

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLMOUCI
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jana Burešová

POZNATKY Z HISTORIE V UČIVU MATEMATIKY 1. STUPNĚ ZŠ

Olomouc 2013

Vedoucí práce: PaedDr. Anna Stopenová Ph.D.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci zpracovala samostatně a použila jen prameny uvedené v seznamu literatury.

V Olomouci dne 19. 6. 2013

.....

podpis

Děkuji vedoucí diplomové práce PaedDr. Anně Stopenové Ph.D. za cenné rady, trpělivý a citlivý přístup. Děkuji také Mgr. Zuzaně Smékalové a jejím žákům, bez nichž bych práci nemohla dokončit. Poděkování patří i mé rodině a blízkým přátelům za podporu a pomoc během studia.

Obsah

Úvod.....	6
Teoretická část.....	8
1. Pojem čísla	8
1.1 Vybrané kultury a jejich číselné soustavy.....	9
1.1.1 Mayové.....	9
1.1.2 Sumerové.....	9
1.1.3 Egypťané	10
1.1.4 Indové	10
1.1.5 Inkové	12
1.1.6 Aztékové	13
1.1.7 Římané	14
1.1.8 Slované.....	16
1.2 Fenomén nula	17
2. Geometrie	18
2.1 Měření	19
2.2 Vzdálenosti.....	20
2.2.1 Cesta k jednotě	23
2.3 Hmotnost.....	24
2.4 Obsah a objem	25
2.5 Úhly.....	27
2.6 Čas	28
2.6.1 Čas a hodiny	28
3. Příběhy a legendy z historie.....	30
3.1 Příběh o faraonovi a polích	30
3.2 Král Dáreios I.	30
3.3 O nepoctivém Lokýtkovi.....	31
3.4 Muhammad ibn Músa al-Chorezmi	32
3.5 Staré početní úlohy	33
Praktická část.....	35
4. Pojem čísla.....	36
4.1 Arabská šifra.....	36

4.2	Počítání s indickými číslicemi.....	39
4.3	Číselné soustavy jiných národů.....	41
4.4	Vlastní číselná soustava	44
4.5	Římská záhada.....	46
4.6	Dům moudrosti.....	47
4.7	Další náměty do hodin	49
5.	Vzdálenosti	51
5.1	Měříme bez pomoci měřítka.....	51
5.2	Výroba vlastního měřidla.....	56
5.3	Odhadujeme vzdálenosti bez využití metrické soustavy	58
5.4	Měříme pomocí vlastního těla.....	59
5.5	Aritmetický průměr.....	62
5.6	Proč je důležitá jednotnost v mírách.....	66
5.7	Cesta k metru definovanému v Mezinárodní soustavě SI.....	67
5.8	Další náměty do hodin	70
6.	Čas, úhly, objem a jiné	74
6.1	Násobilka s římským budíkem.....	74
6.2	Počítání se staršími jednotkami objemu.....	75
6.3	Další náměty do hodin	76
7.	Výzkumné šetření.....	79
	Závěr	83
	Anotace	84
	Literatura	85
	Seznam příloh.....	89

Úvod

V tradičním způsobu vzdělávání na prvním stupni základních škol je zvykem o historii mluvit v předmětech jako je prvouka či vlastivěda a v hodinách matematiky se věnovat počítání, rýsování apod. Snad proto, abychom žáky nepřetěžovali. Z našeho pohledu toho za první roky ve škole musejí zvládnout opravdu hodně. Ovšem z vlastní zkušenosti i vzpomínek vím, že jakákoli netradiční hodina či poznámka se vryje do paměti mnohem hlouběji a trvaleji. Žáci otupení zaběhlým stereotypem a vědomím, že prostě „musím“, se najednou mění v houby nedočkavě sající poznání a informace.

Jednou z možností, jak tento stereotyp porušit, je nabídnout žákům učivo v historickém kontextu. Může jít o historickou poznámku, motivační vyprávění na úvod, didaktickou hru či celý projekt. Díky změnám nahlížení na způsob vyučování je toto možné. Snahy o to, aby žáci nepřijímali pouze izolované informace, ale znalosti dokázali propojovat, dostaly odpověď ve formě Rámcového vzdělávacího programu. Mezipředmětové vztahy, průřezová témata, klíčové kompetence. To všechno jsou nástroje k tomu, aby žáci nebyli pouze knihami plných informací, ale dokázali je ve svém životě využít.

Cílem diplomové práce je vytvořit soubor činností, ve kterých se objeví historické poznatky související s daným učivem, a vybrané z nich ověřit. V teoretické části nejprve shromáždit historické poznatky týkající se učiva matematiky na prvním stupni základní školy. V praktické části pak vytvořit z těchto poznatků netradiční činnosti pro žáky využitelné jako motivace, hry, opakování nebo i výuku nové látky.

Při psaní praktické části jsem se zamýšlela nad tím, že žáci ve škole přijímají hotové poznatky, které jsou výsledkem staletí lidské činnosti a myšlení. Mám za to, že je dobré, aby si zakusili vlastní objevnou cestu a lépe tak pochopili smysl a význam toho, co se učí. Každé malé dítě touží objevovat, poznávat. Heuristické metody jsou náročné na čas a přípravu učitele, ale pokud občas žákům nenabídneme něco, čím bychom znovu podnítili jejich touhu po vědění, pak se tato touha vytrácí a často zůstane jen povinnost. Využila jsem zajímavosti z historie k vytvoření několika takových aktivit, ale pokud známe cestu objevování našich předků, pak se každý může pokusit ji vytvořit pro své žáky, jak potřebuje. Jeden z mých záměrů je tedy vytvořit další možnost motivace, oživit hodiny matematiky a přiblížit ji žákům. Dále jsem se snažila o propojování znalostí. Didaktická hra je výborný způsob, jak využít a zopakovat si znalosti z matematiky, které se doposud naučili. Aby se při

řešení problému dostali k výsledku, musí často měřit, převádět jednotky, sčítat, násobit... a to nejen připravené příklady, ale ty, které si sami vytvoří.

Inspirovala jsem se také myšlenkami Reuvena Feuersteina, respektive jeho teorií Strukturální kognitivní modifikace. R. Feuerstein považuje za důležitou verbalizaci. Tedy aby mluvil hlavně (v našem případě) žák, snažil se vyjádřit slovy, jak problém chápe. Měl by přemýšlet a mluvit samotný žák, respektive učit se učit. Zatímco učitel by ho měl vést, ne mu předkládat hotové poznatky.

Další princip, který Feuerstein považuje při učení za důležitý, a který jsem se snažila při některých činnostech zapojit, je vytváření struktur. Tedy nové poznatky ihned vložit do struktury již osvojených znalostí. Už při osvojování nového učiva si uvědomovat souvislosti a návaznosti.

Aktivity v praktické části jsem koncipovala tak, aby si je každý učitel mohl upravit podle svých potřeb a možností svých žáků. Je to nabídka námětů, her a činností využitelných nejen na běžné základní škole, ale i ve třídách pro nadané jako obohacování učiva nebo jako podklad pro projekty v alternativních školách. Informace v části „charakteristika“, „cíl“ a „závěr“ jsou pro učitele, text v části „úvod“ a „průběh“ je zaměřený více na žáky - příklad toho jak k nim přistupovat, co je třeba jim objasnit s návrhem jak na to.

Teoretická část

V teoretické části jsem shromáždila několik informací z historie týkající se matematiky. Vybírala jsem zvláště ty, které odpovídají nebo se vztahují k učivu matematiky na prvním stupni základní školy. Na konec této části jsem navíc přidala několik zajímavostí, příběhů a početních úloh ze středověkých sbírek.

1. Pojem čísla ¹

Velmi dlouho si lidé vystačili s představou „jeden“ a „mnoho“. Ve chvíli, kdy začali shromažďovat majetek, vznikl problém jak zaznamenat jeho množství. Nejstarší dochovaná početní pomůcka – vrubovka - nám prozrazuje, jak si s tímto problémem poradili:

Věstonická vrubovka byla nalezena v Dolních Věstonicích na Moravě roku 1937 a pochází z paleolitu. Je to kost mladého vlka, dlouhá 18 cm, na níž je 55 zářezů uspořádaných do skupin po pěti.

Víme tedy, že si pomáhali zářezy, kterým přiřazovali reálné objekty. Každý zářez mohl znamenat jednu ovci, kozu, šíp, úlovek, cokoli co bylo potřeba spočítat. Tyto záznamy měly výhodu, že se mohly uchovat a po čase zkontrolovat zda počet souhlasí.

Velké množství jednotlivých bodů (zářezů apod.) však začalo být nepřehledné, proto bylo nutné zavést znaky pro „vyšší jednotky“ a zkrátit, zpřehlednit tím zápis. Každá kultura se s tímto problémem vypořádala po svém, přesto můžeme sledovat jistou podobnost, která vychází z potřeby učinit záznam co nejjednodušší.

Dalším důležitým pomocníkem byly prsty. Ty jsou užitečné při počítání dodnes. Díky nim mohli lidé jednoduše znázornit množství do 20. Také ovlivňovaly vznik číselných soustav, které měly často základ 5, 10 nebo 20.

¹ Při psaní této kapitoly jsem vycházela nejvíce z této literatury:

BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha

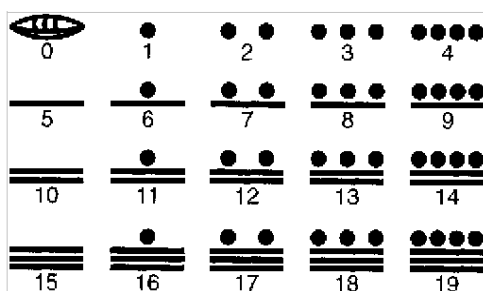
KOVAL, Kamarádi čísla, Praha

STRUIK, Dějiny matematiky, Praha

1.1 Vybrané kultury a jejich číselné soustavy

1.1.1 Mayové

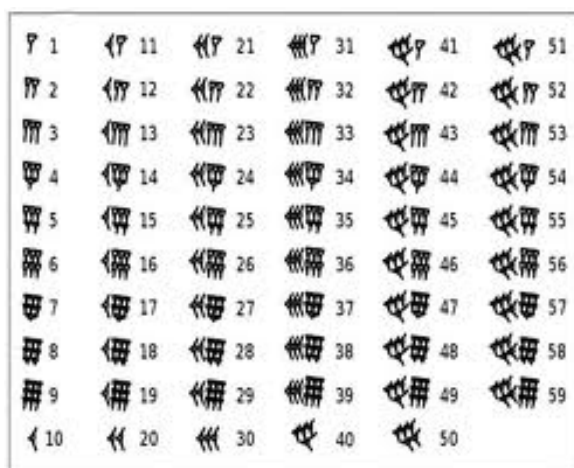
Mayové byli velmi vyspělou civilizací, žili ve velkých městech (až s 300 000 obyvateli) a stavěli pyramidy, podobně jako tomu bylo v Egyptě. Obě civilizace také používaly obrázkové písmo, ovšem mayské bylo mnohem složitější. Naproti tomu číslice tvořili velmi jednoduše pomocí teček a čar. Využívali poziční dvacítkovou soustavu.



Obr. 1 Ukázka mayských číslic

1.1.2 Sumerové

V okolí řek Eufrat a Tigris se před 7000 lety rozprostírala sumerská říše. Psali i počítali klínovým písmem – hrotem rákosového stvolu ryli do hlíněných destiček a tvořili tak stopy tvaru klínu. K počítání používali soustavu o základu šedesát. Neměli zvláštní znaky pro 100 a 1000, ale vypisovali je jako 60+40 apod.

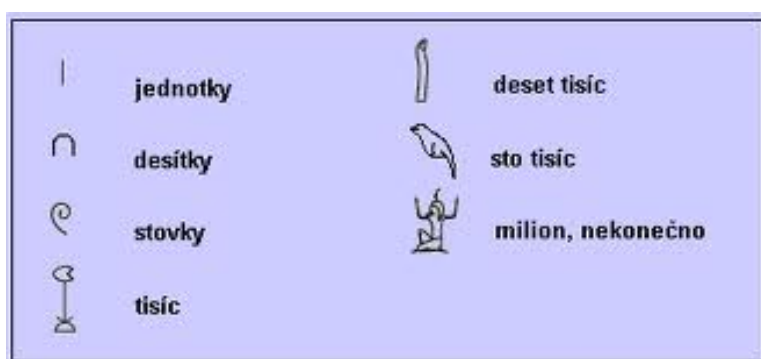


Obr. 2 Číslice zapsané klínovým písmem

1.1.3 Egypt'ané

Od jiných číselných soustav se jejich liší hlavně tím, že je obrázková, stejně jako egyptské písmo, tzv. hieroglyfy. Pro každý řád měli jeden znak. Deset znaků jednoho řádu pak nahradili znakem řádu vyššího.

Jednička je znázorněná holí. Desítka může být obrazem ruky, ale objevují se i názory, že jsou to kraví pouta. Stovka jako stočený měřicí provaz. Tisíc je zapsán květem lotosu, symbolem Nilu – který pro Egypt znamenal hojnost a úrodnost. Deset tisíc jako ukazovák. Sto tisíc představuje pulce, kterých bylo v Nilu po záplavách obrovské množství. A milion žasnoucího muže nebo také boha vesmíru, který byl synonymem pro nekonečno.



Obr. 3 Ukázka egyptských číslic

1.1.4 Indové

Víme, že číslice, které používáme dnes, pochází z Indie. Arabské je nazýváme podle národu, od kterého jsme je převzali. Arabové totiž objevili význam indických znalostí mnohem dříve než evropský svět.

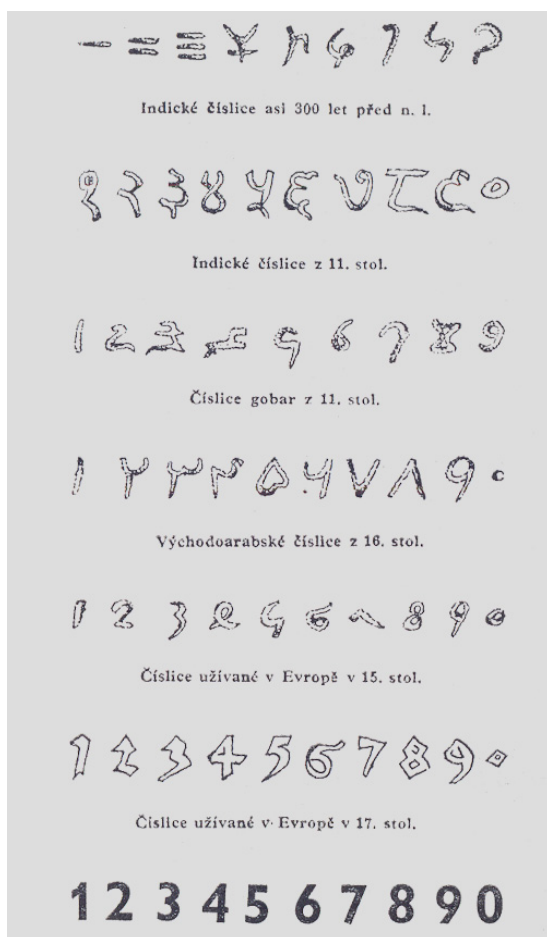
Indové jsou všeobecně pokládáni za objevitele pozičního systému zápisu čísel. Jelikož používali soustavu o základu deset, stačilo jim k tomu devět číslic a „mezera“. Ta byla později nahrazena znakem pro nulu. Byl to významný objev, protože nula, ačkoli znamená „nic“, je pro naše počítání nezbytná. Indové se zajímali nejen o počty, ale i o poezii. A tyto dva zájmy, třebaže se zdají naprosto odlišné, se jim podařilo skloubit. Jednoduše nazvali jedničku měsícem, dvojku očima, trojku ohněm podle staré báje o třech ohních. Potom příklad – oheň bez očí je měsíc – zněl jako báseň. Zároveň tyto názvy nebyly striktně dané. Dvojka se dala vyjádřit i jako „ruce“, „uši“, pětka jako „smysly“, nula jako „díra“, atd.

Proměna indických číslic v čase²

Zápis samotných číslic se postupem času měnil a vyvíjel. První typ zápisu číslic v tabulce, který se užíval v Indii mnoho staletí, se nazývá bráhmí. Jeho postupnou proměnou pravděpodobně vznikly číslice devanágari, které jsou v tabulce ve druhém řádku. Poté, co indickou číselnou soustavu převzali arabové, se navíc vyvíjely souběžně dva typy číslic. Jeden v arabské říši na východě a druhý na západě, tedy ve Španělku, které Arabové dlouho ovládali.

Ve třetím řádku jsou číslice gobar, které užívali západní Arabové ve Španělsku a ze kterých se postupně vyvinuly naše dnešní číslice (viz poslední tři řádky číslic).

Čtvrtý řádek číslic je popsán jako „Východoarabské číslice z 16. stol.“. Juškevič dodává, že tento typ číslic se současně používá v Turecku.



Obr. 4 Vývoj zápisu číslic

²Při psaní této kapitoly jsem vycházela nejvíce z této literatury:

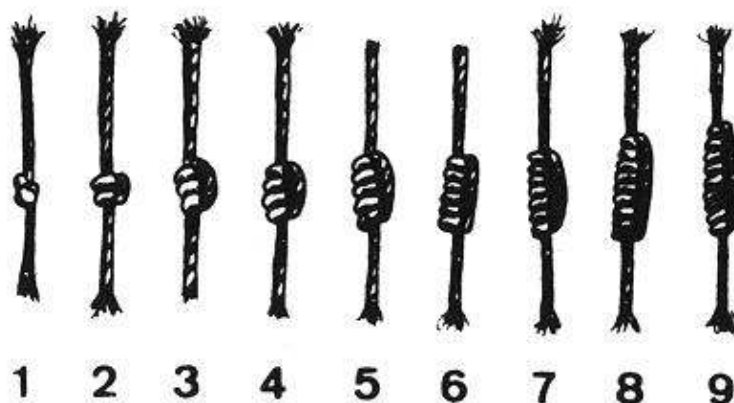
JUŠKEVIČ, Dějiny matematiky ve středověku, Praha

STRUIK, Dějiny matematiky, Praha

1.1.5 Inkové

Ne všude se písmo a počty psaly. Tento indiánský národ vynalezl vlastní způsob uchovávání zpráv. Stačily jim k tomu provázky. Na hlavní tlustší provaz se vázaly menší barevné provázky s uzly. Různé kombinace uzlů jim umožňovaly posílat zprávy, zaznamenávat množství i zákony. Toto „písmo“ ovšem dokázali číst jen speciálně vyškolení úředníci, tzv. strážci uzlů. V říši Inků se desítková soustava projevila i ve správě země – „Deset rodin tvořilo jednu „obec“, spravovanou náčelníkem ču-nka-kamajoch („desátník“), deset obcí se sdružovalo v jakýsi okres, v jehož čele stál již vyšší náčelník, pačach-kamajoch, deset těchto okresů, čili tisíc rodin, bylo spravováno huaranka-kamajochem, podřízeným přímo místodržícímu provincie. Povinností těchto náčelníků bylo posílat pravidelné statistické výkazy o narozeních, úmrtích, žních, vojsku atd. nadřízeným úřadům, a tyto výkazy byly zaznamenávány uzlovým písmem.“³

Co se týče číselné soustavy, již jsem zmínila, že se jednalo o desítkovou poziční soustavu.



Obr. 5 Ukázka číslic uzlového písma - kipu

³ MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha, s 8

1.1.6 Aztékové⁴

Na území dnešního Mexika existovala říše Aztéků. Že užívala pětkovou soustavu, můžeme dnes poznat z původní řeči „nahuatl“. Zvláštní názvy měly číslovky 1-5, 10, 15 a 20. Ostatní se odvozovaly sčítáním. Devět tedy bylo pět a čtyři, dvanáct – deset a dvě, třicet devět jako dvacet a devatenáct. Šedesát pak byly tři dvacítky, atd.

Číslovky v řeči „nahuatl“:

1 se	6 čikuase
2 ome	7 čikome
3 yei	8 čikuyei
4 naui	9 čikuanau
5 makuilli	10 matlaktli
11 matlaktlionse	16 kačulionse
12 matlaktliome	17 kačulionome
13 matlaktliomyei	18 kačuliomyei
14 matlaktlionau	19 kačulionau
15 kačuli	20 sempoali

⁴ MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha

1.1.7 Římané

Římské číslice nebyly uzpůsobeny pro velké počítání, ale spíše pro zapisování výsledků, letopočtů apod. Počítat a násobit se Římané učili nazpaměť nebo si pomáhali prsty na rukou. Dnes se s římskými číslicemi můžeme setkat na číselnicích hodin, na budovách – k označení městských čtvrtí, letopočtů; při označení kapitol knih, století... Zvláštnímu použití římských číslic v textu se říká chronogramy⁵. Jsou to latinské nápisy, ve kterých je několik zvýrazněných písmen. Jde o římské číslice, které nejsou ve správném pořadí, ale pokud se mechanicky sečtou, pak součet je letopočet, který se k nápisu vztahuje. Často jde o rok zveřejnění nápisu. Např. nápis nad vchodem do Lužického semináře:

DEO ET APOSTOLORVM PRINCIPALI VSATIAE PIETAS EREXIT

Česky: Bohu a knížeti apoštolů postavila zbožnosti Lužice.

