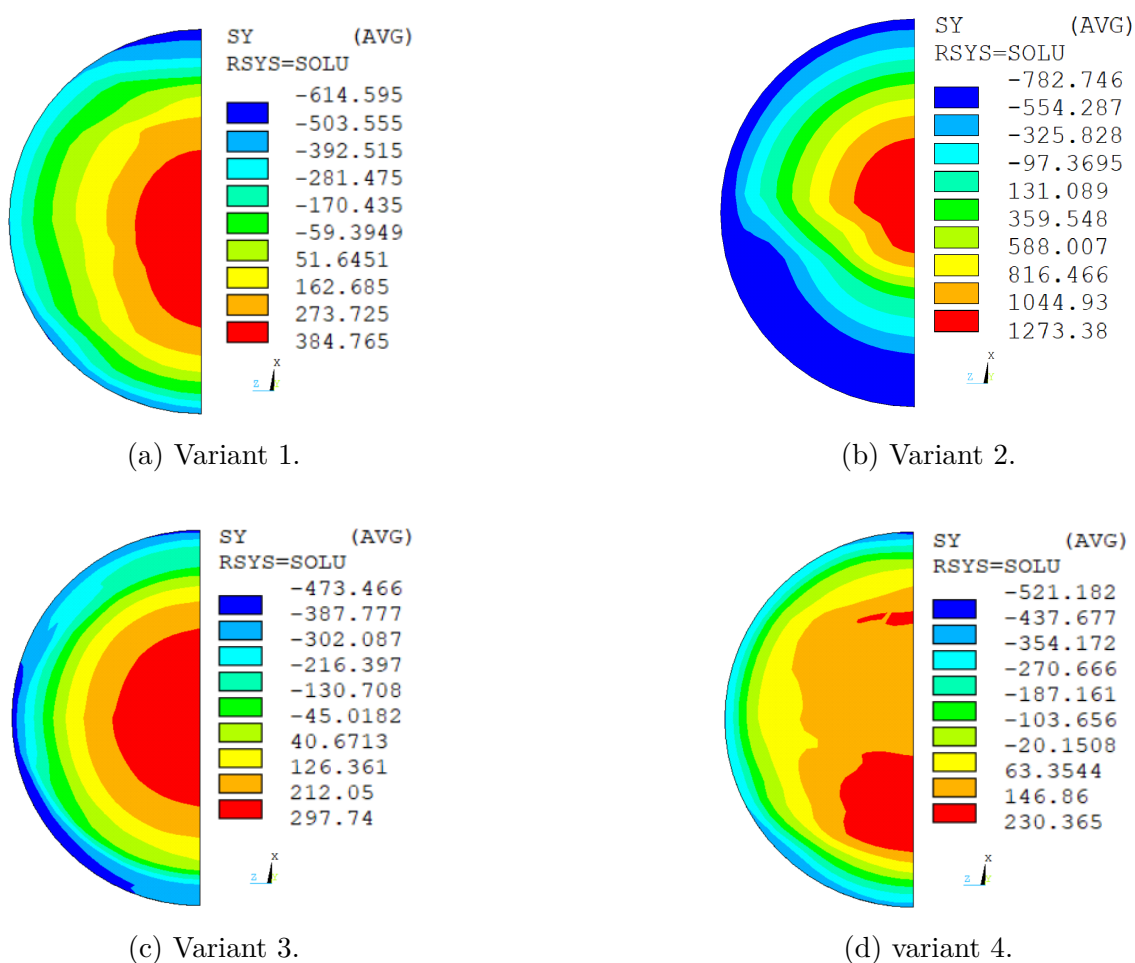
<sup>4</sup>Prvky zostávajú v matici tuhosti, ale ich tuhosť sa výrazne zníži. Ďalšie okrajové podmienky nebolo nutné zadávať, nakoľko teleso je stále viazané v priestore.

## 6.2.5 Porovnanie

Tab. 6.2: Prehľad prezentovaných variant.

| Model                | Variant 1 | Variant 2 | Variant 3 | Variant 4 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Spevnenia            | KIN       | IZO       | KIN       | KIN       |
| Materiálu            | E-P       | E-P       | V-E-P     | E-P       |
| Okrajových podmienok | coupling  | coupling  | coupling  | ekill     |

Výsledné hodnoty axiálnych napätí pre všetky štyri varianty podľa tabuľky 6.2 sú na obrázku 6.16.



Obr. 6.16: Axiálne napätie [MPa] po vychladnutí.

Z rozloženia axiálneho napätia na obrázku 6.16 je možné konštatovať, že zvyšková napätosť je silno závislá na použitom modeli materiálu a takisto na zadaných okrajových podmienkach pri voľnom ochladzovaní.

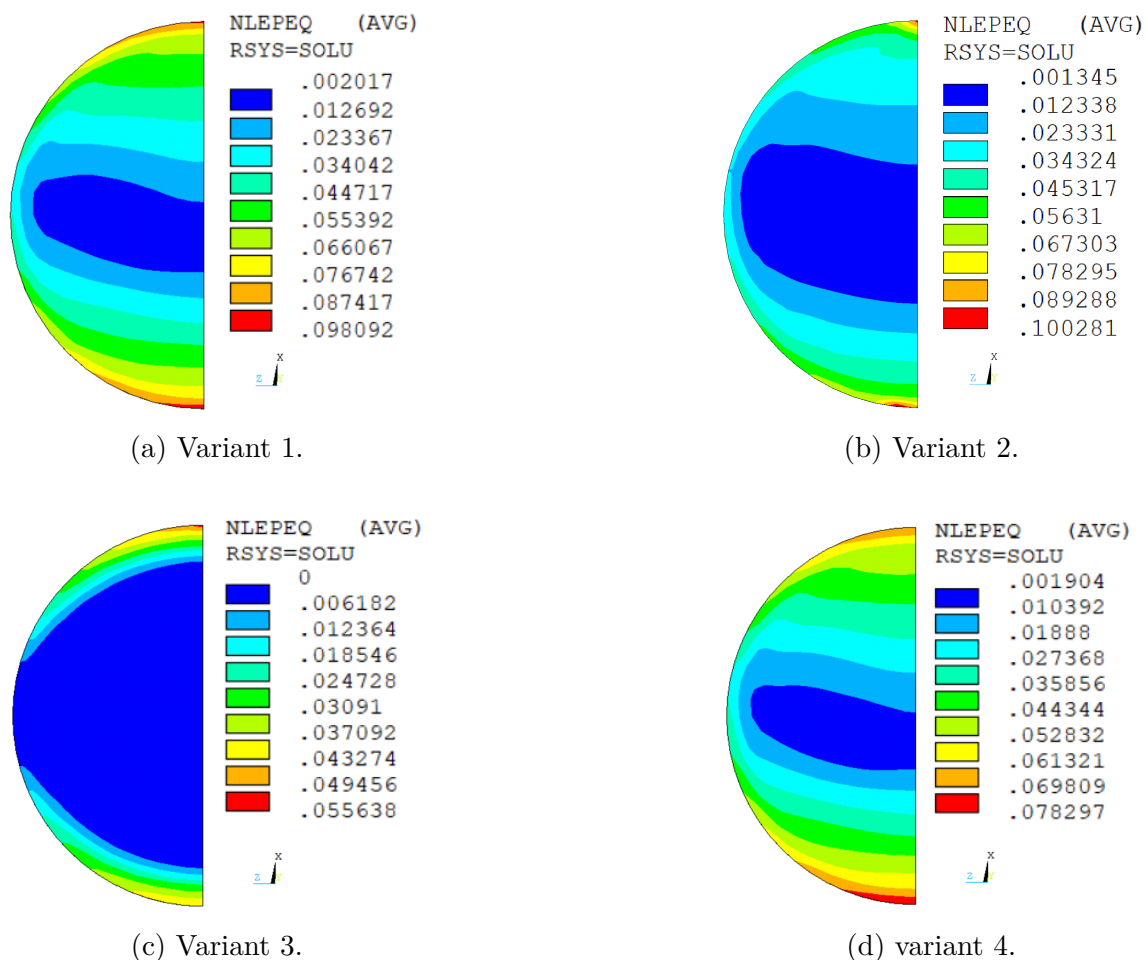
Pri elasto-plastickej analýze zmena modelu spevnenia spôsobila významnú zmenu zvyškového axiálneho napätia, pričom pri izotropnom spevnení bola extrémna hodnota v ťahu 1 273 MPa a v tlaku -782 MPa. Obidve hodnoty presahujú medzu klzu, hodnota v ťahu výrazne. Vyššie hodnoty je možné odôvodniť tým, že izotropný model spevnenia je menej vhodný v prípade, ak materiál prechádza spätnou plastickou deformáciou. Čo v tejto analýze nastáva vo fáze rovnania.

S využitím visko-elasto-plastického modelu materiálu s kinematickým spevnením bolo rozloženie axiálneho napätia podobné ako v prípade variantu 1, avšak čo je podstatné, extrémne hodnoty boli menšie približne o 25 %. Konkrétne v ťahu to bolo 298 MPa a v tlaku -473 MPa. Tieto hodnoty nie je vhodné však brať rigorózne, nakoľko sa jedná o prevzaté parametre „*creep-ovej*“ časti materiálového modelu. Významným záverom je však fakt, že zavedením visko-plastickej zložky do modelu materiálu znížilo výsledné axiálne napätie.

Pri variante 4 bolo maximálne axiálne ťahové napätie 230 MPa a v tlaku to bolo -521 MPa. Povšimnutiahodná je mierna zmena charakteru rozloženia axiálneho napätia oproti ostatným variantom.

Aby mohol byť vyslovený jednoznačný záver, ktorý prípad sa najviac blíži realite, je nutné previesť experimentálne meranie na reálnom polotovare.

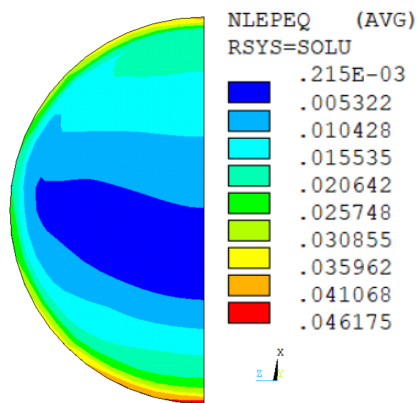
Na napätosť všeobecne má, okrem iného, vplyv už vyššie spomenuté, akumulované plastické pretvorenie. Z tohto pohľadu je zaujímave práve porovnanie rozloženia akumulovaného plastického pretvorenia v pričnom priereze pre uvedené varianty. Akumulované plastické pretvorenie po vychladnutí je na obrázku 6.17.



