UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Anna Kotková

3. ročník – prezenční studium

Obor: Matematika se zaměřením na vzdělávání a fyzika

Zobrazení základních útvarů v Mongeově promítání

Bakalářská práce

Vedoucí práce: Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.

Olomouc 2021

Čestné prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracovala samostatně a že jsem použila jen prameny uvedené v seznamu literatury.

V Olomouci

……………………..

podpis

Anna Kotková

Poděkování

Ráda bych poděkovala své vedoucí bakalářské práce Mgr. Jitce Hodaňové, PhD. Za cenné rady, připomínky a podněty při konzultacích a za celkové vedení při vytváření práce.

Obsah

Úvod

Tématem mé bakalářské práce je zobrazení základních útvarů v Mongeově promítání. Práci jsem rozdělila na dvě části, a to na část teoretickou a praktickou.

V teoretické části nejprve zmiňuji samotného Gasparda Mongea, jeho život a díla. Gaspard Monge je považován za zakladatele deskriptivní geometrie, ale zasahoval i do jiných oborů, jako je chemie nebo fyzika. Protože byl Gaspard Monge velmi talentovaný, tak se dokázal dostat tam, kam by se normální chlapec nízkého původu nedostal.

V další kapitole se zabývám tím, jak sestrojit obraz základních útvarů v Mongeově promítání. Začínám zobrazením bodu, které vede k zobrazení přímek a úseček. V Mongeově promítání promítáme na dvě k sobě kolmé průmětny. Obraz v první průmětně ukazuje obraz tělesa při pohledu shora a druhý průmět objektu nám ukazuje, jak těleso vypadá při pohledu zepředu. Těleso se nám ne vždy zobrazuje ve skutečné velikosti. Abychom tedy získali skutečnou velikost útvaru, využíváme sklápění promítací roviny (je-li rovina kolmá k průmětně) resp. otáčení roviny do průmětny (je-li rovina vzhledem k průmětně v obecné poloze). V konstrukcích je důležitá vzájemná poloha přímek. Přímky mohou být rovnoběžné, různoběžné nebo mimoběžné. Lze také sestrojit skutečnou velikost úhlu, který přímky svírají.

V další kapitole už se zabývám rovinami a jejich stopami a odchylkami. V rovinách můžeme sestrojit hlavní a spádové přímky, kterých je nekonečně mnoho. Tyto přímky mají velké využití při řešení konstrukcí objektů v rovině.

V praktické části už se věnuji základním konstrukcím, které jsem sestrojila pomocí programu GeoGebra. Příklady byly stále obtížnější, ale funkce programu GeoGebra mi pomáhaly realizovat náročnější konstrukce.

V poslední kapitole jsem se věnovala výzkumu. Sbírala jsem data o tom, do jaké míry je na středních školách vyučována deskriptivní geometrie. Dotazník jsem rozeslala celkem na sto škol a z několika málo odpovědí od škol jsem informativně vyhodnotila, jak moc se školy výuce deskriptivní geometrie věnují.

Cílem mé bakalářské práce je seznámit se s problematikou další zobrazovací metody, neboť jsem dosud znala pouze kótované promítání.

Teoretická část

1 Gaspard Monge

Gaspard Monge (1746-1818) francouzský matematik, který se narodil ve městě Beaune. Byl synem obchodníka, který se později živil jako brusič nožů. Měl tedy nízký původ a v té době bylo těžké s nízkým původem dosáhnout vysokého vzdělání.

Ve škole velmi vynikal, učitelé ho nazývali „puer aureus“, tedy v překladu zlatý chlapec. Byl velmi talentový, už v šestnácti letech působil v Lyonu jako učitel fyziky. Po návratu z Lyonu vytvořil plán města Beaune pomocí svých užitečných přístrojů. Díky tomuto plánu mu jeden z vyšších důstojníků zařídil studium na významné škole v Mézières.

Protože měl nízký původ nemohl studovat se studenty ze šlechtických rodin, studoval tedy pouze na nižším praktickém oddělení. Studenti této třídy se učili základní konstrukce ze dřeva a kamene. Své modely konstrukcí vytvářeli u mokré sádry, francozsky „plâtre gaché“, z čehož byla odvozena přezdívka pro studenty nižší třídy „la gache“, v překladu „zednická lžíce“. Monge měl na škole vynikající výsledky.

V devatenácti letech začal Monge na této škole učit žáky ze šlechtických rodin. Na toto místo se dostal díky svým výsledkům, ale hlavně díky jeho geometrickému řešení, tzv „defilé pevnosti“. Tuto metodu lze využít při tesařských a kamenických pracích při stavění krovů a klenb. Tato metoda zjednodušila, zdokonalila i urychlila práci projektantů. Protože byla metoda převratná začala se vyučovat na škole v Mézières.

Ve dvacetidvou letech se Gaspard Monge stal profesorem matematiky a o tři roky později i profesorem fyziky. Byl také jmenován profesorem hydrauliky. Vyučoval i v Paříži v Louvru, tedy půl roku vyučoval v Mézières a půl roku v Paříži. V roce 1783 nastoupil na místo examinátora námořního dorostu a opustil školu v Mézières. V roce 1789 vypukla první revoluce, ale ještě před vypuknutím vydal svoje dílo „Traité élémentaire de statique“, v překladu „Základní pojednání o statice“.

Po vypuknutí revoluce se Monge postavil na stranu revoluce. Nejprve se stal komisařem, avšak po sesazení královské moci 1792 se stal ministr námořnictví. V roce 1793 opustil místo ministra námořnictví a věnoval se zlepšování obrany země.

Roku 1794 byla založena škola École normale, kde se vyučovalo učitelství. Vyučoval zde i Gaspard Monge a poprvé zde i vysvětloval svoji deskriptivní geometrii, kterou do té doby vyučoval pouze na škole v Mézières. Dále byla založena škola École polytechnique v Paříži, kde byl Monge navržen na funkci prezidenta školy, ale odmítl a místo sebe navrhl Josefa Louise Lagrangera. Monge zde vyučoval deskriptivní geometrii, fyziku a stereometrii. Tuto školu bránil i před velikým Napoleonem Bonaparte.

Gaspard Monge a Napoleon Bonaparte se znali od roku 1796. Seznámili se v Itálii, kde měl Monge vybrat sochy a obrazy pro Francii jako válečnou kontribuci. Monge a Bonaparte byli přátelé, vydali se spolu do Egypta, odtud si Napoleon přivezl slavnou Rossetskou desku, která pomohla při vyluštění hieroglifů.

Gaspard Monge převážně publikoval o matematice a fyzice, ale zabýval se i chemií, vojenstvím a politikou. Spolupracoval na knize, která se zabývala výrobou železa. Publikoval dílo o výrobě děl, což zasahovalo do jeho zájmu o vojenství. Psal i politické články a zprávy, převážně v době, kdy byl jmenován senátorem, do této funkce ho jmenoval sám Napoleon Bonaparte.

Nejznámější dála Gasparda Monge jsou samozřejmě z jeho hlavních oborů, tedy matematiky a fyziky. Z fyziky například napsal knihu „Traité élémentaire de statique“, v překladu Učebnice základů statiky. Z matematiky napsal „Application de l’algèbre à la géométrie“, tedy Aplikace algebry v matematice. Nejznámější je ale díky svému dílu „Géométrie descriptive“, v překladu Deskriptivní geometrie. Podle tohoto díla je Monge nazýván jako „zakladatelem deskriptivní geometrie“ nebo také „otec deskriptivní geometrie“.

Kniha Géométrie descriptive je sestavena ze zápisků z přednášek a doplněné o ilustrace. Zápisky byly nejdříve vydávány v časopise Journal des Écoles normales a poté byly vydány knižně. Kniha byla vydána až patnáct let poté, co baly vytvořena, protože byla vládou označena jako vojenské tajemství, Monge ji směl vyučovat pouze na škole Mézières.

V této době se využívalo perspektivní promítání, rovnoběžné promítání a projektivní geometrie. Mongeova metoda byla první, která využívala promítání na dvě průmětny. Velmi to pomohlo v představivostí, už nebylo potřeba si vytvářet sádrové modely, protože vše bylo možné řešit na papíře. Velmi se tedy zjednodušila i urychlila práce.

2 Úvod do deskriptivní geometrie

Deskriptivní geometrie se zabývá zobrazováním útvarů v prostoru, které se promítnou na určitou plochu (rovinu). Gaspard Monge definoval deskriptivní geometrii jako: *„…umění znázornit na listu papíru, jenž má jen dvojí rozměr, trojrozměrné předměty tak, aby je bylo možno přesně určit…“.* [1] Deskriptivní geometrie tedy popisuje, jak zobrazit trojrozměrné předměty na dvojrozměrnou rovinu, aby bylo jednoznačné a přehledné. Deskriptivní geometrie je spíše technická věda. Využívá se v technických aplikacích, protože umožňuje technikům porozumět zobrazeným objektům.

Druhy promítání

Středové promítání – je promítání, kdy promítací paprsky prochází jedním bodem.

Rovnoběžné promítání – je promítání, kde jsou promítací paprsky navzájem rovnoběžné.

Pravoúhlé promítání – je promítání, kde jsou přímky kolmé k průmětně (Mongeovo promítání).

Kosoúhlé promítání – je promítání, kde paprsky svírají s průmětnou úhel (různý od pravého úhlu).

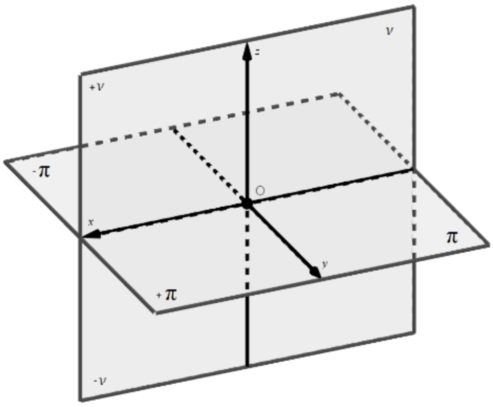
[1] KŘIVSKÝ, Petr, KUDĚLKA, Michal, KVAČEK, Robert a SKŘIVAN, Aleš. *Věk starý a nový: dějiny, kultura, život Evropy v 17. a 18. století : pro čtenáře od 13 let*. Praha: Albatros, 1987. s. 175. Cit: [21.01.21] Dostupné také z: https://ndk.cz/uuid/uuid:904cc290-17a1-11e3-84ec-5ef3fc9bb22f

3 Pravoúhlé promítání na dvě průmětny

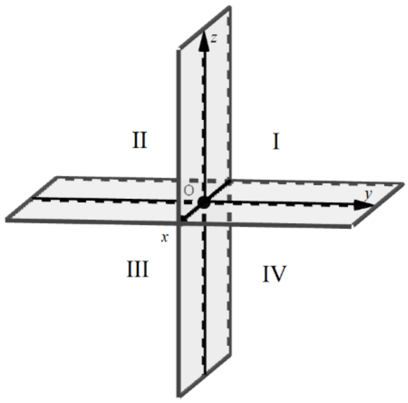
Prostorové úlohy z geometrie můžeme řešit pomocí pravoúhlého promítání na dvě nebo více průměten. Gaspard Monge sdružil dvě průmětny k sobě kolmé, dříve se průměty studovaly jednotlivě, proto se pravoúhlému promítání na dvě průmětny, které jsou k sobě kolmé říká Mongeovo promítání (projekce). Jde tedy o zobrazení trojrozměrných útvarů na dvojrozměrnou nákresnu.

Základní pojmy

První průmětna je vodorovná a je označována podobně jako v kótovaném promítání řeckým písmenem π. Druhá průmětna je kolmá k první průmětně, je tedy svislá a je označována písmenem ν (Obrázek 3.a).



Obrázek 3.a: Promítací průmětny



Obrázek 3.b: Kvadranty rozdělené průmětnami

- Průmětna π je nazývána půdorysna
- Průmětna ν je nazývána nárysna
- Osa x je průsečnice půdorysny a nárysny, kladná poloosa je vlevo, je označována jako základnice, rozděluje průměty na poloroviny
- Osa y leží v půdorysně, kladná poloosa je vepředu
- Osa z leží v nárysně, kladná poloosa je nahoře

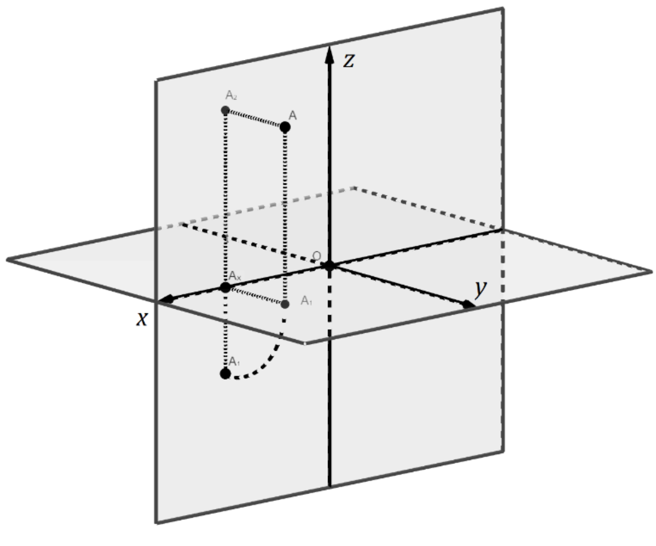
Poloroviny se označují znaménky ve shodě s orientací (Obrázek 3.a). Průmětny rozdělují prostor na čtyři kvadranty, které se označují římskými čísly I, II, III a IV (Obrázek 3.b).

- Prostor na půdorysnou π a před nárysnou ν je první kvadrant I, zde je y-ová a z-ová souřadnice kladná.
- Prostor, který je nad půdorysnou π a za nárysnou ν je označován jako druhý kvadrant II, v tomto kvadrantu je y-ová souřadnice záporná a z-ová souřadnice je kladná.
- Prostor, který je pod půdorysnou π a za nárysnou ν je třetí kvadrant III, kde je y-ová a z-ová souřadnice záporná.
- Prostor, který se nachází pod půdorysnou π a před nárysnou ν se označuje jako čtvrtý kvadrant IV, z-ová souřadnice je tady záporná a y-ová souřadnice je kladná.

3.1 Zobrazení bodu

Pokud chceme zobrazit bod A, vedeme jím dva promítací paprsky (přímky). První přímka je kolmá k půdorysně, průsečík této přímky s půdorysnou označíme A_1 a nazýváme ho první průmět bodu (půdorys bodu A). Druhá přímka je kolmá k nárysně, průsečík této přímky s nárysnou označíme A_2 a nazýváme ho druhý průmět bodu (nárys bodu A). První průmět bodu odpovídá v kótované promítání pohledu shora a druhý průmět bodu odpovídá pohledu zepředu.

Průměty zobrazujeme v jedné rovině, proto musíme půdorysnu otočit o 90° kolem osy x do nárysny, tedy polorovina $+\pi$ spline s polorovinou$-\nu$ a polorovina - π spline s polorovinou $+\nu$. Splynutí dvou rovin se nazývá sdružení průměten, Když spojíme půdorys A_1 (který nyní leží na rovině nárysny) a nárys A_2 získáme přímku, která je kolmá na osu x a nazývá se ordinála. Ordinálu pro větší přehlednost kreslíme čárkovanou čarou (Obrázek 3.1).



Obrázek 3.1: Průměty bodu

Souřadnice bodu určují, v jakém kvadrantu se bod nachází.

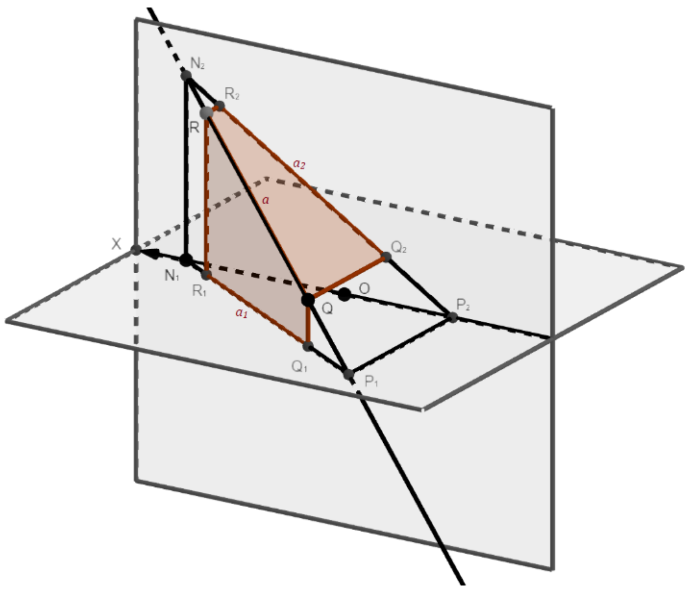
- *x*-ová souřadnice určuje vzdálenost od počátku *O,* kladné souřadnice značíme vlevo a záporné souřadnice značíme vpravo (protože používáme pravotočivou soustavu, pro levotočivou by to bylo naopak)
- *y*-ová souřadnice určuje vzdálenost půdorysu A_1 od osy *x*, kladné souřadnice značíme pod osu *x* a záporné souřadnice značíme nad osu *x*.
- *z*-ová souřadnice určuje vzdálenost nárysu A_2 od osy x, kladné souřadnice značíme nad osu *x* a záporné značíme pod osu *x*.

3.2 Sdružené obrazy přímky. Úsečka

Body zobrazíme na průmětny pomocí promítacích přímek. Přímky zobrazíme podobně jako body, a to pomocí promítacích rovin. Promítací roviny prochází přímkou a jsou kolmé k průmětnám.

Pro sestrojení prvního průmětu přímky povedeme každým jejím bodem kolmici k půdorysně, množinou všech těchto kolmic je první promítací rovina 1κa přímky. Průsečíkem půdorysny a roviny vznikne první průmět přímky a neboli průsečnice a_2.

Pro sestrojení druhého průmětu přímky povedeme každým jejím bodem kolmici k nárysně, množinou všech těchto kolmic je druhá promítací rovina 2κa přímky. Průsečíkem nárysny a roviny 1κa vznikne druhý průmět přímky a neboli průsečnice a_2 (Obrázek 3.2.a).



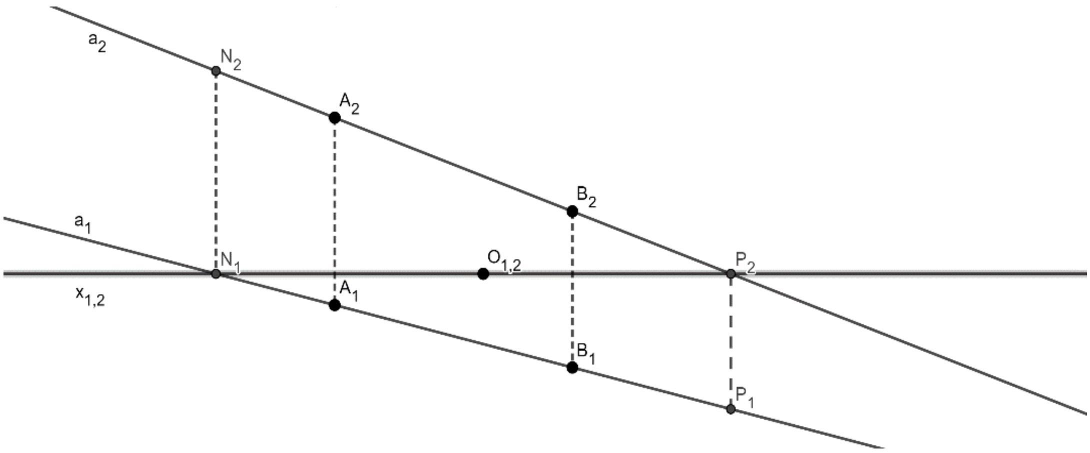
Obrázek 3.2.a: Průměty přímky

Stopníky přímky

Stopníky přímky jsou body, kde přímka protíná průmětny.

- Půdorysný stopník *P* - průsečík přímky s půdorysnou
- Nárysný stopník *N* - průsečík přímky s nárysnou

Stopník *P* leží v půdorysně a zapisujeme ho jako P_1, jeho nárys P_2 leží na ose $x_{1,2}$, protože jeho *z*-ová souřadnice je rovna nule. Stopník *N* leží v nárysně a značíme ho jako N_2, jeho půdorys N_1 leží na ose $x_{1,2}$, neboť jeho *y*-ová souřadnice je rovna nule. Pomocí těchto vlastností je potom jednoduché stopníky najít (Obrázek 3.2.b).



