



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

# CHYBA PŘEVODU U ČELNÍHO OZUBENÍ S PŘÍMÝMI ZUBY

TRANSMISSION ERROR IN SPUR GEARS

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Bc. Daniela Bartošová**

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**Ing. Kamil Řehák**

**BRNO 2018**

## Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství  
Studentka: **Bc. Daniela Bartošová**  
Studijní program: Strojní inženýrství  
Studijní obor: Automobilní a dopravní inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Kamil Řehák**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Chyba převodu u čelního ozubení s přímými zuby**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Diplomová práce se zabývá problematikou chyby převodu a to jak z hlediska vibračního, tak i akustického projevu převodovky. Pomocí numerických metod budou porovnány jednotlivé modifikace zubů na 2D a 3D úrovni.

#### **Cíle diplomové práce:**

Rešerše dostupné literatury.

Rozdíly mezi statickou a dynamickou chybou.

Metodika návrhu přímého ozubení.

Posouzení vlivu chyby převodu na hlukový projev.

Numerické modely ozubení různé úrovně pro získání chyby převodu s uvažováním jednotlivých modifikací zubů.

#### **Seznam doporučené literatury:**

SHIGLEY, Joseph Edward, MISCHKE, Charles R. a BUDYNAS, Richard G. (ed.). Konstruování strojních součástí. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTIUM, 2010. 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.

BUDYNAS, Richard G., NISBETT, J. Keith a SHIGLEY, Joseph Edward. Shigley's mechanical engineering design. 10th edition. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015. 1104 s. ISBN 0073398209.

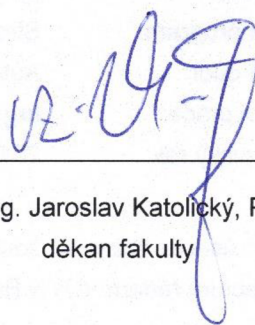
Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 27. 10. 2017



---

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.  
ředitel ústavu



---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá oblastí stanovení statické chyby převodu u čelního ozubení s přímými zuby. Problematika chyby převodu je v dnešní době velmi diskutovaným tématem v oblasti vzniku vibrací a hluku. V první části této práce jsou popsány teoretické předpoklady týkající se této problematiky. Tyto teoretické předpoklady jsou následně uplatněny při parametrickém návrhu čelního ozubení s přímými zuby a dále při samotném měření chyby převodu. V práci je detailně popsán postup návrhu parametrického modelu sestavy ozubených kol a deformačně napěťová analýza. Tyto náležitosti jsou nutné pro výpočet chyby převodu. Závěrem práce jsou prezentovány dosažené výsledky statické chyby převodu při různých zátěžných stavech, změnách osových vzdáleností a výškových modifikacích tvaru zubů. Problém byl řešen výpočtovým přístupem pomocí CAD programu Creo Parametric a MKP programu Ansys Workbench a Ansys Mechanical APDL.

## KLÍČOVÁ SLOVA

pastorek, ozubené kolo, chyba převodu, statická chyba převodu, vibrace, hluk, parametrický model, metoda konečných prvků, výšková modifikace

## ABSTRACT

This master's thesis is deal with the area of determining the static transmission error in spur gears. Nowadays, around vibration and noise formation, the issue of transmission error is being discussed quite often. In the first part of this master's thesis, there is a description of the theoretical requirements concerning the above stated issue. These theoretical requirements are further applied in parametric planning of the spur gears as well as in measuring the transmission error itself. In this master's thesis, both the detailed description of planning the parametric model of spur gears and the strain-stress analysis may be found. These requirements are needed for calculating the transmission error. In conclusion of this master's thesis, specific results of the static transmission error in spur gears achieved at diversifying load torque, center distance modifications as well as tip relief modifications of spur gears are being presented. The issue was solved by computation approach with the help of CAD software called Creo Parametric and FEM software called Ansys Workbench and Ansys Mechanical APDL.

## KEYWORDS

pinion, gear, transmission error, static transmission error, vibration, noise, parametric model, finite element method, tip relief modification

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

BARTOŠOVÁ, D. *Chyba převodu u čelního ozubení s přímými zuby*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 57 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Kamil Řehák.

## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracovala jsem ji samostatně pod vedením Ing. Kamila Řeháka a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2018

.....

Jméno a přímení

## PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucímu diplomové práce Ing. Kamilu Řehákovi za cenné rady při řešení této diplomové práce a dále Ing. Alešovi Prokopovi Ph.D. za pomoc při řešení dílčího problému této diplomové práce. Na tomto místě bych také ráda poděkovala rodině a příteli za podporu v průběhu celého studia.

## OBSAH

|   |    |
|---|----|
| Úvod .....  | 10 |
| 1 Základní charakteristika ozubených kol .....              | 11 |
| 1.1 Druhy ozubených kol .....                               | 11 |
| 1.2 Názvosloví čelního ozubení .....                        | 12 |
| 1.3 Tvar boční křivky zubu .....                            | 15 |
| 1.3.1 Evolventa .....                                       | 15 |
| 1.3.2 Trochoida .....                                       | 16 |
| 1.4 Korekce ozubení .....                                   | 17 |
| 1.4.1 Podřezání paty zubu .....                             | 18 |
| 1.5 Trvání záběru .....                                     | 19 |
| 1.6 Deformace a tuhost ozubení .....                        | 20 |
| 2 Chyba převodu .....                                       | 21 |
| 2.1 Statická a dynamická chyba převodu .....                | 23 |
| 2.2 Zdroje hluku ozubených kol .....                        | 24 |
| 2.3 Měřicí stav .....                                       | 24 |
| 2.4 Výšková modifikace zubu .....                           | 25 |
| 3 Tvorba parametrického modelu .....                        | 27 |
| 3.1 Modelování těla ozubeného kola .....                    | 27 |
| 3.2 Modelování tvaru zubu .....                             | 28 |
| 3.3 Sestava .....   | 29 |
| 4 Nastavení výpočtové části .....                           | 31 |
| 4.1 Úprava geometrie modelu .....                           | 31 |
| 4.2 Materiálové charakteristiky modelu .....                | 31 |
| 4.3 Nastavení kontaktů .....                                | 32 |
| 4.4 Nastavení konečnoprvkové sítě .....                     | 33 |
| 4.4.1 Citlivostní analýza hustoty sítě .....                | 34 |
| 4.5 Okrajové podmínky .....                                 | 36 |
| 4.6 Nastavení analýzy .....                                 | 36 |
| 4.7 Měření úhlu natočení ozubených kol .....                | 37 |
| 4.8 Prezentace výsledků MKP analýz .....                    | 38 |
| 5 Zpracování výsledků chyby převodu .....                   | 40 |
| 5.1 Vliv velikosti elementů sítě na chybu převodu .....     | 40 |
| 5.2 Vliv velikosti zátěžného momentu na chybu převodu ..... | 41 |
| 5.3 Vliv změny osové vzdálenosti na chybu převodu .....     | 44 |
| 5.4 Vliv výškové modifikace zubu na chybu převodu .....     | 46 |



---

|  |    |
|--|----|
| 5.5 Vliv počtu zubů ozubeného věnce na chybu převodu ..... | 49 |
| Závěr .....  | 51 |
| Seznam použitých zkratek a symbolů .....                   | 56 |

## ÚVOD

Převody ozubenými koly jsou známi už od doby starověku a jsou až do dnešní doby stále nedílnou součástí převodových ústrojí vyskytujících se ve všech typech dopravních prostředků, a nejen v nich. Ozubená kola jsou jedny ze základních a poměrně dosti složitých strojních součástí, jak po stránce teoretické, tak po stránce konstrukční a výrobní. S převody v dnešní době přicházíme do styku každý den našeho života ať už vědomě či nevědomě. Převodovka, kterou disponuje každý dopravní prostředek, je velmi složité zařízení, které musí přenést točivý moment od motoru na hnací hřídele kol, při co nejmenších ztrátách.

Záběr ozubených kol je příčinou vibrací a s nimi spojeným hlukem. V dnešní době, kdy se stále zpřísnují požadavky na akustické emise, je jakýkoliv vyzařovaný hluk nežádoucí. Například při provozu automobilu vybaveného spalovacím motorem není hluk z převodovky dominantním zdrojem hluku. Kdežto v dnešní době stále více se rozvíjející elektromobility může být převodovka dominantním zdrojem hluku, a proto je snahou tento hluk co nejvíce eliminovat.

Hlavním úkolem konstruktérů převodovek, potažmo ozubených kol, je odstranit hluk vzniklý záběrem ozubených kol už při samotném návrhu. Tento krok napomáhá výrobcům optimalizovat ozubená kola ještě před započítím výrobního procesu a snížit tím náklady na výrobu.

Úkolem této diplomové práce je zabývat se stanovením statické chyby převodu, za jejíž příčinu je považována periodicky se opakující proměnlivá tuhost záběru ozubení a dále vznik rázů způsobených záběrem zatížených ozubených kol. V práci bude zkoumán vliv zátěžného momentu na velikost chyby předu, dále bude zkoumán vliv změny osové vzdálenosti na velikost chyby převodu a dále budou provedeny výškové modifikace tvaru zubů za účelem minimalizace proměnlivosti tuhosti záběru, čímž dojde ke snížení velikosti zmíněné chyby převodu.

# 1 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKA OZUBENÝCH KOL

Převody ozubenými koly jsou nejvýznamnějším a zároveň i nejrozšířenějším druhem převodových mechanismů. Ozubená kola zajišťují přenos a změnu velikosti točivého momentu tvarovým stykem zubů hnacího a hnaného kola. Přenos momentu tedy probíhá nuceně a bez skluzu. Spoluzabírající ozubená kola tvoří soukolí. Soukolí může být jednoduché, kdy se převod skládá pouze z jedné dvojice ozubených kol, přičemž menší kolo se zpravidla nazývá pastorek a často bývá hnacím členem soukolí. Druhou možností je soukolí složené, kdy je v záběru několik dvojic ozubených kol. Složená soukolí lze zároveň použít i pro změnu smyslu otáčení.

K největším výhodám mechanismů s ozubenými koly bezesporu patří dobrá spolehlivost a životnost, poměrně malé nároky na údržbu, dobrá mechanická účinnost a relativně malé rozměry a kompaktnost. Další výhodou je udržení stálého převodového poměru a schopnost přenosu velkých výkonů, až 100 MW, při obvodových rychlostech až  $150 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Nevýhody těchto mechanismů spočívají ve složitější a dražší výrobě ozubených kol s velkou náročností na přesnost výroby. [1] S přesností záběru ozubených kol souvisí aktuálně velmi diskutovaný problém vzniku tzv. chyby převodu (angl. Transmission Error).

## 1.1 DRUHY OZUBENÝCH KOL

Rozdělení ozubených kol neboli soukolí můžeme provést podle: [1]

- Druhu čelní profilové křivky na kola s:
  - evolventním ozubením,
  - cykloidním ozubením,
  - zvláštním ozubením.
- Vzájemné polohy hlavové a patní plochy na:
  - kola s vnějším ozubením,
  - kola s vnitřním ozubením.
- Vzájemné polohy spoluzabírajících kol na:
  - soukolí s vnějším záběrem,
  - soukolí s vnitřním záběrem.
- Vzájemné polohy os hřídelů na:
  - hřídele rovnoběžné,
  - hřídele různoběžné,
  - hřídele mimoběžné.
- Tvaru boční čáry zubů na:
  - kola s přímými zuby,
  - kola s šikmými zuby,
  - kola s dvojitě šikmými (šípovými) zuby,
  - kola se zakřivenými zuby,
  - kola se šroubovými zuby.

Pro účely této diplomové práce se budu dále zabývat pouze soukolím s vnějším záběrem tvořeným koly s vnějším evolventním ozubením, přímými zuby a rovnoběžnými hřídeli.

## 1.2 NÁZVOSLOVÍ ČELNÍHO OZUBENÍ

Ozubené kolo se skládá z těla a ozubeného věnce, který je tvořen rovnoměrně rozloženými zuby po celém obvodu kola. Aby mohly být zuby po obvodu ozubeného věnce symetricky rozložené, potřebujeme znát jejich vzájemnou vzdálenost, tzv. rozteč. Rozteč je délka oblouku na roztečné kružnici mezi stejnolehými boky dvou sousedních zubů. Rozteč musí být rovna součtu tloušťky zubu a šířky zubové mezery, respektive tloušťka zubu a šířka zubové mezery jsou rovny polovině rozteče. Pro splnění podmínky, že počet zubů musí být celé číslo, je nutné, aby obvod roztečné kružnice byl roven  $z$ -násobku rozteče. Můžeme tedy říci, že základními rozměry ozubeného kola jsou průměr roztečné kružnice, rozteč a modul. Modul určuje tvar zubu a všechny rozměrové parametry ozubeného kola, jak je patrné z rovnic uvedených níže. Rozměry modulu jsou normalizovány dle norem ČSN. [1]

$$\pi d = z p \quad (1)$$

$$d = z m \quad (2)$$

$$p = \pi m \quad (3)$$

$$s = e = \frac{p}{2}, \quad (4)$$

kde  $d$  je průměr roztečné kružnice,  
 $z$  je počet zubů,  
 $p$  je rozteč,  
 $m$  je modul ozubení,  
 $s$  je tloušťka zubu,  
 $e$  je šířka zubové mezery.

Dalšími důležitými kružnicemi, jsou kružnice hlavová a patní. Hlavová kružnice představuje u vnějšího ozubení největší průměr a patní kružnice průměr nejmenší. Pro výpočet těchto kružnic je zapotřebí nejdříve znát výšku zubu, kterou dělíme na výšku hlavy a paty zubu, a dále hlavovou vůli. Hlavová vůle je nutná pro průchod hlavy zubu do spoluzabírajícího kola. [1]

$$h_a = m \quad (5)$$

$$c_a = 0,25 m \quad (6)$$

$$h_f = m + c_a = 1,25 m \quad (7)$$

$$h = h_a + h_f = 2,25 m \quad (8)$$

$$d_f = d - 2 h_f \quad (9)$$

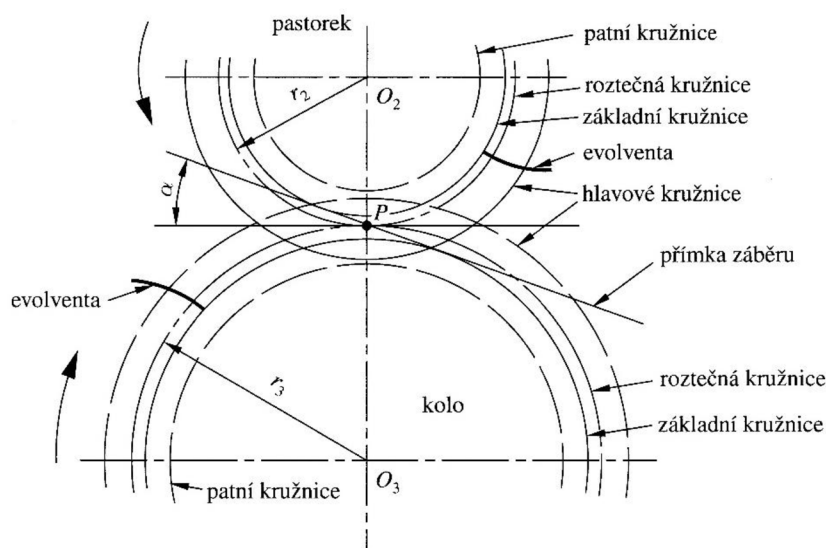
$$d_a = d + 2 h_a, \quad (10)$$

kde  $h_a$  je výška hlavy zubu,  
 $c_a$  je hlavová vůle,  
 $h_f$  je výška paty zubu,  
 $h$  je výška zubu,  
 $d_f$  je průměr patní kružnice,  
 $d_a$  je průměr hlavové kružnice.

Poslední velmi důležitou kružnicí je kružnice základní. Kružnice tvoří výchozí bod pro vznik evolventy. Spočítá se pomocí průměru roztečné kružnice a úhlu záběru. [1]

$$d_b = d \cos \alpha , \quad (11)$$

kde  $d_b$  je průměr základní kružnice,  
 $\alpha$  je úhel záběru.



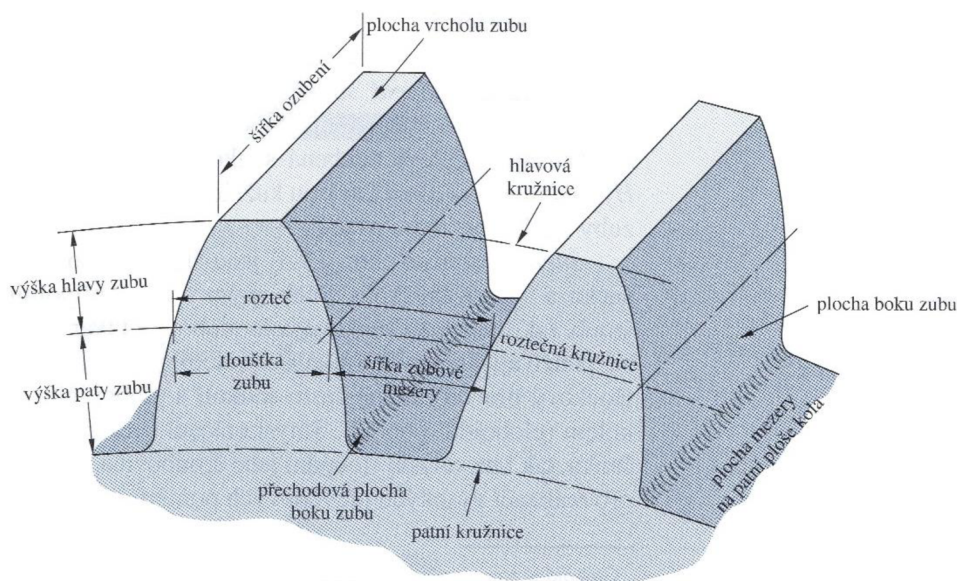
Obr. 1.1 Názvoslovní ozubených kol [2]

Úhel záběru ozubení má normalizovanou hodnotu  $\alpha = 20^\circ$ . V některých mimořádných případech se lze setkat i s úhly záběru  $15^\circ$ ,  $22,5^\circ$ ,  $25^\circ$  a  $30^\circ$ . Úhel záběru je svírá normálou spojnice středů obou kol v bodě dotyku roztečných kružnic (pól P) a přímkou záběru. Přímka záběru je normálou k evolventám boků zubů v bodě dotyku (pól P) a zároveň tečnou k základním kružnicím. Úhel záběru ozubených kol se obecně mění (normála kývá kolem pólu P). Pouze ve zvláštních případech zůstává u evolventních profilů úhel záběru konstantní. Přímka záběru vždy prochází pólem P. Spoluzabírající profily ozubených kol se mohou dotýkat jedině na přímce záběru. [1] Dotyk dvou ozubených kol tvoří bodový nebo čarový kontakt. [3]

Dalším charakteristickým rozměrem ozubeného kola je šířka ozubení.

$$b = m \psi_m , \quad (12)$$

kde  $b$  je šířka ozubení,  
 $\psi_m$  je součinitel poměrné šířky ozubení a volí se v rozmezí 10 až 30.



Obr. 1.2 Názvoslovi čelního ozubeného kola s přímými zuby [2]

Záběr dvou spoluzabírajících ozubených kol charakterizuje osová vzdálenost a převodový poměr. Obě tyto hodnoty se vypočítají z následujících vztahů: [1]

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (13)$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}, \quad (14)$$

kde  $a$  je osová vzdálenost dvou spoluzabírajících kol,  
 $d_1$  je průměr roztečné kružnice hnacího kola (pastorku)  
 $d_2$  je průměr roztečné kružnice hnaného kola,  
 $i$  je převodový poměr  
 $n_1$  jsou otáčky hnacího kola (pastorku),  
 $n_2$  jsou otáčky hnaného kola  
 $\omega_1$  je úhlová rychlost otáčení hnacího kola (pastorku),  
 $\omega_2$  je úhlová rychlost otáčení hnaného kola,  
 $z_1$  počet zubů hnacího kola (pastorku),  
 $z_2$  počet zubů hnaného kola.

Pro konstantní převodový poměr, musí společná normála spoluzabírajících profilů v každém okamžiku procházet pólem relativního pohybu, tedy výše zmíněným pólem P. V takovém případě je splněn požadavek trvalého a plynulého záběru při konstantním převodovém poměru. Pokud jsou tvary profilů zubů navrženy tak, že je jejich převodový poměr konstantní, pak se tyto profily nazývají sdržené. Platí, že k libovolnému profilu, je možné vždy nalézt profil sdržený. U ozubení se nejčastěji používá evolventní profil. Převodový poměr není žádným způsobem závislý na změně osové vzdálenosti. Změna osové vzdálenosti má za následek změnu úhlu záběru, změnu poloměrů valivých kružnic a vzájemný dotyk jiných bodů evolvent. [1] [2]

### 1.3 TVAR BOČNÍ KŘIVKY ZUBU

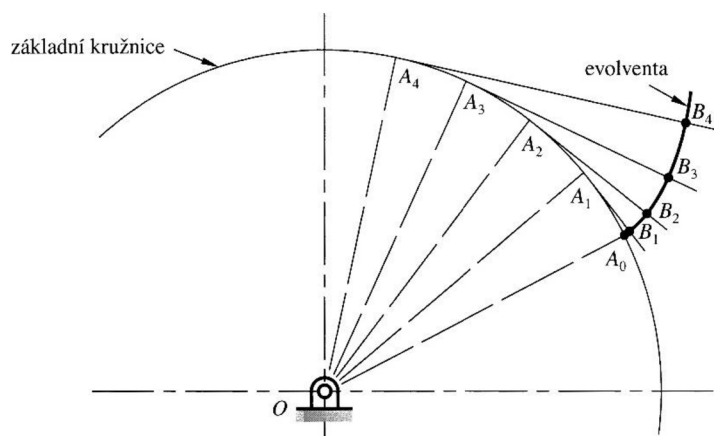
Boční křivka zubu se skládá ze dvou křivek. Z evolventy, která tvoří bok zubu od základní kružnice po kružnici hlavovou a z trochoidní přechodové křivky, která protíná evolventní křivku na základní kružnici a tečně se napojuje na kružnici patní. Trochoida tedy tvoří plynulý přechod mezi evolventou a patní kružnicí.

