UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PŘÍRODOVĚDĚCKÁ FAKULTA

KATEDRA ALGEBRY A GEOMETRIE

KOSOÚHLÉ PROMÍTÁNÍ DO PŮDORYSNY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vedoucí práce:
Mgr. Marie Chodorová, Ph.D.

Vypracovala:
Jana Vintrová
M-DG, 3. ročník

Rok odevzdání: 2012

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením Mgr. Marie Chodorové, Ph.D., a že jsem v seznamu literatury uvedla všechny prameny použité při psaní této práce.

V Olomouci, dne 30. května 2012 ……………………………

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí bakalářské práce Mgr. Marii Chodorové, Ph.D., za cenné rady, poskytnuté materiály, pečlivě vedené přednášky a čas, který mi věnovala ke zkvalitnění této práce.

Obsah

Úvod

Na většině středních i vysokých škol, kde se vyučuje deskriptivní geometrie a v jejichž osnovách je kosoúhlé promítání, jsou teorie a řešené příklady zpracovány v kosoúhlém promítání do nárysny. Není mi známá žádná sbírka příkladů kosoúhlého promítání na jinou průmětnu. Proto obsahem bakalářské práce je kosoúhlé promítání do půdorysny.

Cílem této práce je poskytnutí přehledu a ukázání základních postupů konstrukcí při řešení úloh v kosoúhlém promítání do půdorysny, kde budeme vycházet z poznatků o kosoúhlém promítání do nárysny.

Práce je rozdělena do tří kapitol.

První, nejobsáhlejší kapitola je věnována základním principům daného zobrazení, na jejichž základě lze řešit i náročnější úlohy a konstrukce. Čtenář je zde seznámen se zobrazením bodu, přímky, roviny, dále je zde uvedeno zobrazení dvojic přímek, rovin, a také zobrazení významných přímek v rovině, atd.

Druhá kapitola je věnována polohovým a metrickým úlohám. Nejprve jsou řešeny polohové úlohy, to znamená úlohy o vzájemné poloze geometrických útvarů a není při nich potřeba zjišťovat „velikosti“ útvarů.

Ve třetí kapitole jsou pak řešena tělesa, především hranatá, a jejich rovinné řezy v daném kosoúhlém promítání do půdorysny.

Obrázky a úlohy jsou narýsovány v programu QCAD. Bakalářská práce je napsána v aplikaci Microsoft Word.

1. Základní pojmy

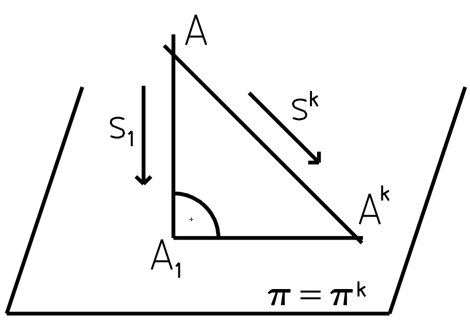
Kosoúhlé promítání je jedna ze zobrazovacích metod. Jedná se o zvláštní případ kosoúhlé axonometrie, kde axonometrická průmětna ρ je rovnoběžná s některou souřadnicovou rovinou nebo s ní splývá. Je to rovnoběžné promítání, ve kterém jako průmětnu volíme některou ze souřadnicových rovin. V našem případě je to půdorysna $\pi \equiv xy$ (obvykle to bývá nárysna $\upsilon \equiv xz$). Směr promítání volíme tak, aby s žádnou souřadnicovou rovinou nebyl rovnoběžný. Aby toto zobrazení bylo vzájemně jednoznačné, musíme kosoúhlý průmět bodu doplnit o další průmět:

a) o pravoúhlý průmět do téže roviny

b) o pravoúhlý průmět do pomocné roviny

V praxi se obě metody kombinují v tzv. technické kosoúhlé promítání.

<u>Ad a) Kosoúhlé promítání na jednu průmětnu s pomocným pravoúhlým promítáním</u>



Obr. 1.1. Kosoúhlé promítání na jednu průmětnu.

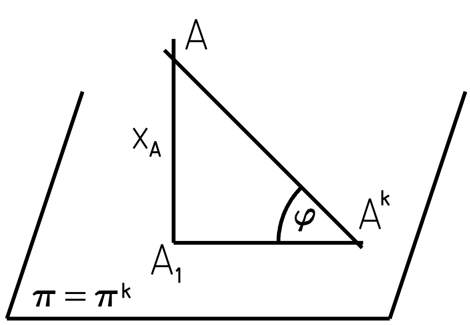
A^k … <u>kosoúhlý průmět</u> bodu A do π^k

A_1 … <u>pravoúhlý průmět</u> bodu A do π^k

Obrazem bodu A je tedy uspořádaná dvojice bodů (A^k, A_1), která leží na přímce - <u>ordinále</u> pevného směru s. Směr s je dán pravoúhlým průmětem směru s^k kosoúhlého promítání nebo kosoúhlým průmětem směru s_1 pravoúhlého promítání (obr. 1.1).

Je-li obráceně dána uspořádaná dvojice bodů (A^k, A_1), která leží na přímce směru s, pak lze užitím promítacích přímek směru s^k a s_1 jednoznačně určit v prostoru bod A. Odtud plyne:

Kosoúhlé promítání na jednu průmětnu s pomocným pravoúhlým promítáním je vzájemně jednoznačné zobrazení bodů prostoru na uspořádané dvojice bodů, které leží na ordinálách.



Obr. 1.2. Kosoúhlé promítání na jednu průmětnu.

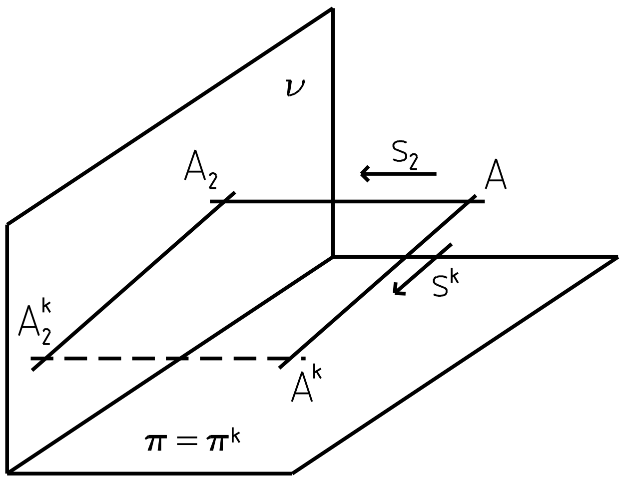
Nechť $0 < \varphi < \frac{1}{2}\pi$ je úhel, který svírá kosoúhle promítací paprsek s průmětnou π^k a x_A je vzdálenost bodu A od průmětny π^k (obr. 1.2). Pak z podmínky cotg $\varphi = A_1A^k : |x_A| = \overrightarrow{A_1A^k} : x_A$ dostáváme $\overrightarrow{A_1A^k} = q \cdot x_A$, kde q je <u>kvocient</u> (poměr zkrácení) kosoúhlého promítání a platí, že q = cotg φ.

Orientovaná vzdálenost kosoúhlého průmětu bodu od jeho pravoúhlého průmětu se rovná orientované vzdálenosti bodu od průmětny násobené poměrem zkrácení.

Vzdálenost bodů A^kA_1 může být menší než vzdálenost bodu A od průmětny π^k, ale může být i rovna nebo větší. Závisí to na velikosti úhlu φ, a tedy na velikosti kvocientu.

Kosoúhlé promítání na jednu průmětnu s pomocným pravoúhlým promítáním je určeno orientovaným směrem ordinál a poměrem zkrácení q > 0.

<u>Ad b) Kosoúhlé promítání s užitím pomocné průmětny</u>



Obr. 1.3. Kosoúhlé promítání s pomocnou průmětnou.

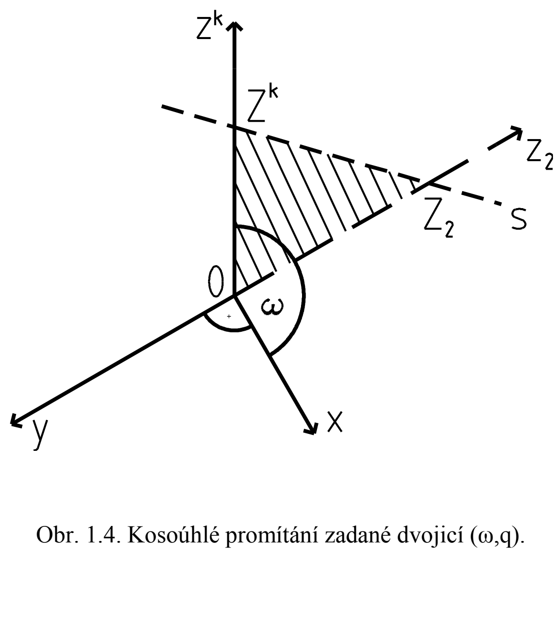
A_2… pravoúhlý průmět bodu A do υ

A_2^k… kosoúhlý průmět pravoúhlého průmětu bodu A do π^k

Pomocná průmětna υ, na kterou promítáme pravoúhle, je kolmá k průmětně π^k kosoúhlého promítání, obvykle ji volíme vodorovnou. Obrazem bodu A je uspořádaná dvojice bodů (A_2^k, A^k), která leží na ordinále (obr. 1.3).

Kosoúhlé promítání s užitím pomocné průmětny je vzájemně jednoznačné zobrazení bodů prostoru na uspořádané dvojice bodů, které leží na ordinálách kolmých k základnici. Je-li dána základnice, pak známe i pomocnou průmětnu.

Kosoúhlé promítání s užitím pomocné průmětny je určeno základnicí a směrem kosoúhlého promítání.



Obr. 1.4. Kosoúhlé promítání zadané dvojicí (ω,q).

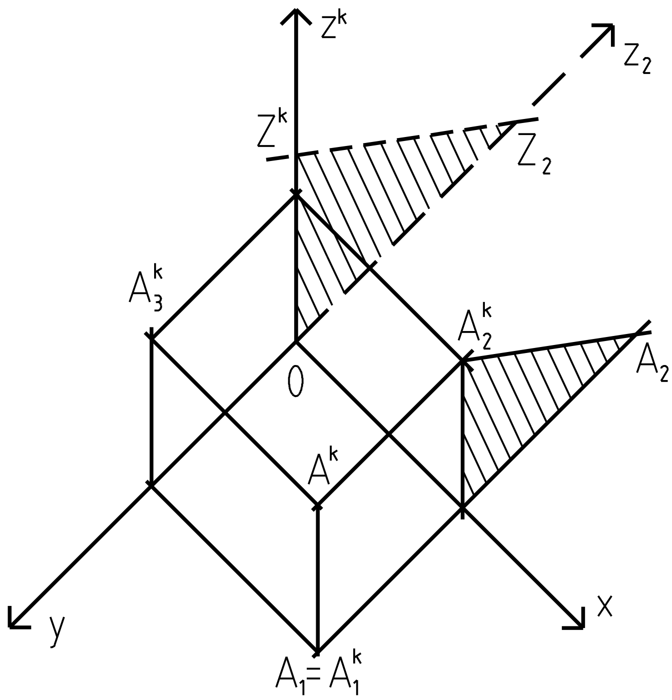
Kosoúhlé promítání je určeno úhlem ω a kvocientem q, někdy označovaným k.

Úhel ω je úhel mezi x a z^k měřený od kladné části osy x v protisměru pohybu hodinových ručiček (obr. 1.4). Určení kosoúhlého promítání zapisujeme symbolem (ω, q). Sdružíme-li průmětnu $\upsilon \equiv xz$ s průmětnou $\pi \equiv xy$ jako v Mongeově projekci, pak trojúhelník $Z_2 0 Z^k$ bodu Z se nazývá základní trojúhelník.

Z předpokladů při volbě kosoúhlého promítání plyne, že velikost úhlu ω se může měnit. V mezích $0 < \omega < \pi$ dostáváme nadhled a pro $\pi < \omega < 2\pi$ získáváme podhled. Jestliže zvolíme charakteristiku kosoúhlého promítání q = 1 a ω = 135°, získáme nadhled, který nazýváme ptačí perspektiva. Pro q = 1 a ω = 315° získáme podhled, který nazýváme žabí perspektiva. Kosoúhlé promítání do půdorysny π a pro q = 1 a ω = 135° ($\omega \equiv xz^k$) je tento druh kosoúhlého promítání nazýván vojenská perspektiva. Všechny tři druhy uvedených zvláštních případů kosoúhlého promítání zahrnujeme pod jedním názvem rovnoběžných perspektiv. Tento název obdobně jako předešlé názvy jsou historické pojmy, neboť ve skutečnosti nejde o žádnou perspektivu.

1.1. Zobrazení bodu

Zvolme si v daném kosoúhlém promítání bod A, který neleží v π. Vedeme-li zvoleným bodem A paprsek rovnoběžný s promítacím paprskem s a stanovíme-li průsečík s průmětnou π, dostaneme kosoúhlý průmět A^k bodu A (obr. 1.5). Ke každému bodu v prostoru přísluší jediný kosoúhlý průmět, ale obráceně ke každému kosoúhlému průmětu existuje v prostoru nekonečně mnoho bodů ležících na promítacím paprsku. Abychom tuto mnohoznačnost odstranili, připojujeme ke kosoúhlému průmětu bodu A buď jeho pravoúhlý průmět, nebo kosoúhlý průmět jeho nárysu.



Obr. 1.5. Zobrazení bodu.

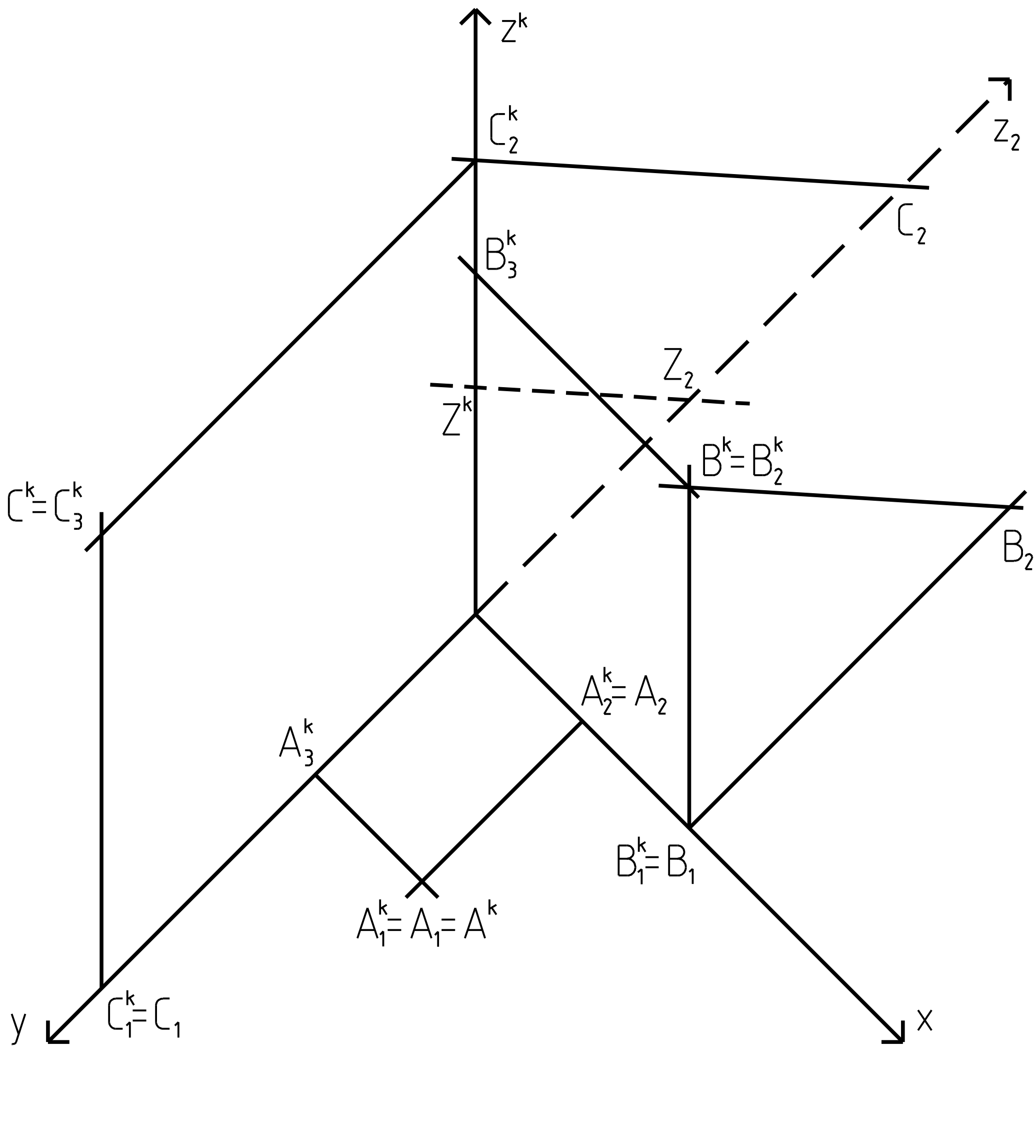
Budiž dáno kosoúhlé promítání s úhlem ω a poměrem zkrácení q s pomocným pravoúhlým promítáním do půdorysny i do nárysny. Potom Mongeovo promítání, které má s daným kosoúhlým promítáním společné průmětny π, υ, μ i příslušný souřadnicový systém se nazývá přiřazené Mongeovo promítání k danému kosoúhlému promítání. Přitom platí, že na osy x, y nanášíme skutečné délky, na osu z^k nanášíme redukovanou délku poměrem q a druhý průmět A_2 bodu A a kosoúhlý průmět A_2^k druhého průmětu si odpovídají v afinitě, kde osou afinity je osa x a směr je dán spojnicí $A_2A_2^k$ tzv. kosoúhlá afinita.

Ke každému bodu A prostoru lze přiřadit, vedle kosoúhlého průmětu A^k, kosoúhlé průměty A_1^k, A_2^k, A_3^k. Bod v prostoru je jednoznačně určen, známe-li dva ze čtyř uvedených kosoúhlých průmětů.

Úloha 1.1.1.

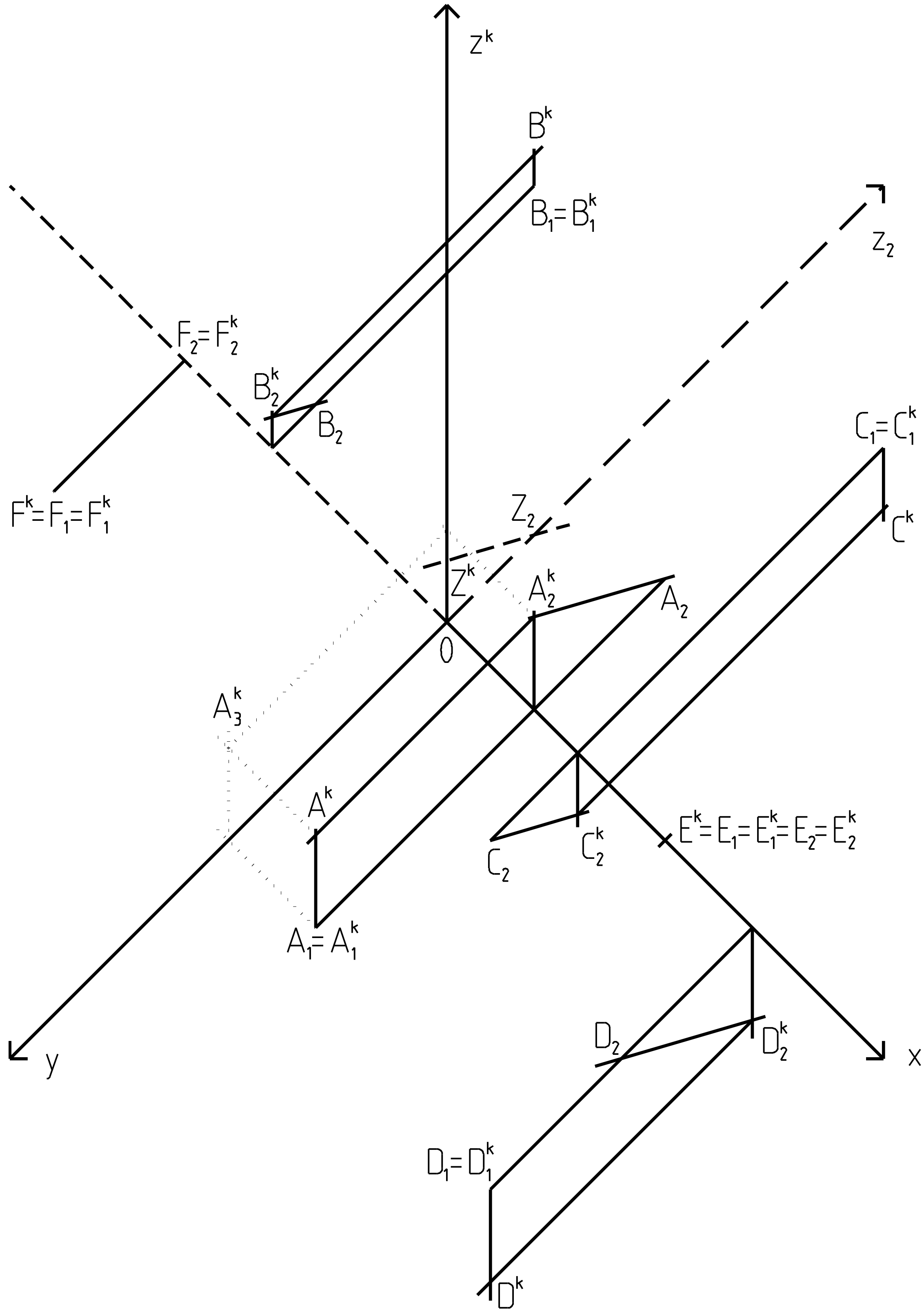
V kosoúhlém promítání (135°, ¾) zobrazte body ležící v průmětnách:

$A = [2,3,0]$ ležící v π, $B = [4,0,6]$ ležící v υ, $C = [0,7,8]$ ležící v μ.