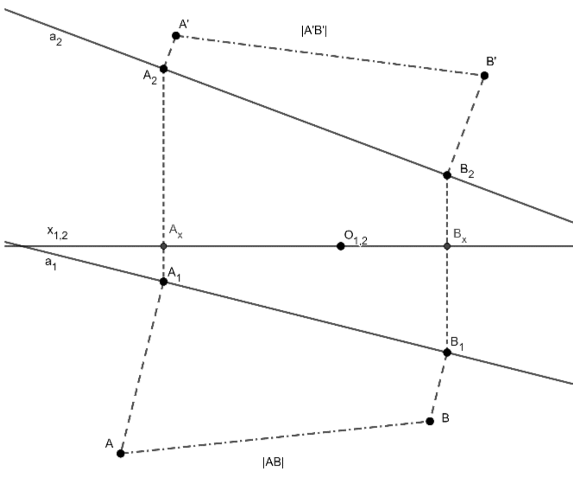
Obrázek 3.2.b: Určení stopníků přímky

Skutečná délka úsečky a odchylka

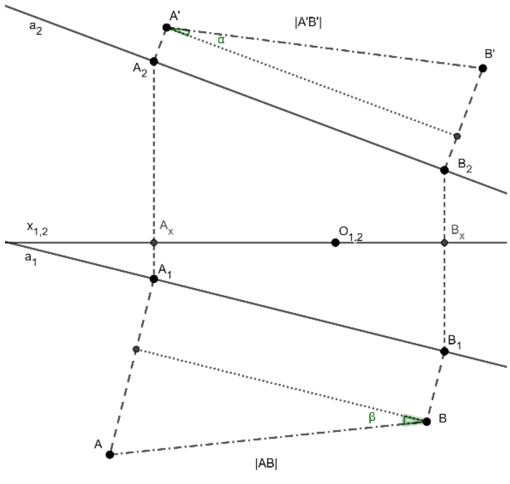
Abychom určili skutečnou délku úsečky sklopíme promítací roviny přímky do průmětny. Ke skutečné délce tedy můžeme dojít dvěma podobnými způsoby. V obou případech získáme při sklopení promítací roviny délku úsečky *AB* (Obrázek 3.2.c).

- První možnost je sklopit promítací přímku do půdorysny pomocí *z*-ových souřadnic bodů (*A*, *B*) přímky, tyto délky získáme z nárysny (jedná o vzdálenost nárysu (A_2, B_2) od *x*-ové osy).
- Druhou podobnou možností je sklopit promítací přímku do nárysny pomocí *y*-ových souřadnic bodů přímky, tyto délky získáme z půdorysny (vzdálenost půdorysu (A_1, B_1) od *x*-ové osy).

Když sklopíme přímku do půdorysny určíme současně i odchylku α přímky od půdorysny. Při sklopení přímky do nárysny získáme i odchylku β přímky od nárysny (Obrázek 3.2.d).

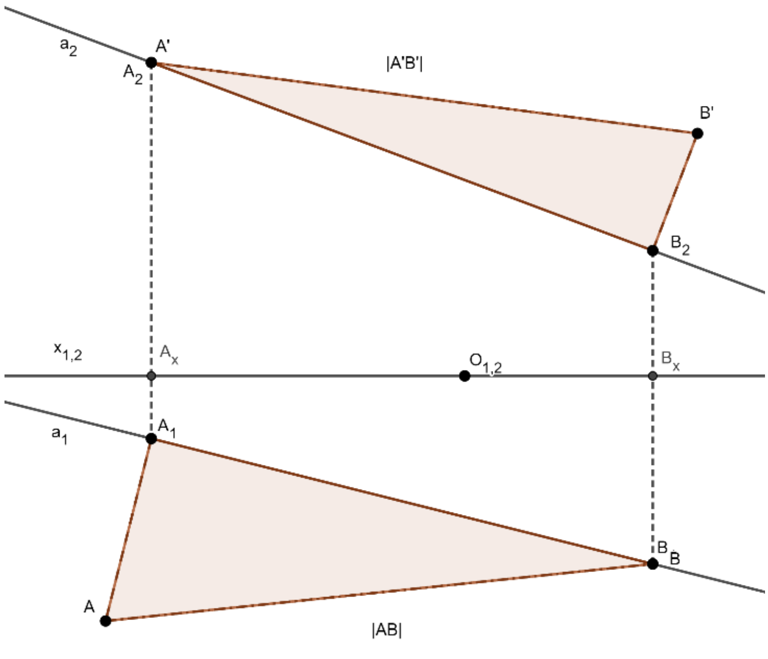


Obrázek 3.2.c: Zobrazení délky úsečky



Obrázek 3.2.d: Odchylky od průměten

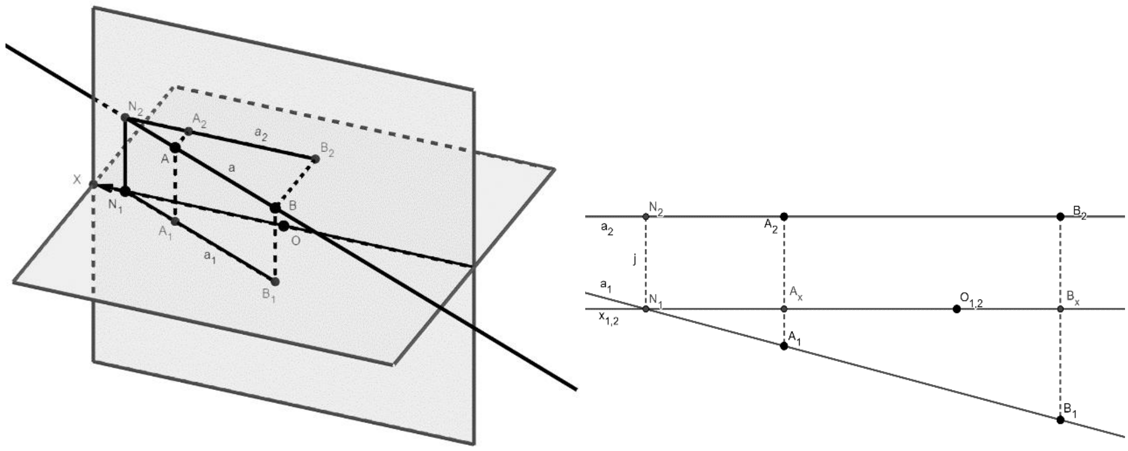
Na Obrázku 3.2.c můžeme vidět pravoúhlé lichoběžníky A_1B_1BA a A_2B_2BA, těmto lichoběžníkům se říká promítací lichoběžníky úsečky AB. K určení skutečné délky úsečky nám stačí sklopit rozdílový trojúhelník (Obrázek 3.2.e).



Obrázek 3.2.e: Rozdílové trojúhelníky

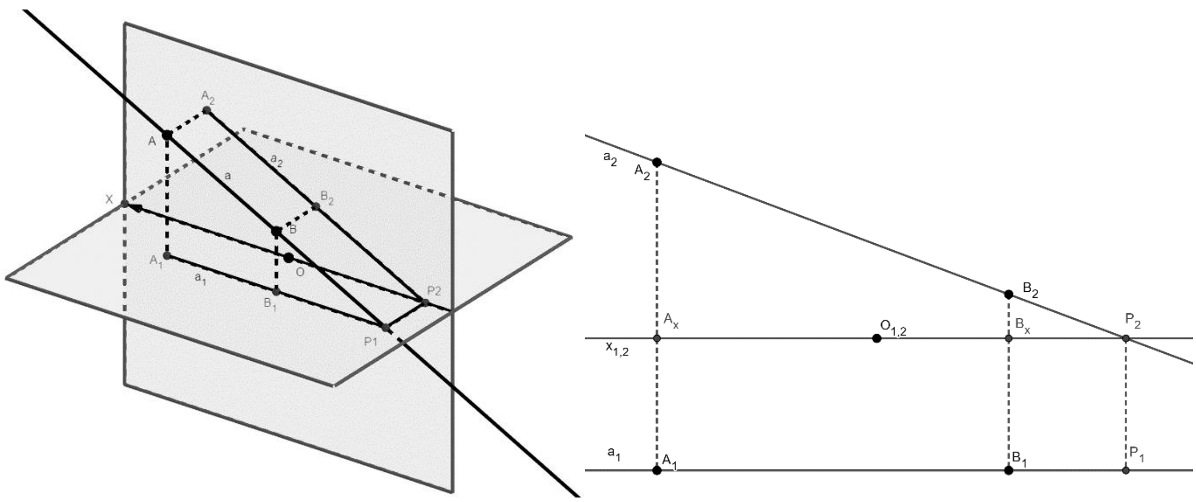
3.3 Přímka ve zvláštních polohách k průmětnám nebo k ose x

Přímka rovnoběžná s půdorysnou (horizontální přímka) (Obrázek 3.3.a) – půdorys přímky je s osou *x* různoběžný, ale nárys přímky je s osou *x* rovnoběžný. Odchylka přímky od půdorysny je 0° a odchylku přímky od nárysny můžeme vidět bez jakéhokoliv sklápění v půdorysu, tedy i skutečná délka úsečky se promítá do půdorysny.



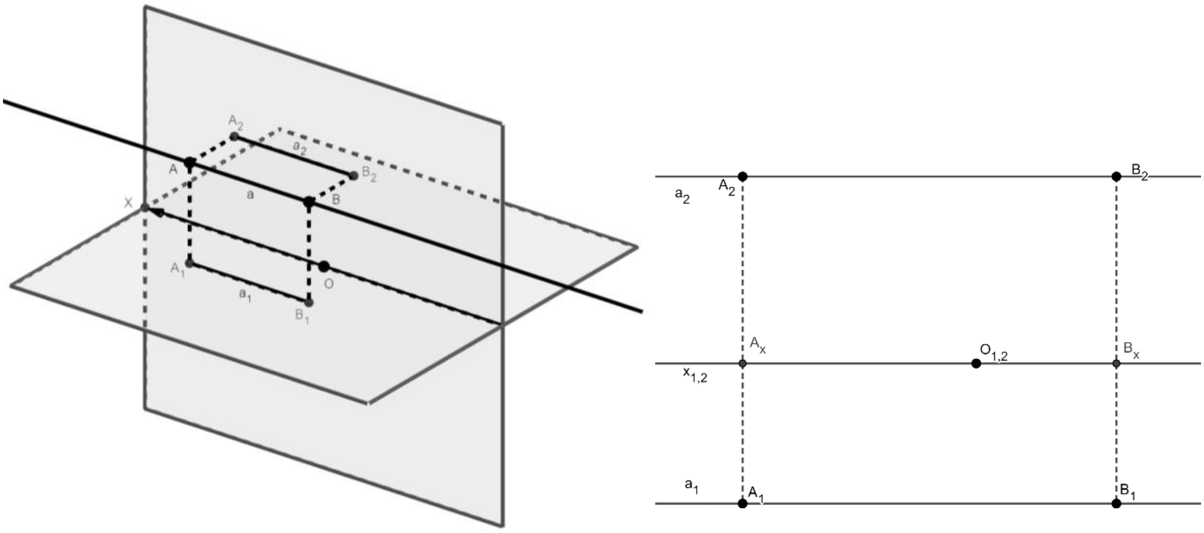
Obrázek 3.3.a: přímka rovnoběžná s půdorysnou

Přímka rovnoběžná s nárysnou (frontální přímka) (Obrázek 3.3.b) – nárys přímky je s osou *x* různoběžný, ale půdorys přímky je s osou *x* rovnoběžný. Odchylka přímky od nárysny je 0° a odchylku přímky od půdorysny můžeme vidět v nárysu. Skutečná délka úsečky se pomítá do nárysny.



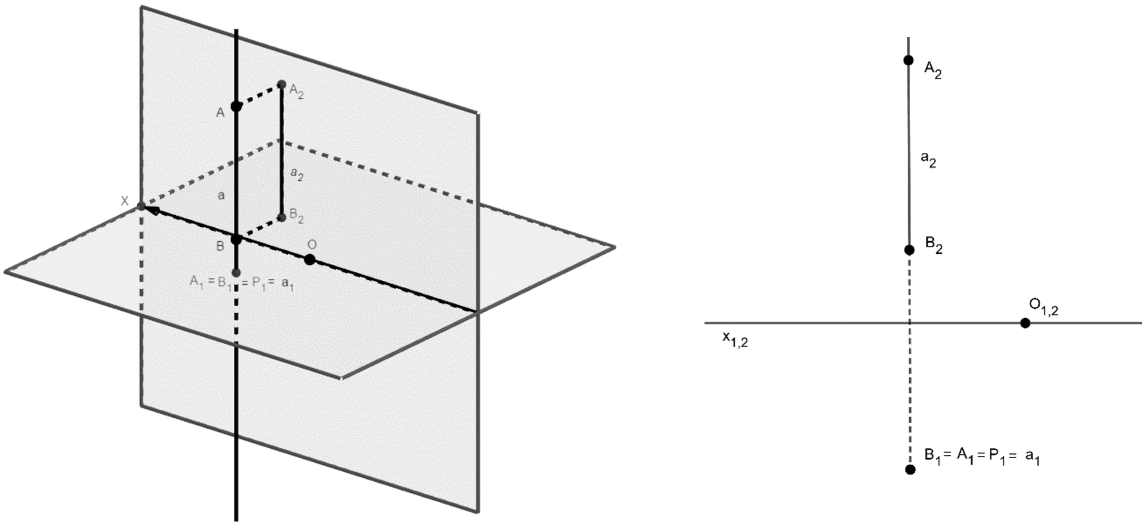
Obrázek 3.3.b: přímka rovnoběžná s nárysnou

Přímka rovnoběžná s osou (Obrázek 3.3.c) – půdorys přímky i nárys přímky je rovnoběžný s osou *x*. Odchylka přímky od obou průmĕten je 0°, tedy úsečka se do obou průmĕten promítá ve skutečné velikosti.



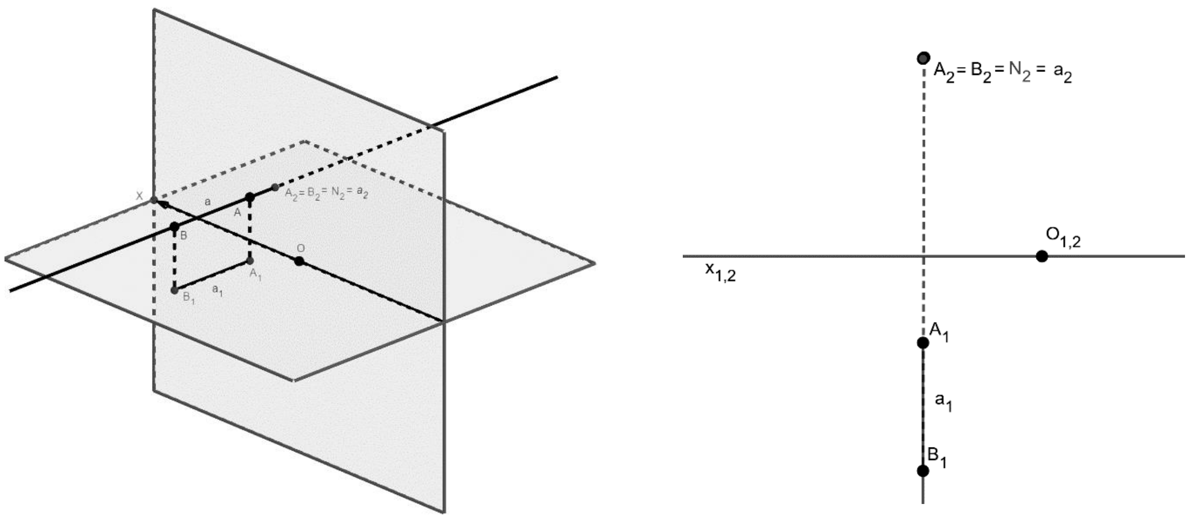
Obrázek 3.3.c: přímka rovnoběžná s osou

Přímka kolmá k půdorysnĕ (Obrázek 3.3.d) – půdorysem přímky je bod a nárysem přímky je přímka, která je kolmá k ose *x* a současnĕ leží na ordinále. Odchylka přímky od půdorysny je 90°a odchylka přímky od nárysny je 0°. Přímka je tedy rovnoběžná s nárysnou.



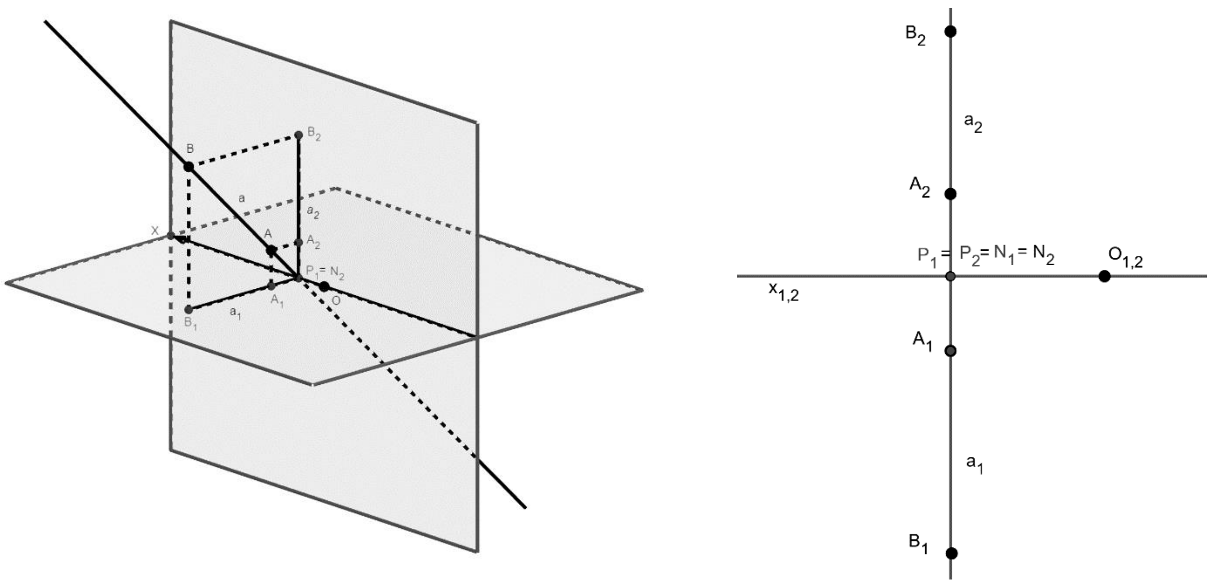
Obrázek 3.3.d: přímka kolmá k půdorysnĕ

Přímka kolmá k nárysně (Obrázek 3.3.e) – půdorysem přímky je přímka kolmá k ose *x*, která současně leží na ordinále a nárysem přímky je bod. Odchylka přímky od půdorysny je 0° a odchylka přímky od nárysny je 90°. Přímka je tedy rovnoběžná s půdorysnou.



Obrázek 3.3.e: přímka kolmá k nárysně

Přímka kolmá k ose (Obrázek 3.3.f) – není kolmá k půdorysně ani k nárysně. Půdorys přímky splyne s nárysem přímky v jednu přímku, která je kolmá k ose *x*, obě promítací roviny tedy splynou v jednu rovinu, která je kolmá k ose *x*.



Obrázek 3.3.f: přímka kolmá k ose

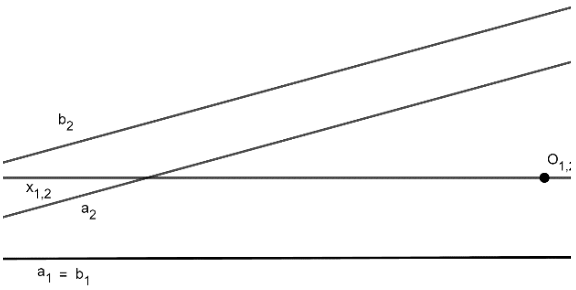
3.4 Zobrazení dvojic přímek

Dvě přímky v prostoru mohou mít vůči sobě čtyři různé polohy. Mohou být mimoběžné, různoběžné, rovnoběžné a totožné, což je speciální případ rovnoběžnosti.

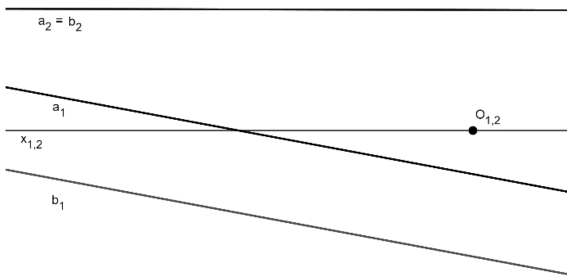
Rovnoběžné přímky

Dvě rovnoběžné přímky leží v jedné rovině, tato rovina může být vzhledem k průmětnám v obecné poloze nebo může být kolmá k některé z průměten. Pokud jsou dvě přímky rovnoběžné v prostoru jsou rovnoběžné i jejich průměty, tedy rovnoběžnost se v promítání zachovává.

Při promítání rovnoběžných přímek mohou nastat různé případy. Přímky mohou v první promítací rovině splynout, tedy půdorysem těchto přímek jsou splývající přímky (Obrázek 3.4.a). Stejně tak mohou splynout v druhé promítací rovině, tedy nárysem těchto přímek jsou splývající přímky (Obrázek 3.4.b).

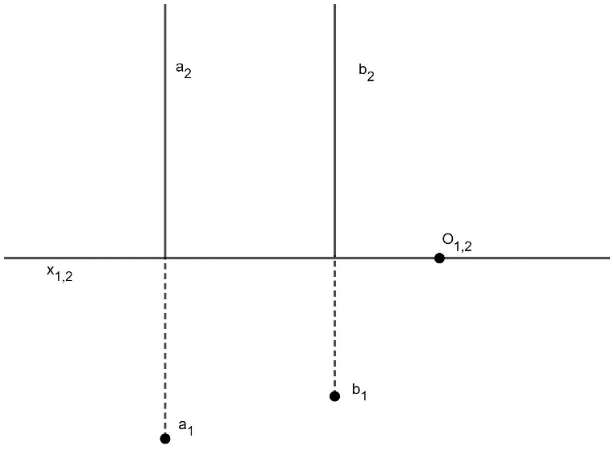


Obrázek 3.4.a: rovnoběžky splývající v půdorysně

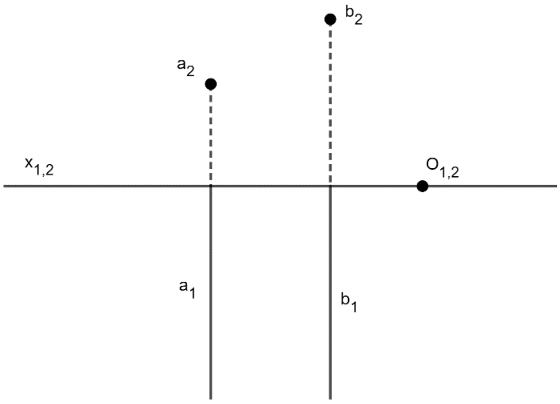


Obrázek 3.4.b: rovnoběžky splývající v nárysně

Přímky mohou být kolmé k půdorysně, v tomto případě se v půdorysu zobrazí dva body a v nárysu dvě rovnoběžné přímky (Obrázek 3.4.c). Mohou být i kolmé k nárysně, tedy se v nárysně zobrazí jako dva body a půdorysně jako dvě rovnoběžné přímky (Obrázek 3.4.d). Speciálním případem rovnoběžných přímek jsou přímky splývající, tyto přímky mají všechny body společné. V nárysně i v půdorysně přímky splývají.