#### 1.3.1 EVOLVENTA

U evolventního ozubení je bok zubu tvořen evolventou, jejíž evolutou je základní kružnice. Z toho vyplývá, že tvar boku zubu je v případě ozubených kol charakterizován poloměrem základní kružnice  $r_b$ . Evolventu lze získat: [1]

- Jako trajektorii bodu,
- Jako obálku, vytvořenou přímkovým úsekem,
- Jako obálku, vytvořenou jinou evolventou.

Pro potřeby této diplomové práce se budu dále zabývat pouze sestrojením evolventy, která vznikne jako trajektorie bodu. Bod B leží na přímce, která se odvaluje po evolutě, tedy základní kružnici, a trajektorie bodu B zobrazuje evolventu (tvar boku zubu), viz Obr. 1.3.



Obr. 1.3 Konstrukce evolventy [2]

Trajektorii bodu lze popsat v cylindrickém souřadném systému. Počátek souřadného systému evolventy leží ve středu roztečné kružnice.

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y} \quad (15)$$

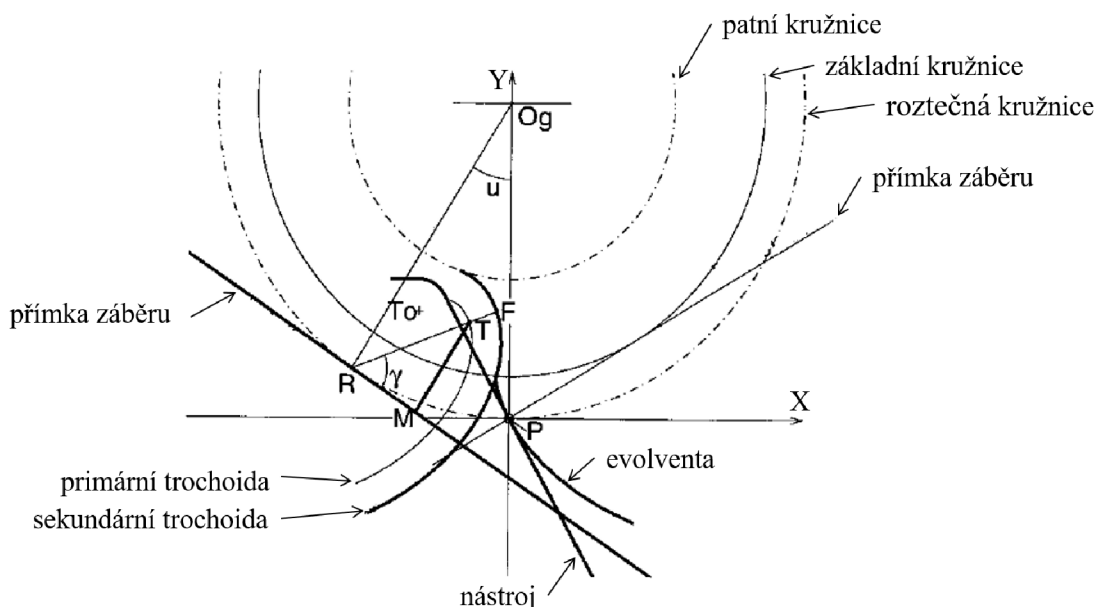
$$\vartheta_y = \text{inv } \alpha_y, \quad (16)$$

kde  $r_y$  a  $\vartheta_y$  jsou souřadnice cylindrického souřadného systému,  
 $r_b$  je poloměr roztečné kružnice,  
 $\text{inv } \alpha_y$  je úhel profilu, který lze vyhledat v tabulce uvedené v literatuře [1] nebo  
 $\text{inv } \alpha_y$  lze spočítat dle rovnice: [1]





kde  $x_F$  a  $y_F$  jsou souřadnice bodu F,  
 $r_p$  je poloměr roztečné kružnice,  
 $u$  je parametr valení,  
 $x_{T0}$  a  $y_{T0}$  jsou souřadnice bodu T0,  
 $r_t$  je rádius špičky nástroje,  
 $\gamma$  je úhel TRM.



Obr. 1.5 Konstrukce primární a sekundární trochoidy [4]

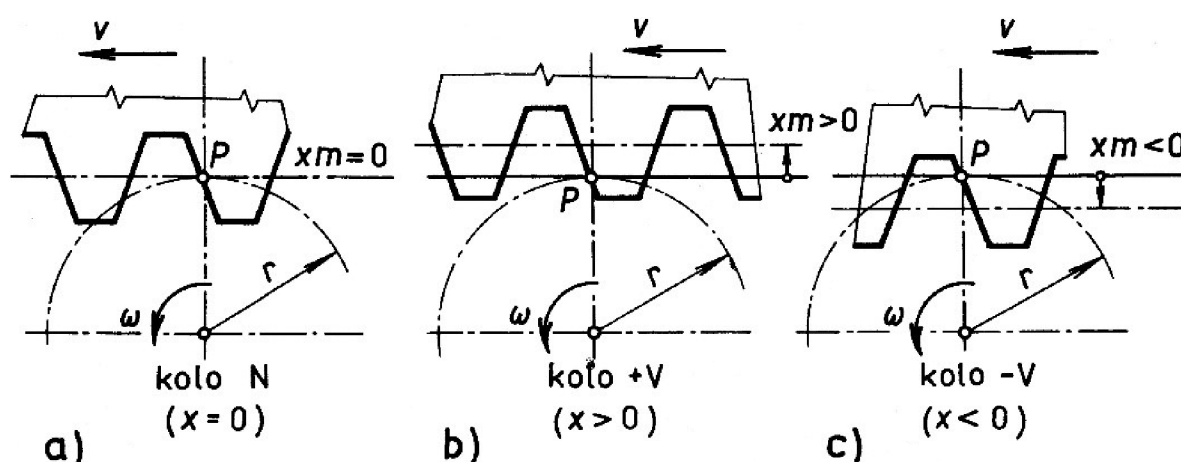
## 1.4 KOREKCE OZUBENÍ

Při výrobním záběru rovinného kola s hřebenovým nástrojem je pól relativního pohybu P vždy na roztečné kružnici vyráběného kola, tzn. roztečná kružnice je kružnicí valivou neboli výrobní. Poloha, při které prochází přímka hřebene pólem P, je nazývána nominální. Takto vyrobené kolo se označuje jako kolo s nulovým posunutím výrobního hřebene, tedy kolo nekorigované označené písmenem N. Pokud je výrobní hřeben z nominální polohy posunut vzniká kolo s nenulovým posunutím, tedy kolo korigované, označené písmenem V. Radiální posunutí hřebene může být kladné nebo záporné. V případě kladného posunutí, je vysunut hřeben z kola a tato korekce se označuje písmenem +V. V případě záporného vysunutí je zasunut hřeben více do kola a tato korekce se označuje písmenem -V. Radiální posunutí hřebene je možné vypočítat z následujícího vztahu: [1]

$$u_k = x m, \quad (21)$$

kde  $u_k$  je radiální posunutí hřebene,  
 $x$  je bezrozměrný součinitel posunutí (též jednotkové posunutí).

Velikost bezrozměrného součinitele posunutí může být nulová, kladná nebo záporná. Posunutí výrobního nástroje umožňuje výrobu kol s relativně malým počtem zubů, aniž by došlo k podřezání paty zubu. Dále vylepšuje pevnostní a záběrové vlastnosti ozubeného kola a upravuje osovou vzdálenost na požadovanou hodnotu.



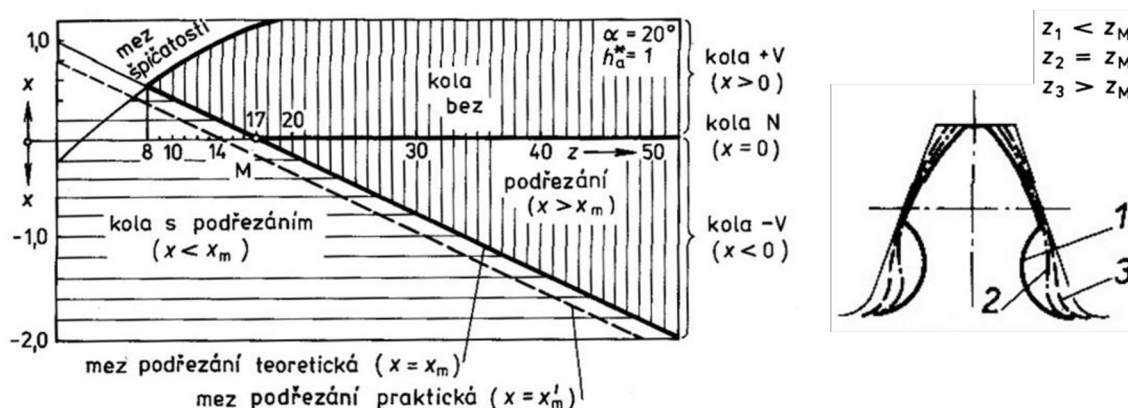
Obr. 1.6 Korekce ozubení a) nekorigované kolo, b) korigované kolo +V, c) korigované kolo -V [1]

Jako kola typu N se doporučuje vyrábět pouze kola s větším počtem zubů, u kterých nehrozí nebezpečí podřezání paty zubů. Dále také kola, u kterých posunutí ozubeného hřebene významně nezlepší pevnostní ani záběrové vlastnosti. Všechny ostatní kola se doporučuje vyrábět, jako kola typu V, a to s maximálním využitím vlivu posunutí na zlepšení pevnostních a záběrových vlastností. Optimální hodnotu  $x$  je vhodné volit s ohledem na spoluzabírající ozubené kolo a na vlastnost, jejíž zlepšení se požaduje. Optimální hodnotu  $x$  lze zjistit z diagramu optimálních posunutí uvedených v literatuře [1].

#### 1.4.1 PODŘEZÁNÍ PATY ZUBU

Podřezání paty zubu vznikne, pokud výrobní hřeben příliš zasahuje do věnce vyráběného kola. Hlava zubu výrobního hřebene uřízne při výstupu z mezery část evolventy, která byla vytvořena v předchozí fázi záběru. Podřezání zubu je nežádoucí, protože zeslabuje zub v místě vetknutí a tím snižuje jeho ohybovou pevnost a odstraňuje část evolventy, která by se mohla aktivně podílet na záběru. Podřezání paty zubu tedy zkracuje dráhu záběru.

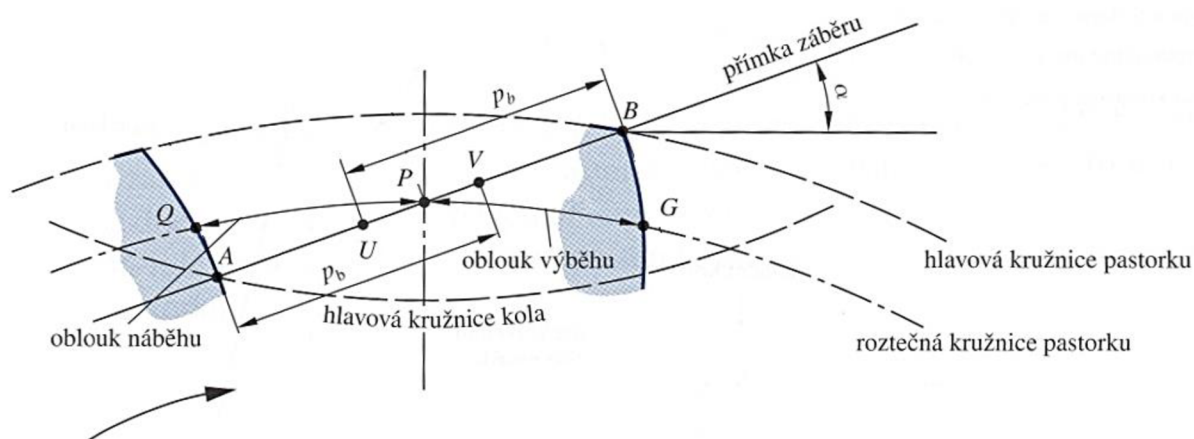
Z důvodu vzniku podřezání paty zubu se určuje mezní počet zubů ozubeného kola. Pro kola s úhlem záběru  $\alpha = 20^\circ$  je obecně známa hodnota mezního počtu zubů  $z_M = 17$ . Mohou však nastat situace, kdy je potřeba vyrobit ozubené kolo s menším počtem zubů, než je mezní počet. V takovém případě lze použít nenormalizovaný výrobní nástroj se sníženou výškou hlavy nebo se zvětšeným úhlem profilu. Toto řešení je finančně nákladné a je provázáno i zhoršením některých vlastností takto vyrobených kol. Kola o počtu zubů  $z < z_M = 17$  je tedy vhodnější vyrobit normalizovaným nástrojem, jako kola korigovaná +V, což je patrné z diagramu uvedeného na Obr. 1.7. [1]



Obr. 1.7 Diagram závislosti posunutí výrobního nástroje na počtu zubů ozubeného kola (vlevo), tvar podřezaného zubu v závislosti na počtu zubů (vpravo) [1]

## 1.5 TRVÁNÍ ZÁBĚRU

Z Obr. 1.8 je patrné, že začátek záběru ozubených kol začíná v bodě A a končí v bodě B. Oblouk na roztečné kružnici pastorku mezi body Q a G se nazývá oblouk záběru. Oblouk záběru je roven součtu délek oblouku náběhu a oblouku výběhu. V případě, že je délka oblouku záběru rovna rozteči, je v záběru právě jeden pár spoluzabírajících zubů. Tedy dvojice zubů se dostává do záběru v okamžiku, kdy předchozí pár ze záběru vychází. Zpravidla délka oblouku záběru bývá nepatrně delší než rozteč. V tomto případě jsou v záběru střídavě jeden a dva páry spoluzabírajících zubů. V okamžiku, kdy se jeden pár zubů dostává v bodě A do záběru, druhý pár zubů ještě nedosahuje bodu B. Tedy po určitou dobu jsou v záběru dva páry spoluzabírajících zubů, jeden u bodu A a druhý u bodu B (dvoupárový záběr). Jakmile jeden pár zubů v blízkosti bodu B opustí záběr, zůstává v záběru pouze jeden pár zubů (jednopárový záběr). [2]

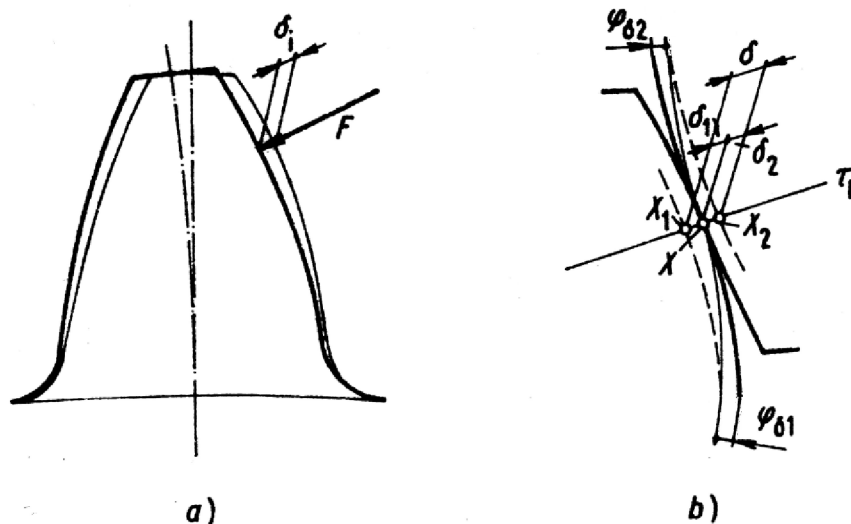


Obr. 1.8 Trvání záběru [2]

## 1.6 DEFORMACE A TUHOST OZUBENÍ

Zuby ozubených kol se pod zatížením deformují. Deformace zubů se zpravidla vyjadřuje tuhostí ozubení, která je definovaná jako poměr délkového či šířkového zatížení k deformaci. Díky složitému tvaru zubů je teoretické určení deformace a tuhosti obtížné. Tuhost ozubení lze určit experimentálně statickým měřením deformací ozubení zatíženého konstantní silou nebo měřením úchylek při pomalém otáčení spoluzabírajících ozubených kol.

Pokud uvažujeme pouze jeden zub zatížený osamělou silou  $F$ , zub se deformuje tak, jak je naznačeno na Obr. 1.9a tlustou čarou. Výsledná deformace v normálním směru se skládá z ohybové a smykové deformace, dále z deformace v místě vetknutí a deformace v místě dotyku ozubených kol. Deformace páru zubů v záběru je naznačena plnou čarou na Obr. 1.9b. Zuby nejsou zatíženy a dotýkají se v bodě  $X$  ležícím na přímce záběru  $\tau_b$ . Zatížením se zuby deformují, což je znázorněno na Obr. 1.9b přerušovanou čarou. Vlivem zatížení boky zubů protínají přímku záběru v bodech  $X_1$  a  $X_2$ . Příslušné deformace jsou označeny  $\delta_1$  a  $\delta_2$ . Aby se deformované zuby opět dotkly v bodě  $X$ , musí se jednotlivá kola otočit o úhly  $\varphi_{\delta_1}$  a  $\varphi_{\delta_2}$ .



Obr. 1.9 Deformace a) zubu b) páru přímých zubů [3]

Deformace a tuhost jednotlivých párů zubů v záběru se mění po dráze záběru. Zub se nejvíce deformuje, pokud osamělá síla působí na vrcholu zubu. Tuhost jednoho páru zubů v záběru závisí na tvaru obou ozubených kol, tedy na počtu zubů pastorku a kola, úhlu záběru a jednotkovém posunutí výrobního nástroje. Se zvětšením těchto parametrů tuhost roste. [3]

## 2 CHYBA PŘEVODU

Vibrace a hluk vzniklé provozováním dopravních prostředků jsou nežádoucími projevy, které obtěžují okolí. Na jejich eliminaci jsou v dnešní době kladeny vysoké nároky. Zdrojů přispívajících k celkové hladině hluku, vznikajícího při provozu jakéhokoliv dopravního prostředku, je mnoho. Například nejvíce projevujícími se zdroji hluku při provozu běžného automobilu vybaveného spalovacím motorem je právě zmíněný spalovací motor. Dále zvyšující se hladině hluku napomáhá hnací a převodové ústrojí, aerodynamický hluk a hluk spojený s odvalováním pneumatik.

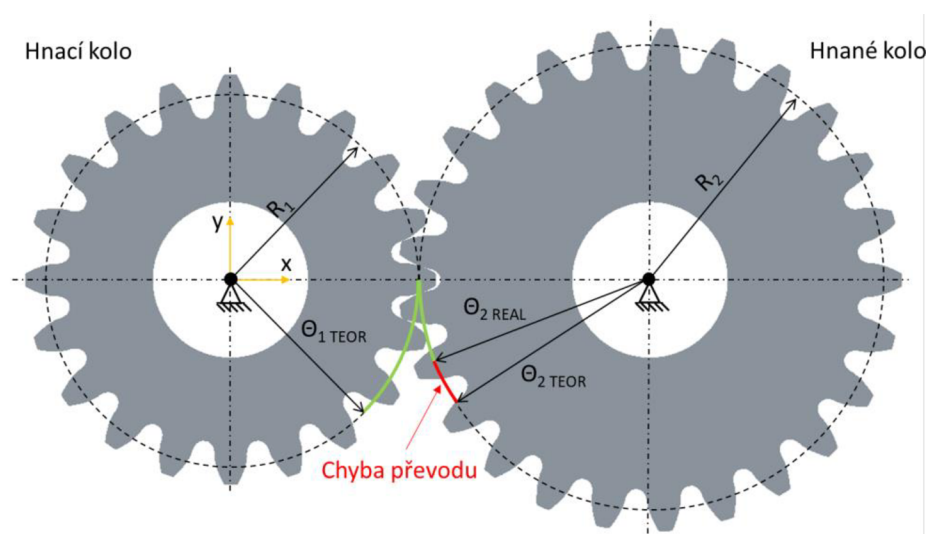
Převodovka je akusticky uzavřený systém, ze kterého se hluk šíří zejména vibracemi povrchu skříně. Je určena k mechanickému přenosu točivého momentu a je tvořena z mnoha dílčích částí. Obsahuje řadu komponent, které mohou být samy zdrojem hluku a vibrací nebo je mohou alespoň vybudit, případně je mohou přenášet a zesilovat. Převodovka je z podstatné části tvořena ozubenými koly, které bývají častou příčinou již zmíněných vibrací a hluku. Dále jimi mohou být pomocné prvky převodovky (synchronizační kroužky, přesuvné objímky, řadicí vidlice, řadicí kulisy nebo táhla apod.), dále hřídele, které vibrace a hluk neprodukuje, ale vlivem jejich průhybu a zkroucení pod zatížením mají na hluk podstatný vliv, a dále ložiska. Ložiska jsou také jedny z významných prvků v přenosové cestě vibrací, a současně jsou sama o sobě zdrojem hluku. Jednoduše řečeno vibrace vzniklé záběrem ozubených kol se dále přenáší přes hřídele, které dále zatěžují ložiska a ta rozkmitávají skříň převodovky, která je obvykle dobrým zářičem hluku prostřednictvím rozsáhlých skořepinových ploch. Vibroakustické projevy jsou silně závislé na otáčkách a zařazeném převodovém stupni. Vibrace od záběru ozubených kol přenášené na skříň převodovky jsou nejvýznamnějším zdrojem hluku, a proto bude tato kapitola dále věnována pouze této dílčí části převodovky. [24]

Vibrace vzniklé od záběru ozubených kol působením vnitřních a vnějších dynamických sil jsou prvotním zdrojem veškerého hluku převodovek. Z fyzikálního hlediska je příčinou vibrací dynamická síla, která může měnit svoji amplitudu, směr a působišť. U evolventního ozubení je nejvýznamnější příčinou vibrací proměnlivá tuhost záběru ozubení, která se periodicky mění s otáčením kol a také rázy vznikající při vstupu zatížených (deformovaných) zubů do záběru. Periodicky proměnlivá tuhost ozubení během záběru souvisí s přemísťováním bodu dotyku po výšce zubu a se skokovou změnou počtu zubů v záběru. Deformaci zubu se mění původní rozteč k dalšímu nezatíženému zubu, který vstupuje do záběru dříve a naráží na spoluzabírající zub. [24] Důsledky těchto odchylek od teoretických předpokladů stojí za vznikem chyby převodu.