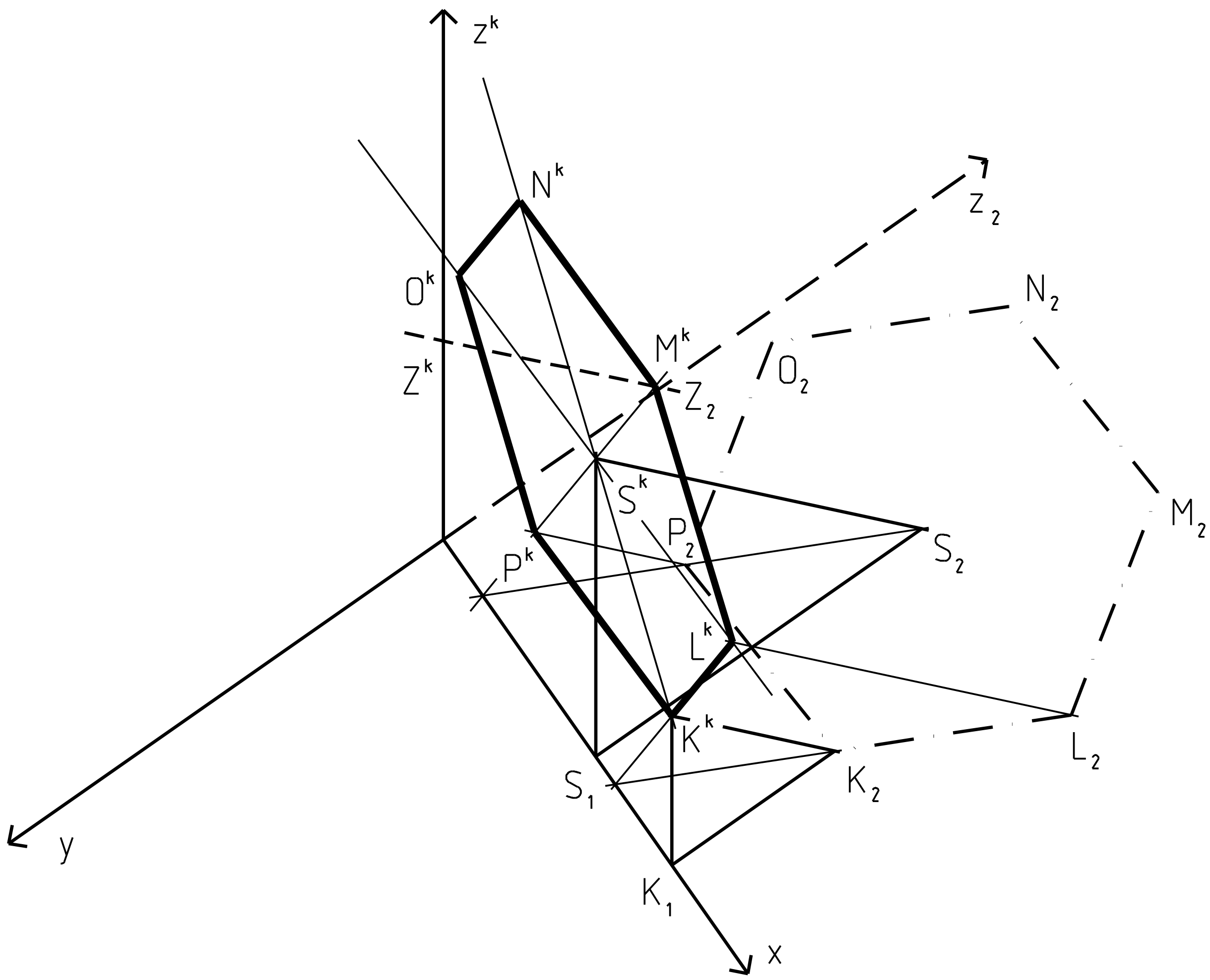
Úloha 1.1.2.

Zobrazte v kosoúhlém promítání (135º, ½) body A = [2,5,3], B = [-4,-6,1], C = [3,-7,-2], D = = [7,6,-3], E = [5,0,0], F = [-6,3,0].



Úloha 1.1.3.

V nárysně je dán pravidelný šestiúhelník se středem S = [4,0,6] a vrcholem K = [6,0,3]. Zobrazte jeho kosoúhlý průmět pro ω = 145º a q = ¾.

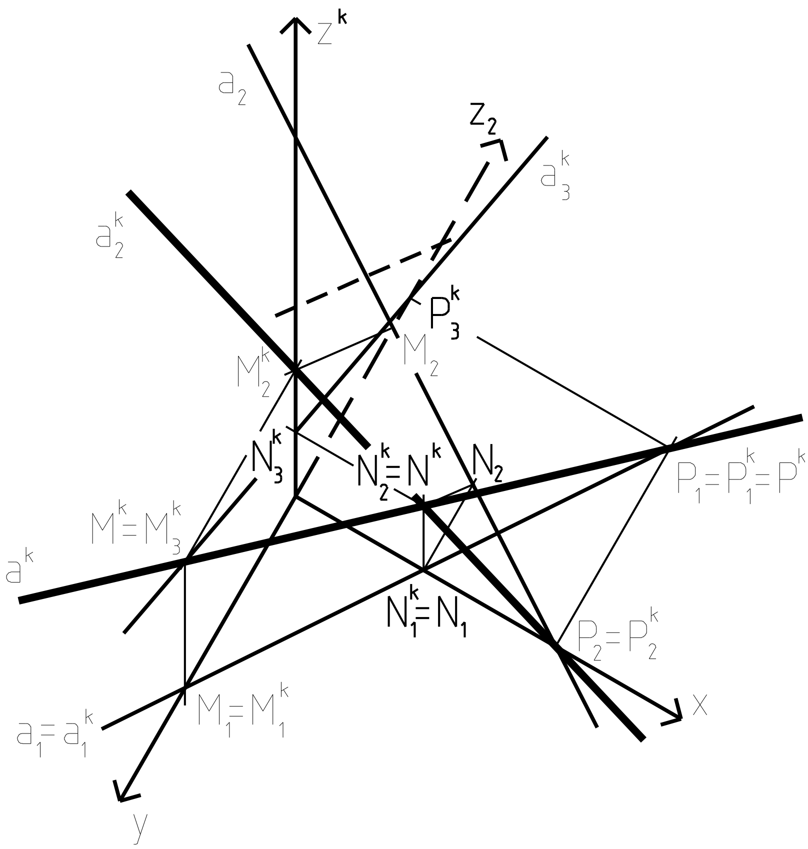


Řešení: Nalezneme kosoúhlé průměty bodů S a K. Šestiúhelník se v přiřazeném Mongeově promítání zobrazí ve skutečné velikosti. Pro získání kosoúhlého průmětu ostatních bodů využijeme afinity, kde osou je osa x a směr afinity je dán spojnicí Z^kZ_2.

1.2. Zobrazení přímky

Kosoúhlým průmětem přímky, která není rovnoběžná s promítacím paprskem, je přímka. Je-li přímka rovnoběžná s promítacím paprskem, je jejím kosoúhlým průmětem bod.

Na přímce *a* zvolíme dva různé body a najdeme jejich kosoúhlé průměty, jimi jsou určeny kosoúhlé průměty přímky. Nejvhodnější je za tyto body volit stopníky přímky *a* (obr. 1.6). Spojnice kosoúhlých průmětů dvou bodů se nazývá kosoúhlý průmět přímky *a* a ve spojnici například kosoúhlých nárysů dvou zvolených bodů dostáváme tzv. kosoúhlý nárys přímky *a*. K jednoznačnosti určení přímky *a* v prostoru stačí libovolná dvojice ze čtyř kosoúhlých průmětů přímky *a*.

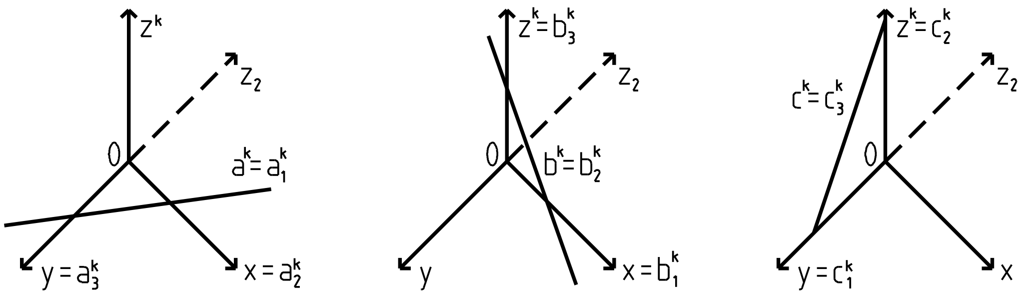


Obr. 1.6. Zobrazení přímky.

1.2.1. Speciální polohy přímek

Znázorněme, jak se zobrazí přímky ve zvláštních polohách vzhledem k rovinám π, υ a μ.

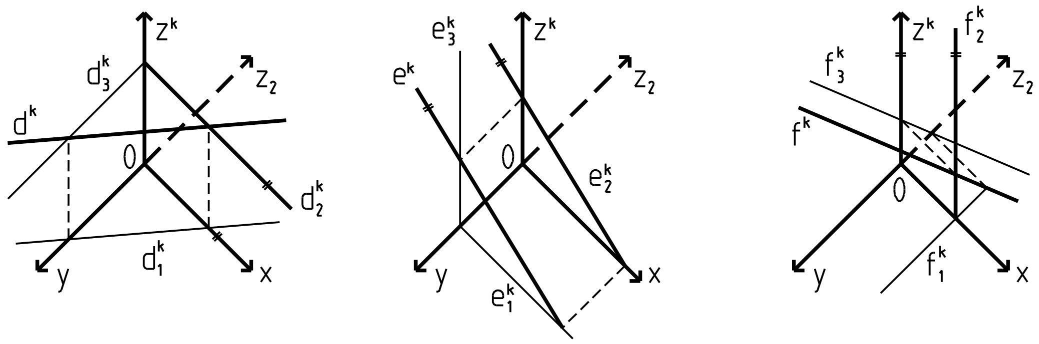
- Přímka a leží v průmětně π. Její kosoúhlý průmět a^k leží v průmětně π, její kosoúhlý nárys a_2^k je ztotožněn s osou x. Kosoúhlý půdorys a_1^k přímky a je ztotožněn s kosoúhlým průmětem a^k přímky a a její kosoúhlý bokorys a_3^k je ztotožněn s osou y (obr. 1.7a).
- Přímka b leží v průmětně υ. Její kosoúhlý průmět b^k se rovná kosoúhlému nárysu b_2^k. Kosoúhlý půdorys b_1^k přímky b je ztotožněn s osou x a její kosoúhlý bokorys b_3^k je ztotožněn s osou z^k (obr. 1.7b).
- Přímka c leží v průmětně μ. Její kosoúhlý průmět c^k leží v průmětně μ, její kosoúhlý nárys c_2^k je ztotožněn s osou z^k. Kosoúhlý půdorys c_1^k přímky c je ztotožněn s osou y a její kosoúhlý bokorys c_3^k je ztotožněn s kosoúhlým průmětem c^k přímky c (obr. 1.7c).



a) b) c)

Obr. 1.7. Přímky ležící v průmětnách.

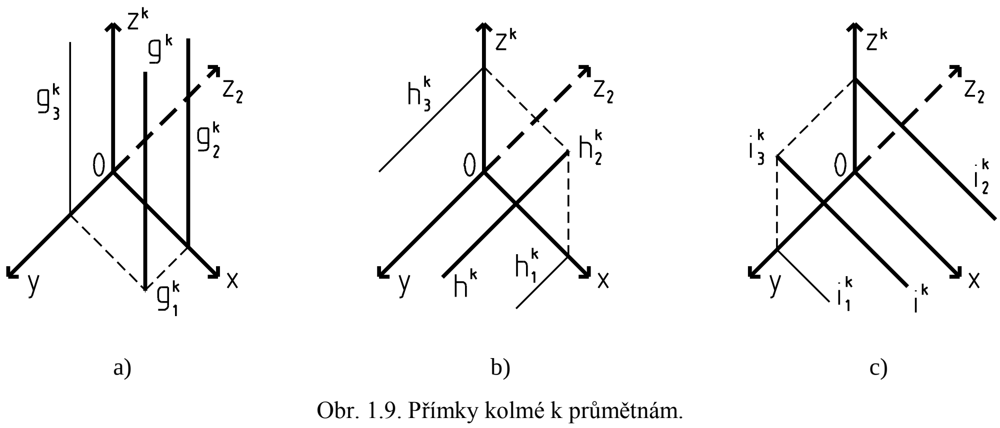
- Přímka d rovnoběžná s průmětnou π nemá kosoúhlý průmět d^k rovnoběžný s žádnou z os, její kosoúhlý nárys d_2^k je rovnoběžný s osou x. Kosoúhlý půdorys d_1^k přímky d je rovnoběžný s kosoúhlým průmětem d^k přímky d a její kosoúhlý bokorys d_3^k je rovnoběžný s osou y (obr. 1.8a).
- Přímka e rovnoběžná s průmětnou υ má kosoúhlý průmět e^k rovnoběžný s kosoúhlým nárysem e_2^k. Kosoúhlý půdorys e_1^k přímky e je rovnoběžný s osou x a její kosoúhlý bokorys e_3^k je rovnoběžný s osou z^k (obr. 1.8b).
- Přímka f rovnoběžná s průmětnou μ nemá kosoúhlý průmět f^k rovnoběžný s žádnou z os, její kosoúhlý nárys f_2^k je rovnoběžný s osou z^k. Kosoúhlý půdorys f_1^k přímky f je rovnoběžný s osou y a její kosoúhlý bokorys f_3^k je rovnoběžný s kosoúhlým průmětem f^k přímky f (obr. 1.8c).



a) b) c)

Obr. 1.8. Přímky rovnoběžné s průmětnami.

- Přímka g kolmá k rovině π má kosoúhlý průmět g^k, kosoúhlý nárys g_2^k a kosoúhlý bokorys g_3^k rovnoběžný s osou z^k. Kosoúhlý půdorys g_1^k přímky g je bodem přímky g^k (obr. 1.9a).
- Přímka h kolmá k rovině υ má kosoúhlý průmět h^k, kosoúhlý půdorys h_1^k a kosoúhlý bokorys h_3^k rovnoběžný s osou y. Kosoúhlý půdorys h_2^k přímky h je bodem přímky h^k (obr. 1.9b).
- Přímka i kolmá k rovině μ má kosoúhlý průmět i^k, kosoúhlý půdorys i_1^k a kosoúhlý nárys i_2^k rovnoběžný s osou x. Kosoúhlý bokorys i_3^k přímky i je bodem přímky i^k (obr. 1.9c).



a) b) c)

Obr. 1.9. Přímky kolmé k průmětnám.

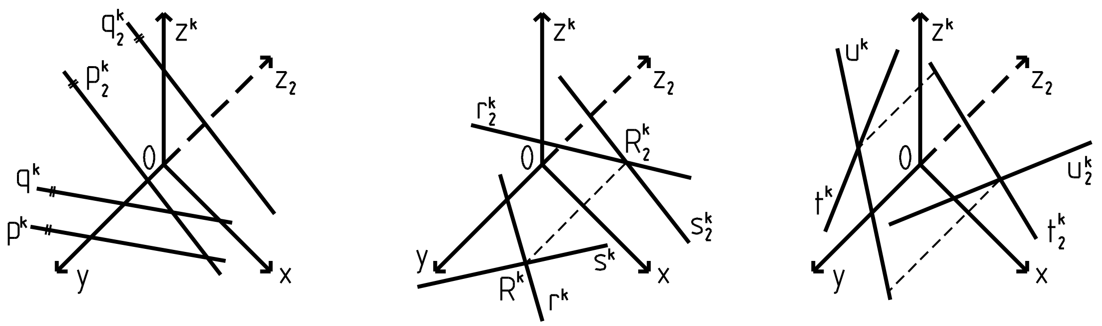
1.2.2. Vzájemná poloha dvou přímek

V prostoru mohou mít dvě přímky následující polohu: rovnoběžné splývající, rovnoběžné různé, různoběžné nebo mimoběžné.

a) Je-li přímka p rovnoběžná s přímkou q (obr. 1.10a), potom v důsledku rovnoběžnosti kosoúhle promítacích rovin je kosoúhlý průmět p^k přímky p rovnoběžný s kosoúhlým průmětem q^k přímky q. Protože pravoúhlé průměty p_2, q_2 rovnoběžných přímek p, q do roviny υ jsou rovnoběžné, jsou rovnoběžné také jejich kosoúhlé průměty p_2^k, q_2^k. Platí: $p \parallel q$ právě tehdy, když $p^k \parallel q^k$ a $p_2^k \parallel q_2^k$.

b) Jsou-li přímky r a s různoběžné (obr. 1.10b), pak se protínají v bodě R, který lze považovat za bod jedné i druhé různoběžky. Proto jeho průmět musí ležet v průsečíku stejných průmětů obou přímek: $R^k \equiv r^k \cap s^k$, $R_2^k \equiv r_2^k \cap s_2^k$. A zároveň platí, že spojnice kosoúhlého průmětu R^k a kosoúhlého nárysu R_2^k průsečíku dvou různoběžných přímek r, s leží na ordinále.

c) Jsou-li dvě přímky t a u mimoběžné (obr. 1.10c), pak obecně jejich kosoúhlé průměty t^k, u^k i jejich kosoúhlé nárysy t_2^k, u_2^k jsou různoběžky, jejichž průsečíky $t^k \cap u^k$ a $t_2^k \cap u_2^k$ neleží na spojnici rovnoběžné s osou y.

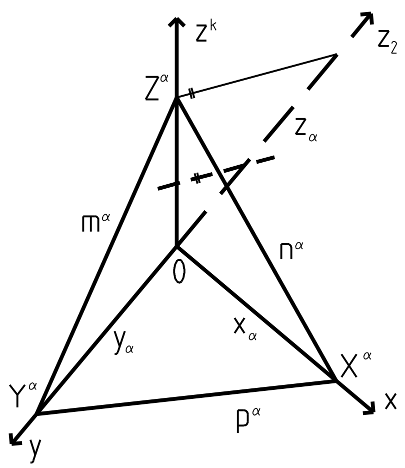


a) b) c)

Obr. 1.10. Dvojice přímek.

1.3. Zobrazení roviny

Rovinu v kosoúhlém promítání zobrazujeme podobně jako v pravoúhlé axonometrii pomocí jejího <u>stopního trojúhelníka</u>. Na obr. 1.11 je rovina α zobrazena svým stopním trojúhelníkem $X^\alpha\ Y^\alpha\ Z^\alpha$, jsou-li dány její „úseky“ na osách x_α, y_α, z_α. „Úseky“ x_α a y_α vyneseme ve skutečné velikosti a „úsek“ z_α redukovaný v poměru q.

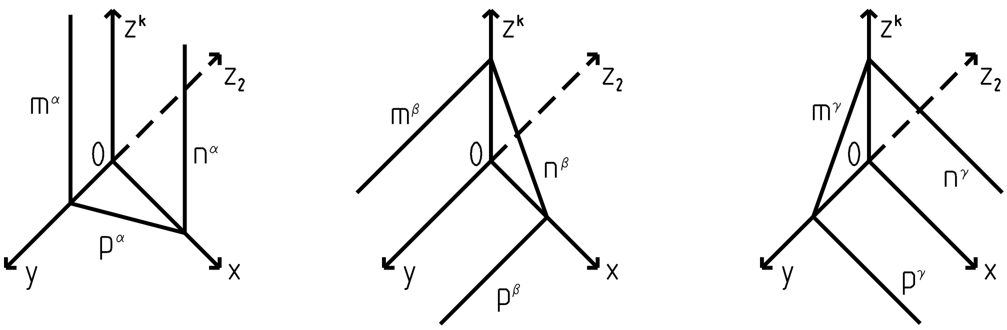


Obr. 1.11. Zobrazení roviny.

1.3.1. Speciální polohy rovin

V obr. 1.12 a obr. 1.13 jsou vyznačeny kosoúhlé průměty stop rovin ve zvláštních polohách vzhledem k rovinám π, υ a μ.

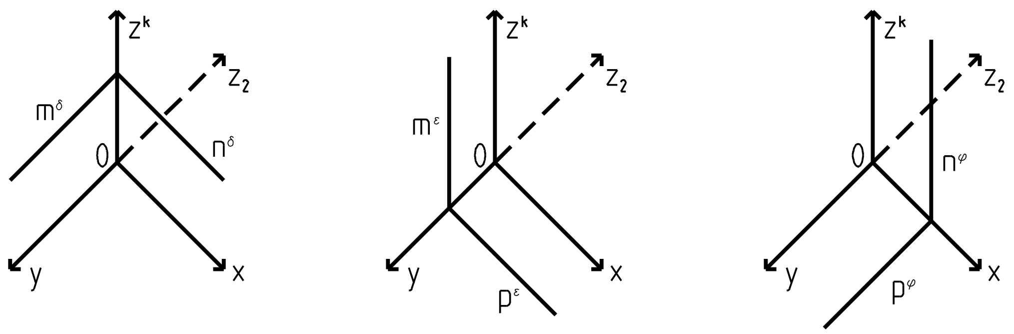
- Rovina α je kolmá k rovině π. Nárysná stopa n^{α} a bokorysná stopa m^{α} jsou rovnoběžné s osou z^{k}. Půdorysná stopa p^{α} leží v průmětně π a je spojnicí dvou bodů, které vznikly jako průsečíky nárysné stopy n^{α} s osou x a bokorysné stopy m^{α} s osou y (obr. 1.12a).
- Rovina β je kolmá k rovině υ. Půdorysná stopa p^{β} a bokorysná stopa m^{β} jsou rovnoběžné s osou y. Nárysná stopa n^{β} leží v průmětně υ a je spojnicí dvou bodů, které vznikly jako průsečíky půdorysné stopy p^{β} s osou x a bokorysné stopy m^{β} s osou z^{k} (obr. 1.12b).
- Rovina γ je kolmá k rovině μ. Nárysná stopa n^{γ} a půdorysná stopa p^{γ} jsou rovnoběžné s osou x. Bokorysná stopa m^{γ} leží v průmětně μ a je spojnicí dvou bodů, které vznikly jako průsečíky nárysné stopy n^{γ} s osou z^{k} a půdorysné stopy p^{γ} s osou y (obr. 1.12c).



a) b) c)

Obr. 1.12. Roviny kolmé k průmětnám.

- Rovina δ rovnoběžná s průmětnou π má nárysnou stopu n^{δ} rovnoběžnou s osou x a bokorysnou stopu m^{δ} rovnoběžnou s osou y (obr. 1.13a).
- Rovina ε rovnoběžná s průmětnou υ má půdorysnou stopu p^{ε} rovnoběžnou s osou x a bokorysnou stopu m^{ε} rovnoběžnou s osou z^{k} (obr. 1.13b).
- Rovina φ rovnoběžná s průmětnou μ má nárysnou stopu n^{φ} rovnoběžnou s osou z^{k} a půdorysnou stopu p^{φ} rovnoběžnou s osou y (obr. 1.13c).



a) b) c)

Obr. 1.13. Roviny rovnoběžné s průmětnami.

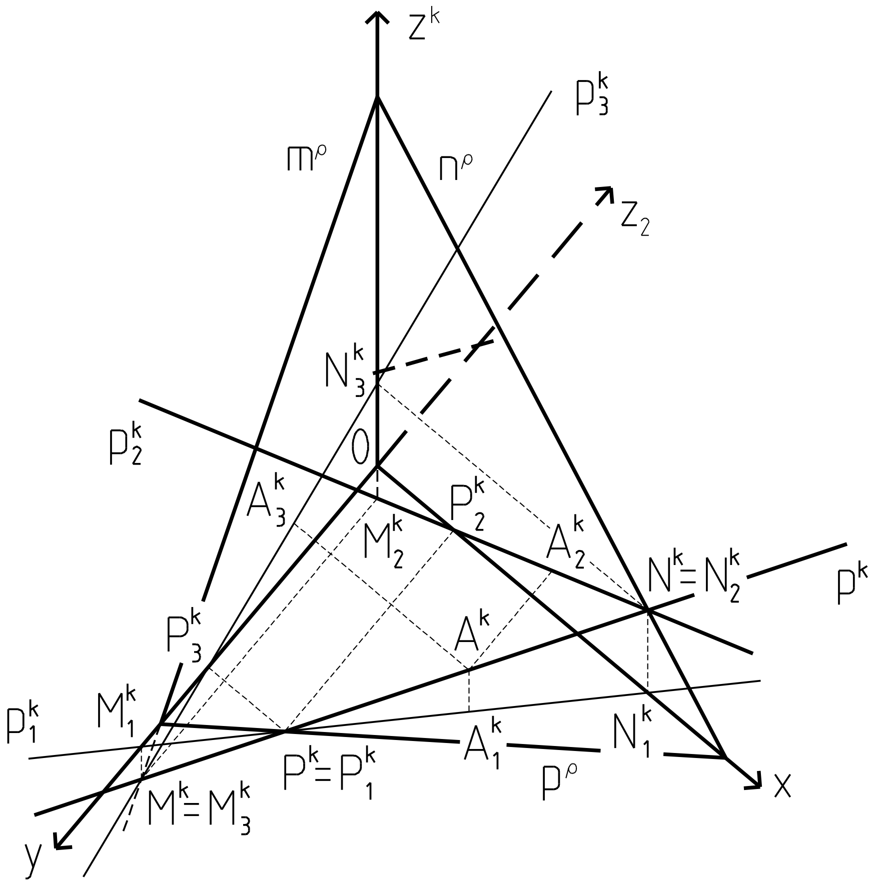
1.3.2. Bod a přímka v rovině

Bod i přímka roviny jsou určeny již jedním svým průmětem. Zbývající průmět lze pak snadno stanovit užitím vět o incidenci.