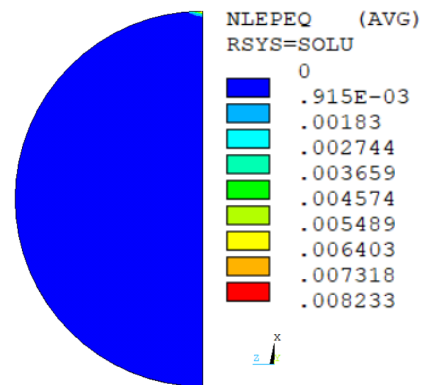
Obr. 6.17: Akumulované plastické pretvorenie [-] po vychladnutí pre rôzne varianty.

Z obrázku 6.17 je vidieť, že rozloženie akumulovaného plastického pretvorenia má podobný charakter pri všetkých variantoch. To v tom zmysle, že najvyššie hodnoty sa vyskytujú na povrchu a postupne sa smerom dovnútra znižujú. Zaujímavé je rozloženie akumulovaného plastického pretvorenia pri variante 3 s visko-elasto-plastickým modelom materiálu. Pričom toto „zasahuje“ len málo od povrchu smerom dovnútra. Takisto celková hodnota akumulovaného plastického pretvorenia je približne o polovicu menšia ako v prípade ostatných variantov s elasto-plastickým modelom materiálu. Plastické pretvorenia sú intenzívne generované najmä vo fáze rovnania, na obrázkoch 6.18 a 6.19 je preto zobrazené rozloženie akumulovaného plastického pretvorenia pred a po narovnaní pri dvoch rôznych variantoch<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>Nakoľko je trend akumulovaných plastických pretvorení pri variantoch 1,2 a 4 obdobný, tak porovnávané sú len varianty 1 a 3.

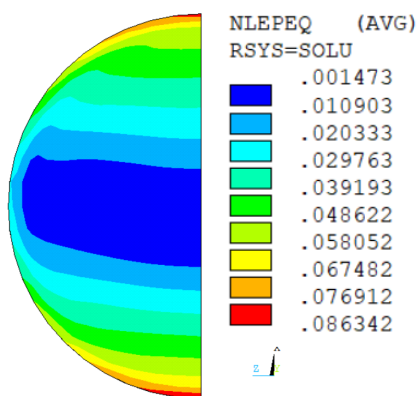


(a) Variant 1.

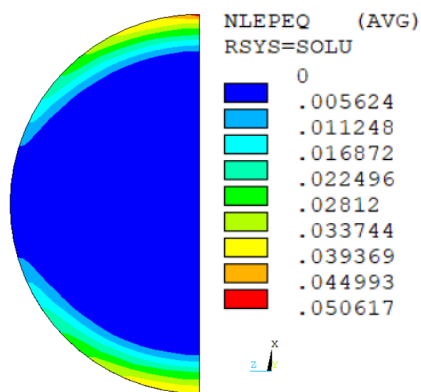


(b) Variant 3.

Obr. 6.18: Akumulované plastické pretvorenie [-] pred narovnaním.



(a) Variant 1.



(b) variant 3.

Obr. 6.19: Akumulované plastické pretvorenie [-] po narovnaní.

Z obrázku 6.18b je vidieť, že akumulované plastické pretvorenie pri použití visko-elasto-plastického modelu materiálu je takmer nulové pred fázou rovnania. Špička, ktorá je vo vrchnej časti (na malom polomere) je zrejme spôsobená intenzívnou interakciou s valcami v počiatočných fázach.

Cieľom tohto porovnávania nebolo rigorózne analyzovanie rozdielov výsledných hodnôt. Nakoľko boli použité dáta pre visko-elasto-plastický model prevzaté a upravené z literatúry. Cenným záverom z tejto analýzy je, že má význam sa zaoberať použitím zložitejších materiálových modelov pri výpočtovom modelovaní napätosti a deformácie pri procese plynulého odlievania. Riadna validácia modelu sa však nezaobíde bez experimentálneho overenia na reálnom polotovare. Toto môže byť ďalším námetom pre pokračovanie v práci, spolu s naladením visko-plastického modelu materiálu,

pretože problematika určovania koeficientov príslušných modelov „*creep-u*“ je veľmi komplexná a ich hodnoty majú veľký vplyv na výsledky, čo konštatuje aj [22].

Získané výsledky je možné súhrnne zhrnúť nasledovným tvrdením. Hodnoty axiálnych zvyškových napätí z elasto-plastickej analýzy sú pomerne vysoké, avšak výsledky sú v súlade s použitým modelom materiálu, pre ktorý boli dodané experimentálne získané dáta. Z výsledkov visko-elasto-plastickej analýzy je zrejmé, že má zmysel sa zaoberať využitím zložitejších materiálových modelov. A to hlavne z toho dôvodu, že najvyšším obmedzením elasto-plastickej analýzy je generovanie plastických pretvorení už pri vysokých teplotách, ktoré majú vplyv na výslednú napätosť. Narozdiel od visko-elasto-plastickej analýzy, kde boli plastické pretvorenia intenzívne generované až pri rovnaní.

# 7 Možnosti predikcie poškodenia

## 7.1 Úvod do problematiky

Najväčším problémom pri predikcii vzniku väd a teda porušenia celistvosti materiálu pri plynulom odlievaní oceli je použitie vhodného kritéria. S tým je spojený výber experimentálne získaných kritických veličín a stavových veličín z analýzy napätosti a deformácie. Veľká časť publikovaných prác sa zaoberá práve možnosťami predikcie vzniku väd a návrhom vhodných kritérií porušenia. Jedná sa napríklad o [12], [17], [23], [49] a [50]. Analýza podmienok a voľba vhodných kritérií porušenia je predmetom samostatného výskumu a pre svoj rozsah je nemožné problematiku popísať v jednej práci. Táto časť práce si kladie za cieľ priblížiť dva prístupy využitia výsledkov analýzy napätosti a deformácie pre kvantifikáciu rizika porušenia celistvosti materiálu pri plynulom odlievaní oceli. Jedná sa o prístup s využitím *normalizovaných napätí* [17] a koncept, ktorý je možné voľne preložiť ako *kumulatívne riziko porušenia* [12].

### Koncept normalizovaných napätí

Autor v práci [17] definuje vzťahom 7.1 veličinu *normalizované napätie*  $\sigma_{nor}$ . Ktorá je podielom absolútnej hodnoty zvolenej zložky napätia a teplotne závislej kritickéj hodnoty napätia, ktorá charakterizuje súdržnosť materiálu.

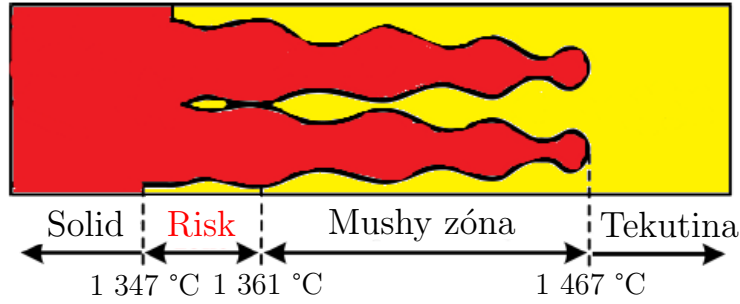
$$\sigma_{nor} = \frac{|\sigma|}{\sigma_{krit}} \quad (7.1)$$

Na vznik a šírenie trhlín má nepriaznivý vplyv ťahové napätie a preto nemá zmysel sa zaoberať tlakovými napätiami. Pokiaľ nastane prípad, že hodnota napätia dosiahne porovnávaciu hodnotu a teda  $\sigma_{nor} \geq 1$ , jedná sa o nebezpečný prípad [17]. Pokiaľ sa za kritickú hodnotu zvolí medza klzu, tak sa podľa závislosti z obrázku 5.5 môže javiť, že kvôli nízkym hodnotám medze klzu bude materiál náchylnejší na porušenie, hlavne v oblasti vysokých teplôt. Na druhej strane, veľkosť príslušného napätia sa odvíja od modulu pružnosti, ktorý v oblasti vysokých teplôt má nízke hodnoty. Mechanizmus porušenia je komplikovanejší a závisí od mnohých faktorov, rýchlosti deformácie nevyvímajúc. Pre nízke hodnoty napätí, najmä v oblasti vysokých teplôt, sa ako porovnávacia veličina všeobecne používa pretvorenie  $\varepsilon$  namiesto napätia  $\sigma$ . Viď napríklad [12], [23].

### Kumulatívne riziko porušenia

Robustnejší prístup popisuje [12], kde autor uvažuje interval teplôt, pri ktorých je materiál sochoru najviac náchylný na vznik trhlín. Jedná sa oblasť teplôt, ktorá je

schematicky zobrazená na obrázku 7.1 a je závislá na type oceli [12].



Obr. 7.1: Interval teplôt, pri ktorých je sochor najviac náchylný na porušenie celistvosti (príklad prevzatý z literatúry). Prevzaté z [12], upravené.