Chyba převodu může být dále způsobena například nepřesnou výrobou ozubených kol nebo nepřesnou montáží do převodové skříně. Pokud mají pastorek i kolo ideální evolventní profily a nejsou zatíženy momentem, teoreticky by měly být provozovány s nulovou chybou převodu. Pokud však budou zatížena točivým momentem, proměnlivá tuhost ozubených kol se bude periodicky měnit v průběhu záběru (zuby se budou odchylovat), což bude způsobovat kolísání úhlového natočení ozubeného kola. Pár ozubených kol v záběru s dokonale tuhými a perfektně rozloženými evolventními zuby by teoreticky přenášel přesně stejnoměrné úhlové natočení obou kol. Geometrie ozubeného kola přímo ovlivňuje úhlovou polohu výstupního ozubeného kola pro danou polohu vstupního ozubeného kola, takže jakákoliv deformaci vyvolaná změna v bodě dotyku způsobuje chybu převodu. [6] [7]

Chybu převodu publikovali už v 50. letech minulého století autoři R. W. Gregory, S. L. Harris a R. G. Munro. Dalším publikačně známým autorem je D. R. Houser a v České republice se publikační činnosti týkající se chyby převodu věnuje J. Tůma. Dodnes je chybě převodu věnováno mnoho publikačních činností na vědecké úrovni a bylo na toto téma napsáno mnoho odborných článků [5] [13] [14] [19] [20] [21] [22] [23] a knih [17] [18].

Chyba převodu je definována dle [14] jako rozdíl mezi reálnou a teoretickou pozicí hnaného ozubeného kola. Chyba převodu je uváděna v úhlových jednotkách, jako rozdíl pootočení hnacího a hnaného kola vůči ose rotace nebo v jednotkách délkových, jako pohyb ve směru tečny dotykové kružnice. [9] [24]



Obr. 2.1 Chyba převodu

Chybu převodu lze analyticky vypočítat z následujícího vztahu: [6] [7] [14] [19]

$$TE(\omega) = \theta_1(\omega) - \frac{z_2}{z_1} \theta_2(\omega), \quad (22)$$

kde,  $\theta_1$  je úhel natočení pastorku v radiánech,  
 $\theta_2$  je úhel natočení kola v radiánech.

Pokud dosazujeme úhlové natočení pastorku a kola v radiánech získáme výslednou chybu převodu také v radiánech. Častěji však bývá chyba převodu vyjadřována lineárním posunutím na roztečné kružnici ozubeného kola, čímž získáme chybu převodu v mikrometrech.

$$TE = r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2 = \left( \theta_1 - \frac{z_2}{z_1} \theta_2 \right) r_1, \quad (23)$$

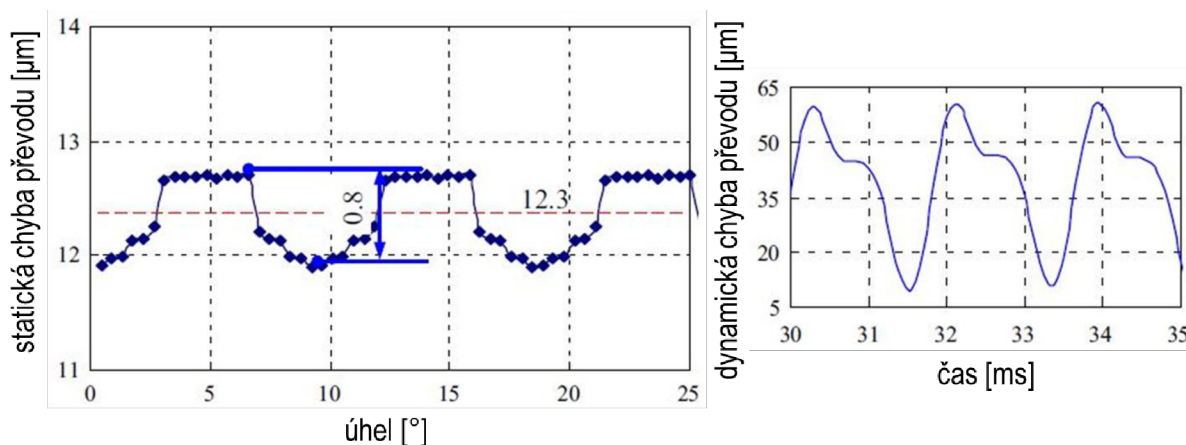
kde  $r_1$  je poloměr roztečné kružnice pastorku,  
 $r_2$  je poloměr roztečné kružnice ozubeného kola.

## 2.1 STATICKÁ A DYNAMICKÁ CHYBA PŘEVODU

Chybu převodu rozdělujeme na chybu statickou a chybu dynamickou.

Statická chyba převodu je způsobena statickými silami v záběru ozubení, které jsou vyvolány především střídáním počtu zubů v záběru a výrobními nepřesnostmi (chyba profilu zubu, chyba rozteče, opotřebení apod.). Statická chyba převodu je důsledkem zatížení, jehož přítomností se zuby v kontaktu elasticky deformují. Statická chyba převodu je měřena při co nejmenším zatížení a při dostatečně malé rychlosti, aby byly dynamické účinky zanedbatelné. Statická chyba zahrnuje tuhost všech součástí a při měření je nutné uvažovat kombinovanou tuhost všech součástí. [6] [9] [24]

Dynamická chyba převodu vzniká při zatížení za rotace, proto musíme brát v úvahu vliv hmotnosti ozubených kol a vliv setrvačnosti ozubených kol. Dynamické síly za rotace vznikají v důsledku deformace zubů nebo ohybu hřídelů spolu s vychýlením ozubených kol. [6] [7] [9] [24]



Obr. 2.2 Průběh statické chyby převodu (vlevo) a průběh dynamické chyby převodu (vpravo) [13]

Chyba převodu se vyhodnocuje metodou peak-to-peak, což je rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou chyby převodu viz Obr. 2.2 vlevo. Může být vyhodnocována i střední hodnotou, která je taktéž uvedena na Obr. 2.2 vlevo, ta však není pro vyhodnocování chyby převodu vhodná, protože je závislá na velikosti zatěžovacího momentu, kdežto u metody peak-to-peak jsou porovnávány vždy velmi podobné hodnoty.

Orientační hodnoty chyby převodu vycházející ze zdroje [6] uvádí, že velikost chyby převodu u čelního ozubení hodnotami peak-to-peak převyšující 10 μm je považováno za špatně konstruované. Pro velká pomaluběžná kola je typická hodnota peak-to-peak převyšující i 20 μm. Ozubená kola s vysokou přesností výroby, by měla vykazovat hodnotu peak-to-peak kolem 1 μm, to ovšem nebývá v praxi častokrát možné. Střední a malá průmyslová kola vykazují chybu o velikosti 3 až 4 μm v závislosti na jejich kvalitě.

## 2.2 ZDROJE HLUKU OZUBENÝCH KOL

Záběr ozubených kol je doprovázen dvěma typy hluku, tzv. kvílením (angl. Gear Whine) a řinčením (angl. Gear Rattle).

Řinčení je způsobené nárazem nezatížených ozubených kol v záběru. Řinčení můžeme sledovat například u automobilů vybavených spalovacím motorem s manuální převodovkou. Řinčení je nejvíce rozpoznatelné v režimu, kdy není v převodovce zařazen žádný z převodových stupňů (neutrál) a motor je ve volnoběžných otáčkách nebo je možné řinčení zpozorovat při náhlém odlehčení ozubených kol v záběru například při přejezdu horizontu. Vlivem nepravidelnosti chodu motoru, dochází k torzním vibracím, které jsou dále přenášeny na převodovku. Eliminace tohoto řinčení je do jisté míry možná zavedením dvoumotového setrvačníku. [8] [9]

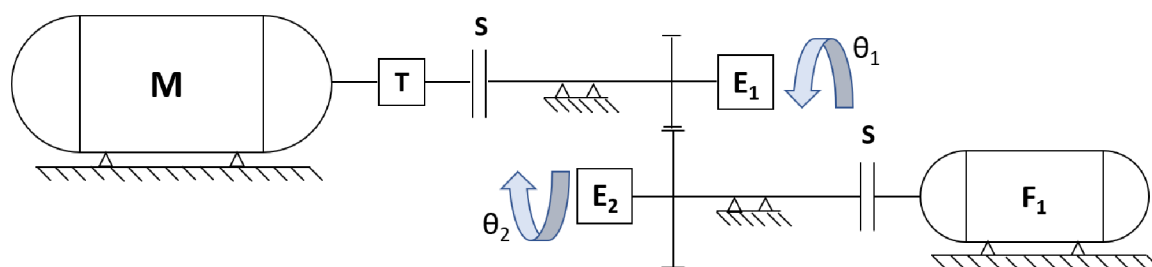
Kvílení je hluk způsobený vibracemi generovanými při záběru ozubených kol. Vibrace jsou generovány nedokonalostmi tvaru zubu, nepřesnostmi výroby, proměnlivým zatížením a teplotními změnami. Pokročilé programy pro návrh, simulaci a analýzu umožňují v dnešní době rychle a přesně identifikovat problémy, najít základní příčinu a navrhnout realistická řešení v rámci povolených návrhových omezení. S takovými nástroji mohou být návrhy optimalizovány, ještě před tím, než budou ozubená kola vyrobena. Pouze optimalizace nestačí a je zapotřebí ozubené soukolí vyrobit a otestovat na měřícím stavu (angl. Test Rig) pro ověření teoretických předpokladů užitých při návrhu. Tvarově dokonalá ozubená kola z absolutně tuhého materiálu by při přenosu točivého momentu nezpůsobovala žádný hluk. V praxi je výroba a montáž doprovázena tolerancemi, a komponenty se pod zatížením deformují. Nejvhodnější možností, jak snížit hladinu hluku je snižování hladiny hluku přímo na zdroji, tedy potlačením chyby převodu například výškovými modifikacemi tvaru zubů. [10]

## 2.3 MĚŘICÍ STAV

První měřicí stav pro měření chyby převodu byl vyvinut v 60. letech minulého století pro ověření analytických výpočtů. Nejdůležitější vlastností měřicího stavu pro měření chyby převodu je tuhost (torzní a ohybová tuhost hřídelů, tuhost ložisek a skříně převodovky). Pokud bude tuhost všech výše zmíněných částí výrazně vyšší než tuhost záběru ozubených kol, nebude výsledek měření ovlivněn deformacemi ostatních částí měřicího stavu. Pokud však mají ostatní části podobnou nebo nižší tuhost, než má záběr ozubených kol je výsledná chyba převodu výrazně ovlivněna a nelze ji považovat za správnou. Z tohoto důvodu je při konstrukci měřicích stavů kladen důraz na co nejvyšší celkovou tuhost zařízení.

Jedno z možných uspořádání měřicího stavu je schematicky uvedeno na Obr. 2.3. Tato koncepce se skládá z asynchronního motoru, vířivé brzdy a dvou optických enkodérů. Důležitou vlastností stavu je možnost měnit osovou vzdálenost ozubených kol. Hřídele, na kterých jsou uložena ozubená kola, jsou vertikálně přesazeny o nastavenou osovou vzdálenost. Zařízení pro měření momentální polohy natočení ozubeného kola se nazývá optický enkodér. Optickými enkodéry, aplikovanými na hřídele měřicího stavu, měříme úhly  $\theta_1$  a  $\theta_2$ , které potřebujeme znát do vztahu pro výpočet chyby převodu. [14]



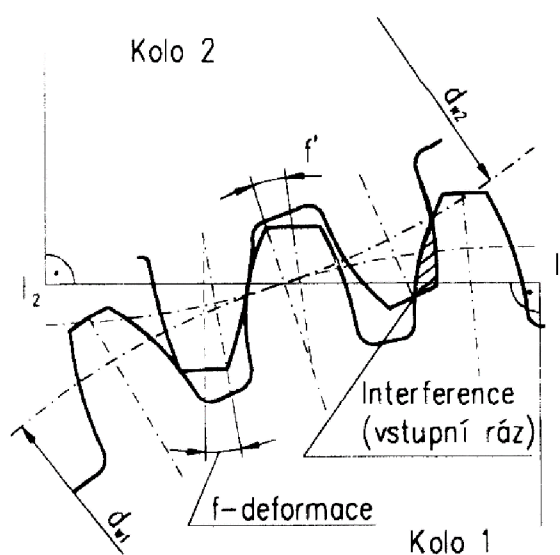


Obr. 2.3 Měřicí stav [14]

## 2.4 VÝŠKOVÁ MODIFIKACE ZUBU

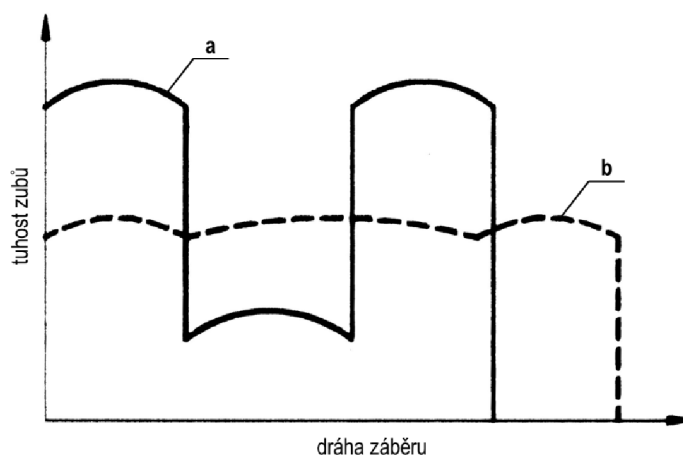
Abychom chybu převodu co nejvíce minimalizovali, je zapotřebí tvar zubu geometricky vhodně uzpůsobit už při návrhu ozubeného kola. S tímto krokem jednoznačně narůstá náročnost na přesnost výroby ozubení. Vhodnou úpravou snižující chybu převodu je výšková modifikace zubu, nazývána také modifikací evolventy nebo příčnou modifikací, což je úprava zubu v oblasti hlavy.

Hlavním důvodem výškové modifikace je velká tuhost zubu a změna tuhosti během záběru ozubených kol. V důsledku deformace  $f$  a  $f'$  způsobené záběrem zatížených ozubených kol dojde při vstupu nezatíženého zubu do záběru k interferenci, která způsobí vstupní ráz. Proto se doporučuje zejména u přímých zubů zúžit zub u hlavy a plynule odlehčit evolventu.



Obr. 2.4 Záběr zatížených ozubených kol [11]

Velikosti předepisované modifikace  $c_a$  závisí na přesnosti a tuhosti zubů a na zatížení. Čím je přesnost a tuhost zubů větší a zatížení menší, tím je vhodná modifikace menší. Velikost výškové modifikace závisí především na tuhosti zubů, která je závislá na geometrii ozubení, modulu, korekci a především délce trvání záběru. Na Obr. 2.5 jsou naznačeny průběhy tuhosti během dráhy záběru. Průběh  $a$  přísluší přímým zubům a poměr maximální a minimální tuhosti zubů je roven přibližně 2. Průběh  $b$  odpovídá tuhosti soukolí s celočíselným trváním záběru šikmých zubů a poměr maximální a minimální tuhosti se blíží 1. [11] Z průběhu grafu můžeme říci, že čím je tuhost záběru větší (v případě dvouřávého záběru) tím je chyba převodu menší a naopak.

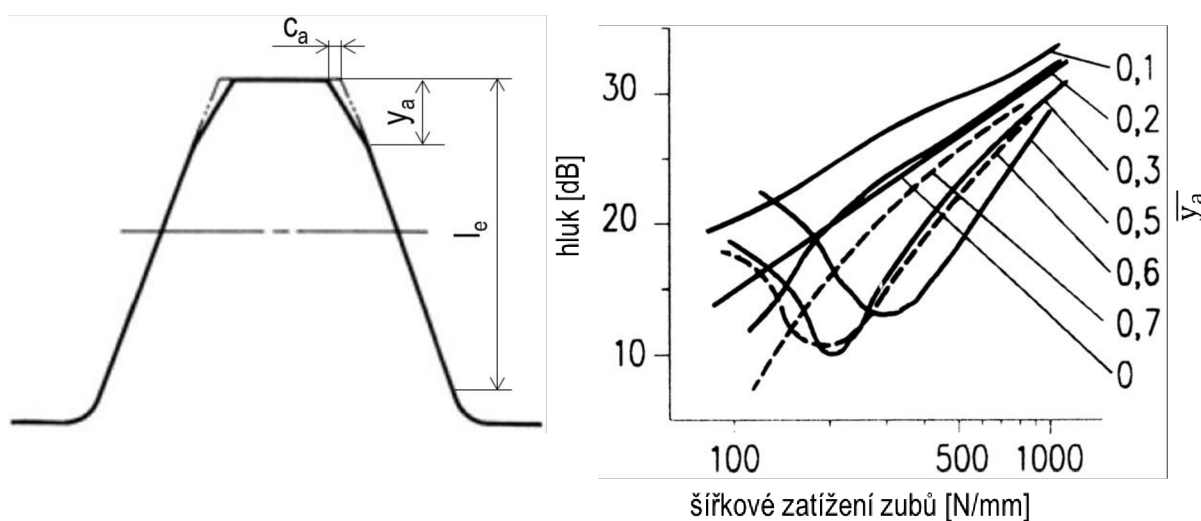


Obr. 2.5 Závislost tuhosti zubů na dráze záběru [11]

Vliv výškové modifikace zubu na buzení vibrací a hluku se dá schematicky vyjádřit průběhem dle Obr. 2.6 vpravo, z něhož plyne, že modifikované soukolí může být pro málo zatížené soukolí z hlediska buzení vibrací a hluku horší než soukolí bez modifikace. Pro správnou funkci výškové modifikace je důležitá také délka modifikace, která je na Obr. 2.6 vlevo označena hodnotou  $y_a$ . Délku modifikace  $y_a$  vyjádříme z rovnice číslo (24) poměrnou hodnotou  $\bar{y}_a$ . Z Obr. 2.6 vpravo je patrné, že příliš krátká modifikace ( $\bar{y}_a = 0,1$ ) může být horší než nemodifikované soukolí. Nemalý vliv na velikost a tvar modifikace má také způsob a dosažená přesnost výroby. Z výše zmíněných informací plyne, že uvést jednoznačné doporučení pro velikost a tvar výškové modifikace je velmi obtížné. Velikost modifikace  $c_a$  lze navrhnout podle údajů uvedených v literatuře [11].

$$\bar{y}_a = \frac{y_a}{l_e}, \tag{24}$$

kde,  $l_e$  je délka evolventy.



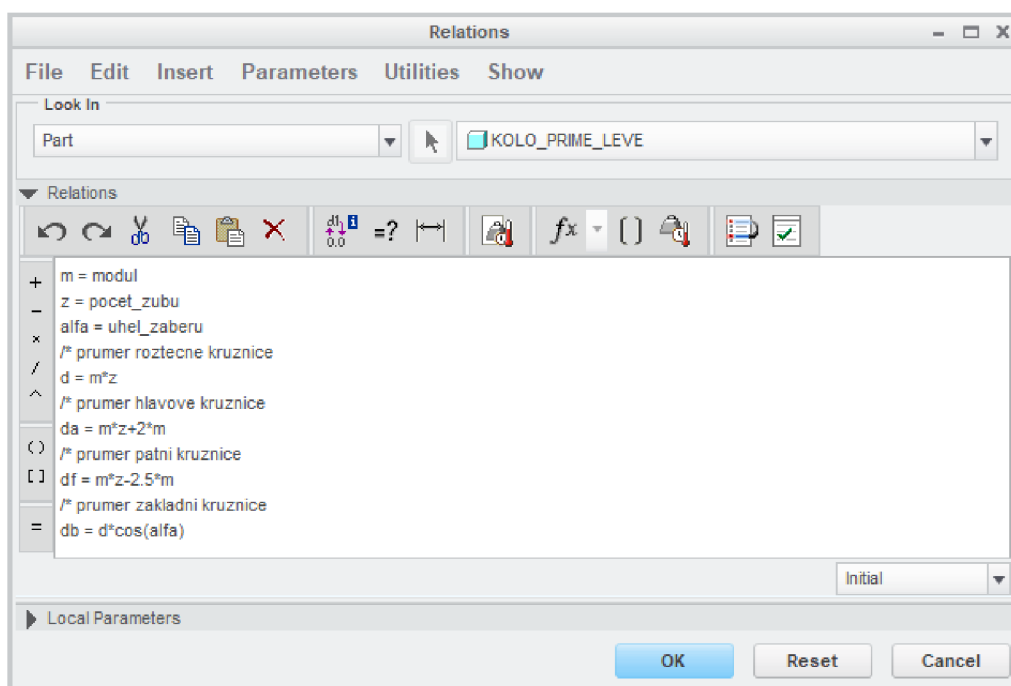
Obr. 2.6 Výšková modifikace zubu (vlevo) [12] a vliv výškové modifikace zubu na buzení vibrací a hluku (vpravo) [11]

### 3 TVORBA PARAMETRICKÉHO MODELU

Vzhledem k úpravám ozubení, které byly později nutné k eliminaci chyby převodu, byl vytvořen plně parametrický model čelných ozubených kol s přímým ozubením, v CAD programu *Creo Parametric*. Parametrický model znamená, že se změnou vstupních parametrů program během okamžiku vygeneruje ozubená kola nových rozměrů. V případě ozubení jsou vstupními parametry modul, počet zubů a úhel záběru.

#### 3.1 MODELOVÁNÍ TĚLA OZUBENÉHO KOLA

V prvním kroku byly nakresleny čtyři základní kružnice ozubeného kola (kružnice patní, základní, roztečná a hlavová). Aby se tyto kružnice mohly měnit dle zadaných parametrů bylo zapotřebí ke každé kótě kružnice přiřadit odpovídající rovnici. K této funkci slouží relace. V relacích byly nejprve definovány výše zmíněné vstupní parametry a následně byly definovány základní rovnice kružnic, které jsou uvedeny v řešeršní části pod čísly (2), (9), (10) a (11).