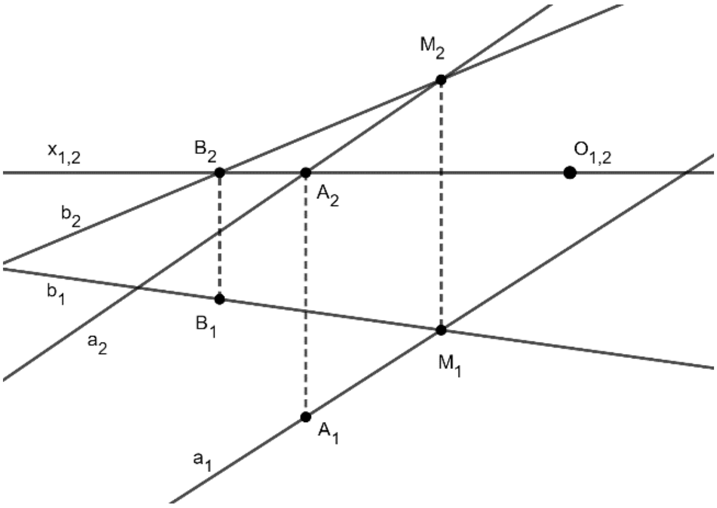
Obrázek 3.4.c: rovnoběžky kolmé k půdorysně



Obrázek 3.4.d: rovnoběžky kolmé k nárysně

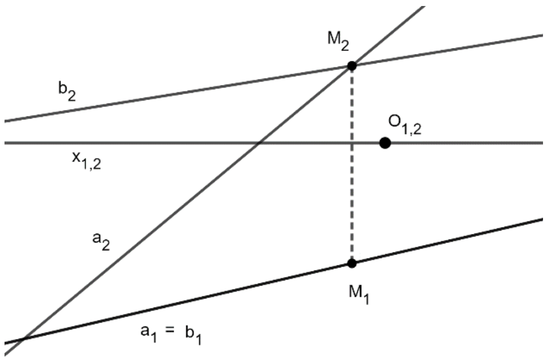
Různoběžné přímky

Dvě různoběžné přímky leží v jedné rovině, tato roviny může bát vzhledem k průmětnám v obecné poloze nebo může být kolmá k jedné z průměten. Pokud je rovina v obecné poloze vůči průmětnám, potom jsou i průměty přímek různoběžné a průsečík průmětů přímek je průmětem jejich průsečíku v prostoru. Můžeme tedy vidět že průmět průsečíku v nárysně a v půdorysně leží na ordinále (Obrázek 3.4.e).

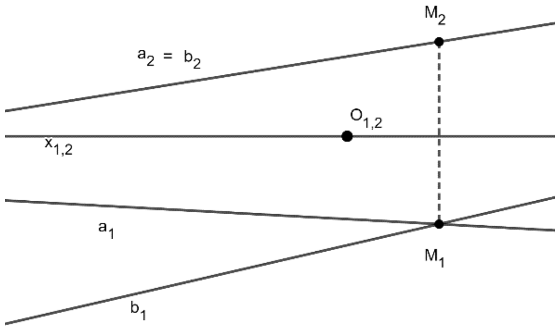


Obrázek 3.4.e: různoběžky v obecné rovině k průmětnám

V případě, že je rovina kolmá k půdorysně, pak se přímky promítnou do půdorysny jako splývající přímky a do nárysny jako různoběžky (Obrázek 3.4.f). Když je rovina kolmá na nárysnu, pak se přímky promítnou do nárysny jako splývající přímky a do půdorysny jako různoběžky (Obrázek 3.4.g).

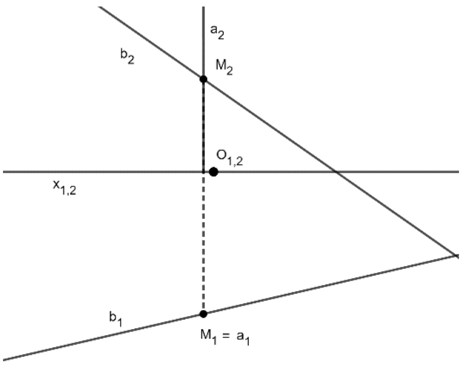


Obrázek 3.4.f: různoběžky v rovině kolmé k půdorysně

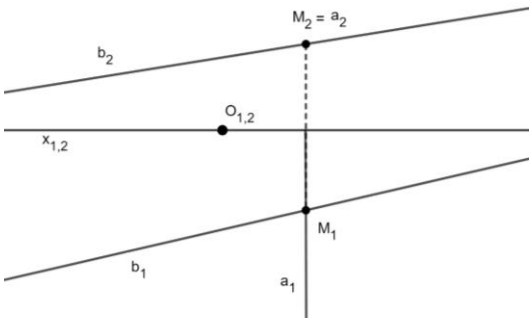


Obrázek 3.4.g: různoběžky v rovině kolmé k nárysně

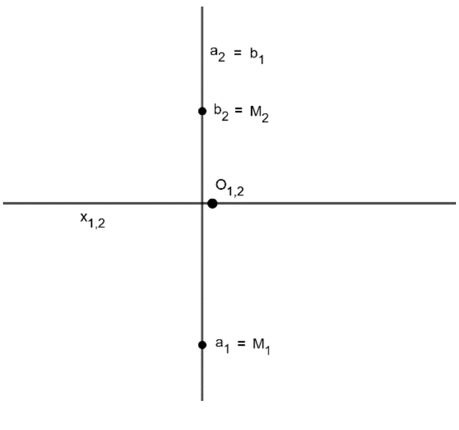
Existují i případy, kdy je jedna z různoběžek kolmá k půdorysně, potom je půdorysem této přímky bod, který leží na půdorysu druhé přímky (Obrázek 3.4.h) a tedy může nastat i případ, kdy je jedna z různoběžek kolmá k nárysně, a tedy její nárys je vyobrazen jako bod na druhé přímce (Obrázek 3.4.i). Speciálně může nastat případ, kdy je jedna přímka kolmá k nárysně a druhá k půdorysně (Obrázek 3.4.j).



Obrázek 3.4.h: různoběžka kolmá k půdorysně



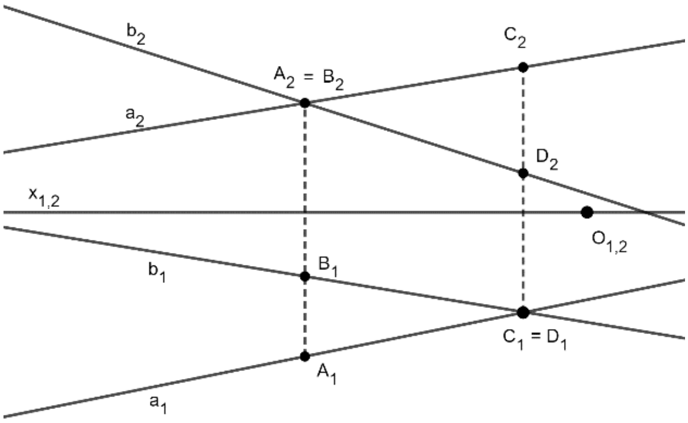
Obrázek 3.4.i: různoběžka kolmá k nárysně



Obrázek 2.7.j: různoběžky, každá kolmá k jedné z průměten

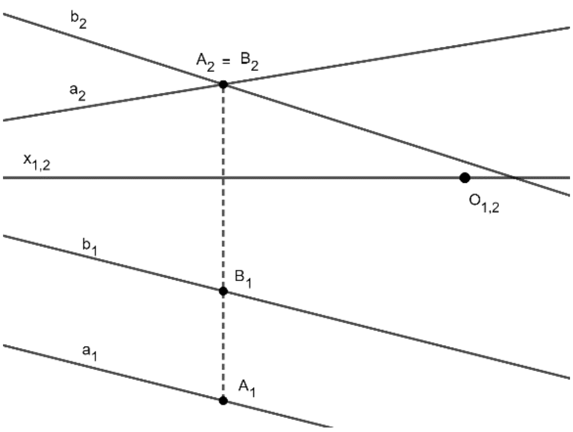
Mimoběžné přímky

Mimoběžné přímky jsou přímky, které nemají žádný společný bod a neleží na stejné rovině. Pokud jsou jejich nárysem i půdorysem dvě různoběžky, tak jejich průsečíky neleží na stejné ordinále, těmto průsečíkům se říká krycí body. Tyto body mají význam při určování viditelnosti, které využíváme při zobrazování těles. Viditelný je tedy ten bod, který má větší z-ovou souřadnici. Pokud jsou přímky v obecné poloze, můžeme vidět, že průsečík v nárysně a průsečík v půdorysně neleží na ordinále (Obrázek 3.4.k).

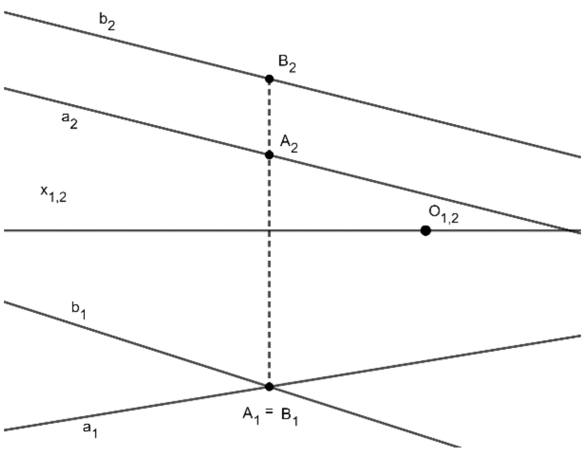


Obrázek 3.4.k: mimoběžky v obecné rovině k průmětnám

Opět může nastat několik příkladů při promítání přímek do průměten. Přímky se mohou zobrazit do půdorysny rovnoběžně a do nárysny jako různoběžky (Obrázek 3.4.l) nebo naopak se mohou zobrazit jako rovnoběžky do nárysny a do půdorysny jako různoběžky (Obrázek 3.4.m).

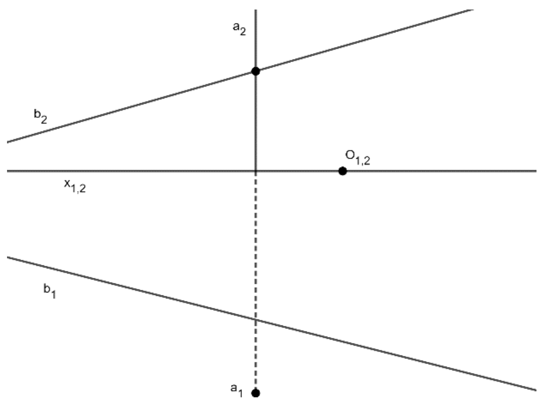


Obrázek 3.4.l: mimoběžky zobrazeny rovnoběžně v průmětně

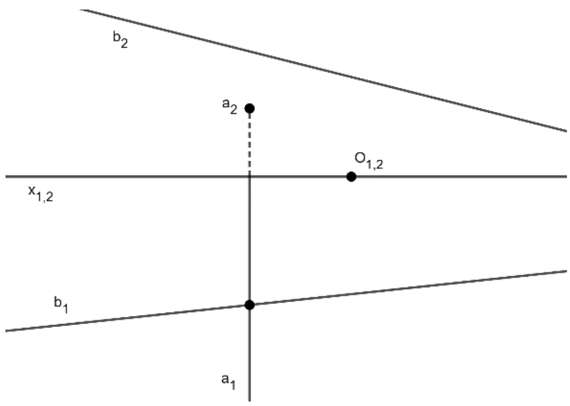


Obrázek 3.4.m: mimoběžky zobrazeny rovnoběžně v nárysně

Dále může být jedna z mimoběžek kolmá k půdorysně, potom se do půdorysny zobrazí jako bod, který neleží na druhé přímce (Obrázek 3.4.n) a také může být jedna z mimoběžek kolmá k nárysně a je tedy v nárysně zobrazena jako bod, který neleží na druhé mimoběžce (Obrázek 3.4.o).

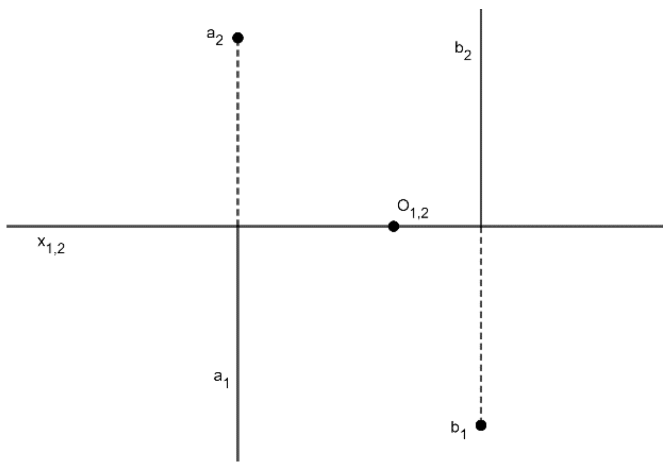


Obrázek 3.4.n: mimoběžky, kde je jedna kolmá k půdorysně



Obrázek 3.4.o: mimoběžky, kde je jedna kolmá k nárysně

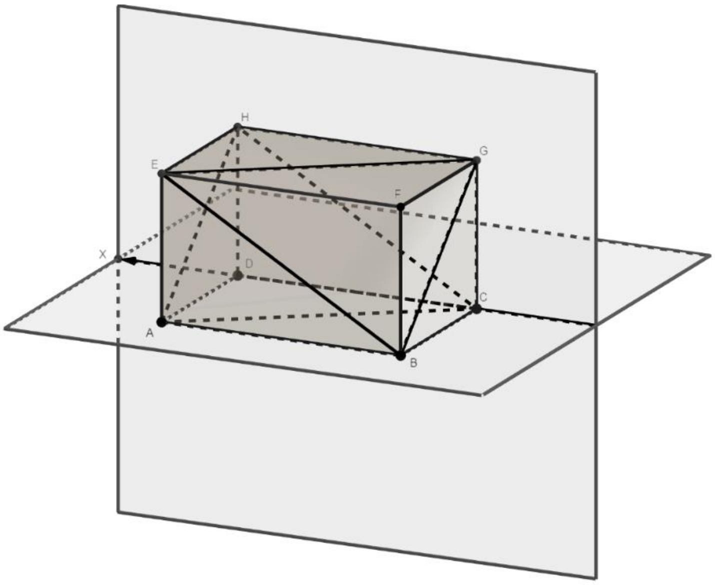
Speciálně může nastat případ, kdy je jedna z mimoběžek kolmá k půdorysně a druhá mimoběžka je kolmá k nárysně (Obrázek 3.4.p).



Obrázek 3.4.p: mimoběžky, kde je jedna kolmá k nárysně a druhá k půdorysně

3.5 Zobrazení roviny

Rovina může být v obecné poloze (z obrázku 3.5.a rovina *ACH*) nebo ve zvláštní poloze vůči průmětnám, tedy může být kolmá nebo rovnoběžná s některou průmětnou. Půdorysem i nárysem obecné roviny je celá půdorysna i nárysna. Ve zvláštních poloze roviny je půdorysem nebo nárysem pouze přímka. Různé roviny si můžeme představit pomocí kvádru v souřadnicovém systému (Obrázek 3.5.a).



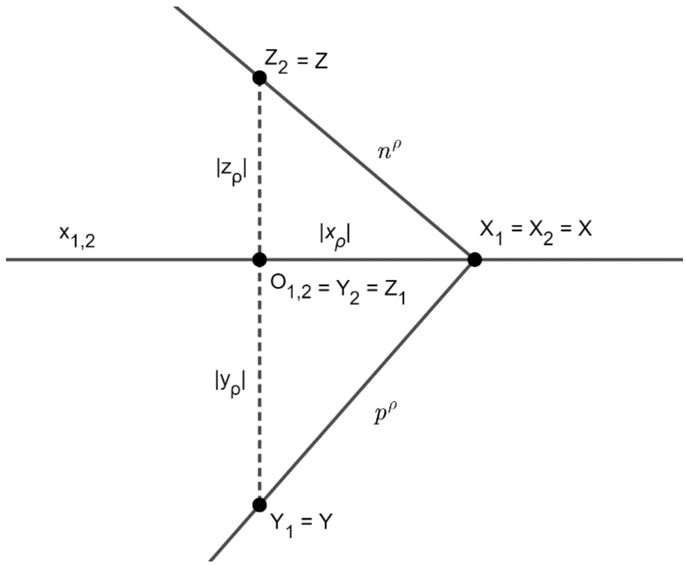
Obrázek 3.5.a: Roviny v souřadnicovém systému

Roviny, které jsou rovnoběžné s některou průmětnou nazýváme hlavními rovinami. Roviny rovnoběžné s půdorysnou nazýváme horizontální hlavní roviny (rovina *EFG*), jejím průmětem do půdorysny je celá půdorysna a průmětem do nárysny je pouze přímka (*GH*). Roviny rovnoběžné s nárysnou nazýváme frontální hlavní roviny (rovina *ABF*), jejím průmětem do půdorysny je přímka (*AB*) a jejím průmětem do nárysny je celá nárysna. Rovina může být i rovnoběžná s osou *x* (rovina *ABG*), kde je průmětem do půdorysny celá půdorysna a průmětem do nárysny je celá nárysna.

Rovina může být kolmá k půdorysně (rovina *ACG*), jejím průmětem do půdorysny je pouze přímka (A*C*) a průmětem do nárysny je celá nárysna. Rovina může být i kolmá k nárysně (rovina *BCH*), jejím půdorysem je celá půdorysna a jejím nárysem je pouze přímka (*CH*). Speciálně může být rovina kolmá k oběma průmětnám (rovina BCG), pak jejím průmětem do půdorysny je pouze přímka (*BC*) a jejím průmětem do nárysny je také pouze přímka (*CG*).

Stopy roviny

Stopy roviny jsou průsečnice roviny s průmětnami. Půdorysná stopa roviny ρ (první stopa roviny) je průsečnice roviny s půdorysnou a značí se p^{ρ}. Nárysná stopa roviny ρ (druhá stopa roviny) je průsečnicí roviny ρ s nárysnou a značí se n^{ρ}. Obě stopy obecné roviny se protínají na ose x. Protože půdorysná stopa obecné roviny leží v půdorysně, tak její půdorys je $p^{\rho}{}_1 = p^{\rho}$ a nárys půdorysné stopy roviny leží na ose $x_{1,2}$. Nárysná stopa obecné roviny tedy leží v nárysně $n^{\rho}{}_2 = n^{\rho}$ a půdorys nárysné stopy roviny leží na ose $x_{1,2}$ (Obrázek 3.5.b).



Obrázek 3.5.b: Stopy roviny

Určení roviny

Rovina ρ (x_{ρ}, y_{ρ}, z_{ρ}) je dána úseky | x_{ρ} |, | y_{ρ} |, | z_{ρ} |, které vytína postupně na osách *x, y a z*. Tedy rovina protíná osu x v bodě X [x_{ρ}; 0; 0], dále protíná osu y v bodě Y [0; y_{ρ}; 0] a osu z v bodě Z [0; 0; z_{ρ}]. Body *X, Y* určují půdorysnou stopu roviny a body *X, Z* určují nárysnou stopu roviny.

Je-li rovina ve zvláštní poloze, tedy pokud je kolmá nebo rovnoběžná s některou z průměten, tak neprotíná souřadnicovou osu. Například pokud je rovina kolmá jen k nárysně, tedy je rovnoběžná s osou y, pak je bod Y v nekonečnu. V případě, že rovina prochází počátkem, tak body *X, Y, Z* splynou v jeden a rovina se určuje podle úhlu, který svírá s kladnou osou x. Pokud rovina prochází osou x je potřeba k jejímu určení ještě bod, který rovině náleží.

Rovinu můžeme určit také podle 3 různých bodů, které neleží na jedné přímce, nebo 2 rovnoběžkami, 2 různoběžkami nebo také přímkou a bodem, který na této přímce neleží.

Přímka a bod v obecné rovině

Když rovina není dána stopami, tak může být dána například dvěma různoběžkami, ze kterých odvodíme další průmět přímky pomocí průsečíků s jinými přímkami.

Přímka a bod v rovině se speciální polohou

Pokud je rovina kolmá k půdorysně, pak je jejím prvním průmětem půdorysná stopa a všechny útvary, které na této rovině leží mají první průmět také na této stopě. Pokud na takovéto rovině známe 1. průmět bodu, nemůžeme z něj určit jeho 2. průmět. Naopak to možné je, tedy pokud známe 2. průmět bodu roviny kolmé k půdorysně, můžeme podle něj určit jeho 1. průmět.