Základným princípom uvedeného prístupu je prvotné spracovanie výsledkov z analýzy napätosti a deformácie. Spočíva v porovnaní prvého hlavného mechanického pretvorenia a teploty každého uzlu<sup>1</sup>, v každom časovom kroku s kritickou hodnotou pretvorenia. S využitím týchto veličín je spočítaný *koeficient rizika porušenia*  $R_j$ , ktorý kvantifikuje mieru poškodenia v konkrétnom uzle a teda v mieste priečného prierezu [12]. Matematicky je možné mieru poškodenia  $R_{i,j}$  vyjadriť vzťahom (7.2).

$$R_{i,j} = \begin{cases} \frac{t_i - t_{i-1}}{t_0} + \frac{\varepsilon_{i,j} - \varepsilon_f}{\varepsilon_0} & , T_{i,j} \in \{T_f\} \wedge \varepsilon_{i,j} > \varepsilon_f \\ 0 & , \text{inak} \end{cases} \quad (7.2)$$

Kde  $R_{i,j}$  vyjadruje mieru poškodenia v  $i$ -tom časovom kroku,  $j$ -tého uzlu. Ďalej vo vzťahu (7.2)  $t$  je čas,  $\varepsilon_{i,j}$  je hodnota prvého hlavného mechanického pretvorenia,  $\varepsilon_f$  je kritická hodnota pretvorenia<sup>2</sup>,  $T_{i,j}$  je teplota uzlu a  $\{T_f\}$  je interval teplôt z obrázku 7.1, pri ktorej je materiál najviac náchylný k porušeniu. Hodnoty  $t_0$  a  $\varepsilon_0$  sú pevne zvolené konštanty [12]. V prípade konštantného časového kroku  $\Delta t$  sa dá vzťah (7.2) upraviť:

$$R_{i,j}^* = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{i,j} - \varepsilon_f}{\varepsilon_0} & , T_{i,j} \in \{T_f\} \wedge \varepsilon_{i,j} > \varepsilon_f \\ 0 & , \text{inak} \end{cases} \quad (7.3)$$

Nakoniec je miera poškodenia jednotlivých uzlov podľa vzťahu (7.4) sčítaná cez všetky časové kroky výpočtu, ktorých je  $n$ . Prirodzene, čím je hodnota  $R_j$  vyššia, tým je vyššie aj riziko porušenia v danom uzle.

$$R_j = \sum_{i=1}^n R_{i,j}^* \quad (7.4)$$

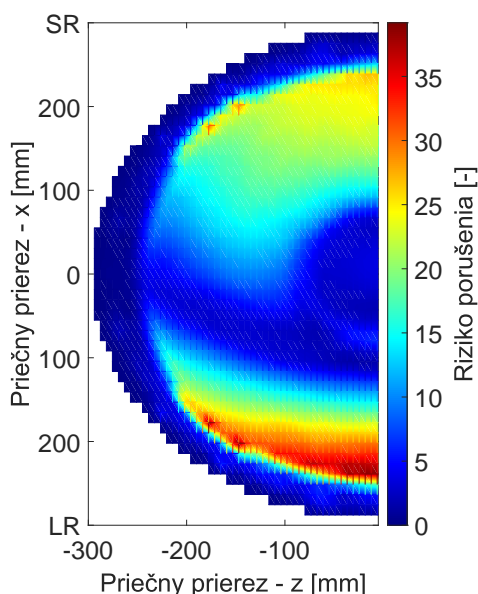
<sup>1</sup>V tomto prípade sa jedná o uzly v reze priečnym prierezom, ktorý je na obrázku 5.12 zobrazený červenou farbou. Vyhodnocuje sa vždy iba tá jedna množina uzlov v rovine.

<sup>2</sup>Experimentálne získaná hodnota, podrobnejší popis je uvedený v [12].



## 7.2 Prípadová štúdia

Z výsledkov analýzy deformácie a napätosti s využitím elasto-plastického modelu materiálu s kinematickým spevnením boli porovnávané hodnoty prvého hlavného mechanického pretvorenia a podľa vzťahov (7.3) a (7.4) bol určený *koeficient rizika porušenia* celistvosti materiálu. Keďže neboli k dispozícii experimentálne hodnoty kritického pretvorenia, je pre ukážku uvedená hodnota  $\varepsilon_f = 0.002$  [-]. Interval teplôt je použitý ten z obrázku 7.1 - 1 347 °C až 1 361 °C. Rozloženie rizika porušenia v pričnom priereze sochoru na konci odlievania, je v tomto prípade na obrázku 7.2.



Obr. 7.2: Riziko porušenia, vyjadrené pre kritické pretvorenie  $\varepsilon_f = 0.002$  [-].

Rozloženie „rizika porušenia“ na obrázku 7.2 je možné interpretovať tak, že po vychladnutí sa môžu trhliny objaviť v miestach pričného prierezu, pre ktoré vyšla nenulová hodnota „rizika porušenia“. Čím je hodnota vyššia, tým je väčšia pravdepodobnosť, že na konci procesu bude v danom mieste lokalizovaná trhlina. Jedná sa o ukážkový príklad, bez reálnych, experimentálne získaných kritických veličín. Je však možné pozorovať, že podľa tohto prístupu je sochor najviac náchylný na tvorbu trhlín pod povrchom. Túto skutočnosť popisuje aj autor [17]. Jedným z pokračovaní v práci môže byť experimentálne overenie uvedeného prístupu s využitím reálnych dát.

## 8 Zovšeobecňujúce závery a odporúčania pre ďalšiu prácu

### Zovšeobecňujúce závery a obmedzenia

- Hlavným obmedzením použitia výpočtového modelu je nedostatok experimentálnych dát pre použitie iného, ako elasto-plastického modelu materiálu, nakoľko ten nepopisuje najmä visko-plastické javy za vysokých teplôt.
- V prípade použitia elasto-plastického modelu materiálu sú generované plastické pretvorenia už v skorých štádiách odlievania pri vysokých teplotách.
- S tým súvisí aj to, že algoritmus výpočtového modelu neuvažuje dej rekryštalizácie, kedy dôjde k relaxácii napätí a odstránení plastických pretvorení.
- Najvýznamnejší vplyv na generovanie plastických pretvorení má fáza rovnania.
- V prípade zahrnutia do modelu materiálu časť popisujúcu „*creep*“, sa plastické pretvorenia začali generovať až vo fáze rovnania.
- Výsledná zvyšková napätosť je silno závislá na použitom modeli materiálu. Tým sa teraz myslí najmä použitie modelu spevnenia. Rovnako tak sa výsledky líšili pre rôzne predpísanie deformačných okrajových podmienok pri ochladzovaní.
- Jedná sa o staticky-štruktúrnú analýzu. Modelovanie vplyvu tekutého jadra na napätosť sochoru je zjednodušená nastavením modelu materiálu.
- K dispozícii neboli údaje týkajúce sa síl pôsobiacich na valce pre uvažovanie stláčania sochoru („*soft reduction*“).
- Nebolo uvažované silové zaťaženie sochoru trecími silami od valcov.

### Odporúčania pre ďalšiu prácu

- Použitie reálnych, experimentálne získaných materiálových dát, vrátane veličín popisujúcich visko-plastickú zložku deformácie oceli za zvýšených teplôt.
- Zaoberať sa vytvorením algoritmu, ktorý by simuloval dej rekryštalizácie a „vymazal“ tak akumulované plastické pretvorenia, ktoré sa generujú už v počiatočných fázach analýzy.
- Využitie vytvoreného výpočtového modelu na porovnávaciu analýzu rôzneho presadenia valcov ZPO s realistickejším uvažovaním interakcií medzi valcom a sochorom.
- Využiť skúsenosti z výpočtového modelu a vytvoriť združený teplotne-mechanický výpočtový model.
- Výsledky zvyškového napätia môžu byť využité ako vstupné veličiny pri analýze rovnania dlhých polotovarov.

## 9 Záver

Táto diplomová práca sa zaoberá výpočtovým modelovaním deformácie a napätosti pri plynulom odlievaní oceli. Výstupom práce je robustný výpočtový model vytvorený v prostredí ANSYS „*Classic*“, vo forme makier v textových súboroch, ktorý môže byť jednoducho modifikovaný a použiteľný pre väčšinu ZPO. Výpočtový model sa skladá z hlavných modulov:

- Všeobecné nastavenia modelu.
- Model materiálu.
- Vytvorenie geometrie ZPO.
- Vytvorenie geometrie sochoru.
- Nastavenie presadenia jednotlivých valcov.
- Aplikovanie známeho teplotného zaťaženia a zabezpečenie pohybu.
- Zaťaženie hydrostatickým tlakom.

S využitím vytvoreného výpočtového modelu (nie s využitím všetkých modulov) bola prevedená analýza napätosti a deformácie sochoru pri procese plynulého odlievania. Dodané materiálové parametre boli postačujúce pre využitie elasto-plastickeho modelu materiálu. Pri analýze výsledkov napätosti bol kladený dôraz najmä na axiálne zvyškové napätie. Výsledné axiálne napätia z elasto-plastickej analýzy vyšli pomerne vysoké - v niektorých miestach axiálne napätie prevyšovalo medzu klzu. Avšak tieto výsledky zodpovedajú použitému modelu materiálu.

Na základe získaných dát z odbornej literatúry bol analyzovaný jeden variant s visko-elasto-plastickým modelom materiálu. Z výsledkov vyplynulo, že pridanie visko-plastickej časti modelu materiálu má vplyv na zvyškovú napätosť. Najmä na generovanie plastickej časti pretvorení. Ktoré sa v tomto prípade generovali až v neskorších fázach odlievania. Axiálne hodnoty zvyškových napätí vyšli približne o 25% nižšie ako v prípade elasto-plastickej analýzy. Hodnoty akumulovaného plastickeho pretvorenia boli nižšie približne o 50 %. Má preto význam sa zaoberať získaním experimentálnych dát pre odladenie visko-elasto-plastickeho modelu materiálu a jeho následným zavedením do analýzy napätosti.

Diplomová práca s výpočtovým modelom má veľký potenciál pre využitie v ďalšej práci, ktorá bude súvisieť s riešenou problematikou. Najmä z toho dôvodu, že sa jedná o robustný nástroj, ktorý potrebuje už len správne vstupné veličiny. Úplne na záver je možné konštatovať, že vytýčené ciele práce boli v plnom rozsahu splnené.