Po sečtení zvýrazněných číslic (MDCLXVVI) získáme letopočet 1726.

Pokud jde o systém této soustavy, byl poměrně jednoduchý. Jednička až trojka se znázornila odpovídajícím počtem čárek – tedy velkým tiskacím I.

Pětka vypadá jako ruka s roztaženými prsty - velké V a desítka jako překřížené ruce nebo také dva spojené znaky pro pětku – X. Tedy opět symboly množství – jedna ruka – pět prstů a dvě ruce - deset. F. Balada zmiňuje, že obdobné znaky byly nalezeny na kosti už ze starší doby kamenné.⁶

Znaky pro sto – C a tisíc – M, jsou počátečními písmeny latinských slov - centum = sto, mille = tisíc.

Jelikož se římské číslice tvoří kumulováním znaků stejné hodnoty, byly doplněny znaky pro 50 = L a 500 = D, které zápis podstatně zkrátily. K tomu pomáhá i zvláštní zápis čísel s 9 a 4, které se tvoří pomocí odečítání. A to tak, že před číslici řádově vyšší se napíše číslice o řád níž, kterou potřebujeme odečíst. To znamená, že devítku napíšeme jako IX, zatímco jiná čísla, která se tvoří sčítáním, dodržují pořadí při zápisu - zleva číslice s největší hodnotou po číslice s nejmenší hodnotou.

⁵ http://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%98%C3%ADmsk%C3%A9_%C4%8D%C3%ADslice

⁶ Z dějin elementární matematiky, 1959, s. 38

Příklad: $80 = LXXX$

$90 = XC$

Algoritmus pro násobení pomocí prstů na rukou

Používá se při násobení dvou čísel větších než 5.

1. Otočíme obě ruce dlaněmi k sobě a každému prstu určíme číslo 6-10, od palců k malíčkům. Tedy palce znázorňují číslo 6, prostředníky 8, malíky 10 ...

2. Chceme-li násobit číslo 7×9 , pak ohneme na jedné ruce ukazovák a na druhé prsteník.

3. Sečteme všechny prsty od palců k ohnutým, včetně nich, a dostaneme počet desítek. V našem případě $2+4=6$

4. Zpaměti vynásobíme zbývající prsty (od ohnutých k malíčkům – ohnuté nepočítáme), tedy $3 \times 1 = 3$. Dostali jsme počet jednotek.

5. Výsledek je součet jednotek a desítek: $60+3=63$, tedy $7 \times 9 = 63$

Algoritmus pro násobení devítkou na prstech

Existuje i zvláštní pomůcka pro násobení čísel od 1 do 10 devítkou. Je mnohem jednodušší než předchozí, proto se používá častěji. Opět používáme obě ruce.

1. Prsty značí čísla v pořadí tak, jak jdou za sebou – první prst zleva je jednička, druhý dvojka ...

2. Ohneme prst, který zastupuje číslo násobené devítkou. Například 3×9 – ohneme třetí prst v pořadí zleva.

3. Zbývají prsty zleva po ohnutý, čteme jako desítky, počet prstů za ohnutým prstem znázorňuje jednotky. Tedy 2 a 7 čteme 27.

1.1.8 Slované⁷

Slovanská číselná soustava není tolik známá jako ostatní zmíněné, ale rozhodně stojí za to zjistit, jak si s čísly poradili naši předkové. Jak píše Mikan „...*tato soustava znala již obrovská čísla, svědčící o veliké hloubavosti slovanských národů*“.

Jedná se o poziční soustavu využívající 27 písmen abecedy. Pomocí znaku N, který se nad písmena nadepsal, se tato písmena měnila v číslice. Šikmá dvakrát přetržená čára před číslicí znamenala, že se jedná o řád tisíců. Pokud před číslicí byly tyto znaky dva, jednalo se o miliony.

Ñ	Ń	Ŧ	Ñ	Ě	Š	Ž	Ň	Ñ
az	vedí	hlehol	dobro	jest	zelo	zemlja	iže	fila
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ŧ	Ń	Ñ	Ŧ	Ň	Š	Ŧ	Ŧ	Ŧ
i	kako	fudi	myslete	naš	ksi	on	pokoj	žerv'
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ	Ŧ
rcy	slovo	tverdo	uk	fert	cha	psi	o	sy
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Obr. 6 Slovanské číslice

*ÑΔΦOH	=	34578
*ŦKŦŦHŦ	=	123459
**Ŧ*ŦOHŦŦ	=	2178073

Obr. 7 Zápis čísel řádu tisíců a miliónů slovanskými číslicemi

⁷ MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha

1.2 Fenomén nula

V textu jsem se již zmínila, že k zápisu nuly musely jednotlivé národy postupně dospět. Některé mnohem dříve než jiné, které často tento způsob zápisu spíše přejaly, než vymyslely. Symbol pro nulu se vyvinul v číselných soustavách těch národů, které využívaly poziční systém zápisu. Tedy u Indů, Mayů, Babyloňanů... Nejprve využívali při zápisu „mezeru“, kterou poté vyplňovali zvoleným znakem pro nulu. Inkové pro vyjádření pozice s „nula“ jednotkami využívali provázek bez uzlů.

Co se týče znaku pro nulu, který používáme dnes – tedy 0 – Struik⁸ zmiňuje, že „...mohl vzniknout řeckým vlivem („ouden“ je řecký výraz pro nic);“.

⁸ STRUIK, Dějiny matematiky, Praha, s 67

2. Geometrie⁹

„První popudy k vytváření geometrických představ nacházel primitivní člověk ve svém životním prostředí. Souměrnost lidského těla i těla nejrůznější lovné zvěře usměrňovala jeho vkus, geometrie květů, plodů a patrně také některých krystalů nutila udiveného pračlověka, aby uvažoval o těchto věcech a používal jich především jako ozdob. Později se pokusil i o jejich zobrazení. Volně padající kámen, kmen stromu, stejně jako nejkratší cesta k usmrcené kořisti nebo sluneční paprsky, pronikající skulinami mezi listovým pralesa, byly jakési modely, které názorně vytvářely první představy úsečky a snad i přímky.

Brzy se ukázalo, že mnohé takové znalosti mohou být spojeny se značnými výhodami pro člověka. Poznatok, že úsečka je nejkratší spojnicí dvou bodů, je patrně vrozen každému živočichu, protože i zvěř přichází k místu svého krmení zpravidla po nejkratší cestě. Bezpochyby rovněž pudově chápe člověk – a podobně i zvíře – praktickou aplikaci poučky, že součet dvou stran trojúhelníka je vždy větší než strana třetí. Pračlověku se naskytla při pronásledování kořisti nebo nepřitele nesčetněkrát příležitost ověřit si prakticky užitečnost tohoto geometrického teorému. Bylo by velmi snadné vyhledat množství podobných příkladů, kdy strach, pud sebezáchovy, kořistnictví a různé jiné pohnutky vedly člověka k aplikování geometrických pouček podstatně dříve, než byly známy první soustavy axiomů.“¹⁰

K opravdovému zkoumání a rozvoji geometrie docházelo zvláště v těch místech, kde se lidé zabývali polním hospodářstvím. Bylo potřeba znát plochu polí, objem obilí sklizeného nebo potřebného k zasetí. Bohatství národů vedlo k rozvoji měst, a to vyžadovalo znalosti geometrie pro složitější stavby. Zároveň vzrůstala potřeba obchodu, který vyžadoval vznik jednotek míry a váhy.

⁹Při psaní této kapitoly jsem vycházela nejvíce z této literatury:

BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha

KOVAL, Kamarádi čísla, Praha

MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha

ROBINSON, Jak se měří svět, Praha

SELEŠNIKOV, Člověk a čas, Praha

STRUIK, Dějiny matematiky, Praha

¹⁰ BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha, s 128

Zajímavostí je, že pro různá měření egyptským zeměměřičům často stačil obyčejný provaz. Silně napnutý tvořil potřebné linie a upevněný na jedné straně sloužil k vyznačení kružnic. Pomocí provazu se spojenými konci a s dvanácti uzly v pravidelných intervalech určovali pravé úhly (tzv. egyptský provazec). Pokud tento provaz drželi za 1., 4., a 8. uzel, vytvořili pravoúhlý trojúhelník se stranami po 3, 4 a 5 dílech.

Egyptané využívali geometrii hlavně prakticky. Bez její pomoci by těžko postavili jeden ze sedmi divů světa. Naopak Řekové byli spíše badatelé, kteří položili základy její teorie. Tak jak sepsal Euklides poznatky své doby v „Základech“, tak byla vnímána geometrie ještě po mnoho staletí. Teprve v posledních 150 letech se svět zabývá i jinou tzv. neeuklidovskou geometrií.

2.1 Měření

Dnešní věda bez jednotného a přesného systému jednotek měření nemůže existovat. Potřebuje vše měřit, vážit, zaznamenat. I to, co je pouhým okem neviditelné. Nestačí, že známe váhu auta, rozvážíme mouku na kila a koření na gramy. Dnešní věda váží molekuly a atomy.

Ale nejen pro snadnější komunikaci vědců bylo třeba ujednotit systém. Také rozvoj průmyslu vyžadoval spolehlivost, co se týče přesné velikosti jednotlivých technických komponentů. Cesta k mezinárodní soustavě SI byla ovšem dlouhá. Donedávna se základní jednotky lišily nejen v různých zemích, ale i v rámci jedné země. A ještě stále se v některých státech používají mimo základní mezinárodní jednotky některé původní, jako je například míle, jednotka vzdálenosti.

Několik zajímavostí z historie měření¹¹

3. st. př. n. l. vypočítán obvod Země

46 př. n. l. zavedení juliánského kalendáře

1. století vytvořena mapa světa se souřadnicemi

1215 Magna Charta požaduje jednotnost anglických vah a měř

¹¹ ROBINSON, Jak se měří svět, Praha

1582 Gregoriánský kalendář
Počátek 17. st. vynález optického mikroskopu
1628 měření krevního oběhu
1676 měření rychlosti světla
1791 Francie přijímá měřicí standard založený na dohodě, že jeden metr se rovná jedné desetimiliontině čtvrtiny obvodu zeměkoule
30. léta 19. st. zavedení geologické stupnice stáří Země
1852 změření výšky Mount Everestu
1875 založení Mezinárodního úřadu vah a měř
80. léta 19. st. měření elektromagnetických vln
1911 měření struktury atomového jádra
1929 měření rozpínání vesmíru
1950 vynález atomových hodin
1960 zavedení Mezinárodní soustavy SI
2008 spouštění urychlovače částic Large Hadron Collider

2.2 Vzdálenosti

Zpočátku bylo měření prováděno odhadem. Lidé přiřazovali neurčité vzdálenosti k těm, které znali. Lovec mohl různé vzdálenosti přirovnat k délce, na kterou doletí jeho šíp, připodobnit ji k délce skoku, velikosti kroku atd. Zvláště v řídké obydlených oblastech bylo třeba porozumět si při určování mnohem větších délek. Pak se mluvilo o vzdálenosti, kterou mohl ujet muž za určitý časový úsek (od východu do západu nebo od poledne do západu...) na koni (popř. velbloudu) nebo ujít pěšky. Byl taky rozdíl, pokud se počítalo se zavazadly nebo ne. V Tibetu sloužil jako délková míra i šálek čaje. Tibetská „zemní míra“ byla vzdálenost, kterou uběhl muž s šálkem horkého čaje v ruce, dokud čaj nevychladl natolik, že se dal pít. V jižní Africe se dokonce dodnes určuje délka podle toho, na jakou vzdálenost je slyšet kokrhání kohouta nebo bučení krávy.

Naopak menší míry měly většinou stejný základ. Nejčastěji byly odvozovány od lidského těla. Prozrazují nám to i názvy těchto mír. Jsou to například palec, loket, stopa, píd'. Ale samozřejmě i tyto míry byly nepřesné, protože lidé mají různé rozměry, přestože jsou si podobní. I s tímto se lidé pokoušeli nějak vyrovnat. Například tím, že závazná míra se odvozovala od velikosti lokte, stopy, dlaně panovníka. Ti se ovšem střídali a míry

se měnily znovu. Výjimkou byla Anglie, kde už roku 1101 změřili králi Jindřichovi I. vzdálenost od špičky nosu až k špičce ukazováčku jeho rozpažené ruky. Tuto vzdálenost nazvali 1 yard, což je 91,44 cm.

V našich zemích se míry odvozovaly od ječného zrna. Podle Václava Hájka z Libočan král Přemysl Otakar II. (1268) zadal přesný způsob měření. Měla se vedle sebe položit 4 ječná zrna a vzniklá délka se nazvala prst (palec), deset prstů pak píd' a tři pídě loket pražský neboli český. Ke kontrole správných vah a měř byli pak určeni zvláštní úředníci. Ti procházeli speciální přísahou a měli právo po překontrolování označit váhy a míry královským znamením.

Podvodům se snažila zamezit i samotná města. Na některých radnicích byl například zazděn železný loket (popřípadě další základní míry) a kdokoli si mohl přeměřit zboží, které nakoupil. Jinde chodili po trhu úředníci a porovnávali míry přímo u obchodníků.

Města, ve kterých můžeme najít etalon lokte¹²:

Bělá pod Bezdězem – u vchodu do radnice, loket český

České Budějovice – v opěrném pilíři radnice, loket vídeňský

Hostinné – v kamenném ostění slavnostního vstupu do radnice, loket český i vídeňský

Chrudim – v ostění vrat staré radnice, loket vídeňský

Kyjov – u vchodu do radnice, loket moravský

Lázně Bohdaneč – u vchodu do radnice, loket vídeňský

Litoměřice – v pilíři radnice, loket český

Litomyšl – v pilíři radnice, loket český

Mělník – v ostění vrat radnice, loket český i vídeňský

Moravská Třebová – v ostění vchodu do radnice, loket moravský

Praha – na zdi věže Novoměstské radnice, loket český

Praha – na vratech Hradčanské radnice, loket český

Přehled některých starých jednotek délky užívaných v českých zemích

Palec - čtyři ječná zrna položená vedle sebe

Dlaň – šířka dlaně bez palce, tedy stejná délka jako čtyři prsty

¹² http://cs.wikipedia.org/wiki/Loket_%28d%C3%A9lkov%C3%A1_m%C3%ADra%29

Píd' – vzdálenost konce malíčku a palce roztažených prstů dospělého člověka

Loket – délka paže po konce prstů, měl tři pídě nebo taky 30 palců

Sáh – vzdálenost konců prstů roztažených paží, měl tři lokte

Stopa – měla 12 palců; v Německu na počátku 17. století se v jedné knize o geometrii objevil návod jak objektivně určit délku jedné stopy. Prvních 16 mužů, kteří vyšli v neděli z kostela, se mělo postavit těsně za sebe tak, že své levé chodidlo položili těsně za levé chodidlo muže stojícího před ním. Celková délka stop těchto mužů se měla vydělit 16 a průměrná délka jedné stopy byla na světě.

Velikost některých starých jednotek délky užívaných v českých zemích v metrické soustavě¹³

Čárka	2 mm
Palec	24,64 mm, po r. 1765 26,34 mm, dnes 25,4 mm
Dlaň	7,885 cm nebo 7,968 cm
Píd'	19,71 cm
Loket	pražský loket 0,5914 m, vídeňský loket 0,7776 m
Sáh	do 16. st. 1,774 m, poté 1,896 m
Stopa	0,2957 až 0,2982 m
Krok	0,75 m

Délka lokte různých národů¹⁴

Loket	Metrický ekvivalent
Římský	0,444 m
Egyptský „krátký“	0,450 m
Řecký	0,463 m
Asyrský	0,494 m
Sumerský	0,502 m
Egyptský „královský“	0,524 m
Palestinský	0,641 m

¹³ KAPLER, Míry, jednotky, veličiny, Ostrava

¹⁴ ROBINSON, Jak se měří svět, Praha

2.2.1 Cesta k jednotě

Ve středověku bylo jádro problému nejednotnosti míry hlavně v tom, že umožňovala obchodníkům podvádět a vrchnosti obohacovat se na úkor poddaných. Později když věda žádala stále přesnější měření, stěžovala možnost komunikace a spolupráce vědců z různých částí světa. Nejlépe to popisuje poměrně nedávná příhoda z NASA.

Roku 1999 byla vyslána družice NASA k Marsu a ztroskotala. Spousta námahy a peněz vyšla na prázdno z jednoho prostého důvodu: jeden z týmů, který pracoval na konstrukci, používal jako jednotku měření palce místo centimetrů jako ostatní týmy.

Tato poměrně nedávná událost dokazuje, jak je mezinárodní dohoda o užívání soustavy jednotek SI důležitá. Přesto k ní stále plně nepřistoupily všechny státy.

První zemí, která se snažila vnést do chaosu různých měř a vah pořádek, byla Francie. Její prvenství je logické, pokud jsou pravdivé odhady, že před Velkou francouzskou revolucí na jejím území existovalo více než 800 názvů pro 250 000 měrných jednotek. Několik francouzských králů se sice snažilo zavést jednotný systém, ale vždy narazili na odpor aristokracie, které nejednotnost vyhovovala.

Bylo rozhodnuto, že délka metru se bude rovnat desetimiliontému dílu čtvrtiny zemského poledníku. Přesněji pařížského poledníku. Nebylo třeba jej změřit celý, ale pouze část z Dunkerque do Barcelony. Přesto měření trvalo téměř osm let. Výsledkem byla kovová tyč¹⁵, prototyp, jehož kopii si mohly ostatní státy objednat. Československá republika zakoupila kopii s číslem 7. roku 1928 za 250 000 Kčs. Neméně důležitá byla dohoda, že další jednotky se od základní odvodí desítkovým systémem. Menší jednotka je definována jako desetina větší a naopak deset stejných jednotek je rovno jednotce o řád vyšší.

Tento systém se udržel velmi dlouho. Ve druhé polovině 20. st. však vědci hledali možnost, jak dojít k přesnější hodnotě a nebyť závislí na jediném kovovém prototypu. Roku 1960 se tedy metr odvodil od vlnové délky kryptonu a v roce 1983 byl definován pomocí rychlosti světla: „Metr je délka dráhy proběhnuté světlem ve vakuu za $1/299\,792\,458$ s.“

¹⁵ Vyrobená ze slitiny platiny a iridia, kovů, které na změnu teploty minimálně reagují změnou rozměrů. S průřezem ve tvaru písmene X, aby se předešlo výraznějšímu zakřivení. Požadovaná délka se vždy měřila při 0°C.

2.3 Hmotnost

„Nejstarší dochovaný měrný systém světa je sestava kamenných váhových standardů pocházející z civilizace údolí Indu, datované kolem 2500 let před naším letopočtem. Neměli bychom být překvapeni, že se týká váhy (ve smyslu hmotnosti), a nikoli délky, plochy nebo objemu, protože váha je ze všech měr nejdůležitější při obchodování s potravinami a také drahými kovy jako stříbro a zlato.“¹⁶

Tato nejstarší závaží jsou vzhledem jednoduchá, ale mnohá další, která se dochovala, byla uměleckými výtvary. Nejčastěji to byly figurky zvířat, jako například v Egyptě, Asýrii nebo Mezopotámii. Snad to bylo proto, aby nebylo možné je napodobit. Aby se předešlo sporům, byly měrné standardy vystavovány na trzích, někdy přikovány ke zdi nebo k dispozici v chrámech nebo radnicích.

Stejně jako jednotky délky i jednotky váhy byly jiné v každé zemi, městě. Druhé se navíc používaly různé pro různé typy zboží. Zavedení jednotného systému souvisí se zavedením nové jednotné délky metru. Prototypem byla kovová krychle, jejíž váha se rovnala váze 1000cm³ čisté vody teplé 4°C.

Starší jednotky váhy

Oficiálně platné jednotky váhy v zemích Rakousko-uherských¹⁷:

1 Libra (0,51435kg) = 16 uncí = 32 lotů = 64 kvintlíků = 128 osmin = 256 gránů¹⁸

Mimo tyto se u nás různě používaly ještě další. Např.:

1 Cent = 61,6 kg (vídeňský cent vážil méně – 56,01kg)

1 Kámen = 10,28 kg (podle Hájkovy kroniky)

1 Hřivna = 256,88g (označení také pro platidlo)

1 Karát = 10,7g

1 Denár = 1g

¹⁶ ROBINSON, Jak se měří svět, Praha, s 47

¹⁷ KAPLER, Míry, jednotky, veličiny, Ostrava

¹⁸ Grány byly využívány hlavně v lékárenství

2.4 Obsah a objem¹⁹

Představa o obsahu plochy je velmi stará. Mohla se týkat velikosti polí, základů pro obydlí... V Anglii se dříve jednotkou akr označovala „*plocha pole, kterou bylo možno přeorat s párem volů během jednoho dne.*“²⁰ Po zavedení metrického systému tuto jednotku nahradil hektar, jehož název pochází z řeckého „hekaton“ a znamená sto.