Pokud je rovina kolmá k nárysně, pak je jejím druhým průmětem nárysná stopa, tedy i všechny útvary na této rovině, mají druhý průmět na této stopě. Pokud na takové rovině známe 1. průmět bodu můžeme podle něj určit jeho druhý průmět. Naopak to, ale podobně jako u roviny kolmé k půdorysně, nejde.

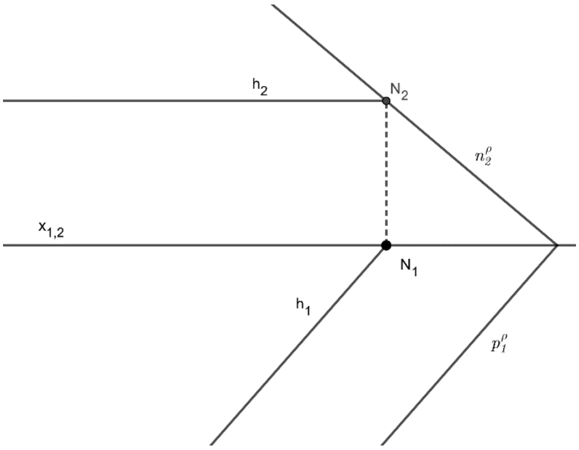
3.6 Hlavní přímky roviny

Stejně jako v kótovaném promítání jsou hlavní přímky významné přímky, které leží v rovině a jsou rovnoběžné s průmětnou, tedy i se stopou roviny. Rovnoběžných přímek je v rovině nekonečně mnoho, neboť, každým bodem roviny můžeme takou přímku vést.

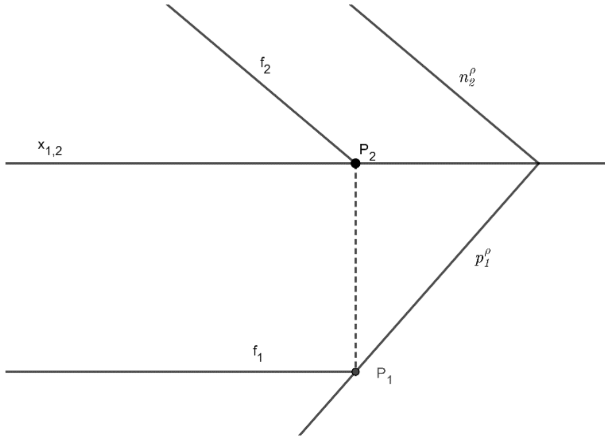
- Hlavním přímkám, které jsou rovnoběžné s půdorysnou říkáme horizontální hlavní přímky, značíme je *h*.
- Hlavním přímkám, které jsou rovnoběžné s nárysnou říkáme frontální hlavní přímky, značíme je *f*.

Hlavní přímky vytváří osnovu, proto horizontální hlavní přímky také nazýváme jako hlavní přímky první osnovy a frontální hlavní přímky nazýváme jako, hlavní přímky druhé osnovy.

Protože jsou horizontální hlavní přímky rovnoběžné s půdorysnou, tak nemají žádný půdorysný stopník, neboť jsou rovnoběžné s půdorysnou stopou roviny. Promítání zachovává rovnoběžnost, tedy platí $h_1 \parallel p_1^\rho \; a \; h_2 \parallel x$ (Obrázek 3.6.a), h_2 může být také pouze bodem. Obdobně pro frontální hlavní přímky platí $f_2 \parallel n_2^\rho \; a \; f_1 \parallel x$ (Obrázek 3.6.b), f_1 může být pouze bodem. Hlavní přímky se využívají k určení zbývajících obrazů bodů ležících v rovině



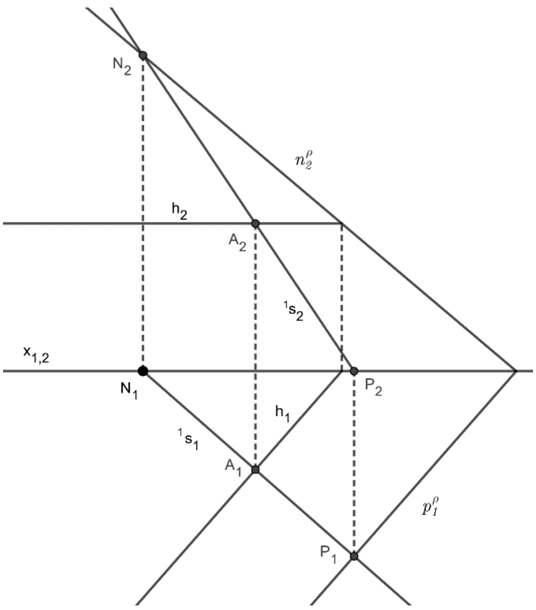
Obrázek 3.6.a: horizontální hlavní přímky



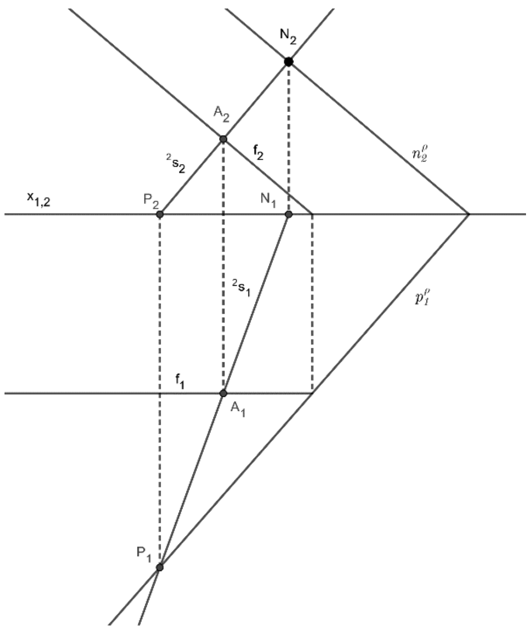
Obrázek 3.6.b: frontální hlavní přímky

3.7 Spádové přímky roviny

Spádové přímky jsou obdobně jako v kótovaném promítání přímky, které jsou kolmé k hlavním přímkám. Spádové přímky první osnovy jsou kolmé na horizontální hlavní přímky i na půdorysnou stopu a značíme je ${}^1s$. Spádové přímky druhé osnovy jsou kolmé na frontální hlavní přímky i na nárysnou stopu a značíme je ${}^2s$. Pro spádové přímky platí ${}^1s_1 \perp h_1$, také ${}^1s_1 \perp p_1^\rho$ (Obrázek 3.7.a) a ${}^2s_2 \perp f_2$, také ${}^2s_2 \perp n_2^\rho$(Obrázek 3.7.b).



Obrázek 3.7.a: Spádové přímky první osnovy

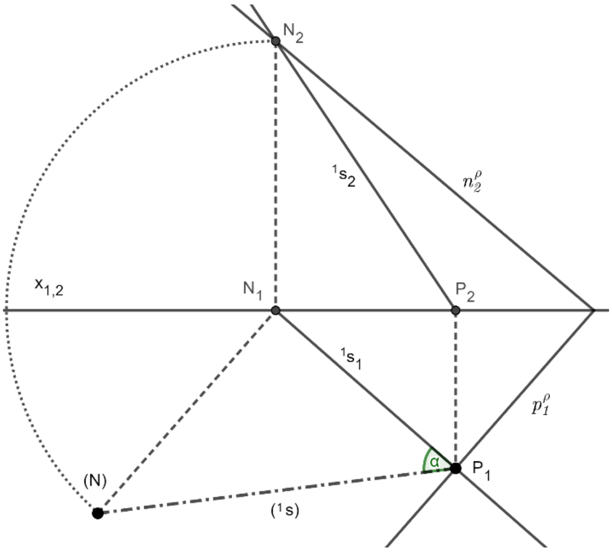


Obrázek 3.7.b: Spádové přímky druhé osnovy

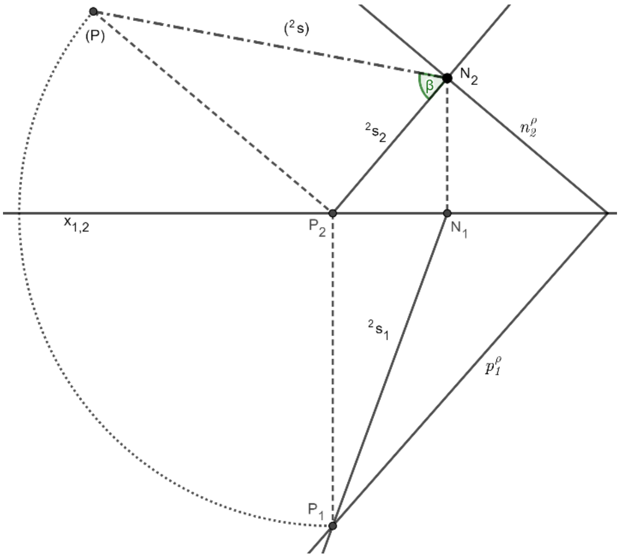
Spádové přímky využíváme především k určování odchylky roviny od půdorysny a nárysny.

3.8 Odchylka roviny

Odchylku α roviny od půdorysny určíme sklopením spádové přímky první osnovy do půdorysny (Obrázek 3.8.a). Obdobně odchylku β roviny od nárysny získáme sklopením spádové přímky druhé osnovy do nárysny (Obrázek 3.8.b).



Obrázek 3.8.a: Odchylka α roviny od půdorysny



Obrázek 3.8.b: Odchylka β roviny od nárysny

Konstrukce v rovině

Leží-li útvar v hlavní rovině, která je rovnoběžná s průmětnou se promítají do této průmětny ve skutečné velikosti. Pokud útvar leží v promítací rovině, můžeme úlohu řešit tak, že sklopíme rovinu do průmětny, se kterou je kolmá.

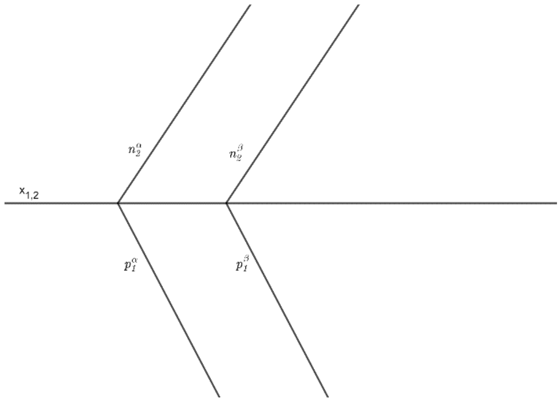
Otáčení roviny

Útvary, které leží v obecné rovině řešíme otočením roviny do průmětny. Protože v Mongeově promítání promítáme na dvě průmětny, tak můžeme rovinu otáčet kolem půdorysné stopy do půdorysny nebo kolem nárysné stopy do nárysny. Rovinu otočíme kolem stopy do průmětny tak, že určíme poloměr otočení jednoho vhodného bodu roviny. Ostatní body a přímky otáčíme užitím osové afinity.[2]

[2] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. Dostupné z: https://ndk.cz/uuid/uuid:1f166a90-979a-11e7-b249-5ef3fc9ae867 s.154 Cit: [07.03.21]

3.9 Rovnoběžné roviny

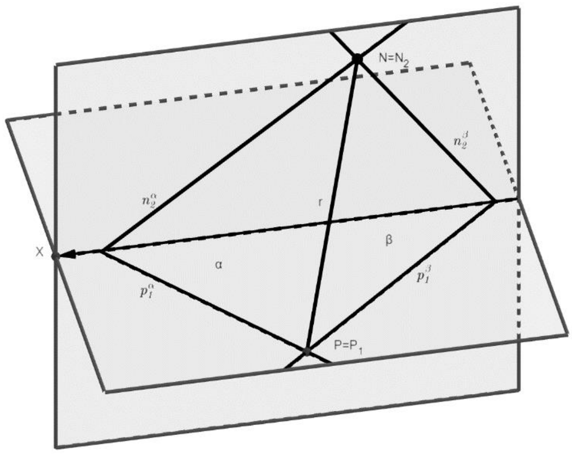
Dvě navzájem rovnoběžné roviny nemají žádný společný bod, tedy ani jejich stopy nemohou mít společný bod. Pro dvě rovnoběžné roviny α a β tedy platí: $\alpha \parallel \beta \Rightarrow p_1^\alpha \parallel p_1^\beta \wedge n_2^\alpha \parallel n_2^\beta$ (Obrázek 3.9). Horizontální i frontální hlavní přímky obou rovin jsou vzájemně rovnoběžné.



Obrázek 3.9: Dvě rovnoběžné roviny

3.10 Různoběžné roviny

Dvě různoběžné roviny mají v prostoru společnou přímku, kterou nazýváme průsečnice (Obrázek 3.10). K sestrojení průsečnice je potřeba určit dva její body. K určení těchto bodů využijeme pomocnou rovinu. Pokud jsou roviny zadány stopami můžeme jako pomocnou rovinu použít přímo průmětny.



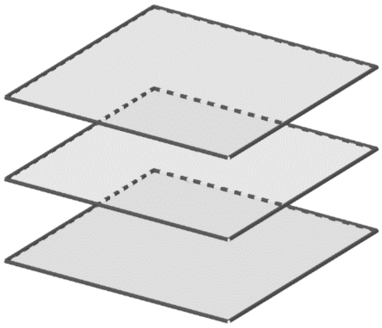
Obrázek 3.10: Průsečnice dvou rovin

3.11 Vzájemná poloha tří rovin

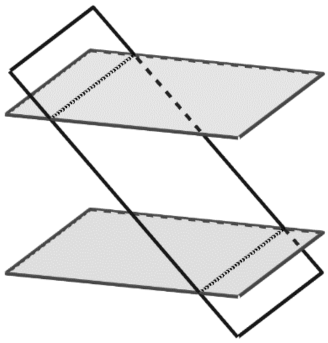
Tři různé roviny mohou mít v prostoru různé vzájemné polohy. Všechny roviny mohou být vzájemně rovnoběžné (Obrázek 3.11.a), dále mohou být dvě roviny rovnoběžné a třetí rovina s nimi různoběžná (Obrázek 3.11.b).

Všechny tři roviny mohou být vzájemně různoběžné, v tomto případě může nastat více možností:

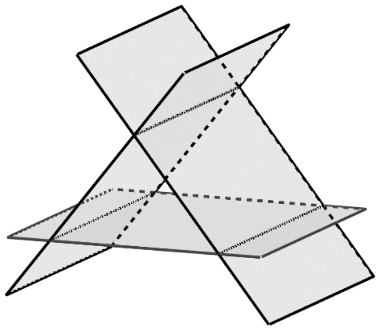
- Jedna rovina je rovnoběžná s průsečnici ostatních dvou rovin, v tomto případě jsou průsečnice všech rovin vzájemně rovnoběžné (Obrázek 3.11.c).
- Jedna rovina protíná průsečnici ostatních dvou rovin, tedy všechny tři roviny se protínají právě v jednom bodě (Obrázek 3.11.d).
- Jedna rovina prochází průsečnicí zbylých dvou rovin, tedy všechny tři roviny mají společnou průsečnici (Obrázek 3.11.e).



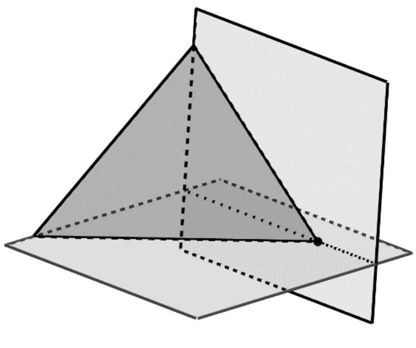
Obrázek 3.11.a: Tři vzájemně rovnoběžné roviny



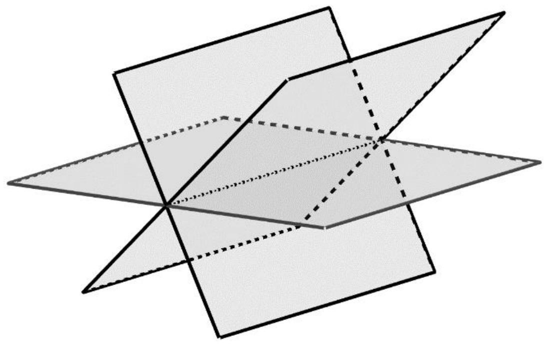
Obrázek 3.11.b: Dvě roviny rovnoběžné a třetí k nim různoběžná



Obrázek 3.11.c: Rovnoběžné průsečnice



Obrázek 3.11.d: Jeden společný bod tří rovin



Obrázek 3.11.e: Společná průsečnice tří rovin

3.12 Přímka kolmá k rovině. Rovina kolmá k přímce

Přímka může v rovině ležet, nebo může být s rovinou rovnoběžná či různoběžná. Přímka, která je různoběžná s rovinou, má s rovinou společný bod, který se jmenuje průsečík. Pokud je rovinou jedna z průměten je průsečík jednoznačně určen.

Podle kritéria kolmosti přímky a roviny platí: *přímka je kolmá k rovině právě tehdy, je-li kolmá ke dvěma různoběžkám této roviny.*[3] Přímka kolmá k rovině musí být kolmá i k hlavním přímkám obou osnov, tedy horizontálním i frontálním. Věta o průmětu pravého úhlu říká: *Půdorys přímky kolmé k rovině je kolmý k půdorysu hlavních přímek první osnovy, nárys přímky kolmé k rovině je kolmý k nárysu hlavních přímek druhé osnovy.*[4]

Pokud je přímka a kolmá k rovině α, která není hlavní, tedy není rovnoběžná s žádnou průmětnou, je její první průmět a_1 kolmý k prvnímu průmětu horizontální hlavní přímky h_1 roviny α ($a_1 \perp h_1$) a její druhý průmět a_2 je kolmý k druhému průmětu frontální hlavní přímky h_1 roviny α ($a_2 \perp h_2$). Zároveň platí, že první průmět a_1 přímky a je kolmý k půdorysné stopě p_1^α roviny α ($a_1 \perp p_1^\alpha$) a druhý průmět a_2 přímky a je kolmý k nárysné stopě n_2^α roviny α ($a_2 \perp n_2^\alpha$). Pokud je rovinou hlavní rovina, je jedním průmětem kolmice bod.

Využití kolmosti

Kolmost přímek k rovinám se využívá při řešení metrických úloh. Můžeme ji využít k určení vzdálenosti bodu od roviny, ale také k určení vzdálenosti dvou rovnoběžných rovin nebo k určení vzdálenosti bodu od přímky a dalších podobných úloh jako je odchylka dvou rovin.

Odchylku dvou rovin získáme z odchylky jejich průsečnic s rovinou, která je kolmá k oběma rovinám. Odchylku můžeme také určit z kolmic k průmětnám, které vedeme libovolným bodem prostoru.

Odchylku přímky od roviny určíme pomocí kolmice roviny, která prochází libovolným bodem přímky. Planimetricky se pak úloha dořeší pomocí doplňkového úhlu k odchylce.

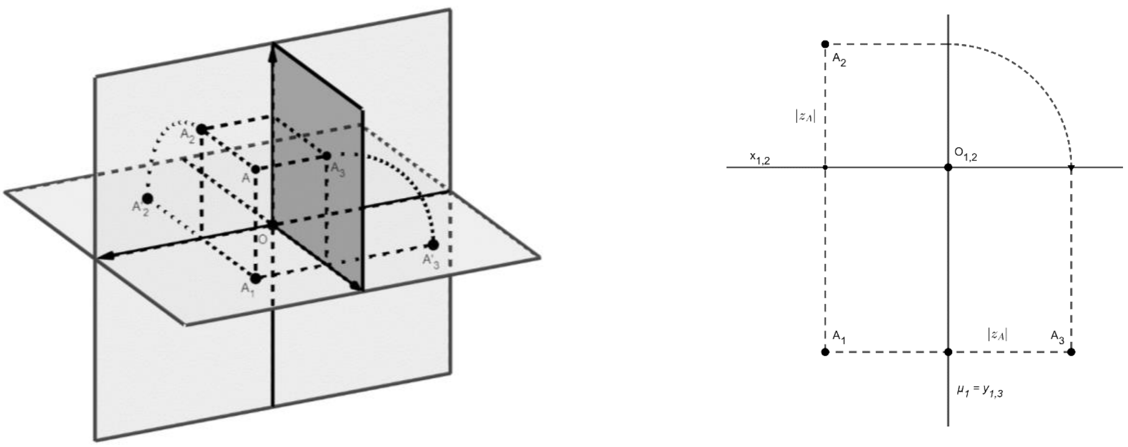
[3] KORCH, Ján. MÉSZÁROSOVÁ, Katarína. MUSÁLKOVÁ, Bohdana. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Praha: Sobotáles, 1998. str.100 cit. [15.03.21]

[4] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. Dostupné z: https://ndk.cz/uuid/uuid:1f166a90-979a-11e7-b249-5ef3fc9ae867 str.172 cit. [15.03.21]

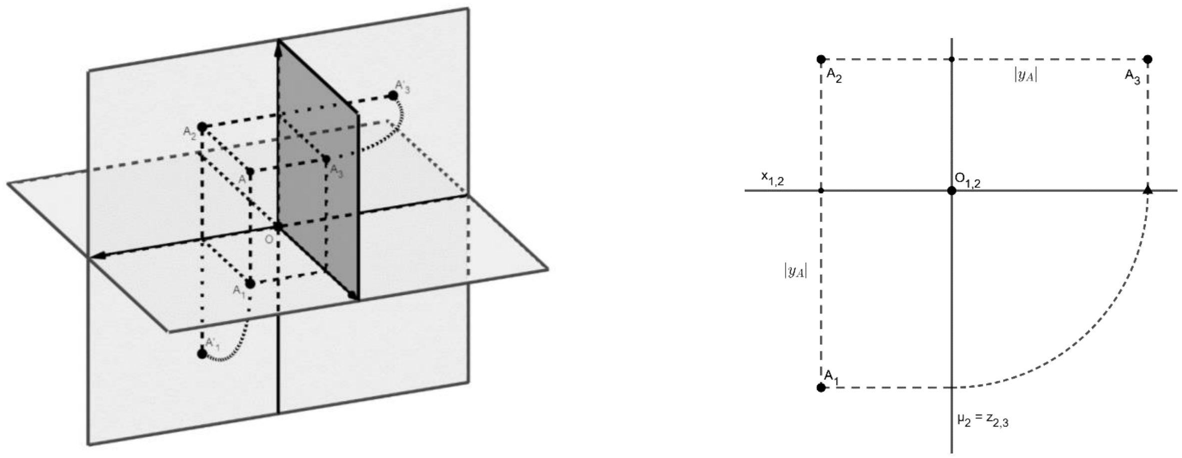
3.13 Třetí průmětna

K půdorysně a nárysně se někdy přidává třetí průmětna, která je kolmá k ose $x_{1,2}$, tedy třetí průmětna je kolmá současně k půdorysně i k nárysně. Třetí průmětnu označujeme řeckým písmenem μ a nazýváme ji jako třetí hlavní průmětna neboli bokorysna. Do bokorysny promítáme kolmo a poté celou třetí průmětnu i se třetími průměty sklopíme do půdorysny nebo do nárysny.