# Literatúra

- [1] BŘEZINA, Tomáš, Tomáš MAUDER, Lubomír KLIMEŠ, Josef ŠTĚTINA, Tomáš NÁVRAT a Jindřich PETRUŠKA. Coupled real-time thermo-mechanical solidification model of continuously cast steel. METAL. Ostrava: Tanger, 2019, 28, 123-128.
- [2] CRAMB, Alan W. *The Making, Shaping and Treating of Steel: Casting Volume*. 11. AISE Steel Foundation, 2003, 1000 s. ISBN 9780930767044.
- [3] BÖHM, Zdeněk a kol. Plynulé odlévání oceli. Praha: STNL, 1992, 443 s.
- [4] MAUDER, Tomáš. *Optimalizace Bramového plynulého odlévání oceli za pomoci numerického modelu teplotního pole*. Brno, 2012, 150 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojího inženýrství. Vedoucí práce František Kavička.
- [5] ŠTĚTINA, Josef. *Dynamický model teplotního pole plynule odlévané bramy*. Ostrava, 2007. Dizertační práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce František Kavička.
- [6] ŠTĚTINA, Josef. *Optimalizace parametru lití sochoru pomocí modelu teplotního pole*. Ostrava, 2008. Habilitační práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava.
- [7] KLIMEŠ, Lubomír. *Optimalizace parametru sekundárního chlazení plynulého odlévání oceli*. Brno, 2014, 192 s. Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojího inženýrství. Vedoucí práce Josef Štětina.
- [8] MALEKI, Ali, Aboozar TAHARIZADEH a Nazanin HOSEINY. Twin Roll Casting of Steels: An Overview. ISIJ International. 2017, 57, 1-14. Dostupné z doi: 10.2355/isijinternational.ISIJINT-2016-502
- [9] I.L. GUTHRIE, Roderick a Mihaiela M. ISAC. Continuous Casting Practices for Steel: Past, Present and Future. Metals [online]. 2022, (12), 862 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z doi:10.3390/met12050862
- [10] DOLEJŠÍ, Zdeněk a kol. *Plynulé odlévání oceli: (Poradenská příručka c. 42/1): díl I. Tepelné technické pomery pri plynulém odlévání oceli*. Druhé vydání. Praha: Technicko-ekonomický výzkumný ústav hutního průmyslu, 1989, 383 s.
- [11] JI, Cheng, Wu CHEN-HUI a Zhu MIA-YONG. Thermo-mechanical behavior of the continuous casting bloom in the heavy reduction process. JoM. Springer,

- 2016, 3107-3115. Dostupné z doi:<https://doi.org/10.1007/s11837-016-2041-8>
- [12] LI, Guoliang, Cheng JI a Miaoyong ZHU. Prediction of internal crack initiation in continuously cast blooms. *Metallurgical and Materials Transactions B*. Springer, 2021, 1164-1178.
- [13] XU, Tijie. Detection of Final Solidification Due to Variation of Ferrostatic Pressure during Continuous Casting [online]. Kth Royal Institute of Technology School of Industrial Engineering and Management, 34 s. [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: <http://www.diva-portal.se/smash/get/diva2:1150394/FULLTEXT01.pdf>
- [14] THOMAS, B.G., R.J. O'MALLEY a D.T. STONE. Thomas, B. G., R. J. O'Malley, and D. T. Stone. "Measurement of temperature, solidification, and microstructure in a continuous cast thin slab. *Modeling of Casting, Welding, and Advanced Solidification Processes, (San Diego, CA), TMS, Warrendale, PA*. 1998, 8 s., 1185-1199.
- [15] SENGUPTA, J., B.G. THOMAS a M.A. WELLS. The use of water cooling during the continuous casting of steel and aluminum alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A*. Springer, 2005, 187-204.
- [16] BIRAT, Jean-Pierre, Chow C., Emi T., Emling WH., Fastert HP. a Fitzel H. The Making, Shaping and Treating of Steel: Casting Volume: 11th. Edition. Alan W. Cramb. Pittsburgh, PA, USA: The AISE Steel Foundation. 2003, 1000 s.
- [17] HEGER, Jaromír. *Numerická simulace technologického procesu kontinuálního odlévání oceli*. Ostrava, 2002. Habilitační práce. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava.
- [18] THOMAS, Brian G. Modeling of the continuous casting of steel—past, present, and future. *Metallurgical and Materials Transactions B*. 2002, 33, 795–812. Dostupné z doi:<https://doi.org/10.1007/s11663-002-0063-9>
- [19] WANG, Zhaofeng a Jiang YUTING. Analysis of Secondary Cooling Solidification Process of Continuous Casting Slab Based on Finite Element Method. In: 2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC). IEEE, 2021, s. 5035-5040. Dostupné z doi:[10.1109/CCDC52312.2021.9601794](https://doi.org/10.1109/CCDC52312.2021.9601794)
- [20] ALIZADEH, M., H. EDRIS a A. SHAFYEI. Mathematical modeling of heat transfer for steel continuous casting process. *International Journal of ISSI*. 2006, 3, 7-16.

- [21] UEHARA, Masatsugu. *Mathematical modelling of the unbending of continuously cast steel slabs*. Tokyo, 1976, 151 s. Master thesis. M.S. University of Tokyo.
- [22] HA, J.S., J.R. CHO, B.Y. LEE a M.Y. HA. Numerical analysis of secondary cooling and bulging in the continuous casting of slabs. *Journal of Materials Processing Technology*. 2001, 257-261. ISSN 0924-0136. Dostupné také z: [https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(01\)00654-9](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(01)00654-9).
- [23] WON, Yuong Mok, Yeo TAE-JUNG, Seol DONG JIN a Oh KYU HWAN. A new criterion for internal crack formation in continuously cast steels. *Metallurgical and Materials Transactions B*. Springer, 2000, 779-794. Dostupné z doi: [10.1007/s11663-000-0115-y](https://doi.org/10.1007/s11663-000-0115-y)
- [24] PASCON, Frédéric. *2D1/2 Thermal-Mechanical model of continuous casting of steel using finite element method*. 2002, 242 s. Dostupné také z: <https://hdl.handle.net/2268/25500>. Doctoral thesis. ULiège - Université de Liège.
- [25] FACHINOTTI, Víctor D. a Alberto CARDONA. Constitutive models of steel under continuous casting conditions. *Journal of Materials Processing Technology*. Elsevier Science B.V., 2003, 135, 30-43.
- [26] LONG, Guo, Yun-huan SUI a Xing-zhong ZHANG. High-temperature creep constitutional model of Q460E steel and effect of creep on bulging deformation of continuous casting slab. *Springer*. 2018, 25, 1123–1130. Dostupné z: [doi:https://doi.org/10.1007/s42243-018-0169-1](https://doi.org/10.1007/s42243-018-0169-1)
- [27] LI, Yu-jun, Li HUAN, Lan PENG, Tang HAI-YAN a Zhang JIA-QUAN. Thermo-elasto-visco-plastic finite element analysis on formation and propagation of off-corner subsurface cracks in bloom continuous casting. *Journal of Iron and Steel Research International*. Springer, 2017, 1159-1168.
- [28] HUESPE E., Alfredo, Alberto CARDONA a Victor FACHINOTTI. Thermomechanical model of a continuous casting process. *Computer methods in applied mechanics and engineering*. 2000, 182(3), 439-455. Dostupné z: doi: [10.1016/S0045-7825\(99\)00203-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00203-0)
- [29] ZHANG, Yuan. Modified computational methods using effective heat capacity model for the thermal evaluation of PCM outfitted walls. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. Elsevier, 2019, 104-278. Dostupné z: [doi:10.1016/j.icheatmasstransfer.2](https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2)

- [30] KLIMEŠ, Lubomír, Pavel CHARVÁT a Milan OSTRÝ. Challenges in the computer modeling of phase change materials. *Materials and Technologies*. 2012, 335-338.
- [31] NAGY, Gabriel. *Ordinary Differential Equations* [online]. Mathematics Department, Michigan State University, 2021, 431 s. [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: <https://users.math.msu.edu/users/gnagy/teaching/ode.pdf>
- [32] J. LEVEQUE, Randal. *Finite Difference Methods for Differential Equations* [online]. University of Washington, 2005, 261 s. [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/41896/mod\\_resource/content/1/LeVeque%20Finite%20Diff.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/41896/mod_resource/content/1/LeVeque%20Finite%20Diff.pdf)
- [33] J. LEVEQUE, Randall. *Finite volume methods for hyperbolic problems*. Cambridge university press, 2002, 578 s. ISBN 978-0521009249.
- [34] WELTY, James, Gregory L. RORRER a David G. FOSTER. *Fundamentals of momentum, heat, and mass transfer*. 2020. John Wiley & Sons. ISBN 0-471-38149-7.
- [35] JANÍČEK, Přemysl. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014, 365 s. ISBN 78-80-7204-887-8.
- [36] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojího inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.
- [37] ZIENKIEWICZ, Olek C., Robert Leroy TAYLOR a Jian Z. ZHU. *The finite element method: Its basis and fundamentals*. Elsevier, 2005. ISBN 9780080472775.
- [38] NĚMEC, Ivan, Miroslav TRCALA a Václav REK. *Nelineární mechanika*. 2018. Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM. ISBN 9788021455191.
- [39] PETRUŠKA, Jindřich. *Přednášky z předmětu: Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. [online]. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojího inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [cit. 2023-04]. Dostupné z: <http://www.umat.fme.vutbr.cz/images/opory/Nelinearni%20ulohy%20mechaniky%20v%20MKP/RNK.zip>
- [40] Ansys Parametric Design Language guide. In: ANSYS Help [online]. 2023 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans\\_apdl/Hlp\\_P\\_APDLTOC.html](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans_apdl/Hlp_P_APDLTOC.html)

- [41] GRISHIN, Alex. Secant or Instantaneous CTE? Understanding Thermal Expansion Modeling ANSYS Mechanical. In: PADT [online]. 2017 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: <https://www.padtinc.com/2017/07/11/secant-or-instantaneous-cte-understanding-thermal-expansion-modeling-ansys-mechanical/>
- [42] VERDIRAME, Justin. Thermal Expansion: CTE Definitions and Thermal Strain. In: Mechanics and Machines [online]. 2014 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: <https://mechanicsandmachines.com/?p=219>
- [43] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. Brno: Nakladatelství VUT Brno, 2004, 287 s. ISBN 80-214-2592-X
- [44] Ansys Theory Reference. In: ANSYS Help [online]. 2023 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans\\_thry/ans\\_thry.html](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans_thry/ans_thry.html)
- [45] BROGGIATO, G.B., Campana F. a Cortese L. The Chaboche nonlinear kinematic hardening model: calibration methodology and validation. *Meccanica*. 2008, 43, 115-124. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1007/s11012-008-9115-9>
- [46] Ansys Material Reference. In: ANSYS Help [online]. 2023 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans\\_mat/ans\\_mat.html](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans_mat/ans_mat.html)
- [47] CHEN, Zhelin. *Control of constrained moving-boundary process with application to steel continuous casting*. 2020. Dostupné také z: <http://hdl.handle.net/2142/108003>. Doctoral thesis. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [48] VALLIN, Lauri. *The Simulation of Continuous Casting of Steel Using Finite Element Method*. 2016, 94 s. Master thesis. Aalto University School of Chemical Technology.
- [49] HUITRON, Rosa M. Pineda, Pavel E. Ramirez LOPEZ, Esa VUORINEN, Robin JENTNER a Maija E. KÄRKKÄINEN. Converging criteria to characterize crack susceptibility in a micro-alloyed steel during continuous casting. *Materials Science and Engineering: A*. 2020. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.msea.2019.138691>
- [50] HE-BI, Yin a Man YAO. Analysis of the nonuniform slag film, mold friction, and the new cracking criterion for round billet continuous casting. *Metallurgical*