Pokud lidé potřebovali měřit a porovnávat objem, bylo pro ně nejjednodušší využít k tomu různé unifikované nádoby. „*...jednou z prvních měř objemových byl snad obsah dutého kokosového ořechu.*“²¹ Později se jednalo o různé hliněné či keramické nádoby jako amfora, pithos apod.

U velkých objemů nestačilo porovnávat, ale bylo nutné začít počítat. Například v oblastech, kde se dařilo zemědělství. Pro uskladnění velkého množství obilí a potravin bylo třeba stavět sýpky a tedy i vypočítat velikost (resp. objem), kterou by měly mít. Jaké množství obilí se vejde do sýpky určitých rozměrů tvaru kvádrů nebo válce? To je jeden z příkladů, kterými je popsán Amhesův papyrus zachovaný ze starého Egypta. Výpočty objemů se zabývalo mnoho osobností, jako např. Demokritos, Archimédes, Kepler a další.

Co se týče jednotek objemu, lišily se nejen podle oblastí, ale i účelů měření. V Egyptě se při měření již zmíněného obilí užívaly jednotky jako kubický loket, khar a měrice. V Indii, kde byla kráva posvátným zvířetem, se užívala jako jednotka objemu například „kravská noha“. Objem této jednotky se rovnal objemu otisku kravského kopyta v měkké půdě. V Anglii za Alžběty I. se používala jednotka galon při měření obilí, vína a piva. V každém případě se však použil odlišně velký galon. Největší byl pivní galon (měl 282 kubických palců) a nejmenší vinný galon s 231 kubickými palci.

¹⁹Při psaní této kapitoly jsem vycházela nejvíce z této literatury:

ROBINSON, Jak se měří svět, Praha

BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha

²⁰ ROBINSON, Jak se měří svět, Praha, s 53

²¹ MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha, s 31

Velikost některých starých jednotek plošného obsahu užívaných v českých zemích v metrické soustavě²²

Brázda	45,47 m ²
Hon	2 837 m ² , snad i 3 783 m ²
Jitro	2 837 m ² , od r. 1765 5755 m ²
Lán	nejčastěji 18,16 ha
Měřice	v zásadě název pro jakoukoli míru; 1918 m ²
Měřička	177,3 m ²
Záhon	600 m ²

Velikost některých starých jednotek objemu užívaných v českých zemích v litrech²²

Bečka	70 až 100 l
Čber	Za Karla IV. 31 l, později až 79 l
Čberník	~ 8 l
Čiška	~ 1,5 l
Flaška	5,812 nebo 3,875 l
Holba	neurčitá j. asi ½ pinty (na Slovensku 0,8333 l)
Hrnc	Neurčitá j., asi 1,2 l
Kbel	Neurčitá j., odhadnuta na 71,5 l
Měřice	61,49 l, na Moravě 53,55 l, později i 70,6 l
Měřička	5,812 l
Pinta	1,938 l, od r. 1764 1,910 l
Polouvozí	744 l
Přehršle	neurčitá j. – obsah spojených dlaní - ~ 0,5 l
Soudek	11,62 l
Škopek	15,5 l
Vědro	47 l až 78 l podle období
Věrtel	23,25 l
Vůz	1 488 l
Žejdlík	0,4844 l

²² KAPLER, Míry, jednotky, veličiny, Ostrava

2.5 Úhly²³

Co mají společného holeň, stehna a ramena, popř. hnáty? Kromě toho, že jsou to části lidského těla, to jsou různá označení pro dvě polopřímky svírající úhel. Tedy jinak řečeno – ramena úhlu. Toto označení se ujalo u nás. Ta ostatní se používají nebo používala v jiných zemích. Je snadné si uvědomit proč. Stačí pozorovat chůzi člověka, jak dolními končetinami neustále vytváří různě velké úhly. Stejně tak stačí ohnout loket a máme úhel. Krásně můžeme znázornit pravý úhel rameny, pokud jednu ruku předpažíme a druhou upažíme.

Rozdělení plného úhlu na 360 stupňů používali už Babyloňané. Ve čtvrtém století před naším letopočtem při Alexandrově tažení je převzali Řekové a od nich postupně další země. Možná díky tomu, že měření úhlů využívala malá část obyvatel, tedy hlavně námořníci, zeměměřiči, architekti a samozřejmě astronomové, nevznikl chaos, ale udržela se jednotnost.

Alternativní řešení přinesla až Velká francouzská revoluce. Snaha zavést do měření jednotný dekadický systém přispěla ke změně i v této oblasti. Nově se pravý úhel dělil na sto „gradů“. Každý měl 10 „decigradů“, 100 „centigradů“ a 1000 „miligradů“. Toto dělení se používá hlavně v zeměměřičství a ve vojenství. Ještě jinou cestou se dala věda, která pro své potřeby zavedla radián.

Mimo tyto obory se dnes běžně užívá dělení plného úhlu na 360° . Tento systém získal převahu snad proto, že lze toto číslo snadno rozdělit na mnoho různých částí. Mikan zavedení tohoto systému odůvodnil historií jednotek váhy. Když se na území Mezopotámie potkaly kočovné národy Sumerové s jednotkou „mina“ (asi půl kg) a Akkadové s jednotkou „šekef“, což byla šedesátina miny, nevznikl rozpor, ale soulad. Ujaly se oba způsoby, stejně tak šedesátinné dělení, které proniklo i do jiných odvětví matematiky.

²³Při psaní této kapitoly jsem vycházela nejvíce z této literatury:

BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha

MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha

2.6 Čas²⁴

Dnešní člověk si bez kalendáře a hodin nedovede svůj život představit. Ale k současnému pojetí kalendáře a hodin vedla cesta dlouhá a každý národ si ji zvolil zpočátku vlastní a originální. Přesto často jednotlivé národy dospěly k podobnému cíli, protože je vedla stejná potřeba a také často vycházely ze stejného základu, tedy z pozorování jevů v přírodě. Nebylo možné si nevšimnout pravidelného střídání dne a noci, zimy a léta... Touha orientovat se v neustále plynoucím čase vedla k pozorování a zkoumání těchto jevů, poté k zaznamenávání a první kalendáře se začínaly postupně rodit.

2.6.1 Čas a hodiny

Nejkratší časové úseky, které jsou v přírodě odděleny, je střídání dne a noci. Ale brzy vyvstala otázka, jak změřit čas plynoucí přes den. Prvním pomocníkem byl stín. Respektive tyč zaražená do země a její stín, který se prodlužoval a zkracoval. Chvilce nejkratšího stínu – tedy poledne – bylo přirozené, hlavní rozmezí dne. Tento systém můžeme pozorovat i dnes na některých starších budovách, na kterých se zachovaly sluneční hodiny. Měl ovšem velkou nevýhodu a to závislost na slunci, která je patrná už z názvu. Jelikož sluneční paprsky nejsou neustále k dispozici, přišly na řadu různé pokusy. Nejúspěšnější mechanismy pro měření času byly různé typy „vodních hodin“, které můžeme považovat za předchůdce dnešních. Například přístroj Ktesibia z Alexandrie. Proud vody otáčel vodním kolem, to rozpohybovalo další součásti, až se pohyb dostal k sošce, která na ciferníku ukazovala čas.

Hodiny poháněné klesajícím závažím známe v Evropě od 14. století. Ukazovaly jen celé hodiny a měly odchylky i půl hodiny za den. Jedny z nejstarších mají v katedrále v Salisbury v Anglii z roku 1386.

Nový pokrok přišel v 17. století s vynálezem kyvadlového systému, který byl přesnější. Ve stejném období byly objeveny i minutové ručičky.

²⁴Při psaní této kapitoly jsem vycházela nejvíce z této literatury:

KLÍMA, Kalendář mění tvář, Olomouc

KOVAL, Kamarádi čísla, Praha

ROBINSON, Jak se měří svět, Praha

SELEŠNIKOV, Člověk a čas, Praha

Zajímavý fenomén se objevil v Londýně na počátku 19. století. Hodiny se tehdy opožďovaly nebo předcházely o více než vteřinu za den. Lidé si proto chodili čas neustále kontrolovat do greenwichské observatoře. To rušilo královského astronoma Johna Ponda, který pověřil svého asistenta Johna Henryho Belvilleho, aby každé ráno v pracovní den nosil přesný čas do centra Londýna. Belville se tak stal roku 1836 prvním „časnosičem“ a brzy měl na 200 zákazníků. Byli to nejen hodináři, bankéři nebo podnikatelé, ale i jednotlivé domácnosti. Tuto službu jeho rodina vykonávala až do roku 1939.

Dnes se přesný čas řídí atomovými hodinami. První byly sestrojeny roku 1949 v americkém národním úřadě pro standardy. Kromě přesnosti měření spočívá výhoda atomových hodin v tom, že zvolený atom (cesium 133) se v každém místě světa chová stejně. Tudíž kdokoli má dostatečně vybavenou laboratoř s jeho pomocí dojde ke stejnému výsledku.

Existují i mechanismy, které za hodiny nemůžeme považovat, protože neukazují kolik je v danou chvíli hodin, ale pouze vyměří určitý úsek času, na který jsou nastaveny. Jsou to například přesýpací hodiny různých velikostí nebo svíce. Vyráběly se svíce, které vyhoří za 2 hodiny, za 4 hodiny... Některé se vyráběly se značkami určující část vosku, který je spotřebován vždycky za jednu hodinu. Zvláštností byl pak římský budík. Jednalo se o svíci, která v sobě měla zapuštěny kovové kuličky. Když dohořel určitý úsek k nejbližší kuličce, ta se uvolnila a spadla do připravené kovové misky.

3. Příběhy a legendy z historie

3.1 Příběh o faraonovi a polích²⁵

Řecký dějepisec Hérodot vidí počátek geometrie v Egyptě. Vypráví o něm ve svém spise „Historiai“.

Faraon Ramses II. přikázal rozdělit půdu mezi Egyptany tak, aby každý dostal pole ve tvaru čtyřúhelníku. Všechna měla mít stejný obsah a z jejich výnosu museli lidé odvádět faraonu každoročně daně. Pokud někdo přišel o kus pole při nilských záplavách, měl povinnost to oznámit faraonovi. Ten poslal zeměměřiče, kteří zjistili škodu a ze zbylé části pole vypočítali novou daň.

3.2 Král Dáreios I.²⁶

Když král Dáreios I. táhl proti vzbouřeným Skytům, potřeboval se dostat s armádou přes Dunaj. Nechal postavit lodě a upevnit je v řadě za sebe, takže vznikl pontonový most. Na břehu nechal zálohu, aby most hlídali. Velitel dostal řemínek s 60 uzly. Každý den měl rozvázat jeden, a pokud se král do té doby nevrátí, most spálit a jít domů. Nakonec se ukázalo, že protivník je příliš silný a tak krále zachránilo pouze to, že se stihl vrátit, než byl rozvázán poslední uzel na kalendářním řemínku.

²⁵ BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha

²⁶ ROBINSON, Jak se měří svět, Praha

SELEŠNIKOV, Člověk a čas, Praha

3.3 O nepoctivém Lokýtkovi²⁷

Tato legenda se vztahuje k železnému etalonu loktu, který je zazděn do zdi novoměstské radniční věži v Praze.

„Míra je zde na stěně umístěna poměrně vysoko, proto ne každý byl schopen si své zboží poměřit. Z tohoto důvodu městští radní najali muže vyšší postavy, který všem zájemcům pomohl a látku pomocí lokte poměřil. Ve středověku dostávali lidé jména podle toho, jaké práce vykonávali, proto dostal jméno Loket. Po letech, když zemřel, dostal tuto práci jeho syn, ten bohužel ale nebyl tak vysoký a tak ho lidé pojmenovali jako Lokýtek. Jednoduchá práce Lokýtkovi nestačila a chtěl více peněz, proto se domluvil s nepoctivými pláteníky a začal očerňovat ostatní poctivé řemeslníky. Když k němu někdo přišel s prosbou o přeměření plátna, zeptal se, od koho látka je. Podle odpovědi buď míru pochválil, nebo očernil. Ten kdo mu dával tajně peníze, měl míru vždy dobrou. Během nějaké doby přišla spousta poctivých obchodníků na mizinu. Jeden bystrý pláteník, přišel na to, v čem by mohl být problém. Vzal své plátno, pečlivě ho proměřil a pak šel za Lokýtkem. Když se jej Lokýtek, jako každého zeptal, odkud plátno má, popravdě řekl své jméno. “Tak to Vás ošidili, pane, tam už nechodte” zněl jasný ortel. To pláteníka rozzuřilo a s křikem tento podvod odhalil. Lokýtek se zalekl a utekl a už ho nikdy nikdo neviděl. Říkalo se, že se ukryl v lesích a zemřel se smutkem nad ožebračenými obchodníky, od té doby se tu a tam objevuje jeho duch, který nabízí lidem, zda si nechtějí loket poměřit, aby svůj čin odčinil.“

²⁷ <http://prazskyhytrak.cz/?p=532>

3.4 Muhammad ibn Músa al-Chorezmi²⁸

Celým jménem Abu Abdalah Muhammad ibn Músa al-Chorezmi al-Madžúsí, což je v překladu: otec Abdala, Muhammad, syn Músy z Chorezmu. Příklad „al-Madžúsí“ znamená, že mezi jeho předky byli mágové – zoroastričtí kněží.

Je označován za jednoho z nejvýznamnějších matematiků všech dob. Spolu s dalšími arabskými učiteli pracoval v „Domě moudrostí“ (ten plnil funkci podobnou akademii věd). Vznikla zde bagdádská matematická škola. *„Ta se v prvním období své existence věnovala hlavně studiu antických autorů a překladu jejich děl do arabštiny... Eukleida, Archimeda, Apollonia, Herona, Ptolemaia, Diafonta a dalších... Současně byly překládány a studovány práce indických matematiků a astronomů... Smísením helenistických vlivů s vlivy indickými a s domácí tradicí (Mezopotamie, Persie, Chorezm) vznikla svébytná arabská matematika.“*²⁹

Tento arabský učenec dal název algebře a takto jej používáme dodnes. I samotné jeho jméno se stalo součástí matematiky a to v latinské formě jako „algorithmus“. Svůj význam získalo tím, že většina al-Chorezmiho děl byly návody a přesné postupy pro práci v různých oblastech matematiky. Napsal traktát o indické aritmetice, čímž se snažil o rozšíření (indické) desítkové poziční soustavy na Blízký a Střední Východ. Právě toto dílo v latinském překladu začíná slovy „Algoritmi dicit“, což znamená al-Chorezmi praví.

Z jeho dalších děl bych zmínila algebraický traktát, který nenapsal jako vědeckou práci, ale spíše učebnici. Obsahoval mnoho rad, které při počítání využíváme dodnes. Např. objasňoval vlastnost nuly při násobení. Radil ji neustále používat při počítání, tam kde by jinak (podle starého způsobu počítání bez použití nuly) zůstala pouze mezera a to z důvodu přehlednosti a nezaměnitelnosti řádů. Upozorňoval na vlastnosti sčítání a násobení jako je například asociativnost. Ve zvláštním případě odečítání pod sebou si „vypůjčit“ jednotku ze sousedního řádu vyššího. Při sčítání a odečítání radil začínat od nejvyšších řádů, atd...

²⁸ JUŠKEVIČ, Dějiny matematiky ve středověku, Praha

BEČVÁŘ, FUCHS, Matematika v proměnách věků I, Praha

BALADA, Z dějin elementární matematiky, Praha

²⁹ BEČVÁŘ, FUCHS, Matematika v proměnách věků I, Praha, s 126

3.5 Staré početní úlohy

Alcuin: Úlohy k ostření rozumu³⁰

„Pes pronásledoval králíka, který měl zpočátku náskok 150 stop. Pes skočil pokaždé 9 stop daleko, zatímco králík dělal skoky jen 7 stop dlouhé. Po kolika skocích pes králíka chytil?“

„Převozník měl převézt přes řeku vlka, kozu a hlávku zelí v loďce, která kromě převozníka unesla pouze jeden z těchto předmětů. Jak si musel převozník počínat, aby je všechny přepravil, aniž by koza sežrala zelí anebo vlk kozu?“

Alcuin: úlohy k bystření mladíků³¹

- Úloha o muži a ženě vážící jeden centér

„Muž a žena, z nichž každý vážil jeden centér, mající dvě děti, které dohromady váží také jeden centér, se měli přepravit přes řeku. Nalezli loďku, která nemůže unést více než jeden centér. Necht' uskutečnit přepravu, kdo může, aniž by se loďka potopila.“

Mačák k této úloze upřesňuje, že dítě může veslovat samo.

- Úloha o suknu

„Mám sukno, které má na délku 100 loktů a na šířku 80 loktů. Chci z něj dělením zhotovit pláště tak, aby každý díl měl na délku 5 loktů a na šířku 4 lokty. Řekni, žádám, mudrci, kolik plášťů z něj lze zhotovit.“

- Úloha o plátnu

„Mám lněné plátno dlouhé 60 loktů, široké 40 loktů. Chci je rozdělit na části tak, aby každá část měla na délku 6 loktů a na šířku 4, ať stačí na obvyklou tuniku. Ať řekne, kdo chce, kolik tunik z něj lze zhotovit.“

³⁰ STRUIK, Dějiny matematiky, Praha

³¹ MACÁK, Tři středověké sbírky úloh, Praha

- Úloha o mužovi

„Žádám tě, abys mi řekl, kolik brázd má na svém poli vyoraných muž, když na obou koncích pole udělal tři obrátky.“

- Úloha o holubici

„Holubice sedící na stromě viděla jiné letící (holubice) a řekla jim: „Kdybych viděla ještě tolik a potřetí tolik, pak by jich společně se mnou bylo sto.“ Ať řekne, kdo může, kolik holubic letělo na začátku.“

Tolik a potřetí tolik = třikrát tolik. Tedy $3x+1=100$, $x=33$.

- Úloha o kolářích

„Sedm kolářů udělalo po sedmi kolech. Ať řekne, kdo chce, kolik vozů postavili.“

Samozřejmě počítáme na jeden vůz čtyři kola. Jedno kolo tedy bude navíc.

Praktická část

Činnosti v této kapitole jsou vhodné jako motivace k novému učivu, netradičnímu procvičování, ale také jako jiný způsob výuky matematiky, kdy si v jedné hodině žáci musí propojit znalosti, které se obvykle probírají zvlášť. Procvičí si logické uvažování a schopnost řešení problémů. Na chvíli opustíme předepsané úlohy v učebnici a necháme je řešit „úlohy ze života“.

Když jsem se žáků na začátku hodiny ptala, co si představí pod pojmem „měření“, byla nejčastější odpověď metr, poté souvislosti s domem (prkna, místnosti apod.), které se musí změřit. Bylo těžké přijít na něco jiného než měření délky různých věcí, ale přesto se některým dařilo. Někdo si vzpomněl na teploměr – měření teploty. Jiný žák řekl prostě vodu. Měříme vodu. Po dalších otázkách odpověď upřesnil tak, že plnou vanu vody měříme na litry. K pojmu objem, jsme se nakonec dostali, ale většina třídy se tvářila, že pojem slyší poprvé, přestože toto učivo probírali poměrně nedávno.

Už Komenský věděl, že pokud chceme, aby si žáci snadněji a pevněji osvojili učivo, je dobré využít při procesu učení zážitek. Mezi vychovateli se také traduje, že není důležité, jestli je pozitivní nebo negativní, hlavně, že je silný.

Každá z nabízených aktivit je použitelná nezávisle na jiných, i když některé spolu souvisí a mohou na sebe navazovat. Neurčuji, do kterého ročníku jsou vhodné, každá třída má vlastní tempo a každá škola může mít osnovy nastavené jinak. Některé cvičení z kapitoly „Vzdálenosti“ jsem využila v hodině matematiky ve třetím ročníku a výborně se tam hodily. Ale v této kapitole jsou i hry navazující na učivo pro žáky vyšších ročníků. Navíc nepředpokládám, že by činnosti byly použitelné jen v běžných třídách, ale i ve třídách pro nadané žáky, případně ve školách využívajících alternativní programy.

4. Pojem čísla

Ve chvíli kdy děti nastoupí do první třídy je v matematice naším prvotním úkolem navázat na jejich prvotní početní představy a dále je rozvíjet. Mnohé děti znají číselnou řadu do dvaceti, některé už zvládají sčítání bez přechodu přes desítku, ale jsou i takové, které se orientují v množství maximálně do tří. První poznatky jsou velmi důležité, protože tvoří základ pro další vzdělávání. Je tedy nezbytné, aby si je malí žáci dobře osvojili. K tomu nám pomůže dostatek času a, jak se ukazuje, dát dětem pochopit proč se musí učit zrovna to, co jim předkládáme.