Přímka p na obrázku 1.14 je dána svým kosoúhlým průmětem p^k a z podmínky, že leží v rovině ρ, určíme její zbývající průměty. Kosoúhlý průmět p^k přímky p protíná všechny tři stopy roviny ve vlastních bodech. Průsečíky P^k, N^k, M^k kosoúhlého průmětu p^k přímky p se stopami p^ρ, n^ρ, m^ρ roviny ρ jsou stopníky uvažované přímky p. Zároveň platí, že průměty N^k, N_2^k splývají a průměty P^k, P_2^k leží na ordinále. Kosoúhlý nárys p_2^kpřímky p je spojnice P_2^k, N_2^k. Průměty P^k, P_1^k splývají a průmět N_1^k leží na rovnoběžce s osou z^k jdoucí bodem N^k a na ose x. Kosoúhlý půdorys p_1^k přímky p je spojnice P_1^k, N_1^k. Průměty M^k, M_3^k splývají a průmět N_3^k leží na rovnoběžce s osou x jdoucí bodem N^k a na ose z^k. Kosoúhlý bokorys p_3^k přímky p je spojnice N_3^k, M_3^k.

Kosoúhlý průmět bodu A roviny ρ a k němu příslušný některý pomocný kosoúhlý průmět stanovíme tím způsobem, že bodem A sestrojíme libovolnou přímku p roviny ρ, kterou pak zobrazíme. Na kosoúhlém průmětu p^k přímky p musí ležet kosoúhlý průmět A^k bodu A. Kosoúhlý nárys A_2^k bodu A pak leží na kosoúhlém nárysu p_2^k přímky p a na ordinále procházející bodem A^k. Kosoúhlý půdorys A_1^k bodu A leží na kosoúhlém půdorysu p_1^k přímky p a na rovnoběžce s osou z^k jdoucí bodem A^k. Kosoúhlý bokorys A_3^k bodu A leží na kosoúhlém bokorysu p_3^k přímky p a na rovnoběžce s osou x jdoucí bodem A^k. [1]

[1] Kosoúhlé průměty si odpovídají v osové afinitě, jejíž osou je nárysná stopa roviny n^ρ a směr je rovnoběžný s osou y. O dané rovině ovšem musíme předpokládat, že je v obecné poloze vzhledem k průmětnám π, υ, μ.



Obr. 1.14. Bod a přímka v rovině.

1.3.3. Hlavní přímky roviny

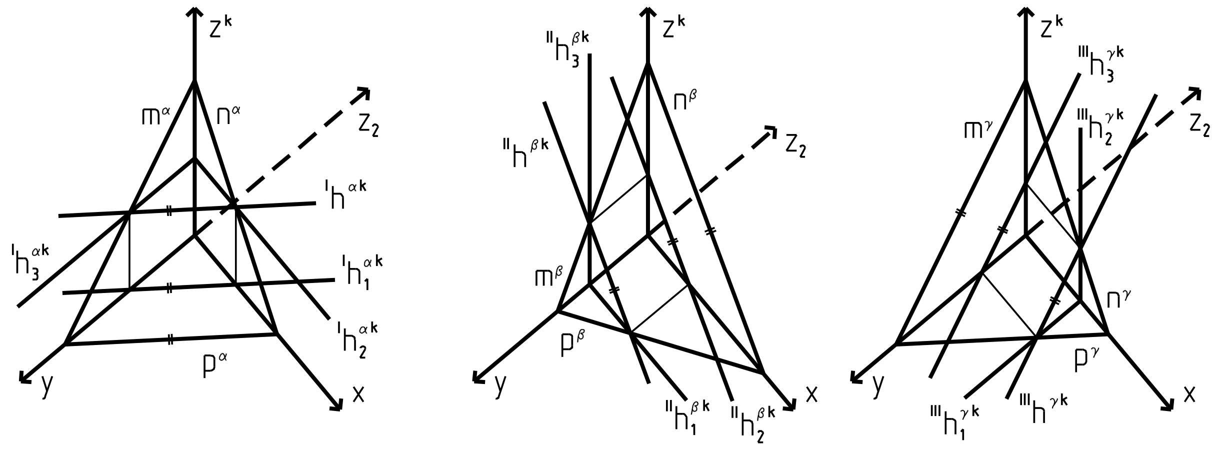
Při konstrukcích v rovině neužíváme obvykle libovolných přímek, ale takových přímek dané roviny, které jsou rovnoběžné s některou z rovin π, υ, μ, tj. užíváme hlavních přímek dané roviny. Dostaneme tak tři osnovy hlavních přímek, které se promítají kosoúhle vzhledem ke svým vlastnostem takto:

a) Hlavní přímky ${}^{I}h$ první osnovy jsou rovnoběžné s průmětnou π, proto kosoúhlý průmět ${}^{I}h^k$ a kosoúhlý půdorys ${}^{I}h_1^k$ přímky ${}^{I}h$ jsou rovnoběžné s půdorysnou stopou roviny. Její kosoúhlý nárys ${}^{I}h_2^k$ je rovnoběžný s osou x a její kosoúhlý bokorys ${}^{I}h_3^k$ je rovnoběžný s osou y (obr. 1.15a).

b) Hlavní přímky ${}^{II}h$ druhé osnovy jsou rovnoběžné s průmětnou υ, proto kosoúhlý průmět ${}^{II}h^k$ a kosoúhlý nárys ${}^{II}h_2^k$ přímky ${}^{II}h$ jsou rovnoběžné s nárysnou stopou roviny. Její kosoúhlý půdorys ${}^{II}h_1^k$ je rovnoběžný s osou x a její kosoúhlý bokorys ${}^{II}h_3^k$ je rovnoběžný s osou z^k (obr. 1.15b).

c) Hlavní přímky ${}^{III}h$ třetí osnovy jsou rovnoběžné s průmětnou μ, proto kosoúhlý průmět ${}^{III}h^k$ a kosoúhlý bokorys ${}^{III}h_3^k$ přímky ${}^{III}h$ jsou rovnoběžné s bokorysnou stopou roviny.

Její kosoúhlý nárys $^{III}h_2^k$ je rovnoběžný s osou z^k a její kosoúhlý půdorys $^{III}h_1^k$ je rovnoběžný s osou y (obr. 1.15c).

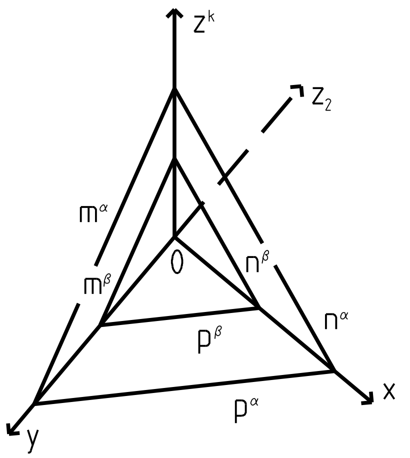


a) b) c)

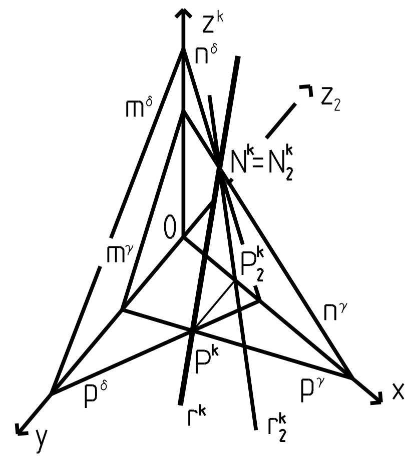
Obr. 1.15. Hlavní přímky roviny.

1.3.4. Zobrazení dvojice rovin

Dvě různé roviny mají pouze dvojí vzájemnou polohu v prostoru. Při zobrazení dvojic rovin můžeme okamžitě podle vzájemné polohy stop rozhodnout o jejich vzájemné poloze.



Obr. 1.16. Rovnoběžné roviny.



Obr. 1.17. Průsečnice dvou rovin.

Rovnoběžné roviny α a β (obr. 1.16) mají průměty souhlasných stop rovnoběžné, tedy $p^\alpha \parallel p^\beta$, $n^\alpha \parallel n^\beta$ a $m^\alpha \parallel m^\beta$.

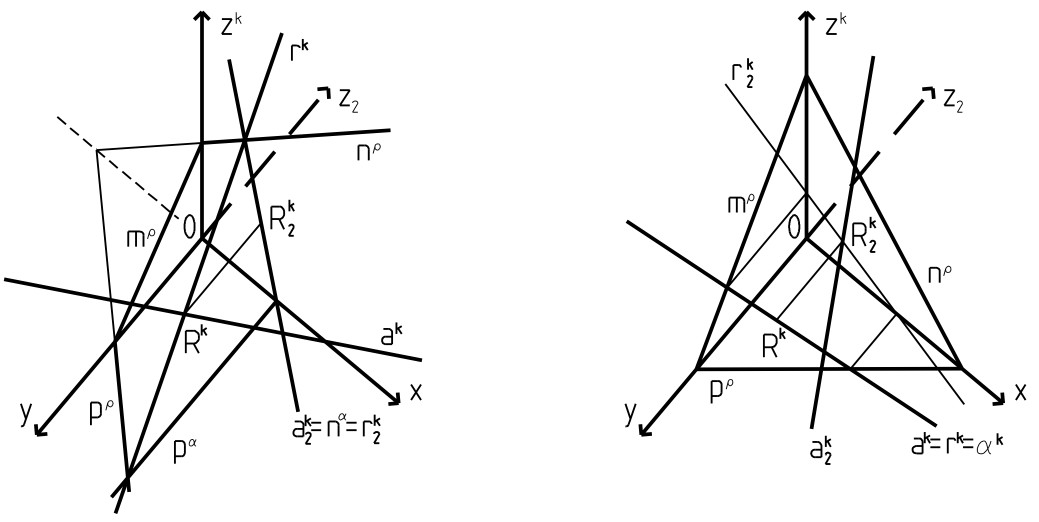
Dvě různoběžné roviny γ, δ (obr. 1.17) se protínají v přímce *r*, v tzv. <u>průsečnici</u> obou daných rovin. Kosoúhlý průmět r^k přímky r je přímkou jak roviny γ, tak roviny δ, proto její stopníky P^k, N^k, M^k leží postupně na stopách p^γ, n^γ, m^γ roviny γ, ale i současně na stopách p^δ, n^δ a m^δ roviny δ. Tudíž platí, že $P^k \equiv p^\gamma \cap p^\delta$, $N^k \equiv n^\gamma \cap n^\delta$, $M^k \equiv m^\gamma \cap m^\gamma$. Spojnice dvou těchto stopníků je kosoúhlý obraz přímky r^k a např. přímka $P_2^k\ N_2^k$ je kosoúhlým nárysem průsečnice.

1.3.5. Průsečík přímky s rovinou

Danou přímkou proložíme libovolnou pomocnou rovinu, najdeme společnou průsečnici rovin a hledaný průsečík je společný bod průsečnice a dané přímky.

Protože rovinu lze zvolit libovolně, volíme nejraději rovinu kolmou k některé z průměten (obr. 1.18a). Průsečík R přímky a s rovinou ρ určíme tak, že přímkou a proložíme rovinu kolmou k průmětně υ, tedy $n^\alpha = a_2^k$, $p^\alpha \parallel y$, popř. $m^\alpha \parallel y$. Kosoúhlý obraz r^k průsečnice r rovin ρ a α určují průsečíky odpovídajících si stop; viz obr. 1.17. Kosoúhlým nárysem průsečnice r je přímka $r_2^k = n^\alpha = a_2^k$. Kosoúhlým obrazem R^k průsečíku R je společný bod přímek r^k a a^k, kosoúhlým nárysem je bod R_2^k přímky a_2^k.

Nebo jako pomocnou rovinu volíme kosoúhle promítací rovinu, $a^k = r^k = \alpha^k$, a sestrojíme kosoúhlý nárys r_2^k přímky r, $r_2^k \cap a_2^k \equiv R_2^k$. Kosoúhlý průmět R^k bodu R leží na přímce r^k a na ordinále (obr. 1.18b).

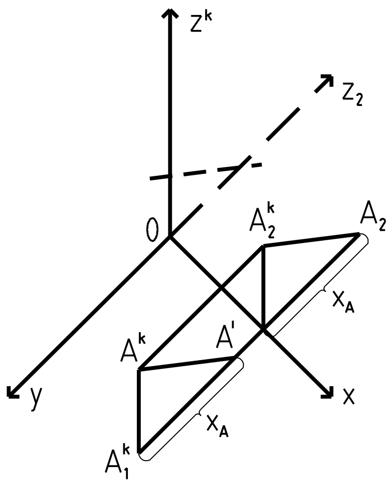


a) b)

Obr. 1.18. Průsečík přímky s rovinou.

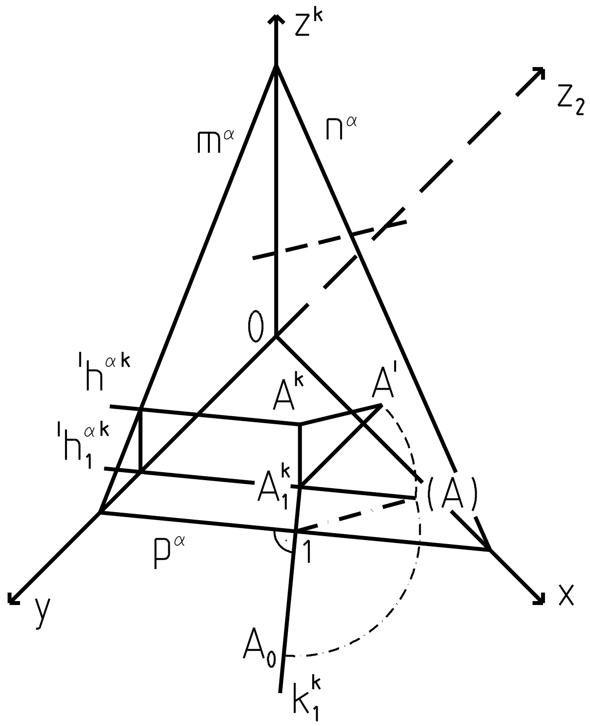
1.3.6. Otáčení roviny

Abychom mohli řešit úlohy v obecné rovině, využíváme otáčení. V kosoúhlém promítání do půdorysny otáčíme rovinu, požadujeme-li po otočených útvarech v rovině skutečný tvar a velikost, do průmětny π, případně do roviny rovnoběžné s touto průmětnou.



Obr. 1.19. Vzdálenost bodu od průmětny π.

Při otáčení roviny je nejprve nutné znát vzdálenost bodu roviny od půdorysny (obr. 1.19). Vzdálenost bodu *A* roviny α od půdorysny π je rovna vzdálenosti nárysu A_2 bodu *A* v přiřazeném Mongeově promítání od osy *x*. Dále musíme bod *A* sklopit do průmětny π. Na kosoúhlý půdorys ${}^{I}h_1^k$ hlavní přímky ${}^{I}h$ první osnovy nanesu od kosoúhlého půdorysu A_1^k bodu *A* vzdálenost bodu *A* od půdorysny, což je vzdálenost $|A_1^k A'|$. Získáme sklopený bod *(A)*. Nyní otočíme bod *A* roviny α do průmětny π kolem půdorysné stopy roviny p^α (obr. 1.19). Kosoúhlým půdorysem A_1^k bodu *A* vedu kolmici k_1^k na půdorysnou stopu p^α roviny α. Kolmice k_1^k protne půdorysnou stopu p^α v bodě *1*. Otočený bod A_0 leží na kolmici k_1^k a poloměr otáčení je vzdálenost bodu *1* a sklopeného bodu *(A)*.

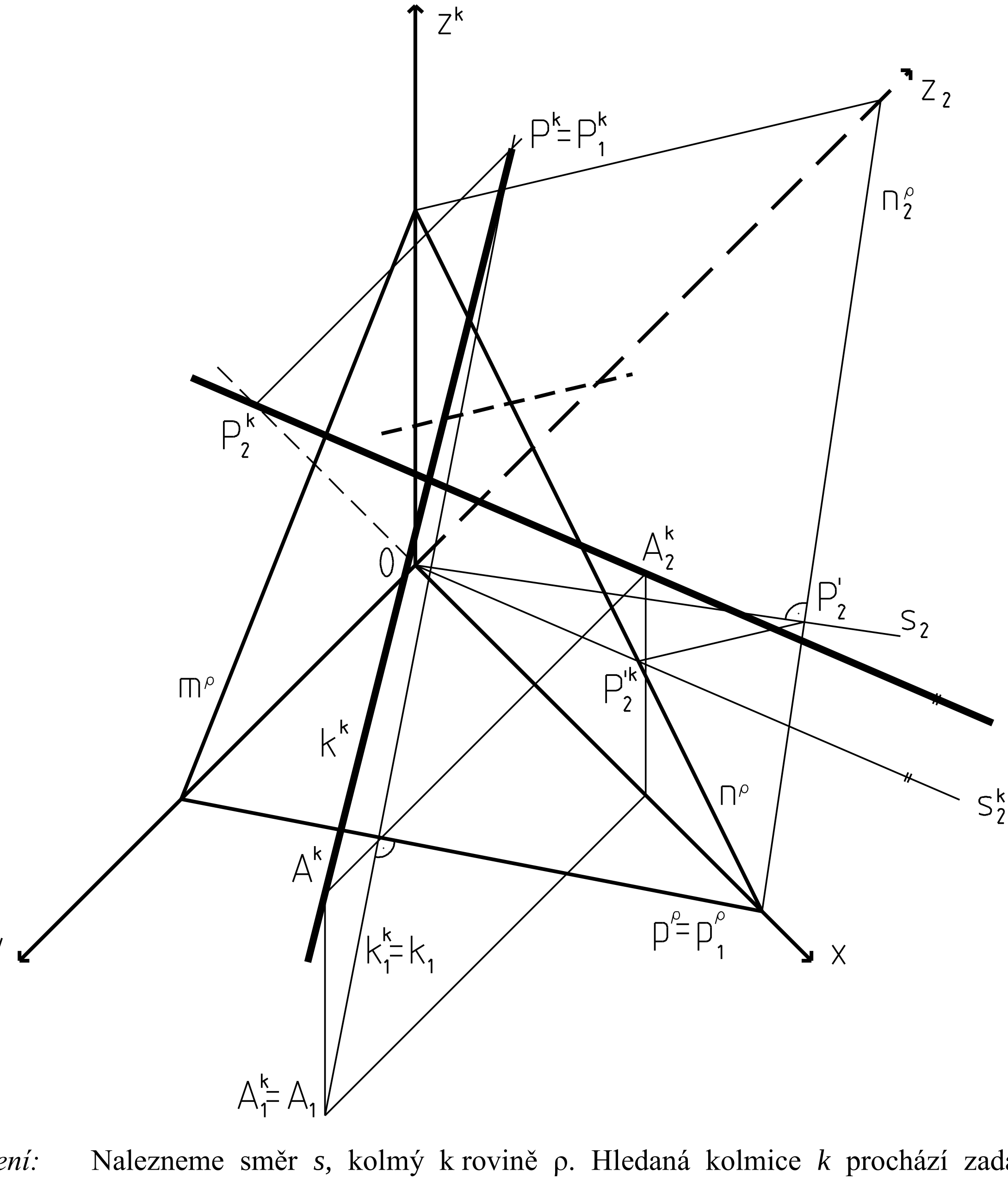


Obr. 1.20. Otáčení bodu v rovině.

1.3.7. Přímka kolmá k rovině

Úloha 1.3.7.

Bodem *A* veďte přímku *k* kolmou k rovině ρ.

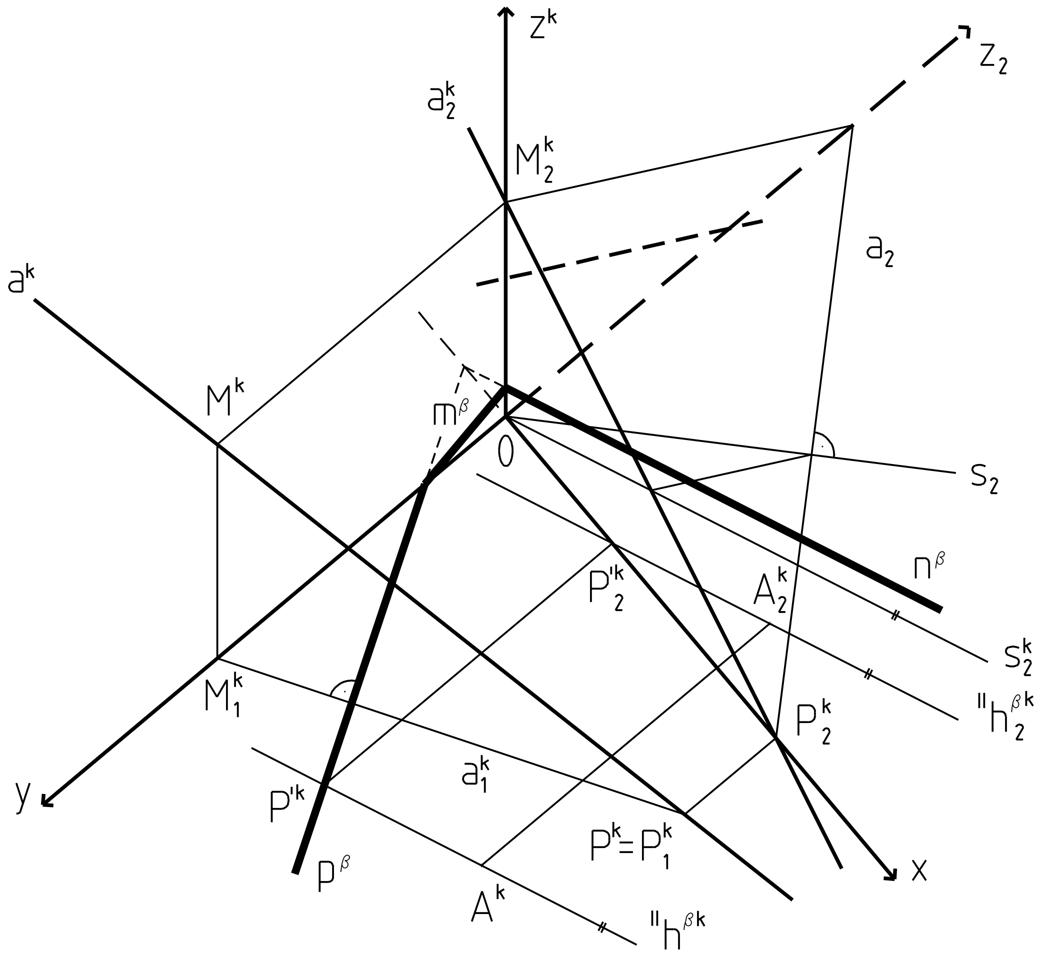


Řešení: Nalezneme směr *s*, kolmý k rovině ρ. Hledaná kolmice *k* prochází zadaným bodem *A* a je rovnoběžná se směrem *s*. V přiřazeném Mongeově promítání vedeme kolmici s_2 na n_2^ρ počátkem, jejich průsečíkem je stopník P_2', který kosoúhle promítneme do stopníku $P_2'^k$. Kosoúhlý nárys s_2^k směru *s* je spojnice počátku a $P_2'^k$. Kosoúhlý nárys k_2^k kolmice *k* je rovnoběžný se směrem s_2^k a prochází bodem A_2^k. Kosoúhlým půdorysem A_1^k bodu *A* vedeme kosoúhlý půdorys k_1^k kolmice *k*, který se v přiřazeném Mongeově promítání zobrazí jako kolmice k půdorysné stopě $p^\rho = p_1^\sigma$ roviny ρ. Sestrojíme půdorysný stopník *P* přímky *k* (viz obr. 1.6). Hledaný kosoúhlý průmět k^k kolmice *k* je spojnice bodu A^k a stopníku P^k.