Třetí průmět A_3 bodu A neboli bokorys bodu promítáme do třetí promítací průmětny μ pomocí třetí promítací přímky $^3s^A$. Bokorysnu můžeme sdružit s půdorysnou i s nárysnou. Při sdružení s půdorysnou sklopíme třetí promítací průmětnu μ do půdorysny. Bokorys A_3 se pak zobrazí v nové poloze, kde úsečka A_1A_3 je kolmá k ose y (Obrázek 3.11.a). Získáme sdružené obrazy bodu A, kde bod A_3 je třetí obraz bodu A. Stejně tak můžeme sdružit bokorysnu s nárysnou a to tak, že sklopíme bokorysnu do nárysny. Bokorys A_3 se pak zobrazí v nové poloze, kde úsečka A_2A_3 jsou kolmé k ose z (Obrázek 3.11.b).



Obrázek 3.13.a: Bokorysna sklopená do půdorysny



Obrázek 3.13.b: Bokorysna sklopená do nárysny

Praktická část

4 Úlohy řešené s využitím pravoúhlého promítání na dvě průmětny

Příklad 1: Sestrojte sdružené průměty bodů: *A* [4; 1; 7], *B* [-2; -4; 0], *C* [0; 5; -5], *D* [2; -2; -2], *E* [-4; 1; -3], *F* [-6; -1; 6].

Řešení: (Obrázek 4.1) Zobrazíme osu *x,* kterou označíme $x_{1,2}$ (protože sdružené obrazy osy x_1 a x_2 splynou) na kterou naneseme počátek *O*, který označíme $O_{1,2}$ (splynou i sdružené obrazy počátku O_1 a O_2).

Bod *A*: naměříme na *x*-ové ose 4 jednotky vlevo od počátku $O_{1,2}$, půdorys A_1 bude pak ležet 1 jednotku pod osou *x* a nárys A_2 bude ležet 7 jednotek nad osou *x*, protože je *y*-ová i *z*-ová souřadnice kladná bod *A* se nachází v prvním kvadrantu.

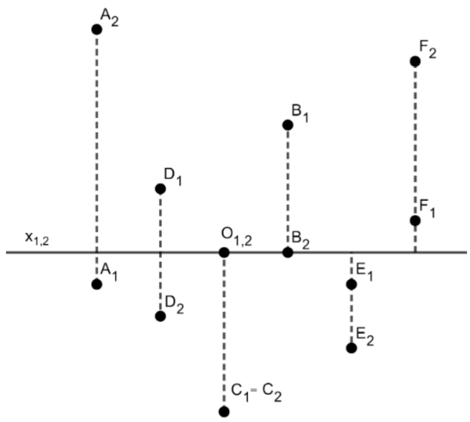
Bod *B*: naměříme na *x*-ové ose 2 jednotky vpravo od počátku $O_{1,2,}$ půdorys B_1 bude 4 jednotky nad osou *x* a bod B_2 leží na ose *x*. Bod *B* tedy leží v půdorysně.

Bod *C*: *x*-ová souřadnice je rovna 0, takže půdorys a nárys bodu *C* bude nad nebo pod počátkem $O_{1,2.}$ Půdorys C_1 bude ležet 5 jednotek pod osou *x* a nárys C_2 bude také ležet 5 jednotek pod osou *x*. Protože *y*-ová souřadnice je kladná a *z*-ová souřadnice je záporná, tak bod *C* leží ve čtvrtém kvadrantu.

Bod *D*: naměříme na *x*-ové souřadnici 2 jednotky vlevo od počátku, půdorys D_1 bude ležet 2 jednotky nad osou *x* a nárys D_2 bude ležet 2 jednotky pod osou *x*. Bod *D* tedy leží ve třetím kvadrantu.

Bod *E*: od počátku naměříme 4 jednotky vpravo, půdorys E_1 bude ležet 1 jednotku pod osou *x* a nárys E_2 bude ležet 3 jednotky pod osou *x*. Bod *E*, tedy leží ve čtvrtém kvadrantu.

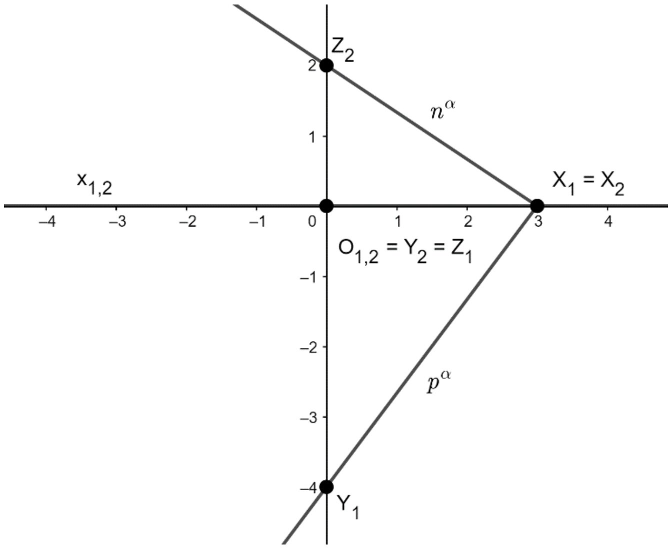
Bod *F*: na ose *x* naměříme 6 jednotek vpravo od počátku. Půdorys F_1 bude ležet 1 jednotku nad osou *x* a nárys F_2 bude ležet 6 jednotek nad osou *x*. Bod *F* tedy leží ve druhém kvadrantu.



Obrázek 4.1: Sdružené průměty bodů

Příklad 2: Zobrazte stopu roviny α (-3; 4; 2).

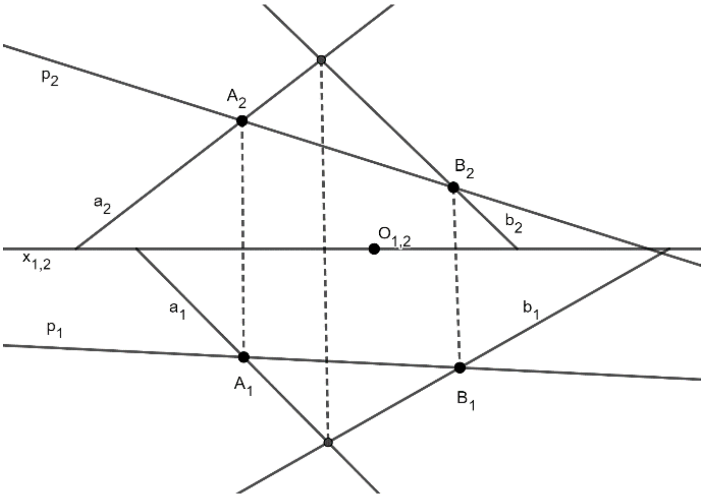
Řešení: (Obrázek 4.2) Ze zadání získáme body na souřadnicových osách: X [-3; 0; 0], Y [0; 4; 0] a Z [0; 0; 2]. Body X, Y a Z vyneseme na souřadnicovou osu a poté zobrazíme stopy roviny. Půdorysná stopa $p^\alpha = \leftrightarrow X_1Y_1$ a nárysná stopa $n^\alpha = \leftrightarrow X_2Z_2$.



Obrázek 4.2: Rovina α (-3; 4; 1)

Příklad 3: Určete první průmět přímky p, když znáte druhý průmět přímky p, bez použitý stop roviny. Dále určete sdružené průměty dvou různoběžných přímek a a b. Přímky a, b a p leží ve stejné rovině.

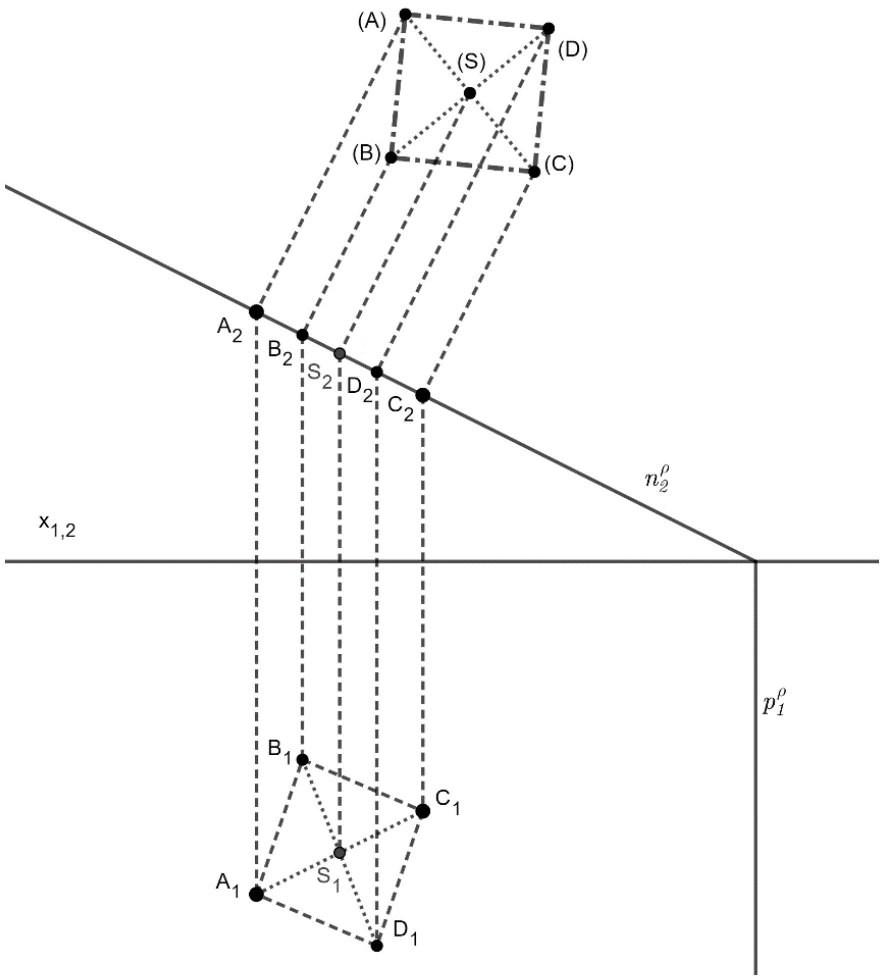
Řešení: (Obrázek 4.3) Přímky a, b jsou různoběžné, dále i přímky b, p i přímky a, p jsou různoběžné. $a_2 \cap p_2 = A_2 \rightarrow A_1$ *leží na ordinále a současně* $A_1 = a_1 \cap p_1$. Podobně $b_2 \cap p_2 = B_2 \rightarrow B_1$ *leží na ordinále a současně* $B_1 = b_1 \cap p_1$. Potom $p_1 = A_1B_1$.



Obrázek 4.3: sdružené průměty různoběžek

Příklad 4: Zobrazte čtverec *ABCD*, *A* [4; 4; 3], *C* [2; 3; 2], který leží v rovině kolmé k nárysně.

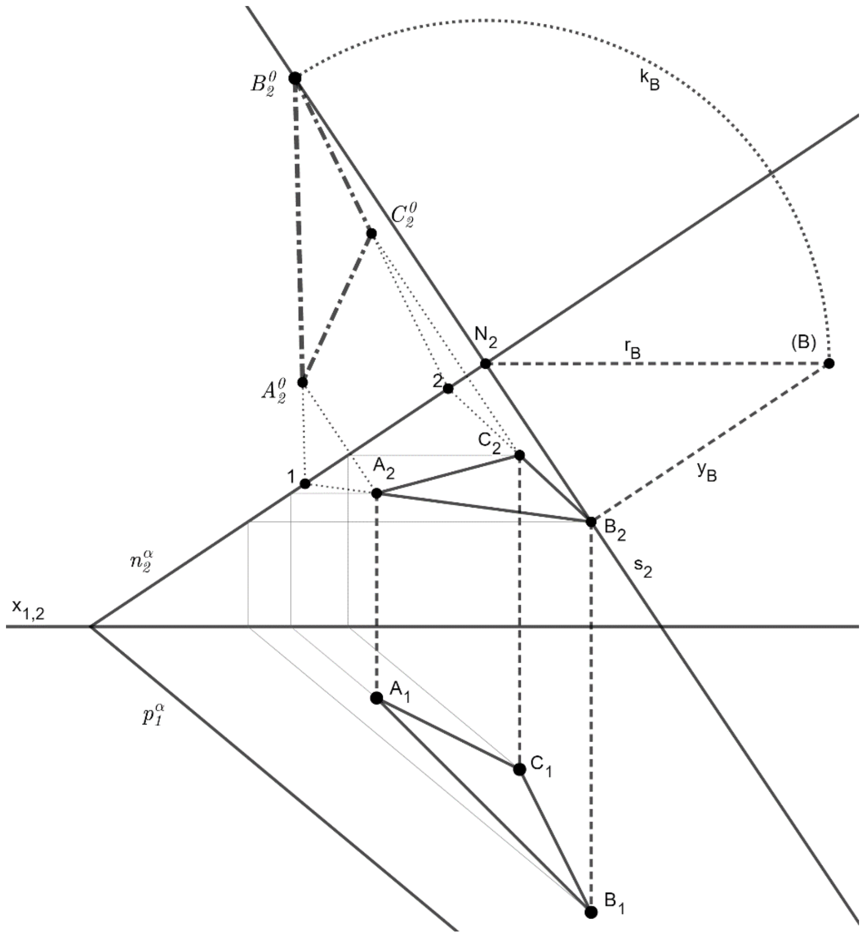
Řešení: (Obrázek 4.4) Rovina, ve které leží čtverec je kolmá k nárysně, proto se do nárysny promítá jako přímka. Pro nárysnou stopu roviny tedy platí $n_2^\rho = \leftrightarrow A_2C_2$ a pro půdorysnou stopu roviny platí $p_1^\rho \perp x_{1,2}$. Rovinu sklopíme do nárysny; $A_2(A) \perp n_2^\rho, |A_2(A)| = y_A, C_2(C) \perp n_2^\rho, |C_2(C)| = y_C$. Uprostřed mezi body (*A*) a (*C*) leží střed (*S*) pomocí, kterého můžeme sestrojit čtverec (*A*)(*B*)(*C*)(*D*). Nárysny B_2 a D_2 leží na nárysné stopě n_2^ρ a kolmicích, které vedeme body (*B*) a (*D*). Dále víme, že $|B_2(B)| = y_B$ a $|D_2(D)| = y_D$. Půdorysy B_1 a D_1 leží na příslušné ordinále, kde vzdálenost od osy $x_{1,2}$ je dána jejich *y*-ovými souřadnicemi. Nárysem čtverce *ABCD* je tedy úsečka A_2C_2 a jeho půdorysem je rovnoběžník $A_1B_1C_1D_1$.



Obrázek 4.4: Čtverec *ABCD* v kolmé rovině

Příklad 5: Určete skutečnou velikost trojúhelníka *ABC*, *A* [2; 1; ?], *B* [-1; 4; ?], *C* [0; 2; ?], který leží v rovině α (6; 5; 4)

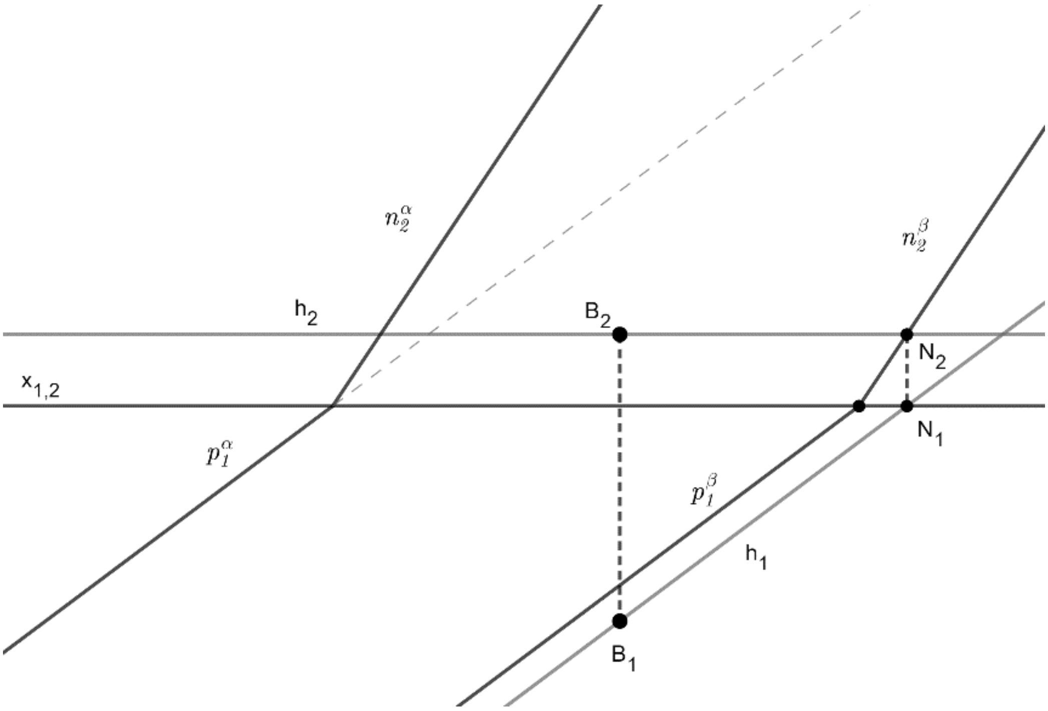
Řešení: (Obrázek 4.5) Nejprve sestrojíme rovinu α a Půdorysy bodů A_1, B_1 a C_1. Pomocí horizontálních hlavních přímek odvodíme nárysny A_2, B_2 a C_2. Rovinu otočíme okolo nárysné stopy n_2^α, kde body *A, B, C* jsou k ose otáčení kolmé, zobrazí se proto jako kolmice k n_2^α jdoucí body A_2, B_2, C_2.Otočíme bod B, středem kružnice otáčení k_B je stopník N_2 spádové přímky s_2 a poloměrem otáčení je $|N_2(B)| = r_B$. Nárys B_2^0 je průsečíkem kružnice k_B a spádové přímky s_2. Nárysy A_2^0 a C_2^0 nalezneme pomocí osové afinity s osou n_2^α. Bod A_2^0 leží na kolmici k nárysné stopě n_2^α jdoucí bodem A_2 a na přímce $\leftrightarrow B_2^0 1$; kde bod 1 získáme průsečíkem nárysné stopy n_2^α a polopřímky $\longmapsto B_2A_2$. Bod C_2^0 leží na kolmici k nárysné stopě n_2^α jdoucí bodem C_2 a na přímce $\leftrightarrow B_2^0 2$; kde bod 2 získáme průsečíkem nárysné stopy n_2^α a polopřímky $\longmapsto B_2C_2$. Nyní v otočení už vidíme tvar i velikost trojúhelníku *ABC*.



Obrázek 4.5: Trojúhelník *ABC* v rovině α

Příklad 6: Bodem B [0; 3; 1] veďte rovinu β, která je rovnoběžná s rovinou α (4; -3; 6).

