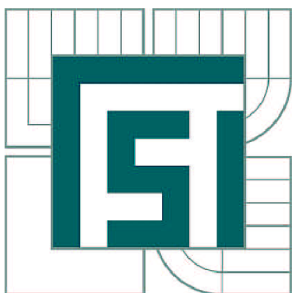


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV STROJÍRENSKÉ TECHNOLOGIE

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF MANUFACTURING TECHNOLOGY

## VIBRACE PŘI OBRÁBĚNÍ KOVŮ

VIBRATIONS AT MACHINING OF METALS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. ZDENĚK FIALA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. MIROSLAV PÍŠKA, CSc.

BRNO 2010

## ABSTRAKT

Práce ve své teoretické části uvádí matematický popis kmitání, způsoby vzniku chvění při obrábění a měření modálních parametrů obráběcího stroje. Praktická část obsahuje sestavení lobe diagramu stability pro poloautomatický soustruh SPN 12 CNC, určený na základě naměřených vlastních frekvencí stroje s konkrétním nástrojem a materiálem pomocí zařízení Brüel Kjaer.

### Klíčová slova

vibrace, chvění, modální analýza, regenerativní kmitání, lobe stability diagram

## ABSTRACT

The diploma work deals with a mathematical description of vibration and its generation when machining. Moreover, some techniques of modal parameters measurement in the theoretical part are included. The practical part is designed and based on the measured natural frequencies of the machine with specific tool and materials. In conclusion, a lobe diagram stability for semiautomatic lathe SPN 12 CNC and selected machining operation is specified by means of apparatus.

### Key words

vibration, chatter, modal analysis, regenerative chatter, Lobe stability diagram

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

FIALA, Z. *Vibrace při obrábění kovů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. s., příloh. Vedoucí práce prof. Ing. Miroslav Píška, CSc..

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma "Vibrace při obrábění kovů" vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

Datum: 25. 5. 2010

.....  
Zdeněk Fiala

## **Poděkování**

Děkuji tímto prof. Ing. Miroslavu Píškovi, CSc. za cenné připomínky a rady při vypracování diplomové práce.



**OBSAH**

Abstrakt.....	4
Prohlášení.....	5
Poděkování.....	6
Obsah .....	7
ÚVOD .....	9
1 MATEMATICKÝ POPIS KMITÁNÍ PŘI OBRÁBĚNÍ .....	10
1.1 Historie .....	10
1.2 Typy kmitání .....	10
1.2.1 Volné kmitání .....	11
1.2.1 Vynucené kmitání.....	13
1.2.2 Samobuzené kmitání.....	14
2 ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU.....	15
2.1 Harmonický signál .....	15
2.2 Fourierova transformace .....	18
2.2.1 Fourierovy řady .....	18
2.2.2 Fourierova transformace obecného signálu .....	19
2.2.3 Diskrétní Fourierova transformace (DFT).....	20
2.2.4 Rychlá Fourierova transformace (FFT) .....	20
3 MODÁLNÍ PARAMETRY .....	22
3.1 Možnosti využití modální analýzy .....	23
3.2 Předpoklady pro popis vlastností zkoumaných soustav .....	24
3.3 Frekvenční odezvozá funkce.....	24
3.4 Metody měření modálních parametrů.....	25
4 TEORETICKÝ ROZBOR VZNIKU CHVĚNÍ PŘI OBRÁBĚNÍ .....	28
4.1 Soustružení .....	28
4.1.1 Regenerativní kmitání při soustružení.....	28
4.2 Frézování .....	33
4.2.1 Sousedné frézování.....	33
4.2.2 Nesousedné frézování.....	34
4.2.3 Čelní frézování .....	34
4.2.4 Regenerativní kmitání při frézování.....	35

5	DIAGRAM STABILITY (tzv. LOBE DIAGRAM).....	42
6	EXPERIMENT .....	44
6.1	Technické vybavení.....	44
6.2	Měřené zařízení.....	45
6.3	Průběh měření.....	47
6.3.1	Diagram stability pro $k_{cmin}$ .....	51
6.3.2	Diagram stability pro $k_{cmax}$ .....	53
6.4	Zhodnocení výsledků.....	54
	ZÁVĚR.....	58
	Seznam použitých zdrojů .....	59
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	62
	Seznam příloh.....	65

## ÚVOD

Ve výrobním procesu se často objevují faktory, které ho různým způsobem ovlivňují, ať už pozitivně, nebo negativně. Jedním z nich jsou i vibrace vznikající při obrábění, ty se označují jedním slovem jako chvění. Je to nežádoucí stav, který má za následek např. zhoršení povrchu obráběné plochy, hlučnost nebo zkrácení životnosti obráběcího stroje.

Práce obsahuje matematický popis chvění při soustružení a frézování. Uvádí základní teorii o měření modálních parametrů, která je nezbytná pro sestavení lobe diagramu stability. Díky tomuto diagramu jsme schopni nastavit optimální podmínky pro obrábění tak, aby nenastalo chvění a abychom maximálně využili výkon obráběcího stroje.

Cílem experimentální části práce je na základě uvedené teorie vytvořit diagram stability pro poloautomatický soustruh SPN 12 CNC s upnutým konkrétním nástrojem a obrobkem. K měření bude použito měřicí vybavení firmy Brüel Kjaer, konkrétně se jedná o modální kladivo, akcelerometr, analyzátor a notebook s vyhodnocovacím softwarem Pulse Labshop.

# 1 MATEMATICKÝ POPIS KMITÁNÍ PŘI OBRÁBĚNÍ

## 1.1 Historie

Problematikou stability obráběcího procesu se začali vědci zabývat již na počátku dvacátého století. V roce 1906 Taylor vyslovil názor, že vibrace vznikající při obrábění, jsou největší problém, kterému se musí při obrábění čelit. Vytvořil základní vztahy pro závislosti mezi řeznými podmínkami a opotřebením nástroje. Na jeho výzkum následně navázali Tobias, Tlustý a Poláček, kteří vytvořili základní teorii regenerativního kmitání, která popisuje povrch materiálu obráběný rozkmitaným nástrojem. Vibrace v nástroji vznikají v důsledku proměnné řezné síly a okamžité změny tloušťky třísky. Pomocí odvozených vztahů určili hranici mezi stabilním a nestabilním obráběním [16].

## 1.2 Typy kmitání

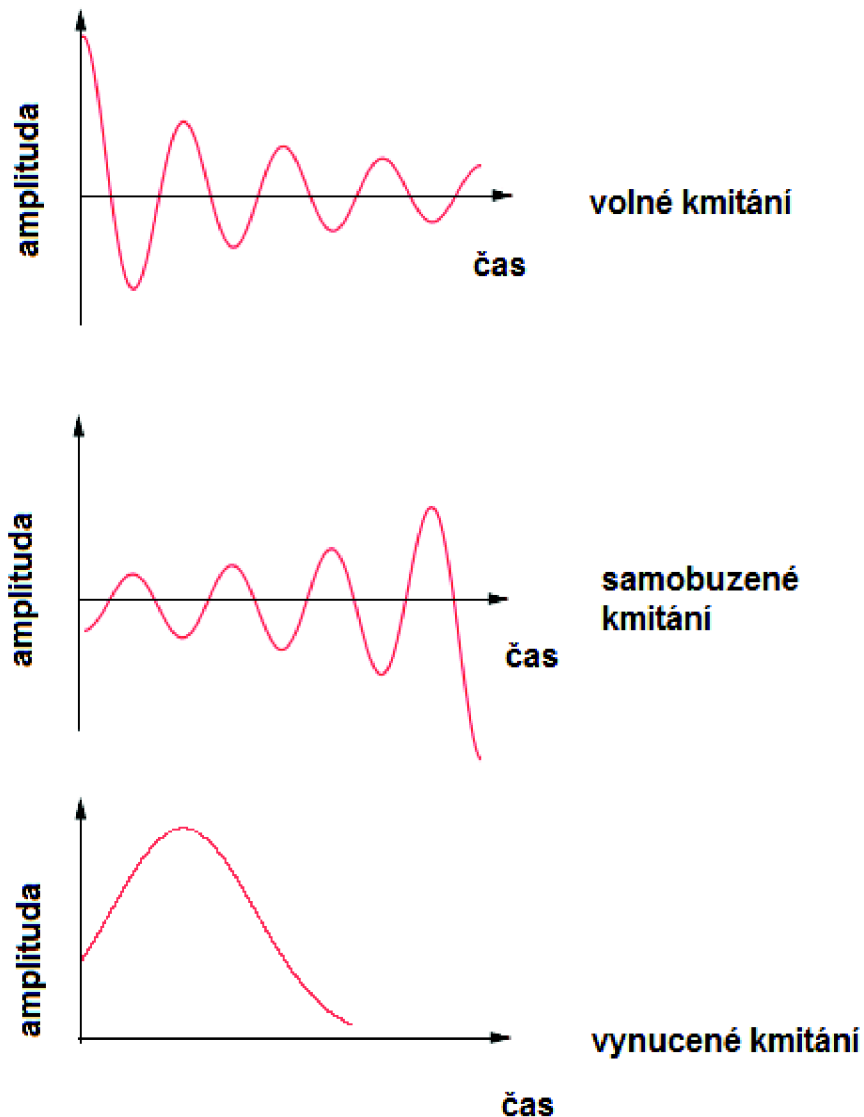
O kmitání, oscilování nebo o vlnění lze hovořit v případě, že nějaká fyzikální veličina nabývá v čase opakovaně střídavých hodnot okolo své rovnovážné hodnoty, přičemž nepřekročí hranice určitého intervalu [1].

Každá diskrétní soustava s jedním stupněm volnosti může být popsána obecnou pohybovou rovnicí. U rozsáhlejších soustav je vhodné zapisovat pohybové rovnice v maticovém tvaru. Pro jednotlivé typy kmitání se rovnice liší vyjádřením jednotlivých koeficientů a obecnou souřadnicí. O tom jaké má rovnice koeficienty rozhoduje zejména to, je-li kmitání volné nebo vynucené, tlumené nebo netlumené, s buzením deterministickým nebo náhodným. Na obrázku 1.1 jsou zobrazeny základní typy kmitání [1].

Obecná pohybová rovnice popisující kmitání lineární soustavy s jedním stupněm volnosti má následující tvar

$$m \ddot{x} + b \dot{x} + kx = mg + F(t) \quad (1.1)$$

kde  $m$  je hmotnost tělesa,  $b$  reprezentuje koeficient tlumení,  $k$  značí tuhost,  $mg$  určuje tíhu,  $F(t)$  je časově proměnná vnější síla (budící síla) a  $x$  obecná souřadnice [1].



Obr. 1.1 Typy kmitání

### 1.2.1 Volné kmitání

Tento pohyb soustavy vzniká, je-li například vychýlena z rovnovážné polohy a ponechána sama o sobě volná bez účinků vnějších sil. Odtud plyne termín volné kmitání.

Volné kmitání tlumené soustavy s jedním stupněm volnosti je výsledkem řešení homogenní pohybové rovnice

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0 \quad (1.2)$$

Tlumení se uvažuje úměrné rychlosti  $\dot{x}(t)$  s konstantou úměrnosti  $b$ . Rovnice 1.2 se obvykle upravuje do tvaru

$$\ddot{x} + 2b_p\Omega\dot{x} + \Omega^2x = 0 \quad (1.3)$$

V této rovnici značí  $b_p$  poměrný útlum a  $\Omega$  vlastní úhlovou frekvenci netlumené soustavy [1].

$$b_p = \frac{b}{2m\Omega} \quad (1.4)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.5)$$

Pro výpočet výchylky netlumené soustavy s jedním stupněm volnosti platí pohybová rovnice

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1.6)$$

Rovnice 1.6 vyplývá též z 1.1, přičemž se vynechá tlumící člen a budící síla. Tato rovnice se dá dále upravit na tvar

$$-m\Omega^2 + k = 0 \quad (1.7)$$

Úhlová frekvence volného kmitání je tzv. vlastní úhlová frekvence  $\Omega$ . Počet kmitů někdy též cyklů za vteřinu při volném kmitání je vlastní kmitočet  $f$  daný vztahem [1].

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} \quad (1.8)$$

Perioda (doba kmitu) je

$$T = \frac{1}{f} \quad (1.9)$$

Abychom mohli řešit danou soustavu, musíme uvažovat 3 následující předpoklady: [1]

- pružina je absolutně tuhá a má nulovou hmotnost,
- tlumič je nepoddajný a má nulovou hmotnost,
- hmota soustavy je absolutně tuhá a nedochází v ní k útlumu.

### 1.2.1 Vynucené kmitání

Vynucené kmitání je vyvoláno periodicky proměnlivými silami, které působí na jednotlivé prvky obráběcího systému [2].

Pro výchylku  $x(t)$  v okolí rovnovážné polohy platí tato pohybová rovnice

$$m \ddot{x} + b \dot{x} + kx = F(t) \quad (1.10)$$

Tlumení se uvažuje úměrné rychlosti  $\dot{x}(t)$  s konstantou úměrnosti  $b$ . Člen  $b \dot{x}$ , který značí tlumící sílu, vystihuje s dostatečnou přesností tlumící účinek oleje ve viskózním tlumiči. Existují i jiné typy tlumení, ty ovšem nelze analyticky vyjádřit v pohybové rovnici ve tvaru lineárního členu [1].

Pro zavedení poměrného útlumu  $b_p$  a vlastní úhlové frekvence stejné soustavy bez tlumení  $\Omega$  pohybová rovnice 1.10 nabývá tvaru

$$\ddot{x} + 2b_p \Omega \dot{x} + \Omega^2 x = \frac{1}{m} F(t) \quad (1.11)$$

Hlavní příčiny vzniku vynuceného kmitání působící v obráběcím systému jsou zejména: [1]

- silové pulzy v obráběcím systému,
  - nevyváženost rotujících hmot např. obrobek, nástroj, vřeteno a další rotující části obráběcího stroje,
  - přímočaré vratné pohyby hmot např. obrobek, nástroj, části obráběcího stroje.
- periodicky přerušovaný řezný proces,
  - změna průřezu třísky,
  - diskontinuální řezné procesy např. hoblování a obrážení.

### **1.2.2 Samobuzené kmitání**

Toto kmitání vzniká bez periodického vnějšího budicího účinku. Soustava je uvedena do samobuzeného kmitání prvním impulzem, který vyvolá výchylku z rovnovážné polohy a dále kmitání probíhá bez přívodu energie z vnějšku a jeho periodická proměnlivost závisí pouze na vlastnostech kmitající soustavy. Prvním impulzem může být např. uvolnění nárůstku z nástroje, nebo náraz nástroje na tvrdší strukturální částici v obráběném materiálu [3].

Samobuzené kmitání mohou vyvolat vlivy:

- **nesouvisející s řezným procesem,**
  - relaxační kmitání tj. trhavé pohyby při velmi malých posuvech,
  - kmitání kopírovacího systému se zpětnou vazbou.
- **související s řezným procesem,**
  - reprodukce předchozí vlnitosti povrchu,
  - postupné usmýkávání článků nebo prvků třísky,
  - nestabilita nárůstku,
  - změna součinitele tření v závislosti na rychlosti pohybu.



## 2 ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU

Teorie signálů nachází uplatnění v nejrůznějších oblastech techniky. Měření časového průběhu signálu představuje buď jeho záznam nebo přímé vyhodnocení některého parametru. Záznam má za cíl toto vyhodnocení charakteristik signálu na pozdější dobu, pokud prostý časový průběh není výsledkem měření [13].

Souběžně s rozvojem první výpočetní techniky nastoupil i rozvoj algoritmů zpracování signálů a nástrojů k jejich realizaci. Fourierova analýza pro diskrétní (vzorkované) posloupnosti dat v postupech popisovaných numerickou matematikou, byla málo efektivní, vhodná pouze pro ruční výpočty. V roce 1965 J. W. Cooley a J. W. Tukey učinili objev, který umožňoval podstatně urychlit výpočet Fourierovy transformace. Označení diskrétní Fourierovy transformace bylo poprvé použito v roce 1967 a její základní vlastnosti byly popsány o dva roky později [13].

U signálů lze snímat souhrnné charakteristiky nebo frekvenční spektra. Souhrnnou charakteristikou je například hladina hluku nebo vibrací ve zrychlení nebo rychlosti [13]. Pro měření vibrací existují nejrůznější měřicí přístroje a senzory, patří mezi ně například mikrofony, dynamometry a akcelerometry.

