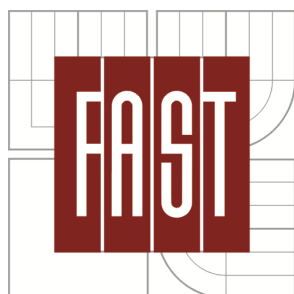


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

MEMBRÁNY NAD KRUHOVÝM A ELIPTICKÝM PŮDORYSEM

PRESTRESSED MEMBRANES ABOVE CIRCULAR AND ELLIPTICAL PLAN

DISERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

ING. PAVLÍNA JUCHELKOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

PROF. ING. JIŘÍ STRÁSKÝ, DSC.

BRNO 2013

ABSTRAKT

Disertační práce se zabývá visutými lanovými konstrukcemi nad kruhovým a eliptickým půdorysem s vnitřním nosníkem, jejichž možnou aplikací může být zastřešení tribun fotbalového stadionu. Metodika výpočtu je navržena pomocí studijní konstrukce mezikruží o vnějším průměru 70 m. Konstrukce je tvořena předpjatou membránou z lehkého konstrukčního betonu, která je nesena a předepnuta radiálně vedenými lany mezi vnějším a vnitřním obvodovým prstencem. Pomocí studijní konstrukce je popsáno konstrukční uspořádání a postup výstavby, který je typický pro tento typ konstrukcí. Rovněž je vysvětleno statické působení konstrukce a jsou popsány pojmy jako samokotvený systém nebo výchozí stav, které jsou úzce spjaté s přepjatými membránami tvaru mezikruží. Pro provedení statické analýzy je vytvořeno několik výpočetních modelů, a to od nejjednoduššího prutového modelu jednoho pásu až po komplexní deskostěnový model, a jsou diskutovány možnosti jejich použití. Poté je provedeno podrobné vyhodnocení statické analýzy konstrukce.

Hlavním cílem disertační práce je navrhnout zastřešení tribun fotbalového stadionu, a to ve dvou variantách – nad kruhovým a eliptickým půdorysem, které je tvořeno předpjatou membránou vycházející z řešení studijního mezikruží. Kruhová varianta je přímou aplikací studijního mezikruží s příslušným zvětšením rozměrů konstrukce vzhledem k nutné ploše zastřešení. Zastřešení nad eliptickým půdorysem pak vzniklo modifikací obvodových prstenců na elipsy. Protože jsou radiální lana kotvena do poddajných obvodových, půdorysně zakřivených, nosníků a konstrukce tvoří tzv. samokotvený systém, vodorovné složky kotevních sil z lan zatěžují obvodové nosníky v radiálním směru. Proto je nutné navrhnout konstrukci tak, aby nedocházelo k nežádoucímu globálnímu ohybovému namáhání zakřivených nosníků v jejich rovině. Kruhová varianta zastřešení tento požadavek přirozeně splňuje. V případě obvodových elips je však potřeba definovat optimální zatížení, při kterém je ohybové namáhání, a tedy vodorovné deformace elips minimální. Proto je provedena studie optimálního zatížení elipsy, na základě které jsou formulovány dva základní požadavky na konstrukční uspořádání eliptického zastřešení tak, aby mohlo být plnohodnotnou alternativou ke kruhové variantě. Aby byla dokázána nutnost dodržení těchto požadavků, je provedeno srovnání optimálního konstrukčního uspořádání s nevhodně navrženým. Na závěr je opět provedeno podrobné vyhodnocení statické analýzy obou variant zastřešení.

KLÍČOVÁ SLOVA

Předpjatá membrána, lano, visutá lanová střecha, kruhový půdorys, eliptický půdorys, fotbalový stadion

ABSTRACT

This doctoral thesis deals with suspension cable roof structures with an internal girder above a circular and elliptical plan which can be used for roofing of football stadium terraces. The methodology of analysis is based on a basic annular cable roof structure of an external diameter of 70 m. The roof structure is designed as a prestressed membrane from the precast panels made from lightweight structural concrete which are supported with the bearing and prestressing tendons that are radially led between the two peripheral rings. The structural arrangement and the process of construction which are typical for this type of structures are described. The static system is specified and the terms wedded to annular suspension cable roof like self-anchored system or equilibrium state are also defined. Several calculation models were created for static analysis – from the simplest beam model to the complete shell model and the possibilities of their application are studied. Finally, the results of static analysis are discussed in detail.

The main aim of the doctoral thesis is to design a roofing of football stadium terraces using the structures of a basic annular cable roof; and present two alternatives – above circular and elliptical plan. The circular alternative comes directly from basic annulus, only the main dimensions of the new-designed structure are correspondingly extended with respect to the size of the built-up area. The elliptical alternative is an alteration of the circular design. As the radial tendons are anchored to the flexible peripheral curved girders, and the structures form the self-anchored system, the horizontal tendon forces load the peripheral girders radially. Because of that, it is essential to design a state of stress in tendon to prevent the undesirable global bending moments on the peripheral girders, and subsequently large non-uniform horizontal and vertical displacements of structure. The circular alternative complies naturally with these conditions. In case of the elliptical alternative, it is necessary to specify the optimal load of peripheral ellipse to eliminate non-uniform horizontal displacements. Therefore, a study of the optimal load of ellipse is carried out. On the basis of the study, two basic requirements to structural arrangement of the elliptical roof are formulated which should be adhered during the design to avoid an inadmissible increase in horizontal and vertical displacements. To illustrate the importance of a correct design, the optimal and unsuitable structural arrangements are compared. Finally, the results of static analysis of the circular and elliptical roof are again discussed in detail.

KEY WORDS

Prestressed membrane, tendon, suspension cable roof, circular plan, elliptical plan, football stadium

BIBLIOGRAFIE

PUBLIKACE

JUCHELKOVÁ, Pavlína. Visutá lanová střecha tvaru mezikruží. In: *Sborník 12. odborné konference doktorského studia JUNIORSTAV 2010*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2010, s. 140. ISBN 978-80-214-4042-5.

JUCHELKOVÁ, Pavlína. Annular cable roof structure. In: *Proceedings of 2nd PhD. Student Conference on Civil Engineering and Architecture YOUNG SCIENTIST 2010*. Košice: Technická univerzita v Košiciach, Stavebná fakulta, 2010. ISBN 978-80-553-0391-8.

JUCHELKOVÁ, Pavlína. Zastřešení sportovního stadionu nad eliptickým půdorysem. In: *Sborník 13. odborné konference doktorského studia JUNIORSTAV 2011*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2011, s. 123. ISBN 978-80-214-4232-0.

JUCHELKOVÁ, Pavlína. A comparison of two sport stadium roofs. In: *Proceedings of 3rd PhD. Student Conference on Civil Engineering and Architecture YOUNG SCIENTIST 2011*. Košice: Technická univerzita v Košiciach, Stavebná fakulta, 2011. ISBN 978-80-553-0639-1.

JUCHELKOVÁ, Pavlína. Optimalizace konstrukčního systému visuté lanové střechy nad eliptickým půdorysem. In: *Sborník 14. odborné konference doktorského studia JUNIORSTAV 2012*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2012, s. 160. ISBN 978-80-214-4393-8.

JUCHELKOVÁ, Pavlína a Jiří STRÁSKÝ. Návrh optimálního uspořádání předpjaté membrány nad eliptickým půdorysem. In: *Sborník příspěvků konference 19. BETONÁŘSKÉ DNY 2012*. Praha: ČBS Servis, s. r. o., 2012, s. 158–163. ISBN 978-80-87158-32-6.

JUCHELKOVÁ, Pavlína a Jiří STRÁSKÝ. Předpjatá membrána nad eliptickým půdorysem jako zastřešení fotbalového stadionu. *Beton TKS*. 2013, č. 2.

JUCHELKOVÁ, Pavlína a Jiří STRÁSKÝ. Analýza předpjaté membrány ve tvaru mezikruží. *Konstrukce*. 2013, č. 2.

VÝZKUMNÉ ZPRÁVY

JUCHELKOVÁ, Pavlína. *Visutá lanová střecha tvaru mezikruží*. Brno, 2009. 38 s., 61 s. příloh. Souhrnná zpráva za etapu 1 v rámci projektu Ministerstva průmyslu a obchodu „Impuls“ FI-IM5/128 Progresivní konstrukce z vysokohodnotného betonu.

JUCHELKOVÁ, Pavlína. *Zastřešení sportovního stadionu*. Brno, 2010. 26 s., 56 s. příloh. Dílčí zpráva za etapu 1 v rámci projektu Ministerstva průmyslu a obchodu „Impuls“ FI-IM5/128 „Progresivní konstrukce z vysokohodnotného betonu“.

JUCHELKOVÁ, Pavlína. *Visutá lanová střecha nad eliptickým půdorysem*. Brno, 2012. 63 s., 56 s. příloh. Etapová zpráva v rámci projektu Technologické agentury České republiky TA02011322: „Prostorové konstrukce podepřené kabely a/nebo oblouky“.

PATENT

JUCHELKOVÁ, Pavlína a Jiří STRÁSKÝ. Byla podána patentová přihláška PV 2012-377 s názvem *Visutá lanová střecha*. Datum podání 7. 6. 2012. U přihlášky bylo požádáno o úplný průzkum 26. 6. 2012, řízení probíhá.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne

.....

podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

Disertační práce vznikla pod odborným dohledem prof. Ing. Jiřího Stráského, DSc., jemuž děkuji především za vedení a poskytování cenných rad při řešení uvedené problematiky membránových konstrukcí.

OBSAH

ABSTRAKT	2
ABSTRACT	3
BIBLIOGRAFIE	4
PROHLÁŠENÍ	6
PODĚKOVÁNÍ	7
OBSAH	8
1. ÚVOD	11
2. REŠERŠE	12
2.1. LITERATURA.....	12
2.2. ZÁKLADNÍ TYPY KONSTRUKČNÍCH SYSTÉMŮ	13
2.3. MATERIÁLY	17
2.4. ZATÍŽENÍ	18
2.5. POSOUZENÍ KONSTRUKCE.....	20
2.6. REALIZACE VISUTÝCH STŘECH NAD KRUHOVÝM PŮDORYSEM.....	21
2.6.1. <i>Starověk</i>	22
2.6.2. <i>19. století</i>	23
2.6.3. <i>Počátek 20. století</i>	24
2.6.4. <i>Druhá polovina 20. století</i>	25
2.6.5. <i>Současnost – zastřešení sportovních stadionů</i>	28
3. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	31
4. STUDIJNÍ KONSTRUKCE MEZIKRUŽÍ	32
4.1. POPIS KONSTRUKCE.....	32
4.1.1. <i>Konstrukční uspořádání</i>	32
4.1.2. <i>Postup výstavby</i>	34
4.1.3. <i>Použité materiály</i>	35
4.2. STATICKÉ PŮSOBENÍ	36
4.2.1. <i>Obecně</i>	36
4.2.2. <i>Statické působení konstrukce při výstavbě</i>	37
4.2.3. <i>Samokotvený systém</i>	38
4.2.4. <i>Průběh vnitřních sil na obvodových prstencích</i>	40
4.3. VÝPOČETNÍ MODELY	44
4.3.1. <i>Použitá metoda výpočtu</i>	44
4.3.2. <i>Obecné vlastnosti výpočetních modelů</i>	44
4.3.3. <i>Postupná výstavba konstrukce</i>	47

4.3.4.	<i>Průřezové a materiálové charakteristiky</i>	48
4.3.5.	<i>Zatížení</i>	50
4.3.6.	<i>Typy výpočetních modelů</i>	51
4.4.	VÝCHOZÍ STAV	54
4.4.1.	<i>Dokonale ohebné lano</i>	54
4.4.2.	<i>Lano s krajním bodem volně posuvným ve svislém směru</i>	56
4.4.3.	<i>Výpočet výchozího stavu u lanové střechy ve tvaru mezikružít</i>	57
4.4.4.	<i>Vliv vodorovné deformace prstenců</i>	61
4.5.	VYHODNOCENÍ STATICKÉ ANALÝZY	62
4.5.1.	<i>Způsob vyhodnocení</i>	62
4.5.2.	<i>Porovnání výpočetních modelů</i>	62
4.5.3.	<i>Deskostěnový model B.1 – během výstavby</i>	65
4.5.4.	<i>Deskostěnový model B.1 – proměnná zatížení</i>	71
4.6.	DOTVAROVÁNÍ A SMRŠŤOVÁNÍ	73
4.6.1.	<i>Lehký konstrukční beton</i>	73
4.6.2.	<i>Předpjatý pás (model A.1)</i>	75
5.	STUDIE OPTIMÁLNÍHO ZATÍŽENÍ ELIPSY	77
5.1.	ÚVOD	77
5.2.	ELIPSA, KRUŽNICE – ZÁKLADNÍ POJMY A ROVNICE	78
5.3.	ZATÍŽENÍ V ROVINĚ KŘIVKY	83
5.3.1.	<i>Vnitřní síly na zakřivených prutech</i>	83
5.3.2.	<i>Studie optimálního zatížení elipsy/kružnice</i>	89
5.3.3.	<i>Vztah mezi křivostí a tvarem zatížením</i>	92
5.3.4.	<i>Vodorovná deformace křivky</i>	97
6.	ZASTŘEŠENÍ SPORTOVNÍHO STADIONU	99
6.1.	ÚVOD	99
6.2.	POPIS KONSTRUKCE.....	100
6.2.1.	<i>Konstrukční uspořádání – střecha nad kruhovým půdorysem</i>	100
6.2.2.	<i>Konstrukční uspořádání – střecha nad eliptickým půdorysem</i>	101
6.2.3.	<i>Postup výstavby zastřešení stadionu</i>	105
6.3.	STATICKÉ PŮSOBENÍ.....	107
6.3.1.	<i>Samokotvený systém</i>	107
6.3.2.	<i>Namáhání obvodových nosníků</i>	108
6.4.	VÝPOČETNÍ MODELY ZASTŘEŠENÍ STADIONU	110
6.4.1.	<i>Popis výpočetních modelů</i>	110
6.4.2.	<i>Průřezové a materiálové charakteristiky</i>	112
6.4.3.	<i>Uvažované zatížení</i>	114

6.5.	VÝCHOZÍ STAV	116
6.5.1.	<i>Postup výpočtu</i>	116
6.5.2.	<i>Číselné vyjádření výpočtu výchozího stavu</i>	118
6.5.3.	<i>Výpočet vodorovné deformace obvodových nosníků ve výchozím stavu</i>	123
6.6.	NEVHODNÉ KONSTRUKČNÍ USPOŘÁDÁNÍ NAD ELIPTICKÝM PŮDORYSEM	127
6.7.	VYHODNOCENÍ – POROVNÁNÍ KRUHOVÉ A ELIPTICKÉ STŘECHY	131
6.7.1.	<i>Reakce – účinky na spodní stavbu</i>	131
6.7.2.	<i>Vodorovné deformace konstrukce</i>	132
6.7.3.	<i>Svislé deformace konstrukce</i>	133
6.7.4.	<i>Obvodové nosníky</i>	136
6.7.5.	<i>Nosná a předpínací lana</i>	140
6.7.6.	<i>Membrána</i>	142
6.7.7.	<i>Proměnná zatížení</i>	143
7.	ZÁVĚR	149
7.1.	STUDIJNÍ KONSTRUKCE MEZIKRUŽÍ (METODIKA VÝPOČTU)	149
7.2.	STUDIE OPTIMÁLNÍHO ZATÍŽENÍ ELIPSY	150
7.3.	ZASTŘEŠENÍ SPORTOVNÍHO STADIONU (APLIKACE)	150
	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	152
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	155
	PŘÍLOHA A: CHARAKTERISTIKY POUŽITÝCH PRVKŮ	161
	PŘÍLOHA B: PARAMETRY LAN – ELIPTICKÁ VARIANTA ZASTŘEŠENÍ	164

1. ÚVOD

Visuté lanové střechy jsou konstrukce, jejichž použití ve stavební praxi má nezastupitelné místo, a to nejen kvůli značné variabilnosti v typech zastřešení a možnosti překlenout plochy značných rozměrů, ale také díky jejich poměrně jednoduché výstavbě nevyžadující skruž a v neposlední řadě i značné úspoře materiálů. Patří mezi konstrukce plně odpovídající dnešní moderní době, kdy se neplní pouze funkční požadavky zastřešení, ale je také kladen důraz na estetické působení a začlenění do urbanistického celku. Takovéto stavby se pak často stávají symboly měst a podávají svědectví o vyspělosti stavebního inženýrství v dané společnosti.

Disertační práce se zabývá rotačně symetrickými visutými lanovými střešními konstrukcemi nad kruhovým, resp. eliptickým půdorysem, kdy střešní plášť je tvořen předpjatou betonovou membránou. V první, rešeršní části práce podává ucelený pohled na řešenou problematiku. Je zde uveden souhrn odborné literatury zabývající se problematikou nejen lanových střešních konstrukcí, ale také řešením samotného lana. Dále jsou popsány základní typy konstrukčních systémů s ohledem na způsoby členění dle různých hledisek. Konstrukce, které jsou předmětem práce, jsou pak do jednotlivých kategorií začleněny. Rovněž jsou stručně zmíněny materiály, které se pro visuté konstrukce používají, a je popsáno zatížení, které se může na zastřešení vyskytovat a které je potřeba analyzovat. Nakonec jsou uvedeny z pohledu autorky zajímavé realizované rotačně symetrické visuté střešní konstrukce nad kruhovým půdorysem z hlediska historického vývoje. Na základě shrnutí řešené problematiky jsou stanoveny cíle, které jsou postupně naplněny v druhé, stěžejní části práce.

Druhá část práce je rozdělena do 3 kapitol:

Kapitola 4 – studijní konstrukce mezikruží (metodika výpočtu)

Pro stanovení metodiky výpočtu rotačně symetrické visuté lanové střechy byla zvolena studijní konstrukce mezikruží nad kruhovým půdorysem o průměru 70 m, pomocí níž jsou popsány teoretické základy potřebné k analýze tohoto typu konstrukce.

Kapitola 5 – studie optimálního zatížení elipsy

Hlavním cílem práce je vytvořit funkční konstrukční systém vycházející ze studijní konstrukce mezikruží, který může být použit pro zastřešení tribun sportovního stadionu. Protože většina hřišť zaujímá obdélníkový půdorys, je vhodné adaptovat kruhový půdorys zastřešení na eliptický. Tím obvodové prstence přejdou do tvaru uzavřených eliptických křivek. Proto byla provedena studie optimálního zatížení elipsy v rovině křivky, kterou se zabývá kapitola 5.

Kapitola 6 – zastřešení sportovního stadionu (aplikace)

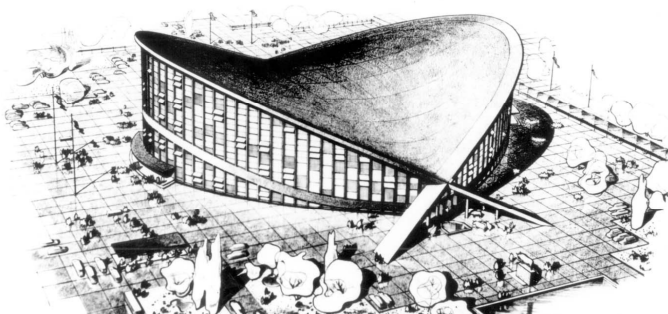
Zastřešení sportovního stadionu je provedeno ve dvou variantách – nad kruhovým a eliptickým půdorysem. Pomocí studijní konstrukce mezikruží je zformulována metodika statické analýzy tohoto typu konstrukcí, která je dále na zastřešení stadionu aplikována.

2. REŠERŠE

2.1. Literatura

Použití lana jako hlavního nosného prvku konstrukce se stalo ve stavební praxi poměrně běžnou záležitostí, a to jak v mostním (visuté a zavěšené mosty, předpjaté pásy), tak v pozemním (visuté a zavěšené střechy) stavitelství. Díky tomu existuje poměrně rozsáhlý soubor literatury zabývající se problematikou statické analýzy nejen samotného lana, ale také celých lanových konstrukčních systémů.

V oblasti visutých lanových střech je za průkopníka považován německý architekt Frei Otto, který se lanovými konstrukcemi začal zabývat poté, co byla v roce 1953 postavena aréna v Raleigh. Jak uvádí Tibert [23], jeho doktorská práce *Das Hängende Dach* podává první ucelený pohled na řešenou problematiku. Mezi jeho nejznámější práce však patří publikace *Tensile structures* (1969), ve které se zabývá taženými membránami.



Obr. 2.1: Dorton aréna v Raleigh ve státě Severní Karolína, USA

Velmi přínosnou odbornou publikací je kniha Herrmanna Rühleho s kolektivem *Priestorové strešné konštrukcie* (německý originál *Räumliche Dachtragwerke*, 1969), která byla vydána ve dvou svazcích a z které řada pozdějších autorů vychází, viz [18], [19]. Lanovým střešním konstrukcím je věnována část druhého dílu s názvem *Ocel' a plastické hmoty* a je zde uveden nejen statický výpočet lana, základní systémy střech a různé konstrukční detaily a materiály, ale rovněž realizované konstrukce.

Statickou analýzou visutých lanových střech se pak dále ve svých publikacích zabývala řada autorů, např. J. W. Leonard (*Tension structures*, 1988), Perm Krishna (*Cable-suspended roof*, 1978), Max Irvine (*Cable structures*, 1992), H. A. Buchholdt (*An Introduction to Cable Roof Structures*, 1999) nebo český pedagog a odborník na visuté lanové konstrukce Jaroslav Kadlčák (*Statics of Suspension Cable Roofs*, 1994). Přínosnou publikací je rovněž doktorská práce Gunnara Tiberta *Numerical Analyses of Cable Roof Structures* z roku 1999, zabývající se analýzou visutých střech.

Dalším okruhem literatury, ve které lze nalézt informace o visutých lanových konstrukcích, jsou knihy přinášející souhrny nejrůznějších typů konstrukčních systémů, viz [6], a především realizovaných zastřešení, viz [1], [2].

2.2. Základní typy konstrukčních systémů

Jak uvádí Krishna [14], lze lanové střechy obecně dělit, obdobně jako lanové mosty, na:

- A) zavěšené lanové střechy,
- B) visuté lanové střechy.

V prvním případě se jedná o konstrukce, jejichž statické působení je podobné zavěšeným mostům, kdy lana pouze zastávají funkci přidané podpory, avšak hlavní nosnou funkci má mostovka, resp. střešní plášť. V případě visutých lanových střech se zatížení přenáší přímo do lanových systémů. Lano je tady hlavním nosným prvkem. Předložená práce se dále zabývá pouze visutými lanovými střechami.

Visuté lanové konstrukce lze dále dělit podle různých kritérií. Jedním z nich je dělení dle *stupně křivosti plochy*, kterou střecha zaujímá. Pak jsou konstrukce:

- 1) jednoduché křivosti,
- 2) dvojí křivosti.

Konstrukce jednoduché křivosti jsou tvořeny paralelně vedenými lany, která jsou zakotvena do obvodových nosníků, a střecha tak zaujímá tvar válcové plochy. Mohou zastřešovat obdélníkový nebo lichoběžníkový půdorys. V podstatě se jedná o jednoduché pásy, které mohou, naskládané za sebou, pokrýt libovolně dlouhý půdorys (viz *Obr. 2.2*, *Obr. 2.3*). Konstrukce dvojí křivosti jsou pak všechny ostatní typy lanových střech. Patří zde rotačně symetrické plochy nad kruhovým (viz *Obr. 2.4*), resp. eliptickým půdorysem, které jsou tvořeny kulovou, resp. elipsoidovou plochou, nebo známé konstrukce tvaru hyperbolického paraboloidu (viz *Obr. 2.6*).

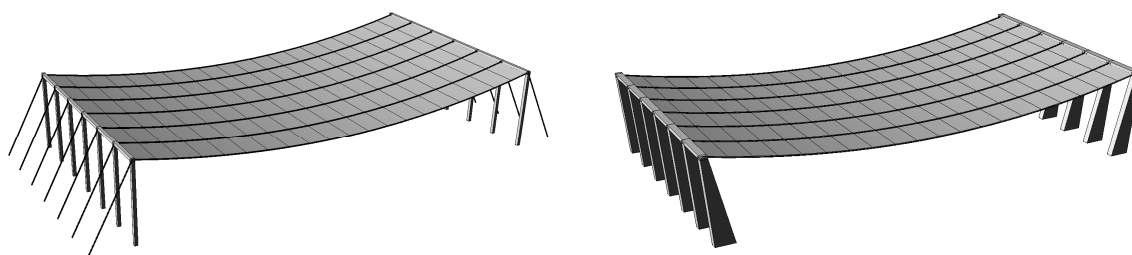


Obr. 2.2: Příklad visuté lanové konstrukce jednoduché křivosti – letištní terminál v Dulles

Dalším možným kritériem pro dělení visutých lanových střech je, zda konstrukce zaujímá tzv. *samokotvený systém*. Pak jsou konstrukce:

- 1) tvořící samokotvený systém,
- 2) netvořící samokotvený systém.

O konstrukci tvořící samokotvený systém lze hovořit v případě, že horizontální síly lan jsou zachyceny tuhostí a vhodným konstrukčním uspořádáním obvodových nosníků, do kterých jsou lana zakotvena. Pokud konstrukce netvoří samokotvený systém, je nutné tyto vodorovné síly zachytit např. zakotvením lan do podloží nebo velkou ohybovou tuhostí spodní stavby (viz **Obr. 2.3**). Typickým příkladem konstrukce, která přirozeně tvoří samokotvený systém, je střecha nad kruhovým půdorysem tvaru mezikruží, kdy lana jsou zakotvena do obvodových prstenců. Vodorovné síly jsou přeneseny tuhostí prstenců a vyvozují v nich tlakové (vnější prstenec) a tahové (vnitřní prstenec) namáhání (viz **Obr. 4.9**). Naopak typickou nevýhodou konstrukcí jednoduché křivosti (předpjaté pásy) je nutnost zachycení vodorovných sil lan vhodným konstrukčním řešením.



Obr. 2.3: Zachycení tahové síly z lan na konstrukci jednoduché křivosti (vlevo pomocí kotevních lan, vpravo pomocí ohybové tuhosti spodní stavby)

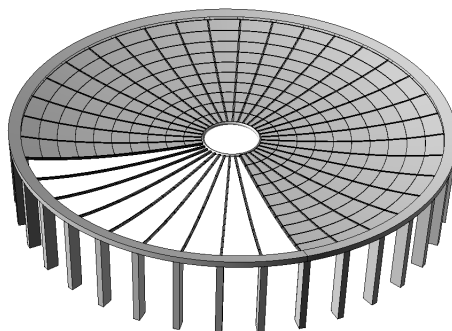
Nejvýstižnějším, a také nejvíce používaným, kritériem pro dělení visutých lanových střech je **uspořádání lan z hlediska vynesení střešního pláště**, které lze aplikovat na všechny výše uvedené typy konstrukcí. Visuté lanové střechy lze rozdělit takto:

- 1) jednovrstvé lanové konstrukce (*simply suspended cable structures*),
- 2) dvouvrstvé lanové konstrukce (*pretensioned cable trusses*),
- 3) lanové sítě (*pretensioned cable nets*).

V závorkách jsou uvedeny anglické ekvivalenty, které se běžně používají v uvedené literatuře a lépe vystihují podstatu konstrukčního systému, viz Buchholdt [5]. České označení jednotlivých typů, které používá také Kadlčák [9], je převzato z Rühleho, Herrmanna a kol. [19].

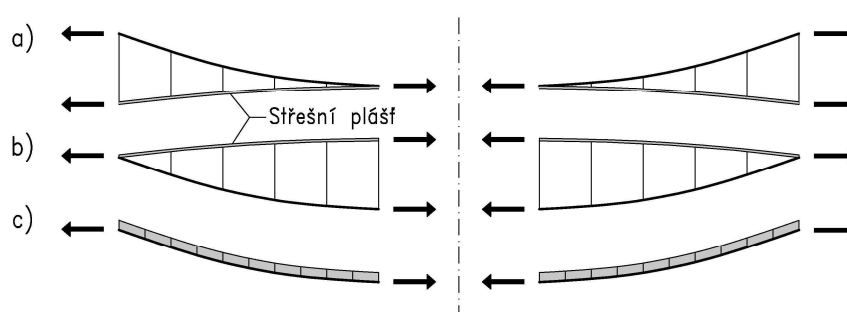
Jednovrstvé lanové konstrukce jsou tvořeny lany, která mohou být umístěna buď paralelně nad obdélníkovým půdorysem (jednoduchá křivost, viz **Obr. 2.3**), nebo radiálně nad kruhovým půdorysem (dvojitá křivost, viz **Obr. 2.4**), na nichž je přímo umístěn střešní plášť. Je zřejmé, že z hlediska deformací se jedná o velmi „měkké“ konstrukce, a je proto vhodné zvýšit tuhost buď nárůstem tloušťky střešního pláště, nebo vytvořením celistvé membrány. Z tohoto důvodu je nejvhodnějším materiálem beton a střešní plášť pak může být tvořen prefabrikovanými panely malých tloušťek, které po zalití spár vytvoří požadovanou membránu. Při menších rozpětích většinou není potřeba membránu předpínat, protože tahová pevnost betonu bývá dostatečná pro přenesení tahových napětí způsobených proměnným zatížením. Při větších rozpětích dosahuje míra tahových napětí od proměnných zatížení větších hodnot, a proto je

vhodné do membrány vnést tlakovou rezervu pomocí předpínacích lan a předejít tak vzniku trhlin. Navíc předpětí působí příznivě také z hlediska tvarové tuhosti konstrukce. V mostním stavitelství jsou tyto jednovrstvé lanové konstrukce, tvořené jednou řadou panelů, označovány jako předpjaté pásy, které jsou běžně realizovány jako lávky pro pěší, např. viz Stráský [20]. Protože se rovněž jedná o lanové konstrukce, platí pro předpjatý pás z hlediska statické analýzy stejné teorie výpočtu jako pro jednovrstvou visutou lanovou střechu. Jednovrstvé lanové konstrukce jsou předmětem předložené disertační práce.



Obr. 2.4: Jednovrstvá lanová střecha nad kruhovým půdorysem s lany vedenými radiálně

Dvouvrstvé lanové střechy jsou tvořeny soustavou nosných a stabilizujících lan, která jsou vzájemně spojena tyčemi nebo závěsy, a vytváří tak v podstatě lanový příhradový nosník. Obě skupiny lan mají vůči sobě opačnou křivost. Tvarová tuhost konstrukce je zajištěna tahovou silou ve stabilizujících lanech, a proto lze pro zastřešení použít pouze lehký střešní plášť, který sám o sobě není předepnut. Tyto příhradové nosníky mohou být stejně jako u jednovrstvých lanových střech prostorově umístěny buď paralelně, nebo radiálně a zastřešovat tak obdélníkové nebo kruhové půdorysy.

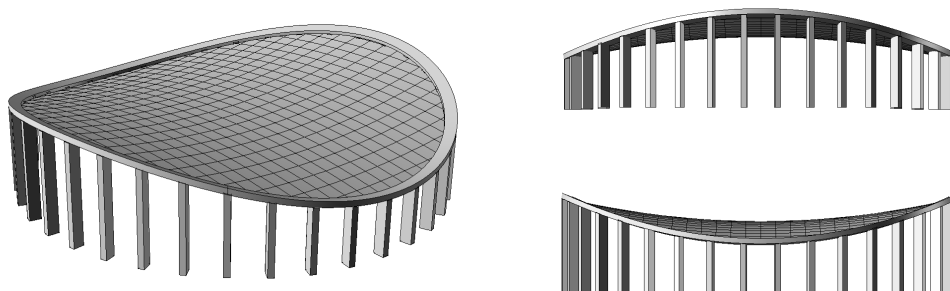


Obr. 2.5: Poloha nosných lan vůči střešnímu plášti (vykresleny řezy kruhovou střechou)
a) dvouvrstvé, konkávní uspořádání se střešním pláštěm dole, b) dvouvrstvé, konvexní uspořádání se střešním pláštěm nahoře, c) jednovrstvé uspořádání, předpjatá membrána

Na **Obr. 2.5** jsou zobrazeny řezy visutou lanovou konstrukcí tvaru mezikruží s různými typy uspořádání lan. První dvě varianty jsou tvořeny dvouvrstvým systémem, při kterém může být lehký střešní plášť umístěn jak na horních, tak na dolních lanech. Z hlediska odvodnění konstrukce je však vhodné střešní plášť umístit právě tak, jak je tomu na obrázcích. V prvním případě se jedná o konkávní uspořádání lan, kdy na nosná lana je střešní plášť zavěšen pomocí

závěsů (*Obr. 2.5a*). V druhém případě jde o uspořádání konvexní, při kterém je střešní plášť podepřen ocelovými prvky uloženými na spodních nosných lanech (*Obr. 2.5b*). Stabilizační lana jsou v obou případech vedena vždy v poloze střešního pláště. V současné době, kdy se neustále vyvíjejí moderní lehké materiály, jsou tyto dvouvrstvé systémy často využívány. Příkladem realizace konkávního uspořádání může být zastřešení stadionu v Leverkusenu (*Obr. 2.18*). Konvexní uspořádání bylo využito např. pro zastřešení stadionu v Kapském městě (*Obr. 2.16*), zde se však jedná o modifikovaný systém bez stabilizačních lan, ve kterém je střešní plášť uložen na příhradové nosníky nesené ve spodní části nosnými lany. Třetí uvedenou variantou polohy střešního pláště je jednovrstvý systém, kdy střešní panely z lehkého konstrukčního betonu jsou uloženy přímo na nosná lana (*Obr. 2.5c*). Je zřejmé, že velkou výhodou dvouvrstvého systému je přirozené vyřešení odvodnění plochy střechy, avšak konstrukce mají poměrně velkou stavební výšku. V případě jednovrstvé konstrukce je to právě naopak. Tloušťka plochy zastřešení je minimální, avšak musí být technicky vyřešen odvod dešťové vody, která je v tomto případě svedena do středu konstrukce.

Třetí typ visutých lanových střech je v podstatě propojením předchozích dvou, kdy jednovrstvá konstrukce není stabilizována vlastním střešním pláštěm, ale stabilizačními lany (jako v případě dvouvrstvých střech), která leží ve stejné rovině jako lana nosná a společně vytváří ortogonální *lanovou síť*. Aby konstrukce udržela prostorový tvar, musí být všechna lana napnuta, proto plocha musí mít sedlový tvar (viz *Obr. 2.6*). Ten zároveň zaručuje přirozený odvod vody vně konstrukce. Protože je stabilizace střechy zajištěna napjatostí lan, je pro zastřešení možné použít lehký střešní plášť. Lanové sítě nabízejí velkou variabilitu v architektonickém ztvárnění konstrukce, avšak i v tomto případě je nutné dodržet určité hranice v návrhu, a to především ve volbě křivosti nosných a předpínacích lan. Čím je větší křivost lan, tím je menší tahová síla v lanech. To vede k materiálovým úsporám, avšak je potřeba dát pozor, aby při proměnných zatíženích, které mohou působit i lokálně, nedocházelo k uvolnění některých lan. To pak může způsobit zničení střešního pláště nebo být zdrojem nebezpečného jevu zvaného *fluttering* („třepotání“).



Obr. 2.6: Lanová síť tvaru hyperbolického paraboloidu.

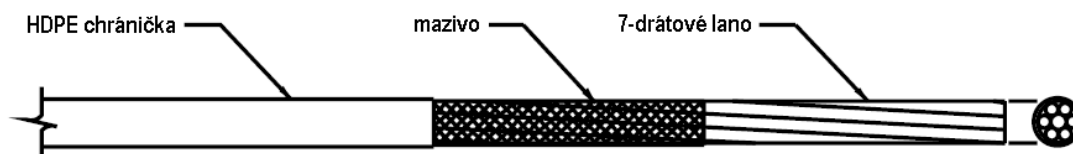
Další příklady konstrukčního uspořádání visutých lanových střech jsou uvedeny v literatuře, a to např. v [5], [19] nebo [9].

S ohledem na uvedené způsoby dělení lanových střešů lze říci, že předmětem disertační práce je visutá lanová střeška dvojí křivosti nad kruhovým, resp. eliptickým půdorysem, tvořená předpjatou betonovou membránou. Konstrukce zaujímá tzv. samokotvený systém. Lana jsou radiálně vedena v jedné vrstvě mezi vnitřním, taženým, a vnějším, tlačným, obvodovým nosníkem. Lany jsou nesené segmenty z lehkého konstrukčního betonu a po zmonolitnění je membrána předepnuta. Z prostorového uspořádání konstrukce vyplývá, že tento systém je vhodné použít pro zastřešení tribun hlediště sportovního stadionu.

2.3. Materiály

Převládajícím namáháním visutých střešních konstrukcí je tah, a tím je tedy předurčen materiál hlavních nosných prvků. V dřívějších dobách se používaly různé ocelové profily, řetězy, sítě nebo pláty. Od druhé poloviny 20. století se hlavním nosným prvkem staly ocelová lana.

V dnešní době se nabízí široký sortiment výrobků, který lze dle způsobu použití v konstrukci rozdělit do dvou základních skupin, viz Stráský [20]. Zaprvé jsou to lana, která se používají jako samostatné prvky pro různé volně vedené závěsy a visuté lana, která již nejsou umístěna v žádném dalším konstrukčním prvku. Tato lana jsou vyrobena z různých počtu drátů, která jsou většinou spirálovitě točená s případným uzavřením pomocí tzv. Z-drátů pro zvýšení izolační ochrany (výrobci PFEIFER, BRIDON apod.). Při výpočtu je potřeba dbát především na správné stanovení modulu pružnosti lana a dodržení mezních napětí v lanech. Kvůli bezpečnosti a omezení relaxace se maximální míra napětí omezuje na 45 % meze pevnosti oceli. Rovněž je nutné kontrolovat minimální napětí, které by nemělo klesnout pod $0,1-0,2 f_{pk}$. Při nižších hladinách napětí lana vykazují značné nelineární chování, které případně musí být zohledněné ve výpočtu. Nebezpečným efektem je tzv. „slack of cable“, kdy napětí v lanech úplně vymizí. Tomuto jevu musí být zabráněno při všech zatíženích.



Obr. 2.7: Schéma lana bez soudržnosti, tzv. monostrand (VSL).

Druhou skupinou jsou 7drátová předpínací lana, která jsou v různých počtech umístěna do ocelových nebo plastových kanálků, kde mohou být zainjektována (VSL, Dywidag, Freyssinet apod.). Rovněž mohou být jednotlivá lana opatřená mazivem a HDPE chráničkou a pak se jedná o nesoudržné předpětí známé pod názvem monostrand (viz **Obr. 2.7**). Maximální napětí v předpínacích lanech po zavedení předpětí dle ČSN EN 1992-1-1 je minimální z hodnot $(0,75f_{pk}; 0,85f_{p0,1k})$, tedy pro lana s $f_{pk} = 1860$ MPa je to přibližně 1400 MPa. Vlivem dotvarování a smršťování a působením proměnných zatížení dochází k změnám velikosti napětí v lanech, které by však nemělo překročit uvedené hodnoty.

Typické uspořádání jednotlivých produktů a konstrukční detaily jsou podrobně rozpracovány v katalogích jednotlivých výrobců, které podrobně poskytují potřebné informace potřebné při návrhu konstrukce. V předložené práci jsou uvažované jednolanové systémy bez soudržnosti typu monostrand, které mají jak nosnou, tak předpínací funkci.

Střešní plášť může být rozdělen dle tíhy na lehký a těžký. Např. Kadlčák [9] uvádí, že o lehký střešní plášť se jedná v případě, že jeho tíha je menší než $0,75 \text{ kN/m}^2$. Lehký střešní plášť není nosný a je tvořen pouze izolačním souvrstvím (spíše v dřívějších dobách, J. Poštulka) nebo v dnešní době čím dál rychleji se rozvíjejícími moderními materiály, jako jsou vysokopevnostní tkaniny na bázi různých polymerů nebo plastické hmoty. Tento typ pláště nepřispívá k tuhosti konstrukce jako celku, a proto je volen pro dvouvrstvé konstrukční systémy se stabilizujícími lany (viz *Obr. 2.5a, b*). Těžký střešní plášť je v [9] charakterizován tíhou nad $2,0 \text{ kN/m}^2$. Tento plášť může být jak nenosný, tak nosný, kdy spolu s předpětím vytvoří předpjatou membránu. Tento typ střešního pláště je použit v předložené práci s tím, že se používá lehký konstrukční beton. Díky tíze střešního pláště, která přispívá k tuhosti soustavy, se používají jednovrstvé konstrukční systémy. Použití lehkého a těžkého střešního pláště závisí na zvoleném typu konstrukčního systému. Rovněž je to otázka trvanlivosti.

Obvodové nosníky, do kterých jsou kotvena lana, pak mohou být tvořeny běžnými materiály volenými dle převládajícího namáhání (konstrukční ocel, beton).

2.4. Zatížení

Vlastní tíha

U běžných staveb pozemního i mostního stavitelství tvoří vlastní tíha podstatnou část rozhodujícího zatížení. V případě visutých lanových střech je však velikost vlastní tíhy konstrukce minimální. Tvoří ji tíha střešního pláště, izolace, lan a kotevních a upevňovacích součástí. Hlavními nosnými prvky jsou lana, a proto mohou být navrženy velmi lehké střešní pláště. Je však nebezpečné podlehnout snaze o co nejlehčí konstrukci. Působení proměnných zatížení, jako je např. sání větru, může způsobit velké deformace a kmitání konstrukce s níže navrženou tíhou pláště. Proto je potřeba k návrhu pláště přistupovat obezřetně.

Předpětí

V případě jednovrstvého uspořádání (viz *Obr. 2.5*) může být vytvořena předpjatá betonová membrána. Předpětí může být do betonové membrány vneseno různými přístupy. Např. v případě zastřešení vozidlového parku v Grolley (viz *Obr. 2.15*) bylo předpětí realizováno pomocí připnutí vnitřního prstence taženými kotvami. Po zmonolitnění byly kotvy povoleny a prstenec se měl snahu vrátit do původní polohy. Tím byla do membrány vnesena tlaková rezerva. Dalším způsobem je dodatečné předepnutí zmonolitněné membrány pomocí předpínacích lan vedených v žebrech a zakotvených do obvodových prstenců.

Reologické účinky

Mezi reologické účinky patří relaxace výztuže a dotvarování a smršťování betonu. Protože jsou lana hlavním nosným prvkem zastřešení, je nutné věnovat pozornost možnému poklesu napětí v lanech v čase (viz předchozí odstavec). V případě použití střešního pláště z betonu je rovněž nutné vyšetřit chování materiálu v čase. Beton lze rovněž použít jako materiál pro obvodové nosné prvky, jejichž deformace vlivem dotvarování a smršťování rovněž mají vliv na celkové deformace konstrukce a její tvar.

Proměnná zatížení

Obecně v případě střechy patří do skupiny proměnných zatížení především zatížení klimatická, a to zatížení sněhem, větrem a teplotou, příp. seizmické zatížení. V dnes platných evropských předpisech (dále EC) je řešeno proměnné zatížení střech běžných pozemních staveb, avšak již nedávají návod, jak postupovat v případě méně typických tvarů střech, jakými jsou právě lanové konstrukce.

Nejjednodušejí stanovitelné zatížení je zatížení sněhem, pro které EC říká, že se musí při návrhu uvážit, že sníh může být na střeše uložen v různých tvarech, a udávají dvě základní uspořádání, a to nenavátý a navátý sníh na střeše. Avšak při stanovení velikosti a tvaru zatížení vycházejí z běžných tvarů střech, tj. sedlových, pultových a válcových. Proto je použití platných norem možné pro stanovení orientačních hodnot zatížení, avšak při reálném návrhu by bylo vhodné provést zkoušky na fyzických modelech ve větrných tunelech, kdy se navíc sněhu simulují pomocí sypaných materiálů, jako je čaj, drcené sklo nebo písek.

Určit účinky zatížení větrem je poměrně složitá inženýrská úloha. Díky atypickým tvarům lanových střech lze jen těžko aplikovat postupy uvedené v dnes platných normách. V případě lanových střech nad kruhovým a eliptickým půdorysem s konvexním průřezem plochy, které jsou předmětem disertační práce, není možné dle EC korektně stanovit tvarový součinitel, který vstupuje do výpočtu tlaku větru. Tento tvar zastřešení je totiž v evropských normách opomenut. Nejbližší tvar střechy, který by bylo možno s trochou improvizace použít, je sedlová střecha s úžlabím. Její tvarové součinitele jsou však stanoveny na základě obdélníkového půdorysu a konstantního sklonu střechy v příčném řezu na rozdíl od lanových střech, které zaujímají tvar paraboly. Kruhový půdorys se v EC vyskytuje pouze v případě kulové bání, která však účinkům větru vzdoruje úplně odlišným způsobem a nelze ji tedy použít.

Pro první představu odezvy konstrukce na proudění větru lze provést výpočty v odpovídajícím softwaru, např. Fluid ANSYS. Avšak pro popsání skutečného chování konstrukce je opět nutné provést zkoušky fyzických modelů ve větrných tunelech, které dokážou zahrnout i vliv vzhledu okolního prostředí.

2.5. Posouzení konstrukce

V dnešní době platné evropské normy jsou založeny na mezních stavech a pro posouzení konstrukcí používají metodu dílčích součinitelů, viz [31]. V případě mezního stavu únosnosti se zavádějí dílčí součinitele zatížení γ_F , kdy reprezentativní hodnoty jednotlivých typů zatížení jsou zvětšovány na návrhové hodnoty. V případě mezních stavů použitelnosti jsou dílčí součinitele zatížení rovny 1,0. Při vytváření kombinací pak do výpočtu celkových účinků zatížení vstupují kombinační ($\psi_0 Q_k$), časté ($\psi_1 Q_k$) a kvazistálé ($\psi_2 Q_k$) hodnoty proměnných zatížení.

Obecně v případě lanových konstrukcí je však problematické metodu dílčích součinitelů použít. Vzhledem k tomu, že tvar lanové konstrukce přímo závisí na působícím zatížení, získá zatížené lano při aplikaci součinitelů jiný tvar, protože již neodpovídá vzájemný poměr jednotlivých zatížení, tedy především vlastní tíhy a radiálních účinků lan (např. vlastní tíha by musela být zvětšena o 35%). Konstrukce pak má jiný tvar než bez zavedení dílčích součinitelů. Vlivem zvětšení zatížení se zvětší průvěs lana a změní se tvar konstrukce, který ovlivní i velikost vnitřních sil.

Další komplikací je nutnost provádět výpočty geometricky nelineárně, a to především při zohlednění postupné výstavby konstrukce, při které dochází k velkým deformacím (na rozdíl od běžných konstrukcí). EC obecně dovolují použít nelineární analýzu konstrukce jak v mezním stavu únosnosti, tak v mezním stavu použitelnosti při dodržení určitých předpokladů. Při analýze musí být zohledněna reálná tuhost konstrukce, např. vliv trhlin, musí být použity vhodné pracovní diagramy betonu a oceli a také se musí uvažovat s účinky dotvarování. Při nelineárním výpočtu však neplatí princip superpozice, a proto při zohlednění postupné výstavby konstrukce, by nebylo možné dílčími součiniteli násobit až konečné účinky, ale bylo by nutné zavést tyto součinitele zatížení přímo do výpočtu jednotlivých fází výstavby. Tím by však byl opět ovlivněn tvar konstrukce.

Obecně je možný následující způsob posouzení. Výchozí stav konstrukce, od kterého by měly začínat všechny výpočty (dále rozvedeno), musí být stanoven bez dílčích součinitelů zatížení, aby byl získán správný tvar konstrukce odpovídající skutečně působícímu zatížení. Z takto stanoveného tvaru konstrukce pak lze dále vyjít při posouzení mezních stavů. Všechna působící zatížení, tedy i vlastní tíha konstrukce, se dále zvětší příslušnými součiniteli a provede se výpočet. Rovněž lze předpokládat, že v mezním stavu dojde k potrhání spár mezi zmonolitněnými prvky a pak je nutné posoudit zatížená lana bez spolupůsobení betonové membrány, viz Stráský [20].

2.6. Realizace visutých střech nad kruhovým půdorysem

Visuté lanové konstrukce byly v minulosti velmi často užívané pro zastřešení budov, jejichž funkce vyžadovala volný prostor bez vnitřních podpěr. Jejich předností je především poměrně rychlý a jednoduchý způsob výstavby a nízká spotřeba materiálu. Ve své době patřily mezi moderní a ekonomicky výhodné konstrukční systémy. Dle Kadlčáka [9] bylo v tehdejší Československu realizováno přes 120 visutých lanových střech, což poukazuje na to, že českoslovenští inženýři dokázali držet krok s moderními světovými trendy. Mezi nejvýznamnější projektanty visutých lanových střech v Československu patří Ing. Jozef Poštulka (viz *Obr. 2.13*).

V této kapitole jsou uvedeny z pohledu autorky práce významné rotačně symetrické střešní konstrukce nad kruhovým půdorysem z hlediska historického vývoje visutých střech. Lano jako hlavní nosný prvek se pro zastřešení začalo používat až v druhé polovině 20. století, avšak \zajímavé poukázat, že visuté střechy se stavěly i před touto dobou, kdy zastřešení bylo tvořeno taženými prvky z ocelových profilů a plechů. Řada z nich se však nedochovala, protože např. byla postavena pouze dočasně u příležitosti různých světových výstav.

Za jednu z prvních visutých střech vůbec lze s trochou nadsázky považovat tzv. *valerium*, které tvořilo zastřešení Kolosea v Římě. Samozřejmě se nezachovalo, avšak z dochovaných historických pramenů je možné si představit jeho podobu. První novodobé visuté střechy se začaly stavět již v 19. století. Důkazem toho byly výstavní pavilony v Nižnij Novgorodu, jejichž zastřešení bylo tvořeno visutou sítí z ocelových profilů. Tyto pavilony však bohužel byly demontovány po skončení světové výstavy. Počátkem 20. století rozvoj visutých střech obecně stagnoval a tyto konstrukce se stavěly velmi sporadicky. Do dnešních dnů bylo zachováno zastřešení francouzského pavilonu v Záhřebu, které je tvořeno visutými trapézovými plechy.

Lano jako nosný prvek visutých střech se začalo používat až v druhé polovině 20. století. První stavbou využívající lanové síť tvaru hyperbolického paraboloidu bylo zastřešení sportovní arény v Raleigh v roce 1953, jejíž stavba odstartovala boom ve stavitelství visutých lanových střech. Ve své době byly velmi módní záležitostí a byla postavena řada staveb (především v 50. a 60. letech). Pro vytvoření střešního pláště bylo velmi často využíváno lehkých střešních krytin bez statické funkce (např. hromadné garáže v Bratislavě) a také se začaly používat visuté betonové membrány (sportovní hala v Montevideu nebo vozidlový park v Grolley).

V současné době se visuté střechy často používají pro zastřešení tribun sportovních stadionů, avšak upustilo se od použití běžných materiálů pro střešní pláště. Místo toho se používají nejmodernější materiály, jako jsou vysokopevnostní tkaniny či panely z plastických hmot, které umožňují vytvořit rozmanité tvary a navíc významně snižují tíhu zastřešení. Otázkou však zůstává, zda to není z hlediska klimatických zatížení (tíha sněhu a sání větru) již příliš extrémní odlehčení konstrukce. Zde jsou uvedeny zastřešení dvou sportovních stadionů postavených v posledních letech – Green Point Stadium v Kapském městě v Jihoafrické republice a BayArena v Leverkusenu v Německu.

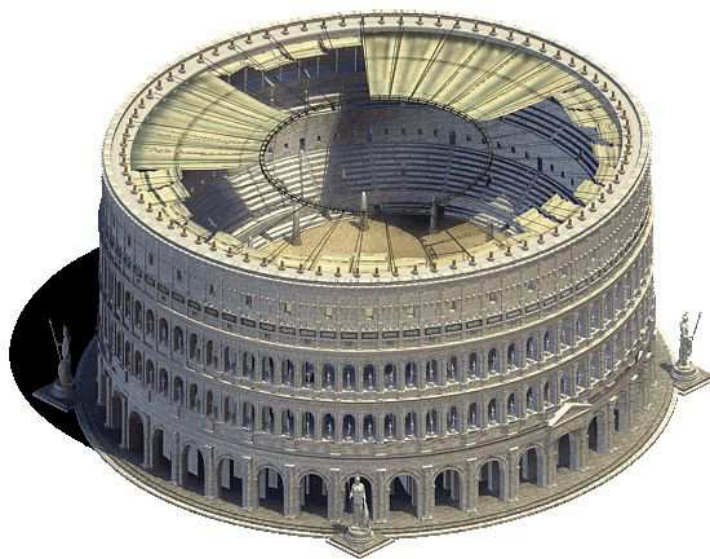
2.6.1. Starověk

Koloseum v Římě, Itálie

<i>Účel stavby:</i>	amfiteátr
<i>Postaveno v roce:</i>	80 n. l.
<i>Rozměry vnějšího obvodu:</i>	188 × 156 m
<i>Střešní plášť:</i>	hedvábí
<i>Literatura:</i>	převzato z [27], [28]

Římské Koloseum patří mezi jeden z nejnámějších symbolů Itálie a v roce 2007 bylo dokonce zařazeno pro svou stavební i uměleckou hodnotu mezi nově zvolených 7 novodobých divů světa. Jedná se o oválnou arénu s půdorysnými rozměry 188 m v nejširší a 156 m v nejužší části. Je tvořeno 4 nadzemními podlaží a dosahuje tak výšky téměř 50 m. Na jeho stavbu byl použit travertín, tuf, kámen a mramor. Z původního Kolosea dnes díky zemětřesení a rozkrádání stavebního kamene zbyla již jen třetina, která je posílena cihlami, betonem a navíc vyztužena kovovou konstrukcí, která zpevňuje celou stavbu.

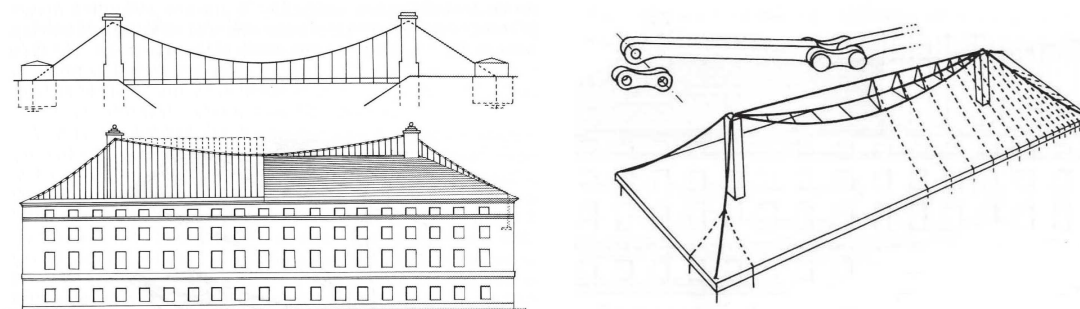
Stejně jako dnešní moderní sportovní stadiony tak i Koloseum mělo pro zvýšení komfortu návštěvníků her vytvořené zastřešení diváckých tribun, které sloužilo především jako ochrana před sluncem a povětrnostními vlivy. Plátěná střecha z hedvábí, tzv. *valerium*, byla nesena systémem lan s otvorem uprostřed a sklonem dovnitř stavby. Jednalo se na tehdejší dobu o velmi důmyslné technické řešení, kdy pomocí různých kladkostrojů a lan bylo možné hedvábnou plachtu natáhnout až nad 2/3 prostoru amfiteátru (až 4000 m²). Lana byla upevněna na stožáry ve čtvrtém, nejvyšším poschodí. Sokly a krakorce, jako pozůstatky podpor těchto stožárů, je možné v Koloseu vidět dodnes. Natahování či srolování střechy obsluhovalo najednou až 100 námořníků, kteří manipulovali s lany v synchronizovaném rytmu za zvuků bubnů.



Obr. 2.8: Koloseum v Římě – 3D vizualizace (převzato z [27])

2.6.2. 19. století

Za předchůdce dnešních visutých střech jsou považovány visuté mosty. Jak uvádí Kadlčák [9], pravděpodobně prvním, koho napadlo použít pro zastřešení budovy konstrukční uspořádání visutých řetězových mostů, byl B. Schnirch, jenž v letech 1823–1824 navrhl řetězový visutý most ve Strážnici. V době dokončení mostu vznikl ve městě zničující požár, který ho zřejmě přivedl na myšlenku vytvořit ohnivzdornou střechu z ocelových řetězů. V roce 1824 publikoval článek s návrhem visuté řetězové střechy nad strážnickým divadlem s půdorysnými rozměry 76×30 m (viz **Obr. 2.9**).



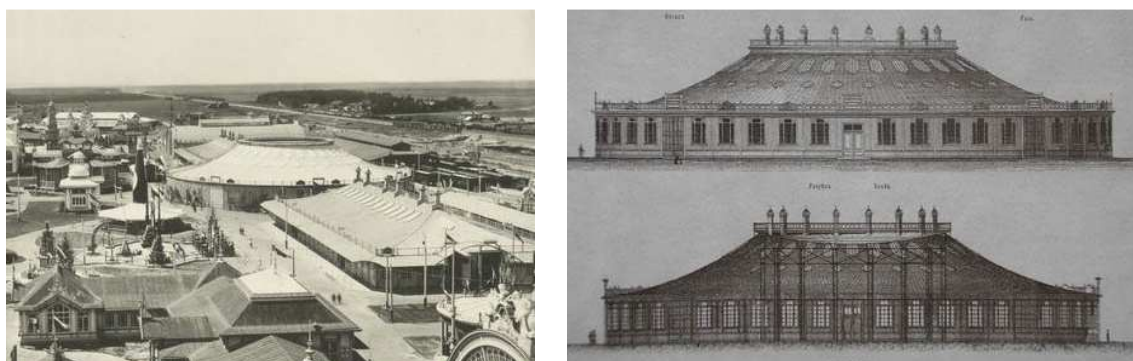
Obr. 2.9: Návrh zastřešení divadla ve Strážnici B. Schnirchem (převzato z [9])

Světově uznávané prvenství v návrhu první visuté střechy však má V. G. Shuckov za své výstavní pavilóny, postavené v rámci celoruské výstavy průmyslu a umění v Nižnij Novgorodu v roce 1896, která byla důkazem průmyslového rozmachu Ruska v druhé polovině 19. století. Pavilóny zaujímaly hned 3 typy tvaru půdorysné plochy – kruhový, oválný a obdélníkový.

Kruhový pavilón v Nižnij Novgorodu

Účel stavby:	výstavní pavilón
Postaveno v roce:	1896
Hlavní inženýr:	Vladimir G. Shuckov
Rozpětí vnějšího prstence:	68 m
Střešní plášť:	visutá ocelová síť pokryta ocelovými pláty

Zastřešení pavilónu bylo tvořeno zavěšenou (taženou) ocelovou mřížovinou. Po skončení výstavy byly pavilóny zdemolovány.



Obr. 2.10: Kruhový pavilón v Nižnij Novgorodu, navrhl V. G. Shuckov (převzato z [25])

2.6.3. Počátek 20. století

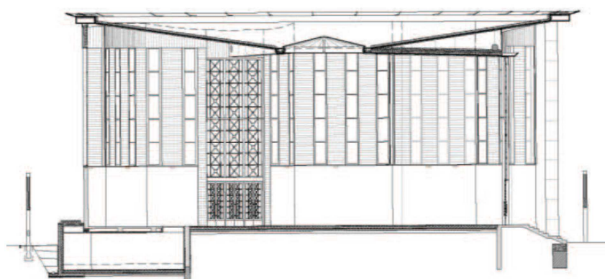
Vývoj visutých střech obecně stagnoval a tyto konstrukce se stavěly velmi sporadicky. Příkladem visuté střechy nad kruhovým půdorysem z tohoto období je výstavní pavilón Francie, postavený u příležitosti výstavy *Zagrebački zbor* konané v letech 1936–1937 v Záhřebu.

Francouzský pavilón v Záhřebu, Chorvatsko

<i>Účel stavby:</i>	výstavní pavilón
<i>Postaveno v roce:</i>	1936–37
<i>Hlavní inženýr a architekt:</i>	Bernard Lafaille a Robert Camelot
<i>Průměr vnějšího prstence:</i>	cca 30 m
<i>Střešní plášť:</i>	tenké trapézové ocelové panely
<i>Literatura:</i>	převzato z [4]

Zastřešení francouzského výstavního pavilónu bylo ve své době jedinečným inženýrským počinem, protože to bylo poprvé, kdy byla samotná tenká ocelová membrána použita pro přenos zatížení na konstrukci s velkým průvěsem. Samotný pavilón je navržen jako válec, který je zastřešen visutou střechou konického tvaru, která je tvořena tenkými trapézovými plechy tloušťky 2–3 mm. Vnější průměr konstrukce je 32,3 m. Střecha je uložena ve výšce 13,5 m na 12 ocelových sloupech, tvořených ocelovými rourami o průměru 800 mm a tloušťce stěny 3 mm, ukotvených do betonových základů. Střecha je napnuta vlastní tíhou vnitřního kruhového světlíku, který je rovněž opatřen sběrným žlabem pro dešťovou vodu a splňuje funkci odvodnění zastřešení. Celý konstrukční systém je stabilizován vnějším obvodovým prstencem uloženým na sloupech, který je tvořen uzavřeným ocelovým truhlíkem vyplněným betonem.

Pro chorvatskou architekturu tato konstrukce představuje první visutou střechu moderního návrhu s velmi nízkou plošnou tíhou zastřešení (18 kg/m²). Protože se jednalo na tu dobu o velmi neobvyklé a odvážné konstrukční řešení, vzbuzovalo během výstavby velkou nedůvěru k únosnosti zastřešení. Dokonce se vypráví historka, že hlavní inženýr stavby Bernard Lafaille, vyprovokován skeptickými ohlasy, jezdil po střeše na kole poté, co byla stavba dokončena. V letech 2007–2011 byl pavilón zrekonstruován a slouží jako místo pro konání různých veřejných událostí.



Obr. 2.11: *Francouzský pavilón v Záhřebu (převzato z [4])*

2.6.4. Druhá polovina 20. století

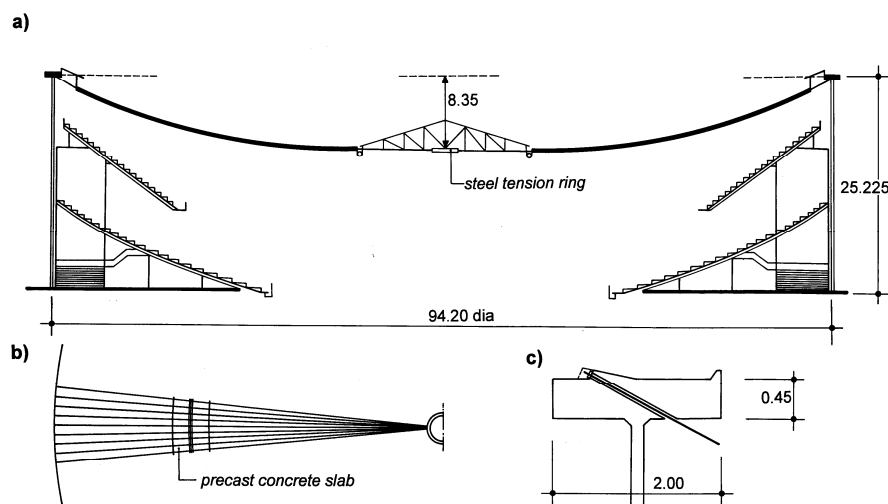
Tato doba se dá považovat za boom ve stavitelství visutých lanových konstrukcí, protože se začalo používat lano jako hlavní nosný prvek. Za první lanovou konstrukci je považována aréna v Raleigh (viz *Obr. 2.1*). Poté se postavilo mnoho významných lanových konstrukcí a jako střešní plášť se začal používat předpjatý beton.

Montevideo, Uruguay

<i>Účel stavby:</i>	sportovní hala
<i>Postaveno v roce:</i>	1957
<i>Průměr vnějšího prstence:</i>	94,2 m
<i>Maximální průvěs:</i>	8,35 m
<i>Střešní plášť:</i>	betonová membrána
<i>Literatura:</i>	převzato z [22]

Jak uvádí Stráský [22], střecha nad sportovní halou v Montevideu je jednou z prvních visutých lanových konstrukcí z předpjatého betonu. Byla postavena v roce 1957 a zastřešuje kruhový půdorys o průměru 94,2 m (viz *Obr. 2.12*). Nosná lana jsou radiálně vedena mezi vnitřním ocelovým a vnějším betonovým prstencem a vynášejí střešní plášť tvořený prefabrikovanými lichoběžníkovými deskami. Výšková vzdálenost mezi obvodovými prstenci je 8,35 m. Vnější prstenec je obdélníkového průřezu o rozměrech $0,45 \times 2,00$ m.

Při montáži byly s jednotlivými prefabrikáty na nosná lana zavěšeny navíc betonové bloky, které svou tíhou zvyšovaly průvěs střechy. Po vybetonování spár mezi deskami a zmonolitnění membrány byly tyto bloky odstraněny. Odlehčením a následným snížením průvěsu střechy byl v betonové membráně vyvozen tlak, který zajistil její integritu a dostatečnou rezervu při namáhání konstrukce provozním a klimatickým zatížením.

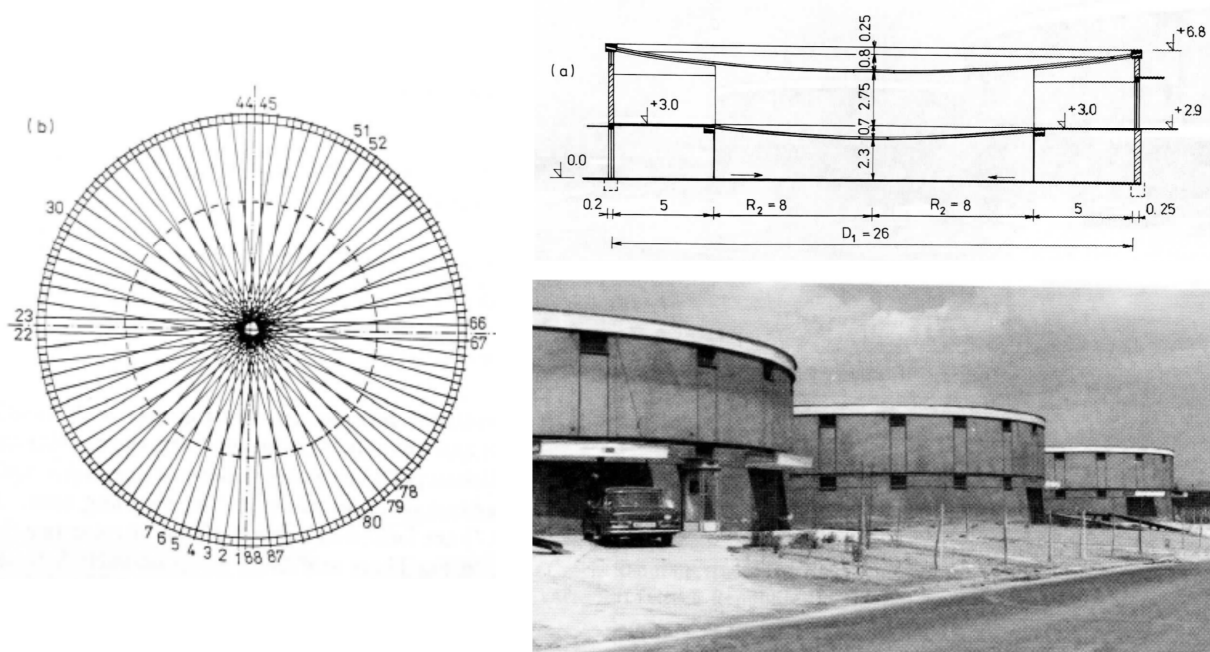


Obr. 2.12: Schéma střešní konstrukce v Montevideu (převzato z [22])

Bratislava, Slovensko

Účel stavby:	hromadné dvoupodlažní garáže
Postaveno v roce:	1964
Hlavní inženýr a architekt:	Jozef Poštulka
Průměr vnějšího prstence:	26 m (resp. 16 m)
Maximální průvės:	0,8 m (resp. 0,7 m)
Střešní plášť:	heraklit
Literatura:	převzato z [19], [9]

Ing. Jozef Poštulka patří mezi nejvýznamnější průkopníky visutých lanových střeš býválního Československa a je autorem řady projektů sportovních staveb a staveb občanské vybavenosti, ve kterých bylo zastřešení realizováno právě pomocí různých lanových systémů. Díky svému kruhovému půdorysu jsou zde uvedeny hromadné garáže postavené v roce 1966 v Bratislavě. Jsou tvořeny skupinou 4 dvoupodlažních budov, jejichž vnější průměr je 26 m. Stání pro vozidla jsou situována po obvodě stavby v počtu 22 v nadzemním podlaží a 21 v přízemí. Zastřešení je realizováno z radiálně vedených lan bez vnitřního prstence, která se vzájemně křížují s malou excentricitou a tím je dosaženo určité stabilizace tvaru. Lehký střešní plášť je z pletiva, skelné vaty, dvojitého heraklitu a lepenkové krytiny (tato skladba pláště byla použita i u dalších Poštulkových staveb). Vnitřní centrální kruhová plocha je rozdělena mezilehlým kruhovým stropem o průměru 16 m, který je rovněž tvořen radiálními lany. Ta však nesou mj. betonovou desku tloušťky 100 mm a spádový násyp. Díky tomu je vytvořen manipulační prostor pro vozidla v nadzemním podlaží.



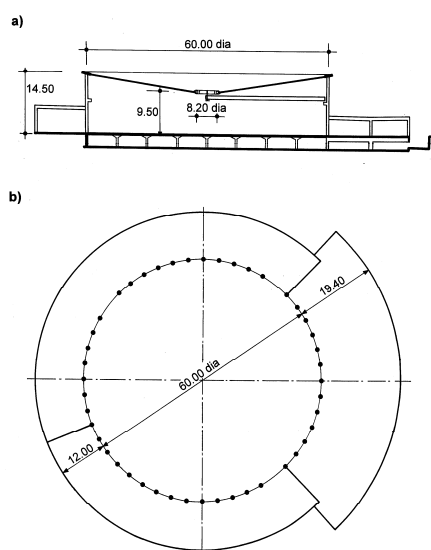
Obr. 2.13: Hromadné dvoupodlažní garáže v Bratislavě (převzato z [9])

Grolley, Švýcarsko

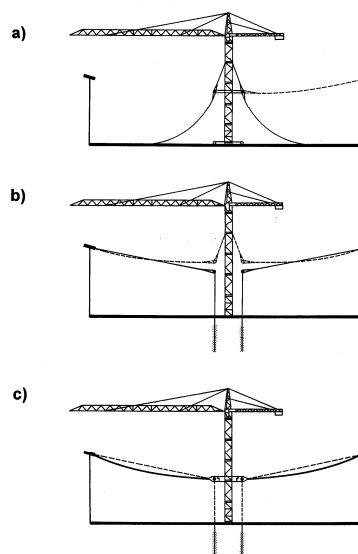
<i>Účel stavby:</i>	armádní vozidlový park
<i>Postaveno v roce:</i>	1969 (1970)
<i>Průměr vnějšího prstence:</i>	60 m
<i>Maximální průvės:</i>	5,0 m
<i>Střešní plášť:</i>	betonová membrána
<i>Literatura:</i>	převzato z [22]

Poslední ze zde uvedených visutých lanových konstrukcí z přepjatého betonu je zastřešení armádního vozového parku v Grolley ve Švýcarsku, který byl postaven v roce 1969. Konstrukce je kruhového půdorysu o průměru 60 m a je tvořena monolitickou membránou tloušťky 70 mm nesenou a předepnutou radiálními kabely, které jsou kotveny ve vnitřním ocelovém a vnějším železobetonovém prstenci (**Obr. 2.14**).