- and Materials Transactions B.* 2005, 36, 857–864. Dostupné také z: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11663-005-0087-z>
- [51] QIN, Qin, Huang JIANLIN a Zang YOUNG. Improvement of three-dimensional bulge deformation model for continuous casting slab. *Journal of Manufacturing Processes*. Elsevier, 2020, 57-65.
- [52] TRIOLET, Nicolas, Manuel BOBADILLA, Michel BELLET, Laure AVEDIAN a Pierre MABELLY. A thermomechanical modelling of continuous casting to master steel slabs internal soundness and surface quality. *Revue de Métallurgie*. 2005, 343-353. Dostupné z: doi:10.1051/metal:2005129
- [53] Ansys Element Reference. In: ANSYS Help [online]. 2023 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_ElemTOC.html](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans_elem/Hlp_E_ElemTOC.html)
- [54] Ansys Contact Technology Guide. In: ANSYS Help [online]. 2023 [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans\\_ctec/ctectoc.html](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v222/en/ans_ctec/ctectoc.html)
- [55] YONGYI, Zhu. Best Practices for Contact Modeling using ANSYS: Presentation [online]. 2017, 44 s. [cit. 2023-04-21]. Dostupné z: <https://pic.huodongjia.com/ganhuodocs/2017-09-15/1505456086.9.pdf>
- [56] VLACH, Bohumil. *Creep - Tečení: Studijní text*. Brno. Dostupné také z: [http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/deformace%20a%20porusovani%20materialu/skripta/ucebni\\_texty.zip](http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/deformace%20a%20porusovani%20materialu/skripta/ucebni_texty.zip)
- [57] KODUR, Venkatesh R. a Mahmud M.S. DWAIKAT. Effect of high temperature creep on the fire response of restrained steel beams. *Materials and Structures*. 2010, 1327-1341. Dostupné z: doi:10.1617/s11527-010-9583-y
- [58] WANG, Weiyong, Shouhai YAN a Jiepeng LIU. Studies on temperature induced creep in high strength Q460 steel. *Materials and Structures*. 2017, 50-68. Dostupné z: doi:DOI10.1617/s11527-016-0941-2

# Zoznam obrázkov

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.1  | Historicky prvé zariadenia pre plynulé odlievanie oceli vyvinuté Henrym Bessermenom. Prevzaté z [8]. . . . .  | 19 |
| 2.2  | Radiálne zariadenie pre plynulé odlievanie oceli, konkrétne pre odlievanie brám. Prevzaté z [9], upravené. . . . .  | 19 |
| 2.3  | Schéma rôznych usporiadaní ZPO. Prevzaté z [4], upravené. . . . .   | 20 |
| 2.4  | Schéma ZPO. Prevzaté z [17], upravené. . . . .  | 21 |
| 2.5  | Schéma zariadenia pre „ <i>soft reduction</i> “. Prevzaté z [13], upravené. . .   | 23 |
| 2.6  | Schéma prísunu taveniny do kryštalizátoru. Prevzaté z [14], upravené.   | 24 |
| 2.7  | Schéma mechanizmov odvodu tepla v sekundárnej zóne chladenia. Prevzaté z [5], upravené. . . . .   | 25 |
| 2.8  | Rôzne tvary odlievaných polotovarov. Prevzaté z [5], upravené. . . . .  | 27 |
| 2.9  | Ilustrácia rôznych typov väd kontizliatku. Prevzaté z [7]. . . . .  | 28 |
| 2.10 | Závislosť ťažnosti oceli na teplote (ilustrácia). Prevzaté z [16], upravené.  | 29 |
| 4.1  | Parabolický priebeh hrúbky škrupiny v kontizliatku. Prevzaté z [5], upravené. . . . .   | 36 |
| 4.2  | Priebeh efektívnej tepelnej kapacity a objemovej entalpie v oblasti fázovej premeny v závislosti na teplote. Prevzaté z [30], upravené. . .   | 39 |
| 5.1  | Komplexná štruktúra výpočtového modelu. . . . .   | 48 |
| 5.2  | Youngov modul pružnosti v ťahu a Poissonov pomer v závislosti na teplote. . . . .   | 50 |
| 5.3  | Dva typy súčiniteľa teplotnej rozťažnosti v softvéri ANSYS. Prevzaté z [42], upravené. . . . .  | 52 |
| 5.4  | Experimentálne hodnoty súčiniteľa teplotnej rozťažnosti v závislosti na teplote pre pôvodnú a prepočítanú referenčnú teplotu. . . . .   | 53 |
| 5.5  | Závislosť medze klzu na teplote. . . . .  | 55 |
| 5.6  | Závislosť skutočného napätia na skutočnom plastickom pretvorení. Krivky sú pre rôzne teploty. Tieto hodnoty sú použité pre multilineárny model materiálu v ANSYS-e. . . . .   | 56 |
| 5.7  | Schéma modelovaného ZPO s hlavnými rozmermi. Rozmery nie sú zobrazené proporčne. . . . .  | 57 |
| 5.8  | Schéma výpočtového modelu s využitím MKP pre určenie napätosti a deformácie od autora [17]. Vľavo je konfigurácia na počiatku simulácie a vpravo na konci. . . . .  | 58 |
| 5.9  | Schéma upraveného modelu. Z pôvodne zvislej pozície, prechádza cez ZPO úsek kontizliatku s určitou dĺžkou a zastaví sa na konci vo vodorovnej polohe, kde vychladne. Na obrázku sú zobrazené všetky tri fázy. . . . . | 59 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 5.10 | Rozloženie valcov ZPO, je totožné pre rovinný aj priestorový model. . . . .   | 60 |
| 5.11 | Diskretizácia rovinného modelu sochoru. Z praktických dôvodov je zobrazený kratší úsek ako bol v skutočnosti modelovaný. . . . .  | 61 |
| 5.12 | Diskretizácia priestorového modelu sochoru (obrázok nie je v mierke). . . . .   | 62 |
| 5.13 | Diskretizácia pričného prierezu priestorového modelu sochoru. Diskretizácia zelenej a červenej oblasti z obrázku 5.12 je totožná. . . . .   | 63 |
| 5.14 | Model telesa kryštalizátoru s valcami v hornej časti ZPO. . . . .   | 64 |
| 5.15 | Pohyb tuhnúceho sochoru dráhou ZPO počas simulácie znázornený v hlavných etapách. Kontúrami je ilustrované rozloženie teplôt na rovine symetrie. Hodnoty teplôt nie sú pre ilustráciu podstatné. . . . .  | 68 |
| 5.16 | Schéma upraveného modelu, kde je modelovaná iba časť materiálu sochoru. Sochor prechádzajúci oblúkovou časťou so zobrazeným detailom predného čela, na ktoré sú zadávané príslušné OP. Pre ilustráciu sú prvky na čele zobrazené od seba, ale v skutočnosti ležia „na sebe“ a tvoria kontaktnú dvojicu - „no separation“. . . . . | 69 |
| 5.17 | Rozdiel v spôsobe zadávania okrajových podmienok. Vplyv ochladenia na tvar čela sochoru. Čiernou farbou je pôvodný tvar pred ochladením. . . . .  | 70 |
| 5.18 | Prenos aplikovaného zaťaženia medzi konečnými prvkami. Prevzaté z [24], upravené. Tlakové pôsobenie je prenášané príslušnými silami v uzloch. . . . .   | 72 |
| 6.1  | Niektoré sledované veličiny v počiatočných fázach analýzy - 1. časť. . . . .  | 75 |
| 6.2  | Niektoré sledované veličiny v počiatočných fázach analýzy - 2. časť. . . . .  | 76 |
| 6.3  | Priebeh zložiek napätia na malom polomere (SR), (2D). . . . .   | 77 |
| 6.4  | Priebeh zložiek napätia na veľkom polomere (LR), (2D). . . . .  | 77 |
| 6.5  | Napätia v pričnom priereze po vychladnutí, (2D). . . . .  | 78 |
| 6.6  | Znázornenie okrajových podmienok sochoru pri ochladzovaní za ZPO. Pohľad z boku. . . . .  | 80 |
| 6.7  | Miesta v pričnom priereze pre analýzu priebehov niektorých veličín s výsledkovým súradnicovým systémom. . . . .   | 80 |
| 6.8  | Priebeh zložiek napätia na malom polomere. . . . .  | 81 |
| 6.9  | Priebeh zložiek napätia na veľkom polomere. . . . .   | 81 |
| 6.10 | Axiálne a obvodové plastické pretvorenie na veľkom (LR) a malom (SR) polomere, variant 1, detail. . . . .   | 83 |
| 6.11 | Veličiny v pričnom priereze v oblúkovej časti ZPO, 3 m od menisku. . . . .  | 84 |
| 6.12 | Veličiny v pričnom priereze pred narovnaním, 20 m od menisku. . . . .   | 85 |
| 6.13 | Veličiny v pričnom priereze po narovnaní, 22 m od menisku. . . . .  | 86 |
| 6.14 | Veličiny v pričnom priereze po vychladnutí. . . . .   | 87 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 6.15 | Schematické znázornenie okrajových podmienok sochoru pri ochladzovaní za ZPO. Šedá farba predstavuje de-aktivované prvky príkazom „EKILL“. Pohľad z boku. . . . . | 89  |
| 6.16 | Axiálne napätie [MPa] po vychladnutí. . . . .   | 90  |
| 6.17 | Akumulované plastické pretvorenie [-] po vychladnutí pre rôzne varianty. . . . .  | 92  |
| 6.18 | Akumulované plastické pretvorenie [-] pred narovnaním. . . . .  | 93  |
| 6.19 | Akumulované plastické pretvorenie [-] po narovnaní. . . . .   | 93  |
| 7.1  | Interval teplôt, pri ktorých je sochor najviac náchylný na porušenie celistvosti (príklad prevzatý z literatúry). Prevzaté z [12], upravené. . . . .              | 96  |
| 7.2  | Riziko porušenia, vyjadrené pre kritické pretvorenie $\varepsilon_f = 0.002$ [-]. . . . .   | 97  |
| A.1  | Priebeh zložiek napätia na malom polomere, (2D). . . . .  | 113 |
| A.2  | Priebeh zložiek napätia na veľkom polomere, (2D). . . . .   | 113 |
| A.3  | Plastické pretvorenie na malom (vnútornom) polomere, detail, (2D). . . . .  | 114 |
| A.4  | Plastické pretvorenie na veľkom (vonkajšom) polomere, detail, (2D). . . . .   | 114 |
| A.5  | Plastické pretvorenie na malom (vnútornom) polomere, (2D). . . . .  | 115 |
| A.6  | Plastické pretvorenie na veľkom (vonkajšom) polomere, (2D). . . . .   | 115 |
| B.1  | Radiálne napätie na malom polomere, (3D), variant 1. . . . .  | 116 |
| B.2  | Radiálne napätie na veľkom polomere, (3D), variant 1. . . . .   | 116 |
| B.3  | Napätie na malom polomere, (3D), variant 1. . . . .   | 117 |
| B.4  | Napätie na veľkom polomere, (3D), variant 1. . . . .  | 117 |
| B.5  | Axiálne napätie v strede sochoru, (3D), variant 1. . . . .  | 118 |
| B.6  | Axiálne a obvodové napätie na kraji, (3D), variant 1. . . . .   | 118 |