### 2.1 Harmonický signál

Patří mezi elementární signály a má široké uplatnění v oboru kmitání. Je obecně definován jako časová funkce typu

$$x(t) = a \cdot \cos(\omega t) + b \cdot \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

kde  $a, b$  jsou reálná čísla,  $\omega$  je úhlová rychlost a  $t$  čas. Závislost úhlové rychlosti  $\omega$  na frekvenci  $f$  je dán vztahem

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.2)$$

Ekvivalentní zápis harmonického signálu je potom

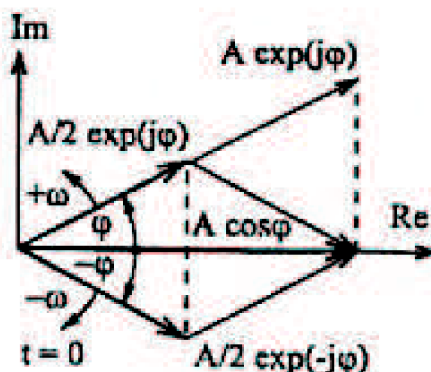
$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.3)$$

kde amplituda  $A$  a počáteční fáze  $\varphi$  souvisejí s parametry výše uvedeného výchozího tvaru. Fáze harmonického signálu, kterou představuje výraz  $\omega t + \varphi$ , je lineární funkcí času. V teorii signálu jsou skládány harmonické signály, které se liší v amplitudě, fázi a úhlové rychlosti. Pro tuto operaci je výhodné zobrazení harmonického signálu pomocí komplexních funkcí v exponenciálním tvaru. Podle Eulerova vzorce platí

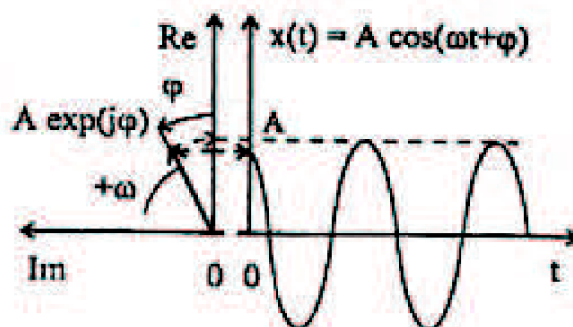
$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} \exp(j(\omega t + \varphi)) + \frac{A}{2} \exp(-j(\omega t + \varphi)) \quad (2.4)$$

reálný harmonický signál lze nahradit součtem dvou komplexně sdružených funkcí času, tj. funkcemi se shodnými reálnými částmi a opačnými imaginárními částmi [13].

Absolutní hodnota zmíněných komplexně sdružených funkcí je rovna poloviční amplitudě harmonického signálu a imaginární exponent základu přirozených logaritmů  $e$ , je fází. Funkční hodnoty komplexní funkce v komplexní rovině představují body nebo vektory s počátkem v nule komplexní roviny a s koncovým bodem o souřadnicích, které jsou dány reálnou a imaginární částí funkčních hodnot.



Obr. 2.1 Rozklad harmonického signálu na dvojici rotujících vektorů [13]



Obr. 2.2 Souvislost mezi rotací vektoru a harmonickým signálem [13]

Koncový bod vektoru každé komplexní funkce z rozkladu (2.4) se s rostoucím časem pohybuje po kružnici, což znamená, že příslušný vektor rotuje. V teorii signálu se pro rotující vektor použito speciální označení, a to fázor. Fáze vektoru  $A/2 \cdot \exp(j(\omega t + \varphi))$  se zvětšuje s časem v kladném směru a fáze vektoru  $A/2 \cdot \exp(-j(\omega t + \varphi))$  se zvětšuje s časem v záporném směru. Často se hovoří o kladném, respektive záporném, směru rotace vektoru. Počáteční poloha vektoru rotujícího v kladném směru je  $A/2 \cdot \exp(j\varphi)$  a v záporném  $A/2 \cdot \exp(-j\varphi)$ . Výsledek součtu dvou komplexně sdružených vektorů je reálné číslo [13].

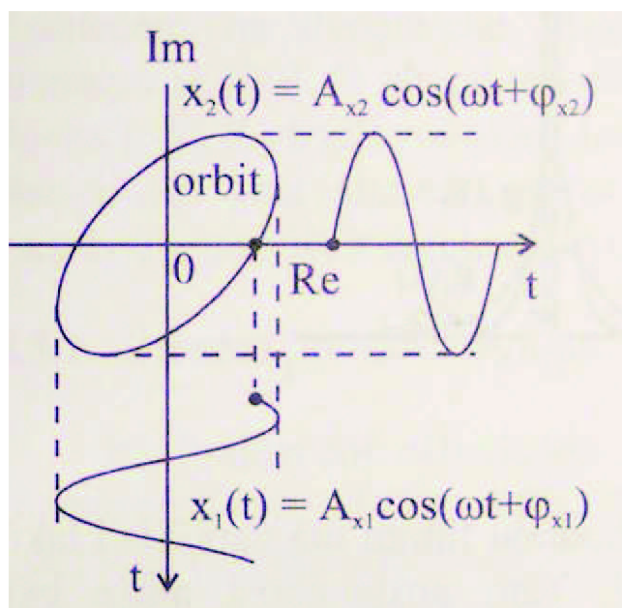
Harmonický signál  $x(t)$  lze tedy nahradit součtem dvou vektorů, které rotují stejnou úhlovou rychlostí ve vzájemně opačném směru. Jejich výslednice má směr reálné osy [13].

$$x(t) = a_+(t) + a_-(t) \quad (2.5)$$

kde

$$a_+(t) = A/2 \cdot \exp(j(\omega t + \varphi)) \quad (2.6)$$

$$a_-(t) = A/2 \cdot \exp(-j(\omega t + \varphi)) \quad (2.7)$$



Obr. 2.3 Elementární orbit [13]

## 2.2 Fourierova transformace

Průběh signálu se obvykle znázorňuje v čase, jinak řečeno v časové oblasti. Posuzování časového průběhu signálu vhodně doplňují i jeho vlastnosti prezentované rozkladem na soubor elementárních funkcí. Nejčastěji je používán rozklad na soubor harmonických funkcí, které se liší amplitudou, úhlovou frekvencí a svou počáteční fází. Rozklad periodické funkce se spojitým časem na kombinaci harmonických signálů, se nazývá Fourierova řada [13].

### 2.2.1 Fourierovy řady

Periodická funkce je charakterizovaná rovností vzájemně posunutých funkčních hodnot

$$x(t) = x(t + iT) \quad (2.8)$$

kde  $T$  je perioda a  $i = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  je její násobek. Do tvaru konvergentní Fourierovy nekonečné řady lze rozvinout tuto funkci  $x(t)$ , za podmínky, že je po

úsecích hladká, což znamená, že tato funkce a její první derivace má konečný počet bodů nespojitosti konečné jednostranné limity. Definiční vzorce jsou

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} Fk \exp(j \frac{2\pi}{T} kt) \quad (2.9)$$

$$Fk = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \exp(-j \frac{2\pi}{T} kt) dt \quad (2.10)$$

kde  $Fk$ ,  $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  jsou koeficienty Fourierovy řady. Součet Fourierovy řady je v bodech nespojitosti roven aritmetickému průměru jednostranných limit [13].

### 2.2.2 Fourierova transformace obecného signálu

Rozklad obecného, tj. nejen periodického signálu, ale také neperiodického signálu na harmonické složky, lze vypočítat s pomocí Fourierovy transformace. Příkladem neperiodického signálu je například osamocený obdélníkový impuls nebo také jakákoliv jiná neperiodická funkce. Definiční vzorce přímé a zpětné Fourierovy transformace pro signál, tj. funkci  $x(t)$  ve významu vzoru nebo originálu, jsou následující

$$X(\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (2.11)$$

$$x(t) = F^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad (2.12)$$

kde funkce úhlové frekvence  $X(\omega)$  má význam obrazu nebo také obecně signálu, který je transformován do frekvenční oblasti. Pro existenci obrazu podle vzorce přímé transformace se matematicky klade na časovou funkci podmínka absolutní integrovatelnosti funkce a dále podmínka, aby  $x(t)$  byla po částech spojitá s konečným počtem bodů nespojitosti. Absolutní integrovatelnost znamená existenci integrálu  $\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt$  [13].

### 2.2.3 Diskrétní Fourierova transformace (DFT)

DFT je aproximací spojitě Fourierovy transformace. Přesnost aproximace značně závisí na časovém průběhu (tvaru) funkce, kterou aproximujeme, a to vlivem vzorkování a omezování, které provádíme. Je důležité, aby DFT aproximovala analyzovanou funkci co nejlépe, tj. aby se co nejvíce přiblížila spojitě, klasické Fourierově analýze. Diskrétní Fourierova transformace je definovaná vztahy [4]

$$F_k = \sum_{i=0}^{N-1} x_i \exp(-j \frac{2\pi}{N} ki) \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.13)$$

$$x_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k \exp(j \frac{2\pi}{N} ki) \quad i=0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.14)$$

První vzorec, tzn. přímá DFT, lze teoreticky použít pro výpočet  $F_k$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , které jsou obecně komplexní čísla. Tyto koeficienty představují pro každou frekvenci  $N$ -násobek poloviční velikosti vektorů, které rotují proti sobě opačnou úhlovou rychlostí. Koeficienty lze vypočítat všechny pro úplný obraz o frekvenčním složení signálu, nebo jen některé pro případ zájmu jen o jednotlivé frekvenční složky signálu. Druhý vzorec, inverzní DFT, má využití v syntéze vzorkových hodnot signálu pro zvolené a nebo cíleným způsobem upravené koeficienty  $F_k$  [13].

### 2.2.4 Rychlá Fourierova transformace (FFT)

Nejvýraznější výhodou FFT oproti DFT je rychlost. Podle definičního vzorce přímé DFT pro záznam o délce  $N$  je zřejmé, že k vyčíslení všech koeficientů  $F_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , je třeba  $N^2$  sčítání a také  $N^2$  násobení komplexních čísel [13].

Podstatou metody FFT je volba zvláštní délky záznamu, a to  $N = 2^m$ , kde  $m$  je přirozené číslo. Tato volba, která se v angličtině označuje jako radix 2,

vede k délkám záznamu např.  $N=128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192$ , které jsou dosti blízké k dekadické řadě [13].



Obr. 3.1 Datový kolektor a FFT analyzátor SKF Mikrolog Analyzér AX [9]

### 3 MODÁLNÍ PARAMETRY

Modální analýza je oblastí dynamiky, která má velký význam v technické diagnostice. Díky této metodě jsme schopni určit vlastností systému a získat úplný dynamický popis mechanické soustavy nebo konstrukce. Většina problémů spojených s nadměrným hlukem či mechanickým chvěním v technické praxi je způsobená vlastnostmi samotného systému, které nazýváme modálními. Tyto vlastnosti se vypočítávají a následně vyhodnocují v rámci zkoušek modální analýzy. Díky těmto parametrům dokážeme predikovat výsledné vlastnosti systému [5].

K výsledným parametrům modální analýzy patří:

- vlastní frekvence soustavy,
- vlastní tvary kmitů,
- vlastní tlumení tvarů kmitů.

Modální analýzu můžeme provádět buď v teoretické rovině jako výpočtovou a nebo v rovině praktické provedením experimentálního měření reálné struktury. Hodnoty vypočtené jsou často porovnávány s hodnotami naměřenými, avšak v technické praxi se jen zřídka shodují [5].

Při matematickém modelování kmitavého chování jsou sestaveny pohybové rovnice a výsledné vlastnosti modální analýzy napočteny užitím tzv. modální transformace. Tato transformace spočívá v náhradě soustavy vzájemně vázaných homogenních diferenciálních rovnic soustavou nezávislých, izolovaně řešitelných homogenních diferenciálních rovnic. Složité výpočty soustavy pohybových rovnic je v mnohých případech nutné podrobit matematickému zjednodušení, které může vést k možným chybám. Teoretická modální analýza se stává nenahraditelnou v případě neexistence reálné soustavy, ale pouze softwarového modelu [5].

Při experimentální modální analýze se určují vlastní frekvence, vlastní tvary kmitu a modální útlum dané soustavy pomocí experimentálně naměřené vhodné množiny dat frekvenční odezvové funkce  $H(\omega)$ . Tyto funkce bývají



také často nazývány jako kmitočtové charakteristiky. Jen korektně provedená experimentální modální analýza určí skutečné modální vlastnosti [5].

### 3.1 Možnosti využití modální analýzy

Metodou modální analýzy lze řešit velké množství technických problémů ve výrobě nebo při modelování požadovaných soustav [5].

- Srovnávání experimentálně naměřených dat na prototypu s odpovídajícími daty získanými pomocí výpočtové metody např. metody konečných prvků.
- S pomocí výsledných vlastních frekvencí, je možno určit nebezpečné provozní stavy, ve kterých se dané zařízení nesmí provozovat, aby nedošlo ke shodě vlastních frekvencí s frekvencemi budících sil. Tato shoda by vedla k rezonanci systému a tedy k nadměrným amplitudám kmitání. Provoz daného zařízení v oblasti rezonancí několikanásobně snižuje životnost, spolehlivost a může dojít až k poškození zařízení.
- Modální analýzu je možno provádět za účelem získání matematického modelu součásti.
- Díky výsledným vlastním tvarům kmitů zkoumaného systému je možno určit místa maximálních výchylek buzené soustavy a je možné doporučit strukturální modifikace, např.: úprava geometrie, přidání přídavných prvků či změna vlastností, s cílem eliminovat nebezpečné chvění v různých částech takového systému.
- Výsledné parametry modálních zkoušek lze výhodně využít při vibrodiagnostice pro identifikaci příčin určitých problémů či dokonce odhalení poruchy a jejich místa výskytu. Určité poruchy vykazují specifické zobrazení ve spektru snímaného signálu, jako například nevývažek, nesouosost, vadné ložisko či poruchy převodovky.

### 3.2 Předpoklady pro popis vlastností zkoumaných soustav

Při zkoumání dynamických účinků buzené mechanické soustavy metodou experimentální modální analýzy, je nezbytné předpokládat linearitu vyšetřovaného systému, to znamená, že odezva systému je přímo úměrná odpovídajícímu buzení. I když v praxi nikdy nepracujeme se systémy čistě lineárními, bude provádění modální analýzy uvažovat nejlepší možnou lineární aproximaci systémové odezvy [5]. Linearita systému udává tři základní předpoklady:

- superpozice - určuje nezávislost pořadí při skládání budících účinků,
- homogenita - určuje nezávislost na velikosti použitých amplitud budoucího signálu,
- reciprocita - předpokládá existenci symetrie a tedy místo účinku buzení a místo zjišťování odezvy je volně zaměnitelné při získávání shodné hodnoty přenosu.

Pro mechanické soustavy v technické praxi je také třeba přijmout předpoklady:

- kauzality - mechanické soustavy nekmitají, dokud nejsou buzeny,
- stability - kmity mechanických soustav dozní po skončení budících účinků,
- časové invariance - dynamické parametry mechanické soustavy jsou neměnné v čase.

### 3.3 Frekvenční odezвовá funkce

Jak již bylo řečeno, experimentální modální analýza je založena na určení *frekvenční odezвовé funkce (frequency response function – FRF)* nebo také kmitočtové charakteristiky. Její podstatou je měření časového průběhu dynamického buzení soustavy  $f(t)$  a zároveň odpovídajícího časového průběhu odezvy testované soustavy  $x(t)$  ve frekvenční oblasti [5]. Tato funkce je definována vztahem:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (3.1)$$

Z uvedeného vztahu je zřejmé, že frekvenční odezvo­vá funkce představuje poměr výstupu ku vstupu do systému a tedy představuje vlastnost vyjadřující dynamickou poddajnost zkoumaného modelu či soustavy. V případě experimentálního měření je možno pro popis dynamiky systému použít jednu ze tří veličin: výchylku, rychlost a nebo zrychlení. Odpovídající frekvenční odezvo­vé funkce k těmto veličinám se nazývají: poddajnost, pohyblivost, akcelerace. Stejně jako veličiny výchylka, rychlost a zrychlení jsou i poddajnost, pohyblivost a akcelerace spojeny algebraickými vztahy (viz. Tab. 3.1) a je tedy možné, na základě změřené charakteristiky jedné z těchto veličin, matematicky odvodit odpovídající charakteristiky dvou zbývajících [5].

