



Zdravotně
sociální fakulta
Faculty of Health
and Social Sciences

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

**Klasická a kvantová dimenze RTG diagnostiky pro
radiologické asistent**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Studijní program: [Specializace ve zdravotnictví](#)

Autor: Martin Bejtík

Vedoucí práce: doc.RNDr. Přemysl Záškodný, CSc.

České Budějovice 2016

Klasická a kvantová dimenze RTG diagnostiky pro radiologické asistenty

Abstrakt

V současné době není volně k dispozici jednoduchý edukační text na danou problematiku, který by byl přiměřený studentům pro studenty oboru Radiologický asistent a pro obory příbuzné.

Tato práce si vytyčila následující cíle:

1. Výběr teorie přenosu poznatků na úroveň uvedených studijních oborů.
2. Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

Na základě analýzy současného stavu řešeného problému a vytyčení dílčích cílů byly formulovány následující hypotézy:

1. Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.

2. Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

K dosažení výše zmíněných cílů bylo použito všech složek kurikulárního procesu. Na základě tohoto procesu bylo nejprve nutné analyzovat současný vědecký systém klasické a kvantové fyziky.

Upravené fyzikální poznatky byly sepsány do uceleného, přiměřeného edukačního textu pro radiologické asistenty. Vytvořením edukačního textu byla potvrzena hypotéza: „*Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.*“ Tento text byl poskytnut v elektronické podobě studentům Jihočeské univerzity a radiologickým asistentům.

K ověření poznatků osvojených studenty byl vytvořen edukační test s 15 otázkami. Edukační test byl poskytnut také v elektronické podobě. Poté byly výsledky statisticky zpracovány. Byly použity metody deskriptivní statistiky, ale i neparametrické testování hypotéz.

Na základě provedeného neparametrického testování bylo zjištěno, že znalosti studentů lze vyjádřit Gaussovým rozdělením, tím byla potvrzena přiměřenost edukačního textu, ale i druhá hypotéza práce: „*Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.*“.

Klíčová slova: kurikulární proces, klasická fyzika, kvantová fyzika, Schrödingerova rovnice, radiologický asistent, implementované kurikulum II

The classic and quantum dimension of X-ray diagnostics for radiology assistants

Abstract

These days there is no educational text for the issue freely available that would be adequate for the students of the course Radiology assistant and for related fields.

The work set the following aims:

1. To choose a theory of transmission of the knowledge to the level of the fields mentioned.
2. To create an educational text so that the theory would be respected.
3. To verify the educational text experimentally from the point of view of the students' possibilities.
4. To apply selected statistical methods.

Based on the present analysis of the issue and set aims the following hypotheses were formulated:

1. The educational text for radiology assistants can be created through the application of curricular process.
2. The knowledge of the students acquired through the developed educational system will be divided in a similar way as it is divided normally.

The aims mentioned above were accomplished thanks to use of all the aspects of the curricular process. Based on this process it was first necessary to analyse the current scientific system of classical and quantum physics.

Adjusted physical knowledge were written up into an adequate educational text for radiology assistants. The hypothesis that an educational text for radiology assistants can be created through the application of the curricular process was verified. The text was provided electronically to the students of South Bohemian University and to radiology assistants.

A test of 15 questions was created to verify the knowledge acquired by students. The educational test was also provided electronically. The results were then processed statistically. It was made use of methods of descriptive statistics, but also of nonparametrical testing of hypotheses.

It was found out that the knowledge of the students can be described with Gaussian division based on the nonparametrical testing. Thanks to this the adequacy of the text and the

second hypothesis that the knowledge of the students acquired through the developed educational system would be divided in a similar way as it is divided normally were verified.

Key words: curricular process, classic physic, quantum physic, Schrödinger equation, Radiology assistant, implemented curriculum II

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to – v nezkrácené podobě – v úpravě vzniklé vypuštěním vyznačených částí archivovaných fakultou – elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejich internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 2. 5. 2017

.....

Martin Bejtíc

Poděkování

Rád bych zde poděkoval doc. RNDr. Přemyslu Záškodnému, CSc., vedoucímu mé bakalářské práce, za jeho cenné rady a obětavou pomoc při řešení dané problematiky.

Obsah

| | |
|--|----|
| Úvod | 10 |
| 1 Teoretická část..... | 11 |
| 1.1 Teorie kurikulárního procesu | 11 |
| 1.2 Rentgenka..... | 12 |
| 1.2.1 Katoda | 13 |
| 1.2.2 Anoda..... | 13 |
| 1.2.3 Kryt rentgenky | 14 |
| 1.2.4 Primární clona | 15 |
| 1.3 Zobrazovací metody | 15 |
| 1.3.1 Skiografie | 15 |
| 1.4 Skiaskopie | 16 |
| 1.5 Výpočetní tomografie (CT; computed tomography)..... | 17 |
| 1.5.1 Princip CT..... | 17 |
| 1.5.2 Konstrukce tomografu | 18 |
| 1.5.3 Vznik obrazu | 18 |
| 1.5.4 Parametry vyšetřovacího protokolu | 19 |
| 1.6 Fyzikální popis rentgenové diagnostiky..... | 20 |
| 1.7 Elektromagnetické záření | 21 |
| 1.7.1 Klasická a kvantová podoba elektromagnetického záření, členění optiky . | 21 |
| 1.7.2 Elektromagnetické spektrum | 23 |
| 1.7.3 Kvantová optika | 24 |
| 1.8 Klasické aplikace elektromagnetického pole | 27 |
| 1.8.1 Elektromagnetické pole jako klasický a nestatisticky pojatý fyzikální objekt | 27 |
| 1.8.2 Pohyb klasického náboje v konstantním elektromagnetickém poli | 28 |
| 1.8.3 Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole | 30 |
| 1.8.4 Elektromagnetické vlnění | 34 |
| 1.9 Kvantová mechanika v rentgence | 37 |
| 2 Hypotézy a metodika výzkumu | 39 |
| 2.1 Hypotézy a cíle..... | 39 |

| | | |
|-----|--|----|
| 2.2 | Metodika výzkumu..... | 39 |
| 2.3 | Konceptuální kurikulum..... | 40 |
| 2.4 | Zamýšlené kurikulum..... | 40 |
| 2.5 | Implementované kurikulum I. | 42 |
| 2.6 | Implementované kurikulum II..... | 42 |
| 2.7 | Charakteristika zkoumaného statistického souboru | 48 |
| 2.8 | Edukační text..... | 48 |
| 2.9 | TEST | 55 |
| 3 | Výsledky..... | 59 |
| 3.1 | Konceptuální kurikulum..... | 59 |
| 3.2 | Zamýšlené kurikulum..... | 59 |
| 3.3 | Projektové kurikulum..... | 61 |
| 3.4 | Implementované kurikulum I. | 61 |
| 3.5 | Implementované kurikulum II..... | 62 |
| 4 | Diskuse | 68 |
| 5 | Závěr..... | 71 |
| 6 | Seznam literatury..... | 73 |
| | Seznam obrázků a tabulek | 76 |

Úvod

V současné době neexistuje vhodný, ucelený volně dostupný edukační text, který by se zabýval klasickou a kvantovou fyzikou v RTG diagnostice. Tento edukační text by měl být přiměřen znalostem a schopnostem budoucím nebo současným radiologickým asistentům a oborů příbuzných. Tato bakalářská práce se zaměří na tuto problematiku a pokusí se ji vyřešit.

Práce si stanovuje tyto cíle:

1. Výběr teorie přenosu poznatků na úroveň uvedených studijních oborů
2. Vytvoření edukačního textu cestou, který respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

Východiskem práce bude volba teorií kurikulárního procesu jako vhodnou teorií přenosu poznatků z vědy do edukační oblasti. Předpoklad práce je, že aplikací kurikulárního procesu (posloupnost transformačně na sebe navazujících variantních forem kurikul, je možné vytvořit edukační text, který bude vhodný pro studenty oboru Radiologický asistent, pro pracující radiologické asistenty a pro studenty oborů příbuzných (první hypotéza). Dalším předpokladem je, že znalosti získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení (druhá hypotéza).

Klíčovým bodem této práce je analýza vědeckého systému a jeho transformace na sdílitelnou úroveň vědeckého systému (konceptuální kurikulum), poté vytvořit vhodnou strukturu tématu, aby byla vhodná možnostem adresátů (zamýšlené kurikulum) a sepsat ucelený, srozumitelný edukační text (projektové kurikulum). Verifikační fáze bude spojena s předložením vytvořeného edukačního textu adresátům (implementované kurikulum I), poté adresáti vyplní edukační test, který bude následně statisticky vyhodnocen (implementované kurikulum II). Statistická analýza výsledků testu umožní potvrzení či vyvrácení předpokládaných hypotéz.

Potvrzením obou předpokládaných hypotéz by mohla být práce využita jako výukový materiál pro studenty oboru Radiologický asistent.

1 Teoretická část

1.1 Teorie kurikulárního procesu

Pod pojmem kurikula se rozumí obsah edukace, vzdělávání. Posloupnost transformačně na sebe navazujících variantních forem kurikula se nazývá kurikulární proces fyziky. Využívá transformací edukační komunikace, na jejichž základě vznikají jednotlivé variantní formy kurikula - konceptuální kurikulum, zamýšlené kurikulum, projektové kurikulum, implementované kurikulum-1, implementované kurikulum-2 a dosažené kurikulum.(Záškodný, 2009).

Edukační komunikace fyziky je proces, při kterém dochází k předávání a zprostředkovávání výsledků a metod fyzikálního poznání do vědomí jednotlivců, kteří se na vzniku daného poznání nepodíleli, tím se tyto výsledky a metody dostávají i do vědomí společnosti. Tento proces zahrnuje nejen vzdělávání a výuku na všech úrovních školské soustavy, ale i celoživotní vzdělávání v různých institucích a také přenos informace z fyzikálních věd směrem do celé společnosti (Záškodný, 2009).

Fyzikální poznatek během edukační komunikace prodělává několik významných transformací z úrovně vědecké, která je pro mnohé těžko srozumitelná a obtížná, na úroveň srozumitelnou učitelům, studentům apod. (Záškodný, 2009).

Přehled transformací didaktické komunikace fyziky.

- **Transformace T^1 (vstup→výstup) – Komunikační transformace**
Vstup T^1 : Vědecký systém fyziky → Výstup T^1 : Sdělitelný vědecký systém fyziky
- **Transformace T^2 (vstup→výstup) – Obsahová transformace**
Vstup T^2 : Sdělitelný vědecký systém fyziky → Výstup T^2 : Didaktický systém fyziky a jeho učivo
- **Transformace T^3 (vstup→výstup) – Kurikulární transformace**
Vstup T^3 : Didaktický systém fyziky a jeho učivo → Výstup T^3 : Výukový projekt fyziky a jeho učebnice
- **Transformace T^4 (vstup→výstup) – Edukační transformace**
Vstup T^4 : Výukový projekt fyziky a jeho učebnice, připravenost učitele na výuku → Výstup T^4 : Výsledky výuky fyziky

- **Transformace T^d (vstup→výstup) –Aplikační transformace**

Vstup T^d : Výsledky výuky fyziky → Výstup T^d : Aplikovatelné výsledky výuky fyziky (Záškodný, 2009).

Variantní formy kurikula:

Konceptuální kurikulum (conceptual curriculum) - koncepce toho, co má být ve školách obsahem vzdělávání. Tuto formu lze spojit s výsledkem transformace T1 (Záškodný, 2009).

Zamýšlené kurikulum (intended curriculum) - plánované cíle a obsah vzdělávání s explicitním definováním v kurikulárních dokumentech jako jsou učební osnovy a učebnice. Tuto formu lze spojit s výsledkem transformace T2 (Záškodný, 2009),

Projektové a implementované kurikulum-1 (projected curriculum, implemented curriculum-1) - projektová a realizační forma. Tyto formy lze spojit s výsledky transformace T3. Výsledek transformace T3 „projektové kurikulum“ (které se nachází v dobře napsaných učebnicích) lze rozšířit o novou variantní formu kurikula spojenou s přípravou učitele na výuku. Tuto novou variantní formu lze nazvat „implementované kurikulum-1“ (které se nachází v mysli edukátora) (Záškodný, 2009).

Implementované kurikulum-2 (implemented curriculum-2) - obsah vzdělávání percipovaný subjekty edukace, studenty. Tuto formu lze spojit s výsledky transformace T4 jako učivo osvojené edukanty (Záškodný, 2009).

Dosažené kurikulum (attained curriculum) - obsah vzdělávání fungující na straně subjektů edukace, podoba osvojeného učiva modifikovaná adresáty edukace na základě jejich vlastních i mimoškolních zkušeností a zájmů. Tuto formu lze spojit s výsledkem transformace T5 jakožto trvalou složku edukace při její aplikaci (Záškodný, 2009).

1.2 Rentgenka

Rentgenka je zdrojem brzdného a charakteristického záření. Brzdné záření vzniká brzděním urychlených elektronů v elektrickém poli atomových jader. Díky fungování zákona o zachování energie zde dochází k přeměně z kinetické energie na jinou formu energie. Velmi malá část nadbytečné energie je emitována ve formě fotonů elektromagnetického záření. Efektivita přeměny energie letících elektronů na brzdné záření je velmi malá. Elektronů, které jsme urychlili napětím 100 kV, je zhruba 0,9%. Zbývajících 99% energie se transformuje na teplo, což způsobuje problémy s přehříváním rentgenky, proto je velmi důležité, aby byla rentgenka kvalitně chlazená. Brzdné záření má spojité spektrum. Při vzájemném působení elektronů v atomovém obalu vznikne kromě brzdného záření také záření charakteristické,

které vznikne při srážce dopadajícího elektronu s nějakým elektronem z obalu atomu v materiálu anody. Jestliže je energie dopadajícího elektronu vyšší než vazebná energie elektronu v obalu, dojde k emitaci elektronu z atomového obalu. Toto uvolněné místo ve slupce obalu je obsazeno elektronem z vyšší slupky a přebytečná energie je vyzářena ve formě charakteristického záření. Rozdíly mezi jednotlivými slupkami jsou pro prvek charakteristické, a proto je spektrum charakteristického záření čárové. Poměr mezi charakteristickým a brzdým zářením roste s rostoucí energií dopadajících elektronů, to právě souvisí s vazebnými energiemi v obalu (Zuna, 2000).

1.2.1 Katoda

V rentgence je katoda zdrojem elektronů, které jsou tepelně vyzářovány žhavením wolframového vlákna pomocí protékajícího napětí kolem desítek voltů a proudu o velikosti řádově jednotek ampér na teplotu 2000 až 2700°C. Rentgenky, kterým se říká dvouohniskové, mají dvě vlákna. Pokud se neexponuje, katoda je podžhavená, protože díky tomu se šetří vlákna. Kolem vlákna se nachází fokusační elektroda, která má záporný náboj. Tvar fokusační elektrody je buď ve tvaru misky nebo dutého válce - Wehneltův válec. Fokusační elektroda má za úkol soustředit svazek elektronů do malého ohniska na povrchu anody. Velikost ohniska má značný vliv na kvalitu obrazu. Množství emitovaných elektronů lze ovlivnit jednak velikostí žhavicího proudu, anebo volbou času, po kterou je žhaveno vlákno. V praxi se používá takzvané elektrické množství, což je součin proudu a času – mAs (Zuna, 2000).

1.2.2 Anoda

Pokud připojíme vysoké napětí, dojde k urychlení elektronů, které se uvolnily z katody, tyto uvolněné elektrony budou směřovat k anodě. Zhruba jedno procento z kinetické energie elektronů, které se uvolnily z katody, je přeměněno na brzdné a charakteristické záření. K této přeměně dochází při brzdění v polích jader atomů materiálu anody. Zbytek energie je emitován ve formě energie tepelné. Nejjednodušší rentgenky mají pevnou anodu, proto jsou vybaveny měděnou tyčí, která odvádí vznikající teplo po dopadu elektronů. Tyto rentgenky jsou používány, když nejsou nároky na vysokou tepelnou kapacitu. V dnešní době tyto rentgenky nejsou obvyklé, byly nahrazeny rentgenkami s rotační anodou. Rotační anoda má tvar masivního disku se zkosenými hranami. Velikost efektivního ohniska je dána uhlím zkosení. U rentgenek, které se využívají pro běžnou skiografii, se používají úhly zkosení v rozpětí 12-19°. Díky rotaci anody je zde docíleno rovnoměrného rozložení tepelné zátěže po

obvodu rentgenky, proto se rotace anody pohybuje v rozmezí 3000 až 10000 otáček za minutu. Na anodě se nachází 3 druhy ohnisek. Elektrické ohnisko je plocha, na niž dopadají elektrony vyzářené z katody. Pokud mluvíme o rotační anodě, jedná se o ohniskovou dráhu. Další ohniskem je ohnisko tepelné. Tepelné ohnisko je oblast, ve které se během expozice vytváří teplo. Optické ohnisko je pozorované ze směru centrálního paprsku. Velikost optického ohniska má velký vliv na geometrickou neostrost rentgenového obrazu (Zuna, 2000).

Na výrobu anody se nejčastěji používá wolfram nebo jeho slitiny s rheniem. Díky legování wolframu rheniem dochází ke zlepšení odolnosti proti povrchovému poškození. Mamografie využívá anody vyrobené z molybdenu nebo rhodia, protože tyto materiály emitují rentgenové záření o nízké energii. Nízká energie je vhodná právě pro vyšetření měkkotkáňových struktur (Zuna, 2000).

Skiagrafické rentgenky mají tepelné zatížení ohniska v řádu stovek W/mm^2 . Jelikož wolfram má bod tání $3380\text{ }^{\circ}C$, tak je umožněno zahřát anodu na velmi vysokou teplotu. Tepelná zátěž anody je vyjádřena v tepelných jednotkách, označení pochází z angličtiny, proto jsou udávány jako Heat Unit, $1\text{ HU}=0,745\text{ J}$. Počet expozic, které můžeme uskutečnit za určitou dobu a zároveň nezpůsobit přehřátí rentgenky, závisí na účinnosti chlazení, neboli na tom, jak rychle je odváděno teplo z rentgenky. Účinnost chlazení může způsobit vyvážení nedostatečné tepelné kapacity anody (Zuna, 2000).

1.2.3 Kryt rentgenky

Pro výroby rentgenky se používají materiály z lehkých slitin. Jelikož se rentgenové záření šíří všemi směry z ohniska anody, musí být kryt vybaven ve střední části olověným stíněním. Toto stínění má za úkol odstínit rentgenové záření, které neprojde výstupním okénkem. I přes stínění olovem z krytu rentgenky záření uniká, tomuto záření říkáme záření únikové. Při maximálním příkonu, který je specifikován výrobcem pro danou rentgenku, by byl $1mGy/hod$. Rentgenka je uložena v olejové lázni. Pomocí přirozené nebo nucené cirkulace oleje je teplo odváděno do krytu rentgenky, z krytu je poté odváděno do volného prostoru. Schopnost tepelné roztažnosti oleje je zde kompenzována gumovou nebo kovovou membránou. V krytu rentgenky se nachází výstupní okénko, jež je zpravidla vyrobeno z beryliového skla. Toto sklo je charakterizováno velmi malou absorpcí rentgenového záření, což je velmi důležité pro mamografii. Dalšími součástmi krytu rentgenky jsou průchodky pro vysokonapěťové kabely, pouzdra přídatné filtrace, držák primární clony, závěs a ložiska

rotoru anody. Další funkcí krytu je také ochrana rentgenky před mechanickým poškozením (Zuna, 2000).