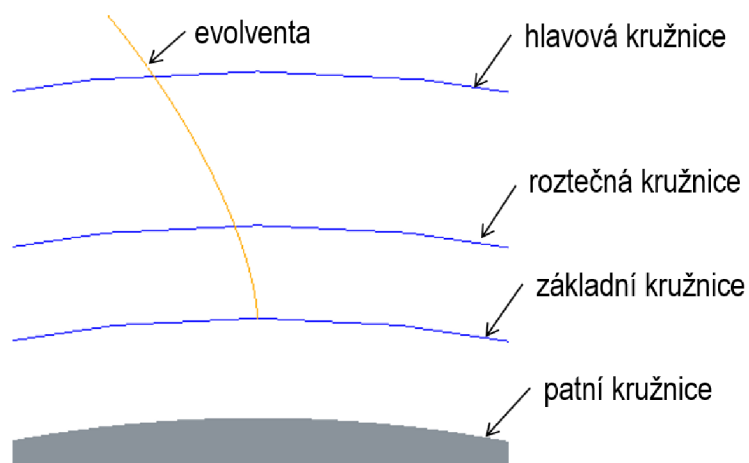


Obr. 3.1 Definování vstupních parametrů a rovnic

Dále bylo potřebné se rozhodnout jakou zvolit metodu výroby ozubeného kola. Zda zvolit metodu výroby přidáváním nebo odebráním materiálu, tedy zda vysunout patní nebo hlavovou kružnici. Metoda přidávání nebo odebrání materiálu spočívá v tom, zda bude na tělo ozubeného kola přidáván celý ozubený věnec nebo zda budou z těla ozubeného kola odebrány zubové mezery. Nakonec byla zvolena metoda přidávání materiálu, protože byl tento postup vhodnější pro následující kroky v tom, že umožnil vytvořit zuby jen po určitém obvodu těla ozubeného kola, což bylo dále využito ke zmenšení počtu elementů konečnoprvkové sítě při MKP analýze.

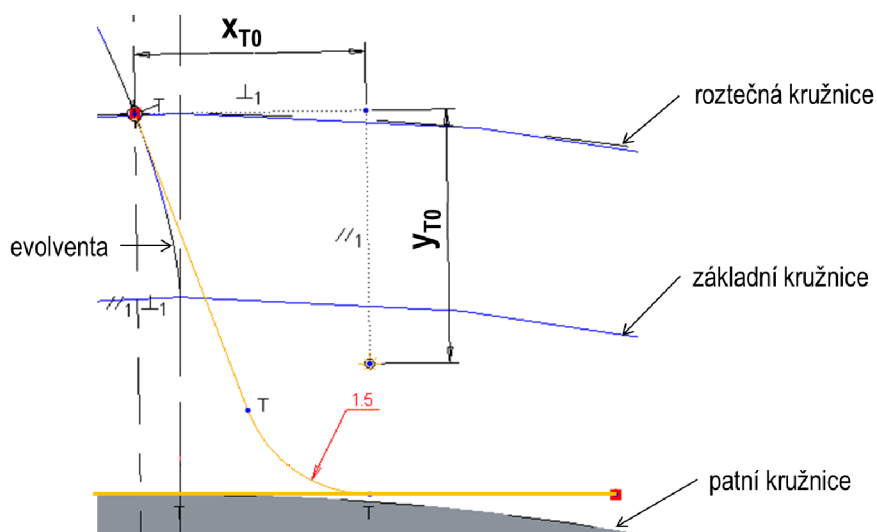
### 3.2 MODELOVÁNÍ TVARU ZUBU

Nejdůležitějším krokem bylo sestrojení křivek, evolventy a trochoidy, které tvoří bok zubu. První byla sestrojena evolventa pomocí křivky řízené rovnicemi. Rovnice, kterými se zápis řídil jsou uvedeny v rešeršní části pod čísly (15), (16) a (17). Zápis rovnic odpovídal zápisu souřadnic v cylindrickém souřadném systému. Rovnice jsou vztažené k cylindrickému souřadnému systému umístěnému ve středu kola. Počátek evolventy byl definován základní kružnicí a dále byla pomocí časového kroku určena délka evolventy.



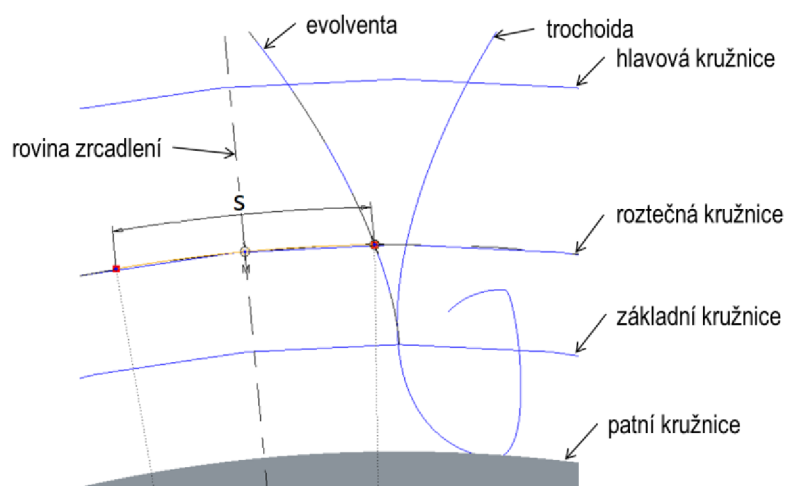
Obr. 3.2 Vykreslení evolventy pomocí křivky řízené rovnicemi

Trochoida byla sestrojena obdobným postupem. Opět bylo využito křivky řízené rovnicemi, tentokrát však se zápisem rovnic v kartézském souřadném systému. Nejdříve bylo nutné vykreslit část výrobního nástroje (viz. Obr. 3.3), z kterého byly potřebné hodnoty souřadnic  $x_{T0}$  a  $y_{T0}$ , které jsou dále dosazeny do rovnic, které jsou uvedeny v rešeršní části pod čísly (18), (19) a (20). Počátek souřadného systému trochoidy se nachází v průsečíku roztečné kružnice a evolventy. Tvar nástroje byl určen tečnou na evolventu a tečnou na patní kružnici, které jsou v jejich průsečíku spojeny rádiusem o velikosti 1,5 mm. Střed rádiusu určuje velikost již zmíněných souřadnic  $x_{T0}$  a  $y_{T0}$ .



Obr. 3.3 Náčrt výrobního nástroje

Tloušťka zubu byla také měněna se změnou vstupních parametrů, proto je opětovně řízená pomocí relace rovnice uvedené v rešeršní části pod číslem (4). Tloušťku zubu reprezentuje oblouk opisující roztečnou kružnici. V polovině tohoto oblouku je rovina zubu, podle které byl zub zrcadlený.



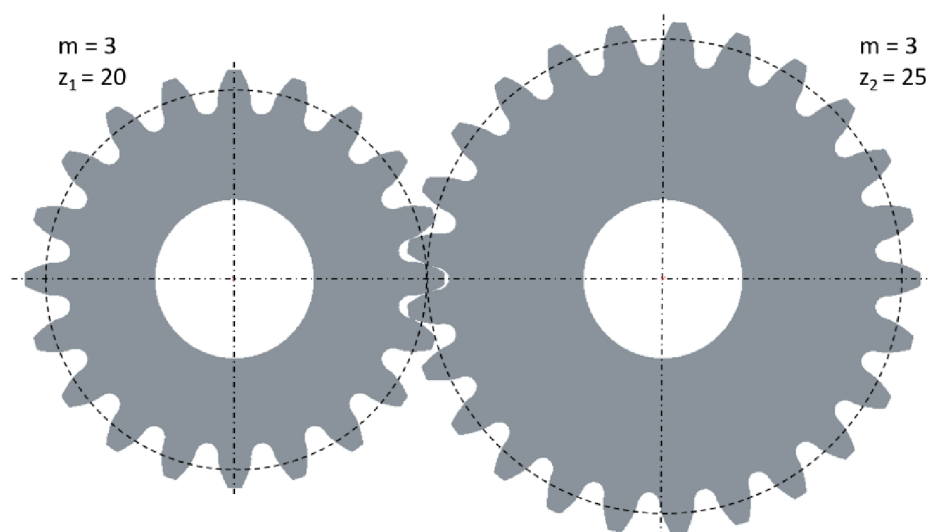
Obr. 3.4 Finální tvar boku zubu a oblouk opisující roztečnou kružnici

Celý profil zubu byl následně vysunut stejnou tloušťkou materiálu jako tělo ozubeného kola. Ostré hrany vzniklé průnikem evolventy a hlavové kružnice byly zaobleny rádiusem. Tvar zubu byl následně zkopírovaný po požadovaném obvodu těla ozubeného kola pomocí funkce *Pattern*.

### 3.3 SESTAVA

Sestavu tvoří dvě plně parametrická ozubená kola, která se od sebe mohou lišit pouze počtem zubů. Vzhledem k parametrizaci ozubených kol bylo možné se změnou vstupních parametrů (modulu, počtu zubů a úhlu záběru) během chvíle vygenerovat v programu *Creo Parametric* nová ozubená kola. Díky tomu, že byl model ozubených kol takto parametrizovaný, bude možné ho do budoucna využít pro jakékoliv rozměry čelních ozubených kol s přímými zuby a taktéž bude vhodné ho využívat pro časté úpravy, například počtu zubů pro zjednodušení počtu elementů MKP sítě, které byly především využity v následující kapitole.

V sestavě jsou ozubená kola od sebe vzdálená o osovou vzdálenost, která se také musela měnit se změnou vstupních parametrů, protože se měnil průměr roztečných kružnic, proto bylo opět využito relace rovnice, kterou najdeme v rešeršní části pod číslem (13). Vhodnou výchozí polohu pro průchod zvoleného zubu celým záběrem zajišťovala tangenciální vazba na bocích zubů.



Obr. 3.5 Finální model ozubených kol

Tab. 3.1 Základní rozměry ozubených kol

| Název                           | Jednotka | Pastorek | Ozubené kolo |
|---------------------------------|----------|----------|--------------|
| <b>Modul</b>                    | [mm]     | 3        | 3            |
| <b>Počet zubů</b>               | [-]      | 20       | 25           |
| <b>Úhel záběru</b>              | [°]      | 20       | 20           |
| <b>Průměr roztečné kružnice</b> | [mm]     | 60       | 75           |
| <b>Průměr hlavové kružnice</b>  | [mm]     | 66       | 81           |
| <b>Průměr patní kružnice</b>    | [mm]     | 52.5     | 67.5         |
| <b>Průměr základní kružnice</b> | [mm]     | 56.382   | 70.477       |
| <b>Rozteč</b>                   | [mm]     |          | 9.425        |
| <b>Tloušťka zubu</b>            | [mm]     |          | 4.712        |
| <b>Osová vzdálenost</b>         | [mm]     |          | 67.5         |
| <b>Převodový poměr</b>          | [-]      |          | 1.25         |

## 4 NASTAVENÍ VÝPOČTOVÉ ČÁSTI

Deformačně napěťové analýzy byly provedeny pomocí programu *Ansys Workbench*. Před samotným nastavením výpočtové části bylo využito možnosti propojení obou využitých programů, tj. CAD modeláře *Creo Parametric* s MKP programem *Ansys Workbench*. Propojení bylo výhodné z důvodu častých změn geometrie sestavy, zejména při změně počtu zubů ozubených kol pro zmenšení počtu elementů sítě MKP analýzy.

### 4.1 ÚPRAVA GEOMETRIE MODELU

K vhodnému naladění deformačně napěťových analýz měl posloužit 2D model ozubených kol. Prvotním plánem bylo vymodelovat 3D sestavu, která bude následně převedena na 2D sestavu pomocí *Design Modeleru*, který poskytoval program *Ansys Workbench*. Po převedení však došlo ke ztrátě propojení mezi oběma programy a následné úpravy geometrie provedené v programu *Creo Parametric* nebyly nepřeneseny na geometrii používanou v programu *Ansys Workbench*. Další možností, jak vytvořit 2D sestavu, bylo pomocí CAD programu *Creo Parametric*. Nejvhodnějším způsobem se jevílo využít funkci *Publish Geometry*, která umožnila vybrat pouze čelní plochy kol a uložit je jako samostatnou sestavu. Tato sestava zůstala nadále propojena s původním 3D modelem a veškeré úpravy na něm provedené se projevíly i v sestavě vytvořené pomocí funkce *Publish Geometry*. Po importu geometrie do programu *Ansys Workbench* se vyskytl další problém v tom, že *Ansys* respektoval pouze vnější obrys ozubených kol. Nebylo tedy možné aplikovat vazby a zatížení na plochy děr pro hřídele. Tyto problémy vyřešila možnost využít 3D model o jednotkové tloušťce, tedy model o tloušťce 1 mm. Tento způsob řešení přinesl stejné výsledky jako v případě využití 2D modelu, jen s tím rozdílem, že 3D model byl diskretizován větším počtem elementů sítě a tím pádem byl výpočet náročnější na výpočetní kapacitu.

### 4.2 MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY MODELU

V prostředí projektu byla pro ozubená kola využita ocel s materiálovými vlastnostmi uvedenými v Tab. 4.1.

Tab. 4.1 Materiálové vlastnosti oceli

| Název                    | Jednotka              | Hodnota           |
|--------------------------|-----------------------|-------------------|
| Hustota                  | [kg·m <sup>-3</sup> ] | 7850              |
| Poissonovo číslo         | [-]                   | 0.3               |
| Youngův modul pružnosti  | [MPa]                 | 2·10 <sup>5</sup> |
| Mez kluzu v tahu a tlaku | [MPa]                 | 250               |

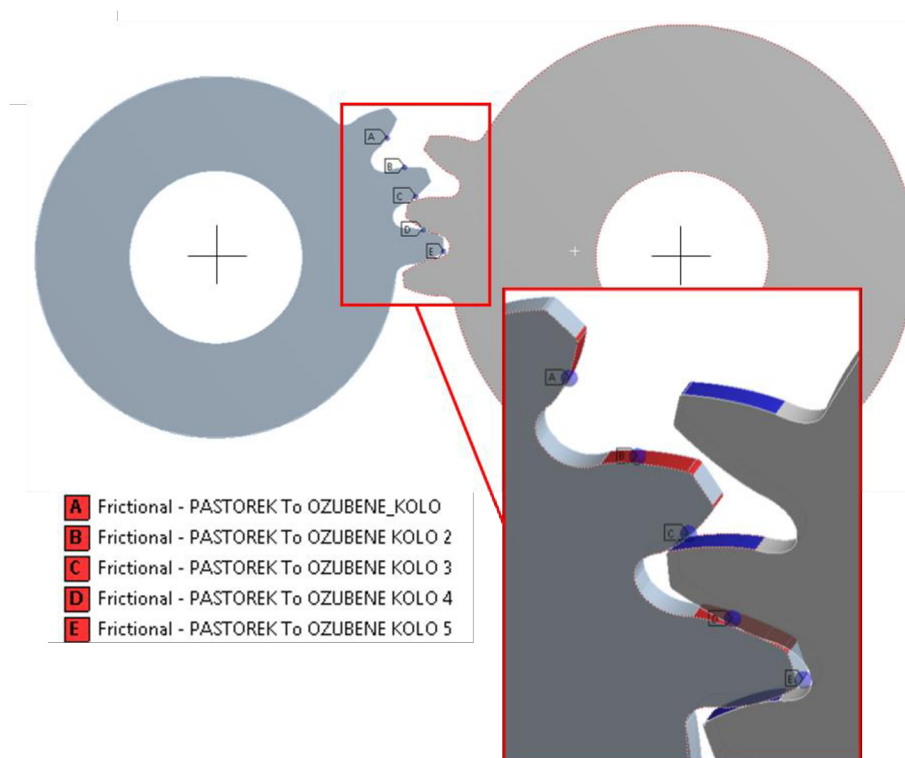
### 4.3 NASTAVENÍ KONTAKTŮ

Výhoda propojení obou využitých programů spočívala v tom, že jednotlivé plochy kol, které byly vybírány do jednotlivých kontaktů nebo do konečnoprvkové sítě nebo plochy určené k aplikování okrajových podmínek byly vybrány pouze při prvotním nastavení deformačně napěťové analýzy a následně s novými úpravami geometrie ozubených kol, byly plochy nadále automaticky přiřazovány nově nahranému modelu.

V sestavě se nacházelo několik vzájemných kontaktů mezi zuby pastorku a zuby ozubeného kola. Záběr ozubených kol tvořil kontaktní úlohu, proto byl kladem důraz na důkladné nastavení všech použitých kontaktů. Jelikož nebyla uvažována proměnlivost chování záběru ozubených kol, bylo možné ozubená kola zjednodušit tím, že byl omezen počet zubů na každém ozubeném kole na nezbytně nutný počet pro simulaci průchodu jednoho páru zubů záběrem. Z toho důvodu byl zvolen nezbytně nutný počet zubů na počet třech zubů na pastorku i ozubeném kole a výchozí poloha ozubených kol byla vždy nastavena tak, aby se prostřední zub na pastorku nacházel těsně před okamžikem vstupu do záběru. Tento počet zubů byl zvolen pro zachování dostatečné tuhosti ozubeného věnce. Omezení počtu zubů bylo přínosem ke zmenšení počtu elementů konečnoprvkové sítě a dále díky tomuto zjednodušení stačilo definovat na kontaktní plochy pouze pět kontaktních dvojic o stejném nastavení.

Jednotlivé kontaktní plochy se skládaly z evolventy a rádiusu, který vytvářel přechod mezi evolventní a hlavovou plochou. Pastorek tvořil *Contact Body* a ozubené kolo tvořilo cílové těleso *Target Body*. Typ zvoleného kontaktu byl *Frictional* s hodnotou třecího součinitele 0,1, protože se jednalo o kontakt dvou ocelových ploch. [15] Funkce *Trim Contact* urychlovala dobu řešení snížením počtu elementů sítě. Tato funkce byla nastavena na *Program Controlled*, který ji automaticky považoval za zapnutou. Výpočet byl počítán pomocí kontaktního algoritmu *Augmented Lagrange*. Funkce *Detection Method* ovlivňovala konvergenci úlohy, a proto bylo využito detekce v Gaussových bodech. Funkcí *Interface Treatment* je možno ošetřit kontaktní rozhraní kontaktních ploch, proto bylo využito nastavení *Add Offset, No Ramping*. Funkce *Normal Stiffness* byla nastavena manuálně, v povoleném rozsahu hodnot od 0,01 do 10. Čím byla hodnota této funkce menší umožňovala snadnější konvergenci úlohy, ale s větší penetrací. Z tohoto důvodu byla zvolena hodnota této funkce 0,1. Funkce *Update Stiffness* umožňovala měnit tuhost kontaktu během řešení na základě fyzikálních vlastností modelu. Výhoda nastavení této funkce spočívala v tom, že automaticky určovala tuhost, která umožňovala konvergenci i minimální penetraci, proto byla vybrána pro každou iteraci. *Pinball Region* umožňoval určit vzdálenosti kontaktních ploch. Toto nastavení je užitečné v případech, kdy jsou na počátku kontaktu tělesa od sebe vzdálená natolik, že program ve výchozím nastavení nezjistí, že byly plochy v kontaktu. Velikost oblasti, kde byl hledán targetový element byla 0,4 mm. [16]





Obr. 4.1 Nastavení jednotlivých kontaktů

Nástroj *Contact Tool* umožnil zjistit stav kontaktů ve výchozí poloze sestavy. Na Obr. 4.2 je uvedená tabulka počátečního stavu kontaktů před spuštěním simulace. Výchozí pozice ozubených kol byla nastavena tak, aby jedna dvojice zubů byla v kontaktu a nebyla tedy mezi kontaktními plochami žádná mezera (kontakt D). Pro takovýto kontakt je v nástroji *Contact Tool* vyhodnocen *Status Closed*.

| Name                                    | Contact Side | Type       | Status    | Number Contacting | Penetration (mm) | Gap (mm)    | Geometric Penetration (mm) | Geometric Gap (mm) | Resulting Pinball (mm) | Real Constant |
|---|--------------|------------|-----------|-------------------|------------------|-------------|----------------------------|--------------------|------------------------|---------------|
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO   | Contact      | Frictional | Far Open  | 0,                | 0,               | 0,          | 0,                         | 0,                 | 0,4                    | 5,            |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO   | Target       | Frictional | Far Open  | 0,                | 0,               | 0,          | 0,                         | 0,                 | 0,4                    | 6,            |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 2 | Contact      | Frictional | Far Open  | 0,                | 0,               | 0,          | 0,                         | 0,                 | 0,4                    | 7,            |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 2 | Target       | Frictional | Far Open  | 0,                | 0,               | 0,          | 0,                         | 0,                 | 0,                     | 8,            |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 3 | Contact      | Frictional | Near Open | 0,                | 0,               | 9,0456e-002 | 0,                         | 9,0456e-002        | 0,4                    | 9,            |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 3 | Target       | Frictional | Near Open | 0,                | 0,               | 9,0265e-002 | 0,                         | 9,0265e-002        | 0,4                    | 10,           |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 4 | Contact      | Frictional | Closed    | 6,                | 6,8724e-005      | 0,          | 0,                         | 0,                 | 0,4                    | 11,           |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 4 | Target       | Frictional | Closed    | 12,               | 9,1411e-005      | 0,          | 0,                         | 0,                 | 0,4                    | 12,           |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 5 | Contact      | Frictional | Near Open | 0,                | 0,               | 1,7362e-004 | 0,                         | 1,7362e-004        | 0,4                    | 13,           |
| Frictional - PASTOREK To OZUBENE KOLO 5 | Target       | Frictional | Near Open | 0,                | 0,               | 1,5184e-004 | 0,                         | 1,5184e-004        | 0,4                    | 14,           |

Obr. 4.2 Vyhodnocení počátečního stavu kontaktů pomocí nástroje *Contact Tool*

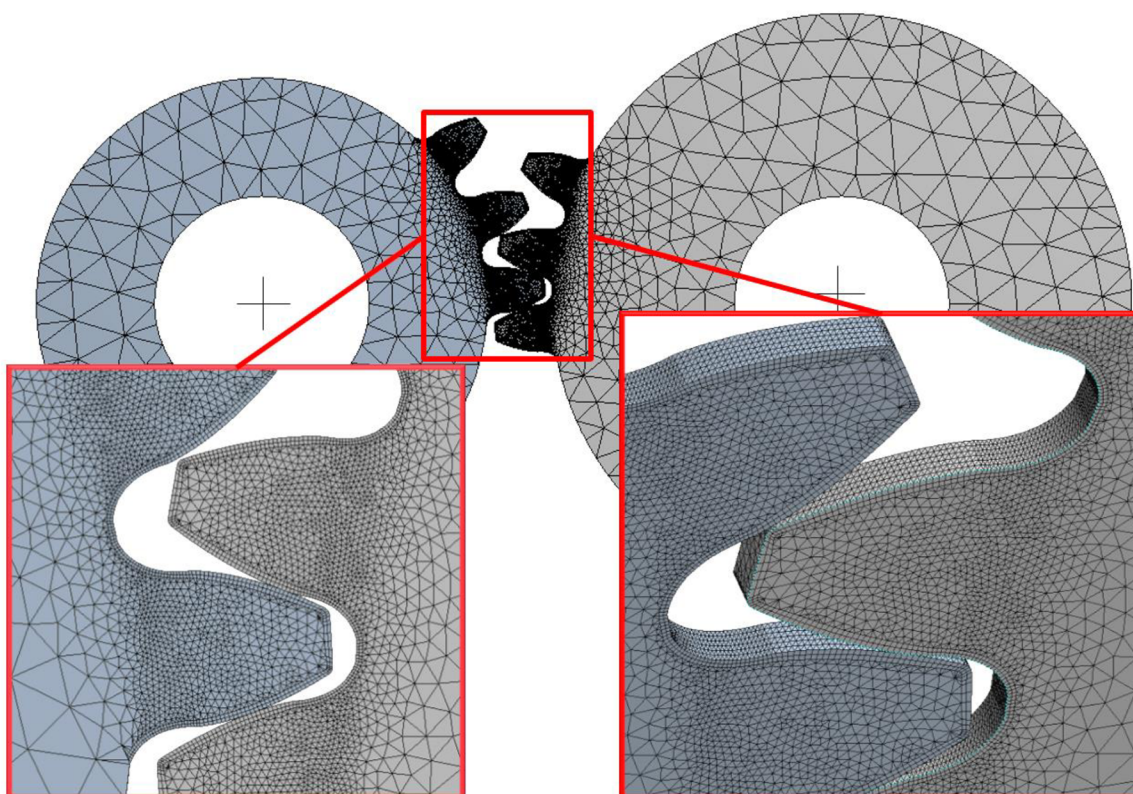
#### 4.4 NASTAVENÍ KONEČNOPRVKOVÉ SÍTĚ

Správné nastavení velikosti elementů sítě bylo nejdůležitější v místech kontaktů evolvent a v přechodové oblasti mezi základní a patní kružnicí. Jemné síťování bylo na evolventách, z toho důvodu, že zde docházelo ke kontaktu boků zubů. V přechodové oblasti bylo jemné síťování kvůli ohybu zubů, který byl způsoben zatížením. Ozubená kola byla vysíťována elementy ve tvaru tetraedrů neboli čtyřstěnů.