Tab. 3.1 Frekvenční odezvo­vé funkce jednotlivých veličin chvění

<b>Poddajnost</b>	<b>Pohyblivost</b>	<b>Akcelerance</b>
$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)}$	$H(\omega) = \frac{\dot{X}(\omega)}{F(\omega)}$	$H(\omega) = \frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)}$

### 3.4 Metody měření modálních parametrů

Důležitým parametrem, který udává dynamické vlastnosti obráběcích strojů, jsou modální parametry. Jsou to vlastní frekvence, tlumení a vlastní tvar kmitání. Metody užívané k získání modálních parametrů lze rozdělit na dvě skupiny [6].

V první skupině se měří frekvenční odezvo­vé funkce. Zkoumaná konstrukce je buzena měřitelnou silou. Měří se odezva konstrukce a budící síla. Podělením těchto dvou signálů se získá již zmíněná FRF. Pro identifikaci vlastních frekvencí a tlumení stačí provést měření jedné FRF. Pokud chceme zjistit tvar kmitání, je třeba opakovat měření v různých bodech na měřené konstrukci. Tyto body dají dohromady model konstrukce, kde potom lze animovat příslušný tvar. Jako budiče se používají modální kladiva nebo vibrátory [6].

Ve druhé skupině metod se modální parametry odhadují nepřímou, pouze na základě měření odezev zkoumané konstrukce. Při R-D testech je stroj buzen odstředivými silami vznikajícími při rotaci vřetena. Měření je nutné provést při různých otáčkách. Důvodem je, že se tím přeladují frekvence budících sil. Při R-D testu stroje jsou měřeny otáčky a autospektra vibrací. Výsledkem je třírozměrná mapa, kde maxima značí vlastní frekvence stroje. Podle vzorkovací frekvence měřeného signálu rozeznáváme dvě metody: spektrální analýzu a harmonickou analýzu. Při spektrální analýze je vzorkovací frekvence konstantní. Při zpracování signálu probíhá algoritmus rychlé Fourierovy transformace. Spektrální mapa je potom poskládána z autospekter a třetí osou jsou otáčky. Nevýhodou je rozředění signálu vyšších řádů. Při harmonické analýze je vzorkovací frekvence závislá na otáčkách. Důsledkem je, že se ve spektrální mapě frekvenční osa transformuje na řádovou. Tato metoda odstraňuje nevýhodu ředění signálu, na každou otáčku připadá stejný počet vzorků. R-D testy se tedy získají údaje o vlastních frekvencích [6].

Pomocí rázového kladiva jsme schopni způsobit dočasné vybuzení, takže testování kladivem je omezeno na vytváření rázových pulzů. Testování je rychlé a technicky nenáročné.



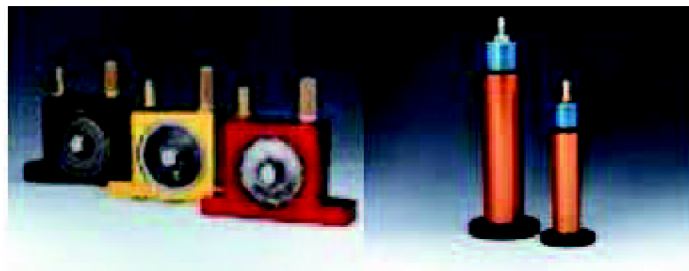
Obr. 3.2 Rázové kladivo Kistler 9722A

Vibrátory na rozdíl od rázového kladiva budí periodickou sílu a způsobují kmitání s určitou frekvencí a amplitudou. Vibrátory se dělí podle různých kritérií. Primárně ovšem podle principu na kterém pracují. Jsou to :

- pneumatické,
- hydraulické,
- elektrodynamické,
- piezoelektrické,
- mechanické.

Dále je možné dělení podle produkovaného signálu na:

- sinusový (oscilátory),
- přechodový (speciální zařízení),
- periodický (generátor signálu),
- náhodný (generátory náhodného šumu).



Obr. 3.3 Pneumatické vibrátory: turbínový a pístový [7]



Obr 3.4 2-Pólový třífázový elektrovibrátor [8]

## **4 TEORETICKÝ ROZBOR VZNIKU CHVĚNÍ PŘI OBRÁBĚNÍ**

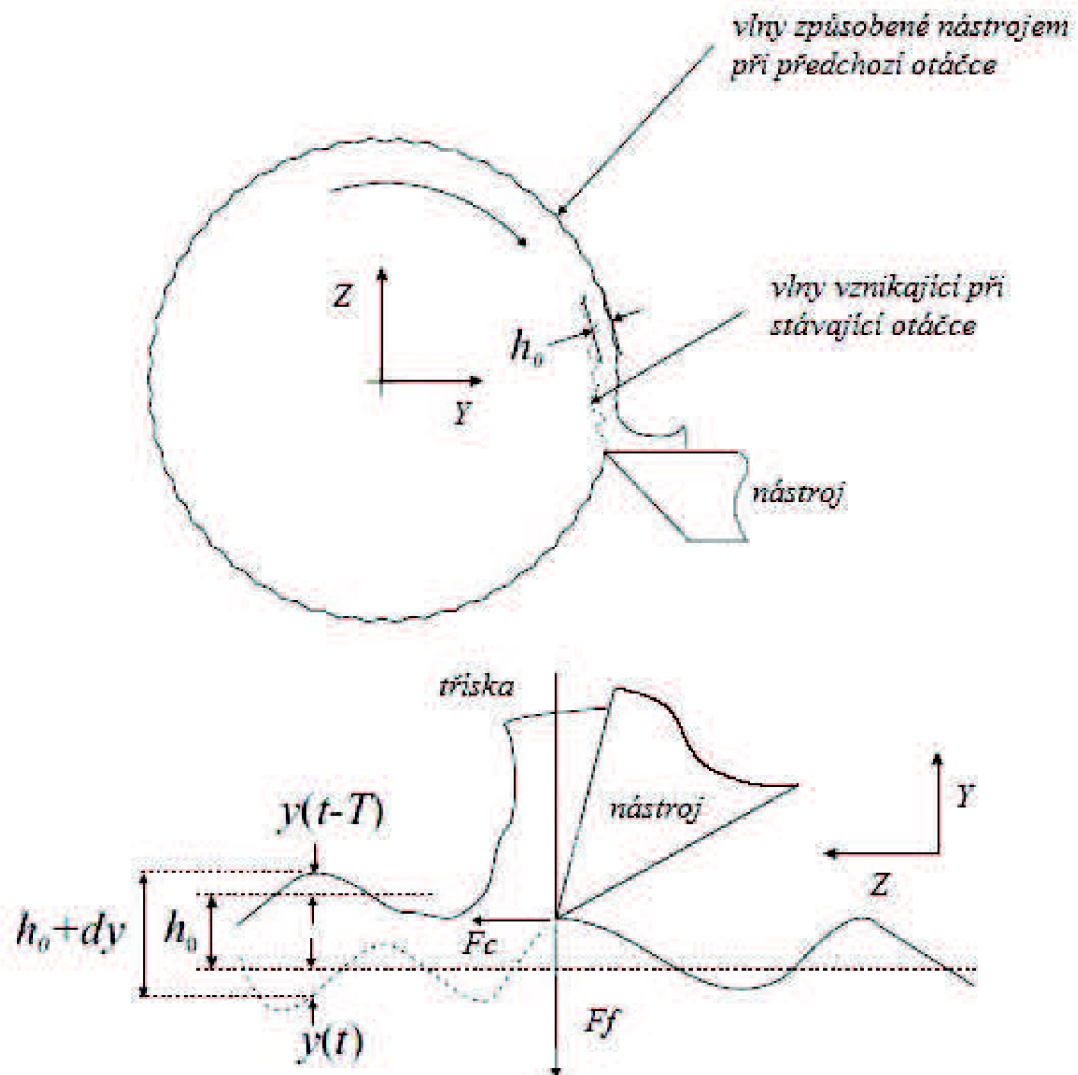
Při obrábění tvoří stroj s nástrojem a obrobkem obráběcí systém, který obsahuje složité dynamické charakteristiky. V průběhu obráběcího procesu dochází ke kmitání jednotlivých prvků systému. To může mít za následek například zhoršení jakosti obrobenej plochy, zvýšení opotřebenj nástroje, poškozenj nástroje, zvýšenj hlučnosti, poruchu obráběcího stroje a pod.

### **4.1 Soustruženj**

Soustruženj patří mezi nejčastějšj obráběcí operace (asi 30% z celkověho počtu obráběcích operací). Principem je oddělovánj materiálu od obrobku ve formě třísky. Hlavním pohybem při soustruženj je rotační pohyb obrobku. Vedlejšj pohyby koná nástroj, jsou to: podélný posuv (rovnoběžný s osou otáčenj obrobku) a příčný posuv (přisuv – kolmý k ose obrobku). Výsledkem podélněho posuvu je válcová plocha, výsledkem příčného posuvu je čelní rovinná plocha. Koná-li nástroj oba pohyby současně vzniká obecná rotační plocha [3].

#### ***4.1.1 Regenerativní kmitánj při soustruženj***

Je způsobeno dynamickou pružností nástroje a obrobku. Častou příčinou vzniku kmitánj je různorodá struktura materiálu. Ostřj nástroje najede na tvrdou část materiálu a způsobí zvlněnj povrchu obrobku. Ten po otočenj obrobku o jednu otáčku ovlivňuje zbytek řezněho procesu, tvořj se tříska s proměnnou tloušťkou [14].



Obr. 4.1 Proces regenerativního kmitání [14]

Na obrázku 4.1 je znázorněna tvorba třísky při regenerativním kmitání za předpokladu, že nástroj pruží pouze ve směru osy Y. Z obrázku můžeme sestavit vztah pro vyjádření výsledné tloušťky třísky  $h_{(t)}$

$$h_{(t)} = h_0 + y_{(t-T)} - y \quad (4.1)$$

$$T = \frac{60}{N} \quad (4.2)$$

Kde  $h_0$  je jmenovitá tloušťka třísky,  $y_{(t)}$  vlna vznikající při stávající otáčce,  $y_{(t-T)}$  zvlněný povrch způsobený nástrojem při předchozí otáčce,  $T$  je perioda jedné otáčky a  $N$  otáčky vřetene. Pro řeznou sílu  $F_c$  v tomto případě platí vztah

$$F_c = k_c \cdot a \cdot [h_0 + y_{(t-T)} - y] \quad (4.3)$$

Zde  $a$  je šířka záběru ostří a  $k_c$  řezný odpor materiálu [14].

Tento jev objevili Tobias a Fishwick přibližně ve stejnou dobu jako Tlustý a Poláček nezávisle na sobě. Označili regenerativní kmitání jako příčinu vzniku chvění při obrábění. Tobias a kolektiv odvodili vztah, který ukazuje závislost mezi celkovou řeznou silou  $F$  a řeznými parametry. Mezi tyto parametry patří okamžitá tloušťka třísky  $h_{(t)}$ , posuv na otáčku  $f$  a řezná rychlost  $v$ , která je úměrná úhlové rychlosti  $\omega$ , pro kterou platí [14]

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{60} \quad (4.4)$$

Kmitání soustavy nástroj-obrobek způsobuje odchylku řezné síly  $dF$  od ustáleného stavu řezné síly  $F$ . Odchylka je vyjádřena jako funkce přírůstku tloušťky třísky  $ds$ , změny posuvu  $df$  a úhlové rychlosti  $d\omega$ . Proto je dynamická řezná síla vyjádřena ve vztahu [14]

$$dF = k_1 \cdot a \cdot ds + \frac{2\pi}{\omega} \cdot k_2 \cdot df + k_3 \cdot d\omega \quad (4.5)$$

kde  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  jsou odpovídající silové koeficienty. Ty jsou stanoveny experimentálně a poskytují vztah mezi řeznou silou a ostatními parametry. Je-li změna tloušťky třísky  $h_{(s)} = y_{(t-T)} - y_{(t)}$  a změna rychlosti posuvu  $f = dy/dt$ , tak za předpokladu konstantních otáček je  $d\omega = 0$  a koeficient  $k_1 = K_f$ . Můžeme upravit rovnici 4.5 na tvar [14]

$$dF = K_f \cdot a \cdot [y_{(t-T)} - y_{(t)}] - \frac{2\pi \cdot k_2}{\omega} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (4.6)$$



Druhý prvek rovnice je záporný v důsledku pohybu nástroje v kladném směru osy Y, to má za následek zmenšení tloušťky třísky a velikosti řezné síly. Jeho velikost je přímo úměrná velikosti posuvu, změna posuvu se projeví jako další složka řezné síly. Ta v tomto případě představuje sílu tlumící, která je významná především pro malé rychlosti otáček, protože ovlivňuje stabilitu obrábění. Tento jev vysvětluje vysokou stabilitu obrábění při nízkých otáčkách vřetena. Při vyšších úhlových rychlostech ovšem tento jev mizí. Rovnice pro výpočet řezné síly se skládá ze dvou částí. První je ve fázi s tloušťkou třísky, druhá je vztažena k rychlosti posuvu a fázově posunuta. To způsobuje, že řezná rychlost a šířka třísky jsou v rozdílné fázi [14].

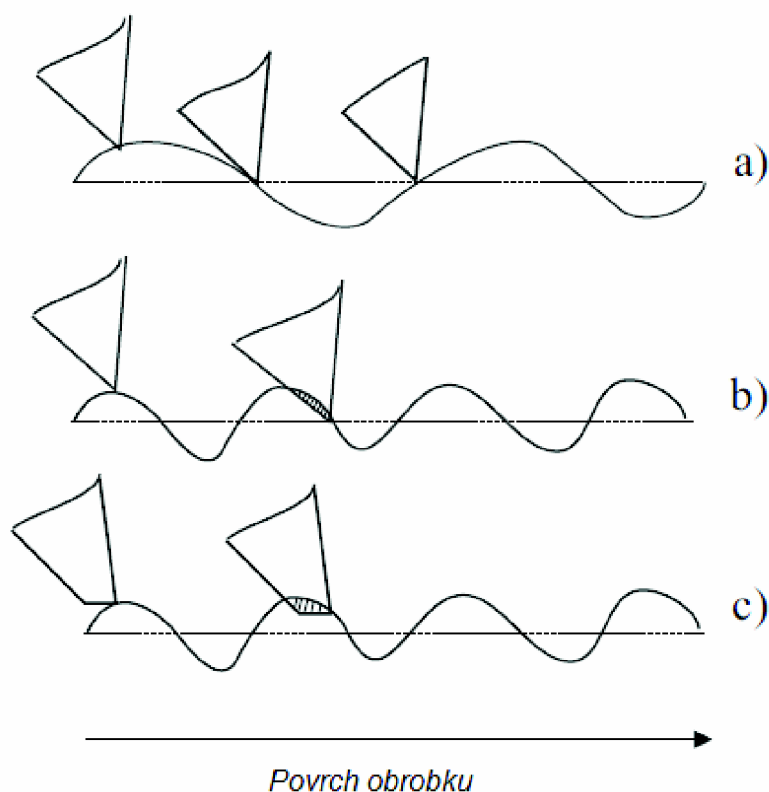
Fázový rozdíl mezi šířkou třísky a řeznou silou v rovnici (4.2) ukazuje existenci tlumení v řezném procesu. Ke studiu závislosti tlumení na frekvenci kmitání využívají autoři kmitočtové terminologie. Nigm dal do souvislosti řeznou sílu a tloušťku třísky pomocí komplexní přenosové funkce k určení jejich fázového rozdílu. Hodně autorů pracovalo s přenosovými funkcemi, které vysvětlovali tlumící efekt, přičemž zahrnovali všechny parametry ovlivňující řezný proces. Das a kolektiv použili oddělené přenosové funkce k určení řezné síly a vnitřního a vnějšího tlumení  $y_{(t)}$  a  $y_{(t-T)}$ , které byly experimentálně změřeny Petersem a kolektivem. Tlustý spojil poznatky několika autorů a navrhl přístup pomocí dynamických řezných koeficientů pro modelování tlumení v řezném procesu. Kmitání nástroje vytváří zvlněný povrch na obrobku, který ovšem nástroj odstraňuje při další otáčce odstraňuje. Pasivní a tangenciální složky řezné síly jsou vyjádřeny jako komplexní hodnoty přenosových funkcí

$$F_p = a \cdot [K_{di} \cdot y + K_{do} \cdot y_{(t-T)}] \quad (4.7)$$

$$F_c = a \cdot [K_{ci} \cdot y + K_{co} \cdot y_{(t-T)}] \quad (4.8)$$

kde  $K_{di}$  a  $K_{do}$  jsou přímé přenosové funkce, které se vztahují ke vnitřní a vnější modulaci normálové složky řezné síly. Podobně  $K_{ci}$  a  $K_{co}$  jsou příčné přenosové

funkce tangenciální složky řezné síly. Je analyticky i experimentálně dokázáno, že reálné části  $K_{do}$  a  $K_{co}$  a imaginární části  $K_{di}$  a  $K_{ci}$  hrají významnou roli při obráběcím procesu. Tlumení vzniká v řezném procesu ovšem zejména z imaginární části [14].