1.2.4 Primární clona

Svazek záření vymezuje primární clona. Velikost ozařovaného pole je dána velikostí vyšetřovaného orgánu nebo jeho diagnostikované části. Díky přesnému vymezení pole se minimalizuje radiační zátěž pacienta a také je omezeno množství sekundárního záření, toto záření by zhoršovalo kvalitu snímku. Primární clona obsahuje dva páry olověných lamel, jež se pohybují nad sebou ve dvou rovinách kolmých k ose svazku. Umístění lamel je vždy v určité vzdálenosti od ohniska, proto aby byla omezena velikost polostínu. Primární clona má jako součást světelnou indikaci velikosti pole se záměrným křížem. U některých přístrojů je tento kříž realizován pomocí laserového paprsku. Uvnitř clony se nachází zdroj světla, který je umístěn mimo svazek záření, a ve svazku je vloženo nakloněné zrcadlo. Záření prochází zrcadlem představujícím součást filtrace clony. Primární clony jsou často opatřeny přidavnou filtrací, která má za úkol stejně jako vlastní filtrace rentgenky odstranit nízkoenergetické složky rentgenového záření. Výsledná filtrace by měla dosáhnout hodnoty 2,5 mm Al. Nynější přístroje jsou vybaveny systémem automatické kolimace. Velikost pole je vymezena automaticky clonami podle formátu použitého receptoru. Odpadá tedy nutnost manipulace s kolimátorem. Tato skutečnost vede k úsporám času a také se eliminuje možnost chybného vymezení ozařovaného pole (Zuna, 2000).

1.3 Zobrazovací metody

1.3.1 Skiografie

V roce 1895 německý fyzik objevil záření, které bylo na jeho počest po něm pojmenováno. Rentgenové záření se stalo základem pro skiografii, která zobrazuje lidskou tkáň. Záření prochází lidskou tkání a je pohlcováno na základě denzity tkáně. Princip vzniku záření byl popsán v předcházející podkapitole (Chudáček, 1995).

1.3.1.1 Filmový materiál

V dřívějších dobách se radiologický asistent setkával s mnoha druhy filmových materiálů. V dnešní době se v moderních nemocnicích nevyužívají a byly nahrazeny digitálními detektory. Původní jsou využívány v rozvojových zemích. Nejčastěji jsou používány fóliové filmy, které tvoří polyesterová podložka, na kterou je z obou stran

polévaného filmu nanese na pojivovou vrstvu, která spojuje podložku s citlivou vrstvou. Tuto vrstvu tvoří želatina, ve které se nacházejí krystaly bromidu stříbra, ale také stabilizátory, emulgátory, tvrdidla či senzibilátory. Povrch každé emulzní vrstvy tvoří ochranná vrstva z utvrzené želatiny, která zlepšuje kontrast a citlivost filmů (Chudáček, 1995).

Rentgenové X záření vyvolá v materiálu filmu změny, které se projeví po vyvolání filmu zčernáním, to je přímo úměrné intenzitě a kvalitě záření. Zčernání způsobí jen to záření, které je filmem absorbováno a ne to, které filmem projde (Chudáček, 1995).

Kromě fóliových filmů se ještě používají bezfóliové filmy u intraorálních zubních rentgenů. V minulosti se ještě používaly filmy pro spot kamery, kinofilmy, filmy pro diapositivy či filmy pro multiformátní kamery (Chudáček, 1995).

1.3.1.2 Digitální záznam

V moderních nemocnicích se upřednostňuje před filmovým materiálem digitální záznam, který má řadu výhod. Digitální záznam skiografie se dělí na přímý a nepřímý. (Nekula, 2005)

U nepřímé skiografie dopadne paprsek na kazetu s paměťovou fólií, která obsahuje luminofor. Po dopadu rentgenového záření se folie s kazetou vkládá do speciální čtečky, která si sama otevře kazetu, vyjme a položí folii, kterou následně ozáří laserovým párskem (Nekula, 2005).

V současnosti se nejvíce využívá právě digitální skiografie. Digitální skiografii dělíme na přímou a nepřímou. Nepřímá digitalizace využívá dopadu pársku rentgenového záření na paměťovou fólii, která je poté vyvolána řadou čtecích laserů. Tyto folie se potom vymažou pomocí světla. Paměťové folie mají celkem nízké náklady a velmi dlouhou životnost. Při přímé digitalizace dopadá rentgenové záření na detektor. Detektor záření převede na elektrický signál. Výhodou přímé digitalizace je časová nenáročnost. Vzniklý obraz je možno vidět na monitoru během několika vteřin. Pořizovací náklady na rozdíl od nepřímé digitalizace jsou mnohem vyšší. Digitální záznam umožňuje upravovat obraz pomocí post-processingu, redukovat dávky záření a archivovat v systému PACS (zkratka z angličtiny Picture Archiving Communication System) ve formátu DICOM (Digital Imaging and Communications in Medicine) (Nekula, 2005).

1.4 Skiaskopie

Skiaskopie umožňuje zásluhou rentgenového záření zobrazit lidské tělo v reálném čase. Obraz je prostřednictvím zesilovače a televizního řetězce promítán na monitor. Lékař

v průběhu skiaskopie zhotovuje cílené snímky. Tato radiologická vyšetřovací metoda se využívá hlavně u pohyblivých struktur, vyšetření žlučových cest, močových cest, trávicí trubice, dutých orgánů a páteřního kanálu (Chudáček, 1995).

Většina vyšetření se dá provádět ambulantně. Délka vyšetření se pohybuje v průměru kolem 15 minut. U některých specializovaných vyšetření (například střevní pasáž) to trvá i několik hodin, pacient ale není pořád na vyšetřovně. Vyšetření provádí radiolog v kooperaci s radiologickým asistentem. Radiologický asistent zde má za úkol ovládat skiaskopickou sklopnou stěnu z ovladovny, nastavovat pacienty, připravovat kontrastní látky a po domluvě s lékařem může provádět i jiné vyšetřovací výkony (Chudáček, 1995).

Denně používanou metodou je skiaskopie na operačních sálech, kde je její využití základem dobře provedené operace (Chudáček, 1995; Rosina, 2000).

1.5 Výpočetní tomografie (CT; computed tomography)

1.5.1 Princip CT

CT je založeno na principu měření absorpce rentgenového záření v řezu vyšetřované oblasti. CT přístroj se skládá z gantry, na jejímž obvodě se nachází rentgenka a několik řad detektorů. Výsledný obraz se projeví v odstínech šedi díky matematické rekonstrukci, která vychází z výše absorpce rentgenového záření. Ten jev se nazývá matematická atenuace. Rozsahy atenuací jsou určeny Hounsfieldovými jednotkami (HU). V září 1971 vstoupila do praxe vypočetní tomografie, kterou vyvinul Godfrey N.Hounsfield, podle kterého získaly tyto jednotky své jméno. Hounsfieldova stupnice je tvořena úsečkou, která je rozdělaná na 4096 stupňů, kde každý stupeň odpovídá stupni šedi. Příklady Hounsfieldových jednotek: vzduch - 1000, tuk -50 až -100, voda 0, likvor 5, bílá hmota mozková 30, šedá hmota mozková 34, krev 47, játra 40-60, svaly 35-75, vazivové tkáně 60-90, chrupavka 80-130, kost 1000-3000. Jelikož naše oko nedokáže rozlišit celou stupnici, ale jen maximálně okolo 25 stupňů šedé, využívají se proto tzv. okna (Ferda, 2002; Rosina, 2000).

V dnešní době se využívá hlavně helikální systém. Tento systém využívá plné rotace systému rentgenky a detektorů. Pacient se plynule pohybuje na vyšetřovacím stole v ose otáčení rotoru během nepřetržitého načítání dat detekčním systémem po trajektorii šroubovice. Helikální CT přístroje se postupně zlepšovaly. Nejprve se vyskytovaly tzv. single slice, které byly schopny pořídít pouze jednu stopu dat. Dále se objevily tzv. dual slice, které díky zdvojením detektorové řady pořizují dvě stopy dat. Dnes se běžně setkáváme s multi

slice detektory, které mají 16 a více řad detektorů. Současně s tímto vývojem docházelo ke zkracování doby jedné otáčky. Nyní se běžně používá doba jedné rotace 0,005s, před více než 40 lety byla doba jedné rotace 8krát delší (Ferda, 2002).

1.5.2 Konstrukce tomografu

Výpočetní tomograf tvoří zobrazovací systém skládající se ze zdroje rentgenova záření a detekčního systému, dále vyšetřovací stůl, výpočetní systém a zdroj vysokého napětí.

Rotor je opatřen kartáčovým povrchem z karbonových vláken, který umožňuje kontinuální rotaci detekčního systému za nepřetržité komunikace mezi statickou částí gantry a rotorem. Rentgenka je vysoce tepelně zatížena. Expoziční hodnoty u jednotlivých vrstev se pohybují až po 140 KV a 500 mAs. Kolimátor usměrňuje primární svazek do tvaru vějíře. Dnes je možná kolimace až do 0,75 mm. Detektorová soustava je složena sektorem detektorů, které jsou velice citlivé a ovlivňují kvalitu obrazu, a také dávku pro vyšetřovaného. Detektorů je kolem 1024. Pro přímý digitální záznam se používají přístroje s detekčním polovodičovým systémem typu plochého panelu (flat panel). Ultracitlivé keramické detektory pro analogový záznam se používají u recentních přístrojů (Ferda, 2002; Rosina, 2000).

1.5.3 Vznik obrazu

Obraz vzniká díky výpočtu založenému na Fourierově transformaci. Tento výpočet hodnotí míru celkového zeslabení záření v jednotlivých bodech. Pokles záření pohlceného prostředím mezi rentgenkou a detektorem je změřen prostřednictvím detekčního systému.

Úbytek záření pohlceného prostředím mezi rentgenkou a detektorem je změřen pomocí detekčního systému. Výpočtem založeným na Fourierově transformaci se vyhodnotí míra celkového zeslabení záření v jednotlivých bodech. Matematicky se vytvoří matice bodů, které se nazývají obrazové body – pixely (picture element). Odpovídají hranolům, jejichž výška je dána kolimací. Zmíněné hranoly nazýváme – voxely (volume element). Z toho vyplývá, že v jednom řezu je celé zobrazení dáno čtyřrozměrnou maticí. První rozměr je poloha v ose X, druhý je poloha v ose Y, třetí rozměr Z udává šířka kolimace a čtvrtým rozměrem je míra zeslabení záření v daném bodě. S izotropním polem dat pracují multidetektorové přístroje, které umožňují rekonstruovat obraz v jakékoliv rovině bez ztráty informací, jelikož se Z rozměr voxelu blíží příčnému rozměru, z tohoto pole dat je možno rekonstruovat obraz v jakékoliv rovině bez ztráty informace (Ferda, 2002).

1.5.4 Parametry vyšetřovacího protokolu

Skenovací parametry dělíme na primární a sekundární. Primární parametry ovlivňují načtení hrubých dat, a tedy i kvalitu později rekonstruovaného obrazu. Mezi primární parametry patří:

a) Expozice

Na rozdíl od napětí ovlivňují kvalitu axiálních obrazů mAs. Obvyklé napětí pro vyšetření výpočetní tomografie je 120 kV až 140 kV. Tvrdší záření má za výsledek větší penetraci a omezuje tvorbu artefaktů. Nastavením proudu lze ovlivnit míru kvantového šumu, který snižuje rozlišovací schopnost zobrazení (Ferda, 2002).

b) Kolimace

Udává šíři zobrazované vrstvy. Šíři kolimace volíme dle rozměrů vyšetřované struktury. Nejčastěji volíme kolimaci od 0,5 do 10 mm. Malou šíři kolimace používáme pro malé objekty. Například pro HRCT plic a skeletu používáme kolimace od 0,5 do 1 mm a naopak nejvyšší kolimaci pro vyšetření hrudníku a břicha (Ferda, 2002).

c) Rotační perioda

Doba, za kterou se otočí rentgenka a detektorová soustava o úhel 360° , je důležitým faktorem rychlosti vyšetření, protože některé pohybující se struktury jako je ascendentní aorta nebo srdce vyžadují krátkou periodu. Je to tedy doba pořízení jednoho axiálního obrazu. S elektrokardiografickým gatingem se dosahuje rychlosti kolem 100 ms, ale běžně se v současné době používá nejkratší perioda rotace 500 ms (Ferda, 2002).

d) Rychlost posunu stolu

Pitch, neboli faktor stoupání, je poměr rychlosti posunu stolu a kolimace. Posune-li se vyšetřovací stůl o 10 mm při kolimaci 10 mm, je pitch roven 1. Běžné hodnoty používané u helikálního vyšetření jsou od 1 do 24, přičemž nad 3 se používají u vyšetření multidetektorovým výpočetním tomografem. Se stoupajícím pitchem se zkracuje celková doba vyšetření a umožňuje tak vyšetřit pohybující se struktury (Ferda, 2002).

Sekundární parametry ovlivňují kvalitu zobrazení rekonstrukce hrubých dat. Mezi sekundární parametry patří:

a) Matrix

Každý axiální obraz je tvořen maticí. Matrix udává počet bodů, kterými je matice tvořena. Dnes je základní matrix 512x512 bodů. Primární matice je transformována při rekonstrukci na přepočítávanou matrix. Čím jemnější použijeme, tím má axiální obraz větší geometrickou rozlišitelnost (Ferda, 2002).

b) Velikost zobrazovaného pole

Tzv. field of view by mělo být zvolené tak, aby byly body matrix využity na vlastní objekt zájmu. Nemělo by zasahovat do okolních prostor či do nezájmových struktur. Díky velikosti zobrazovacího pole je možno optimalizovat prostorové rozlišení. Při zvolení velkého scanovaného prostoru se zvětšují i velikosti pixelů a snižuje se rozlišovací schopnost (Ferda, 2002).

c) Rekonstrukční algoritmus

Používá se pro tkáně, jejichž denzity netvoří spojitě spektrum. Například u plicní a kostní tkáně se využívají algoritmy, které zvýrazňují přechody denzit, tzv. vysokofrekvenční – high spatial frequency algorithm. Naopak pro vyšetření krku, mediastina a dutiny břišní se používají měkkotkáňové algoritmy, neboli nízkofrekvenční – low spatial frequency algorithm (Ferda, 2002).

d) Překrývání vrstev

Tzv. rekonstrukční increment nám udává, o kolik se jednotlivé obrazy překrývají. Při kolimaci 10 mm a incrementu 8 mm se jednotlivé obrazy překrývají o 2mm. Doporučuje se, aby se ke zhotovení kvalitních multiplanárních a trojrozměrných zobrazení používalo překrývání kolem 50% (Ferda, 2002).

1.6 Fyzikální popis rentgenové diagnostiky

Vystižení fyzikální podstaty

Rentgenové záření proniká všemi známými prostředími a je v těchto prostředích různě absorbováno, právě na tomto principu je založena celá rentgenová diagnostika. Tato schopnost absorpce je vyjádřena absorpčním zákonem a koeficient absorpce μ je závislý na průměrném protonovém čísle absorbujícího prostředí u živého organismu a frekvenci RTG záření (Záškodný, 2014).

Zdroj

Zdrojem RTG záření je rentgenka v podobě evakuované skleněné Coolidgeovy lampy. Rentgenové záření využitelné pro diagnostiku vychází výstupním okénkem v krytu rentgenky. Význam pro diagnostiku má brzdné RTG záření a s ním spojená klasická a kvantová teorie fotonu, elektromagnetického pole a elektronu (Záškodný, 2014).

Druh interakce

Interakce záření jsou spojovány s pohlcováním způsobeným Comptonovým jevem a fotoelektrickým jevem (s vyšší frekvencí rentgenového záření roste podíl Comptonova jevu) (Záškodný, 2014).

Charakteristika detekce a dozimetrie

Pro detekci a dozimetrii rentgenového záření se využívá princip přeměny záření na registrovatelné formy energie. Rentgenový obraz pro průchod tkání je znázorňován na principu excitačně flouorescenčním prostřednictvím skiaskopického prosvěcování nebo na principu fotochemickém prostřednictvím skiagrafického snímkování. Výpočetní tomografie je zobrazena díky matematické rekonstrukci o absorpci rentgenového záření a je zde vidět prostorové zobrazení orgánu (Záškodný, 2014).

1.7 Elektromagnetické záření

1.7.1 Klasická a kvantová podoba elektromagnetického záření, členění optiky

Elektromagnetické pole, které bylo vybuzené pohybujícím nábojem, se skládá ze dvou částí. První část závisí na zrychlení a při velkých vzdálenostech od náboje klesá s druhou mocninou vzdálenosti. Druhá část závisí pouze na rychlosti pohybujícího se náboje s druhou mocninou. První část souvisí s elektromagnetickým zářením vyzařovaným nábojem, který se pohybuje (Záškodný, 2009).

Lze jí nazývat jako klasickou elektromagnetickou vlnu a nestatický fyzikální objekt, protože je ve velké vzdálenosti od soustavy nábojů a pro obrovský počet koherentních fotonů. V těchto vzdálenostech, též nazývaných vlnová zóna záření, můžeme toto záření považovat za elektromagnetické vlnění (Záškodný, 2009).

Z pohledu kvantové teorie monochromatického volného elektromagnetického pole spojeného s menším počtem „koherentních“ fotonů a s konkrétní vyšší frekvencí lze světlo považovat za soubor částic (fotonů), které se šíří „uspořádaně“ podél paprsků. Potom elektromagnetické záření lze spojovat s uspořádaným tokem částic (Záškodný, 2009).

Pro monochromatické volné elektromagnetické pole a pro značný počet „koherentních“ fotonů lze pozorovat interakci elektromagnetického záření s látkovým prostředím jako interakci elektromagnetického vlnění a tohoto prostředí. Historicky odpovídá preferenci vlnové podstaty světla Huygensova undulační teorie, kdy světlo bylo pokládáno za podélné vlnění velmi řídkého prostředí, nazývaného světelný éter. Například z pohledu vlnové optiky jsou zkoumány jevy spojené s vlnovými vlastnostmi světla - ohybové jevy (Fresnelova difrakce, Fraunhoferova difrakce), interferenční jevy, polarizační jevy- polarizace odrazem a lomem, rotační polarizace, polarizace dvojlomem v krystalu a další. Dále průchod světla prostředím- rozklad - disperze světla, pohlcování - absorpce světla, rozptyl - difúze světla (Záškodný, 2009).

Geometrická optika vychází z klasického modelování interakce homogenního izotropního prostředí se světlem. Je postavena na čtyřech zákonech:

1. Zákon přímočarého šíření světla
2. Zákon nezávislosti světelných paprsků
3. Zákon odrazu světelných paprsků
4. Zákon lomu světelných paprsků

Lze je formulovat bez jakékoliv představy o fyzikální podstatě světla. Na základě těchto zákonů se zobrazováním „svítících“ předmětů optickými přístroji zabývá geometrická optika. Menší počet „koherentních“ fotonů, které mají konkrétní vyšší frekvenci, umožňuje světlo považovat za soubor uspořádaně se šířících částic- fotonů, pro které platí uvedené zákony. „Menší počet fotonů“ neznamená „malý počet fotonů“. Proto i menší počet těchto fotonů představuje energii mnohonásobně převyšující energii jednoho kvanta. Optické zobrazování řeší úlohy, kdy jejich rozměry jsou mnohonásobně větší než vlnová délka fotonů. Když fotony světla srovnáme s fotony rádiových vln, potom tyto fotony splňují představu „vysokoenergetických“ částic, u nichž se prosazují především vlastnosti korpuskulární. Historicky této představě odpovídá korpuskulárně pojatá Newtonova emanační teorie, kdy světlo je tvořeno rychle letícími částicemi, které vysílá svítící zdroj (Záškodný, 2009).