Jak uvádí Stráský [22], střecha je zajímavá především svým postupem výstavby. Nejdříve byl smontován střední věžový jeřáb a vybetonovány okrajové sloupy, na které byl uložen vnější prstenec sestavený ze 48 prefabrikovaných prvků korýtkového průřezu. Vybetonováním spár mezi prvky a následným zalitím korýtek betonem byl prstenec zmonolitněn. Poté byl na jeřáb zavěšen vnitřní ocelový prstenec o půdorysném průměru 8,2 m a následovalo postupné osazení a napnutí radiálních kabelů, které byly tvořeny dráty o průměru 7 mm (**Obr. 2.15a**). Po osazení a napnutí všech nosných kabelů byla do vnitřního prstence zakotvena svislá táhla tvořená předpínacími tyčemi Dywidag. Jejich napnutím se prstenec svisle posunul dolů a tím se v radiálních kabelech zvýšilo napětí na požadovanou velikost (**Obr. 2.15b**). Následovalo osazení bednění, betonářské výztuže a vybetonování membrány. Po uvolnění svislých táhel se vnitřní prstenec vzepnul a membrána tak získala požadovanou tlakovou rezervu (**Obr. 2.15c**).



Obr. 2.14: Schéma konstrukce střechy v Grolley (převzato z [22])



Obr. 2.15: Postup výstavby střešní konstrukce (převzato z [22])

2.6.5. Současnost – zastřešení sportovních stadionů

V dnešní době jsou tradiční stavební materiály (tzn. ocel a beton), dříve používané jako střešní plášť, nahrazeny především vysokopevnostními tkaninami na bázi různých polymerů, které jsou upnuty v lanové síti. Tento konstrukční systém umožňuje vytvořit velmi rozmanité tvary dle představ architektů a stavebních inženýrů.

Z realizovaných konstrukcí je zde uveden nově postavený sportovní stadion v Kapském městě. Jedná se o visutou lanovou konstrukci, která svým konstrukčním systémem připomíná výše uvedené zastřešení sportovní haly v Oaklandu. Dále je zde popsána konstrukce střechy fotbalového stadionu Bay Arena v Laverkusenu, který využívá opačný konstrukční systém vynášení střešního pláště pomocí lan, než je použit na stadionu v Kapském městě.

Cape Town Stadium, Kapské město, JAR

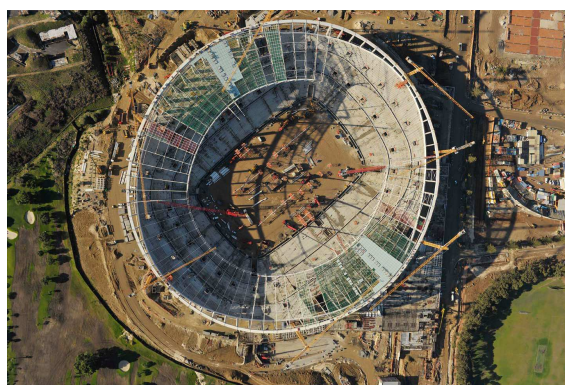
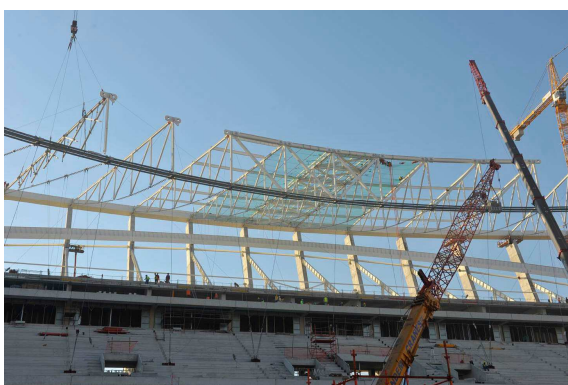
<i>Účel stavby:</i>	sportovní stadion
<i>Postaveno v letech:</i>	2007–2010
<i>Projektovní kancelář:</i>	Schlaich Bergermann und Partner (SBP)
<i>Architekti:</i>	Stadiumarchitects (Louis Karol/Point Architects)
<i>Vnější rozměry:</i>	290 × 265 m
<i>Vyložení střechy dovnitř:</i>	cca 60 m
<i>Střešní plášť:</i>	tkanina, skleněné panely
<i>Literatura:</i>	podklady z projekční kanceláře SBP

Výstavba nového sportovního stadionu v Kapském městě byla dokončena v září 2009 a je ukázkou nenásilného a uvědomělého začlenění moderní konstrukce do okolního prostředí tvořeného veřejnou plochou tzv. Greenpoint Common Area s golfovým a kriketovým hřištěm, tenisovými kurty apod. Celkové uspořádání konstrukce vyšlo ze dvou hlavních požadavků investora. Prvním bylo značné omezení výšky stavby. Dalším požadavkem pak bylo nenarušit dominující horizontální linií blízké Stolové hory. Výsledný návrh zastřešení musel respektovat tyto požadavky a díky tomu vznikla vizuálně jednoduchá, zato konstrukčně velmi zajímavá stavba. Zastřešení stadionu je tvořeno záměrně zvlněným vnějším prstencem, jehož křivost má vytvářet protipól k Stolové hoře, příhradovými nosníky a skleněnými panely.

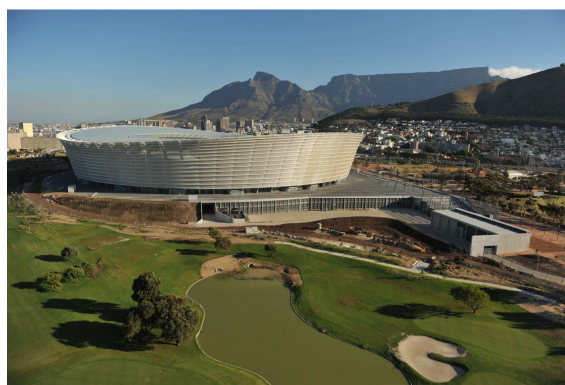
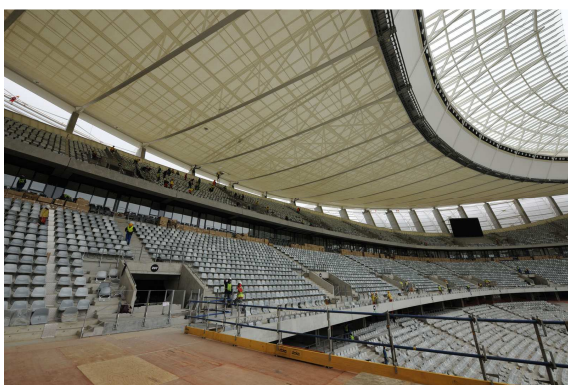
Konstrukční systém se inspiroval již dříve postavenými konstrukcemi, kdy mezi dvěma obvodovými prstenci jsou radiálně vedena lana nesoucí střešní plášť. V případě kapského stadionu nosné kabely nesou vyložené příhradové nosníky délky přibližně 60 m, mezi jejichž horními pásnicemi je vedena lanová síť. Pro zvýšení stability příhrad v příčném směru a zvýšení prostorové tuhosti sítě jsou mezi nosníky umístěny příčné vazby. Tyto příčné nosníky navíc zvedají skutečnou rovinu střešního pláště tak, aby docházelo k přirozenému odvodnění střechy vně stadionu. Vnější, tlačný, prstenec uzavřeného ocelového průřezu s půdorysnými rozměry 290 a 265 m je na sloupy spodní stavby uložen na ložiscích. Vnitřní, tažený, prstenec je tvořen

svazkem lan. Celá plocha zastřešení je kabely s příhradami půdorysně rozdělena na 72 částí a tím je dán i počet ukloněných sloupů proměnné výšky (26–38 m).

Střešní plášť se skládá ze dvou vrstev. Horní vrstva je z panelů uložených do lanové sítě. Tyto panely jsou vyrobeny z laminátového bezpečnostního skla (cca 9000 kusů) a je to vůbec poprvé, kdy bylo sklo jako materiál pro střešní plášť sportovního stadionu použito. Tato vrstva zvyšuje tíhu zastřešení a tím působí především proti vztlaku větru. Ve spodní části je mezi radiální kabely upnuta průsvitná textilní membrána na bázi skleněných vláken (PVC), jejímž účelem je vytvořit vyrovnaný a hladký pohled a tím vylepšit nejen vizuální vzhled, ale také zlepšit akustické vlastnosti a klimatické podmínky uvnitř stadionu.



Obr. 2.16: Stadion Green Point v Kapském městě v dubnu 2009 (převzato z [26])



Obr. 2.17: Stadion Green Point v Kapském městě v listopadu 2009 (převzato z [26])

BayArena, Leverkusen, Německo

<i>Účel stavby:</i>	fotbalový stadion
<i>Dokončena:</i>	červenec 2009
<i>Projektční kancelář:</i>	Schlaich Bergermann and Partner
<i>Architekti:</i>	HPP Hentrich-Petschnigg and Partner, Düsseldorf
<i>Zhotovitel:</i>	koncern Max Bögl
<i>Vnější průměr střechy:</i>	217 m
<i>Střešní plášť:</i>	desky z Makrolonu (polykarbonát)
<i>Literatura:</i>	brožura Max Bögl, časopis mb magazin [3]

Dalším z příkladů zastřešení sportovního stadionu z dnešní doby je konstrukce visuté lanové střechy nad BayArenou v Leverkusenu v Německu. Jedná se o rotačně symetrickou konstrukci nad kruhovým půdorysem o průměru 217 m s nosnými lany radiálně vedenými mezi obvodovými prstenci. Ve srovnání s výše uvedeným stadionem v Kapském městě je použit opačný konstrukční systém, při kterém je střešní plášť zavěšen na nosná lana vedená nad střešním pláštěm. Při tomto konstrukčním uspořádání dosahuje vnější prstenec poměrně velké výšky, která může být v některých případech nežádoucí.

Hlavními nosnými prvky střechy je 72 horních a 36 spodních radiálních lan vedených mezi vnějším, tlačným, prstencem z příhradového nosníku a vnitřním, taženým, prstencem tvořeného svazkem 6 lan délky 200 m a průměru 90 mm. Radiálními lany je plocha střešního pláště z polykarbonátových desek značky Makrolon rozdělena na 36 kruhových segmentů o celkové hmotnosti 1550 t. Celá střešní konstrukce spočívá pouze na 8 ocelových podpěrách ve tvaru písmene „V“, které jsou kloubově uloženy na betonových základech.



Obr. 2.18: BayArena v Leverkusenu (převzato z [3])



Obr. 2.19: BayArena v Leverkusenu (převzato z [3])

3. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Tématem předložené disertační práce jsou visuté lanové konstrukce nad kruhovým a eliptickým půdorysem tvořené předpjatou betonovou membránou. Jak bylo ukázáno, kruhové střechy byly až doposud poměrně často realizovány a jejich statické působení a konstrukční řešení je uvedeno v mnoha odborných publikacích. Poznatky uvedené v odborné literatuře slouží jako odrazový můstek pro dosažení stanovených cílů vědecké práce.

Z uspořádání střechy půdorysně ve tvaru mezikruží, tvořící celistvý pás, je patrné její možné použití, a to jako zastřešení tribun hlediště sportovního stadionu. Díky tvaru hrací plochy, která většinou bývá obdélníkového tvaru, se však jako vhodnější varianta zastřešení jeví konstrukce eliptického půdorysu, která se lépe přizpůsobuje tvaru zastavěné plochy, a nevzniknou tak zbytečná hluchá místa. Konstrukce nad eliptickým (či oválným) půdorysem doposud byly realizovány velmi zřídka a většinou se tvar elipsy blížil ke kružnici. Hlavním cílem disertační práce je proto vyvinout funkční statický a konstrukční systém střechy nad eliptickým půdorysem pro libovolně zvolenou velikost a tvar elipsy, který by bylo možné efektivně využít pro zastřešení obdélníkových tvarů sportovišť. Pro vývoj a optimalizaci konstrukce nad eliptickým půdorysem jsou stanoveny jednotlivé dílčí cíle, které by postupně měly vést k dosažení hlavního cíle předložené práce.

Dílčí cíle disertační práce:

1. Prvním krokem práce je vytvoření studijní visuté lanové konstrukce tvaru mezikruží tvořené předpjatou betonovou membránou, která bude sloužit především k pochopení statického působení tohoto typu zastřešení, které je popsáno v odborné literatuře, a to pomocí analýzy výsledků z výpočetních modelů vytvořených v MKP programu. Rovněž bude provedena analýza reologických účinků, protože se jedná o velmi atypickou konstrukci a reologie visutých lanových střech byla doposud opomíjena.
2. V případě konstrukce ve tvaru mezikruží zaujímají obvodové nosníky tvar kružnice, jejíž odezva na zatížení působící v rovině křivky je obecně známá a podrobně popsána. Zatížení a odezva eliptické křivky se však v odborných publikacích téměř nevyskytuje vzhledem k složitému analytickému řešení, které neexistuje v uzavřeném tvaru. Proto dalším krokem bude studie optimálního zatížení elipsy s ohledem na její minimální ohybové namáhání a vývoj praktického postupu pro stanovení odezvy elipsy na působící zatížení tak, aby jej bylo možné použít v běžně stavební praxi.
3. Poté budou získané poznatky z analýzy studijní konstrukce mezikruží a ze studie optimálního zatížení uzavřených křivek aplikovány na konstrukci velkého rozpětí tvořící zastřešení tribun hlediště sportovního stadionu, a to ve dvou variantách – nad kruhovým a eliptickým půdorysem. V závěru pak budou obě výsledné konstrukce porovnány a diskutovány výhody a nevýhody obou variant.

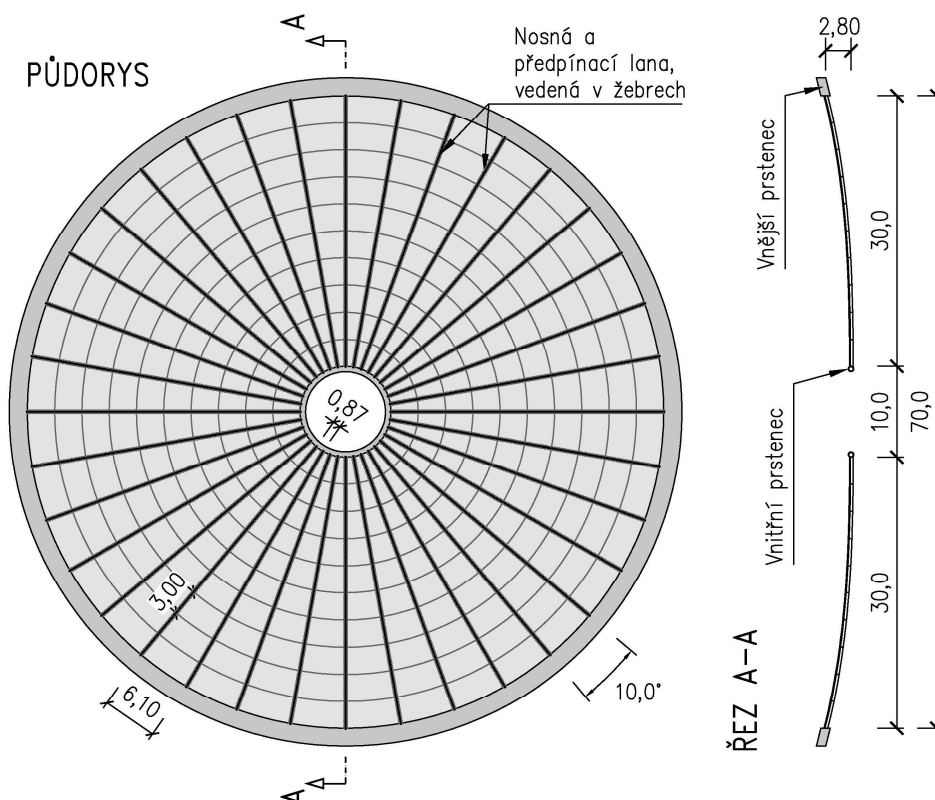
4. STUDIJNÍ KONSTRUKCE MEZIKRUŽÍ

4.1. Popis konstrukce

4.1.1. Konstrukční uspořádání

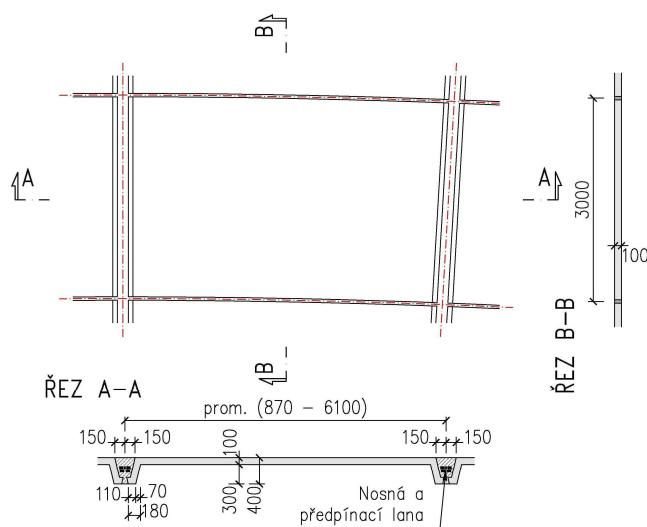
Pro popsání způsobu výpočtu visutých lanových střeš nad kruhovým půdorysem byla navržena studijní konstrukce ve tvaru mezikruží o vnějším průměru 70 m, která se vyznačuje relativně jednoduchým geometrickým uspořádáním. Plocha betonové membrány je vytvořena rotací křivky třetího stupně, jejíž tvar odpovídá obrazci ohybových momentů od vlastní tíhy jednotlivých pásů, kolem svislé osy, a jedná se tedy o rotačně symetrickou úlohu.

Základní rozměry konstrukce jsou vidět na **Obr. 4.1**. Prefabrikované panely z lehkého konstrukčního betonu jsou uloženy na nosná lana, která jsou radiálně vedena mezi dvěma obvodovými prstenci, jejichž vzájemná poloha ve svislém směru je 2,8 m (průvěs membrány). Průměr vnějšího okraje membrány je 70 m a u vnitřního prstence má membrána průměr 10 m. Díky tomuto uspořádání vznikl tzv. *samokotvený systém* (viz **Obr. 4.9**), kdy vodorovné síly z lan jsou přenášeny do obvodových prstenců a vyvozují v nich tlaková (vnější prstenec) a tahová (vnitřní prstenec) namáhání. Z toho následně vyplynula i volba materiálů a průřezů pro oba nosné prvky. Vnější, tlačný, prstenec je obdélníkového průřezu z železobetonu o rozměrech 1,0 × 2,0 m. Vnitřní, tažený, prstenec je trubka z oceli o vnějším průměru 600 mm a tloušťce stěny 50 mm (viz **Obr. 4.3**).

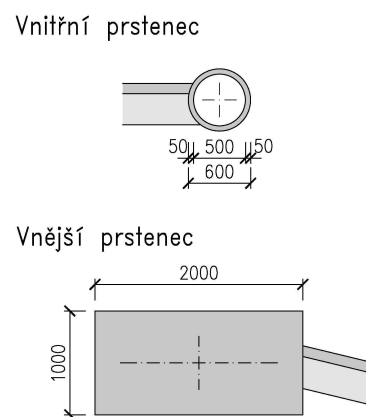


Obr. 4.1: Schéma uspořádání studijní konstrukce mezikruží

Půdorysné rozmístění lan přímo souvisí s rozměry betonových segmentů, a proto je nutné zvolit takový středový úhel kruhové výseče tvořené dvěma sousedními lany, aby se vzniklá délka kruhového oblouku pohybovala v rozumných mezích. Pro příliš velké úhly narůstá délka segmentů v krajních pásech, a tedy rozpětí uložení na lanech. To vede k zvyšování příčného namáhání prvků a související spotřebě materiálů (větší tloušťka panelu, více nutné výztuže). Tento efekt lze minimalizovat volbou menších středových úhlů, které však vedou k menším rozměrům panelů u vnitřního prstence a mohou být na hranici vyrobitelnosti, a co je důležitější, při řešení konstrukčních detailů upevnění lan by kvůli dodržení nutných vzdáleností kotevních prvků musela být provedena složitá opatření, která by značně komplikovala a prodražovala výstavbu konstrukce. S ohledem na tyto vlivy byl zvolen středový úhel o velikosti 10° , kterým byla plocha membrány rozdělena na 36 řad prefabrikovaných panelů, jejichž délka se pohybuje v rozmezí od 0,87 m do 6,1 m. Tento rozměr udává přímou vzdálenost dvou rohů panelu v tangenciálním směru, obloukové zakřivení je zanedbáno. Šířka panelů v radiálním směru je konstantní a má velikost 3,0 m. Plocha jednotlivých panelů je tvořena rovinným lichoběžníkem. Tloušťka konstrukce je kvůli odlehčení poměrně nízká (0,1 m), a proto jsou panely opatřeny v radiálním směru žebry o výšce 0,4 m, ve kterých jsou vedena lana a která navíc přispívají ke zvýšení tuhosti subtilní membrány.



Obr. 4.2: Rozměry prefabrikovaných panelů

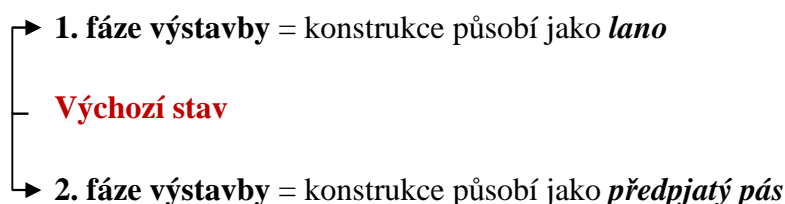


Obr. 4.3: Rozměry průřezů vnitřního a vnějšího prstence

V konstrukci jsou použita lana typu monostrand o průřezové ploše jednoho lana 150 mm^2 . Lana jsou vedena vždy radiálně mezi oběma obvodovými prstenci a plní v konstrukci dvojí funkci. První skupinou lan jsou tzv. *nosná lana*, na která se při výstavbě pokládají prefabrikované segmenty. Tíha každého pásu segmentů je nesena 6 nosnými lany. Pomocí tzv. *předpínacích lan* je po zmonolitnění spár do konstrukce vnesena tlaková rezerva. Jejich počet se různí podle velikosti působících proměnných zatížení. Kritériem je eliminace nežádoucích tahových napětí v betonové membráně.

4.1.2. Postup výstavby

Nespornou výhodou visutých lanových střeš je právě jejich postup výstavby, který dovoluje poměrně rychlé a na okolí téměř nezávislé zbudování konstrukce. U membrány ve tvaru mezikruží se výstavba skládá v podstatě ze dvou hlavních fází, které obsahují několik dílčích kroků. Hranici mezi oběma fázemi z hlediska statické analýzy konstrukce tvoří tzv. *výchozí stav* (viz kap. 4.3.), od kterého by měly začínat všechny statické výpočty, a to v „obou směrech“.



1. fáze výstavby

Nejprve je provedena betonáž vnějšího prstence na svislých nosných prvcích (sloupech, stěnách) a montáž vnitřního prstence na zemi nebo na pevné skruži. Poté jsou mezi oběma obvodovými prvky natažena nosná lana, na která je následně vnitřní prstenec zavěšen. V případě montáže na zemi může být prstenec vyzdvihnut pomocí montážních lan a hydraulických zařízení, umístěných v místech kotvení nosných lan. V případě pevné skruže je zavěšení prstence realizováno jejím popuštěním.

V dalším kroku jsou na lana zavěšovány a upevňovány betonové segmenty, a to tak, aby na sebe vzájemně nepůsobily. Vzhledem k malým tloušťkám desek panelů, a tedy k malým styčným plochám, by mohlo docházet k lokálnímu porušení rozdrčením betonu. Postup pokládání by měl mít vzhledem k nestabilní a ohybově měkké konstrukci určitá pravidla a měl by být předmětem podrobné analýzy. Navržení nejvhodnějšího způsobu pokládky je úzce spojeno s prostředím a možnostmi konkrétní stavby a mělo by být součástí prováděcí dokumentace. Není cílem disertační práce řešit konstrukci z hlediska skutečného provádění, proto zde tento podrobný postup není uveden. Ve výpočetních modelech jsou segmenty položeny všechny najednou. Vychází se z předpokladu, že při postupném pokládání segmentů nakonec konstrukce zaujme tvar takový, jako by vznikla najednou. Dále se do žeber osadí předpínací lana a zalijí se spáry. Tím se membrána zmonolitní a z hlediska statické analýzy se nachází v tzv. *výchozím stavu*.

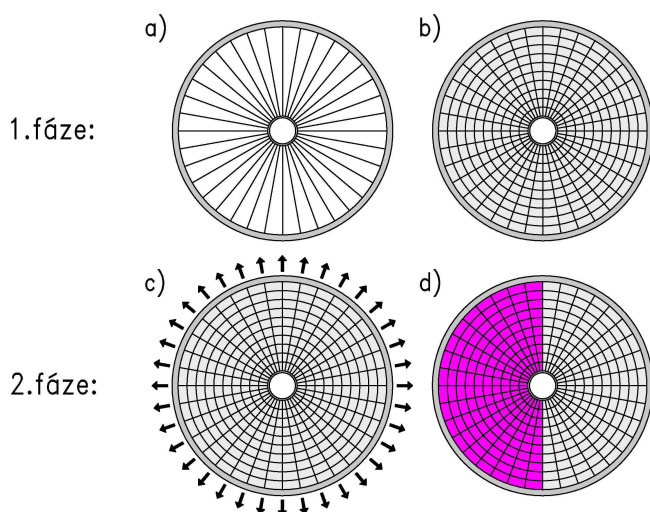
Výchozí stav

Tento stav se též nazývá *rovnovážný*, protože vlastní tíha konstrukce je v rovnováze s radiálními účinky lan. Řešením výchozího stavu je určení průvšové křivky a napjatosti

jednotlivých lan od působícího zatížení (tedy vlastní tíhy konstrukce). Po zadání stanovené geometrie lana a jeho napjatosti do výpočetního modelu a provedení výpočtu se správnost řešení projeví tím, že na konstrukci od působící vlastní tíhy budou svislé deformace nulové. Zatížení a radiální síly lan budou v rovnováze.

2. fáze výstavby

Zmonolitněním se z betonových segmentů stane jednolitá membrána, která je navíc vetknuta do obvodových prstenců. Po dosažení dostatečné pevnosti výplně spár jsou dopnuta předpínací lana v jednotlivých žebrech. Tím se do membrány vnese tlaková rezerva, která eliminuje tahová napětí v betonu při provozních zatíženích. Při statické analýze je pak na konstrukci aplikováno proměnné zatížení v nejučinnějších polohách.



Obr. 4.4: Schéma výstavby konstrukce

- a) vnější prstenec zavěšen na nosných lanech
- b) uložení betonových panelů na nosná lana, příp. zalití spár
- c) napnutí předpínacích lan po zatvrdnutí výplně spár
- d) aplikace proměnného zatížení (zatěžovací stav na polovině plochy membrány)

4.1.3. Použité materiály

V konstrukci jsou uvažovány tyto materiály:

- membrána lehký konstrukční beton LC40/50, třída objemové hmotnosti D1,6,
- vnější prstenec beton C30/37,
- vnitřní prstenec konstrukční ocel S235,
- lana monostrand předpínací ocel Ls1770/1860.

Charakteristiky jednotlivých materiálů vstupující do výpočetních modelů jsou uvedeny v kap.4.3.4. *Průřezové* a materiálové charakteristiky. Charakteristiky lehkého konstrukčního betonu jsou podrobněji rozebrány v kap. 4.6. *Dotvarování a smršťování*.

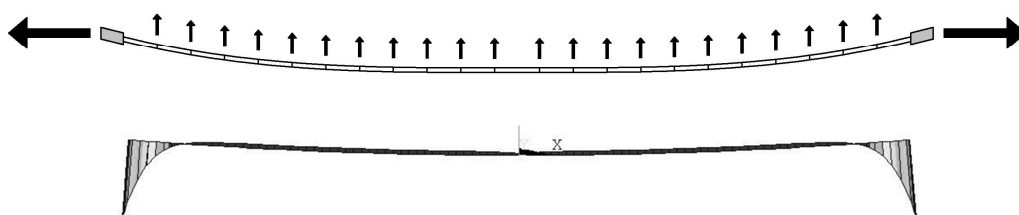
4.2. Statické působení

4.2.1. Obecně

Z konstrukčního uspořádání visuté lanové střechy je patrná analogie s předpjatými pásy, které jsou v mostním stavitelství používány jako lávky pro pěší (např. [20]). Lana jsou vedena mezi obvodovými prstenci pouze v radiálním směru a rozdělují plochu membrány na jednotlivé kruhové výseče, které jsou v případě mezikruží díky rotační symetrii a konstantnímu středovému úhlu stejné. Jedná se tedy o soustavu pásů mezi nosnými prstenci, které jsou tvořeny jednotlivými řadami lichoběžníkových segmentů.

Během výstavby je na nosná lana zavěšen vnitřní prstenec s betonovými segmenty a ze statického hlediska jde o analýzu ohebného lana, zatíženého vlastní tíhou konstrukce. Po vyplnění spár mezi panely a zmonolitnění membrány působí střecha podobně jako předpjatý pás, jedná se však o prostorovou úlohu.

Charakteristickým rysem předpjatých pásů je průběh ohybových momentů od působícího zatížení, kterým mohou být radiální síly od předpětí, zatížení chodci aj. (viz *Obr. 4.5*). Momenty ve vetknutí do podpor dosahují několikanásobně větších hodnot v porovnání s momenty po délce pásu a způsobují v betonovém pásu značná tahová napětí. Proto se v místě podpor navrhuje různé náběhy. Tento typický průběh momentů se rovněž vyskytuje u visuté lanové střechy tvaru mezikruží, u které navíc dochází díky radiálnímu uspořádání k poklesu tlakové rezervy od předpětí směrem k vnějšímu prstenci. Délky hran segmentů se směrem k vnějšímu prstenci zvětšují, a tedy se zvětšuje i vzdorující průřezová plocha membrány. Předpínací síla pak působí na proměnnou plochu, která způsobí, že v místech největších ohybových momentů je vneseno nejmenší tlakové napětí.



Obr. 4.5: Ohybové momenty na předpjatém pásu od radiálních sil při předepnutí

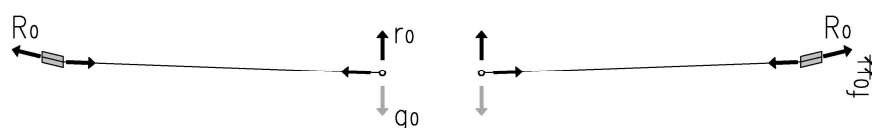
Namáhání samotné membrány tvořené betonovými segmenty je velmi rozmanité. V první fázi výstavby, kdy jsou prefabrikáty poskládány na nosná lana, se v podstatě jedná o desky prostě uložené a vznikají v nich odpovídající stavy napjatosti. Po zmonolitnění a vnesení předpětí vznikne celistvá membrána a jedná se o prostorové chování, ve kterém hraje významnou roli příčné působení konstrukce.

4.2.2. Statické působení konstrukce při výstavbě

Je zajímavé sledovat vývoj změn velikosti sil v konstrukci během výstavby. Pro správné vyhodnocení výsledků z výpočetních modelů je nutné znát tento vývoj, proto je dále stručně popsáno statické působení konstrukce v jednotlivých fázích výstavby, které uvádí Stráský [20].

1. fáze výstavby

V první fázi výstavby je vnitřní prstenec volně zavěšen na nosná lana, která se díky vlastní tíze prstence prověsí tak, že svislá vzdálenost mezi oběma prstenci je f_0 (viz *Obr. 4.6*). Velikost průvěsu je dána nenapjatou délkou lan, jejímuž návrhu je nutné věnovat velkou pozornost. Chybný výpočet může vést k větším nebo naopak menším průvěsům, a tedy k jiné geometrii konstrukce než předpokládané projektem. Výpočet napnuté a nenapnuté délky je uveden např. v [8].

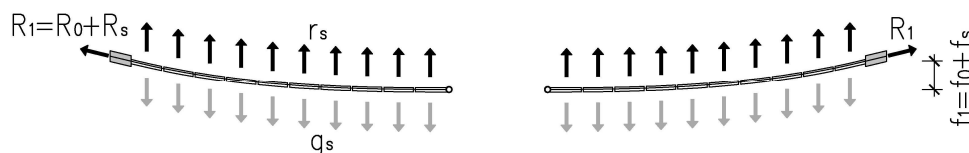


Obr. 4.6: Vnitřní prstenec zavěšen na nosná lana

Zavěšení vnitřního prstence tíhy g_0 do projektované polohy vyvolá v lanech tahové síly, odpovídající radiálním silám r_0 , které jsou s tíhou g_0 v rovnováze. Na *Obr. 4.6* je uvedeno schéma působení sil. Síla R_0 zde znázorňuje reakci od kotvení lan.

Výchozí stav

V dalším kroku výstavby jsou na nosná lana uloženy betonové segmenty, jejichž tíha způsobí zvětšení průvěsu a tahových sil v nosných lanech, které zaujmají tvar průvěsové křivky (viz kap. 4.4.3.). Konstrukce se nyní nachází ve výchozím stavu. Tíha segmentů g_s je vyrovnávána radiálními silami r_s vyvolanými zakřivením a nárůstem tahové síly v nosných lanech. Průvės konstrukce f_1 je roven součtu průvěsů $f_0 + f_s$ a reakce R_1 je rovněž dána součtem sil $R_0 + R_s$ (viz *Obr. 4.7*).



Obr. 4.7: Konstrukce ve výchozím stavu

2. fáze výstavby

Po vytvrdnutí výplně spár jsou napnuta předpínací lana. Protože je již pás celistvý a „vzdoruje“ předpětí, osová síla se přenesla do ideálního průřezu, který je dán součtem průřezů betonových segmentů A_{segm} a nosných lan A_{nosna} v poměru jejich modulů pružnosti E_{segm} a E_p (modul pružnosti předpínací oceli).

Tedy platí:

$$A_{i,2} = A_{segm} + A_{nosna} \cdot \frac{E_p}{E_{segm}}.$$

Díky předpětí vznikne v segmentech tlaková rezerva a zároveň nedojde ke zvýšení tahové reakce v místě kotvení. Díky průvěsu a zakřivení lan opět na pás působí radiální síly r_p . Ty však již nejsou vyrovnávány žádným svislým zatížením, a proto způsobí nadzvednutí konstrukce a tedy snížení průvěsu o Δf (viz **Obr. 4.8**).

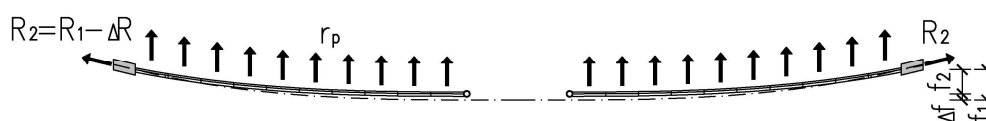
Výsledný průvěs konstrukce má velikost:

$$f_2 = f_1 - \Delta f.$$

Průvěs konstrukce je nepřímo úměrný tahové síle v lanech. Jeho snížení vlivem radiálních sil od předpětí vede k snížení tahových sil v nosných i předpínacích lanech, a tedy i ke snížení tlakové rezervy v segmentech. Reakce pak má velikost:

$$R_2 = R_1 + R_p - R_{segm} - \Delta R = R_1 - \Delta R,$$

kde R_1 je kotevní síla z předchozí fáze výstavby, R_p je síla v předpínacích lanech odpovídající vnesenému napětí, která je rovna účinku vzdorujícího pásu R_{segm} , a ΔR je změna tahových sil vlivem změny průvěsu konstrukce.



Obr. 4.8: Napnutí předpínacích lan

Proměnná zatížení

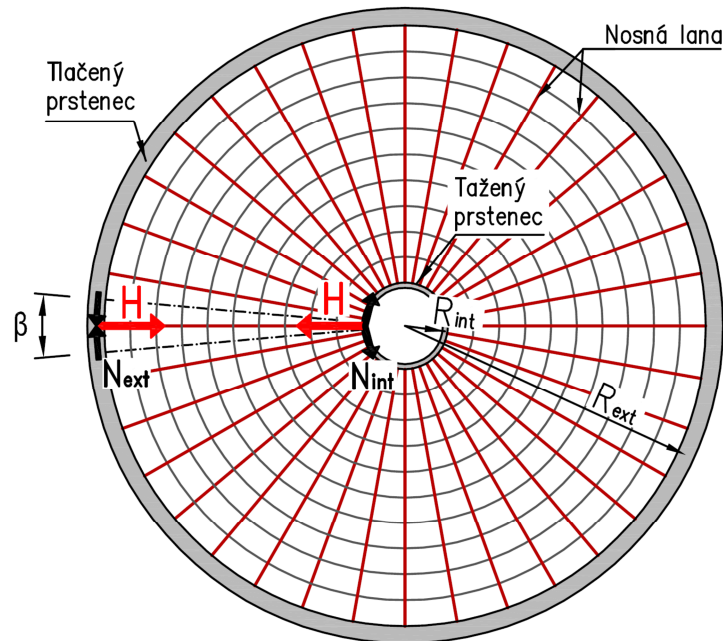
Změny normálových sil vlivem změny průvěsu lze pozorovat také při působení provozního zatížení či klimatických vlivů prostředí. Každé snížení a zvýšení průvěsu vede ke změně tahové síly v lanech a tlakové rezervy v betonové membráně. Rozdíl je v ideálním průřezu pásu, kdy vlivem vytvrnutí injektáže jsou již součástí vzdorujícího průřezu také předpínací lana s průřezovou plochou A_{pred} a modulem pružnosti E_p , tedy:

$$A_{i,pas} = A_{segm} + A_{nosna} \cdot \frac{E_p}{E_{segm}} + A_{pred} \cdot \frac{E_p}{E_{segm}}.$$

4.2.3. Samokotvený systém

Konstrukční uspořádání mezikruží tvoří tzv. samokotvený systém. Tento pojem znamená, že vodorovné složky kotevních sil z nosných lan jsou zachyceny obvodovými prstenci. Konstrukce je v rovnováze, a pokud jsou povoleny vodorovné posuny, ohybově nenamáhá spodní stavbu. Pokud je spodní stavba vetknuta do vnějšího prstence, pak je ohybově namáhána pouze prostřednictvím stlačení prstence. Ve výchozím stavu kotevní síly vyvozují ve vnějším

prstenci tlakové a ve vnitřním prstenci tahové namáhání (viz **Obr. 4.9**). V případě rovnoměrného zatížení vznikají v prstencích pouze normálové síly (vysvětleno v kap. 5.3.3.). Ohybové namáhání je minimální a je způsobeno radiálními účinky od osových sil v prstencích, které jsou dány mírou zakřivení prvku. Lze dokázat, že velikost normálových sil v obou prstencích se rovná, síly pouze mají opačné znaménko.



Obr. 4.9: Schéma působení lan na prstence

V případě kružnice o poloměru R je závislost mezi radiálním rovnoměrným zatížením r a normálovou silou N dána vztahem:

$$r = \frac{N}{R}. \quad (4.1)$$

Výslednice radiálního spojitého zatížení r působícího na část kružnicového oblouku mezi kotvením lan délky l je rovna vodorovné složce kotevní síly nosných lan H , a tedy platí:

$$r = \frac{H}{l}. \quad (4.2)$$

Porovnáním obou rovnic, vhodným indexováním a skutečností, že vodorovná složka osové síly H je konstantní, lze pro vnější prstenec vyjádřit:

$$r_{ext} = \frac{N_{ext}}{R_{ext}} = \frac{H}{l_{ext}} \quad (4.3)$$

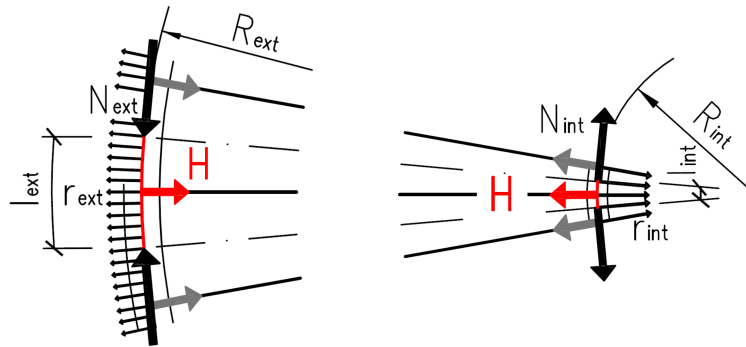
a analogicky pro vnitřní prstenec:

$$r_{int} = \frac{N_{int}}{R_{int}} = \frac{H}{l_{int}}. \quad (4.4)$$

Cílem je dokázat, že velikost osových sil ve vnějším (N_{ext}) a vnitřním (N_{int}) prstenci je stejná.

Výchozím at' je vzorec pro výpočet délky oblouku l , který vytnou na kružnici dvě pořadnice R svírající středový úhel β ve stupňové míře:

$$l = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \beta}{360} \Rightarrow \frac{l}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \beta}{360}. \quad (4.5)$$



Obr. 4.10: Schéma působení kotvení lan na prstence (vlevo vnější prstenec, vpravo vnitřní prstenec)

Je zřejmé, že délka oblouku l a jeho poloměr R jsou vzájemně lineárně závislé, a tedy pro stejný středový úhel β platí, že poměr l/R je konstantní. Z radiálního uspořádání lan vyplývá, že jejich kotvení vytne na obvodových prstencích oblouky odpovídající stejnému středovému úhlu β , a tedy s využitím rovnic (4.3) a (4.4) lze odvodit:

$$\beta = \text{konst.} \Rightarrow \frac{l_{ext}}{R_{ext}} = \frac{l_{int}}{R_{int}} \Rightarrow \frac{H}{N_{ext}} = \frac{H}{N_{int}} \Rightarrow N_{ext} = N_{int}. \quad (4.6)$$

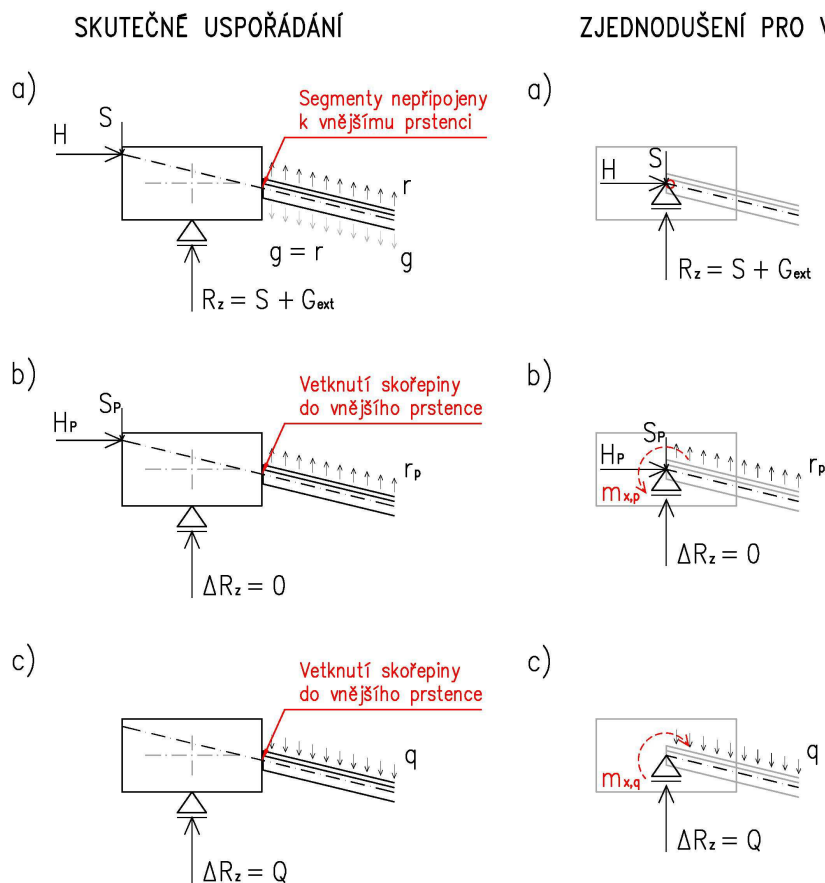
Tímto jednoduchým výpočtem bylo prokázáno, že normálové síly v obvodových prstencích ve výchozím stavu mají stejnou velikost, pouze dosahují opačného znaménka.

4.2.4. Průběh vnitřních sil na obvodových prstencích

Obvodové prstence jsou uzavřené půdorysně zakřivené nosníky, které jsou zatížené jak ve svislém, tak ve vodorovném směru rovnoměrným zatížením a vnikají v nich vedle normálových a posouvajících sil a ohybových momentů také kroučící momenty. Ve svislém směru tvoří zatížení vlastní tíha prstenců a membrány, radiální účinky předpětí a proměnná zatížení. Ve vodorovném směru pak působí radiální účinky od normálových sil vlivem zakřivení nosníků. Jak ve svislém, tak ve vodorovném směru jsou prstence „podepřeny“ bodově prostřednictvím kotvení nosných a předpínacích lan, resp. svislých podpor v místě kotvení v případě vnějšího nosníku. Průběhy vnitřních sil jsou pak analogické ke spojitému nosníku.

Namáhání obvodových prstenců lze ze statického hlediska rozdělit do dvou stavů (viz **Obr. 4.11**). Před zmonolitněním membrány, tj. ve výchozím stavu, jsou do prstenců zakotvena nosná lana, na která jsou volně zavěšeny prefabrikované segmenty (viz **Obr. 4.11a**). Po zmonolitnění, tj. při působení předpětí a proměnných zatížení, je membrána do prstenců

vetknuta, a tedy namáhá nosníky nejen tlakem/tahem, ale také ohybovým a kroutícím momentem (viz *Obr. 4.11b, c*). Dále jsou vykresleny a popsány průběhy vnitřních sil pouze na vnějším prstenci, protože namáhání obou obvodových nosníků je shodné. Rovněž se předpokládá uložení vnějšího nosníku v místě kotvení lan vždy na jednom ložisku, a není tedy zabráněno kroucení nosníku. V případě vetknutí vnějšího prstence do spodní stavby by se průběhy svislých a kroutících momentů způsobených kroucením od níže uvedených lišily.



Obr. 4.11: Síly působící na vnější prstenec:

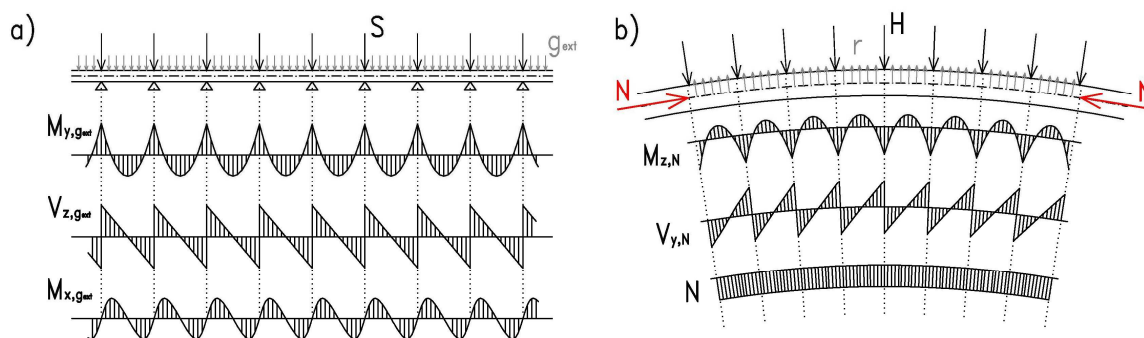
a) výchozí stav, b) účinky předpětí (2. fáze výstavby), c) působení proměnného zatížení q

Kvůli zjednodušení je ve výpočetním modelu uvažováno připojení lan a membrány přímo do střednice obvodových prstenců. Tím je eliminován vliv excentrického uložení na průběh vnitřních sil a je získáno základní namáhání prstenců. Skutečné uložení je závislé na konkrétním konstrukčním detailu kotvení. Podrobné konstrukční řešení zastřešení nebylo provedeno, a proto bylo přistoupeno k tomuto zjednodušení. Při reálném návrhu však by již skutečné uložení nemohlo být opomenuto. Ve výpočetních modelech by se excentrické uložení zohlednilo pomocí tuhých ramen a jeho příspěvek by byl k základnímu namáhání přičten.

Na *Obr. 4.11a* je v řezu znázorněn vnější prstenec a síly, které na něj ve **výchozím stavu** před zmonolitněním působí. V místě kotvení lan je to svislá (S) a vodorovná (H) složka osové síly v nosných lanech. Svislá síla S představuje vlastní tíhu jedné řady segmentů a lan. Celková svislá reakce je pak součtem síly S a tíhy části vnějšího nosníku mezi kotvením lan G_{ext} . Protože

je nosník podepřen bodově v místě kotvení lan (např. sloupy), vyvolá vlastní tíha prstence g_{ext} příslušné posouvající síly $V_{z,g_{ext}}$ a ohybové momenty $M_{y,g_{ext}}$ ve svislé směru (viz **Obr. 4.12a**). Díky půdorysnému zakřivení obvodových nosníků vznikají v průřezu od vlastní tíhy rovněž kroutící momenty $M_{x,g_{ext}}$, které však nedosahují významných hodnot. Obecný výpočet vnitřních sil na půdorysně zakřivených nosnících uvádí např. Zůda [24] nebo Menn [15].

Protože je uvažováno vodorovně posuvné podepření vnějšího prstence, vodorovná síla H způsobí stlačení vnějšího nosníku, které vyvolá tlakovou normálovou sílu v průřezu. Díky zakřivení pak na nosník působí vodorovné radiální účinky r , které lze z normálové síly N a křivosti nosníku K stanovit dle vzorce (5.35). Radiální zatížení r pak ve vodorovném směru vyvolá posouvající síly a ohybové momenty jako na spojitém nosníku s rozpětím polí rovnajícímu se osové vzdálenosti kotvení lan (viz **Obr. 4.12b**).



Obr. 4.12: Průběhy vnitřní sil na obvodových prstencích ve výchozím stavu:
a) svislé účinky, b) vodorovné účinky

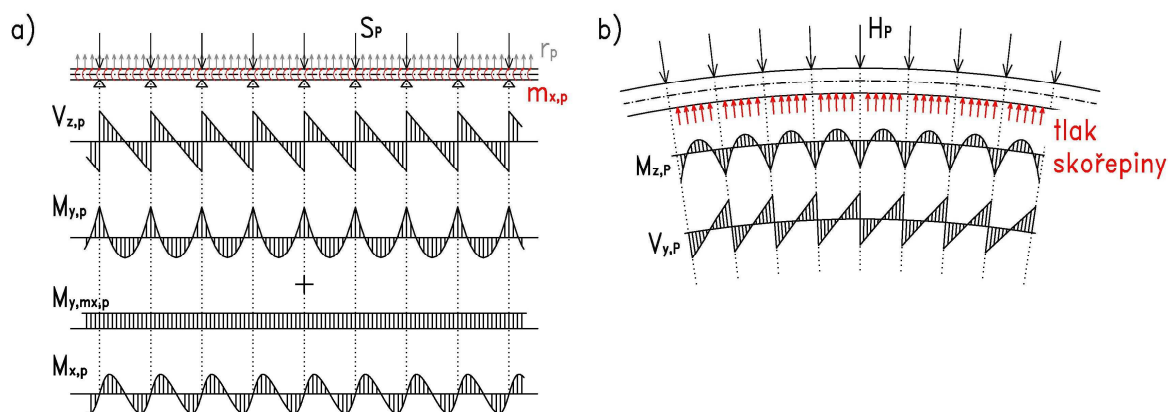
Po zmonolitnění je membrána do obvodových prstenců vetknuta. Zatížení, díky kterým dojde ke svislé deformaci membrány (předpětí a proměnná zatížení), pak vyvolají nejen ohybové namáhání, ale i kroucení nosníků (viz **Obr. 4.11b, c**). Protože jsou prstence podepřeny bodově v místě kotvení lan, není kroucení nosníků zachyceno.

V případě vnesení **předpětí** působí v místě kotvení lan svislá S_P a vodorovná H_P složka osové síly v předpínacích lanech. Svislá síla S_P je výslednicí radiálních účinků r_p na lanech. Protože platí rovnováha na laně, celková svislá reakce je nulová. Při vnesení předpětí dojde k nadzvednutí membrány, která je do nosníku vetknuta po celé jeho délce, avšak předpětí je vnášeno lokálně v místě kotvení. Díky tomu na prstenci svislé rovnoměrné radiální síly r_p opět vyvolají svislé posouvající síly $V_{z,P}$, ohybové momenty $M_{y,P}$ a kroutící momenty $M_{x,P}$ (viz **Obr. 4.13a**). Vlivem nadzvednutí membrány dojde rovněž k namáhání prstenců rovnoměrným kroutícím momentem $m_{x,p}$ (viz **Obr. 4.13b**). Protože se však jedná o bodově uložený půdorysně zakřivený nosník, není zabráněno kroucení nosníku a vnější kroutící moment vyvolá nárůst svislých ohybových momentů o konstantní hodnotu $M_{y,mx}$. Velikost přírůstku svislých ohybových momentů lze stanovit z následující rovnice:

$$M_{y,mx} = m_x \cdot R, \quad (4.1)$$

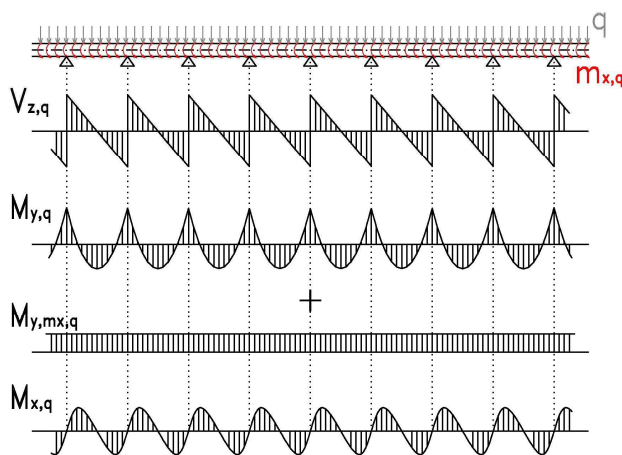
kde R je poloměr kružnice.

Ve vodorovném směru na prstencem působí vodorovná složka H_P předpínací síly. Do obvodových nosníků se však již normálová síla nevnese, protože nedojde k jejich volnému stlačení. Vodorovnému posunu brání zmonolitněná membrána, o kterou se nosník „opře“ a tím se do ní vnese potřebná tlaková rezerva. Avšak díky tomu, že předpětí je vnášeno lokálně v místě kotvení, ale membrána vzdoruje celou šířkou, jsou na prstencích opět vodorovné ohybové momenty $M_{z,P}$ a posouvající síly $V_{y,P}$ jako na spojitém nosníku (viz *Obr. 4.13b*).



Obr. 4.13: Průběhy vnitřní sil na prstencích od účinků předpětí po zmonolitnění membrány: a) svislé účinky, b) vodorovné účinky

Za reprezentativní **proměnné zatížení** q bylo vybráno zatížení sněhem, které vyvolává podobné účinky jako předpětí, pouze v opačném směru (viz *Obr. 4.14*). Prostřednictvím vetknutí membrány působí na obvodové prstence ve svislém směru spojitě rovnoměrné zatížení, které způsobuje svislé posouvající síly $V_{z,q}$, ohybové momenty $M_{y,q}$ a kroutící momenty $M_{x,q}$. Rovněž dochází k přírůstku ohybových momentů vlivem kroucení nosníků. Ve vodorovném směru na obvodové prstence nepůsobí žádné zatížení, proto nevznikají žádné vnitřní síly.



Obr. 4.14: Průběhy vnitřní sil na prstencích po zmonolitnění membrány od zatížení sněhem – svislé účinky

4.3. Výpočetní modely

4.3.1. Použitá metoda výpočtu

Výpočetní modely, které nezohledňují reologické vlivy, jsou vytvořeny ve výpočetním programu ANSYS 10.0, jenž pracuje na základě metody konečných prvků (MKP). V dnešní době je to nejefektivnější metoda pro výpočet konstrukcí, kterou využívá řada programů. Není cílem disertační práce zabývat se principy MKP, pouze ji využít jako nástroj pro výpočet, a proto zde nejsou uvedeny (viz např. [13]).

Visuté lanové střechy patří mezi konstrukce (stejně jako předpjaté pásy, visuté mosty apod.), které především během výstavby a následně také od proměnného zatížení vykazují velké posunutí a velké deformace ve srovnání s jejich rozměry. Proto již nelze sestavovat podmínky rovnováhy na nedeformované konstrukci a je nutné zohlednit změnu geometrie. Jedná se tedy o úlohu geometricky nelineární. MKP pak vede na soustavu nelineárních algebraických rovnic, kterou lze zapsat ve tvaru:

$$\mathbf{K}(\mathbf{d}) \cdot \mathbf{d} = \mathbf{f}, \quad (4.7)$$

kde \mathbf{K} je matice tuhosti konstrukce, která je funkcí vektoru neznámých uzlových parametrů deformace \mathbf{d} . Veličina \mathbf{f} je vektor uzlových sil. Je zřejmé, že nelze tuto soustavu nelineárních rovnic řešit přímo. Proto se používají iterační postupy, které vedou k postupnému zpřesňování řešení. Každý krok iterace je linearizován. Postupný iterační proces lze znázornit pomocí rovnice (4.7), přepsané do tvaru:

$$\mathbf{K}(\mathbf{d}^{(i)}) \cdot \mathbf{d}^{(i+1)} = \mathbf{f}, \quad (4.8)$$

kde neznámé řešení $i+1$ získáme pomocí matice tuhosti určené řešením předchozího kroku i . Iterační proces probíhá tak dlouho, dokud není splněna dostatečná přesnost rozdílu vektorů $\mathbf{d}^{(i)}$ a $\mathbf{d}^{(i+1)}$. Jednou z nejčastěji používaných metod výpočtu je Newton-Raphsonova iterační metoda, při které \mathbf{K} je tečnou maticí tuhosti konstrukce. Při výpočtu visutých lanových střech je použita plná N-R metoda, při které v každém iteračním kroku dochází k dekompozici tečné matice.

Podrobné informace o metodě konečných prvků a řešení geometricky nelineárních úloh lze nalézt např. v této literatuře [13], [17]. Použití uvedených metod analýzy ve výpočetním programu ANSYS je popsán v jeho teoretické příručce [35].

4.3.2. Obecné vlastnosti výpočetních modelů

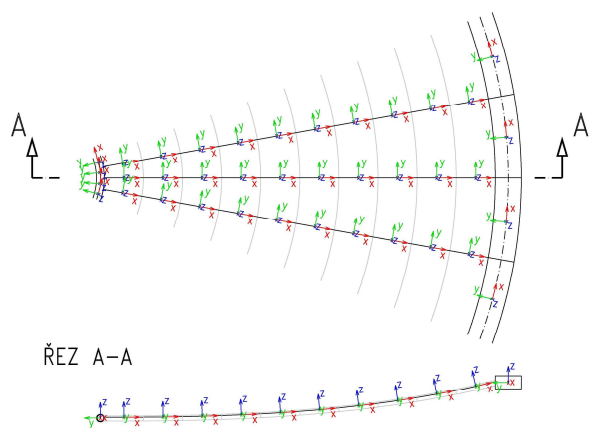
Pro provedení statické analýzy visuté lanové střechy nad kruhovým půdorysem je vytvořena řada výpočetních modelů, a to od nejjednodušších prutových náhrad až po složitější, komplexní deskostěnové modely. Všemi modely se však prolíná několik společných zásad, které jsou uvedeny v následujícím textu.

Použité typy elementů a orientace lokálních os

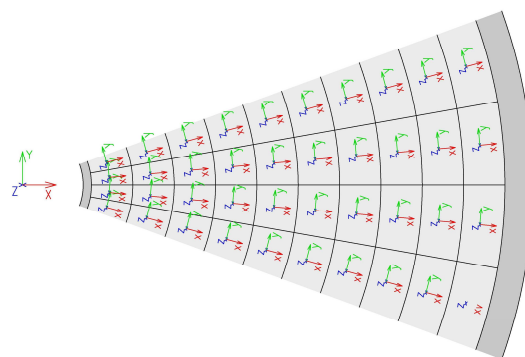
Ve výpočetních modelech jsou použity standardní typy prvků, které jsou součástí databáze programu ANSYS. Pro zadání nosných a předpínacích lan je použit typ elementu LINK8, který přenáší pouze axiální namáhání. Všechny prutové konstrukční prvky bez zvláštních požadavků na geometrii průřezu (tzn. obvodové prstence) jsou modelovány základním nosníkovým typem elementu BEAM4, který má tahové/tlakové, kroutící a ohybové vlastnosti. Rozšířením předchozího typu je BEAM44, který umožňuje vytvořit náběhovaný průřez, a proto je použit pro modelování betonové membrány v prutových modelech. Zároveň umožňuje zadat průřez na excentricitě, čehož je využito při tvorbě žeber betonových segmentů. Ve deskostěnovém výpočetním modelu je použit 2D prvek SHELL43 pro zadání betonových panelů. Posledním použitým typem elementů je SURF154. Jedná se o 2D prvek, který umožňuje volit směr a rozložení daného zatížení, a proto slouží k zadání proměnného zatížení. Nepřispívá k celkové tuhosti konstrukce. Podrobný popis jednotlivých typů elementů je uveden v příloze A.

Orientace lokálních os

Lokální osy prvků jsou vždy tvořeny ortogonálním pravotočivým souřadným systémem. Z rotační symetrie konstrukce, díky které je pro zadávání souřadnic uzlů při vytváření modelů využíván válcový (cylindrický) souřadný systém, pak vyplývá přirozená orientace lokálních os jednotlivých prvků. Obecně v případě prutových prvků lokální osa x splývá se střednicovou osou prvku, lokální osa y vychází z pravotočivosti systému a lokální osa z je kolmá na rovinu xy s kladným smyslem směrem vzhůru. Lokální osy prstenců a lan jsou zobrazeny na **Obr. 4.15**. V případě deskostěnových prvků rovina xy splývá s rovinou desek segmentů. Lokální osa x je orientována radiálně směrem od středu konstrukce, a tedy lokální osa y je vedena tečně k soustředným kružnicím. Lokální osa z má opět kladný smysl směrem vzhůru (viz **Obr. 4.16**).



Obr. 4.15: Orientace lokálních os prvků prstenců a lan



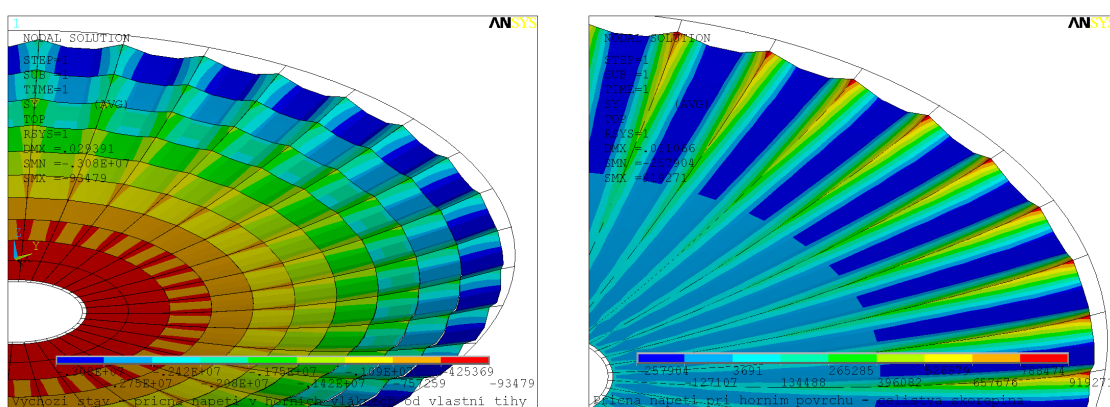
Obr. 4.16: Orientace lokálních os prvků segmentů

Stress stiffening

Při geometricky nelineárních výpočtech je důležité zohlednit další vlastnost prvků, a to tzv. *stress stiffening* neboli tahové zpevnění. Jak vyplývá z názvu, jedná se o zvýšení tuhosti konstrukce s ohledem na napjatost jednotlivých prvků. Tato vlastnost musí být uvažována v případě tenkých prvků s ohybovou tuhostí minimální ve srovnání s osovou tuhostí, tzn. u lan, tenkých nosníků a membrán. Tento efekt se projeví v rozšíření matice tuhosti soustavy při nelineárním výpočtu.

Propojení jednotlivých prvků (tzv. coupling)

Ve výchozím stavu konstrukce jsou segmenty na nosná lana volně zavěšena, a to vždy v rozích a dvou mezilehlých bodech (celkem 4 body podepření v každém žebro, celkem 8 bodů podepření pro jeden segment). Jedná se tedy o desky prostě uložené, které jsou namáhány pouze ohybem od vlastní tíhy. Aby bylo zachováno reálné namáhání betonových panelů ve výpočetních modelech, jsou jednotlivé prvky segmentů a lan vytvořeny tak, že nemají společné uzly. Jejich vzájemné připojení je pak provedeno pomocí tzv. *coupling*, tedy libovolnému spojování dvou a více uzlů, resp. jejich stupňů volnosti. Tato funkce umožňuje vytvoření liniových kloubů podél hran segmentů a tím se co nejvíce přiblížit ke skutečnému statickému systému konstrukce ve výchozím stavu. Při zmonolitnění dojde k zafixování rotací kolem hran a membrána se stane celistvou a působí spojitě. Pokud by segmenty byly do modelu přidány rovnou jako spojitá membrána, vznikalo by v ní v místech podepření nosnými lany tahové napětí při horních vláknech, které by však neodpovídalo realitě a muselo by být z výsledků složitě odečítáno. Porovnání těchto dvou případů je ukázáno na **Obr. 4.17**. Konkrétní způsob použití párování uzlů je uveden u jednotlivých modelů.

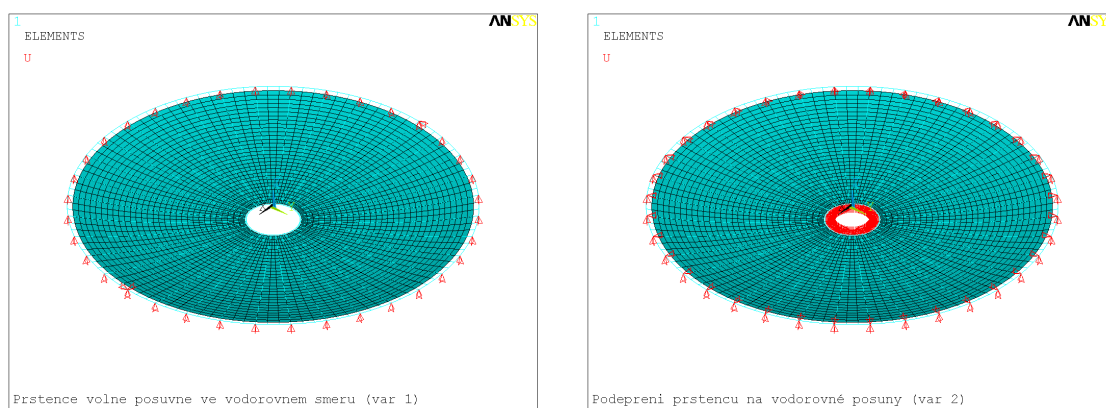


Obr. 4.17: Příčná napětí na horním povrchu segmentů ve výchozím stavu (Pa)
(vlevo segmenty jako prostě uložené desky, vpravo celistvá membrána)

Podpěření konstrukce

Okrajové podmínky lze na konstrukci zadat dvěma způsoby, které vystihují hraniční případy podepření z hlediska ohybové tuhosti spodní stavby. V obou případech jsou na vnější

prstenec v místech kotvení lan zadány tuhé svislé podpory. Při první variantě podepření jsou umožněny vodorovné posuny vnějšího prstence, jejichž velikost by odpovídala navržené tuhosti prstence (viz *Obr. 4.18 vlevo*). Při reálném návrhu by to reprezentovalo uložení zastřešení na spodní stavbu prostřednictvím ložisek. Druhou variantou je pak zabránění vodorovným posunům (viz *Obr. 4.18 vpravo*). Tento stav by při reálném návrhu byl způsoben ohybově velmi tuhou spodní stavbou. Variantu lze dále rozšířit o vodorovné podepření vnitřního prstence. Tento fiktivní stav pak dobře slouží pro kontrolu správnosti výpočtu počáteční geometrie lan a jejich odpovídající napjatosti ve výchozím stavu pomocí svislých deformací, protože jsou eliminovány deformace způsobené stlačením, resp. roztažením, vnějšího, resp. vnitřního, prstence (viz kap. 4.4.3.). V konečných modelech konstrukce je použit první způsob podepření, tedy umožnění vodorovných posunů obvodových prstenců. Druhá varianta okrajových podmínek je použita pouze pro kontrolu výpočtu výchozího stavu.



Obr. 4.18: Varianty podepření konstrukce
(vlevo vodorovně posuvné prstence, vpravo vodorovně neposuvné prstence)

4.3.3. Postupná výstavba konstrukce

Při výpočtu je důležité zohlednit postupnou výstavbu konstrukce, která v první fázi působí jako lano. Po zmonolitnění spár se již jedná o předpjatou membránu. Tento přechod mezi různými statickými systémy lze vystihnout právě pouze zohledněním výstavby ve statické analýze. Posouzením konstrukce z výstupů, které by byly získány analýzou bez zohlednění výstavby (konstrukce „vznikne najednou“), by došlo k významným chybám.

Výpočetní program umožňuje provést fázovanou výstavbu konstrukce a následné provozní zatížení pomocí jednotlivých časových uzlů, které jsou označovány jako *time*. V každém z těchto uzlů lze konstrukci upravit, přidávat/odebírat prvky pomocí funkce *birth/death*, měnit zatížení apod. Na konci každého kroku je spuštěn řešič a proveden iterační výpočet. Při výstavbě stav konstrukce v aktuálně počítaném „time“ navazuje na stav konstrukce v předchozím časovém uzlu (řešení pomocí příkazu *solve*). Jednotlivé zatěžovací stavy proměnného zatížení jsou pak aplikovány na již dokončenou konstrukci. V programu se to projevuje jako další časové uzly „time“, avšak stav konstrukce v jednotlivých zatěžovacích stavech

již na sebe vzájemně nenavazuje. Proměnné zatížení je vždy počítáno na konstrukci ve stavu, ve kterém je po dokončení výstavby (tzv. *load step*, řešeno pomocí příkazů *lswrite*, *lssolve*).

Ve výpočetních modelech není zohledněn podrobný postup pokládání jednotlivých segmentů na nosná lana. Navržení nejvhodnějšího způsobu pokládky je úzce spojeno s prostředím a možnostmi konkrétní stavby a mělo by být součástí prováděcí dokumentace. Není cílem disertační práce řešit analyzované konstrukce z hlediska skutečného provádění, proto zde tento podrobný postup není uveden. Toto zjednodušení vychází z předpokladu, že nosná lana zaujmou pro dané celkové zatížení vždy stejný tvar bez ohledu na způsob aplikace daného zatížení (viz *výchozí stav konstrukce*).