Díky tomu, že bylo možné využít pouze omezeného počtu zubů, v tomto případě, tři zuby na každém ozubeném kole, bylo všech šest zubů vysíťováno stejnou velikostí

elementů. Nejdříve bylo na všechny zuby aplikováno několik funkcí *Face Sizing*, které upravují velikost elementů sítě na vybraných plochách. Dále byla dvakrát aplikována funkce *Inflation* na obvody zubů pastorku a ozubeného kola, která je vhodná pro analýzu míst s vysokou koncentrací napětí. Tato funkce umožňuje zvolit počet vrstev sítě prorůstajících do objemu ozubených kol. Zvoleny byly dvě vrstvy s výškou první vrstvy 0,2 mm a postupným narůstáním velikostí elementů do středu modelu. Dále byla na stejné plochy ozubení aplikována mapovaná síť, která lépe aproximuje tvar tělesa, což je v případě kontaktu velmi důležité.

Dále byla upravena jemnost konečnoprvkové sítě funkcí *Relevance*, která zajišťuje jemnější elementy sítě pro celý model, avšak na této funkci přímo závisí výpočetní čas, který se prodlužuje s rostoucím počtem prvků. Další funkce, které napomáhají lepšímu přechodu mezi prvky sítě byly nastavené na nejpřesnější hodnoty.



Obr. 4.3 Detailní pohled na konečnoprvkovou síť

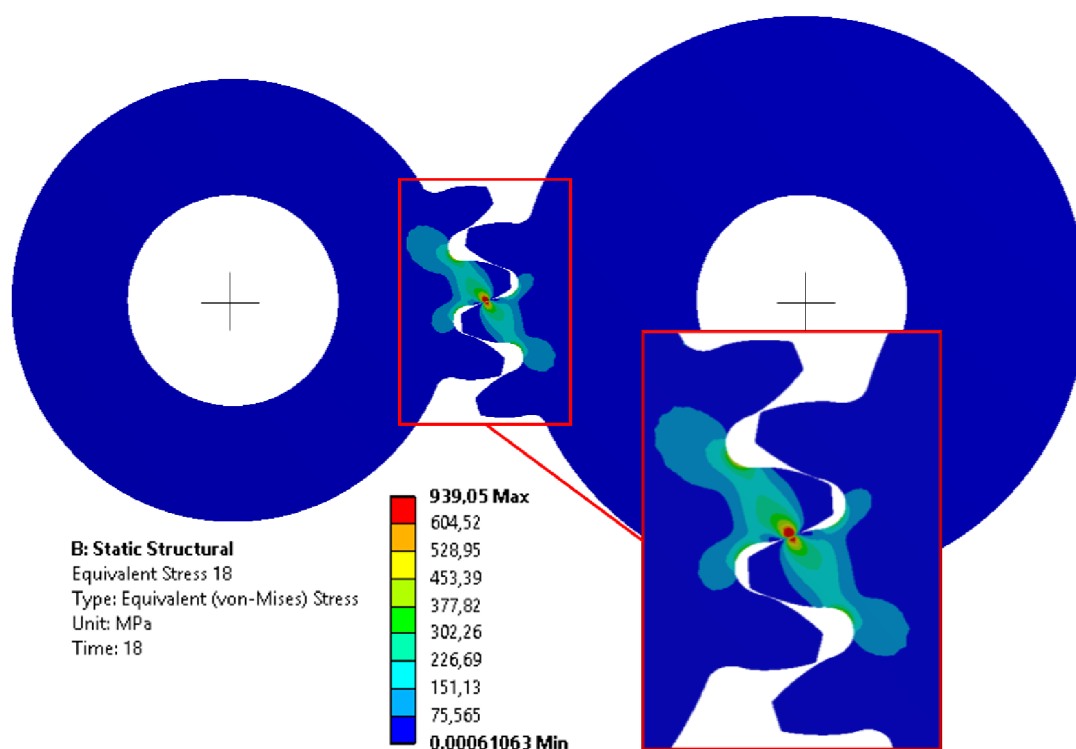
#### 4.4.1 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA HUSTOTY SÍTĚ

Na velikosti jednotlivých elementů konečnoprvkové sítě závisela především přesnost výsledků simulace a dále také výpočetní náročnost simulace. Z hlediska diskretizace byla zvolena taková velikost elementů sítě, díky kterým byly získány dostatečně přesné výsledky v poměru k výpočtové náročnosti simulace. Z tohoto důvodu byl brán ohled především na velikost elementů sítě na evolventních plochách a na přechodových plochách z důvodu, který byl vysvětlen výše.

V citlivostní analýze byla provedena kombinace velikostí prvků na evolventě a trochoidě a byla sledována velikost redukovaného napětí v čase 18 sekund, tj. čas, kdy byl v záběru pouze jeden pár zubů, a dále byla porovnávala délku výpočtového času viz Tab. 4.2.

Tab. 4.2 Citlivostní analýza sítě dle velikosti redukovaného napětí a výpočtového času

| Velikost elementu evolventa / trochoida | Počet uzlů | Počet elementů | $\sigma_{HMH}$ [MPa] | Výpočtový čas [hod] |
|---|------------|----------------|----------------------|---------------------|
| 0.1 / 0.1                               | 254 483    | 130 631        | 973.46               | 19.5                |
| 0.1 / 0.2                               | 178 048    | 88 604         | 988.97               | 12                  |
| 0.2 / 0.1                               | 160 381    | 80 521         | 979.65               | 11                  |
| 0.15 / 0.1                              | 192 716    | 97 934         | 939.05               | 12.5                |



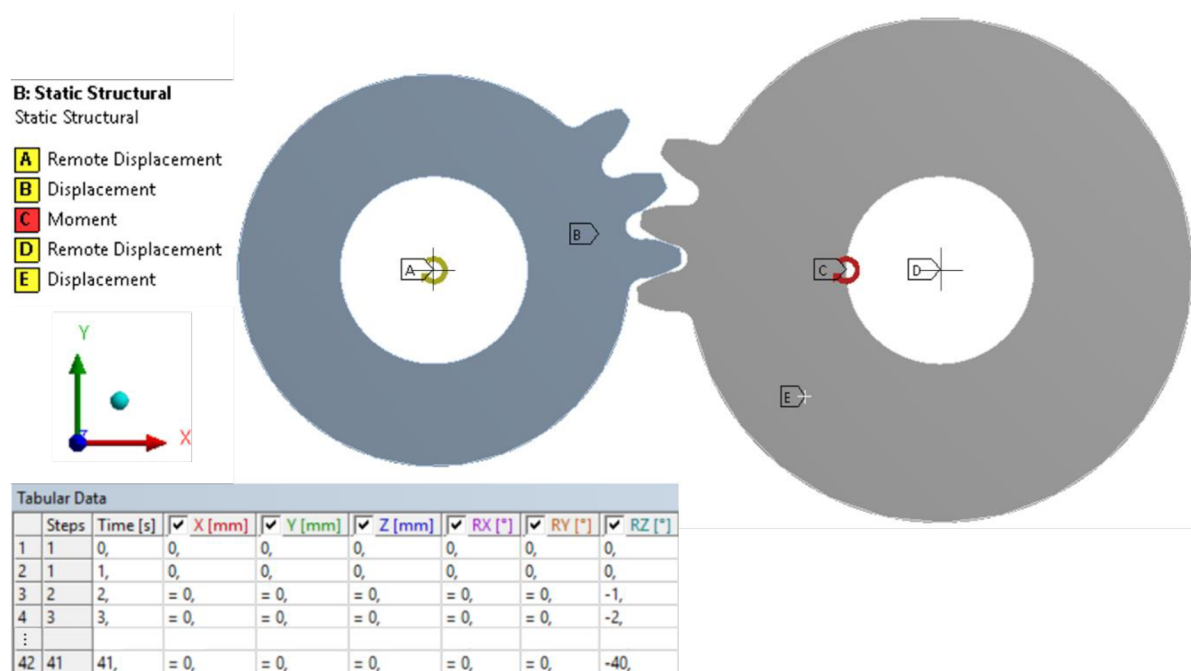
Obr. 4.4 Redukované napětí v čase 18 sekund

Z Tab. 4.2 bylo patrné, že vliv velikosti elementů na přechodové křivce byl podstatný, protože se zvýšením velikosti elementů na trochoidě vzrostlo redukované napětí o 16 MPa, proto zůstala na trochoidě zachována velikost elementů 0,1 mm. Změnou velikosti elementů na evolventě o 0,1 mm, vzrostlo redukované napětí o 7 MPa, kdežto délka výpočetního času klesla o osm hodin. Z tohoto důvodu byla zvolena velikost elementů evolventy mezi těmito hodnotami, a to na hodnotu 0,15 mm. Délka výpočtového času, která se pohybovala v rozmezí od 11 do 20 hodin, byla velmi důležitá s přihlédnutím na množství analýz, které budou provedeny. S přihlédnutím na délku výpočtového času a hodnotu redukovaného napětí bylo dále počítáno s velikostí elementů evolventy 0,15 mm a velikostí elementů trochoidy 0,1 mm.

V případě rotace tělesa, nemohl být brán v úvahu vliv deformace, protože *Ansys* jako deformaci uvažuje jakoukoliv odchylku od výchozí polohy, a tudíž není deformace vypovídající o ohybu zubů. Z tohoto důvodu nebyla dále vyhodnocována.

### 4.5 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Dalším neméně důležitým úkolem bylo aplikování okrajových podmínek na ozubená kola. Na středy ozubených kol byly aplikovány vazby *Remote Displacement*, které umožňují otočení ozubených kol okolo středu děr určených pro hřídele v ose *z*. *Remote Displacement* umístěný ve středu pastorku byl nastaven tak, aby se ozubené kolo otočilo o 1° za 1 sekundu a celkem se otočilo o 40°, což je úhel dostatečný pro to, aby prostřední zub pastorku prošel celým záběrem. Tento *Remote Displacement* byl účelně zdržen o 1 sekundu oproti působení momentu. Ozubené kolo bylo zatěžováno momentem různých velikostí, proti směru hodinových ručiček, aby byla získána potřebná deformace zubů v rovině *xy*. Aby bylo zabráněno deformacím v *x* a *y* směru byly aplikovány na čelní plochy ozubených kol vazby *Displacement*.



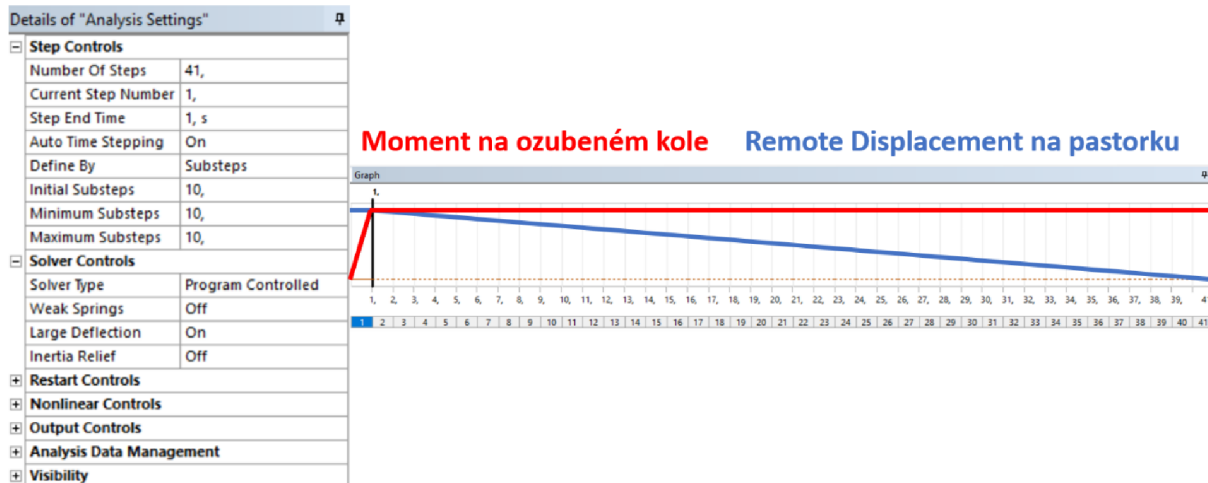
Obr. 4.5 Okrajové podmínky

### 4.6 NASTAVENÍ ANALÝZY

Pomocí funkce *Analysis Settings*, byl nastaven počet jednotlivých kroků simulace a dále počet jejich podkroků. Pomocí této funkce bylo řízeno otáčení pastorku kolem středu ve vazbě *Remote Displacement*. Na otočení pastorku o 40° byla zvolena délka výpočtového času 41 sekund, protože během první sekundy moment předepnul ozubená kola a až po tomto čase se ozubená kola začala otáčet kolem středů. Nastavení délky simulace, počtu podkroků a průběh natočení pastorku a zatěžovacího momentu na ozubením kole je uvedeno na Obr. 4.6.

Pro většinu simulací byl nastaven počet jednotlivých podkroků každého kroku pevně na hodnotu 10. V případě délky výpočtového času 41 sekund tedy bylo získáno celkem

410 podkroků simulace. Počet podkroků je důležitý pro celkovou konvergenci analýzy. Důležité dále bylo nastavit v podrobném nastavení *Analysis Setting* v oblasti *Solver Controls* možnost *Weak Springs* na *Off* a *Large Deflection* na *On*.



Obr. 4.6 Nastavení *Analysis Settings* (vlevo) a průběh momentu na ozubeném kole a průběh otočení pastorku (vpravo)

## 4.7 MĚŘENÍ ÚHLU NATOČENÍ OZUBENÝCH KOL

Program *Ansys Workbench* neposkytoval vhodnou metodu, jak správně měřit úhly natočení, tak jak bylo potřebné do vztahu uvedeného v řešeršní části pod číslem (23). Proto bylo dále využito možnosti zjistit natočení ozubených kol v programu *Ansys Mechanical APDL*. V tomto programu nebylo sice možné měřit úhel přímo, ale bylo možné změřit posuv dvou protilehlých uzlů na obvodech děr pro hřídele ve směru *y*.

Do obou středů ozubených kol byly umístěny cylindrické souřadné systémy a byly definovány dvě matice o velikostech 410 řádků a 2 sloupců a dále byly vyhledány čísla těchto uzlů. Měření otočení vybraných uzlů bylo zavoláno pomocí makra, v kterém byl vypsaný cyklus pro měření posunutí vybraných uzlů v jednotlivých podkrocích. Následně byla získaná data zpracována v programu MS Excel.

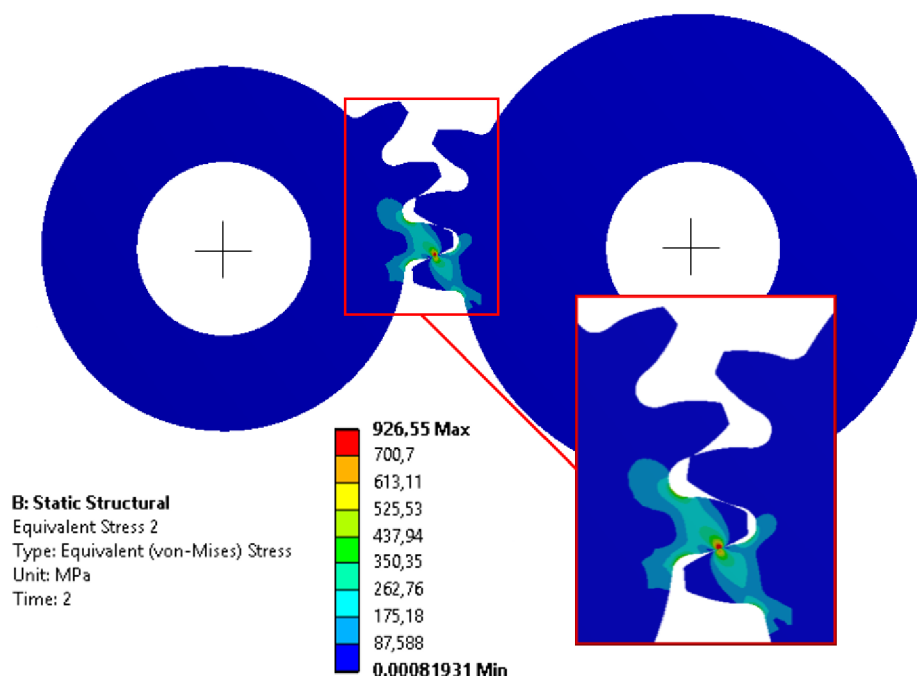
```
*DO,I,1,410
SET,,,,,,I,
*GET,MERENI_UHLU(I,1),ACTIVE,0,SET,TIME
RSYS,1
*GET,MERENI_UHLU(I,2),NODE,200,U,Y
*GET,MERENI_UHLU_2(I,1),ACTIVE,0,SET,TIME
RSYS,11
*GET,MERENI_UHLU_2(I,2),NODE,98478,U,Y
*ENDDO|
```

Obr. 4.7 Makro obsahující zápis cyklu pro vyčtení posuvů dvou protilehlých uzlů

## 4.8 PREZENTACE VÝSLEDKŮ MKP ANALÝZ

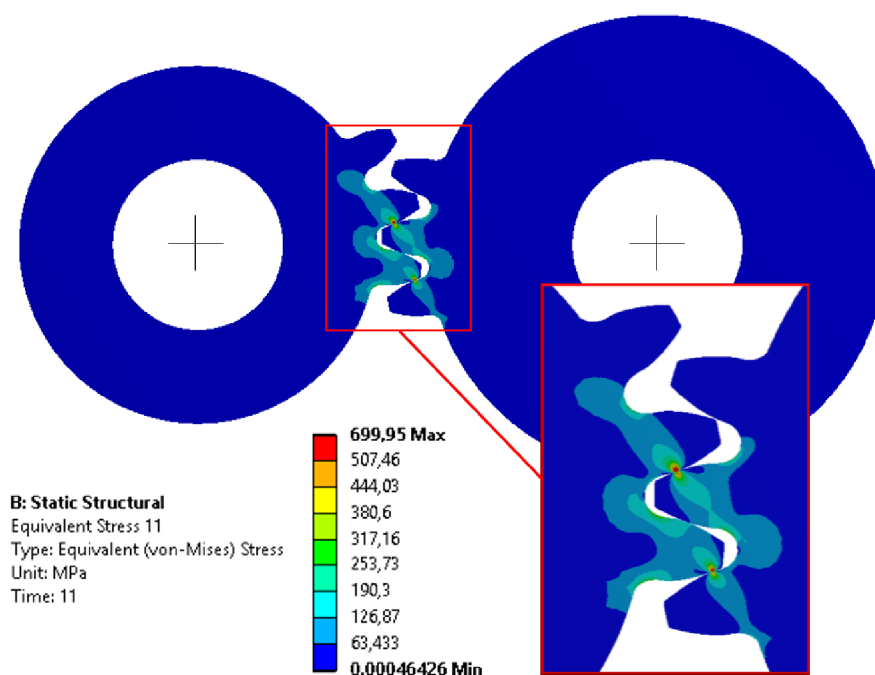
Jak již bylo uvedeno v rešeršní části v kapitole 1.5, nedochází vždy k záběru pouze jednoho páru zubů, ale dochází ke střídání počtu párů zubů v záběru. K záběru jednoho nebo dvou párů zubů dochází vždy na přímce záběru, která je po celou dobu záběru ozubených kol neměnná. Dále bylo také zdůvodněno, proč bylo v deformačně napěťové analýze využito pouze třech zubů na každém ozubeném kole a proč byla kola vždy nastavena do takové polohy, aby se prostřední zub pastorku nacházel těsně před vstupem do záběru a také byl vysvětlen rozsah úhlu otočení pastorku tak, aby bylo otočení pastorku dostatečné a zmíněný zub prošel celým záběrem.