Pro malý počet fotonů se stává východiskem diskrétní charakter energie elektromagnetického pole, který je spojen právě s fotony jako nositeli kvant energie $\hbar\omega$. Vzájemné působení elektromagnetického záření s látkovým prostředím je potřebné zkoumat jako působení fotonu (polní částice, která je ultrarelativistickou částicí) s částicí látkovou (např. s elektronem jako klasickou nebo relativistickou částicí). Z pohledu kvantové optiky

budou jevy zkoumány na základě vlnově korpuskulárního dualismu fotonů. V úvahu bude brána nejen vlnová délka a frekvence spojená s fotonem, ale také jeho hmotnost a hybnost podle vztahů vyjádřených rovnicí: $m = \frac{\hbar\omega}{c^2}$, $p = \frac{\hbar\omega}{c}$

Důležitými jevy kvantové optiky jsou obrácený fotoelektrický jev, což je snížení hmotnosti a energie látkové částice se současným vznikem polní částice, dále fotoelektrický jev (zánik polní částice se současným zvýšením hmotnosti a energie látkové částice), Comptonův jev (rozptyl např. rentgenového záření u lehkých prvků - u prvků s velkou relativní atomovou hmotností, např. u kovů či fosforu, převládá u rentgenového záření absorpce), anihilační jev (zánik páru částice-antičástice se vznikem zánikového záření), obrácený anihilační jev (např. tvorba párů elektron-pozitron) (Záškodný, 2009).

Pokud se na optiku díváme ze širšího pohledu, můžeme zkoumat jevy spojené jak se světlem, ale i s dalšími druhy elektromagnetického záření. Například s tepelným zářením, dále s rentgenovým zářením. Rentgenové záření dělíme na charakteristické a brzdné. Brzdné rentgenové záření má původ ve změnách tvarů pravděpodobnostních oblaků při ztrátě energie urychlených elektronů při interakci s elektrostatickým polem atomu. Charakteristické rentgenové záření má původ ve změnách tvarů pravděpodobnostních oblaků elektronů v obalech atomů při přechodu na nižší orbity (Záškodný, 2009; Záškodný, 2014).

Segmentace optiky na geometrickou, vlnovou a kvantovou optiku je vhodné, protože se shoduje s členěním podle klasické a kvantové podoby elektromagnetického záření. Jednotlivé typy optiky lze stručně odlišit na základě energetického a prostorového kritéria. Vlnová optika je spojena s používáním velkých energií ve srovnání s kvantem energie $\hbar\omega$, ale části protonů a překážky jsou již srovnatelné s vlnovou délkou λ . Geometrická optika je spojena s používáním velkých energií v porovnání s kvantem energie $\hbar\omega$ a také prostory a překážky v těchto místech jsou mnohonásobně větší než typické vlnové délky. Kvantová optika vychází z podmínek, kdy energie jsou srovnatelné s kvantem energie, dále části a překážky jsou srovnatelné s vlnovou délkou (Záškodný, 2009).

1.7.2 Elektromagnetické spektrum

Obecná pojatá optika se zabývá hlavně elektromagnetickým zářením. Pokud obecně pojatou optiku zúžíme, jedná se o zúženě pojatou optiku a ta se zabývá druhem

elektromagnetického záření. Tím se rozumí, že pojednává o světle, které my lidé vnímáme a díky kterému získáváme poznatky o vnějším světě (Beiser, 1978).

Pokud mluvíme o elektromagnetickém spektru, což je přehled elektromagnetického záření uspořádaný podle velikosti vlnových délek, a to od největších po nejkratší (Beiser, 1978).

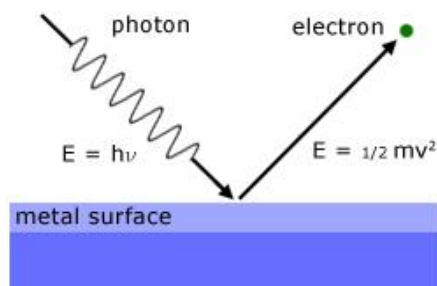
1.7.3 Kvantová optika

1.7.3.1 Fotoelektrický jev

V roce 1905 Albert Einstein podal teoretický výklad fotoelektrického jevu. Einstein vycházel z vize, že fotoelektrický jev má přímé působení fotonů na elektrony v kovu. Každý elektron, který vyjde z kovu, označovaný jako fotoelektron, obdrží celou energii fotonu $\hbar\omega$. Výstupní práce A je absorbována na překonání potenciálu na povrchu kovu, zbylá energie odpovídá kinetické energii elektronu T po vystoupení z kovu. Energie, která je potřeba k vytržení elektronu z kovu, je dána vztahem $A = \hbar\omega_0$, kdy frekvence $\nu_0 = \omega_0 / 2\pi$ je nazývána charakteristickou frekvencí kovu. Poté má Einsteinova fotoelektrická rovnice tvar $\hbar\omega = T + \hbar\omega_0$ (T je maximální možná energie fotoelektronu) (Photoelectric Effect, 2017).

Pro příklad se můžeme zaměřit na prvek sodík, který má frekvenci $\nu_0 = 5,15 \cdot 10^{14}$ Hz, fotoelektrický jev nastává již při dopadu viditelného světla s vlnovou délkou kratší než 582 \AA . Výstupní práce $A = \hbar\omega_0$ pro sodík je pak asi 2,1 eV, tomu odpovídá představa potenciálové hráze na povrchu sodíku výšky 2,1 V (Photoelectric Effect, 2017; Záškodný, 2014).

Obrázek 1: Fotoelektrický efekt



Zdroj: *Photoelectric effect* [online], 2016. a-levelphysicstutor.com. Dostupné z: <http://www.a-levelphysicstutor.com/quantphys-photo-elect.php>

1.7.3.2 Obrácený fotoelektrický jev

Pokud na kovy dopadají elektrony a kov vysílá fotony rentgenového záření, mluvíme o tzv. fotoelektrickém jevu. Než elektron dopadne, je mezi katodou a anodou urychlen napětím U , tím získá tento elektron energii eU a pro maximální možnou frekvenci $\nu_{\max} = \omega_{\max} / 2\pi$ (nejkratší vlnovou délkou λ_{\min}) můžeme zapsat Duanův-Huntův zákon ve tvaru:

$$\hbar\omega_{\max} = eU, \quad U\lambda_{\min} = \frac{2\pi\hbar c}{e} = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ Vm}$$

Ve výše zmíněném tvaru na první pohled není zachycena energie, kterou elektron získal průchodem hrází při vniknutí do kovu, jelikož můžeme zanedbat vstupní práci, která se pohybuje v řádech několika eV proti celkové energii elektronu, která se pohybuje například 10^5 eV (Záškodný, 2005).

Jak už víme, rentgenové spektrum obsahuje dva druhy záření, a to charakteristické a brzdné rentgenové záření. Charakteristické rentgenové záření je složené z jednotlivých čar, z toho vyplývá, že má čárové spektrum. Vlnové délky těchto čar odpovídají materiálu anody. Anoda je většinou tvořena wolframem a právě tento materiál ovlivňuje dovolené přechody mezi excitovanými vyššími a nižšími energetickými stavy ve shodě s výběrovými pravidly pro možné změny kvantových čísel. Pak tomu odpovídá vzhled kvantových čísel. Brzdné rentgenové záření je složeno z mnoha čar všech frekvencí až do nejvyšší frekvence ν_{\max} (minimální vlnové délky λ_{\min}), spektrum tohoto záření je spojitě. Minimální vlnové délky λ_{\min} lze vypočítat pomocí tohoto vztahu:

$$\hbar\omega_{\max} = eU, \quad U\lambda_{\min} = \frac{2\pi\hbar c}{e}$$

Bereme v úvahu závislost na napětí mezi anodou a katodou. Katoda emituje elektrony a na anodu tyto elektrony dopadají (Záškodný, 2005).

1.7.3.3 Comptonův jev

V roce 1923 Arthur Holly Compton přišel na jednoduchý teoretický výklad tohoto jevu. Když studoval rozptyl rentgenových paprsků z molybdenové antikatody v tuhé desce, našel v rozptýleném záření spektrální čáry, které odpovídaly vlnové délce původní λ a také nové vlnové délce $\lambda' > \lambda$. Rozdíl obou délek $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ byl nazván Comptonovým posunem (Compton Effect Definition, 2016).

Comptonův výklad toho jevu byl založen na tom, že se srazí foton s volným elektronem (elektron je velmi slabě vázán v atomu, proto s volným). Jako pro jakoukoliv srážku, tak i pro tuto platí zákon zachování energie a to ve tvaru:

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2$$

V rovnici ω označuje frekvenci původního fotonu, ω' frekvenci rozptýleného fotonu, m_0 klidovou hmotnost elektronu, m je hmotnost elektronu po srážce). Zákon zachování hybnosti lze napsat na základě použití kosinové věty ve tvaru:

$$(mv)^2 = p_\nu^2 + p_{\nu'}^2 - 2 p_\nu p_{\nu'} \cos \mathcal{G}$$

V této rovnici platí, že $p_\nu = \hbar\omega/c$ je podle vztahu pro korpuskulární stránku fotonu hybnost fotonu před srážkou, $p_{\nu'} = \hbar\omega'/c$ je hybnost fotonu po srážce, v je rychlost elektronu po srážce, \mathcal{G} je úhel, který svírá směr původní hybnosti p_ν a směr hybnosti $p_{\nu'}$ (Compton Effect Definition, 2016).

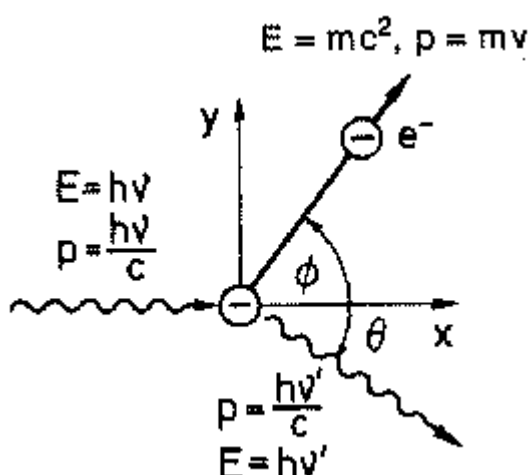
Po úpravách spojených s vyloučením neznámé rychlosti v elektronu lze získat vztah pro Comptonův posun vyjádřený rovnicí:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \mathcal{G})$$

Pokud bychom chtěli tento vztah znázornit graficky v polárních souřadnicích, jednalo by se o kardioidu. Comptonův posun $\Delta\lambda$ je pak pro daný úhel \mathcal{G} roven vzdálenosti počátku souřadnicové soustavy od kardioidy (Záškodný, 2005).

Comptonův jev můžeme sledovat pouze u fotonů rentgenového záření a gama záření, protože jejich fotony mají velkou hmotnost a Comptonův posun je dostatečně velký. U fotonů viditelného světla tento jev nepozorujeme (viz obr.č. 2) (Záškodný, 2005).

Obrázek 2: Comptonův rozptyl



Obrázek 2: *Comptonův rozptyl* [online], 2017. Klatovy: kabinet.fyzika. Dostupné z: http://kabinet.fyzika.net/aplety/compton/com_jev.htm

1.7.3.4 Anihilační a obrácený anihilační jev

Při setkání elektronu a pozitronu vznikají fotony zánikového záření. Částice a antičástice anihilují přeměnou na dva fotony tvrdého záření. Jelikož klidová energie elektronu m_0c^2 je 511 keV, vzniklý foton má frekvenci odpovídající rovnosti $\hbar\omega = m_0c^2$, tj. $\nu = 1,24 \cdot 10^{20}$ Hz (Záškodný, 2005; Ulmann, 2017).

U obráceného anihilačního jevu foton proniká do blízkosti jádra, kde odevzdá malou část hybnosti. Pokud fotonu zůstane energie větší než je energie, která odpovídá hmotnosti dvou elektronů, může vzniknout elektron a pozitron s výslednou kinetickou energií T danou vztahem:

$$T = \hbar\omega - 2 m_0c^2$$

(Záškodný, 2005).

1.8 Klasické aplikace elektromagnetického pole

1.8.1 Elektromagnetické pole jako klasický a nestatisticky pojatý fyzikální objekt

Spojení nestatisticky pojatého fyzikálního objektu se základy klasické nestatistické fyziky spočívají v nekvantové aproximaci a v nerelativistické aproximaci jevů. Je třeba hledat podmínky, za jejichž platnost lze elektromagnetické pole považovat za klasický a nestatistický fyzikální objekt. Tyto podmínky by měly určit, kdy lze kvantový pohled daný vlnově korpuskulárním dualismem redukovat na klasický pohled určený preferencí pouze

jedné strany dualismu a kdy lze opustit relativistické efekty spojené s jinými objekty, které mohou interagovat s elektromagnetickým polem. Zároveň je třeba uvést hledané podmínky do souladu s používaným pojmem „elektromagnetické záření“ (Beiser, 2003; Rosina, 2000).

První podmínku můžeme nazvat jako přítomnost elektromagnetického pole v „rozlehlém“ prostoru bez přítomnosti nábojů. Potom se elektromagnetické pole nazývá volným elektromagnetickým polem. Při jeho zkoumání se stačí omezit jen na vlnovou stránku vlnově korpuskulárního dualismu. Pole se šíří prostorem, např. vakuem nebo dielektrikem jako monochromatická elektromagnetická vlna s danou úhlovou frekvencí ω a s fázovou rychlostí rovnou rychlosti světla c . Zároveň je elektromagnetické záření za této podmínky elektromagnetickým vlněním (Beiser, 2003).

Druhou podmínku lze formulovat jako případy velkých počtů koherentních fotonů s úhlovou frekvencí ω . Potom lze přejít od reprezentace dílčího fotonu „vlnovým balíkem“ či „Gaussiánem“ s energií $\hbar\omega$ k elektromagnetické vlně v „rozlehlém“ prostoru. V tomto prostoru nejsou náboje a energie je rozložena spojitě. Tato elektromagnetická vlna reprezentuje intenzitu \vec{E} makroskopického elektrického pole, magnetickou indukci \vec{B} makroskopického magnetického pole a chová se jako „klasická“ vlna, která má fázovou rychlost šíření rovnou rychlosti světla. Je to též nestatistický fyzikální objekt.

Elektromagnetické záření a elektromagnetické pole lze považovat za klasický a nestatistický fyzikální objekt za následujících dvou podmínek:

1. Obrovské počty fotonů (potom lze přejít k monochromatické elektromagnetické vlně, která zastupuje intenzitu \vec{E} makroskopického elektrického pole a magnetickou indukci \vec{B} makroskopického magnetického pole)

2. Velké vzdálenosti od soustavy nábojů (potom elektromagnetické pole lze považovat za volné a šířící se prostorem opět jako monochromatické elektromagnetické vlnění) (Beiser, 2003).

1.8.2 Pohyb klasického náboje v konstantním elektromagnetickém poli

1.8.2.1 Pohybová rovnice, elektromagnetická síla

Konstantní elektromagnetické pole je pole, které není závislé na čase. Klasický náboj je nabitá částice, která se pohybuje s nerelativistickými rychlostmi po obvyklých trajektoriích.

Komplexní tvar pro pohybové rovnice klasického náboje v konstantním elektromagnetickém poli lze vyjádřit v podobě:

$$m\ddot{\vec{r}} = Q \cdot \vec{E} + Q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Pokud porovnáme výše uvedený tvar se zákonem síly, lze vidět, že zkoumané elektromagnetické pole působí na náboj elektromagnetickou silou $\overrightarrow{F_{elmg}}$ (tzv. Lorentzova síla), která je složena z elektrické síly $\overrightarrow{F_{el}}$ a magnetické síly $\overrightarrow{F_{mg}}$. Tyto vztahy vyjadřuje následující rovnice:

$$\overrightarrow{F_{elmg}} = \overrightarrow{F_{el}} + \overrightarrow{F_{mg}} = Q \cdot \vec{E} + Q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Konstantní elektromagnetické pole bude dále zkoumáno odděleně - jako homogenní magnetické pole a homogenní elektrické pole (Beiser, 2003).

1.8.2.2 Příčné a podélné homogenní elektrické pole

Rychlost náboje má mít směr osy x a konstantní velikost při vniknutí do homogenního elektrického pole (např. mezi deskami kondenzátoru). Osa x má mít začátek v místě vniknutí náboje. Intenzita elektrického pole s konstantní velikostí má směr osy y a magnetické pole je nulové. Počáteční podmínky potom budou $\vec{v} (v_0, 0, 0)$, $\vec{r} (0, 0, 0)$, $\vec{E} (0, E, 0)$, $\vec{B} (0, 0, 0)$.

Po dosazení do vzorce $m\ddot{\vec{r}} = Q \cdot \vec{E} + Q (\vec{v} \times \vec{B})$ budou získány pohybové rovnice v podobě:

$$m\ddot{x} = 0, \quad m\ddot{y} = Q \cdot E, \quad m\ddot{z} = 0$$

Řešením pohybových rovnic bude získán pohybový zákon (B2) v podobě:

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{QE}{2m} t^2, \quad z = 0$$

(Záškodný, 2009).

1.8.2.3 Homogenní magnetické pole

Konstantní magnetické a homogenní pole bude mít magnetickou indukci $\vec{B}(0,0,B)$, elektrické pole intenzitu $\vec{E}(0,0,0)$. Podmínky na počátku pohybu náboje jsou $\vec{v}(0,v_0,0)$, $\vec{r}(0,0,0)$.

Potom lze sestavit pohybové rovnice v podobě:

$$m\ddot{x} - \frac{Q}{2}B\dot{y} - \frac{Q}{2}B\dot{y} = 0, \quad m\ddot{y} + \frac{Q}{2}B\dot{x} + \frac{Q}{2}B\dot{x} = 0, \quad m\ddot{z} = 0$$

Použitím počátečních podmínek a zavedením $\omega = \frac{QB}{m}$ lze první dvě pohybové rovnice odvodit v jednoduchých tvarech: $\ddot{x} = \omega \dot{y}$ $\ddot{y} = -\omega \dot{x}$

(Záškodný, 2009).

Trajektorie je potom kružnice v souřadnicové rovině os x a y o poloměru:

$$r = \frac{v_0}{\omega} = \frac{mv_0}{QB}$$

1.8.3 Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole

Na základě zavedení indukce magnetického pole \vec{B} a intenzity elektrického pole \vec{E} lze vydedukovat čtyři Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole pro zřídla a víry elektrického a magnetického pole. Teoretické odvození je matematicky náročné. Proto při výběru zřidel a vírů elektromagnetického pole bude použita fenomenologická Maxwellova teorie elektromagnetického pole (Záškodný, 2009; Mayer, 2012).