V pozdějších ročnících narazíme v učivu i na jiné soustavy než desítkovou, kterou naše kultura nejběžněji používá. V teoretické části zmiňuji některé civilizace s jejich číselnými soustavami a způsobem zápisu. U žáků na prvním stupni jsou šifry všeho druhu velmi oblíbené. Číselné soustavy starověkých národů jsou k tomuto ideální, proto v této kapitole nabídnu několik aktivit s tímto zaměřením.

4.1 Arabská šifra

- Charakteristika činnosti

Žáci pomocí výpočtu malé násobilky přiřadí staré indické (příp. arabské) číslice k těm, které používáme dnes.

- Cíl

Procvičit malou násobilku, oživit hodiny matematiky. Získat poznatky o vývoji dnešních arabských číslic, využití mezipředmětových vztahů.

- Úvod

Chceme, aby si žáci uvědomili před hrou několik věcí. Číslice, které dnes používáme, musel nejprve někdo vymyslet. Dát jim tvar, podobu, význam.

Pokud jsou žáci obeznámeni s různými číselnými soustavami, můžeme upozornit na to, že se neliší jen číslice, ale i způsob zápisu. Že máme soustavy adiční a poziční. Které to jsou a na jakém principu fungují. Ale pro tohle téma je lepší využít jinou aktivitu (např.

„Vlastní číselná soustava“) a v tomto případě nezacházet tak dopodrobna. Pouze připomenout, pokud už jsme na něco podobného narazili dříve.

V tuto chvíli však chceme, aby si žáci uvědomili, že vývoj číslic, které užívají, byl dlouhý a ne samozřejmý. Že autora jménem neznáme; bylo to příliš dávno a pravděpodobně nešlo o jediného člověka. Ovšem víme, odkud přišly první impulzy. Zmíníme význam Indů i vliv Arabů na podobu i jméno dnešních „Arabských číslic“. Pokud při vyprávění využijeme zeměpisnou mapu, bude to pro žáky srozumitelnější a zajímavější („cestování číslic“ z Indie přes blízký východ do Španělska a dál do celé Evropy a světa). Při hře žáci zjistí, s jakými číslicemi se počítalo před několika staletími.

- Pomůcky
 - Pracovní list „Tabulky ke hře Arabská šifra“ (viz přílohy)
- Příprava



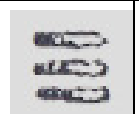






Připravené tabulky je třeba rozstříhat na části tak, aby každá dnes běžně užívaná číslice byla zvlášť a u každého staršího znaku zůstal jeden příklad.

- Průběh




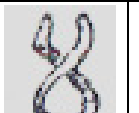




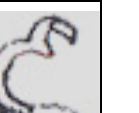
Každý žák dostane jednu rozstříhanou tabulku a má za úkol k sobě pomocí výpočtu přiřadit dřívější a dnešní zápis číslic. Podle potřeby a množství můžeme využít několik možností jak aktivitu provést.

- Každý žák dostane všechny tři tabulky
- Každý žák ve třídě dostane pouze jednu a tutéž tabulku
- Každý žák dostane jednu tabulku, ale do celé třídy použijeme všechny tři typy


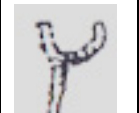

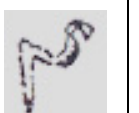

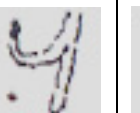



Indické číslice asi 300 let př. n. l.

19:19	18:9	15:5	32:8	35:7	24:4	42:6	56:7	27:3
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Indické číslice z 11. stol.

51:51	14:7	24:8	36:9	20:4	48:8	28:4	16:2	63:7
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Východoarabské číslice z 16. stol.

60:60	16:8	21:7	24:6	40:8	30:5	56:8	72:9	36:4
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Za splněný považujeme úkol, kdy žáci přiřazené číslice zároveň seřadí vzestupně za sebou.

Také pro kontrolu je možné využít několik postupů.

- Společně počítáme příklady

- Žáci samostatně kontrolují své pořadí starších typů číslic se vzorem (například mohou dostat vytištěnou tabulku s vývojem číslic z teoretické části, kterou si už nechají)

Pokud žáci nedostali tabulku s vývojem číslic, seřadíme si společně podle data stáří ty číslice, se kterými pracovali. Mohou si je nalepit do sešitu nebo zvláštní papír a případně použít při další aktivitě. Nakonec necháme žáky vyjádřit pocity a poznatky. Je dobré, aby některý žák nebo učitel stručně zopakoval, co se při této aktivitě dozvěděli.

- Závěr

Je možné práci hodnotit na rychlost a správnost. Nebo pokračovat úkolem „Počítání s indickými číslicemi“, kde jako klíč využijí tabulky, které právě sestavili.

4.2 Počítání s indickými číslicemi

- Charakteristika činnosti

Pomocí počítání malé násobilky se starými indickými číslicemi lze rozšifrovat zprávu.

Lze ji využít po aktivitě „Arabská šifra“. Pokud žáci mají k dispozici klíč k těmto číslicím, mohou úkol luštit samostatně například jako práci navíc. Nebo lze využít dále zmíněnou motivaci a tématu se více věnovat.

- Cíl

Procvičit malou násobilku, porovnávání. Oživit hodiny matematiky, využití mezipředmětových vztahů.

- Úvod













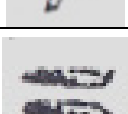

Tato aktivita může navazovat na hru „Arabská šifra“. V tom případě stačí zopakovat, co jsme se dozvěděli při minulé hře. Pokud ji využíváme samostatně, neměli bychom opomenout použít stejný úvod. Tedy vyprávění o vývoji číslic. Žáci by měli rozumět tomu, s jakými číslicemi budou počítat.

Další možnost motivace: Činnost lze pojmout jako hru na špiony, kdy je třeba vyluštit zprávu, ve které je zakódováno klíčové slovo. Žáci tedy dostanou lístek se zprávou, kde může

několik slov chybět. Za každé vynechané slovo dostanou příslušnou tabulku s příklady, která jim po vyluštění potřebné slovo odhalí.

Příklad zpráv: Ve středověku bylo _____ bránou moudrosti pro Evropu.
 _____ ovládli _____! Okamžitě přesuňte základnu na bezpečnější místo!

Tabulka s příklady:

A		X		=	
V		X		=	
É		X		=	
B		X		=	
O		X		=	
A		X		=	
R		X		=	

- Pomůcky
 - Tabulka s našimi dnešními a indickými číslicemi používanými asi 300 let př. n. l.
 - Příklady z pracovního listu „Příklady malé násobilky s využitím zápisu indických číslic z doby před naším letopočtem“ (viz přílohy)

- Příprava

Každý žák dostane tabulku (nejlépe tu, kterou si sám složil při minulé hře) jako legendu k příkladům a samotné příklady. Ty je možné rozdat dohromady na jednom listu, jak jsou nachystány nebo jednotlivé řádky zvlášť. Každý řádek obsahuje v první části písmeno, poté číslo, znak pro násobení, číslo a nakonec místo pro výsledek.

- Průběh

Žáci mají za úkol vypočítat příklady, které dostanou, a poté výsledky seřadit vzestupně. Pokud počítali správně, pak písmena vpravo vytvoří slovo – pojem vztahující se k vývoji číslic, které dnes používáme. Pokud žáci dostali tabulku s příklady neroztříhanou, pak písmena ve správném pořadí napíší na druhou stranu papíru.

- Závěr

Výsledná slova jsou „ŠPANĚLSKO“, „INDOVÉ“ a „ARABOVÉ“. Pokud chceme něco hodnotit, můžeme rychlost a správnost. Nebo ocenit pokud žák k vyluštěnému pojmu dokáže říct jakoukoli souvislost (Např. Španělsko je stát, nachází se v Evropě, sousedí s Francií, ovládali ho Arabové, je známé býčím zápasy, apod.). Jako obměnu pro počítání lze využít indické číslice z pozdějšího období.

4.3 Číselné soustavy jiných národů

- Charakteristika činnosti

Žáci se při aktivitě seznámí se zápisem číselných soustav Mayů, Sumerů a Inků. Odhadem či logickým usuzováním mají určit (rozšifrovat), jaké číslo jejich zápisy vyjadřují.

- Cíl























Seznámení se s jinými číselnými soustavami. S různými způsoby zápisu téhož čísla. Zpestřit výuku matematiky, pochopit význam číslic, rozšířit způsoby vnímání počtu.

- Úvod

V této aktivitě budou žáci nejprve pracovat samostatně a až na základě vypracovaného úkolu budeme rozvíjet další znalosti a souvislosti.

- Pomůcky
 - Pracovní list „Zápis čísel různými číselnými soustavami“ (viz přílohy)
- Příprava

Každý žák dostane pracovní list, který obsahuje některé číslice Mayů, Babyloňanů a Inků (výběr čísel je pouze do dvaceti). V každém řádku je různě zapsáno jedno číslo, které mají žáci poznat a arabskou číslicí zapsat do posledního volného rámečku. Pokud jde o číslice Inků – kipu – čte se (v našem případě) odshora dolů a je pomyslně uvázáno na hlavním lanku vpravo.

Mayové	Sumerové	Inkové	Zápis číslic v ČR
			
			
			
			
			
			
		 	

- Průběh

Nejprve budou žáci pracovat samostatně. Každý dostane pracovní list, který má vypracovat podle svého uvážení. Zadání s nimi projdeme a ujistíme se, že mu rozumí.

- Závěr

Po kontrole je necháme povídat, podle čeho se řídili při rozpoznávání čísel. Jak byl úkol náročný nebo naopak snadný. Dáme jim prostor vysvětlit, jak pochopili systém zápisu čísel v jednotlivých soustavách.

Potom co sami vyjádřili své dojmy a poznání z tohoto cvičení, na jejich povídání navážeme. Nejprve si povíme o nejstarším zápisu počtu, tedy vrubovce, a probereme číselné soustavy, které byly použity ve cvičení, a přidáme několik informací o národech, které je užívaly. Tedy Mayů, Sumerů, Inků. Poté můžeme pokračovat egyptskou číselnou soustavou, která je svým pojetím také originální, a připomenout zápis římských číslic.

V tuto chvíli můžeme navázat aktivitou „Vlastní číselná soustava“ nebo pokračovat k indické poziční číselné soustavě. Ta je pro nás nejdůležitější, protože se z ní vyvinula číselná soustava, kterou používáme dnes. Zopakujeme si, jak funguje, názvy řádů apod. Pokud si na tabuli zapíšeme velké číslo různými způsoby, můžeme vidět výhodu pozičního systému.

Obměna

Do posledního rámečku žáci zapíší čísla římskými číslicemi.

4.4 Vlastní číselná soustava

- Charakteristika činnosti

Tato aktivita je zaměřená na seznámení žáků s číselnými soustavami některých národů. Jak chápali množství a jakým způsobem ho zapisovali. V návaznosti na toto mají žáci ve skupinách za úkol vymyslet vlastní číselnou soustavu. Následuje představení, popř. zdůvodnění volby daného systému.

- Cíl

Rozvíjet schopnost spolupracovat ve skupině, logicky uvažovat a kreativně tvořit. Pochopit systém fungování různých číselných soustav, včetně té, kterou používáme dnes.

- Úvod

S různým zápisem čísel můžeme žáky seznámit pomocí předešlé aktivity, nebo vyprávěním a ukázkou. Začneme vrubovkou, poté ukázkou jednotlivých typů číselných soustav nejlépe od adičních k pozičním až po indickou číselnou soustavu. Žáci se tak seznámí s velmi pestrou nabídkou řešení zápisu čísel – pomocí teček, čar, klínů, vázáním uzlíků, malováním obrázků nebo využití abecedy jak tomu bylo i u slovanské číselné soustavy, kterou používali naši předci.

- Pomůcky

- Papíry (minimálně dva – jeden na črtání, druhý pro prezentaci výsledků)
- Psací potřeby (tužka, pero, fix, pastelky)

- Příprava

Žáky rozdělíme do skupin po 4 - 6 členech. Každá skupina si připraví volnou pracovní plochu, na které bude mít pouze papíry a psací potřeby.

- Průběh

Vyprávěním a ukázkou různých číselných soustav jsme žáky uvedli do tématu. Už mají představu o tom, že nemusí být jediné správné řešení, ale že možností je několik.

Mohou tedy zapojit fantazii a vytvořit vlastní soustavu, která by ovšem zároveň měla v praxi fungovat.

Abychom je lépe namotivovali a celý úkol byl konkrétnější, zasadíme činnost do příběhu. V myslích se ocitneme v době před tisíci lety. Žáci se promění v osadníky a každá skupina je jinou osadou. Poslední roky se jim dařilo a majetek osadě narůstal, ale nikdo neví, jak ho spočítat a zaznamenat, aby bylo možné pravidelně kontrolovat, jestli ho přibylo nebo naopak jestli neubývá (je důležité vědět, jestli osadu někdo neokrádá). Majetek osady zahrnuje 4 koně, 18 ovcí a 35 slepic. Počet můžeme zadat slovně nebo ho znázornit a to třeba figurkami nebo předměty, které jsou dobře sehnatelné, např. plastové vršky. Zadání může být pro každou skupinu osadníků stejné nebo určíme každé osadě jiné množství majetku.

Po zadání úkolu má každá skupina čas na to, aby vymyslela název své osady a její vlastní číselnou soustavu, kterou by dané množství zaznamenala. Pro splnění zadání musí mít jejich číselná soustava grafickou podobu. Vymýšlet nové názvy pro číslice není nutné, ale ani zakázané. Pro prezentaci výsledků každá skupina načrtne ukázkou své číselné soustavy na zvláštní papír (případně ukázkou vyřeší jinak, pokud se více inspirovali řešením Inků).

- **Závěr**

Každá soustava je prezentována před třídou. Prezentace by měla obsahovat podobu záznamu čísel i postup jeho tvorby. Poté na tabuli pod název své osady zapíše žáci tímto způsobem množství majetku své osady (pokud ho mají všichni stejný, uvidíme rozdíly nebo podobnosti v zápisu lépe, ale pokud jsme osadám zadali jinak velký majetek, pak můžeme zvolit ještě další číslo, které bude pro všechny stejné).

Další možné činnosti po hře

Po prezentaci všech soustav se jejich pomocí můžeme pokusit zapsat opravdu velká čísla. Uvidíme pak, která soustava je pro to vhodnější a která si s tím případně neporadí vůbec.

Stejně tak se můžeme pokusit v těchto soustavách počítat. Na velkých číslech opět lépe demonstrujeme (ne)vhodnost zvolené soustavy. Třída může hlasovat a zvolit mezi sebou nejlepší číselnou soustavu. I učitel může ocenit originalitu a snahu. V dalších hodinách můžeme využít zápis některé z žáky nově vytvořených číselných soustav.

Na tento úkol je možné navázat v hodinách českého jazyka – využít číslovky pro rozbor slova, vytváření nových názvů pro čísla v rámci rozvíjení jazykového citu, fantazie.

4.5 Římská záhada

- Charakteristika činnosti

Při této hře žáci musí využít své znalosti římských číslic, aby se pomocí několika úkolů na pracovním listě dostali k výsledku. Je určena pro starší žáky, tedy spíše do druhého období prvního stupně základní školy.

- Cíl

Zopakovat znalost římských číslic. Ozvláštnit vyučování matematiky. Rozvoj logického uvažování, schopnosti soustředit se, zaměřit pozornost a pracovat samostatně.

- Pomůcky

- Pracovní list „Římská záhada“ (viz přílohy)
- Přístup k internetu, popř. encyklopedie s daným tématem

- Příprava

Žáci se musí dobře orientovat v učivu týkajícího se římských číslic. Podle potřeby můžeme před hrou vše potřebné s žáky ještě zopakovat.

- Průběh

Každý žák dostane pracovní list a dostatek času na jeho vypracování. První žáci, kteří splní všechny úkoly, začnou na internetu nebo v encyklopedii vyhledávat informace o obou císařích. Zvláště rok úmrtí jednoho z císařů je důležitý, protože je odpovědí na otázku zda pracovali správně. Pokud se některý z žáků dopracoval ke špatnému výsledku nebo vůbec k žádnému necháme ostatní žáky, aby mu pomohli úkol splnit.

- Závěr

Výsledek je číslo 138, rok úmrtí císaře Hadriána.

Obměna

Pracovní list je možné pojmout jako detektivní hru pro týmy. Mohou se pohybovat v prostoru a každý z úkolů plnit na jiném místě. Potom je dobré hodnotit rychlost a správnost výsledku.

4.6 Dům moudrosti

- Charakteristika činnosti

V tomto případě se nejedná o hru či aktivitu, ale pomůcku využitelnou při vyučování matematiky po celý školní rok.

- Cíl

Předat žákům poznatky atraktivním způsobem.

- Úvod

Žákům vyprávíme o tom, kdo to byl Muhammad ibn Músa al-Chorezmi a o místě kde pracoval. Poté si tento dům („Dům moudrosti“) v pracovní výchově s žáky vyrobíme. Inspirovat se můžeme bagdádskou architekturou.

- Popis

Jako základ použijeme větší čtvercovou krabici (např. od bot) a několik menších krabiček, zvláště užší a vyšší pro stavbu věží. V přední stěně základní krabice vyřízneme velkou vstupní bránu (musí jí projít ruka). Dovnitř, uprostřed nebo kousek dál od „vstupní brány“, můžeme nalepit nižší, širší krabičku nebo misku (například plastový obal od některých jogurtů nebo paštiky, který má miskovitý tvar). Nemusí být, ale pokud se nám to podaří, bude dům moudrosti působit efektivněji. Důležité je, aby kdokoli, kdo protáhne ruku bránou, dosáhl na dno misky, kterou můžeme nazvat al-Chorezmiho pokladnicí.

Krabice polepíme papírem, pomalujeme a slepíme dohromady. Podle šikovnosti žáků a fantazie můžeme pro dozdobení využít další techniky jako např. kašírování papírové hmoty.

- Průběh

V teoretické části se zmiňují, že značná část děl al-Chorezmiho byly rady, návody a postupy, jak si počínat při počítání. S tím souvisí význam slova algoritmus, což je latinská podoba jména tohoto matematika. Víme také, že Dům moudrosti bylo místo, kde se shromažďovaly poznatky i významní učenci té doby. Na základě tohoto budeme naši pomůcku „Dům moudrosti“ využívat.

Kdykoli začneme probírat nové učivo, můžeme se zeptat al-Chorezmiho, co nám k tomu poradí. Tedy vytáhnout z našeho Domu moudrosti lístek s informací, poučkou nebo

radou týkající se právě probíraného učiva. Lístky mohou obsahovat jednoduchou informaci jako je vlastnost nuly při násobení, princip asociativnosti, komutativnosti nebo celý algoritmus násobení pod sebou apod.

Příklady použití pomůcky Dům moudrosti

V případě probírání nového učiva:

Vybraný žák přijde k našemu Domu moudrosti, protáhne ruku bránou a z pokladnice vytáhne lístek, se vzkazem od al-Chorezmiho. Lístek nahlas přečte a odevzdá učiteli.

Informace je složitější, rozdělená na několik samostatných lístků očíslovaných podle pořadí v postupu. Vybereme proto potřebný počet žáků a každý si vytáhne z pokladnice jeden lístek s informací. Seřadí se ve správném pořadí a třídě přečtou, jak radí al-Chorezmi postupovat v učivu, které probíráme.

Pomůcku můžeme využívat i při opakování:

Lístky vrátíme do pokladnice. Žák si jeden vylosuje, popsanou poučku vysvětlí a uvede příklad. Pokladnice může obsahovat i jiné otázky, příklady, úkoly apod.

Pomůcku můžeme využít i jako bezprostřední opakování před písemným zkoušením. Lístky s probíranými jevy vrátíme do pokladnice a necháme je žáky postupně vytahovat a číst - tedy jinou formou je upozornit před zkoušením na to, co jim dělá problémy.

Lístky mohou začínat *Al-Chorezmi praví* nebo přímo *Algoritmus praví*. Vylosované lístky pověsíme na nástěnku a podle potřeby se k nim vracíme.

- **Závěr**

Pomůcka má velký prostor pro využití. Můžeme takto zdůraznit informaci, o které víme, že je důležitá a potřebujeme, aby si ji žáci co nejlépe zapamatovali. Použít ji při učení nebo i jako výchovnou pomůcku k odměňování žáků za dobré chování nebo práci v hodině. Má přesah i do jiných předmětů – v českém jazyce můžeme zmínit překlad jeho jména, ve věcném učení styl architektury al-Chorezmiho doby, zeměpisnou polohu místa kde žil, v rámci multikulturní výchovy způsob života Arabů apod.

4.7 Další náměty do hodin

- Počítání s výhodou

Římské číslice nejsou uzpůsobeny pro velké počítání. Římané jimi potřebovali hlavně zapisovat, proto si vystačili s číslicemi, jaké měli a nepotřebovali je měnit nebo zdokonalovat. Byli to spíše vojevůdci a politici než vědci nebo matematikové, i když i takoví samozřejmě byli.