Na následujících obrázcích jsou ukázky redukovaného napětí v různých časech simulace pro zátěžný moment 20 N·m. Na Obr. 4.8 je ukázka průběhu redukovaného napětí v čase 2 sekund. V tomto čase se zkoumaný zub nachází těsně před vstupem do záběru.



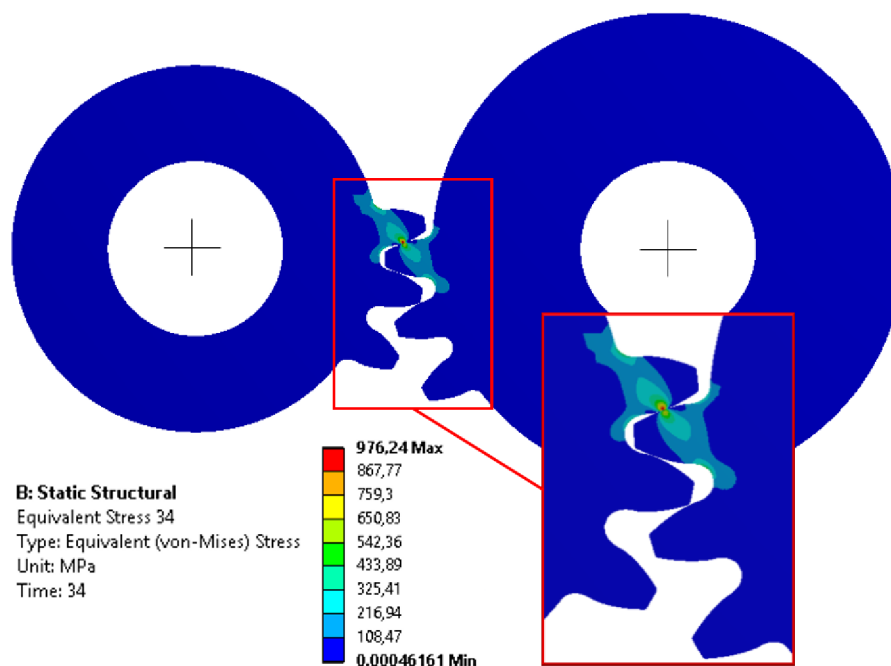
Obr. 4.8 Redukované napětí v čase 2 sekund

Na Obr. 4.9 se nachází v záběru právě dva páry zubů. Je patrné, že největší napětí na bocích zubů se nachází na pomyslné přímce záběru. Tato simulace odpovídá času 11 sekund, tedy natočení pastorku o  $10^\circ$ .



Obr. 4.9 Redukované napětí v čase 11 sekund

Na Obr. 4.10 se nachází zkoumaný zub v pozici, kdy právě vyšel ze záběru. Tomu odpovídá čas 34 sekund, tedy natočení pastorku o 33°. Pastorek se během simulace otočil o 40°, což je dostatečné na to, aby zub ze záběru vyšel. Tuto rezervu bylo nutné zvolit z důvodu, že výchozí pozice ozubených kol nebyla v následujících simulacích vždy stejná.



Obr. 4.10 Redukované napětí v čase 34 sekund

## 5 ZPRACOVÁNÍ VÝSLEDKŮ CHYBY PŘEVODU

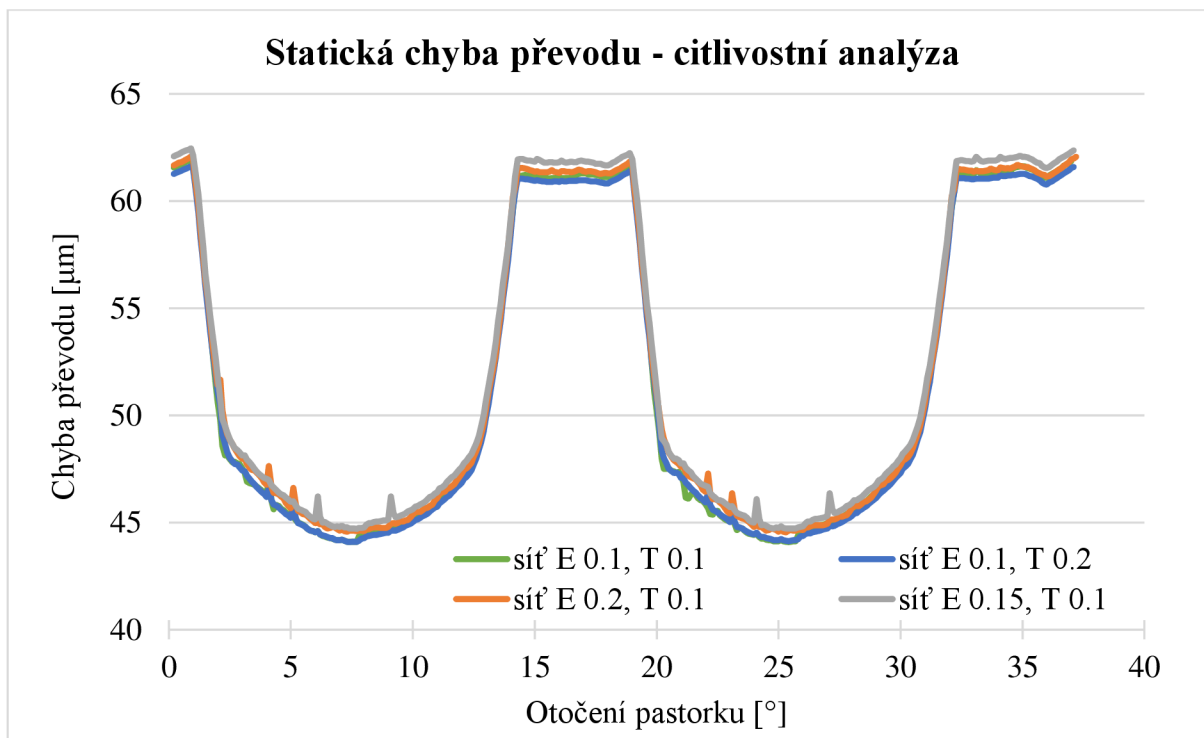
Měření statické chyby převodu bylo rozděleno na několik dílčích částí. Nejdříve byl zkoumán vliv velikosti elementů sítě na chybu převodu, dále vliv velikosti zátěžného momentu na chybu převodu, vliv změny osové vzdálenosti na chybu převodu, a nakonec byly navrženy výškové modifikace tvaru zubů, za účelem potlačení proměnlivosti tuhosti záběru zubů, a tedy následným snížením velikosti statické chyby převodu. Poslední měření bylo dodatečně zaměřeno na změnu počtu zubů ozubeného věnce za účelem ověření, zda byla tuhost věnce o třech zubech dostatečná.

Chyba převodu byla vyhodnocována metodou peak-to-peak v programu MS Excel. Vysvětlení hodnoty peak-to-peak chyby převodu je uvedené v kapitole 2.1.

### 5.1 VLIV VELIKOSTI ELEMENTŮ SÍTĚ NA CHYBU PŘEVODU

Vzhledem k využití metody konečných prvků bylo vhodné se nejprve zaměřit na vliv velikosti elementů konečnoprvkové sítě na chybu převodu. V Tab. 4.2 byly uvedeny hodnoty z citlivostní analýzy, kde bylo vysvětleno, z jakého důvodu byly všechny následující analýzy počítány s velikostí elementů evolventy 0,15 mm a velikostí elementů trochoidy 0,1 mm.

Z průběh Grafu 5.1 statické chyby převodu je patrné, při jakém natočení pastorku se nacházel v záběru jeden pár zubů nebo dva páry zubů. Pokud byl v záběru pouze jeden pár zubů, byla tuhost ozubeného věnce o poznání menší, tudíž byla chyba převodu větší, než když byly v záběru dva páry zubů. Jednopárový záběr probíhal v čase od 15,4 sekund po 20 sekund, což odpovídalo úhlu natočení pastorku od 14,4° do 19°.



Graf 5.1 Průběh chyby převodu v závislosti na velikosti elementů sítě



Při rozhodování, jakou kombinaci velikostí elementů konečnoprvkové sítě evolventy a trochoidy zvolit, nebyly brány v úvahu hodnoty peak-to-peak uvedené v Tab. 5.1 vzhledem k jejich malému velikostnímu rozdílu. Rozhodovacím kritériem byla velikost redukováného napětí na plochách evolvent a délka výpočetního času vzhledem k velkému počtu simulací, které budou následně provedeny. Všechny tyto citlivostní analýzy byly simulovány pro velikost zátěžného momentu 20 N·m.

Tab. 5.1 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na velikosti elementů sítě

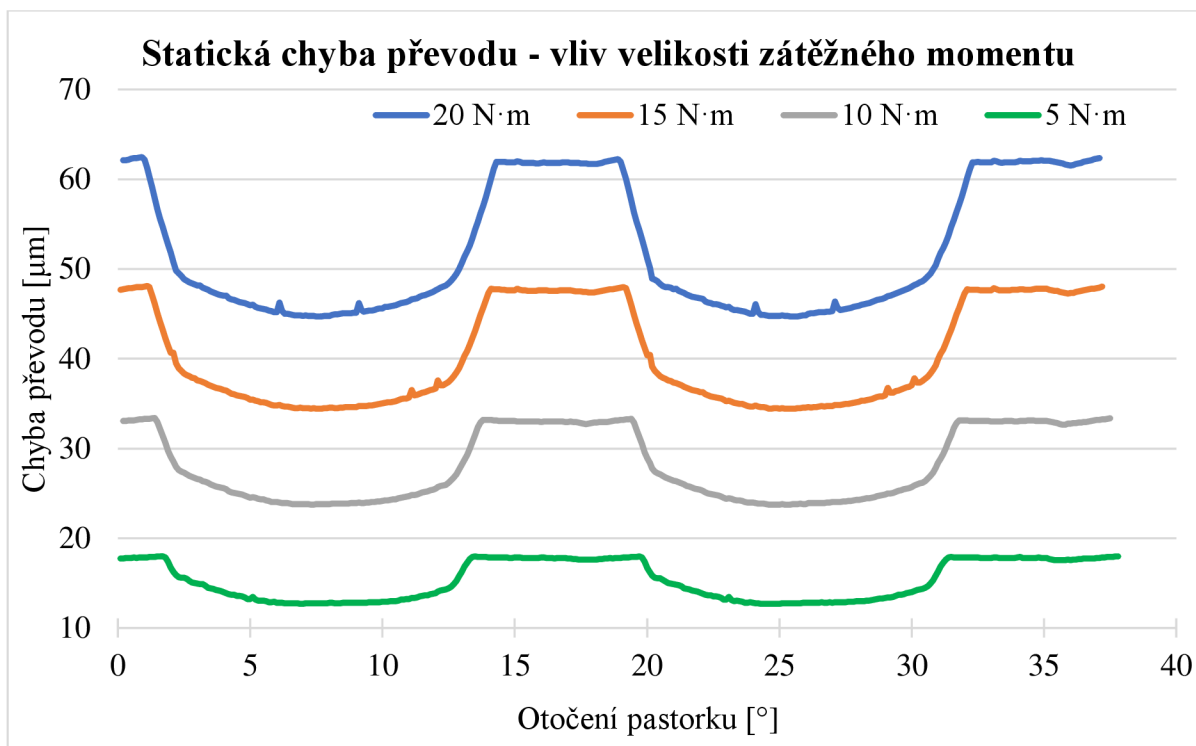
|                                  | sít' E 0.1, T 0.1 | sít' E 0.1, T 0.2 | sít' E 0.2, T 0.1 | sít' E 0.15, T 0.1 |
|----------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| <b>Hodnota peak-to-peak [μm]</b> | 17.833            | 17.525            | 17.531            | 17.749             |

Pastorek se vždy v simulacích otočil o 40°, ale ozubené kolo brzděné momentem se otočilo vždy o jiný úhel, než bylo teoreticky předpokládáno. Tato situace by nenastala, kdyby se ozubená kola jen volně protáčela a nebyla zatížena žádným momentem. V této situaci by také nenastala žádná chyba převodu. V simulaci, kdy bylo ozubené kolo zatěžované (brzděné) momentem, o velikosti 20 N·m se otočilo pouze o 31,9° při převodovém poměru 1,25.

## 5.2 VLIV VELIKOSTI ZÁTĚŽNÉHO MOMENTU NA CHYBU PŘEVODU

Jak už bylo zmíněno výše, všechny následující výpočty byly provedeny s kombinací velikostí elementů konečnoprvkové sítě na evolventě 0,15 mm a na trochoidě 0,1 mm. V tomto případě byl zkoumán vliv velikosti zátěžného momentu na chybu převodu. Z Grafu 5.2 a Tab. 5.2 plyne, že s rostoucí velikostí momentu roste velikost chyby převodu a tím pádem roste i velikost hodnot peak-to-peak. Je zde také patrné, jaký vliv měla velikost zátěžného momentu na ohyb zubu a následnou délku záběru jednoho páru zubů. Jak už bylo zmíněno výše záběr jednoho páru zubů pro moment 20 N·m probíhal v čase od 15,4 do 20 sekund, kdežto záběr jednoho páru zubů v případě zátěžného momentu 5 N·m probíhal v čase od 14,4 sekundy do 20,7 sekund, což odpovídá úhlu natočení kol od 13,4° do 19,7°. Je zde patrné, že délka záběru jednoho páru spoluzabírajících zubů byla v případě zatížení 5 N·m delší o 1,7 sekundy oproti zatížení momentem o velikosti 20 N·m.

Pokud byla měněna velikost zátěžného momentu měnil se s ní i úhel, o který se otočilo ozubené kolo. Bylo očekáváno, že s rostoucí velikostí momentu se ozubené kolo otočí o menší úhel. Při zátěžném momentu 20 N·m se ozubené kolo otočilo o 31,9°, kdežto u momentu o velikosti 5 N·m se ozubené kolo otočilo o 31,97°. Je zde dle předpokladu patrné, že s rostoucí velikostí momentu klesá hodnota natočení ozubeného kola.



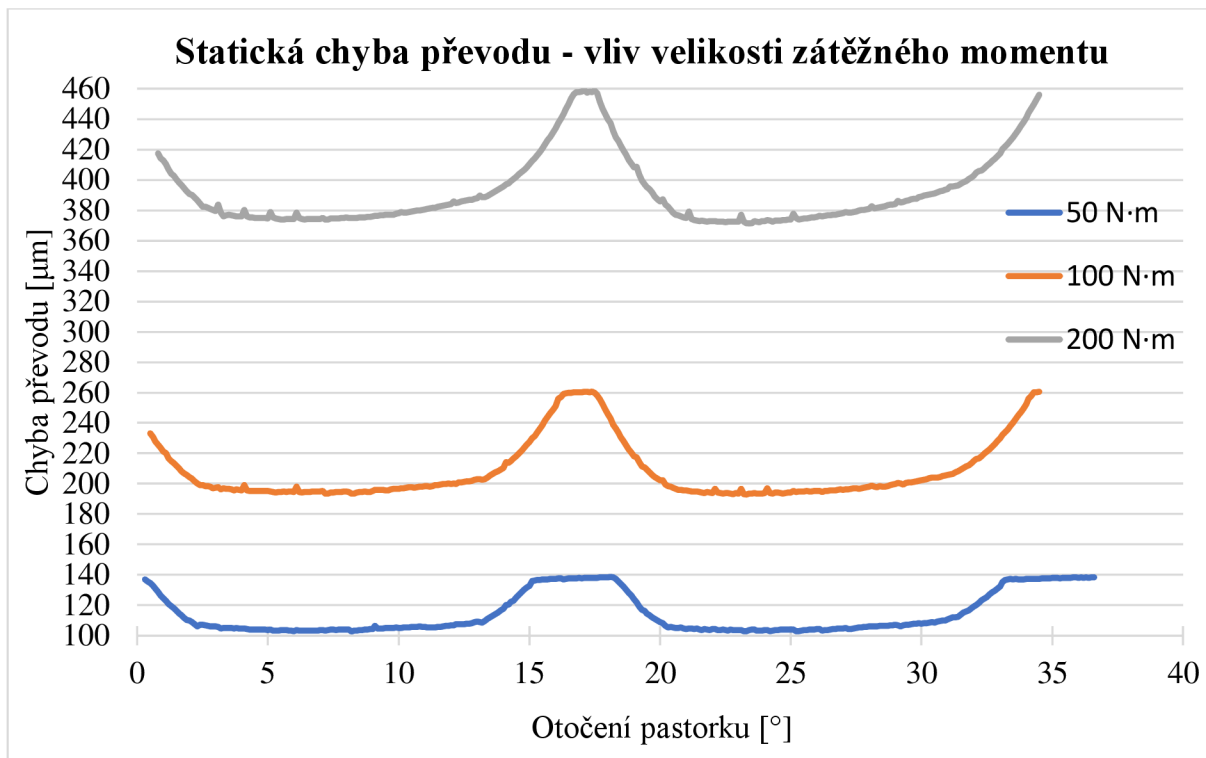
Graf 5.2 Průběh chyby převodu v závislosti na velikosti zátěžného momentu

Tab. 5.2 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na velikosti zátěžného momentu

|                                  | 20 N·m | 15 N·m | 10 N·m | 5 N·m |
|----------------------------------|--------|--------|--------|-------|
| <b>Hodnota peak-to-peak [μm]</b> | 17.749 | 13.666 | 9.656  | 5.296 |

Pro ověření zkracování časového rozmezí, kdy se nacházel v záběru pouze jeden pár zubů se zvyšujícím se momentem, byla provedena simulace se značně přetíženým soukolím momentem o velikosti až 200 N·m. Z průběhu Grafu 5.3 je patrné, že zuby kol byly značně zdeformované a k záběru jednoho páru zubů dochází ve velmi krátkém časovém intervalu oproti výše zmíněným velikostem momentů. Při zátěžném momentu o velikosti 200 N·m probíhal záběr jednoho páru zubů v čase od 16,6 do 17,6 sekundy, což je téměř pětinašobně menší hodnota než v případě zátěžného momentu o velikosti 20 N·m.

V tomto případě také platil předpoklad, že se zvyšujícím se zatěžujícím momentem, se ozubené kolo otočilo o menší úhel. V případě momentu o velikosti 50 N·m se ozubené kolo otočilo o 31,8°, kdežto u momentu 200 N·m se ozubené kolo otočilo o 31,2°.

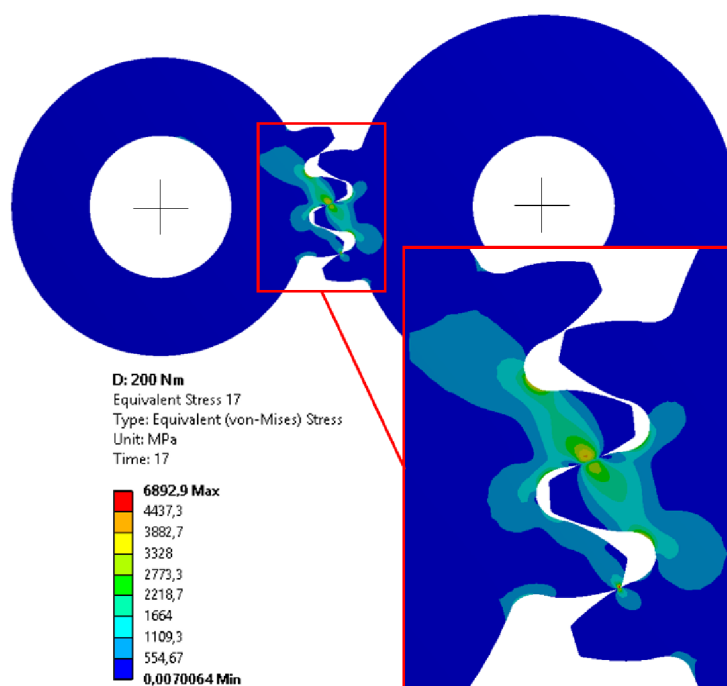


Graf 5.3 Průběh chyby převodu přetíženého soukolí

Tab. 5.3 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu přetíženého soukolí

|                                  | 50 N·m | 100 N·m | 200 N·m |
|----------------------------------|--------|---------|---------|
| <b>Hodnota peak-to-peak [µm]</b> | 35.906 | 67.723  | 87.623  |

Podle stavu kontaktů v programu *Ansys Workbench* docházelo po celou dobu otáčení kol k nepatrnému kontaktu dvou párů zubů, i když by měl být v záběru pouze jeden pár zubů. Tento jev byl způsoben překročením zóny plasticity materiálu ozubených kol v důsledku takto velkého zátěžného momentu. Na Obr. 5.1 je průběh redukovaného napětí v čase 17 sekund, odpovídající natočení pastorku o 16°, kdy mělo docházet k jednopárovému záběru zubů. Na detailním pohledu je vidět, že dochází ke kontaktu špičky dolního zubu pastorku s evolventou ozubeného kola. To bylo způsobeno tím, že se zuby v záběru vlivem velikosti momentu více ohýbaly a předchozí pár zubů vycházel později ze záběru.