1.8.3.1 Maxwellova teorie elektromagnetického pole, zřídla a víry pole

Maxwellova teorie elektromagnetického pole, která byla již uveřejněná v r. 1873, byla teorií makroskopickou. Popisovala elektromagnetické pole vyprovokované makroskopicky rozloženými náboji a makroskopickými proudy bez přihlídnutí k jejich mikroskopické

struktúre. Z tohoto dôvodu mohla táto teória prúd i náboj považovať za spojitě rozložené a zavést hustotu náboje ρ , hustotu vodivého prúdu \vec{i} , kedy vodivý prúd je spojen s uspořádaným pohybem volných nábojů, a také hustotu Maxwellova prúdu:

$$\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\epsilon_0 \text{ je absolutní permitivita a } \epsilon_r \text{ relativní permitivita prostředí})$$

Maxwellův prúd je pokračováním vodivého prúdu v izolantu. Relativní permitivita ϵ_r vyjadřuje známým způsobem vliv prostředí na elektrické pole. Podobně je s absolutní permeabilitou μ_0 spojená relativní permeabilita μ_r . Vyjadřuje vliv prostředí na magnetické pole. Propojení Maxwellova prúdu a vodivého prúdu je potvrzením Maxwellovy hypotézy, která nám sděluje, že všechny elektrické prúdy jsou uzavřené (Záškodný, 2009).

Z pohledu mikroskopického pojetí struktury náboje, vodivého a Maxwellova prúdu přestávají materiálové konstanty „relativní permeabilita“ a „relativní permitivita“ hrát svou úlohu. Rovnice elektromagnetického pole vycházejí z mikroskopického pojetí. Potom se nazývají Lorentzovy-Maxwellovy rovnice elektromagnetického pole (Záškodný, 2009).

Východiskem pro uvedení Maxwellových rovnic bude výběr zřídelských a vířivých elektromagnetického pole na základě fenomenologické Maxwellovy teorie elektromagnetického pole. Jejich popis bude prostřednictvím operátorů divergence (div) a rotace (rot). Vyhledávání zřídelských a vířivých elektromagnetického pole je hledání míst, která jsou zdrojem „změn“ stavu pole (Záškodný, 2009).

1.8.3.2 Matematický popis zřídelských a vířivých a jejich výběr

Matematický popis zřídelských a vířivých lze provést pomocí operátorů div a rot. Pro zavedení matematických pokynů, které jsou podstatou každého operátoru bude vhodné zavést symbolický vektor „nabla“ ∇ , jehož složky mají charakter vektorových instrukcí:

$$\nabla = \nabla \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Když spojíme tento symbolický vektor s vektorem stojícím napravo od něj skalárním součinem, bude jeho aplikace nazvána divergencí a označena div. Spojíme-li tento

symbolický vektor s vektorem stojícím napravo od něj vektorovým součinem, bude jeho aplikace nazvána rotací a označena rot. Odtud plyne například aplikace nabla na vektor \vec{E} (E_x, E_y, E_z):

$$(\text{div } \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}, \text{rot } \vec{E} = \text{rot } \vec{E} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right))$$

Zřídla můžeme hledat u všech silových polí. Zjednodušeně řečeno jsou to ta místa, ze kterých vycházejí nebo do nichž vcházejí otevřené siločivky příslušného pole. Víry si potom lze představit jako místa, která jsou „obkroužena“ uzavřenými siločivkami (Novotný, 2008).

Když aplikujeme představu zřidel a vírů na elektromagnetické pole, je zřejmé, že existence elektrického náboje směřuje ke zřídlovosti elektrického pole. Neexistence magnetického náboje potom vede k nezřídlovosti magnetického pole. Elektrické siločáry mohou být otevřenými křivkami, pokud vycházejí z náboje nebo do náboje vcházejí. Zřídlo elektrického pole potom bude možné popsat hustotou ρ elektrického náboje. Indukční čáry magnetického pole jsou naopak vždy uzavřenými křivkami. Magnetické pole nebude mít zřídla (Novotný, 2008).

Jiná je situace u vírů elektromagnetického pole. Existuje elektrické pole určené uzavřenými elektrickými siločarami a spojené s jevem elektromagnetické indukce – z toho lze vyvodit, že vírem elektrického pole bude proměnné magnetické pole. Proměnnost magnetického pole lze zachytit nenulovostí parciální derivace magnetické indukce podle času, tj. nenulovostí výrazu $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. Magnetické pole se objeví, když se dá náboj do pohybu. Víry magnetického pole budou proto spojeny s hustotou \vec{j} vodivého proudu a s hustotou $\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ Maxwellova proudu. Maxwellův proud je spojen s pohybem vázaných nábojů (s polarizací dielektrika) a vodivý proud je spojen s pohybem volných nábojů (Novotný, 2008).

1.8.3.3 Formulace soustavy Maxwellových rovnic

Východiskem k matematickému popisu zřidel a vírů jsou tyto rovnice:

$$\nabla = \nabla \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

a

$$(\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}, \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{rot} \vec{E} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right))$$

Provedeme-li analýzu zřídlovosti a vírnosti magnetického a elektrického pole, můžeme formulovat Maxwellovy rovnice ($\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, $\mu = \mu_0 \mu_r$):

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{zřídlem elektrického pole je elektrický náboj})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{magnetické pole je nezřídlové})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{vírem elektrického pole je proměnné magnetické pole})$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{víry magnetického pole jsou vodivý a Maxwellův proud})$$

Nadcházející deskripce statických, stacionárních, kvazistacionárních a nestacionárních stavů elektromagnetického pole má pouze odhadovanou validitu (Novotný, 2008).

Statické stavy elektromagnetického pole, kde magnetické pole neexistuje, ale existuje pouze pole elektrostatické, jsou spjata s nepohyblivými náboji. V tomto případě mají Maxwellovy rovnice tvaru:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{B} = 0$$

Stacionární stavy elektromagnetického pole jsou spjata s fixovaným pohybem náboje v jednom směru, z toho vyplývá, že jsou spojeny se stejnosměrným proudem. V tomto případě se už magnetické pole objevuje, ale bývá mnohdy společně s zřídlovým elektrickým polem považováno za konstantní elektromagnetické pole. Podobu Maxwellových rovnic lze vyjádřit následujícími formulacemi:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i}.$$

Kvazistacionární stavy jsou spjata s nízkofrekvenčním střídavým proudem, tedy s pomalými změnami směru pohybu náboje. Změny v čase jsou tak pomalé, že se stačí

ustavovat rozložení nábojů odpovídající rovnovážným stavům. Kromě křídlového elektrického pole se objevují i víry. Podoba Maxwellových rovnic nabývá tvarů:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i} .$$

Nestacionární stavy elektromagnetického pole jsou spjaty s rychlými změnami směru pohybu náboje. Objevují se zřídla a víry elektromagnetického pole, ale i oba víry magnetického pole, poté nabývají Maxwellovy rovnice následujících podob:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} .$$

(Záškodný, 2009).

1.8.4 Elektromagnetické vlnění

1.8.4.1 Maxwellovy rovnice pro volné elektromagnetické pole

Předpoklady pro chápání jako klasického a nestatického fyzikálního objektu byly spjaty s volným elektromagnetickým polem a velkým počtem fotonů. Pro volné elektromagnetické pole budou mít v dielektriku Maxwellovy rovnice tvary:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} .$$

Ve vakuu se předešlý tvar pozmění díky odstranění materiálových konstant takto:

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(Záškodný, 2009).

1.8.4.2 Monochromatická elektromagnetická vlna

Nejdůležitějším charakterem elektromagnetického pole je šíření ve formě monochromatického elektromagnetického vlnění. Aby toto vlnění vzniklo, jsou důležité tyto dvě podmínky. První podmínkou je volné elektromagnetické pole a druhou podmínku představuje obrovský počet koherentních fotonů. Při těchto dvou podmínkách můžeme také spojovat elektromagnetické záření s elektromagnetickým vlněním (Záškodný, 2009).

Musíme také zavést pohybovou rovnici pro vlnění následujícího tvaru:

$$\Delta\psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

Zavádíme-li pohybové zákony a rovnice pro vlnění, tak prostřednictvím těchto dvou

$$\begin{array}{cccc} \text{rovnice:} & \operatorname{div} \vec{E} = 0 & \operatorname{div} \vec{B} = 0 & \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ & \operatorname{div} \vec{E} = 0 & \operatorname{div} \vec{B} = 0 & \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{B} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array}$$

Můžeme dokázat, že monochromatické volné elektromagnetické pole se šíří „rozlehlým“ prostorem formou „klasické“ monochromatické elektromagnetické vlny s fázovou rychlostí rovnou rychlosti světla. (Záškodný, 2009)

K důkazu je nejdříve potřebné doplnit aplikaci symbolického vektoru „nabla“ (B25) z hlediska jeho působení na skalár f (skalární funkci f). Tato aplikace má tvar:

$$\nabla f = \operatorname{grad} f \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

Poté na základě definic operátorů div a rot podle

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{rot} \vec{E} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

operátoru grad podle:

$$\nabla f = \operatorname{grad} f \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right).$$

a Laplecová Δ podle::

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

můžeme dokázat operátorový vztah pro dvojnásobný vektorový součin:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} = \operatorname{grad} \operatorname{div} - \Delta$$

Použití tohoto operátorového vztahu na intenzitu elektrického pole vede ke vztahu:

$$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E}$$

Z následujících rovnic:

$$\begin{array}{llll} \text{div } \vec{E} = 0 & \text{div } \vec{B} = 0 & \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{rot } \vec{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} = 0 & \text{div } \vec{B} = 0 & \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{rot } \vec{B} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array},$$

vyplývá závěr vyjádřený těmito rovnicemi:

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Odtud plyne s využitím záměnnosti operátorů $\text{rot } \frac{\partial}{\partial t}$ a vztah:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{B} = 0$$

Po dosazení za $\text{rot } \vec{B}$ z následujících rovnic

$$\begin{array}{llll} \text{div } \vec{E} = 0 & \text{div } \vec{B} = 0 & \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{rot } \vec{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} = 0 & \text{div } \vec{B} = 0 & \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{rot } \vec{B} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array},$$

lze získat pro vakuum rovnici

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

a pro dielektrikum bez volných nábojů podobnou rovnicí:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Výše zmíněné rovnice pro vakuum a dielektrikum bez volných nábojů můžeme získat rovnice i pro magnetické pole. Z porovnání s obecnou vlnovou rovnicí

$$\Delta\psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

je jasné, že volné elektromagnetické pole se pro velký počet koherentních fotonů šíří jako monochromatická vlna, která spočívá v tom, že změny intenzity elektrického pole a indukce magnetického pole postupují prostorem rychlostí vyjádřenou ve vakuu a v dielektriku vzorci

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}, \quad v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}}$$

Elektrické a magnetické vlnění je nedělitelný celek, protože vektory indukce magnetického pole a intenzity elektrického pole jsou spojeny vztahy

$$\begin{array}{llll} \operatorname{div} \vec{E} = 0 & \operatorname{div} \vec{B} = 0 & \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{B} = \epsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0 & \operatorname{div} \vec{B} = 0 & \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{B} = \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array}$$

Dá se tedy říci, že monochromatické elektromagnetické vlnění se ve vakuu šíří rychlostí světla (Záškodný, 2009).

Shoda rychlostí elektromagnetických a optických vln ve vakuu vedla Maxwella k elektromagnetické teorii světla. Experimentálně byla existence elektromagnetických vln potvrzena v r. 1888 Hertzem (Záškodný, 2009).

1.9 Kvantová mechanika v rentgence

V kvantové mechanice lze popsat stav částice pomocí vlnové funkce Ψ . Základním typem vlnové rovnice je tzv. **Schrödingerova rovnice**, pomocí níž lze získat kompletní soubor informací o měřitelných fyzikálních veličinách v daném stavu částice (Záškodný, 2009).

Vlnová funkce Ψ nabývá tvaru

$$\Psi = A \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot (t - \frac{x}{v})}$$

Po dosazení $\omega = 2\pi\gamma$ a jednoduchými úpravami $\lambda^{-1} = \frac{v}{c}$ dostáváme její tvar

$$\Psi = A \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot (v \cdot t - \frac{x}{\lambda})}$$

Pokud máme vlnovou funkci v tomto tvaru, lze dosadit vlnovou délku λ a frekvenci ν a obdržet tak vztah pro vlnovou funkci Ψ v závislosti na energii E a hybnosti p :

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{E}{2\pi\hbar}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\hbar\pi}{p}$$

Dosazením a vytknutím \hbar^{-1} před závorkami nám vyjde:

$$\Psi = A \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot \left(\frac{E}{2\pi\hbar} \cdot t - \frac{2\hbar\pi}{p} \cdot x\right)}$$

$$\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)}$$

Funkce $\Psi = A \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot \left(t - \frac{x}{v}\right)}$ je matematickým popisem výchylky harmonické vlny šířící se volně podél napjaté struny, funkce $\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)}$ je naopak matematickým popisem vlnového ekvivalentu volné částice s celkovou energií E a hybností p (Záškodný, 2009).

Ve skutečném světě se částice nacházejí pouze někdy ve volném stavu, proto je důležité zavést diferenciální tvar rovnice, který můžeme použít i na jiné případy.

Energie $E = H$ (H je Hamiltonova funkce) představuje Hamiltonův operátor, tento operátor nabývá tvaru: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \hat{V}$

Jelikož využíváme operátor, je důležité poznamenat, co to operátor je. Operátor můžeme jednoduše popsat jako instrukci, kterou musíme vykonat při přechodu od jedné veličiny ke druhé veličině. Hamiltonův operátor nabývá tvaru: $E = H @ \hat{H} = \hat{T} + \hat{V}$. První část instrukce je operátor \hat{T} kinetické energie T . Kinetická energie je reprezentována operátorem $\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta$. Operátor \hat{V} potenciální energie V nám říká, že máme násobit výrazem potenciální energie, zápis je dán tímto tvarem $V @ \hat{V} = V$. (Záškodný, 2009).

Potenciální energii můžeme položit rovnou nule a Laplaceův operátor můžeme zredukovat na druhou parciální derivaci podle x , protože se jedná o vlnovou částici. Vlastní rovnice Hamiltonova operátoru bude mít tento tvar: $\hat{H} \psi = E \cdot \psi$. Po aplikaci Hamiltonova operátoru získáváme tvar: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, na vlnovou funkci ψ volné částice a porovnání s pravou stranou vlastní rovnice $\hat{H} \psi = E \cdot \psi$ zjistíme, že $E = \frac{p^2}{2m}$. Tento výsledek souhlasí se vztahem pro kinetickou energii volné částice (Záškodný, 2009).

2 Hypotézy a metodika výzkumu

2.1 Hypotézy a cíle

Tato bakalářská práce vznikla s předpokladem těchto hypotéz:

1. Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
2. Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

Autor této bakalářské práce se snažil naplnit tyto cíle:

1. Výběr teorie přenosu na úroveň uvedených studijních oborů.
2. Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

2.2 Metodika výzkumu

Autor metodiku práce rozdělil do těchto pěti dílčích kroků:

1. Analýza současného vědeckého systému.
2. Transformace zkoumaného vědeckého systému na sdělitelný vědecký systém.
3. Vytvoření vlastního edukačního textu na základě analýzy vědeckého systému.
4. Ověření edukační funkce vytvořeného edukačního textu experimentální výukou studentů studijního oboru radiologický asistent
5. Vytvoření testu pro ověření získaných znalostí studentů a následné statistické vyhodnocení těchto testů.

Pokud se pozorněji podíváme na tyto kroky, je možné si povšimnout, že se odrážejí v algoritmu kurikulárního procesu, který byl podrobně rozepsán v kapitole 1.1 (Záškodný, 2016).

2.3 *Konceptuální kurikulum*

Klasická a kvantová dimenze RTG diagnostiky zahrnuje velké množství fyzikálních jevů. V první řadě je důležité vysvětlit princip rentgenky. Z klasické fyziky je potřeba se zabývat problematikou Maxwellových rovnic a celkově elektromagnetického spektra. V kvantové fyzice je potřeba se věnovat problematice staré kvantové fyziky, dále novému pojetí kvantové fyziky a v neposlední řadě kvantové fyzice s využitím operátorů. Konceptuální kurikulum (sdělitelnost vědy) je zde spojeno s vymezením vhodného odvození či vysvětlení uvedených jevů. V této práci se objevila odvození stacionární a nestacionární Schrödingerovy rovnice, která se nacházejí v edukačním textu, dále odvození stacionární Schrödingerovy rovnice pomocí operátorů (Záškodný, 2009).

2.4 *Zamýšlené kurikulum*

Při zamýšleném kurikulu je důležité přizpůsobit klasickou a kvantovou fyziku znalostem studentů oboru Radiologického asistenta, které získali studiem fyziky a matematiky. Toto přizpůsobení můžeme vystihnout studijním plánem pro radiologické asistenty na Zdravotně sociální fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích a stavbou předmětů, které se týkají studiem fyziky a matematiky.

Na Zdravotně sociální fakultě jsou to předměty Radiologická fyzika a Základy matematiky.

Radiologická fyzika se vyučuje v zimním a letním semestru prvního ročníku. **Studijní plán tohoto předmětu v zimním semestru:**

Úvod do radiologické fyziky, základní pojmy o ionizaci, složky profilu radiologického asistenta

Potřebné matematické základy radiologické fyziky, potřebné základy diferenciálního počtu ve vazbě na přeměnový a absorpční zákon.

Potřebné matematické základy radiologické fyziky, potřebné základy integrálního počtu ve vazbě na přeměnový a absorpční zákon.

Struktura fyziky, klasická, kvantová a relativistická dimenze nestatistické fyziky

Struktura radiologické fyziky, zdroje záření, interakce záření, detekce a dozimetrie záření, úvodní přehled

Základy klasické fyziky potřebné pro radiologickou fyziku, polohový vektor, pohybový zákon, pohybová rovnice, kinematika, dynamika

Základy klasické fyziky potřebné pro radiologickou fyziku, zákony zachování, harmonický pohyb kmitavý

Základy klasické fyziky potřebné pro radiologickou fyziku, základní pojmy o vlnění, vlnová funkce, vlnová rovnice

Další potřebné matematické základy pro radiologickou fyziku, potřebné pojmy vektorového počtu a jejich aplikace ve fyzice a radiologické fyzice

Aplikace na vazbu mezi pohybovým zákonem a pohybovou rovnicí v radiologii, přechod od pohybového zákona k pohybové rovnici a přechod opačný

Standardní model elementárních částic a jejich interakcí a jeho místo v radiologii, fermiony, bosony, silná a slabá interakce, elektromagnetická a gravitační interakce

Vlnově korpuskulární dualismus a jeho role v radiologii, vlnově korpuskulární dualismus fotonů, vlnově korpuskulární dualismus elektronů

Základy relativistické fyziky potřebné pro radiologii, klasická fyzika, speciální teorie relativity, obecná teorie relativity a jejich místo v radiologické fyzice

Struktura radiologické fyziky z hlediska její klasické a relativistické dimenze, ke statickému zpracování výsledků jsme zvolili statistické metody a jejich logickou návaznost, která je charakterizována následujícím postupem (IS/STAG portál, 2017).

Studijní plán pro letní semestr:

Kmitání a vlnění v radiologické fyzice

Elektromagnetické pole v radiologické fyzice

Kvantová optika v radiologické fyzice

Kvantová mechanika elektronu v radiologické fyzice

Jaderná fyzika v radiologické fyzice

Zdroje ionizujícího a neionizujícího záření

Interakce záření s prostředím fyzikálním, chemickým a biologickým

Detekce a dozimetrie záření a jejich význam pro radiologickou fyziku

Fyzikální základy zobrazovacích metod

Fyzikální základy radiodiagnostiky a radioterapie, souhrn (IS/STAG portál, 2017).