## Zoznam symbolov a skratiek

|                   |   |
|-------------------|---|
| $A_f$             | Plocha pričného prierezu pri porušení             |
| $A_0$             | Pôvodná plocha pričného prierezu                  |
| $a$               | Označenie súradnice styku                         |
| $C_1, \dots, C_7$ | Parameter modelu materiálu                        |
| $c$               | Merná tepelná kapacita                            |
| $c_{eff}$         | Efektívna tepelná kapacita                        |
| $D_{ijkl}$        | Tenzor tuhosti                                    |
| $EPPL$            | Prevzaté označenie plastického pretvorenia        |
| $\dot{E}_g$       | Vnútorňý zdroj energie v kontrolnom objeme        |
| $\dot{E}_i$       | Tok energie, ktorá vstupuje do kontrolného objemu |
| $\dot{E}_s$       | Zmena uchovanej energie                           |
| $\dot{E}_s$       | Tok energie, ktorá vystupuje z kontrolného objemu |
| $FKN$             | Faktor kontaktnej tuhosti                         |
| $f$               | Plocha plasticity                                 |
| $f_s$             | Podiel tuhého skupenstva                          |
| $H$               | Objemová entalpia                                 |
| $h$               | Hrúbka bramy                                      |
| $i$               | Sčítací index                                     |
| $k$               | Súčiniteľ tepelnej vodivosti                      |
| $K_m$             | Konštanta odvádzaného tepla                       |
| $K_s$             | Konštanta tuhnutia                                |
| $L_f$             | Latentné teplo                                    |
| $LR$              | Prevzaté označenie veľkého polomeru               |
| $M$               | Metalurgická dĺžka                                |

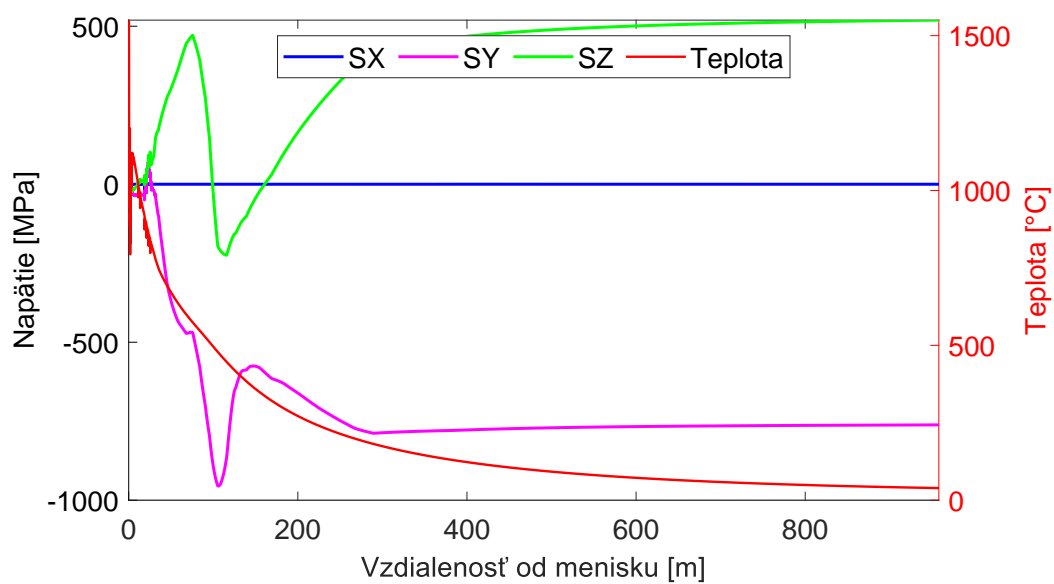
|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| $n$                             | Označenie normály, označenie počtu krokov                             |
| $R$                             | Tepelný odpor   |
| $RD$                            | Rovinná deformácia  |
| $s$                             | Hrúbka škrupiny   |
| $S$                             | Prevzaté označenie napätia  |
| $SR$                            | Prevzaté označenie malého polomeru                                    |
| $T$                             | Teplota   |
| $T_{\infty}$                    | Teplota okolia  |
| $T_{casting}$                   | Teplota odlievania  |
| $T_p$                           | Počiatočná teplota  |
| $T_{ref}$                       | Referenčná teplota  |
| $T_{surf}$                      | Teplota povrchu   |
| $t$                             | Čas   |
| $v_c$                           | Rýchlosť liatia   |
| $v_z$                           | Rýchlosť pohybu materiálu   |
| $\dot{q}, \dot{q}_a, \dot{Q}_m$ | Tepelný tok   |
| $Q_m$                           | Plastický potenciál   |
| $\dot{q}_{gen}$                 | Vnútorý zdroj tepla   |
| $x, y, z$                       | Priestorové premenné  |
| $X, Y, Z$                       | Označenie smerov a rovín  |
| $\alpha$                        | Súčiniteľ teplotného pretvorenia                                      |
| $\alpha_{inst}$                 | Súčiniteľ teplotného pretvorenia „ <i>Secant coefficient</i> “        |
| $\alpha_{sec}$                  | Súčiniteľ teplotného pretvorenia „ <i>Instantaneous coefficient</i> “ |
| $\delta, \gamma$                | Označenie fáz oceli   |
| $\varepsilon$                   | Emisivita, pretvorenie  |

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| $\varepsilon_{cr}$             | „Creep-ová“ deformácia                              |
| $\dot{\varepsilon}_{cr}$       | Rýchlosť „creep-ovej“ deformácie                    |
| $\varepsilon_{el}$             | Elastická zložka pretvorenia                        |
| $\varepsilon_{kl}$             | Tenzor pretvorenia                                  |
| $\varepsilon_{pl}$             | Plastická zložka pretvorenia                        |
| $\hat{\varepsilon}_{pl}$       | Plastická zložka pretvorenia                        |
| $\varepsilon_{th}$             | Teplotné pretvorenie                                |
| $\lambda$                      | Teplná vodivosť, plastický multiplikátor            |
| $\sigma$                       | Stefan Boltzmann konštanta                          |
| $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ | 1.,2.,3. Hlavné napätie                             |
| $\sigma_{ij}$                  | Tenzor napätia                                      |
| $\sigma_k$                     | Aktuálna medza klzu                                 |
| $\sigma_{red}$                 | Redukované napätie podľa podmienky Von Mises        |
| $\theta$                       | Priestorová premenná                                |
| $\rho$                         | Hustota   |
| $\tau_m$                       | Celkový čas zotrvania kontizliatku v kryštalizátore |
| $\tau_s$                       | Celkový čas tuhnutia                                |
| $\xi$                          | Ťažnosť   |
| $\zeta$                        | Označenie súradnice fázovej premeny                 |
| <b>2D</b>                      | Označenie rovinnej entity                           |
| <b>3D</b>                      | Označenie priestorovej entity                       |
| <b>AMD</b>                     | Advanced Micro Devices                              |
| <b>APDL</b>                    | Ansys Parametric Design Language                    |
| <b>FEM</b>                     | Finite element method                               |
| <b>E-P</b>                     | Elasto-plastický model materiálu                    |

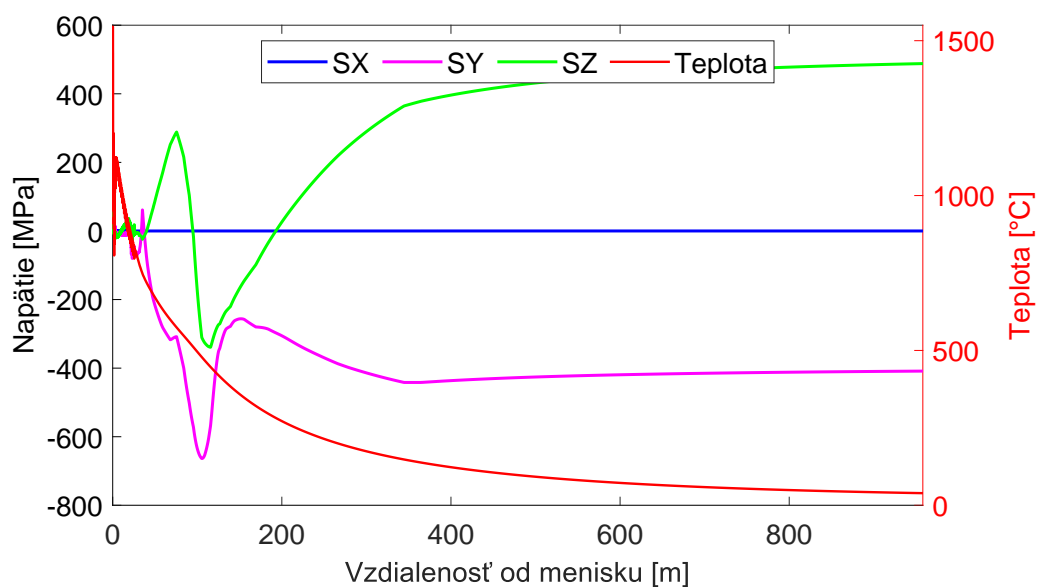
|              |  |
|--------------|--|
| <b>IZO</b>   | Izotropný model spevnenia                          |
| <b>KIN</b>   | Kinematický model spevnenia                        |
| <b>MKP</b>   | Metóda konečných prvkov                            |
| <b>ÚMTMB</b> | Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky |
| <b>V-E-P</b> | Visko-elasto-plastický model materiálu             |
| <b>ZPO</b>   | Zariadenie pre plynulé odlievne                    |