1.3.8. Rovina kolmá k přímce

Úloha 1.3.8.

Bodem *A* veďte rovinu β kolmou k přímce *a*.



Řešení: Sestrojíme směr *s* hlavních přímek druhé osnovy hledané roviny. V přiřazeném Mongeově promítání vedeme kolmici s_2 počátkem na nárys a_2 přímky *a*, který kosoúhle promítneme do kosoúhlého nárysu s_2^k směru *s*. Bodem A_2^k vedeme hlavní přímku $^{II}h_2^k$ a bodem A^k hlavní přímku $^{II}h^k$ rovnoběžné se směrem s_2^k. Půdorysná stopa p^β roviny β se zobrazí jako kolmice na kosoúhlý půdorys a_1^k přímky *a* a prochází půdorysným stopníkem P'^k hlavních přímek druhé osnovy. Nárysná stopa n^β je rovnoběžná se směrem s_2^k.

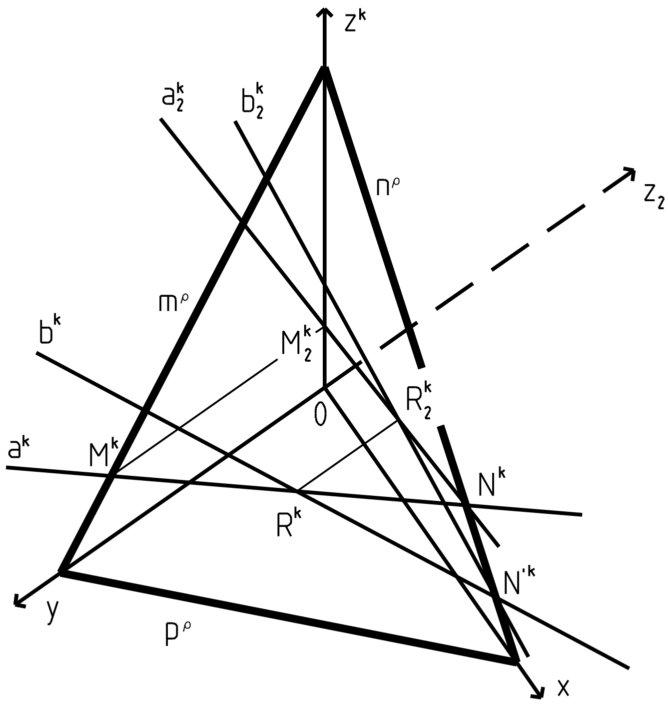
2. Polohové a metrické úlohy

2.1. Polohové úlohy

Pokud nás nezajímají metrické vztahy a řešíme jen polohové úlohy, nemusíme kosoúhlé promítání určovat dvojicí (ω, q), stačí volit jen úhel ω.

Úloha 2.1.1.

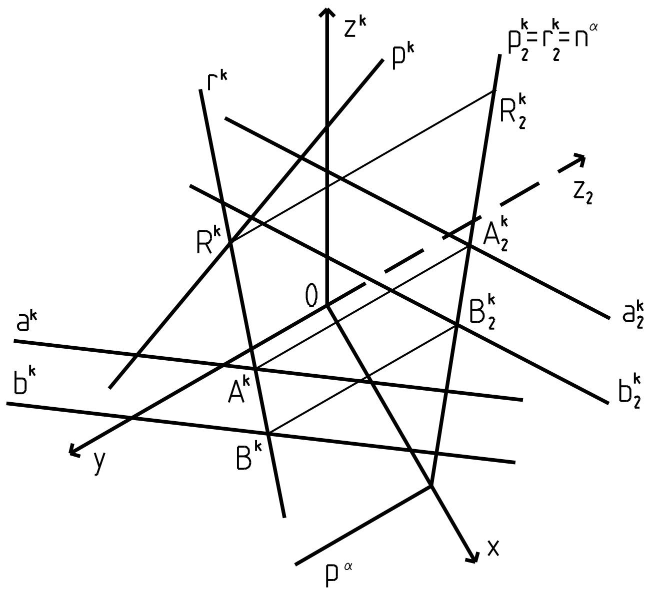
Určete stopy roviny ρ = (*a*, *b*).



Řešení: Spojnice kosoúhlých nárysných stopníků $N^k \equiv a^k \cap a_2^k$ přímky a a $N'^k \equiv b^k \cap b_2^k$ přímky b je hledaná nárysná stopa n^ρ roviny ρ. Bokorysnou stopu roviny najdeme pomocí kosoúhlého průmětu bokorysného stopníku M^k a průsečíku nárysné stopy s osou z^k.

Úloha 2.1.2.

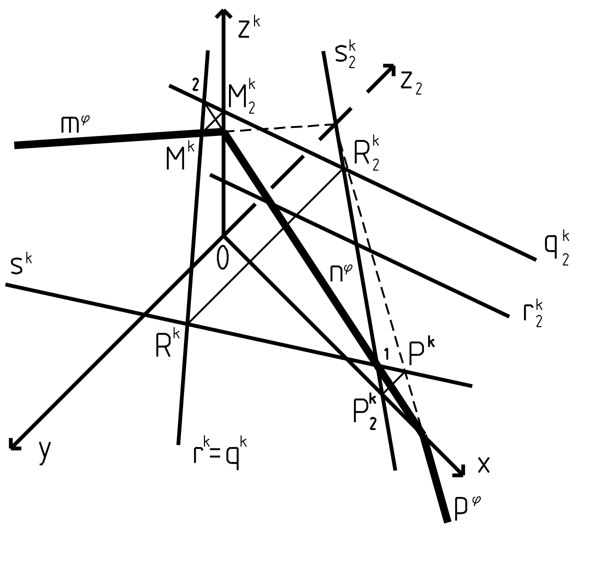
Sestrojte průsečík R přímky p s rovinou σ = (a, b).



Řešení: Přímkou p proložíme rovinu α, která je kolmá k průmětně υ; $p_2^k = n^\alpha$. Nalezneme společnou průsečnici r rovin α a σ; $p_2^k = r_2^k$, $A_2^k = a_2^k \cap r_2^k$, $B_2^k = b_2^k \cap r_2^k$, $r^k \equiv A^kB^k$. Hledaný průsečík R roviny σ s přímkou p je průsečík přímky p s průsečnicí r.

Úloha 2.1.3.

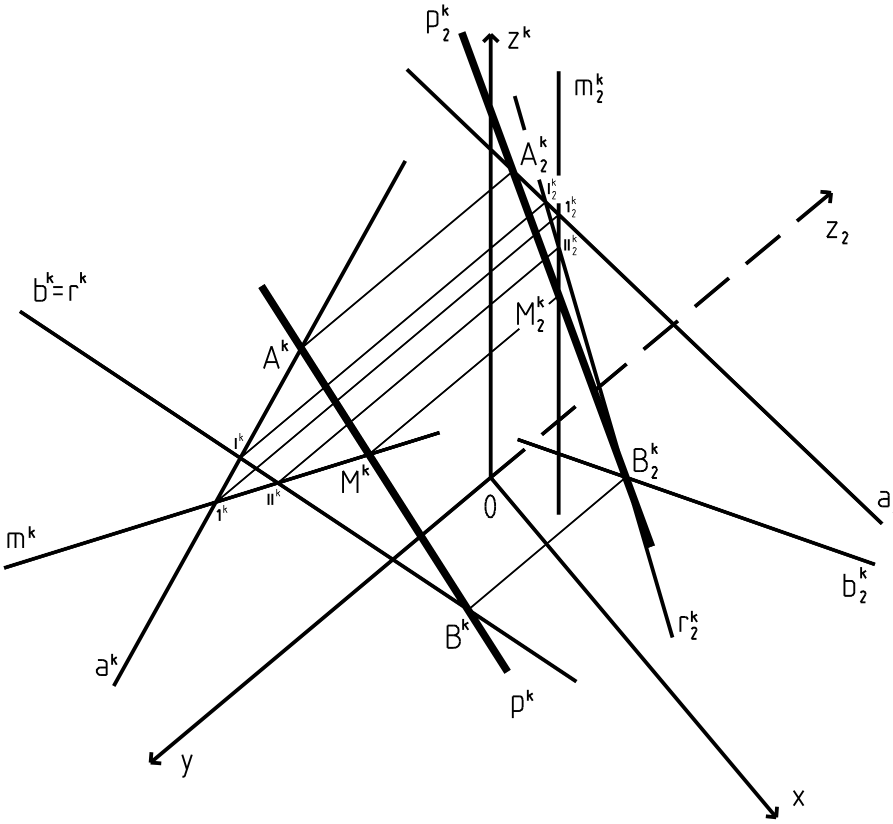
Přímkou s veďte rovinu φ, která je rovnoběžná s přímkou r.



Řešení: Zvolíme přímku q, $(q \parallel r) \wedge (q \cap s \equiv R)$. Nárysná stopa n^φ prochází nárysnými stopníky přímek s a r; $1 \equiv s^k \cap s_2^k$ a $2 \equiv q^k \cap q_2^k$. Bokorysnou a půdorysnou stopu roviny najdeme pomocí stopníků.

Úloha 2.1.4.

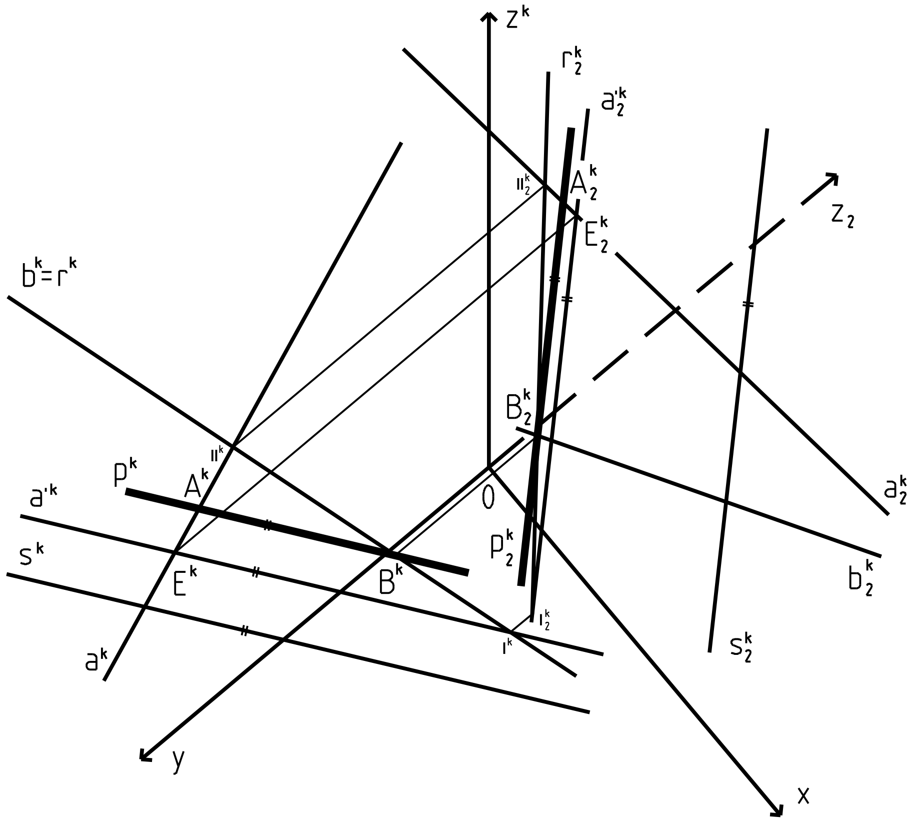
Bodem *M* veďte příčku mimoběžek *a*, *b*.



Řešení: Bodem *M* a přímkou *a* je určena rovina α. Bodem *M* a přímkou *b* je určena rovina β. Jejich průsečnice je hledaná příčka *p*. Průsečnici *p* sestrojíme následujícím způsobem: sestrojíme rovinu α = (*M*, *a*) = (*m*, *a*) a najdeme průsečík $B \equiv b \cap \alpha$. Hledaná příčka je spojnice bodu *B* a *M*. Položíme $b^k = r^k$, $I \equiv a \cap r$, $II \equiv m \cap r$, $B_2^k \equiv b_2^k \cap r_2^k$.

Úloha 2.1.5.

Sestrojte příčku mimoběžek *a, b* rovnoběžnou se směrem *s*.

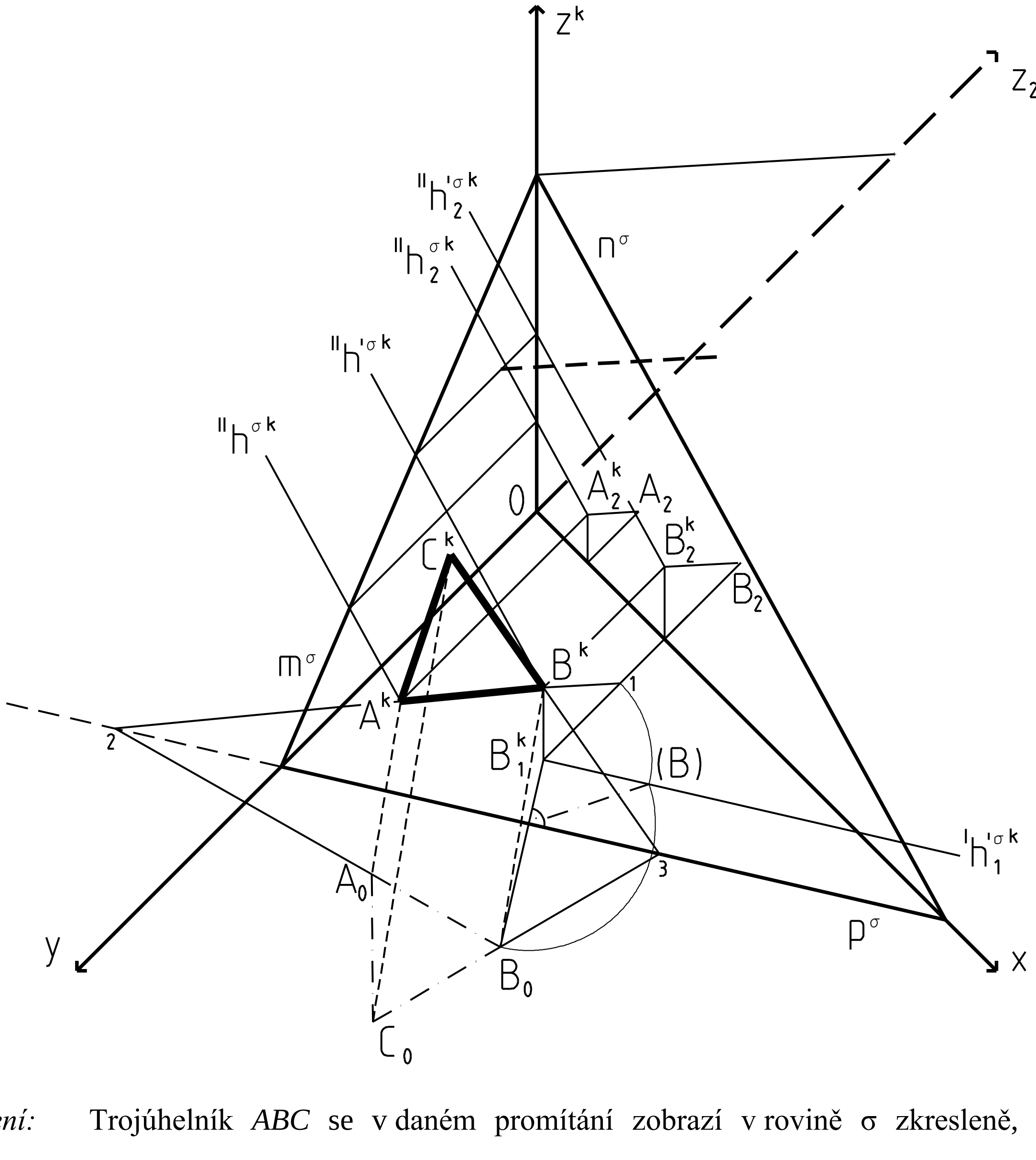


Řešení: Rovina α je určená přímkou *a* a je rovnoběžná se směrem *s*. Rovina β je určená přímkou *b* a je rovnoběžná se směrem *s*. Jejich průsečnice je hledaná příčka *p*. Průsečnici *p* sestrojíme následujícím způsobem: sestrojíme rovinu α = (*a*, *a*´), kde *a*´ ∥ *s* a najdeme průsečík *B* ≡ *b* ∩ α. Hledaná příčka mimoběžek *a*, *b* prochází bodem *B* a je rovnoběžná se směrem *s*. Položíme $b^k = r^k$, $I \equiv a \cap r$, $II \equiv a' \cap r$; $B_2^k \equiv b_2^k \cap r_2^k$.

2.2. Metrické úlohy

Úloha 2.2.1.

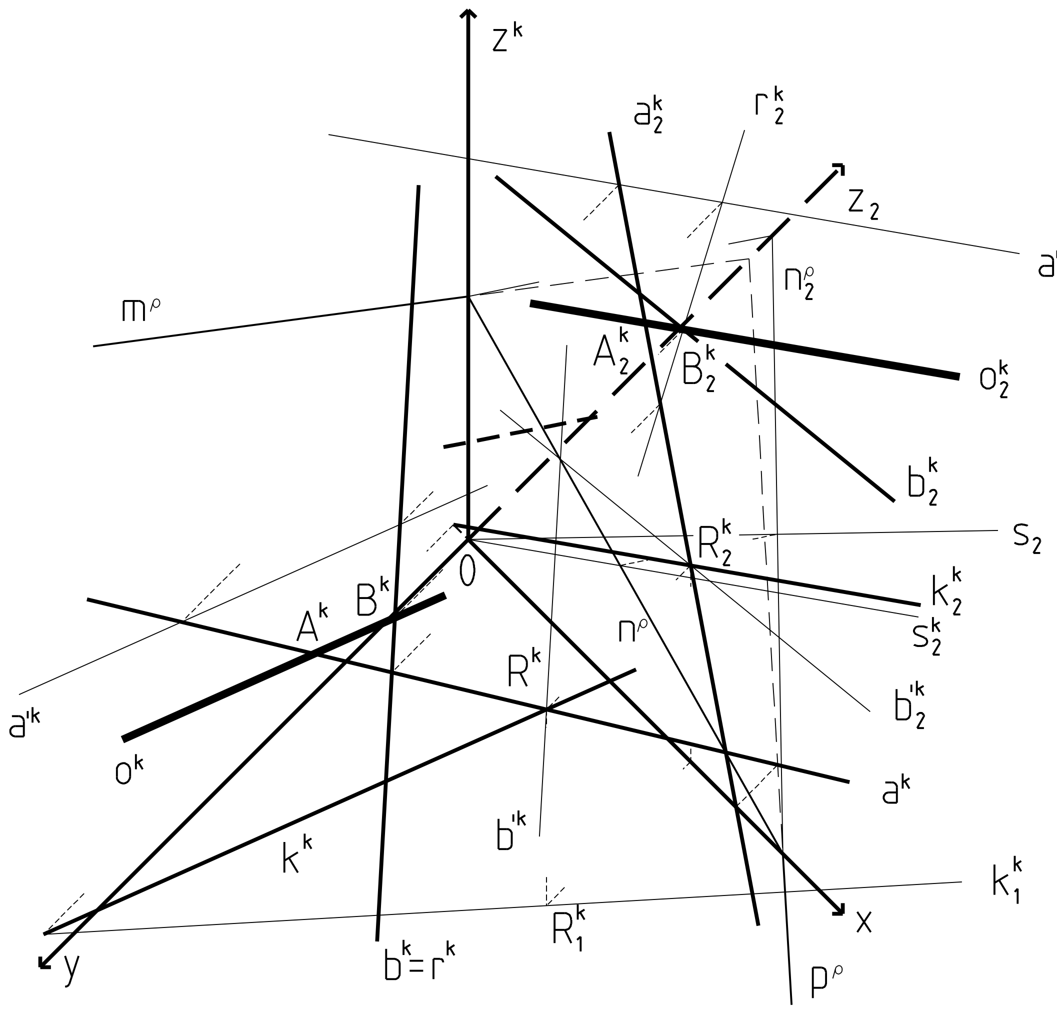
V kosoúhlém promítání (135º, 2/3) zobrazte v rovině σ (8,5,7) rovnostranný trojúhelník *ABC*, je-li dána strana *AB*, *A* = [1;?;1], *B* = [2,5;?;1,5].



Řešení: Trojúhelník *ABC* se v daném promítání zobrazí v rovině σ zkresleně, proto musíme rovinu otočit, abychom narýsovali skutečný tvar trojúhelníku. Otáčet budeme do π kolem půdorysné stopy roviny p^σ (viz obr. 1.20). Nejprve najdeme kosoúhlé průměty bodů $A \rightarrow A^k$ a $B \rightarrow B^k$ (viz obr. 1.15b) a například kosoúhlý půdorys B_1^k bodu *B*. Sklopíme bod $B \rightarrow (B)$ do půdorysny, $|B_1^k 1| = |B_1^k (B)|$. Dostáváme otočený bod $B \rightarrow B_0$. Pro zobrazení bodu *A* v otočení využíváme afinity $\mathcal{A}(p^\sigma, B^k \rightarrow B_0)$, kde osou afinity je půdorysná stopa p^σ roviny σ a směr afinity je spojnice bodů $B^k B_0$. V otočení narýsujeme rovnostranný trojúhelník $A_0B_0C_0$ a opět pomocí afinity získáme hledaný trojúhelník $A^kB^kC^k$.

Úloha 2.2.2.

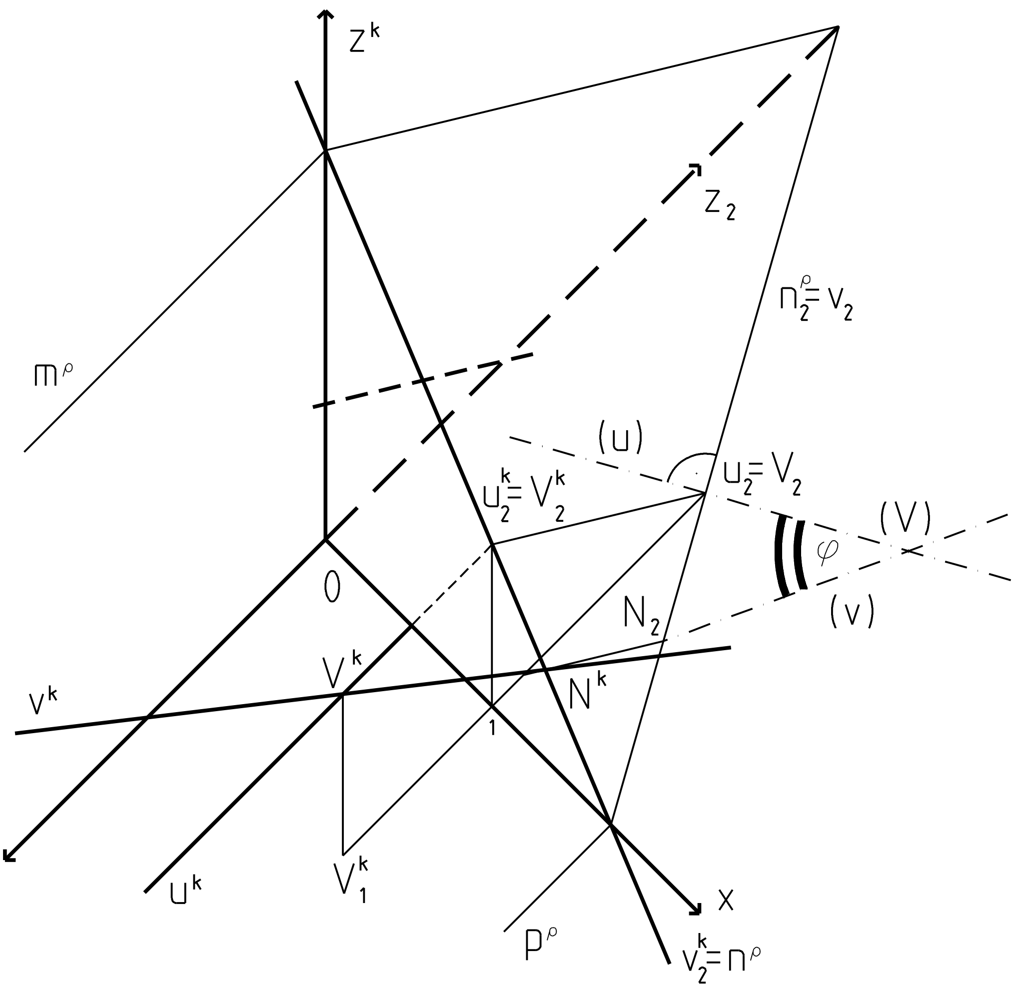
Sestrojte osu mimoběžek *a*, *b*.