Základy matematiky se vyučují v zimním semestru prvního ročníku. Studijní plán tohoto předmětu obsahuje:

- systém elementárních funkcí
- grafy a vlastnosti elementárních funkcí
- extrémny funkce, průběh funkce
- práce s mocninami a odmocninami, úpravy algebraických výrazů
- řešení základních typů rovnice
- řešení základních typů nerovnic
- spojitost a limita funkce
- derivace funkce
- parciální derivace
- určitý a neurčitý integrál
- metody integrace
- aplikace integrálního počtu
- základy vektorového počtu
- potřebnost matematiky pro studium radiologie (IS/STAG portál, 2017).

2.5 Implementované kurikulum I.

Implementované kurikulum I. se zabývá přípravou na výuku. Je potřeba ověřit edukační funkcí edukačního textu. U toho textu byla zvolena cesta poskytnout edukační text studentům, případně již pracujícím radiologickým asistentům.

Požádání byli studenti studijního programu Specializace ve zdravotnictví oboru Radiologický asistent na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích a Fakultě biomedicínského inženýrství Českého vysokého učení technického na Kladně. Dále byli osloveni již pracující radiologičtí asistenti přes Společnost radiologických asistentů ČR.

Text a test byl rozeslán v elektronické podobě rovnou zástupcům ročníku na Zdravotně sociální fakultě nebo osobám zajišťujícím výuku radiologických asistentů. Společnosti radiologických asistentů ČR byl poslán email s prosbou o rozeslání radiologickým asistentům.

2.6 Implementované kurikulum II.

Toto kurikulum se zabývá zkoumáním dosažených výsledků edukačního procesu. V této práci jsme se zabývali výsledky dosaženými položením edukačního testu a jeho statistickým vyhodnocením. Vytvořený test byl ve formátu multiple-choice test se třemi až čtyřmi možnostmi. Každá otázka měla pouze jednu správnou odpověď. Rozsah získaných znalostí

z edukačního textu odpovídal rozsahu testu. Za správně zodpovězenou otázku byl studentovi udělen jeden bod. Pokud student odpověděl nesprávně, žádný bod mu nebyl přičten či odečten. Radiologičtí asistenti odpovídali přes webový portál www.survio.cz. Jednalo se o plně anonymní test.

Pro zpracování testu budou použity vhodné statistické metody, které jsou popsány níže. Zvolené statistické metody a jejich návaznost můžeme charakterizovat následujícím sledem bodů.

- a. Formulace statistického šetření
- b. Škálování
- c. Měření v deskriptivní statistice
- d. Elementární statistické zpracování
- e. Neparametrické testování
- f. Teorie odhadů
- g. Parametrické testování

Nyní se budeme věnovat jednotlivým bodům tohoto výčtu.

Ad.a.

Nejprve se musí udělat **formulace statického šetření**, která má za úkol vymezit výběrový statistický soubor, se kterým poté pracuje deskriptivní a matematická analýza, ale ještě před touto analýzou je důležité definovat níže uvedené pojmy:

Hromadný náhodný jev **HNJ** realizace činností nebo proces, u kterých výsledek nelze se 100% určitostí předpovědět. Dále se odehrávají v rozsáhlé množině prvků. Tyto prvky mají jednu skupinu vlastností stejnou a druhou skupinu vlastností odlišnou (Záškodný, 2011).

Statistická jednotka **SJ** je nositelem HNJ, v podstatě by se dalo říci, že je dána některou z odlišných vlastností prvků zkoumané množiny.

Statistický znak **SZ** je vlastností SJ, která je měřena. SZ je některou z odlišné vlastnosti prvků zkoumané množiny.

Hodnota statistického znaku **HSZ** je způsob popisu zkoumaného statistického znaku. Nelze jasně definovat, jedná se o výsledky primárního měření.

Základní statistický soubor **ZSS** (populace) je dán všemi statistickými jednotkami, jeho rozsah je roven počtu všech statistických jednotek. Pokud ZZS je velmi velký, je vhodné ZZS omezit.

Náhodný výběr **NV** je omezení počtu zkoumaných statistických jednotek tak, aby bylo možné přenášet získané výsledky na celý základní statistický soubor ZSS. Existují různé způsoby náhodného výběru. Pro příklad se jedná o losování, generování náhodných čísel. Je důležité, abys získaný výběr byl náhodný (Záškodný, 2013).

Výběrový statistický soubor **VSS** je spojený s výběrovými charakteristikami a je dán SJ vybranými ze ZSS náhodným výběrem. Rozsah VSS je rovný počtu SJ. Pokud je zkoumán pouze jeden SZ, tak je VSS jednorozměrné. Pokud se zkoumá více SZ, tak je SZ vícerozměrný (Záškodný, 2011; Zvarová,2002).

Ad.b.

Při zpracování statistického šetření se pracuje s velkým počtem dat, proto je vhodné vyjádřit statistický znak formou prvků škály. Souhrn prvků škály se nazývá škála. Škály můžeme rozdělit do čtyř typů škál. Jedná se o typy nominální, ordinální, kvantitativní metrickou a absolutní metrickou škálu. Vhodný počet prvků se může vypočítat pomocí Sturgesova pravidla, které zní $k=1+3,3\log_{10}n$, kde k je počet prvků škály n je rozsah výběrového statistického souboru (Záškodný, 2011).

Nominální škála umožňuje rozřadit SJ do kategorií. O každé SJ lze rozhodnout, zda jsou z hlediska SZ stejné, nebo rozdílné (Záškodný, 2011).

Ordinální škála umožňuje nejen rozřadit SJ do kategorií, ale i stanovit jejich pořadí. Prvky jsou tedy jednotlivá pořadí. Nejde zde stanovit vzdálenost mezi dvěma sousedními SJ uspořádanými ordinální škálou (Záškodný, 2011).

Kvantitativní metrická škála umožňuje stanovit vzdálenost mezi dvěma sousedními SJ, proto je nutné definovat jednotku škály. Prvky jsou jednotlivé body škály vyjádřené čísly. Není zde možnost interpretovat nulový bod (Záškodný, 2011).

Absolutní metrická škála je kvantitativní metrická škála, kde je možnost jasně interpretovat nulový bod, který odpovídá nulové hodnotě zkoumaného statistického znaku. (Záškodný, 2011)

Ad.c.

Při měření se každé statistické jednotce VSS přiřazuje jeden z k prvků škály x_1, x_2, \dots, x_k . Výsledky měření vedou ke zjištění, že prvek škály x_i byl naměřený n_i krát, tomuto se říká absolutní četnost. Součet všech hodnot n_i je roven n VSS.

Relativní četnost n_i/n je statistická pravděpodobnost, součet všech hodnot n_i/n je roven jedné. Kumulativní četnost $\sum n_i/n$ nám udává pravděpodobnost, že bude naměřený výsledek měření menší či rovný výsledku x_i (Záškodný, 2011).

Ad.d.

Elementární statistické zpracování představuje zanesení údajů do tabulky, její grafické vyjádření a parametrizaci. Tyto jednotlivé kroky poskytují empirický obraz VSS.

Tabulka má osm sloupců. První čtyři sloupce jsou důležité k zřehlednění výsledků měření, dále k znázornění empirického rozdělení. Zbývající čtyři sloupce slouží ke snadnému výpočtu empirických parametrů (Záškodný, 2011).

První čtyři sloupce

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------|
| 1. sloupec označený x_i | prvky škály |
| 2. sloupec označený n_i | absolutní četnosti prvků škály |
| 3. sloupec označený n_i/n | relativní četnosti prvků škály |
| 4. sloupec označený $\sum n_i/n$ | kumulativní četnosti |

Další čtyři sloupce obsahují součiny potřebné pro výpočet empirických parametrů:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 5. sloupec obsahuje | součiny $x_i n_i$ |
| 6. sloupec obsahuje | součiny $x_i^2 n_i$ |
| 7. sloupec obsahuje | součiny $x_i^3 n_i$ |
| 8. sloupec obsahuje | součiny $x_i^4 n_i$ |

Grafickým vyjádřením znázorněných četností můžeme jednoduše vyjádřit rozdělení četností. Nejlepší formou je vynesení jednotlivých bodů do dvourozměrného pravoúhlého souřadnicového systému. Na ose x se nacházejí prvky škály a na ose y hodnoty četností. Křivka v tomto souřadnicovém systému se nazývá polygon. Jednotlivé polygony jsou pojmenovány podle typu četnosti. V našem případě zde máme polygon absolutních četností, polygon relativních četností a polygon kumulativních četností (Záškodný, 2011).

Výběrové parametry (častěji nazývané empirické) nám dávají informaci o povaze VSS. Výběrové parametry jsou děleny na parametr polohy, parametr variability, parametr šikmosti a parametr špičatosti (Záškodný, 2011).

Parametr polohy je vážený aritmetický průměr. Je vyjádřen obecným momentem prvního řádu O_1 . Parametr polohy vyjadřuje rozdělení četností na ose x souřadnicového systému. Je dán tímto vzorečkem:

$$O_1(x) = \frac{1}{n} \sum_{45} n_i x_i$$

Parametr proměnlivosti je empirický rozptyl. Je vyjádřen centrální momentem druhého řádu C_2 . Parametr proměnlivosti nás informuje o výpovědní hodnotě O_1 . Je dán tímto vzorcem:

$$C_2 = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - O_1)^2$$

Z centrálního momentu druhého řádu se dá vypočítat směrodatná odchylka, ta je dána tímto vzorcem:

$$S_x = \sqrt{C_2}$$

Variační koeficient vyjadřuje, jakou část tvoří směrodatná odchylka z aritmetického průměru. Je dán tímto vzorcem:

$$V_{koef} = \frac{S_x}{O_1}$$

Parametr šikmosti je určen normovaným momentem třetího řádu. Vyjadřuje nám, jak jsou četnosti rozloženy v grafu, zdali jsou více nalevo nebo napravo od obecného momentu. Parametr šikmosti je dán tímto vzorcem:

$$N_3(x) = \frac{C_3(x)}{C_2(x) \cdot \sqrt{C_2(x)}}$$

Parametr špičatosti je určen normovaným momentem čtvrtého řádu. Má za úkol nás informovat, jak špičaté je rozdělení prvků škály. Parametr špičatosti je vyjádřen tímto vzorcem:

$$N_4(x) = \frac{C_4(x)}{(C_2(x))^2}$$

(Záškodny, 2011).

Ad.e.

Neparametrické testování má za úkol přiřazení teoretického rozdělení empirickému rozdělení. Po tomto testování dochází přijetí nebo zamítnutí nulové hypotézy H_0 a zamítnutí nebo přijetí alternativní hypotézy H_a (Záškodný, 2011).

Nulová hypotéza nám říká, že je možné empirické rozdělení nahradit rozdělením teoretickým. Alternativní hypotéza nám říká, že není možné empirické rozdělení nahradit rozdělením teoretickým (Záškodný, 2011).

K verifikaci neparametrických hypotéz se nejčastěji využívají tyto testy: u-test, t-test, Pearsonův χ^2 test, F-test (Záškodný, 2011).

Pearsonův test využívá porovnání relativních četností s příslušným počtem jednotlivých ploch pod Gaussovou křivkou. Pokud je tu podmínka pro použití tohoto testu vytvořením intervalového rozdělení, musí mít každý interval absolutních četností hodnotu rovnou nebo větší pěti. Pokud tomu tak není, musí některé intervaly sloučit. Stejná podmínka platí i pro bodové rozdělení četností (Záškodný, 2011).

Při splnění všech podmínek testu následují tyto kroky:

1. určení experimentální hodnoty χ^2_{exp}
2. učení teoretické hodnoty χ^2_{teor}
3. určit kritický obor W pro příslušnou hladinu významnosti α , nejčastěji je α rovna 0,05 nebo 0,01
4. přijmout nebo zamítnout H_0 nebo H_A

Pro získání hodnoty χ^2_{exp} je potřeba udělat několik dalších výpočtu a úprav. Je důležité znát hodnotu O_1 , C_2 , S_x (Záškodný, 2011).

Nejprve se musí vypočítat normované hodnoty, které se značí u_i . Tyto hodnoty se vypočítají pomocí tohoto vzorce:

$$u_i = \frac{(x_i - O_1)}{S_x}$$

Za x_i se zadává horní mez intervalu, O_1 je obecný moment prvního řádu a S_x je směrodatná odchylka (Záškodný, 2011).

Dalším krokem je zjištění hodnoty F_{u_i} , která se nalezne ve statistických tabulkách. Tyto hodnoty byly zjištěny použitím Laplaceovy funkce.

Následující krok popisuje získání hodnoty p_i , která je dána vztahem $p_i = F_{u_i} - F_{(u_{i-1})}$. Tato hodnota odpovídá pravděpodobnosti hledané plochy pod Gaussovou křivkou.

Po vynásobení p_i rozsahem n výběrového statistického souboru se získá teoretická absolutní četnost np_i (Záškodný, 2011).

Dalším krokem je získání určení hodnoty χ^2_{exp} . Tato hodnota je určena tímto vztahem: $\chi^2_{exp} = \sum (n_i - np_i)^2 / np_i$. Po zjištění hodnoty χ^2_{exp} , se přistupuje k určení teoretické hodnoty χ^2_{teor} . Tato hodnota se zjišťuje pomocí tabulek. Zápis tohoto postupu je dán $W \in < \chi^2(\alpha); \infty$, $W \in < \chi^2_{k-r-1}(\alpha); \infty$, kde k je počet intervalů, r je většinou rovno 2, pokud se jedná o normální rozdělení. Poté se přistupuje k přijetí H_0 a zamítnutí H_a , nebo zamítnutí H_0 a přijetí H_a (Záškodný, 2011).

2.7 Charakteristika zkoumaného statistického souboru

Pro zpracování statistického šetření je nutné získat dostatečný počet statistických jednotek. Z tohoto důvodu byly osloveny všechny ročníky oboru Radiologický asistent na Jihočeské univerzitě. Jednalo se o první, druhý a třetí ročník prezenčního studia, dále se jednalo o třetí ročník kombinovaného studia. O spolupráci byla požádána i Fakulta biomedicínského inženýrství Českého vysokého učení technického v Kladně. Bohužel zde autor narazil na problém, že se na této fakultě nevěnují v takové míře kvantové fyzice. Z tohoto důvodu odsud nebyla obdržena ani jedna odpověď. Společnost radiologických asistentů byla požádána o rozeslání edukačního textu a testu.

Bylo přijato 34 vyplněných testů studentů či pracovníků přes webové stránky www.survio.cz, další 2 testy byly odeslány na autorův email. Celkem bylo přijato 36 validních testů. Díky statistikám na [survio.cz](http://www.survio.cz) bylo zjištěno, že více jak 42 testů nebylo dokončeno.

2.8 Edukační text

RENTGENKA

Rentgenka je zdrojem brzdného a charakteristického záření. Brzdné záření vzniká brzděním urychlených elektronů v elektrickém poli atomových jader. Díky fungování zákona o zachování energie zde dochází k přeměně z kinetické energie na jinou formu energie. Velmi malá část nadbytečné energie je emitována ve formě fotonů elektromagnetického záření. Efektivita přeměny energie letících elektronů na brzdné záření je velmi malá. Zbývajících 99% energie se transformuje na teplo, to způsobuje problémy s přehříváním rentgenky, proto je velmi důležité, aby byla rentgenka kvalitně chlazena. Brzdné záření má spojité spektrum. Při vzájemném působení elektronů v atomovém obalu vznikne kromě brzdného záření také záření charakteristické, které vznikne při srážce dopadajícího elektronu s nějakým elektronem

z obalu atomu v materiálu anody. Jestliže je energie dopadajícího elektronu vyšší než vazebná energie elektronu v obalu, dojde k emisi elektronu z atomového obalu. Toto uvolněné místo ve slupce obalu je obsazeno elektronem z vyšší slupky a přebytečná energie je vyzářena ve formě charakteristického záření. Rozdíly mezi jednotlivými slupkami jsou pro prvek charakteristické, a proto je spektrum charakteristického záření čárové. Poměr mezi charakteristickým a brzdným zářením roste s rostoucí energií dopadajících elektronů, to právě souvisí s vazebnými energiemi v obalu.

MAXWELLOVY ROVNICE

Zřídla můžeme hledat u všech silových polí. Zjednodušeně řečeno, jsou to místa, ze kterých vycházejí nebo do nichž vcházejí otevřené siločáry příslušného pole. Víry si potom lze představit jako místa, která jsou „obkroužena“ uzavřenými siločáry.

Jako východisko k matematickému popisu zřídla a víry lze použít následující symbolický vektor a operátory div a rot:

$$\nabla = \nabla \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}, \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{rot} \vec{E} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

Dále provedeme analýzu zřídla a víry magnetického a elektrického pole pomocí formulace Maxwellových rovnic ($\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, $\mu = \mu_0 \mu_r$):

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{zřídlem elektrického pole je elektrický náboj})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{magnetické pole je nezřídlové})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{vírem elektrického pole je proměnné magnetické pole})$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{j} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{víry magnetického pole jsou vodivý a Maxwellův proud}).$$

Statické stavy elektromagnetického pole, kde magnetické pole neexistuje, ale existuje pouze pole elektrostatické, jsou spjata s nepohyblivými náboji. V tomto případě mají Maxwellovy rovnice tvaru:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{B} = 0$$

Stacionární stavy elektromagnetického pole jsou spjaty s fixovaným pohybem náboje v jednom směru, z toho vyplývá, že jsou spojeny se stejnosměrným proudem. V tomto případě se už magnetické pole objevuje, ale bývá mnohdy společně se zřídlovým elektrickým polem považováno za konstantní elektromagnetické pole. Podoba Maxwellových rovnic nabývá těchto formulací:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i}$$

Kvazistacionární stavy jsou spjaty s nízkofrekvenčním střídavým proudem, tedy s pomalými změnami směru pohybu náboje. Změny v čase jsou tak pomalé, že se stačí ustavovat rozložení nábojů odpovídající rovnovážným stavům. Kromě zřídlového elektrického pole se objevují víry. Podoba Maxwellových rovnic nabývá tvaru

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i}$$

Nestacionární stavy elektromagnetického pole jsou spjaty s rychlými změnami směru pohybu náboje. Objevují se zřídla a víry elektromagnetického pole, ale i oba víry magnetického pole. Poté nabývají Maxwellovy rovnice následující podoby:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \vec{i} + \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

STARÁ KVANTOVÁ TEORIE

Max Plack vyslovil kvantovou hypotézu, která říká: „ Atomy jsou schopny vyzařovat a pohlcovat energii pouze v kvantech, nikoliv spojitě; kvantum energie je úměrné kmitočtu v vyzařovaného nebo pohlcovaného záření, tedy $E = hv$, přičemž h je univerzální konstanta, tzv. účinné kvantum.“

Albert Einstein aplikoval Planckovu hypotézu a formuloval princip fotoelektrického jevu. Řekl, že energie v podobě fotonů musí být absorbována v kvantech. Rovnice nabývá tvaru $T_e = hv + W$, kde h je Planckova konstanta, v je frekvence fotonu a W je výstupní práce elektronu.