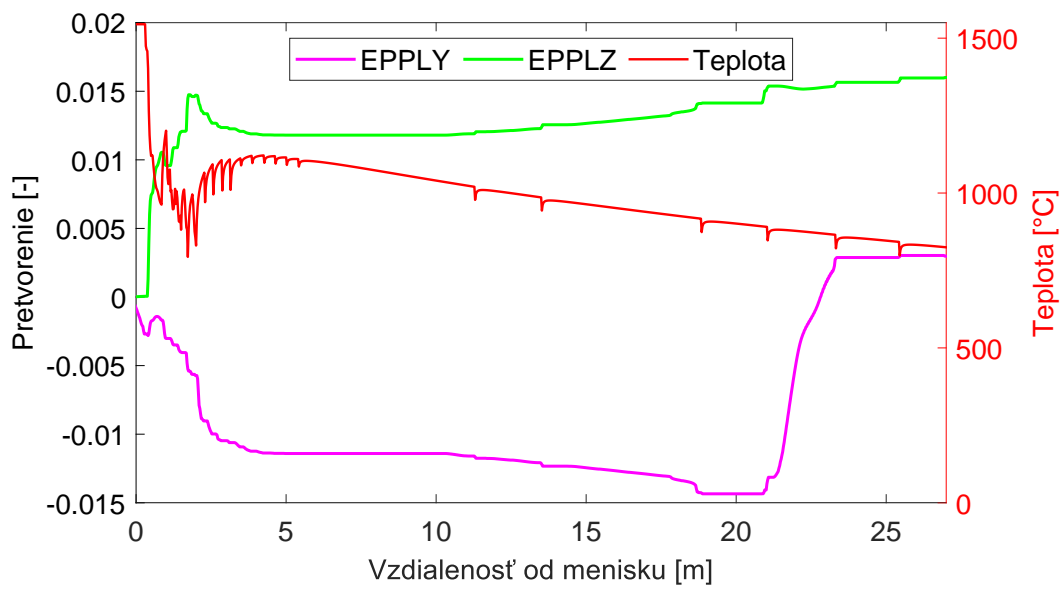
## A Ostatné výsledky - rovinný model



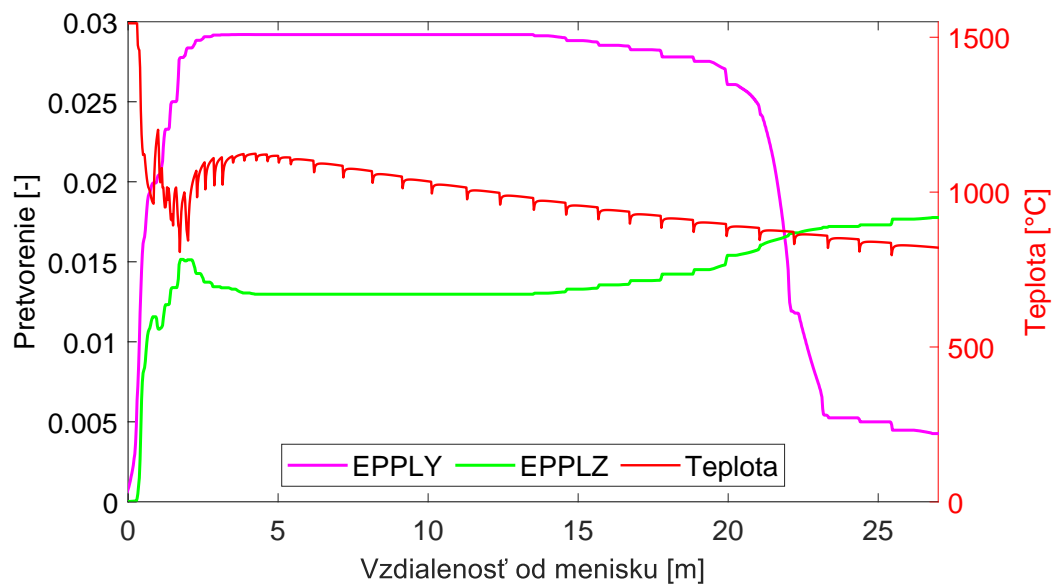
Obr. A.1: Priebeh zložiek napätia na malom polomere, (2D).



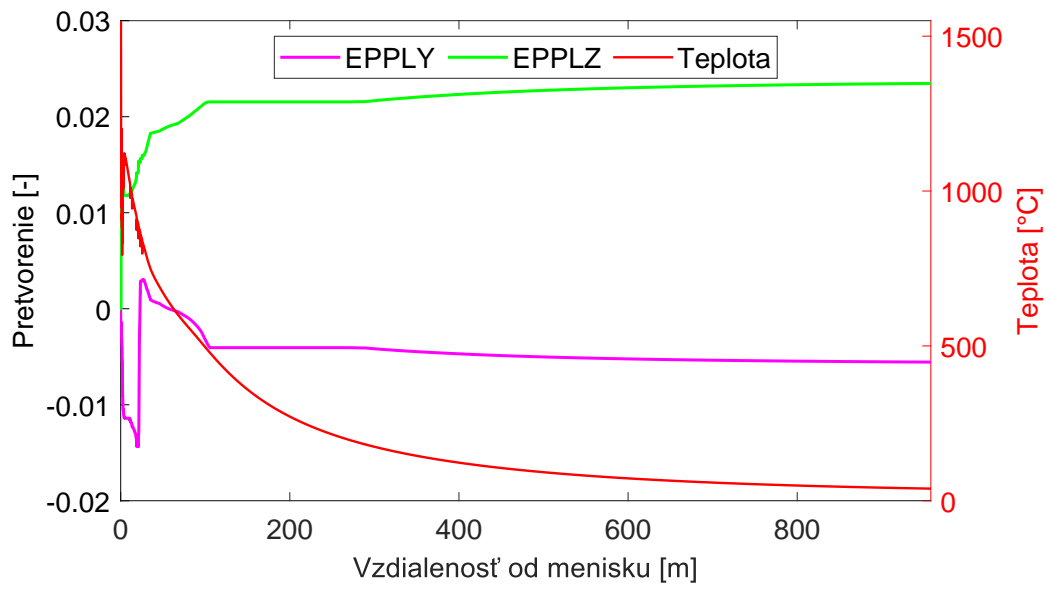
Obr. A.2: Priebeh zložiek napätia na veľkom polomere, (2D).



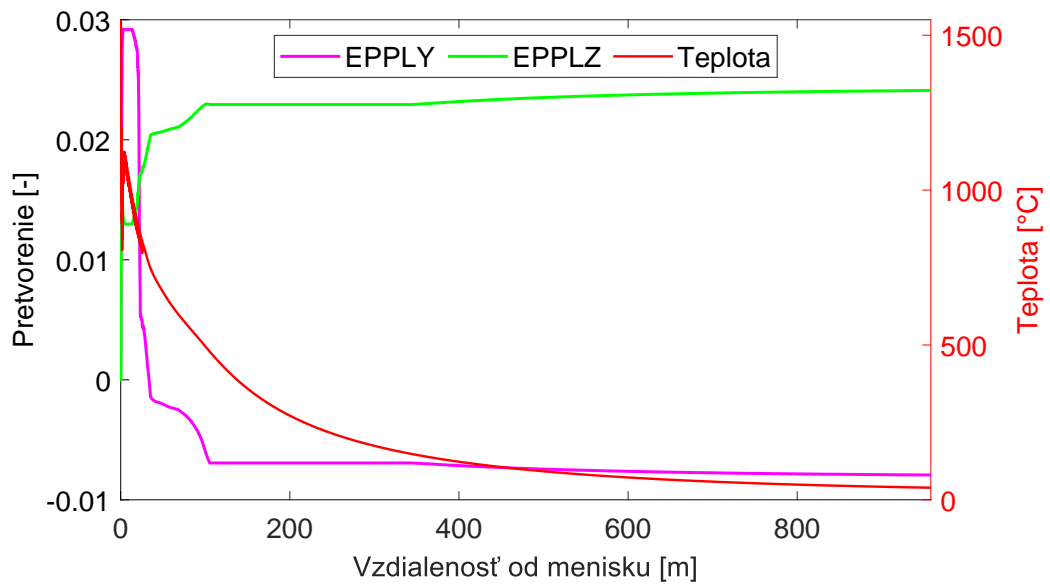
Obr. A.3: Plastické pretvorenie na malom (vnútornom) polomere, detail, (2D).



Obr. A.4: Plastické pretvorenie na veľkom (vonkajšom) polomere, detail, (2D).



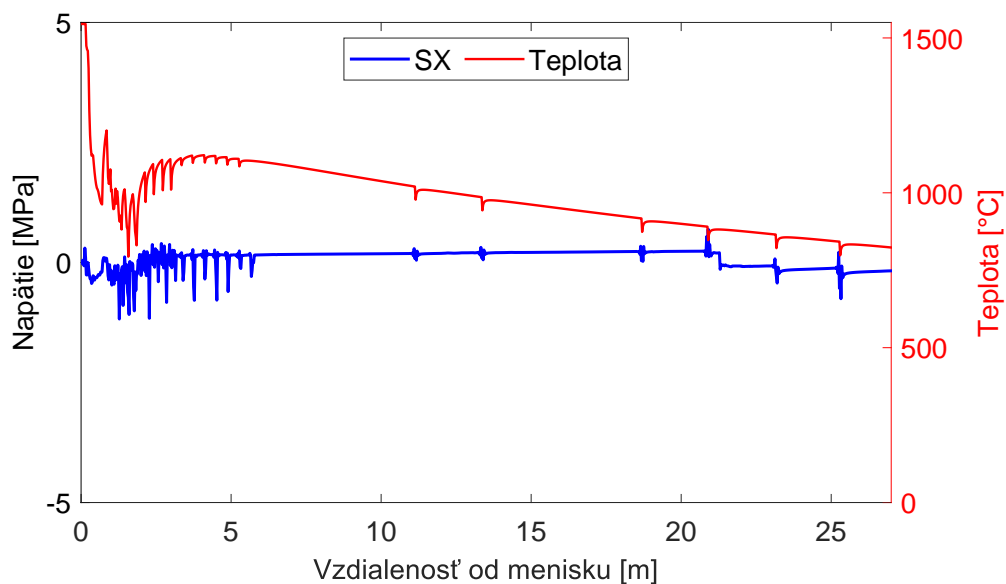
Obr. A.5: Plastické pretvorenie na malom (vnútornom) polomere, (2D).