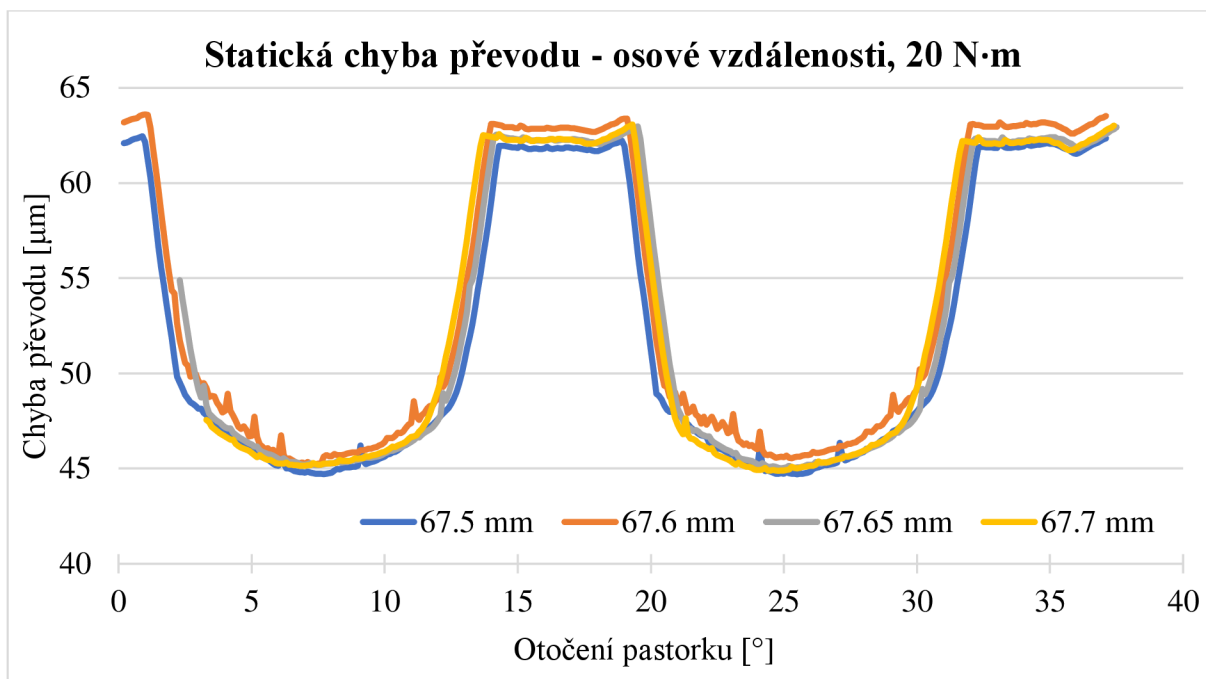


Obr. 5.1 Redukované napětí přetíženého soukolí 200 N·m v čase 17 sekund

### 5.3 VLIV ZMĚNY OSOVÉ VZDÁLENOSTI NA CHYBU PŘEVODU

Na chybu převodu má mimo jiné také vliv změna osové vzdálenosti, která může být způsobena montážními a výrobními nepřesnostmi. Osová vzdálenost využívaných ozubených kol je 67,5 mm a průběh chyby převodu je znám z předchozího Grafu 5.2 při zátěžném momentu 20 N·m. S každou následující změnou osové vzdálenosti (osová vzdálenost byla zvětšována) bylo nutné ozubená kola nastavit do jiné počáteční polohy, proto můžeme v Grafu 5.4 vidět, že poslední dva průběhy chyby převodu vychází z jiné počáteční polohy. Počáteční polohu bylo nutné změnit z důvodu vhodného nastavení počátečního stavu kontaktu a z důvodu dobré konvergence úlohy.

V následujícím Grafu 5.4 dále vidíme, kdy se nacházel v záběru jeden pár spoluzabírajících zubů a kdy dva páry. Délka záběru jednoho páru zubů u nezměněné osové vzdálenosti probíhala po dobu 4,6 sekundy, kdežto u osové vzdálenosti 67,7 mm byl v záběru jeden pár zubů po dobu 5,5 sekundy. Je tedy patrné, že se zvětšující se osovou vzdáleností se prodlužuje délka záběru jednoho páru zubů. Tento jev je pravděpodobně způsobený tím, že se změnou osové vzdálenosti se vzdalovalo působíště obvodové síly, způsobující ohybový moment, od paty zubu. Tím se zuby v záběru více ohýbaly a předchozí pár zubů vycházel později ze záběru. Z hodnot peak-to-peak uvedených v Tab 5.4 je patrné, že se zvětšováním osové vzdálenosti se taktéž zvětšovaly hodnoty peak-to-peak oproti původní hodnotě.

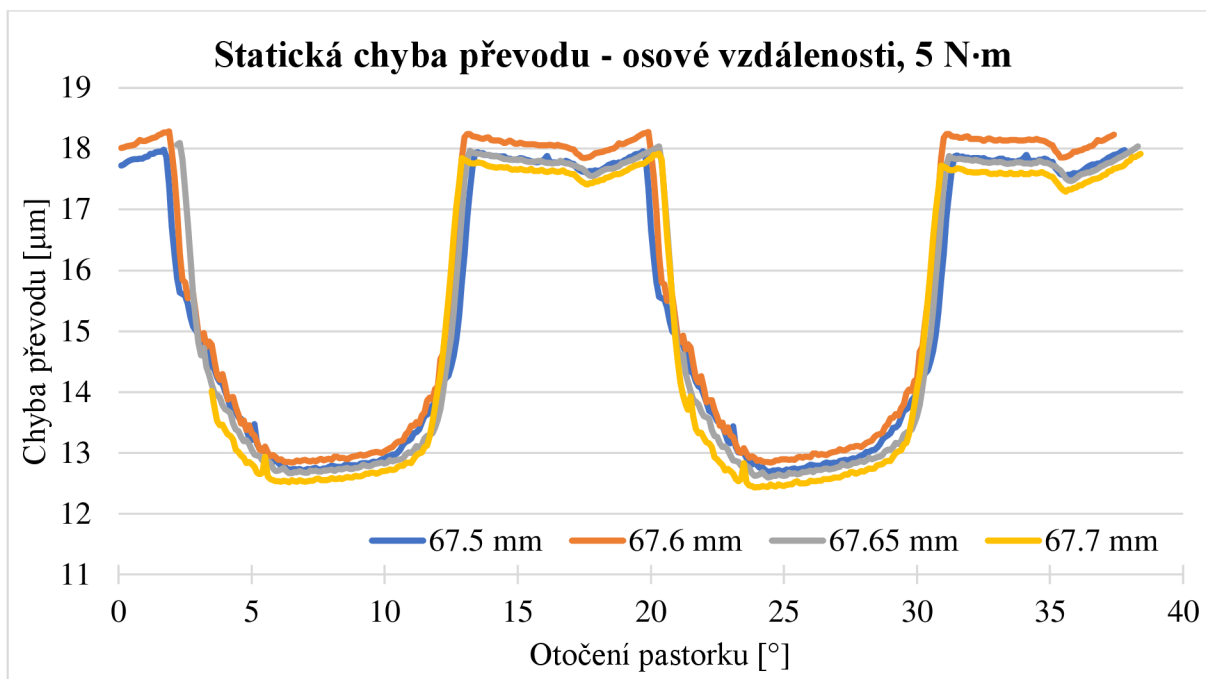


Graf 5.4 Průběh chyby převodu v závislosti na změně osové vzdálenosti při zátěžném momentu 20 N·m

Tab. 5.4 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na změně osové vzdálenosti při zátěžném momentu 20 N·m

|                                  | 67.5 mm | 67.6 mm | 67.65 mm | 67.7 mm |
|----------------------------------|---------|---------|----------|---------|
| <b>Hodnota peak-to-peak [μm]</b> | 17.749  | 18.389  | 17.960   | 18.194  |

Za účelem porovnání změn osových vzdáleností při různých zátěžných momentech byly dále provedeny stejné změny osových vzdáleností s tím, že ozubená kola byla zatížena momentem o velikosti pouze 5 N·m. V Grafu 5.5 je opět patrná, tentokrát pouze jedna změna výchozí pozice ozubených kol, a to pro osovou vzdálenost 67,7 mm. Délka záběru jednoho páru zubů u osové vzdálenosti 67,7 mm trvala 7,4 sekundy, kdežto u nezměněné osové vzdálenosti trval záběr jednoho páru zubů 6,3 sekundy. Důvod proč se délka záběru jednoho zubu prodlužovala byl vysvětlen výše. Hodnoty peak-to-peak jsou opět oproti nezměněné osové vzdálenosti větší.



Graf 5.5 Průběh chyby převodu v závislosti na změně osové vzdálenosti při zátěžném momentu 5 N·m

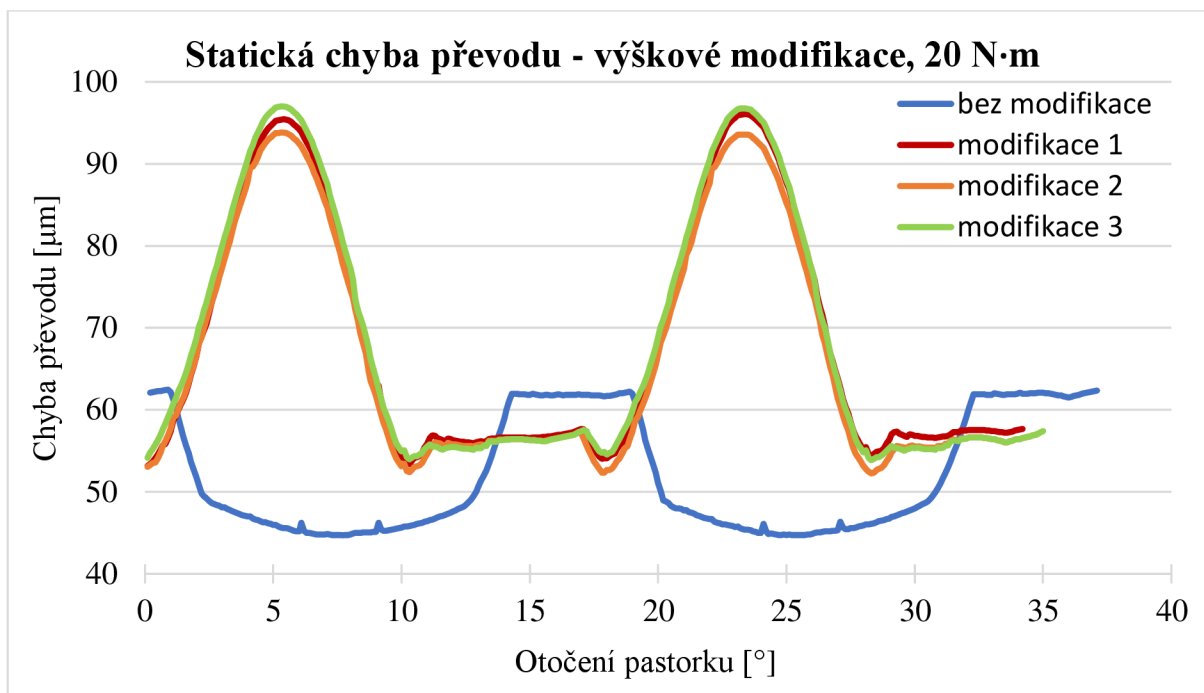
Tab. 5.5 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na změně osové vzdálenosti při zátěžném momentu 5 N·m

|                                  | 67.5 mm | 67.6 mm | 67.65 mm | 67.7 mm |
|----------------------------------|---------|---------|----------|---------|
| <b>Hodnota peak-to-peak [μm]</b> | 5.296   | 5.445   | 5.500    | 5.491   |

#### 5.4 VLIV VÝŠKOVÉ MODIFIKACE ZUBU NA CHYBU PŘEVODU

Na základě doporučení literatury [10] byly provedeny výškové modifikace zubu za účelem snížení velikosti chyby převodu. K tomuto účelu byl využit graf na Obr 2.6, který uvádí vliv délky modifikace  $y_a$  vyjádřené poměrnou hodnotou  $\bar{y}_a$  na buzení vibrací a hluku. Nejdříve byla využita doporučená hodnota  $\bar{y}_a = 0,5$ . Velikost modifikace  $c_a$  byla zvolena z tabulky taktéž uvedené v literatuře [10], která pro modul o velikosti 3 mm doporučovala zvolit tuto hodnotu v rozmezí 6 až 14 μm. Modifikace číslo 1 odpovídá hodnotě  $c_a = 6$  μm, modifikace číslo 2 odpovídá hodnotě  $c_a = 10$  μm a modifikace číslo 3 odpovídá hodnotě  $c_a = 14$  μm. Tyto tři zmíněné modifikace byly simulovány při zátěžném momentu o velikosti 20 N·m.

Z průběhu Grafu 5.6 i velikostí hodnot peak-to-peak uvedených v Tab. 5.6 je patrné, že tato doporučená modifikace na základě uvedené literatury [10], nebyla pro ozubená kola takovýchto rozměrů a daného zatížení vůbec vhodná. Z tohoto důvodu bylo nutné vybrat jinou velikost poměrné hodnoty  $\bar{y}_a$ .



Graf 5.6 Průběh chyby převodu v závislosti na výškových modifikacích při zátěžném momentu 20 N·m

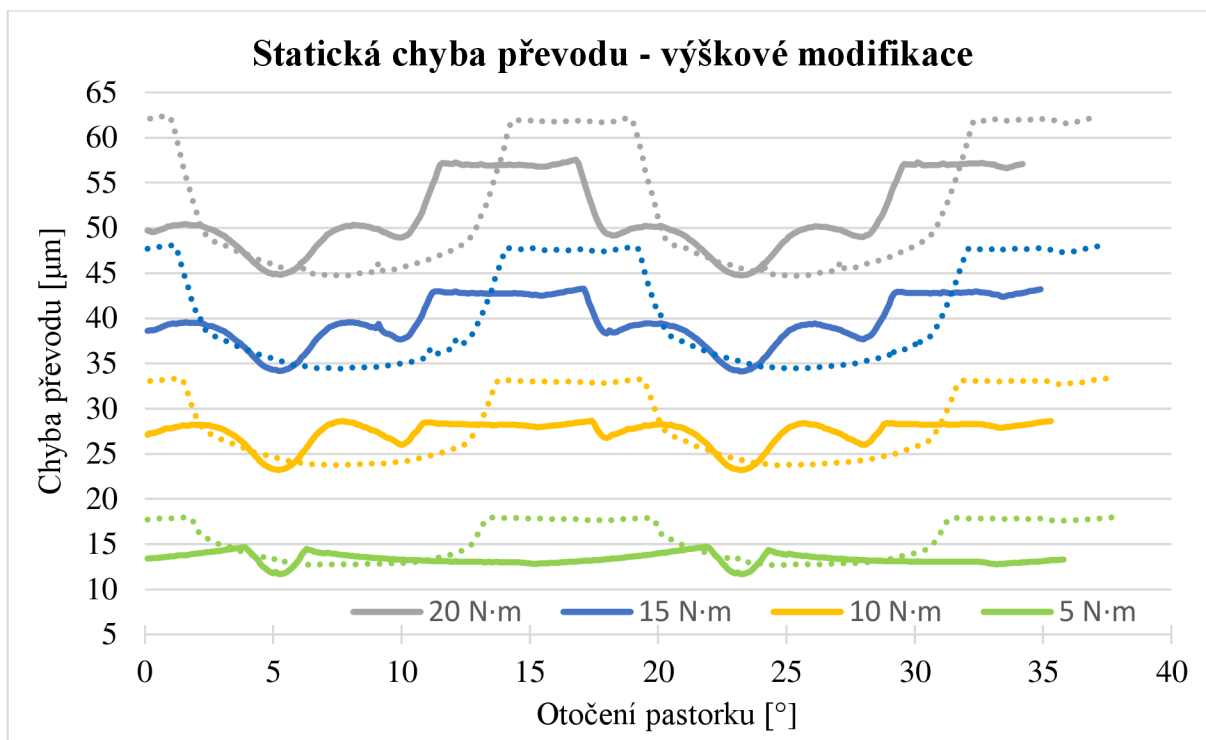
Tab. 5.6 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na výškových modifikacích při zátěžném momentu 20 N·m

|                                  | bez modifikace | modifikace 1 | modifikace 2 | modifikace 3 |
|----------------------------------|----------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>Hodnota peak-to-peak [μm]</b> | 17.749         | 42.932       | 45.901       | 41.542       |

Z důvodu nevhodné předchozí modifikace byla z grafu na Obr. 2.6 vybrána poměrná hodnota modifikace  $\bar{y}_a = 0,3$ . Tato modifikace dle grafu vyzařovala vyšší úroveň hluku, ale pro využívaná ozubená kola byla dle průběhu chyby převodu uvedeného v Grafu 5.7, mnohem vhodnější. Velikost modifikace  $c_a$  byla pro následující výpočty zvolena 6 μm.

Tato modifikace byla provedena pro zátěžné momenty od velikosti 5 N·m do velikosti 20 N·m. V Grafu 5.7 je vykreslen tečkovaně průběh chyby převodu pro daný zátěžný moment bez modifikace. Hodnoty peak-to-peak u každého zátěžného momentu dle očekávání klesly. Největší pokles byl zaznamenán u zátěžného momentu o velikosti 20 N·m a nejmenší pokles hodnoty peak-to-peak byl zaznamenán u zátěžného momentu o velikosti 5 N·m, což bylo opět spojeno s ohybem zubu v závislosti na velikosti zátěžného momentu.

U zátěžného momentu o velikosti 5 N·m byl zaznamenán netypický průběh statické chyby převodu. Docházelo zde k velmi krátkému záběru dvou párů spoluzabírajících zubů. K dvoupárovému záběru docházelo v čase od 4,9 do 7,3 sekundy a dále v čase od 22,9 do 25,3 sekundy, což bylo vždy po dobu 2,4 sekundy.



Graf 5.7 Průběh chyby převodu v závislosti na výškové modifikaci při různých velikostech zátěžného momentu

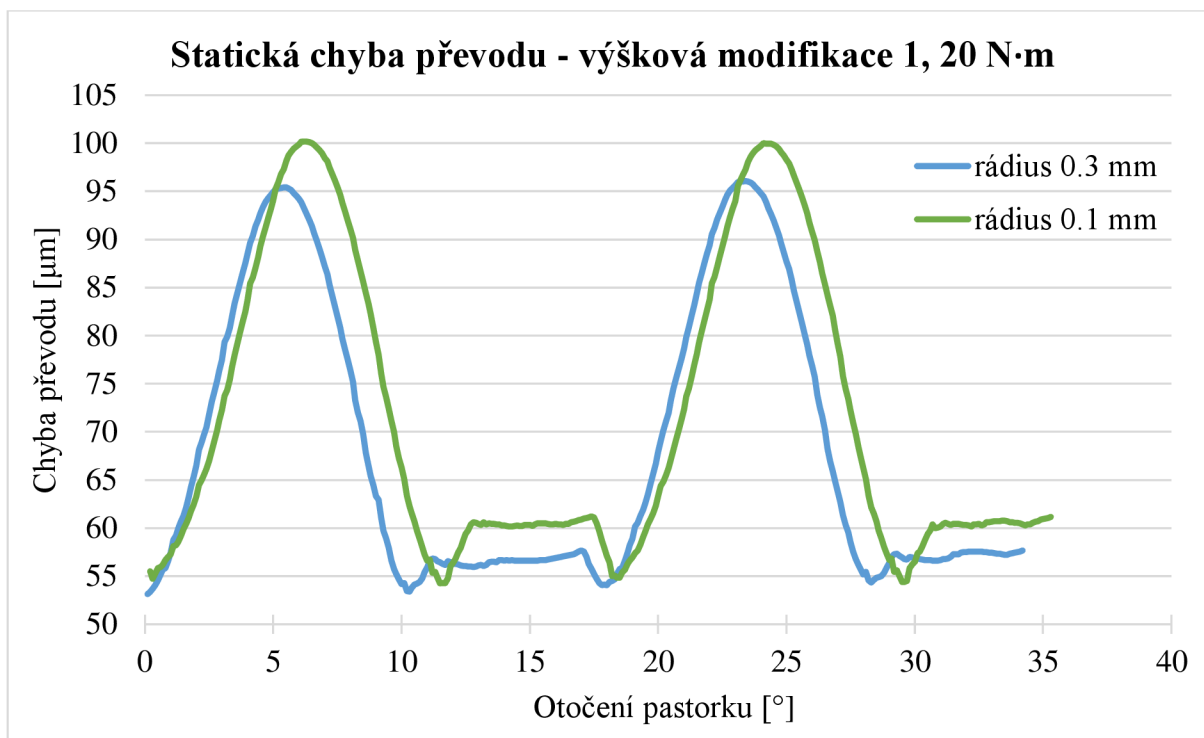
Tab. 5.7 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na výškové modifikaci při různých velikostech zátěžného momentu

|   | 20 N·m | 15 N·m | 10 N·m | 5 N·m |
|---|--------|--------|--------|-------|
| <b>Hodnota peak-to-peak nemodifikovaného soukolí [μm]</b> | 17.749 | 13.666 | 9.656  | 5.296 |
| <b>Hodnoty peak-to-peak modifikovaného soukolí [μm]</b>   | 12.800 | 9.133  | 5.467  | 3.042 |

I když nebyla výšková modifikace číslo 1 vhodná pro snížení velikosti chyby převodu, byla na této modifikaci dodatečně provedena simulace, která zkoumala vliv velikosti rádiusu, který se nacházel na ostré hraně průniku evolventy a hlavové plochy. Všechny výše provedené modifikace byly provedeny s velikostí rádiusu 0,3 mm. V následujícím Grafu 5.8 byl dodatečně zkoumán vliv velikosti rádiusu 0,1 mm. Změna velikosti tohoto rádiusu totiž ovlivňuje délku záběru neboli délku evolventy. Čím je rádius menší, tím je délka záběru neboli evolventy delší.

Z hodnot peak-to-peak uvedených v Tab. 5.8 je patrné, že velikost rádiusu 0,1 mm zvýšila chybu převodu o 3 μm. Je zde tedy prokázáno, že i velikost zaoblení ostré hrany přechodu evolventy a hlavové plochy má vliv na velikost chyby převodu.