Obr. 4.2 Tření čela nástroje s obrobkem [14]

Na obrázku 4.2 jsou znázorněny tři případy kontaktu čela nástroje s obrobkem, jsou to:

- a) kontakt při vysokých otáčkách
- b) při nízkých otáčkách
- c) efekt tupého nástroje

Při srovnání situace a) a b) kontaktu za vysokých a nízkých otáček, za předpokladu, že nástroj kmitá se stejnou frekvencí, bude množství vytvořených vln při jedné otáčce nižší v případě a) než v případě b). Dále budou v případě b) vlny na obrobku strmější než v případě a), větší pravděpodobnost vylomení čela nástroje, větší tření a proto ztráta energie. To vysvětluje vyšší stabilitu při

obrábění za nižších otáček. Efekt je ještě větší při použití opotřebovaného nástroje, jak je vidět v případě c) [14].

## 4.2 Frézování

Frézování je obráběcí metoda, při které je materiál obrobku odebírán břity rotujícího nástroje. Posuv nejčastěji koná obrobek, převážně ve směru kolmém k ose nástroje. U moderních frézovacích strojů jsou posuvové pohyby plynule měnitelné a mohou se realizovat ve všech směrech (obráběcí centra, víceosé CNC frézky). Řezný proces je přerušovaný, každý zub frézy odřezává krátké třísky proměnné tloušťky [3].

Z technologického hlediska se v závislosti na aplikovaném nástroji rozlišuje frézování na válcové a čelní. Od těchto základních způsobů se odvozují některé další způsoby, jako je frézování okružní nebo planetové [3].

### 4.2.1 Sousedné frézování

Při sousledném frézování je smysl rotace nástroje ve směru posuvu obrobku. Maximální tloušťka třísky vzniká při vnikání zubu frézy do obrobku. Obrobená plocha se vytváří, když zub vychází ze záběru. Řezné síly působí obvykle směrem dolů, proti stolu stroje. Sousedné frézování může probíhat pouze na přizpůsobeném stroji při vymezené vůli a předpětí mezi posunovým šroubem a maticí stolu frézky. V opačném případě způsobuje vůle nestejný posuv, při němž může dojít k poškození nástroje nebo stroje [3].

Výhody nesousedného frézování:

- trvanlivost nástroje nezávisí na okujích, písčitém povrchu obrobku...,
- není zapotřebí vyzarování vůle mezi posunovým šroubem a maticí stolu stroje,
- menší opotřebení šroubu a matice,
- záběr zubů frézy při jejich vyřezávání nezávisí na hloubce řezu.

#### **4.2.2 Nesousledné frézování**

Při nesousledném frézování je smysl rotace nástroje proti směru posuvu obrobku. Obrobená plocha vzniká při vnikání nástroje do obrobku. Tloušťka třísky se postupně mění z nulové hodnoty na hodnotu maximální. K oddělování třísky nedochází v okamžiku její nulové tloušťky, ale po určitém skluzu břitu po ploše vytvořené předcházejícím zubem. Přitom vznikají silové účinky a deformace způsobující zvýšené opotřebení břitu. Řezná síla při nesousledném frézování má složku, která působí směrem nahoru a odtahuje obrobek od stolu stroje [3].

Výhody sousledného frézování:

- vyšší trvanlivost břitů, což umožňuje použití vyšších řezných rychlostí a posuvů,
- menší potřebný řezný výkon,
- řezná síla přitlačuje obrobek ke stolu, takže lze použít jednodušších upínacích přípravků,
- menší sklon ke kmitání,
- menší sklon k tvoření nárůstku,
- menší drsnost obrobeného povrchu.

#### **4.2.3 Čelní frézování**

Čelní frézování se uplatňuje při práci s čelními frézami, které mají břity vytvořeny na obvodě i čele nástroje. Podle polohy osy frézy vzhledem k frézované ploše se rozlišuje symetrické (osa nástroje prochází středem frézované plochy) a nesymetrické frézování (osa nástroje je mimo střed frézované plochy). U čelního frézování pracuje fréza současně sousledně i nesousledně [3].

#### 4.2.4 Regenerativní kmitání při frézování

V případech, kdy se vřeteno a nástroj dostanou do vlivů dynamických sil generovaných nestabilním kmitáním buzeným rezným procesem mluvíme o regenerativním kmitání a kmitání v polohové vazbě [15].

K rozlišení stabilního a nestabilního stavu obrábění se při frézování osvědčilo používat axiální hloubku třísky, označenou  $a_p$ . Zvyšuje-li se  $a_p$ , zvyšuje se i energie, kterou rezná síla působí na kmitavou soustavu vřetenové jednotky. Tento prvotní zdroj energie je při určité hloubce třísky modulován dynamickou složkou tzv. budící silou, vzniklou díky odřezávání periodicky proměnlivé tloušťky třísky, viz obr. 4.3. Proměnlivá tloušťka vznikne jako rozdíl vln, zanechaných na povrchu obrobku prvním řezem, a kmitů bříty nástroje. Frekvence budící síly je blízká některé vlastní frekvenci kmitavého systému vřetena včetně držáku a nástroje [15].

Maximální hodnota rezné síly při stabilním frézování, tj. bez chvění, je dána specifickým rezným odporem  $k_c$ , posuvem na zub  $f_z$  a axiální hloubkou třísky  $a_p$  dle vztahu

$$F_{stat} = k_c \cdot f_z \cdot a_p \quad (4.9)$$

Nazývá se statickou silou, přestože během řezu zubu se její hodnota mění pouze s tloušťkou třísky, avšak nikoli periodicky. Periodicky se tato síla opakuje až během jedné otáčky s tzv. zubovou frekvencí

$$f_z = n \cdot z \quad (4.10)$$

kde  $n$  jsou otáčky vřetena a nástroje a  $z$  je počet zubů nástroje [15].

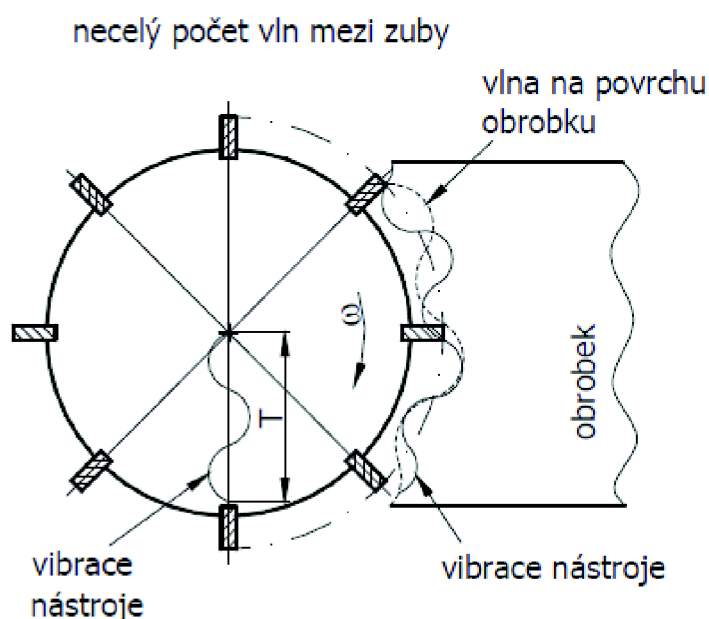
Při nestabilním obrábění vzniká navíc dynamická síla  $F_{dyn}$ . Tím se rozumí síla generovaná periodickou změnou tloušťky třísky na dráze mezi dvěma sousedními zuby frézy. Je dána vztahem

$$F_{dyn} = -k_c \cdot [Y_0(t) - Y(t)] \cdot a_p \quad (4.11)$$

kde funkce  $Y(t)$  označuje kmity aktivního zubu v řezu a  $Y_0(t)$  jsou vlny, zanechané na povrchu předchozím zubem. Pokud je obrobek vůči nástroji velmi tuhý, jsou kmity  $Y(t)$  měřitelné na nástroji. Funkce  $Y(t)$  pak představuje relativní kmitání nástroj-obrobek. Pro další řešení předpokládáme, že rozdílový vektor amplitud  $Y_0 - Y$  je reálný. Podle rovnice 4.11 obrábí nástroj zvlněný povrch a současně sám kmitá. Kmity a vlny jsou fázově posunuté o úhel  $\psi$ , pro nějž platí vztah

$$\psi = 2\pi - 2 \cdot \arctg \frac{G(f)}{H(f)} \quad (4.12)$$

kde  $G(f)$  je reálná část přenosové funkce kmitavého systému.  $H(f)$  je část imaginární. Při odvození vztahu 4.12 se předpokládá rovnost amplitud  $Y=Y_0$ , tedy stav na mezi stability [15].

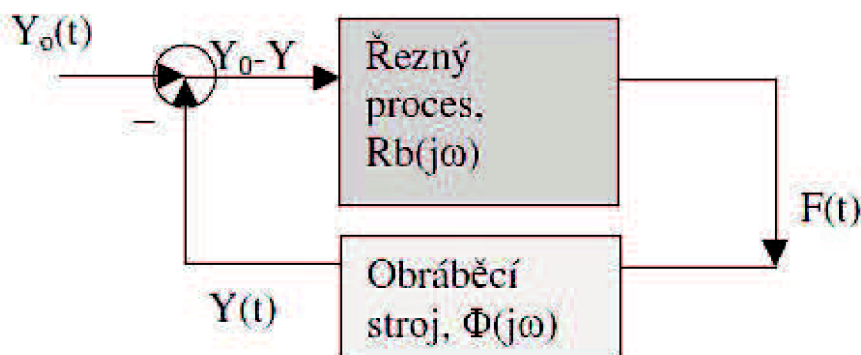


Obr. 4.3 Řezání vln mezi zuby nástroje [15]

Posunutí dvou periodických funkcí vede v jejich rozdílu opět k funkci periodické. V našem případě se bude periodicky měnit tloušťka třísky právě odřezávané, tedy ležící mezi dvěma sousedními zuby nástroje. O frekvenci této změny lze říci to, že je vyšší než vlastní frekvence nejpoddajnějšího tvaru kmitu soustavy a může jí být blízká, avšak nikoli rovna. Do kmitavé soustavy zahrneme vřeteno, jeho uložení, hmotnost rotoru motoru (pokud je integrovaný

uvnitř vřetena), upínání nástroje a nástroj. Této kmitavé soustavě budeme dále říkat „vřetenová jednotka“. Frekvence chvění může být blízká i zubové, nebo dokonce otáčkové frekvenci. To záleží na modálních vlastnostech vřetenové jednotky. V žádném případě to není frekvence segmentace třísky, která leží řádově výše než vlastní frekvence vřetenové jednotky. Kromě toho se frekvence chvění mění s otáčkami nástroje tak, že skokem změní svou hodnotu v případě, že při daných otáčkách rozhoduje o nestabilitě jiný tvar kmitů [15].

Dynamická síla, takto generovaná, budí zpětně kmity stroje  $Y(t)$  a celý proces má charakter zpětnovazebného regulačního obvodu. viz obr. 4.4. Tlustý odvodil, že takto se může chovat i systém s jedním tvarem kmitů. Příklad byl nazván „regenerativní princip samobuzeného kmitání“. Vřetena obráběcích strojů mají velmi často dva poddajné tvary vzájemně téměř kolmé. O.Daněk odvodil teoreticky a M. Poláček to prokázal experimentálně, že periodické pohyby ve dvou směrech současně lze pak vybudit i v případě, že  $Y_0(t)=0$ . Tento případ byl nazván „princip polohové vazby“ [15].

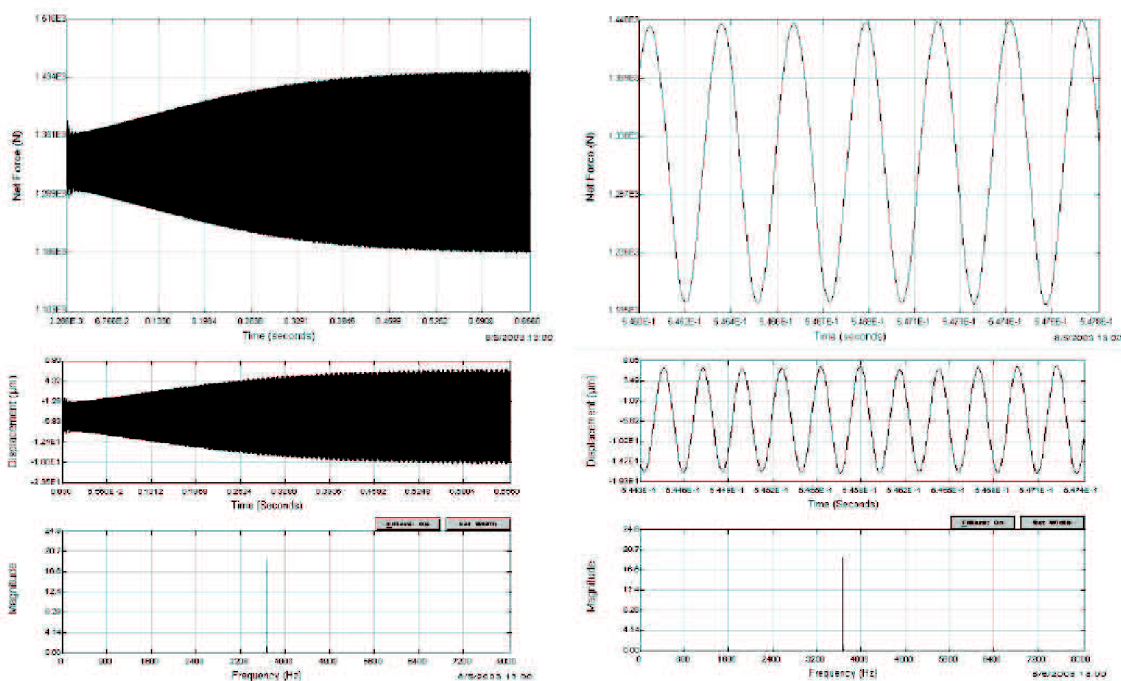


Obr. 4.4 Zpětnovazební charakter samobuzení při obrábění [15]

Samobuzené kmitání vřetenové jednotky se vybudí např. nárazem čela zubu frézy do materiálu obrobku na začátku řezu. Prvotní budící síla má tedy tvar skokové změny. Ještě během odřezávání třísky se systém rozkmitá a záleží na dalších okolnostech, zda se kmity utlumí nebo zda naopak přejdou v samobuzení. Závislost budící a záběrové (zubové) frekvence udává vztah

$$f_{ch} = f_z \cdot \left( N + \frac{\psi}{2\pi} \right) \quad (5.13)$$

zde  $N$  je takové celé číslo, že  $\psi/2 \cdot \pi < 1$ , číslo  $N$  představuje počet celých vln mezi sousedními zuby, zatímco zlomku v závorce odpovídá zbylá, necelá část vlny. Frekvence chvění je tedy závislá na zubové frekvenci, resp. na otáčkách nástroje při obrábění. Tvar dráhy břitu zřejmě bude nejčastěji obecný, protože fázový posuv pohybů je zpětně závislý na jejich frekvenci, jak je vidět z rovnice 4.12. Pro rozhodnutí, zda se jedná o stabilní nebo nestabilní obrábění není však samotná dráha břitu rozhodující. Důležité je, zda amplituda kmitů narůstá nebo je konstantní. Jestliže narůstá, pak integrál dodávané energie, resp. příkonu, podél dráhy břitu je větší než integrál energie spotřebované. Děj je nestabilní. Stabilizuje se až výběhem břitu nad obráběný povrch a tím přerušením dodávky energie [15].



Obr. 4.5 Řezná síla [15]

Obrázek 4.5 znázorňuje vlevo nahoře nárůst síly, vpravo nahoře detail ustálené síly o frekvenci blízké vlastní frekvenci dominantního tvaru. Vlevo dole narůstající výchylka systému včetně spektra o jediné složce, jejíž frekvence má hodnotu  $f_{ch}$ . Vpravo dole detail ustálené výchylky. Síla a výchylka mají stejnou frekvenci [15].



