

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Ekonomická fakulta

Katedra účetnictví a financí

Bakalářská práce

Analýza finančních časových řad v době krize

Vypracoval: Lukáš Průdek

Vedoucí práce: Mgr. Michal Houda, Ph. D

České Budějovice 2023

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Ekonomická fakulta
Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: Lukáš PRŮDEK
Osobní číslo: E19401
Studijní program: B6208 Ekonomika a management
Studijní obor: Účetnictví a finanční řízení podniku
Téma práce: Analýza finančních časových řad v době krize
Zadávací katedra: Katedra aplikované matematiky a informatiky

Zásady pro vypracování

Cílem práce je pomocí modelů matematické statistiky a časových řad navrhnout a specifikovat model zachycující vývoj úrokových sazeb, cen akcií či jiných finančních časových řad na vybraných českých a evropských trzích, odhadnout jeho parametry a předpovědět budoucí chování trhu, příp. porovnat chování vybraných trhů mezi sebou; zároveň vyhodnotit dopady finanční krize na vývoj těchto řad.

Metodický postup:

1. Vyhledání literárních pramenů související se studovanou problematikou, studium metod kvantitativní analýzy, sběr dat.
2. Konstrukce matematických modelů a odhad jejich parametrů.
3. Ekonomická interpretace získaných výsledků.
4. Závěr.

Rozsah pracovní zprávy: 40 – 50 stran
Rozsah grafických prací: dle potřeby
Forma zpracování bakalářské práce: tištěná

Seznam doporučené literatury:

1. CIPRA, T. (2013). *Finanční ekonometrie*. 2. vyd. Praha: Ekopress.
 2. WOOLDRIDGE, J. M. (2016). *Introductory econometrics: a modern approach*. 6th edition. Boston: Cengage Learning.
- Další odborná časopisecká a knižní literatura dle konkrétního zaměření práce.

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. Michal Houda, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky a informatiky

Prohlášení k bakalářské práci

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury. Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Datum 31. 7. 2023

Podpis studenta

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval Mgr. Michalu Houdovi, PhD. za odborné vedení mé bakalářské práce, za všechny rady a poznámky, které mi během psaní poskytl. Dále poděkování patří mé rodině, za její podporu a trpělivost při psaní této práce i po celou dobu studia.

Lukáš Průdek

Obsah

Úvod.....	10
1 Hospodářský cyklus	11
1.1 Strukturální výkyvy.....	11
1.2 Cyklické výkyvy	11
1.2.1 Fáze hospodářského cyklu	12
1.3 Příčiny vzniku hospodářského cyklu	13
1.3.1 Monetární teorie.....	13
1.3.2 Reálná teorie	13
2 Finanční krize.....	14
2.1 Měnová krize.....	14
2.2 Bankovní krize	14
2.3 Dluhová krize	14
2.4 Systematická finanční krize	15
3 Burzovní indexy	16
4 Analýza časových řad	17
4.1 Dekompozice časových řad.....	17
4.1.1 Trend	17
4.1.2 Sezónní složka	18
4.1.3 Cyklická složka.....	18
4.1.4 Reziduální složka.....	18
4.2 Korelace	19
4.3 Exponenciální vyrovnávání.....	19
4.4 Box-Jenkinsova metodologie a ARIMA modely	19
4.4.1 Předpoklad stacionarity časové řady.....	20
4.4.2 Lineární proces	20

4.4.3	Proces klouzavých součtů	22
4.4.4	Autoregresní proces	22
4.4.5	Smíšený proces ARMA	23
4.4.6	Předpoklad nekorelované časové řady	23
4.5	Postup konstrukce ARMA modelu na základě ACF a PACF	25
4.5.1	Testování stacionarity	25
4.5.2	Stacionarizace časových řad	26
4.5.3	Identifikace úrovnového ARMA modelu na základě ACF, PACF	26
4.5.4	Výběr nejvhodnějšího úrovnového modelu pomocí informačních kritérií	26
4.5.5	Diagnostika úrovnového modelu	27
4.5.6	Tvorba predikce a predikčních intervalů	28
5	Vlastní práce	30
5.1	Porovnání indexů DAX a PX v rámci celého období	31
5.1.1	Analýza indexu DAX	31
5.1.2	Analýza indexu PX	38
5.1.3	Predikce a srovnání řad DAX a PX	44
5.2	Porovnání indexů DAX a PX v období před krizí	48
5.2.1	Analýza indexu DAX	48
5.2.2	Analýza indexu PX	51
5.2.3	Predikce a srovnání řad DAX a PX před krizí	55
5.3	Porovnání indexů DAX a PX v období krize	58
5.3.1	Analýza indexu DAX	58
5.3.2	Analýza indexu PX	61
5.3.3	Predikce a srovnání řad DAX a PX	65
	Závěr	67
	Summary	69