V kap. 4.1.2. byl podrobně popsán postup výstavby konstrukce. Bylo řečeno, že všechny výpočty mají začínat od tzv. *výchozího stavu* konstrukce, který výstavbu konstrukce rozděluje na dvě hlavní fáze. Z tohoto důvodu je nutné pro každou konstrukci vytvořit dva výpočetní modely s různou posloupností jednotlivých fází výstavby. Prvním časovým uzlem je vždy výchozí stav konstrukce. V prvním případě jsou fáze vytvořeny pozpátku, tzn. že jsou odstraněny segmenty a na nosných lanech je zavěšen pouze vnitřní prstenec (**1. fáze výstavby**). V druhém modelu je pak provedeno dokončení konstrukce a je aplikováno proměnné zatížení (**2. fáze výstavby**). V následujících tabulkách jsou přehledně popsány jednotlivé časové uzly pro obě fáze výstavby.

1. fáze výstavby

TIME 1 (výchozí stav)	Konstrukce ve výchozím stavu – volné uložení segmentů na nosná lana.
TIME 2 (1. fáze výstavby)	Odebrání všech segmentů, vnitřní prstenec zavěšen na nosná lana.

2. fáze výstavby

TIME 1 (výchozí stav)	Konstrukce ve výchozím stavu – volné uložení segmentů na nosná lana.
TIME 2 (2. fáze výstavby)	Konstrukce je zmonolitněna a jsou dopnuta předpínací lana.
TIME 3–6 (proměnná zatížení)	Aplikace proměnného zatížení v účinných polohách (viz <i>Obr. 4.19</i>).

4.3.4. Průřezové a materiálové charakteristiky

V tabulce *Tab. 4.1* jsou uvedeny materiálové a průřezové charakteristiky vstupující do prutových a deskostěnových výpočetních modelů. Prvkům jsou přiřazeny tyto materiálové vlastnosti: objemová hmotnost ρ , modul pružnosti E , Poissonův součinitel příčné kontrakce ν a součinitel teplotní roztažnosti α . V případě určení základních parametrů průřezu se jedná o tyto

veličiny: průřezovou plochu A , moment setrvačnosti kolem hlavní osy průřezu I_y , I_z a rozměry ohraničujícího obdélníka t_y , t_z . V případě desky prefabrikovaných panelů je uvedena tloušťka t . Pro nosná a předpínací lana jsou v tabulce uvedeny také počty lan v žebrech n , uvažovaná vodorovná složka osově síly H a jí odpovídající počáteční pretvoření ε_0 . Podrobněji jsou průřezové a materiálové charakteristiky, které jsou pro jednotlivé typy prvků zadávány do výpočetních modelů, popsány v Příloze A.

Prvek	Průřez	Průřezové charakteristiky	Materiálové charakteristiky
Segmenty a) skutečný průřez b) náhradní průřez ve výpočetních modelech		Deska: $t = 0,10 \text{ m} - D$ Žebra: $A = 0,45 \text{ m}^2$ $I_y = 0,844E-4 \text{ m}^4$ $I_z = 0,338E-3 \text{ m}^4$ $t_y = 0,15 \text{ m}$ $t_z = 0,30 \text{ m}$	Lehký konstrukční beton LC40/50 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ $E = 19 \text{ GPa}$ $\nu = 0,2$ $\alpha = 0,8E-5 \text{ K}^{-1}$
Vnější prstenec		$A = 2,0 \text{ m}^2$ $I_y = 0,667 \text{ m}^4$ $I_z = 1,667 \text{ m}^4$ $y_g = 1,0 \text{ m}$ $z_g = 0,5 \text{ m}$	Beton C30/37 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ $E = 32 \text{ GPa}$ $\nu = 0,2$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$
Vnitřní prstenec		$A = 8,64E-2 \text{ m}^2$ $I_y = 3,29E-3 \text{ m}^4$ $I_z = 3,29E-3 \text{ m}^4$ $y_g = 0,3 \text{ m}$ $z_g = 0,3 \text{ m}$	Ocel S235 $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ $E = 210 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$
Nosná lana		Počet lan v žebře $n = 6 \text{ ks}$ $A = 9,0E-4 \text{ m}^2$ $H = 1092 \text{ kN}$ $\varepsilon_0 = 6,222E-3$	Ocel Y1860/15,5 $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ $E = 195 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$
Předpínací lana		Počet lan v žebře $n = 6 \text{ ks}$ $A = 9,0E-4 \text{ m}^2$ $P = 1000 \text{ kN}$ $\varepsilon_0 = 5,698E-3$	Ocel Y1860/15,5 $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ $E = 195 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$

Tab. 4.1: Průřezové a materiálové charakteristiky studijní konstrukce

4.3.5. Zatížení

Vlastní tíha

Vlastní tíha membrány studijní konstrukce mezikruží přepočítána na její půdorysnou plochu je $2,33 \text{ kN/m}^2$. Tato hodnota zahrnuje tíhu betonových segmentů a nosných a předpínacích lan. Celková tíha jednotlivých částí i celé konstrukce je uvedena v následující tabulce. V posledním sloupci je pak uvedena tíha jednoho pásu připadající na jednu skupinu lan v žeburu, tzn. G_I . Je to zároveň velikost tlakové síly, která působí v hlavě nosných pilířů střechy v místě kotvení lan.

Konstrukční část	A (m ²)	t (m)	L (m)	V (m ³)	γ (kN/m ³)	G (kN)	G_I (kN)
Membrána	3804,3	0,1	-	380,43	18,0	6848	190,1
Žebra	0,090	-	1086,9	97,82	18,0	1761	48,9
Lana nosná	9,0E-4	-	1086,9	0,98	78,5	77	2,1
Lana předpínací	9,0E-4	-	1086,9	0,98	78,5	77	2,1
Mezisoučet						8763	243,2
Prstenec vnější	2,0	-	226,2	452,39	25,0	11310	314,2
Prstenec vnitřní	0,086	-	29,5	2,55	78,5	200	5,6
Celkem						20273	563,0

Tab. 4.2: Vlastní tíha konstrukce a jejích částí

Předpětí

Velikost osově síly v nosných lanech je dána vyšetřením výchozího stavu konstrukce, viz kap. 4.4.3. Stanovená vodorovná složka osově síly je $H = 1092 \text{ kN}$. V případě předpínacích lan je zvolena síla 1000 kN tak, aby při působení proměnného zatížení nevznikala ve membráně v podélném směru tahová napětí. Napětí v lanech odpovídající uvedeným silám nepřekračují hodnotu 1300 MPa .

Lana	n (ks)	A (m ²)	H (kN)	σ (MPa)
Nosná	6	9,0E-4	1092	1213
Předpínací	6	9,0E-4	1000	1110

Tab. 4.3: Navržené napětí v lanech

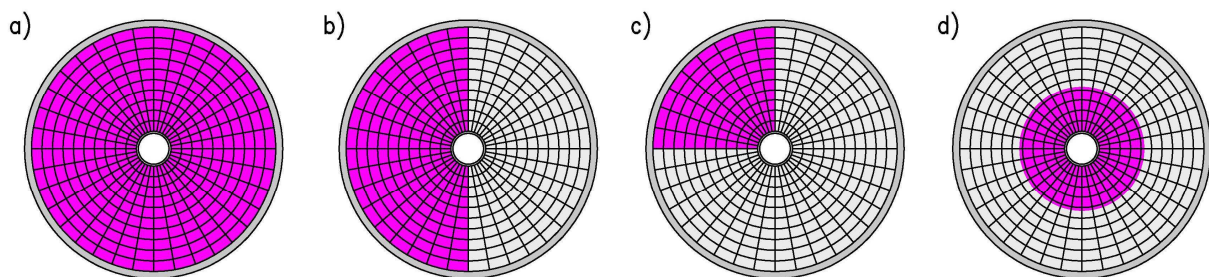
Dotvarování, smršťování

Účinky dotvarování a smršťování jsou uvedeny v kap. 4.6.

Zatížení sněhem dle ČSN EN 1991-1-3

$\mu_i = 0,8$	tvárový součinitel zatížení sněhem – pultové střechy
$C_e = 1,0$	součinitel okolního prostředí – normální topografie
$C_t = 1,0$	tepelný součinitel
$s_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$	charakteristická hodnota zatížení sněhem – sněhová oblast II
$s = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k$	
$s = 0,8 \text{ kN/m}^2$	charakteristická hodnota zatížení sněhem

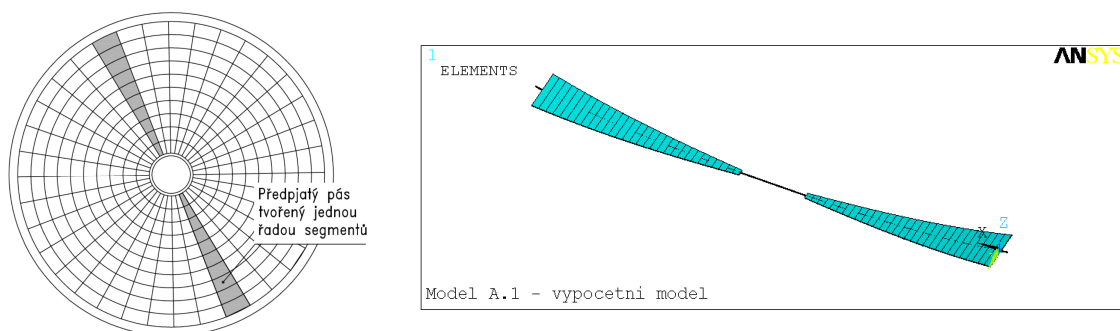
Do výpočetních modelů je zadána zaokrouhlená hodnota zatížení, tzn. $1,0 \text{ kN/m}^2$. Uvažované zatěžovací stavy, které postihují 4 základní způsoby rozmístění sněhu, jsou zobrazeny na **Obr. 4.19**.



Obr. 4.19: Rozmístění zatížení sněhem o velikosti $1,0 \text{ kN/m}^2$
 a) na celou plochu konstrukce, b) na polovinu plochy,
 c) na $1/4$ plochy konstrukce, d) na $1/4$ plochy konstrukce soustředěné kolem vnitřního prstence

4.3.6. Typy výpočetních modelů**Prutové modely**

Protože je vždy dobré postupovat od jednoduššího ke složitějšímu, byly nejprve vytvořeny prutové modely konstrukce, a to model jednoduchého předpjatého pásu tvořeného jednou řadou segmentů (model A.1) a dále model s celkovým prostorovým uspořádáním zachycující vliv stlačení, resp. roztažení, obvodových prstenců (model A.2).



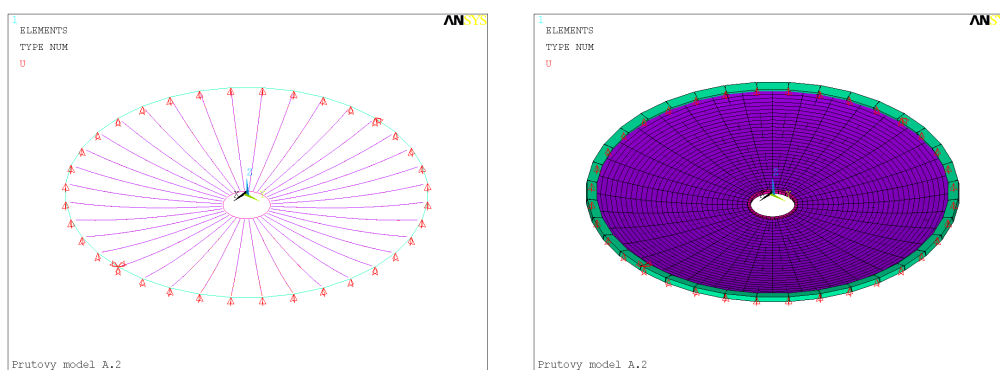
Obr. 4.20: Výpočetní model A.1
 (vlevo schéma konstrukce, vpravo axonometrický pohled na model s vykreslenými průřezy)

- Model A.1

Jedná se v podstatě o předpjatý pás vytvořený výsekem jedné řady segmentů z konstrukce, který však není spojitý po celé délce, ale je uprostřed přerušen tuhým ramenem, jež nahrazuje vnitřní prstenec a přenáší tahovou sílu z nosných a předpínacích lan (*Obr. 4.20*). Tento model byl vytvořen pro první seznámení se základním působením předpjatých pásů a ověření předpokládaného chování konstrukce. Slouží také k nalezení a pochopení rovnovážného stavu, ve kterém se konstrukce nachází v první fázi výstavby.

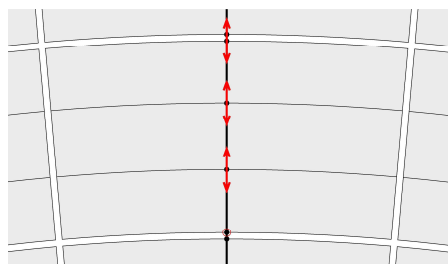
- Model A.2

Tento model je již prostorový, i když se stejně jako v předchozím modelu jedná o řadu předpjatých pásů modelovaných prutovými prvky. Účelem modelu je zohlednění vlivu stlačení, resp. roztažení, obvodových prstenců na svislé deformace (viz *Obr. 4.21*). Je potřeba zdůraznit, že segmenty jsou namodelovány pomocí prutů, a proto zde není zohledněn prostorové působení membrány, které má zásadní vliv na výsledné chování konstrukce. Model byl použit především na odladění rozměrů průřezů prstenců z hlediska jejich poddajnosti vůči působícímu zatížení.



Obr. 4.21: Výpočetní model A.2
(vlevo bez vykreslených tvarů průřezů, vpravo s vykreslenými tvary průřezů)

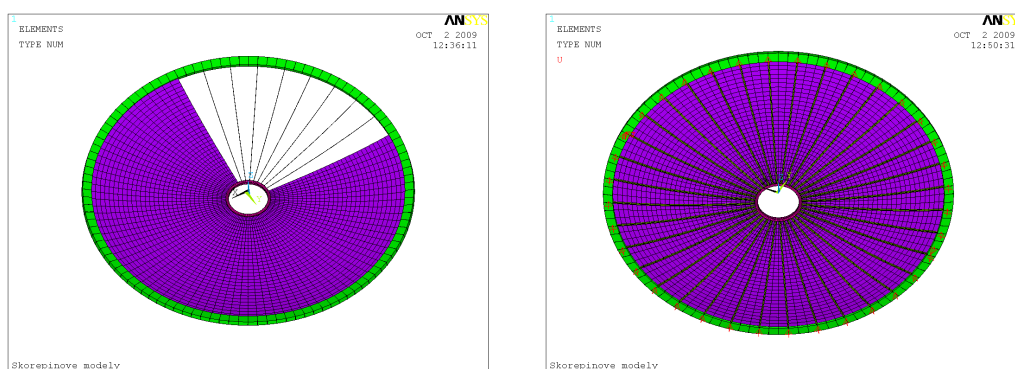
Desky segmentů se v obou typech prutových modelů skládají ze tří prvků a ve výchozím stavu jsou k lanům pomocí funkce *coupling* připevněna dle následujícího postupu. Uzly prvků lan a segmentů jsou vzájemně spojeny na svislé posuny. Aby ve střednici segmentů nevznikala přídavná napětí vlivem deformace konstrukce, jsou segmenty podepřeny v radiálním směru v jednom uzlu a v tečném směru ve všech uzlech segmentů (viz *Obr. 4.24*). Po zmonolitnění spár jsou uzly na všechny posuny a pootočení spárovány a vytvoří se tím celistvý pás.



Obr. 4.22: Schéma uložení prvků segmentů na lana ve výchozím stavu
(šipky znázorňují uvolnění posunů v daném směru)

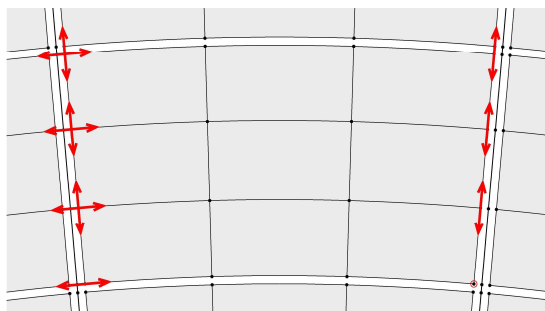
Deskostěnový model

Protože prostorový účinek membrány, a to především její příčné působení na kruhové konstrukci, nelze zanedbat, slouží předchozí prutové modely spíše k počátečnímu seznámení s problematikou předpjatých pásů a jejich postupem výstavby, který je analogický s visutými lanovými střechemi, a s hledáním výchozího stavu konstrukce. Jako konečný model pro posouzení celkového namáhání konstrukce byl vytvořen model (označený jako B.1), v kterém jsou již aplikovány plošné prvky a zároveň jsou zde použity charakteristiky vycházející z řešení prutových modelů. Postupná výstavba konstrukce ve deskostěnovém modelu je shodná s výstavbou použitou v prutových modelech, a tedy odpovídá výše uvedenému schématu.



Obr. 4.23: Výpočetní model B.1 s plošnými prvky
(vlevo model bez části segmentů, vpravo pohled zespodu na žebra a podpory)

Desky segmentů se ve výpočetním modelu skládají vždy z devíti prvků a ve výchozím stavu jsou k lanům pomocí funkce *coupling* připevněny dle následujícího postupu. Uzly lan a radiálních hran segmentů jsou vzájemně spojeny na svislé posuny. Aby ve střednicové ploše desek segmentů nevznikala přídavná napětí vlivem deformace konstrukce, jsou segmenty podepřeny v radiálním směru ve dvou uzlech a v tangenciálním směru na jedné hraně segmentů (viz **Obr. 4.24**). Konstrukční detail zavěšení segmentů musí být navržen tak, aby tyto posuny v rovině desky umožňoval. Takto podepřené segmenty staticky odpovídají prostě uloženým deskám a vzniká v nich od vlastní tíhy odpovídající ohybové namáhání (viz **Obr. 4.17 vlevo**). Po zmonolitnění spár jsou pak uzly na všechny posuny a pootočení spárovány a vytvoří se tím celistvá membrána.



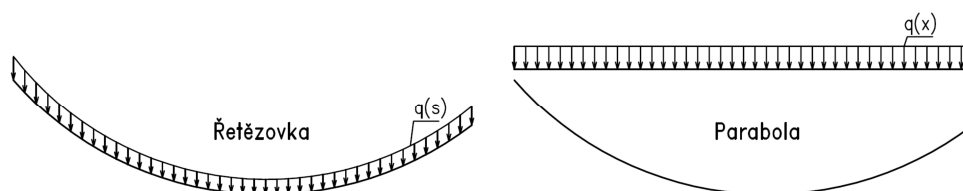
Obr. 4.24: Schéma uložení segmentů na lana ve výchozím stavu
(šipky znázorňují uvolnění posunů v daném směru)

4.4. Výchozí stav

4.4.1. Dokonale ohebné lano

Visuté lanové střechy jsou konstrukce, jejichž hlavním nosným prvkem jsou lana. Betonové segmenty pak nejen plní funkci zastřešení, ale navíc značně přispívají ke zvýšení tuhosti a stability jinak ohybově měkké konstrukce. Z toho vyplývá, že výpočet takového typu konstrukce je velmi úzce spjat s analýzou samotného lana. Řešením zatíženého lana se zabývá řada autorů, např. [7], [5], [8], [23], [20]. Cílem práce není podrobně se zabývat touto problematikou, pouze využít již popsanych postupů pro výpočet výchozího stavu visuté lanové konstrukce nad kruhovým, příp. eliptickým půdorysem. Proto jsou zde zmíněny pouze základní rovnice, které jsou převzaty z uvedené literatury.

Mějme rovinné, dokonale ohebné lano přenášející pouze tahové síly neposuvně podepřené ve dvou bodech. Lano je zatíženo spojitým svislým zatížením působícím v prvním případě po délce lana (např. vlastní tíha lana, tíha pásů visuté lanové střechy), v druhém případě na půdorysný průmět lana (např. tíha mostovky visutých mostů), viz **Obr. 4.25**.



Obr. 4.25: Zatížení lana po jeho délce a na půdorysný průmět

Základní rovnicí je tzv. *lanová rovnice*, která udává vztah mezi působícím zatížením a tvarem lana. Pro svislé zatížení působící po délce průvřesové křivky $q(s)$ má rovnice tvar:

$$H \cdot \frac{d^2 z(x)}{dx^2} = -q(s) \cdot \frac{ds}{dx}, \quad (4.9)$$

a jedná se tedy o nehomogenní diferenciální rovnici druhého řádu. Síla H je vodorovnou složkou normálové síly v laně a při působení svislého zatížení je po délce lana konstantní. Diferenciály ds , dz , dx jsou geometrické veličiny uvolněného lanového elementu (viz **Obr. 4.27**). Integrací rovnice (4.9) a zadáním vhodných okrajových podmínek lze získat rovnici průvřesové křivky tzv. *řetězovky*, která je uvedena např. v [10] nebo [23]. Tato rovnice a z ní vyplývající vztahy pro osové síly a délku lana však mají složitý matematický tvar, protože zatížení působí na předem neznámou délku lana, a proto není praktické řetězovku používat.

Lanová rovnice pro zatížení působící na půdorysný průmět lana $q(x)$ má tvar:

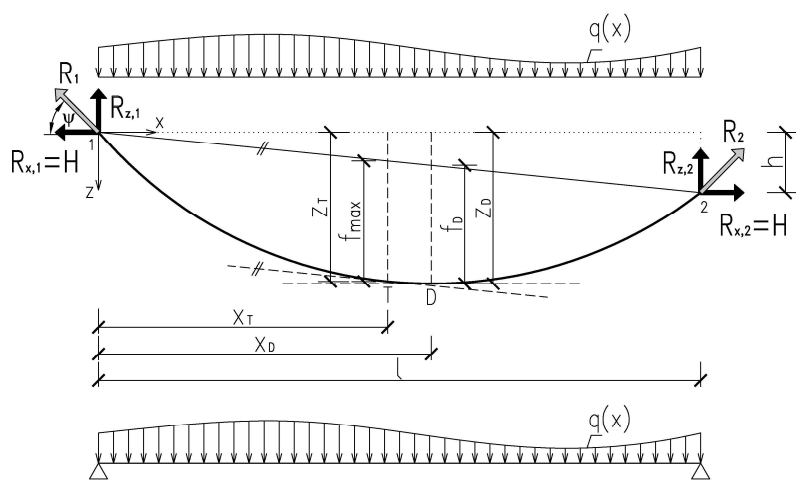
$$H \cdot \frac{d^2 z(x)}{dx^2} = -q(x) \quad (4.10)$$

a průvřesovou křivkou lana je parabola. Jak bude ukázáno dále, řešením této rovnice jsou již běžně použitelné vzorce.

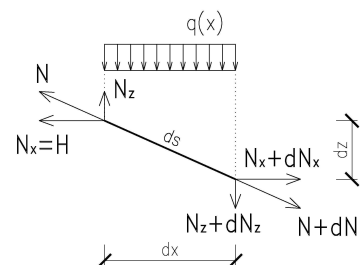
U plochých lan, pro která platí:

$$\frac{f_{max}}{l} \leq 0,1, \quad (4.11)$$

se $ds/dx \approx 1$, a tedy lze zatížení působící podél křivky uvažovat jako zatížení působící po horizontálním průmětu lana a řešení lana tím zjednodušit. Pokud však $f_{max}/l > 0,1$, pak je nutné zatížení počítat přesně. Složitým rovnicím řetězovky je však možné se vyhnout následujícím postupem. Pro první přibližné stanovení tvaru průvřesové křivky lze využít jednoduššího řešení pomocí známého horizontálního průmětu zatížení. Po provedení výpočtu se působící zatížení upraví s ohledem na stanovený tvar lana. Tento proces se pak provede několikrát. Takto se výsledná křivka lana přiblíží tvaru řetězovky s dostatečnou přesností.



Obr. 4.26: Parametry lana neposuvně podepřeného v krajních bodech



Obr. 4.27: Lanový element délky ds

Dvojitou integrací rovnice (4.10) a výpočtem integračních konstant z okrajových podmínek $x = 0, z(0) = 0, x = l, z(l) = h$ lze získat *průvřesovou rovnici lana* zatíženého libovolným svislým spojitým zatížením působícím na půdorysný průmět:

$$z(x) = \frac{M(x)}{H} + \frac{h}{l} \cdot x, \quad (4.12)$$

kde $M(x)$ je ohybový moment na vodorovném prostém nosníku o rozpětí l od působícího zatížení $q(x)$ v libovolném řezu x a h je svislá vzdálenost mezi krajními body lana. Z rovnice vyplývá skutečnost, že tvar zatíženého lana odpovídá průběhu ohybových momentů na náhradním nosníku.

Rovnice sklonů tečen k průvřesové křivce má tvar:

$$z'(x) = \frac{V(x)}{H} + \frac{h}{l}, \quad (4.13)$$

kde $V(x)$ je posouvající síla na vodorovném prostém nosníku o rozpětí l od působícího zatížení $q(x)$ v libovolném řezu x .

Pro nejnižší bod $D(x_D, z_D)$ lana platí $z'(x_D) = 0$ a průvės f_D v tomto bodě (měřený od spojnice krajních bodů) je dán vztahem:

$$f_D = z_D - \frac{h}{l} x_D. \quad (4.14)$$

Analogicky maximální průvės f_{max} na laně (měřený od spojnice krajních bodů) vzniká v bodě $T(x_T, z_T)$, ve kterém je tečna rovnoběžná se spojnicí krajních bodů, tedy $z'(x_T) = h/l$, a je dán vztahem:

$$f_{max} = z_T - \frac{h}{l} x_T. \quad (4.15)$$

Osová síla $N(x)$ v libovolném řezu x je dána jako:

$$N(x) = \frac{H}{\cos \psi} = H \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi} = H \sqrt{1 + z'^2} = H \sqrt{1 + \left(\frac{V}{H} + \frac{h}{l}\right)^2}. \quad (4.16)$$

Ze vztahu (4.16) vyplývá, že osová síla $N(x)$ dosahuje nejmenších hodnot v nejnižší položeném místě na laně a narůstá směrem k podporám.

Délku napnutého lana lze stanovit z integrálu:

$$L = \int_L ds = \int_0^l \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx, \quad (4.17)$$

který je vyřešen např. v [8]. Jsou zde také uvedeny výpočty změn délky lana, která může být ovlivněna těmito účinky – změna teploty, pružné a trvalé přetvoření lana atd.

Při působení svislého zatížení je síla H (tedy vodorovná složka osově síly N) konstantní po délce lana. Tato síla je však neznámá a nedá se stanovit pouze ze statických podmínek rovnováhy. Proto je nutné zavést jednu doplňující geometrickou nebo statickou podmínku. Různé alternativy doplňkových podmínek jsou uvedeny v [8]. Pro další výpočet výchozího stavu se jako nejvhodnější osvědčilo použít variantu známého průvěsu křivky v daném bodě, který vychází z předem daných geometrických požadavků na konstrukci.

4.4.2. Lano s krajním bodem volně posuvným ve svislém směru

V případě visuté lanové střechy ve tvaru mezikruží lze úlohu řešit jako lano s krajním bodem volně posuvným ve svislém směru, které je zatíženo lichoběžníkovým zatížením na půdorysný průmět lana (pro ploché střechy) a osamělou silou G představující tíhu části vnitřního prstence (viz *Obr. 4.28*). Náhradním nosníkem pro výpočet posouvajících sil $V(x)$ a ohybových momentů $M(x)$ je konzola stejné délky l jako rozpětí lana. Rovnici průvěsové křivky lana lze opět získat integrací rovnice (4.10) a výpočtem integračních konstant z okrajových podmínek $x = 0: z(0) = 0, x = l: z(l) = h$.

Rovnice pak má tvar:

$$z(x) = \frac{M(x)}{H} + h, \quad (4.18)$$

kde

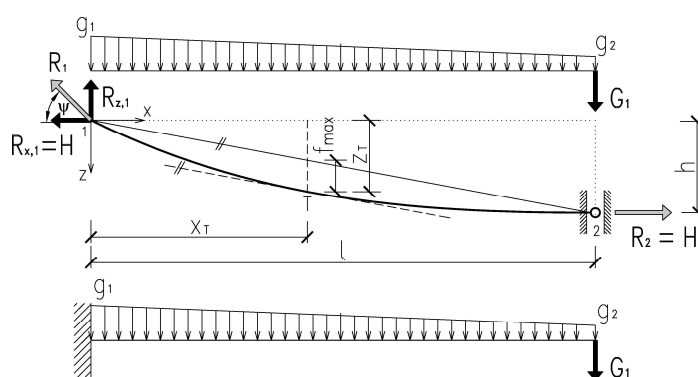
$$h = -\frac{M_1}{H}. \quad (4.19)$$

Ohybový moment M_1 je podporovým momentem na konzole od působícího zatížení.

Rovnice sklonů tečen k průvšové křivce přejde na tvar:

$$z'(x) = \frac{V(x)}{H}. \quad (4.20)$$

Pro maximální průvš f_{max} platí rovnice (4.15).



Obr. 4.28: Parametry lana s krajním bodem volně posuvným ve svislém směru

Vztah pro výpočet osově síly v laně se určí analogicky z (4.16) a má tvar:

$$N(x) = \frac{H}{\cos\psi} = H\sqrt{1+z'^2} = H\sqrt{1+\left(\frac{V(x)}{H}\right)^2}. \quad (4.21)$$

Výpočet délky napnutého lana L a jejich případných změn je opět uveden v [8].

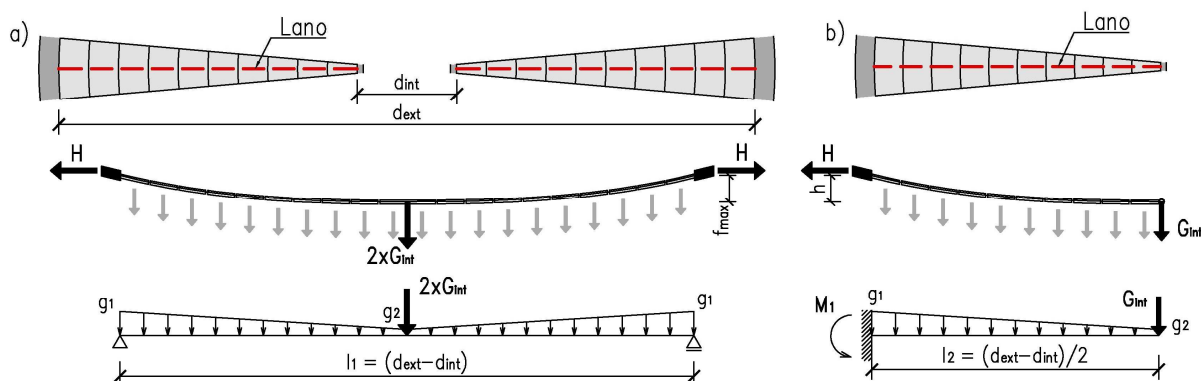
4.4.3. Výpočet výchozího stavu u lanové střechy ve tvaru mezikruží

Vztahy uvedené v předchozím textu lze využít pro výpočet tzv. *výchozího* (nebo také *rovnovážného*) stavu konstrukce. Jedná se o takovou fázi výstavby konstrukce, kdy betonové panely jsou volně zavěšeny na nosná lana, příp. jsou vyplněny spáry mezi jednotlivými segmenty, a vlastní tíha konstrukce je v rovnováze s radiálními účinky lana (proto termín *rovnovážný*). Jak bylo uvedeno v kap. 4.1.2., od tohoto stavu by měly začínat všechny výpočty visuté lanové střechy (proto termín *výchozí*). Řešením výchozího stavu je určení průvšové křivky a napětí v laně od působícího zatížení. Po zadání stanovené geometrie lana a jeho napjatosti do výpočetního modelu a provedení výpočtu se správnost řešení projeví tím, že na konstrukci od vlastní tíhy budou svislé deformace blízké nule. Zatížení a radiální síly budou tedy v rovnováze.

V případě visuté lanové střechy ve tvaru mezikruží jsou jednotlivá lana vedena radiálně mezi oběma prstenci a vlastní tíha panelů má tvar lichoběžníkového zatížení. Díky rotační symetrii a konstantnímu středovému úhlu mezi lany jsou všechny radiální řady segmentů stejné. Proto postačí vyšetřovat pouze jedno lano. Stanovená napjatost a průvšová křivka je pak stejná pro všechna nosná lana v konstrukci.

Výchozí stav konstrukce pak lze řešit dvěma způsoby (viz **Obr. 4.29**). Prvním způsobem je řešení výchozího stavu na průběžném laně, zakotveném pouze do vnějšího prstence (vnitřní prstenec se „odstraní“), které je zatíženo složeným lichoběžníkovým zatížením a bodovou silou představující tíhu části vnitřního prstence (viz **Obr. 4.29a**). Jedná se tedy o lano podepřené neposuvně v krajních bodech ve stejné výšce, které je popsáno v kap. 4.4.1. Druhým způsobem je řešení pouze části konstrukce mezi vnějším a vnitřním prstencem (viz **Obr. 4.29b**). Pak se jedná o lano s bodem volně posuvným ve svislém směru zatížené lichoběžníkovým zatížením a osamělou silou, které je uvedeno v kap. 4.4.2. Vzorový výpočet a důkaz ekvivalentnosti obou způsobů je ukázán dále na konkrétním příkladu řešení studijní konstrukce mezikruží.

Řešení průběžného lana (viz **Obr. 4.29a**) označme jako variantu A, řešení poloviny výseku konstrukce (viz **Obr. 4.29a**) jako variantu B.



Obr. 4.29: Způsoby řešení výchozího stavu mezikruží
a) průběžné lano, b) lano s volně posuvným bodem ve svislém směru

Základní geometrické charakteristiky

$d_{ext} = 70$ m	průměr vnějšího prstence
$d_{int} = 10$ m	průměr vnitřního prstence
$f_{max} = 2,8$ m	maximální průvš lanové střechy
$l_A = 60$ m	rozpětí prostého nosníku (var. A)
$h_A = 0$	svislá vzdálenost krajních bodů lana (var. A)
$l_B = 30$ m	délka konzoly (var. B)
$h_B = 2,8$ m	svislá vzdálenost krajních bodů lana (var. B)

Protože dle (4.11) platí:

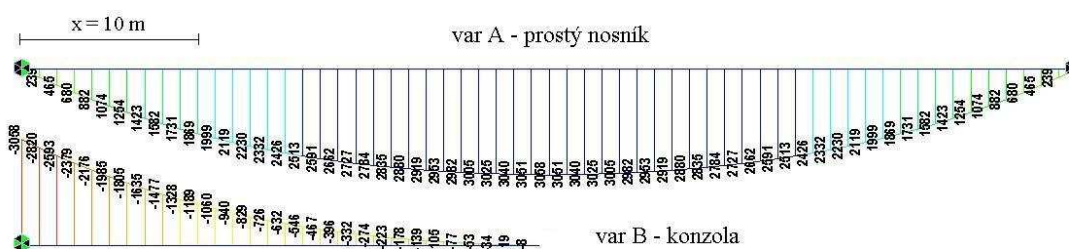
$$\frac{f_{max}}{l_A} = \frac{f_{max}}{d_{ext} - d_{int}} = \frac{2,8}{60} = 0,047 < 0,1,$$

Ize rozdělení zatížení uvažovat na půdorysný průmět lana. Celková tíha konstrukce, nesená lanem, je tvořena tíhou panelů, lan a vnitřního prstence (viz **Tab. 4.4**). Tíha vnějšího prstence se přenese přímo do podpor.

Prvek	γ [kN/m ³]	A [m ²]	g [kN/m]
Segmenty – deska u vnějšího prst.	18,0	0,1 · 6,1 = 0,61	11,00
Segmenty c deska u vnitřního prst.	18,0	0,1 · 0,87 = 0,087	1,57
Segmenty – žebra	18,0	0,3 · 0,3 = 0,09	1,62
Lana	78,5	6 · 1,5e-4 = 9,0E-4	0,07
Celkem u vnějšího prstence g_{ext}			12,69
Celkem u vnitřního prstence g_{int}			3,26
Vnitřní prstenec	78,5	0,0864	6,78
Na jedno lano prstenec délky $l_{int} = \pi \cdot 9,4 \cdot 10/360 = 0,82$ m => $G = 6,78 \cdot 0,82 = 5,56$ kN			

Tab. 4.4: Výpočet zatížení

Pro výpočet průvėsové křivky je potřeba stanovit další doplňující podmínku, např. průvės daného bodu křivky. V tomto případě použijeme požadavek na velikost maximálního průvėsu střechy, který je 2,8 m. Pak lze stanovit vodorovnou složku normálové síly H a tím definovat jednu neznámou v rovnicích (4.12) a (4.18). Na **Obr. 4.30** jsou vykresleny ohybové momenty na obou náhradních nosnících od zadaného zatížení.



Obr. 4.30: Ohybové momenty na náhradních nosnících od uvedeného zatížení

Varianta A:

$$z_A(l_A/2) = f_{max} = 2,8 \text{ m}; M_A(l_A/2) = 3058 \text{ kNm}; h_A = 0 \Rightarrow \text{rovnice (4.12)}$$

$$H_A = M_A(l_A/2) / z_A(l_A/2) = 3058 / 2,8 = \mathbf{1092 \text{ kN}} \Rightarrow z_A(x) = M_A(x) / 1092$$

Varianta B:

$$h_B = 2,8 \text{ m}; M_{I,B} = -3058 \text{ kNm} \Rightarrow \text{rovnice (4.19)}$$

$$H_B = -M_{I,B} / h_B = 3058 / 2,8 = \mathbf{1092 \text{ kN}} \Rightarrow z_B(x) = M_B(x) / 1092 + h_B$$

V obou případech vede řešení ke stejné velikosti síly H . Jejím stanovením je určen průvės lana $z(x)$ po celé jeho délce. Dále spočítáme svislou pořadnici lana v řezu $x = 10$ m od levého konce nosníku.

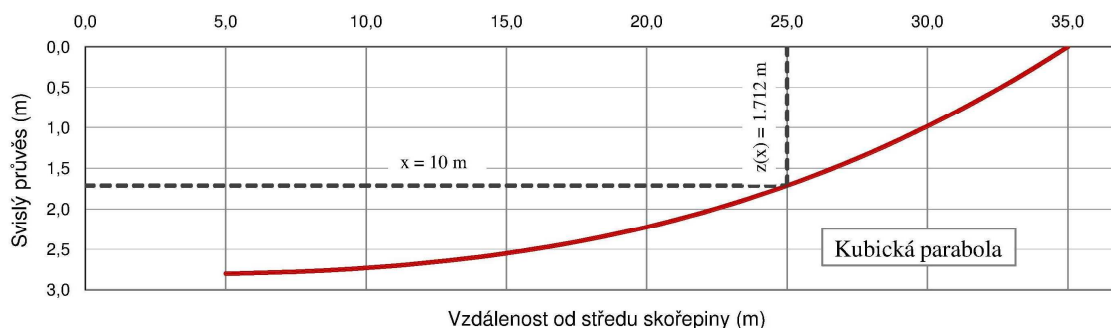
Varianta A:

$$M_A(x) = 1869 \text{ kNm} \Rightarrow z_A(x) = M_A(x) / 1092 = 1869 / 1092 = \mathbf{1,712 \text{ m}}$$

Varianta B:

$$M_B(x) = -1189 \text{ kNm} \Rightarrow z_B(x) = M_B(x) / 1092 + h_B = -1189 / 1092 + 2,8 = \mathbf{1,712 \text{ m}}$$

Z předchozího výpočtu je patrné, že obě varianty jsou navzájem ekvivalentní, vedou ke stejné průvėsové křivce (viz **Graf 4.1**). Rovnicí je kubická parabola, která odpovídá průběhu ohybových momentů při působení lichoběžníkového zatížení.

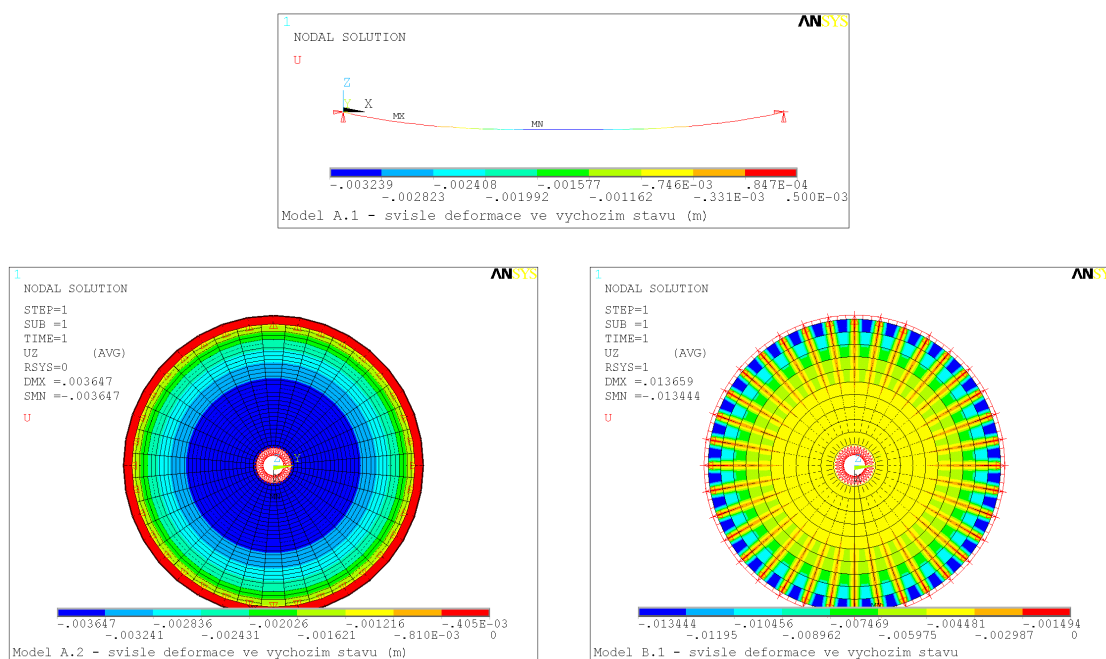


Graf 4.1: Průvėsová křivka lana studijní konstrukce mezikruží

Takto stanovený průvės lana od působící vlastní tíhy a odpovídající napjatost v laně se následně použije pro zadání konstrukce do výpočetního programu. Kontrolou správného stanovení výchozího stavu jsou po provedeném výpočtu nulové svislé deformace. Protože však ke svislým deformacím přispívá stlačení, resp. roztahení, obvodových prstenců, je vhodné v rámci kontrolního výpočtu provést následující opatření, aby bylo zabráněno vodorovným posunům okrajových bodů lan. V případě prutového modelu jednoho pásu (model A.1) je potřeba pás podepřít vodorovnými podporami a zvolit velkou tuhost vnitřního nosníku. V případě prostorových modelů (A.2 a B.1) je nutné obvodové prstence podepřít ve vodorovném směru (viz **Obr. 4.18**).

Na obrázku (viz **Obr. 4.31**) jsou vykresleny svislé deformace ve výchozím stavu všech tří typů modelů s provedenými úpravami podepření. Vykreslované deformace mají směrem dolů záporné znaménko. Je vidět, že svislé deformace jsou téměř nulové. V případě prutových modelů je maximální svislá deformace uprostřed konstrukce a dosahuje velmi malé hodnoty $-3,5$ mm. Tato deformace je způsobena pružným přetvořením lana, jehož tuhost je zahrnuta do celkové matice tuhosti soustavy. Tahová osová síla v laně způsobí osově prodloužení lana, a tedy nárůst svislých deformací. Výpočet výchozího stavu lana uvedený v kap. 4.4.1. a 4.4.2. je odvozen pro nepružné lano. Stanovením pružného přetvoření lana se zabývá např. Kadlčák [8] nebo Tibert [23].

Pro kontrolu stanovené geometrie lan a jejich napjatosti se zanedbáním vlivu stlačení, resp. roztažení, obvodových prstenců je možné použít plnohodnotně všechny tři modely.



Obr. 4.31: Svislé deformace ve výchozím stavu bez stlačení/roztážení prstenců (m):
a) model A.1, b) model A.2, c) model B.1

4.4.4. Vliv vodorovné deformace prstenců

Pomocí vzorce (4.3), resp. (4.4), lze předem ze známé vodorovné složky síly v lanech H stanovit osové síly v obvodových prstencích, z nichž lze určit vodorovnou deformaci prstenců ve výchozím stavu dle dále odvozeného vzorce (5.53). Takto stanovenou hodnotu vodorovné deformace lze použít pro určení míry pružného podepření a tuhosti vnitřního ramena v prutovém modelu A.1, které nahradí prostorové působení prstenců. Výpočet vodorovné deformace je proveden v následující tabulce (viz *Tab 4.5*). Svislé deformace modelů se zohledněním vodorovných deformací prstenců jsou zobrazeny na *Obr. 4.33*.

Veličiny xx	Vnější prstenec	Vnitřní prstenec	Jednotky
$A =$	2,0	0,0864	(m ²)
$E =$	32000	210000	(MPa)
$R =$	35,0	5,0	(m)
$\alpha =$	10		(°)
$H =$	1092		(kN)
$l = 2\pi R\alpha/360 =$	6,283	63,246	(m)
$N = H \cdot R/l =$	6257	6257	(kN)
$u_{vod} = R \cdot N/(A \cdot E) =$	3,42	1,72	(mm)

Tab. 4.5: Výpočet vodorovné deformace prstenců

4.5. Vyhodnocení statické analýzy

4.5.1. Způsob vyhodnocení

Vzhledem k charakteru studované visuté lanové konstrukce tvaru mezikruží byla statická analýza prováděna geometricky nelineárně. Dle terminologie EC se jedná o „lineárně pružnou analýzu druhého řádu“ (viz EN 1990 článek 1.5.6.5), protože se uvažují lineární vztahy mezi napětím a deformací a pružná analýza konstrukce se provádí na deformované konstrukci. Protože však byl proveden výpočet bez zavedení dílčích součinitelů a do výsledků již nelze dodatečně součinitele zavést, není možné konstrukci dle EC posoudit. Proto za orientační hodnotící kritéria lze dle použitých materiálů a způsobu namáhání uvažovat tyto meze přípustných namáhání:

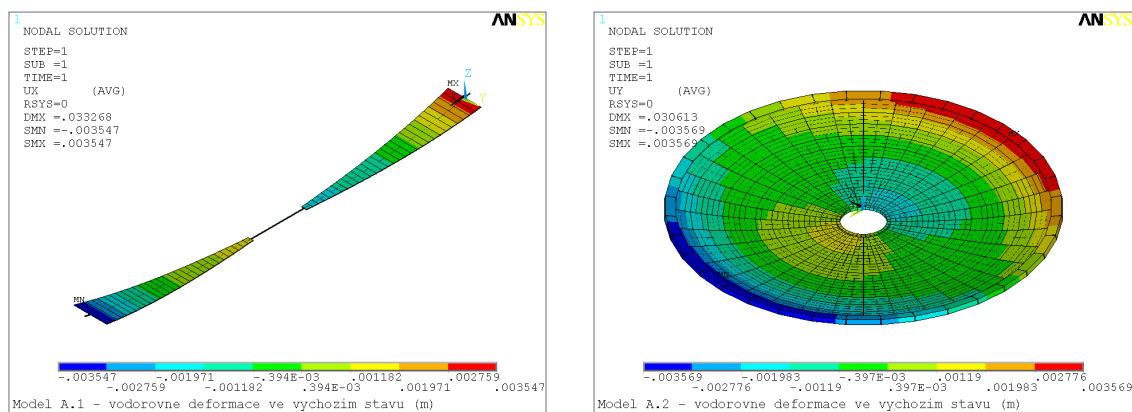
Vnější prstenec	C30/37	$\sigma_{b,\min} = -17,0 \text{ MPa}; \sigma_{b,\max} = 1,6 \text{ MPa}$
Vnitřní prstenec	S235	$\sigma_{s,\max/\min} = 280 \text{ MPa}$
Nosná a předpínací lana	Ls1770/1860	$\sigma_{p,\max} = 1300 \text{ MPa}$
Předpjatá membrána	LC40/50	$\sigma_{lb,\min} = -17,0 \text{ MPa}; \sigma_{lb,\max} = 0,0 \text{ MPa}$

4.5.2. Porovnání výpočetních modelů

Pro analýzu visuté lanové konstrukce tvaru mezikruží je možné vytvořit řadu modelů s různou mírou složitosti, od nejjednoduššího prutového modelu pásu až po komplexní deskostěnový model. V této kapitole jsou ukázány možnosti jednotlivých typů modelů a diskutována jejich vhodnost z hlediska požadavků na získané výsledky. Dále budou porovnávány modely popsané v kap. 4.3.6., a to prutové modely A.1 (model jednoho pásu) a A.2 (prostorový model) a komplexní deskostěnový model B.1.

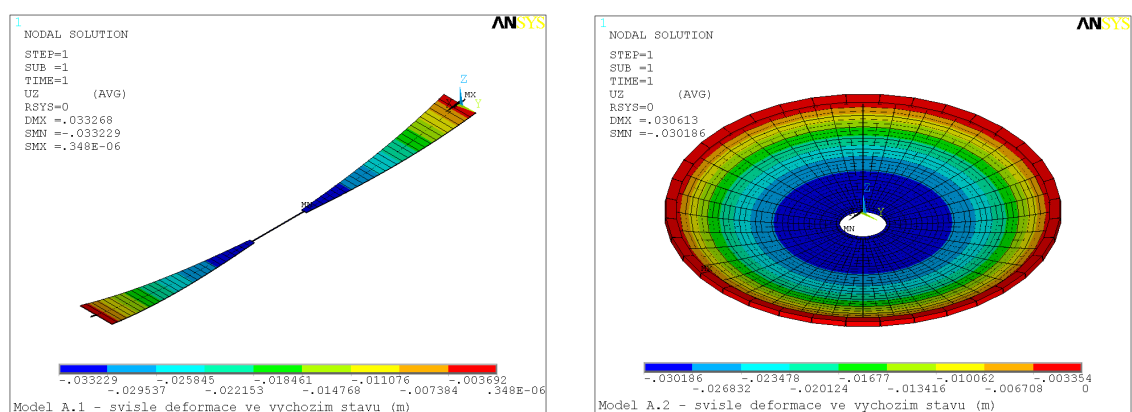
Deformace konstrukce

Pro zohlednění tuhosti obvodových prstenců na výsledné deformace je vhodné použít prostorové modely. V případě jednoduchého prutového modelu jednoho pásu (model A.1) je nutné, pro získání relevantních výsledků, skutečné vodorovné deformace obvodových prstenců simulovat pružným podepřením pásu a odpovídající tuhostí vnitřního nosníku. Vodorovné deformace konstrukce ve výchozím stavu lze spočítat tak, jak bylo uvedeno v **Tab 4.5**. Předpokládaná vodorovná radiální deformace vnějšího prstence je 3,4 mm, deformace vnitřního prstence je 1,7 mm. Z takto stanovených hodnot se zvolí tuhost podepření a vnitřního ramene modelu A.1 tak, aby vodorovné deformace odpovídaly spočítaným. Na **Obr. 4.32** jsou vykresleny vodorovné deformace ve výchozím stavu rovinného prutového modelu jednoho pásu s odpovídajícím pružným podepřením (model A.1) a prostorového prutového modelu (model A.2). Dosažená deformace v obou případech je 3,6 mm a velmi dobře se tedy shoduje s předpokládanými hodnotami.



Obr. 4.32: Vodorovné deformace ve výchozím stavu s vlivem stlačení/roztahení prstenců (vlevo model A.1, vpravo model A.2)

Svislé deformace konstrukce ve výchozím stavu, zahrnující vliv vodorovného stlačení, resp. roztahení, obvodových prstenců, jsou vykresleny na modelech A.1 a A.2 na **Obr. 4.33**. Je patrné, že došlo k navýšení přibližně o -30 mm oproti hodnotám deformace na konstrukci vodorovně neposuvně podepřené (viz **Obr. 4.31**). Volných vodorovných posunů je dosaženo v případě, kdy je střešní konstrukce uložena na ložiska. Pak je nutné volit vhodné rozměry obvodových prvků tak, aby vodorovné, a tedy i svislé posuny byly v rozumných mezích.



Obr. 4.33: Svislé deformace ve výchozím stavu s vlivem stlačení/roztahení prstenců (vlevo model A.1, vpravo model A.2)

Namáhání předpjaté membrány

Namáhání betonových segmentů, resp. membrány v podélném (radiálním) směru je možné stanovit na prutových modelech. Avšak pro příčný (tangenciální) směr je již nutné použít výhradně deskostěnový model. Navíc namáhání v příčném směru může být rozhodující, protože v tomto směru není membrána předpřata.

Na **Obr. 4.31** jsou zobrazeny svislé deformace ve výchozím stavu konstrukce bez vlivu vodorovného stlačení, resp. roztahení obvodových prstenců. Vlevo jsou vykresleny deformace na prostorovém prutovém modelu A.2, vpravo na deskostěnovém modelu B.1. Z průběhu svislých deformací je na první pohled patrné, že model A.2 nedokáže zohlednit příčnou

deformaci samotných segmentů mezi lany, která dosahuje hodnoty 13,4 mm. Těmto příčným deformacím pak odpovídají příčná napětí v segmentech. Ta jsou zobrazena na **Obr. 4.38** při podrobnějším vyhodnocení deskostěnového modelu B.1.

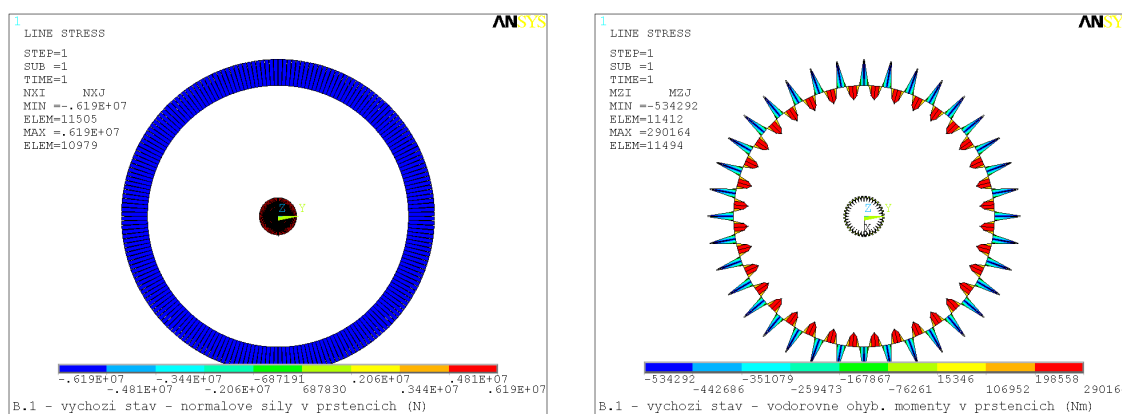
Namáhání obvodových prstenců

Je zřejmé, že prutový model jednoho pásu A.1 nemůže, na rozdíl od prostorových modelů A.2 a B.1, vystihnout skutečné namáhání obvodových prstenců. Někdy je však potřeba získat výsledky vedoucí k návrhu základních rozměrů co nejrychlejší a nejjednodušší cestou, a tedy se spokojit s nejjednodušším modelem. Základní namáhání prstenců v hlavních fázích výstavby a při působení proměnného zatížení sněhem bylo popsáno v kap. 4.2.4. Při znalosti způsobu namáhání prstenců pak lze stanovit orientační hodnoty vnitřních sil poměrně jednoduchým ručním výpočtem. Rozhodující zatížení prstenců je během výstavby, kdy není membrána zmonolitněna. Při předepnutí a dalším zatížení se prstence opřou do celistvé membrány, a nedochází tedy k významnému nárůstu v namáhání, dochází pouze vlivem kroucení k rovnoměrnému nárůstu ohybových momentů ve svislém směru.

V kap. 4.2.3. je uveden výpočet normálových sil v prstencích od radiálního zatížení ve výchozím stavu. Použitím vzorce (4.3), resp. (4.4), lze spočítat velikost normálových sil ve vnějším N_{ext} , resp. vnitřním N_{int} , prstenci, tedy:

$$N_{ext} = \frac{H \cdot R_{ext}}{l_{ext}} = \frac{1092 \cdot 35}{6,109} = 6256 \text{ kN} = N_{int} .$$

Na **Obr. 4.34** vlevo jsou vykresleny normálové síly na obvodových prstencích ve výchozím stavu na modelu B.1. Je vidět, že velikost sil je o něco menší než vypočtená hodnota, tedy $6180 \text{ kN} < 6256 \text{ kN}$. Je to dáno tím, že stlačením, resp. roztažením, prstenců dojde k poklesu osových sil v lanech, a tedy k zmenšení zatížení prstenců. Normálové síly v modelu pak odpovídají rovnovážnému stavu, který konstrukce zaujme. Tento jev již nelze jednoduše vystihnout, avšak rozdíl mezi silami je natolik malý, že je možné jej zanedbat.



Obr. 4.34: Vnitřní síly ve výchozím stavu na obvodových prstencích v modelu B.1 (vlevo normálové síly (N), vpravo vodorovné ohybové momenty (Nm))

Vodorovné ohybové momenty od radiálního zatížení lze stanovit analogicky jako na nekonečně dlouhém spojitým nosníku o konstantním rozpětí polí rovnajícímu se vzdálenosti kotvení lan na vnějším (l_{ext}) a vnitřním (l_{int}) prstenci. Zatížení spojitého nosníku je rovnoměrné a lze ho opět stanovit ze vztahu (4.3), resp. (4.4), tedy pro vnější prstenec je radiální zatížení:

$$r_{ext} = \frac{N_{ext}}{R_{ext}} = \frac{6190}{35} = 176,86 \text{ kN/m.}$$

Velikost vodorovných ohybových momentů pak je přibližně:

$$M_{ext,pole} = \frac{1}{24} r_{ext} \cdot l_{ext}^2 = \frac{1}{24} 176,86 \cdot 6,109^2 = 275 \text{ kN/m,}$$

$$M_{ext,podp} = \frac{1}{12} r_{ext} \cdot l_{ext}^2 = \frac{1}{12} 176,86 \cdot 6,109^2 = 550 \text{ kN/m.}$$

Po porovnání s hodnotami vodorovných ohybových momentů na **Obr. 4.34** je patrná velmi dobrá shoda s vypočtenými hodnotami. Ve svislém směru lze aplikovat stejnou úvahu v případě, že vnější prstenec je podepřen bodově sloupy právě v místech kotvení lan. Zatížení pak tvoří vlastní tíha vnějšího prstence.

Nosná a předpínací lana

Stanovení osových napětí v lanech lze plnohodnotně provést na všech třech typech modelů. V případě modelu A.1 je však nutné opět zahrnout vliv stlačení/roztažení obvodových prstenců, které má za následek pokles napětí v lanech.

Proměnná zatížení

Z proměnných zatížení bylo uvažováno pouze se zatížením sněhem. Na obrázku (viz **Obr. 4.19**) byly uvedeny různé polohy zatížení na půdorysné ploše střechy. Je zřejmé, že pouze v případě symetrických zatěžovacích stavů (viz **Obr. 4.19a**) + **d**) je možné použití všech tří typů modelů. V případě nesymetrického zatížení již hraje důležitou roli prostorové působení konstrukce, které lze nejlépe vystihnout pouze v případě deskostěnového modelu B.1.

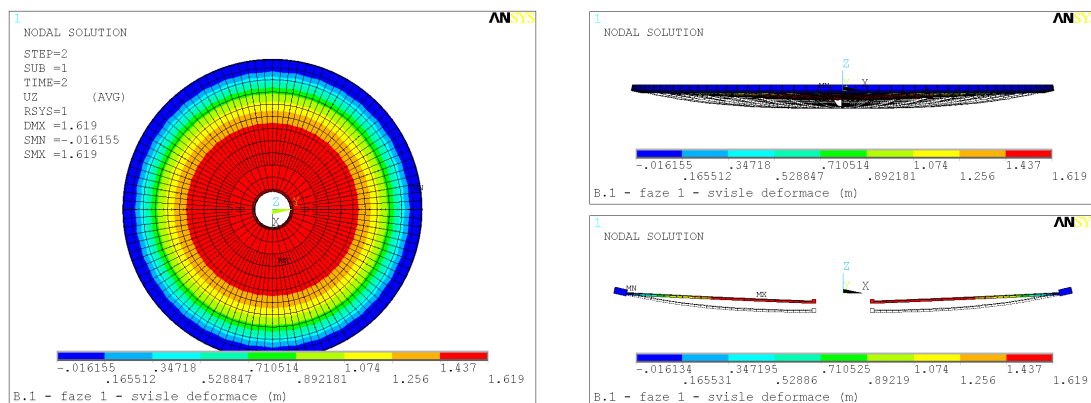
4.5.3. Deskostěnový model B.1 – během výstavby

Pro celkové vyhodnocení statické analýzy konstrukce byl zvolen komplexní deskostěnový model B.1, který vystihuje skutečné namáhání všech jednotlivých částí konstrukce. Dále jsou stručně popsány hlavní účinky v jednotlivých fázích výstavby.

Svislé deformace konstrukce

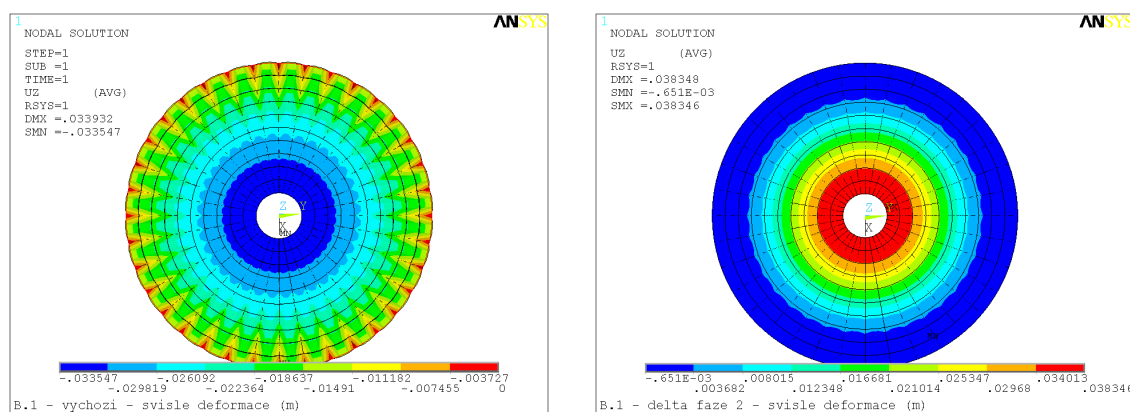
Na **Obr. 4.35** a **Obr. 4.36** jsou vykresleny svislé deformace konstrukce v hlavních fázích výstavby tak, jak byly popsány v kap. 4.1.2. Konstrukci ve výchozím stavu předchází stav, kdy je na nosná lana zavěšen pouze vnitřní prstenec (**1. fáze výstavby**). Protože výstavba střechy ve výpočetním modelu začíná právě výchozím stavem, je nutné provést zpětný krok a odtížit konstrukci, tzn. odebrat vlastní tíhu segmentů, a tím získat účinky na střeše při zavěšení

prstenci. Na **Obr. 4.35** je znázorněno nadzvednutí konstrukce po odebrání segmentů. Je vidět, že lana se „vyrovnejí“ z původně zadané průvřesové křivky. V místě vnitřního prstence je úbytek svislé deformace 1,6 m. Z toho vyplývá, že navržená délka lan a napětí v lanech před pokládkou segmentů musí být takové, aby při zavěšení vnitřního prstence byla vzájemná výšková vzdálenost obou obvodových prstenců $2,8 - 1,6 = 1,2$ m.



Obr. 4.35: Svislé deformace v 1. fázi výstavby, tzn. bez tíhy segmentů (m)

Ve **výchozím stavu** dojde vlivem stlačení, resp. roztahení, obvodových prstenců k nárůstu svislých deformací o 30 mm (viz **Obr. 4.36** vlevo). Po výchozím stavu konstrukce následuje stav, kdy je membrána předepnuta skupinou předpínacích lan (**2. fáze výstavby**). Je do ní vnesena tlaková rezerva tak, aby při zatížení proměnným zatížením nevznikala tahová napětí. Každá skupina lan, připadající na jeden pás segmentů, vnáší do membrány sílu o velikosti 1000 kN. Po vnesení předpětí se konstrukce nadzvedne o 38 mm (viz **Obr. 4.36** vpravo).



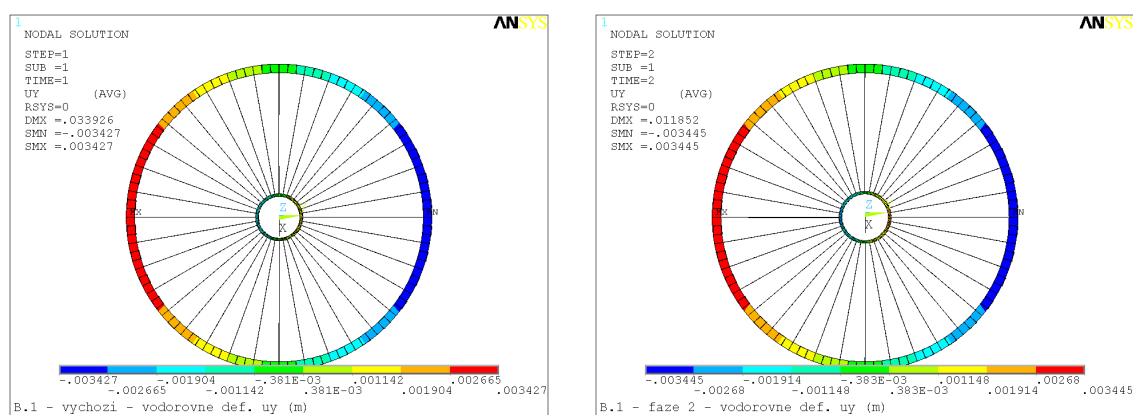
Obr. 4.36: Svislé deformace (m)
(vlevo ve výchozím stavu, vpravo účinek předpětí)

Vodorovné deformace konstrukce

Působením normálových sil dochází během výstavby ke stlačení, resp. roztahení, vnějšího, resp. vnitřního, prstence. Ve výchozím stavu je v prstencích před deformací síla o velikosti 6256 kN a té pak odpovídají radiální deformace 3,4 mm v případě vnějšího prstence a 1,7 mm v případě vnitřního prstence (viz **Tab. 4.5**). Tyto radiální posuny pak způsobí nárůst svislé

deformace cca o 30 mm. Spočítané hodnoty vodorovných deformací odpovídají velikostem vykreslených deformací na **Obr. 4.37 vlevo**. Deformace v obrázku nejsou vykresleny radiálně kvůli nesymetrickému podepření konstrukce, jsou vykresleny jednosměrně ve směru osy x. Míru vodorovných deformací během výstavby při uložení konstrukce posuvně ve vodorovném směru lze ovlivnit volbou rozměrů průřezů a materiálů obou prstenců.

Na **Obr. 4.37 vpravo** jsou vykresleny vodorovné deformace po zmonolitnění membrány a vnesení předpětí. Je patrné, že nedojde k nárůstu deformací, protože vodorovnému posunu obvodových nosníků je již zabráněno membránou.

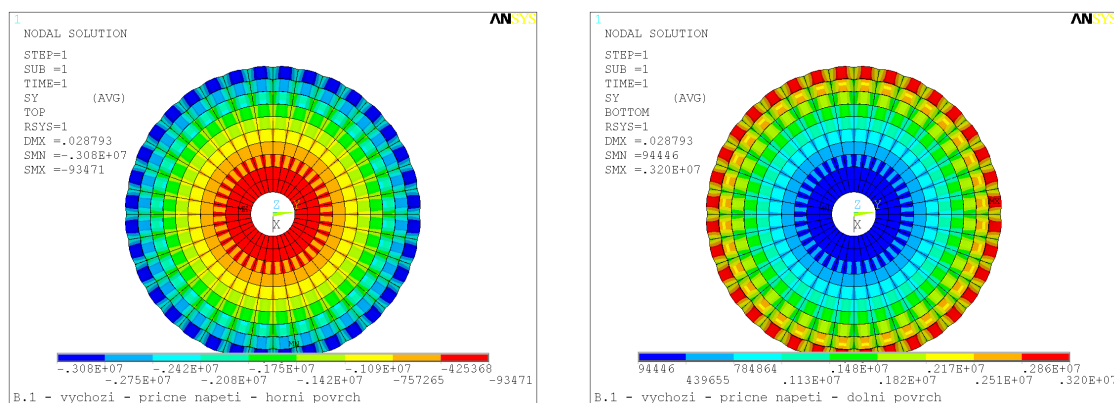


Obr. 4.37: Vodorovné deformace ve směru osy Y (m, bez vykreslených segmentů) (vlevo ve výchozím stavu, vpravo s vlivem předpětí)

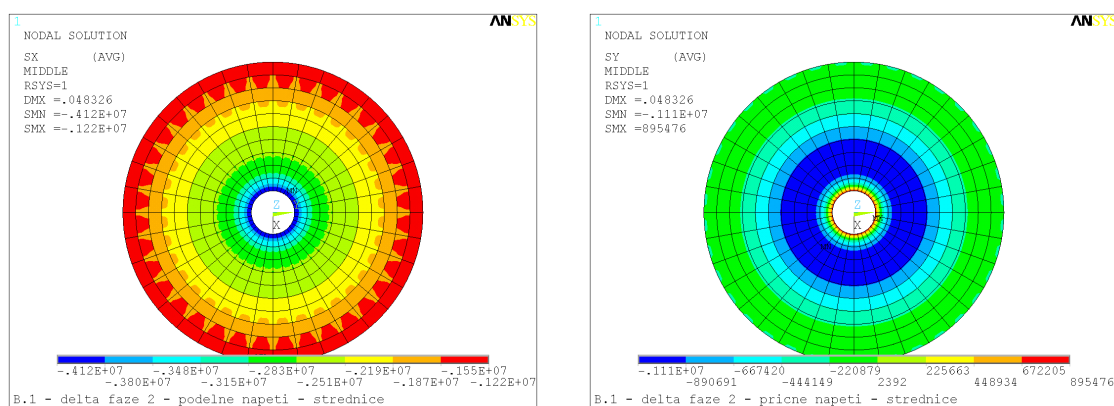
Namáhání membrány

Betonová membrána se během výstavby nachází ve dvou různých statických stavech. Ve výchozím stavu konstrukce, kdy jsou prefabrikáty poskládány na nosná lana, se jedná o desky prostě uložené a vznikají v nich odpovídající stavy napjatosti. V tomto stavu jsou rozhodující příčná napětí od ohybového namáhání způsobeného vlastní tíhou segmentů (viz **Obr. 4.38**). Je vidět, že se vzrůstají délkou segmentů, a tedy vlastně rozpětím uložení, se velikost napětí zvyšuje. Tato napětí musí být zachycena betonářskou výztuží. Při reálném návrhu by však nebylo možné připustit tak velké tahové namáhání a musela by být do segmentů v krajních řadách např. přidána ztužující žebra. Podélná napětí nejsou v segmentech v tomto stavu významná.