Aniž bychom podrobně analyzovali okolnosti obrábění, při kterých dochází k nestabilitě vidíme, že reálný kmitavý systém vřetenové jednotky umožňuje břítu nástroje kmitat vždy, jakmile začneme obrábět. Kmity se podle podmínek buď rozvinou nebo dojde k jejich útlumu. Pro „mez stability“ mezi nestabilním a stabilním obráběním platí podmínka

$$|Y| = |Y_0| \quad (4.14)$$

Přičemž

$$|Y| = |\Phi| \cdot F_{dyn} \quad (4.15)$$

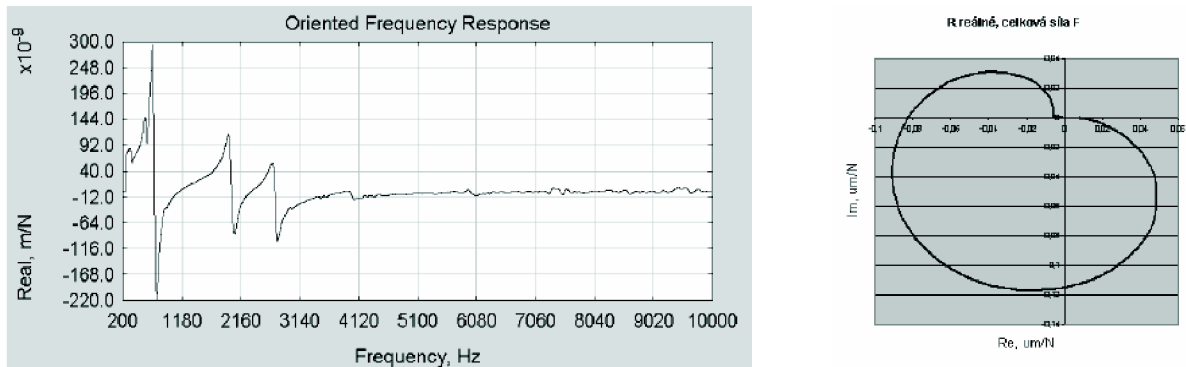
kde  $\Phi$  je komplexní přenosová funkce uvažovaná, resp. měřená mezi břítem nástroje a obrobkem. S použitím rovnic 4.11, 4.14 a 4.15 byl odvozen vztah pro axiální hloubku třísky na mezi stability.

$$b_{krit}(f) = \frac{-1}{2 \cdot k_C \cdot G_0^{neg}(f)} \quad (4.16)$$

kde  $G_0^{neg}(f)$  je negativní část reálného frekvenčního přenosu promítnutá do normály k obráběnému povrchu. Při výpočtu meze stability pomocí přenosů není nutné předem stanovovat počet stupňů volnosti systému. V praxi se vychází z modálního modelu soustavy získaného na základě rozkmitání stroje relativně mezi břítem nástroje a obrobkem. Přitom je možné uvažovat i flexibilní obrobek. Výsledek měření sám ukáže, které tvary kmitů jsou odpovědné za vznik chvění [15].

Za předpokladu, že vibrace nástroje i vlny na povrchu mají převažující harmonickou složku o stejné frekvenci, ale fázově posunutou, lze rovnici 4.11 pro budící sílu vyjádřit jako

$$F_{dyn} = k_C \cdot [Y \cdot \sin \omega t - Y_0 \cdot \sin(\omega t + \psi)] \quad (4.17)$$



obr. 4.13 Reálný přenos orientovaný do směru normály k obráběnému povrchu. Příklad komplexního přenosu se dvěma blízkými vlastními frekvencemi (vpravo) [15]

Pro případ že platí 4.26 a zároveň

$$\psi = 2 \cdot k \cdot \pi \quad (4.18)$$

budou periodické funkce v rovnici 4.17 totožné a dynamická síla na mezi stability bude nulová, to znamená, že chvění vůbec nevznikne. Naopak, pro  $\psi = 3/2 \cdot k \cdot \pi$  bude budící síla největší a tudíž i dodávaná energie bude nejobtížněji spotřebováána. Systém bude mít největší sklon k nestabilitě. Této ryze matematické závislosti se využívá při regulaci otáček nástroje tak, aby platila podmínka 4.18. Vyjádříme to úpravou rovnice 4.13.

$$\frac{f_{ch}}{f_z} = N + \frac{\psi}{2\pi} \quad (4.19)$$

Otáčky se nastaví tak, aby pravá strana rovnice 4.19 byla celočíselná. Pokud tomu tak bude, existuje otáčková řada dle vztahu

$$f_z = \frac{f_{ch}}{N} \quad (4.20)$$

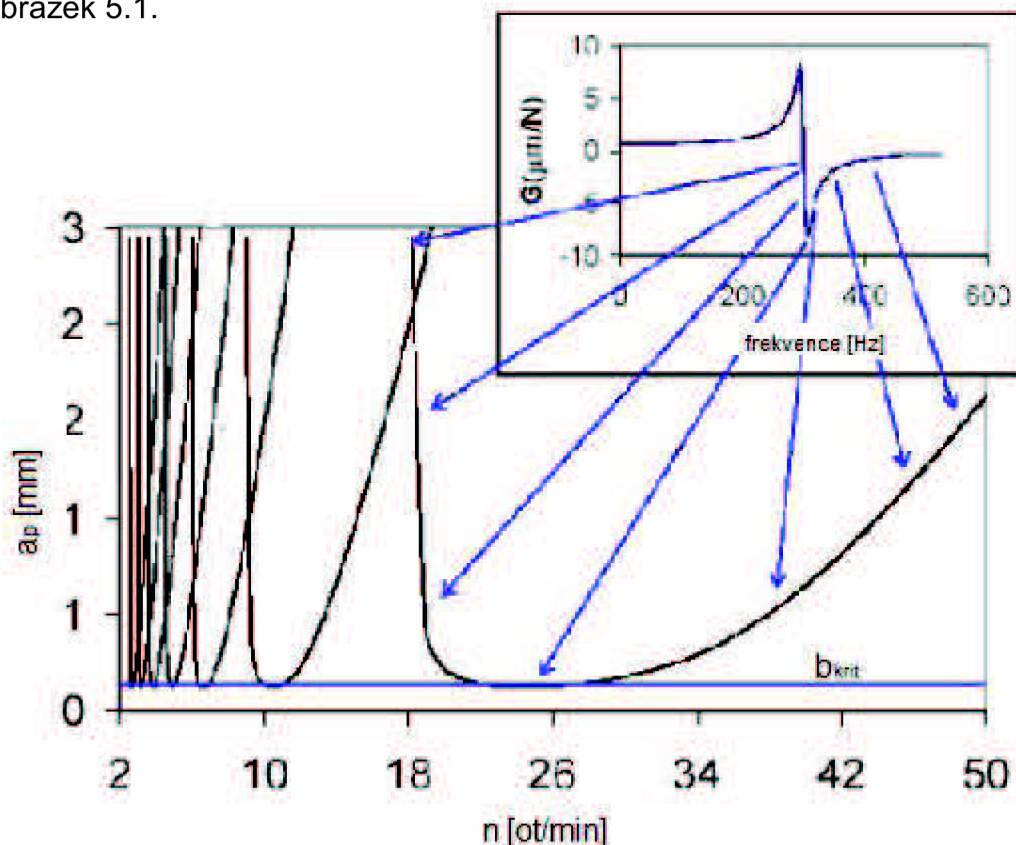
kde  $N = 1, 2, 3, \dots$ , která s daným nástrojem zaručí frézování bez chvění. Pro určení otáček, při kterých nenastane chvění, platí vztah

$$n = \frac{60 \cdot f_{ch}}{N \cdot z} \quad (4.21)$$

Při těchto otáčkách bude i vysoká úroveň meze stability a tím i řezného výkonu, což je všeobecný technologický a ekonomický požadavek [15].

## 5 DIAGRAM STABILITY (tzv. LOBE DIAGRAM)

Lobe diagram slouží pro určení hranice stabilního obrábění. Obsahuje mezní křivky stability, což jsou závislosti mezní šířky záběru na otáčkách vřetene. Samotný diagram vznikne složením jednotlivých křivek (lobů) viz. obrázek 5.1.

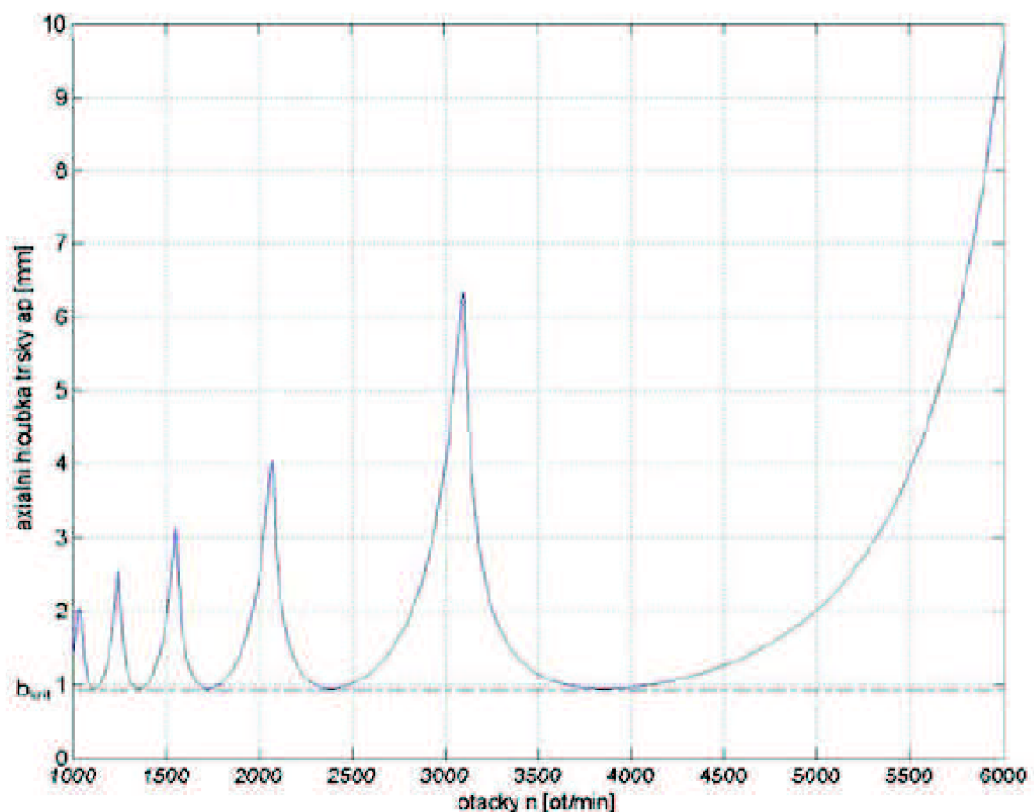


Obr. 5.1 Tvorba diagramu stability [17]

Ten poté umožňuje volbu optimálních řezných podmínek (šířka záběru a otáčky). Výsledná křivka stability rozděluje diagram na dvě části: stabilní a nestabilní. Stabilní oblast se nachází pod křivkou stability, zde je pro konkrétní otáčky šířka záběru menší než hodnota mezní. Oblast nad křivkou je tedy oblast s řeznými podmínkami, při kterých nastane samobuzené kmitání. Diagram dále umožňuje stanovení takových řezných podmínek, aby bylo v celém rozsahu otáček vyloučeno nebezpečí vzniku chvění. Toho můžeme docílit, nastavíme-li hodnotu šířky záběru menší, než je hodnota kritické mezní šířky  $b_{krit}$ . Pomocí diagramu lze rovněž nastavit řezné podmínky tak, aby byla

odebírána maximální možná šířka třísky bez chvění, tedy aby byl výrobní výkon stroje maximální [11].

Pro sestavení diagramu stability je nejprve třeba měřením na stroji s upnutým konkrétním nástrojem získat amplitudo-fázové frekvenční charakteristiky. Z těch je následně možné pro určitou frekvenci získat hodnotu amplitudy a fázového posunutí. Použitím vztahu 4.16 získáme hodnoty kritické mezní šířky záběru  $b_{krit}$ . Z rovnice 4.21 určíme hodnoty otáček [11].



Obr. 5.2 Diagram stability [11]

## 6 EXPERIMENT

Podstata spočívá v naměření vlastních frekvencí poloautomatického soustruhu SPN 12 CNC, ve kterém je upnutý zvolený nástroj a obrobek. Na základě naměřených hodnot budou sestaveny diagramy stability a proveden jejich rozbor.

### 6.1 Technické vybavení

Měřicí přístroje a vyhodnocovací software zapůjčila firma Spectris Praha. Konkrétně se jednalo o:

- modální kladio 2302-5 S/N se sadou pěti vyměnitelných hlavíc,
- akcelerometr TYP 4394 s magnetickou hlavou,
- analyzátor TYP 3050-A-060,
- notebook ASUS s vyhodnocovacím softwarem Pulse Labshop.

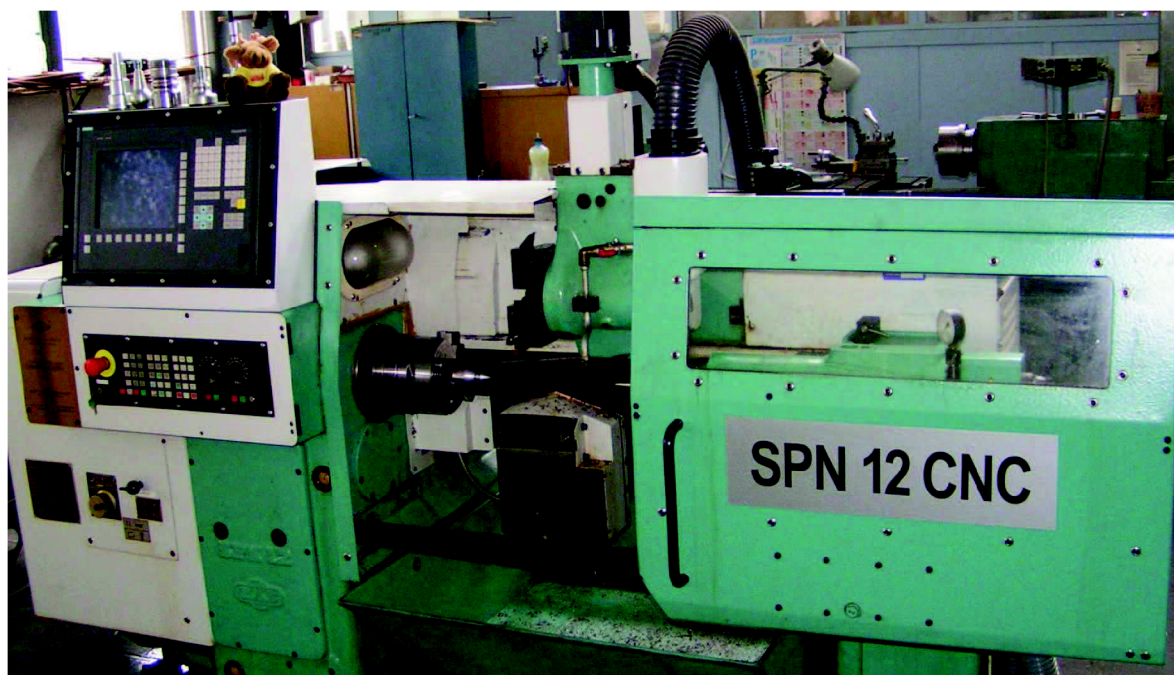


Obr. 6.1 Měřicí vybavení Brüel Kjaer

Na obrázku 6.1 je zobrazeno měřicí vybavení. V horní části se nachází vpravo modální kladivo, vlevo a uprostřed akcelerometr. Pod nimi nalevo analyzátor a napravo notebook s nainstalovaným softwarem.

## 6.2 Měření zařízení

Pro sestavení diagramu stability byl vybrán poloautomatický soustruh SPN 12 CNC od firmy Kovosvit n.p., Sezimovo Ústí, který byl dále zmodernizován firmou S.O.S. Difak, v současné době se používá k výuce na fakultě strojního inženýrství VUT Brno.



Obr. 6.2 Poloautomatický soustruh SPN 12 CNC

Stroj je vybaven řídicím systémem Sinumerik 810D, ovládání je zajištěno obsluhovacím panelem typu OP 031. Jedná se o velice univerzální stroj, který je schopný vyrábět součásti libovolných tvarů a velikostí. Technické parametry stroje jsou uvedeny v tabulce 6.1.