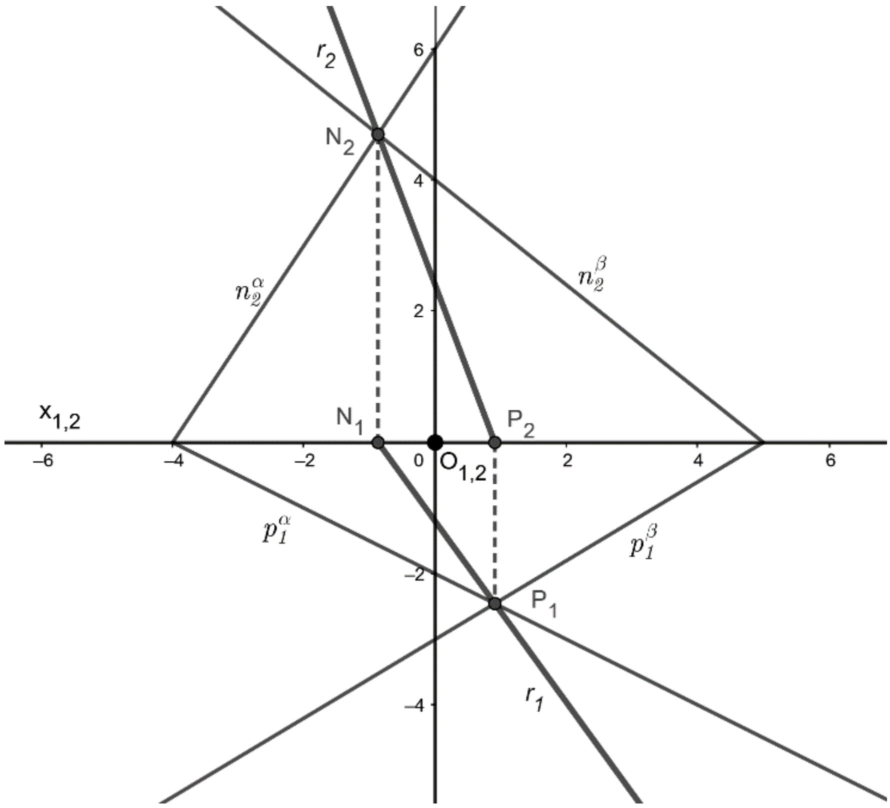
Řešení: (Obrázek 4.6) Nejprve sestrojíme rovinu α a zobrazíme bod B. Bodem B_1 povedeme horizontální hlavní přímku h_1, která bude rovnoběžná s půdorysnou stopou roviny α p_1^α, tedy bodem B_2 bude procházet horizontální hlavní přímka h_2, která bude rovnoběžná s osou $x_{1,2}$. Sestrojíme stopníky N_1, N_2 horizontální hlavní přímky h. Nárysným stopníkem N_2 bude procházet nárysná stopa n_2^β roviny β. Nárysná stopa n_2^β prochází bodem N_2 a jejím průsečíkem s osou $x_{1,2}$ prochází i půdorysná stopa p_1^β. Půdorysná stopa roviny β je rovnoběžná s půdorysnou stopou roviny α. Rovinu β můžeme sestrojit obdobným způsobem pomocí frontálních hlavních přímek.



Obrázek 4.6: Rovnoběžné roviny α a β

Příklad 7: Zobrazte průsečnici rovin α a β, které jsou daný stopami α $(4;\ 2;\ 6)$ a β $(-5;\ 3;\ 4)$

Řešení: (Obrázek 4.7) Nejprve zobrazíme roviny α a β. V nárysně i půdorysně vznikne průsečík. Průsečíkem nárysných stop rovin je nárysný stopník N_2 a průsečíkem půdorysných stop rovin v je půdorysný stopník P_1. Sdružené obrazy průsečnice r jsou přímky r_1 a r_2, kde přímka $r_1 \leftrightarrow P_1N_1$ a přímka $r_2 \leftrightarrow P_2N_2$. P_2 leží na ose $x_{1,2}$ a ordinále bodu P_1, stejně tak N_1 leží na ose $x_{1,2}$ a ordinále bodu N_2.

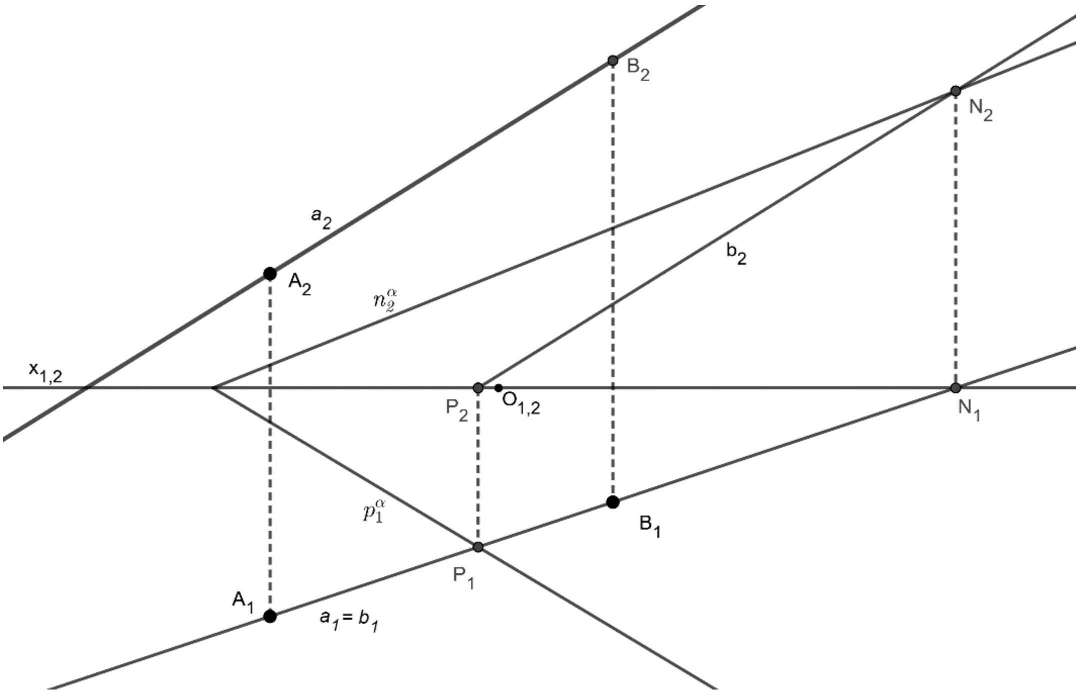


Obrázek 4.7: Průsečnice rovin α a β

Průsečnice dvou rovin, která je rovnoběžná s půdorysnými stopami, je jejich společná horizontální hlavní přímka.

Příklad 8: Určete druhý obraz přímky $a = \leftrightarrow AB$, A [4; 4; 2], B [-2; 2; ?], která je rovnoběžná s rovinou α (5; 3; 2).

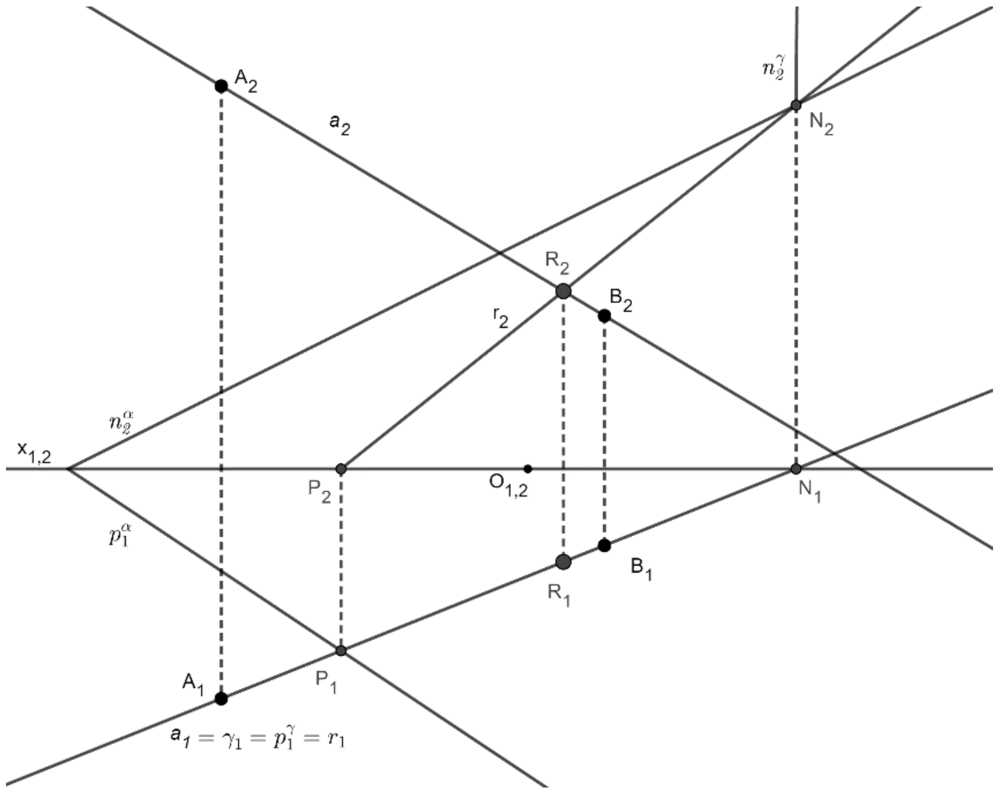
Řešení: (Obrázek 4.8) Sestrojíme rovinu α, půdorysy A_1, B_1 a nárys bodu A_2. Pro přímku a_1 platí, že $a_1 = \leftrightarrow A_1B_1$. Jsou-li přímka a rovina rovnoběžné, pak rovina obsahuje nekonečně mnoho přímek, které jsou rovnoběžné s přímkou a. Jednou z těchto rovnoběžných přímek je přímka b, pro kterou platí, že její půdorys je roven půdorysu přímky a, tedy $b_1 = a_1$. Nárys přímky b odvodíme pomocí stopníků. Průsečíkem půdorysné stopy roviny α a přímky a_1 je půdorysný stopník P_1. Bod P_2 leží na ordinále bodu P_1 a na průsečíku s osou $x_{1,2}$. Nárysný stopník N_1 leží průsečíku osy $x_{1,2}$ a přímky a_1. Bod N_2 leží na ordinále bodu N_1 a průsečíku nárysné stopy roviny α. Pro nárys přímky b potom platí $b_2 = \leftrightarrow P_2N_2$. přímka b_2 je rovnoběžná s přímkou a_2, tedy $a_2 \parallel b_2$, a bod $A_2 \in a_2$. Nyní můžeme zobrazit i bod B_2, který leží na přímce a_2 a na ordinále bodu B_1.



Obrázek 4.8: Přímka a rovnoběžná s rovinou α

Příklad 9: Zobrazte průsečík R přímky a = ↔AB, A [4; 3; 5], B [-1; 1; 2], s rovinou α (6; 4; 3).

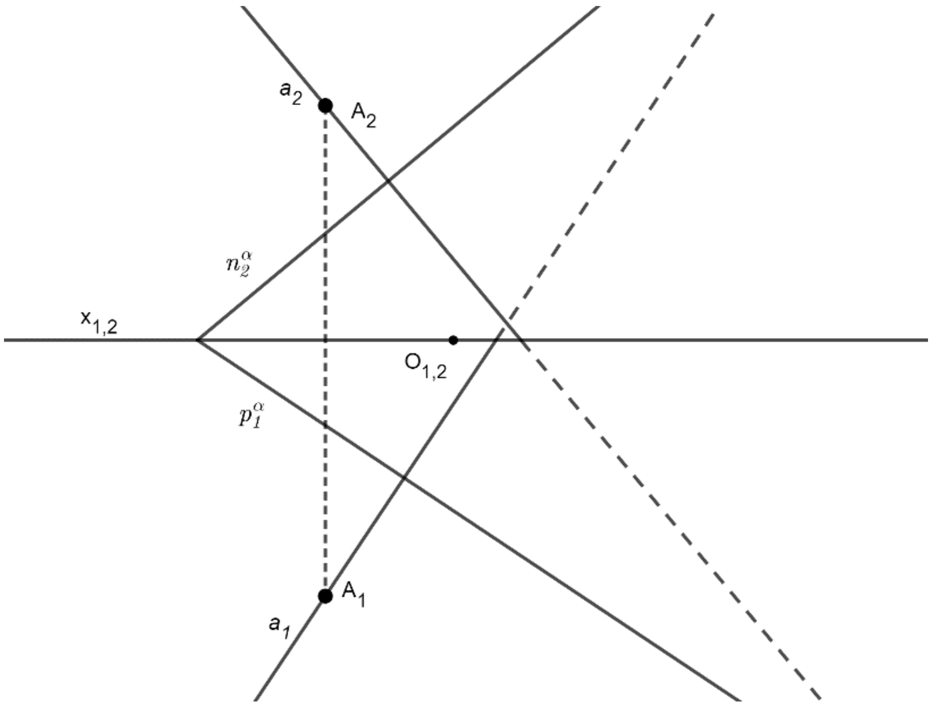
Řešení: (Obrázek 4.9) Nejprve zobrazíme rovinu α a přímky a_1 = ↔A_1B_1 a a_2 = ↔A_2B_2. Přímku a proložíme rovinou γ, která je kolmá k půdorysně, tedy pro ni platí: $p_1^\gamma = \gamma_1 = a_1, n_2^\gamma \perp x_{1,2}$. Průmět průsečnice r rovin α a γ splyne s přímkou a_1 ($a_1 = r_1$; r_1 = ↔N_1P_1). Pomocí stopníků určíme druhý obraz (nárys) přímky r_2 = ↔N_2P_2. Nárys R_2 průsečíku R je dán průsečíkem přímky a_2 a r_2. Půdorys R_1 leží na ordinále bodu R_2 a na přímce a_1. Tato úloha byla řešena pomocí průsečnice r, které se říká krycí přímka, v této úloze se jedná konkrétně o první krycí přímku.



Obrázek 4.9: Průsečík R přímky a a roviny α

Příklad 10: Bodem *A* [3; 6; 5,5] veďte kolmici a k rovině α (6; 4; 5)

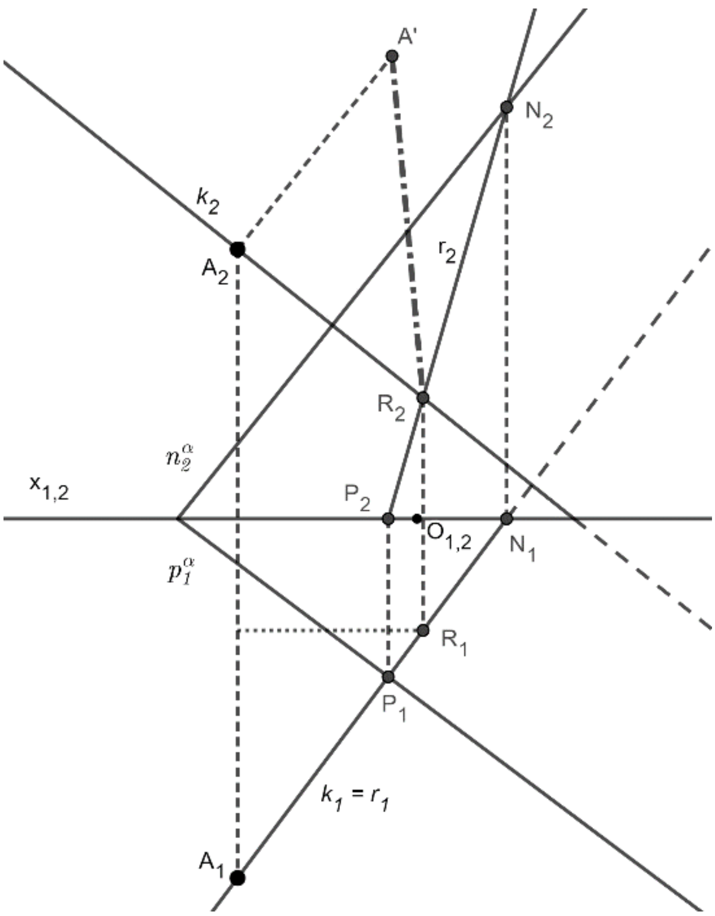
Řešení: (Obrázek 4.10) Nejprve zobrazíme bod *A* a rovinu α. Bodem A_1 povedeme kolmici k půdorysné stopě p_1^{α}, tato kolmice je půdorys a_1 přímky a. Bodem A_2 povedeme kolmici k nárysné stopě n_2^{α}, tato kolmice je nárys a_2 přímky a.



Obrázek 4.10: Přímka a kolmá k rovině α

Příklad 11: Určete vzdálenost bodu A [3; 2,5; 4,5] od roviny α (4; 3; 5).

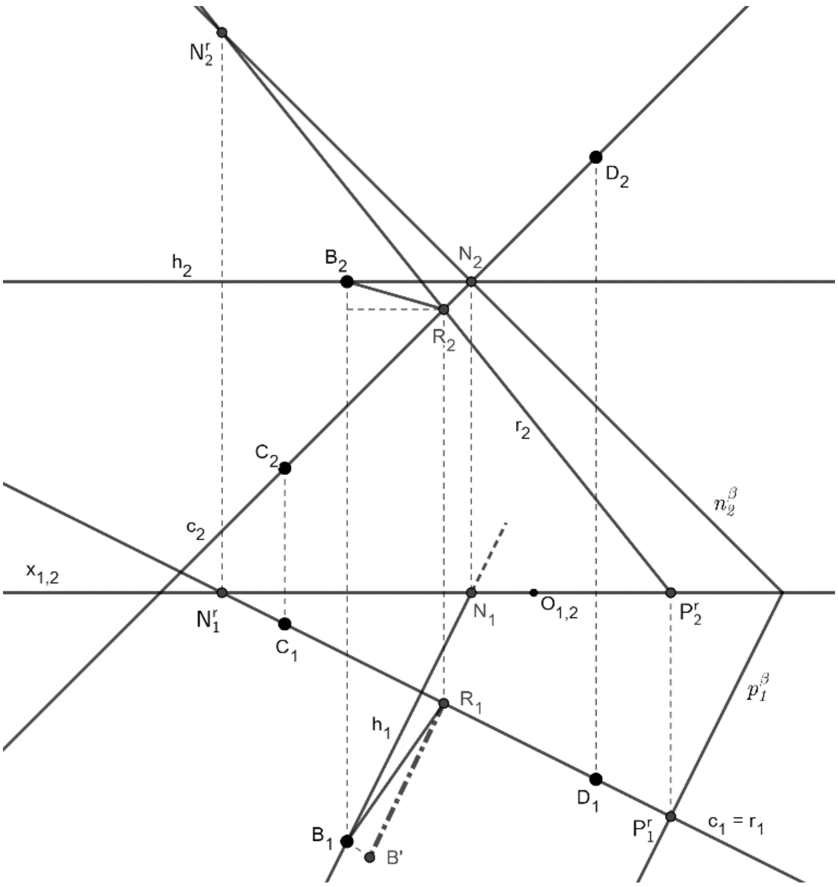
Řešení: (Obrázek 4.11) Zobrazíme bod A a rovinu α. Bodem A_1 povedeme kolmici k_1 k půdorysné stopě p_1^α a bodem A_2 povedeme kolmici k_2 k nárysné stopě n_2^α. Pomocí první krycí přímky najdeme průsečík R přímky k s rovinou α, tedy půdorys první krysí přímky r_1 splývá s půdorysem kolmice k_1 ($r_1 = k_1$). Určíme stopníky přímky r_1 ($r_1 = \leftrightarrow N_1P_1$), pomocí stopníků odvodíme přímku r_2 ($r_2 = \leftrightarrow N_2P_2$). Nárys R_2 průsečíku R leží na průsečíku přímky r_2 a přímky k_2 ($R_2 \in r_2 \cap k_2$) a R_1 leží na ordinále bodu R_2. Vzdáleností bodu A od roviny α, je tedy vzdálenost $|AR|$. Tuto vzdálenost získáme například sklopením úsečky AR do nárysny pomocí y-ových souřadnic, ale bude stačit sklopit pouze rozdílový trojúhelník. Vzdálenost $|A'R_2|$ je vzdálenost bodu A od roviny α.



Obrázek 4.11: Vzdálenost bodu A od roviny α

Příklad 12: Určete vzdálenost bodu *B* [3; 4; 5] od přímky *c* = ↔*CD*, *C* [4; 0,5; 2], *D* [-1; 3; 7].