Po zmonolitnění již membrána působí jako jeden celek. V 2. fázi výstavby je do ní vnesena tlaková rezerva prostřednictvím předpínacích lan tak, aby při aplikaci proměnného zatížení nevznikala tahová napětí. Díky radiálnímu uspořádání konstrukce připadá konstantní hodnota předpínací síly na proměnnou délku segmentů. To má za následek zmenšující se podélné (radiální) tlakové napětí směrem k vetknutí do vnějšího prstence (viz **Obr. 4.39 vlevo**), tedy k místům největšího ohybového namáhání membrány (analogie s předpjatým pásem, viz **Obr. 4.5**). Protože se jedná o prostorové působení, vznikají v membráně rovněž příčná napětí, která jsou v souladu s podélným napětím, tedy největších hodnot dosahují u vnitřního prstence.



Obr. 4.38: Příčné napětí na segmentech ve výchozím stavu (Pa)
(vlevo horní povrch, vpravo dolní povrch)

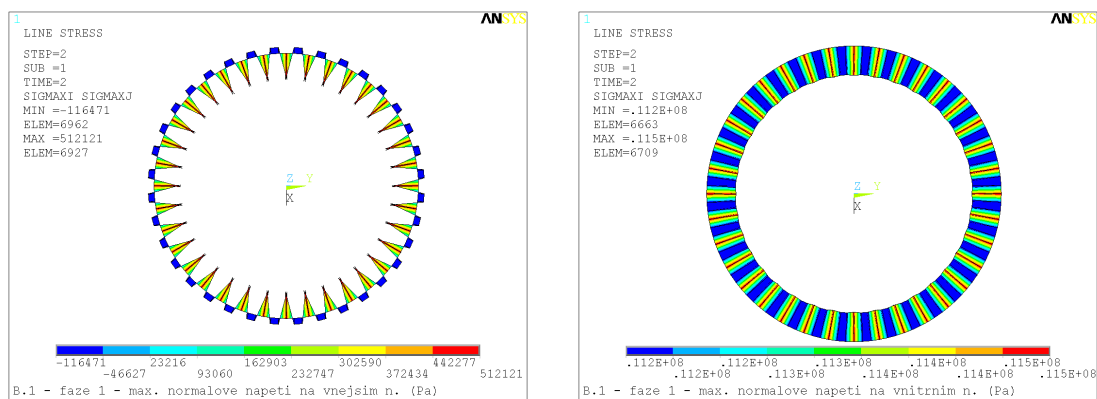


Obr. 4.39: Přírůstek napětí ve střednici membrány od předpětí (Pa)
(vlevo podélné napětí, vpravo příčné napětí)

Namáhání obvodových prstenců

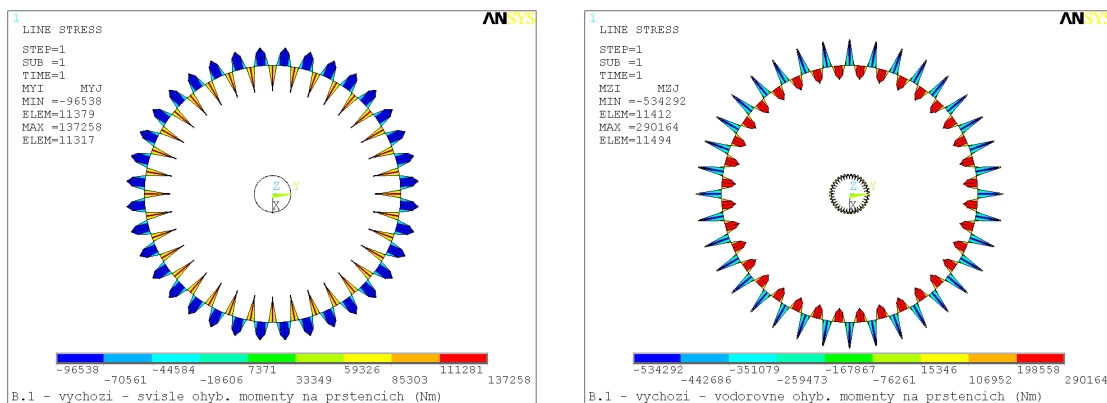
Obvodové prstence jsou namáhány především osovou silou. Vzhledem ke statickému systému vzniká ve vnějším prstenci tlaková a ve vnitřním prstenci tahová síla (viz **Obr. 4.34**). Během výstavby před zmonolitněním membrány se velikost těchto sil rovná (viz kap. 4.2.3.). Protože se jedná o půdorysně zakřivené prvky, vznikají od osových sil rovněž vodorovné ohybové momenty. Vlastní tíha prstenců pak vyvolává svislé ohybové momenty. Po zmonolitnění dochází rovněž k rovnoměrnému nárůstu svislých ohybových momentů vlivem kroucení. Průběhy vnitřních sil jsou podrobně popsány v kap. 4.2.4.

V **1. fázi výstavby**, kdy je na lana zavěšen vnitřní prsteneček, jsou osové síly v prstencích malé, dosahují velikosti pouze 850 kN. Díky tomu ve vnějším nosníku, který má poměrně velkou průřezovou plochu, není dostatečné axiální napětí a příspěvek ohybového namáhání způsobí tahová napětí v průřezu. Velikost napětí je však pouze 0,5 MPa, a tedy není problém jej železobetonovým průřezem přenést (viz **Obr. 4.40**). V případě vnitřního prstence, který má malou průřezovou plochu, osové napětí převládá nad ohybovým. Maximální tahové napětí je 11 MPa.

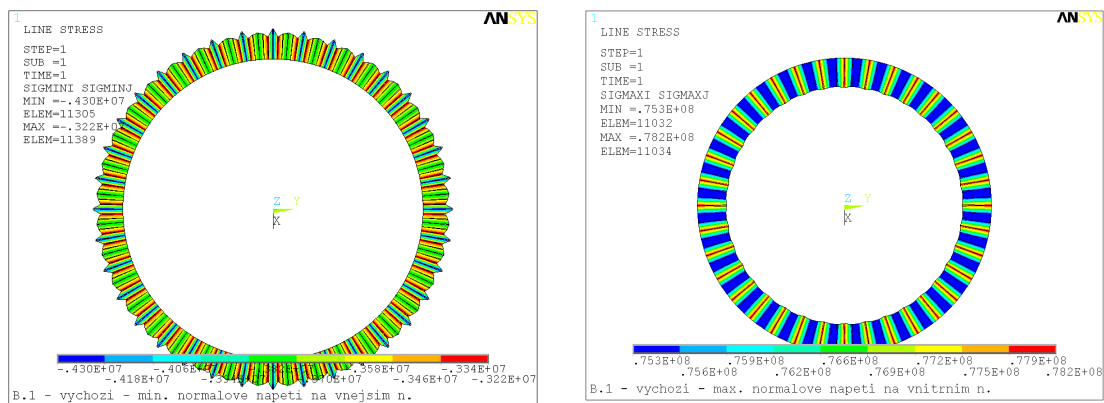


Obr. 4.40: Normálové napětí v obvodových prstencích v 1. fázi, tzn. bez tíhy segmentů (Pa) (vlevo vnější prstenec, vpravo vnitřní prstenec)

Po pokládce prefabrikovaných segmentů na nosná lana narostou osové síly v prstencích na hodnotu cca 6200 kN. Konstrukce se nachází v tzv. **výchozím stavu**. Průběh ohybových momentů (viz **Obr. 4.41**) je analogický ke spojitému nosníku a odpovídá průběhům popsáním na **Obr. 4.12**. Ve vnějším prstenci již převládá osové napětí a průřez je celý tlačěn (viz **Obr. 4.42**). Minimální celkové normálové napětí v průřezu vnějšího prstence je 4,30 MPa. Maximální tahové napětí ve vnitřním prstenci má velikost 78,2 MPa.

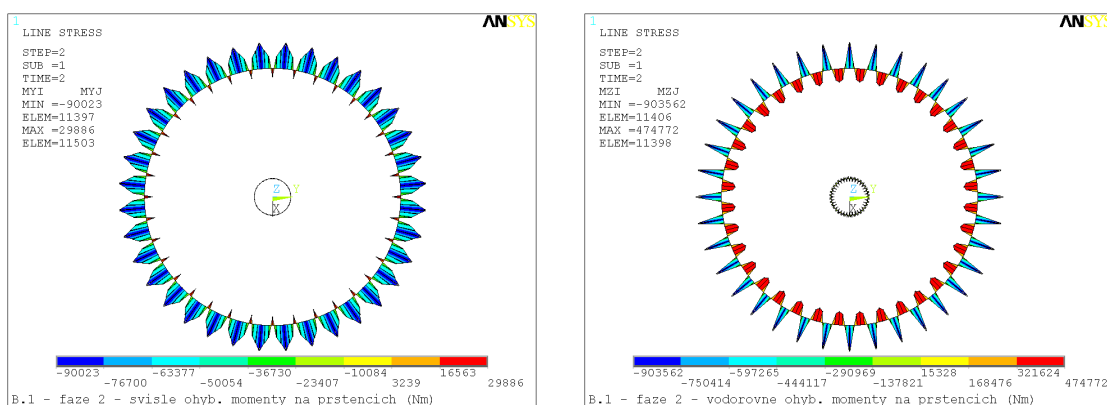


Obr. 4.41: Ohybové momenty v obvodových prstencích ve výchozím stavu (Nm) (vlevo svislé momenty, vpravo vodorovné momenty)

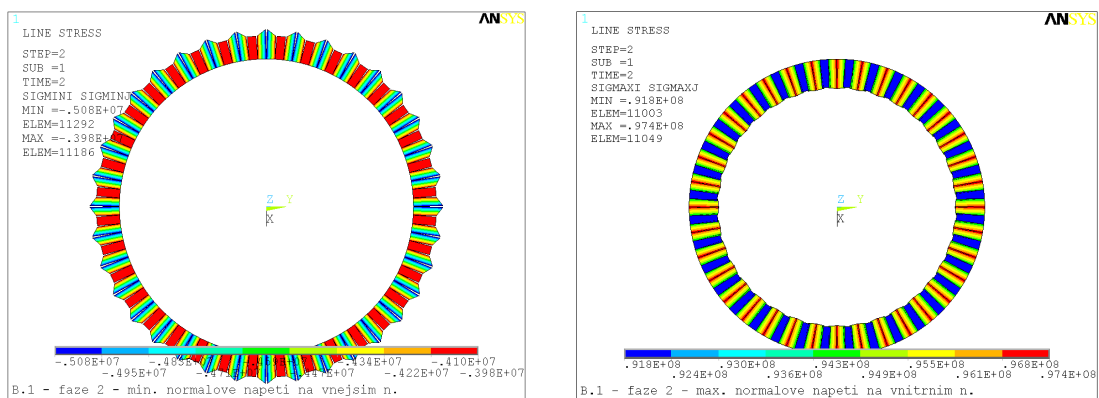


Obr. 4.42: Normálové napětí v obvodových prstencích ve výchozím stavu (Pa) (vlevo vnější prstenec, vpravo vnitřní prstenec).

Po zmonolitnění je do membrány vneseno tlakové napětí prostřednictvím předpínacích lan (**2. fáze výstavby**). Obvodové prstence se opírají o membránu, a tedy v nich primárně narůstá osová síla, protože je zabráněno stlačení, resp. roztažení nosníků. Přesto však dochází k nárůstu napětí v prstencích díky zvětšení vodorovných ohybových momentů, které vyvolá rovnoměrný tlak membrány na prstence (viz *Obr. 4.43*). Rovněž vlivem kroucení dojde k rovnoměrnému nárůstu svislých ohybových momentů tak, jak bylo popsáno v kap. 4.2.4. Nárůst tlakových napětí ve vnějším prstenci je pouze 0,58 MPa. V případě vnitřního prstence je nárůst napětí rovněž 20 MPa (viz *Obr. 4.44*).



Obr. 4.43: Ohybové momenty v obvodových prstencích v 2. fázi výstavby (Nm) (vlevo svislé momenty, vpravo vodorovné momenty)



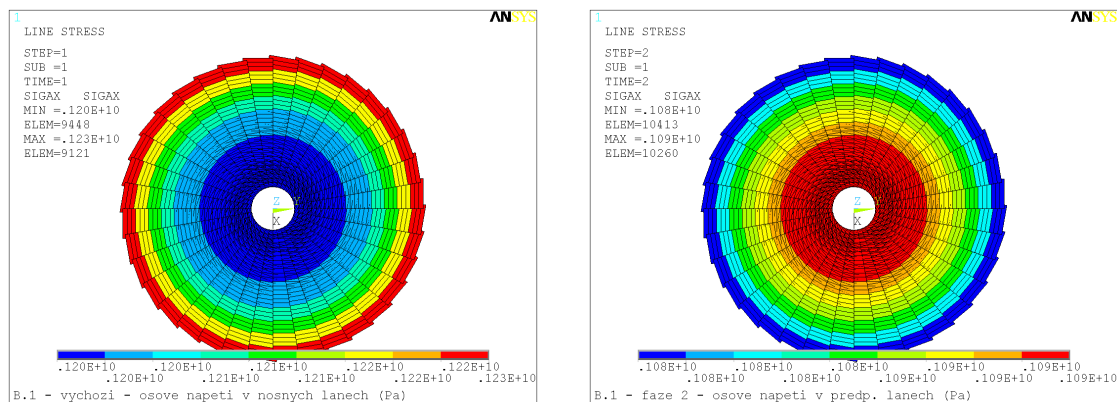
Obr. 4.44: Normálové napětí v obvodových prstencích ve fázi 2 (Pa) (vlevo vnější prstenc, vpravo vnitřní prstenc)

Z uvedených hodnot normálových napětí v prstencích vyplývá, že nepřekračují dovolená namáhání s velkou rezervou. Při optimalizaci konstrukce by tedy bylo možné zmenšit navržené průřezy prstenců.

Nosná a předpínací lana

Napětí v nosných a předpínacích lanech během výstavby bylo podrobně popsáno v kap. 4.2.2. Při zavěšení vnitřního prstence na nosná lana dosahuje osová napětí v lanech pouhých 170 MPa. Po pokládce segmentů naroste napětí v nosných lanech na 1200 MPa a toto napětí odpovídá vypočtené síle H pro výchozí stav (viz kap. 4.4.3). Po vnesení předpětí napětí

v nosných lanech poklesne o cca 20 MPa. Napětí v předpínacích lanech odpovídá navržené síle 100 kN a dosahuje hodnoty 1080 MPa. Napětí v nosných a předpínacích lanech nepřekročí hodnotu $0,7 \cdot 1860 = 1300$ MPa.

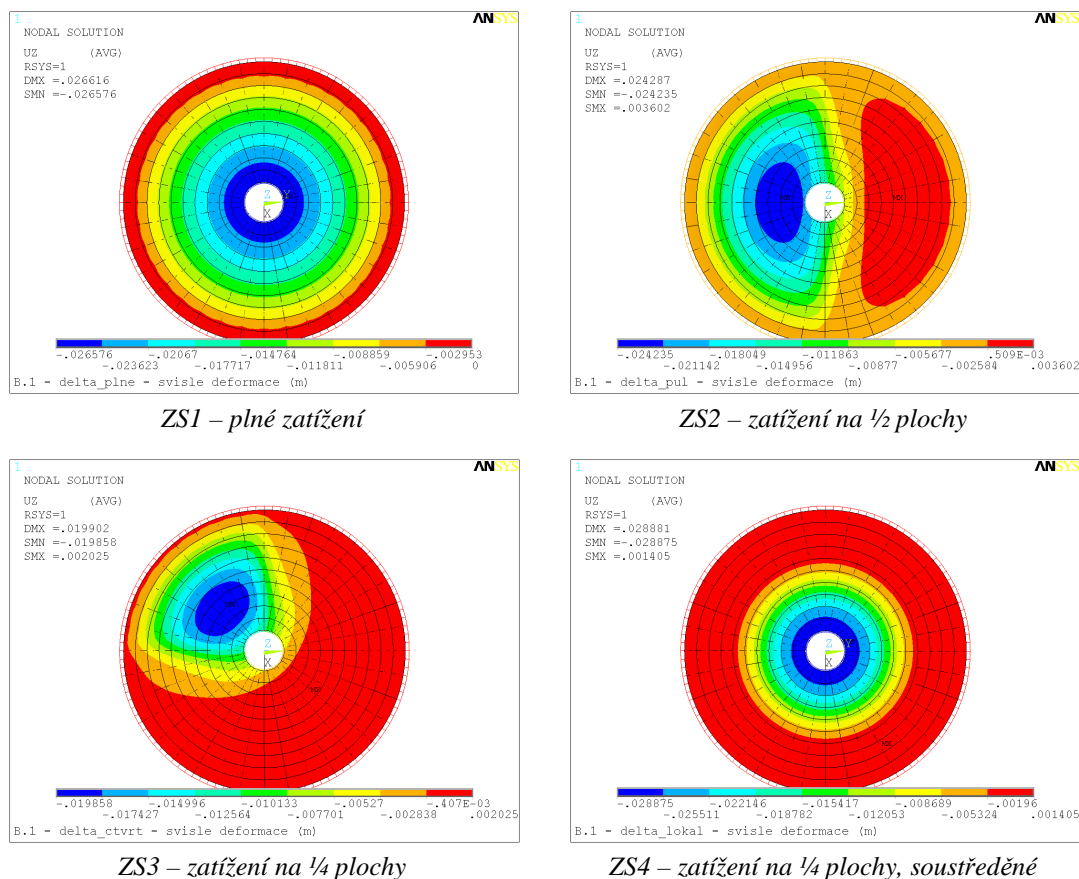


Obr. 4.45: Napětí v lanech (Pa)

(vlevo nosná lana ve výchozím stavu, vpravo předpínací lana v 2. fázi výstavby)

4.5.4. Deskostěnový model B.1 – proměnná zatížení

Z proměnných zatížení bylo uvažováno pouze se zatížením sněhem, a to v 4 zatěžovacích stavech (viz *Obr. 4.19*). Při působení sněhu je z hlediska vyhodnocení nejvýznamnější nárůst svislé deformace a napětí v betonové membráně.



ZS1 – plné zatížení

ZS2 – zatížení na 1/2 plochy

ZS3 – zatížení na 1/4 plochy

ZS4 – zatížení na 1/4 plochy, soustředěné

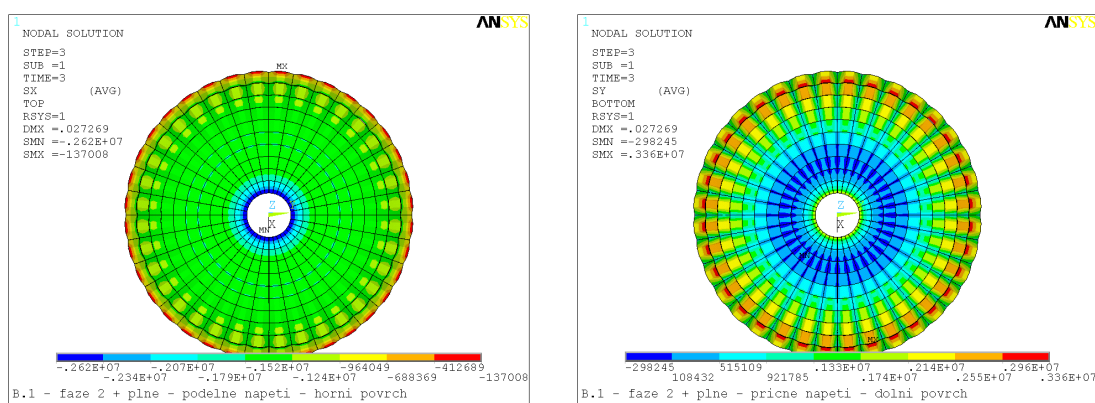
Obr. 4.46: Přírůstek svislé deformace od zatížení sněhem (m)

Svislé deformace od zatížení sněhem

Na **Obr. 4.46** je zobrazen přírůstek svislé deformace při působení zatížení sněhem ve 4 zatěžovacích stavech. Maximální deformace je dosaženo při vnitřním prstenci v ZS4, ve kterém je zatížení na $\frac{1}{4}$ půdorysné plochy soustředěné kolem vnitřního prstence a přírůstek deformace dosahuje velikosti téměř 29 mm. To při rozpětí 70 m je cca $\frac{1}{2400}$ rozpětí a je zřejmé, že z hlediska svislé deformace je konstrukce tuhá a jsou v ní značné rezervy.

Namáhání membrány od zatížení sněhem

Z hlediska napětí v membráně je rozhodující zatížení sněhem na celou půdorysnou plochu konstrukce (ZS1). V podélném (radiálním) směru je do membrány vneseno předpětí s účelem eliminovat tahová napětí od proměnných zatížení. Z vykreslených napětí na **Obr. 4.47** vlevo je patrné, že v podélném směru je při vnějším prstenci výsledné tlakové napětí pouze 0,14 MPa. Je to způsobeno dvěma jevy. Namáhání předpjaté membrány je analogické s předpjatými pásy, u kterých ve vetknutí vznikají několikanásobně větší ohybové momenty než v poli (viz **Obr. 4.5**). Rozhodující řezy jsou tedy při obvodových prstencích. Problém nastává při vnějším prstenci, kde vnesená předpínací síla působí díky radiálnímu uspořádání na největší šířku segmentu a výsledné tlakové napětí je zde tedy nejmenší. Největšímu ohybovému namáhání vzdoruje nejmenší tlaková rezerva. Aby tlaková rezerva byla dostatečná, musela by být zvětšena velikost předpínací síly. Avšak pak je potřeba kontrolovat podélné napětí při vnitřním prstenci, kde síla působí na nejmenší šířku segmentu, a tedy je zde naopak největší tlakové napětí, které by mohlo způsobit drcení betonu. Možným řešením je provést odstupňovaný počet lan a předpínací sílu vnášet do průřezu skokově.



Obr. 4.47: Napětí v membráně při zatížení sněhem na celou plochu (Pa)
(vlevo podélná napětí na horním povrchu, vpravo příčná napětí na dolním povrchu)

Tahová příčná (tangenciální) napětí v membráně (viz **Obr. 4.47** vpravo) narůstají rovněž směrem k vnějšmu prstenci, protože se s rostoucí šířkou segmentu zvětšuje rozpětí desky mezi žebry. V příčném směru do membrány není vnášeno předpětí, takže tahová napětí musejí být vykryta buď únosností betonu (při použití vysokopevnostního betonu), nebo betonářskou výztuží. Dalším řešením může být přidání žeber i v příčném směru (tedy po celém obvodu jednotlivých segmentů) a vytvořit tak desku obousměrně podepřenou.

4.6. Dotvarování a smršťování

Vzhledem k tomu, že se jedná z převážné části o betonovou konstrukci, je nutné rovněž vyšetřit dotvarování a smršťování, a to membrány z lehkého konstrukčního betonu LC40/50 a vnějšího prstence z betonu C30/37. Charakteristiky těchto materiálů a funkce pro výpočet dotvarování a smršťování jsou převzaty z ČSN EN 1992-1-1.

4.6.1. Lehký konstrukční beton

Materiálové charakteristiky lehkého konstrukčního betonu lze získat pomocí charakteristik klasického betonu stejné třídy vynásobením příslušnými součiniteli η , které jsou definovány v uvedené normě. Do výpočtu těchto součinitelů vstupuje horní mez objemové hmotnosti po vysušení ρ pro příslušnou třídu. V případě studijního mezikruží byla zvolena třída objemové hmotnosti D1,6, které odpovídá objemová hmotnost v rozmezí 1401–1600 kg/m³. Objemová hmotnost vyztuženého betonu se pak má uvažovat hodnotou 1750 kg/m³ (viz tab. 11.1 v ČSN EN 1992-1-1). Do výpočtu byla zavedena zaokrouhlená hodnota 18 kN/m³.

Pevnost lehkého betonu v tlaku f_{lck} se shoduje s pevností obyčejného betonu. Pevnost lehkého betonu v tahu f_{lcm} lze získat vynásobením hodnot f_{cm} pro obyčejný beton součinitelem:

$$\eta_1 = 0,40 + 0,60\rho/2200. \quad (4.22)$$

Odhad průměrných hodnot sečnového modulu pro lehký beton E_{lcm} lze získat vynásobením hodnoty pro obyčejný beton E_{cm} součinitelem:

$$\eta_E = (\rho/2200)^2. \quad (4.23)$$

V případě součinitele dotvarování lze pro lehký beton jeho hodnotu získat vynásobením hodnoty pro obyčejný beton součinitelem $(\rho/2200)^2$. Konečné hodnoty smršťování vysycháním pro lehké betony mohou být stanoveny vynásobením hodnot pro obyčejný beton součinitelem η_3 , který má velikost:

$$\begin{aligned} \eta_3 &= 1,5 \text{ pro } f_{lck} \leq \text{LC16/18}, \\ &= 1,2 \text{ pro } f_{lck} \geq \text{LC20/22}. \end{aligned}$$

V následující tabulce (viz **Tab. 4.6**) je proveden souhrn výše popsaných charakteristik pro obyčejný a lehký beton s válcovou pevností 40 MPa. Hodnoty součinitele dotvarování $\varphi(t, t_0)$ a neomezeného poměrného smršťování vysycháním $\varepsilon_{cd,0}$ jsou vyčísleny dle rovnic uvedených v ČSN EN 1992-1-1. Vzhledem k tomu, že způsob výpočtu dotvarování a smršťování dle evropských předpisů je běžně používán, nejsou zde rovnice vypsány s odkazem na uvedenou normu.

Pro výpočet dotvarování a smršťování byly použity tyto **vstupní parametry**: třída cementu N, relativní vlhkost RH = 70 %, stáří betonu prefabrikovaných segmentů při osazení do konstrukce $t_0 = 60$ dní, doba ošetřování 7 dní.

Náhradní rozměr průřezu h_0 je stanoven dle vzorce:

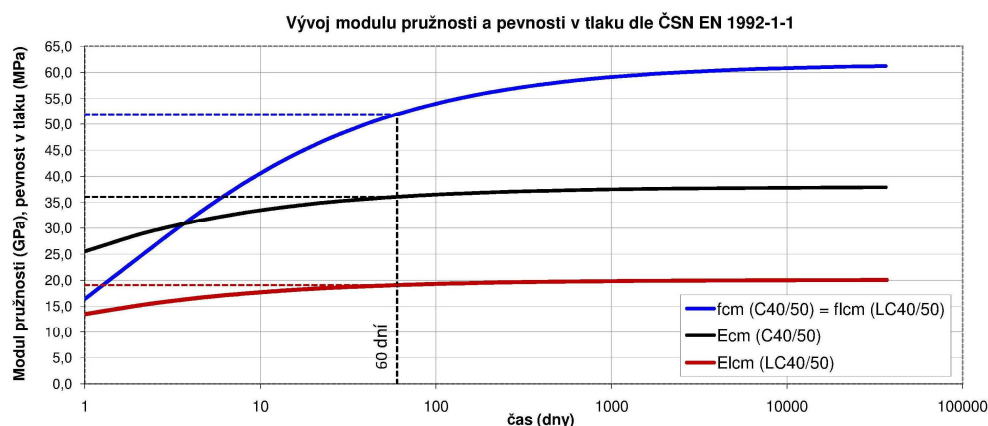
$$h_0 = 2A_c/u, \quad (4.24)$$

kde A_c je průřezová plocha betonu a u je obvod části průřezu vystavené vysychání. Velikost náhradního rozměru h_0 se pohybuje v rozmezí od 103 do 113 mm.

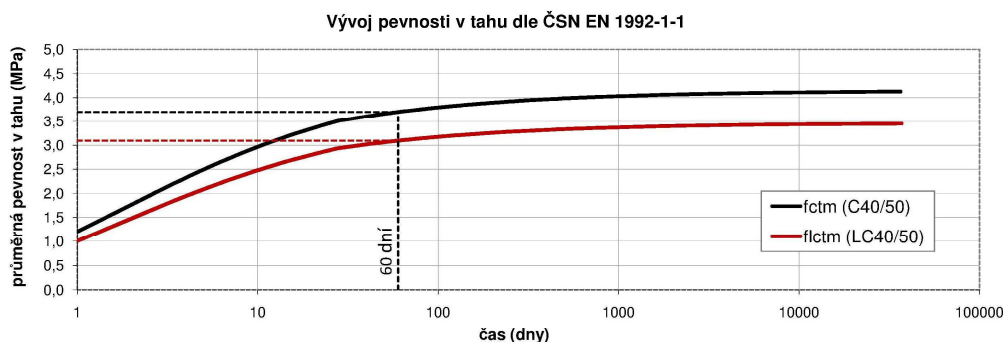
C40/50	LC40/50	$\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$	
$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$			$f_{lck} = 40 \text{ MPa}$
$f_{ctm} = 3,5 \text{ MPa}$	$\eta_1 = 0,4 + 0,6 \cdot 1600/2200 = 0,836$		$f_{lctm} = 0,836 \cdot 3,5 = 2,9 \text{ MPa}$
$E_{cm} = 35,2 \text{ GPa}$	$\eta_E = (1600/2200)^2 = 0,529$		$E_{lcm} = 0,529 \cdot 35,2 = 18,6 \text{ GPa}$
$\varphi(\infty, t_0) = 1,450$	$(1600/2200)^2 = 0,529$		$\varphi_l(\infty, t_0) = 0,529 \cdot 1,450 = 0,767$
$\varepsilon_{cd,0} = 3,2E-4$	$\eta_3 = 1,2$		$\varepsilon_{lcd,0} = 1,2 \cdot 3,2E-4 = 3,9E-4$

Tab. 4.6: Základní charakteristiky obyčejného a lehkého betonu o válcové pevnosti 40 MPa

V následujících grafech (viz Graf 4.2 až Graf 4.5) je zobrazen vývoj jednotlivých materiálových charakteristik v čase pro oba typy betonů, aby bylo provedeno vizuální srovnání obyčejného betonu s lehkým betonem.



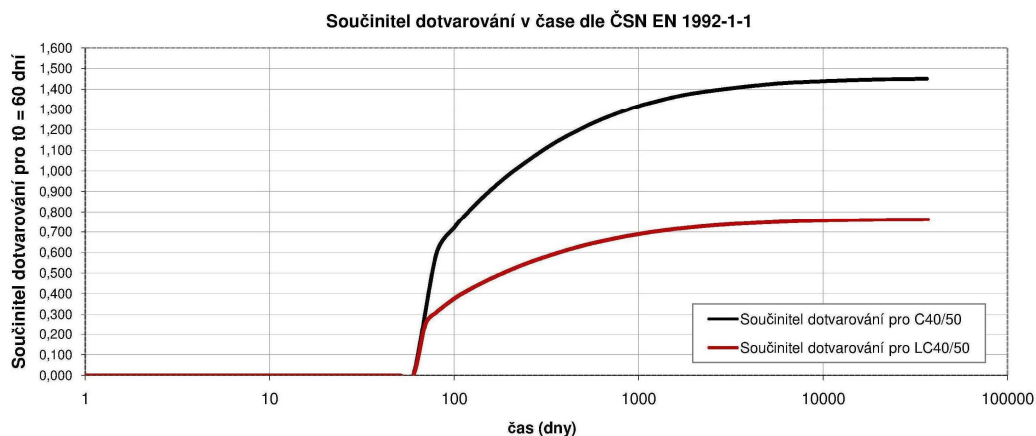
Graf 4.2: Vývoj modulu pružnosti E_{cm} a pevnosti v tlaku f_{cm} dle ČSN EN 1992-1-1 pro obyčejný beton C40/50 a lehký beton LC40/50



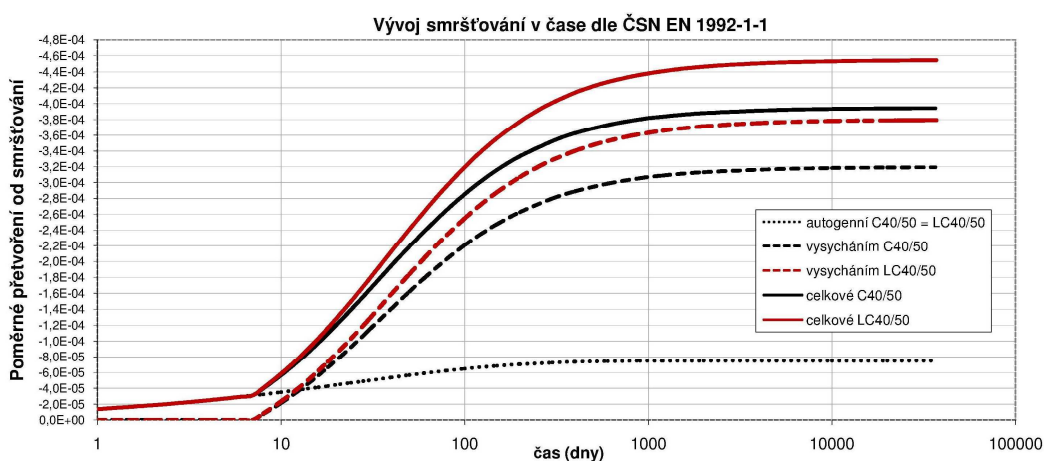
Graf 4.3: Vývoj průměrné pevnosti v tahu f_{ctm} v čase dle ČSN EN 1992-1-1 pro obyčejný beton C40/50 a lehký beton LC40/50

V případě dotvarování jsou hodnoty součinitele dotvarování lehkého betonu téměř poloviční oproti obyčejnému betonu. Naopak smršťování vlivem vysychání je o 20% větší.

Velikost celkového smršťování lze ovlivnit řadou metod. V případě lehkých betonů je možné např. použít pórovité kamenivo vodou nasycené a tím značně snížit hodnoty autogenního smršťování. V tomto případě však s žádnými způsoby zmenšení smršťování nebylo uvažováno.



Graf 4.4: Vývoj součinitele dotvarování $\varphi(t, t_0)$ v čase dle ČSN EN 1992-1-1 pro obyčejný beton C40/50 a lehký beton LC40/50



Graf 4.5: Vývoj součinitele dotvarování $\varphi(t, t_0)$ v čase dle ČSN EN 1992-1-1 pro obyčejný beton C40/50 a lehký beton LC40/50

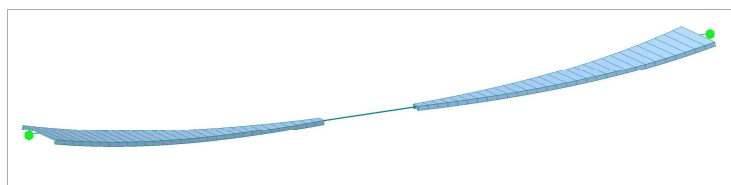
4.6.2. Předpjatý pás (model A.1)

Pro výpočet účinků dotvarování a smršťování membrány byl vytvořen pomocný model (viz *Obr. 4.48*) ve výpočetním programu MidasCIVIL, který umožňuje časově závislou analýzu současně s nelineárním výpočtem postupné výstavby konstrukce. Byl vytvořen model pásu odpovídající modelu A.1 vytvořenému v programu ANSYS. Byly použity stejné materiálové a průřezové charakteristiky a stejný postup výstavby.

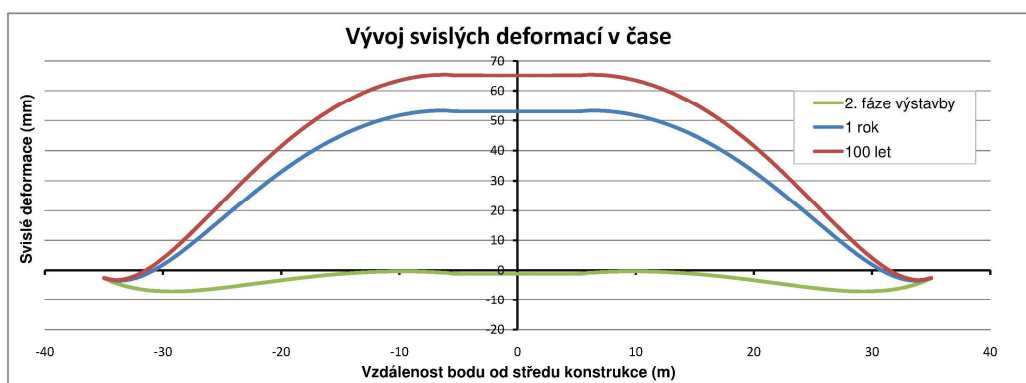
Byla zvolena následující časová osa výstavby konstrukce.

0 dní	60 dní	61 dní	66 dní	1 rok	100 let
Betonáž prefabrikovaných segmentů	Pokládka segmentů na nosná lana	Zmonolitnění spár	Vnesení předpětí	Sledovaný čas	Sledovaný čas

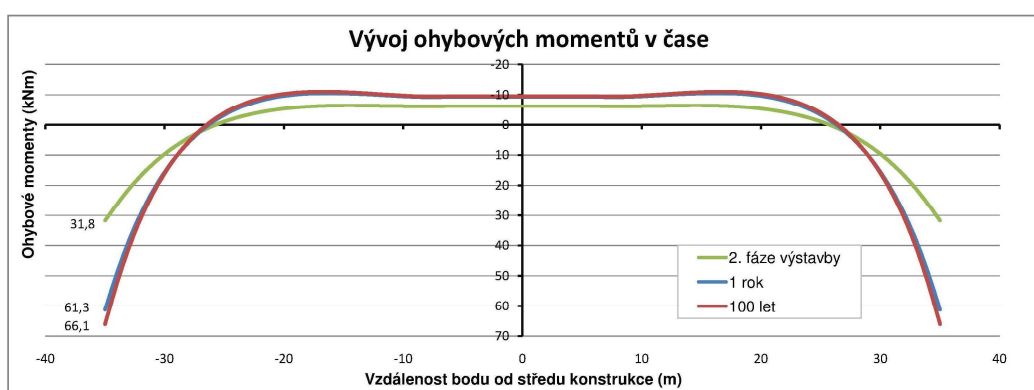
Vyhodnocení je zobrazeno na následujících grafech (viz *Graf 4.6* a *Graf 4.7*). Vlivem smršťování a dotvarování dochází k svislým deformacím konstrukce směrem nahoru. Je patrné, že velký dopad na konstrukci má převážně smršťování, kvůli kterému dojde během prvního roku k deformaci o víc než 50 mm. Vlivem dotvarování se pak ve 100 letech deformace zvýší již pouze o 12 mm. Těmto hodnotám pak odpovídá i nárůst ohybových momentů ve vetknutí do vnějšího prstence. Po dokončení konstrukce (**2. fáze výstavby**) mají momenty velikost cca 32 kNm. Po jednom roku narostou na hodnotu 61 kNm a na konci životnosti, tedy ve 100 letech, se zvýší už pouze o 5 kNm.



Obr. 4.48: Výpočetní model pásu



Graf 4.6: Vývoj svislých deformací v čase



Graf 4.7: Vývoj ohybových momentů v čase

Dále by bylo vhodné provést časově závislou analýzu rovněž na prostorové konstrukci, která by zohlednila vliv dotvarování a smršťování vnějšího prstence na vývoj ohybových momentů v čase. Není však v možnostech výpočetního programu MidasCIVIL řešit rotačně symetrickou konstrukci, protože některé okrajové podmínky jsou závislé pouze na globálním kartézském souřadném systému. Proto byl řešen pouze předpjatý pás.

5. STUDIE OPTIMÁLNÍHO ZATÍŽENÍ ELIPSY

5.1. Úvod

Významnou částí statického výpočtu visuté lanové střechy je stanovení vnitřních sil a deformací obvodových nosníků od působícího zatížení. Obecně lze říci, že se jedná o analýzu zatížení působícího na uzavřené křivky, a to jak v rovině křivky, tak zároveň kolmo na rovinu křivky. V případě zatížení v rovině křivky působí na obvodové nosníky visuté lanové konstrukce vodorovné složky kotvení nosných lan, díky kterým dochází ke stlačení, resp. roztažení, nosníků. Ve svislém směru pak na obvodové nosníky působí především zatížení vlastní tíhou, radiální účinky předpětí a proměnné zatížení. V kap. 4.2.4. byly podrobně popsány předpokládané průběhy vnitřních sil na obvodových prstencích studijní konstrukce mezikruží během výstavby a při působení proměnných zatížení, které byly potvrzeny vyhodnocením statické analýzy prostorových modelů konstrukce.

Jedním z cílů disertační práce je vyvinout funkční konstrukční uspořádání visuté lanové konstrukce nad eliptickým půdorysem, ve kterém by obvodové nosníky v půdorysném průmětu zaujímaly tvar elipsy. Tato změna tvaru křivky významným způsobem ovlivňuje působení obvodových nosníků ve vodorovném směru.

Vodorovné deformace křivky zatížené v rovině se skládají ze dvou částí – z deformací od normálové síly N a od ohybového momentu M . Pokud má zatížení v rovině určitý průběh po délce křivky, pak deformace vlivem M jsou nulové, protože nedochází k ohybovému namáhání křivky. Dojde pouze k stlačení/roztážení vlivem normálové síly N . Tento stav přirozeně nastává u konstrukce mezikruží, kdy nedochází ke globálnímu ohybovému namáhání obvodových prstenců, pouze k lokálnímu ohybu mezi kotvením lan vlivem radiálních účinků. V případě eliptické konstrukce by však mohlo docházet ke značnému ohybovému namáhání obvodových elips a jejich nadměrnému vodorovnému zdeformování, které by mohlo mít za následek nárůst svislých deformací do té míry, že konstrukci by nebylo možné vůbec postavit.

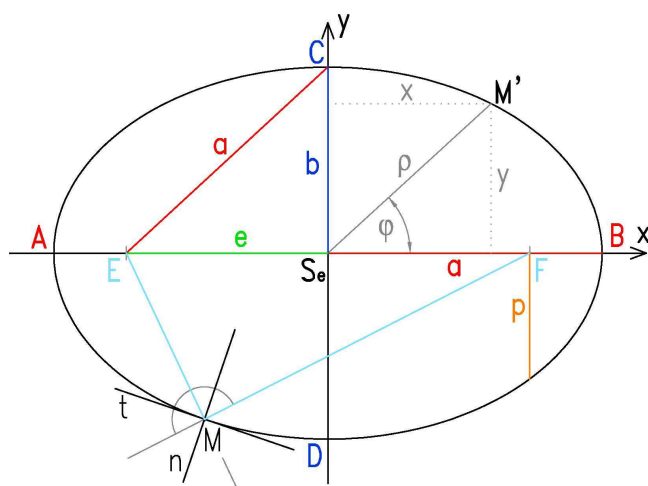
Ve stavební praxi se eliptická křivka téměř nevyskytuje především díky složitosti analytického řešení, které ve většině případů neexistuje v uzavřeném tvaru, a používá se právě pouze její speciální případ, tj. kružnice. V následujícím textu je popsán způsob, kterým lze poměrně jednoduše určit optimální zatížení elipsy v rovině křivky z hlediska eliminace nežádoucích vodorovných deformací a ohybového namáhání. S ohledem na možné použití ve stavební praxi je problém řešen s inženýrským přístupem, a proto je přistoupeno k zjednodušeným úvahám. Jejich platnost je pak ověřena výsledky získanými numerickou analýzou statického modelu vytvořeného ve výpočetním programu pracujícím na základě MKP.

Cílem studie je tedy nalezení optimálního zatížení elipsy z hlediska eliminace ohybového namáhání ve vodorovném směru a nalezení vhodného inženýrského přístupu pro jeho stanovení. Závěry studie dále slouží k návrhu zastřešení nad eliptickým půdorysem.

5.2. Elipsa, kružnice – základní pojmy a rovnice

Elipsa je množinou bodů v rovině, jejichž součet vzdáleností od dvou pevně daných bodů E, F (ohnisek) je pro $a > b$ roven číslu $2a$ (viz **Obr. 5.1**), tedy platí:

$$|EM| + |FM| = 2a. \quad (5.1)$$



Parametry elipsy:

S_e – střed elipsy, zde $S_e[0,0]$

A, B – hlavní vrcholy elipsy

C, D – vedlejší vrcholy elipsy

E, F – ohniska

M – libovolný bod na elipse

a – délka hlavní poloosy

b – délka vedlejší poloosy

e – excentricita, $e = \sqrt{a^2 - b^2}$

p – parametr, $p = b^2/a$

Obr. 5.1: Elipsa – základní pojmy

Úsečky $|EM|$ a $|FM|$ jsou nazývány *průvodiči* bodu M a svírají spolu tzv. *vnitřní úhel průvodičů*, tj. úhel obsahující střed S_e . Vedlejší úhel k vnitřnímu úhlu průvodičů, kterým prochází elipsa, je nazýván *vnější úhel průvodičů*. Elipsa má v každém bodě M právě jednu tečnu t , která pólí vnější úhel průvodičů. Normála n je kolmá na tečnu t v bodě M a pólí vnitřní úhel průvodičů. V další textu je pracováno s elipsou v tzv. *normální poloze* (tj. hlavní osa je rovnoběžná s osou x kartézského souřadného systému) se středem S_e v počátku souřadného systému.

Středová rovnice elipsy pak má tvar:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (5.2)$$

kde x, y jsou souřadnice bodu elipsy v kartézském souřadném systému.

Rovnice tečny t v bodě $M[x_0, y_0]$ má tvar:

$$\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1. \quad (5.3)$$

Z geometrického pojetí derivace vyplývá, že směrnice tečny t v bodě M je rovna 1. derivaci explicitně zadané rovnice elipsy, tedy po úpravě:

$$k_t = \operatorname{tg} \alpha = y' = -\frac{b^2 \cdot x}{a^2 \cdot y}, \quad (5.4)$$

kde k_t je směrnice tečny a úhel α svírá tečna t s kladnou poloosou x .

Při vytváření výpočtových modelů je v rotačně symetrických úlohách výhodné pracovat v *polárních souřadnicích*. Pro případ, kdy střed elipsy leží v počátku polární souřadné soustavy a polární osu tvoří polopřímka SA , platí rovnice:

$$\rho^2 = \frac{b^2}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi}, \quad (5.5)$$

kde ρ , φ jsou souřadnice bodu elipsy v polárním souřadném systému a $\varepsilon = e/a < 1$ je tzv. *číselná excentricita*, která vyjadřuje míru zploštění elipsy.

Ze schématu elipsy (viz **Obr. 5.1**) je zřejmý geometrický vztah mezi kartézskými a polárními souřadnicemi. Platí:

$$x = \rho \cdot \cos(\varphi), \quad y = \rho \cdot \sin(\varphi). \quad (5.6)$$

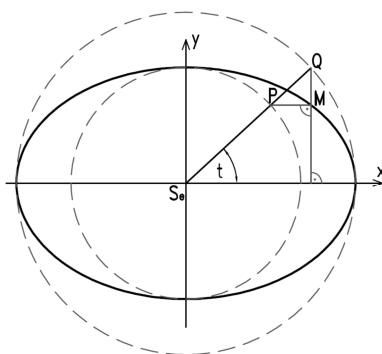
Elipsu lze také vyjádřit *parametrickými rovnicemi*:

$$x = a \cdot \cos(t), \quad y = b \cdot \sin(t), \quad (5.7)$$

kde parametr $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$ je tzv. *excentrická anomálie*. Je potřeba upozornit, že v případě elipsy se parametr $t \neq \varphi$. Tato nerovnost je patrná z geometrického významu parametru t pro libovolný bod na elipse M (viz **Obr. 5.2**). Vztah mezi t a φ lze získat porovnáním parametrických rovnic (5.7) s vyjádřením pomocí polárních souřadnic (5.6).

Pak po úpravě platí:

$$t = \varphi \cdot \cos^{-1} \left(\frac{\rho}{a} \right), \text{ resp. } t = \varphi \cdot \sin^{-1} \left(\frac{\rho}{b} \right). \quad (5.8)$$



Obr. 5.2: Geometrický význam parametru t

Křivost křivky je jednou z hlavních charakteristik křivky a zjednodušeně lze říci, že udává míru zakřivení křivky v daném bodě. Křivost křivky K je dána převrácenou hodnotou tzv. *poloměru křivosti* R :

$$K = \frac{1}{R}. \quad (5.9)$$

Poloměr křivosti R charakterizuje *oskulační kružnici*, která má v bodě $M \in C$ společnou tečnu s křivkou C a stejnou křivost K jako křivka C . Střed S oskulační kružnice se nazývá *střed*

křivosti křivky v daném bodě M . Matematicky je oskulační kružnice definovaná jako kružnice, která má v bodě $M \in C$ styk 2. řádu s křivkou C , je nazývána oskulační kružnicí v bodě M . Obecně pro poloměr oskulační kružnice křivky zadané parametricky platí vztah, který je odvozen např. v [12]:

$$R^2 = \frac{(f_1'^2 + f_2'^2)^3}{(f_1'f_2'' - f_2'f_1'')^2}. \quad (5.10)$$

Dosažením vztahů (5.7) do (5.10), kdy $f_1 = x$ a $f_2 = y$, a úpravě nabývá rovnice křivosti elipsy tvar:

$$K(t) = \frac{1}{R(t)} = \frac{a \cdot b}{(a^2 \cdot \sin^2 t + b^2 \cdot \cos^2 t)^{\frac{3}{2}}}. \quad (5.11)$$

Neinflexní bod $M \in C$, v němž oskulační kružnice má s křivkou C styk 3. řádu, nazýváme *vrcholem* křivky. Oskulační kružnice ve vrcholu křivky se též nazývá *hyperoskulační*. S využitím rovnice (5.11) lze křivost elipsy v jejích vrcholech po dosažení příslušného parametru a úpravě vyjádřit:

$$K_A(t = 0) = \frac{a}{b^2}, \quad K_C\left(t = \frac{\pi}{2}\right) = \frac{b}{a^2}. \quad (5.12)$$

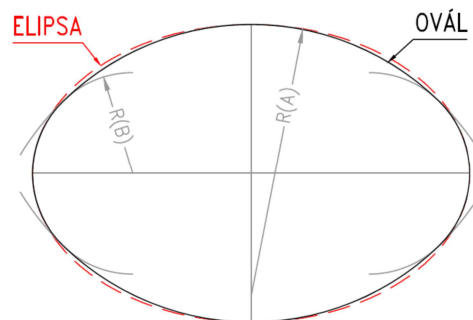
Ze základních geometrických vlastností elipsy lze určit pouze *obsah* plochy ohraničené uzavřenou eliptickou křivkou, jehož hodnotu stanovuje vzorec:

$$S = \pi ab. \quad (5.13)$$

Obvod (resp. délku) elipsy lze stanovit pouze přibližně např. pomocí vzorců:

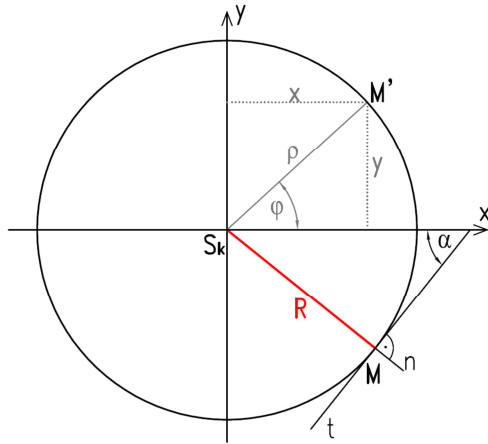
$$O \approx \pi \left[\frac{3}{2}(a + b) - \sqrt{ab} \right], O \approx \frac{\pi}{2} \left[a + b + \sqrt{2(a^2 + b^2)} \right]. \quad (5.14)$$

Ovál je geometrický útvar podobný elipse. V technickém pojetí je sestavený ze dvou párů oblouků s dvěma různými poloměry (viz **Obr. 5.3**). Oblouky mají společnou tečnu. Tato křivka není přesně definovaná rovnicí a její křivost v případě 4 oblouků je konstantní se skokovou změnou v navazujících bodech. Proto je zde uvedena pouze pro doplnění a v dalším textu již s ní není pracováno.



Obr. 5.3: Porovnání oválu s elipsou se shodnými osami souměrnosti

Kružnice je množinou bodů v rovině, které mají od pevného bodu S stejnou vzdálenost R , označovanou jako *poloměr kružnice*. Také lze říci, že se jedná o speciální případ elipsy, kdy platí $a = b$, tedy $e = 0$ i $\varepsilon = 0$, a ohniska E, F splývají se středem S .



Parametry kružnice:

S_k – střed kružnice, zde $S_k[0,0]$

M – libovolný bod na kružnici

$R = |SM|$ – poloměr kružnice

Obr. 5.4: Kružnice – základní pojmy

Středová rovnice kružnice se středem $S_k[0,0]$ má tvar:

$$x^2 + y^2 = R^2, \quad (5.15)$$

kde x, y jsou souřadnice bodu kružnice v kartézském souřadném systému.

Kružnici má v libovolném bodě $M[x_0, y_0]$ právě jednu *tečnu* t , která je kolmá na spojnici bodu M a středu S (tedy na poloměr R). *Normála* n je kolmá na tečnu t v bodě M a odpovídá spojnici $|SM| = R$. Rovnice tečny t v bodě $M[x_0, y_0]$ ke kružnici se středem $S[0,0]$ má tvar:

$$x_0x + y_0y = R^2. \quad (5.16)$$

Z geometrického pojetí derivace vyplývá, že směrnice tečny t v bodě M je rovna 1. derivaci rovnice kružnice, tedy po úpravě:

$$k_t = \operatorname{tg} \alpha = y' = -\frac{x}{y}, \quad (5.17)$$

kde k_t je směrnice tečny a úhel α svírá tečna t s kladnou poloosou x .

Kružnici lze také vyjádřit pomocí *polárních souřadnic* ρ a φ dle (5.6), pro které platí, že $\rho = R$ a parametr $\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$ je velikost středového úhlu mezi kladnou poloosou x a poloměrem R .

Křivost kružnice je dána převrácenou hodnotou *poloměru křivosti* R (viz (5.9)), který však splývá s jejím vlastním poloměrem. Protože je poloměr kružnice po její délce neměnný, je zřejmé, že křivost kružnice je také konstantní.

Plocha ohraničená kružnicí se nazývá *kruh*, jehož *obsah* S se stanoví ze vzorce:

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4}, \quad (5.18)$$

kde $d = 2R$ se nazývá *průměr* kružnice.

Na rozdíl od elipsy lze délku kružnice (její *obvod*) stanovit analyticky z rovnice:

$$O = 2\pi R = \pi d. \quad (5.19)$$

Úhel φ , který svírají dvě úsečky vyjadřující poloměr, se nazývá *středový úhel*. Část kružnice, která leží mezi dvěma poloměry, se označuje jako *kružnicový oblouk* a část kruhu vymezená dvěma poloměry a obloukem je tzv. *kruhová výseč* (viz **Obr. 5.5**).

Délka oblouku ve stupňové míře se určí dle vztahu:

$$s = \frac{2\pi R}{360} \cdot \varphi = \frac{\pi d}{360} \cdot \varphi, \quad (5.20)$$

v obloukové míře pak po úpravách rovnicí:

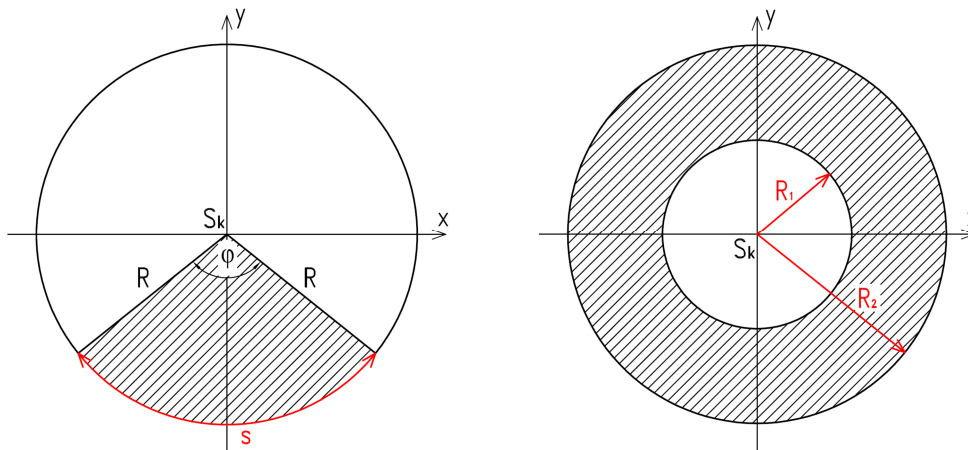
$$s = R\varphi = \frac{d\varphi}{2}. \quad (5.21)$$

Obsah kruhové výseče ve stupňové míře určuje vztah:

$$S_v = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \varphi = \frac{\pi d^2}{4 \cdot 360} \cdot \varphi, \quad (5.22)$$

který pak v obloukové míře je po úpravách dán rovnicí:

$$S_v = \frac{R^2}{2} \cdot \varphi = \frac{sR}{2} = \frac{sd}{4}. \quad (5.23)$$



Obr. 5.5: Vlevo kruhová výseč, vpravo mezikruží.

Plocha ohraničená dvěma kružnicemi se společným středem S a o poloměrech R_1 , R_2 se nazývá *mezikruží*.

Obsah plochy mezikruží je dán vztahem:

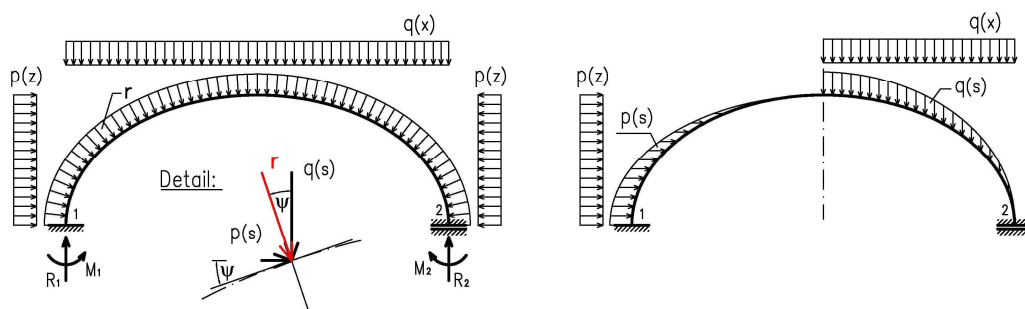
$$S = \pi(R_2^2 - R_1^2) = \frac{\pi(d_2^2 - d_1^2)}{4}. \quad (5.24)$$

Všechny výše uvedené vztahy jsou převzaty z [16], [30] a [31].

5.3. Zatížení v rovině křivky

5.3.1. Vnitřní síly na zakřivených prutech

Rovinný zakřivený nosník má střednici ve tvaru rovinné křivky – tedy kružnice a elipsy. Může být zatížen v rovině křivky nebo kolmo na rovinu křivky, a to osamělými silami nebo spojitým zatížením, působícím vodorovně, svisle, kolmo na střednici nebo ve směru tečny ke střednici. Intenzita spojitého zatížení může být zadána buď na půdorysný průmět, nebo na jednotku délky střednice (viz **Obr. 5.6**).



Obr. 5.6: Statické schéma a varianty zatížení

Pro zatížení působící kolmo na střednici r , svisle/vodorovně na jednotku délky střednice $q(s)$, $p(s)$ a na svislý/vodorovný průmět $q(x)$, $p(z)$ platí tyto převodní vztahy:

$$q(s) = r \cdot \cos \psi, \quad (4.2)$$

$$p(s) = r \cdot \sin \psi,$$

resp.

$$\begin{aligned} q(s) &= q(x) \cdot \cos \psi, \\ p(s) &= p(z) \cdot \sin \psi, \end{aligned} \quad (4.3)$$

kde ψ je úhel mezi tečnou ke křivce, resp. normálou, a vodorovnou silou $p(s)$, resp. svislou, silou $q(s)$ (viz detail na **Obr. 5.6**).

Porovnáním rovnic (4.2) a (4.3) vyplývá rovnost:

$$r = q(x), \quad r = p(z). \quad (4.4)$$

Pokud zatížení $q(s)$, $p(s)$ je rovnoběžné s osami kartézského souřadného systému, pak úhel ψ se rovná úhlu α , který svírá tečna s kladnou poloosou x . Ze vzájemných vztahů mezi goniometrickými funkcemi pak vyplývá:

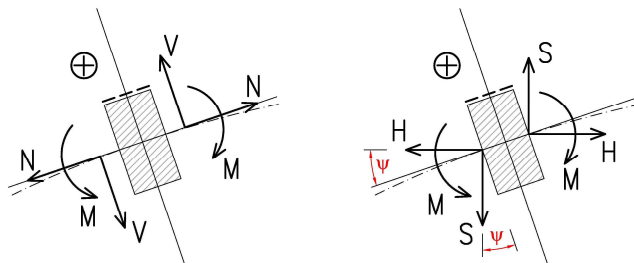
$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (y')^2}}, \quad \sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}} = \frac{y'}{\sqrt{1 + (y')^2}}, \quad (4.5)$$

kde y je explicitně zadaná rovnice kružnice, resp. elipsy, přeepsaná do tvaru $y = f(x)$.

V libovolném řezu x rovinného nosníku zatíženého v rovině křivky obecně vznikají tři složky výslednice vnitřních sil – normálová síla N , posouvající síla V a ohybový moment M . Normálové a posouvající síly se na zakřiveném nosníku přímo určují obtížně, proto je výhodné výslednici vnitřních sil nejprve rozložit do vzájemně kolmých složek H a S , jejichž směrová orientace se zvolí např. dle souřadného systému (viz **Obr. 5.7**). Kladná znaménková konvence je zvolena dle zavedené konvence výpočetního softwaru ANSYS. Závislost mezi vnitřními silami N , V v řezu x zakřiveného prutu a pomocnými silami H , S udávají *transformační vztahy*:

$$\begin{aligned} N &= H \cdot \cos \psi - S \cdot \sin \psi, \\ V &= H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi, \end{aligned} \quad (5.25)$$

kde ψ je úhel mezi tečnou (resp. normálou) ke křivce ve vyšetřovaném řezu x a směrovou orientací síly H (resp. síly S).

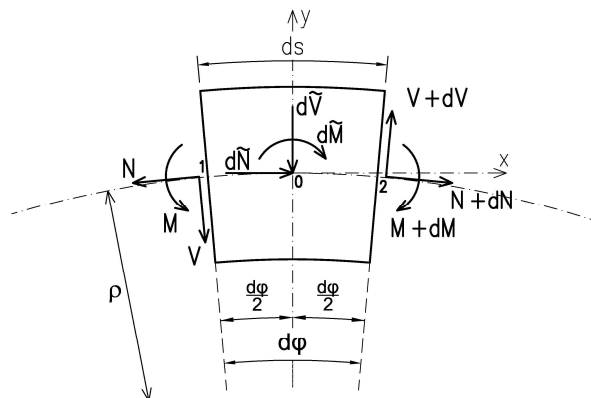


Obr. 5.7: Složky vnitřních sil zakřiveného prutu

Dvěma řezy, kolnými na střednici, lze vytnout diferenciální element délky střednice:

$$ds = \rho d\varphi, \quad (5.26)$$

kde ρ je poloměr křivosti a $d\varphi$ je středový úhel mezi dvěma řezy (viz **Obr. 5.8**).



Obr. 5.8: Zakřivený nosníkový element o délce ds

Na nosníkový element, zatížený spojitými rovnoměrnými zatíženími o intenzitách n , r , m , připadají části vnějšího zatížení:

$$\begin{aligned} d\tilde{N} &= n ds = n\rho d\varphi, \\ d\tilde{Q} &= r ds = r\rho d\varphi, \\ d\tilde{M} &= m ds = m\rho d\varphi. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Účinek odejmutých částí nosníku v průřezu 1 je nahrazen složkami vnitřních sil N , V , M a v průřezu 2 složkami $N+dN$, $V+dV$, $M+dM$.

Ze statických podmínek rovnováhy na uvolněném nosníkovém elementu po zanedbání derivací 2. řádu a po úpravě lze odvodit vztah mezi vnitřními silami a zatížením na zakřiveném prutu, který popisují tyto *diferenciální podmínky rovnováhy*:

$$\frac{dN}{ds} = \frac{V}{\rho} - n, \quad \frac{dV}{ds} = -\frac{N}{\rho} - r, \quad \frac{dM}{ds} = V + m. \quad (5.28)$$

Extrém normálové síly N nastane v místě, v němž je:

$$\frac{dN}{ds} = \frac{V}{\rho} - n = 0 \Rightarrow \frac{V}{\rho} = n. \quad (5.29)$$

Extrém posouvající síly V nastane v místě, v němž je:

$$\frac{dV}{ds} = -\frac{N}{\rho} - r = 0 \Rightarrow -\frac{N}{\rho} = r. \quad (5.30)$$

Extrém ohybového momentu nastane v místě, v němž je:

$$\frac{dM}{ds} = V + m = 0 \Rightarrow -V = m. \quad (5.31)$$

Výše uvedené poznatky a vztahy jsou převzaty z literatury, viz Kadlčák a Kytýr [10], kde je odvození diferenciálních podmínek rovnováhy rozvedeno podrobněji.

Rovnoměrné zatížení

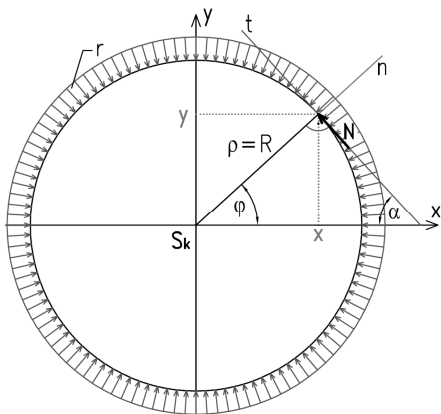
Analytické řešení vnitřních sil na eliptické (příp. kružnicové) křivce od obecně působícího zatížení je značně komplikované, proto je postup výpočtu pro zjednodušení proveden pomocí spojitého rovnoměrného zatížení r působícího kolmo na střednici. Tečná n a ohybová m zatížení jsou rovna nule. Uzavřenou křivku lze nahradit řešením pouze poloviny křivky podepřené v podpoře 1 vetknutím a v podpoře 2 vetknutím posuvným ve směru kolmém na střednici (viz **Obr. 5.6**). Protože se jedná o 1x staticky neurčitou soustavu, pro výpočet vnitřních sil je možné využít např. silovou metodu, viz [11]. V případě kružnice o poloměru R , zatížené spojitým rovnoměrným zatížením kolmým na střednici r , jsou řešením kružnicového oblouku podepřené dle **Obr. 5.6** reakce v podepření:

$$R_1 = R_2 = r \cdot R, \\ M_1 = M_2 = 0.$$

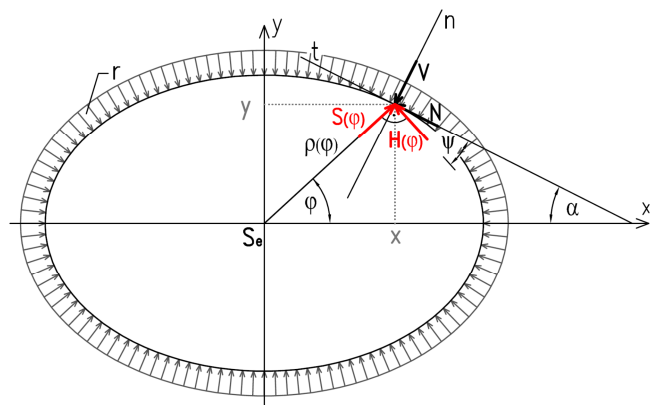
Normálové síly N jsou po délce střednice konstantní a rovnají se $N = R_1 = R_2$. Ohybové momenty jsou po délce křivky nulové. Tyto závěry odpovídají uvedenému vztahu (4.1), který popisuje vztah mezi normálovou silou N a radiálním rovnoměrným zatížením r na kružnicovém

oblouku o poloměru R . S tímto vztahem se lze setkat všude, kde je používán kružnicový oblouk (příp. kružnice) zatížený radiálním rovnoměrným zatížením (např. při řešení ztrát třením u předpínacích kabelů, hydrostatický tlak na stěny kruhových nádrží apod.).

Proč je normálová síla N konstantní po délce křivky, je dále vysvětleno v kap. 5.3.3. Z diferenciálních podmínek rovnováhy (5.28) pro $N = \text{konst.}$ (tedy $dN = 0$) a $n = 0$, $m = 0$ pak vyplývá, že posouvající síly V a ohybové momenty M jsou nulové. Stojí za povšimnutí, že vztah (4.1) odpovídá rovnici (5.30).



Obr. 5.9: Výpočet vnitřních sil na kružnici



Obr. 5.10: Rozklad sil na elipse

Výpočet vnitřních sil pomocí vztahu (4.1) je možné použít i v případě eliptické křivky, pouze s rozdílem ve vyjádření smyslu jednotlivých veličin. Mějme elipsu zatíženou spojitým rovnoměrným zatížením r kolmým na střednici (viz **Obr. 5.10**). Veličina $\rho(\varphi)$ je délka spojnice bodu elipsy ve vyšetřovaném řezu daném polární souřadnicí φ od středu S_e a síla $H(\varphi)$ je kolmá na spojnici $\rho(\varphi)$.

Lze napsat následující vztah:

$$r = \frac{H(\varphi)}{\rho(\varphi)}. \quad (5.32)$$

Druhá složka výslednice sil $S(\varphi)$ působí ve směru spojnice $\rho(\varphi)$ a platí, že:

$$S(\varphi) \approx 0. \quad (5.33)$$

Vnitřní síly N , V se pak určí pomocí transformačních vztahů (5.25), kde úhel ψ svírá tečna k elipse ve vyšetřovaném bodě se směrovou orientací síly $H(\varphi)$ (viz **Obr. 5.10**).

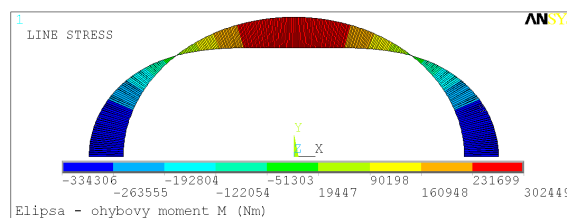
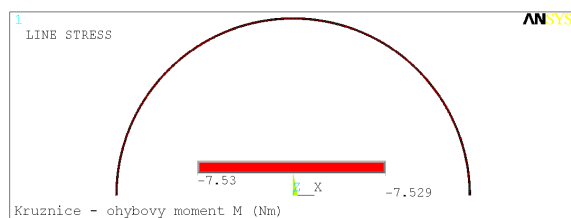
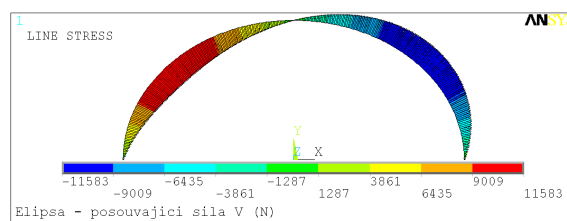
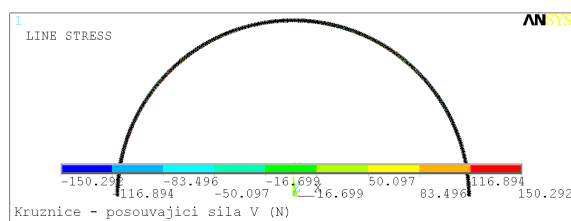
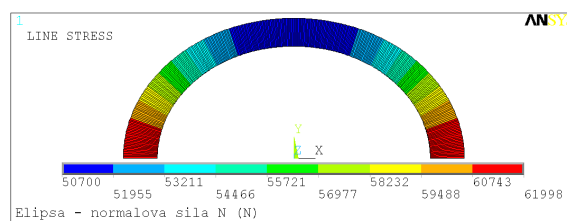
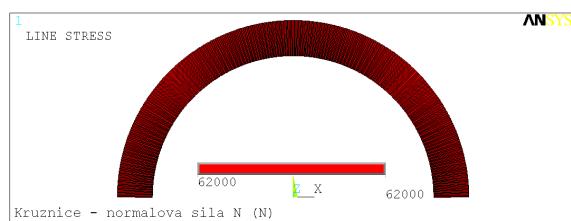
Úhel ψ lze stanovit pomocí součtu úhlů v trojúhelníku jako:

$$\psi = 90 - \varphi - \alpha, \quad (5.34)$$

kde úhel α svírá tečna s kladnou osou x kartézského souřadného systému a platí, že $\text{tg}\alpha = y'$, kde y je explicitní vyjádření rovnice elipsy.