Počítání s římskými číslicemi nebylo snadné. Proto si lidé pomáhali různými způsoby. V teoretické části zmiňuji dva způsoby, využívající pro počítání pomoc prstů na ruce. Jeden algoritmus se využívá pro násobení čísel větších než pět. Druhý je uzpůsoben pouze pro násobení devítkou, ale je mnohem snazší a tedy i rychlejší.

- Poezie v matematice

Indové si s názvy číslic příliš hlavu nelámali. Jedno číslo mělo hned několik názvů, podle toho co se komu líbilo víc. Přesto názvy nebyly voleny úplně libovolně. Každý musel určitým způsobem vyjadřovat počet, který zastupoval. Tedy číslo jedna mohlo mít v Indii názvy jako Slunce, Měsíc – tedy objekty, které vnímáme jako jedinečné. Číslo dvě mohlo být vyjádřeno jako ruce, nohy, uši a podobně.

V hodinách matematiky nebo českého jazyka ji lze využít jako oddechovou hru. Úkolem je postupovat od jedničky dál a ke každému číslu přiřadit alespoň jeden pojem, který s ním souvisí a tato souvislost je všeobecně známá (např. jedno Slunce, dvě ruce, tři sudičky, čtyři roční období, pět smyslů, šest medvědů s Cibulkou...). Hra může probíhat dvěma způsoby:

- Zadání zní vymyslet pojmy k číslům 1-10. První žák, který ho splní, vyhrává a hra končí.
- Žáci mají na hru stanovený čas. Po limitu vyhrává ten žák, jehož nepřerušená řada pojmů je nejdelší. Pro zvolení vítěze je třeba zkontrolovat, zda opravdu splnil zadání. Tedy že spojení mezi pojmem a číslem, které zvolil, je všeobecně známé a že ani jednomu číslu mezi jedničkou a posledním, ke kterému přiřadil pojem, přiřazený pojem nechybí.

- Jestliže žáci hru již znají a stále je baví, můžeme hrát na časový limit a vítěze určit pomocí zvoleného bodového systému. Například za každý první pojem u čísla dostanou počet bodů rovný hodnotě čísla, ke kterému pojem přiřadili (za Slunce jeden bod, za roční období čtyři body). Za každý další pojem u téhož čísla dostanou poloviční počet bodů (za měsíc půl bodu, za vrcholy čtverce dva body).

- Procházka za římskými číslicemi

Římské číslice jsou stále všude kolem nás. Setkáváme se s nimi denně, i když je mnohdy nevnímáme. Můžeme je najít ve starších kostelech, zámcích a hradech. Na budovách jsou použity například jako číslice slunečních hodin. Nebo jsou také skryté v textu. Tomuto způsobu se říká chronogramy (viz teoretická část „Římské číslice“).

Při vycházce, výletu nebo exkurzi se můžeme zaměřit i na římské číslice. Hledat je, učit se je rozpoznávat a číst. Také na chronogramy můžeme narazit snadněji, než si myslíme. Navíc mají nádech tajemna a záhady a právě o to jsou ve výuce lépe využitelné.

- Středověké úlohy

Na konci teoretické části jsem vypsala několik středověkých úloh, které se dají využít jako obměna při počítání v hodinách matematiky. Nebo jako oživení logickou úlohou, která se mechanicky vypočítat nedá, ale naopak je třeba usuzováním dojít k řešení.

- Historická poznámka

V minulosti se z praktických důvodů ujal jednotné názvy pro určitá množství. Žáci se s těmito názvy mohou setkat hlavně v pohádkách, ale některé termíny se používají dodnes. Je to například tucet (12), mandel (15), kopa (pět tuctů nebo čtyři mandele) a veletucet (tucet tuctů).

Je to další možnost, jak znovu upoutat pozornost žáků, rozšířit jejich znalosti a přiblížit jim svět čísel.

5. Vzdálenosti

Na prvním stupni základní školy se žáci učí o jednotkách délky – mm, cm, dm, m a km – a o převodech mezi nimi. Počítají s nimi a zároveň je využívají v praxi při měření úseček a později rýsování. Patří k tomu i práce s měřidly, seznámení s různými druhy a možnostmi jejich využití.

Než jim předložíme informace o tom, že základní jednotkou délky je jeden metr, který se dělí na další jednotky délky, jakou mají velikost, pomocí čeho měříme různé vzdálenosti apod., můžeme jim dát možnost, aby zjistili sami, jak by si poradili, kdyby byli na místě našich předků a neměli žádná pravítka a měřicí pomůcky.

5.1 Měříme bez pomoci měřítka

- Charakteristika činnosti

V tomto úkolu musí žáci přijít na to, jak odhadnout či určit velikosti menších předmětů bez použití měřítka. Cílem je přijít na jakýkoli způsob s tím, že přirovnávání velikosti předmětu k velikosti některé části vlastního těla nebo jejich násobků je pro tuto práci žádoucí. (Př. Mýdlo má délku jako ukazováček apod.)

- Cíl

Hlubší pochopení podstaty a významu měření. Osvojení si znalosti jednotek délky a orientace na měřítku zážitkem. Motivace do dalších hodin, propojení znalostí, rozvíjení logického uvažování a všeobecného přehledu, uvažování širších souvislostí, využití mezipředmětových vztahů.

- Úvod

Na úvod žákům přiblížíme, co budou v hodině dělat. Zevrubnějším uvedením do problému, pomocí podrobnějšího vysvětlení pojmů a diskuse, je připravíme na to, že budou sami tvořit a vymýšlet řešení.

Pojem „Měření“ můžeme napsat na tabuli a mluvit s žáky o tom, jak tento pojem chápou, co si pod ním představí. Znalost pojmu budeme rozšiřovat tím, že je upozorníme

na to, co všechno můžeme měřit. Tedy nejen délku, o které se budeme bavit, ale i teplotu, IQ, čas a jiné. Dáme jim prostor, aby sami přišli na co nejvíc možností. Stačí je navést otázkami, protože vědí nebo zaslechli mnoho věcí, které si jen ještě nespojili nebo nezařadili mezi již zpracované znalosti.

Poté se soustředíme na dané téma – měření délky. Tedy na to co s ním souvisí - metr, pravítka, co tyto pojmy znamenají, k čemu je používáme a kdy. Pokud žáci sami nevědí, pomůžeme jim otázkami, např.: Co použijete, když potřebujete změřit délku tabule, sešitu? Zatím stačí, když budou říkat pojmy, které si společně jednoduše zařadíme, bez většího vysvětlování. Např. cm je jednotka délky, naopak cm^2 do tohoto tématu jako pojem nepatří.

Po tomto úvodu dostanou další otázku – myslí si, že je měření důležité? Případně doplníme dalšími otázkami: Oni sami už něco měřili? Opravdu dospělí metr potřebují a k čemu? Necháme je vymýšlet co vše je potřeba změřit. Následuje hra.

Hra na kupce

- Pomůcky:
 - Psací potřeby
 - Papír minimálně A4 lépe A3 nelinkovaný
 - Předměty pro měření (různá velikost, maximálně však do velikosti A4 papíru) – ideálně takové, které se mohly používat už hodně dávno, působí starším dojmem, ale ne příliš složité tvary - krabičky, látka nebo mašle, svíčka, mýdlo, příbor, talířek. Můžeme tím zesílit motivaci. Pokud nic takového po ruce nemáme, je možné použít cokoli, např. tužka, kousek látky, pouzdro, blok A5, balíček papírových kapesníků, stolní kalendář...
- Příprava:
 - Nejprve žáci dostanou informaci o tom, že lidé na Zemi žijí tisíce let, ale metrický systém jak ho známe dnes, používají jen něco málo přes dvě století. Je dobré tuto informaci načrtnout na tabuli v podobě jednoduché časové přímky pro lepší představu tohoto kontrastu. Velmi dlouho si tedy lidé museli poradit bez metru, žáci si tedy při hře vyzkouší, jaké to je.

- Poté je rozdělíme do skupin po 4 – 6 členech. Každá skupina by měla sedět pohromadě kolem svého pracovního místa (stůl, popř. místo na koberci), tak aby měla klid a soukromí pro práci.
- Učitel poté skupiny obejde a dá jim vylosovat jeden z předmětů určených pro měření s upozorněním, že je dobré, aby žáci z ostatních skupin tento předmět neviděli.

- Průběh

Zahrají si na kupce (stále je potřeba ověřovat si, zda děti rozumí všem pojmům), ke kterému přišel sluha velmi bohatého člověka, aby pro pána zjistil, jaké prodává zboží. Nakonec potřebuje vědět, jak velké toto zboží je, jestli se mu bude opravdu hodit.

Žáci mají za úkol vymyslet způsob, jak určit velikost předmětu bez použití pravítka, aby to sluha mohl jít oznámit pánu. Tedy jakékoli odhady na centimetry nebo milimetry neplatí, protože jsme se ocitli v době, kdy tyto jednotky neexistovaly.

Pokud vymyslí přirovnávání k jinému předmětu (i provázek nebo poměrování pomocí tužky apod.), který by poslali na ukázkou, pochválíme je a požádáme, aby vymysleli způsob bez použití jiné věci jako vzkaz. Zadáni zní, že informace musí být předána slovně.

Ve chvíli kdy mají všechny skupiny vymyšleno, dostanou papír a psací potřeby.

Zástupce z každé skupiny postupně představí zboží, které prodává (slovně, předmět se stále neukazuje) a oznámí jeho velikost, jak ji skupina určila. V tuto chvíli je úkolem dalších skupin pokusit se tuto velikost zaznamenat na papír – ke každé délce je třeba napsat k jakému předmětu je. Opět je dobré upozornit na to, že mají narýsovat úsečku – tedy vyznačit oba její konce – ne pouze načrtnout přímou čáru. Po každé prezentaci je možné záznamy skupin ostatním ukázat a pohledem porovnat, o kolik se jejich typy liší.

- Závěr

Vítězná je ta skupina, podle jejíhož návodu se ostatním podařilo nejpřesněji odhadnout velikost nabízeného zboží. Je na učiteli, aby pomocí pravítka (nebo odhadem, přiložením předmětu) přeměřil odchylky zakreslených délek všech skupin a určil vítěze. Je taky možné místo tohoto ocenit nejoriginálnější nápad nebo nechat žáky, aby nejlepší způsob určování délky mezi sebou vybrali sami.

Učitel by určitě měl ocenit originalitu a snahu přijít na nejpřesnější způsob měření. Může také chtít po skupinách zdůvodnit proč který způsob zvolili – v čem je dobrý, v čem má

naopak slabiny či jestli se dnes někde využívá podobná metoda. Tedy stále odkazovat na praxi v běžném životě.

Další možné činnosti po hře

Cíl hodiny je seznámit žáky nebo zopakovat jednotky délky a orientaci na pravítku. Proto se od hry na kupce a historie postupně přesuneme do současnosti. Použijeme k tomu vyprávění, kdy jim dotvoříme obraz doby, ve které se ocitli. Kdy dnešní metrická soustava neexistovala a jaké byly důvody k jeho vytvoření. Pokud máme dost času, můžeme využít informace z činnosti „Cesta k metru definovanému v Mezinárodní soustavě SI“ a popsat žákům i postup a cestu k dnešní jednotce metru.

Nakonec se budeme věnovat už pouze tomuto metru, dalším jednotkám délky a orientaci na měřítku.

Vyprávění

Může sloužit ke zklidnění a relaxaci žáků po vlastní práci. Podle situace necháme žáky ležet a odpočívat na koberci, nebo sedět v lavici, ale i zde by si měli pohodlně sednout nebo položit hlavu na lavici. Může být delší nebo jen krátká vsuvka před další prací. Vyprávíme jim o době, kdy se nepoužíval metr tak jak ho známe dnes, ale lidé už vymysleli různé pomůcky jak se domluvit při nakupování, stavění a dalších pracích, kde bylo potřeba znát velikosti. Můžeme mluvit o mírách odvozených od částí těla nebo obilného zrna, zazděných loktech na radnicích apod. (viz kapitola o měření a vzdálenostech). V kapitole s příběhy je k tématu pražská legenda „O nepoctivém Lokýtkovi“.

Dnešní jednotky délky

Ve hře na kupce žáci mohli použít různé způsoby jak měřit požadovanou věc podle toho, na co sami přišli. Stejně tak se v každé zemi vyvíjely různé jednotky. Přesto měly menší jednotky stejný základ a to odvození od lidského těla. Často se tedy shodovaly názvy jednotek, ale míry byly rozdílné (vídeňský loket měl zhruba 52 cm, egyptský královský 77 cm ...). V další části úkolu měli žáci podle zadané velikosti jiné skupiny narýsovat délku jejich předmětu. Měli k dispozici číslo i jednotku, kterou mohli snadno použít (nejčastěji palec), ale přesto většinou došli k jiným výsledkům.

Jedné skupině se podařilo přesně narýsovat délku 5 palců svíce jiné skupiny. Použili stejnou část palce - od druhého kloubu po špičku. Další skupina, která měla k dispozici měřítko s jednotkou palec, se snažila měřit jen posledním článkem palce, aby jejich jednotka byla shodná s jednotkou na pravítku. Dospěli tudíž k mnohem menší délce.

Jak mohli slyšet ve vyprávění, míry byly rozdílné i v každém městě. Aby v rámci města (trhu) nedocházelo k neshodám, nechávali radní zazdít vzorové délky na radnici, aby byly všem k dispozici pro kontrolu. Přesto existovalo stále mnoho různých jednotek, které spolu často ani nesouvisely. Pokud někdo znal velikost ve stopách a druhý ji potřeboval znát v loktech, tak se nedomluvili, protože se tyto jednotky nedaly převést.

To vše vedlo k touze po jednotném a přesném systému, který máme dnes.

Pokud s žáky učivo opakujeme, můžeme to udělat způsobem, že narýsuje na tabuli „pravítko“ a necháme žáky, aby sami doplnili jednotky. Jde nám hlavně o systém než dodržování velikostí jednotek (křídou by se nám pravděpodobně milimetry nepodařily zakreslit přesně, na tabuli budeme spíše pracovat ve větším měřítku). Důležité je, aby žáci správně určili názvy a dělení jednotek. Poté procvičíme převádění mezi těmito jednotkami.

Pokud je pro žáky toto učivo nové, metr na tabuli narýsuje učitel a další dělení a zapisování nových jednotek vede sám, s tím, že žáci mohou radit a využít znalosti, které mají často už před probíráním nového učiva. Učitel upozorňuje na provázanost jednotek, na pravidelné desítkové dělení. Co se týče názvů, nejsou tolik poetické a zajímavé jako původní, ale jen proto, že jim nerozumí. Pokud máme bystrou a zvědavou třídu, můžeme jim nabídnout i „překlad“ dnešních jednotek. Kdy se názvy jednotek odvozují od základní a oznamují nám, nakolik částí ji rozdělují. Předpona deci- tedy vyjadřuje deset, centi- sto a mili- tisíc.

5.2 Výroba vlastního měřidla

- Charakteristika činnosti

Vytvoření vlastního měřítka pomocí částí svého těla jako je palec, loket. Tuto aktivitu je možné použít jako doplněk k některé z jiných činností. Hodí se více do hodiny výtvarné výchovy v rámci využití mezipředmětových vztahů.

- Cíl

Lépe zpřístupnit žákům informace tím, že zapojíme do poznávacího procesu více smyslů - to o čem slyší, budou moci nejen vidět (jako například fotku některého z etalonů loktů na českých radnicích), ale i sami vytvořit. Posílit kladný vztah žáků k matematice a geometrii. Upevnit znalosti o práci měřítkem – např. často žáci chybně začínají měřit od začátku materiálu, místo od začátku stupnice.

- Pomůcky

- Tvrdý papír A3 nebo lepenka
- Tempery
- Černý fix

- Příprava

Celý postup s žáky probereme a důrazně upozorníme na ty části, kde by mohli udělat chybu (nesmí začít hned od kraje papíru, ale kousek vynechat, stejně tak nechat kousek volného místa na konci, apod.). Je dobré napsat postup a legendu na tabuli.

Dlaň = 4 palce

Píd' = 10 palců

Loket = 30 palců

Pokud jsme s žáky absolvovali činnost v této kapitole s názvem „Aritmetický průměr“, pak máme k dispozici velikost průměrné stopy, loktu a palce našich žáků. Můžeme tedy v této hodině vyrobit ještě jedno společné univerzální měřidlo.

- Postup

Každý žák dostane pruh tvrdého papíru nebo lepenky 10-15 cm široký a dlouhý nejméně půl metru. Vybere si barvu, kterou si potře palec a tiskne po delší straně vedle sebe šířky palce až do konce papíru. Vysvětlíme jim, že stejně jako na měřítku není začátek stupnice shodný s levým okrajem a konec s pravým, i oni by měli na obou koncích svého měřidla vynechat kousek místa. Než jim toto odůvodníme, necháme je chvíli samotné přemýšlet, proč to tak je. Také by měli pamatovat na to, že k dolnímu okraji přikládají palec nejširší částí (nejčastěji kloubem mezi prvními dvěma články prstu).

Poté si vyberou jinou barvu a štětcem namalují tenčí čáru za každé čtyři palce. Jinou barvou silnější čáru namaluje za každých deset palců a opravdu výraznou čáru opět jinou barvou namaluje za 30 palců. Černým fixem pak čáry (palce ne) popíše, tak že každou pojmenuje a zapíše kolik jich je. (1 dlaň, 2 dlaně, 3 dlaně...)

- Závěr

Každý žák si vyrobil své vlastní měřidlo, navíc pomocí vlastního těla. Porovnáváme jednotlivá měřidla. Necháme je chvíli vypovídat, co je k tomu napadá, čeho si všimli, na co přišli. Například skutečnost, že jim loket na měřidle nesouhlasí s jejich vlastním loktem a proč tomu tak je... Necháme je něco změřit a kontrolujeme, zda své měřidlo opravdu přikládají správně.

Pokud jsme vyrobili společné měřidlo s průměrnými hodnotami, pak můžeme porovnávat, kdo se k němu blíží nejvíce. Jestli žáků s podobným měřidlem je více nebo naopak.

Výrobky můžeme využít jako pomůcku při opakování násobení. Zvláště násobení čtyř a tří díky dlani a pídí.

5.3 Odhadujeme vzdálenosti bez využití metrické soustavy

- Charakteristika činnosti

Žáci mají za úkol odhadovat vzdálenosti větší než jeden metr bez pomoci metrické soustavy. Lze ji využít jako úvod před probíráním nového učiva – jednotek délky – nebo jako zajímavý, netradiční začátek hodiny geometrie, ve které budeme pracovat s úsečkami.

- Cíl

Rozvíjet logické uvažování a osvojování si znalostí pomoci řešení problémů. Oživit hodiny matematiky historickou poznámkou.

- Úkol

Můžeme navázat na činnosti, kdy jsme pracovali s malými délkami nebo ji pojmout jako samostatnou činnost. Žáci mají za úkol vymyslet způsoby, jak odhadovat délky bez použití metrické soustavy. Začneme odhadem délky třídy.

Když jsem tento úkol zadala žákům, měli stále tendence „válet se po zemi“. Dospělého by asi tento způsob raději ani nenapadl, ale jejich nejčastější řešení bylo lehnout si na zem a přeměřit místnost sebou. Svou výškou nebo částmi těla. Pracovali před tím na úkolu „Měříme pomocí vlastního těla“, proto se hned nedokázali oprostít od představy měřit vše lokty (tedy opět na zemi). Ale po určité chvíli se ozývaly nápady jako: pomocí kroků nebo co bych kamenem dohodil.

Poté postupujeme k větším vzdálenostem. Stále se ovšem držíme „na zemi“, nechceme po nich odhadovat výšku mrakodrapu nebo hory, ale vzdálenost od nás ke stromu, do další vesnice, na konec města, od vašeho domu k domu kamarádky (i do jiného města). Pokud začnou říkat, že je to „asi 20 minut vlakem“, uznáme to jako velmi správné řešení. Jde nám o srozumitelnost, pokud si pod jejich údajem někdo jiný představí danou vzdálenost, splnili zadání. Nezáleží na tom, že měří vzdálenost pomocí jednotek času. Samozřejmě čím větší vzdálenost, tím bude nepřesnost větší.

- Závěr

Pochválíme originalitu řešení a snahu. Povyprávíme jim, jak odhadovali nebo odhadují větší vzdálenosti lidé v různých částech světa. Viz kapitola Vzdálenosti.

5.4 Měříme pomocí vlastního těla

- Charakteristika činnosti

Žáci nejprve uvažují, jak se měřilo dřív bez metrické soustavy. Poté už rovnou využívají k měření učebnice a lavice vlastní palec a loket podle zadání a výsledky zapisují do pracovního listu.

- Cíl

Pomoci žákům lépe pochopit podstatu a postupy měření, opakování jednotek délky a použití měřítka. Motivace do dalších hodin, propojení znalostí, rozvíjení logického uvažování a všeobecného přehledu, uvažování širších souvislostí, využití mezipředmětových vztahů.