Řešení: Osa mimoběžek je nejkratší vzdálenost dvou mimoběžných přímek. Hledáme tedy směr kolmý k oběma mimoběžkám, proto sestrojíme rovinu ρ, která je určená přímkou *a* a přímkou *b'*, která je rovnoběžná s přímkou *b* a různoběžná s přímkou *a* (viz úloha 2.1.1). Sestrojíme přímku *k* kolmou k rovině ρ (viz úloha 1.3.7) a dále řešíme úlohu sestrojení příčky mimoběžek rovnoběžné se směrem *k* (viz úloha 2.1.5).

Úloha 2.2.3.

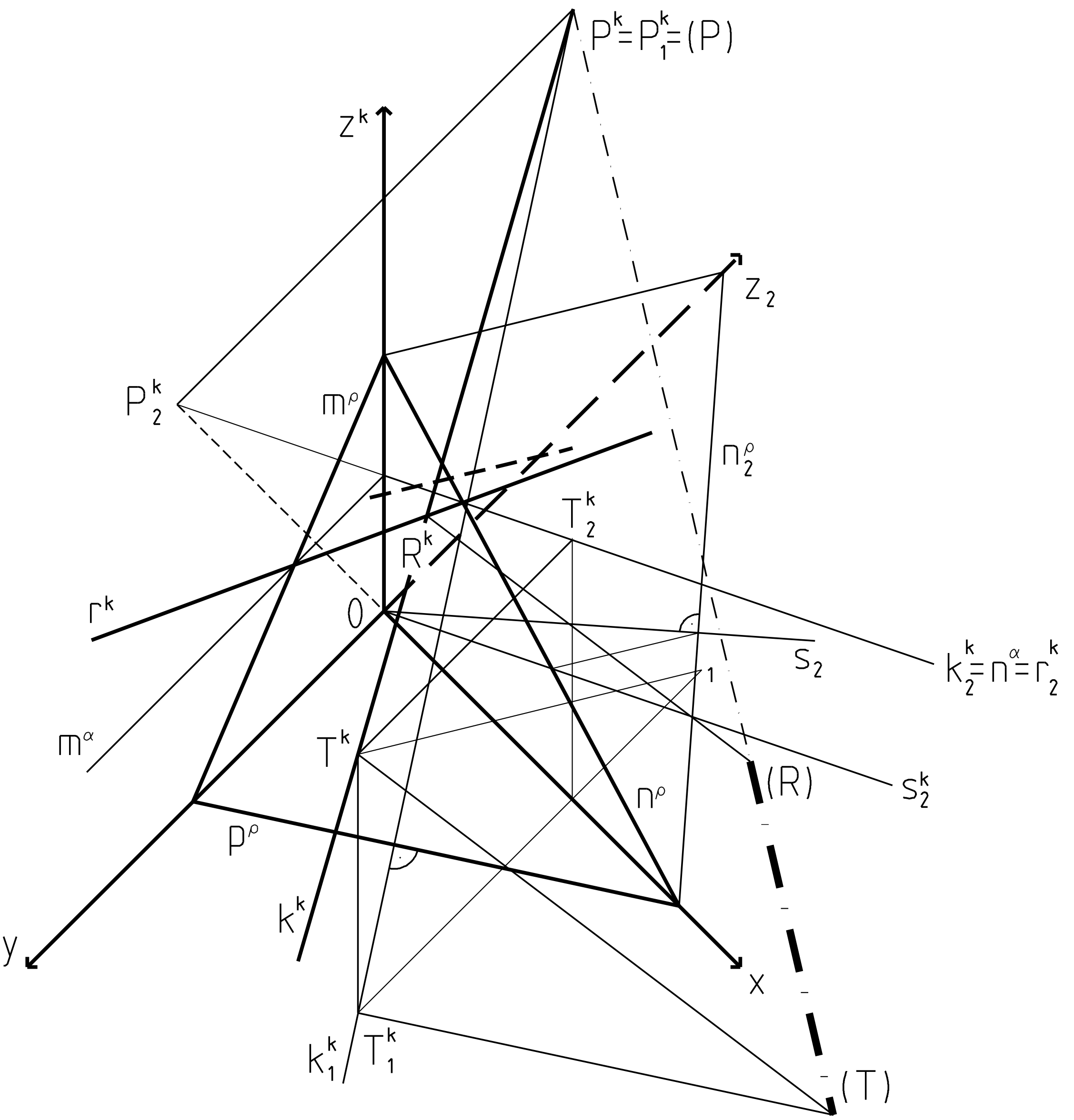
Určete odchylku φ dvou různoběžek *u, v*.



Řešení: Najdeme stopy roviny ρ = (*u*, *v*); (viz úloha 2.1.1) přímka *u* je kolmá na nárysnu υ, tudíž rovina ρ je také kolmá na nárysnu υ, kosoúhlý nárys v_2^k splyne s nárysnou stopou n^ρ roviny ρ. Rovinu ρ sklopíme do nárysny; nalezneme nárys n_2^ρ nárysné stopy a nárys V_2 průsečíku *V* přímek *u* a *v*. Sklopená přímka *(u)* je kolmá na $n_2^\rho = v_2$ a prochází bodem V_2, $|V_2(V)| = |V_1^k 1|$ a sklopená přímka *(v)* prochází sklopeným bodem *(V)* a svým nárysným stopníkem N_2. Hledaná odchylka φ je odchylka sklopených přímek *(u)* a *(v)*.

Úloha 2.2.4.

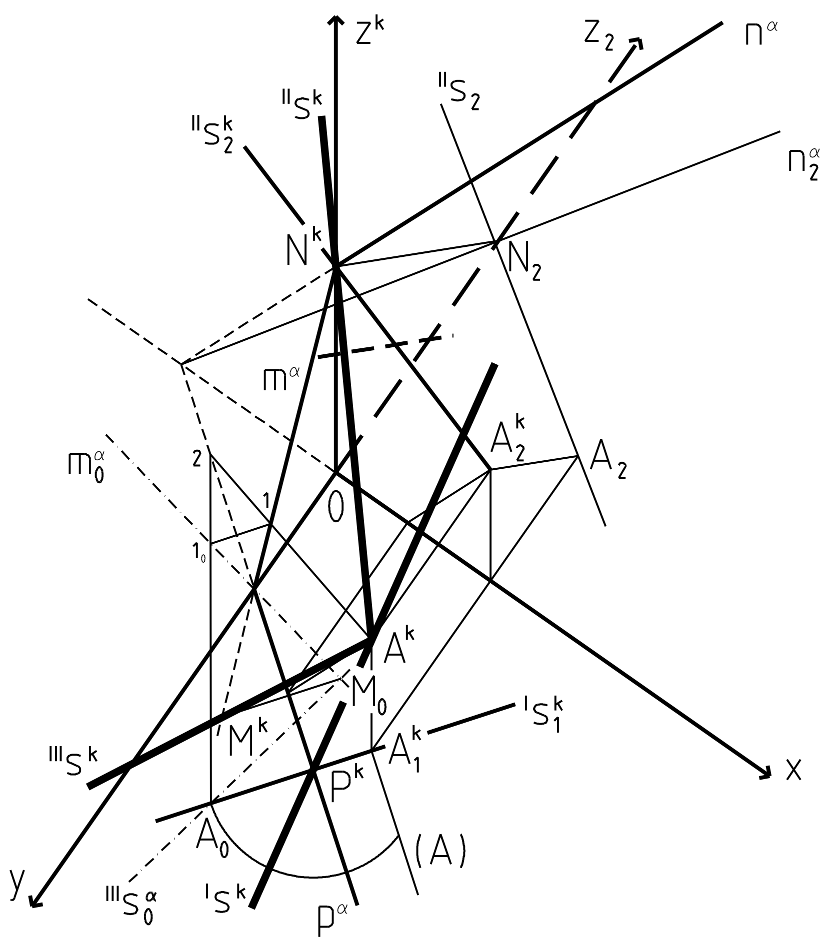
Určete vzdálenost bodu T od roviny ρ.



Řešení: Bodem T vedeme přímku k kolmou k rovině ρ (viz úloha 1.3.7); najdeme směr s kolmý k rovině ρ, jehož nárys s_2 se v přiřazeném Mongeově promítání zobrazí jako kolmice na nárys n_2^ρ počátkem a kosoúhle ho promítneme. Kosoúhlý průmět k^k prochází stopníkem P^k a bodem T^k. Poté nalezneme průsečík R přímky k s rovinou ρ (viz obr. 1.18a); přímkou k proložíme pomocnou rovinu α, která je kolmá na nárysnu υ, narýsujeme průsečnici r^k rovin α a ρ, $k_2^k = n^\alpha = r_2^k$, průsečík R^k je průsečíkem přímky k^k a průsečnice r^k. Hledaná vzdálenost bodu T od roviny ρ je vzdálenost bodu T a průsečíku R, kterou sklopíme do půdorysny π; |(T)(R)|.

Úloha 2.2.5.

Určete spádové přímky první, druhé a třetí osnovy roviny α, které prochází bodem *A*. Bod *A* ∈ ρ a je dán svým kosoúhlým průmětem A^k.



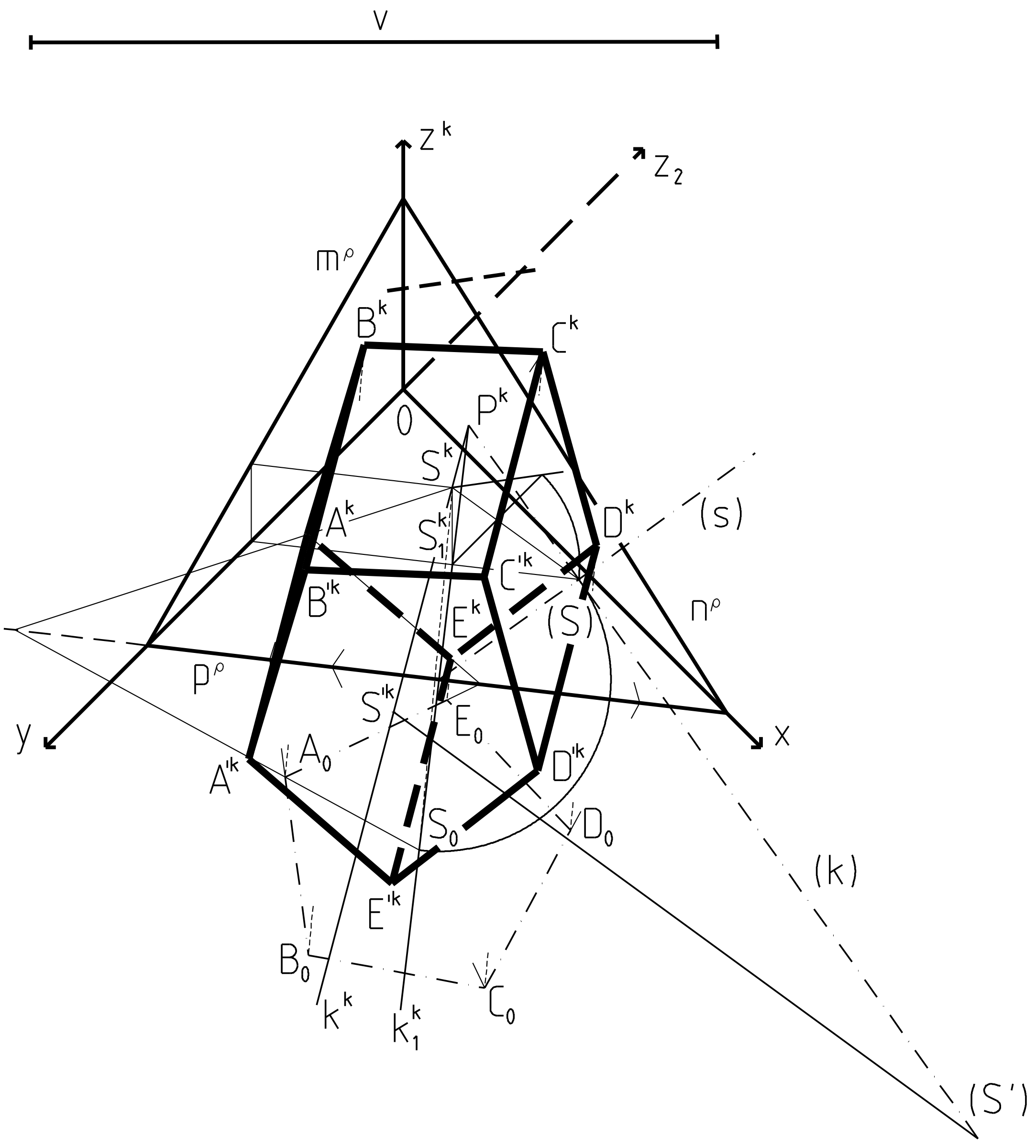
Řešení: Pomocí hlavních přímek druhé osnovy doplníme další průměty bodu *A*. Kosoúhlý půdorys ${}^{I}s_1^k$ spádové přímky první osnovy je kolmý na půdorysnou stopu p^α roviny α a prochází bodem A_1^k. Kosoúhlý průmět ${}^{I}s^k$ spádové přímky první osnovy prochází bodem A^k a půdorysným stopníkem P^k. Pro nalezení spádové přímky druhé osnovy sestrojíme v přiřazeném Mongeově promítání nárys nárysné stopy n_2^α a nárys ${}^{II}s_2$, kde $({}^{II}s_2 \perp n_2^\alpha) \wedge$ $\wedge$ $(A_2 \in {}^{II}s_2)$. Kosoúhlý nárys ${}^{II}s_2^k$ spádové přímky druhé osnovy prochází nárysným stopníkem N^k a bodem A_2^k a kosoúhlý průmět ${}^{II}s^k$ spádové přímky druhé osnovy prochází bodem A^k a stopníkem N^k. K sestrojení spádové přímky třetí osnovy musíme rovinu α otočit kolem půdorysné stopy p^α. V otočení sestrojíme bod A_0, bokorysnou stopu m_0^α roviny α a otočenou spádovou přímku třetí osnovy ${}^{III}s_0^\alpha$, kde $({}^{III}s_0^\alpha \perp m_0^\alpha) \wedge (A_0 \in {}^{III}s_0^\alpha)$, $M_0 \equiv {}^{III}s_0^\alpha \cap$ $\cap\, m_0^\alpha$. Kosoúhlý průmět ${}^{III}s^k$ spádové přímky třetí osnovy prochází bodem A^k a bokorysným stopníkem M^k.

3. Zobrazení těles

Kosoúhlé promítání využíváme pro jeho názornost zejména k zobrazování těles. Navíc jestliže tělesa umístíme podstavou do některé z průměten π, υ či μ, je většina konstrukcí oproti pravoúhlé axonometrii jednodušší. Omezíme se jen na zobrazení jehlanů a hranolů s podstavou v nějaké obecné rovině, ukážeme si, jak se zobrazují tělesa s podstavou v rovině υ a jejich rovinné řezy.

Úloha 3.1.

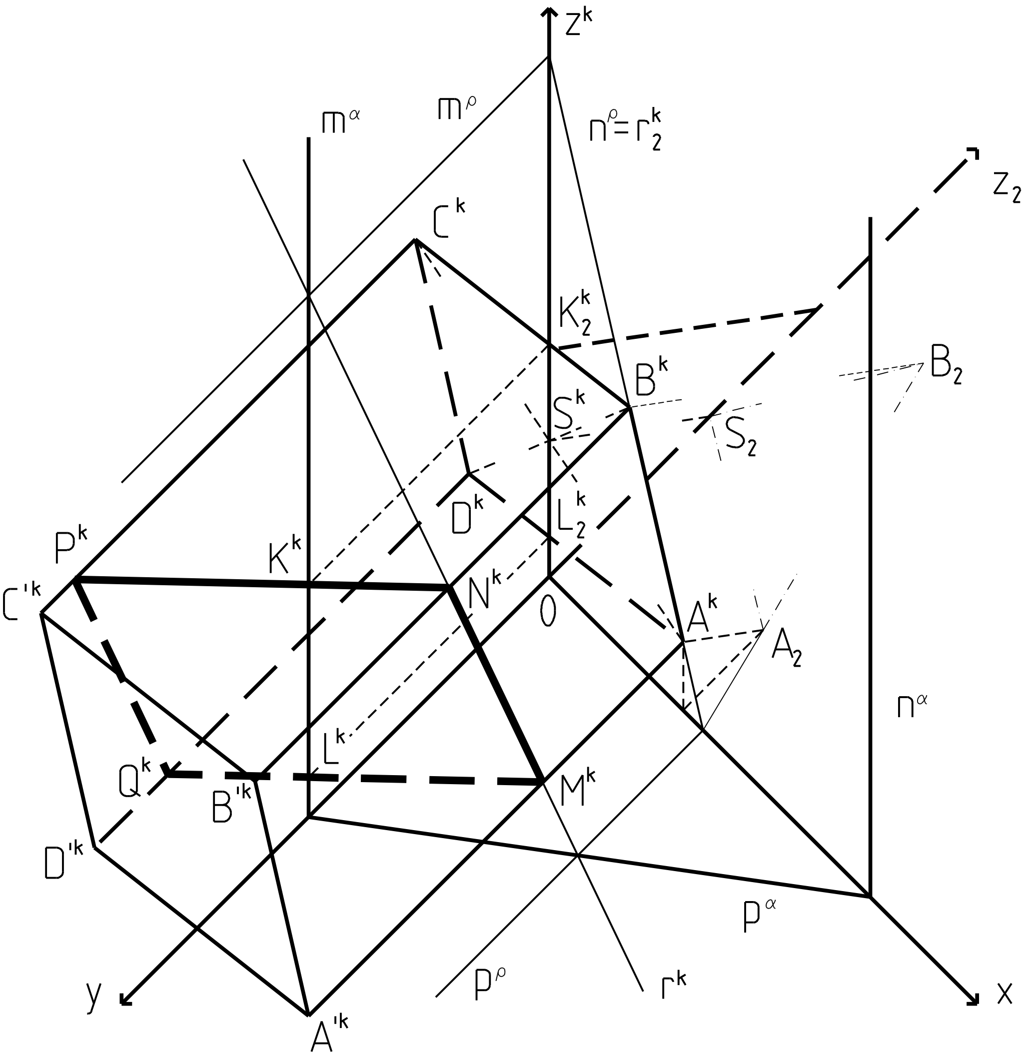
Sestrojte pravidelný pětiboký hranol *ABCDEA´B´C´D´E´*, je-li dána rovina podstavy ρ, výška *v*, střed *S* a vrchol *A* podstavy.



Řešení: K sestrojení podstavy *ABCDE* ve skutečné velikosti musíme rovinu ρ otočit kolem půdorysné stopy p^{ρ} roviny do půdorysny. Otočím bod *S*. K otočení bodu *S* musíme určit jeho kosoúhlý půdorys S_1^k a vzdálenost od π (viz. obr. 1.20). Dále využijeme afinity, kde osou afinity je půdorysná stopa p^{ρ} roviny a směr afinity je spojnice bodů S^kS_0, a získáme otočený bod A_0. V otočení sestrojíme pravidelný pětiúhelník $A_0B_0C_0D_0E_0$ a pomocí afinity dorýsujeme podstavu $A^kB^kC^kD^kE^k$ hranolu. Bodem *S* vedeme přímku *k* kolmou k rovině ρ (viz úloha 1.3.7); jejíž kosoúhlý půdorys k_1^k bude procházet kosoúhlým půdorysem S_1^k bodu *S* a bude kolmý na půdorysnou stopu p^{ρ} roviny a kosoúhlý průmět k^k přímky *k* prochází půdorysným stopníkem P^k přímky *k* a bodem S^k. Na vztyčenou kolmici potřebujeme nanést výšku *v*, což provedeme ve sklopení. Sklopeným bodem *(S)* vedeme kolmici *(k)* ke sklopené přímce *(s)* = „poloměr otáčení“. Na sklopenou přímku *(k)* naneseme od bodu *(S)* výšku *v*, dostaneme bod *(S´)*, kterým vedeme rovnoběžku se spojnicí bodů $(S)S^k$ a na kolmici k^k dostáváme bod S'^k horní podstavy hranolu. Narýsujeme hranol a určíme viditelnost.

Úloha 3.2.

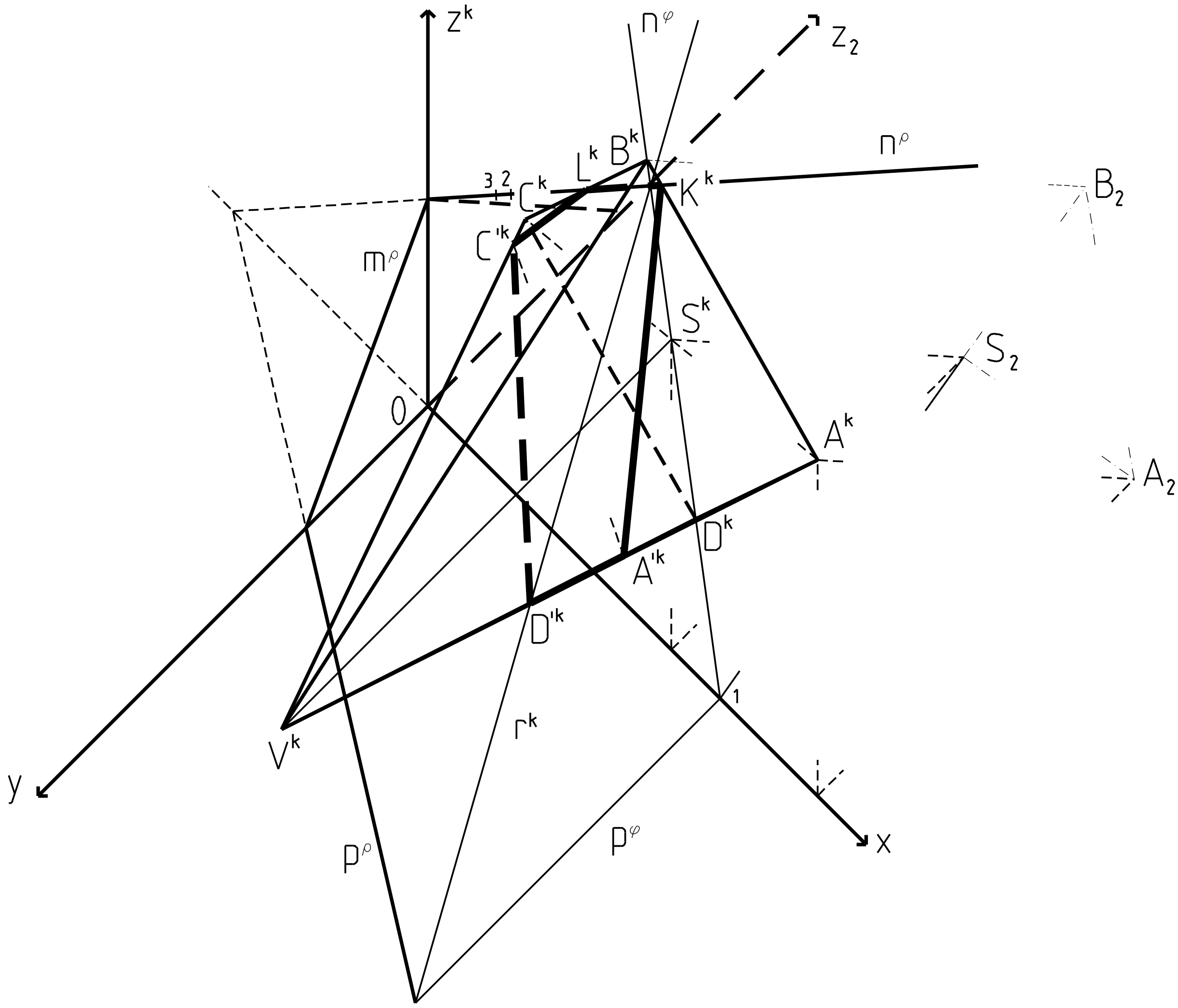
V kosoúhlém promítání (135º, 3/5) zobrazte řez pravidelného čtyřbokého hranolu výšky $v = 7$ s podstavou *ABCD* v rovině υ a o středu S = [0;0;3], A = [2,5;0;1,5], rovinou α (6;4,5;∞).