Výpočet vnitřních sil na kružnici a elipse je dále ukázán na konkrétním příkladu. Mějme kružnici o poloměru $R = 62$ m a elipsu s délkami poloos $a = 62$ m a $b = 50,7$ m, které jsou zatíženy kolmým spojitým rovnoměrným zatížením o velikosti $r = 1000$ N/m.

Na obrázcích (*Obr. 5.11* a *Obr. 5.12*) jsou vykresleny vnitřní síly na výše uvedené kružnici a elipse získané výpočtem v programu ANSYS. Protože jsou křivky symetrické podle os ortogonálního souřadného systému s počátkem ve středu dané křivky a zatížené rovnoměrným zatížením po celé délce křivky, je možné vykreslit pouze její část. V tomto případě je znázorněna polovina křivky nad osou x , vnitřní síly na druhé polovině pod osou x pak mají stejný průběh.



Obr. 5.11: Vnitřní síly na kružnici od rovnoměrného zatížení

Obr. 5.12: Vnitřní síly na elipse od rovnoměrného zatížení

V případě *kružnice* je velikost normálové síly N dána vztahem (4.1), tedy:

$$N = r \cdot R = 1000 \cdot 62 = 62000 \text{ N} = \text{konst},$$

a pro konstantní normálovou sílu N z (5.28) vyplývá, že:

$$V = 0, M = 0.$$

Tyto hodnoty odpovídají velikostem vykreslených vnitřních sil (viz *Obr. 5.11*). Nenulové hodnoty posouvající síly V a ohybového momentu M ve výpočetním modelu jsou způsobeny polygonální náhradou hladké křivky

V případě *elipsy* lze spočítat velikost normálové síly N a posouvající síly V v bodě daném polární souřadnicí φ postupem uvedeným v tabulce (viz *Tab. 5.1*), ve které je proveden výpočet pro souřadnici $\varphi = 20^\circ$.

Ve vrcholech elipsy platí:

- pro hlavní vrchol A: $\varphi_A = 0^\circ \Rightarrow \rho_A = a, \psi_A = 0,$
- pro vedlejší vrchol C: $\varphi_C = 90^\circ \Rightarrow \rho_C = b, \psi_C = 0.$

Vnitřní síly N a V v hlavním a vedleším vrcholu elipsy lze pak vyčíslit následovně:

$$N_A = H_A = r \cdot a = 1000 \cdot 62 = 62000 \text{ N}, \quad V_A = 0,$$

$$N_C = H_C = r \cdot b = 1000 \cdot 50,7 = 50700 \text{ N}, \quad V_C = 0.$$

$a = 62 \text{ m}$ $b = 50,7 \text{ m}$ $e = \sqrt{a^2 - b^2} = 35,686 \text{ m}$ $\varepsilon = e/a = 0,576$	Parametry elipsy
Např. pro $\varphi = 20^\circ$ $\rho = \sqrt{b^2 / (1 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi)} = 60,278 \text{ m}$ $x = \rho \cdot \cos(\varphi) = 56,643 \text{ m}$ $y = \rho \cdot \sin(\varphi) = 20,616 \text{ m}$	Polární a ortogonální souřadnice
$\text{tg} \alpha = y' = -b \cdot x / (a^2 \sqrt{1 - x^2/a^2}) = -1,837$ $\alpha = -61,441^\circ$ $\psi = 90 - \varphi - \alpha_{\text{kladné}} = 8,559$	Výpočet úhlu ψ
$r = 1000 \text{ N/m}$ $H = r \cdot \rho = 60278 \text{ N}$ $S = 0 \text{ N}$ $N = H \cdot \cos \psi - S \cdot \sin \psi = \mathbf{59607 \text{ N}}$ $V = H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi = \mathbf{8971 \text{ N}}$	Výpočet N, V

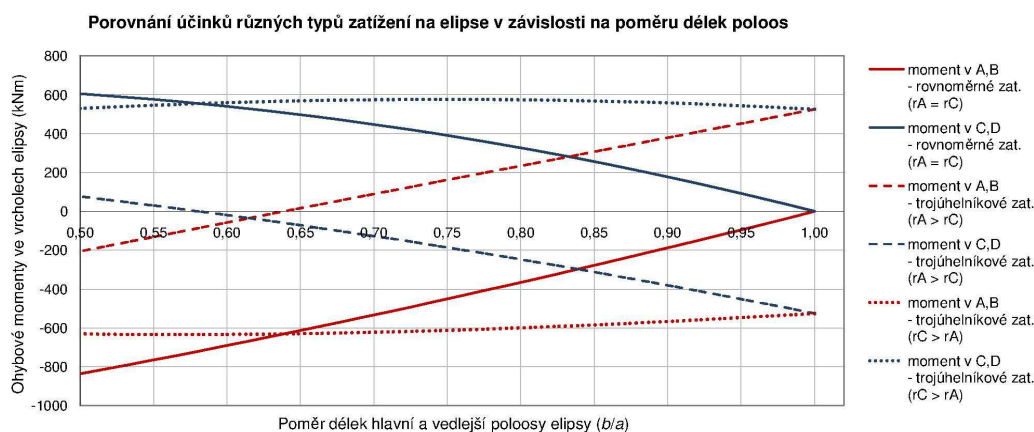
Tab. 5.1: Výpočet normálových a posouvajících sil na elipse

Hodnoty odpovídají výsledkům výpočetního modelu, které jsou zobrazeny na **Obr. 5.12**. Tyto vztahy rovněž odpovídají vyšetření průběhu jednotlivých vnitřních sil pomocí diferenciálních podmínek rovnováhy (5.29), (5.30), (5.31). Pro $n = 0, m = 0$ extrém normálové síly N a ohybového momentu M nastane v místě $V = 0$, tedy ve vrcholech elipsy. V těchto bodech rovněž posouvající síla V mění znaménko (extrémem je inflexní bod) a vztah (5.30) odpovídá vztahu (4.1), takže platí $R = \rho = a$ v hlavním vrcholu, resp. $R = \rho = b$ ve vedleším vrcholu. Tyto závěry odpovídají výsledkům z výpočetních modelů (viz **Obr. 5.12**).

5.3.2. Studie optimálního zatížení elipsy/kružnice

Z průběhu vnitřních sil na elipse od rovnoměrného zatížení (viz *Obr. 5.12*) vyplývá, že z hlediska eliminace vodorovných ohybových momentů na obvodových elipsách není rovnoměrné zatížení vhodným typem zatížením. Cílem studie namáhání elipsy je proto stanovení optimálního tvaru zatížení, při němž budou vodorovné ohybové momenty nulové.

Následující graf (viz *Graf 5.1*) uvádí velikost ohybových momentů ve vrcholech elipsy od jednotkového zatížení působícího v rovině křivky kolmo na střednici v závislosti na poměru délek poloos b/a elipsy s délkou hlavní poloosy $a = 62$ m. Jsou analyzovány 3 typy jednotkového zatížení, a to rovnoměrné zatížení ($r_A = r_C = 1,0 \text{ kNm}^{-1}$, plná čára v grafu), trojúhelníkové zatížení s maximem v hlavním vrcholu elipsy ($r_A = 1,0 \text{ kNm}^{-1}$, $r_C = 0$, čárkovaná čára v grafu) a trojúhelníkové zatížení s maximem ve vedlejším vrcholu elipsy ($r_A = 0$, $r_C = 1,0 \text{ kNm}^{-1}$, tečkovaná čára v grafu). Zatížení mají lineární průběh. Ohybové momenty v hlavních vrcholech A a B jsou v grafu vykresleny červeně, ve vedlejších vrcholech C a D pak modře.

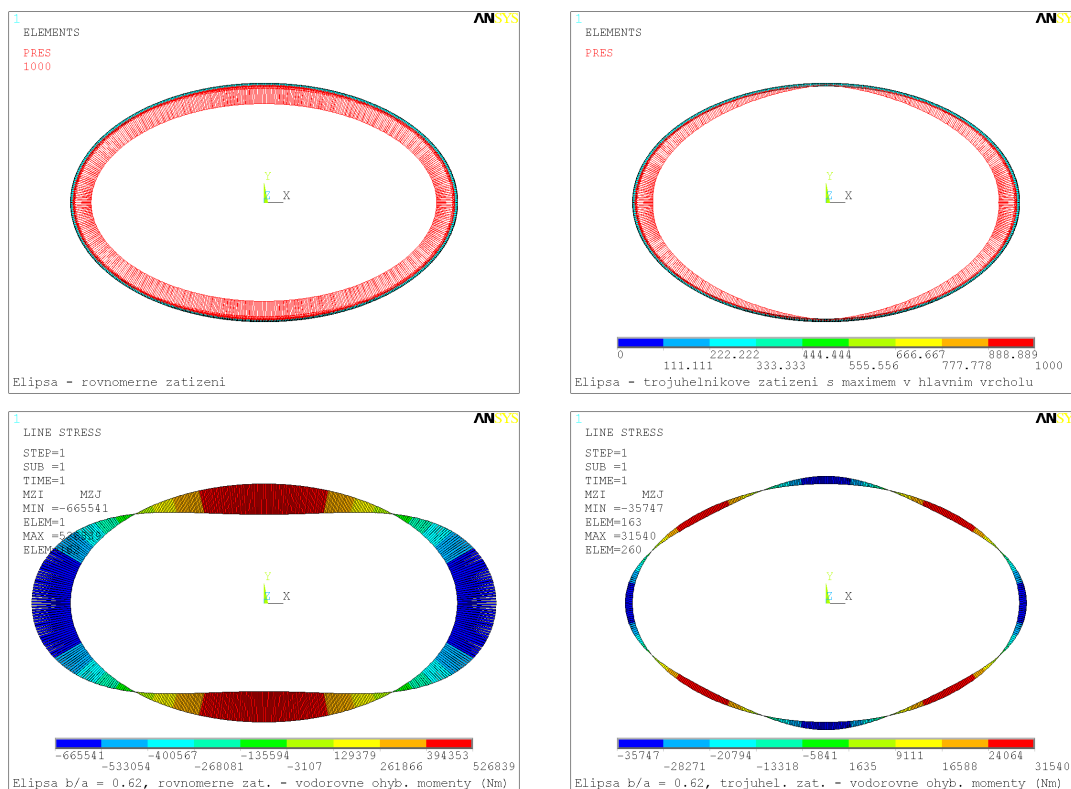


Graf 5.1: Porovnání účinků různých zatížení na elipse v závislosti na poměru délek poloos

Z grafu je zřejmé, že z hlediska eliminace ohybového namáhání při působení rovnoměrného zatížení je nejvhodnější poměr $b/a = 1$. Pak se jedná o speciální případ elipsy, tj. o kružnici. Pokud se poměr b/a snižuje, pak při působení rovnoměrného zatížení dochází k značnému nárůstu ohybových momentů. Naopak v případě trojúhelníkového zatížení s maximální velikostí v hlavním vrcholu a nulovou hodnotou ve vedlejším vrcholu jsou ohybové momenty minimální při poměru $b/a \approx 0,62$. Tato hodnota poměru však platí pouze pro uvedené trojúhelníkové zatížení. Jak bude ukázáno dále, obecně pro různá lichoběžníková zatížení je ohybové namáhání minimální v závislosti na různých poměrech délek poloos.

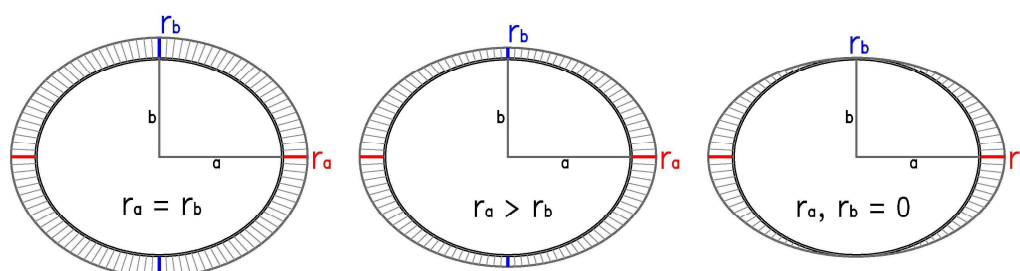
Z grafu je dále patrný zajímavý vývoj hodnot ohybových momentů od působícího trojúhelníkového zatížení s maximem ve vedlejším vrcholu. Z předchozích výsledků by se dalo očekávat, že graf bude opět přibližně rovnoběžný s průběhem velikostí momentů od rovnoměrného zatížení. Jak je však zřejmé, k tomuto předpokladu nedochází a momenty ve vrcholech při změně poměru b/a zůstávají téměř neměnné. Dosahují však značných hodnot, a proto je tento typ zatížení pro elipsu nevhodným a je z další studie vypuštěn.

Z předchozího textu vyplývá závěr, že pro kružnici je z hlediska eliminace ohybových momentů optimální rovnoměrné zatížení a naopak pro elipsu je vhodné proměnné, přibližně lichoběžníkové zatížení s maximem v hlavním vrcholu. Na **Obr. 5.13** je pro ilustraci vykreslen průběh vodorovných ohybových momentů na elipse s poměrem poloos $b/a = 0,62$ od dvou typů zatížení – rovnoměrného a trojúhelníkového zatížení s maximem v hlavním vrcholu elipsy.



Obr. 5.13: Vodorovné ohybové momenty na elipse $b/a = 0,62$
(vlevo pro rovnoměrné zatížení, vpravo pro trojúhelníkové zatížení)

Na dalším grafu (viz **Graf 5.2**) je znázorněna závislost vodorovných ohybových momentů na různých typech zatížení pro tři různé elipsy s délkou hlavní poloosy $a = 62$ m a s poměrem délek poloos $b/a = (0,68; 0,82; 0,90)$. Dané elipsy jsou zatíženy nejen rovnoměrným a trojúhelníkovým jednotkovým zatížením s maximem v hlavním vrcholu, ale také lichoběžníkovým zatížením, jehož krajní hodnoty leží mezi uvedenými hraničními případy. Hodnota lichoběžníkového zatížení v hlavním vrcholu r_a zůstává konstantní, mění se pouze hodnota zatížení ve vedlejším vrcholu r_c , a to v intervalu $(0, r_A)$ (viz **Obr. 5.14**).

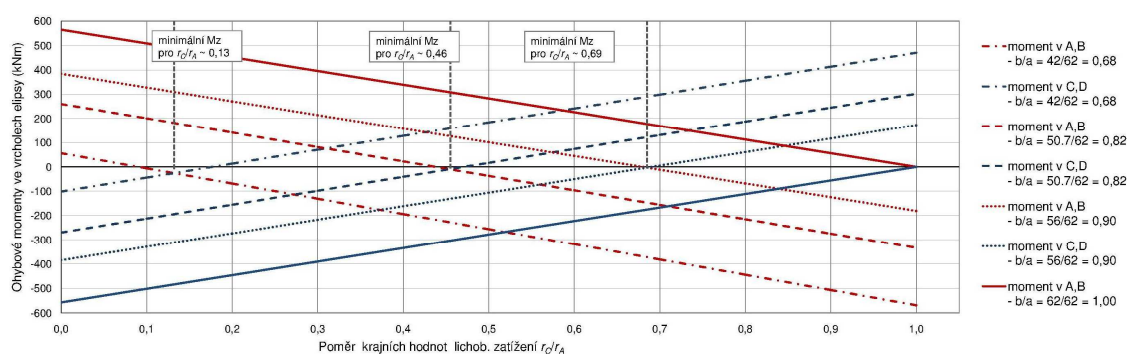


Obr. 5.14: Typy zatížení v rovině elipsy

Všechna zatížení mají lineární průběh. Ohybové momenty v hlavním vrcholu elipsy jsou opět v grafu vykresleny červeně, ve vedlejším vrcholu pak modře.

Z grafu (viz **Graf 5.2**) je patrné, stejně jako z předchozího grafu, že pokud se poměr b/a blíží k jedné, jsou vodorovné ohybové momenty minimální pro rovnoměrné zatížení. Pokud však je poměr $b/a < 1$, pak optimálním namáháním dané elipsy je lichoběžníkové zatížení s odpovídajícím poměrem krajních hodnot r_C/r_A .

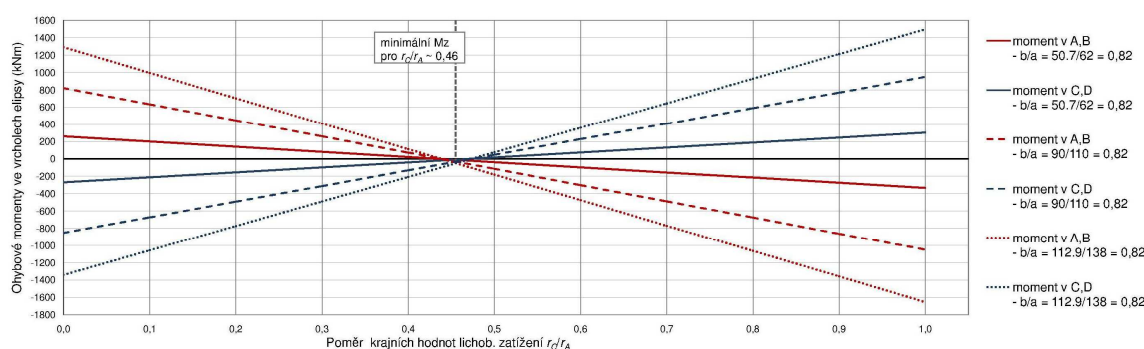
Z grafu také vyplývá zajímavá vlastnost odezvy elipsy na působící zatížení. Na první pohled je patrné, že všechny větve grafu, náležící k příslušnému vrcholu, jsou vzájemně rovnoběžné. Pro dané zatížení, působící na elipsách o různých poměrech délek poloos b/a , jsou hodnoty ohybových momentů ve vrcholech vzájemným k-násobkem.



Graf 5.2: Porovnání velikosti vodorovných ohybových momentů ve vrcholech tří elips s různým poměrem b/a v závislosti na různých typech zatížení

V následujícím grafu (viz **Graf 5.3**) jsou vykresleny hodnoty ohybových momentů v hlavním a vedlejším vrcholu tří elips se shodným poměrem $b/a = 0,82$, ale s rozdílnými délkami hlavní poloosy a . Minimální momenty odpovídají lichoběžníkovému zatížení s poměrem krajních hodnot $r_C/r_A \sim 0,46$. Z grafu je patrný důležitý závěr, že na elipsách se shodným poměrem b/a jsou ohybové momenty minimální pro stejný způsob zatížení.

Různé „rozevření“ větví grafu pro různé elipsy je dáno jejich odlišnou délkou a platí, že poměr momentů ve vrcholu dvou elips stejného poměru b/a od daného zatížení odpovídá poměru druhých mocnin jejich délek. Je zde tedy patrná analogie s přímým prutem, kdy ohybové momenty od daného zatížení rostou v závislosti na čtverci délky prutu.



Graf 5.3: Porovnání velikosti vodorovných ohybových momentů ve vrcholech tří elips stejného poměru $b/a = 0,82$ v závislosti na změně zatížení

5.3.3. Vztah mezi křivostí a tvarem zatížením

Na *Obr. 5.13* jsou vykresleny minimální ohybové momenty od trojúhelníkového zatížení, tedy od zatížení s lineárním průběhem. Je patrné, že momenty jsou po délce křivky nenulové, i když dosahují mnohonásobně nižších hodnot než při působení rovnoměrného zatížení. Nabízí se proto otázka, zda je možné najít takový průběh zatížení, pro který by ohybové momenty M nabývaly nulových hodnot po celé délce křivky. Jak bylo ukázáno v kap. 5.3.1, z diferenciálních podmínek rovnováhy (5.28) vyplývá, že pokud jsou ohybové momenty M nulové, pak normálové síly N jsou konstantní a určí se pomocí vztahu (4.1). Tento vztah lze zobecnit jednoduchou úpravou pomocí rovnice (5.9), vyjadřující závislost mezi poloměrem křivosti a křivostí:

$$r = N \cdot \frac{1}{R} = N \cdot K. \quad (5.35)$$

Z tohoto zápisu rovnice je patrné, že normálová síla N bude v zakřiveném prutu konstantní právě tehdy, když zatížení r bude N -násobkem křivosti K .

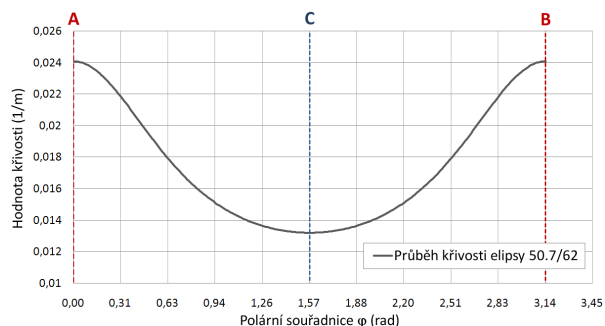
Křivost K je dána obrácenou hodnotou poloměru R oskulační kružnice křivky v daném bodě. V případě kružnice je tento poloměr po délce křivky konstantní, a tedy i průběh křivosti K po délce je konstantní, tedy rovnoměrný. Z toho vyplývá, že normálová síla N bude po délce kružnice konstantní v případě působení spojitěho rovnoměrného zatížení. Jak bylo ukázáno v kap. 5.3.1, tato závislost skutečně platí.

Tuto úvahu lze aplikovat na uzavřenou eliptickou křivku. Je dána elipsa s délkou hlavní poloosy $a = 62$ m a délkou vedlejší poloosy $b = 50,7$ m. Křivost K elipsy zadané parametricky je lze popsat vztahem (5.11) a tím je dána jedna veličina v rovnici (5.35). Hodnotu křivosti ve vrcholech elipsy lze spočítat úpravou vztahu (5.11) na vztah (5.12). Pro danou elipsu je křivost ve vrcholech rovna:

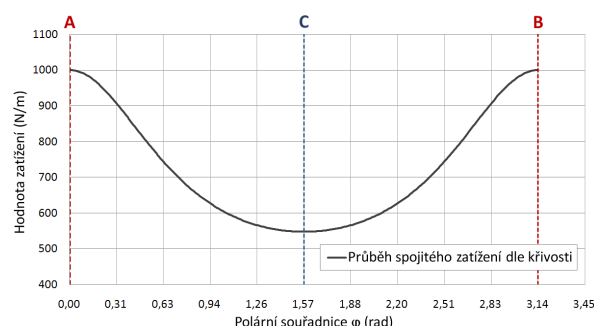
$$\text{pro hlavní vrchol: } K_A(t = 0) = \frac{a}{b^2} = \frac{62}{50,7^2} = 2,412 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1},$$

$$\text{pro vedlejší vrchol: } K_C\left(t = \frac{\pi}{2}\right) = \frac{b}{a^2} = \frac{50,7}{62^2} = 1,319 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}.$$

Průběh křivosti na polovině elipsy mezi hlavními vrcholy A, B je zobrazen v následujícím grafu (viz *Graf 5.4*).



Graf 5.4: Průběh křivosti elipsy mezi A, B



Graf 5.5: Průběh zatížení dle křivosti

Protože v rovnici (5.35) jsou stále dvě neznámé (r , N), je nutné pro stanovení působícího zatížení zvolit podmínku. Ta při návrhu střešní konstrukce vyplyne např. z konstrukčního uspořádání. V tomto ilustrativním příkladu je zvolena velikost zatížení v hlavním vrcholu, tj. $r_A = 1000$ N/m. Z této podmínky pak lze dosazením do (5.35) vyjádřit konstantu N :

$$r_A = N \cdot K_A \Rightarrow N = \frac{r_A}{K_A} = \text{konst.}, \quad (5.36)$$

a tedy rovnici pro výpočet zatížení r po délce elipsy v závislosti na parametru t :

$$r(t) = \frac{r_A}{K_A} \cdot K(t). \quad (5.37)$$

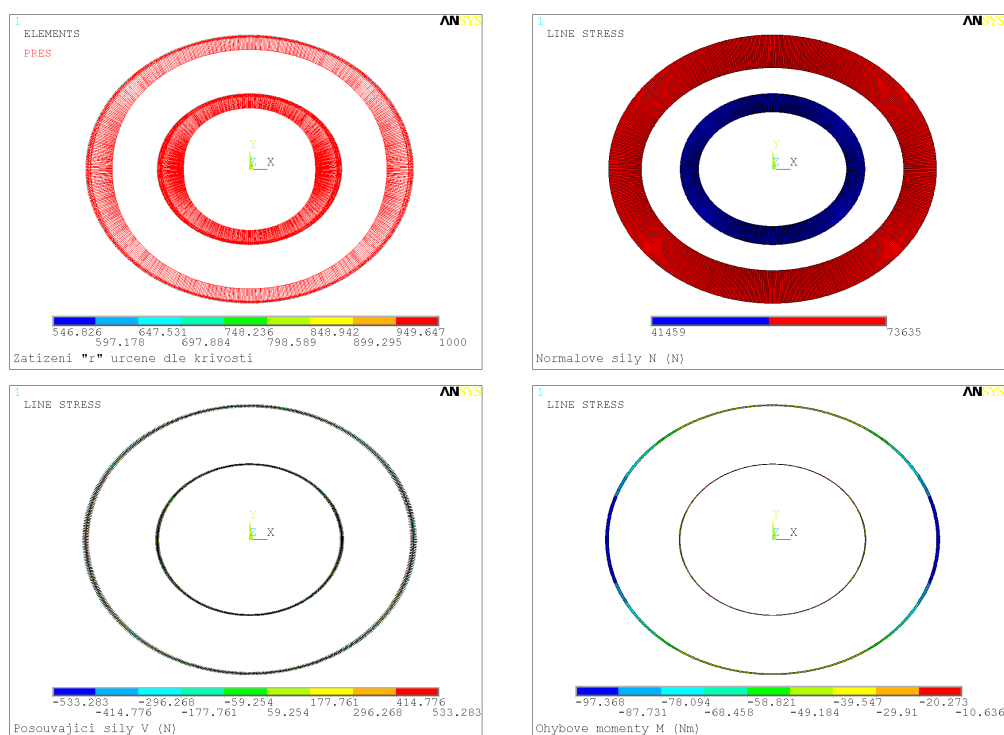
Zatížení v hlavním (A) a vedlejším (C) vrcholu elipsy pak má velikost:

$$r_A = \frac{r_A}{K_A} \cdot K_A = 1000 \text{ N/m}; \quad r_C = \frac{r_A}{K_A} \cdot K_C = \frac{1000}{2,412 \cdot 10^{-2}} \cdot 1,319 \cdot 10^{-2} = 546,85 \text{ N/m}.$$

Průběh spojitého zatížení na polovině délky elipsy mezi hlavními vrcholy je zobrazen v grafu (viz *Graf 5.5*). Na obrázku (viz *Obr. 5.15*) je vykresleno zatížení aplikované na model elipsy ve výpočetním programu. Číselným vyjádřením (5.36) pak lze spočítat velikost normálové síly N , která odpovídá velikosti určené výpočtem v programu (viz *Obr. 5.15*, vnitřní elipsa):

$$r_A = N \cdot K_A \Rightarrow N = \frac{r_A}{K_A} = \frac{1000}{2,412 \cdot 10^{-2}} = 41459 \text{ N} = \text{konst.}$$

Z vykreslených průběhů vnitřních sil je patrné, že normálová síla N je konstantní po délce elipsy, z čehož plynou nulové posouvající síly V a ohybové momenty M . Nenulové hodnoty v obrázcích jsou způsobeny polygonální náhradou hladké křivky ve výpočetním modelu.

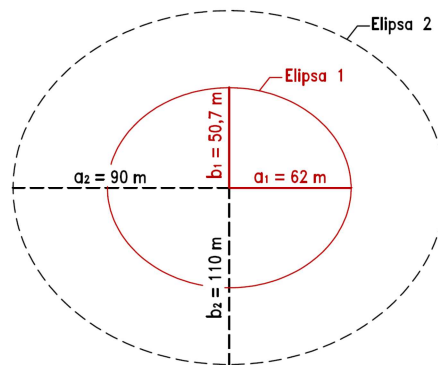


Obr. 5.15: Vnitřní síly na 2 elipsách od zatížení r stanoveném dle křivosti (varianta $r_1 = r_2$)

Z poznatků získaných ze studie uvedené v kap. 5.3.2. dále vyplývá předpoklad, že minimální ohybové namáhání, a tedy minimální vodorovné deformace, na různých „velkých“ elipsách se stejným poměrem b/a vyvodí lichoběžníkové zatížení s právě jedním poměrem krajních hodnot q_b/q_a (viz **Graf 5.3**). Tento závěr lze také aplikovat na zatížení určené dle křivosti elipsy.

Jsou dány dvě elipsy, jejichž poměr b/a je stejný. Délky hlavních poloos jsou $a_1 = 62$ m a $a_2 = 110$ m. Délky vedlejších poloos jsou $b_1 = 50,7$ m a $b_2 = 90$ m (viz **Obr. 5.16**). Pak poměr $b_1/a_1 = b_2/a_2$ je roven 0,818. Křivost elips zadaných parametricky je dle vztahu (5.11):

$$K_1(t) = \frac{a_1 \cdot b_1}{(a_1^2 \cdot \sin^2 t + b_1^2 \cdot \cos^2 t)^{\frac{3}{2}}}, \text{ resp. } K_2(t) = \frac{a_2 \cdot b_2}{(a_2^2 \cdot \sin^2 t + b_2^2 \cdot \cos^2 t)^{\frac{3}{2}}}. \quad (5.38)$$



Obr. 5.16: Porovnávané elipsy

Obecně porovnáním křivostí v hlavním (A) a vedlejším (C) vrcholu elipsy, které se stanoví dle (5.12), lze získat po úpravě následující rovnost:

$$\frac{K_C}{K_A} = \frac{b^3}{a^3}. \quad (5.39)$$

Protože platí rovnost poměru délek poloos dvou zvolených elips, platí rovněž rovnost poměrů jejich křivostí ve vrcholech, tedy:

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} \Rightarrow \frac{b_1^3}{a_1^3} = \frac{b_2^3}{a_2^3} \Rightarrow \frac{K_{C,1}}{K_{A,1}} = \frac{K_{C,2}}{K_{A,2}}. \quad (5.40)$$

Nulové ohybové momenty jsou na elipse tehdy, pokud je normálová síla konstantní. Obecně lze pro elipsu napsat velikost zatížení v hlavním (A) a vedlejším (C) vrcholu analogicky dle rovnice (5.36):

$$r_A = N \cdot K_A, \quad r_C = N \cdot K_C, \quad \text{kde } N = \text{konst.}, \quad (5.41)$$

a tedy po vyjádření N a porovnání:

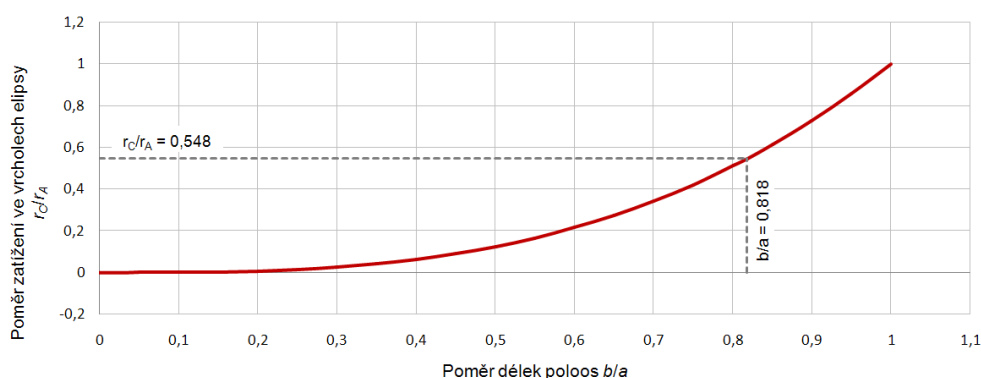
$$\frac{r_A}{K_A} = \frac{r_C}{K_C} \Rightarrow \frac{K_C}{K_A} = \frac{r_C}{r_A}. \quad (5.42)$$

Protože pro dvě elipsy se stejným poměrem délek poloos platí rovněž rovnost poměru křivostí ve vrcholech dle (5.39), lze napsat z (5.41) následující závěr:

$$\frac{K_{C,1}}{K_{A,1}} = \frac{K_{C,2}}{K_{A,2}} \Rightarrow \frac{r_{C,1}}{r_{A,1}} = \frac{r_{C,2}}{r_{A,2}}. \quad (5.43)$$

Tím je potvrzen předpoklad získaný ze studie zatížení, že nulové ohybové namáhání na dvou elipsách se stejným poměrem b/a vyvodí vždy zatížení se stejným poměrem hodnot ve vrcholech elips r_C/r_A (viz **Graf 5.3**).

Závislost poměru zatížení ve vrcholech elipsy, které nevyvozuje ohybové namáhání, na poměru délek poloos je znázorněna na grafu (viz **Graf 5.6**). Protože poměr zatížení vychází z poměru křivostí ve vrcholech elips, jedná se o kubickou závislost dle (5.39). Z grafu lze např. vyčíst, že v případě kružnice, jejíž poměr délek poloos je roven jedné, je poměr hodnot zatížení ve vrcholech rovněž roven jedné, a jedná se tedy o rovnoměrné zatížení. Nulové ohybové namáhání na kružnici vyvodí skutečně rovnoměrné zatížení, protože křivost kružnice je rovněž „rovnoměrná“, tedy konstantní.



Graf 5.6: Závislost poměru hodnot zatížení ve vrcholech elipsy na poměru délek poloos

Protože platí rovnost poměru délek poloos, lze vyjádřit:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow a_1 = \frac{a_2 \cdot b_1}{b_2}, \text{ resp. } a_2 = \frac{a_1 \cdot b_2}{b_1}. \quad (5.44)$$

a následně dosadit do (5.38). Po úpravě pak vyjde vztah mezi křivostmi K_1 a K_2 obou elips, který popisuje jejich vzájemnou lineární závislost, tedy:

$$K_1(t) = \frac{b_2}{b_1} \cdot K_2(t) = \frac{a_2}{a_1} \cdot K_2(t). \quad (5.45)$$

Dosazením rovnice (5.35) do předchozí rovnice a úpravě lze vyjádřit:

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{K_1(t)}{K_2(t)} = \frac{r_1(t)}{r_2(t)} \cdot \frac{N_2}{N_1}. \quad (5.46)$$

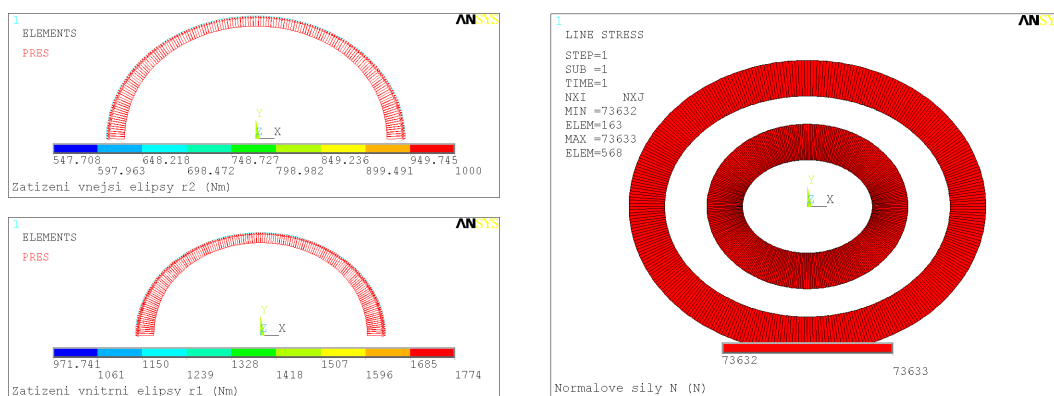
Mohou nastat dva krajní případy v namáhání dvou elips vycházející z rovnice (5.45). Prvním případem jsou elipsy zatížené shodným zatížením r , a tedy platí:

$$r_1 = r_2 \Leftrightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (5.47)$$

Pro číselné vyjádření je opět zvolena jako počáteční podmínka stejná velikost zatížení v hlavním vrcholu obou elips $r_{A,1} = r_{A,2} = 1000$ N/m. Velikost působícího zatížení a odpovídající vnitřní síly jsou zobrazeny na **Obr. 5.15**.

Analogicky druhým případem jsou elipsy zatížené takovým zatížením, aby normálové síly v elipsách byly stejné. Pro výpočet je zvolena jako počáteční podmínka velikost zatížení v hlavním vrcholu elipsy 1, tedy $r_{A,1} = 1000$ N/m. Velikost působícího zatížení a odpovídající normálové síly jsou zobrazeny na **Obr. 5.17**. Z rovnice (5.45) pro stejné normálové síly N v elipsách lze vyjádřit:

$$N_1 = N_2 \Leftrightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (5.48)$$



Obr. 5.17: Vnitřní síly na 2 elipsách od zatížení r určeném dle křivosti (varianta $N_1 = N_2$)

Druhý případ, kdy normálové síly ve dvou elipsách (resp. kružnicích) jsou si rovny, nastane v tzv. samokotveném systému visuté lanové střechy ve výchozím stavu, který byl popsán v kap.4.2.3. Jedná se o rovnovážný stav konstrukce, ve kterém ve vnějším prstenci vzniká tlaková a ve vnitřním prstenci tahová síla stejných velikostí.

Číselné vyjádření předchozích vztahů na konkrétním příkladu je uvedeno v následující tabulce (viz **Tab. 5.2**) a lze ho porovnat s výsledky získanými z výpočetních modelů elips, viz **Obr. 5.15** a **Obr. 5.17**. Rovněž lze potvrdit rovnost poměru zatížení ve vrcholech elips se stejným poměrem délek poloos, při kterém nenastává ohybové namáhání, jak bylo vyjádřeno rovnicemi (5.39) a (5.42) a v **Graf 5.6**, tedy pak platí např. pro druhý případ ($N_1 = N_2$):

$$\frac{r_{C,1}}{r_{A,1}} = \frac{547,8}{1000} = \frac{r_{C,2}}{r_{A,2}} = \frac{971,7}{1774} = 0,548. \quad (5.49)$$

Veličiny xx	Elipsa 1	Elipsa 2	Jednotky	Poměr xx ₁ /xx ₂
$a =$	62	110	(m)	0,563
$b =$	50,727	90	(m)	0,563
$b/a =$	0,818	0,818	(-)	1
$e = \sqrt{a^2 - b^2} =$	35,644	63,246	(m)	0,563
$\varepsilon = e/a =$	0,575	0,575	(-)	1
$K_A = a/b^2 =$	$2,412 \cdot 10^{-2}$	$1,358 \cdot 10^{-2}$	(m ⁻¹)	$(0,563)^{-1}$
$K_C = b/a^2 =$	$1,319 \cdot 10^{-2}$	$0,744 \cdot 10^{-2}$	(m ⁻¹)	$(0,563)^{-1}$
Stejné zatížení obou elips, tzn. $r_1 = r_2$				
$r_A =$	1000	1000	(N/m)	1
$r_C = r_A \cdot K_C/K_A =$	547,8	547,8	(N/m)	1
$N = r_A/K_A =$	41459	73638	(N)	0,563
Stejná normálová síla v elipsách, tzn. $N_1 = N_2$				
$r_A =$	1000	1774	(N/m)	0,563
$r_C = r_A \cdot K_C/K_A =$	547,8	971,7	(N/m)	0,563
$N = r_A/K_A =$	73633	73633	(N)	1

Tab. 5.2: Porovnání dvou elips se shodným poměrem b/a

5.3.4. Vodorovná deformace křivky

Výpočet vodorovné deformace křivky od působícího zatížení v rovině křivky je analyticky velmi složitý a v uzavřené formě jej lze provést pouze pro speciální případy, např. pro kružnici o poloměru R zatíženou spojitým rovnoměrným zatížením r kolmým na střednici. Obecně se vodorovné deformace křivky zatížené v rovině skládají ze dvou částí – působením normálové síly N a vodorovného ohybového momentu M . Pokud na křivku působí zatížení lineárně závislé na křivosti, pak ohybový moment M je nulový, a tedy i tato složka deformace je nulová. Dojde pouze k stlačení/roztahání křivky působením konstantní normálové síly N . Dále je tedy uveden pouze zjednodušený výpočet pro tento typ zatížení.

V případě **kružnice** je výpočet vodorovné deformace vlivem N poměrně jednoduchý. Nezdeformovaný obvod kružnice označme O , zdeformovaný obvod pak O' . Přetvoření prstence ε se spočítá jako:

$$\varepsilon = \frac{\Delta O}{O} = \frac{O - O'}{O}, \quad (5.50)$$

a pro zdeformovaný obvod tedy platí:

$$O' = O \cdot (1 - \varepsilon). \quad (5.51)$$

Po dosažení (5.19) do rovnice (5.51) a úpravě platí analogický vztah pro poloměr kružnice nezdeformované R a poloměr kružnice zdeformované R' :

$$R' = R \cdot (1 - \varepsilon). \quad (5.52)$$

Vodorovný dostředný posun kružnice u_{vod} (viz **Obr. 5.18**) je roven rozdílu poloměrů R a R' . Při využití rovnice (5.52), Hookova zákona a úpravě pak platí vztah:

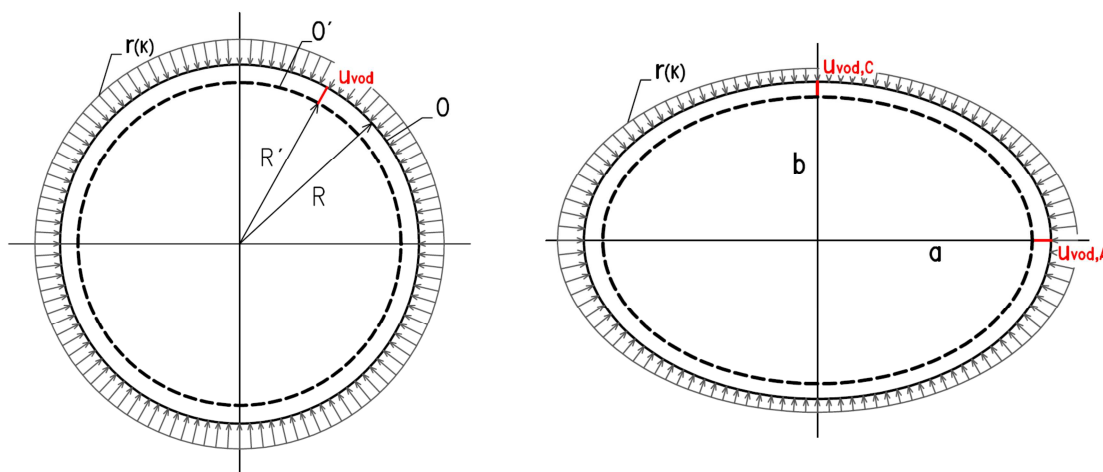
$$u_{vod} = R - R' = R \cdot \varepsilon = R \cdot \frac{N}{A \cdot E}, \quad (5.53)$$

kde A je průřezová plocha kružnicového oblouku a E je modul pružnosti. Ze vztahu vyplývá lineární závislost normálové síly N a vodorovného posunu u_{vod} . V případě rovnoměrného zatížení kružnice jsou normálové síly N konstantní, a tedy i vodorovné deformace u_{vod} musí být po délce křivky neměnné.

V případě **elipsy** zatížené dle křivosti analogicky platí přibližný vztah pro vodorovnou deformaci v hlavním (A) a vedlejším (C) vrcholu:

$$u_{vod,A} = a \cdot \frac{N}{A \cdot E}, \quad u_{vod,C} = b \cdot \frac{N}{A \cdot E}, \quad (5.54)$$

kde a , resp. b , je délka hlavní, resp. vedlejší, poloosy. Analytický vztah pro výpočet vodorovné deformace po délce elipsy od působícího zatížení v uzavřené formě nelze odvodit.



Obr. 5.18: Vodorovný posun (stlačení) kružnice a elipsy vlivem normálové síly N

Pokud pro osové tuhosti AE dvou elips zatížených tak, že $N_1 = N_2$ (viz (5.48)), platí:

$$\frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{b_1^2}{b_2^2} = \frac{A_1 \cdot E_1}{A_2 \cdot E_2}, \quad (5.55)$$

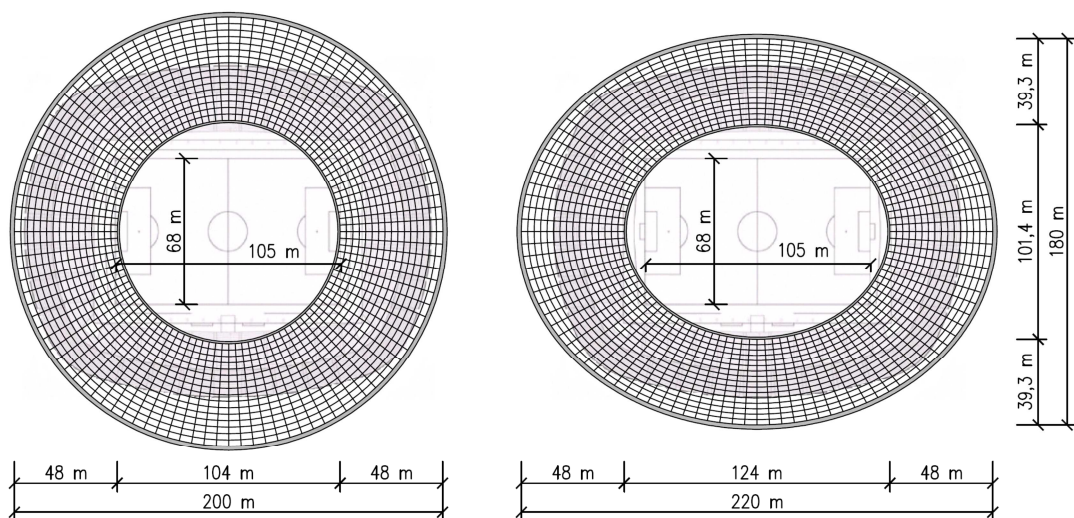
pak jejich vodorovné deformace budou shodné. Rovnosti poměrů lze dosáhnout porovnáním rovnic $u_{vod,A,1}$ a $u_{vod,A,2}$ (resp. $u_{vod,C,1}$ a $u_{vod,C,2}$) a následnou úpravou.

6. ZASTŘEŠENÍ SPORTOVNÍHO STADIONU

6.1. Úvod

Visutá lanová střecha ve tvaru mezikruží byla v minulosti v různých obměnách použita pro zastřešení menších kruhových prostor, které vyžadovaly volnou plochu bez vnitřních podpěr. Protože se jedná o konstrukci, jejímž hlavním nosným prvkem je lano, je velikost půdorysné plochy zastřešení, nad kterou je možné střechu použít, prakticky neomezená. Z tohoto důvodu je v předložené práci navržena další možná aplikace visuté lanové střechy tvaru mezikruží, a to zastřešení tribun fotbalového stadionu. Vzhledem k velikosti stadionu je třeba modifikovat rozměry původního návrhu, a to nejen základní rozměry uspořádání střechy, ale také jednotlivých konstrukčních prvků. Zastřešení je navrženo na velikost hrací plochy o rozměrech 68×105 m, které vyplývají z doporučení fotbalové asociace FIFA. Kapacita přilehlých tribun je uvažována pro přibližně 30 000 diváků. Tím je dána velikost nutné půdorysné plochy zastřešení. Nad touto plochou je navrženo zastřešení využívající statický systém visuté lanové konstrukce tvaru mezikruží, a to ve dvou variantách dle tvaru půdorysu – střecha nad kruhovým a eliptickým půdorysem (viz *Obr. 6.1*).

První kruhová varianta vychází přímo z visuté střechy tvaru mezikruží nad půdorysem o průměru 70 m, jejíž konstrukční uspořádání a statické řešení bylo podrobně popsáno v kap. 4. Pro zastřešení tribun navržených pro uvedený stadion, jejichž velikost přesahuje 70 m, je nutné zvětšit vnější půdorysný průměr střechy. Nejmenší možný rozměr průměru dle nutné plochy zastřešení je 200 m a tento rozměr je dále použit pro návrh střešní konstrukce. Tomuto zvětšení pak odpovídá úprava velikosti vnitřního prstence, maximálního průvěsu střechy a rozměrů průřezů jednotlivých konstrukčních prvků. Druhá varianta zastřešení je dána modifikací kruhového půdorysného tvaru na eliptický se zachováním velikosti průvěsu střechy i dimenzí a materiálů jednotlivých konstrukčních prvků.



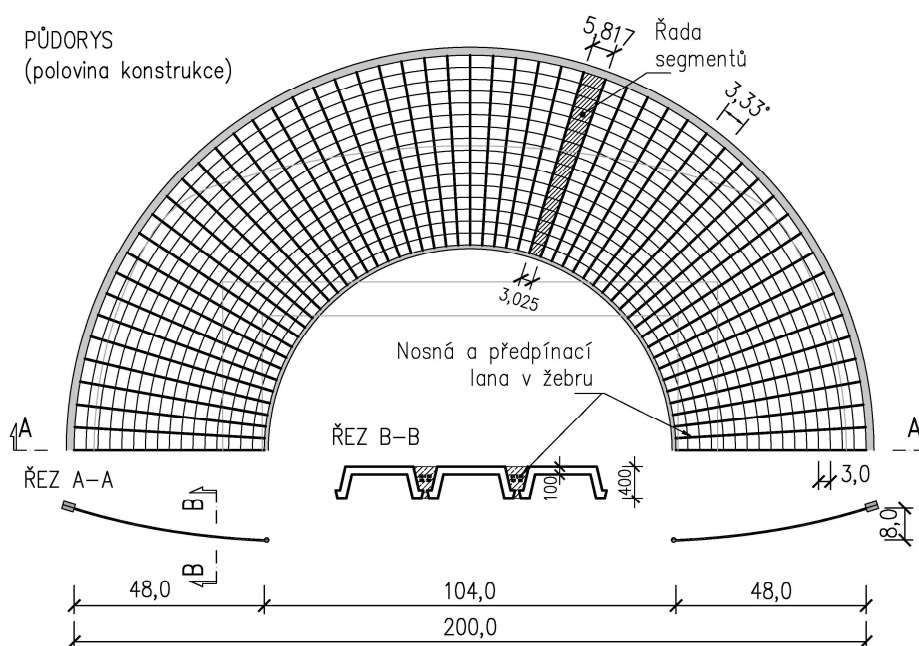
Obr. 6.1: Varianty zastřešení sportovního stadionu

Obě varianty zastřešení vychází ze statického řešení střechy tvaru mezikruží, a proto všechny popsané postupy a rovnice uvedené v kap. 4. lze aplikovat pro statickou analýzu zastřešení sportovního stadionu. V případě kruhového půdorysu se jedná o totožné statické řešení, a proto již nebude znovu podrobně popsáno. V případě eliptického půdorysu je však potřeba provést několik úprav v konstrukčním uspořádání s ohledem na závěry vyplývající ze studie zatížení elipsy, která je uvedena v kap. 5. To logicky vede ke změnám ve statickém řešení, na které bude v dalším textu upozorněno. Výpočetní modely pro obě varianty jsou vytvořeny pomocí stejných předpokladů a nástrojů výpočetního programu ANSYS.

6.2. Popis konstrukce

6.2.1. Konstrukční uspořádání – střecha nad kruhovým půdorysem

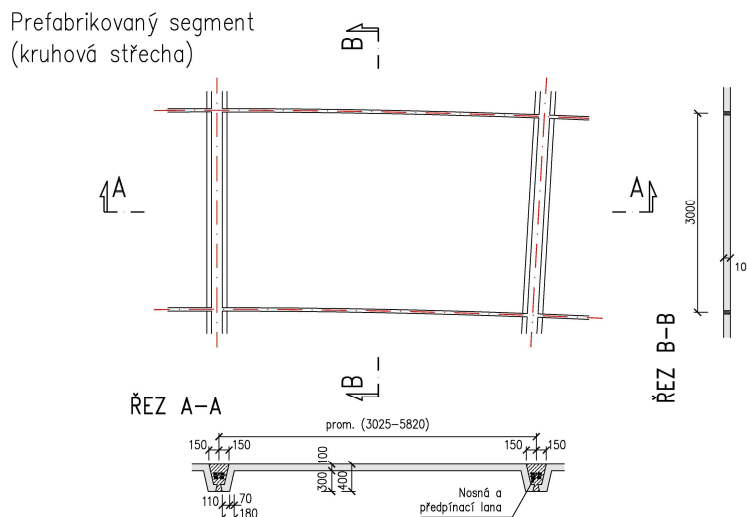
Střecha nad kruhovým půdorysem přímo vychází z konstrukčního řešení studijní membrány ve tvaru mezikruží o vnějším průměru 70 m (viz *Obr. 4.1*), který je zvětšen s ohledem na velikost zastřešované plochy na 200 m (viz *Obr. 6.2*). Půdorysný průměr vnitřního prstence je zvolen délkou 104 m a šířka střešního pásu nad tribunami je tedy 48 m.



Obr. 6.2: Schéma střechy nad kruhovým půdorysem (polovina konstrukce)

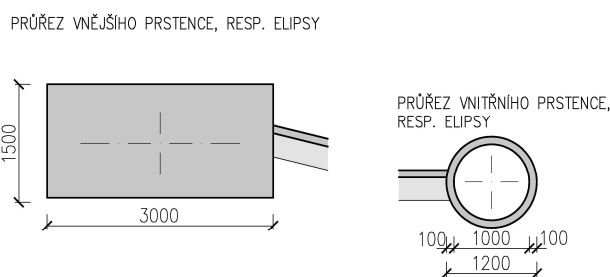
Při šířce panelů 3 m je v konstrukci umístěno 16 různých typů lichoběžníkových segmentů ($48/3 = 16$ ks), které tvoří jednu řadu segmentů. Středový úhel, který svírají jednotlivé skupiny lan a vymezují tak rozměr segmentů v podélném směru, je $10/3^\circ$ a rozděluje membránu na 108 řad segmentů. Velikost úhlu byla zvolena tak, aby délka hrany panelů při vnějším prstenci byla přibližně stejná jako ve výchozí konstrukci mezikruží. Délka hran se pak mění v rozmezí od 3,03 m do 5,82 m. Plocha panelů je rovinná. Tvar segmentů v podélném směru je zachován dle studijní konstrukce, tj. tloušťka desky je 0,1 m a rozměry žebra jsou $0,4 \times 0,3$ m.

Segmenty jsou uloženy na nosná lana, která jsou zakotvena do obvodových prstenců. V každém žebře je umístěno 12 lan plnicích nosnou funkci a 14 lan sloužících pro předepnutí celistvé membrány. Jednotlivá lana mají průřezovou plochu 150 mm^2 .



Obr. 6.3: Tvar prefabrikovaného segmentu (kruhová varianta zastřešení)

Konstrukce opět tvoří tzv. samokotvený systém, kdy vodorovné síly z kotvení lan jsou přenášeny do obvodových prstenců a vyvozují v nich tlaková (vnější prstenec) a tahová (vnitřní prstenec) namáhání. Vzájemná výšková poloha obou nosných prstenců je 8 m. Vzhledem k větším základním rozměrům zastřešení je i velikost průřezů obvodových prstenců vhodně upravena (viz **Obr. 6.4**). Vnější prstenec je tvořen železobetonovým obdélníkovým průřezem, jehož rozměry jsou $3,0 \times 1,5 \text{ m}$. Vnitřní prstenec je z ocelové trubky vnějšího průměru 1,2 m a tloušťky stěny 100 mm. Použité materiály mají stejné charakteristiky jako na studijní konstrukci mezikruží.



Obr. 6.4: Průřezy obvodových prstenců, resp. elips

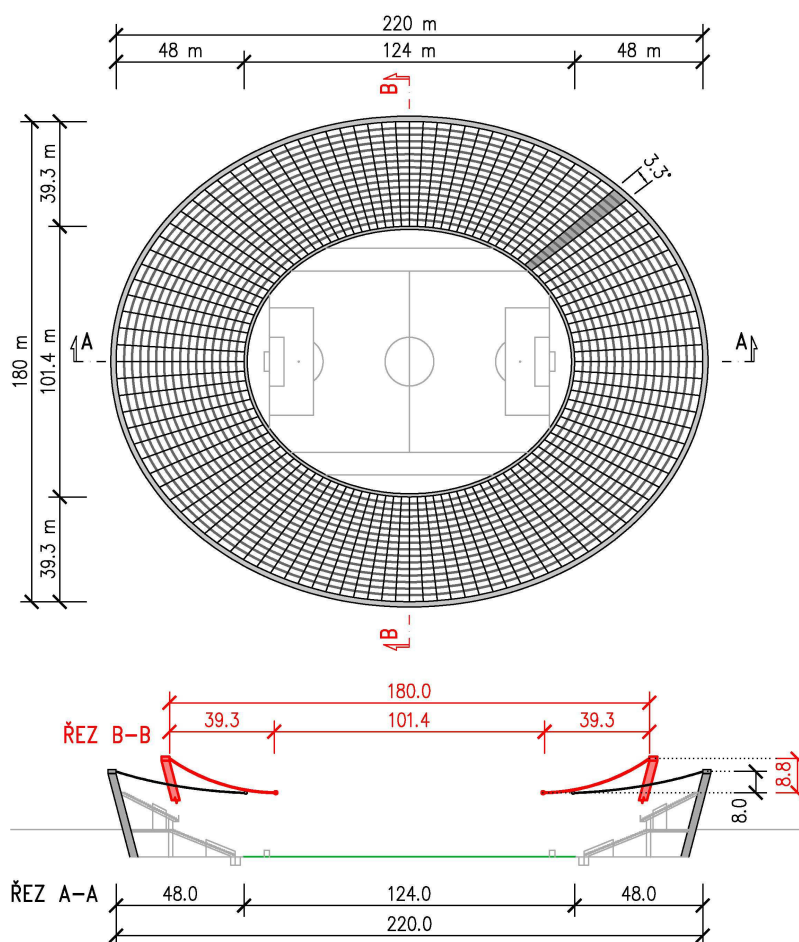
6.2.2. Konstrukční uspořádání – střecha nad eliptickým půdorysem

Visutá lanová střecha nad eliptickým půdorysem vznikla modifikací kruhové střechy a je zřejmé, že pro obdélníkový tvar plochy stadionu je úspornější na zastavěném území (viz **Obr. 6.1**). Rozměry vnější elipsy jsou dány velikostí zastřešované plochy, a tedy hlavní poloosa je navržena délky 110 m a vedlejší poloosa 90 m. V případě kruhové střechy je šířka pásu nad tribunami 48 m. Aby byl tento rozměr částečně zachován, je délka hlavní poloosy vnitřní elipsy 62 m. Délka vedlejší poloosy vnitřní elipsy pak vyplývá ze studie optimálního zatížení dvou elips

z hlediska minimálního ohybového namáhání (viz kap. 5.). Jedním ze závěrů studie je, že pokud poměr délek poloos b/a vnější a vnitřní elipsy je stejný, pak jejich křivosti K jsou vzájemně lineárně závislé, viz (5.45), a nulové ohybové namáhání vyvolá stejné zatížení, s průběhem lineárně závislým na křivosti, viz (5.37). S ohledem na tento závěr je délka vedlejší poloosy vnitřní elipsy navržena následujícím způsobem:

$$\frac{b_{int}}{a_{int}} = \frac{b_{ext}}{a_{ext}} \Rightarrow b_{int} = a_{int} \cdot \frac{b_{ext}}{a_{ext}} = 62 \cdot \frac{90}{110} = 50,73 \text{ m.}$$

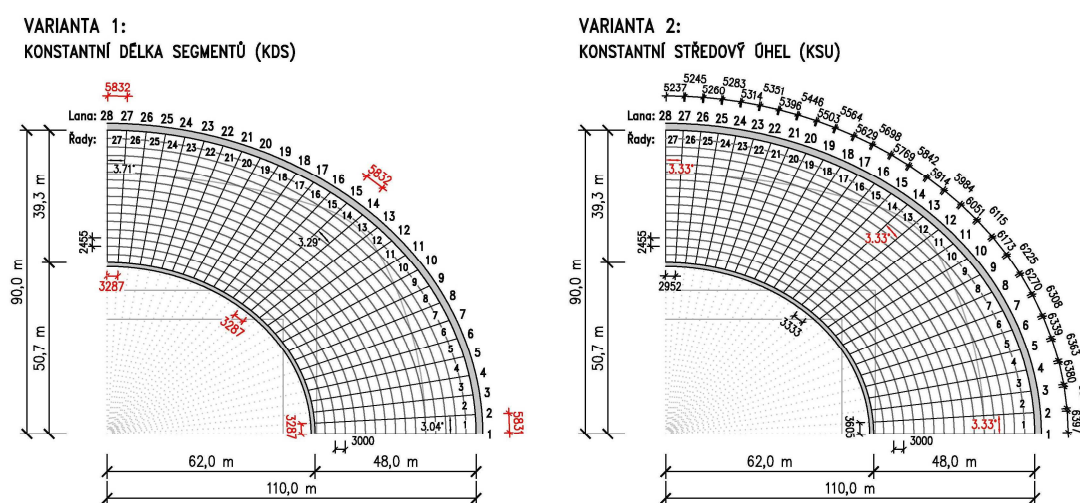
Šířka pásu střechy nad tribunami je tedy proměnná, a to v rozmezí od 48 m ve směru hlavní osy do 39,3 m ve směru vedlejší osy (viz **Obr. 6.5**).



Obr. 6.5: Konstruktivní uspořádání střechy nad eliptickým půdorysem

V důsledku nerovnoměrné křivosti elipsy je možné radiální lana trasovat dvěma způsoby a tím ovlivnit délku jednotlivých segmentů. Z hlediska zjednodušení provádění se při prvním pohledu jeví jako nejvhodnější navrhnout trasování lan tak, aby délky a šířky segmentů byly pro všechny řady stejné, a tím dosáhnout co nejmenšího počtu typů panelů v konstrukci. Označme tuto první variantu zkratkou KDS (= konstantní délka segmentů, viz **Obr. 6.6** VAR 1). Délka hran segmentů je pro každou řadu stejná a je v rozmezí od 3,287 m do 5,832 m. Tento způsob však vede k nesterannému středovému úhlu mezi jednotlivými skupinami lan, mění se od $3,04^\circ$ do $3,71^\circ$. Zároveň nelze najít analytický vztah v uzavřeném tvaru pro výpočet tohoto

úhlu mezi body na elipse, jejichž vzájemná vzdálenost je známá. Možným řešením je konstrukční uspořádání nakreslit v některém z dostupných CAD programů a jednotlivé úhly si odměřit. Proto tento způsob trasování lan do jisté míry může komplikovat práci s návrhem konstrukce. Navíc díky proměnnému zkosení stejně nelze získat uniformní tvar segmentů v jedné řadě tak, aby se daly použít podél celé střechy, jak tomu je v případě kruhové střechy. Proto jako výhodnější z hlediska pracnosti při projektování se jeví druhý způsob trasování lan, a to zachovat konstantní středový úhel mezi lany po délce střechy. Tuto variantu označme jako KSU (= konstantní středový úhel, viz *Obr. 6.6* VAR 2). Délka hrany segmentů přilehlé k vnější elipse se pak pohybuje od 6,397 m (při hlavním vrcholu) do 5,237 m (při vedlejším vrcholu). Délka hrany přiléhající k vnitřní elipse je v rozmezí 3,605–2,952 m.



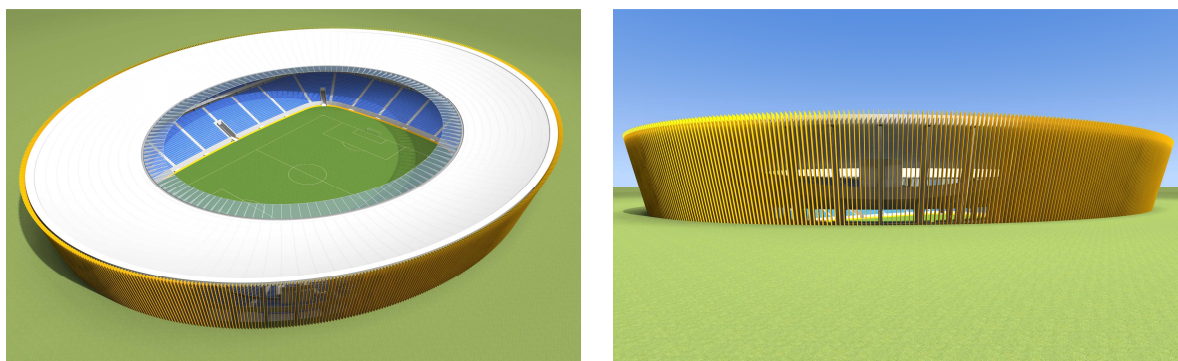
Obr. 6.6: Varianty trasování lan eliptické střechy (vykreslen 1. kvadrant)

Obě zmíněné varianty trasování lan mají své výhody a nevýhody, a to jak z hlediska provádění, tak z hlediska pracnosti při modelování, a záleží na daném stavebním díle a projektantovi, jaká varianta bude v danou chvíli zvolena za vhodnější. Globálně je však zřejmá jedna nevýhoda eliptické střechy ve srovnání s kruhovou alternativou, kdy je ve střeše použito pouze 16 různých typů lichoběžníkových segmentů s proměnnou délkou. V případě eliptické střechy má každá řada segmentů v jednom kvadrantu jiný tvar, a to díky nerovnoměrné křivosti elipsy, při které nejsou úhly mezi lany a tečnami k elipsám v bodech kotvení stejné, a tím se mění zkosení lichoběžníkového tvaru segmentů. Při počtu 27 řad na kvadrant počet typů panelů na střechu naroste na $16 \cdot 27 = 432$. Díky tomuto zkosení ani varianta KDS nevede k typizaci a snížení počtu typů panelů použitých v konstrukci. Způsobem řešení tohoto konstrukčního problému může být návrh tvaru některých panelů s určitou „vůli“. Potom však spáry mezi segmenty nebudou mít stejné šířky, a tedy bude proměnná i šířka žebor, a proto je tento návrh nutno provádět opatrně, aby nedošlo k estetickému znehodnocení pohledu betonové membrány. V dalším textu bude dále pracováno pouze s variantou KSU (konstantní středový úhel).

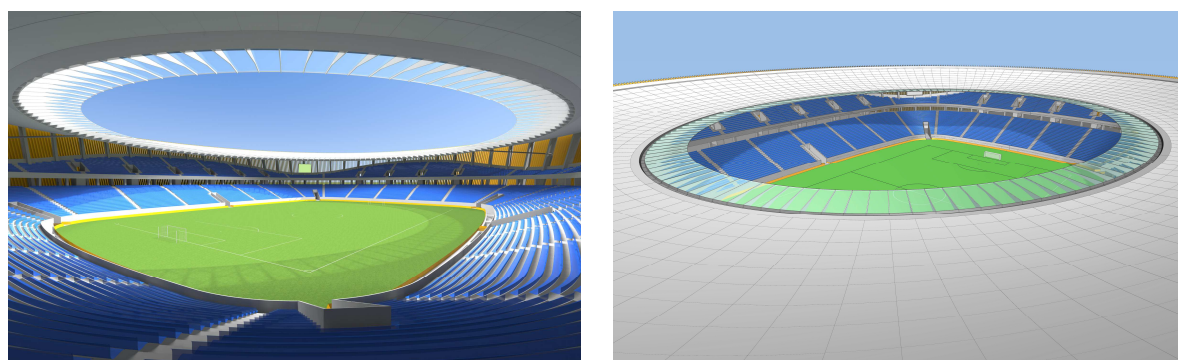
Dalším rozdílem v konstrukčním řešení mezi kruhovou a eliptickou střechou je průvės. Předpoklad ke stanovení velikosti průvèsu eliptické střechy opět vychází ze studie zatížení elipsy.

Jak již bylo řečeno, nulové ohybové namáhání elipsy vyvolá zatížení lineárně závislé na křivosti elipsy. V případě kružnice je křivost rovnoměrná po celé délce křivky, a protože jednotlivé řady segmentů jsou stejné, pak i tíha připadající na jednotlivé skupiny lan je stejná. To vede k rovnoměrnému, tedy stejnému, průvès střechy po celé její délce.

V případě elipsy má křivost přibližně kosinusový průběh. Aby obvodové elipsy nebyly ohybově namáhány, a tedy nedocházelo k značným vodorovným posunům, které dále způsobují velké svislé deformace střechy, je nutné tomuto průběhu přizpůsobit velikost kotevních sil v lanech. Navíc tíha jednotlivých řad segmentů připadající na jednotlivá lana se díky zmenšující se šířce pásu střechy směrem k vedlejší ose také zmenšuje. Z těchto důvodů velikost kotevních sil lan, působících na obvodové elipsy, musí být po délce střechy proměnná. Toho lze aktivně dosáhnout různou velikostí průvèsu jednotlivých lan. Vnější elipsa pak má tvar prostorové křivky, jejímž půdorysným průmětem je elipsa a ve svislém směru po rozbalení je „zvlněná“. Mezi hlavními a vedlejšími vrcholy elipsy pak má zvlnění přibližně kosinusový průběh. V hlavních vrcholech elipsy je průvès střechy 8,0 m. Ve vedlejších vrcholech pak průvès dosahuje velikosti 8,8 m (viz *Obr. 6.5*). Tyto hodnoty jsou dané výpočtem, který je podrobně popsán v kap. 6.5.2. Pokud by průvès střechy byl navržen po celé délce stejný, pak by konstrukční systém nebyl funkční a projevílo by se to velkými svislými deformacemi střechy ve výchozím stavu, viz kap. 6.6. Jak je však patrné z vizualizací eliptické varianty, zvlnění vnější elipsy a tedy proměnný průvès plochy zastřešení není při tak velkých rozměrech konstrukce téměř viditelný (viz *Obr. 6.7* a *Obr. 6.8*).