- Úvod

Můžeme navázat na aktivitu „Měříme bez pomoci měřítka“. Pak lze stavět na tom, co žáci už zažili nebo ji udělat samostatně, ale s obsáhlejším uvedením do tématu. Můžeme použít podobný úvod.

Necháme nejprve žáky samotné přemýšlet, jak si dřív lidé poradili bez měřítka. Vedeme je k tomu, že přiřazovali délky k těm, které znali – ten strom je vysoký asi jako já, štěně velké jako dlaň... Když potřebovali něco „přeměřit“, potom to co mohli použít vždy, byly jejich ruce a nohy. Že to tak skutečně bylo, nám potvrzují názvy těchto prvních jednotek délky. Jsou to například palec, loket, dlaň, stopa. A to nejen u nás, ale nezávisle v různých zemích, proto dnes známe loket český, moravský, vídeňský či egyptský, které se shodují názvem, avšak svou velikostí se liší.

Jistě se už s těmito názvy setkali, například v pohádce „Tři oříšky pro Popelku“, kde macecha nakupuje látky na lokte.

- Pomůcky

- Pracovní list „Měříme pomocí vlastního těla“ (viz přílohy)
- Psací potřeba
- Předměty pro měření – učebnice a sešit do matematiky, lavice

- Příprava
 - Zajistíme, aby žáci rozuměli tomu, jak mají měřit pomocí vlastního palce a lokte. U palce využívají jeho šířku. U lokte délku od loketního kloubu po špičky prstů.
 - Zopakujeme si zaokrouhlování – pokud jim bude zbývat méně než půl palce, výsledný počet nezmění, pokud půl nebo více, dosavadní počet zvětší o jeden. U přeměřování lavice na lokty zbylý kousek přeměří pomocí palce a postupují jako při prvním úkolu.
 - Je možné žáky nechat pracovat ve dvojicích, kdy jeden měří a druhý zapisuje. V tomto případě stačí, když první část pracovního listu budou mít v jednom provedení dohromady, ale druhou by měl dostat každý žák.
 - Ujistíme se, že žáci chápou rozdíl mezi výškou a šířkou předmětu, protože budou měřit obě délky

- Průběh

Nejprve si společně změříme libovolný menší předmět na zkoušku. Pokud všemu rozumí, mohou začít pracovat samostatně nebo je můžeme ještě před tím nechat odhadovat, jaké budou výsledky. Některé typy zapíšeme na tabuli a na konci porovnáme s výsledky.

První úkol je měřit pomocí palce, zaokrouhlit a zapsat:

Můj sešit měří

na výšku _____ palců,

na šířku _____ palců.

Moje učebnice měří

na výšku _____ palců,

na šířku _____ palců.

Pokud chceme s poznatky pracovat dál a naším cílem nejsou pouze tato měření, je lepší použít jen jednu z těchto dvou možností. V případě, že chceme použít pouze tuto aktivitu pro zpestření hodiny a nevadí nám, kolik času zabere, můžeme naopak přidat nebo obměňovat předměty k měření.

Ve druhém úkolu žáci měří lavici. Použijí přitom loket, protože palcem by to bylo zbytečně zdlouhavé. Zároveň budou palec muset použít pro doměření.

Moje lavice má

na výšku _____ loktů a _____ palců,

na šířku _____ loktů a _____ palců.

Je třeba je kontrolovat, protože se může vyskytnout někdo, kdo celou lavici změří loktem i palcem, i když zadání zní jinak.

- **Závěr**

Necháme žáky vypovídat, jak jim měření šlo, co se jim líbilo nebo co bylo těžké.

Stalo se mi, že v jednom pracovním listě bylo zapsáno: moje učebnice měří na výšku 13 cm palců. Palec zřejmě nestačil jako jednotka, když byl použit jako měřidlo. Zároveň to svědčí o nepochopení, kterým jsem chtěla tímto cvičením zamezit. Na druhou stranu, tím že se to stalo, jsme na to mohli navázat a jít do hloubky tam, kde to bylo potřeba.

Porovnáváme výsledky. Přestože měřili stejně velké věci, je pravděpodobné, že došli k jiným výsledkům. Necháme je, aby se pokusili sami zjistit proč – různě velké prsty, ruce, odchylka díky zaokrouhlování apod.

Můžeme na tabuli udělat průměr všech hodnot a stanovit ji za třídní velikost učebnice v palcích (popř. i sešitu a lavice). Vypočítat maximální rozdíl dvou výsledků. Čím větší předmět měří, tím by měla být odchylka větší.

Další návrhy na činnosti

Měl by následovat přechod k dnešnímu způsobu měření. Další činnosti mohou následovat, pokud máme čas. Vybíráme podle toho, čemu se chceme nebo je potřeba více věnovat. Další aktivity jsou k dispozici na konci této kapitoly (např. „Mnoho jednotek“, „Přesnost“).

Měříme metrem

Provedeme měření předmětů znovu, ovšem tak jak je to dnes běžné. Využijeme pro to pásmo a měřítko, se kterým by žáci už měli mít zkušenost. Podle míry jejich znalostí nejprve zopakujeme jednotky délky, orientaci na měřítku a postup při použití.

Úkol č. 1: Žáci změří sešit a učebnici delším měřítkem a lavici pásmem. Výsledky měření jednotlivých žáků by se měly shodovat a pokud ne, zjistíme maximální odchylku dvou měření a diskutujeme, jaký může mít důvod. Stejně tak porovnáme odchylku u prvního měření pomocí palce a druhého pomocí měřítka. U druhého měření by opět měla být odchylka výrazně menší.

$$\frac{\text{Velikost učebnice v mm}}{\text{Velikost palce v mm}} = \text{počet palců, které bylo nutné použít}$$

Úkol č. 2: Žáci mohou spočítat, do jaké míry měřili pomocí vlastního těla přesně. Pokud znají velikost učebnice a svého palce v metrické soustavě, můžeme jim pomoci zjistit, jestli pracovali pečlivě. Pro výpočet použijeme tato čísla převedená na milimetry, která jednoduše zadáme do kalkulátoru podle vzorce:

Pokud se výsledek shoduje s jejich výpočty v pracovním listě, pak počítali přesně.

5.5 Aritmetický průměr

- Charakteristika činnosti

Pro počítání aritmetického průměru využijeme poznatky o tom, jak se dříve měřila délka. Tedy pomocí jednotek jako je loket, palec, stopa apod. S žáky budeme v hodině měřit jejich průměrnou velikost lokte, stopy, palce. K výpočtům bude pravděpodobně potřeba znalost dělení dvojciferným číslem. Pokud žáci toto učivo ovládají, mohou počítat samostatně, v opačném případě zvážíme pomoc kalkulátoru nebo společný výpočet na tabuli.

- Cíl

Zopakovat nebo seznámit žáky s využitím a postupem počítání aritmetického průměru. Využití zážitku a netradiční hodiny pro zvýšení zájmu a pozitivního náhledu žáků na matematiku. Využití principu grafického sčítání v praxi. Demonstrace faktu, že ke správnému řešení může vést více postupů.

- Úvod

Nejprve žáky seznámíme s tím, jak se dříve měřilo. Povyprávíme jim, jaké se používaly jednotky (zvláště ty menší odvozené od částí lidského těla), jaké množství jich bylo a hlavně jak byly různé. Přestože měly stejný název, často měly různou velikost, i když se různí panovníci snažili určit velikost těchto prvních jednotek, která by byla pro všechny stejná. Důležitá je pro nás v tuto chvíli zmínka o postupu využívajícím aritmetický průměr jako objektivní řešení (viz Přehled některých starých jednotek délky užívaných v českých zemích):

„V Německu na počátku 17. století se v jedné knize o geometrii objevil návod jak objektivně určit délku jedné stopy. Prvních 16 mužů, kteří vyšli v neděli z kostela, se mělo postavit těsně za sebe tak, že své levé chodidlo položili těsně za levé chodidlo muže stojícího před ním. Celková délka stop těchto mužů se měla vydělit 16 a průměrná délka jedné stopy byla na světě.“

- Pomůcky

- Pracovní list „Aritmetický průměr“ (viz přílohy)
- Měřidla – svinovací metr, měřítko
- Kalkulátor

- Průběh

S žáky budeme zjišťovat, jaká je průměrná velikost stopy, lokte a palce v naší třídě. Výpočtem aritmetického průměru chceme přijít na objektivní délku těchto jednotek v rámci naší třídy. Máme minimálně dvě možnosti jak postupovat při sčítání jednotlivých délek palců, stop a loktů. Stejně jako mohou úsečky v učebnici sečíst graficky nebo pomocí sčítání jednotlivých hodnot, tak i my můžeme měřit jednotlivé palce a poté hodnoty sečíst nebo se inspirovat vyprávěním a položit je všechny vedle sebe na pomyslnou přímou čáru a změřit celkovou délku všech palců. V našem případě provedeme oba způsoby a ukážeme žákům, že často je správně více než jediný postup.

Žáci pracují s pracovním listem, ale stále pod vedením učitele. Hodnoty zapisují všichni žáci samostatně, i když výpočty probíhají společně. Zvláště u druhého úkolu je třeba řízení činnosti učitelem. Na začátku pracovního listu vyplňují své jméno a počet žáků účastnících se měření. S touto hodnotnou budeme pracovat v obou úkolech.

Úkol č. 1: V prvním úkolu budeme měřit lokty. Loket každého žáka zvláště. Podle možností (materiálních, schopností dětí) měří buď pouze učitel a žáci výsledky zapisují nebo se žáci ve dvojici přeměřují navzájem. Změřené hodnoty všech žáků sečteme (nejrychleji na kalkulátoru) a výsledek zapíšeme. Výpočet průměrné hodnoty probíhá společně na tabuli s vysvětlením postupu.

Můj loket měří _____.

Lokty všech žáků ve třídě měří _____.

Místo pro výpočet průměrné hodnoty:

Průměrná velikost lokte žáků naší třídy je _____.

Úkol č. 2: Zorganizujeme žáky tak, aby se postavili do řady těsně vedle sebe. Svě pravé (nebo levé) chodidlo pokládají těsně za sebe, až vytvoří dlouhou rovnou linii. Tu pak změříme a hodnotu zapíšeme na tabuli.

Palce měříme na prázdné lavici, kterou žáci obestoupí z obou stran. Asi doprostřed jedné z kratších stran lavice přiložíme konec svinovacího metru a kousek vytáhneme. Na metr od počátku jeho stupnice kladou žáci své palce (každý žák jeden palec) těsně vedle sebe. Palce se musí dotýkat klouby, využíváme tedy jejich šířku ne délku. Po přiložení posledního palce z měřidla přečteme výslednou hodnotu, zapíšeme na tabuli a žáci do pracovních listů. Následuje výpočet průměrné hodnoty. Jak jsem již zmínila, pokud žáci ovládají dělení

dvojciferným číslem, mohou po vzoru prvního úkolu počítat sami. V opačném případě je potřeba jim pomoci s celým výpočtem. Co by však již měli zvládnout sami, je odpověď.

Délka stop všech žáků ve třídě je _____.

Palce všech žáků ve třídě měří _____.

Místo pro výpočet průměrných hodnot:

Odpověď:

- Závěr

Zjistíme, zda žáci pochopili postup při počítání aritmetického průměru a zda si ho pamatují. Mohou také změřit svůj palec anebo stopu a zjistit, zda se průměrné hodnotě blíží nebo ne.

Po této aktivitě by bylo dobré podle spočítaných průměrných mír vytvořit třídní metr. Stačí velmi jednoduše zanechat tyto tři délky na pás tvrdého papíru nebo kartonu. Můžeme také využít aktivitu z této kapitoly „Výroba vlastního měřidla“ a doplnit ji výrobou jednoho společného třídního měřidla.

Na prvním obrázku v pracovním listu je znázornění jednotky sáh (šest stop) ze starého Řecka.

Druhý obrázek je dílo Da Vinciho se znázorněním některých jednotek délky.

5.6 Proč je důležitá jednotnost v mírách

- Charakteristika

Žáci na praktickém příkladu - pomocí slovní úlohy – mohou zjistit význam jednotnosti v mírách v minulosti. V tomto případě zamezení podvodům, tedy větší jistotě a lepší komunikaci.

- Cíl

Procvičení násobení, práce se slovní úlohou, rozvíjení logického usuzování.

- Úvod

V kapitole „Měření“ najdeme informace o tom, jak se králové i města snažili zamezit podvodům ustanovením jednotné míry, přestože příkaz platil často jen pro malé území. Bylo to hlavně kvůli obchodu, kdy si jeden obchodník mohl účtovat zlatku za loket látky, který měřil 70 cm a druhý obchodník za loket látky, který měřil jen 50 cm. Takové situace se stávaly, někteří obchodníci měřili zákazníkům látky na menších pomocných měřidlech, než bylo v daném území stanoveno. Tedy prodali méně, ale zlatek dostali stejně. Pokud měli na radnici k dispozici vzor správné míry, mohl si jít zákazník zboží zkontrolovat a nenechat se ošidit (viz kapitola příběhů, legenda „O nepoctivém Lokýtkovi“). Ne vždy měl ovšem tu možnost. Můžeme s dětmi počítat, o kolik mohl být zákazník ošizen při různém zkracování např. českého lokte, který měřil téměř 60 cm.

- Slovní úloha o nepoctivém obchodníku

V české zemi byla králem Přemyslem Otakarem II. ustanovena taková délková míra, že jeden loket český měřil asi 60 cm. Všichni podle toho nakupovali a prodávali. Byl jeden obchodník, který byl lakomý a svůj dřevěný loket, kterým měřil pro zákazníky látky, zkrátil o 10 cm. Jednoho dne k němu přišla pekařka, že chce 5 loktů látky na závěsy. Druhý den kovář pro 8 loktů látky na šaty a třetí den hostinský pro 10 loktů látky na ubrusy. O kolik cm ošidil pekařku, kováře, hostinského a kolik cm všechny dohromady? Kolik je to metrů?

Obměny:

- Můžeme měnit velikost rozdílu mezi původním a zkráceným loktem, přidávat další nakupující.
- Zadat, že za 1 cm (5 cm) zaplatí zákazník groš. Pak počítáme, kolik zaplatil zákazník navíc za to, co nedostal. Určíme, že 10 (8,6...) grošů je jeden tolar a dělíme.
- Počítáme kolik zákazníci zaplatili za látku, pokud stojí loket zlatku, dvě, tři...

- Závěr

Můžeme se na závěr přesunout do současnosti a společně přemýšlet, kdy je dnes potřeba jednotka v mírách délky. S obchodem souvisí i průmysl. Pokud se různé části výrobků vyrábí

v různých zemích, je třeba, aby bylo jasné, o jakých velikostech se baví. Někdy stačí nedorozumění i v rámci jedné země, kde se mimo jednotky SI používají ještě původní. Viz kapitola o vzdálenostech - příhoda v NASA.

5.7 Cesta k metru definovanému v Mezinárodní soustavě SI

- Charakteristika činnosti

Založena na vyprávění a popisu změn definice metru. Lze použít ke zvýšení motivace u žáků ve vyšších ročnících, pro které jsou jednotky délky opakování. Druhý úkol je návrh na využití textu s tímto tématem pro opakování počítání v tisících, desetinných čísel i převádění jednotek.

- Cíl

Motivace před opakováním známého učiva. Rozšíření teoretických znalostí týkajících se geometrie. Procvičení převádění jednotek délky a počítání v řádu tisíců i desetinných čísel.

- Úvod

Touha po jednotě a přesnosti v mírách vedla k dalším a dalším snahám o realizaci této potřeby. V teoretické části se zmiňuji o důležité události v tomto směru a to o Velké francouzské revoluci. Jedna z důležitých změn, které přinesla, bylo desítkové převádění mezi jednotkami a odvození velikosti metru od velikosti poledníku. Tento způsob ovšem vyžadoval velká měření trvající několik let, po kterých měla francouzská vláda k dispozici kovový prototyp metru. Pokud se k jednotnému měření chtěly přidat i jiné země, musely zažádat o kopii tohoto metru a vyrobit další kopie, aby si každý člověk mohl koupit požadované měřidlo. Bylo to složité a ne zcela přesné.

Dnes je odvozen metr od rychlosti světla. Metr je vzdálenost, kterou urazí světlo za dohodnutý čas. Proto si dnes každá přiměřeně vybavená laboratoř může zjistit kdykoli potřebuje už velmi přesnou hodnotu, která bude v každé části Země stejná.

- Průběh

Hodinu geometrie začneme vyprávěním, jak je popsáno v úvodu. Podrobné informace o tématu jsou v teoretické části v kapitole „Vzdálenosti“. V prvním úkolu se zaměříme na opakování a prohloubení známého učiva. Druhý úkol se hodí do běžných hodin matematiky, která by ovšem měla následovat po hodině geometrie, ve které zaznělo vyprávění.

Úkol č. 1: Opakujeme s žáky, jaké jsou jednotky délky a jak spolu souvisí – ve vyprávění mohli slyšet, že vedlejší jednotky se od základní odvozují násobením. Jaké známe druhy měřidel, čím se liší a kdy se používají.

Úkol č. 2: Žáci dostanou text, kde je stručně vypsáno vyprávění, které už slyšeli, s potřebnými daty. Za ním následuje několik početních úkolů, které můžeme zadat jako samostatnou práci nebo soutěž o nejrychlejší správný výsledek. Je možné vymyslet na základě textu další úkoly nebo podle potřeby upravit ty, které jsou nabídnuty - pro počítání v číslech celých i desetinných, pro opakování násobení, dělení apod. Snažila jsem se vytvořit úlohy tak, aby byly spíše lehčí.

Text:

V Anglii, už roku 1101, změřili králi Jindřichovi I. vzdálenost od špičky nosu až ke špičce ukazováčku jeho rozpažené ruky. Tuto vzdálenost nazvali 1 yard, což je 91,44 cm.

V našich zemích se míry odvozovaly od ječného zrna. Podle Václava Hájka z Libočan král Přemysl Otakar II. (1268) zadal přesný způsob měření. Měla se vedle sebe položit 4 ječná zrna a vzniklá délka se nazvala prst (palec), deset prstů pak píd' a tři pídě loket pražský neboli český (0,5914 m). Ke kontrole správných vah a měř byli pak určeni zvláštní úředníci. Ti procházeli speciální přísahou a měli právo, po překontrolování, označit váhy a míry královským znamením.

Roku 1791 bylo rozhodnuto, že délka metru se bude rovnat desetimiliontému dílu čtvrtiny zemského poledníku. Přesněji pařížského poledníku. Nebylo třeba jej změřit celý, pouze část z Dunkerque do Barcelony, přesto měření trvalo téměř osm let. Výsledkem byla kovová tyč, prototyp, jehož kopii si mohly ostatní státy objednat. Československá republika zakoupila kopii s číslem 7 roku 1928 za 250 000 Kčs. Neméně důležitá byla dohoda, že další jednotky se od základní odvodí pomocí násobků deseti.

Tento systém se udržel velmi dlouho, v druhé polovině 20. st. však vědci hledali možnost, jak dojít k přesnější hodnotě a nebýt závislí na jediném kovovém prototypu. Roku 1960 se tedy metr odvodil od vlnové délky kryptonu a v roce 1983 byl definován pomocí rychlosti světla.

Příklady úloh pro počítání v tisících

1. O kolik let později se po anglickém králi snažil o jednotnou míru český král?
2. Jak dlouho vydržela francouzská definice metru, než byla nahrazena novější?
3. Jak dlouho byl metr odvozován od vlnové délky kryptonu?
4. Kolik let uběhlo od zavedení yardu v Anglii po rok, kdy byl metr odvozen od rychlosti světla?
5. Kolik let dělí činy vlády ČSR a krále Přemysla Otakara II. uvedené v textu? Kolik je to století?
6. Jak dlouho trvalo vládě Československé republiky, než zakoupila kopii prototypu metru? (Pro správně splnění toho úkolu je třeba si uvědomit, že v roce 1791 Československá republika ještě neexistovala. Pokud žáci ve vlastivědě toto učivo ještě neprobírali, je třeba jim nejprve o pozdějším roku vzniku ČSR říct.)

7. Kolik peněz (počítej v Kčs) Francie vydělala, pokud by prodala všech sedm kopií za stejnou cenu?

8. Kolik Kčs by Francie vydělala, kdyby za tutéž cenu prodala celkem 13 kopií prototypu metru?

9. O kolik Kčs více by Francie získala, kdyby sedm kopií metru prodala za 300 000 Kčs?

10. Kolik Kčs by Francie získala, kdyby první tři kopie metru prodala za 150 000 Kčs, další dvě za 200 000 Kčs a další dvě za 250 000 Kčs.

Příklady úloh pro počítání s jednotkami

1. V textu najdeš informaci o tom, kolik měří český loket. Číslo převed' na milimetry, zaokrouhli na celá čísla a vypočítej, kolik milimetrů měřila jedna píd', palec, zrno.