Řešení: Podstava *ABCD* hranolu leží v nárysně, takže v přiřazeném Mongeově promítání se zobrazí ve skutečné velikosti. Nárysy vrcholů $A_2B_2C_2D_2$ kosoúhle promítneme do bodů $A^kB^kC^kD^k$ (viz úloha 1.1.3). Boční hrany hranolu jsou rovnoběžné s osou y a zobrazí se ve skutečné velikosti. Stopa m^α roviny α protíná plášť hranolu v průsečících K, L; $K_2^k \equiv z^k \cap$ $\cap\, B^kC^k$, $L_2^k \equiv z^k \cap A^kD^k$, $K^k \in m^\alpha$, $L^k \in m^\alpha$. Vrcholy řezu M, N stanovíme pomocí průsečnice r (viz obr 1.17) roviny α s pomocnou rovinou ρ, v níž leží boční stěna $ABB'A'$; $p^\rho = \overleftrightarrow{A^kB^k}$, $n^\rho \parallel$ $\parallel m^\rho \parallel y$, $M^k \equiv r^k \cap A^kA'^k$, $N^k \equiv r^k \cap B^kB'^k$. Obrazem řezu je rovnoběžník určený body $M^kN^kP^kQ^k$. Jeho vrcholy P^k a Q^k můžeme získat pomocí osové afinity $\mathcal{A}(n^\alpha, \mathrm{A}^k \to \mathrm{M}^k)$, nebo využijeme rovnoběžnosti protějších stěn hranolu.

Úloha 3.3.

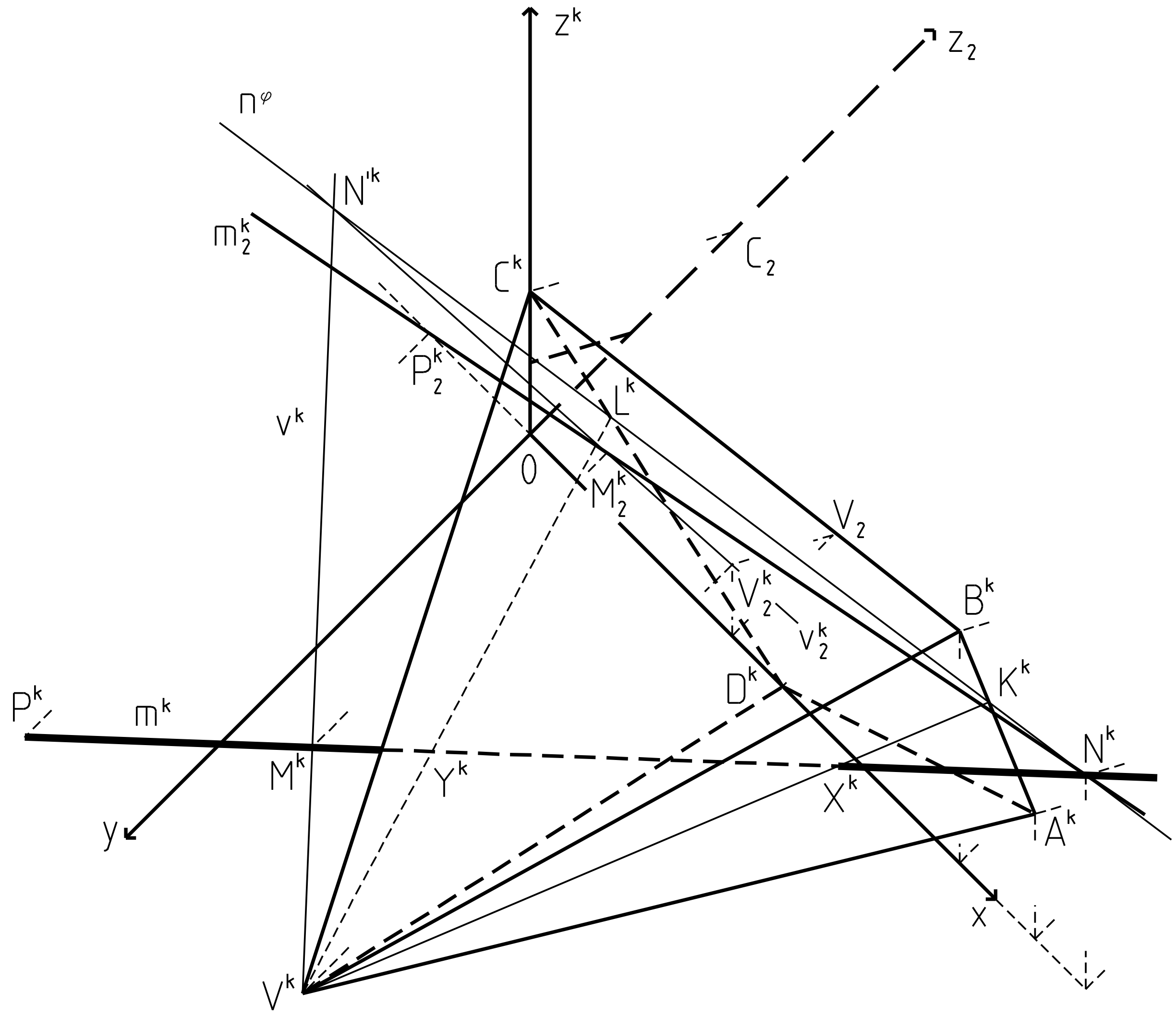
V kosoúhlém promítání (135°, ¾) zobrazte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu *ABCDV*, je-li podstava v υ o středu $S = [5;0;6]$, vrcholu $A = [8;0;6,5]$ a výška $v = 8$ rovinou ρ (-4;2,5;4).



Řešení: Podstava *ABCD* hranolu leží v nárysně, takže v přiřazeném Mongeově promítání se zobrazí ve skutečné velikosti. Nárysy vrcholů $A_2B_2C_2D_2$ kosoúhle promítneme do bodů $A^kB^kC^kD^k$ (viz úloha 1.1.3). Osa jehlanu procházející bodem *S* je rovnoběžná s osou *y* a výška jehlanu je ve skutečné velikosti. Nárysná stopa n^ρ protne podstavu jehlanu v bodech K^k L^k, tedy v první části řezu. Další vrchol řezu D' stanovíme pomocí průsečnice *r* (viz obr 1.17) roviny ρ s pomocnou rovinou φ, která je určená body *BDV*; $n^\varphi = \overleftrightarrow{B^kD^k}$, $p^\varphi \perp x$, $D'^k \equiv$ $\equiv r^k \cap D^kV^k$. Pro nalezení dalších bodů řezu A'^k, C'^k využijeme kolineaci $\mathcal{K}(n^\rho, D^k \rightarrow D'^k)$.

Úloha 3.4.

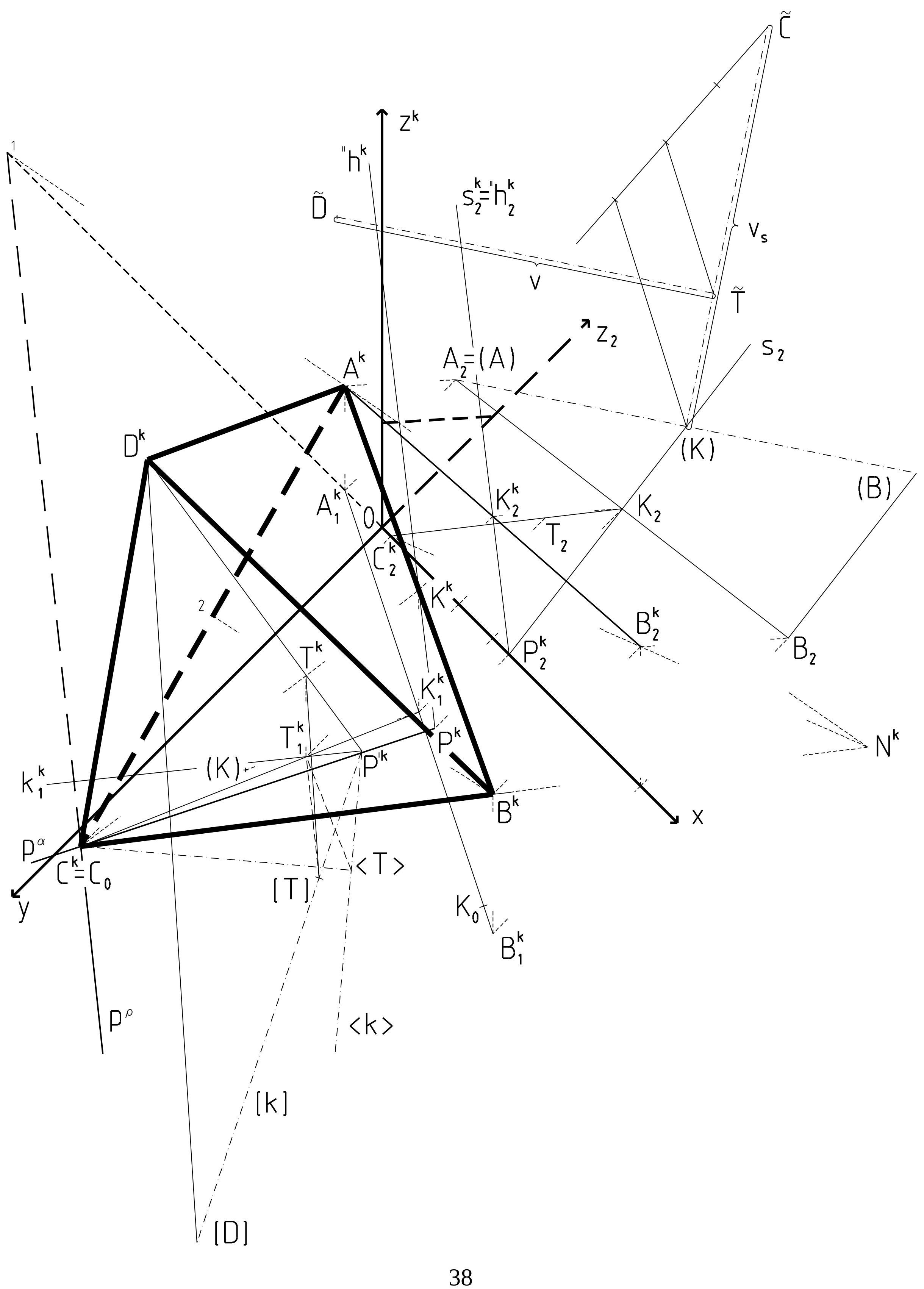
V kosoúhlém promítání (135º, ½) sestrojte průsečíky přímky $m = \overleftrightarrow{PN}$, P = [-2;8;0], N = = [11;0;6], se čtyřbokým jehlanem *ABCDV*, jehož podstava leží v průmětně υ. A = [10;0;3,5], B = [8,5;0;6,5], C = [0;0;4], D = [5;0;0], V = [4;8,5;2].



Řešení: Přímkou m proložíme vrcholovou rovinu $\varphi = (V, m)$. Na přímce m zvolíme libovolný bod M a určíme stopník N' přímky $v = \overleftrightarrow{VM}$; $M^k \in m^k$, $M_2^k \in m_2^k$, $N'^k \equiv v^k \cap v_2^k$. Přímka $n^\varphi = \overleftrightarrow{N^k N'^k}$ je nárysnou stopou roviny φ, která protíná jehlan v trojúhelníku *KLV*; $K^k \equiv n^\varphi \cap A^kB^k$, $L^k \equiv n^\varphi \cap C^kD^k$. Průsečíky přímky m s obvodem tohoto trojúhelníka jsou hledanými průsečíky X, Y přímky m s jehlanem; $X^k \equiv m^k \cap K^kV^k$, $Y^k \equiv m^k \cap L^kV^k$. Viditelnost je zřejmá z obrázku.

Úloha 3.5.

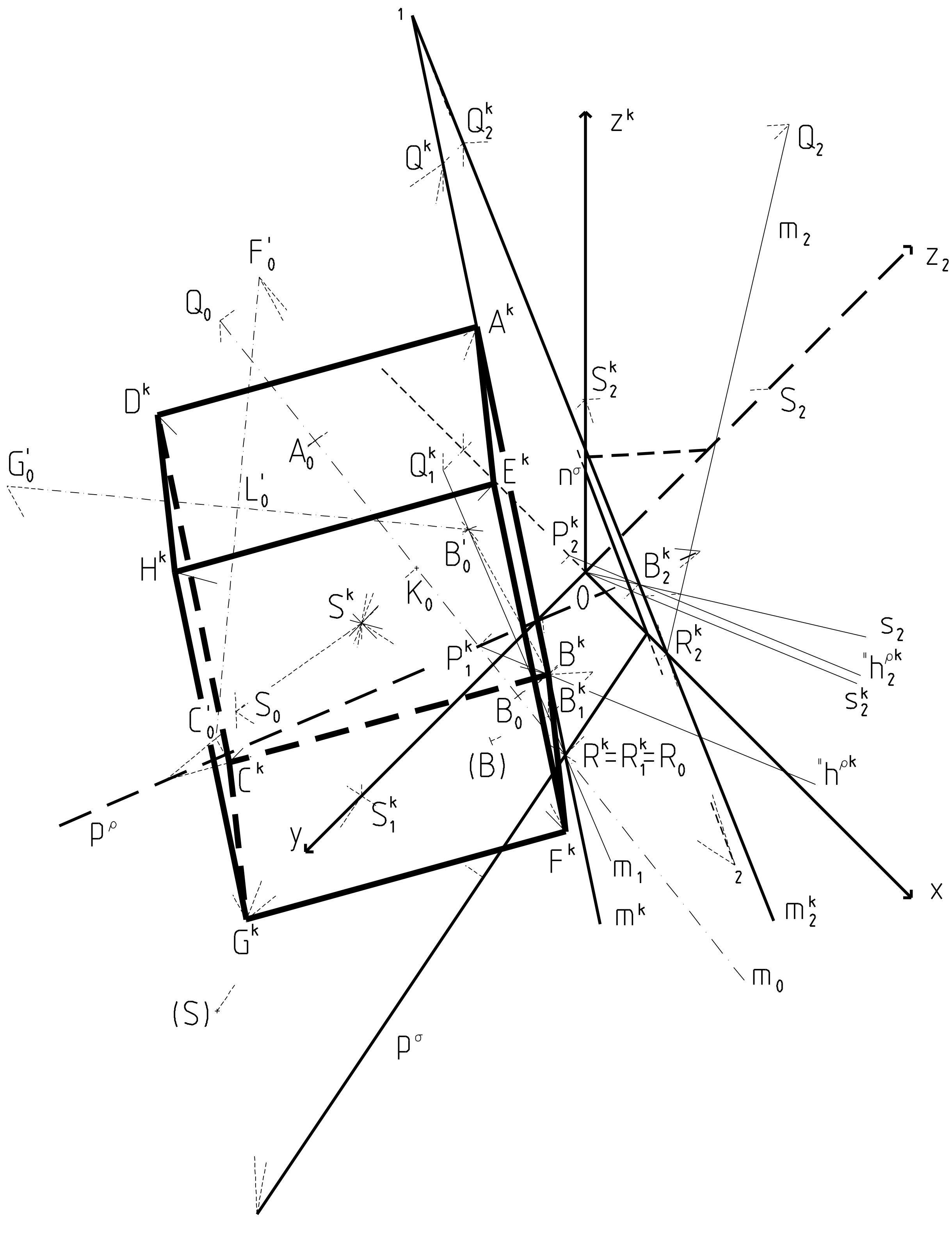
Zobrazte pravidelný čtyřstěn s hranou AB, A = [-1;0;3], B = [7;4;4] a $C \in \pi$, (ω = 135º, q = 2/3).

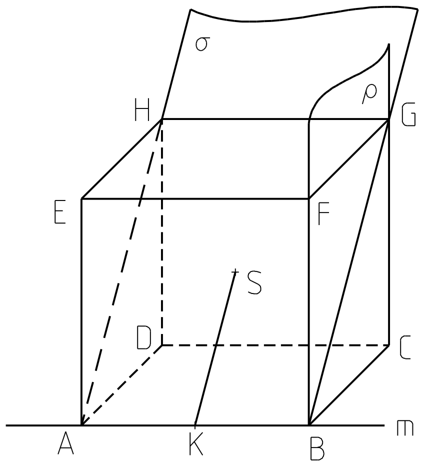


Řešení: Sestrojíme rovinu α, která je rovinou souměrnosti úsečky AB, tudíž prochází středem K úsečky AB a je k ní kolmá; $|AK| = |KB|$, $p^{\alpha} \perp A_1^k B_1^k \wedge K \in \alpha$. Vzdálenost bodu C od úsečky AB je rovna stěnové výšce v_s, kterou zjistíme planimetrickou konstrukcí v rovnostranném trojúhelníku o délce strany rovné $|AB|$. Rovinu α otočíme do půdorysny; bod K otočíme kolem půdorysné stopy p^{α} roviny α do π (viz obr. 1.20), $|(K)\tilde{C}| = |K_0C_0| = v_s$, $C_0 = C^k$, $C^k \in p^{\alpha}$. Narýsujeme stopy roviny $\rho = (ABC)$ (viz úloha 2.1.1); $p^{\rho} = C^k 1$, $1 \equiv N^k A^k \cap \cap x$. Najdeme těžiště trojúhelníka ABC, v něm vztyčíme kolmici (viz úloha 1.3.7), na kterou naneseme výšku pravidelného čtyřstěnu, kterou zjistíme pomocnou konstrukcí; $|\tilde{T}\tilde{D}| = |[T][D]| = v$. Určíme viditelnost.

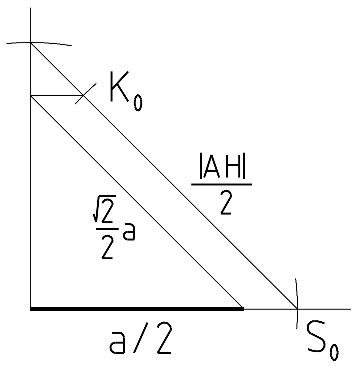
Úloha 3.6.

(ω = 135 º, q = 2/3). Zobrazte krychli se středem v bodě S = [0;5,5;4,5] a o hraně na přímce $m = \overleftrightarrow{QR}$, Q = [-3;0,5;8], R = [2;2,5;0].





Řešení: Bod S a přímka m určují rovinu σ, ve které leží úhlopříčný řez $ABGH$. Sestrojíme stopy této roviny a otočíme ji. V otočení zjistíme vzdálenost bodu S od přímky m, což je polovina velikosti úhlopříčky stěny krychle. Planimetrickou konstrukcí zjistíme velikost hrany krychle a v rovině σ sestrojíme úhlopříčný řez $ABGH$. Nyní hledáme rovinu ρ, která je kolmá na přímku m a prochází bodem B a leží v ní i bod G (viz úloha 1.3.8). Otočíme rovinu ρ do půdorysny a v otočení sestrojíme stěnu $BCGF$ krychle. Zbylé vrcholy E a D jsou středově souměrné po řadě s body C a F. Viditelnost je zřejmá z obrázku.



Závěr

Cílem této práce bylo na základě poznatků o kosoúhlém promítání do nárysny zpracovat teorii kosoúhlého promítání do půdorysny. Práce může sloužit studentům i učitelům deskriptivní geometrie jako pomůcka při výuce kosoúhlého promítání nebo jako názorná ukázka.

Vzhledem k tomu, že obsáhlost tohoto tématu je větší než požadovaný rozsah práce, neobsahuje bakalářská práce například znázornění kružnice, oblých těles nebo průniky těles. Práce je zaměřena především na základní pojmy a postupy, jednoduchá řešení polohových a metrických úloh a následnému zobrazení těles, především hranolu a jehlanu, s podstavou v obecné rovině, s podstavou v průmětně υ, rovinným řezům na jehlanu a hranolu obecnou rovinou a v jedné úloze řešení průsečíku přímky s jehlanem.

Tento typ zobrazení, konkrétně vojenská perspektiva, se v minulosti používal při nákresech vojenských opevnění. V dnešní době však teorie kosoúhlého promítání do půdorysny nehraje žádnou důležitou roli. Dala by se dohledat historická publikace o stavbách opevnění v tomto zobrazení.

V seznamu literatury jsou uvedeny knihy, ze kterých je čerpáno a které se zabývají kosoúhlým promítáním do nárysny. Součástí práce je příloha, která obsahuje předrýsovaná zadání řešených úloh.