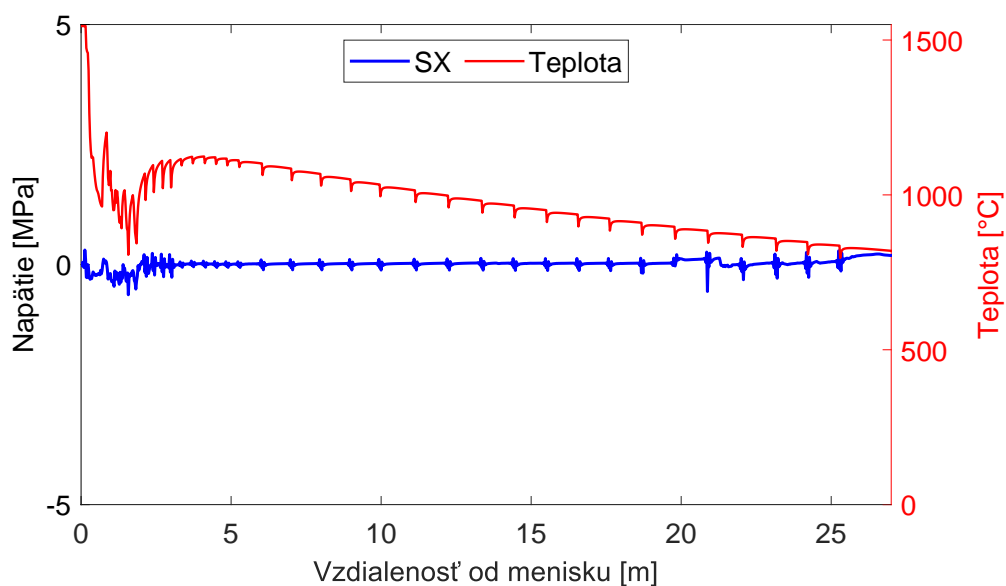
Obr. A.6: Plastické pretvorenie na veľkom (vonkajšom) polomere, (2D).

## B Ostatné výsledky - priestorový model

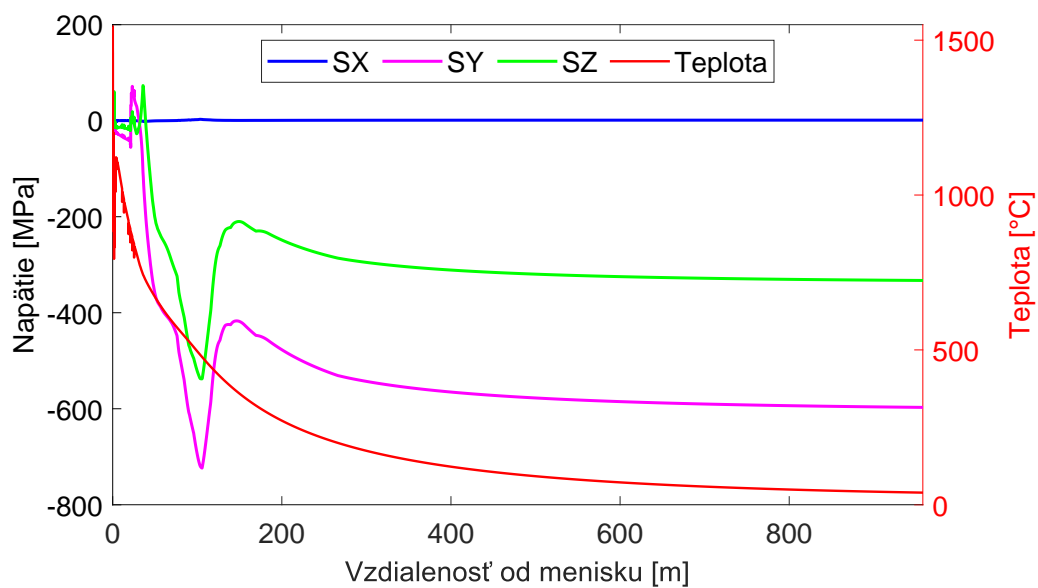
Variant 1 - elasto-plastický model materiálu s kinematickým spevnením



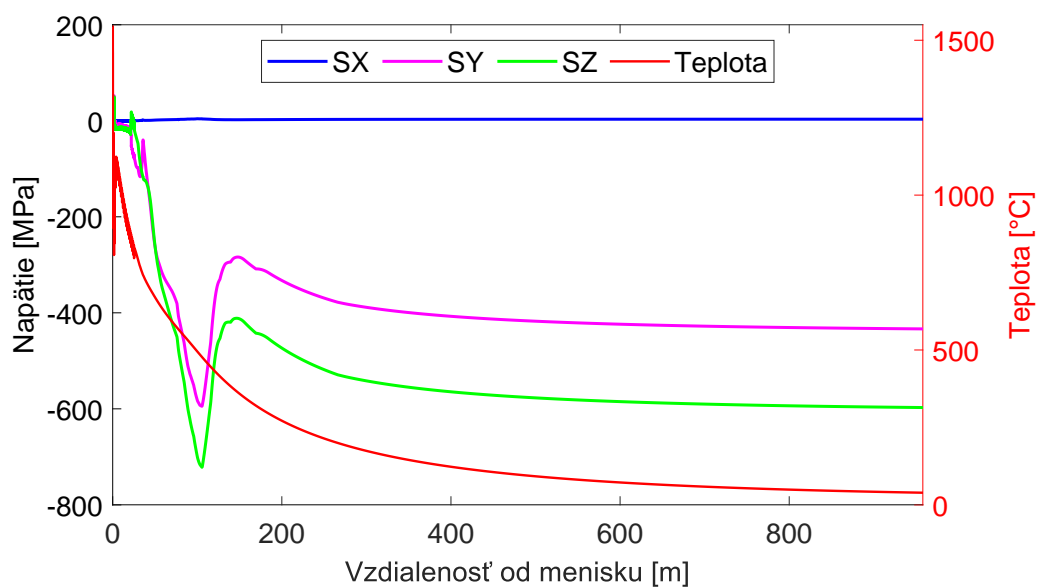
Obr. B.1: Radiálne napätie na malom polomere, (3D), variant 1.



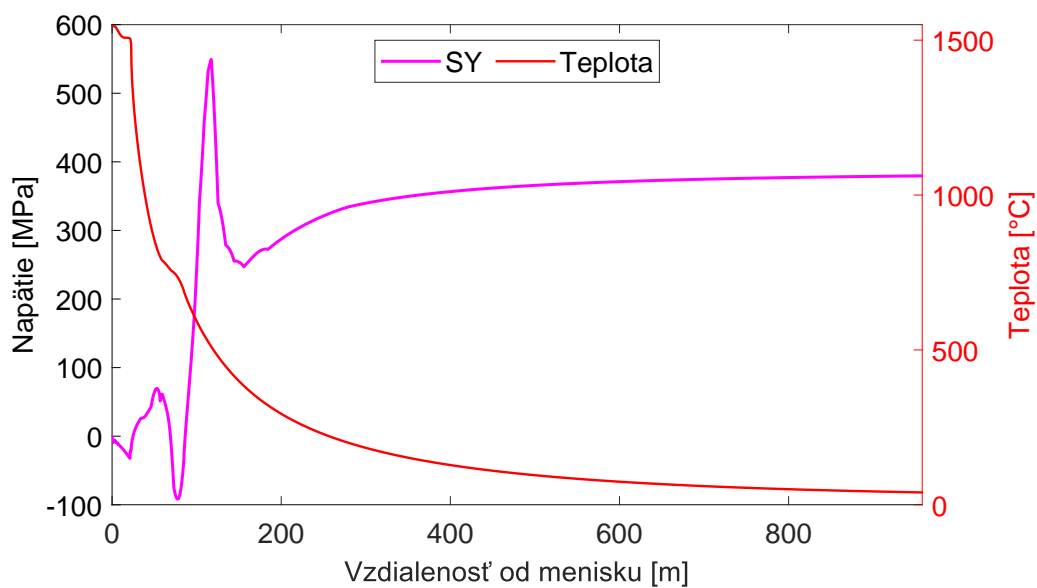
Obr. B.2: Radiálne napätie na veľkom polomere, (3D), variant 1.



Obr. B.3: Napätie na malom polomere, (3D), variant 1.

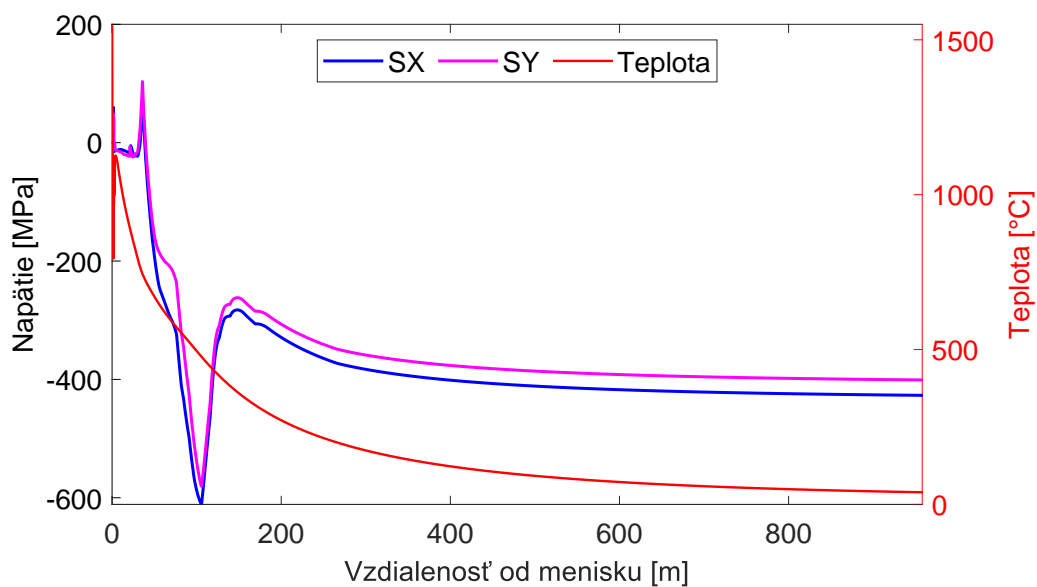


Obr. B.4: Napätie na veľkom polomere, (3D), variant 1.



Obr. B.5: Axiálne napätie v strede sochoru, (3D), variant 1.

**Poznámka:** Na obrázku B.5 je uvedený priebeh axiálneho napätia v strednej časti sochoru. V oblasti ZPO je stred sochoru ešte tekutý a preto nemá zmysel analyzovať jeho „napätosť“.



Obr. B.6: Axiálne a obvodové napätie na kraji, (3D), variant 1.

**Poznámka:** V obrázku B.6 je obvodové napätie označené ako SX a vychádza z orientácie súradnicového systému na obrázku 6.7.