2. Kolik centimetrů měřily dvě pídě?

3. O kolik centimetrů byla píd' kratší než loket?

4. Kolik centimetrů je rozdíl mezi 20 palci a pídí?

5. Kolik milimetrů je rozdíl mezi 15 zrny ječmene a pídí?

- Závěr

Text je zkrácený, ale pro žáky známý, takže by neměl být problém s porozuměním. Je na učiteli, zda činnost pojme jako soutěž s vyhodnocením, netradiční procvičování učiva nebo úkol navíc pro rychlé žáky. Od toho se odvíjí i kontrola nebo případné hodnocení.

5.8 Další náměty do hodin

Můžeme je využít jako samostatné aktivity nebo jako doplnění výše navrhovaných činností.

- Výlet za etalonem loktu

V teoretické části se zmiňují o tom, jak města bojovala proti podvodům kontrolou správnosti měřidel prodejců nebo vyrobením kovového vzoru lokte a (nejčastěji) jeho zazdění u vchodu do radnice. V několika našich městech můžeme na tuto zajímavost stále

narazit a pokud ji máme poblíž (seznam měst viz teoretická část) můžeme zorganizovat exkurzi s matematickou tematikou.

- Početní úlohy s převáděním starších jednotek

Dříve se jednotky nepřeváděly po deseti. Dnes nám stačí připisovat nebo odebírat nuly (popř. přesunovat desetinou čárku), ale před pár stoletími to tak jednoduché nebylo. Některé jednotky se mezi sebou nedaly převést vůbec. Přesto několik základních jednotek mělo jistou návaznost a lidé se v ní museli zorientovat. Jak asi mohly vypadat početní úlohy dříve?

- Jedna stopa je 12 palců, kolik palců jsou tři stopy? Kolik palců je pět stop?
- Loket měří 3 pídě, 30 palců, 120 zrn. Kolik zrn měří jedna píd'?
Kolik zrn měří jeden palec? Kolik palců měří jedna píd'?
- Kolik pídí měří čtyři lokty? Kolik zrn měří šest pídí?

- Přesnost

Už dříve se jistě lidé chtěli domlout a znát velikosti co nejpřesněji. Při měření pole si pomáhali provazcem, látku měřili na lokty, menší předměty na palce. Nejmenší jednotka, kterou uvádí I. Kapler (Míry, jednotky, veličiny, 2000) byla čárka měřící asi 2 mm. V některých aktivitách, které uvádím, si žáci mohli vyzkoušet, jak je těžké dojít k jednotnému, přesnému výsledku, pokud nemají k dispozici jednotné měřidlo. V dnešní době je přesné měření na co nejmenší jednotky (mnohem menší než milimetr) velmi důležité.

Úkol: Přijít na co nejvíce příkladů ze života, kdy je důležité přesné měření (popř. i počítání).

Př. Stejně velké listy v knize, součástky do auta, které se vyrábí v různých zemích a pak se teprve dovezou a montují dohromady, technické komponenty, které do sebe musí zapadnout – šroubek a maticka, USB do počítače, simkarta, která je velmi malá a přesto musí perfektně fungovat...

- Mnoho jednotek

Měřit lavici na palce je zdlouhavé, použijeme tedy něco jiného, větší jednotku, se kterou můžeme měřit rychleji. V našem případě loket. Ovšem měřit loktem místnost nebo celou budovu by zase trvalo velmi dlouho. Proto existovaly další, větší jednotky.

Úkol č. 1: Necháme žáky přemýšlet, pomocí čeho by měřili tabuli, pouzdro, okno. A velikost celé třídy? Jak si poradí s tím, kdyby měli za úkol změřit část podlahy či pole... Lehnout si na zem nebo měřit pomocí lokte není moc praktické. Ke slovu se dostávají dolní končetiny. Pro menší vzdálenosti použijeme chodidla (stopu), při větších se i dnes velikost místnosti odhaduje na kroky. To bychom mohli použít i u pole, ale dřív se v těchto případech používal provazec, protože byl přesnější.

Lidé si pomáhali, jak se dalo. Ke každé činnosti potřebovali jiné způsoby měření, proto se jich vyvinulo tolik. Začaly být ovšem nepřehledné a nesouvisely spolu, proto se dalo těžko mezi nimi převádět.

My používáme metrický systém, proto můžeme jednu délku vyjádřit v metrech, centimetrech i milimetrech libovolně. Přesto je dobré vybírat, kterou kdy použijeme.

Úkol č. 2: Nabídneme jim několik dalších předmětů (i stejných) a necháme je určit, která jednotka bude pro měření nejvýhodnější a proč. Mohou to být předměty, které mají kolem sebe nebo které dobře znají.

- Porovnávání úseček

Pokud mají žáci něco odhadnout nebo „změřit bez měřítka“, snaží se danou velikost přirovnat k jinému předmětu, který mají po ruce. Porovnávají úsečky a snaží se najít dvě shodné. Stejně tak postupovali při úkolech, kdy měli měřit bez pomoci měřidla. Tuto zkušenost můžeme využít při výuce geometrie, když porovnáváme úsečky.

Tuto doplňující aktivitu zmiňují zvláště proto, že když měli žáci naryšovat délku některého předmětu a neměli zadání v metrické soustavě, tedy nepotřebovali měřítko, narysovali často pouze přímkou. Pokud byli upozorněni, že je třeba rýsovat úsečky, bylo to třeba doprovázet delším vysvětlením, než si s úkolem poradili.

Úkol: Jak dokážeme, že učebnice matematiky žáků této třídy mají stejnou výšku?

Existuje několik možností, které jsou správné. Buď je přiložíme požadovanou stranou k sobě – a zjistíme, že se shoduje. Tato strana nám tvoří úsečku, kterou jsme porovnali s druhou, a zjistili, že jsou shodné. Stejně tak můžeme použít provázek a přenést velikost jedné úsečky ke druhé. Pak jsme porovnali dokonce tři úsečky, o kterých jsme mohli zjistit, že jsou shodné. Použít papír kde zakreslím délku nebo přímo měřítko, zapamatovat si, ke které rysce učebnice dosáhla a změřit také druhou. Pokud se budou velikosti shodovat, jsou úsečky stejně dlouhé.

Je dobré nechat je pracovat a vymýšlet samotné a pomocí reálných věcí zjistit, co se učí v učebnici na příkladu narýsovaných přímk. Upozorníme je na to, že kdykoli porovnávají dvě délky, jedná se o úsečky, které mají daný začátek i konec. Stejně tak i v učebnici musí být úsečka vždy ohraničená dvěma body. Na příkladu učebnice (popř. sešitu) jim můžeme tyto body krásně demonstrovat. Na obou koncích hrany učebnice se tvoří kolmice s dalšími stranami. Stejně jako na koncích úsečky rýsujeme malými kolmými čarami body, které ji ohraničují. Pro lepší představu a pochopení jim takto můžeme učebnici a na ní znázorněnou úsečku namalovat na tabuli.

- Vyprávění

Vždy můžeme použít příběh nebo povídání z historie matematiky pro zvýšení zájmu žáků, jako motivaci, chvíli relaxace před další prací apod.

6. Čas, úhly, objem a jiné

S časem se setkáváme i v hodinách matematiky. V rámci učiva s žáky probíráme jednotky času, s tím souvisí i orientace na hodinách a schopnost počítat v jiné soustavě než desítkové. Se soustavou o základu 60 se setkáváme i v hodinách geometrie při měření úhlů. Do této kapitoly zahrnuji i další úlohy týkající se učiva geometrie.

6.1 Násobilka s římským budíkem

- Charakteristika činnosti

Na základě zajímavé informace z historie si s žáky procvičíme malou násobilku.

- Cíl

Opakování malé násobilky, oživení hodiny, rozšíření znalostí žáků.

- Úvod

Víme, že dříve se měřily časové úseky mnoha různými způsoby. Nejznámější pomůckou jsou přesýpací hodiny, které se používají i dnes. Například v podobě malých přesýpacích hodin, které jsou součástí některých společenských her. Méně známé je, že k měření času se využívaly i svíce. Vyráběly se svíce, které hořely dvě, tři, čtyři i více hodin. Mimo ně z dějin známe i svíce se specifickou funkcí nazvané „římský budík“. Byly to svíce na kovové misce se zapuštěnými kovovými kuličkami. Po vyhoření části vosku se kulička uvolnila a cinkla o kovovou misku. Toto znamení označovalo časové úseky dané vzdáleností jednotlivých kuliček.

- Průběh

Po úvodním vyprávění a vysvětlení toho, jak fungoval „římský budík“, budeme žákům zadávat různé úlohy na toto téma.

Příklad úloh:

Pokud se kuličky uvolňují postupně po třech hodinách, kolik hodin uběhlo, jestliže je v misce sedm kuliček?

Kolik hodin uběhlo, pokud je v misce pět kuliček a pokud se uvolňují po šesti hodinách, pěti, osmi, půl hodině...?

Kuličky se uvolňují po čtyřech hodinách. Kolik je v misce kuliček, když svíce hoří 23 hodin?

6.2 Počítání se staršími jednotkami objemu

- Charakteristika činnosti

Pomocí starších jednotek objemu, které mají zajímavé názvy, s žáky procvičíme počítání v desetinných číslech.

- Cíl

Procvičit počítání v desetinných číslech, ozvláštnit hodiny matematiky, seznámit žáky se staršími jednotkami objemu. Upevnění znalosti o objemu a jeho základní jednotky.

- Úvod

Na začátku hodiny se žáků zeptáme, jestli znají význam slov žejdlík, vědro, pinta, škopek, flaška, holba, měrice a bečka. Nejprve si je projdeme postupně a pokusíme se společně co nejvíce přiblížit k tomu, v jakých případech se dané slovo používalo.

Poté přečteme znovu všechny názvy a pokusíme se přijít na to, co mají společného. Zvlášť některé mohou hodně napovědět – hrnec, vědro, škopek, bečka – ale „vůz“ bychom ve výčtu prozatím mohli vynechat. Tento název je značně odlišný od ostatních a mohl by žáky svést při přemýšlení jiným směrem. Dostáváme se nakonec k tomu, že jsou to často názvy nádob. Což byla dříve nejjednodušší pomůcka k porovnávání množství (objemu). Pomocí unifikovaných nádob se porovnávalo množství tekutých i sypkých látek. Názvy těchto nádob se poté ujaly jako názvy různých jednotek. Dnes pro objem používáme základní jednotku 1 litr, případně 1 m³.

- Pomůcky
 - Pracovní list „Tabulka s některými staršími jednotkami objemu užívaných v českých zemích“ (viz přílohy)

- Příprava

V teoretické části je několik příkladů starších jednotek objemu, se kterými můžeme pracovat. Celá tabulka je samostatně vložena i do příloh, aby ji měl každý žák k dispozici.

- Průběh

S pomocí tabulky můžeme zadávat žákům množství úkolů:

- Najdi jednotky označující nejmenší a největší množství a zjisti, jak velký rozdíl mezi nimi je. Počítej v litrech.
- Pokud má některá jednotka více možných hodnot, spočítej velikost jejich rozdílů.
- Seřaď jednotky od nejmenší po největší. Pokud je u některých více hodnot, počítej jen s první. (Případně: mezi každými sousedními hodnotami vypočítej rozdíl.)
- Všechny jednotky zapiš ve tvaru se dvěma desetinnými místy. Podle potřeby zaokrouhli.

- Závěr

Na toto cvičení je možné navázat při opakování učiva o objemu a jednotkách objemu. Úkoly v tomto cvičení je možné zpracovat jako soutěž, práci s celou třídou, samostatnou práci žáků, práci navíc pro rychlé žáky apod. I když cvičení připravíme žákům jako samostatnou práci, neměli bychom přeskaovat společný úvod a samozřejmě společný závěr a ukončení.

6.3 Další náměty do hodin

- Tvoření odhadu pomocí starších jednotek objemu

Pokud po žácích nebudeme chtít přesné výpočty, ale pouze odhady, bude to jistě velmi netradiční hodina. Ovšem schopnost udělat si rychlý co nejpřesnější odhad neznámá mít štěstí při „střílení od boku“. V běžném životě se odhad využívá často, proto není ztrátou času žákům ukázat jak na to.

Nejprve žáci dostanou zadání: „Odhadni kolik hrnců (mléka, mouky...) se vejde do soudku?“ Na začátku každý žák zformuluje svůj odhad. Několik jich můžeme napsat na tabuli. Po výpočtu zjistíme, kdo měl odhad nejlepší. Potom se zeptáme žáků,

jak postupovali a budeme se snažit, aby sami přišli na to, jaký postup je nejuvhodnější. Trénovat můžeme na dalších úlohách.

- Výlet za slunečními hodinami

Sluneční hodiny byly a jsou stále populární. A to nejvíce (zvláště v posledních letech) díky své dekorativní funkci. Proto můžeme při vycházkách narazit na velmi staré zrestaurované sluneční hodiny nebo i zbrusu nové. Jejich seznam, který se průběžně aktualizuje, můžeme najít na webové adrese:

http://astro.mff.cuni.cz/mira/sh/sh.php?type=catalogue_region

Jedná se o seznam slunečních hodin ve střední Evropě rozdělený podle států, krajů i okresů. U každého záznamu jsou kromě adresy i další informace jako rok vzniku, typ hodin či číselníku.

Pokud s žáky budeme chtít vyčíst z hodin čas, musíme mít štěstí na slunečné počasí a uvědomit si, že stále ukazují pouze „zimní čas“. Zatímco ostatní hodiny je třeba dvakrát do roka přenastavit, sluneční hodiny tomuto časovému posouvání nepodléhají.

- Počítání v tisících

Pro počítání v tisících můžeme využít různé letopočty. Místo čísel bez významu budeme žákům diktovat například roky narození a úmrtí slavných matematiků a necháme je vypočítat, kolika let se dožili. Letopočty budeme porovnávat - kteří matematici žili později, kteří se narodili dříve a o kolik staletí. Odhadovat kdo s kým se teoreticky mohl potkat.

- Egyptský provazec

Podle popisu z teoretické části můžeme s žáky vyrobit egyptský provazec a pomocí něho v hodinách geometrie demonstrovat pravoúhlý trojúhelník.

- Tvoříme s žáky úhly tělem

Definice úhlu zní: Úhel je část roviny ohraničená dvěma polopřímkami, které mají společný počátek. Tyto polopřímky se nazývají ramena úhlu. V návaznosti na tuto informaci můžeme s žáky pomocí jejich vlastních ramen (resp. paží) tvořit úhly.

- Poznámka

Kdykoli můžeme zajímavou zmínkou z historie zpestřit vyučování, podpořit logické uvažování žáků a rozšířit znalosti například otázkou, zda znají významy slov přehršle, holba, hřivna nebo karát? Nebo co mají společného názvy starších jednotek objemu? Jistě si všimnou, že většina nese název různých nádob.

7. Výzkumné šetření

Jeden z mých záměrů při psaní této diplomové práce byl vybrat několik činností, které jsem vytvořila, a ověřit je v hodinách matematiky na běžné základní škole. Vybrala jsem si třetí ročník základní školy, ve kterém měli probráno učivo o jednotkách délky, a nachystala si několik cvičení jako opakování tohoto učiva. Několik poznámek z průběhu těchto hodin jsem vložila přímo do praktické části k příslušným činnostem.

Využila jsem toho, že jeden den v týdnu probíhalo vyučování matematiky ve formě půlené hodiny. S polovičním počtem žáků jsem měla větší možnost pracovat individuálně a dát každému žáku prostor k vyjádření.

Pro každou skupinu jsem vybrala jako náplň hodiny jednu hlavní činnost a několik doplňkových cvičení, díky kterým jsem s tématem pracovala dál a více do hloubky.

Cílová skupina

Žáci třetí třídy základní školy sv. Voršily v Olomouci.

Použité metody

Vyprávění, vysvětlování, popis, rozhovor, metody problémové a praktické, didaktická hra.

Formy práce

Hromadné a skupinové vyučování.

1. skupina žáků

Počet žáků celkem: 11

Chlapců: 6

Dívek: 5

Časový rozsah: 1 vyučovací hodina

Obsah vyučování:

Měříme bez pomoci měřítka – popsáno na straně 51

Vyprávění – popsáno na str. 54

Dnešní jednotky délky – popsáno na str. 54

Přesnost – popsáno na str. 71

2. skupina žáků

Počet žáků celkem: 12

Chlapců: 4

Dívek: 8

Časový rozsah: 1 vyučovací hodina

Obsah vyučování:

Měříme pomocí vlastního těla – popsáno na str. 59

Měříme metrem – popsáno na str. 62

Mnoho jednotek – popsáno na str. 72

Odhadujeme vzdálenosti bez využití metrické soustavy – popsáno na str. 58

Téma bylo v obou skupinách stejné a náplň hodin (včetně metod a forem práce) velmi podobná, proto se nebudu zmiňovat o každé hodině zvlášť. Průběh jednotlivých činností je popsán v praktické části této práce, postupovala jsem podle něj. U jednotlivých činností se odkazuji na příslušnou stranu, kde lze popis činnosti nalézt. Na tomto místě vyzdvihnu spíše situace a reakce žáků, které mají pro tuto práci objektivní hodnotu.

Poznámky z průběhu šetření:

❖ S žáky jsem začala v obou hodinách diskusí o významu pojmu měření. Snažila jsem se je dovést k tomu, že měřit neznamená pouze zjišťovat délku předmětu. Velmi dlouho vyjmenovávali předměty, které se dají měřit – domy, pokoje, stůl. Později jsme se dostali i k teploměru, vodováze a v jedné skupině dokonce k pojmu objem. Velmi oblíbené téma bylo měření délky pomocí laseru.

❖ Na otázku čím lidé měřili, když neměli metr (ve smyslu jednotky délky), se ozývaly velmi zajímavé teorie a některé nebyly daleko od pravdy (větvi, dřevem, provazem). Jeden chlapec si po chvíli vzpomněl, že v rozhlasové pohádce slyšel, jak měřili loktem. Ve druhé skupině byl žák, který původně navštěvoval waldorfskou školu a považoval otázku za velmi primitivní. Dal to najevo odpovědí: „Normálně rukou.“

❖ Bylo poznat, že se žáci snaží čerpat spíše ze zkušeností, než aby se pokoušeli vymyslet vlastní teorie. Na to ovšem měli dostatek času při plnění úkolu.

❖ S úkolem „Měříme bez pomoci měřítka“ si poradili výborně. Většina skupin měřila pomocí palce a jedna zjistila, že předmět je stejně velký jako jejich prostředník a to jim stačilo. Když měly ostatní skupiny narýsovat délku cizího předmětu podle návodu, zjistili jsme, že pomocí prstů dokážou měřit opravdu velmi přesně.

❖ Úkol „Měříme pomocí vlastního těla“ měl u žáků úspěch. Myslím, že taky proto, že pracovali nejen v lavici, ale i s ní a kolem ní. Domlouvali se, spolupracovali a řešili úkol, který byl pro ně novinkou. Podle přístupu k úkolu byl poznat přístup k práci každého žáka. Někdo měřil palci jen tak od oka, někdo kladl oba palce těsně za sebe a jiný používal k práci jen jeden palec a prsty druhé ruky si značil, kam ho má znovu položit. Výsledky byly velmi rozdílné, ale bylo to způsobeno i znatelnými rozdíly ve velikostech palců dětí. Přestože žáci nebrali zlomky, už je uměli využívat: „Lavice má tři a tři čtvrtiny lokte...“. Jedna skupinka dívek, které se i při měření vyznačovaly snahou o poctivou práci, do pracovních listů za každý číselný údaj dopsaly „cm“. Takže zápis vypadal takto: Sešit má 24 cm palců na výšku.

❖ S žáky jsme se snažili přijít na to, jak změřit místnost bez pomoci měřidla s metrickým systémem. Po mnoha návrzích, při kterých bylo třeba pro změření místnosti lehnout si na zem, to jeden doposud mlčící žák nevydržel a řekl: „Prostě co bych kamenem dohodil.“

- ❖ Při povídání o tom, co je dnes třeba měřit přesně na opravdu malé jednotky, jsme se dostali k mrakodrapům i atomům. Žáci toho znají a slyšeli opravdu mnoho, jen si často nedokážou dát informace do souvislostí a hlavně je vyjádřit.
- ❖ Všeobecně byli aktivnější chlapci. Zdá se, že tento styl výuky jim vyhovuje více. Bavilo je řešit problémy a hledat odpovědi na neobvyklé otázky. Přinášeli nejvíce poznatků z praxe a praktičtější možnosti řešení situace.
- ❖ Třídní učitelka byla přítomná u obou hodin. Když jsme spolu probíraly průběh vyučování, uvedla, že některé informace pro ni byly nové a že je v budoucnu plánuje ve vyučování využít obdobným způsobem.
- ❖ Na závěr bych uvedla, jak žáci reagovali na vyprávění. Měli po práci, a proto jsem je nechala ležet tiše na lavici a odpočívat, zatímco jim povím, jak to bylo s mírami dříve. Víme, že žáci na prvním stupni mají rádi vyprávění a příběhy. Já jsem jim nabídla spíše popis a pohled do minulosti. Proto mě potěšilo, když jsem viděla, jak postupně zvedají hlavičky z lavice a tiše poslouchají, co jim říkám. Čekala jsem, že budou alespoň čmárat po lavici nebo házet papírové vlašťovky, ale někteří při poslouchání i pootevřeli pusy, aby jim to šlo líp.