Tabulka 6.1 Technické parametry soustruhu SPN 12 CNC

Obrobek	
Maximální hmotnost obrobku	44,5 kg
Maximální soustružená délka	500 mm
Maximální soustružený průměr	120 mm
Maximální oběžný průměr nad ložem	280 mm
Vřeteník	
Rozsah otáček vřetene	0 ÷ 3500 min <sup>-1</sup>
Vrtání vřetene	48 mm
Kužel ve vřetenu	Morse 6
Přední konec vřetene	ČSN 20 1011
Výkon motoru	9/11 kW
Horní suport	
Rozsah posuvů	0 ÷ 10 m.min <sup>-1</sup>
Rychloposuv v podélném i příčném směru	10 m.min <sup>-1</sup>
Maximální průřez třísky (při $v_c=70\text{m.min}^{-1}$ a materiálu obrobku $R_m= 600\text{MPa}$ )	4 mm <sup>2</sup>
Maximální příčný zdvih	70 mm
Maximální podélný zdvih	55 mm
Koník	
Průměr pinoly	100 mm
Zdvih pinoly	125 mm
Přítlačná síla hrotu	3000 ÷ 12000 N
Kužel pro hrot	Morse 4

V obráběcím stroji byl upnut soustružnický nůž levý  $\kappa_r = 95^\circ$ . Nástrojový držák PWLNL 2525 M08 s vyměnitelnou břitovou destičkou WNMG 08 04 08 EM 6630.

Tento nůž je vhodný pro polohrubovací a lehčí hrubovací soustružení ocelí, korozivzdorných ocelí a litin.

Rozměry nástroje:

- poloměr špičky nástroje  $r_\epsilon = 0,8$  mm,
- úhel sklonu hlavního ostří  $\kappa_r = 95^\circ$
- úhel sklonu vedlejšího ostří  $\kappa_r' = 5^\circ$ .



Doporučené řezné podmínky:

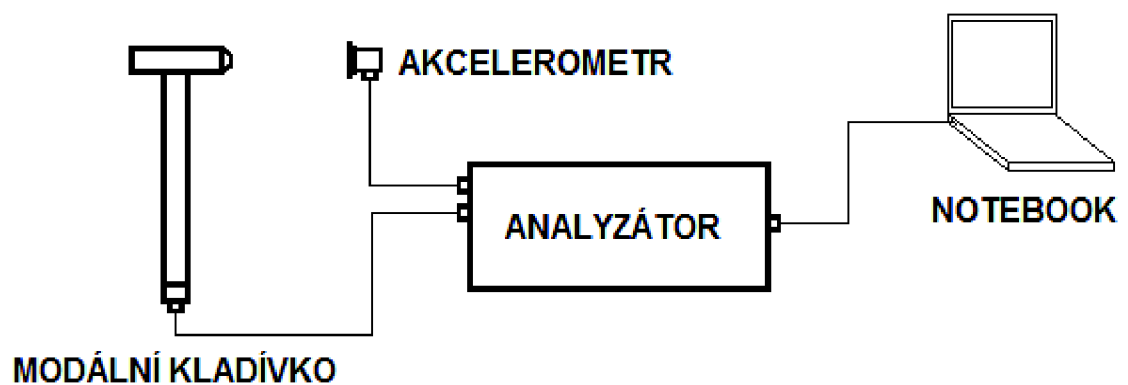
- Řezná rychlost  $v_c = 170 \div 205$  m/min
- Posuv  $f = 0,2 \div 0,5$  mm
- Šířka záběru  $a_p = 1 \div 5$  mm



Obr. 6.3 Soustružnický nůž [18]

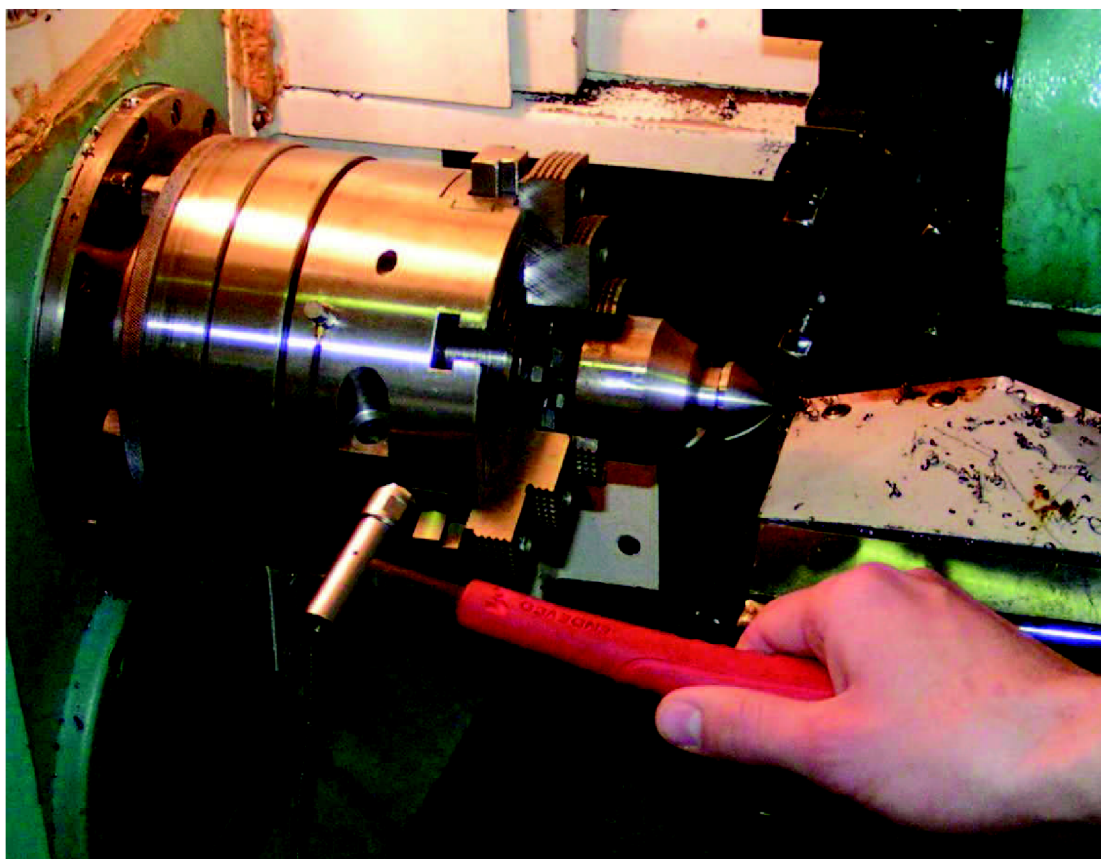
### 6.3 Průběh měření

V prvním kroku bylo zapojeno zařízení dle schématu na obrázku 6.4. Akcelerometr a modální kladívko byly připojeny k analyzátoru, který zaznamenaná data předával dále k připojenému notebooku, ve kterém byly zaznamenané hodnoty použity k sestavení diagramu stability.



Obr. 6.4 Schéma zapojení

Při měření na soustruhu se pomocí magnetické hlavy připojil akcelerometr ke sklíčidlu, ve kterém byl upnut obrobek z oceli 11 600. U modálního kladiva byla použita kovová hlavice, která byla schopna oproti plastovým vybudit velký impulz i při relativně malém úderu. Nástroj byl v pozici, kdy se špicí dotýkal materiálu. Toto nastavení bylo zvoleno z toho důvodu, abychom se co nejvíce přiblížili provozním podmínkám stroje.



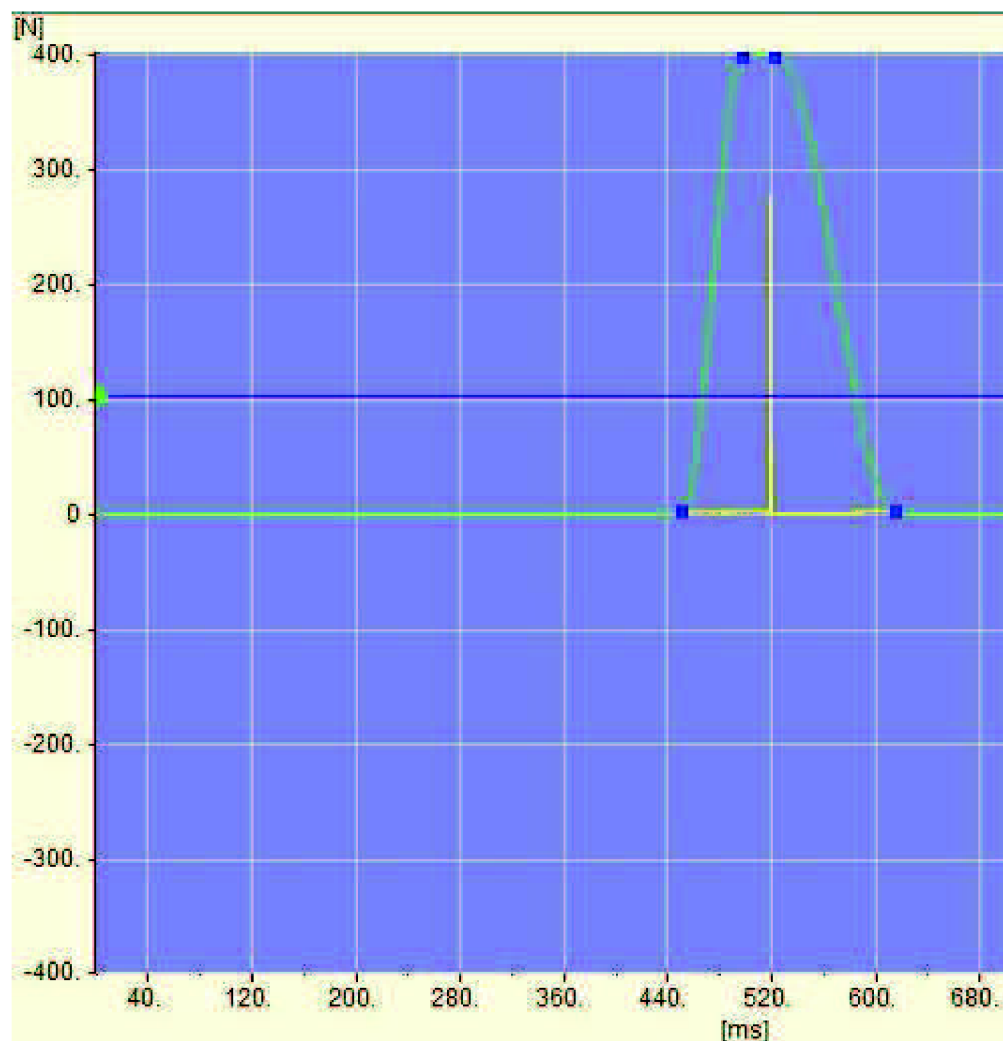
Obr. 6.5 Měření soustruhu

Vyhodnocovací software Pulse Labshop obsahuje databázi dříve vypracovaných projektů, jak z oblasti zjišťování vlastních frekvencí pomocí rázového kladiva, tak například měření hluku pomocí mikrofону. Je tedy možné využít nastavení dříve prováděného měření.

Kladivem mělo být v ideálním případě provedeno pro jedno měření celkem dvanáct úderů do sklíčidla, z nichž byly dva kalibrační pro správné nastavení zatěžujícího pulzu a odezvové funkce a zbylých deset měřících. Ve skutečnosti bylo ovšem na jedno měření zapotřebí úderů podstatně více. Žádoucí bylo

provádět úder s minimálními rozdíly. Ne vždy byl úder korektní a bylo tedy potřeba jej opakovat. Chyba mohla nastat z nejrůznějších příčin, mezi nejčastější patřily:

- úder kladivem byl příliš slabý,
- zdvojení úderu způsobené špatným držením kladiva,
- špatný dopadový úhel kladiva.

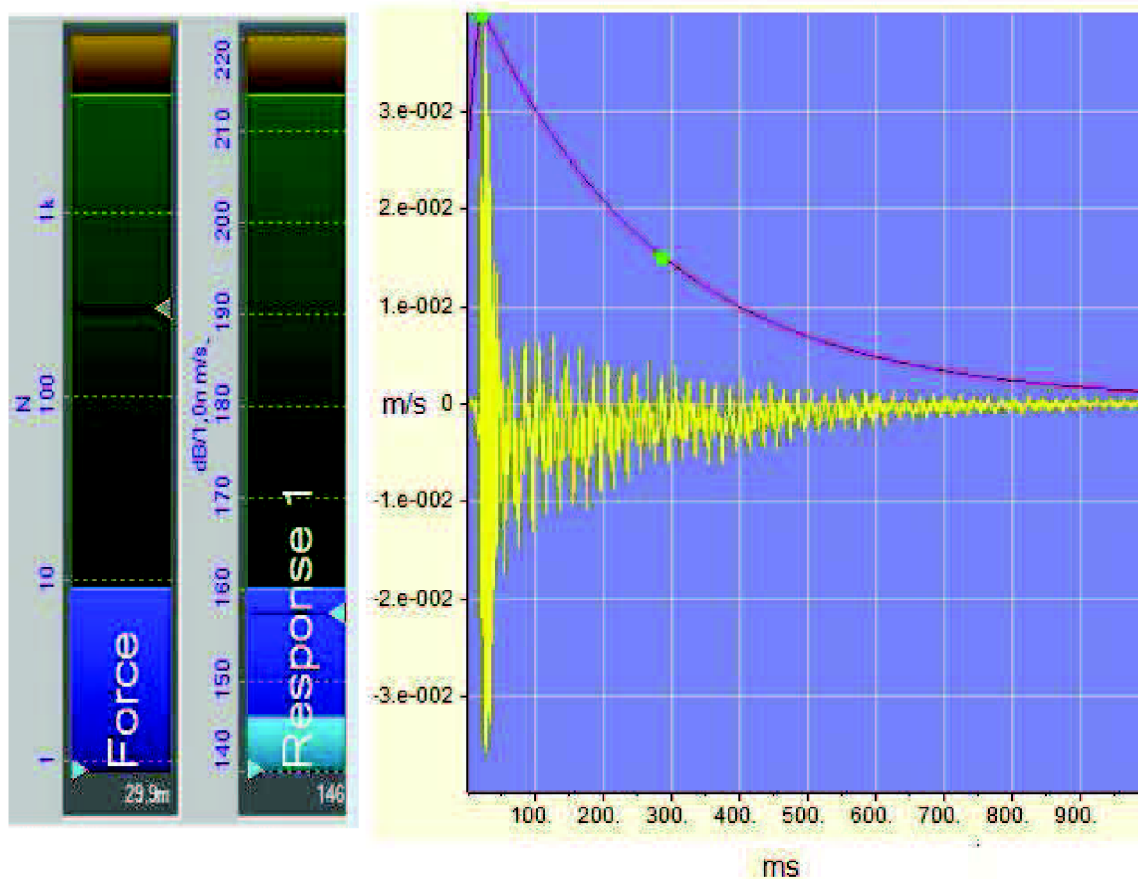


Obr. 6.6 Zaznamenaný silový pulz

Po prvním úderu byl stanoven rozsah pulzu a hranice, která určila, zda měla síla při měření dostatečnou velikost a mohla být zaznamenána. Na obrázku 6.6 je žlutou barvou vyznačen silový impulz, který je ohraničený

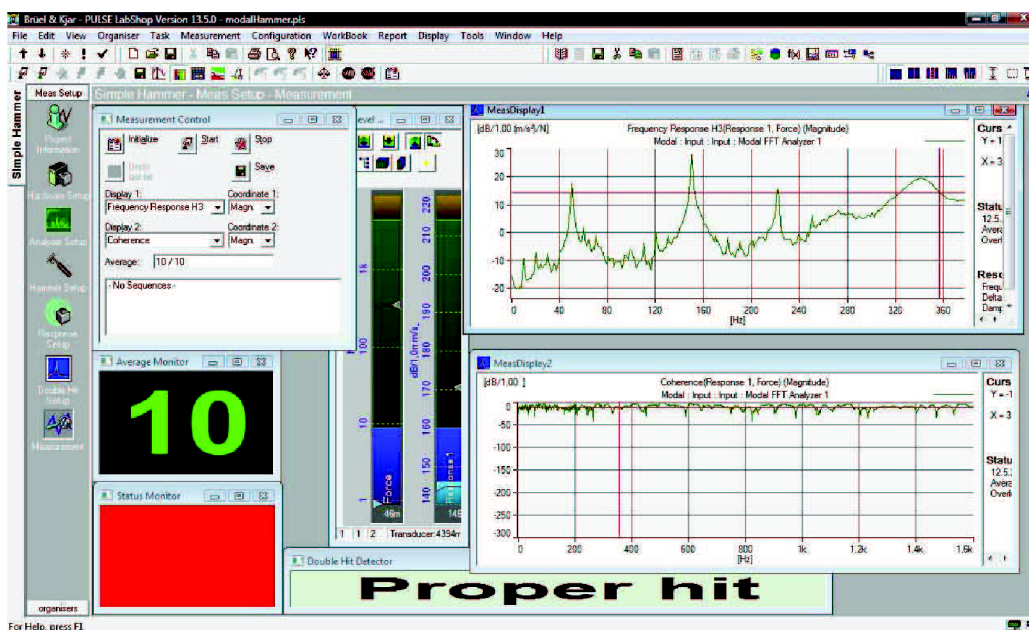
zvolenou křivkou zelené barvy. Jako hranice, při které je síla dostatečně veliká, byla zvolena hodnota  $100\text{ N}$ .