Seznam použitých zdrojů.....	70
Seznam grafů	71
Seznam příloh	73
Přílohy.....	74

Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou modelování úrovnových ARIMA modelů ve finančních časových řadách. Teoretická část pojednává o hospodářském cyklu, jeho fázích a výkyvech. Dále přibližuje problematiku finančních krizí a v poslední řadě definuje základní předpoklady a postup při konstrukci úrovnových ARIMA modelů.

V praktické části je snaha o vybudování vhodných úrovnových ARIMA modelů, které nejlépe vystihují sledované ceny burzovních indexů DAX a PX. Tyto dvě časové řady jsem dále orientačně rozdělil na základě jejich vykreslení na dvě dílčí období od 2. ledna 2015 do 31. ledna 2020, které označuje období před krizí a od 3. února 2020 do 31. května 2023, které označuje období během krize. Tuto krizi charakterizují dvě období šoků. První šok lze připsat následkům šíření pandemie viru SARS-CoV-2 a následných lockdownových opatření do střední Evropy a druhý šok odpovídá začátku rusko-ukrajinského konfliktu a následné energetické krizi.

Jelikož jsou ekonomiky České republiky a Spolkové republiky Německo relativně silně provázány (pro Českou republiku je Spolková republika Německo jedním z nejdůležitějších obchodních partnerů), usoudil jsem, že bych mohl dosáhnout zajímavých závěrů srovnáním finančních trhů těchto dvou zemí a převážně dopad a reakce na krizi.

Pro práci jsou stanoveny dva předpoklady. Prvním předpokladem jsou změny v úrovnových ARIMA modelech, způsobené působením krizových šoků na vývoj burzovních indexů DAX a PX. Druhým předpokladem je, že úrovnové ARIMA modely popisující vývoj burzovních indexů budou na základě předem stanovených kritérií přesněji odpovídat časovým řadám indexů v období před krizí než v období krize. Nalezené modely budou využity k předpovědím budoucího chování trhu a k vyhodnocení jejich spolehlivosti.

V kapitole Analýza časových řad, věnované metodice, bude popsán proces, následně využitý k zpracování dat získaných z portálu [Investing.com](https://www.investing.com) za pomoci programů RStudio a Microsoft Excel. Data budou následně prověřena pomocí stanovených testů, zda jsou vhodná pro užití v rámci Box–Jenkinsovy metodologie.

1 Hospodářský cyklus

Tržní ekonomika se nevyvíjí přímočaře, ale dochází během jejího průběhu k ekonomickým výkyvům. Tyto výkyvy lze rozlišit do dvou kategorií podle toho, zda se projevují pouze jako izolované hospodářské fluktuace, které se nazývají strukturální, nebo zda se opakovaně projevují v rámci celého trhu jako pravidelný cyklus, které by se nazývaly cyklické nebo právě jako hospodářský cyklus. Tato kapitola pracuje se závěry knih Holmana a Švarcové. (Holman, 2011, Švarcová, 2002)

1.1 Strukturální výkyvy

Existuje řada důvodů, proč k strukturálním výkyvům dochází. Jedním z hlavních důvodů může být změna v preferenci spotřebitelů nebo změna v množství ekonomických zdrojů na trhu či jejich vzácnost. Velký vliv na tyto výkyvy má i objevení nových technologií, které tvoří nové komparativní výhody.

Strukturální výkyvy tedy znamenají, že v rámci některých odvětví dochází ke smršťování a jiná odvětví zase naopak expandují. Tím pro různé výrobce dochází k dočasnému hromadění zásob a pro jiné zase jejich úbytku. Z toho důvodu existuje tzv. *strukturální nezaměstnanost*.

Ačkoli se pro mnoho lidí jedná o nepříjemnosti, jsou tyto výkyvy přirozenou a nezbytnou reakcí ekonomiky přizpůsobující se změnám na trzích. Tyto strukturální změny jsou ale ve skutečnosti výrazem pružnosti a adaptability ekonomiky. Ekonomiky snažící se zabránit strukturálním změnám používají vysoká dovozní cla, aby dovozu téměř zabránila. Tím však vytvářejí problém, při kterém zůstávají zdroje v odvětvích, která ztratila komparativní výhodu, a brání rozvoji těch, která ji mají.