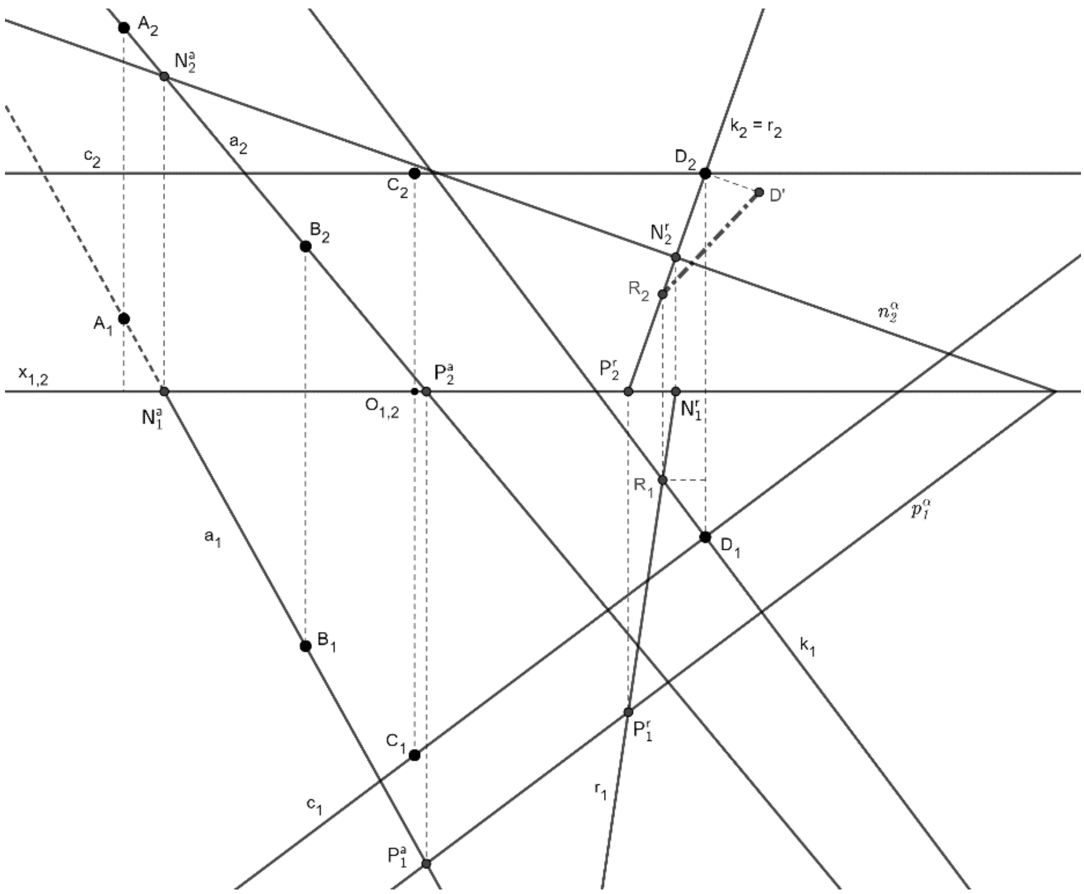
Řešení: (Obrázek 4.12) Zobrazíme bod *B* a přímku c. Bodem B_1 proložíme rovinu β kolmou k přímce c_1, na této rovině určíme hlavní přímku h_1. Pro horizontální hlavní přímku h platí: $B_1 \in h_1 \wedge h_1 \perp c_1$; $B_2 \in h_2 \wedge h_2 \parallel x_{1,2}$. Sestrojíme nárysný stopník N_1 přímky h ($N_1 \in h_1 \cap x_{1,2}$), bod N_2 leží na ordinále bodu N_1 a na přímce c_2. Pro bod N_2 také platí, že leží na nárysné stopě roviny β. Sestrojíme stropu roviny β, nárysná stopa roviny n_2^β je kolmá na přímku c_2 a prochází bodem N_2 ($N_2 \in n_2^\beta \wedge n_2^\beta \perp c_2$). Půdorysná stopa roviny p_1^β je rovnoběžná s hlavní přímkou h_1 a prochází osou $x_{1,2}$ ve stejném místě jako nárysná stopa roviny ($n_2^\beta \cap x_{1,2} = p_1^\beta \cap x_{1,2}$). Abychom určili vzdálenost bodu *B* od přímky, potřebuje najít průsečík *R* přímky a roviny β. K sestrojení průsečíku *R* využijeme první krycí přímku *r*, pro kterou platí: $r_1 = c_1$, $r_2 = \leftrightarrow N_2^r P_2^r$. Nárys R_2 průsečíku *R* je průsečíkem přímky c_2 a přímky r_2. Bod R_1 leží na ordinále bodu R_2. Vzdálenost bodu *B* od přímky c je dána vzdáleností $|BR|$. K určení vzdálenosti sklopíme rozdílový trojúhelník do půdorysny. Vzdálenost $|B'R_1|$ je vzdálenost bodu *B* od přímky *c*.



Obrázek 4.12: Vzdálenost bodu *B* od přímky *c*

Příklad 13: Určete vzdálenost dvou mimoběžných přímek a a c. $a = \leftrightarrow AB$, A [4; -1; 5], B [1,5; 3,5; 2], $c = \leftrightarrow CD$, C [0; 5; 3], D [-4; 2; 3].

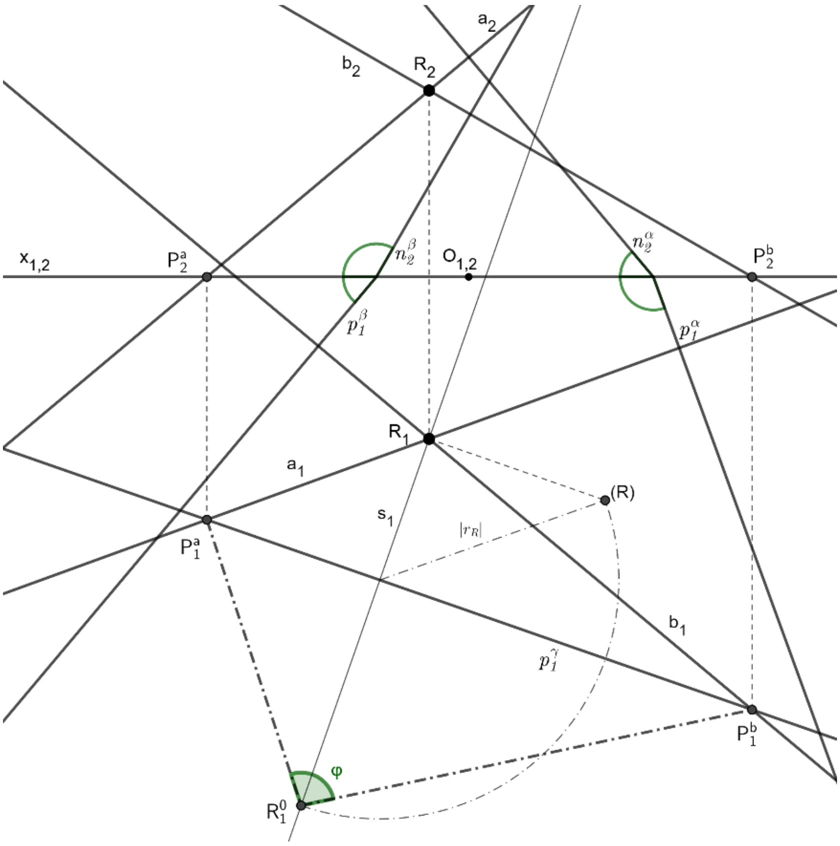
Řešení: (Obrázek 4.13) Nejprve zobrazíme přímku a a c. Přímkou a proložíme rovinu, která bude rovnoběžná s přímkou c. Určíme nárysné stopníky N^a přímky a a půdorysné stopníky P^a přímky a. Půdorysná stopa p_1^α roviny α je rovnoběžná s přímkou $c1$ a platí, že $P_1^a \in p_1^\alpha$. Nárysná stopa n_2^α prochází bodem N_2^a a průsečíkem půdorysné stopy p_1^αs osou $x_{1,2}$. Protože teď přímka a leží v rovině α, tak nyní řešíme úlohu vzdálenost libovolného bodu přímky od roviny, budeme řešit vzdálenost bodu D od roviny α. Bodem D_1 povedeme kolmici k_1 k půdorysné stopě p_1^αa bodem D_2 povedeme kolmici k_2 k nárysné stopě n_2^α. Pomocí druhé krycí přímky r najdeme průsečík přímky k s rovinou α. Pro druhou krycí přímku platí, že $r_2 = k_2$, najdeme nárysný a půdorysný stopník přímky r_2 ($r_2 = \leftrightarrow N_2^r P_2^r$). Nárysný a půdorysný stopník přímky r_1 leží na příslušných ordinálách ($r_1 = \leftrightarrow N_1^r P_1^r$). Průsečík R je průsečíkem přímky r a k, tedy bod $R_1 \in k_1 \cap r_1$ a průsečík R_2 leží na ordinále bodu R_1.Vzdálenost dvou mimoběžných přímek je rovna vzdálenosti $|DR|$, kterou získáme pomocí sklopení rozdílového trojúhelníku do nárysny. Vzdálenost přímky a od přímky c je tedy rovna vzdálenosti $|D'R_2|$.



Obrázek 4.13: Vzdálenost mimoběžných přímek a a c

Příklad 14: Určete odchylku rovin α (-4; 110°; 50°) a β (2; 50°; 120°).

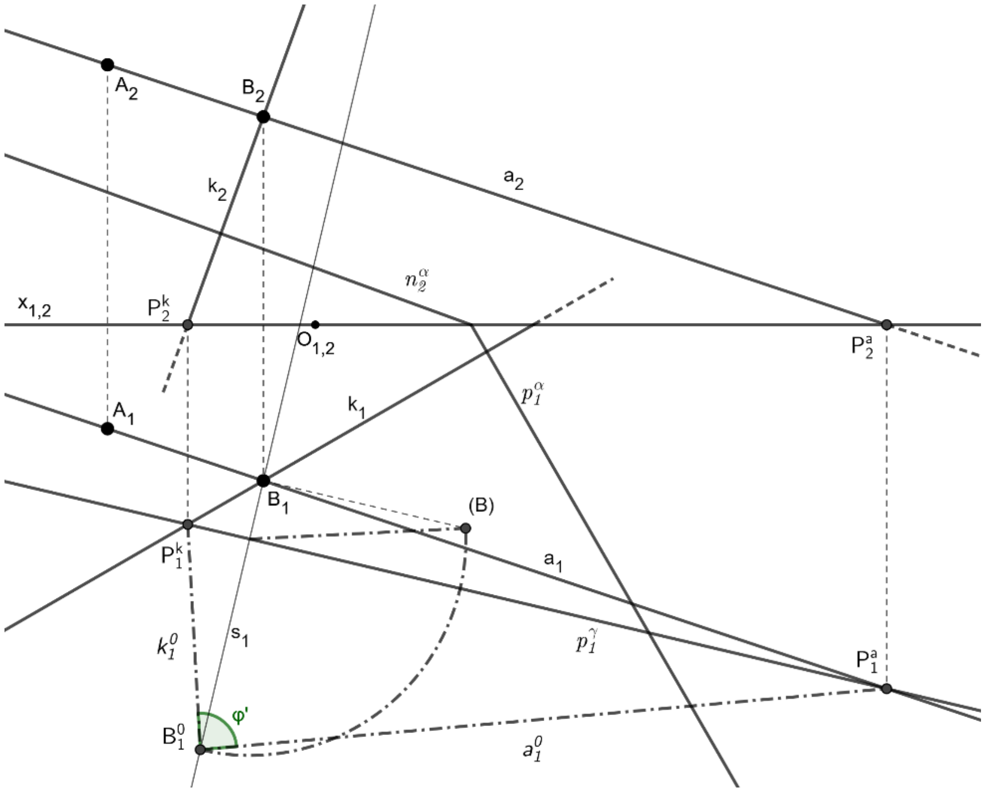
Řešení: (Obrázek 4.14) Nejprve zobrazíme roviny α a β, kde y-ová a z-ová souřadnice jsou zadané ve stupních. Zvolíme si libovolný bod R, tímto bodem povedeme přímky a a b, pro které platí: a $\perp \alpha$, $b \perp \beta$, $a_1 \perp p_1^\alpha$, $a_2 \perp n_2^\alpha$, $b_1 \perp p_1^\beta$, $b_2 \perp n_2^\beta$. Přímky a, b určují rovinu γ, kde stopníky přímek P^a, P^b určují půdorysnou stopu roviny γ ($p_1^\gamma = \leftrightarrow P_1^a P_1^b$). Určíme stopníky půdorysné stopníky P_2^a, P_2^b přímek a_2, b_2 ($P_2^a \in a_2 \cap x_{1,2}$; $P_2^b \in b_2 \cap x_{1,2}$) body P_1^a, P_1^b pak leží na příslušných ordinálách. Odchylka roviny α a β je rovna odchylce přímek a, b. Odchylku přímek určíme otočením roviny γ kolem půdorysné stopy p_1^γ do půdorysny.
K otočení využijeme bod R, tedy platí: $a_1^0 = \leftrightarrow P_1^a R_1^0$; $b_1^0 = \leftrightarrow P_1^b R_1^0$. Bodem povedeme kolmici s_1 k půdorysné stopě p_1^γ roviny γ. Určíme bod (R), Vzdálenost bodu R_1 od (R) je rovna z-ové souřadnici bodu R, bod (R) leží na kolmici vedené bodem R_1 k přímce s_1. Vzdálenost bodu (R) od průsečíku půdorysné stopy p_1^γ a přímky s_1 nám dá poloměr r_R kružnice, pomocí které budeme bod R otáčet. Průsečík kružnice a přímky s_1 nám dá bod R_1^0. Nyní můžeme zobrazit přímky a_1^0 a b_1^0. Úhel $\measuredangle P_1^a R_1^0 P_1^b$ je námi hledaná odchylka φ rovin α a β.



Obrázek 4.14: Odchylka rovin α a β

Příklad 15: Určete odchylku přímky a od roviny α, $a = \leftrightarrow AB$, A [4; 2; 5], B [1; 3; 4], α (-3; 120°; 20°).

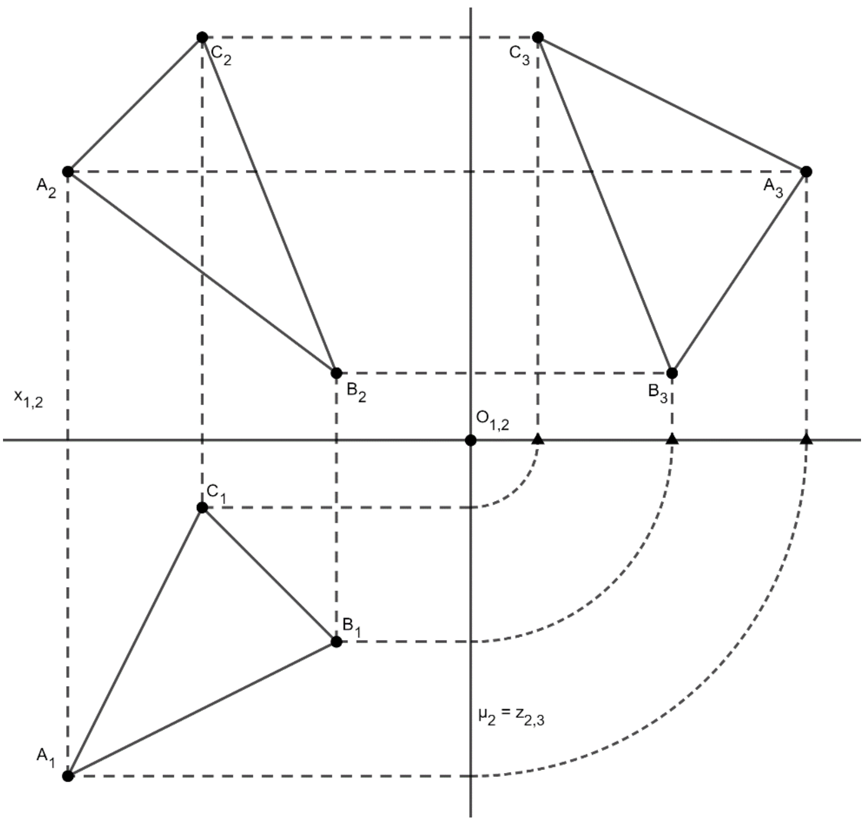
Řešení: (Obrázek 4.15) Zobrazíme přímku a a rovinu α. Zobrazíme půdorysný stopník P^a přímky a, bod P_2^a leží na průsečíku přímky a_2 a osy $x_{1,2}$ ($P_2^a \in a_2 \cap x_{1,2}$) a bod P_1^a leží na jeho ordinále. Bodem B povedeme kolmici k k rovině α. Platí tedy: $B_1 \in k_1 \wedge k_1 \perp p_1^\alpha$; $B_2 \in k_2 \wedge k_2 \perp n_2^\alpha$. Zobrazíme půdorysný stopník P_2^k přímky k_2 ($P_2^k \in k_2 \cap x_{1,2}$) a bod P_1^k leží na jeho ordinále. Přímky a, k leží v jedné rovině γ, tedy půdorysná stopa roviny γ je dána půdorysnými stopníky P_1^k, P_1^a přímek k, a ($p_1^\gamma = \leftrightarrow P_1^a P_1^k$). Otočíme rovinu γ kolem její půdorysné stopy p_1^γdo půdorysny a určíme velikost doplňkového úhlu φ' k odchylce φ, kde platí, že $\varphi = 90° - \varphi'$. Pro otočení využijeme bodu B, bude platit: $a_1^0 = \leftrightarrow P_1^a B_1^0$; $k_1^0 = \leftrightarrow P_1^k B_1^0$. Postupujeme stejně jako v předchozím příkladu. Bodem B_1 povedeme kolmici s_1 k půdorysné stopě p_1^γ roviny γ. Určíme bod (B), Vzdálenost bodu B_1 od (B) je rovna z-ové souřadnici bodu B, bod (B) leží na kolmici vedené bodem B_1 k přímce s_1. Vzdálenost bodu (B) od průsečíku půdorysné stopy p_1^γ a přímky s_1 nám dá poloměr r_B kružnice, pomocí které budeme bod B otáčet. Průsečík kružnice a přímky s_1 nám dá bod B_1^0. Nyní můžeme zobrazit přímky a_1^0 a k_1^0. Úhel $\sphericalangle P_1^a R_1^0 P_1^k$ je úhel o velikosti doplňkového úhlu φ'. Podle vztahu $\varphi = 90° - \varphi'$ určíme velikost odchylky φ přímky a od roviny α.



Obrázek 4.15: Odchylka přímky a od roviny α

Příklad 16: Zobrazte půdorys, nárys a bokorys trojúhelníku *ABC*, *A* [6; 5; 4], *B* [2; 3; 1], *C* [4; 1; 6].

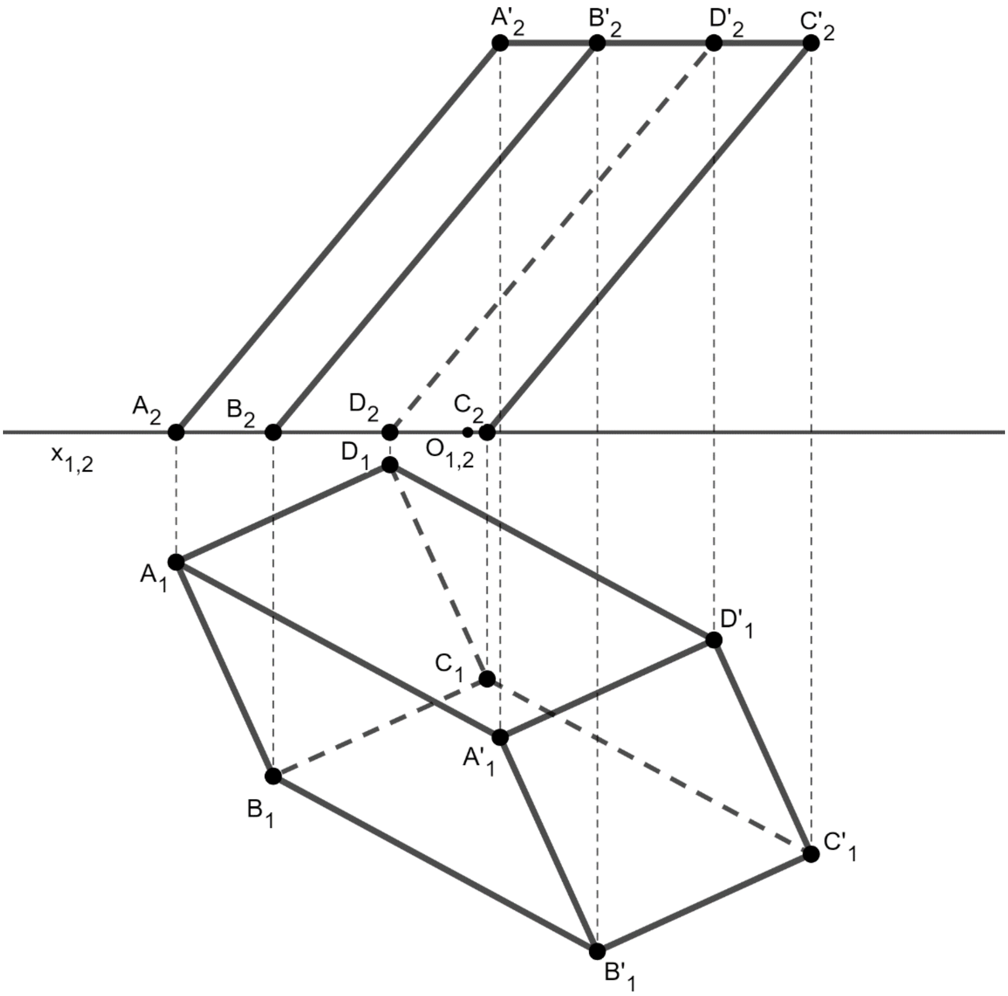
Řešení: (Obrázek 4.16). Zobrazíme půdorysy A_1, B_1, C_1 a nárysy A_2, B_2, C_2 bodů *A, B, C*. Dále máme dvě možnosti řešení pro zobrazení bokorysů A_3, B_3, C_3. Můžeme sklopit bokorysnu do půdorysny nebo do nárysny. Budeme-li sklápět bokorysnu do nárysny, tak využíváme *y*-ovou souřadnici pro každý bod, stejně jako můžeme vidět na obrázku 3.9.b. Postupně určíme borysy A_3, B_3, C_3. Půdorys trojúhelníku *ABC* získáme spojením bodů A_1, B_1, C_1, nárys trojúhelníku *ABC* spojením bodů A_2, B_2, C_2 a bokorys trojúhelníku *ABC* spojením bodů A_3, B_3, C_3.



Obrázek 4.16: Půdorys, nárys a bokorys trojúhelníku *ABC*

Příklad 17: Kosý hranol má čtvercovou podstavu $ABCD$ v půdorysně, jedna pobočná hrana je BB'. A=[-4,5; 2; 0], B=[-3; 5,3; 0], B'=(2; 8; 6). Sestrojte jeho sdružené obrazy a vyznačte viditelnost.