Literatura

[1] URBAN, A.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, SNTL/SVTL, 1965

[2] ŠIMEK, J., ZEDEK, M., SROVNAL, J.: *Úvod do konstruktivních a zobrazovacích metod*, Olomouc, Univerzita Palackého v Olomouci, 1970

[3] DRÁBEK, K., HARANT, F., HORÁK, S., URBAN, A.: *Deskriptivní geometrie I. Díl*, Praha, Státní nakladatelství technické literatury, 1964

[4] POMYKALOVÁ, E.: *Deskriptivní geometrie pro střední školy*, Praha, Prometheus, spol. s.r.o., 2010

[5] MENŠÍK, M., SETZER, O.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1981

[6] SETZER, O.: *Deskriptivní geometrie II.*, Praha, SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1980

[7] KADEŘÁVEK, F., KLÍMA, J., KOUNOVSKÝ, J.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, Nakladatelství československé akademie věd, 1954

[8] KOUNOVSKÝ, J., VYČICHLO, F.: *Deskriptivní geometrie*, Praha, Nakladatelství československé akademie věd, 1959

[9] DRÁBEK, K., HARANT, F., SETZER, O.: *Deskriptivní geometrie I.*, Praha, SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1978

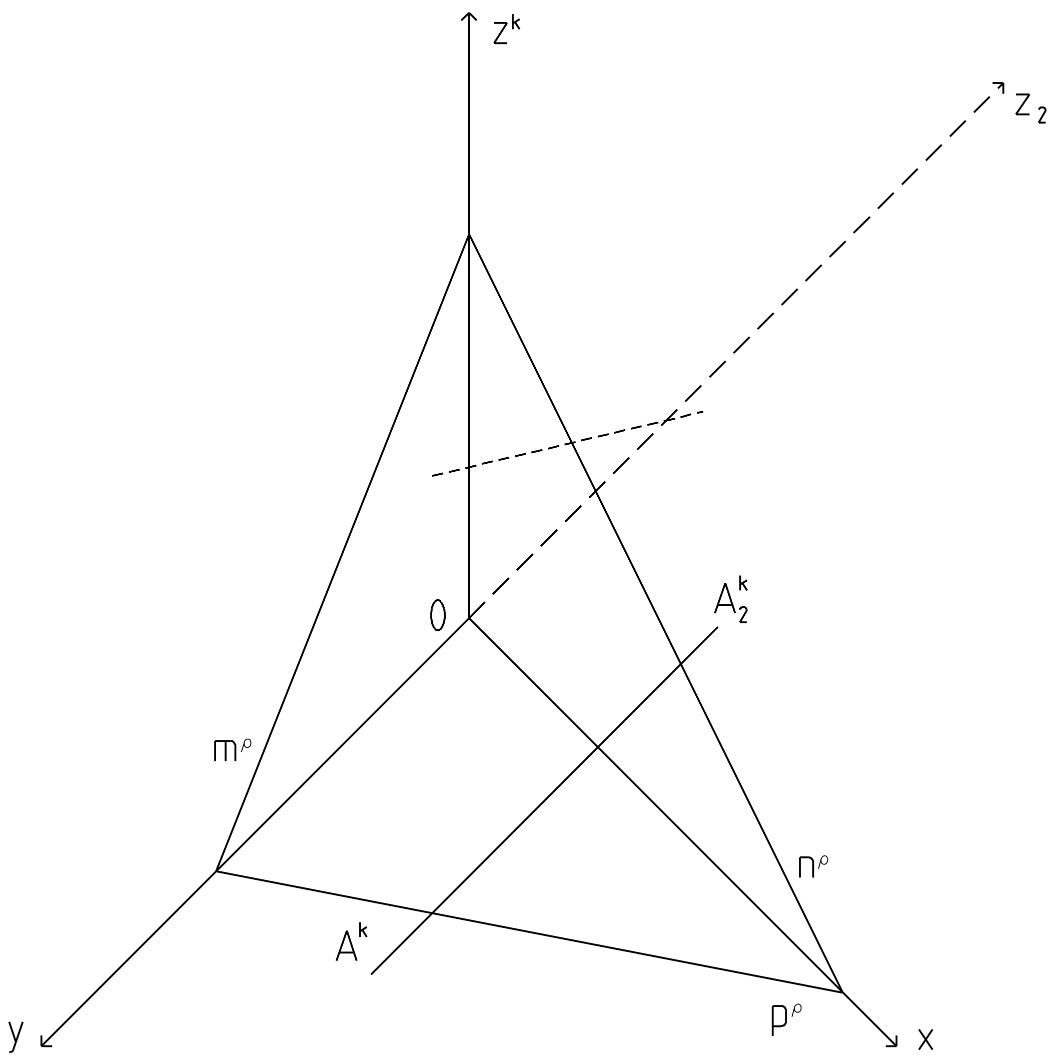
[10] MENŠÍK, M., LANTA, O.: *Deskriptivní geometrie pro desátý ročník*, Praha, Státní pedagogické nakladatelství, 1961

[11] KARGEROVÁ, M.: *Deskriptivní geometrie pro technické školy vysoké, vyšší a střední*, Ostrava, MONTANEX a.s., 1997

Přílohy

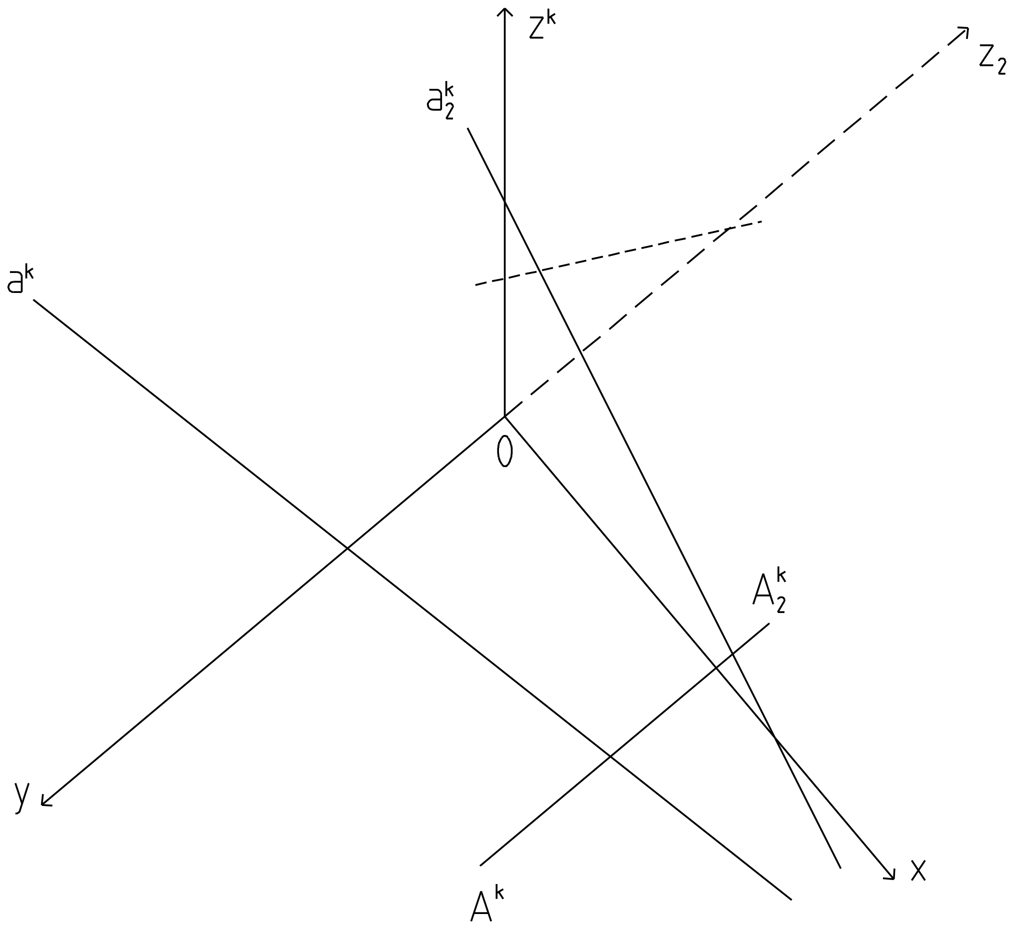
Zadání 1.3.7.

Bodem *A* veďte přímku *k* kolmou k rovině ρ.



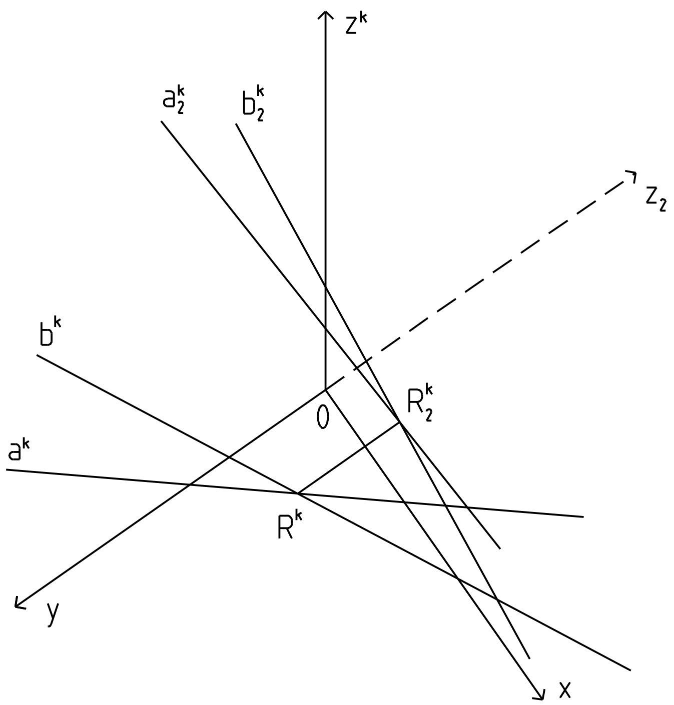
Zadání 1.3.8.

Bodem *A* veďte rovinu β kolmou k přímce *a*.



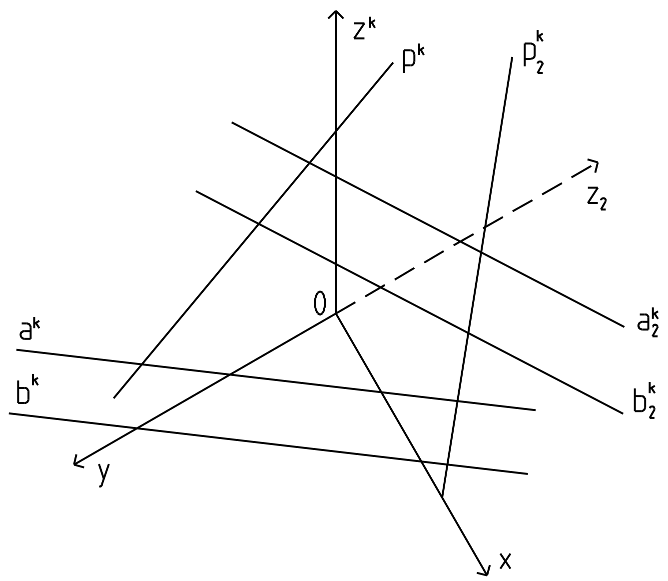
Zadaní 2.1.1.

Určete stopy roviny ρ = (*a*, *b*).



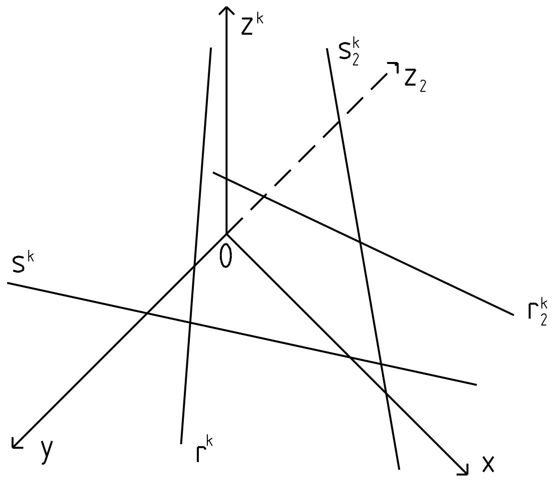
Zadaní 2.1.2.

Sestrojte průsečík *R* přímky *p* s rovinou σ = (*a*, *b*).



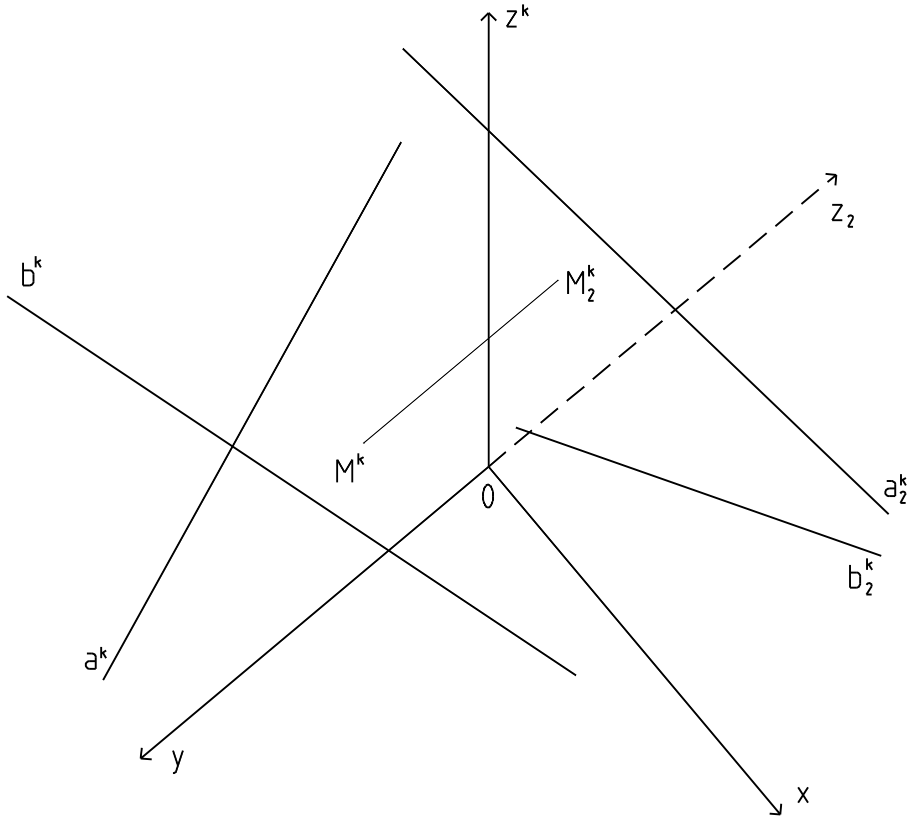
Zadaní 2.1.3.

Přímkou *s* veďte rovinu φ, která je rovnoběžná s přímkou *r*.



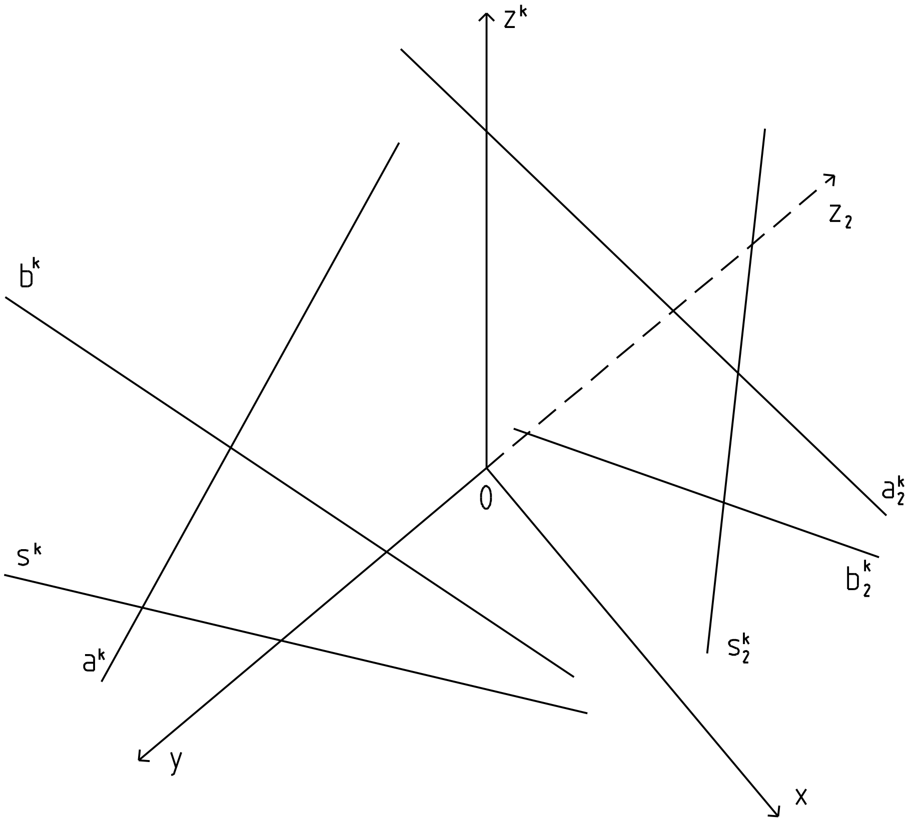
Zadání 2.1.4.

Bodem *M* veďte příčku mimoběžek *a*, *b*.



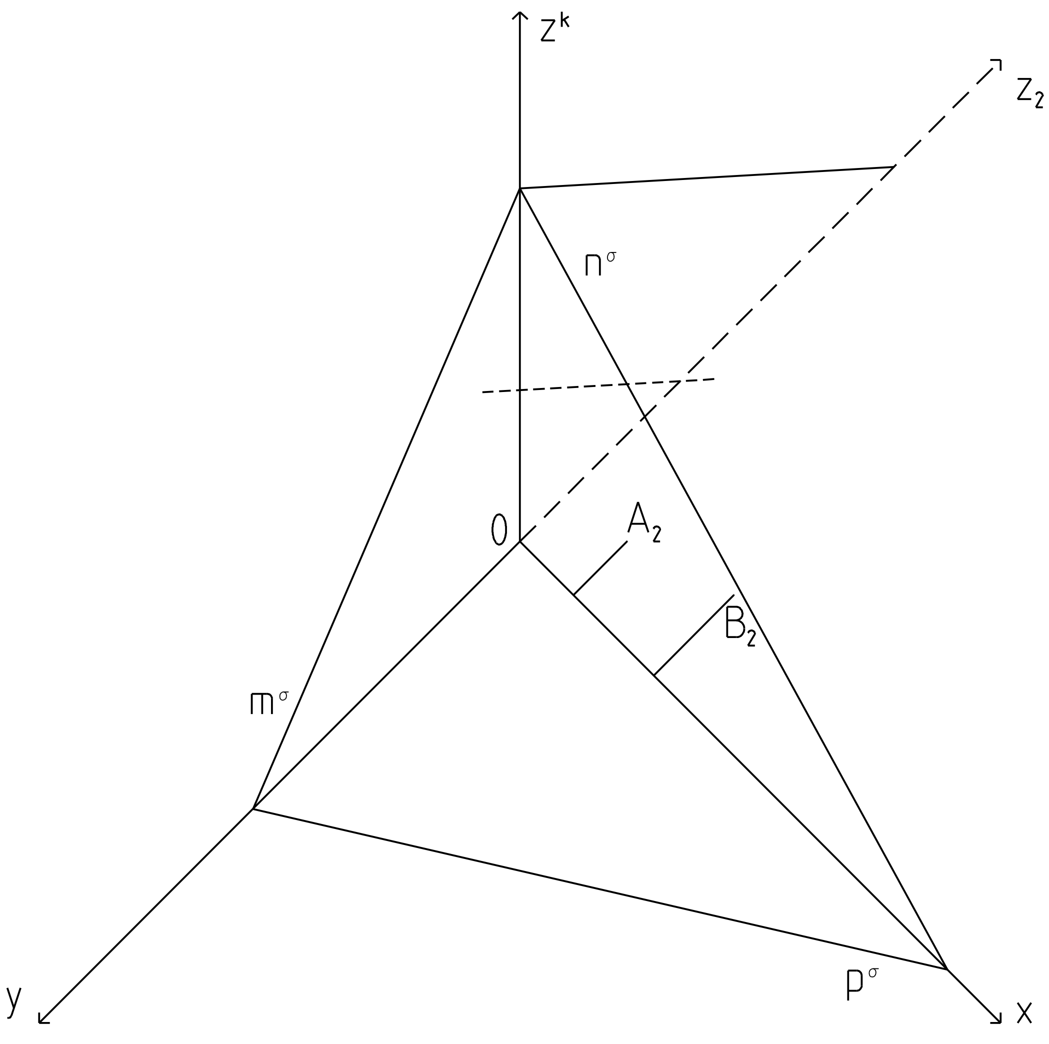
Zadání 2.1.5.

Sestrojte příčku mimoběžek *a*, *b* rovnoběžnou se směrem *s*.



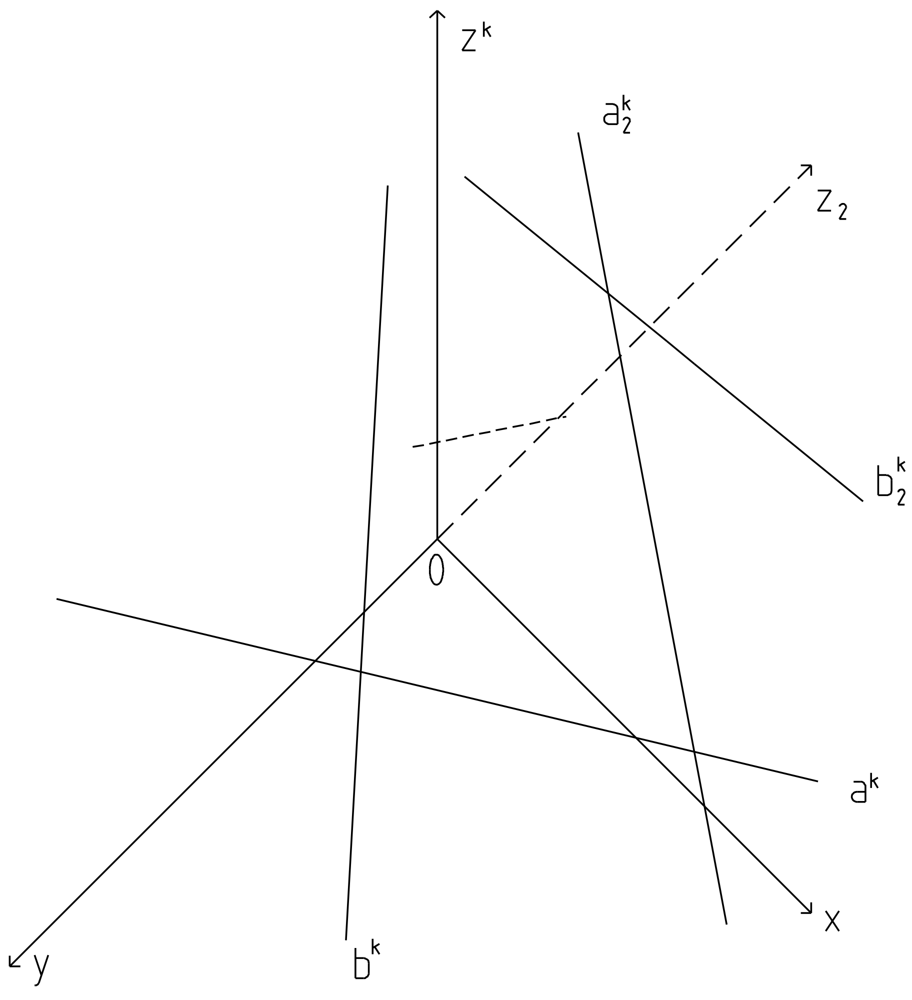
Zadání 2.2.1.

V kosoúhlém promítání (135º, 2/3) zobrazte v rovině σ (8,5,7) rovnostranný trojúhelník *ABC*, je-li dána strana *AB*, *A* = [1;?;1], *B* = [2,5;?;1,5].



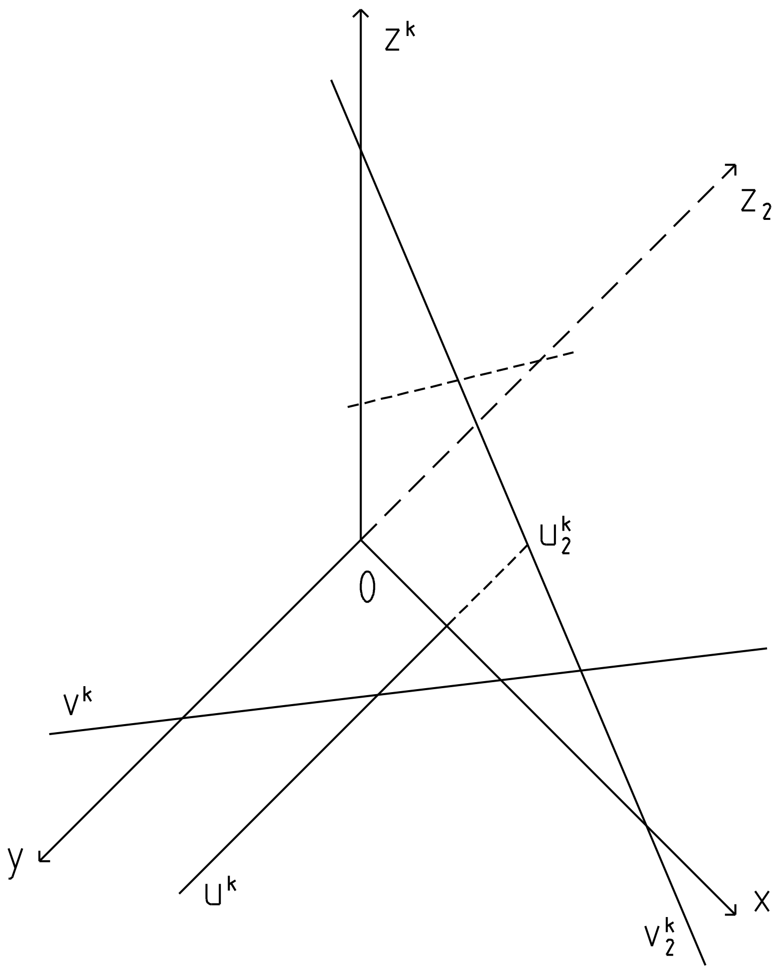
Zadání 2.2.2.