Následně se provedl druhý úder, který sloužil pro nastavení odezvy. Oddělil průběh odezvy od šumu a dalších rušících vlivů. Na notebooku bylo možné pozorovat velikost síly, vyvolané úderem, a hodnoty odezvy zaznamenané akcelerometrem.



Obr. 6.7 Zaznamenaná odezvá funkce

Po provedení kalibračních úderů bylo možné zahájit samotné měření, které bylo tvořeno deseti úderi, z nichž každý musel splňovat nastavené podmínky. V případě, že úder nesplňoval stanovená kritéria, nebyla data při něm získaná zaznamenána. Software sdělil prostřednictvím chybové hlášky příčinu špatného úderu a vybídl k jeho opakování. Po provedení deseti korektních úderů program sestavil frekvenční přenosovou funkci.



Obr. 6.8 Grafický výstup FRF po měření soustruhu

Hodnoty FRF byly následně přeneseny do Excelu, kde byly použity k vytvoření diagramu stability.

Ve výpočtu bylo potřeba zadat hodnotu řezného odporu materiálu. Ta ovšem se změnou posuvu mění svojí velikost. Z tohoto důvodu byly sestaveny dva diagramy stability pro dvě mezní hodnoty posuvu, které jsou dány použitým nástrojem. Hodnoty potřebné pro výpočet:

- posuv  $f = 0,2 \div 0,5 \text{ mm}$ ,
- úhel sklonu hlavního ostří  $\kappa_r = 95^\circ$ ,
- hodnota řezných sil pro ocel 11 600  $k_{c1} = 1700 \text{ MPa}$ .

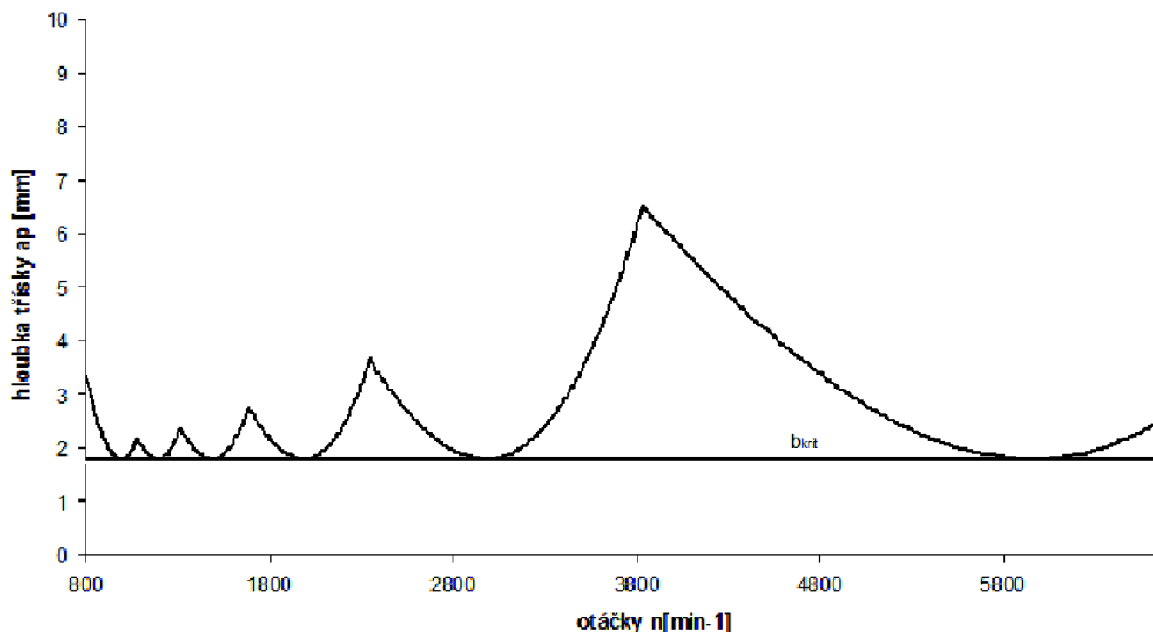
### 6.3.1 Diagram stability pro $k_{cmin}$

Pro maximální posuv nástroje  $f_{min} = 0,5 \text{ mm}$  bylo potřeba provést doplňující výpočet řezného odporu materiálu 11 600.

$$h_{min} = f_{max} \cdot \sin \kappa_r = 0,5 \cdot \sin 95 = 0,49810 \text{ mm} \quad (6.1)$$

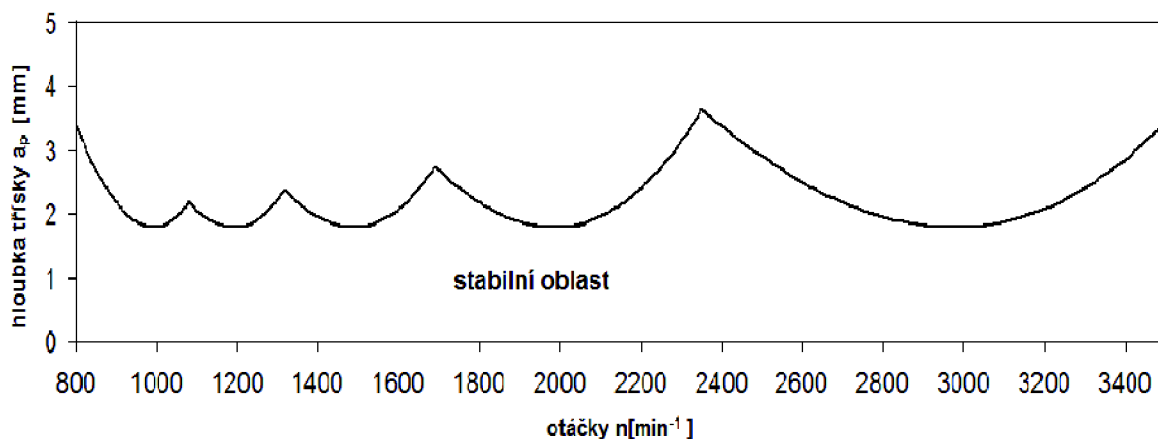
$$k_{cmin} = \frac{k_{c1}}{h_{min}^{me}} = \frac{1700}{0,4981^{0,25}} = 2024 \text{ MPa} \quad (6.2)$$

Použitím rovnice 4.16 jsme z hodnot  $k_c$  a  $G_o^{neg}(f)$  získali velikosti hloubek třísky  $b_{mezní}$  a  $b_{kritické}$ , k nimž byly vztahem 4.21 vypočteny velikosti otáček. Z těchto dat byl následně sestaven samotný lobe diagram stability.



Obr. 6.9 Diagram stability pro  $k_{cmin}$

Diagram na obrázku 6.9 nezohledňuje maximální dosažitelné otáčky stroje ani největší hloubku třísky, kterou je nůž schopný odebrat. Zavedením těchto omezujících údajů získáme nový graf viz. obr. 6.10, v němž jsou odděleny oblasti stabilního obrábění od nestabilního v takovém rozsahu, který je pro soustruh a nástroj použitelný.



Obr. 6.10 Upravený diagram stability soustruhu SPN 12 CNC pro  $k_{cmin}$



Tab. 6.2 Maximální hodnoty hloubky záběru  $k_{cmin}$ 

otáčky [min <sup>-1</sup> ]	hloubka záběru [mm]
3500	3,45
2352	3,64
1692	2,77
1321	2,38
1083	2,19

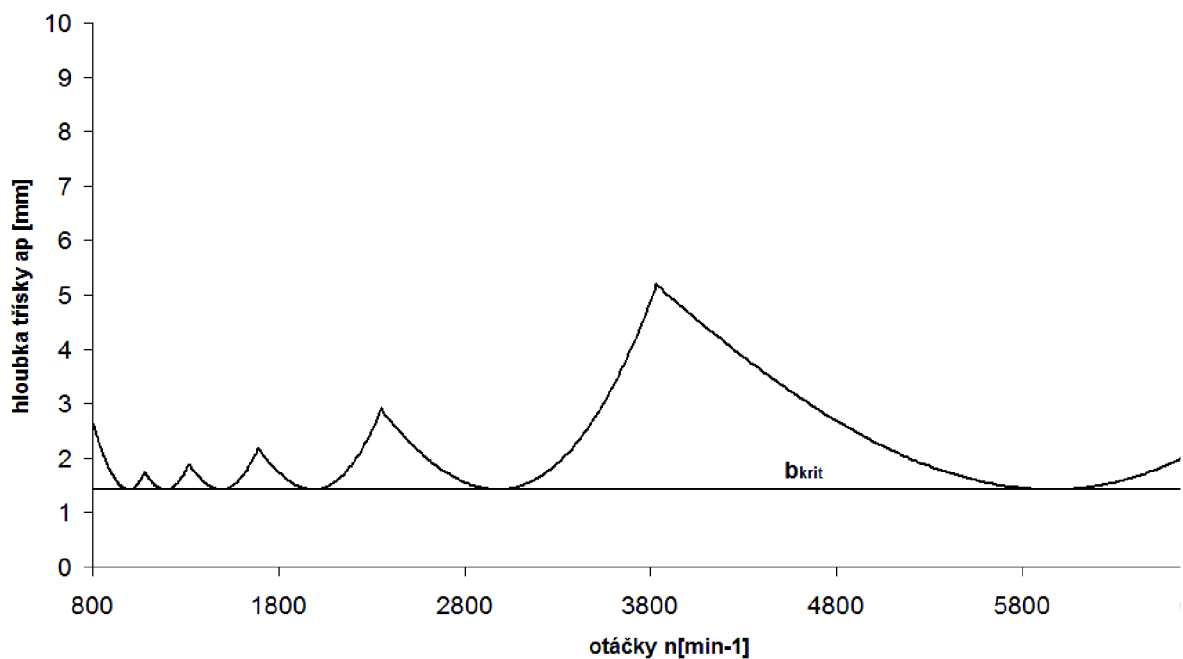
### 6.3.2 Diagram stability pro $k_{cmax}$

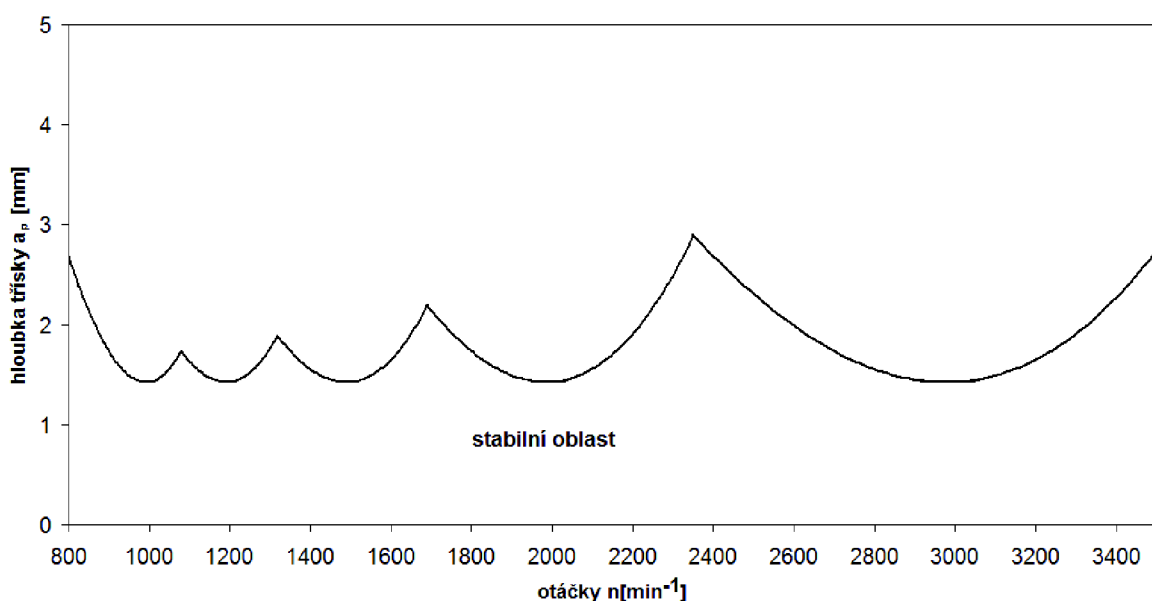
Pro minimální posuv nástroje  $f_{min} = 0,2 \text{ mm}$  bylo potřeba opět provést doplňující výpočet řezného odporu materiálu 11 600.

$$h_{max} = f_{min} \cdot \sin \kappa_r = 0,2 \cdot \sin 95 = 0,19924 \text{ mm} \quad (6.3)$$

$$k_{cmax} = \frac{k_{el}}{h_{max}^{me}} = \frac{1700}{0,19924^{0,25}} = 2545 \text{ MPa} \quad (6.4)$$

Stejným výpočtem jako v předcházejícím případě dospějeme k diagramu stability pro  $k_{cmax} = 2545 \text{ MPa}$ .

Obr. 6.11 Lobe diagram stability pro  $k_{cmax}$ .

Obr. 6.12 Upravený diagram stability soustruhu SPN 12 CNC pro  $k_{cmax}$ .Tab. 6.3 Maximální hodnoty hloubky záběru  $k_{cmax}$ 

otáčky [ $\text{min}^{-1}$ ]	hloubka záběru $a_p$ [mm]
3500	2,76
2352	2,91
1692	2,21
1321	1,87
1083	1,75

## 6.4 Zhodnocení výsledků

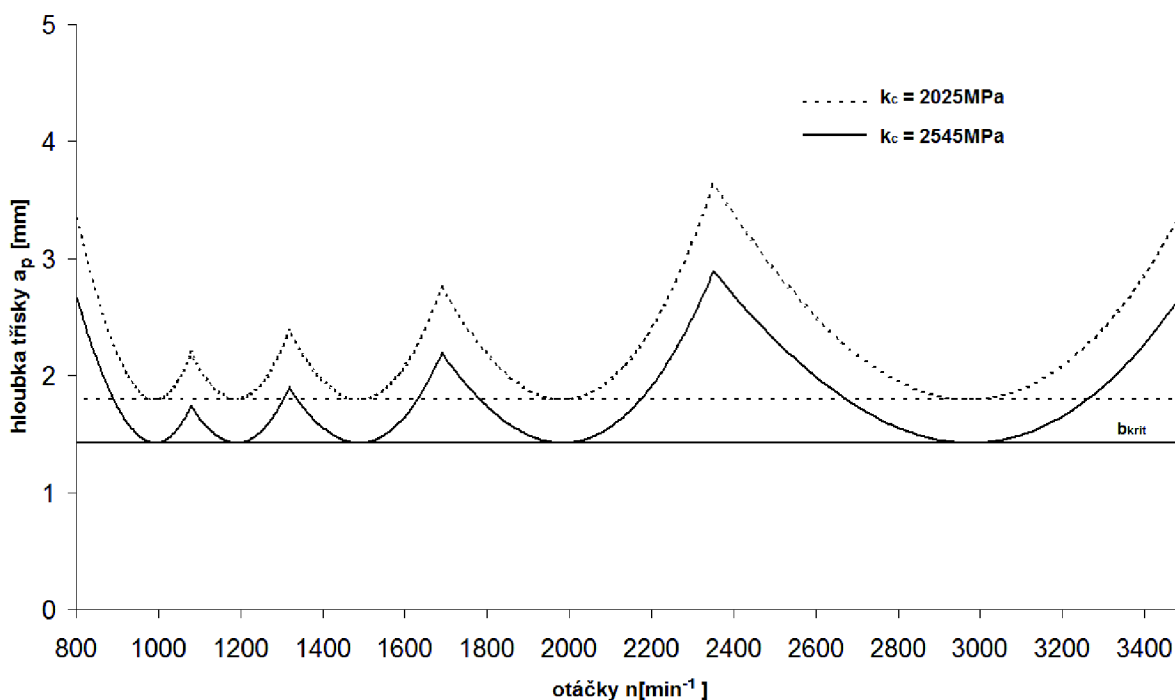
Z porovnání diagramů stability pro  $k_{cmin}$  a  $k_{cmax}$  je patrné, že hodnoty otáček jsou shodné, změna nastane pouze ve velikosti hloubky třísky, jak je znázorněno v tabulce 6.4.