Graf 5.8 Průběh chyby převodu v závislosti na výškové modifikaci s dvěma typy rádiusů a zátěžným momentem 20 N·m

Tab. 5.8 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na výškové modifikaci s dvěma typy rádiusů a zátěžným momentem 20 N·m

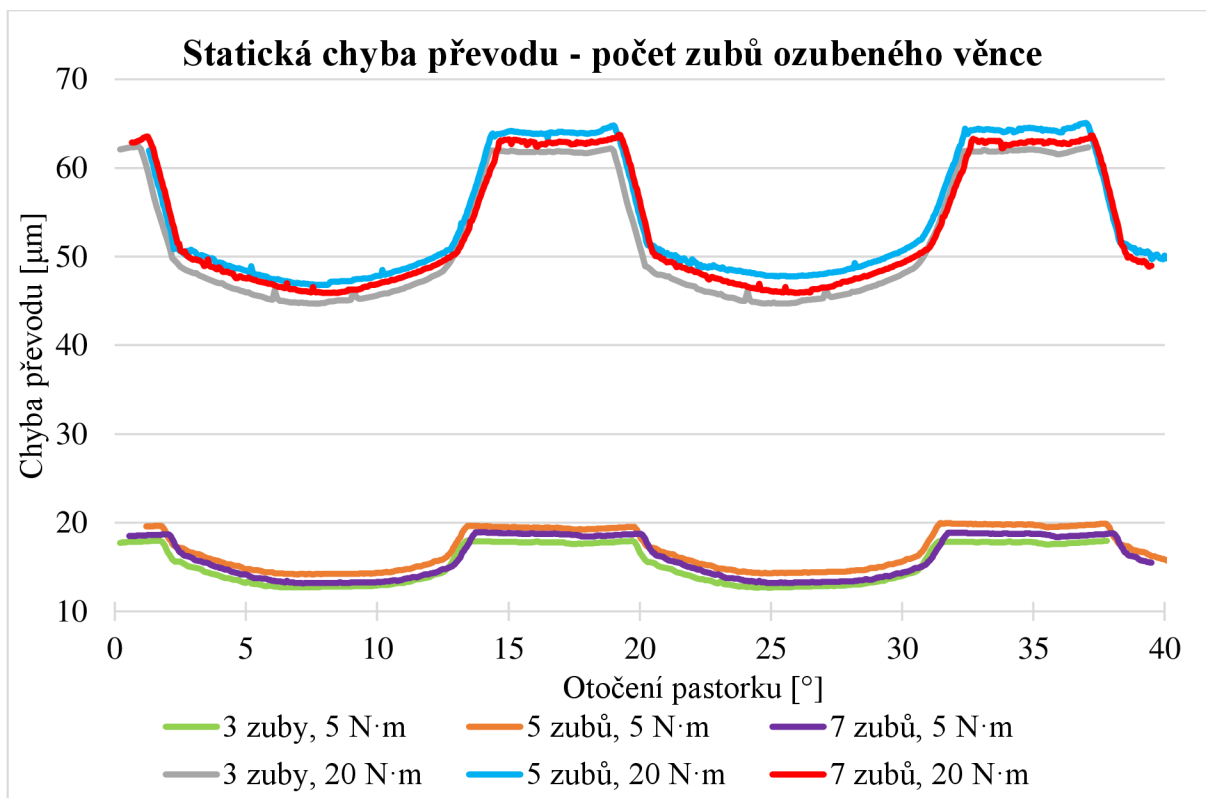
|                           | 0.3 mm | 0.1 mm |
|---------------------------|--------|--------|
| Hodnota peak-to-peak [µm] | 42.932 | 45.901 |

## 5.5 VLIV POČTU ZUBŮ OZUBENÉHO VĚNCE NA CHYBU PŘEVODU

Aby byla ověřena dostatečná tuhost ozubeného věnce se třemi zuby na každém ozubeném kole, byla ještě provedena měření na ozubených kolech s počty zubů 5 a 7. Tato měření byla provedena z toho důvodu, že ve všech výše zmíněných grafech, kde byl využit ozubený věnec se třemi zuby, končil průběh chyby převodu při hodnotě úhlu natočení pastorku cca 35°, i když byl pastorek otáčený o úhel 40°. Od úhlu 35° byl zaznamenán značný nárůst hodnoty chyby převodu. To bylo způsobené tím, že pro průchod zkoumaného zubu záběrem mnohdy postačoval úhel menší než 34° a také tím, že pokud byl pastorek otáčený o úhel 40° mělo už v tu chvíli docházet k dvoupárovému záběru zubů a ozubený věnec už tímto následujícím zubem nedisponoval. Zvolený počet zubů byl vždy lichý z toho důvodu, aby bylo možné zkoumat průchod prostředního zubu pastorku záběrem. Výchozí poloha ozubených kol byla nastavena tak, aby se prostřední zub pastorku nacházel před vstupem do záběru. Ozubená kola byla zatěžována momentem o velikosti 5 N·m a 20 N·m.

Výsledné hodnoty peak-to-peak pro počet pěti a sedmi zubů byly očekávány nižší, než byly hodnoty u třech zubů, protože s rostoucím počtem zubů je očekáváno i zvětšení

tuhosti ozubeného věnce, což by se mělo pozitivně projevit na hodnotě chyby převodu. U ozubeného věnce s pěti zuby a momentem o velikosti 20 N·m bylo tohoto předpokladu dosaženo a chyba převodu byla snížena o 0,4  $\mu\text{m}$ . Tento předpoklad ovšem nebyl splněn u ozubeného věnce se sedmi zuby. U zátěžného momentu 5 N·m a počtu pěti i sedmi zubů nebyl tento předpoklad taktéž splněn.



Graf 5.9 Průběh chyby převodu v závislosti na počtu zubů

Tab. 5.9 Hodnoty peak-to-peak chyby převodu v závislosti na počtu zubů

|  | 3 zuby | 5 zubů | 7 zubů |
|--|--------|--------|--------|
| <b>Hodnota peak-to-peak pro zátěžný moment 20 N·m [<math>\mu\text{m}</math>]</b> | 17.749 | 17.312 | 17.834 |
| <b>Hodnota peak-to-peak pro zátěžný moment 5 N·m [<math>\mu\text{m}</math>]</b>  | 5.296  | 5.758  | 5.762  |

## ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo stanovit chybu převodu u čelního ozubení s přímými zuby z hlediska vibračního a akustického projevu převodovky na 2D a 3D úrovni. Za tímto účelem byl vytvořen plně parametrický model čelního ozubení s přímými zuby a následně byla provedena deformačně napěťová analýza tohoto modelu. V této diplomové práci byl problém řešen pouze na 3D modelu o tloušťce 1 mm, z důvodu podrobně vysvětleného v kapitole 4.1.

V rešeršní části byl proveden přehled teoretických poznatků týkajících se ozubení a následně byl zhotoven přehled teoretických poznatků o v dnešní době velmi diskutované, chybě převodu. Na základě teoretických znalostí ozubených kol byl navrhnout v programovém prostředí *Creo Parametric* plně parametrický model čelních ozubených kol s přímými zuby. Takto vytvořený model pro účely této diplomové práce může být do budoucna použitelný pro jakékoliv rozměry čelních ozubených kol s přímými zuby. Díky propojení CAD programu s MKP programem *Ansys Workbench*, je možná snadná úprava geometrie a výpočtového modelu s následným výpočtem napětí na stykových plochách ozubení nebo stanovení velikosti chyby převodu s využitím programového prostředí MS Excel.

Nejprve byla provedena citlivostní studie velikosti elementů konečnoprvkové sítě ozubených kol při zátěžném momentu o velikosti 20 N·m. Záběr ozubených kol je kontaktní úloha, proto bylo nutné věnovat pozornost velikosti elementů na kontaktních plochách. Velikost elementů měla velký vliv na hardwarovou náročnost, ale také na přesnost výsledků redukováného napětí. Výsledná chyba převodu peak-to-peak se v některých analýzách lišila o méně než 1 %, proto byl brán větší ohled na velikost redukováného napětí, a především na délku výpočtového času, která se pohybovala v rozmezí 11 až 20 hodin. Z těchto simulací byla vybrána jedna nejvhodnější kombinace velikostí elementů, a s tou byly provedeny všechny následující simulace. Podrobnosti o výběru jsou uvedeny v kapitole 4.4.1 a 5.1. Ještě před započítáním simulace byla ozubená kola v CAD programu zjednodušena na omezený počet zubů, v tomto případě na tři zuby, pro snížení počtu elementů konečnoprvkové sítě.

Chyba převodu je definována jako rozdíl mezi reálnou a teoretickou pozicí hnaného ozubeného kola. Teoreticky je předpokládáno, že se ozubené kolo otočí o stejný úhel jako pastorek. To je možné pouze v případě nezatíženého soukolí. Pastorek se v simulaci vždy otočil o 40°, z důvodu zkoumání průchodu jednoho zubu celým záběrem, kdežto ozubené kolo se otočilo vždy o hodnotu menší v závislosti na velikosti momentu, kterým bylo zatěžováno. Při zátěžném momentu o velikosti 20 N·m se ozubené kolo otočilo o 31,9°, což je při převodovém poměru 1,25 o 0,1° méně než v případě teoretického předpokladu.

Nejdříve byl zkoumán vliv velikosti zátěžného momentu na chybu převodu. Na velikosti zátěžného momentu závisí velikost deformace, která je způsobena záběrem zatížených ozubených kol, čímž dojde při vstupu nezatíženého zubu do záběru k interferenci, která způsobí vstupní ráz. Velikosti zátěžných momentů byly 5, 10, 15 a 20 N·m. Z průběhu Grafu 5.2 je patrné, že dochází ke střídání počtu zubů v záběru, tedy dochází k periodickému střídání jednoho a dvou párů zubů v záběru. Z grafu dále můžeme sledovat, jak dlouho docházelo k záběru právě jednoho páru zubů. Při zátěžném momentu o velikosti 5 N·m byl jednopárový záběr po dobu 6,3 sekundy, kdežto v případě zátěžného momentu 20 N·m docházelo k jednopárovému záběru po dobu 4,6 sekundy. Tím byl potvrzen předpoklad, že s rostoucí velikostí zátěžného momentu roste velikost deformace, a tím dochází k dřívějšímu vstupu nezatíženého zubu do záběru. Aby byl tento teoretický předpoklad ještě

více ověřen, bylo soukolí záměrně přetíženo momentem až do velikosti 200 N·m. V případě takovéto velikosti zátěžného momentu, docházelo podle Grafu 5.3 k jednopárovému záběru po dobu pouze jedné sekundy. Avšak podle Obr. 5.1, kde je ukázka redukovaného napětí v čase, kdy mělo docházet k jednopárovému záběru, je vidět, že docházelo ke kontaktu předchozího páru zubů, který už se v záběru nacházet neměl. K tomu dochází díky překročení zóny plasticity materiálu ozubených kol v důsledku zatížení velkým zátěžným momentem. Dále byl pozorován úhel, o který se otočilo ozubené kolo. V případě momentu 5 N·m se otočilo o 31,97°, kdežto v případě 20 N·m se otočilo o 31,9°, z čehož vyplývá že s rostoucí velikostí zátěžného momentu klesá hodnota natočení ozubeného kola.

Další podstatný vliv na velikost chyby převodu mají změny osové vzdálenosti ozubených kol. Osová vzdálenost ozubených kol byla postupně zvětšována až o 0,2 mm, tedy z původní osové vzdálenosti 67,5 mm na 67,7 mm, při zátěžných momentech 5 a 20 N·m. K jednopárovému záběru docházelo u nezměněné osové vzdálenosti po dobu 4,6 sekundy, kdežto u maximálně zvětšené po dobu 5,5 sekundy. To bylo pravděpodobně způsobené tím, že se změnilo (vzdálilo) působiště obvodové síly od paty zubu, která způsobovala ohybový moment. Tím se zuby více ohýbaly a dříve vcházel následující pár zubů do záběru. Hodnoty peak-to-peak se zvětšující se osovou vzdáleností rostly.

Velikost chyby převodu byla snižována vhodnými výškovými modifikacemi tvaru zubů. Modifikace byly provedeny taktéž pro velikosti zátěžných momentů 5, 10, 15 a 20 N·m a jejich průběh je patrný z Grafu 5.7. Při vhodném zvolení modifikace byly při každém zátěžném momentu hodnoty peak-to-peak chyby převodu sníženy. Největší pokles chyby převodu byl pozorován u momentu 10 N·m a to o 43,4 %. Kdežto nejmenší pokles chyby převodu byl zaznamenán u momentu 20 N·m a to o 27,9 %.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] BOLEK, Alfred a Josef KOCHMAN. *Části strojů*. 5. přepracované vydání. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-0300426-8.
- [2] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE a Richard G. BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. Přeložil Martin HARTL a Miloš VLK. V Brně: Vysoké učení technické, Nakladatelství VUTIUM, 2010. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [3] ŠALAMOUN, Čestmír. *Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-03-00532-9.
- [4] SU, Xiaogen a Donald R. HOUSER. Characteristics of trochoids and their application to determining gear teeth fillet shapes. *Mechanism and Machine Theory* [online]. 2000, Volume 35, Issue 2, 291-304 s. [cit. 2018-04-08]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X9900004X>.
- [5] DEEPAK, Malviya a Dr. Kumar Sharma PUSHPENDRA. Transmission Error in Gear. *IJMER – International Journal Of Modern Engineering Research* [online]. 2014, Vol. 4, Issue 1, Version 2 [cit. 2018-04-08]. ISSN 2249-6645. Dostupné z: [http://www.ijmer.com/papers/Vol4\\_Issue1/Version-2/IJMER-41023537.pdf](http://www.ijmer.com/papers/Vol4_Issue1/Version-2/IJMER-41023537.pdf).
- [6] THARMAKULASINGAM, Raul. *Transmission error in Spur Gears: Static and Dynamic Finite-Element Modeling and Design Optimization*. United Kingdom: School of Engineering and Design, Brunel University, 2009. 267 s. [cit. 2018-04-08]. Dostupné z: <https://core.ac.uk/download/pdf/337497.pdf>.
- [7] THARMAKULASINGAM, R., Dr. G. ALFANO a Dr. M. ATHERTON. Reduction of Gear Pair Transmission Error with Tooth Profile Modification. *ResearchGate* [online] United Kingdom: School of Engineering and Design, Brunel University, 2014. 13 s. [cit. 2018-04-08]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/49402228\\_Reduction\\_of\\_gear\\_pair\\_transmission\\_error\\_with\\_tooth\\_profile\\_modification](https://www.researchgate.net/publication/49402228_Reduction_of_gear_pair_transmission_error_with_tooth_profile_modification).
- [8] MIYASATO, Hugo Heidy, Vincius Gabriel SEGALA SIMIONATTO a Milton DIAS Junior. Study of the Gear Rattle Phenomena in Automotive Powertrain Systems. *ResearchGate* [online] Department of Mechanical Engineering, Faculty of Mechanical engineering, State University of Campinas, 2011. 11 s. [cit. 2018-04-08]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/253643809\\_STUDY\\_OF\\_THE\\_GEAR\\_RATTLE\\_PHENOMENA\\_IN\\_AUTOMOTIVE\\_POWERTRAIN\\_SYSTEMS](https://www.researchgate.net/publication/253643809_STUDY_OF_THE_GEAR_RATTLE_PHENOMENA_IN_AUTOMOTIVE_POWERTRAIN_SYSTEMS).
- [9] PROKOP, A. *Modelování vibrací pohonných jednotek aplikací virtuálních prototypů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 160 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.
- [10] Dr. PLATTEN, F. Michael a Mellanie FITTON-HAYWARD. Eliminating Gear Whine. Advanced simulation techniques from Romax Technology eliminate gear whine problems in automatic transmissions. *GearSolutions* [online] 2012, 42-49 s. [cit. 2018-04-10]. Dostupné z: <http://gearsolutions.com/features/eliminating-gear-whine/>.

- [11] MORAVEC, Vladimír. *Konstrukce strojů a zařízení II.: čelní ozubená kola: teorie, výpočet, konstrukce, výroba, kontrola*. Ostrava: Montanex, 2001. ISBN 80-7225-051-5.
- [12] *Gear Guide 2: practical information on gears* [online]. Kohara Gear Industry co. [cit. 2018-04-10]. Dostupné z: <https://www.scribd.com/document/373160625/gear-guide2-pdf>.
- [13] LIN, Tengjiao a Zeyin HE. Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing* [online]. 2017, Volume 91, 167-182 s. [cit. 2018-04-20]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327017300055>.
- [14] DAVOLI, Piermaria, Carlo GORLA, Francesco ROSA, Fabrizio ROSSI a Giuseppe BONI. Transmission Error and Noise Transmission of Spur Gears. *GearTechnology* [online] 2007, 34-38 s. [cit. 2018-04-20]. Dostupné z: <https://www.geartechnology.com/issues/0307x/davoli.pdf>.
- [15] *Součinitel tření: Tabulka hodnot součinitele smykového tření pro různé kombinace materiálů* [online]. Praha: E-konstruktor, 2013 [cit. 2018-04-18]. Dostupné z: <https://e-konstruktor.cz/prakticka-informace/soucinitel-treni>
- [16] ANSYS: *ANSYS Help*. California, USA, 2015. [cit. 2018-04-20].
- [17] TŮMA, Jiří. *Vehicle gearbox noise and vibration: measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures*. Chichester, West Sussex: Wiley, 2014. ISBN 978-1-118-35941-9.
- [18] MIŠUN, Vojtěch. *Vibrace a hluk*. Vyd. 2., V Akademickém nakl. CERM 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2005. ISBN 80-214-3060-5.
- [19] TŮMA, Jiří. *Simple gear set dynamic transmission error measurements. ICSV 13 Vienna – The Thirteenth International Congress on Sound and Vibration* [online]. 2006, 8 s. [cit. 2018-05-2]. Dostupné z: <http://homel.vsb.cz/~tum52/publications/Tuma-ICSV13.pdf>.
- [20] HOUSER, Donald a Jonny HARIANTO. Microgeometry and bias in helical gear noise excitations. *Gearsolutions* [online]. 1985 [cit. 2018-05-2]. Dostupné z: <http://www.gearsolutions.com/article/detail/5777/microgeometry-and-bias-inhelical-gear-noise-excitations>.
- [21] SMITH, J. D. The Uses And Limitations Of Transmission Error. *Gear Technology* [online]. 1988 [cit. 2018-05-02]. Dostupné z: <https://www.geartechnology.com/issues/0788x/smith.pdf>.
- [22] PALMER, David a Michael FISH. Evaluation of Methods for Calculating Effects of Tip Relief on Transmission Error, Noise and Stress in Loaded Spur Gears. *Gear Technology* [online]. 2012 [cit. 2018-05-02] Dostupné z: <http://geartechnology.com/issues/0112x/palmer.pdf>.

- [23] BRECHER, C., C. GORGELS, J. HESSE a M. HELLMANN. Dynamic transmission error measurements of a drive train. *Production Engineering* [online]. 2011, Volume 5, Issue 3, 321-327 s. [cit. 2018-05-02]. Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11740-011-0310-5>.
- [24] DOČKAL, Aleš. *Konstrukční optimalizace převodovky s ohledem na snižování hlukové emise*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování, Teze disertační práce [cit. 2018-05-05]. 2003. Dostupné z: [http://dl.uk.fme.vutbr.cz/zobraz\\_soubor.php?id=484](http://dl.uk.fme.vutbr.cz/zobraz_soubor.php?id=484).

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

|          |                      |   |
|----------|----------------------|---|
| CAD      |                      | Počítačová podpora konstruování (Computer Aided Design) |
| ČSN      |                      | Československá státní norma                             |
| MKP      |                      | Metoda Konečný Prvků                                    |
| TE       |                      | Chyba převodu (Transmission Error)                      |
| $a$      | [mm]                 | Osová vzdálenost dvou spoluzabírajících ozubených kol   |
| $b$      | [mm]                 | Šířka ozubení   |
| $c_a$    | [mm]                 | Hlavová vůle  |
| $d$      | [mm]                 | Průměr roztečné kružnice                                |
| $d_a$    | [mm]                 | Průměr hlavové kružnice                                 |
| $d_b$    | [mm]                 | Průměr základní kružnice                                |
| $d_f$    | [mm]                 | Průměr patní kružnice                                   |
| $d_1$    | [mm]                 | Průměr roztečné kružnice hnacího kola                   |
| $d_2$    | [mm]                 | Průměr roztečné kružnice hnaného kola                   |
| $e$      | [mm]                 | Šířka zubové mezery                                     |
| $i$      | [-]                  | Převodový poměr   |
| $h$      | [mm]                 | Výška zubu  |
| $h_a$    | [mm]                 | Výška hlavy zubu  |
| $h_f$    | [mm]                 | Výška paty zubu   |
| $m$      | [mm]                 | Modul ozubení   |
| $n_1$    | [min <sup>-1</sup> ] | Otáčky hnacího kola                                     |
| $n_2$    | [min <sup>-1</sup> ] | Otáčky hnaného kola                                     |
| $p$      | [mm]                 | Rozteč  |
| $r_b$    | [mm]                 | Poloměr roztečné kružnice                               |
| $r_t$    | [mm]                 | Rádus špičky nástroje                                   |
| $r_y$    | [mm]                 | Souřadnice cylindrického souřadného systému             |
| $r_1$    | [mm]                 | Poloměr roztečné kružnice pastorku                      |
| $r_2$    | [mm]                 | Poloměr roztečné kružnice ozubeného kola                |
| $s$      | [mm]                 | Tloušťka zubu   |
| $u$      | [°]                  | Parametr valení   |
| $u_k$    | [mm]                 | Radiální posunutí hřebene                               |
| $x_F$    | [mm]                 | Souřadnice bodu F                                       |
| $x_{T0}$ | [mm]                 | Souřadnice bodu T0                                      |



|               |                      |   |
|---------------|----------------------|---|
| $y_F$         | [mm]                 | Souřadnice bodu F                           |
| $y_{T0}$      | [mm]                 | Souřadnice bodu T0                          |
| $z$           | [-]                  | Počet zubů                                  |
| $z_M$         | [-]                  | Mezní počet zubů                            |
| $z_1$         | [-]                  | Počet zubů hnacího kola                     |
| $z_2$         | [-]                  | Počet zubů hnaného kola                     |
| $\alpha$      | [°]                  | Úhel záběru                                 |
| $\alpha_y$    | [°]                  | Úhel profilu                                |
| $\gamma$      | [°]                  | Úhel TRM                                    |
| $\theta_1$    | [rad]                | Úhel natočení pastorku                      |
| $\theta_2$    | [rad]                | Úhel natočení ozubeného kola                |
| $\pi$         | [-]                  | Ludolfovo číslo                             |
| $\vartheta_y$ | [°]                  | Souřadnice cylindrického souřadného systému |
| $\psi_m$      | [-]                  | Součinitel poměrné šířky ozubení            |
| $\omega_1$    | [rad <sup>-1</sup> ] | Úhlová rychlost otáčení hnacího kola        |
| $\omega_2$    | [rad <sup>-1</sup> ] | Úhlová rychlost otáčení hnaného kola        |