Duan-Huntův zákon má tvar $\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}$, kde λ_{\min} je minimální vlnová délka fotonu brzděného záření X, c je rychlost světla, e je elementární náboj a U je napětí mezi elektrodami.

Tento zákon vznikl z Einsteinovy fotoelektrické rovnice, která je důležitá pro výpočet maximální energie brzdného záření X emitovaného rentgenkou.

Louis de Broglie v roce 1924 přišel s myšlenou, že hmota má částicové vlastnosti, ale i vlastnosti vlnové. Tímto odvážným tvrzením položil základ vlnově-korpuskulárního dualismu.

Vlnová délka de Broglieho částice je vyjádřena vztahem: $\lambda_{DBV} = \frac{h}{m \cdot v}$

Důkaz, že se de Broglieho vlny šíří rychleji než světlo: $v_{DBV} = v \cdot \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \frac{m \cdot c^2}{h} = \frac{c^2}{v}$

Současně musíme brát v úvahu, že $v < c \Rightarrow v_{DBV} > c$

Vlnově-korpuskulární dualismus umožnil úplné vysvětlení všech jevů pozorovaných u částic a elektromagnetických vln.

NOVÁ KVANTOVÁ TEORIE

Veličina, jež popisuje de Broglieho vlny, se jmenuje vlnová funkce a je značena řeckým písmenem Ψ . *Hodnota vlnové funkce, příslušející pohybujícímu se tělesu v daném bodě x, y, z prostoru v čase t , souvisí s pravděpodobností výskytu tělesa v tomto bodě a čase.* Vlnová funkce Ψ není přímo pozorovatelná a díky tomu nemá žádný přímý fyzikální význam. Proto je důležité zavést smysluplnější interpretaci. Tato interpretace je dána kvadrátem absolutní hodnoty $|\Psi^2|$, jenž je nazýván hustotou pravděpodobnosti.

V kvantové mechanice lze popsat stav částice pomocí vlnové funkce Ψ . Základním typem vlnové rovnice je tzv. **Schrödingerova rovnice**, pomocí níž lze získat kompletní soubor informací o měřitelných fyzikálních veličinách v daném stavu částice.

Vlnová funkce Ψ nabývá tvaru:

$$\Psi = A \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot (t - \frac{x}{v})}$$

Po dosazení $\omega = 2\pi\gamma$ a jednoduchými úpravami $\lambda^{-1} = \frac{v}{\lambda}$ dostáváme její tvar:

$$\Psi = A \cdot e^{-2\pi \cdot i \cdot (v \cdot t - \frac{x}{\lambda})}$$

Pokud máme vlnovou funkci v tomto tvaru, lze dosadit vlnovou délku λ a frekvenci ν a obdržet tak vztah pro vlnovou funkci Ψ v závislosti na energii E a hybnosti p :

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{E}{2\pi\hbar}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\hbar\pi}{p}$$

Dosazením a vytknutím \hbar^{-1} před závorkami vyjde:

$$\Psi = A \cdot e^{-2\pi i \cdot (\frac{E}{2\pi\hbar} \cdot t - \frac{2\hbar\pi}{p} \cdot x)}$$

$$\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)}$$

Funkce $\Psi = A \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot (t - \frac{x}{v})}$ je matematickým popisem výchylky harmonické vlny šířící se volně podél napjaté struny, funkce $\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)}$ je naopak matematickým popisem vlnového ekvivalentu volné částice s celkovou energií E a hybností p .

Ve skutečném světě se částice nacházejí pouze někdy ve vlněm stavu, proto je důležité zavést diferenciální tvar rovnice, který můžeme použít i na jiné případy.

Následující část edukačního textu, vedoucí k nové kvantové teorii a k používání stacionární a nestacionární Schrödingerovy rovnice jako hledaných tvarů diferenciálních rovnic, je zařazena jen pro radiologické asistenty s ambicí používat hlubší fyzikální základy rentgenové diagnostiky. Pro běžné bakalářské studium lze tuto část edukačního textu vynechat.

Při odvozování vyjdeme z obecného tvaru vlnové rovnice $(\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \Psi$

Odvození nestacionární a stacionární Schrödingerovy rovnice

Nejprve budeme derivovat rovnici $\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)}$ dvakrát podle x , tím dostaneme první derivaci ve tvaru:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)} \cdot i \frac{p}{\hbar}$$

Poté provedeme druhou derivaci ve tvaru:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)} \cdot (i^2 \frac{p^2}{\hbar^2}) = \Psi \cdot (-\frac{p^2}{\hbar^2})$$

Z předešlé rovnice pomocí jednoduchých matematických úprav vyjádříme $p^2 \Psi$:

$$p^2 \Psi = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

Poté provedeme první derivaci $\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)}$ podle času, tím obdržíme první derivaci ve tvaru:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar} \cdot (E \cdot t - p \cdot x)} \cdot (-\frac{iE}{\hbar}) = \Psi \cdot (-\frac{iE}{\hbar})$$

Z předešlé rovnice pomocí jednoduchých matematických úprav vyjádříme $E \Psi$:

$$E \Psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Pokud rychlost částic dosahuje malých rychlostí ve srovnání s rychlostí světla, může být celková energie částice zapsána ve tvaru:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V = \frac{p^2}{2m} + V$$

Tuto rovnici rozšíříme $\frac{m}{m}$ a za mv^2 dosadíme p^2 . Dostáváme pak tvar rovnice

$$E = \frac{p^2}{2m} + V$$

Tuto rovnici vynásobíme vlnovou funkcí Ψ a dostaneme tvar $E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi$

Do tohoto tvaru můžeme dosadit $E\Psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$ a rovnici $p^2\Psi = -\hbar^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$, tímto dosazením získáváme časově závislý tvar Schrödingerovy rovnice:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V\Psi$$

Trojrozměrný tvar této rovnice získáme nahrazením $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$ kvadrátem symbolického vektoru nabra (Laplaceovým operátorem):

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Někdy nezávisí energie částice na čase, potenciální energie částice V se mění pouze s polohou částice. Pokud přijmeme tuto myšlenku za svou, můžeme Schrödingerovu rovnici zjednodušit odstraněním její závislosti na čase.

Jednorozměrná vlnová funkce Ψ má tvar: $\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(E \cdot t - p \cdot x)}$, tuto rovnici pro snazší orientaci lze použitím matematického vzorce $a^{r+s} = a^r \cdot a^s$ zapsat ve tvaru:

$$\Psi = A \cdot e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \cdot e^{\frac{ipx}{\hbar}}$$

Nyní použijeme další matematickou metodu pro nahrazení složitých výrazů jednoduššími výrazy, která se nazývá substituce. Budeme nahrazovat $e^{\frac{ipx}{\hbar}}$ symbolem ψ a poté dostaneme vlnovou funkci ve tvaru:

$$\Psi = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \cdot \psi$$

V tomto případě se symbol ψ nazývá funkce polohy.

Po dosazení vztahu $\Psi = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \cdot \psi$ do rovnice $E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi$ dostáváme jednorozměrnou stacionární Schrödingerovu rovnici, která není závislá na čase. Nabývá tvaru

$$-Ee^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi}{\partial x^2} - Ve^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi.$$

Nyní se pokusíme tuto rovnici převést do jednoduššího tvaru. Aby se nám to podařilo, musíme krátit $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$. Dostáváme tvar:

$$-E \Psi = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - V \Psi$$

Nyní převedeme všechny členy na jednu stranu

$$0 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + E \Psi - V \Psi$$

Dalším krokem bude vytknutí funkce polohy Ψ

$$0 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \Psi(E - V)$$

Poté rozšíříme výrazem $\frac{2m}{\hbar^2}$ a obdržíme tvar:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \Psi(E - V) = 0$$

K získání trojrozměrné varianty stacionární Schrödingerovy rovnice využijeme nahrazení druhé parciální derivace funkce Ψ podle x $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$ kvadrátem symbolického vektoru nábila (Laplaceovým operátorem) $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

NOVÁ KVANTOVÁ TEORIE-OPERÁTORY

V kvantové teorii jsou využívány operátory a to hlavně pro dynamické veličiny, jakými jsou hybnost p a energie E . Operátor můžeme jednoduše popsat jako instrukci, kterou musíme vykonat při přechodu od jedné veličiny ke druhé veličině. (4)

Důvodem je fakt, že díky Heisenbergovým relacím neurčitosti

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar \wedge \Delta E \Delta t \geq \hbar$$

nelze určit střední hodnoty p a E vzhledem k obecnému vztahu pro určení střední hodnoty libovolné veličiny

$$\bar{G}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* G(x) \Psi dx$$

který by pro \bar{p} a \bar{E} nabývala tvaru:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(E \cdot t - p \cdot x)} \cdot \left(i^2 \frac{p^2}{\hbar^2}\right) = \Psi \left(-\frac{p^2}{\hbar^2}\right)$$

$$\bar{p}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* p(x) \Psi dx$$

$$\bar{E}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* E(x) \Psi dx$$

Zavedení operátorového počtu, odvození nestacionární Schrödingerovy rovnice:

Při odvození operátorů pro hybnost p a energii E vyjdeme ze vztahu pro vlnovou funkci

$$\Psi = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(E \cdot t - p \cdot x)}$$

Výsledné tvary operátorů obdržíme parciální derivací vlnové funkce podle dráhy x (pro p) a podle času (pro E)

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(E \cdot t - p \cdot x)} \cdot i \frac{p}{\hbar} \Rightarrow \hat{p} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = A \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}(E \cdot t - p \cdot x)} \cdot \left(\frac{iE}{\hbar}\right) \Rightarrow \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

Za pomoci operátorového počtu lze snadno odvodit vztah pro nestacionární Schrödingerovu rovnici. Postup je následující:

- 1) Vyjdeme ze vztahu pro celkovou mechanickou energii E , $E = T + V$
- 2) Do vztahu pro kinetickou energii $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ dosadíme kvadrát p^2 hybnosti. Operátor x -ové složky hybnosti lze zapsat ve tvaru $\hat{p} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$, odtud plyne tvar operátoru pro kinetickou energii:

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

- 3) Do rovnice v rámci kroku č. 1 dosadíme za E a T vztahy pro operátory \hat{E} a \hat{T}

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V$$

- 4) Vynásobením vztahu ve třetím kroku vlnovou funkcí dostaneme nestacionární Schrödingerovu rovnici:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V \Psi$$

2.9 TEST

1 Jaké záření je emitováno v rentgence:

- a) pouze brzdné
- b) pouze charakteristické
- c) **brzdné a charakteristické**
- d) žádná odpověď není správná

2 Dnešní rentgenka se skládá z:

- a) Anoda, katoda
- b) Anoda, katoda, kryt rentgenky, primární clona**
- c) Anoda, katoda, primární clona
- d) Anoda, kryt rentgenky, primární clona

3 Skiaskopie je diagnostická a intervenční radiologická metoda,

- a) která používá dynamického zobrazení RTG obrazu**
- b) která staticky zaznamenává RTG obraz
- c) která neexistuje
- d) využívá se pouze v rozvojových zemích

4 Rentgenka je kvantově založena na:

- a) Schrödingerově rovnici pro vázané elektrony
- b) Schrödingerově rovnici pro volné elektrony**
- c) Schrödingerově rovnici pro protony
- d) Žádná odpověď není správná

5 Co to je foton

- a) Vlna
- b) Částice
- c) Někdy vlna, někdy částice**
- d) Žádná odpověď není správná

6 Co je to vlnově korpuskulární dualismus elektronu

- a) Elektron je pouze částice
- b) Elektron je pouze vlna
- c) Elektron má vlnové i korpuskulární vlastnosti**
- d) Žádná odpověď není správná

7 Rychlost šíření de Broglievých vln

- a) Je stejná jako rychlost světla
- b) Je menší než rychlost světla
- c) Je větší než rychlost světla**

8 Kdo položil základ vlnově korpuskulárního dualismu

- a) Albert Einstein
- b) Arthur Holly Compton
- c) Max Planck
- d) Louis de Broglie**

9 Čeho se týká tato definice: Jedná se o instrukci, kterou musíme vykonat, abychom od jedné veličiny přešli k druhé.

- a) Vlnově korpuskulární dualismus
- b) Operátor**
- c) Rychlost světla
- d) Planckova konstanta

10 Vlnová funkce se značí řeckým písmenem

- a) χ
- b) λ
- c) Σ
- d) Ψ**

11 Vztah pro Duane-Huntův zákon má tvar

- a) $\lambda_{min}=h/e.U$
- b) $\lambda_{max}=h/e.U$
- c) $\lambda_{min}=h.c/U$
- d) $\lambda_{min}=h.c/e.U$**

12 Jaký je tvar Maxwellových rovnic pro volné elektromagnetické pole v dielektriku

- a) $\text{div } \vec{E} = 0, \text{div } \vec{B} = 0, \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{rot } \vec{B} = \epsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$**
- b) $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \text{div } \vec{B} = 0, \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \text{rot } \vec{B} = \mu \vec{i}$
- c) $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \text{div } \vec{B} = 0, \text{rot } \vec{E} = 0, \text{rot } \vec{B} = \mu \vec{i}$
- d) $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \text{div } \vec{B} = 0, \text{rot } \vec{E} = 0, \text{rot } \vec{B} = 0$

13 Převod z eV na Jouly je dán

- a) $eV = 1,6 * 10^{-19}J$**
- b) $eV = 6,23 * 10^{-23}J$
- c) $eV = 1,6 * 10^{19}J$
- d) $eV = 9,81 * 10^{-19}J$

14 Vypočítejte konstantu u Duanova-Huntova zákona $U\lambda_{min} = \frac{h.c}{e}$

a) $U = \frac{1,23 \cdot 10^{-6}}{\lambda_{min}}$

b) $U = \frac{1,23 \cdot 10^6}{\lambda_{min}}$

c) $U = \frac{3,23 \cdot 10^{-6}}{\lambda_{min}}$

d) $U = \frac{4,53 \cdot 10^{-4}}{\lambda_{min}}$

15 Pro který stav elektromagnetického pole je tento Maxwellův tvar: $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$, div

$\vec{B} = 0$, $\text{rot } \vec{E} = 0$, $\text{rot } \vec{B} = 0$

- a) Stacionární
- b) Kvazistacionární
- c) **Statický**
- d) Nestacionární

3 Výsledky

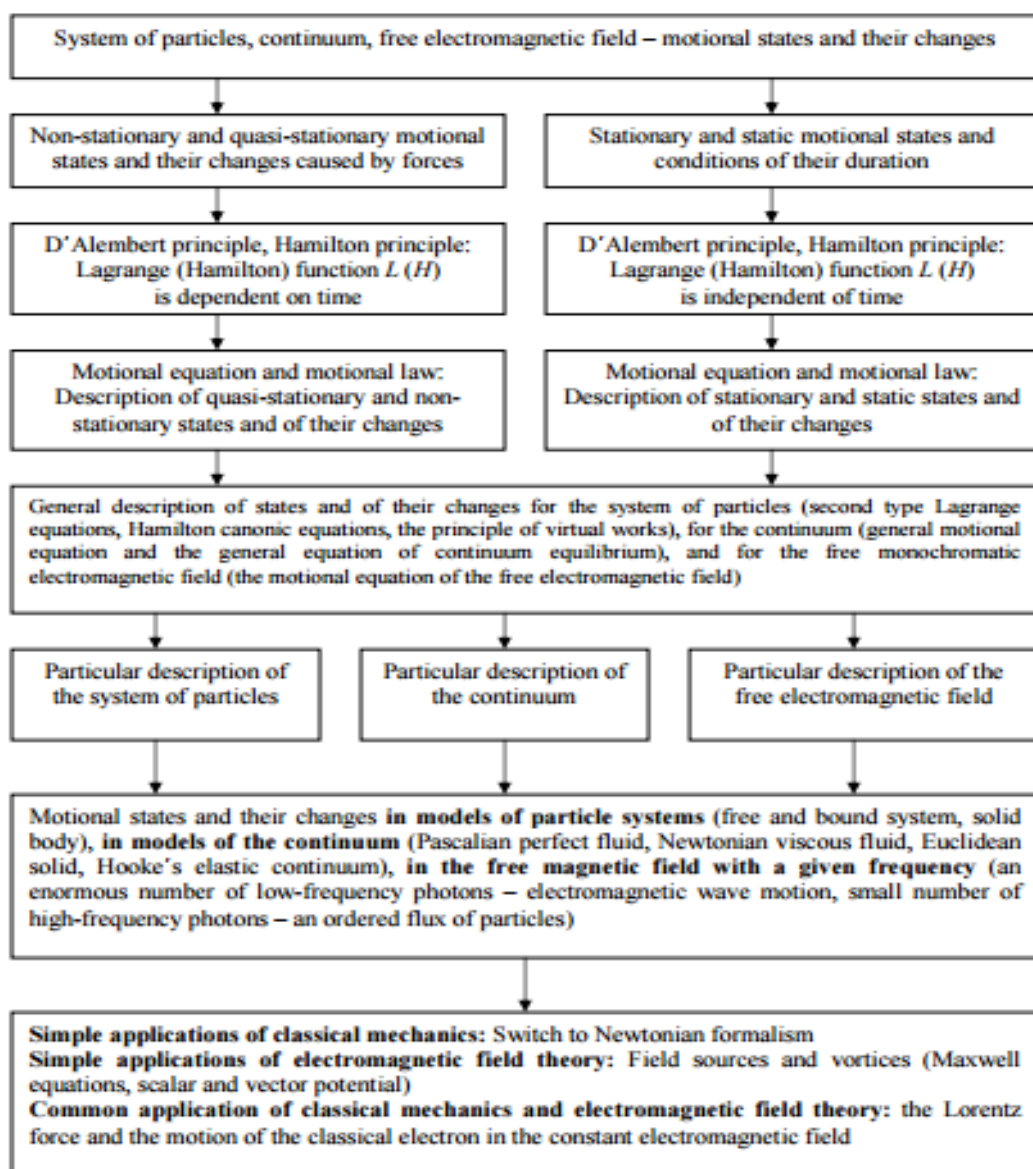
3.1 Konceptuální kurikulum

Klasická a kvantová dimenze RTG diagnostiky zahrnuje velké množství fyzikálních jevů. V první řadě je důležité vysvětlit princip rentgenky. Z klasické fyziky je potřeba se zabývat problematikou Maxwellových rovnic a celkově elektromagnetického spektra. V kvantové fyzice je potřeba se věnovat problematice staré kvantové fyziky, dále novému pojetí kvantové fyziky a v neposlední řadě kvantové fyzice s využitím operátorů. Konceptuální kurikulum (sdělitelnost vědy) je zde spojeno s vymezením vhodného odvození či vysvětlení uvedených jevů, v této práci se objevila odvození stacionární a nestacionární Schrödingerovy rovnice, která se nacházejí v edukačním textu, dále odvození stacionární Schrödingerovy rovnice pomocí operátorů