Tab. 6.4 Porovnání hodnot maximální hloubky záběru

$k_{cmin} = 2025 \text{ MPa}$		$k_{cmax} = 2545 \text{ MPa}$	
otáčky [ $\text{min}^{-1}$ ]	hloubka třísky [mm]	otáčky [ $\text{min}^{-1}$ ]	hloubka třísky [mm]
3500	<b>3,45</b>	3500	<b>2,76</b>
2352	<b>3,64</b>	2352	<b>2,91</b>
1692	<b>2,77</b>	1692	<b>2,21</b>
1321	<b>2,38</b>	1321	<b>1,87</b>
1083	<b>2,19</b>	1083	<b>1,75</b>



Na obrázku 6.13 můžeme jasně vidět rozdíl v posunutí křivek pro jednotlivé hodnoty měrného řezného odporu materiálu.



Obr. 6.13 Porovnání diagramů stability

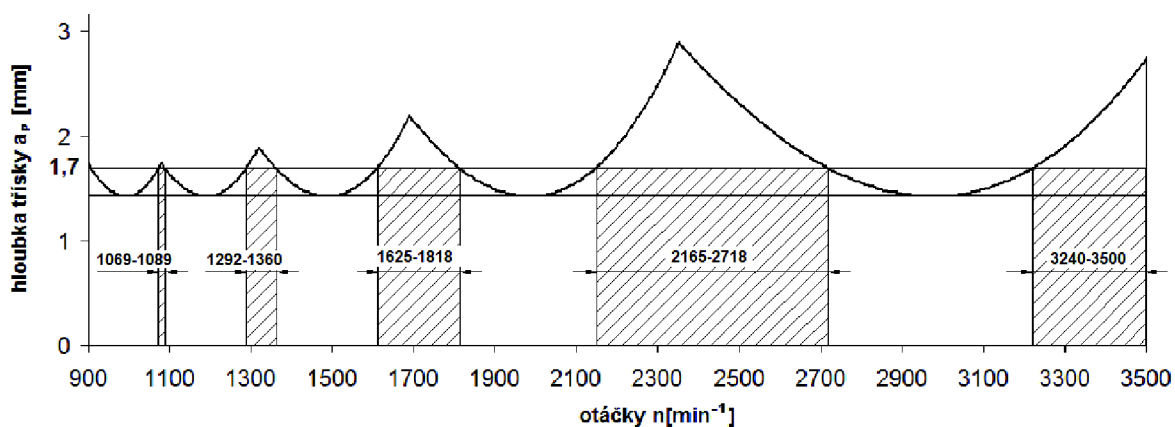
Největší odběr materiálu je možný v oblasti průniku jednotlivých křivek. Nejvýhodnější se však pro zvolený soustruh jeví obrábění v oblasti otáček okolo hodnoty  $2352 \text{ min}^{-1}$ . V případě že by ovšem stroj zvládl otáčky vyšší, přesunula by se tato oblast více doprava k hodnotě otáček kolem  $4000 \text{ min}^{-1}$ .

Je zajímavé, že při určité hloubce třísky kdy je obrábění nestabilní, může ke stabilizaci vést jak zvýšení, tak snížení otáček. Například při hloubce třísky  $a_p = 1,7 \text{ mm}$  pro  $k_c = 2545 \text{ MPa}$  si můžeme zvolit několik oblastí, ve kterých bude soustružení stabilní. Tyto oblasti jsou ohraničeny jednotlivými křivkami. Hodnoty intervalů, kdy bude obrábění stabilní, jsou uvedeny v následující tabulce 6.5.

Tab. 6.5 intervaly otáček pro stabilní obrábění

otáčky $n$ [ $\text{min}^{-1}$ ] stabilního obrábění pro $a_p=1,7$ mm	1069 ÷ 1089	1292 ÷ 1360	1625 ÷ 1818	2165 ÷ 2718	3240 ÷ 3500
--	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Na obrázku 6.14 jsou vyznačeny intervaly, ve kterých je zaručeno obrábění se zvolenou hloubkou třísky bez chvění. S růstem hloubky třísky se budou intervaly neustále zmenšovat, až nakonec zaniknou a stabilní obrábění nebude možné. Naopak při poklesu  $a_p$  se postupně dostaneme do bodu, kdy bude platit  $a_p = b_{krit}$ . Od této hodnoty bude naopak, pro celý rozsah otáček, zaručeno obrábění bez chvění.



Obr. 6.14 Diagram stability s vyznačenými intervaly stabilního obrábění

Případný postup pro vytvoření diagramu stability frézky je obdobný jako pro soustruh, ve výpočtu se ovšem musí navíc zohlednit množství zubů nástroje. Nastavení měřících přístrojů a vyhodnocovacího softwaru je stejné.



Obr. 6.15 Měření frézky

Sestavení diagramu stability je pouze prvním krokem do problematiky regenerativního kmitání obráběcích strojů. Následně by mělo být provedeno ověření správnosti diagramu stability. Tento experiment by bylo možné provést za pomoci stejného měřícího vybavení, pouze na vstupu analyzátoru by musel být připojen namísto modálního kladiva a akcelerometru mikrofon.

V dnešní době je pozornost věnována vytváření diagramů stability prostřednictvím počítačových simulací. Tyto výsledky se následně srovnávají s hodnotami získanými experimentálně.

## ZÁVĚR

Diplomová práce se zabývala matematickým popisem kmitání, které vzniká při soustružení a frézování. Podrobně byla popsána metodika modální analýzy včetně sestavení tzv. *lobe-diagramu* stability.

V experimentální části bylo provedeno měření vlastních frekvencí poloautomatického soustruhu SPN 12 CNC s upnutým nástrojem pro materiál 11 600. Měření proběhlo za statických podmínek pomocí modálního kladiva, akcelerometru, analyzátoru a vyhodnocovacího softwaru firmy Brüel Kjaer. Ze získaných výsledků byly poté sestaveny lobe diagramy stability pro dvě mezní hodnoty posuvu.

Z vyhodnocení samotného měření vyplývá, že se jedná o relativně rychlé měření, které však vyžaduje určité znalosti a zkušenosti. Správný impulz úderu modálním kladivem je podmíněn jistou dávkou zručnosti, neboť může ovlivnit dosažené výsledky a jejich rozptyl. Nastavení vyhodnocovacího softwaru vyžaduje pokročilé znalosti z oblasti modální analýzy. Nevhodné nastavení může taktéž značně zkreslit získané hodnoty. Při měření je důležité, aby v blízkosti měřeného stroje nebyly prováděny jiné činnosti, které by svými vibracemi mohly zaznamenané hodnoty ovlivnit.

Při výpočtu byly zvoleny velikosti měrných řezných sil materiálu  $k_{cmin} = 2025 \text{ MPa}$  a  $k_{cmax} = 2545 \text{ MPa}$  (obvyklé hodnoty pro konstrukční ocel 11 600). Tyto hodnoty se mění s tloušťkou třísky (resp. posuvem), který diagram stability obvykle neobsahuje. Výpočtová tabulka je pak sestavena v programu Excel tak, že změnou velikosti  $k_c$  jsou okamžitě přepočteny všechny hodnoty v diagramu a graf se změní pro konkrétní velikost řezného odporu (soubor je Přílohou č.1 této práce). Z měření dále vyplývá, že s určitým konkrétním nástrojem lze sestavit celou řadu lobe diagramů stability pro různé operace, využívající například rozdílné hodnoty posuvů na otáčku. Z těchto diagramů je pak dobře patrné, jak může malé zvýšení nebo snížení otáček ovlivnit stabilitu obráběcího procesu nebo jak lze optimalizovat řezný proces s ohledem na jeho stabilitu.

**SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ**

- [1] RUDOLF, Brepta, LADISLAV, Pust, FRANTIŠEK, Turek. *Mechanické kmitání : Technický průvodce*. 1. vyd. [s.l.] : SOBOTÁLES, 1994. 592 s. ISBN 80-901684-8-5.
- [2] KOČMAN, Karel, PROKOP, Jaroslav. *Technologie obrábění*. 2. vyd. Brno : Akademické nakladatelství CERM, 2005. 270 s. ISBN 80-214-3068-0.
- [3] HUMÁR, Anton. *Technologie 1 : Technologie obrábění-1.část*. [s.l.] : [s.n.], 2003. 138 s. Dostupný z WWW:<[http://ust.fme.vutbr.cz/obrabeni/oporysave/zakl\\_met\\_obr/zakl\\_met\\_obr\\_1.pdf](http://ust.fme.vutbr.cz/obrabeni/oporysave/zakl_met_obr/zakl_met_obr_1.pdf)>
- [4] NAVRÁTIL, Miroslav, PLUHŘ, Oldřich. *Měření a analýza mechanického kmitání : metody a přístroje*. 1. vyd. Praha : SNLT-Nakladatelství technické literatury, 1986. 404 s.
- [5] DVORÁK , Vítězslav. *Experimentální modální analýza*. SVOČ [online]. 2009 [cit. 2010-02-02], s. 1-8. Dostupný z WWW: <[http://old.fst.zcu.cz/\\_files\\_web\\_FST/\\_SP\\_FST\(SVOC\)/\\_2009/\\_sbornik/PapersPdf/Ing/Dvorak\\_Vitezslav.pdf](http://old.fst.zcu.cz/_files_web_FST/_SP_FST(SVOC)/_2009/_sbornik/PapersPdf/Ing/Dvorak_Vitezslav.pdf)>.
- [6] BACH, Pavel. *Měření vlastností obráběcích strojů. MM Průmyslové spektrum*. 2005, c. 5, s. 28-30. Dostupný z WWW: <<http://www.mmspektrum.com/index.php?m=2&sub=5&rel=0505&idcl=050518>>.
- [7] Dostupné z URL <<http://www.webac-vibro.com>> [cit. 2010-02-03]

- [8] Dostupné z URL <[http://www.webac-vibro.com/cz/vibr\\_el\\_wev.htm](http://www.webac-vibro.com/cz/vibr_el_wev.htm)> [cit. 2010-05-03]
- [9] Dostupné z URL <<http://www.skf.com/files/868432.pdf>> [cit. 2010-06-03]
- [10] JIANPING, Yue. *Creating a Stability Lobe Diagram. Essex County College* [online]. 2006 [cit. 2010-03-03], s. 1-18. Dostupný z WWW: <[http://www.ijme.us/cd\\_06/PDF/IT%20301-050.pdf](http://www.ijme.us/cd_06/PDF/IT%20301-050.pdf)>.
- [11] FOJTU, Petr. Problematika samobuzeného kmitání při obrábění. *ČVUT* [online]. 2009 [cit. 2010-03-03], s. 1-15. Dostupný z WWW: <<http://stc.fs.cvut.cz/pdf/FojtuPetr-304483.pdf>>.
- [12] NATERWALLA, Urmaze. *Chatter-Free Milling And Optimized Material Removal Rates*. MMS Online [online]. 1997- [cit. 2010-03-03]. Dostupný z WWW: <[http://www.mmsonline.com/articles/0300sup\\_theory.html](http://www.mmsonline.com/articles/0300sup_theory.html)>.
- [13] TUMA, Jiří. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. Praha : Sdělovací technika s.r.o., 1997. 174 s. Neprošlo redakční ani jazykovou úpravou. ISBN 80-901936-1-7.
- [14] GANGULI, Abhijit. *Chatter reduction through active vibration damping*. Universite Libre de Bruxelles, 2005. 120 s. Vedoucí dizertacní práce Prof. Andre Preumont
- [15] BACH, Pavel. *Perspektivy vývoje frézovacích vřeten*. [s.l.], c2006. 26 s. Přednáška.

- [16] SCHMITZ, Tony. *Machinist online* [online]. University of Florida : 25.11.2009 [cit. 2010-03-04]. High speed machining. Dostupné z WWW:<<http://highspeedmachining.mae.ufl.edu/htmlsite/faq.html#top>>.
- [17] ZIEGERT, John. *Frictional damper to enhance dynamic stability in endmilling* [online]. University of Florida, 2003. 92 s. Dizertační práce. University of Florida. Dostupné z WWW:<[http://etd.fcla.edu/UF/UFE0001440/stanislaus\\_m.pdf](http://etd.fcla.edu/UF/UFE0001440/stanislaus_m.pdf)>.
- [18] Dostupné z URL <<http://www.technacocz.cz/default.asp?cls=stitem&stiid=18611>> [cit. 2010-06-25]

**SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ**

Zkratka/Symbol	Jednotka	Popis
A	[-]	amplituda
F	[N]	celková řezná síla
F(t)	[N]	časově proměnná síla
F( $\omega$ )	[-]	vstupní úhlová funkce
F <sub>c</sub>	[N]	řezná síla
F <sub>dyn</sub>	[N]	dynamická síla
F <sub>k</sub>	[-]	koeficienty Fourierovy řady
G(f)	[-]	reálná část přenosové funkce
G <sub>o</sub> <sup>neg</sup> (f)	[-]	negativní část reálného frek. přenosu
H(f)	[-]	imaginární část přenosové funkce
H( $\omega$ )	[-]	frekvenční odezvové funkce
K <sub>co</sub>	[-]	příčná přenosová funkce
K <sub>ci</sub>	[-]	příčná přenosová funkce
K <sub>do</sub>	[-]	přímá přenosová funkce
K <sub>di</sub>	[-]	přímá přenosová funkce
N	[s <sup>-1</sup> ]	otáčky
N	[-]	počet celých vln
T	[s]	perioda
X( $\omega$ )	[-]	funkce úhlové frekvence
Y	[-]	amplituda
Y(t)	[-]	kmit aktivního zubu
Y <sub>0</sub>	[-]	amplituda
Y <sub>o</sub> (t)	[-]	vlny zanechané na povrchu předchozím zubem
a	[-]	reálné číslo
a <sub>p</sub>	[mm]	axiální hloubka třísky
b	[Nsm <sup>-1</sup> ]	koeficient tlumení
b	[-]	reálné číslo
b <sub>krit</sub>	[mm]	hloubka třísky na mezi stability



$b_p$	[-]	poměrný útlum
$f$	[mm]	posuv na otáčku
$f$	[Hz]	frekvence
$f_{ch}$	[Hz]	budící frekvence
$f_z$	[Hz]	zubová frekvence
$f_z$	[mm]	posuv na zub
$g$	[ms <sup>-2</sup> ]	gravitační zrychlení
$h(t)$	[mm]	okamžitá tloušťka třísky
$h_0$	[mm]	jmenovitá tloušťka třísky
$i$	[-]	reálné číslo
$k$	[-]	komplexní číslo
$k$	[Nm <sup>-1</sup> ]	tuhost
$k_1$	[-]	silový koeficient
$k_2$	[-]	silový koeficient
$k_3$	[-]	silový koeficient
$k_c$	[N/mm <sup>2</sup> ]	řezný odpor materiálu
$m$	[-]	přirozené číslo
$m$	[kg]	hmotnost
$m_e$	[-]	exponent materiálu
$n$	[s <sup>-1</sup> ]	otáčky vřetene
$t$	[s]	čas
$v$	[m/min]	řezná rychlost
$x$	[-]	obecná souřadnice
$x(t)$	[-]	časová funkce
$y(t)$	[-]	vlna vznikající při stávající otáčce
$y_{(t-T)}$	[-]	zvlněný povrch způsobený nástrojem při předchozí otáčce
$z$	[-]	počet zubů nástroje
$\varphi$	[rad]	počáteční fáze
$\Omega$	[Hz]	vlastní úhlová frekvence
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ]	úhlová rychlost
$\psi$	[rad]	fázový posun

$\Phi$	[-]	komplexní přenosová funkce
DFT		Diskrétní Fourierova transformace
FFT		Rychlá Fourierova transformace
FRF		frekvenční odezvosvá funkce

**SEZNAM PŘÍLOH**

Příloha 1 CD s výpočtovou tabulkou lobe diagramu v Excelu