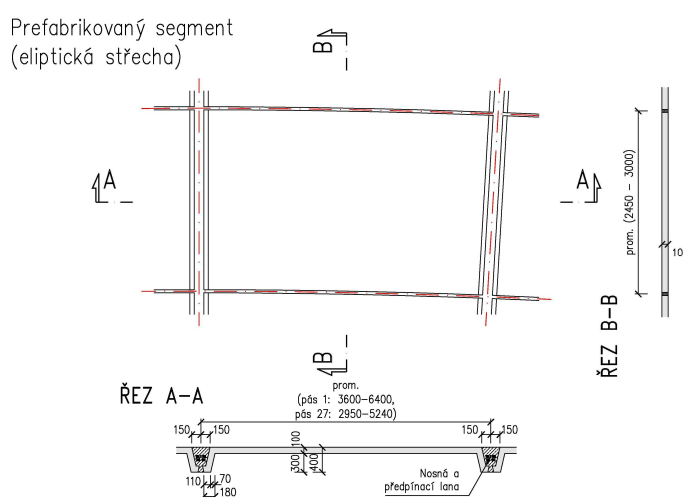


Obr. 6.7: Vizualizace eliptické varianty zastřešení stadionu



Obr. 6.8: Vlevo pohled z tribun na hrací plochu, vpravo detailní pohled na membránu

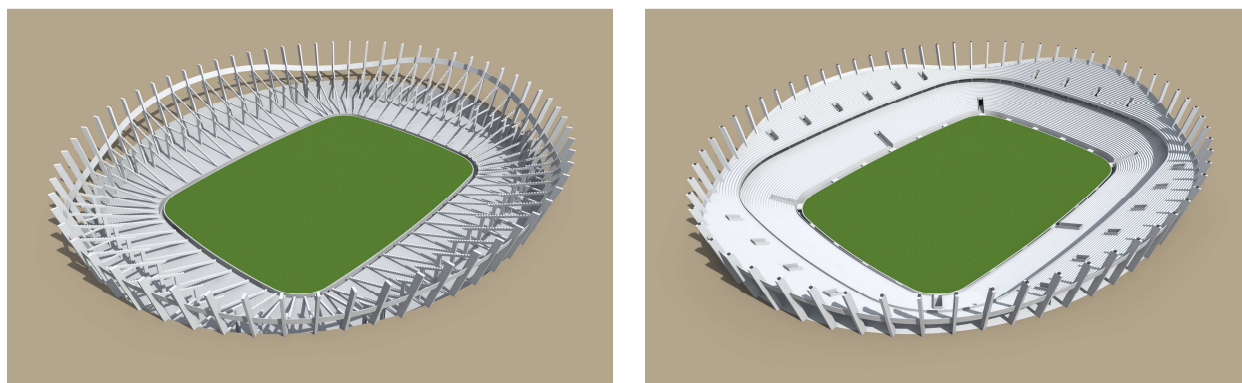
Průřezy vnější a vnitřní elipsy jsou navrženy stejného tvaru, rozměrů a materiálů jako u kruhové střechy, aby byla zachována stejná tuhost obvodových nosných prvků a bylo možné srovnání obou variant zastřešení (viz *Obr. 6.4*). Prefabrikované panely jsou rovněž navrženy co nejpodobněji kruhové variantě. Tloušťka desky segmentů je opět 0,1 m a rozměry žebra jsou $0,4 \times 0,3$ m. Segmenty jsou uloženy na nosná lana, která jsou zakotvena do obvodových elips. V každém žebře je umístěno 12 lan plnicích nosnou funkci a 14 lan sloužících pro předepnutí celistvé membrány. Jednotlivá lana mají průřezovou plochu 150 mm^2 . Panely z lehkého konstrukčního betonu jsou rovinné.



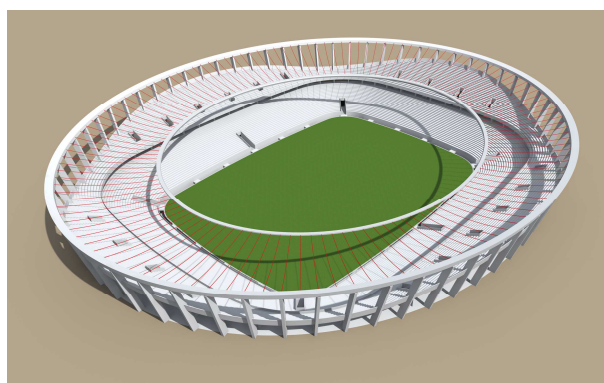
Obr. 6.9: Tvar prefabrikovaného panelu (eliptická varianta zastřešení)

6.2.3. Postup výstavby zastřešení stadionu

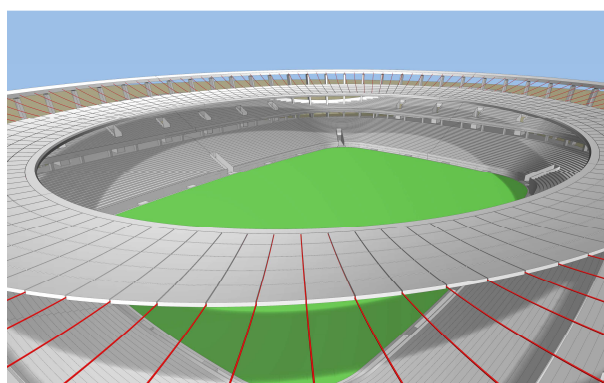
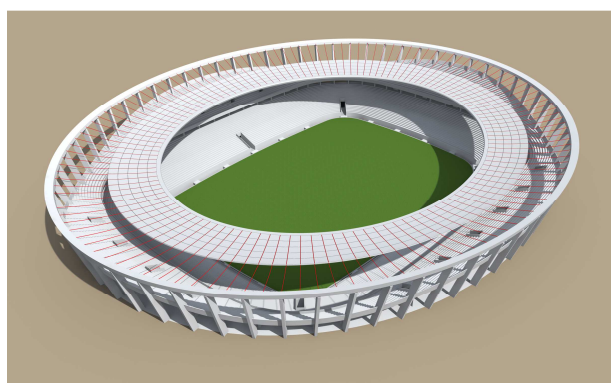
V kap. 4.1.2. byl podrobně popsán postup výstavby visuté lanové střechy tvaru mezikruží a její statické působení v jednotlivých fázích. Protože zastřešení fotbalového stadionu přímo vychází z konstrukčního řešení mezikruží, jeho postup výstavby se plně shoduje s postupem výstavby mezikruží, a proto již zde není znovu rozebrán s odkazem na uvedenou kapitolu. Na následujících obrázcích je znázorněn postup výstavby eliptické varianty zastřešení stadionu prostřednictvím vizualizace.



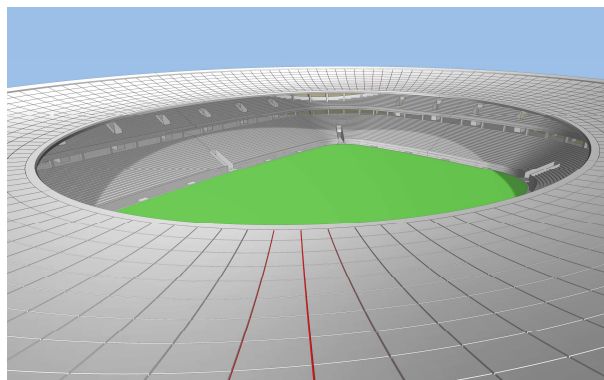
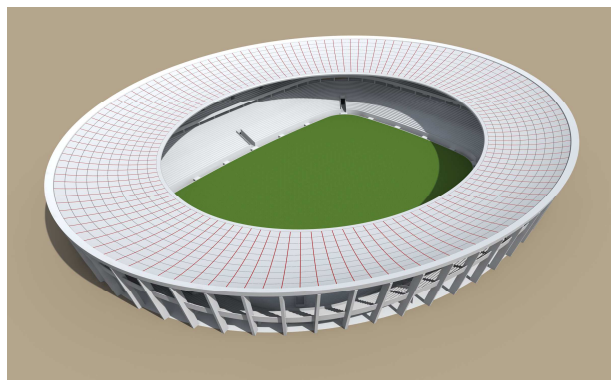
Obr. 6.10: Výstavba tribun stadionu



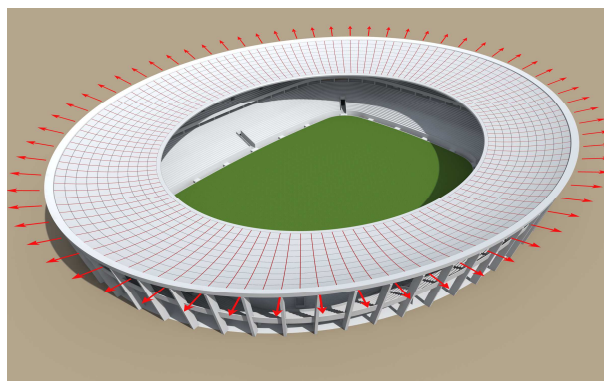
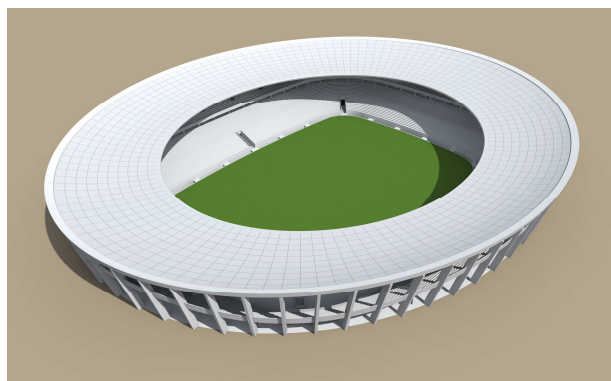
Obr. 6.11: Betonáž vnější elipsy, zavěšení vnitřní elipsy na nosná lana (1. fáze výstavby)



Obr. 6.12: Pokládka segmentů v soustředných řadách



Obr. 6.13: Položení všech segmentů (výchozí stav)



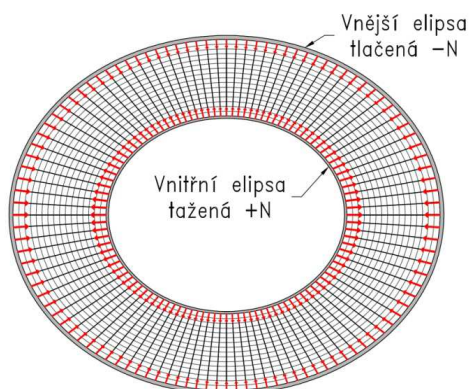
Obr. 6.14: Zmonolitnění spár, napnutí předpínacích lan (2. fáze výstavby)

6.3. Statické působení

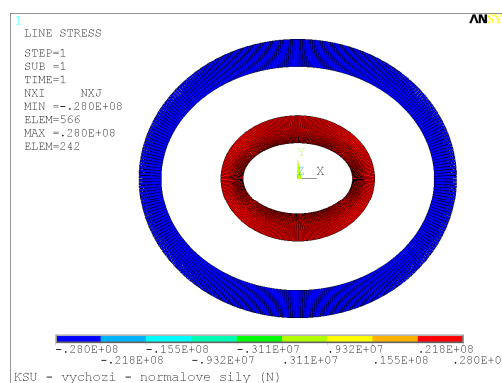
Statické působení studijní konstrukce mezikruží, z které obě varianty zastřešení sportovního stadionu vycházejí, bylo popsáno v kap. 4. Kruhová střecha plně odpovídá všem uvedeným zákonitostem, avšak eliptická varianta má některá specifika, která jsou zmíněna dále.

6.3.1. Samokotvený systém

V kap. 4.2.3. byl popsán tzv. samokotvený systém visuté lanové konstrukce ve tvaru mezikruží ve výchozím stavu. Bylo prokázáno, že normálové síly v obvodových prstencích mají při zatížení prstenců, způsobeném účinky kotevních sil nosných lan, stejnou velikost. Tato rovnost platí také v případě navržených konstrukcí zastřešení sportovního stadionu. V případě kruhové varianty lze aplikovat stejné výpočetní postupy jako v uvedené kapitole. Avšak v případě eliptické varianty již není možné důkaz rovnosti sil takto jednoduše provést, protože nelze popsat délku eliptické křivky v uzavřeném tvaru.



Obr. 6.15: Schéma působení sil ve výchozím stavu – eliptická varianta



Obr. 6.16: Normálové síly na obvodových elipsách ve výchozím stavu

Lana vyvozují v obvodových nosnících normálové síly, které jsou tlakové (vnější prstenec/elipsa) a tahové (vnitřní prstenec/elipsa), viz **Obr. 6.15**. Rovnost velikosti normálových sil je dána radiálním vedením lan, která vytínají na vnějším a vnitřním nosníku úseky, které mají poměrově stejné délky. V případě nosníků půdorysně vedených po kružnici lze tyto délky přesně a jednoduše spočítat a porovnat, viz (4.5), (4.6). V případě elips však délku úseků nelze jednoduše stanovit, a tedy ani provést důkaz. Rovnost normálových sil však lze potvrdit pomocí výpočetního modelu. Na **Obr. 6.16** jsou zobrazeny normálové síly v obvodových elipsách ve výchozím stavu získané výpočtem v programu. Je zřejmé, že síly mají stejnou velikost, pouze opačného znaménka.

Zajímavostí je, že rovnost normálových sil nastane i v případě nevhodného konstrukčního uspořádání nad eliptickým půdorysem (viz kap. 6.6.), tedy při jakémkoli poměru délek poloos obvodových elips. Vlivem neoptimálního zatížení elips dojde k ohybovému namáhání, a tedy k vodorovným deformacím elips. Konstrukce však zaujme vždy takovou rovnovážnou polohu, při které si normálové síly v obvodových elipsách budou vzájemně rovny.

Na závěr lze říci, že pro tento typ konstrukce vždy ve výchozím (nebo též rovnovážném) stavu bude platit rovnost normálových sil v obvodových prstencích, resp. elipsách.



Obr. 6.17: Schéma působení sil v obvodových elipsách (vizualizace)

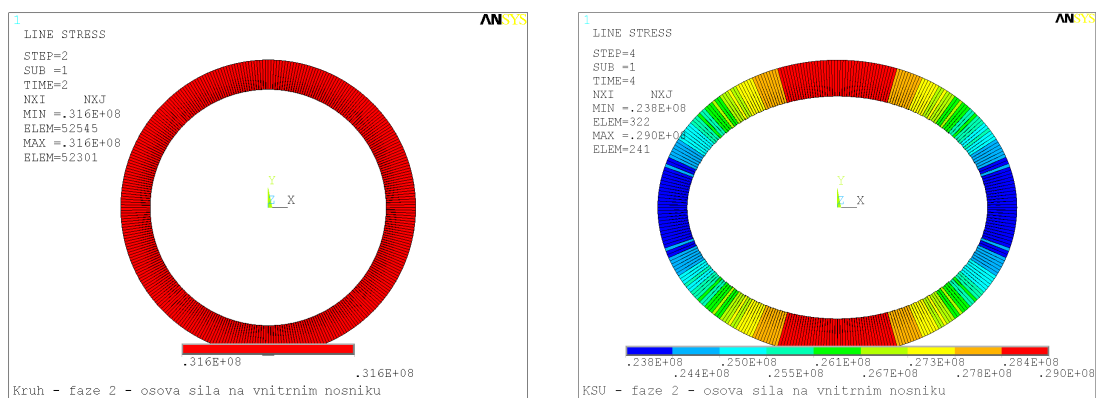
6.3.2. Namáhání obvodových nosníků

Základní průběhy vnitřních sil na obvodových prstencích visuté lanové střechy tvaru mezikruží byly popsány v kap. 4.2.4. Je zřejmé, že se jedná o případ, kdy na prstence působí radiální zatížení lineárně závislé na křivosti, a prstence tedy nejsou namáhány globálním ohybem v rovině křivky. Protože nosníky jsou půdorysně ve tvaru kružnic, musí být radiální zatížení konstantní po délce křivky, aby uvedené namáhání nastalo. Tento požadavek konstrukce mezikruží splňuje.

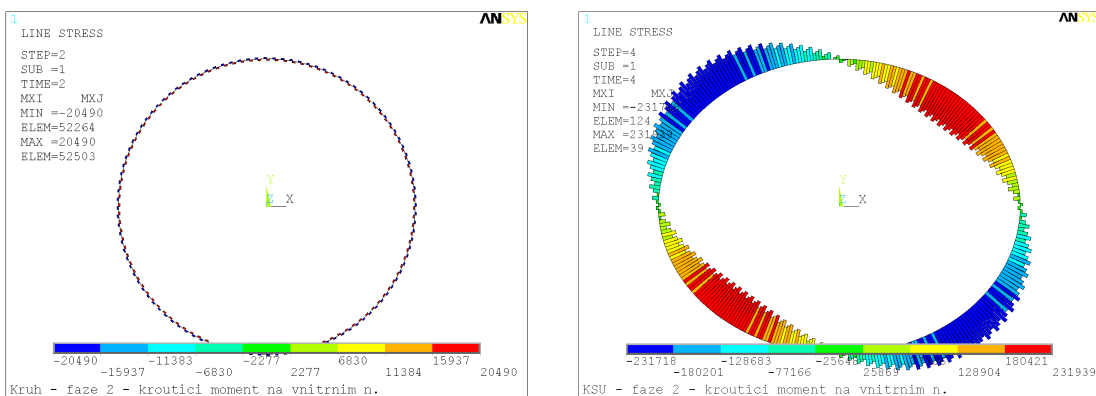
Uvedené průběhy lze aplikovat na navržené zastřešení stadionu za stejného předpokladu uložení střešních konstrukcí vždy na jedno ložisko v místě kotvení lan, a tedy umožnění volného kroucení obvodových nosníků. V případě zastřešení nad kruhovým půdorysem se jedná o konstrukci totožnou s mezikružím, pouze s adekvátně zvětšenými rozměry. Proto namáhání obvodových prstenců je shodné se studijní konstrukcí. V případě eliptického zastřešení je princip rovněž stejný, opět ale závisí na způsobu zatížení. Pokud jsou obvodové elipsy zatíženy lineárně závisle na křivosti, pak průběhy vnitřních sil odpovídají výše uvedeným. Pouze velikosti vnitřních sil nenabývají po délce křivky konstantních hodnot, ale odpovídají zmenšující se velikosti jak svislého, tak vodorovného zatížení směrem od hlavní k vedlejší ose. Pokud však konstrukce bude navržena tak, že zatížení bude mít jiný průběh, pak dojde k značnému globálnímu ohybovému namáhání konstrukce, viz kap. 6.6. a *Obr. 6.38*.

Pro názornou ilustraci a porovnání s průběhy uvedenými v kap. 4.2.4. jsou dále uvedeny vnitřní síly na vnitřním nosníku pro obě varianty zastřešení po dokončení konstrukce, tedy po aplikaci předpětí (2. fáze výstavby). Jediným rozdílem mezi kruhovou a eliptickou střechou je, že zatížení kroucením vyvolá v případě elipsy globální kroučící momenty (viz *Obr. 6.19*), které jsou způsobeny proměnou křivosti po délce eliptické křivky. V případě kruhového nosníku dochází pouze k torzní deformaci a globální kroučící momenty jsou po délce nulové.

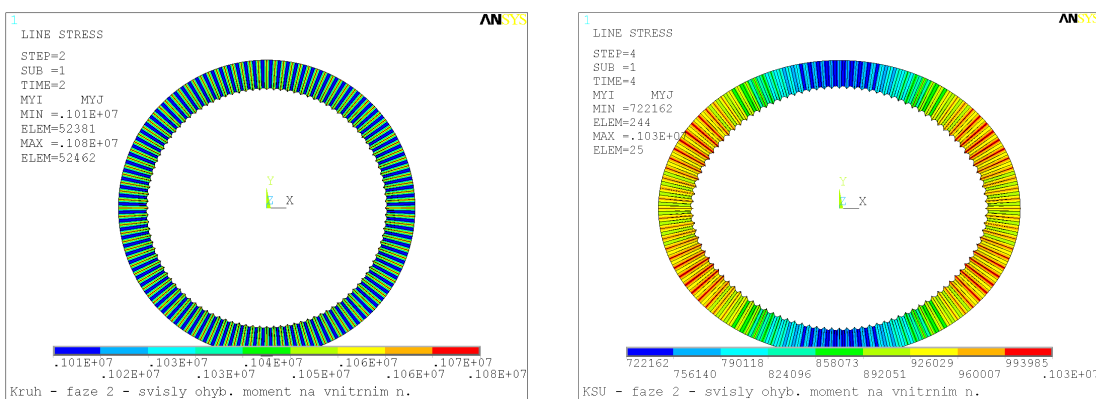
Na kruhovém nosníku vznikají pouze lokální kroučící momenty mezi kotvením lan, které jsou způsobeny svislým zatížením půdorysně zakřiveného nosíku (viz *Obr. 4.13*). Je však patrné, že ve srovnání s globálními účinky na eliptické variantě dosahují téměř zanedbatelných hodnot. V případě eliptického nosníku vlivem měnící se křivosti dochází při kroucení ke vzniku globálních kroučících momentů, které nulových hodnot dosahují pouze ve vrcholech. Maximální hodnoty jsou přibližně v $\frac{1}{2}$ délky křivky mezi hlavním a vedlejším vrcholem.



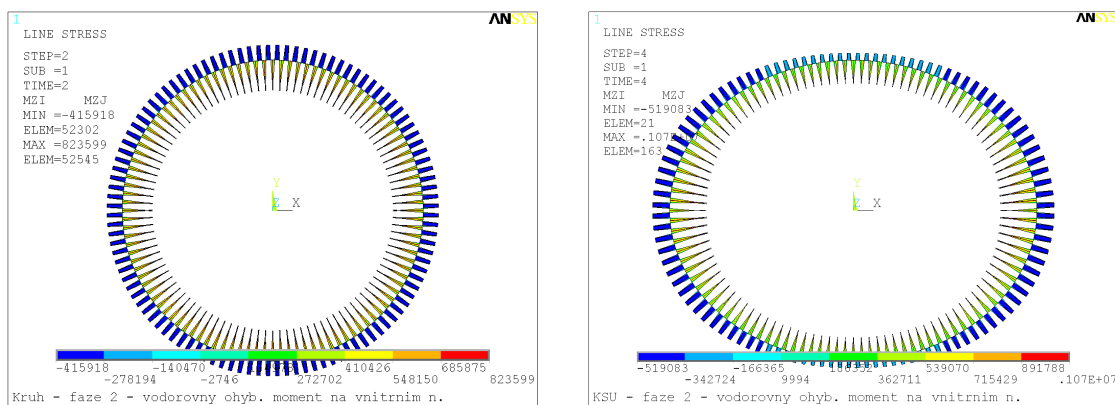
Obr. 6.18: Normálová síla na vnitřním nosníku v 2. fázi výstavby (N)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)



Obr. 6.19: Kroučící moment na vnitřním nosníku v 2. fázi výstavby (Nm)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)



Obr. 6.20: Svislý ohybový moment na vnitřní nosníku v 2. fázi výstavby (Nm)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)



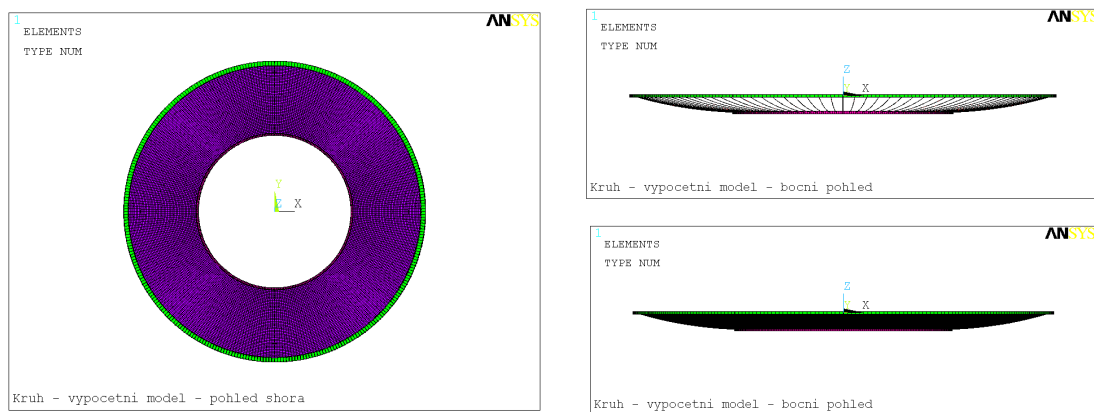
Obr. 6.21: Vodorovný ohybový moment na vnitřním nosníku v 2. fázi výstavby (Nm) (vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

6.4. Výpočetní modely zastřešení stadionu

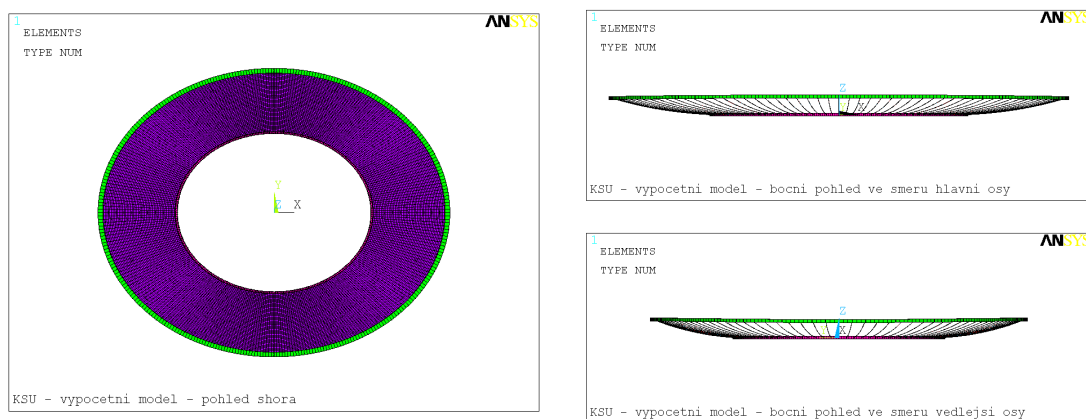
6.4.1. Popis výpočetních modelů

Studijní konstrukce mezikruží slouží k vytvoření metodiky výpočtu tohoto typu konstrukcí, a tedy postupy a předpoklady tvorby výpočetních modelů, popsané v kap. 4.3.1.–4.3.3., platí i pro modely zastřešení stadionu (viz **Obr. 6.22** a **Obr. 6.23**). Je používána stejná metoda výpočtu, tedy plná Newton-Raphsonova numerická metoda. Rovněž odpovídají i obecné vlastnosti výpočetních modelů, tzn. jsou použity stejné typy elementů pro jednotlivé konstrukční prvky a stejné orientace lokálních os, je zaveden *stress stiffening*, používá se tzv. *coupling* pro propojení elementů segmentů a lan a také je stejným způsobem realizováno podepření konstrukce.

Zohlednění postupu výstavby je v případě kruhové varianty zastřešení provedeno shodným způsobem jako u studijní konstrukce mezikruží. V případě eliptické varianty byla provedena drobná úprava jednotlivých dílčích kroků 2. fáze výstavby (tzv. „time“). Podrobný popis jednotlivých kroků 2. fáze výstavby je uveden ve schématu níže.



Obr. 6.22: Výpočetní model kruhové varianty zastřešení



Obr. 6.23: Výpočetní model eliptické varianty zastřešení

Obecně mohou deskostěnové prvky segmentů ve výchozím stavu, kdy jsou volně zavěšeny na nosná lana, „vzniknout“ dvěma způsoby:

1. Deskostěnové prvky segmentů vzniknout přímo v prvním kroku výstavby (time 1) a segmenty přispívají svou tuhostí k tuhosti celé soustavy. Po provedení výpočtu se konstrukce deformuje společně s nimi. Tento způsob je v pořádku při malých deformacích, které jsou dosaženy při správném stanovení výchozího stavu (ideálně jsou nulové). Kontrolou správnosti výpočtu je, že v segmentech nevznikají normálové síly, tedy ve střednici elementů je nulové napětí. Tento způsob tvorby modelu je použit u studijní konstrukce mezikruží a rovněž u kruhové varianty zastřešení.

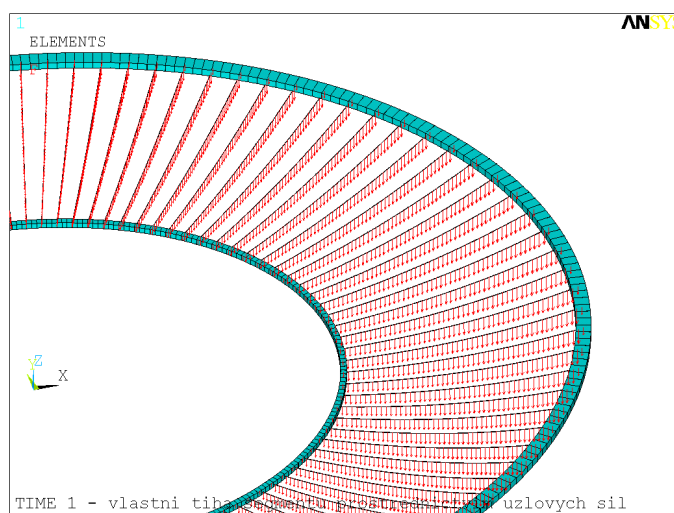
2. fáze výstavby (kruhová varianta zastřešení)

TIME 1 (výchozí stav)	Konstrukce ve výchozím stavu – volné uložení segmentů na nosná lana.
TIME 2 (2. fáze výstavby)	Konstrukce je zmonolitněna a jsou dopnuta předpínací lana.
TIME 3–6 (proměnná zat.)	Proměnné zatížení v účinných polohách (viz Obr. 4.19).

2. V prvním kroku výstavby (time 1) jsou nosná lana nejprve zatížena uzlovými silami, které odpovídají tíze jednotlivých segmentů (viz **Obr. 6.24**). V dalším kroku výstavby (time 2) jsou síly nahrazeny deskostěnovými prvky segmentů, které tedy vzniknou na již deformované konstrukci. Kontrolou správnosti výpočtu je, že při výměně sil za segmenty by nemělo dojít k žádné změně deformací a dalších účinků. Tento způsob výstavby byl použit v případě eliptické varianty zastřešení, protože vzhledem ke složitosti výpočtu je zde větší riziko chyby, a tedy by docházelo k větším deformacím, které by do segmentů vnašely přídavné napětí. Navíc by hodnoty deformací rovněž nebyly správné.

2. fáze výstavby (eliptická varianta zastřešení)

TIME 1 (výchozí stav bez segmentů)	Konstrukce ve výchozím stavu – tíha segmentů zadaná prostřednictvím uzlových sil (viz <i>Obr. 6.24</i>).
TIME 2 (výchozí stav)	Konstrukce ve výchozím stavu – volné uložení segmentů na nosná lana.
TIME 3 (zmonolitnění)	Konstrukce je zmonolitněna (tento stav není prezentován ve výsledcích, protože nedojde k žádné změně účinků na konstrukci).
TIME 4 (2. fáze výstavby)	Vnesení předpětí – jsou dopnuta předpínací lana.
TIME 5–11 (proměnná zat.)	Aplikace proměnného zatížení v účinných polohách (viz <i>Obr. 6.25</i>).



Obr. 6.24: Zatížení lan vlastní tíhou segmentů ve výchozím stavu (eliptická varianta zastřešení)

6.4.2. Průřezové a materiálové charakteristiky

V tabulce *Tab. 6.1* jsou uvedeny materiálové a průřezové charakteristiky vstupující do výpočetních modelů kruhové a eliptické střechy. Prvkům jsou přiřazeny následující materiálové charakteristiky: objemová hmotnost ρ , modul pružnosti E , Poissonův součinitel příčné kontrakce ν a součinitel teplotní roztažnosti α . V případě určení základních parametrů průřezu se jedná o tyto veličiny: průřezovou plochu A , moment setrvačnosti kolem hlavní osy průřezu I_y , I_z a rozměry ohraničujícího obdélníka t_y , t_z . V případě desky prefabrikovaných panelů je uvedena tloušťka t . Pro nosná a předpínací lana jsou v tabulce uvedeny také počty lan v žebrech n a uvažovaná vodorovná složka osových sil H . Charakteristiky vnějšího a vnitřního nosníku a nosných a předpínacích lan jsou pro obě varianty zastřešení shodné.

Prvek	Průřez	Průřezové charakteristiky	Materiálové charakteristiky
Segmenty a) skutečný průřez b) náhradní průřez v modelech		Deska: $t = 0,10 \text{ m}$ Žebra: $A = 0,45 \text{ m}^2$ $I_y = 0,844E-4 \text{ m}^4$ $I_z = 0,338E-3 \text{ m}^4$ $t_y = 0,15 \text{ m}$ $t_z = 0,30 \text{ m}$	Lehký konstrukční beton LC40/50 $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ $E = 19 \text{ GPa}$ $\nu = 0,15$ $\alpha = 1,2e-5 \text{ K}^{-1}$
Vnější prstenec, resp. elipsa		$A = 4,5 \text{ m}^2$ $I_y = 0,844 \text{ m}^4$ $I_z = 3,375 \text{ m}^4$ $t_y = 3,0 \text{ m}$ $t_z = 1,5 \text{ m}$	Beton C30/37 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ $E = 32 \text{ GPa}$ $\nu = 0,2$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$
Vnitřní prstenec, resp. elipsa		$A = 3,46E-1 \text{ m}^2$ $I_y = 5,27E-2 \text{ m}^4$ $I_z = 5,27E-2 \text{ m}^4$ $t_y = 1,2 \text{ m}$ $t_z = 1,2 \text{ m}$	Ocel S235 $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ $E = 210 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$
Nosná lana		Počet lan v žebru $n = 12 \text{ ks}$ $A = 1,8E-3 \text{ m}^2$ $H_1 = 2031 \text{ kN}$ $H_{28} = 1112 \text{ kN}$ (viz kap. 6.5.2.)	Ocel Y1860/15,5 $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ $E = 195 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$
Předpínací lana		Počet lan v žebru $n = 14 \text{ ks}$ $A = 2,1E-3 \text{ m}^2$ $P_1 = 2500 \text{ kN}$ $P_{28} = 2102 \text{ kN}$ (viz kap. 6.4.3)	Ocel Y1860/15,7 $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ $E = 195 \text{ GPa}$ $\nu = 0,3$ $\alpha = 1,2E-5 \text{ K}^{-1}$

Tab. 6.1: Průřezové a materiálové charakteristiky zastřešení stadionu

6.4.3. Uvažované zatížení

Vlastní tíha

Celková hmotnost střechy nad kruhovým půdorysem činí 13271,3 t. V případě střechy nad eliptickým půdorysem je hmotnost přibližně o 400 t menší a dosahuje hodnoty 12889,5 t. Uvedené hodnoty hmotnosti konstrukce a jejích částí pro obě varianty zastřešení jsou podrobně rozepsány v tabulkách níže (viz *Tab. 6.2* a *Tab. 6.3*). Vlastní tíha samotného zastřešení (resp. střešního pláště), přepočítaná na půdorysnou plochu, má pro obě varianty, tj. pro kruhový i eliptický půdorys, velikost 2,28 kN/m². Tato hodnota zahrnuje tíhu betonových segmentů a nosných a předpínacích lan.

Konstrukční část	A (m ²)	t (m)	L (m)	V (m ³)	γ (kN/m ³)	G (kN)	m (t)
Membrána – deska	23355	0,1	-	2335,5	18,0	42039	4203,9
Membrána – žebra	0,090	-	5270	474,3	18,0	8537	853,7
Lana nosná	1,8e-3	-	5270	9,49	78,5	745	74,5
Lana předpínací	2,1 e-3	-	5270	11,07	78,5	869	86,9
Mezisoučet						52190	5219,0
Prstenec vnější	4,5	-	637,7	2870,0	25,0	71750	7175,0
Prstenec vnitřní	0,346	-	323,0	111,8	78,5	8773	877,3
Celkem						132713	13271,3

Tab. 6.2: Vlastní tíha zastřešení stadionu a jejích částí nad kruhovým půdorysem

Konstrukční část	A (m ²)	t (m)	L (m)	V (m ³)	γ (kN/m ³)	G (kN)	m (t)
Membrána	21764	0,1	-	2176,40	18,0	39175	3917,5
Žebra	0,090	-	4785	430,65	18,0	7752	775,2
Lana nosná	1,8e-3	-	4785	8,61	78,5	676	67,6
Lana předpínací	2,1 e-3	-	4785	10,05	78,5	789	78,9
Mezisoučet						48392	4839,2
Elipsa vnější	4,5	-	629,9	2834,55	25,0	70864	7086,4
Elipsa vnitřní	0,346	-	354,9	122,80	78,5	9640	964,0
Celkem						128895	12889,5

Tab. 6.3: Vlastní tíha zastřešení stadionu a jejích částí nad eliptickým půdorysem

Předpětí

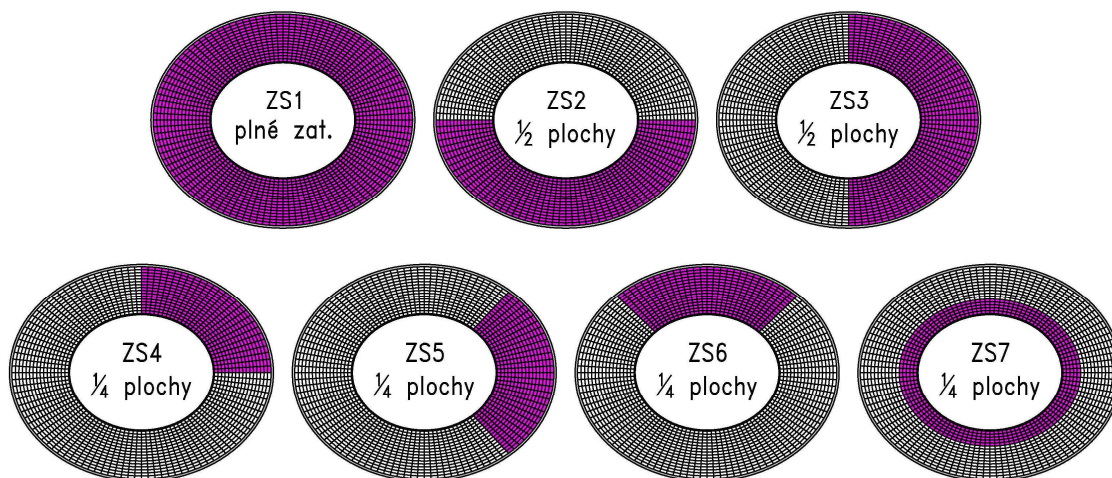
Velikost osově síly v nosných lanech je dána vyšetřením výchozího stavu konstrukce, viz kap. 6.5.2. Stanovená vodorovná složka osově síly H pro jednotlivá lana je pro kruhovou střechu rovna hodnotě 1785 kN a pro eliptickou střechu v intervalu (2031–1112) kN (viz příloha B). V případě předpínacích lan je zvolena velikost předpínací síly tak, aby při působení proměnného zatížení nevznikala v membráně v podélném směru tahová napětí. V případě kruhové varianty je předpínací síla stejná pro všechna lana a má velikost 2500 kN. V příloze B je pak uvedena velikost sil P v předpínacích lanech pro jednotlivé skupiny lan v rámci jednoho kvadrantu pro eliptickou variantu, která se pohybuje se v rozmezí (2500–2100) kN. Velikost předpínací síly vychází z požadavku, aby vnesené tlakové napětí v membráně od předpětí bylo v soustředných řezech konstantní. V tabulce je dále uvedeno napětí v průřezu segmentů přilehlých k vnější elipse, tedy 3,426 MPa. Proměnná velikost síly P je pak dána měnící se šířkou segmentů (viz *Obr. 6.6 var KSU*), a tedy jejich průřezovou plochou mezi hlavní a vedlejší poloosou. Napětí v lanech odpovídající uvedeným silám vyhovují na požadavek omezení napětí v lanech na hodnotu $0,7 \cdot 1860 = 1300$ MPa.

Dotvarování, smršťování

Účinky dotvarování a smršťování pro zastřešení stadionu již nebyly analyzovány.

Zatížení sněhem dle ČSN EN 1991-1-3

Opět je uvažováno pouze zatížení sněhem, jehož velikost je $1,0 \text{ kN/m}^2$ (výpočet viz kap. 4.3.5.). V případě střechy nad kruhovým půdorysem jsou schémata umístění zatížení shodná se studijní konstrukcí mezikruží (viz *Obr. 4.19*). V případě eliptického půdorysu se již nejedná o rotačně symetrickou úlohu, konstrukce je symetrická pouze podle hlavní a vedlejší osy elipsy, proto je nutné zvětšit počet zatěžovacích stavů tak, aby byly vyšetřeny všechny účinné polohy zatížení (viz *Obr. 6.25*).



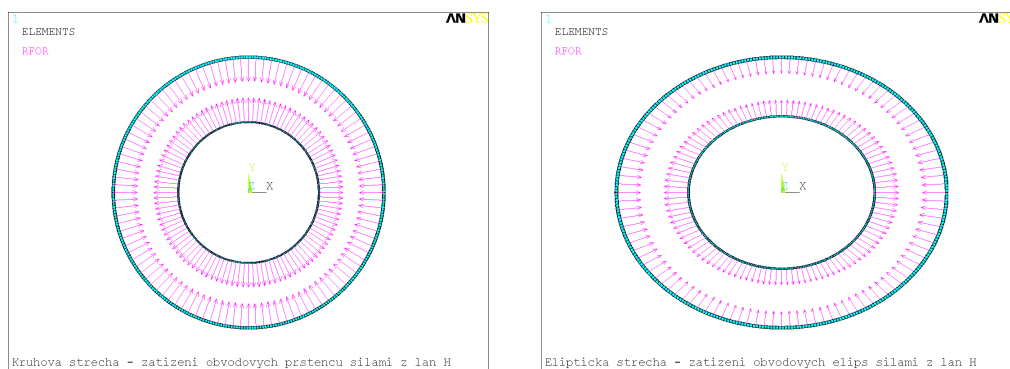
Obr. 6.25: Varianty rozmístění zatížení sněhem střechy nad eliptickým půdorysem

6.5. Výchozí stav

6.5.1. Postup výpočtu

Jak již bylo řečeno, při statické analýze visuté lanové střechy je první krokem ve výpočtu stanovení tzv. výchozího stavu konstrukce, tedy určení průvřesové křivky a napjatosti jednotlivých lan, která vynášejí odpovídající vlastní tíhu betonové membrány a části vnitřního prstence, resp. elipsy. V kap.4.4. je podrobně popsán postup výpočtu výchozího stavu studijní střechy ve tvaru mezikruží, který lze aplikovat na navržené konstrukce zastřešení stadionu.

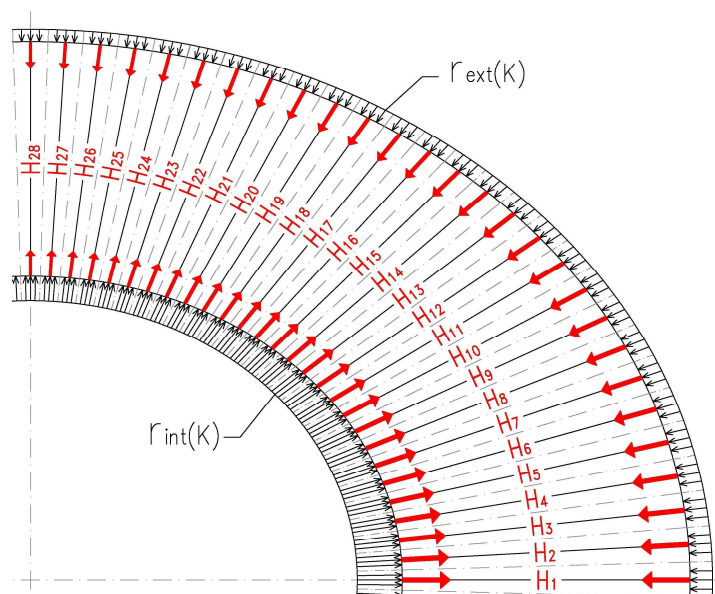
V případě **kruhové střechy** je tento postup bez výjimky totožný. Membrána je jednotlivými skupinami nosných lan rozdělena pomocí konstantního středového úhlu na řady betonových segmentů, které jsou díky rotační symetrii shodné. Vyšetřování výchozího stavu konstrukce je pak provedeno na jedné skupině lan, která je tvořena 12 nosnými lany. Skupinu lan můžeme nahradit jedním lanem o stejné průřezové ploše, které nese vlastní tíhu jedné řady segmentů a odpovídající část vnitřního prstence. Výchozí stav pak lze vyšetřovat dvěma způsoby – jako průběžné lano a lano se závěsným bodem posuvným ve svislém směru (viz **Obr. 4.29**). Protože v obou případech jsou v rovnicích průvřesové křivky (4.12) a (4.18) obecně dvě neznámé $z(x)$ a H , je nutné zvolit nějakou okrajovou podmínku. Při návrhu geometrického uspořádání většinou vyplyne požadavek na maximální průvřes střechy, který je v tomto případě 8 m. Tím je znám průvřes lana v jednom bodě a lze dopočítat vodorovnou složku osových sil v laně H , která je při působení vlastní tíhy po délce lana konstantní. Stanovením síly H je pak dána napjatost v laně a obecně definována průvřesová křivka lana. Protože jsou všechny řady segmentů stejné, je velikost síly H (a tedy napjatost) ve všech lanech stejná. Z toho vyplývá, že obvodové prstence jsou zatíženy po své délce rovnoměrně (viz **Obr. 6.26**). Zatížení je tedy afinní vůči křivosti a prstence nejsou tímto zatížením ohybově namáhány.



Obr. 6.26: Průběh vodorovných sil H po délce obvodových prstenců, resp. elips

V případě **eliptické střechy** lze postup stanovení výchozího stavu rovněž použít, avšak díky proměnné šířce pásu zastřešení nejsou jednotlivé řady segmentů v rámci jednoho kvadrantu membrány totožné. Proto je nutné vyšetřovat výchozí stav pro jednotlivá lana zvlášť, tedy 28krát (viz **Obr. 6.6**). Další změnou ve srovnání s kruhovou střechou je stanovení velikosti síly H .

Jak vyplývá ze studie zatížení elipsy, aby nedošlo k ohybovému namáhání elipsy, musí být působící zatížení lineárně závislé na její křivosti. Tento zásadní požadavek vede k návrhu různé napjatosti v jednotlivých lanech, a tedy k různým vodorovným složkám kotevních sil působících na elipsy (viz *Obr. 6.26*). Toho lze aktivně dosáhnout proměnným průvěsem lan podél střechy, které způsobí „zvlnění“ vnější elipsy. I v tomto případě je nutné zvolit nějakou okrajovou podmínku. Opět lze vyjít z maximálního průvěsu střechy, tentokrát je však průvěs zvolen pouze v jednom bodě, protože je po délce elipsy proměnný. Zvolený průvěs je v místě hlavních vrcholů obvodových elips a jeho velikost je stejně jako v případě kruhové střechy 8 m. Z této podmínky se dopočítá velikost síly H_1 , která je v lanech, jejichž poloha ve střechě souhlasí se směrem hlavní osy elipsy. Silou H_1 je určena velikost krajní hodnoty zatížení, stejně jako byla určena velikost zatížení v hlavním vrcholu r_A v ilustrativním příkladu v kap. 5.3.3. Průběh optimálního zatížení, které je lineárně závislé na křivosti a pro které je ohybové namáhání elipsy nulové, se pak dopočítá pomocí rovnice (5.37). Toto zatížení je však spojité, kolmé na střednici, a proto je nutné převést ho na osamělé síly působící v místě kotvení lan, jejichž velikost odpovídá výslednici spojitěho zatížení připadající na délku části elipsy mezi osami jednotlivých řad segmentů (viz *Obr. 6.27*). Tím se získají ostatní vodorovné složky síly v jednotlivých lanech H_2 – H_{28} , z kterých se zpětně dopočítá jejich průvěs pomocí rovnic (4.12) a (4.18).



Obr. 6.27: Výslednice H spojitěho zatížení r dle křivosti

Síly H ze spojitěho zatížení nelze stanovit pomocí analytického vztahu v uzavřeném tvaru. Navíc díky proměnné křivosti elipsy nejsou jednotlivá lana kolmá k dané křivce v místě kotvení (jak je tomu u kruhové střechy). Proto vhodným inženýrským přístupem může být vytvoření pomocného modelu elipsy, zatíženého stanoveným spojitým zatížením, kolmým na střednici, která je podepřena vodorovnými podporami v místě kotvení lan, pootočenými do směru vedení lan (viz *Obr. 6.29*). Takto získané reakce v podporách jsou hledanými silami H , které určují napjatost jednotlivých skupin nosných lan.

6.5.2. Číselné vyjádření výpočtu výchozího stavu

Protože výše popsaný postup nemusí být na první pohled zcela zřejmý, je dále přehledně shrnut v bodech a následně jsou jednotlivé parametry pro oba typy zastřešení číselně vyjádřeny.

Souhrnný postup výpočtu dle kap. 4.4.3. s rozšířením pro eliptickou střechu:

- 1) Volba základních rozměrů dle prostorových požadavků na zastřešení.
- 2) Výpočet poměru f/l ,
 - $f/l > 0,1 \Rightarrow$ vlastní tíha stanovena ze skutečné délky lana \Rightarrow provést iteraci zatížení
 - $f/l < 0,1 \Rightarrow$ vlastní tíha určena z půdorysného průmětu.
- 3) Výpočet ohybových momentů $M(x)$ od stanoveného zatížení na náhradním nosníku dle zvolené varianty výpočtu – průběžné lano nebo lano se závěsným bodem ve svislém směru (viz **Obr. 4.29**).
- 4) Výpočet vodorovné složky sil v laně H z rovnice (4.12), pomocí známého průvěsu v daném bodě f_{max} a odpovídajícího ohybového momentu \Rightarrow nadefinovaná rovnice průvěsové křivky lana $z(x)$.
 - 5.1) V případě kruhové střechy je síla H stejná pro všechny lana, a tedy bodem 4) je dána geometrie celé membrány.
 - 5.2) V případě eliptické střechy je dán pouze průvěs membrány v jednom bodě, a proto je známa pouze síla v jednom laně H_1 . Síly v ostatních lanech H_2-H_{28} se určí pomocí požadavku na zatížení elipsy vycházející ze závěrů studie (viz kap. 5.3.3.), které má být lineárně závislé na její křivosti (náhradní model elipsy, viz **Obr. 6.29**). Z takto stanovených sil a z odpovídajících ohybových momentů od vlastní tíhy dané řady segmentů se dopočítají průvěsy střechy v místě ostatních lan $f_{max,2}-f_{max,28}$. Rozdílné velikosti průvěsů jsou pak konstrukčně provedeny výškovým zvlněním vnější elipsy.

Střecha nad kruhovým půdorysem

$d_{ext} = 200$ m	průměr vnějšího prstence
$d_{int} = 104$ m	průměr vnitřního prstence
$f_{max} = 8,0$ m	maximální průvěs střechy

Dle (4.11) pro kruhovou střechu platí:

$$\frac{f_{max}}{l} = \frac{f_{max}}{d_{ext} - d_{int}} = \frac{8,0}{200 - 104} = 0,083 < 0,1,$$

a proto lze rozdělení zatížení uvažovat zjednodušeně na půdorysný průmět lana.

Celková tíha jedné řady segmentů spolu s příslušnou částí vnitřního prstence připadající na jednu skupinu nosných lan je 570 kN. Výchozí stav je počítán na průběžném laně a maximální ohybový moment od dvojnásobku tohoto zatížení v polovině rozpětí prostého nosníku délky 96 m má velikost 14277 kNm.

Vodorovná složka osových sil v lanech H pak má velikost:

$$H = \frac{M(l/2)}{f_{max}} = \frac{14277}{8,0} = 1785 \text{ kN} = \text{konst.}$$

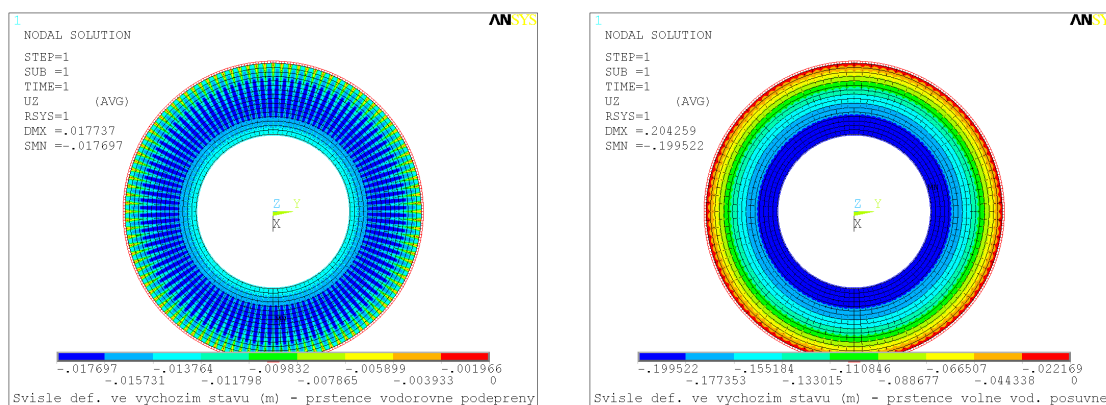
Rovnice průvšové křivky dle (4.12) je ve tvaru:

$$z(x) = \frac{M(x)}{H} = \frac{M(x)}{1785}.$$

Průvšová křivka je díky rotační symetrii pro všechna lana shodná (viz *Graf 6.1*).



Graf 6.1: Průvšová křivka lan střechy nad kruhovým půdorysem



Obr. 6.28: Svislé deformace střechy nad kruhovým půdorysem ve výchozím stavu (vlevo prstence podepřeny na vodorovné posuny, vpravo prstence volně posuvné)

Stanovená napjatost a průvšová křivka lan jsou vstupními parametry do výpočetního modelu. Pokud jsou tyto parametry správné, pak po provedení výpočtu jsou svislé deformace konstrukce ve výchozím stavu nulové. Aby bylo eliminováno stlačení, resp. roztažení, nosných prstenců vlivem normálové síly, a tedy nárůst svislých deformací, je vhodné kvůli kontrole výchozího stavu obvodové prstence podepřít na vodorovné posuny (viz *Obr. 6.28* vlevo).

Z obrázku je patrné, že deformace jsou minimální. Nenulové hodnoty jsou dány pružným přetvořením lan, jejichž osová tuhost je součástí matice tuhosti konstrukce, a svislými deformacemi panelů v příčném směru. Svislé deformace ve výchozím stavu konstrukce s volně posuvnými prstenci ve vodorovném směru jsou vykresleny na **Obr. 6.28 vpravo**. Je patrné, že vzhledem k rozměrům konstrukce dosahují deformace poměrně malých hodnot. Při návrhu konstrukce je potřeba s vlivem stlačení, resp. roztažení, prstenců počítat a konstrukci příp. vhodně nadvýšit.

Střecha nad eliptickým půdorysem

$a_{ext} = 110$ m	délka hlavní poloosy vnější elipsy
$b_{ext} = 90$ m	délka vedlejší poloosy vnější elipsy
$a_{int} = 62$ m	délka hlavní poloosy vnitřní elipsy
$b_{int} = 50,7$ m	délka vedlejší poloosy vnitřní elipsy
$f_{max,1} = 8,0$ m	maximální průvěs střechy ve směru hlavní osy (viz Obr. 6.27)

Dle (4.11) pro lano 1 eliptické střechy platí:

$$\frac{f_{max,1}}{l_1} = \frac{f_{max,1}}{2 \cdot a_{ext} - 2 \cdot a_{int}} = \frac{8,0}{220 - 124} = 0,083 < 0,1 .$$

Poměr opět splňuje doporučený limit a vlastní tíhu je možné počítat zjednodušeně z půdorysného průmětu lana.

Půdorysný tvar a z něj vyplývající tíha jednotlivých řad segmentů závisí na volbě způsobu trasování lan (viz **Obr. 6.6**). Buď je navržena konstantní délka hran segmentů v tangenciálním směru střechy (KDS), nebo se zachová konstantní středový úhel mezi lany (KSU). Protože se ve výpočetních modelech lépe pracuje s konstantním středovým úhlem, bude výpočet výchozího stavu a další vyhodnocení provedeno pro tuto variantu.

Celková tíha jedné řady segmentů spolu s příslušnou částí vnitřní elipsy připadající na skupinu nosných lan ve směru hlavní osy je 624 kN. Výchozí stav je počítán na průběžném laně a maximální ohybový moment od dvojnásobku uvedené tíhy v polovině rozpětí prostého nosníku délky 96 m má velikost 16248 kNm.

Vodorovná složka osových sil v lanech H_1 pak má velikost:

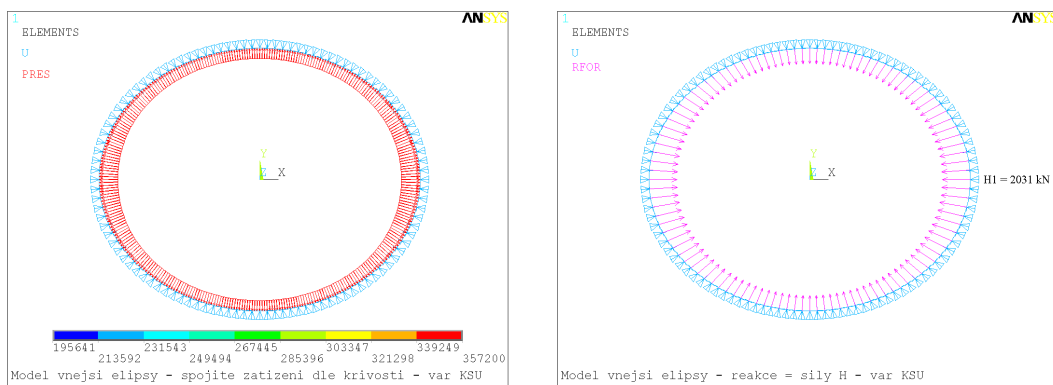
$$H_1 = \frac{M(l/2)}{f_{max,1}} = \frac{16248}{8,0} = 2031 \text{ kN} = \text{konst.}$$

Rovnice průvěsově křivky dle (4.12) pak má tvar:

$$z_1(x) = \frac{M_1(x)}{H_1} = \frac{M_1(x)}{2031} .$$

V případě eliptické střechy jsou tíha řad segmentů, délky rozpětí jednotlivých lan a jejich průvės v rámci jednoho kvadrantu různé, proto je nutné stanovit charakteristiky lan ve výchozím stavu pro každou řadu zvlášť, tedy 28krát. Pro výpočet vodorovných sil ostatních lan H_2-H_{28} je dána další, tentokrát statická podmínka. Ze studie zatížení elipsy vyplynulo, že z hlediska eliminace ohybového namáhání, a tedy vodorovných posunů nosných elips je optimální navrhnout zatížení elips tak, aby bylo lineárně závislé na jejich křivosti (viz kap. 5.3.3.). Protože na lana působí pouze svislé zatížení (vlastní tíha), je vodorovná síla H vždy po délce lana konstantní. Z toho vyplývá, že na vnější a vnitřní elipsu budou působit stejné síly (viz *Obr. 6.27*), a proto stanovení sil může být provedeno pouze pomocí jedné nosné elipsy. Další výpočet tedy bude prováděn pomocí vnější elipsy.

Stanovenou velikostí síly H_I je dána hodnota pomocného spojitého zatížení, kolmého na střednici, v hlavních vrcholech elipsy $r_A = 357,2$ kN/m. Velikost zatížení po délce elipsy pak určuje rovnice (5.37) a jeho průběh je vykreslen na *Obr. 6.29*.



Obr. 6.29: Výpočet sil H_2-H_{28} na pomocném modelu vnější elipsy

Lze provést kontrolu, že zatížení je skutečně lineárně závislé na křivosti. Křivost vnější elipsy v hlavním a vedlejším vrcholu má velikost:

$$\text{pro hlavní vrchol: } K_A(t=0) = \frac{a}{b^2} = \frac{110}{90^2} = 1,358 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1},$$

$$\text{pro vedlejší vrchol: } K_C\left(t = \frac{\pi}{2}\right) = \frac{b}{a^2} = \frac{90}{110^2} = 0,744 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}.$$

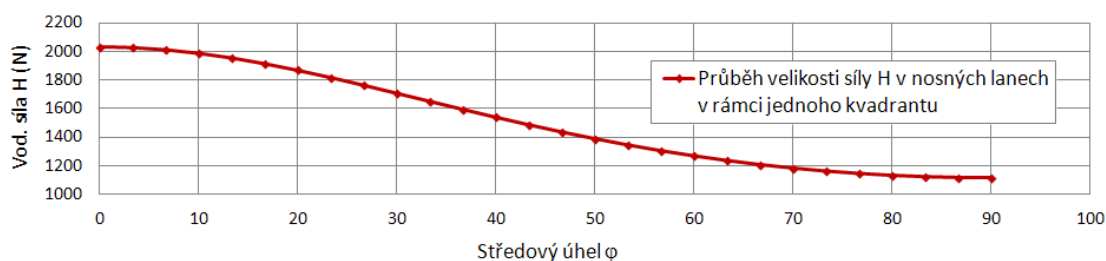
Hodnota zatížení v místě hlavního vrcholu r_A je zvolena dle velikosti síly H_I . Hodnota zatížení ve vedlejším vrcholu pak dle rovnice (5.37) je:

$$r_A = 357,2 \text{ kN/m}; \quad r_C = \frac{r_A}{K_A} \cdot K_C = \frac{357,2}{1,358 \cdot 10^{-2}} \cdot 0,744 \cdot 10^{-2} = 195,7 \text{ kN/m}.$$

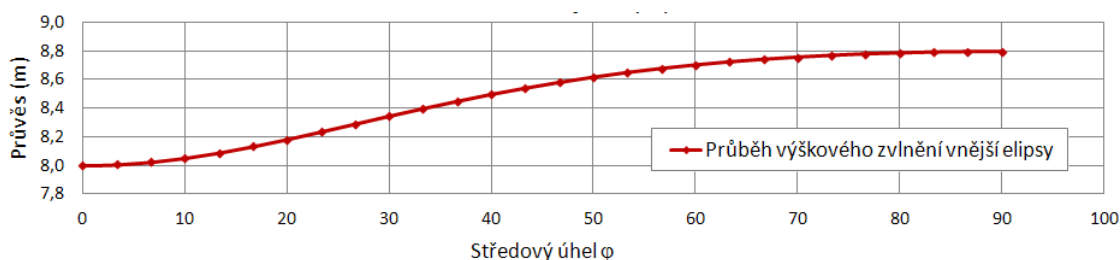
Porovnáním uvedených hodnot a zatížení na *Obr. 6.29* je patrné, že zatížení je skutečně lineárně závislé na křivosti vnější elipsy.

Dalším krokem je výpočet sil H z pomocného spojitého zatížení. Jak již bylo řečeno, analytický výpočet je matematicky velmi složitý, protože práce s eliptickou křivkou většinou nevede k rovnicím v uzavřeném tvaru. Navíc lana nejsou v místě kotvení k elipsám kolmá. Proto je přistoupeno k zjednodušenému výpočtu pomocí výpočetního modelu elipsy podepřené v místech kotvení lan vodorovnými podporami, pootočenými do směru půdorysného vedení jednotlivých lan. Reakce jsou pak hledány silami H_2-H_{28} (viz *Obr. 6.29*). Z takto určených sil se pomocí rovnice průvřesové křivky (4.12) stanoví průvřes střechy v místě ostatních lan $f_{max,2}-f_{max,28}$. Souhrnné výsledky jsou uvedeny v tabulce v příloze B (viz *Tab. B.1*). Díky různým velikostem vodorovných sil H a různé tíže jednotlivých řad segmentů musí být průvřes střechy po její délce proměnný. Toho je konstrukčně dosaženo **výškovým zvlněním vnější elipsy**.

Pro názornost jsou hodnoty z uvedené tabulky (*Tab. B.1*) vykresleny v následujících grafech, a to vždy pro jeden kvadrant elipsy, tedy mezi jejím hlavním a vedlejším vrcholem.

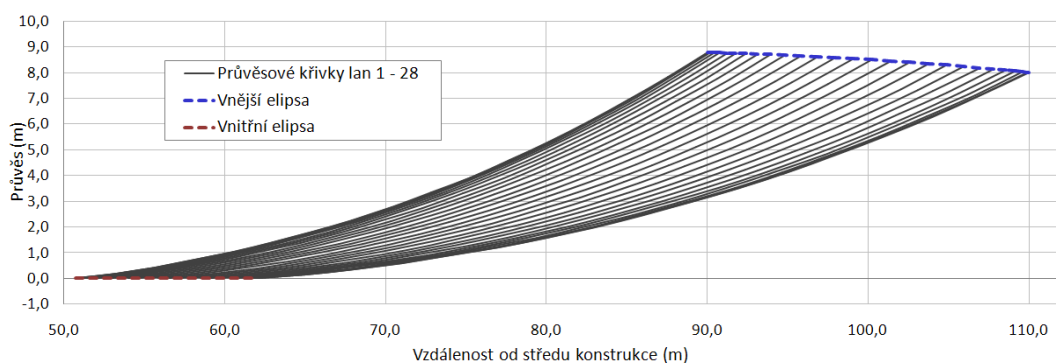


Graf 6.2: Průběh velikosti síly H po délce elipsy, znázorněné pro jeden kvadrant elipsy



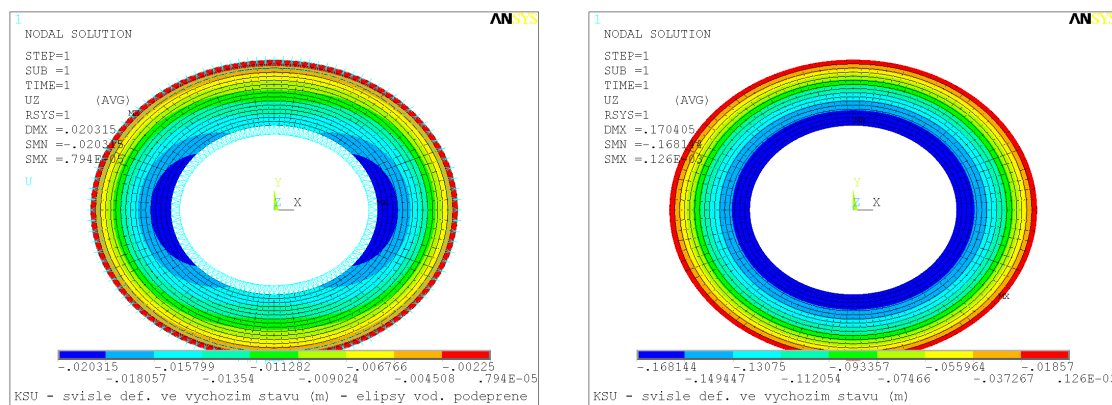
Graf 6.3: Výškové zvlnění vnější elipsy v rámci jednoho kvadrantu elipsy

V následujícím grafu (viz *Graf 6.4*) jsou zobrazeny průvřesové křivky jednotlivých lan, jejichž svislé pořadnice se stanoví pomocí rovnice (4.12) a známých vodorovných složek osových sil v lanech H_1-H_{28} .



Graf 6.4: Průvřesové křivky jednotlivých lan

Takto stanovená napjatost a geometrie lan jsou vstupními parametry do výpočetního modelu konstrukce. Pokud jsou hodnoty parametrů určeny správně, pak po výpočtu budou v konstrukci nulové svislé deformace. Aby se eliminoval vliv stlačení, resp. roztažení, vnější, resp. vnitřní, elipsy působením normálové síly, jsou obvodové elipsy podepřeny proti vodorovným posunům (viz **Obr. 6.30** vlevo). Nenulové, avšak minimální deformace jsou způsobeny pružným přetvořením lan, jejichž axiální tuhost je započítána do matice tuhosti celé konstrukce.



Obr. 6.30: Svislé deformace eliptické konstrukce ve výchozím stavu (vlevo elipsy vodorovně podepřeny, vpravo elipsy volně vodorovně posuvné)

Svislé deformace konstrukce ve výchozím stavu, kdy nosné elipsy jsou volně posuvné ve vodorovném směru, jsou vykresleny na **Obr. 6.30** vpravo. Vlivem normálové síly dojde k rovnoměrnému stlačení vnější elipsy, resp. k roztažení vnitřní elipsy. Tento vodorovný posun způsobí nárůst svislých deformací, jejichž velikost je však vzhledem k rozměrům konstrukce v rozumných mezích. Při reálné výstavbě je nutné s těmito deformacemi počítat a konstrukci na ně vhodně navýšit.

Z průběhu svislé deformace je patrné, že jsou rovnoměrné po délce pásu střechy. Mají stejný průběh jako na kruhové střeše (viz **Obr. 6.28**), nedochází tedy k ohybovému namáhání nosných elips ve vodorovném směru. To svědčí o správném návrhu celkového konstrukčního uspořádání visuté lanové střechy nad eliptickým půdorysem. Při nevhodném návrhu konstrukčního systému by docházelo k značnému ohybovému namáhání obvodových elips a jejich vodorovným posunům, které by vedly k značným svislým deformacím a zvlnění celé membrány. Nevhodný návrh konstrukce a jeho důsledky jsou dále ukázány v kap. 6.6.

6.5.3. Výpočet vodorovné deformace obvodových nosníků ve výchozím stavu

Výpočet velikosti vodorovných deformací kružnice a elipsy od působícího zatížení byl popsán v kap. 5.3.4. Pro stanovení deformace je nejprve potřeba určit velikost normálových sil v obvodových prstencích a elipsách, vyvolaných působením kotevních sil z lan. Kontrola výpočtu bude prováděna pomocí modelů vnějšího a vnitřního nosníku zatíženého radiálními účinky, které odpovídají vodorovným silám H ve výchozím stavu kruhové a eliptické konstrukce.

Střecha nad kruhovým půdorysem

Díky konstrukčnímu uspořádání střechy nad kruhovým půdorysem působí na obvodové prstence ze všech lan kotevní síla o stejné velikosti, a to vede ke konstantnímu radiálnímu zatížení prstenců. Zatížení je tedy lineárně závislé na křivosti, která je v případě křivky ve tvaru kružnice rovněž konstantní. Velikost vodorovné složky osově síly v nosných lanech H byla stanovena v kap. 6.5.2 a její hodnota je 1785 kN. Velikost radiálního zatížení r se stanoví např. ze vzdálenosti kotvení lan l na prstencích (viz *Obr. 4.10*) dle vzorce (4.2), tedy:

$$\text{vnější prsteneč:} \quad l_{ext} = 5,817\text{m} \Rightarrow r_{ext} = \frac{1785}{5,817} = 306,86 \text{ kN/m},$$

$$\text{vnitřní prsteneč:} \quad l_{int} = 3,025\text{m} \Rightarrow r_{int} = \frac{1785}{3,025} = 590,08 \text{ kN/m}.$$

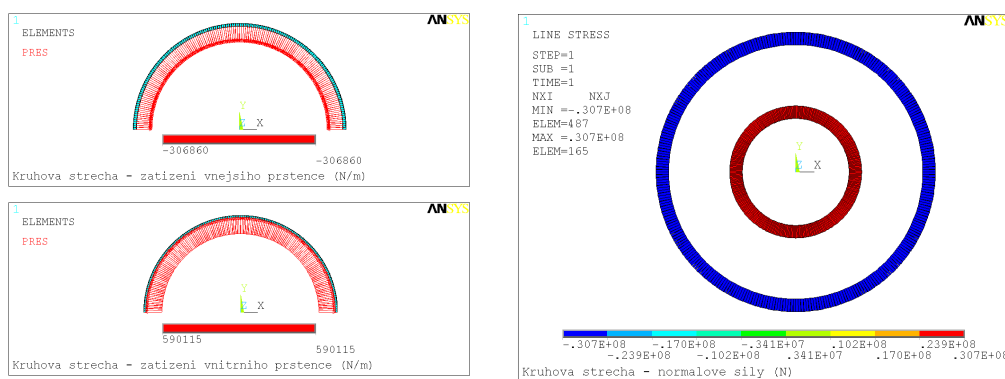
Na *Obr. 6.33* vlevo je vykresleno radiální zatížení zadané dle uvedených hodnot do pomocného výpočetního modelu vnějšího a vnitřního prstence.