3.2 Zamýšlené kurikulum

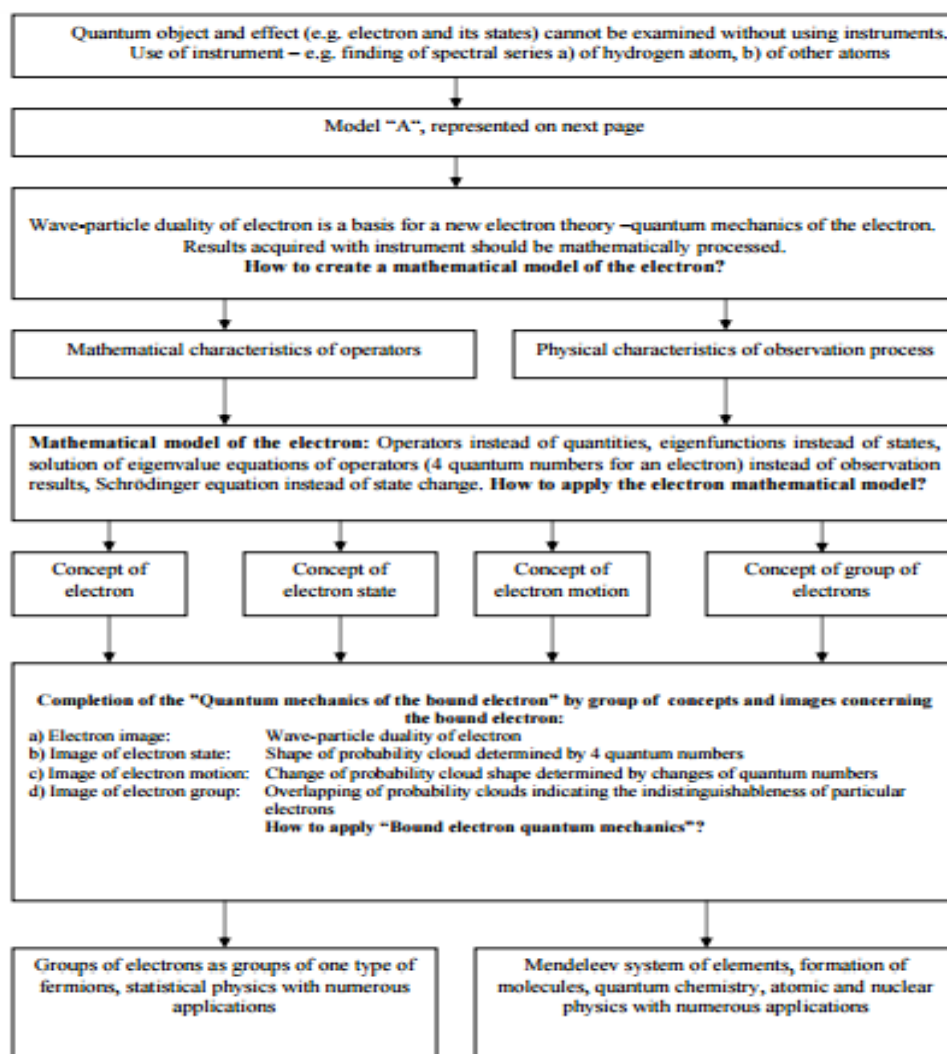
Transformace konceptuálního kurikula na zamýšlené kurikulum záleží na vymezení konceptuálního kurikula (sdělitelná věda), pak může být zamýšlené kurikulum přiměřené radiologickým asistentům a také dostatečné pro pochopení dané problematiky. Z tohoto vyplývá zamýšlené kurikulum v oblasti klasické fyziky, kterou můžeme popsat pomocí modelu klasické nestatické fyziky, a kvantové fyziky, kterou můžeme popsat strukturou vlnově-korpuskulárního dualismu.

Obrázek 3: Znáornění modelu klasické nestatistické fyziky



Dostupné: ZÁŠKODNÝ, Přemysl a Petr PROCHÁZKA, 2014. *Survey of Principles of Theoretical Physics: with Application to Radiology*. 2nd. Praha: Publishing House CURRICULUM. ISBN 978-80-87894-02-6.

Obrázek 4: Znázornění modelu kvantové nestatistické fyziky



Dostupné: ZÁŠKODNÝ, Přemysl a Petr PROCHÁZKA, 2014. *Survey of Principles of Theoretical Physics: with Application to Radiology*. 2nd. Praha: Publishing House CURRICULUM. ISBN 978-80-87894-02-6.

3.3 Projektové kurikulum

Provedenou transformací zamýšleného kurikula mohl být vytvořen edukační text pro radiologické asistenty, který tvořil významnou složku projektového kurikula. Tento edukační text se nachází v kapitole 2.8.

3.4 Implementované kurikulum I.

Příprava na experimentální výuku byla spojena s tvorbou vhodného edukačního testu, který by odrážel předpokládané znalosti radiologických asistentů nabytých po prostudování edukačního textu. Edukační test se nachází v kapitole 2.9.

3.5 Implementované kurikulum II.

Tato část kurikulárního procesu se zabývá výsledky, které byly získány po prostudování edukačního textu. Získané výsledky lze kvantifikovat statistickým šetřením výsledků položeného edukačního testu. Celý a přesný popis této části kurikulárního procesu se nachází v podkapitole 2.6.

Formulace statistického šetření

Hromadný náhodný jev: měření znalostí studentů oboru Radiologický asistent a měření znalostí pracovníků.

Statistická jednotka: student nebo pracovník.

Statistický znak: rozsah znalostí.

Hodnota statistického znaku: míra znalostí studenta či pracovníka vyjádřená počtem získaných bodů v testu.

Základní statistický soubor: 36

Výběrový statistický soubor: rovná se základnímu statistickému souboru

Škálování

Provedlo se 36 měření. Počet získaných bodů v testu se nacházel v intervalu $\langle 5;14 \rangle$. Pro toto statistického šetření byla zvolena kvantitativní metrická škála. Jednotlivé škály jsou: $(-\infty;6\rangle$, $\langle 7;8\rangle$, $\langle 9;11\rangle$, $\langle 12;13\rangle$, $\langle 14;\infty$.

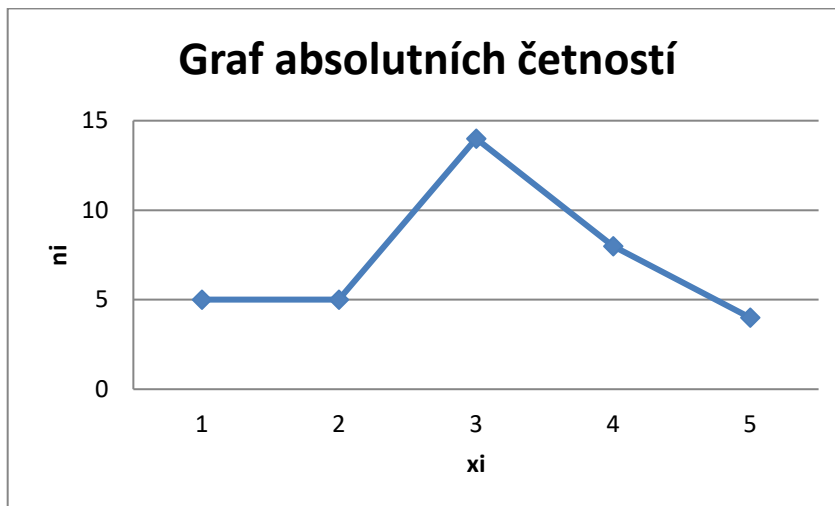
Elementární statistické zpracování

Tabulka 1: Tabulka elementárního statistického zpracování

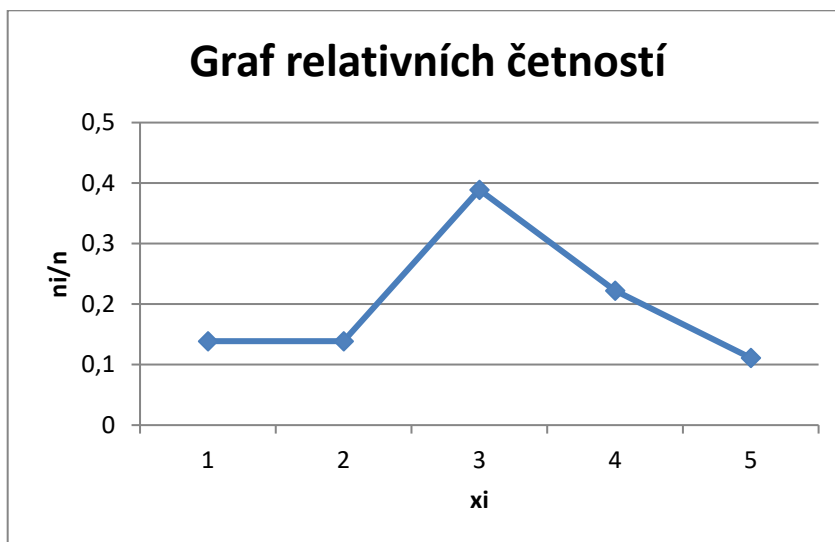
| x_i | střed.int. | n_i | n_i/n | $\sum n_i/n$ | $x_i n_i$ | $x_i^2 n_i$ | $x_i^3 n_i$ | $x_i^4 n_i$ |
|-----------------------------|------------|-------|---------|--------------|-----------|-------------|-------------|-------------|
| $(-\infty,6)$ | 5,5 | 5 | 0,14 | 0,14 | 27,50 | 151,25 | 831,88 | 4575,31 |
| $\langle 7,8\rangle$ | 7,5 | 5 | 0,14 | 0,28 | 37,50 | 281,25 | 2109,38 | 15820,31 |
| $\langle 9,11\rangle$ | 10 | 14 | 0,39 | 0,67 | 140 | 1400 | 14000 | 140000 |
| $\langle 12,13\rangle$ | 12,5 | 8 | 0,22 | 0,89 | 100 | 1250 | 15625 | 195312,5 |
| $\langle 14,-\infty\rangle$ | 15 | 4 | 0,11 | 1,00 | 60,00 | 900,00 | 13500,00 | 202500,00 |
| Σ | | 36 | 1,00 | | 365,00 | 3982,50 | 46066,25 | 558208,13 |

Empirické rozdělení četností

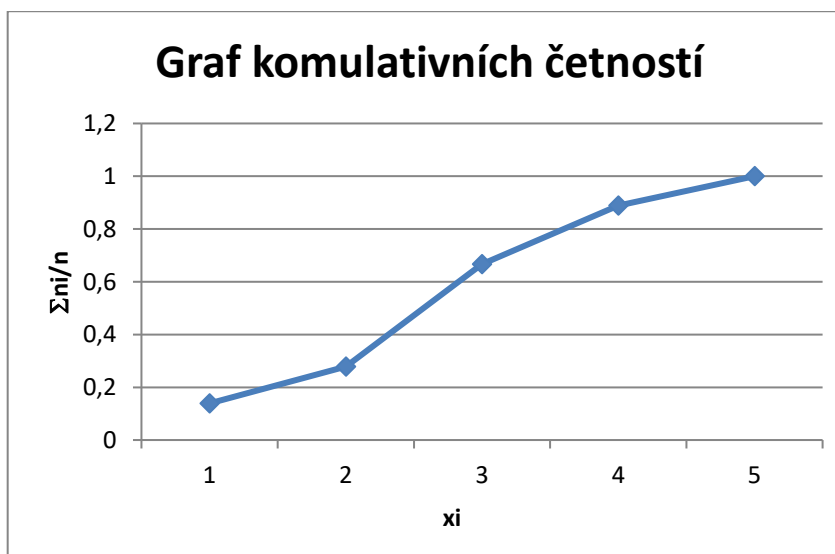
Obrázek 5: Graf absolutních četností



Obrázek 6: Graf relativních četností



Obrázek 7: Graf komulativních četností



Empirické parametry

Parametr polohy

Obecný moment 1. řádu

$$O_1(x) = \frac{1}{36} \sum 365$$

$$O_1(x) = 10,138$$

Parametry variability

Obecný moment 2. řádu:

$$O_2(x) = \frac{1}{36} \sum 3982,5$$

$$O_2(x) = 110,625$$

Centrální moment 2. řádu:

$$C_2(x) = O_2(x) - (O_1(x))^2$$

$$C_2(x) = 7,827$$

Směrodatná odchylka:

$$S_x = \sqrt{C_2}$$

$$S_x = 2,796$$

Variační koeficient:

$$V = \frac{S_x}{O_1}$$

$$V = 0,276$$

Parametr šikmosti

Obecný moment 3. řádu:

$$O_3(x) = \frac{1}{36} \sum 46066,3$$

$$O_3(x) = 1279,62$$

Centrální moment 3. řádu:

$$C_3(x) = O_3(x) - 3 \cdot O_2(x) \cdot O_1(x) + 2 \cdot (O_1(x))^3$$

$$C_3(x) = -0,729$$

Normovaný moment 3. řádu:

$$N_3(x) = \frac{C_3(x)}{C_2(x) \cdot \sqrt{C_2(x)}}$$

$$N_3(x) = -0,033$$

Parametr špičatosti

Obecný moment 4. řádu:

$$O_4(x) = \frac{1}{36} \sum 558208,1$$

$$O_4(x) = 15505,8$$

Centrální moment 4. řádu:

$$C_4(x) = O_4(x) - 4 \cdot O_3(x) \cdot O_1(x) + 6 \cdot O_2(x) \cdot (O_1(x))^2 - 3 \cdot (O_1(x))^4$$

$$C_4(x) = 140,002$$

Normovaný moment 4. řádu

$$N_4(x) = \frac{C_4(x)}{(C_2(x))^2}$$

$$N_4(x) = 2,274$$

Neparametrické testování Pearsonův χ^2 -test dobré shody

Stanovení nulové a alternativní hypotézy H_0 a H_a

H_0 : Empirické rozdělení četností lze nahradit Gaussovým normálním rozdělením

H_a : : Empirické rozdělení četností nelze nahradit Gaussovým normálním rozdělením

Při splnění všech podmínek testu následují tyto kroky:

1. určení experimentální hodnoty χ^2_{exp}
2. určení teoretické hodnoty χ^2_{teor}
3. určit kritický obor W pro příslušnou hladinu významnosti $\alpha, = 0,05$
4. přijmout nebo zamítnout H_0 nebo H_A

Pro získání hodnoty χ^2_{exp} je potřeba udělat několik dalších výpočtů a úprav. Je důležité znát hodnotu O_1, C_2, S_x .

$$O_1(x) = \frac{1}{36} \sum 365$$

$$O_1(x) = 10,138$$

$$C_2(x) = O_2(x) - (O_1(x))^2$$

$$C_2(x) = 7,827$$

$$S_x = \sqrt{C_2}$$

$$S_x = 2,796$$

Nejprve se musí vypočítat normované hodnoty, které se značí u_i . Tyto hodnoty se vypočítají pomocí tohoto vzorce:

$$u_i = \frac{(x_i - O_1)}{S_x}$$

Za x_i se zadává horní mez intervalu, O_1 je obecný moment prvního řádu a S_x je směrodatná odchylka.

Dalším krokem je zjištění hodnoty F_{u_i} , která se nalezne ve statistických tabulkách. Tyto hodnoty byly zjištěny použitím Laplaceovy funkce.

Následující krok popisuje získání hodnoty p_i , která je dána vztahem $p_i = F_{u_i} - F_{(u_i-1)}$. Tato hodnota odpovídá pravděpodobnosti hledané plochy pod Gaussovou křivkou.

Po vynásobení p_i rozsahem n výběrového statistického souboru se získá teoretická absolutní četnost np_i .

Všechny tyto kroky jsou shrnuty do tabulky 2:

Tabulka 2: Přehled výpočtů Pearsonova testu

| x_i | střed. int. | n_i | u_i | F_{u_i} | P_i | np_i |
|----------------|-------------|-------|----------|-----------|-------|--------|
| $(-\infty, 6>$ | 5,5 | 5 | -1,5 | 0,07 | 0,07 | 2,52 |
| $<7, 8>$ | 7,5 | 5 | -0,78 | 0,22 | 0,15 | 5,4 |
| $<9, 11>$ | 10 | 14 | 0,28 | 0,61 | 0,39 | 14,04 |
| $<12, 13>$ | 12,5 | 8 | 1 | 0,84 | 0,23 | 8,28 |
| $<14, \infty)$ | 15 | 4 | ∞ | 1 | 0,16 | 5,76 |
| Σ | | 36 | | | | |

Při pohledu do tabulky je zřejmé, že pátá škála nesplňuje podmínku Pearsonova testu. Tato podmínka říká, že v každé škále musí být absolutní četnost větší nebo rovna 5. Z toho důvodu se musí čtvrtá a pátá škála sloučit do jedné. Po tomto kroku je podmínka splněna.

Pro vypočítání experimentální hodnoty testovaného kritéria χ_{exp}^2 je důležité ještě provést výpočet $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ pro jednotlivé škály.

Tyto kroky se nacházejí v níže uvedené tabulce 3.

Tabulka 3: Tabulka splňující podmínky Pearsonva testu s výpočtem $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$

| x_i | n_i | np_i | $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ |
|---|-------|--------|-------------------------------|
| 1 | 5 | 2,52 | 2,44 |
| 2 | 5 | 5,4 | 0,02 |
| 3 | 14 | 14,04 | 0,0001 |
| 4+5 | 12 | 14,04 | 0,29 |
| Σ | | | 2,7501 |
| $\Sigma = \chi^2_{\text{exp}} = 2,7501$ | | | |

Nyní je známa hodnota testovaného kritéria χ^2_{exp} , poté je důležité zjistit hodnotu $\chi^2_{\text{teoretické}}$:

$$W \in < \chi^2(\alpha); \infty)$$

$$W \in < \chi^2_{k-r-1}(\alpha); \infty)$$

$$W \in < \chi^2_{4-2-1}(0,05); \infty)$$

$$W \in < \chi^2_1(0,05); \infty)$$

$$W \in < 3,84; \infty)$$

$\chi^2_{\text{exp}} \in W \Rightarrow$ **přijmeme H_0 a zamítneme H_A**

Na hladině statistické významnosti $\alpha=0,05$ můžeme empirické rozdělení nahradit teoretickým normálním rozdělením.

4 Diskuse

V diskuzi se bude autor zabírat předloženými výsledky jednotlivých forem kurikulárního procesu.

V konceptuálním kurikulu se autor zaměřil na problematiku rentgenky, Maxwellových rovnic, staré kvantové teorii se zaměřením na Duanův-Huntův zákon, de Broglieových vlnám. V nové kvantové teorii se autor věnoval Schrödingerově rovnici. Edukační text byl pro zájemce o novou kvantovou teorii, kteří mají větší zájem o hlubší fyzikální základ rentgenové diagnostiky, doplněn o odvození stacionární a nestacionární Schrödingerovy rovnice. Toto odvození už je ale nad rámec běžné výuky bakalářského studia. Podle výsledků edukačního textu a testu, které byly vyjádřeny normálním rozdělením, můžeme strukturu praktické části považovat za akceptovatelnou.

Výsledky projektového kurikula, které se nacházejí v kapitole 2.8, a výsledky implementovaného kurikula I., které se nacházejí v kapitole 2.9, lze přijetím nulové hypotézy, kterou jsme potvrdili neparametrickým testováním, považovat za odpovídající cílům bakalářské práce.

Statistické šetření znalostí studentů oboru Radiologický asistent a již pracujících radiologických asistentů prokázalo, že lze přijmout nulovou hypotézu. Nulová hypotéza zněla, že empirické rozdělení četností lze nahradit Gaussovým normálním rozdělením. Tato hypotéza předpokládala, že empirické rozdělení bude možné nahradit teoretickým normálním rozdělením. Toto rozdělení nám říká, že pravděpodobnost průměrných výsledků bude nejvyšší, nižší a vyšší počet bodů v testu bude spojen s pravděpodobnostmi nižšími.