Závěr

Při zpracovávání této diplomové práce byl vytvořen soubor činností pro žáky prvního stupně základní školy, který vychází z historických poznatků vztahujících se k učivu matematiky na tomto stupni. Tyto činnosti jsou součástí praktické části práce. Několik vybraných jsem ověřila v praxi u žáků třetího ročníku základní školy. Záměrem bylo zjistit, zda domněnka, že použití historických poznatků v učivu matematiky, bude pro žáky zajímavé a atraktivní.

U obou skupin žáků jsem se setkala se zájmem. Velmi dobře spolupracovali a jednotlivé úkoly plnili svědomitě. Dokonce se snažili udělat víc, než měli zadáno a úkol například splnili dvěma různými způsoby místo jednoho.

V průběhu jsem narazila na to, že měli potíže podělit se s vědomostmi a používat matematické pojmy, se kterými se již setkali. Činnosti, které jsem připravila, jsou zaměřeny na verbální vyjádření, propojování znalostí a použití naučených poznatků v praktických úkolech. Myslím si, že by jim tyto činnosti mohly pomoci právě v tom, aby se učili s poznatky samostatně pracovat.

Náplň teoretické části je uspořádána v tematických celcích, které obsahem odpovídají obsahu učiva matematiky na 1. stupni ZŠ a je tedy možné v případě potřeby do ní nahlédnout a informace operativně využít ve vyučování. Množství zajímavostí a poznatků z historie, které bylo možné shromáždit, ovšem přesahuje rozsah této práce, proto jsem se rozhodla zaměřit se na číselné soustavy a geometrii.

Toto téma jsem si vybrala, protože mě matematika i historie velmi zajímá a myslím, že z obojího se můžeme hodně poučit. Práce pro mě byla přínosem, mám k dispozici materiál a možnosti, které mohu využít ve své budoucí praxi a doporučit kolegům.

Anotace

Jméno a příjmení:	Jana Burešová
Katedra nebo ústav:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	PeaDr. Anna Stopenová Ph.D.
Rok obhajoby:	2013

Název práce:	Poznatky z historie v učivu matematiky 1. stupně ZŠ
Název v angličtině:	Historical Information in Mathematics Lessons at Elementary School
Anotace práce:	<p>Teoretická část shromažďuje a třídí poznatky z historie vztahující se k obsahu učiva matematiky 1. stupně ZŠ.</p> <p>Praktická část obsahuje soubor činností, které vychází z těchto poznatků, a výsledek ověření několika vybraných činností v praxi.</p>
Klíčová slova:	Matematika, historie, 1. Stupeň ZŠ, didaktické hry, motivace, pracovní listy
Anotace v angličtině:	<p>The theoretical part collects and sorts out historical information which is related to mathematics curriculum for primary school education.</p> <p>The practical part contains a set of activities related to the presented historical information and results of some activities which were practically tested.</p>
Klíčová slova v angličtině:	Mathematics, history, primary school, didactic games, motivation, worksheets
Počet příloh:	7
Rozsah práce:	
Jazyk práce:	Český jazyk

Literatura

1. BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*. Vyd. 1. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1959. 238 s. Pomocné knihy pro učitele.
2. Jednota českých matematiků a fyziků (Praha). Komise pro vzdělávání učitelů. *Historie matematiky. [Díl] 2 : seminář pro vyučující na středních školách*, Jevíčko, 21.8-24.8. 1995 : sborník. 1. vyd. Praha : Prometheus, 1997. 195 s. Dějiny matematiky (Prometheus); sv. 7. ISBN 80-71960-46-2.
3. Jednota českých matematiků a fyziků (Praha). Komise pro vzdělávání učitelů. *Matematika v 16. a 17. století : seminář Historie matematiků III*, Jevíčko, 18.8-21.8. 1997. 1. vyd. Praha : Prometheus, 1999. 321 s. Dějiny matematiky (Prometheus); sv. 12. ISBN 80-71961-50-7.
4. Jednota českých matematiků a fyziků (Praha). Matematická vědecká sekce. *Matematika v proměnách věků. [Díl] 1 : sborník*. 1. vyd. Praha : Prometheus, 1998. 218 s. Dějiny matematiky (Prometheus); sv. 11. ISBN 8071961078.
5. Jednota českých matematiků a fyziků (Praha). *Matematická vědecká sekce. Člověk - umění - matematika : sborník přednášek z letních škol Historie matematiky*. 1. vyd. Praha : Prometheus, 1996. 186 s. Dějiny matematiky (Prometheus); sv. 4. ISBN 8071960314.
6. JUŠKEVIČ, Adolf Pavlovič. *Dějiny matematiky ve středověku*. 1. vyd. Praha : Academia, 1978. 446 s.
7. KAPLER, Ivan. *Míry, jednotky, veličiny*. 1. vyd. Ostrava : Repronis, 2000. 101 s. ISBN 80-86122-43-3.
8. KLÍMA, Vladimír. *Kalendář mění tvář : vnímání času v proměnách staletí*. Olomouc : Votobia, 1998. 155 s. ISBN 80-7198-339-X.

9. KOVAL, Václav. *Kamarádi čísla*. Vyd. 1. Praha : Státní pedagogické nakladatelství, 1969. 187 s. Matematická knižnice. ISBN (Váz.).
10. MAČÁK, Karel. *Tři středověké sbírky matematických úloh : Alkuin, Métrodóros, Abú Kámil*. 1. vyd. Praha : Prometheus, 2001. 101 s. Dějiny matematiky (Prometheus); sv. 15. ISBN 80-7196-215-5.
11. MIKAN, Milan. *Jak se vyvinula matematika a geometrie*. 1. vyd. Praha : Orbis, 1954. 136 s. Knihovna Vědění všem. ISBN (Váz.).
12. NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1 : pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Olomouc : Univerzita Palackého, 2003. 67 s. Skripta (UP Olomouc). ISBN 80-2440-691-8.
13. NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2 : (pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ)*. 2. vyd. Olomouc : Univerzita Palackého, 2005. 66 s. Texty k distančnímu vzdělávání v rámci kombinovaného studia. ISBN 80-2441-068-0.
14. ROBINSON, Andrew. *Jak se měří svět : příběhy z dějin měření*. Vyd. 1. Praha : Euromedia Group - Knižní klub, 2008. 224 s. Universum. ISBN 978-80-242-2187-8.
15. SELEŠNIKOV, S. I. *Člověk a čas : dějiny kalendáře a chronologie*. 1. vyd. Praha : Práce, 1974. 238 s. Delfin. ISBN (Váz.).
16. STRUIK, Dirk Jan. *Dějiny matematiky*. 1. vyd. Praha : Orbis, 1963. 250 s. Malá moderní encyklopedie (Orbis) ; sv. 43. ISBN (Brož.).
17. Výzkumné centrum pro dějiny vědy při AV ČR a UK. *Matematika v proměnách věků. III*. 1. vyd. V Praze : Výzkumné centrum pro dějiny vědy, 2004. 253 s. Dějiny matematiky (Výzkumné centrum pro dějiny vědy); sv. 24. ISBN 80-72850-40-7.
18. Výzkumné centrum pro dějiny vědy při AV ČR a UK. *Matematika v proměnách věků. 2*. 1. vyd. Praha : Prometheus, 2001. 267 s. Dějiny matematiky (Prometheus); sv. 10. ISBN 80-71962-18-X.

Internetové zdroje:

http://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%98%C3%ADmsk%C3%A9_%C4%8D%C3%ADslice

http://cs.wikipedia.org/wiki/Loket_%28d%C3%A9lkov%C3%A1_m%C3%ADra%29

<http://prazskychytrak.cz/?p=532>

Obrazový materiál:

Č. 1 http://vesmir.msu.cas.cz/Pavel/mayove_cisla.html

Č. 2 http://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%A0edes%C3%A1tkov%C3%A1_soustava

Č. 3 <http://www.zsskolnikaplice.cz/files/zaci/web9/web2010/papous/files/egypt.htm>

Č. 4 http://www.geneze.info/pojmy/subdir/historie_cisel.htm

Č. 5 <http://macek-kolovraty.webnode.cz/news/kipu-uzlove-pismo-inku/>

Č. 6,7 MIKAN, Jak se vyvinula matematika a geometrie, Praha, str. 11

Obrazový materiál použitý v pracovních listech:

Zápis čísel různými číselnými soustavami

<http://liborcermak.blog.idnes.cz/c/256335/Tajuplne-pismo-kipu.html>

Římská záhada

<http://trablog2.blogspot.cz/>

<http://d2-breta.blog.cz/0804/travian-jednotky-rimane>

<http://airborn.webz.cz/legiones.html>

http://cz.123rf.com/photo_5628456_eyeglasses-on-a-desk.html

http://www.dubravec.cz/dubravcovi/js_lib.htm

Měříme pomocí vlastního těla

<http://www.converter.cz/jednotky/loket-cesky.htm>

<http://hafik01.blog.cz/0801/smoulove-omalovanky>

<http://kultura.idnes.cz/vecernim-zpravam-budou-od-unora-konkurovat-smoulove-z-tv->

<http://www.predskolaci.cz/?tag=tatka-smoula>

Aritmetický průměr

http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=4a65646e6f746b79h&key=117

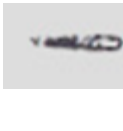








http://cs.wikipedia.org/wiki/Loket_%28d%C3%A9lkov%C3%A1_m%C3%ADra%29

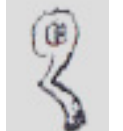








Přílohy





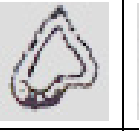




Seznam příloh

- Tabulky ke hře Arabská šifra
- Příklady malé násobilky s využitím zápisu indických číslic z doby před naším letopočtem
- Zápis čísel různými číselnými soustavami
- Římská záhada
- Měříme pomocí vlastního těla
- Aritmetický průměr
- Tabulka s některými staršími jednotkami objemu užívaných v českých zemích




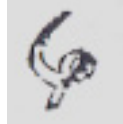














Tabulky ke hře Arabská šifra















19:19	18:9	15:5	32:8	35:7	24:4	42:6	56:7	27:3
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9













51:51	14:7	24:8	36:9	20:4	48:8	28:4	16:2	63:7
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

60:60	16:8	21:7	24:6	40:8	30:5	56:8	72:9	36:4
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

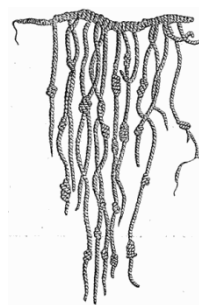
Příklady malé násobilky s využitím zápisu indických číslic z doby před naším letopočtem

O		X		=	
S		X		=	
Ě		X		=	
Š		X		=	
P		X		=	
N		X		=	
L		X		=	
K		X		=	
A		X		=	

A		X		=	
V		X		=	
É		X		=	
B		X		=	
O		X		=	
A		X		=	
R		X		=	

D		X		=	
É		X		=	
N		X		=	
I		X		=	
O		X		=	
V		X		=	

ZÁPIS ČÍSEL RŮZNÝMI ČÍSELNÝMI SOUSTAVAMI



V každém řádku je různými způsoby zapsáno jedno číslo. Přemýšlej a do prázdného rámečku запиš, o které číslo podle tebe v daném řádku jde.

Mayové	Babyloňané	Inkové	Zápis číslíc v ČR



ŘÍMSKÁ ZÁHADA



Jméno: _____

- Starý historik tě žádá o pomoc. Objevil dvě vzácné desky s nápisy o římských císařích. Část desek je ovšem rozbitá na kusy. Už přišel na to, že jde o horní část, na které byla čísla. Pomoz mu je poskládat. Zapiš modré číslo do modrého rámečku a zelené do zeleného. Historik si je jistý, že stačí zapsat číslovky od největší po nejmenší.

X I X C
X C M C
D I I
V M X
X I L I



- Výborně! Historik potřebuje znát barvu většího z čísel. Toto číslo má barvu textu, který chce rozluštit. Pomoz mu i s tímto.
- Podtrhni si každé druhé slovo v tomto textu a vypiš z něj všechna písmena, která jsou zároveň znaky pro římské číslice a to i ta, která v tomto textu mají háčky a čárky.



- Marcus se vyznačoval velkou svědomitostí při plnění svých administrativních povinností. Obtížné úkoly neváhal svěřovat nejkompentnějším mužům, aniž by se obával, že ho svými schopnostmi zastíní.
- Hadrián je považován za jednoho z nejvšestrannějších římských císařů, protože prokazoval široké znalosti a dovednosti ve všech intelektuálních a uměleckých oborech a činnostech.

- Všechna vypsaná čísla sečti a od výsledku odečti číslo 2421. Pokud jsi pracoval správně, zjistíš rok císařova úmrtí. Zapiš jej do červeného rámečku. Historik je ti velmi zavázán!



- Výborně ovládáš římské číslice. Měl bys tedy hravě zvládnout na volnou čáru napsat den, měsíc a rok svého narození.



- Jak jsem byl spokojen se svou prací?

I V X

Měříme pomocí vlastního těla



Ahoj, jmenuji se Šikula a měřím všechno, co potkám. Přichystal jsem pro tebe pár úkolů. Spolu nám to určitě půjde od ruky. Nejprve napiš na první řádek, jak se jmenuješ.

Tvé jméno: _____

1. úkol

Tvůj první úkol je snadný. Změř svůj sešit a učebnici pomocí svého palce. V případě potřeby zaokrouhluj.

Můj sešit měří

na výšku _____ palců,

na šířku _____ palců.

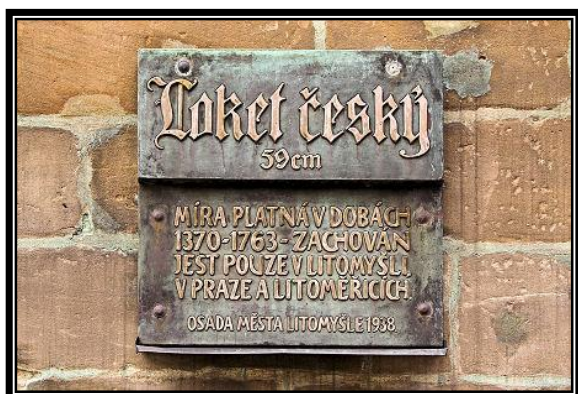
Moje učebnice měří

na výšku _____ palců,

na šířku _____ palců.

2. úkol

Teď budeš měřit svoji lavici. Tvým palcem by to trvalo dlouho, proto použij loket. Pokud ti na konci zůstane kus menší než tvůj loket, doměř zbylý kousek palcem.



Moje lavice má

na výšku _____ loktů a _____ palců,

na šířku _____ loktů a _____ palců.

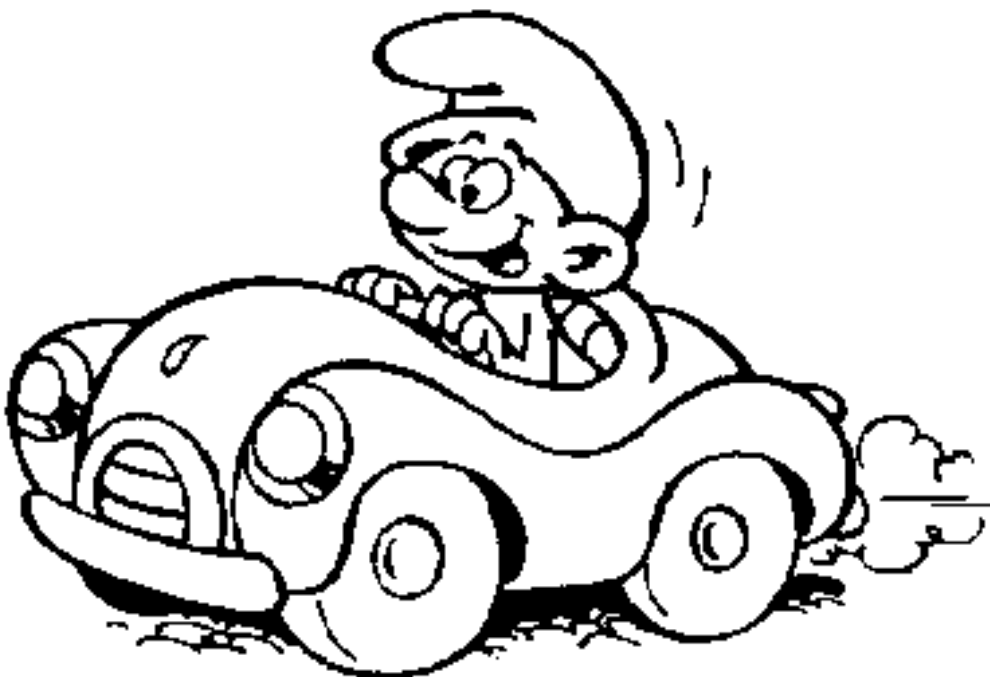
3. úkol

Pokud jsi oba úkoly splnil a máš čas, tak se pusť ještě do tohoto. Vezmi si své pravítko a zjisti, kolik měří tvůj palec na šířku, tak jak si ho používal.

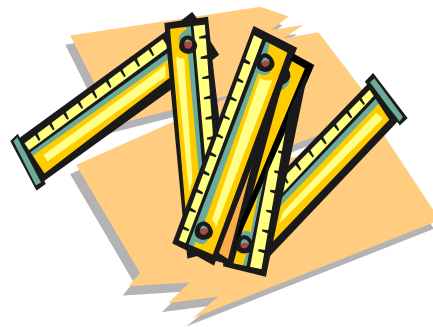
Můj palec měří _____ cm a _____ mm.



Výborně! Splnil jsi všechny úkoly. Za odměnu si mě můžeš vymalovat 😊



Aritmetický průměr



Tvé jméno: _____

Dnes je ve třídě přítomno _____ žáků.

Úkol č. 1

Změř délku svého lokte od loketního kloubu po špičky prstů a zapiš se správnými jednotkami.

Můj loket měří _____.

Lokty všech žáků ve třídě měří _____.

Místo pro výpočet průměrné hodnoty:

Průměrná velikost lokte žáků naší třídy je _____.



Úkol č. 2

V tomto úkolu budete společně sčítat velikosti stop a palců podle postupu, jak ho doporučil matematik ve vyprávění. Položíte požadované délky za sebe do řady a změříte jejich celkovou délku.

Délka stop všech žáků ve třídě je _____.

Palce všech žáků ve třídě měří _____.

Místo pro výpočet průměrných hodnot:

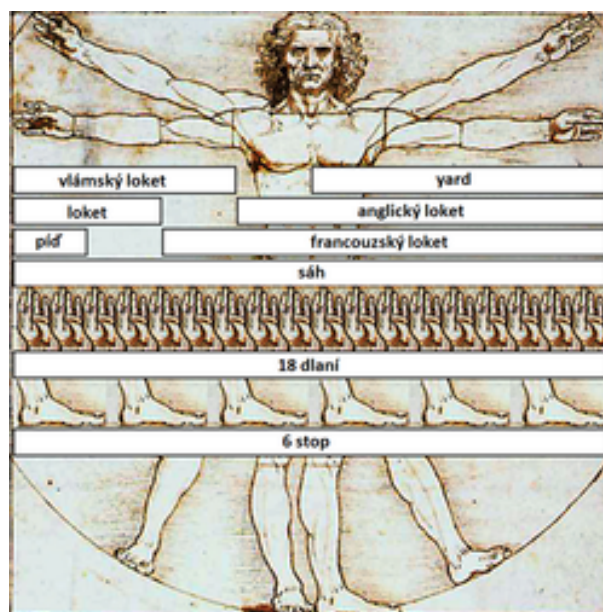
Odpověď:

Oficiální míry naší třídy:

Palec

Stopa

Loket



Tabulka s některými staršími jednotkami objemu užívaných v českých zemích

Bečka	70 až 100 l
Čber	Za Karla IV. 31 l, později až 79 l
Čberník	~ 8 l
Čiška	~ 1,5 l
Flaška	5,812 nebo 3,875 l
Holba	neurčitá j. asi ½ pinty (na Slovensku 0,8333 l)
Hrnc	Neurčitá j., asi 1,2 l
Kbel	Neurčitá j., odhadnuta na 71,5 l
Měřice	61,49 l, na Moravě 53,55 l, později i 70,6 l
Měřička	5,812 l
Pinta	1,938 l, od r. 1764 1,910 l
Polouvozí	744 l
Přehršle	neurčitá j. – obsah spojených dlaní - ~ 0,5 l
Soudek	11,62 l
Škopek	15,5 l
Vědro	47 l až 78 l podle období
Věrtel	23,25 l
Vůz	1 488 l
Žejdlík	0,4844 l