Díky konstantnímu radiálnímu zatížení vznikají v obvodových nosnících globálně pouze normálové síly. Protože konstrukce tvoří samokotvený systém a lana jsou vedena radiálně, platí rovnost normálových sil v obvodových prstencích, kterou lze v případě kruhové střechy jednoduchým výpočtem dokázat (viz kap. 4.2.3). Velikost normálových sil v prstencích se pak stanoví pomocí odpovídajících poloměrů ze vztahu (4.1), tedy:

$$N_{ext} = r_{ext} \cdot R_{ext} = 306,86 \cdot 100 = 30686 \text{ kN},$$

$$N_{int} = r_{int} \cdot R_{int} = 590,08 \cdot 52 = 30684 \text{ kN}.$$

Je vidět, že skutečně platí $N_{ext} = N_{int}$. Vypočtené hodnoty odpovídají hodnotám stanoveným v pomocném výpočetním modelu obvodových prstenců (viz *Obr. 6.33* vpravo).



***Obr. 6.31:** Pomocný model obvodových prstenců kruhové střechy (vlevo zatížení radiálním zatížením r (N/m), vpravo normálové síly (N))*

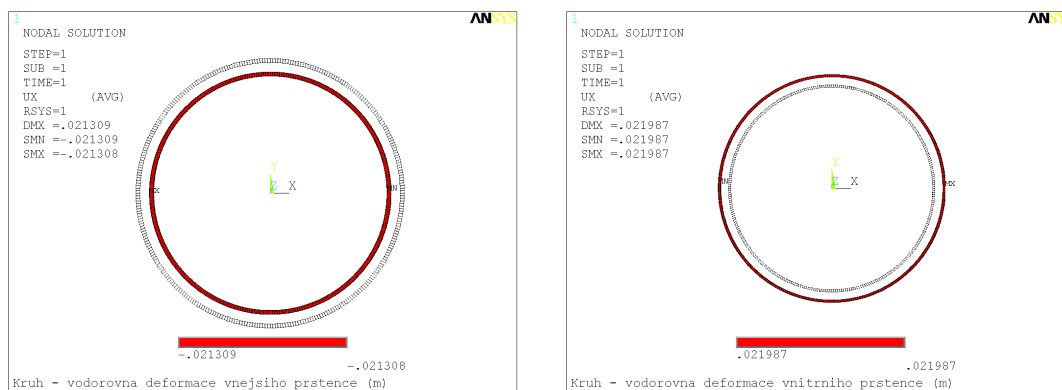
Vzhledem k tomu, že radiální zatížení obvodových prstenců je rovnoměrné, pak také vodorovné deformace musí být konstantní po délce. Dochází k rovnoměrnému stlačení, resp. roztážení, nosníků. Výpočet vodorovných deformací vnějšího a vnitřního prstence je pak dále proveden dle (5.53). Průřezové a materiálové charakteristiky prstenců jsou uvedeny v *Tab. 6.1*.

Pro vnější (*exterior*) a vnitřní (*interior*) prstenec tedy platí:

$$u_{vod,ext} = R_{ext} \cdot \frac{N}{A_{ext} \cdot E_{ext}} = 100 \cdot \frac{30686}{4,5 \cdot 32e6} = 0,0213 \text{ m},$$

$$u_{vod,int} = R_{int} \cdot \frac{N}{A_{int} \cdot E_{int}} = 52 \cdot \frac{30686}{0,346 \cdot 210e6} = 0,0219 \text{ m}.$$

Hodnoty odpovídají hodnotám získaným z pomocného modelu prstenců (viz *Obr. 6.34*).



Obr. 6.32: Vodorovné deformace obvodových prstenců (m)
(vlevo vnější tlačný prstenec, vpravo vnitřní tažený prstenec)

Střecha nad eliptickým půdorysem

Velikost radiálního zatížení vnější elipsy, jehož výslednicemi jsou právě síly H , byla stanovena v kap. 6.5.2, tedy:

$$r_{A,ext} = 357,2 \text{ kN/m}; \quad r_{C,ext} = 195,7 \text{ kN/m}.$$

Protože konstrukce tvoří samokotvený systém, platí rovnost normálových sil v obvodových elipsách, tedy $N_{ext} = N_{int}$ (viz kap. 6.3.1.). Z této podmínky pak vyjde velikost zatížení vnitřní elipsy a použitím vzorce (5.48) lze stanovit:

$$r_{A,int} = r_{A,ext} \cdot \frac{a_{ext}}{a_{int}} = 357,2 \cdot \frac{110}{62} = 633,7 \text{ kN/m},$$

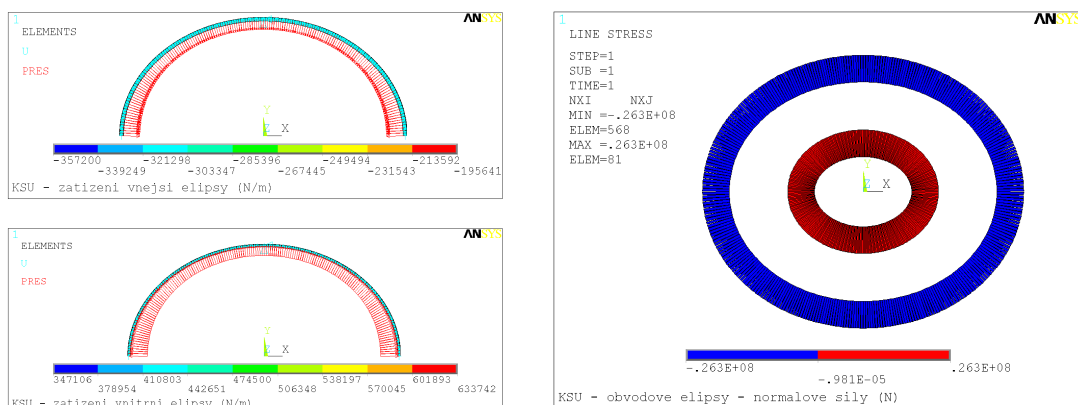
$$r_{C,int} = r_{C,ext} \cdot \frac{a_{ext}}{a_{int}} = 195,7 \cdot \frac{110}{62} = 347,2 \text{ kN/m}.$$

Na *Obr. 6.33* vlevo je vykresleno radiální zatížení vnější a vnitřní elipsy, zadané dle uvedených hodnot. Mezilehlé hodnoty zatížení mezi hlavním a vedlejším vrcholem jsou dopočítány pomocí křivosti dle rovnice (5.37).

Protože je zatížení elips lineárně závislé na jejich křivosti, normálové síly v elipsách jsou konstantní a jejich velikost se stanoví ze vzorce (5.36). Velikost křivostí v hlavním vrcholu obou elips je uvedena v *Tab. 5.2*. Velikost normálových sil tedy je:

$$N_{ext} = \frac{r_{A,ext}}{K_{A,ext}} = \frac{-357,2}{0,01358} = -26300 \text{ kN}, \quad N_{int} = \frac{r_{A,int}}{K_{A,int}} = \frac{633,7}{0,02412} = 26300 \text{ kN},$$

a platí rovnost jejich velikostí. Vypočtené hodnoty odpovídají hodnotám získaným pomocí výpočetního modelu obvodových elips (viz *Obr. 6.33* vpravo).



Obr. 6.33: Model obvodových elips
(vlevo zatížení radiálním zatížením r (N/m), vpravo normálové síly (N))

Výpočet vodorovných deformací v hlavním a vedlejším vrcholu je pak dále proveden dle (5.54). Průřezové a materiálové charakteristiky obou elips jsou uvedeny v **Tab. 6.1**.

Pro vnější elipsu tedy platí:

$$u_{vod,A,ext} = a_{ext} \cdot \frac{N}{A_{ext} \cdot E_{ext}} = 110 \cdot \frac{26300}{4,5 \cdot 32e6} = 0,020 \text{ m,}$$

$$u_{vod,C,ext} = b_{ext} \cdot \frac{N}{A_{ext} \cdot E_{ext}} = 90 \cdot \frac{26300}{4,5 \cdot 32e6} = 0,0164 \text{ m.}$$

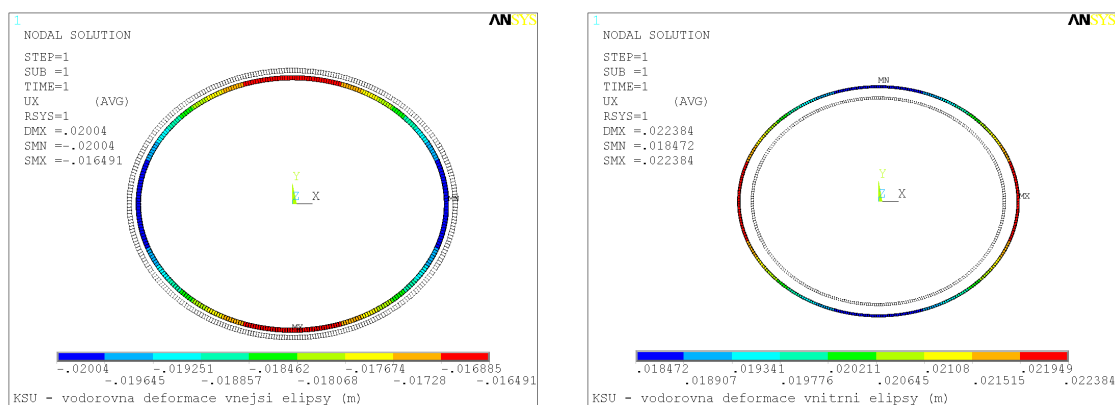
Hodnoty odpovídají hodnotám získaným z modelu elipsy (viz **Obr. 6.34** vlevo).

Analogicky lze výpočet deformace provést pro vnitřní elipsu:

$$u_{vod,A,int} = a_{int} \cdot \frac{N}{A_{int} \cdot E_{int}} = 62 \cdot \frac{26300}{0,346 \cdot 210e6} = 0,0224 \text{ m,}$$

$$u_{vod,C,int} = b_{int} \cdot \frac{N}{A_{int} \cdot E_{int}} = 50,73 \cdot \frac{26300}{0,346 \cdot 210e6} = 0,0184 \text{ m.}$$

Hodnoty odpovídají hodnotám získaným z modelu vnitřní elipsy (viz **Obr. 6.34** vpravo).



Obr. 6.34: Vodorovné deformace (m)
(vlevo vnější tlačená elipsa, vpravo vnitřní tažená elipsa)

6.6. Nevhodné konstrukční uspořádání nad eliptickým půdorysem

Uvedené konstrukční uspořádání nad eliptickým půdorysem, při kterém jsou dodrženy oba zásadní požadavky vedoucí k bezmomentovému namáhání obvodových elips, a tedy k bezmomentové spodní stavbě, je neekonomičtější variantou stavby. Všechny odchylky od tohoto řešení vedou k nárůstu rozměrů nejen obvodových elips, ale také podpůrných pilířů, a dochází tím k větší spotřebě materiálů a k nárůstu stavebních nákladů.

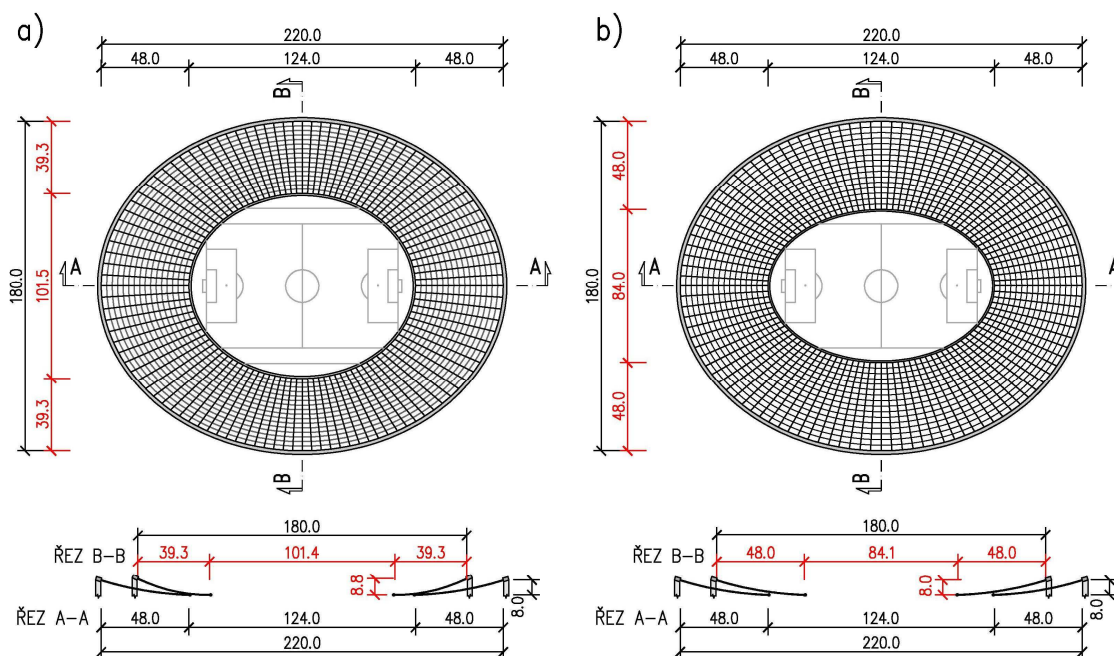
Pro připomenutí se jedná o tyto dvě hlavní zásady:

- 1) zatížení elipsy lineárně závislé na křivosti kvůli eliminaci jejího ohybového namáhání,
- 2) stejný poměr délek hlavní a vedlejší poloosy b/a vnější a vnitřní elipsy.

Prvním logickým přístupem k návrhu konstrukce nad eliptickým půdorysem je zachovat šířku pásu nad tribunami konstantní jako v případě kruhové střechy, která je 48 m. Tento předpoklad vede k návrhu vedlejší poloosy vnitřní elipsy délky 42 m (namísto optimálně navržených 50,7 m). Při této hodnotě však není dodržen stejný poměr b/a pro obě obvodové elipsy, tedy:

$$\frac{b_{ext}}{a_{ext}} = \frac{90}{110} = 0,818 \neq \frac{b_{int}}{a_{int}} = \frac{42}{62} = 0,677,$$

a není tedy dodržen druhý ze zmíněných požadavků.



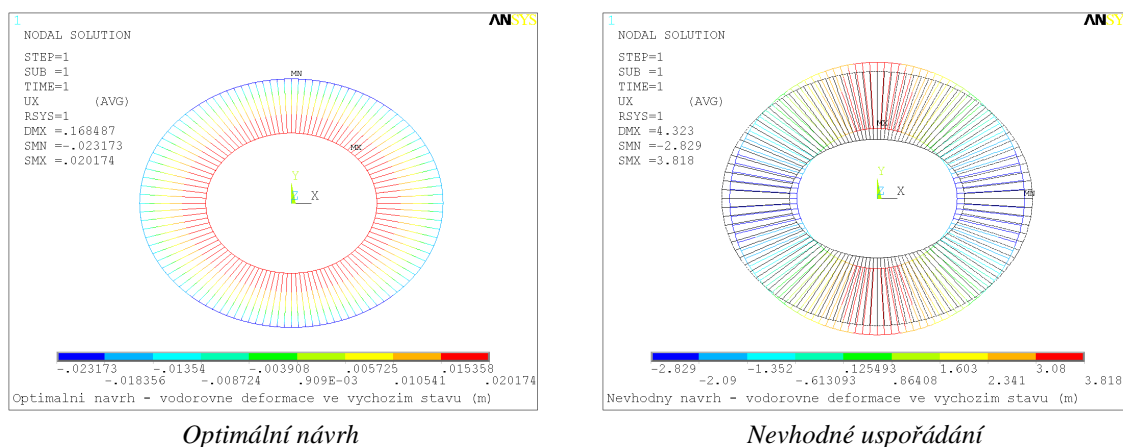
Obr. 6.35: Schéma konstrukčního uspořádání nad eliptickým půdorysem:
a) optimální návrh, b) nevhodný návrh

Další „chybou“ v návrhu je zachování konstantní výškové vzdálenosti vnější a vnitřní elipsy po jejich délce. Díky tomu pak kotevní síly lan jsou stejné a obvodové elipsy jsou tedy zatíženy přibližně rovnoměrným zatížením (není dodržena první z uvedených zásad). To vede

k ohybovému namáhání obvodových elips, a tedy k značným vodorovným posunům, jež způsobí nadměrné svislé deformace střešní konstrukce. Aby těmto deformacím bylo zabráněno, musí být navržen velmi tuhý průřez vnější obvodové elipsy nebo spodní stavba s velkou ohybovou tuhostí. Velké tuhosti může být dosaženo pouze zvětšením rozměrů jednotlivých konstrukčních prvků, které ovlivní značný nárůst nákladů na stavbu.

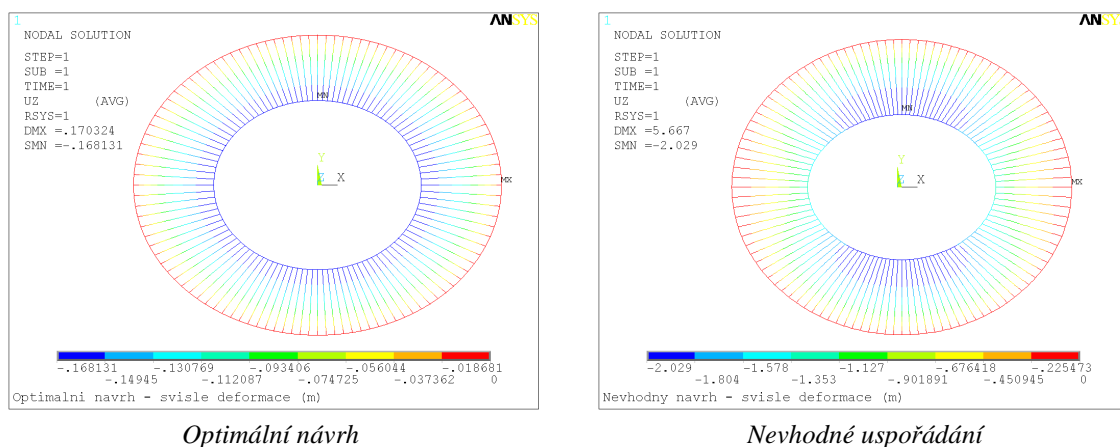
V následující kapitole je provedeno porovnání dvou eliptických konstrukcí, a to optimálního uspořádání respektujícího zmíněné zásady (viz *Obr. 6.35a*) s nevhodným uspořádáním (viz *Obr. 6.35b*), které může být navrženo při neznalosti statického fungování konstrukce. Rozdíly v základních rozměrech mezi oběma návrhy jsou v obrázku zvýrazněny červenou barvou. Aby konstrukce mohly být vzájemně porovnány, jsou v obou případech zachovány stejné rozměry jednotlivých konstrukčních prvků, tzn. především rozměry obvodových elips (viz *Obr. 6.4*). Zároveň jsou zachovány shodné materiálové charakteristiky. Vnější elipsa není podepřena na vodorovné posuny, může se ve vodorovném směru volně deformovat (jako by byla uložena na ložiska). Jsou porovnávány účinky na konstrukci nacházející se ve výchozím stavu.

Zásadní výhodou optimálního návrhu konstrukčního uspořádání je, že nedochází k vodorovným posunům vnější elipsy způsobeným ohybovým namáháním. Dochází pouze k osovému stlačení, resp. roztahení v případě vnitřní elipsy, vlivem normálové síly. Tento efekt nastane také v případě kruhové varianty zastřešení a je potřeba při návrhu konstrukce s tím počítat a vhodným nadvýšením jej eliminovat. Deformace vlivem normálové síly však dosahuje velmi nízkých hodnot, řádově centimetrů. Toto je patrné z *Obr. 6.36*. Při optimálním návrhu se vodorovná deformace obvodových elips pohybuje kolem 2–3 cm, a spodní stavba tedy téměř není namáhána ohybovým momentem. V případě nevhodného návrhu konstrukce dochází k vodorovným posunům o velikosti 3–4 m! Je zřejmé, že při reálném návrhu by nebylo možné tak velké posuny připustit, a proto by musely být zachyceny buď tuhostí samotných obvodových elips, nebo ohybovou tuhostí spodní stavby. To by vedlo k návrhu velkých dimenzí těchto prvků.



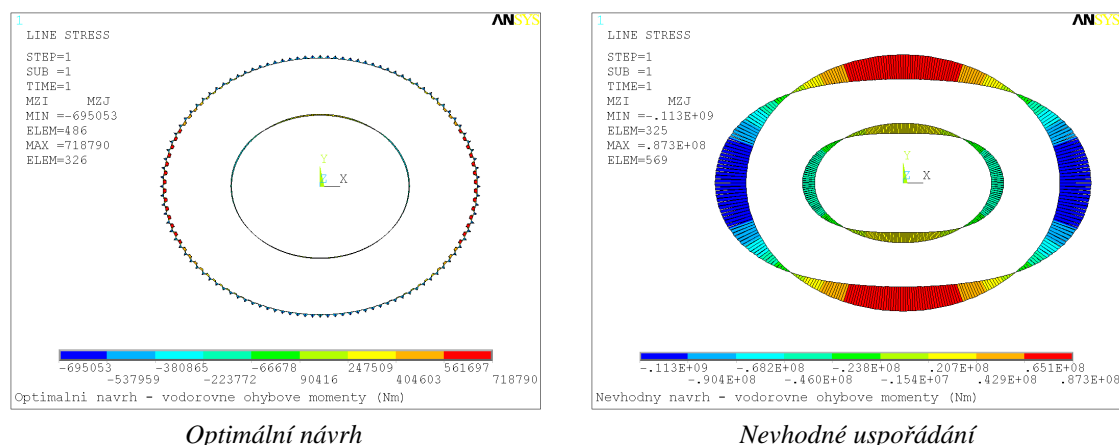
Obr. 6.36: Vodorovné deformace ve výchozím stavu v radiálním směru (m)

Svislé deformace jsou důsledkem vodorovných posunů vnější elipsy (viz *Obr. 6.37*). Při optimálním návrhu dochází pouze ke stlačení, resp. roztahení, vnější, resp. vnitřní, elipsy. Tyto malé vodorovné posuny pak způsobují svislý pokles vnitřní elipsy o 17 cm. V případě nevhodného návrhu konstrukce však tento svislý pokles dosahuje velikosti až 2 m! Pokud je počáteční návrh maximálního průvěsu konstrukce 8,0 m, pak svislý pokles jej zvětší o 25 %. Je zřejmé, že provedení nadvýšení konstrukce na tuto hodnotu by bylo nereálné.



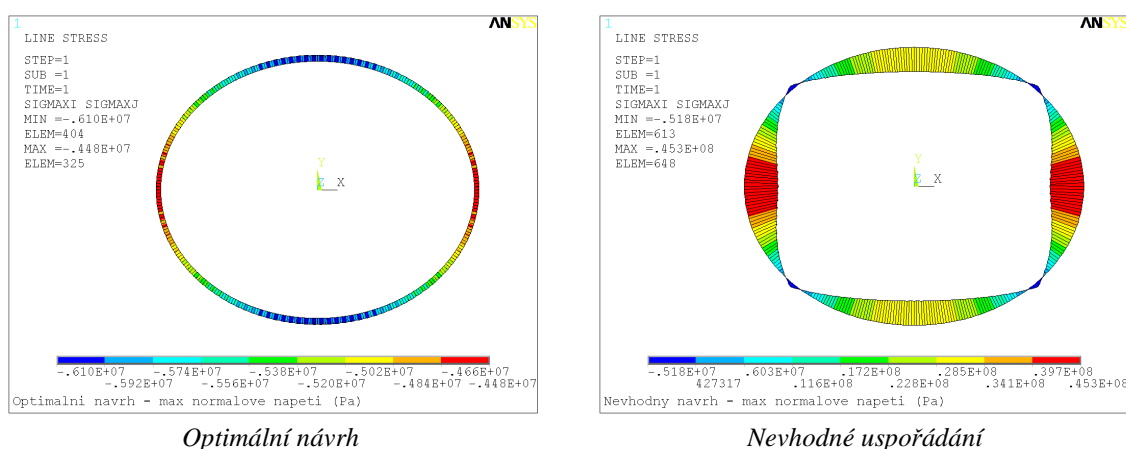
Obr. 6.37: Svislé deformace (m)

Při optimálním konstrukčním uspořádání jsou síly v laněch díky odpovídajícímu výškovému zvlnění vnější elipsy navrženy tak, aby výsledné vodorovné zatížení obvodových elips bylo lineárně závislé na jejich křivosti. Pak jsou normálové síly konstantní po délce elips, a tedy vodorovné ohybové momenty jsou nulové. Na *Obr. 6.38* jsou vykresleny vodorovné ohybové momenty na elipsách, které tento předpoklad potvrzují. V případě optimálního návrhu vznikají vlivem radiálních účinků pouze lokální ohybové momenty, které dosahují ve srovnání s dimenzemi konstrukce téměř zanedbatelných hodnot. V případě nevhodného návrhu je průvěs střešky, a tedy jednotlivých lan, konstantní po její délce. Z toho důvodu jsou obvodové elipsy zatíženy v podstatě rovnoměrným vodorovným zatížením, které způsobuje vodorovné ohybové momenty značných hodnot. Důsledkem těchto vodorovných momentů jsou pak značné vodorovné deformace.



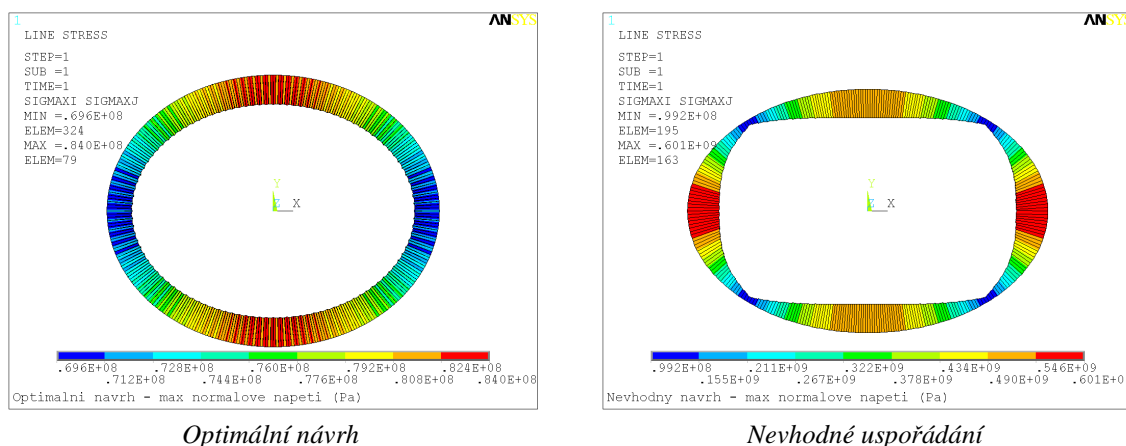
Obr. 6.38: Vodorovné ohybové momenty na obvodových elipsách (Nm)

Nejvýmluvnější z hlediska namáhání jsou pak hodnoty normálových napětí. Na **Obr. 6.39** jsou vykreslena maximální normálová napětí (kombinace účinků normálové síly a ohybových momentů v obou hlavních směrech) na vnější elipse, která má obdélníkový průřez o rozměrech $3,0 \times 1,5$ m. Normálová síla v obou případech má velikost přibližně 25000 kN, její příspěvek v napětí tedy činí asi 5,5 MPa. V případě optimálního návrhu je celkové maximální normálové napětí na vnější elipse ve výchozím stavu v rozmezí 4,5–6,1 MPa, a tedy příspěvek napětí od ohybových momentů je do 1,0 MPa. Při nevhodném návrhu však na vnější elipse vzniknou dokonce tahová napětí, a to až do velikost +45 MPa. Příspěvek vodorovných ohybových momentů je tedy značný a způsobuje takové namáhání elipsy, které by navržený obdélníkový průřez z běžného železobetonu nebyl schopen přenést.



Obr. 6.39: Normálové napětí na vnější elipse (Pa)

V případě vnitřní elipsy je průřez tvořen ocelovou trubkou 1200/100 a příspěvek tahové normálové síly o velikost 25000 kN je přibližně 70 MPa. Na **Obr. 6.40** jsou vykreslena maximální normálová napětí na vnitřní elipse ve výchozím stavu. Při optimálním návrhu téměř nedochází k nárůstu napětí vlivem ohybového namáhání. Maximální napětí v případě nevhodného návrhu dosahuje hodnoty až +600 MPa a tím je překročena míra dovolených namáhání ocelového průřezu.



Obr. 6.40: Normálové napětí na vnitřní elipse (Pa)

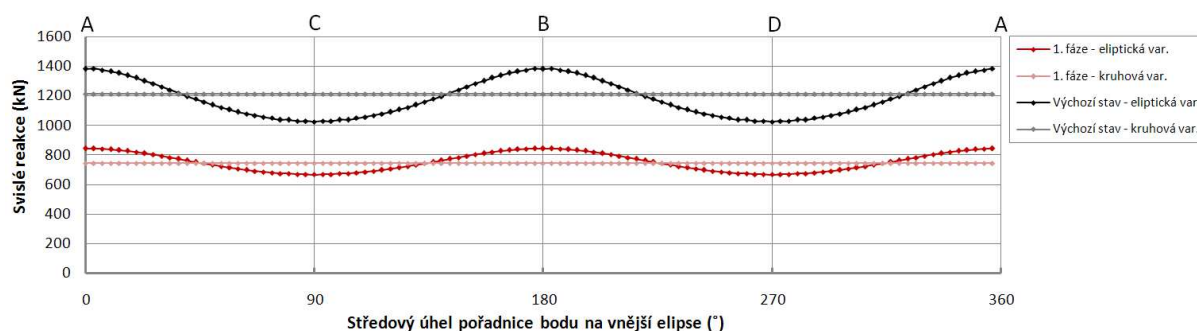
6.7. Vyhodnocení – porovnání kruhové a eliptické střechy

V této kapitole jsou diskutovány účinky na jednotlivých konstrukčních prvcích během výstavby (kap. 6.7.1 až 6.7.6) a při působení proměnného zatížení (kap. 6.7.7) pro obě alternativy zastřešení. Kompletní výsledky statické analýzy jsou součástí digitální přílohy.

6.7.1. Reakce – účinky na spodní stavbu

Na následujícím grafu (viz *Graf 6.5*) jsou vykresleny průběhy svislých reakcí po délce vnějšího prstence, resp. elipsy, během výstavby konstrukce. Kladné hodnoty vyjadřují tlakovou sílu na spodní stavbu. V 1. fázi výstavby se jedná o reakce od vlastní tíhy obou obvodových nosníků a nosných lan. Ve výchozím stavu jsou na nosná lana zavěšeny prefabrikované segmenty a tomu se adekvátně zvýší velikost svislých reakcí. V 2. fázi výstavby dochází k předepnutí zmonolitněné betonové membrány, a protože se jedná o staticky určitou konstrukci, nevznikají od předpětí sekundární účinky a svislé reakce se nezmění.

V případě eliptické varianty zastřešení není velikost svislých reakcí po délce vnější elipsy konstantní. To je způsobeno dvěma vlivy, které se navzájem sčítají. Za prvé je to dáno rozdílnou délkou jednotlivých řad segmentů, která vyplývá z měnící se šířky pásu membrány z hodnoty 48,0 m (při hlavních vrcholech elips A, B) na 39,3 m (při vedlejších vrcholech elips C, D). Díky osově souměrnosti konstrukce jsou délky rozdílné vždy v rámci jednoho kvadrantu půdorysné plochy, a protože je konstrukce tvořena 108 řadami segmentů, je to tedy 27 řad různých délek. Díky tomu pak při vedlejších vrcholech C a D jsou reakce nejmenší, protože jsou v těchto místech kotvena nejkratší lana nesoucí řady segmentů o nejmenší tíze.



Graf 6.5: Průběh svislých reakcí během výstavby

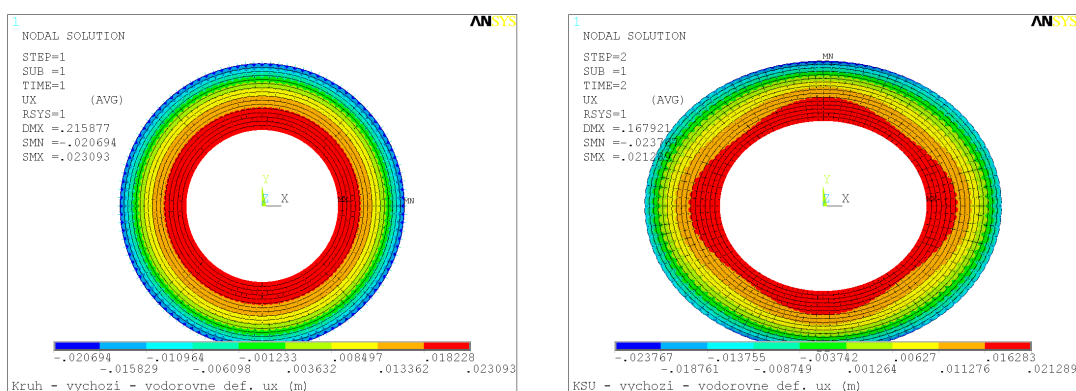
Druhým vlivem je výškové zvlnění vnější eliptického nosníku (viz *Graf 6.3* v kap. 6.5.2). Osová síla způsobuje v zakřiveném prvku radiální účinky, a jelikož vnější elipsa je zakřivena nejen ve vodorovném, ale také ve svislém směru, způsobuje toto zakřivení přírůstky, resp. úbytky, svislých reakcí. V místě hlavních vrcholů elipsy A a B je zakřivení konvexní (tj. vypuklé) a radiální účinky od tlakové osově síly tedy vyvolávají nárůst svislých reakcí. Naopak v místě vedlejších vrcholů C a D je zakřivení elipsy ve svislém směru konkávní (tj. vyduté), a proto radiální účinky působí v opačném směru než účinky od vlastní tíhy a způsobují úbytek svislých reakcí.

Díky předpokladu, že konstrukce bude uložena na ložiskách, přímo nevznikají vodorovné reakce. Při reálném návrhu konstrukce by však spodní stavba musela být navržena na účinky tření v ložiskách, které je vyvolané volným stlačením vnějšího prstence, resp. elipsy.

6.7.2. Vodorovné deformace konstrukce

Působením normálových sil v obvodových nosnících dochází především během výstavby ke stlačení, resp. roztažení, vnějšího, resp. vnitřního, nosníku. Ve výchozím stavu je v nosnících před deformací síla o velikosti 30700 kN (v případě kruhové střechy, *Obr. 6.31*), resp. 26300 kN (v případě eliptické střechy, *Obr. 6.33*), které pak odpovídají tyto radiální deformace:

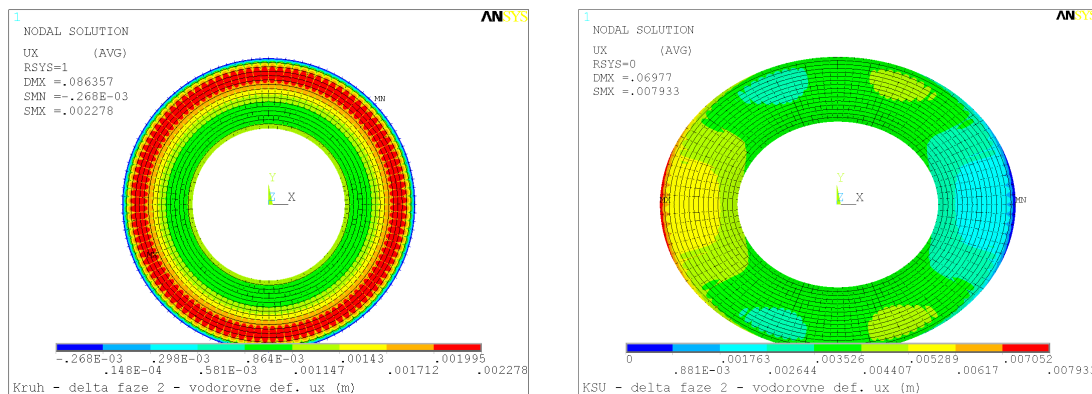
	Kruhová střecha	Eliptická střecha
Vnější prstenec, resp. elipsa	21,3 mm	20 mm (hlavní osa) 16,4 mm (vedlejší osa)
Vnitřní prstenec, resp. elipsa	21,9 mm	22,4 mm (hlavní osa) 18,4 mm (vedlejší osa)



Obr. 6.41: Vodorovné deformace ve výchozím stavu (m)
(vlevo kruhová varianta, vpravo eliptická varianta)

Výpočet velikosti normálové síly a vodorovných deformací obvodových nosníků byl proveden v kap. 6.5.3. Protože však obvodové nosníky nejsou izolované prvky, nýbrž jsou do nich zakotvena nosná lana, dojde vlivem vodorovné deformace ke změně napětí v lanech, a tím ke změně zatížení obvodových nosníků. Zatížení již nebude lineárně závislé na křivosti, jak tomu bylo před zdeformováním konstrukce. Na *Obr. 6.41* jsou vykresleny vodorovné deformace konstrukce ve výchozím stavu po ustálení do rovnovážné polohy. Je vidět, že hodnoty deformací se přesně nerovnají vypočteným hodnotám při neměnném zatížení. Rozdíly jsou však malé. Tento efekt má následně vliv i na velikost normálových sil a vodorovných ohybových momentů. Deformace v obrázcích nejsou vykresleny radiálně díky nesymetrickému podepření konstrukce, ale jsou vykresleny jednosměrně ve směru ortogonálních os. Míru vodorovných deformací během výstavby při uložení konstrukce na ložiskách lze ovlivnit volbou rozměrů průřezů a materiálů obou obvodových nosníků.

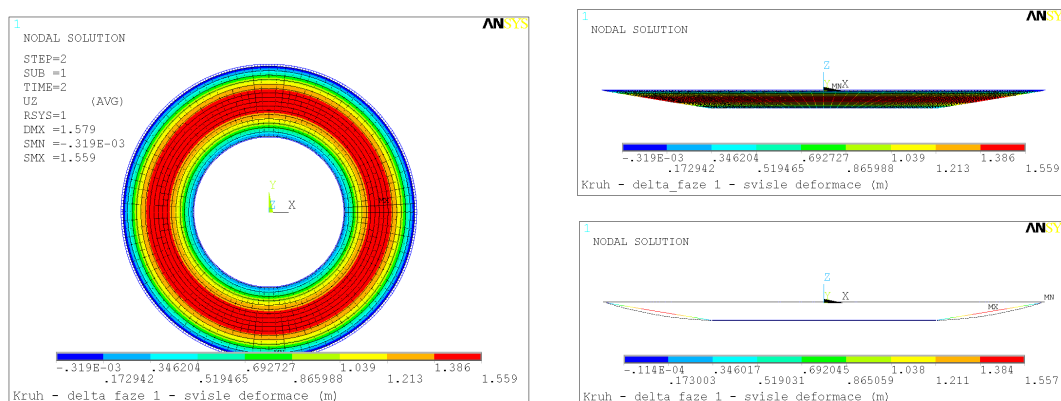
Na **Obr. 6.42** jsou vykresleny přírůstky vodorovné deformace ve směru vedlejší osy po zmonolitnění membrány a vnesení předpětí. Je patrné, že dojde k minimální změně deformací, protože vodorovnému posunu obvodových nosníků je již zabráněno membránou.



Obr. 6.42: Přírůstek vodorovné deformace ve směru vedlejší osy po vnesení předpětí (m) (vlevo kruhová střeška, vpravo eliptická střeška)

6.7.3. Svislé deformace konstrukce

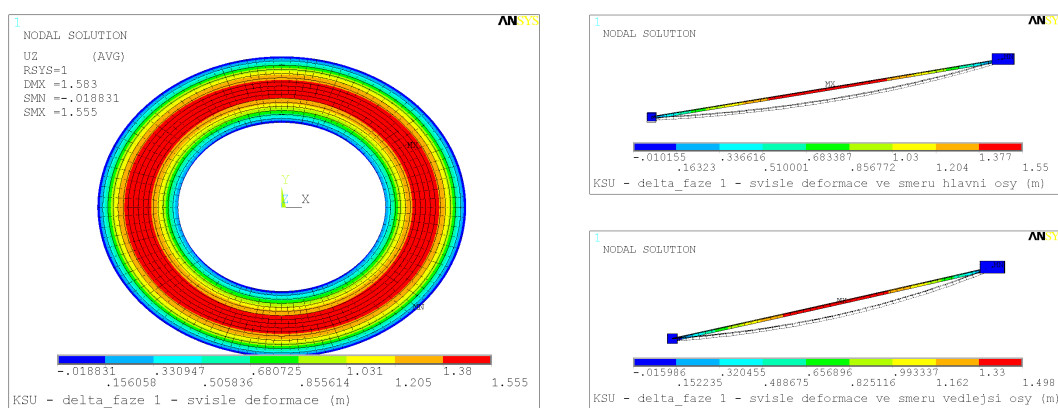
Na následujících obrázcích jsou vykresleny svislé deformace konstrukce v hlavních fázích výstavby. Konstrukci ve výchozím stavu předchází stav, kdy je na nosná lana zavěšen pouze vnitřní nosník („1. fáze výstavby“). Protože výstavba střešky ve výpočetním modelu začíná právě výchozím stavem, je nutné provést zpětný krok a odtížit konstrukci, tzn. odebrat vlastní tíhu segmentů, a tím získat účinky na střeše při zavěšení vnitřním nosníku. Na **Obr. 6.43** a **Obr. 6.44** je znázorněna míra nadzvednutí konstrukce po odebrání segmentů. Je vidět, že lana se vlivem radiálních účinků osových napětí „vyrovnejí“ z původně zadané průvřesové křivky. V obou případech dojde k nadzvednutí přibližně o 1,5 m, a to vždy v místě maximálního průvřesu lan. V místech vnitřního prstence, resp. elipsy dojde k nadzvednutí pouze o 150 mm.



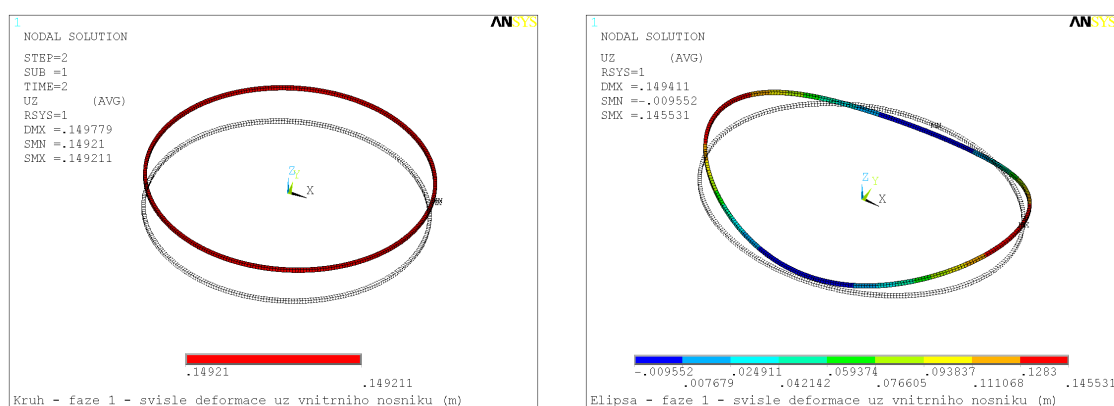
Obr. 6.43: Přírůstek svislé deformace kruhové střešky v 1. fázi výstavby, tj. bez tíhy segmentů (m)

Na **Obr. 6.45** je zobrazena svislá deformace vnitřního nosníku kruhové a eliptické střešky, na kterém je patrný rozdíl v působení mezi kruhovou a eliptickou variantou konstrukce. V případě kruhové střešky se vnitřní nosník rovnoměrně nadzvedne o konstantní hodnotu

150 mm, v případě eliptické varianty však dojde ke zvlnění nosníku ve svislém směru. V této fázi výstavby navržené výškové zvlnění vnější elipsy již neodpovídá působícímu zatížení (pouze vlastní tíha vnitřní elipsy a lan), a tedy ani průvěsy jednotlivých lan mu neodpovídají. Proto dojde k takovému vodorovnému zatížení obvodových elips, které již nebude lineárně závislé na křivosti elips. Díky tomu dojde k nerovnoměrnému poklesu napětí v lanech, a tedy k výškovému zvlnění vnitřního nosníku. Poloha nosníku je 145 mm nad navrženou polohou ve směru hlavní osy a 10 mm pod navrženou polohou ve směru vedlejší osy. Při reálném návrhu by znamenalo vnitřní elipsu na toto zvlnění nadvýšit, protože není možné měnit výškovou polohu vnější elipsy. Vnitřní elipsa by do této polohy byla ustavena tak, aby po pokládce segmentů zaujala vlivem vzrůstajícího zatížení požadovanou polohu v rovině.



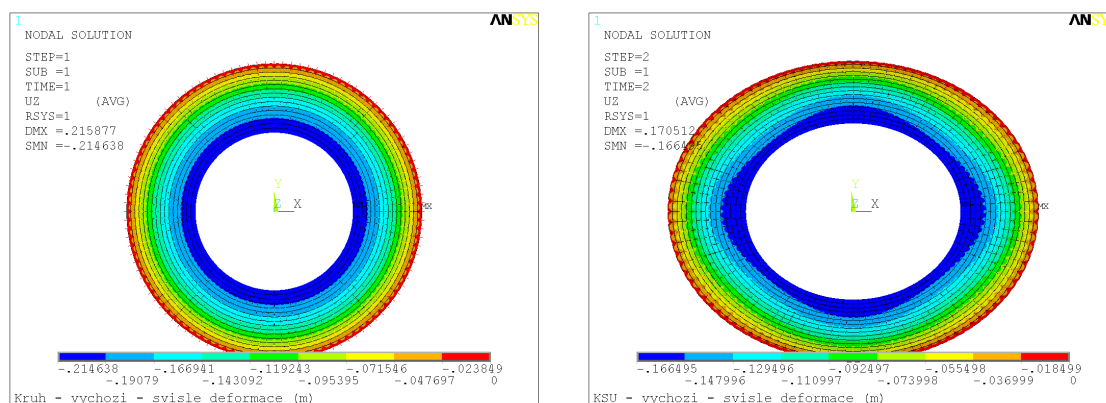
Obr. 6.44: Příklad svislé deformace eliptické střechy v 1. fázi výstavby, tj. bez tíhy segmentů (m)



Obr. 6.45: Svislé deformace vnitřního nosníku po odebrání segmentů (m) (vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

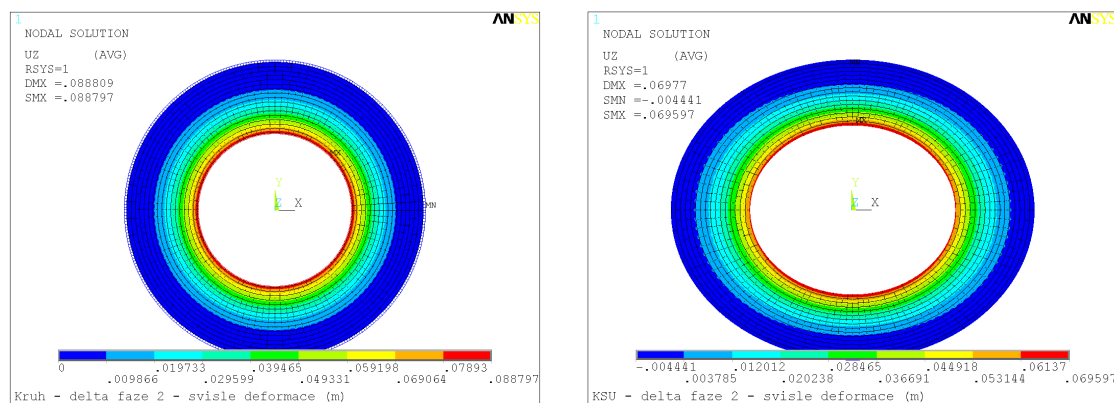
Svislé deformace konstrukce ve **výchozím stavu** by měly být nulové. Toho je dosaženo pouze při vodorovně neposuvném podepření obvodových elips (viz *Obr. 6.28* a *Obr. 6.30 vlevo*). Svislé deformace zahrnující vliv vodorovného stlačení, resp. roztahení, obvodových nosníků jsou vykresleny na *Obr. 6.46*. Je patrné, že dojde ke zvýšení průvěsu přibližně o 215 mm (kruhová střecha), resp. 170 mm (eliptická střecha), oproti hodnotám deformace na konstrukci vodorovně neposuvně podepřenou. Volných vodorovných posunů je dosaženo v případě, kdy střešní

konstrukce je uložena na ložiska. Pak je nutné volit takové rozměry obvodových nosníků, aby vodorovné posuny byly v přiměřených mezích.



*Obr. 6.46: Svislé deformace konstrukce ve výchozím stavu (m)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)*

Po zmonolitnění je membrána předepnuta skupinou předpínacích lan („2. fáze výstavby“). Je do ní vnesena tlaková rezerva tak, aby při působení proměnných zatížení nevznikala tahová napětí. V případě kruhové varianty se konstrukce po vnesení předpětí nadzvedne o 90 mm (viz *Obr. 6.47 vpravo*), a bude tedy mít reálný průvës o $\Delta_{\text{kruh}} = 0,215 - 0,090 = 0,125$ m větší, než je navržený. V případě eliptické varianty je nadzvednutí pouze 70 mm, a konečný průvës je tedy větší o $\Delta_{\text{elipsa}} = 0,170 - 0,070 = 0,1$ m. Rozdíl Δ mezi skutečným a navrženým průvësem může být zmenšen vhodnou úpravou napětí v lanech.



*Obr. 6.47: Příklad přírůstek svislé deformace konstrukce po vnesení předpětí (m)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)*

Rovněž je zajímavé zobrazit svislé deformace navržených konstrukcí v řezech. Pak je možné sledovat jev, který z plošného vykreslení svislých deformací není patrný. Tento jev nastává u obou variant zastřešení, a proto vykreslení svislých deformací v řezu je provedeno pouze pro jednu z nich, a to eliptickou variantu (viz *Graf 6.6*). Svislé deformace jsou zobrazeny v řezu ve směru hlavní osy, a to pro výchozí stav a stav po vnesení předpětí (2. fáze výstavby). Z tvaru zdeformované konstrukce je patrné, že po vnesení předpětí se u vnitřní elipsy vytvoří žlab (černá křivka v grafu), který je z hlediska odvodnění plochy zastřešení velmi nežádoucí.

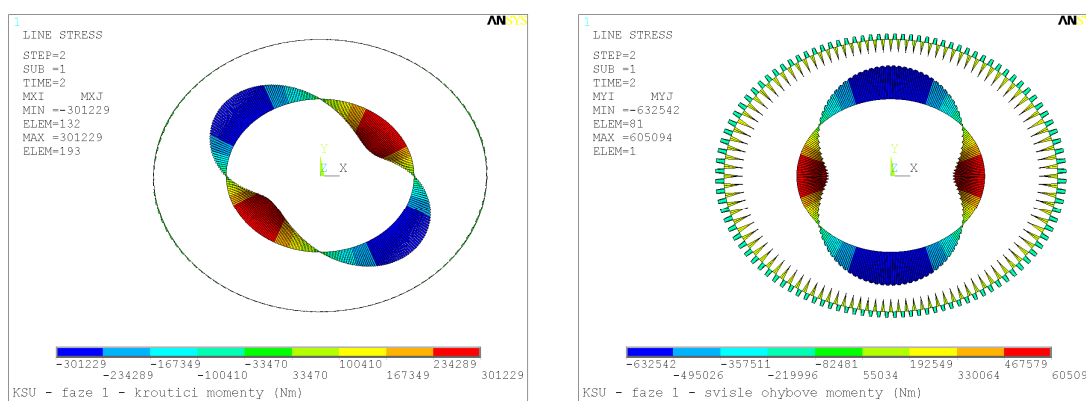
Tento jev je způsoben kroucením vnitřního nosníku a následným vlivem účinků 2. řádu. Při reálném návrhu by konstrukce ve středu musela být vhodně přitížena s cílem eliminovat nežádoucí nadzvednutí vnitřní elipsy. V grafu je tvar konstrukce s přitíženým vnitřním nosníkem zobrazen červeně. Zvolená velikost přitížení je 6 kN/m. Je patrné, že tímto způsobem je možné se nežádoucího žlabu zbavit. Vzhledem k předpokládané funkci zastřešení by přitížení mohlo být tvořeno samotným vybavením sportovního stadionu (osvětlení a další zařízení) nebo by trubka vnitřního nosníku mohla být vyplněna betonem. Inženýrských přístupů k odstranění tohoto jevu je tedy několik a záleželo by na řešení konkrétního projektu, který z nich by byl vybrán jako nejvhodnější.



Graf 6.6: Svislé deformace během výstavby – eliptická varianta

6.7.4. Obvodové nosníky

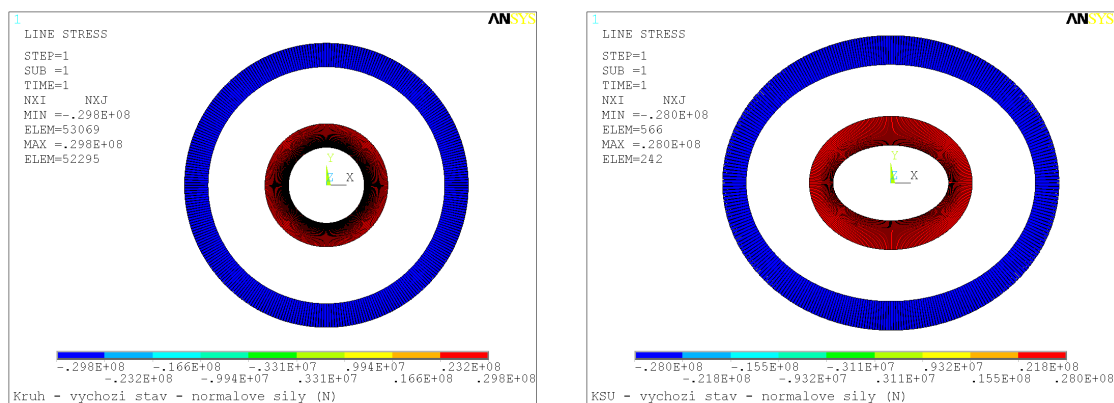
Základní namáhání obvodových nosníků během výstavby bylo podrobně rozebráno v kap. 4.2.4, resp. kap. 6.3.2. Souhrnně lze říci, že nosníky jsou namáhány především osovou silou. Vzhledem ke statickému systému vzniká ve vnějším nosníku tlaková a ve vnitřním nosníku tahová síla (viz kap. 6.3.1, resp. kap. 4.2.3.). Protože se jedná o půdorysně zakřivené prvky, vznikají od osových sil rovněž vodorovné ohybové momenty. Vlastní tíha nosníků pak vyvolává svislé ohybové momenty.



Obr. 6.48: Kroucí a svislé ohybové momenty na elipsách v 1. fázi výstavby (Nm)

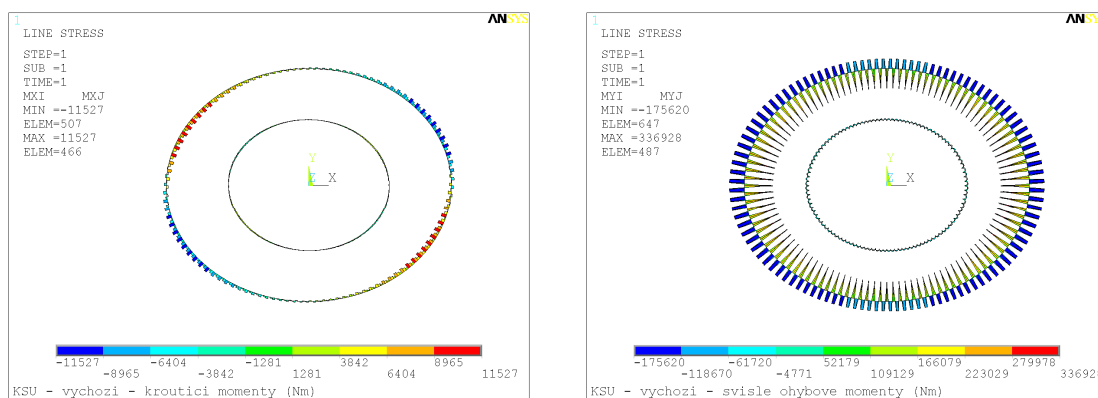
V **1. fázi výstavby**, kdy je na lana zavěšen pouze vnitřní nosník, jsou osové síly v obvodových nosnicích malé, dosahují v obou variantách zastřešení velikosti pouze cca 9000 kN. Průběh ohybových momentů odpovídá průběhu momentů jako na spojitým nosníku.

V případě eliptické varianty však navíc dojde ke globálnímu namáhání vnitřní elipsy. Z průběhu kroutících a ohybových momentů (viz *Obr. 6.48*) je patrné, že elipsa není v tomto stavu zatížena optimálním způsobem. Je to dáno tím, že výškové zvlnění vnější elipsy, určující průvěsy jednotlivých lan, a tedy zatížení obvodových elips jejich kotevními silami, je navrženo na výchozí stav a nelze ho v průběhu výstavby měnit. Díky tomu dojde k přídavnému namáhání vnitřní elipsy, které však nedosahuje rozhodujících hodnot. Kroutící a ohybové momenty na vnitřní elipse pak odpovídají zdeformovanému tvaru elipsy (viz *Obr. 6.45 vpravo*).



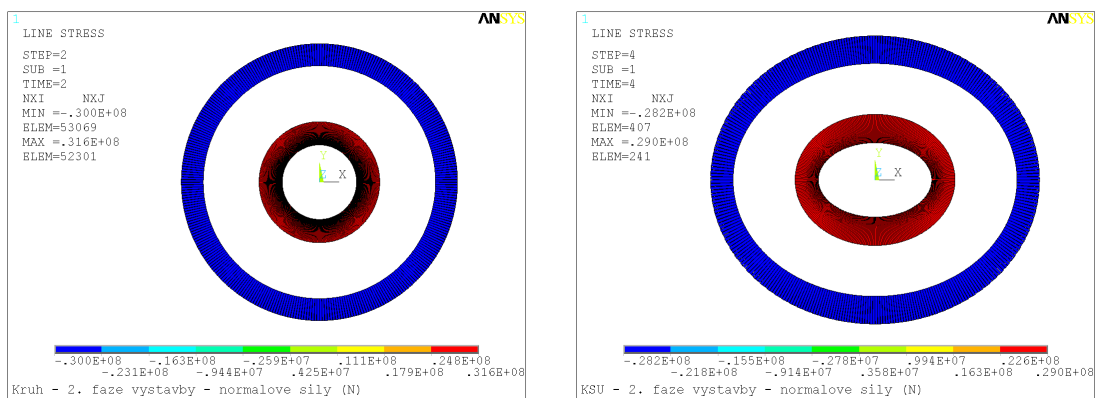
Obr. 6.49: Normálové síly v obvodových nosnících na konstrukci ve výchozím stavu (N) (vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

Po pokládce prefabrikovaných segmentů na nosná lana se konstrukce nachází v tzv. **výchozím stavu**. Osově síly v obvodových nosnících narostou na hodnotu 29800 kN (kruhová střecha), resp. 28000 kN (eliptická střecha), a stále platí rovnost velikosti sil ve vnějším a vnitřním nosníku (viz *Obr. 6.49*). V kap. 6.5.3 byla spočítána velikost osových sil v prstencích a elipsách ve výchozím stavu před vodorovnou deformací, jejichž velikost se však liší od osových sil v nosnících po zdeformování konstrukce zobrazených na uvedeném obrázku. Vlivem stlačení/roztahení obvodových nosníků dojde ke změně napětí v lanech, a tedy ke změně radiálního zatížení. Tím dojde k přerozdělení sil a konstrukce zaujme rovnovážný stav, který nelze jednoduchým ručním výpočtem vystihnout. Proto se hodnoty osových sil v nosnících před vodorovnou deformací a po ní liší, rozdíl je však malý.



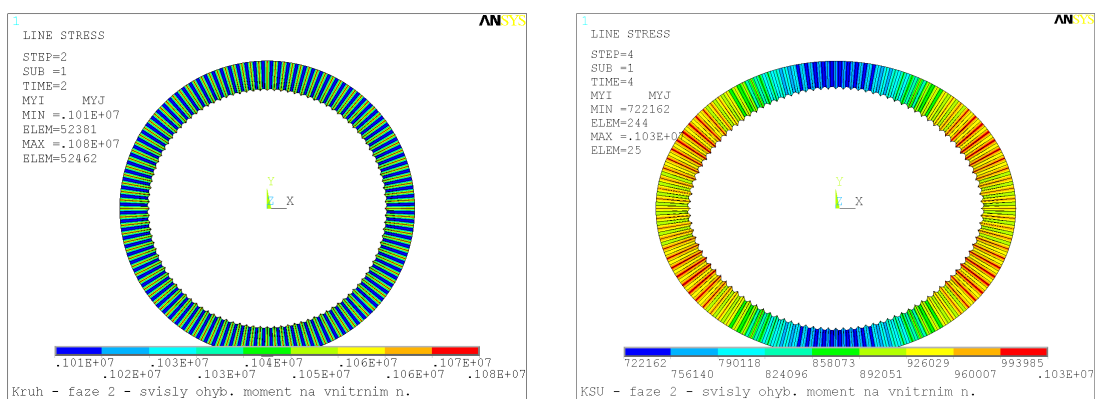
Obr. 6.50: Kroutící a svislé ohybové momenty na elipsách ve výchozím stavu (Nm)

Průběhy krouticích a ohybových momentů na vnitřní elipse (viz *Obr. 6.50*) již korespondují s předpokládanými průběhy, protože je zatížena optimálně, tzn. zatížení je lineárně závislé na křivosti elipsy a vznikají v ní pouze lokální ohybové účinky od radiálních sil. Krouticí momenty lze považovat za nulové, nenulové hodnoty na obrázku jsou dány nepřesností, kterou způsobí polygonální náhrada hladké křivky.



Obr. 6.51: Normálové síly na obvodových nosnících konstrukce v 2. fázi výstavby (Nm)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

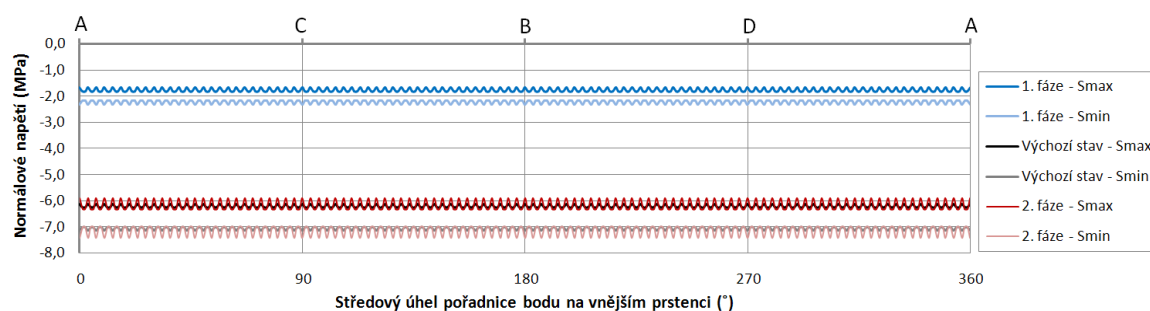
Po zmonolitnění je do membrány vneseno tlakové napětí prostřednictvím předpínacích lan (**2. fáze výstavby**). Obvodové nosníky se opírají o membránu, a tedy by v nich primárně neměla narůstat normálová síla, protože je zabráněno stlačení, resp. roztážení, nosníků. Z *Obr. 6.51* však vyplývá, že dojde k nárůstu normálové síly ve vnitřních nosnících v obou variantách zastřešení. Tento nárůst je způsoben nadzvednutím vnitřního nosníku vlivem kroucení a účinků 2. řádu (viz *Graf 6.6*) a vnitřní nosník se tím může částečně roztáhnout. Nárůst normálových sil však není významný. Dále dojde k zvětšení ohybového namáhání, jak bylo uvedeno na *Obr. 4.13*. Vlivem lokálního vnesení předpínací síly se v nosnících zvýší hodnoty jak svislých, tak vodorovných ohybových momentů. Navíc dojde k posunu obrazce svislých ohybových momentů o konstantní hodnotu, která je způsobena krouticím zatížením (viz *Obr. 6.52*). Vlivem předepnutí se betonová membrána nadzvedne. Protože je však již zmonolitněna s obvodovými nosníky, vyvolá toto nadzvednutí kroucení nosníků.



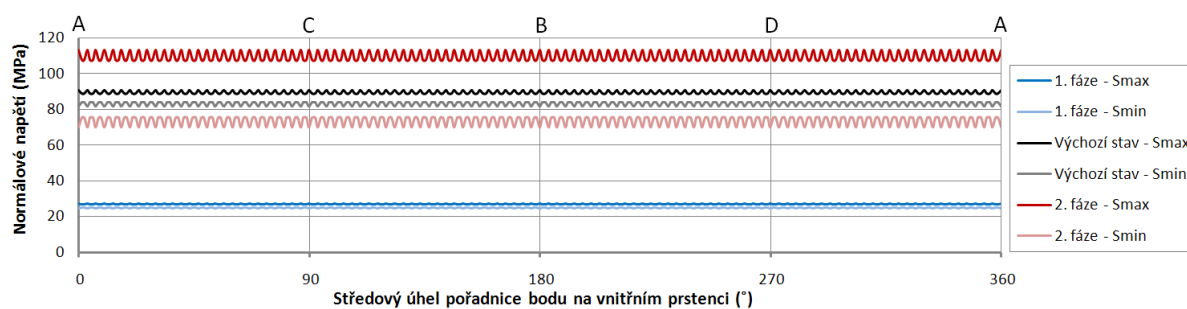
Obr. 6.52: Svislý ohybový moment na vnitřním nosníku v 2. fázi výstavby (Nm)
(vlevo vnější prstenec, vpravo vnitřní prstenec)

Obálky maximálních a minimálních celkových normálových napětí na obvodových prstencích a elipsách během výstavby jsou zobrazeny na následujících grafech (viz **Graf 6.7** a **Graf 6.8** pro kruhovou variantu, viz **Graf 6.9** a **Graf 6.10** pro eliptickou variantu). Již na první pohled je zřejmý rozdíl mezi průběhy napětí obou konstrukcí. Stejně jako u průběhu svislých reakcí průběhy napětí jsou podél prstenců na rozdíl od elips rovnoměrné.

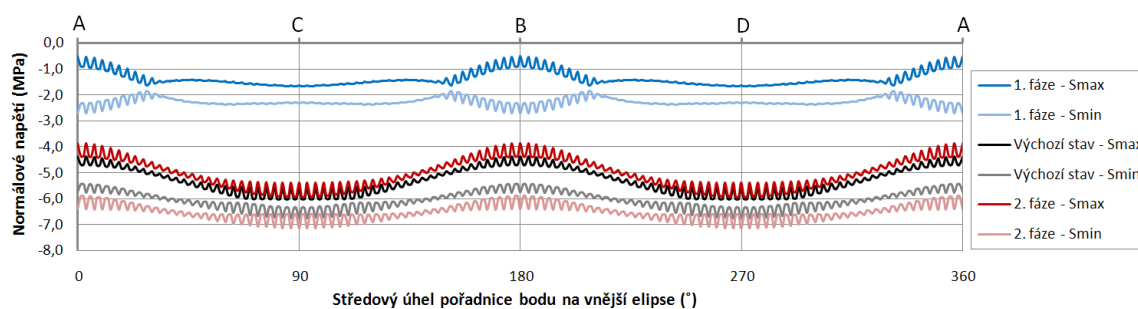
V 1. fázi výstavby (modré křivky v grafech) mají normálové síly a lokální ohybové momenty malou velikost, a proto i napětí dosahují velmi nízkých hodnot. V případě vnějšího prstence se tlakové napětí pohybuje od $-1,8$ do $-2,2$ MPa. Tahové napětí na vnitřním prstenci je cca 25 MPa. Ve výchozím stavu dojde k zvýšení zatížení nosných lan, a tedy k zvýšení kotevních sil. Díky tomu značně narostou v obvodových prstencích normálové síly, a tedy i normálová napětí (tmavé křivky v grafech). Napětí na vnějším prstenci se nyní pohybuje v rozmezí od $-6,3$ do $-7,1$ MPa, a průřez prstence je tedy celý tlačný. Tahové napětí na vnitřním prstenci je $84,0$ – $90,8$ MPa. Jelikož rozhodujícím zatížením z hlediska napětí jsou osová síly a v 2. fázi výstavby již nedochází k jejich nárůstu, ani velikost normálových napětí v prstencích se téměř nezmění (červené křivky v grafech). Výraznější nárůst napětí je patrný pouze na vnitřním prstenci, na kterém se díky menší křivosti zvýšil svislý moment vlivem kroucení o větší hodnotu. Navíc vlivem nadzvednutí vnitřního prstence (viz **Graf 6.6**) došlo k zvýšení tahové normálové síly. Napětí na vnějším prstenci se zvýšilo pouze vlivem radiálních účinků předpětí a je v rozmezí od $-5,9$ do $-7,4$ MPa. Tahové napětí na vnitřním prstenci se pohybuje mezi $70,0$ – $113,1$ MPa.



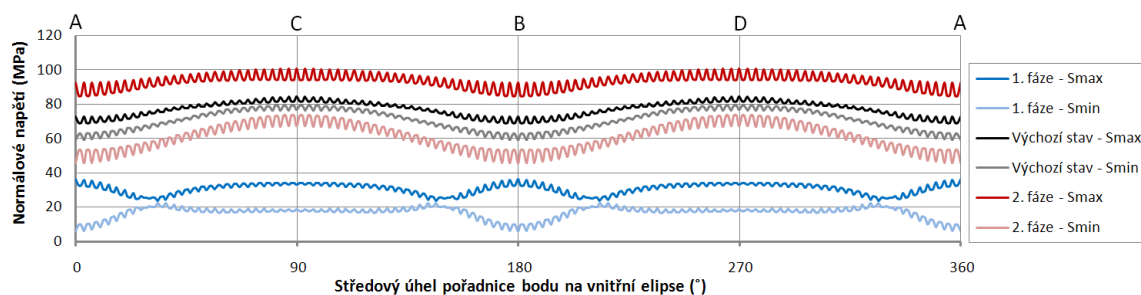
Graf 6.7: Obálky max a min napětí na vnějším prstenci během výstavby



Graf 6.8: Obálky max a min napětí na vnitřním prstenci během výstavby



Graf 6.9: Obálky max a min napětí na vnější elipse během výstavby



Graf 6.10: Obálky max a min napětí na vnitřní elipse během výstavby

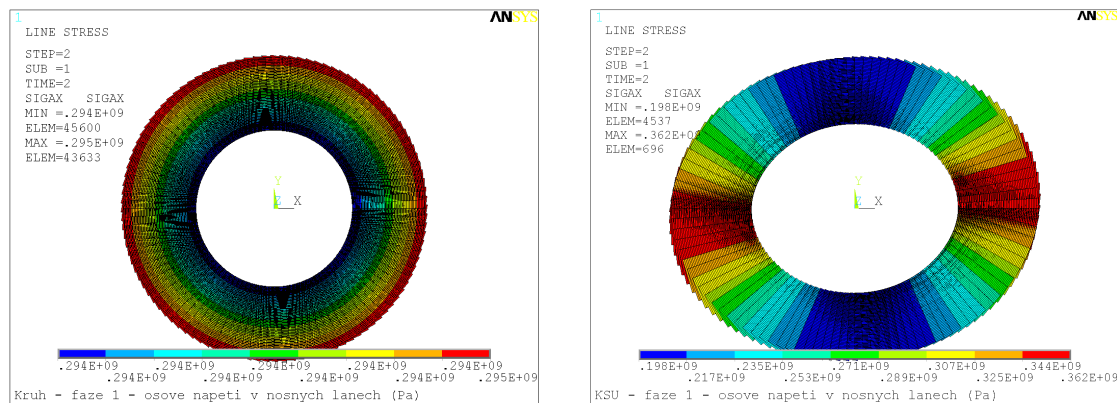
Obdobným způsobem lze vyhodnotit eliptickou variantu zastřešení. V 1. fázi výstavby navzdory malé osově síle a lokálnímu ohybovému namáhání je vnější elipsa celá tlačena a nejmenší tlakové napětí dosahuje hodnoty $-0,5$ MPa. V případě vnitřní elipsy je maximální tahové napětí 36 MPa. Celkové normálové napětí na vnější a vnitřní elipse ve výchozím stavu naroste vlivem zvětšení normálových sil. Průřez vnější elipsy je stejně jako u kruhové varianty celý tlačena a maximální tlakové napětí dosahuje hodnoty $-6,7$ MPa. V případě vnitřní elipsy je maximální tahové napětí 84 MPa. V 2. fázi výstavby je nárůst tlakových napětí ve vnější elipse $0,40$ MPa. Celkové tlakové napětí má tedy velikost $7,14$ MPa. V případě vnitřní elipsy je maximální tahové napětí v průřezu 101 MPa.