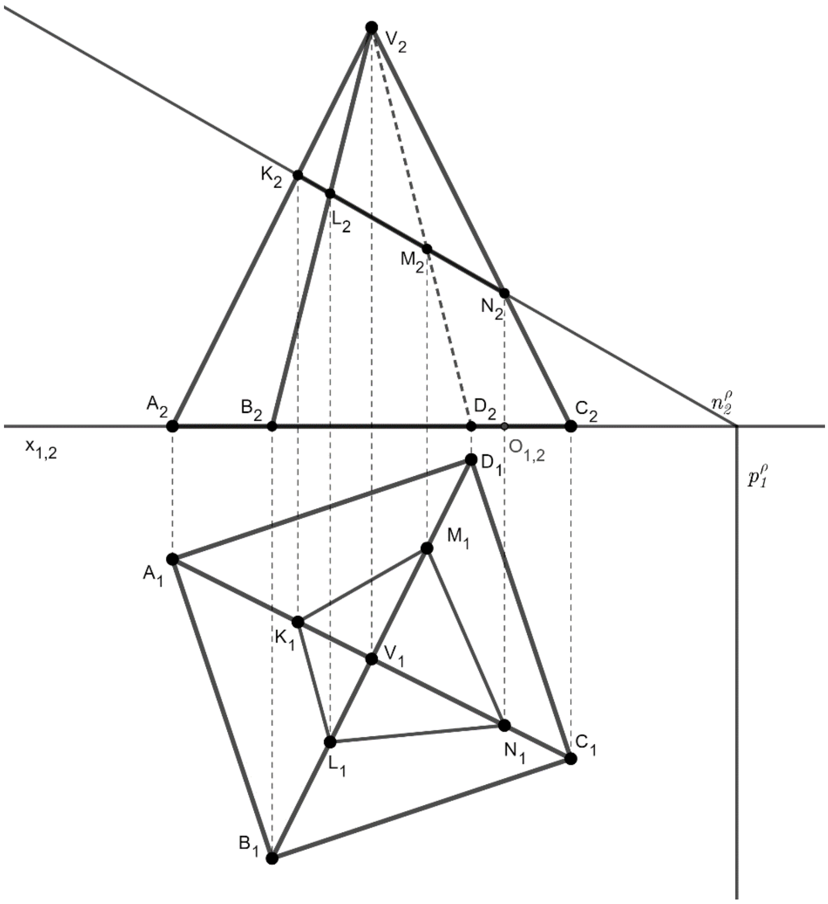
Řešení: (Obrázek 4.17) Zobrazíme zadané body A, B a B'. Abychom získali průmět hranolu, tak sestrojíme průměty podstav a pobočných hran. Podstava leží v půdorysně nebo s ní je rovnoběžná, proto jsou jejich půdorysy shodné čtverce $A_1B_1C_1D_1$, $A'_1B'_1C'_1D'_1$. Kosý hranol má rovnoběžné pobočné hrany, stejně tak i půdorysy pobočných hran budou rovnoběžné a stejně dlouhé úsečky.



Obrázek 4.17: Průmět kosého hranolu

Příklad 18: Narýsujte průměty řezu pravidelného kolmého jehlanu *ABCDV* se čtvercovou podstavu *ABCD*, která leží v půdorysně s rovinou ρ. A=[5; 2; 0], C=[-1; 5; 0], v = 6, ρ = (3; ∞; 2).

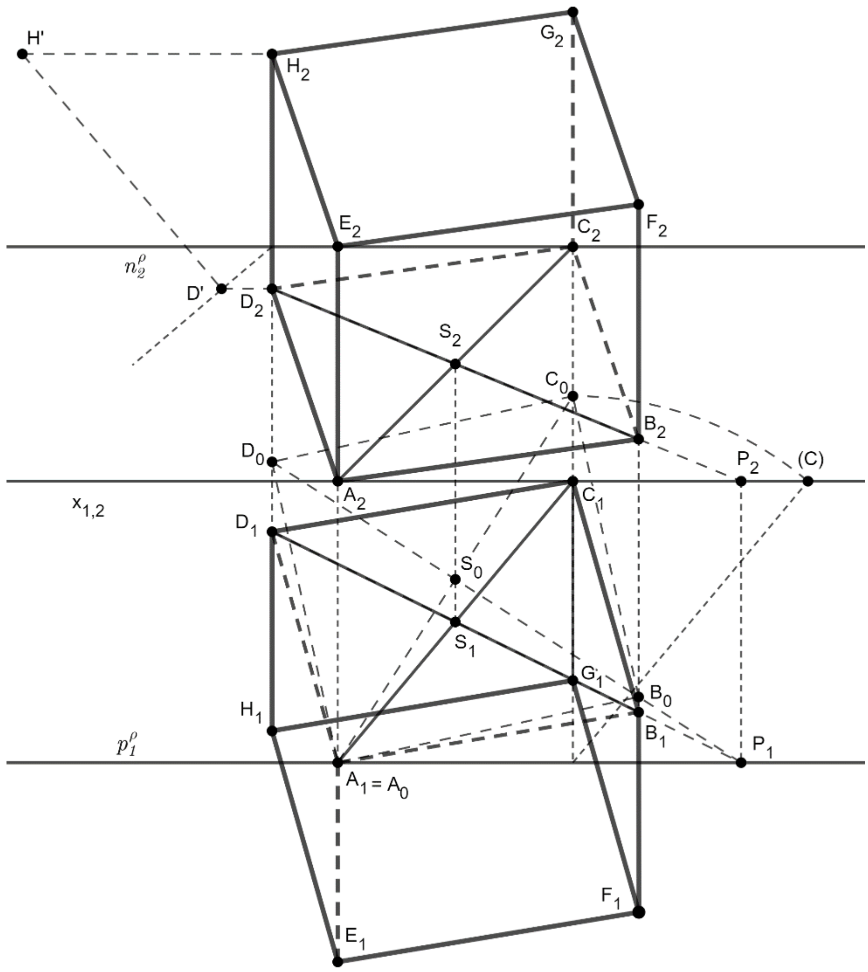
Řešení: (Obrázek 4.18) Zobrazíme body *A, C* a rovinu ρ. Hledáme řez *KLMN* jehlanu, kterým bude čtyřúhelník, jehož vrcholy budou ležet v rovině ρ. Nejprve sestrojíme jehlan v půdorysu, tedy nalezneme vrchol V_1, který leží přesně mezi body A_1 a C_1. Protože podstava jehlanu leží v půdorysu, tak se nám bude průmět jehlanu v půdorysu jevit jako čtverec. Z prvního průmětu určíme jednoduše i druhý průmět, neboť podstava jehlanu leží na ose x a vrchol V_2 leží v určené výšce ze zadání. Nárysná stopa roviny ρ protíná jehlan v místě řezu *KLMN*. Body *K, L, M, N* budou ležet na příslušných hranách jehlanu a na průsečíku se svými ordinály.



Obrázek 4.18: Řez kolmým jehlanem

Příklad 19: Zobrazte průměty krychle, jejíž stěna *ABCD* leží v rovině ρ = (∞; 6; 5), *A*=[2; 6; ?], *C*= [-3; ?; 5].

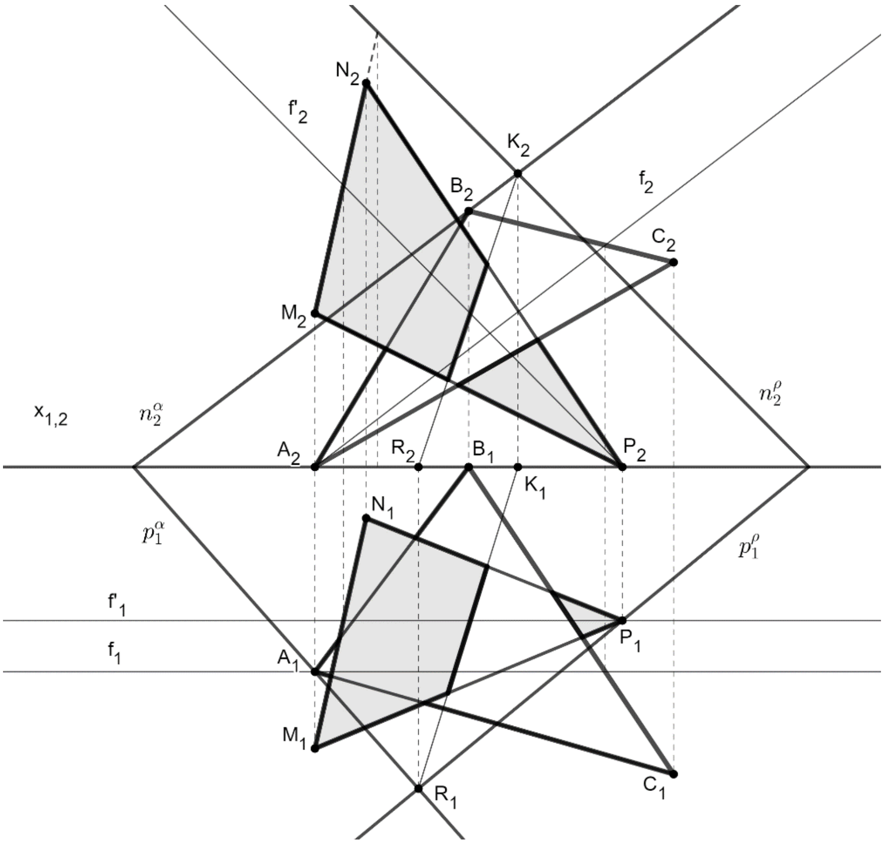
Řešení: (Obrázek 4.19) Zobrazíme rovinu ρ a průměty bodů *A* a *C*. Nejprve sestrojíme v rovině ρ čtverec *ABCD*, abychom čtverec sestrojili musíme otočit rovinu ρ kolem její půdorysné stopy p^{ρ} do půdorysny. Následně ve vrcholech čtverce vztyčíme kolmice, na které naneseme délku hrany čtverce *ABCD*. Abychom mohli nanést délku hrany čtverce musíme promítací rovinu sklopit. Tímto krokem získáme vrcholy druhé podstavy. Nakonec zvýrazníme viditelnost krychle podle *y*-ových a *z*-ových souřadnic.



Obrázek 4.19: Průměty krychle

Příklad 20: Sestrojte průsek trojúhelníků *ABC*, *MNP*. *A*=[3; 4; 0], *B*=[0; 0; 5], *C*=[-4; 6; 4]; *M*=[3; 5,5; 3], *A*=[2; 1; 7,5], *P*=[3; 3; 0].

Řešení: (Obrázek 4.20) Zobrazíme průměty obou trojúhelníků *ABC* a *MNP*. Trojúhelník *ABC* určuje rovinu α, sestrojíme její nárysnou i půdorysnou stopu. Trojúhelník *MNP* určuje rovinu ρ, sestrojíme tedy její nárysnou i půdorysnou stopu. Dále můžeme už určit průsečnici rovin, protože hledáme průsek dvou trojúhelníků stačí vyznačit pouze společnou část obou trojúhelníků. Nakonec vyznačíme viditelnost podle *y*-ových a *z*-ových souřadnic, tedy hrana *MN* bude viditelná oproti hraně *AB*.



Obrázek 4.20: Průsek trojúhelníků *ABC* a *MNP*

5 Deskriptivní geometrie na středních školách

V rámci výzkumné části jsem pomocí dotazníku zjišťovala, do jaké míry je vyučována deskriptivní geometrie na středních školách. Dotazník byl určen učitelům, kteří mají přehled, do jaké míry je deskriptivní geometrie probírána a kolik studentů má zájem ji studovat. Kontaktovala jsem 100 středních škol, ze kterých mi odpovědělo pouze 25, tedy pouze čtvrtina z nich.

Ukázka dotazníku:

1. Na jaké střední škole vyučujete:
   - Gymnázium
   - Střední škola ekonomická
   - Střední škola pedagogická
   - Odborná střední škola
   - Jiná __________
2. Vyučuje se na škole deskriptivní geometrie? (pokud Ne, přeskočte na otázku 8)
   - Ano
   - Ne
3. Je vyučovaná jako:
   - Hlavní předmět
   - Volitelný předmět
4. V případě volitelného předmětu, kolik studentů si předmět vybralo?
   - 1-5
   - 6-10
   - 11-15
   - 16 a více

5. Jaký druh promítání se vyučuje:
    - Kótované promítání
    - Mongeovo promítání
    - Středové promítání
    - Pravoúhlá axonometrie
    - Kosoúhlá axonometrie
    - Lineární perspektiva
    - Jiné ____
6. Maturoval někdo ze studentů z deskriptivní geometrie:
    - Ano
    - Ne
7. Pokud Ano, kolik studentů?
    - 1-3
    - 4-6
    - 7-10
    - 11 a více
8. Kolik studentů se hlásí na vysoké školy technické?
    - 0
    - 1-5
    - 6-10
    - 11-15
    - 16-20
    - 21-30
    - 31-50
    - 51 a více

5.1 Vyhodnocení dotazníků

Dotazník jsem rozesílala primárně mezi gymnázia, ale také jsem oslovila několik odborných středních škol s technickým zaměřením. Z gymnázií jsem dostala zpětnou vazbu od 23 škol a odborné školy se mi ozvaly dvě. Výsledky tedy rozdělím na gymnázia a na oborné střední školy.

Obě odborné střední školy vyučují deskriptivní geometrii jako hlavní předmět. Mezi vyučované druhy promítání patří kótované promítání, Mongeovo promítání, pravoúhlá axonometrie, lineární perspektiva a kosoúhlé promítání. Z toho můžeme usoudit, že na středních technických školách je deskriptivní geometrie probírána do hloubky, což bych na technických školách i očekávala. Maturitu z deskriptivní geometrie si průměrně vybíralo 7-10 studentů a na vysoké školy se jich hlásí obvykle třikrát tolik.

Na gymnáziích se deskriptivní geometrie vyučuje pouze volitelně nebo se nevyučuje vůbec. Z výsledků, které jsem obdržela jich přibližně polovina deskriptivní geometrii volitelně vyučuje a druhá polovina ji nevyučuje. Mohla bych usuzovat, že těch zbylých 75 % škol, které mi dotazník nevyplnily ji ani nevyučují, proto jim mohlo přijít zbytečné dotazník vyplňovat.

Průměrně si jako volitelný předmět vybírá 6-10 studentů. Na některých středních školách se volitelné předměty otevírají pouze pokud mají dostatečnou účast. Dostatečná účast bývá alespoň šest studentů, může se tedy stát, že studenti mají zájem si deskriptivní geometrii zvolit, ale bohužel z důvodu nedostatečného zájmu nemají možnost.

Na všech gymnáziích, které mají deskriptivní geometrii jako volitelný předmět, se vyučuje Mongeovo promítání, tedy nejčastěji používané promítání na dvě průmětny. Druhým nejčastějším druhem promítání je kótované promítání, které je relativně jednoduché a využívá se při zobrazování terénu pomocí topografie nebo při teoretickém řešení střech. Necelá polovina gymnázií vyučuje i pravoúhlou axonometrii, která je relativně jednoduchá, ale perspektivní dojem může někomu připadat nedokonalý. Na třech školách se učí i lineární perspektiva, tedy středové promítání, které napodobuje lidské oko. Dvě školy vyplnily, že vyučují i kosoúhlou axonometrii.

Maturita z deskriptivní geometrie není zvlášť oblíbená, ale i přesto polovina škol, které na dotazník odpovídaly, vyplnili, že studenti z geometrie maturují. Zájem o maturitu z geometrie mají nejčastěji 1-3 studenti ročně, což je velmi málo. Celkově zájem o studium technických vysokých škol není veliký. Na otázku: „Kolik studentů se hlásí na vysoké školy technické“ byla nejčastější odpověď 6-10 studentů. Celkově zájem studovat technické obory je malý. Studenti si častěji vybírají humanitní obory, které jsou pravděpodobně jednodušší.

Závěr

Cílem mé bakalářské práce bylo seznámit se se zobrazením základních útvarů v Mongeově promítání. Jelikož deskriptivní geometrie není mým hlavním oborem, tak jsem brala napsání této práce, jako rozšířením svých znalostí z deskriptivní geometrie a také jsem rozvíjela svoji prostorovou představivost.

Nejprve jsem zmínila osobnost samotného Gasparda Mongea, a jeho nejznámější díle. Dále jsem se v teoretické části zabývala-jednotlivými základními pojmy, jako je zobrazení bodu, přímky nebo rovin. Dále jsem se věnovala i vzájemné poloze přímek a rovin. Postupně jsem tedy došla až k problematice třetí průmětny.

V praktické části jsem řešila příklady z Mongeova promítání. Začala jsem jednoduchými příklady, jako je zobrazení bodů a přímek. Postupně jsem řešila o něco těžší příklady, jako je zobrazení krychle, řez jehlanu nebo průsek dvou trojúhelníků.

Všechny obrázky jsem vytvořila sama v programu GeoGebra. Což je multiplatformí dynamický software, který propojuje geometrii, algebru, tabulky a znázorňování grafů. Během psaní jsem se s programem seznamovala, tedy příklady řešené ke konci byli pro mě už jednodušší na vypracování, neboť jsem už měla větší zkušenost s prací v programu GeoGebra.

V rámci bakalářské práce jsem vypracovala krátký dotazník pro střední školy, kde jsem zjišťovala, do jaké míry se na těchto školách vyučuje deskriptivní geometrie. Některé školy byly velmi ochotné a vyplněný dotazník mi poslaly do druhé dne. Bohužel jsem se setkala i s nepříjemnými reakcemi ze škol. Některé školy dotazník nevyplnily a neposlaly, protože mě osobně neznají. Ze sta rozeslaných e-mailů na školy se mi ozvalo pouze 25 %. Je také možné, že některé školy deskriptivní geometrii nevyučují, a proto mi dotazník nevyplnili a neposlaly.

Hlavním cílem mé bakalářské práce, tedy bylo porozumět nové problematice z deskriptivní geometrie, což bych považovala, za poměrně úspěšné.

Použité zdroje

[1] ÚLEHLA, Josef. *Dějiny matematiky, Díl 2*. Praha: Dědictví Komenského, 1913. sv. Díl 2 Dostupné z: https://ndk.cz/uuid/uuid:456e6f80-c321-11e4-9541-005056827e5

[2] STRNAD, A.: Mathematikové ve francouzské revoluci. Výroční zprávy reálky v Hradci Králové (1889).

[3] KADEŘÁVEK, František. *Úvod do dějin rýsování a zobrazovacích nauk.* 1. vyd. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1954.

[4] KŘIVSKÝ, Petr, KUDĚLKA, Michal, KVAČEK, Robert a SKŘIVAN, Aleš. *Věk starý a nový: dějiny, kultura, život Evropy v 17. a 18. století: pro čtenáře od 13 let*. Praha: Albatros, 1987. s. 175. Dostupné také z: https://ndk.cz/uuid/uuid:904cc290-17a1-11e3-84ec-5ef3fc9bb22f

[5] POMYKALOVÁ, Eva. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2010. Dostupné z: https://ndk.cz/uuid/uuid:1f166a90-979a-11e7-b249-5ef3fc9ae867

[6] KORCH, Ján. MÉSZÁROSOVÁ, Katarína. MUSÁLKOVÁ, Bohdana. *Deskriptivní geometrie pro 1. ročník SPŠ stavebních*. Praha: Sobotáles, 1998.

[7] MAŇASKOVÁ, Eva. *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie.* Praha: Prometheus, 2018.

[8] ŠVERCL, Josef. *Zobrazovací metody*. Praha: Práce, 1971. s. 14-15. Dostupné také z: https://ndk.cz/uuid/uuid:f3bdd7b0-3d28-11e6-ad5e-5ef3fc9bb22f

[9] SPURNÁ, Ivona. *Deskriptivní geometrie 2. Mongeovo promítání*. Prostějov: Computer Media, 2011.

[10] DRÁBEK, Karel, HARANT, František, HORÁK, Stanislav, URBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie*. Díl 1. Dotisk. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964, 198 s.

[11] HORÁK, Stanislav. *Sbírka řešených úloh z deskriptivní geometrie.* Díl 1. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1966

[12] MENŠÍK, Miroslav a POSPÍŠIL, Antonín. *Technické kreslení - deskriptivní geometrie: učební text pro 1. ročník průmyslových škol stavebních*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1956

[13] MEDEK, Václav, SIVOŠOVÁ, Alice. *Zbierka úloh z deskriptivnej geometrie pre 3. ročník gymnázia.* Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1937.

[14] AUDIN, Michele. *Geometry.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003. ISBN 3-540-43498-4

[15] MCDANIEL, Michael. *Geometry by construction,* 2015. ISBN: 978-1-62734-028-1

Seznam obrázků

Anotace

Jméno a příjmení:	Anna Kotková
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.
Rok obhajoby:	2021

Název práce:	Zobrazení základních útvarů v Mongeově promítání
Název v angličtině:	The mapping of basic objects in Monge’s method
Anotace práce:	V práci se zabývám zobrazením základních útvarů v Mongeově promítání. V teoretické části se věnuji vysvětlení Mongeovy metody promítání na dvě průmětny. V praktické části zpracovávám základní příklady pomocí programu GeoGebra.
Klíčová slova:	Zobrazovací metody, Mongeovo promítání, deskriptivní geometrie, promítání na dvě průmětny, Gaspard Monge
Anotace v angličtině:	This paper refers to the mapping of basic object in Monge’s mothod. In the theoretical part, I explain Monge’s method of mapping on two areas. In the empirical part, I calculate elemental problems via the GeoGebra program.
Klíčová slova v angličtině:	Mapping methods, Monge’s method of projections, descriptive geometry, Orthogonal projections onto two orhogonal planes,Gaspard Monge
Rozsah práce:	58 stran
Jazyk práce:	Český