Hypotézu, že můžeme nahradit empirické rozdělení teoretickým normálním rozdělením, bylo možné potvrdit aparátem neparametrického testování. Díky tomuto kroku můžeme potvrdit přiměřenost edukačního textu a také edukačního testu.

Druhá hypotéza zněla, zda je možné edukační text vytvořit pomocí kurikulárního procesu. Edukační text měl být přiměřen studentům oboru Radiologický asistent nebo radiologickým asistentům z praxe. Díky statistickému šetření byla potvrzena i tato hypotéza.

Nyní se autor bude věnovat rozboru jednotlivých otázek testu. Test obsahoval 15 otázek, které se dotkly téměř všech částí edukačního textu.

Otázka č. 1 měla úspěšnost 100%. Tato otázka byla jasně položena, informace o tom, že v rentgence je emitováno jak brzdné, tak i charakteristické záření, se objevuje v několika předmětech radiologických asistentů.

Otázka č. 2 měla úspěšnost 61%, tento jev je pravděpodobně způsoben tím, že autor testu použil slovo „dnešní rentgenka“, slovo dnešní mohli někteří respondenti z řad studentů či pracujících radiologických asistentů vynechat při čtení této otázky.

Otázka č. 3 měla úspěšnost 94%. Pouze 2 respondenti uvedli jinou odpověď než odpověď a). Pravděpodobně to bylo způsobeno nepozorností při čtení otázky.

Otázka č. 4 už se dotkla problematiky Schrödingerovy rovnice, úspěšnost této otázky dosáhla 75%. Špatně odpovídající respondenti uváděli, že se jedná o odpověď a) (pro vázané elektrony) nebo odpověď d) (žádná odpověď není správná).

Otázka č. 5 měla úspěšnost 88%. Je to pravděpodobně dáno tím, že v hodinách radiologické fyziky se o tomto velmi často hovoří. V této otázce častěji chybovali již pracující radiologičtí asistenti.

Otázka č. 6 se týkala vlnově-korpuskulárního dualismu elektronu, úspěšnost této otázky dosáhla 88%. Opět v této otázce chybovali častěji již pracující radiologičtí asistenti.

Otázka č. 7 se věnovala problematice rychlosti šíření de Broglievých vln, úspěšnost otázky byla 58%. Tato problematika byla popsána v edukačním textu, ale i přes tuto prezentaci se zde chybovalo.

V otázce č. 8 se autor ptal na významnou osobu fyziky- Louise de Broglieho. Úspěšnost otázky byla 47%, po správné odpovědi se nejčastěji vyskytovala odpověď c) (Max Planck).

Otázka č. 9 se věnovala definici operátoru, který se využívá v nové kvantové fyzice. Díky velmi přesně napsané definici byla úspěšnost otázky 86%.

Otázka č. 10 se zabývala vlnovou funkcí a jejím značením. Přestože se vlnová funkce objevovala ve velké části edukačního textu, úspěšnost otázky dosáhla 58%

Otázka č. 11 měla úspěšnost 55%. Tato otázka se věnovala problematice Duanova-Huntova zákona. Respondenti měli za úkol vybrat správný tvar tohoto zákona. Neúspěch u této otázky byl překvapující.

V otázce č. 12 bylo úkolem vybrat správnou variantu Maxwellových rovnic pro volné elektromagnetické pole v dielektriku. U této otázky byla úspěšnost 39%.

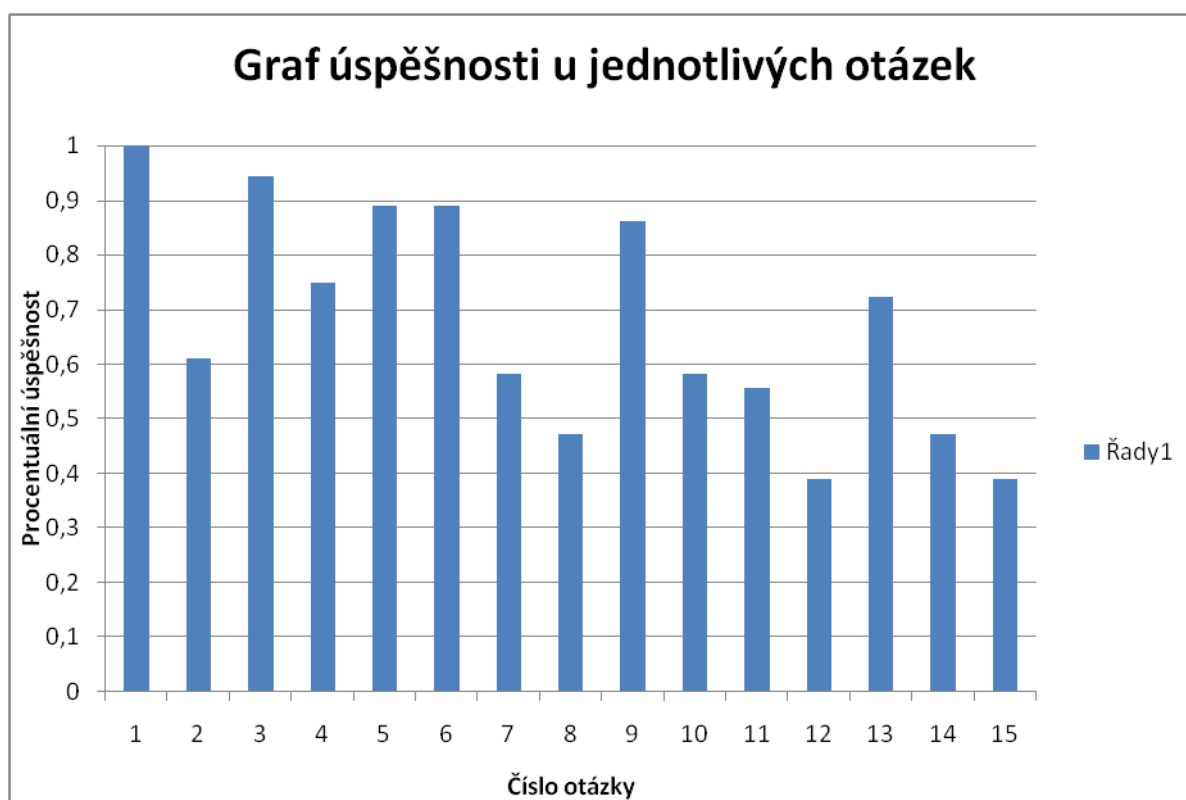
Otázkou č. 13 autora zajímalo, zda si respondenti pamatují převod eV na Jouly. U této otázky byla úspěšnost 72%. Buď se jednalo o tip respondenta, nebo obsah otázky byl kvalitně edukačně zpracován respondentem.

Otázka č.14 vyžadovala práci s kalkulačkou, respondenti měli za úkol vypočítat napětí U v rámci Duanova-Huntova zákona, jednalo se o dosazení Planckovy konstanty, rychlosti světla a elementárního náboje elektronu. V této otázce byla úspěšnost 47%.

Otázka č. 15 se týkala problematiky Maxwellových rovnic, úkolem bylo vybrat správnou variantu stavu elektromagnetického pole. U této otázky byla úspěšnost 39%.

V tomto grafu je viditelná úspěšnost u jednotlivých otázek.

Tabulka 4:Graf úspěšnosti u jednotlivých otázek



5 Závěr

Tato bakalářská práce se věnovala problematice klasické, kvantové dimenze RTG diagnostiky pro radiologické asistenty a aplikací kurikulárního procesu na tuto problematiku. Aplikabilita teorie kurikulárního procesu je přijata domácí i zahraniční vědeckou komunitou.

Nejprve byla provedena komunikační transformace T^{-1} , díky tomuto kroku byl získán sdělitelný vědecky systém klasické fyziky, kvantové fyziky jako konceptuální kurikulum. V bakalářské práci se autor snažil o nastínění principu rentgenky, Maxwellových rovnic, staré kvantové teorie, nové kvantové teorie (odvození stacionární a nestacionární Schrödingerovy rovnice).

Poté byla provedena obsahová transformace T^2 konceptuálního kurikula. Touto transformací bylo dosaženo edukačního systému klasické, kvantové fyziky a jeho učiva. Tato část se nazývá zamýšlené kurikulum, za které můžeme považovat model klasické nestatické fyziky, a kvantové fyziky, kterou můžeme popsat strukturou vlnově-korpuskulárního dualismu. Důležité bylo přizpůsobení poznatků klasické a kvantové fyziky schopnostem současných a budoucích radiologických asistentů.

Transformací zamýšleného kurikula bylo umožněno vytvoření edukačního textu pro radiologické asistenty, který tvořil významnou složku projektového kurikula.

Transformace edukačního textu (projektového kurikula) na implementované kurikulum I byla provedena konstrukcí edukačního testu. Tento test odrážel dosažené znalosti studentů či pracovníků po přečtení edukačního textu. Test byl zkonstruovaný jako multiple choice test, kde byla pouze jedna ze čtyř možných odpovědí správná. Sběr testu probíhal pomocí webových stránek survio.cz a emailové korespondence.

Transformace implementovaného kurikula a projektového kurikula na implementované kurikulum II, které představuje výsledky edukace u radiologických asistentů v oblasti klasické a kvantové fyziky, vedla ke statistickému šetření výsledků edukačního testu.

Hypotéza číslo jedna: „*Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu*“ byla potvrzena. Statistické šetření umožnilo prokázat přiměřenost edukačního textu radiologickým asistentům. Hypotéza číslo dva: „*Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení*“ byla potvrzena. Díky potvrzení druhé hypotézy bylo dokázáno, že teorie kurikulárního procesu je vhodným mechanismem pro výuku radiologických asistentů v oblasti klasické a kvantové fyziky. Díky aplikaci kurikulárního procesu na radiologickou

fyziku bylo možné vytvořit přiměřený edukační text pro současné a budoucí radiologické asistenty.

Cílem této bakalářské práce bylo vybrat vhodnou teorii přenosu znalostí na úroveň studentů studujících obor Radiologický asistent, vytvoření přiměřeného edukačního textu, vytvoření edukačního testu, který experimentálně vedl k ověření možností radiologických asistentů, a aplikace vybraných statistických metod. Všechny cíle můžeme považovat za splněné.

Mezi teoretické přínosy patří, že je možné aplikovat kurikulární proces na vzdělání radiologických asistentů v oblasti klasické a kvantové fyziky. Dalším teoretickým přínosem je možnost aplikovat statistické šetření, díky kterému je možné ověřit hypotézy práce.

Mezi praktické přínosy lze zařadit, aby se zkvalitnila fyzikální i matematická příprava radiologických asistentů, dále možnost využití edukačního textu a testu ve výuce pro radiologické asistenty.

Bakalářská práce prokázala prostřednictvím teorie kurikulárního procesu, že pro pochopení klasické a kvantové fyziky pro RTG diagnostiku je důležitá znalost klasické fyziky, kvantové teorie jak staré, ale i nové.

6 Seznam literatury

BEISER, Arthur, 1978. *Úvod moderní fyziky*. 2. Praha: Academia.

BEISER, A., 2003. *Concepts of modern physics*. 6th ed. Boston: McGraw-Hill. ISBN 00-724-4848-2.

BERÁNEK, L. Základy statistiky. Chi²-test – popis. [online]. [cit. 2017-03-06]. PowerPointová prezentace na webových stránkách Moodle - výukový systém Zdravotně sociální fakulty JCU. Dostupné po přihlášení na: <http://moodle.zsf.jcu.cz/course/view.php?id=843>

BÍLKOVÁ, D., P. Budínský a V. Vohánka., 2009. *Pravděpodobnost a statistika*. Plzeň: Vydavatelství Aleš Čeněk. ISBN 978-1-936338-20-7.

Compton Effect Definition, 2016. *About education* [online]. [cit. 2017-03-06]. Dostupné z: <http://physics.about.com/od/quantumphysics/a/comptoneffect.htm>

CYHELSKÝ, Lubomír, KOHOUTOVÁ, Jana, HINDLS, Richard, 1996. *Elementární statistická analýza*. Praha: Management Press, Ringier ČR, a.s., 303s. ISBN 80-85943-18-2.

FERDA, J., KREUZBERG, B., NOVÁK, M., 2002. *Výpočetní tomografie*. Praha: Galén. ISBN 80-726-2172-6.

HENDL, J., 2009. *Přehled statistických metod*. Praha: Portál, s.r.o. 696 s. ISBN 978-80-7367-482-3. 69

CHUDÁČEK, Z., 1995. *Radiodiagnostika*. Brno: Institut pro další vzdělávání pracovníků ve zdravotnictví. Učební text (Institut pro další vzdělávání pracovníků ve zdravotnictví). ISBN 80-701-3114-4.

IS/STAG portál: *Předmět: Radiologická fyzika I* [online], 2017. České Budějovice [cit. 2017-03-11]. Dostupné z: https://wstag.jcu.cz/portal/studium/ moje-studium/index.html?pc_pagenavigationalstate=H4sIAAAAAAAAAAGNgYGBiYDMYmJQzNx dmgLIshBkZGBgYGTiKSxJLUr1TK8E8EV1LIyNjY3MjA2MzC1MTc3MTI1MjoAwDAHggwIVEAAAAA#prohlizeniDetail

IS/STAG portál: Předmět: Radiologická fyzika 2 [online], 2017. České Budějovice [cit. 2017-04-12]. Dostupné z: https://wstag.jcu.cz/portal/studium/moje-studium/index.html?pc_pagenavigationalstate=H4sIAAAAAAAAAAGNgYGBiYDMYmJQzNxdmgLlshBkZGBgYGTiKSxJLUr1TK8E8EV1LIyNjY3MjA2MzC1MTc3MTI1MDoAwDABhzAP9EAAAAA#prohlizeniDetail

IS/STAG portál: Předmět: Vybrané kapitoly z aplikované matematiky [online], 2017. České Budějovice [cit. 2017-03-12]. Dostupné z: https://wstag.jcu.cz/portal/studium/moje-studium/index.html?pc_pagenavigationalstate=H4sIAAAAAAAAAAGNgYGBiYDMYmJQzNxdmgLlshBkZGBgYGTiKSxJLUr1TK8E8EV1LIyNjY3MjA2MzC1MTc3MTI1MDoAwDABhzAP9EAAAAA#prohlizeniAnchor

KOZLOVSKÁ, D., FREITINGER SKALICKÁ Z., ZÁŠKODNÝ, P., 2005. *Úvod do praktika z radiologické fyziky*. České Budějovice: ZSF JU. ISBN 80-7040-797-2.

MAYER, D., 2012. *Aplikovaný elektromagnetismus*. České Budějovice: KOPP, (538 s.). ISBN 978-80-7232-436-1.

NEKULA, J., CHMELOVÁ, J., 2005. *Vybrané kapitoly z konvenční radiologie*. Ostrava: Ostravská univerzita, Zdravotně sociální fakulta. ISBN 80-736-8057-2.

NOVOTNÝ, Dušan, 2008. *Elektromagnetické pole*. Ústí nad Labem: Univerzita J.E. Purkyně v Ústí nad Labem, Přírodovědecká fakulta. ISBN 978-80-7044-988-2.

Photoelektrická effect [online], 2016. a-levelphysicstutor.com [cit. 2017-03-07]. Dostupné z: <http://www.a-levelphysicstutor.com/quantphys-photo-elect.php>

PODZIMEK, F., 2013. *Radiologická fyzika - Fyzika ionizujícího záření* [PDF]. INFOPHARM, [cit. 2014-02-08]. ISBN 978-80-87727-05-8. Dostupné z: <http://www.databook.cz/data/6/f/1380616862.fyzika-ionizujicihozareni-ukazka.pdf>

Pravděpodobnost a statistika. Statistický soubor s jedním argumentem [online]. 2014-1114 [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: <http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/KAP07/KAP07.HTM>

PRŮCHA, J., 2013. *Moderní pedagogika*. 5., aktualiz. a dopl. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-262-0456-5.

ROSINA, J. a NAVRÁTIL L., ed., 2000. *Lékařská biofyzika*. Praha: Manus. ISBN 80-902-3185-3.

SEINDL, Z., 2012. *Radiologie pro studium i praxi*. Praha: Grada, ISBN 978-80247-4108-6

ULLMANN, V. "AstroNuklFyzika" - jaderná fyzika, astrofyzika, kosmologie, filosofie. *Jaderná a radiační fyzika - Elementární částice* [online]. [cit. 2017-01-08]. Dostupné z: <http://astronuklfyzika.cz/JadRadFyzika5.htm#Linac>

ZÁŠKODNÝ, P., 2005. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: Didaktis. ISBN 80-89160-25-5.

ZÁŠKODNÝ, P., 2009. *Kurikulární proces fyziky: (s přehledem základů teoretické fyziky)*. Ostrava: Algoritmus. ISBN 978-80-902491-0-3.

ZÁŠKODNÝ, P., 2013. *Základy pravděpodobnosti a statistiky (data miningový přístup)* [PDF]. Praha:.. ISBN 978-80-904 948-5-5.

ZÁŠKODNÝ, P. et al., 2013. *Základy statistiky (s aplikací na zdravotnictví)*. Praha: CURRICULUM,. ISBN 978-80-904948-2-4.

ZÁŠKODNÝ, P. et al. *Základy statistiky (s aplikací na zdravotnictví)*. Praha: CURRICULUM, 2013. ISBN 978-80-904948-2-4.

ZÁŠKODNÝ, P. a PROCHÁZKA P., 2014. *Survey of Principles of Theoretical Physics: with Application to Radiology*. 2nd. Praha: Publishing House CURRICULUM. ISBN 978-80-87894-02-6.

ZÁŠKODNÝ, P. a ZÁŠKODNÁ H., 2016. *METODOLOGIE VĚDECKÉHO VÝZKUMU*. 2. Praha: CURRICULUM. ISBN 978-80-87894-08-8.

ZUNA, I., POUŠEK L., 2000. *Úvod do zobrazovacích metod v lékařské diagnostice I*. Vyd. 2. V Praze: Nakladatelství ČVUT. ISBN 978-80-01-03779-9.

ZVÁROVÁ, J., 2002. *Základy statistiky pro biomedicínské obory* [PDF]. Praha: Karolinum, [cit. 2016-12-28]. ISBN 8071847860. Dostupné z: <https://predmety.fbmi.cvut.cz/sites/default/files/predmet/1616/ostatni/>

Seznam obrázků a tabulek

Obrázky:

| | |
|--|----|
| Obrázek 1: Fotoelektrický efekt | 25 |
| Obrázek 2: Comptonův rozptyl | 27 |
| Obrázek 3: Znázornění modelu klasické nestatistické fyziky | 60 |
| Obrázek 4: Znázornění modelu kvantové nestatistické fyziky..... | 61 |
| Obrázek 5: Graf absolutních četností | 63 |
| Obrázek 6: Graf relativních četností..... | 63 |
| Obrázek 7: Graf komulativních četností..... | 63 |

Tabulky:

| | |
|--|----|
| Tabulka 1: Tabulka elementárního statistického zpracování..... | 62 |
| Tabulka 2: Přehled výpočtů Pearsonova testu | 66 |
| Tabulka 3: Tabulka splňující podmínky Pearsonva testu s výpočtem $(n_i - np_i)^2 np_i$ | 67 |
| Tabulka 4: Graf úspěšnosti u jednotlivých otázek..... | 70 |