Hodnoty napětí ve všech fázích výstavby jsou se značnou rezervou pod hranicí dovolených namáhání. Ze všech uvedených hodnot normálových napětí je patrné, že průřezy prstenců a elips jsou navrženy neúspěšně a při optimalizaci konstrukce by mohly být zmenšeny. Je však nutné mít na paměti, že zmenšení průřezů obvodových nosníků povede k zvýšení vodorovných a následně svislých deformací konstrukce.

6.7.5. Nosná a předpínací lana

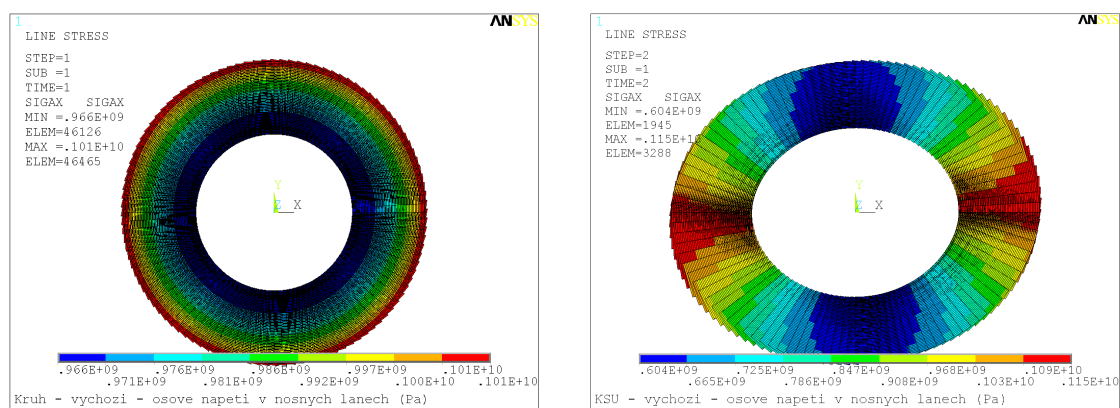
Při zavěšení vnitřního nosníku na nosná lana (**1. fáze výstavby**) je osově napětí v lanech v případě kruhové varianty pro všechna lana stejné a dosahuje hodnoty 295 MPa. V případě eliptické střechy se velikost napětí v lanech vždy v rámci jednoho kvadrantu mění od 362 MPa ve směru hlavní osy až po 198 MPa ve směru vedlejší osy (viz **Obr. 6.53**). Rozdílné hodnoty napětí jsou dány měnícím se tvarem eliptické střechy mezi hlavní a vedlejší poloosou.

Při výstavbě obou variant zastřešení by při zavěšení vnitřního nosníku měla být nosná lana napnuta právě na uvedenou míru napětí. Pak po pokládce segmentů lana zaujmou požadovaný tvar, stanovený pomocí analýzy výchozího stavu.



Obr. 6.53: Napětí v nosných lanech v 1. fázi výstavby (Pa)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

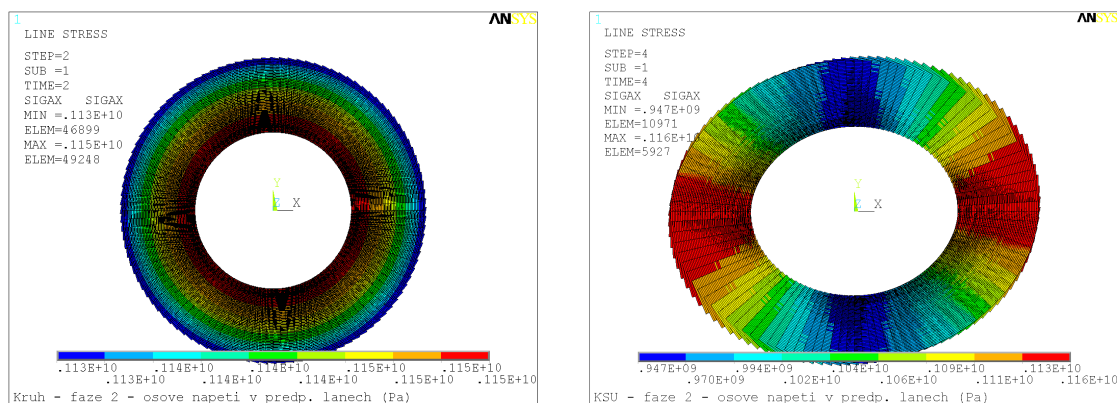
Po pokládce segmentů vzroste napětí v nosných lanech na cca 1000 MPa (kruhová střecha, **Obr. 6.54** vlevo), resp. 604–1150 MPa (eliptická střecha, **Obr. 6.54** vpravo). Toto napětí pak odpovídá vypočteným vodorovným složkám osově síly v lanech H , které byly stanoveny při analýze **výchozího stavu** konstrukce v kap. 6.5.2.



Obr. 6.54: Napětí v nosných lanech ve výchozím stavu (Pa)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

Po zmonolitnění membrány a vnesení předpětí napětí v nosných lanech částečně poklesne. Napětí v předpínacích lanech odpovídá navrženým předpínacím silám a dosahuje hodnot od 947 MPa do 1160 MPa (viz **Obr. 6.55**).

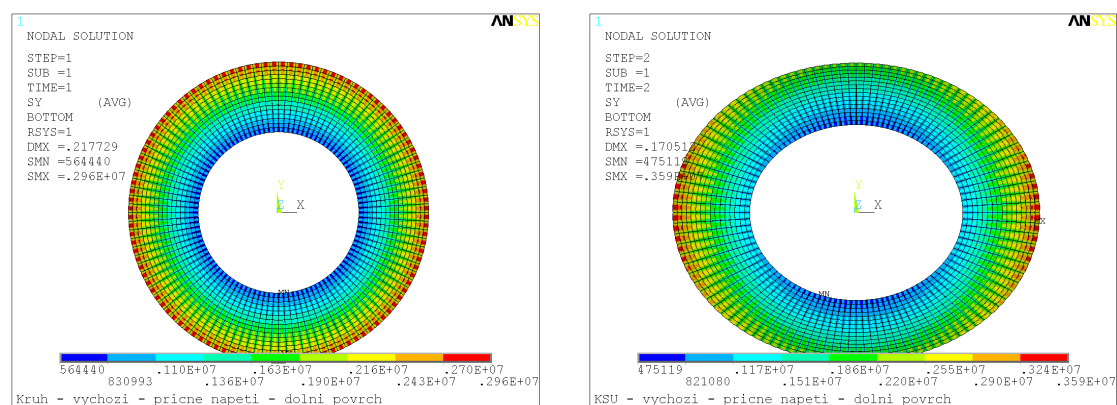
Napětí v nosných a předpínacích lanech v jednotlivých fázích výstavby nepřekročí hodnotu $0,7 \cdot 1860 = 1300$ MPa. V případě eliptické střechy je z uvedených hodnot napětí patrné, že především v případě nosných lan by bylo v rámci optimalizace konstrukce vhodné navrhnout zmenšující se počet lan v žebrech v rámci jednoho kvadrantu směrem k vedlejší poloose.



*Obr. 6.55: Napětí v předpínacích lanech v 2. fázi výstavby (Pa)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)*

6.7.6. Membrána

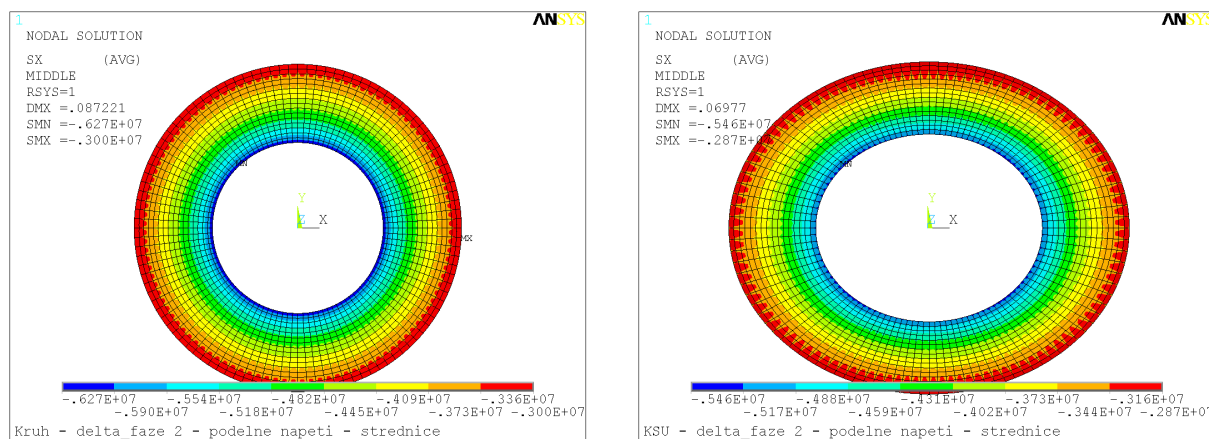
Betonová membrána se během výstavby nachází ve dvou různých statických stavech. Ve **výchozím stavu** konstrukce, kdy jsou prefabrikáty poskládány na nosná lana, se jedná o desky prostě uložené a vznikají v nich odpovídající stavy napjatosti. V této fázi výstavby jsou rozhodující příčné napětí od ohybového namáhání způsobeného vlastní tíhou segmentů (viz *Obr. 6.56*). V případě kruhové varianty dosahují napětí v dolních vláknech až 3,0 MPa. V případě eliptického zastřešení příčné napětí v rámci jednoho kvadrantu odpovídá měnící se délce segmentů, a tedy měnícímu se rozpětí uložení, a při hlavním vrcholu dosahuje hodnoty až 3,6 MPa. Tato tahová napětí musí být zachycena buď betonářskou výztuží, nebo použitím vysokohodnotného betonu s vysokou tahovou pevností. Možnou variantou omezení velikosti příčných tahových napětí je např. přidání příčných ztužujících žebér v krajních řadách segmentů. Podélná napětí nejsou v segmentech v tomto stavu významná.



*Obr. 6.56: Příčné napětí v dolních vláknech na segmentech ve výchozím stavu (Pa)
(vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)*

Po zmonolitnění již membrána působí jako jeden celek. V **2. fázi výstavby** je do membrány vnesena tlaková rezerva prostřednictvím předpínacích lan tak, aby při působení proměnného zatížení nevznikala podélná tahová napětí. Díky radiálnímu uspořádání konstrukce

připadá konstantní hodnota předpínací síly na proměnnou délku segmentů, myšleno v rámci jedné řady segmentů. To má za následek zmenšující se podélné (radiální) tlakové napětí směrem k vetknutí do vnějšího nosníku (viz *Obr. 6.57*), tedy k místům největšího ohybového namáhání membrány.

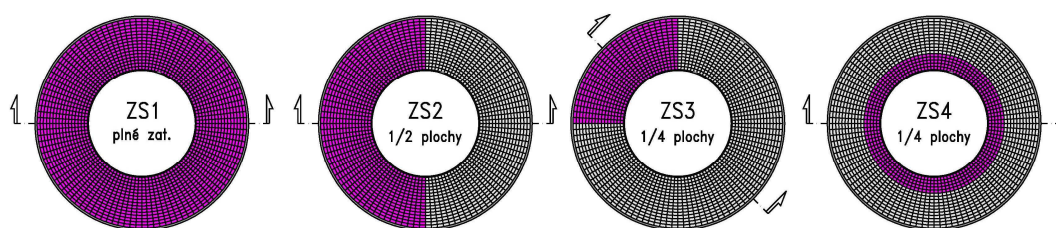


Obr. 6.57: Přírůstek podélného napětí ve střednici membrány od předpětí (Pa) (vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

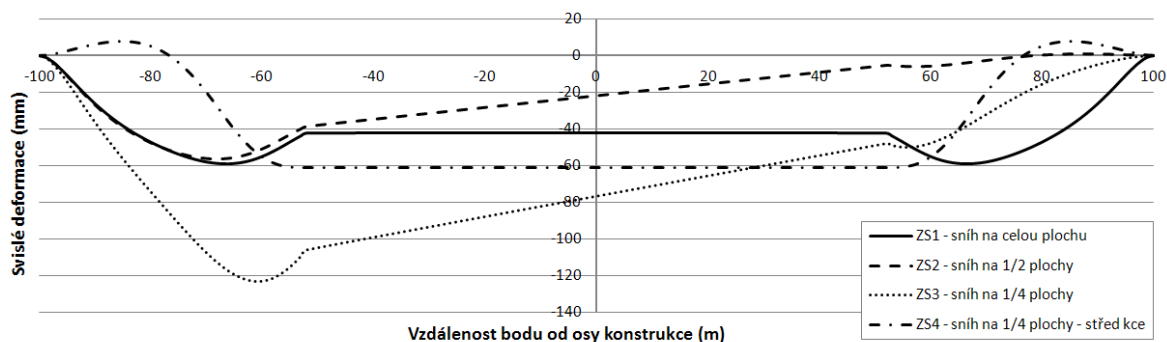
6.7.7. Proměnná zatížení

Na zastřešení stadionu během jeho užívání působí především klimatická zatížení – zatížení sněhem, větrem a teplotou. Jako reprezentativní zatížení bylo vybráno zatížení sněhem, protože jeho aplikace je nejjednodušší a dobře vypovídá o odezvě navržených konstrukcí na proměnné zatížení. Vzhledem k velkému množství výstupů jsou kompletní výsledky jednotlivých zatěžovacích stavů pro obě varianty zastřešení uvedeny v elektronické příloze, zde jsou uvedeny pouze některé hodnoty deformací, vnitřních sil a napětí. Proměnné zatížení sněhem, stejně jako v případě aplikace předpětí, již působí na celistvou membránu tuze spojenou s obvodovými nosníky, a proto jsou jeho účinky podobné radiálním účinkům předpětí, pouze s působením zatížení v opačném směru. Plně srovnatelné je zatížení působící na celou plochu konstrukce (ZS1).

Vodorovné deformace konstrukcí nedosahují významných hodnot a z hlediska provozuschopnosti konstrukcí nejsou zajímavé. Přírůstky **svislých deformací** konstrukcí od zatížení sněhem jsou pro názornost uvedeny v následujících grafech. Kruhová střecha je rotačně symetrická konstrukce, a proto je volba 4 poloh proměnného zatížení dostatečně výstižná pro stanovení odezvy na účinky zatížení sněhem, viz *Obr. 6.58*. Svislé deformace konstrukce od jednotlivých zatěžovacích stavů ve vyznačených řezech jsou uvedeny v grafu (viz *Graf 6.11*). Největší svislé deformace je dosaženo v případě zatěžovacího stavu 3, kdy sníh působí pouze na 1 kvadrant plochy konstrukce. Přírůstek deformace je více než 120 mm.

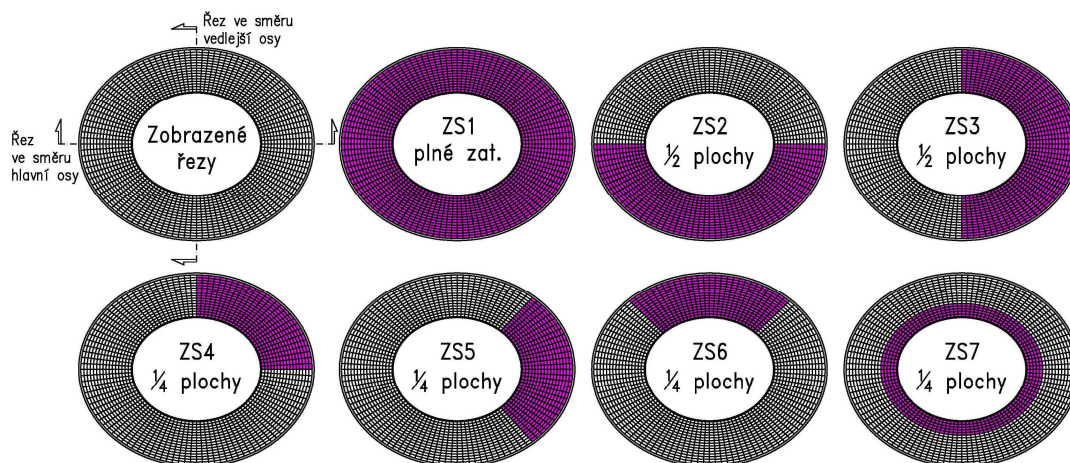


Obr. 6.58: Schéma zatěžovacích stavů a vykreslovaných řezů v grafu – kruhová střecha

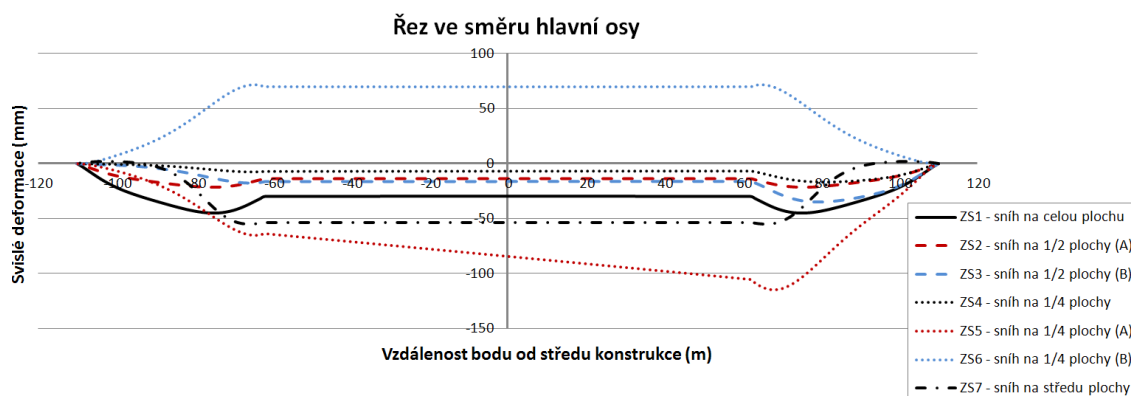


Graf 6.11: Přírůstek svislé deformace od zatížení sněhem v řezu – kruhová varianta

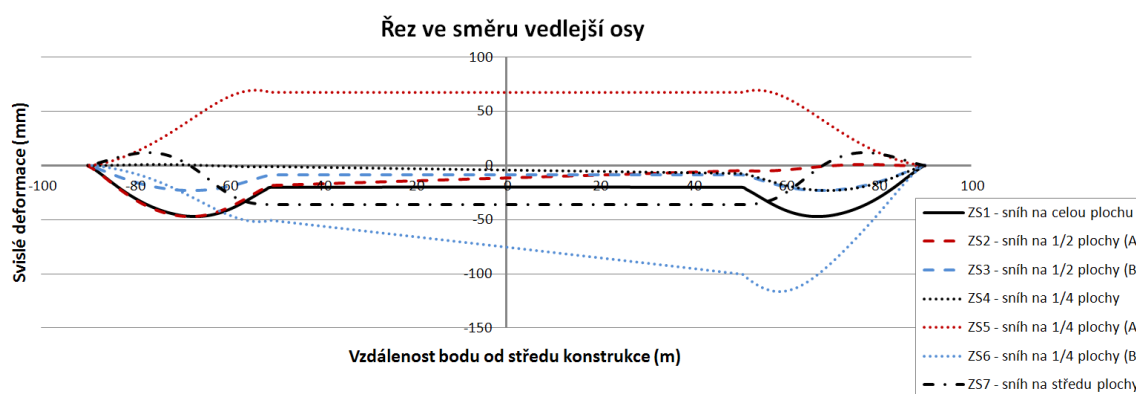
V případě eliptické varianty jsou přírůstky svislých deformací od zatížení sněhem zobrazeny v následujících grafech: **Graf 6.12** (řez konstrukcí ve směru hlavní osy) a **Graf 6.13** (řez konstrukcí ve směru vedlejší osy). Jednotlivé polohy zatížení sněhem s vyznačenými řezy jsou zobrazeny na **Obr. 6.59**. Vzhledem k tomu, že se již nejedná o rotačně symetrickou konstrukci, je na rozdíl od kruhové varianty zvětšen počet zatěžovacích stavů. Největší svislé deformace je opět dosaženo při zatížení na 1 kvadrant plochy konstrukce, a to až o velikosti 120 mm. Je patrné, že membrána v obou variantách zastřešení opět vytváří u vnitřního nosníku nežádoucí žlab, který je způsoben jeho příliš malou tíhou. Proto i z hlediska proměnných zatížení je vhodné vnitřní prstenec, resp. elipsu, přitížit.



Obr. 6.59: Schéma zatěžovacích stavů a vykreslovaných řezů v grafu – eliptická střecha

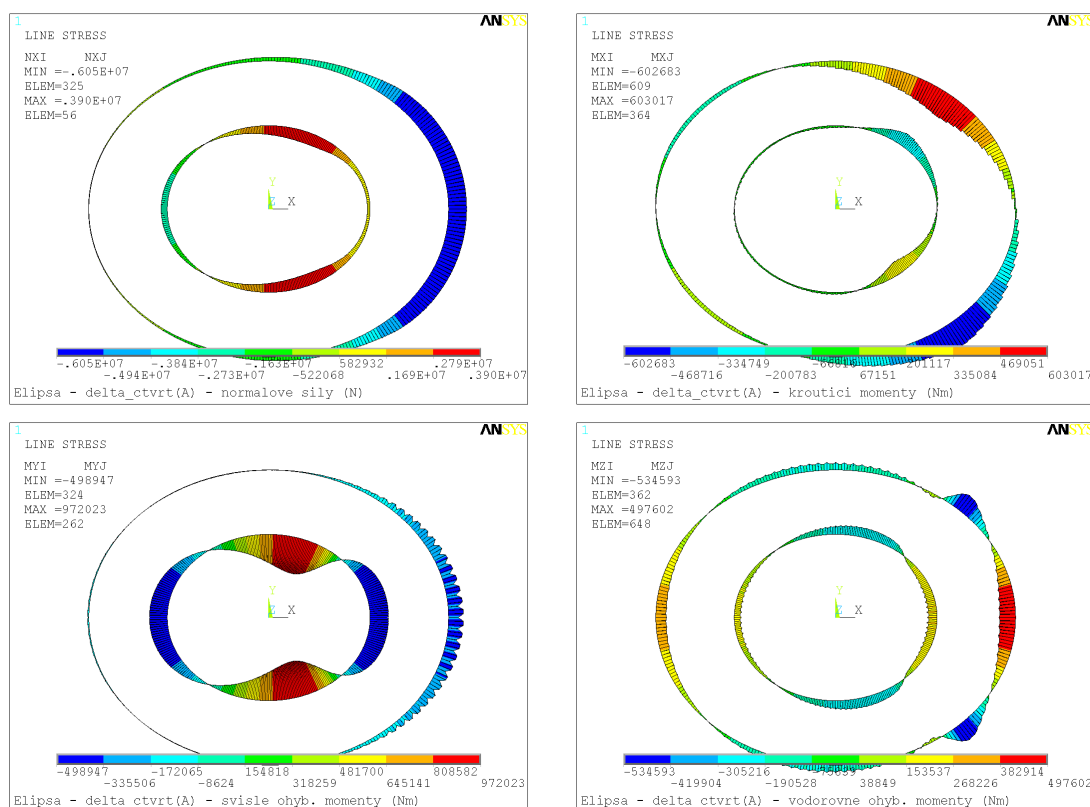


Graf 6.12: Přírůstek svislé deformace od zatížení sněhem – řez ve směru hlavní osy



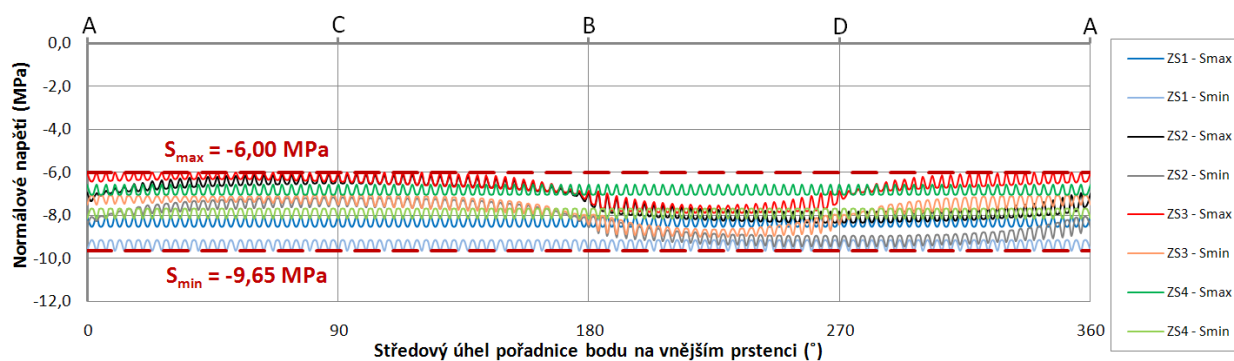
Graf 6.13: Přírůstek svislé deformace od zatížení sněhem – řez ve směru vedlejší osy

Namáhání **obvodových nosníků** při zatížení sněhem je analogické s působením předpětí, pouze s opačným směrem působení zatížení. Dochází k nárůstu svislých a vodorovných ohybových momentů a rovněž dochází vlivem kroucení nosníků k rovnoměrnému přírůstku ke svislým ohybovým momentům. Normálové síly v nosnících zůstávají při plném zatížení téměř neměnné, protože nedochází k jejich stlačení, resp. roztažení. Při nesymetrických stavech dochází ke změně velikosti normálových sil v částech přilehlých k působícímu zatížení. Jako příklad namáhání nosníků jsou na **Obr. 6.60** zobrazeny přírůstky vnitřních sil pro eliptickou variantu zastřešení v zatěžovacím stavu 5. Z vykreslených průběhů je patrné, že převládá globální namáhání obvodových elips, lokální namáhání mezi kotvením lan je téměř nepostřehnutelné.

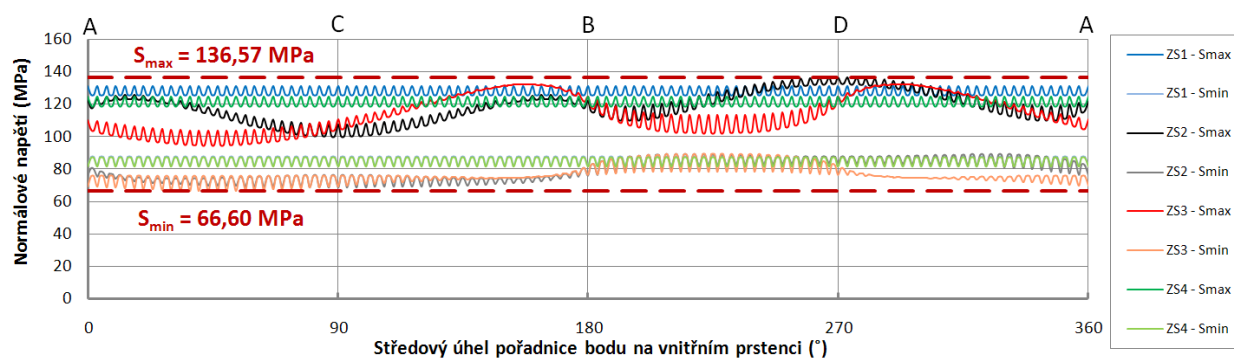


Obr. 6.60: Přírůstky vnitřních sil na obvodových elipsách při zatížení sněhem – ZS5 (eliptická varianta zastřešení)

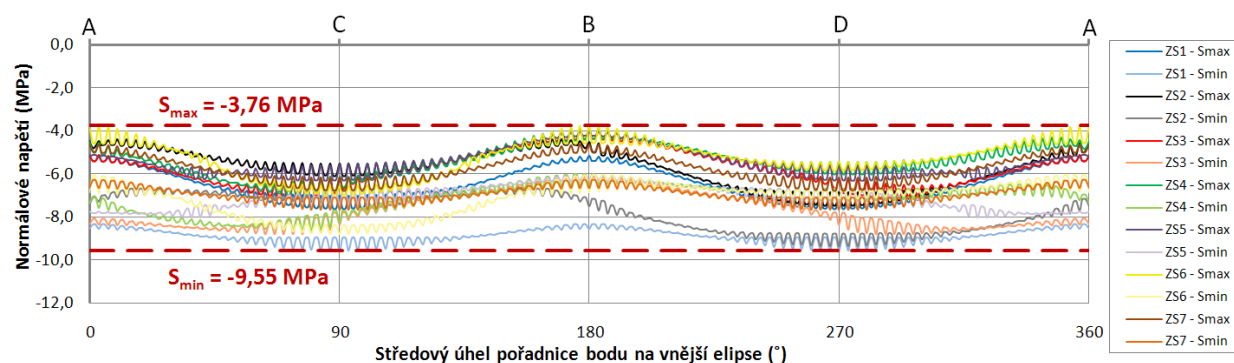
Obálky maximálních a minimálních normálových napětí na obvodových prstencích a elipsách od proměnného zatížení v jednotlivých zatěžovacích stavech jsou vykresleny na následujících grafech (viz *Graf 6.14* až *Graf 6.17*). V žádném ze zatěžovacích stavů se nemění předpokládaný způsob namáhání, tedy vnější obvodové nosníky jsou tlačené a vnitřní nosníky jsou pouze tažené. V případě kruhové varianty je napětí ve vnějším prstenci v rozmezí od $-6,0$ do $-9,65$ MPa a napětí ve vnitřním prstenci od $66,6$ do $136,6$ MPa. V případě eliptické varianty zastřešení se napětí ve vnější elipse pohybuje v mezích od $-3,76$ MPa do $-9,55$ MPa. Tahová napětí na vnitřní elipse jsou od $42,69$ do $124,75$ MPa. V žádném zatěžovacím stavu tedy není překročeno dovolené namáhání jednotlivých materiálů.



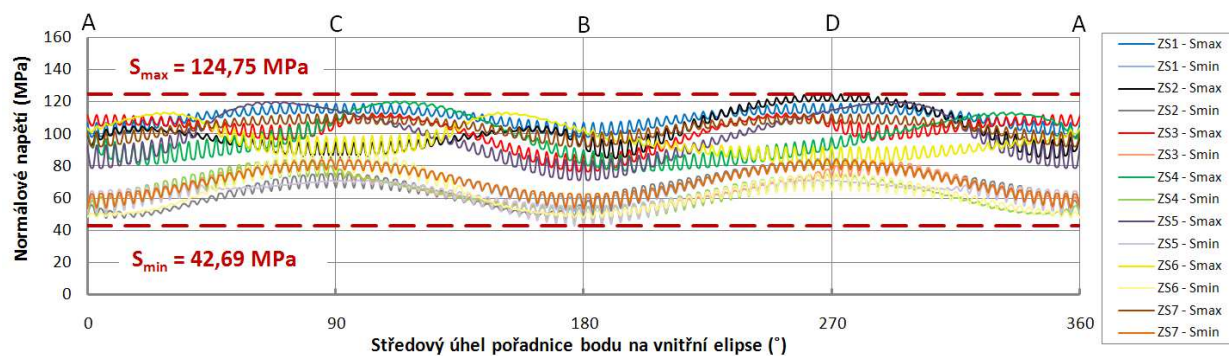
Graf 6.14: Obálky max a min napětí na vnějším prstenci od proměnných zatížení



Graf 6.15: Obálky max a min napětí na vnitřním prstenci od proměnných zatížení



Graf 6.16: Obálky max a min napětí na vnější elipse od proměnných zatížení

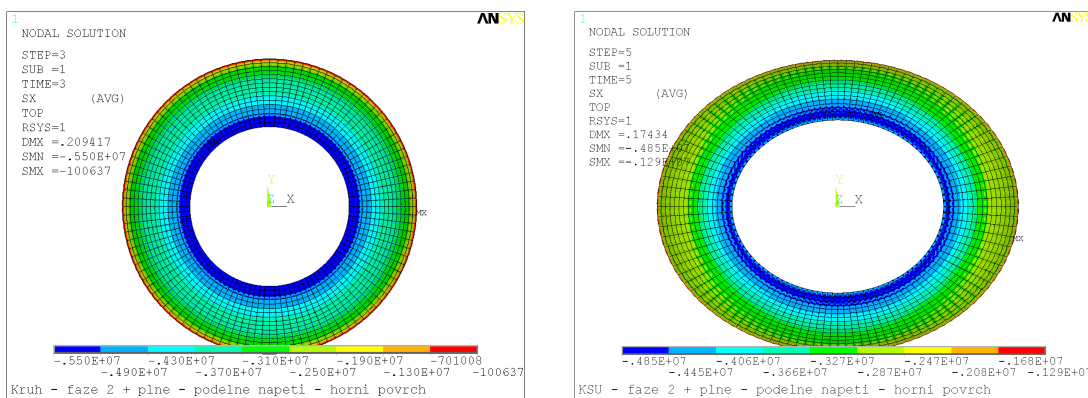


Graf 6.17: Obálky max a min napětí na vnitřní elipse od proměnných zatížení

V případě **nosných a předpínacích lan** dochází vzhledem k velikosti působícího zatížení pouze k nepatrným změnám v osovém napětí, které v žádném ze zatěžovacích stavů nepřekračuje hodnotu dovoleného napětí 1300 MPa (viz kompletní výsledky).

Tlaková rezerva prostřednictvím předpětí je do **membrány** vnášena tak, aby v ní od působícího proměnného zatížení nevznikala tahová napětí. Na **Obr. 6.61** jsou vykreslena podélná napětí na horním povrchu membrány při působení zatížení sněhem na celou plochu konstrukce pro obě varianty zastřešení. Rozhodující řez z hlediska podélných napětí je přílehlý k vnějšímu nosníku, protože zde mají segmenty největší délku, a tedy předpínací síla je vnášena na největší plochu průřezu. Tlaková rezerva je zde tedy nejmenší. Navíc stejně jako

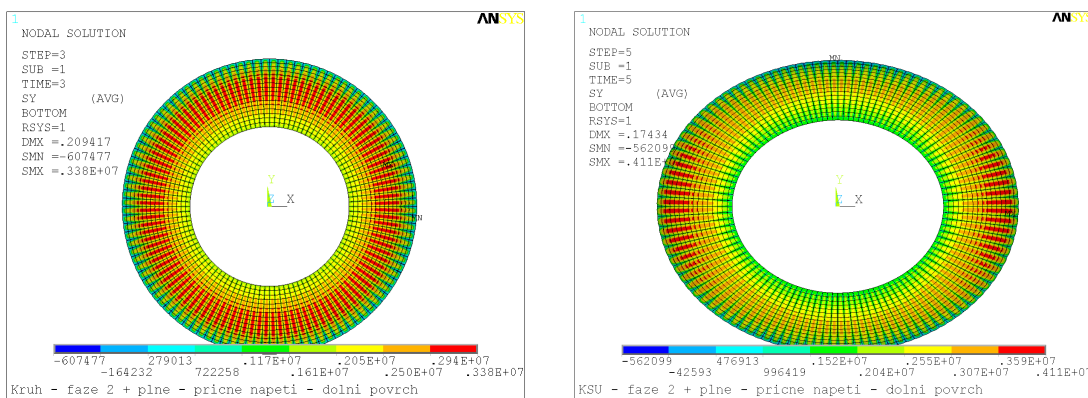
na předpjatém pásu vznikají ve vetknutí membrány do nosníků od svislého zatížení záporné ohybové momenty (analogicky jako při předpětí, viz *Obr. 4.5*). V případě kruhové varianty je minimální podélné napětí v membráně při působení plného zatížení sněhem pouhých $-0,1$ MPa, a bylo by tedy vhodné zvýšit míru předpětí tak, aby byly pokryty i vlivy ostatních proměnných zatížení, které nejsou ve výpočtu zahrnuty. V případě eliptické varianty dosahuje minimální napětí hodnoty $-1,29$ MPa. V obou případech nevznikají v membráně tahová napětí.



Obr. 6.61: Podélná napětí na horním povrchu při zatížení sněhem na celou plochu (ZS1) (vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

V příčném směru (myšleno v tečném směru k poloměřům křivosti) přenáší působící zatížení pouze deska segmentů tloušťky 100 mm, která je vetknuta do podélných žebër. V tomto směru však do membrány již není vnášena žádná tlaková rezerva, a tedy v ní vznikají tahová příčná napětí při dolním povrchu od ohybového namáhání. Napětí narůstá se vzrůstající délkou segmentů směrem k vnějšmu nosníku (viz *Obr. 6.62*). Velikost tahových napětí se pohybuje kolem 3 až 4 MPa. Jsou to tedy hodnoty, které mohou být přeneseny betonářskou výztuží. Řešením může být rovněž použití vysokohodnotného betonu, případně doplnění příčných žebër do segmentů.

Ostatní polohy zatížení v jednotlivých zatěžovacích stavech vyvozují přibližně stejné hodnoty podélných a příčných napětí (viz kompletní výsledky v digitální příloze).



Obr. 6.62: Příčná napětí na dolním povrchu při zatížení sněhem na celou plochu (ZS1) (vlevo kruhová střecha, vpravo eliptická střecha)

7. ZÁVĚR

Hlavním cílem disertační práce bylo navrhnout optimální konstrukční uspořádání visuté lanové střechy nad eliptickým půdorysem tvořené předpjatou betonovou membránou, které vychází z klasického řešení mezikruží. Navrženou eliptickou konstrukci je pak možné použít pro zastřešení tribun fotbalového stadionu.

7.1. Studijní konstrukce mezikruží (metodika výpočtu)

Pro stanovení metodiky výpočtu visuté lanové střechy tvořené předpjatou betonovou membránou byla zvolena studijní konstrukce mezikruží nad kruhovým půdorysem o průměru 70 m, pomocí níž byly popsány teoretické základy potřebné k analýze tohoto typu konstrukce. Bylo popsáno navržené konstrukční uspořádání, předpokládaný postup výstavby a obecné statické působení konstrukce jako celku i během její výstavby. Dále byl vysvětlen pojem samokotveného systému a vykreslen průběh vnitřních sil na obvodových prstencích v jednotlivých fázích výstavby a při působení proměnného zatížení.

Protože hlavním nosným prvkem jsou lana, prvním krokem analýzy konstrukce je stanovení tzv. výchozího stavu (tj. tvaru a napjatosti zatížených lan), který vychází z řešení dokonale ohebného lana. V případě konstrukce ve tvaru mezikruží je možné řešit výchozí stav lan dvěma způsoby, a to jako průběžné lano nebo jako lano s volně posuvným bodem ve svislém směru. Pro porovnání byly oba způsoby výpočtu číselně vyjádřeny. Závěrem lze říci, že oba způsoby výpočtu si jsou plně ekvivalentní a závisí na volbě projektanta, který způsob zvolí pro výpočet.

Statická analýza konstrukce byla prováděna pomocí výpočetních modelů metodou konečných prvků v programu ANSYS. Byly vytvořeny různé úrovně modelů od jednoduchých prutových náhrad až po komplexní deskostěnový model. Po vzájemném srovnání jednotlivých modelů lze formulovat několik závěrů. Prutový model jednoho pásu je vhodný pro seznámení s chováním konstrukce a pro odladění výchozího stavu zatíženého lana s uvážením reálné tuhosti podpor. Pro získání účinků na obvodových prstencích je již nutné volit prostorové modely. Prostorový prutový model je dostačující pro vykreslení vnitřních sil na obvodových prstencích. Protože je však důležité zohlednit také prostorové působení konstrukce v příčném směru a nesymetrické zatížení, je nutné konstrukci počítat na komplexním deskostěnovém modelu, který dává ucelený pohled na chování konstrukce. V dalším výzkumu proto bylo upuštěno od použití prutových modelů a bylo dále pracováno pouze s deskostěnovými modely, které jsou pro ucelený výpočet nejvhodnější.

Popsaná metodika výpočtu visuté lanové střechy tvaru mezikruží byla dále aplikována při statické analýze zastřešení fotbalového stadionu. Vzhledem k obdélníkovému tvaru hřiště je vhodné provést zastřešení nad eliptickým půdorysem, proto dalším krokem práce bylo definovat optimálního zatížení elipsy, kterou v návrhu zaujímají obvodové nosníky.

7.2. Studie optimálního zatížení elipsy

Obvodové nosníky jsou zatíženy lokálně v rovině křivky radiálními silami od kotvení nosných a předpínacích lan. Aby nedocházelo k velkému ohybovému namáhání, a tedy vodorovným deformacím obvodových elips, které pak následně způsobuje nárůst svislých deformací celé membrány, je nutné najít optimální zatížení elipsy. Proto byla provedena studie zatížení elipsy v rovině křivky. Cílem studie bylo nalezení optimálního zatížení elipsy z hlediska eliminace ohybového namáhání této křivky a nalezení vhodného a jednoduchého inženýrského přístupu pro jeho stanovení. Na základě této studie jsou zformulovány dva hlavní závěry, které zaručují funkční statický systém visuté lanové střechy nad eliptickým půdorysem, a lze je tedy obecně použít pro návrh zastřešení libovolné velikosti.

1. závěr – optimální zatížení elipsy

Aby nedocházelo ke globálnímu ohybovému namáhání elipsy v rovině křivky, musí být radiální zatížení v rovině elipsy r lineárně závislé na její křivosti K . Pak normálová síla N je konstantní po délce elipsy a z diferenciální podmínky rovnováhy zakřiveného prvku vyplývá, že ohybové momenty jsou nulové. Platí rovnice:

$$r = N \cdot K, \quad N = \text{konst.}$$

2. závěr – zatížení dvou elips

Pokud dvě elipsy mají stejný poměr b/a , resp. jejich číselné excentricity ε si jsou rovny, pak jejich křivosti K_1 a K_2 jsou vzájemně lineárně závislé dle (5.45) a nulové ohybové namáhání v obou elipsách vyvodí zatížení r , lineárně závislé na křivosti, s právě jedním poměrem hodnot v hlavním a vedlejším vrcholu r_C/r_A . Toto obecně platí pro n elips a lze napsat:

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \dots = \frac{b_n}{a_n} = \text{konst.} \Rightarrow \frac{r_{C,1}}{r_{A,1}} = \frac{r_{C,2}}{r_{A,2}} = \dots = \frac{r_{C,n}}{r_{A,n}} = \text{konst.}$$

$$\text{pro } N = \text{konst.}, M = 0$$

Z uvedené závislosti vyplývá, že je nutné navrhnout konstrukční systém nad eliptickým půdorysem tak, aby se poměr délek poloos vnější a vnitřní elipsy b/a rovnal. Pak je konstrukce plně funkční a nedochází k nežádoucím deformacím.

Oba uvedené závěry jsou stěžejní pro návrh optimálního konstrukčního uspořádání visuté lanové střechy nad eliptickým půdorysem.

7.3. Zastřešení sportovního stadionu (aplikace)

Na základě metodiky výpočtu, která byla zformulována pomocí studijní konstrukce mezikruží, a poznatků ze studie optimálního zatížení elipsy bylo navrženo zastřešení tribun fotbalového hřiště s velikostí hrací plochy 68×105 m s předpokládanou kapacitou 30 000 diváků. Zastřešení bylo navrženo ve dvou alternativách – nad kruhovým a eliptickým půdorysem.

Kruhová varianta vychází přímo z konstrukčního uspořádání studijní konstrukce mezikruží. Konstrukce byla upravena s ohledem na požadovanou velikost půdorysu pomocí odpovídajícího zvětšení hlavních rozměrů konstrukce (půdorysné průměry obvodových prstenců, průvės střechy, středový úhel mezi radiálně vedenými lany) i průřezů jednotlivých konstrukčních prvků (průřez obvodových prstenců, velikost segmentů, počty lan). Materiálové charakteristiky zůstaly stejné. Kruhová varianta přirozeně splňuje oba formulované závěry studie, protože šířka pásu membrány nad tribunami je konstantní. Radiální síly z lan pak vyvozují rovnoměrné, tedy konstantní zatížení, které odpovídá křivostem obvodových prstenců, které jsou rovněž konstantní. Díky tomu nedochází ke globálnímu ohybovému namáhání obvodových prstenců, a tedy ani k nárůstu deformací.

Eliptická varianta pak vyšla z kruhové varianty adaptací na eliptický půdorys. Pro návrh konstrukčního řešení eliptické střechy byly použity závěry formulované na základě studie optimálního zatížení elipsy, protože návrh eliptické varianty již není intuitivní. Nejdůležitějším momentem při návrhu konstrukčního uspořádání eliptické varianty byla myšlenka vytvořit výškové zvlnění vnější elipsy, díky kterému je dosaženo proměnného průvěsu střechy po délce obvodových elips. Touto konstrukční úpravou lze aktivně ovlivnit velikost sil v lanech tak, aby obvodové elipsy byly zatíženy požadovaným způsobem, tedy aby zatížení bylo lineárně závislé na křivosti. Pro doložení důležitosti dodržení formulovaných zásad při návrhu eliptické varianty bylo provedeno porovnání optimálního a nevhodného konstrukčního uspořádání zastřešení.

Na závěr lze říci, že požadovaného cíle vytvořit konstrukční uspořádání nad eliptickým půdorysem bylo úspěšně dosaženo. Z uvedených výsledků je patrné, že navržený statický systém zastřešení je plně funkční. Získané poznatky lze obecně použít pro návrh visuté lanové střechy nad kruhovým nebo eliptickým půdorysem tvořené předpjatou betonovou membránou nesenou radiálně vedenými lany mezi vnějším a vnitřním prstencem, resp. elipsou. Tyto poznatky pak lze rovněž využít při návrhu konstrukce s použitím jiného střešního pláště než betonového, jako např. vysokopevnostní tkaniny, plasty nebo sklo.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ**ODBORNÁ LITERATURA**

- [1] AGUILÓ, Miguel. *Grandes Cubiertas Españolas*. Madrid: ACS, Actividades de Construcción y Servicios, S.A., 2011. ISBN: 978-84-695-0811-4.
- [2] BARNES, Michael a Michael DICKSON. *Widespan Roof Structure*. Sborník příspěvků mezinárodního sympozia „Widespan Enclosures“. London: Thomas Telford Publishing, 2000. ISBN: 0-7277-2877-6.
- [3] BÖGL A KRÝSL. Top fotbal v leverkusenské BayAréně. *mbmagazín*. 2010, č. 2, s. 14-17
- [4] BRAUN, A., Z. VERŠIĆ a T. VIDOVIĆ. The Reconstruction of the French Pavilion at the Student Centre in Zagreb from the Aspect of Energy Efficiency. In: *Proceedings of International Conference „Energy Management in Cultural Heritage“*. Zagreb, 2011. Dostupné z: <http://www.an-patrimoine-echanges.org>
- [5] BUCHHOLDT, H. A. *An introduction to cable roof structures*, Second edition. London : Thomas Telford, 1999. ISBN 0-7277-2624-2.
- [6] ENGEL, Heino. *Structure Systems*. Ostfildern-Ruit: Gerd Hatje Publishers, 1997. ISBN 3-7757-0706-9.
- [7] IRVINE, Max. *Cable structures*. New York: Dover Publication, Inc., 1992. ISBN 0-486-67127-5.
- [8] KADLČÁK, Jaroslav. *Statika nosných lan visutých střech*. Praha: ACADEMIA, 1990. ISBN 80 200 0251 0.
- [9] KADLČÁK, Jaroslav. *Statics of Suspension Cable roofs*. Rotterdam: A.A.Balkema, 1994. ISBN 90 5410 618 2.
- [10] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. *Statika stavebních konstrukcí I*. Brno: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1877-X.
- [11] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. *Statika stavebních konstrukcí II*. Brno: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1648-3.
- [12] KOLÁŘ, Ivan a Lenka POSPÍŠILOVÁ. *Diferenciální geometrie křivek a ploch - elektronické skriptum* [online]. MUNI, 2008 [cit. 2011-11-08]. Dostupné z: <http://is.muni.cz/elportal/estud/prif/js08>
- [13] KOLÁŘ, V., I. NĚMEC a V. KANICKÝ. *FEM Principy a praxe metody konečných prvků*. Praha: Computer Press, 1997. ISBN 80-7226-021-9.
- [14] KRISHNA, Perm. *Cable-suspended roof*. New York: McGraw-Hill, 1978.
- [15] MENN, Christian. *Prestressed concrete bridges*. Basel: Birkhäuser Verlag AG, 1990. ISBN 3-7643-2414-7.

- [16] MIKULČÁK, Jiří a kolektiv. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha: Prometheus, 1988. ISBN 80-85849-84-4.
- [17] NĚMEC, Ivan. *Nelineární mechanika*. Studijní opory pro studijní programy s kombinovanou formou studia. Brno, 2006.
- [18] RÜHLE, Herrmann a kol. *Priestorové strešné konštrukci, 1. diel Betón, drevo, keramika*. Bratislava: ALFA, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, 1978.
- [19] RÜHLE, Herrmann a kol. *Priestorové strešné konštrukci, 2. diel Ocel' a plastické hmoty*. Bratislava: ALFA, vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, 1979.
- [20] STRÁSKÝ, Jiří. *Stress Ribbon and Cable-supported Pedestrian Bridges*. London: Thomas Telford, 2005. ISBN 0 7277 3282 X.
- [21] STRÁSKÝ, Jiří. Visuté předpjaté střechy, část 1. *Beton TKS*. 2005, č. 5, s. 10-15. ISSN 1213-3116.
- [22] STRÁSKÝ, Jiří. Visuté předpjaté střechy, část 2. *Beton TKS*. 2006, č. 1, s. 21-27. ISSN 1213-3116.
- [23] TIBERT, Gunnar. *Numerical Analyses of Cable Roof Structures*. Stockholm: KTH, TS-Högskoletryckeriet, 1999. Licentiate Thesis. ISSN 1103-4270.
- [24] ZŮDA, Karel. *Mosty IV, Půdorysně zakřivené mostní konstrukce*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 1971.

INTERNETOVÉ ODKAZY

- [25] All-Russia Exhibition 1896. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 29. 9. 2012 [cit. 2012-03-31]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/All-Russia_Exhibition_1896.
- [26] City of Cape Town FIFA 2010. Cape Town Stadia. *Capetown.gov.za* [online]. ©2009 [cit. 2011-11-8]. Dostupné z: <http://www.capetown.gov.za/en/FIFA2010/Pages/CapeTownStadium.aspx>
- [27] Roman architecture [online]. [cit. 2011-08-18]. Dostupné z: <http://myhomepage.ferris.edu/~norcrossa/2006WEB/RomanArch.html>
- [28] Structure of the Colosseum. *Mariamilani.com* [online]. [cit. 2011-08-18]. Dostupné z: http://www.mariamilani.com/colosseum/colosseum_structure.htm
- [29] Italy guides. The Roman Coliseum. *ItalyGuides.it* [online] ©20011 [cit. 2011-08-18]. Dostupné z: http://www.italyguides.it/us/roma/rome/ancient_roman_empire/roman_colosseum.htm
- [30] Elipsa. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 30. 1. 2013 [cit. 2011-12-12]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Elipsa>

- [31] Kružnice. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 2. 2. 2013 [cit. 2011-12-12]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Kružnice>

TECHNICKÉ NORMY

- [32] ČSN EN 1990. *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. 100 s. Třídící znak 87512.
- [33] ČSN EN 1991-1-3. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-3: Obecná zatížení – Zatížení sněhem*. Praha: Český normalizační institut, 2005. 52 s. Třídící znak 72773.
- [34] ČSN EN 1991-1-4. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-4: Obecná zatížení – Zatížení větrem*. Praha: Český normalizační institut, 2007. 124 s. Třídící znak 77516.
- [35] ČSN EN 1992-1-1. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011. 202 s. Třídící znak 88406.

MANUÁLY K VÝPOČETNÍM PROGRAMŮM

- [36] *Release 10.0 Documentation for ANSYS* © 2005 SAS IP, Inc.
- [37] *Midas CIVIL Online Manual* [online]. © 1989 MIDAS Information Technology Co., Ltd. Dostupné z: http://manual.midasuser.com/EN_Common/Civil/795/index.htm

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

α	označení úhlu, který svírá tečna ke křivce s kladnou poloosou x součinitel teplotní roztažnosti
β	středový úhel mezi dvěma sousedními lany
γ	objemová tíha
γ_F	dílčí součinitel zatížení
ε	číselná excentricita elipsy přetvoření
ε_0	počáteční přetvoření v lanech
$\varepsilon_{cd,0}$	neomezené poměrné smršťování vysycháním
μ_i	tvarový součinitel zatížení sněhem
ν	Poissonův součinitel příčné kontrakce
ρ	poloměr křivosti polární souřadnice vyjadřující vzdálenost bodu od středu objemová hmotnost betonu po vysušení v kg/m ³
σ	napětí
σ_b	napětí v betonu
σ_p	napětí v předpínací oceli
σ_s	napětí v konstrukční oceli
φ	středový úhel polární souřadnice vyjadřující úhel
$\varphi(t, t_0)$	součinitel dotvarování
η_I	součinitel pro stanovení pevnosti v tahu lehkého betonu
η_3	součinitel pro stanovení smršťování vysycháním lehkého betonu
η_E	převodní součinitel pro výpočet modulu pružnosti lehkého betonu
ψ	je úhel mezi tečnou ke křivce a vodorovnou složkou síly
a	délka hlavní poloosy elipsy
a_{ext}	délka hlavní poloosy vnější elipsy
a_{int}	délka hlavní poloosy vnitřní elipsy
b	délka vedlejší poloosy elipsy
b_{ext}	délka vedlejší poloosy vnější elipsy

b_{int}	délka hlavní vedlejší poloosy vnitřní elipsy
d	průměr kružnice
d_{ext}	průměr vnějšího prstence
d_{int}	průměr vnitřního prstence
e	excentricita elipsy
f	průvěs lana, resp. lanové střešní konstrukce
f_0	průvěs konstrukce v 1. fázi výstavby
f_1	průvěs konstrukce ve výchozím stavu
f_2	průvěs konstrukce v 2. fázi výstavby
f_{ctm}	průměrná hodnota pevnosti betonu v tahu
f_{lck}	charakteristická hodnota pevnosti v tlaku pro lehký beton
f_{lctm}	průměrná hodnota pevnosti v tahu pro lehký beton
f_{max}	maximální průvěs lana, resp. lanové střešní konstrukce
f_D	průvěs lana v nejnižším bodě
f_{pk}	charakteristická hodnota pevnosti předpínací výztuže
f_s	přírůstek průvěsu lana od vlastní tíhy segmentů
g	vlastní tíha
g_0	vlastní tíha vnitřního prstence
g_{ext}	vlastní tíha vnějšího prstence
g_s	vlastní tíha segmentů
h	svislá vzdálenost dvou krajních bodů lana
h_0	náhradní rozměr průřezu
k_t	směrnice tečny t ke křivce
l	rozpětí lana
	délka kružnicového oblouku
l_{ext}	délka části vnějšího prstence, resp. elipsy
l_{int}	délka části vnitřního prstence, resp. elipsy
m	hmotnost
$m_{x,p}$	krouťící účinek předpětí
$m_{x,q}$	krouťící účinek proměnného zatížení
n	počet kusů
p	parametr elipsy
$p(s)$	vodorovné zatížení působící po délce křivky

$p(z)$	průmět vodorovného zatížení
q	proměnné zatížení
$q(s)$	svislé zatížení působící po délce křivky
$q(x)$	půdorysný průmět svislého zatížení
s	délka oblouku
r	radiální účinek normálové síly v zakřiveném prvku zatížení kolmé na střednici zakřiveného nosníku radiální účinek nosných lan
r_0	radiální účinek v nosných lanech od vlastní tíhy vnitřního prstence
r_A	velikost radiálního zatížení v hlavních vrcholech elipsy
r_C	velikost radiálního zatížení ve vedlejších vrcholech elipsy
r_{ext}	radiální účinek normálových sil ve vnějším prstenci, resp. elipse
r_{int}	radiální účinek normálových sil ve vnitřním prstenci, resp. elipse
r_p	radiální účinek předpínacích lan
r_s	radiální účinek v nosných lanech od vlastní tíhy segmentů
t	tečna ke křivce v daném bodě parametr určující libovolný bod na elipse tloušťka
t_y	tloušťka ve směru osy y
t_z	tloušťka ve směru osy z
s	délka křivky
s_k	charakteristická hodnota zatížení sněhem
u	obvod části průřezu vystavené vysychání
u_{vod}	vodorovná deformace
$u_{vod,A}$	vodorovná deformace v hlavních vrcholech elipsy
$u_{vod,C}$	vodorovná deformace ve vedlejších vrcholech
x	souřadnice v kartézském souřadném systému
y	souřadnice v kartézském souřadném systému
y_g	poloha těžiště ve směru osy y
z	souřadnice v kartézském souřadném systému ve směru osy z
z_g	poloha těžiště ve směru osy z

A	hlavní vrchol elipsy průřezová plocha
A_c	průřezová plocha betonu
A_{ext}	průřezová plocha vnějšího prstence, resp. elipsy
A_{int}	průřezová plocha vnitřního prstence, resp. elipsy
A_{nosna}	průřezová plocha nosných lan
A_{pred}	průřezová plocha předpínacích lan
A_{segm}	průřezová plocha segmentů
B	hlavní vrchol elipsy
C	vedlejší vrchol elipsy
C_e	součinitel okolního prostředí
C_t	tepelný součinitel
D	vedlejší vrchol elipsy nejnižší bod na laně
E	ohnisko elipsy modul pružnosti
E_{cm}	průměrná hodnota modulu pružnosti betonu
E_{ext}	modul pružnosti vnějšího prstence, resp. elipsy
E_{int}	modul pružnosti vnitřního prstence, resp. elipsy
E_{lcm}	průměrná hodnota modulu pružnosti pro lehký beton
E_p	modul pružnosti předpínací oceli
E_{segm}	modul pružnosti betonu segmentů
F	ohnisko elipsy
G	výslednice vlastní tíhy
G_1	výslednice vlastní tíhy připadající na jednu skupinu lan
G_{ext}	výslednice vlastní tíhy vnějšího prstence, resp. elipsy
G_{int}	výslednice vlastní tíhy vnitřního prstence, resp. elipsy
H	vodorovná složka síly v lanech
H_p	vodorovná složka síly v předpínacích lanech
I_y	moment setrvačnosti k ose y
I_z	moment setrvačnosti k ose z
K	křivost
K_A	křivost elipsy v hlavních vrcholech

K_C	křivost elipsy ve vedlejších vrcholech
L	délka napnutého lana délka části konstrukce
M	libovolný bod na křivce ohybový moment
M_I	ohybový moment ve vetknutí konzoly
M_{ext}	ohybový moment na vnějším prstenci, resp. elipse
M_{int}	ohybový moment na vnitřním prstenci, resp. elipse
$M_{x,ext}$	kroučící moment od vlastní tíhy vnějšího prstence
$M_{x,p}$	kroučící moment od kroučících účinků předpětí
$M_{x,q}$	kroučící moment od kroučících účinků proměnného zatížení
$M_{y,mx,p}$	svislý ohybový moment od kroučících účinků předpětí
$M_{y,mx,q}$	svislý ohybový moment od kroučících účinků proměnného zatížení
$M_{y,p}$	svislý ohybový moment od účinků předpětí
$M_{y,q}$	svislý ohybový moment od účinků proměnného zatížení
$M_{y,ext}$	svislý ohybový moment od vlastní tíhy vnějšího prstence
$M_{z,N}$	vodorovný ohybový moment vlivem normálové síly v zakřiveném prvku
$M_{z,p}$	vodorovný ohybový moment od účinků předpětí
N	normálová síla
N_{ext}	normálová síla ve vnějším prstenci, resp. elipse
N_{int}	normálová síla ve vnitřním prstenci, resp. elipse
O	obvod křivky
P	síla v předpínacích lanech
R	poloměr kružnice poloměr křivosti výslednice reakcí
R_0	reakce v 1. fázi výstavby
R_1	reakce ve výchozím stavu
R_2	reakce v 2. fázi výstavby
R_{ext}	poloměr vnějšího prstence
R_{int}	poloměr vnitřního prstence
R_x	vodorovná reakce
R_s	přírůstek reakce od vlastní tíhy segmentů

R_z	svislá reakce
S	obsah plochy svislá složka síly v lanech
S_e	střed elipsy
S_k	střed kružnice
S_p	svislá složka síly v předpínacích lanech
T	bod maximálního průvěsu lana
V	posouvající síla objem
$V_{y,N}$	vodorovná posouvající síla vlivem normálové síly v zakřiveném prvku
$V_{y,p}$	vodorovná posouvající síla od účinků předpětí
$V_{z,ext}$	svislá posouvající síla od vlastní tíhy vnějšího prstence
$V_{z,p}$	svislá posouvající síla od účinků předpětí
$V_{z,q}$	svislá posouvající síla od účinků proměnného zatížení

PŘÍLOHA A: Charakteristiky použitých prvků

Materiálové charakteristiky

E_x	modul pružnosti
α_{px}	teplotní roztažnost
Dens	hustota
G_{xy}	modul pružnosti ve smyku

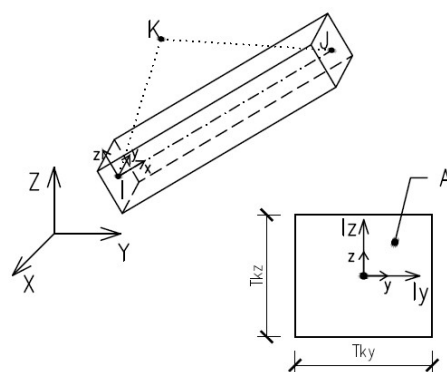
Průřezové charakteristiky

A	plocha průřezu
I_y, I_z	momenty setrvačnosti k lokálním osám průřezu y, z
T_{ky}, T_{kz}	tloušťka ve směru lokálních os y, z
T_{kyb}, T_{kzb}	vzdálenost těžiště od dolního povrchu ve směru lokálních os průřezu y, z
I_x	moment setrvačnosti v kroucení
Istrn	počáteční přetvoření
Tk	tloušťka deskostěnových prvků
D_x, D_y, D_z	odsazení uzlu od těžiště průřezu ve směru lokálních os elementu

BEAM4

Jedná se o základní jednoosý prvek, který má tahové/tlakové, kroučící a ohybové vlastnosti.

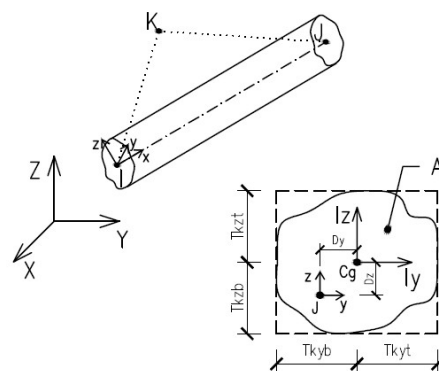
<i>Uzly:</i>	I, J, (K – orientace v prostoru)
<i>Stupně volnosti:</i>	6 - $u_x, u_y, u_z, \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z$
<i>Materiálové char.:</i>	$E_x, \alpha_{px}, \text{Dens}, G_{xy}$
<i>Průřezové char.:</i>	A, I_z, I_y, T_{kz}, T_{ky}
<i>Speciální vlastnosti:</i>	Tahové zpevnění, velké def., oživení/umrtvení elementu
<i>Použit pro:</i>	Obvodové prstence/elipsy, tuhé vazby, žebra segmentů (prutové modely).



BEAM44

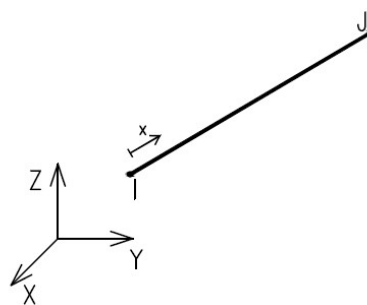
Tento prvek je rozšířením předchozího. V prutových modelech je použit pro svou vlastnost vytvořit náběhovaný. Také umožňuje zadat průřez na excentricitě. Toho je využito při modelování žebor v deskostěnových modelech.

<i>Uzly:</i>	I, J, (K – orientace v prostoru)
<i>Stupně volnosti:</i>	6 - $u_x, u_y, u_z, \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z$
<i>Materiálové char.:</i>	$E_x, \text{Alp}_x, \text{Dens}, G_{xy}$
<i>Průřezové char.:</i>	$A, I_z, I_y, T_{kzb}, T_{kyb}, I_x, D_x, D_y, D_z$
<i>Speciální vlastnosti:</i>	Tahové zpevnění, velké def., oživení/umrtvení elementu
<i>Použit pro:</i>	Segmenty (prutové modely), žebra segmentů (deskostěnové modely).

**LINK 8**

Jedná se o jednoosý prvek, který přenáší pouze tahové/tlakové namáhání. Proto se používá do příhradových modelů, pro lana, pružiny atd.

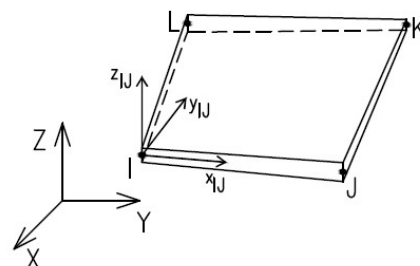
<i>Uzly:</i>	I, J
<i>Stupně volnosti:</i>	3 - u_x, u_y, u_z
<i>Materiálové char.:</i>	$E_x, \text{Alp}_x, \text{Dens}$
<i>Průřezové char.:</i>	A, I_{strn}
<i>Speciální vlastnosti:</i>	Plasticita, creep, swelling, tahové zpevnění, velké deformace, oživení/umrtvení elementu
<i>Použit pro:</i>	Nosná a předpínací lana



SHELL43

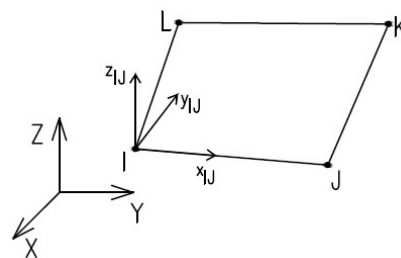
Jedná se o prvek schopný určit všechny potřebné deskostěnové veličiny.

<i>Uzly:</i>	I, J, K, L
<i>Stupně volnosti:</i>	6 - $u_x, u_y, u_z, \text{rot}_x, \text{rot}_y, \text{rot}_z$
<i>Materiálové char.:</i>	$E_x, \text{Alp}_x, \text{Dens}, G_{xy}$
<i>Průřezové char.:</i>	T_k
<i>Speciální vlastnosti:</i>	Plasticita, creep, tahové zpevnění, velké deformace, velké přetvoření, oživení/umrtvení elementu
<i>Použit pro:</i>	Deska segmentů (deskostěnové modely)

**SURF154**

Tento typ prvku slouží pouze k zadání svislého proměnného zatížení, nepřispívá k celkové tuhosti konstrukce.

<i>Uzly:</i>	I, J, K, L
<i>Stupně volnosti:</i>	3 - u_x, u_y, u_z
<i>Materiálové char.:</i>	Dens
<i>Průřezové char.:</i>	-
<i>Speciální vlastnosti:</i>	Tahové zpevnění, velké def., oživení/umrtvení elementu
<i>Použit pro:</i>	Zadání proměnného zatížení (deskostěnové modely)



PŘÍLOHA B: Parametry lan – eliptická varianta zastřešení

Řada segmentů	G (kN)	H (kN)	σ_{lana} (MPa)	f_{max} (m)
1	623,9	2030,8	1128	8,000
2	623,2	2025,8	1125	8,006
3	621,3	2010,7	1117	8,024
4	618,1	1986,3	1104	8,051
5	613,7	1953,4	1085	8,088
6	608,1	1913,1	1063	8,131
7	601,4	1866,8	1037	8,180
8	593,7	1815,8	1009	8,233
9	585,0	1761,6	979	8,287
10	575,7	1705,5	948	8,341
11	565,7	1648,7	916	8,394
12	555,5	1592,3	885	8,444
13	545,0	1537,2	854	8,491
14	534,5	1484,2	825	8,535
15	524,2	1433,8	797	8,575
16	514,2	1386,5	770	8,611
17	504,6	1342,6	746	8,643
18	495,6	1302,4	724	8,671
19	487,3	1266	703	8,695
20	480,0	1233,5	685	8,716
21	472,8	1204,9	669	8,734
22	466,9	1180,2	656	8,749
23	461,7	1159,4	644	8,761
24	457,5	1142,4	635	8,771
25	454,2	1129,3	627	8,778
26	451,9	1119,9	622	8,784
27	450,5	1114,3	619	8,787
28	450,0	1112,4	618	8,788

Tab B.1: Hodnoty vodorovných sil H a odpovídajících průvěsů střechy z_{max} pro jednotlivé skupiny nosných lan v rámci jednoho kvadrantu

Lano	B_{ext} (m)	$A_{segm,ext}$ (m ²)	$\sigma_{segm,ext}$ (MPa)	P (kN)	σ_{lana} (MPa)
1	6,397	0,730	3,426	2500	1190
2	6,395	0,729	3,426	2499,1	1190
3	6,386	0,729	3,426	2496,3	1189
4	6,372	0,727	3,426	2491,4	1186
5	6,352	0,725	3,426	2484,4	1183
6	6,325	0,722	3,426	2475,1	1179
7	6,290	0,719	3,426	2463,3	1173
8	6,249	0,715	3,426	2449,0	1166
9	6,200	0,710	3,426	2432,4	1158
10	6,145	0,704	3,426	2413,5	1149
11	6,084	0,698	3,426	2392,6	1139
12	6,018	0,692	3,426	2370,1	1129
13	5,949	0,685	3,426	2346,4	1117
14	5,878	0,678	3,426	2322,0	1106
15	5,805	0,671	3,426	2297,2	1094
16	5,734	0,663	3,426	2272,6	1082
17	5,664	0,656	3,426	2248,6	1071
18	5,596	0,650	3,426	2225,6	1060
19	5,533	0,643	3,426	2203,8	1049
20	5,474	0,637	3,426	2183,6	1040
21	5,420	0,632	3,426	2165,2	1031
22	5,373	0,627	3,426	2149,0	1023
23	5,332	0,623	3,426	2134,9	1017
24	5,298	0,620	3,426	2123,3	1011
25	5,271	0,617	3,426	2114,1	1007
26	5,252	0,615	3,426	2107,5	1004
27	5,240	0,614	3,426	2103,5	1002
28	5,236	0,614	3,426	2102,1	1001

Tab B.2: Napětí v předpínacích lanech pro eliptickou konstrukci