Sestrojte osu mimoběžek *a*, *b*.



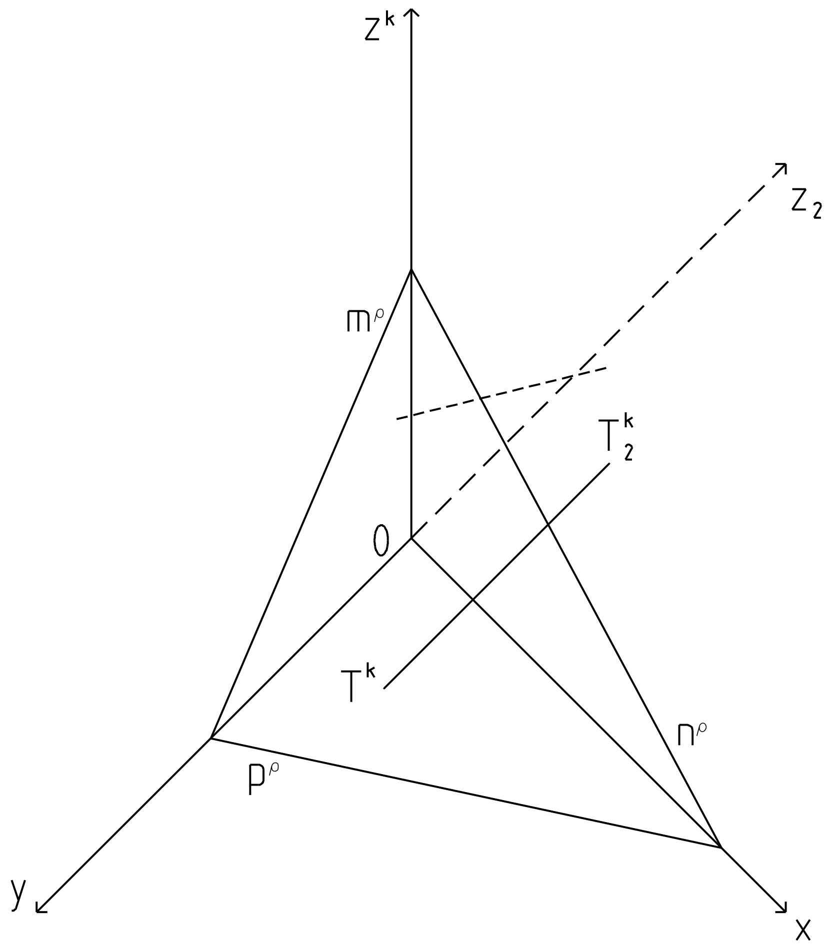
Zadání 2.2.3.

Určete odchylku φ dvou různoběžek *u*, *v*.



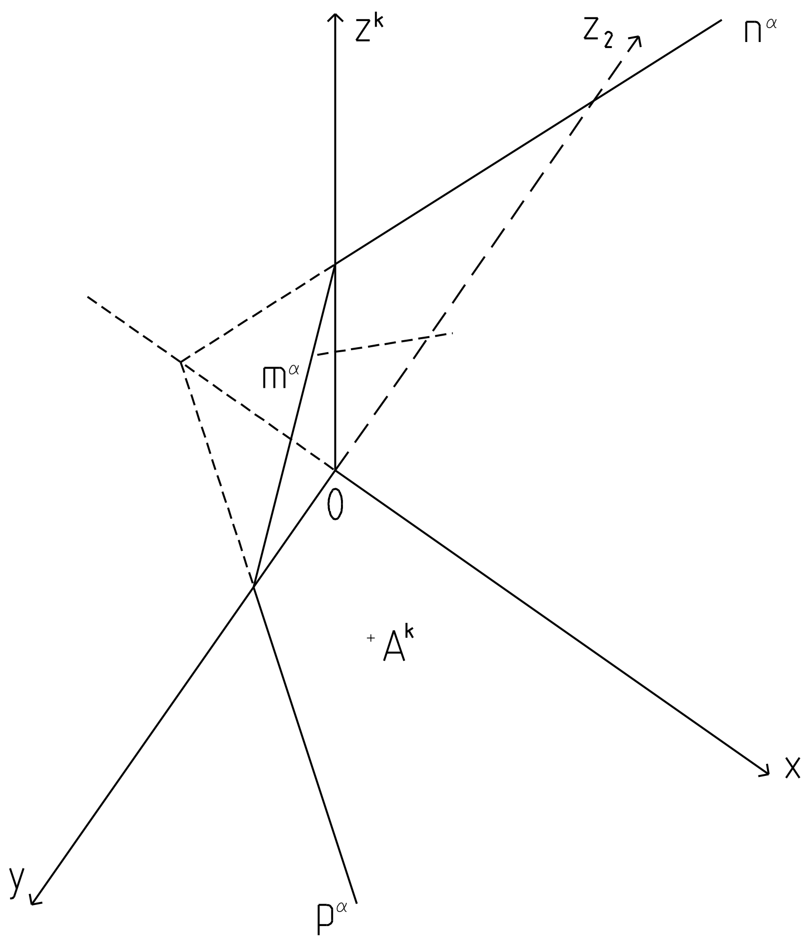
Zadání 2.2.4.

Určete vzdálenost bodu T od roviny ρ.



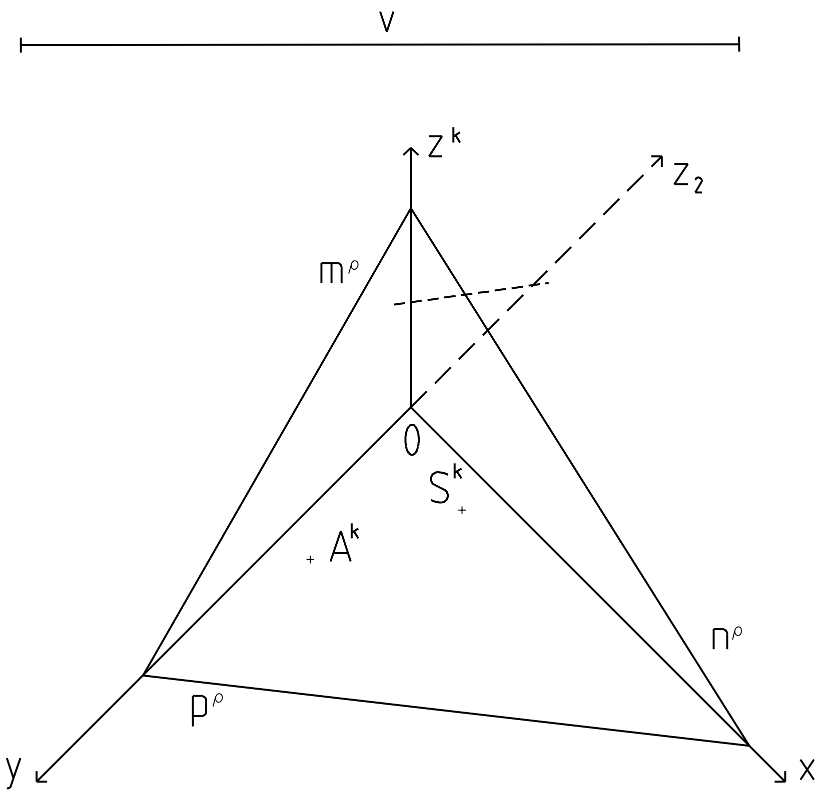
Zadání 2.2.5.

Určete spádové přímky první, druhé a třetí osnovy roviny α, které prochází bodem *A*. Bod $A \in \rho$ a je dán svým kosoúhlým průmětem A^k.



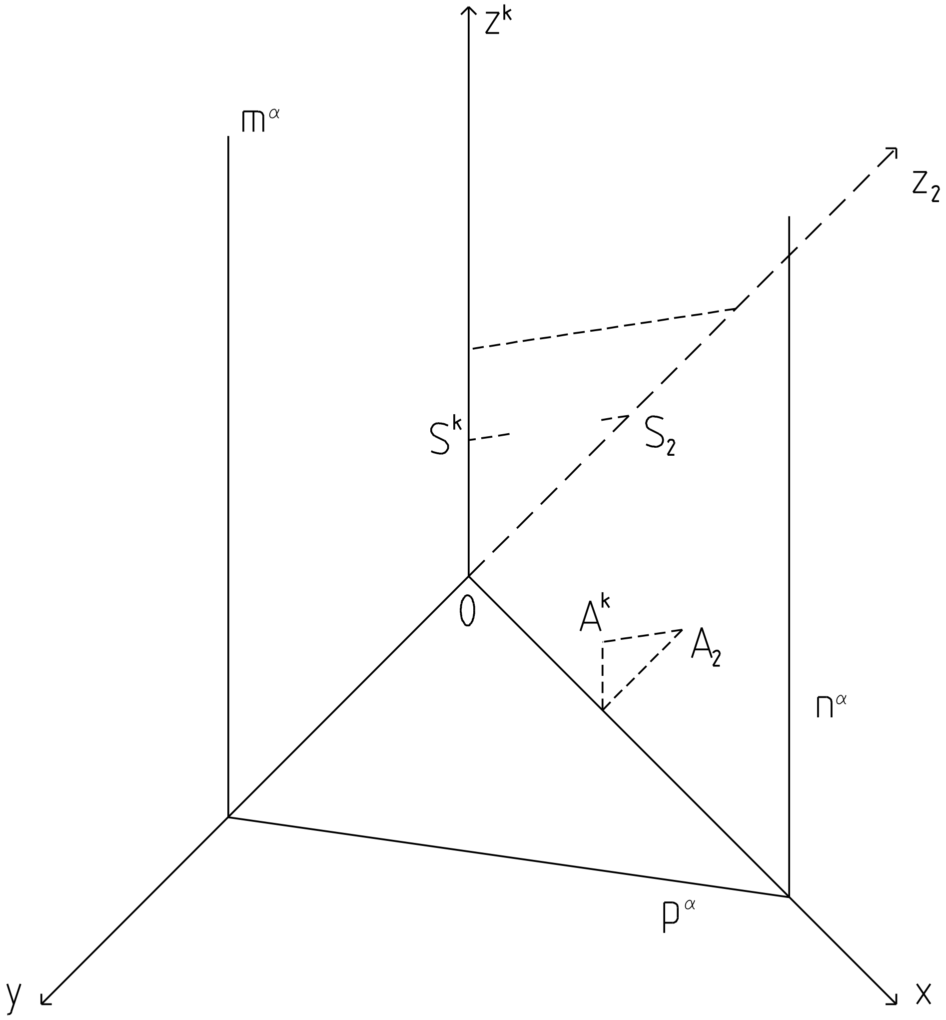
Zadání 3.1.

Sestrojte pravidelný pětiboký hranol *ABCDEA´B´C´D´E´*, je-li dána rovina podstavy ρ, výška *v*, střed *S* a vrchol *A* podstavy.



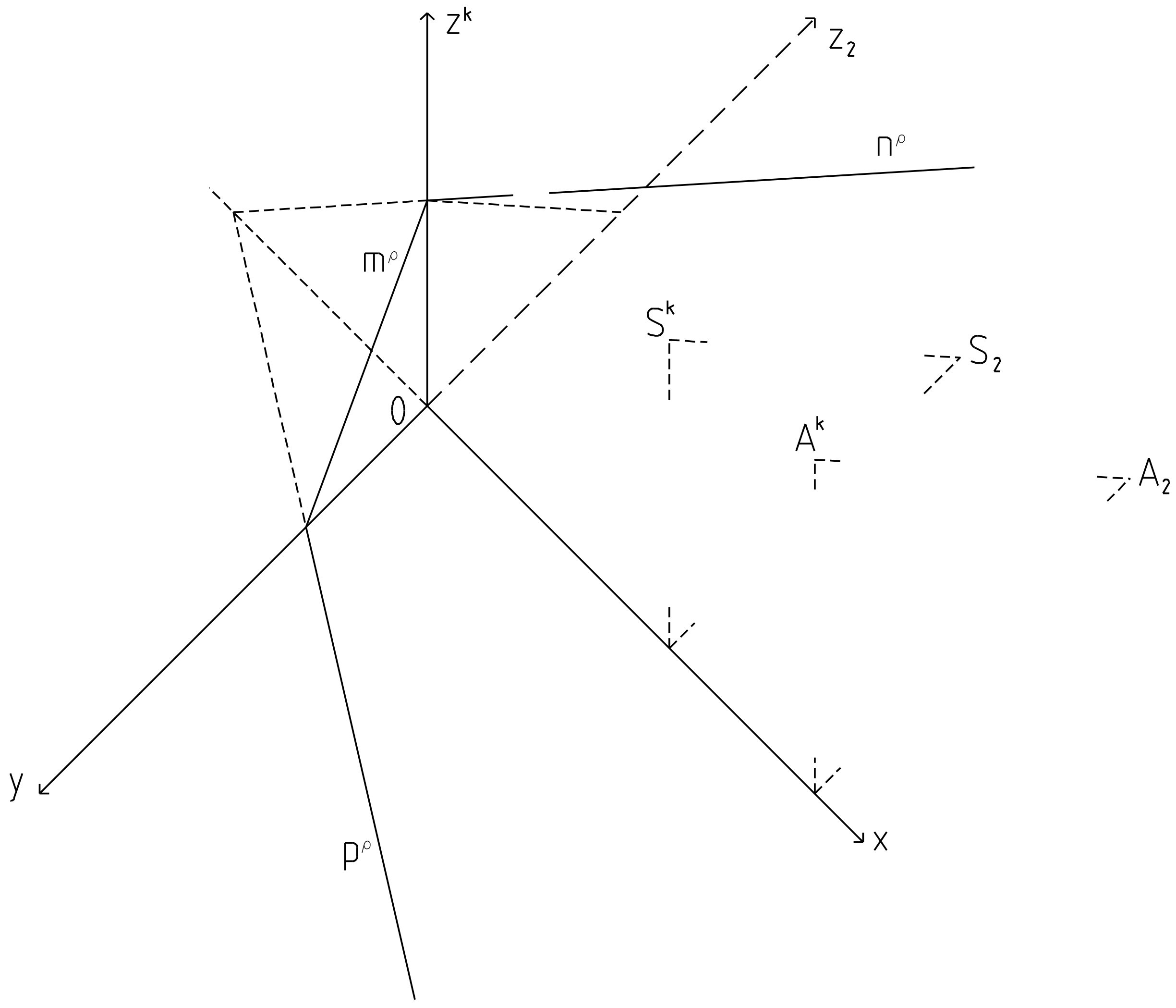
Zadání 3.2.

V kosoúhlém promítání (135º, 3/5) zobrazte řez pravidelného čtyřbokého hranolu výšky $v = 7$ s podstavou *ABCD* v rovině υ a o středu $S = [0;0;3]$, $A = [2,5;0;1,5]$, rovinou α (6;4,5;∞).



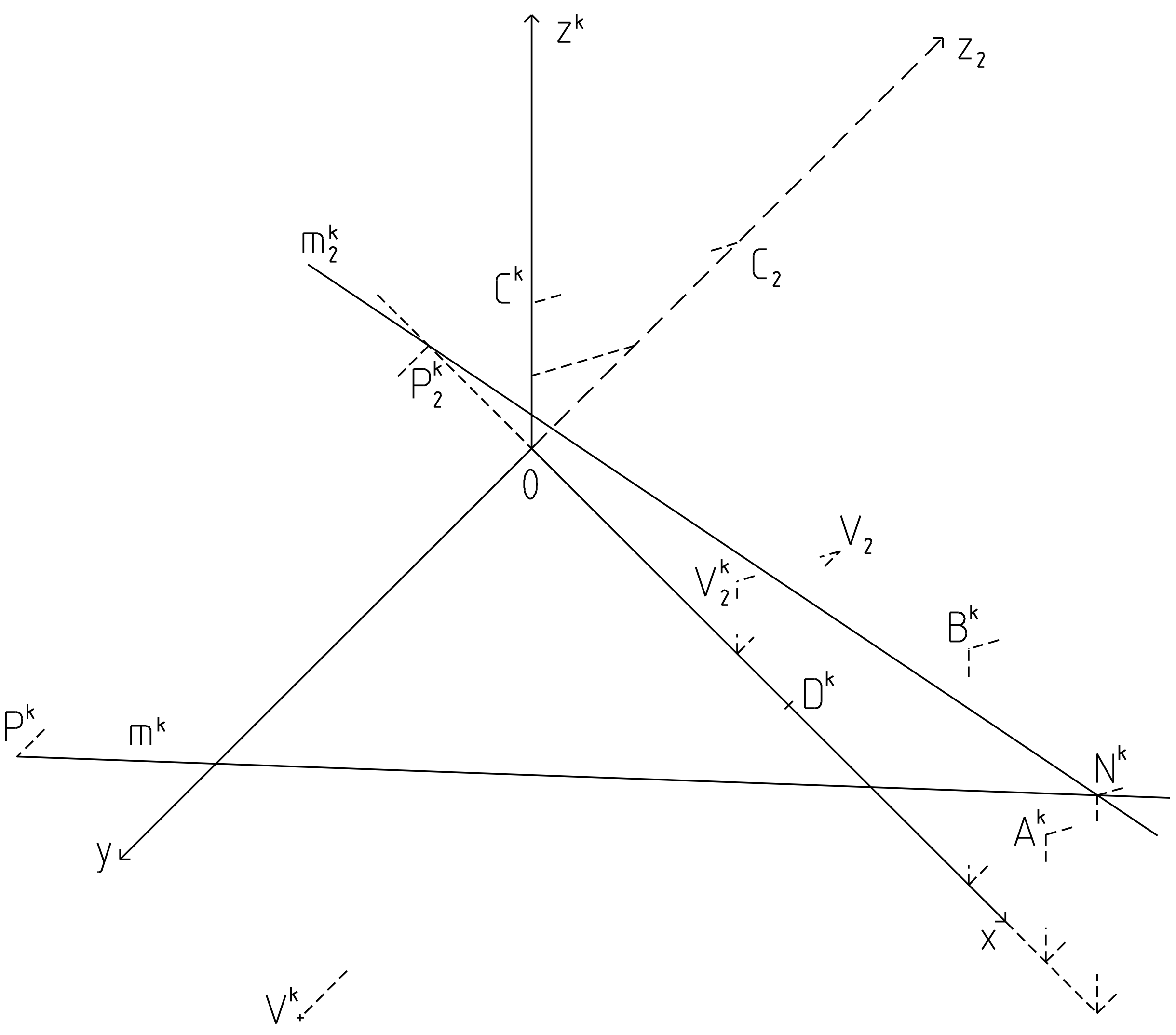
Zadání 3.3.

V kosoúhlém promítání (135º, ¾) zobrazte řez pravidelného čtyřbokého jehlanu *ABCDV*, je-li podstava v υ o středu *S* = [5;0;6], vrcholu *A* = [8;0;6,5] a výška *v* = 8 rovinou ρ (-4;2,5;4).



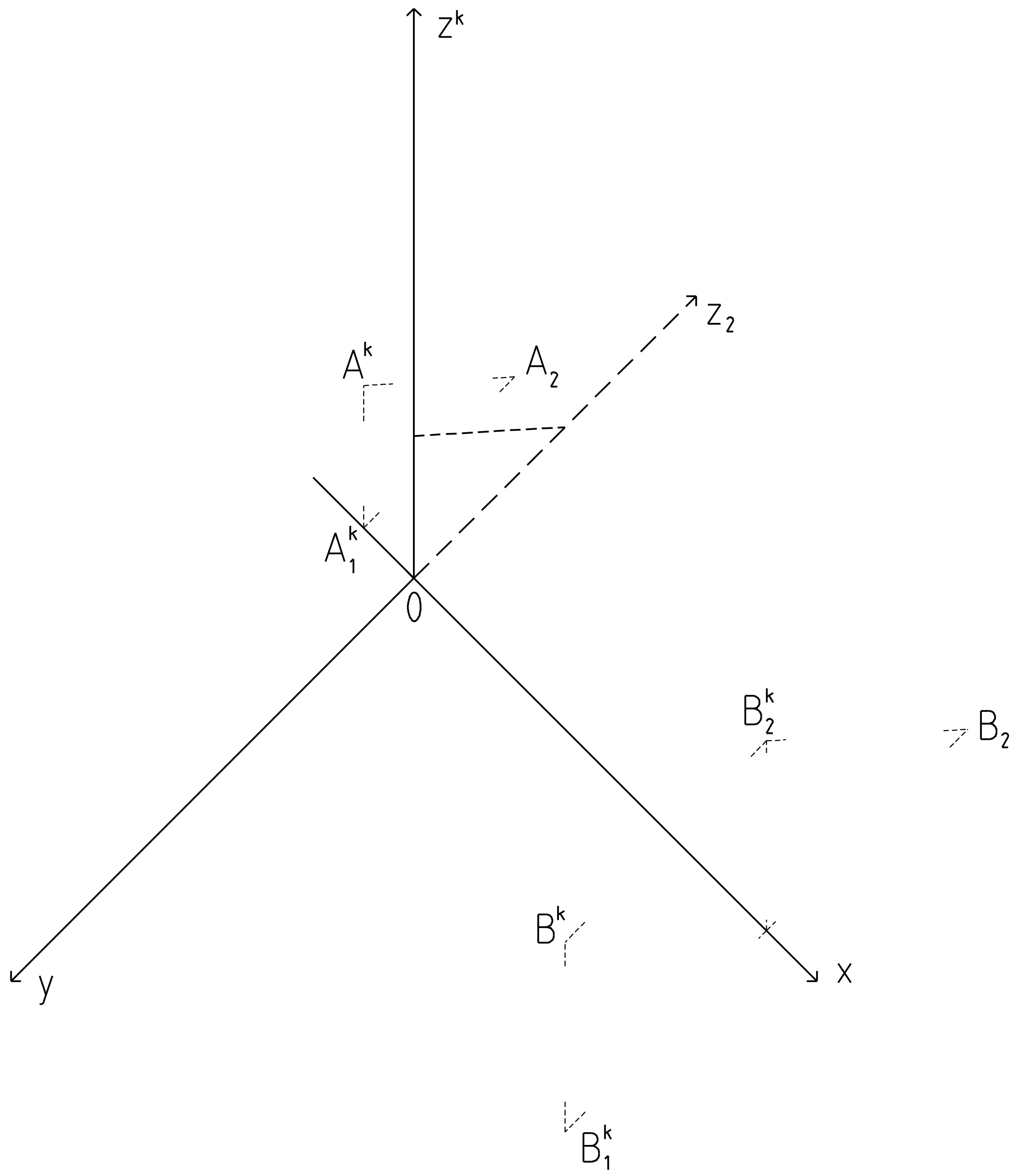
Zadání 3.4.

V kosoúhlém promítání (135º, ½) sestrojte průsečíky přímky $m = \overleftrightarrow{PN}$, P = [-2;8;0], N = = [11;0;6], se čtyřbokým jehlanem $ABCDV$, jehož podstava leží v průmětně υ. A = [10;0;3,5], B = [8,5;0;6,5], C = [0;0;4], D = [5;0;0], V = [4;8,5;2].



Zadání 3.5.

Zobrazte pravidelný čtyřstěn s hranou AB, A = [-1;0;3], B = [7;4;4] a $C \in \pi$, (ω = 135º, q = 2/3).



Zadání 3.6.

(ω = 135 º, q = 2/3). Zobrazte krychli se středem v bodě S = [0;5,5;4,5] a o hraně na přímce $m = \overleftrightarrow{QR}$, Q = [-3;0,5;8], R = [2;2,5;0].