1.2 Cyklické výkyvy

Cyklické výkyvy jsou nazývané jako hospodářské cykly. Střídání fáze expanze a fáze recese. Expanze znamená zrychlující se růst reálného HDP, které roste nad výši potenciálního produktu. Recese naopak znamená zpomalující se růst a reálné HDP klesá pod potenciální produkt. Recesí je ekonomy označované období, kdy reálné HDP během dvou po sobě jdoucích čtvrtletích klesá. Hlubokému a dlouhotrvajícímu hospodářskému poklesu se říká deprese.

Oproti strukturálním výkyvům, výkyvům cyklickým dochází z jiných důvodů. Strukturální výkyvy se projevují expanzí a smršťováním pouze v rámci daného odvětví. Cyklické výkyvy jsou ale charakterizovány všeobecným poklesem a poté zase všeobecným růstem výroby a zaměstnanosti v téměř všech odvětvích. Tyto cyklické výkyvy se nazývají *hospodářský cyklus*.

1.2.1 Fáze hospodářského cyklu

Hospodářský cyklus se skládá ze čtyř fází:

- Expanze

Expanze je rostoucí fází hospodářského cyklu. Dochází zde k růstu ekonomiky, spotřebitelé začínají více utrácet a navyšovat své výdaje. Navyšující se poptávka ze strany spotřebitelů pobízí firmy ke zvyšování produkční kapacity a nutí firmy k investování. To vytváří nová pracovní místa a snižuje nezaměstnanost.

- Vrchol

Zvyšující se poptávka spotřebitelů po zboží a službách vede ke zvyšování výdajů a cen produktů. Tím pádem firmy maximalizují využití svých výrobních kapacit a navyšují své investice. Zde se nachází horní bod obratu hospodářského cyklu.

- Recese

Recese je klesající fází hospodářského cyklu. Dochází při ní k poklesu ekonomiky, spotřebitelé omezují své výdaje, s čímž klesá poptávka po výrobcích a službách. Firmy na to reagují omezováním výroby, což vede k nadbytku zaměstnanců a materiálu a následuje propouštění a odbytové problémy.

- Sedlo

Kvůli úpadku zájmu o zboží a služby dochází k poklesu produkce. Tím se snižuje počet pracovních míst, je obtížné nalézt práci a nezaměstnanost nadále roste. Konec této fáze představuje dolní bod obratu hospodářského cyklu tzv. *sedlo*.

1.3 Příčiny vzniku hospodářského cyklu

Existuje mnoho teorií, které se snaží vysvětlit příčiny vzniku hospodářského cyklu. Převážně se dělí na monetární a reálné teorie, ale tyto různé teorie se navzájem nevylučují a cykly mohou mít zároveň monetární i reálné příčiny.

1.3.1 Monetární teorie

Monetární teorie cyklu viní za příčiny cyklických výkyvů změny peněžních zásob, které uštědřují ekonomice poptávkové šoky.

1.3.2 Reálná teorie

Reálná teorie cyklu vidí příčiny cyklických pohybů v reálných silách, jako jsou inovační vlny. Zde si lze představit střídavé vlny pesimismu a optimismu, které způsobují změny agregátní poptávky a HDP. Nebo existenci inovační vlny, která je příznivým nabídkovým šokem a do svého vyčerpání zrychlí ekonomický růst, po kterém následuje prudké zpomalení.

2 Finanční krize

Pro vymezení pojmu „finanční krize“ je důležité si uvědomit, že se příčiny ekonomických problémů nenacházejí v reálné ekonomice, nýbrž vznikají ve finančních systémech. Tato problematika vychází z knihy Dvořáka. (Dvořák, 2008)

V teoretických analýzách se jako případy poruch finančního systému uvádějí tyto:

- krize měnová,
- krize bankovní,
- krize dluhová či úvěrová,
- systematická finanční krize, která zahrnuje a kombinuje projevy některých a někdy i všech výše zmíněných typů krize, a to s různou vzájemnou kauzalitou.

V rámci tradiční typologie finančních krizí se uvádějí právě tyto první tři typy. Pouze výjimečně se však v praxi stává, že by se některý z uvedených typů vyskytl v čisté podobě.

2.1 Měnová krize

Projevem měnové krize je situace, kdy dochází k prudkému a především neočekávanému oslabení kurzu domácí měny. To se však projevuje jinak v závislosti na typu systému kurzu. V systému pohyblivého kurzu se tato situace projevuje výraznou depreciací nominálního kurzu. V systému pevného kurzu obvykle vynutí spekulativní útoky na směnný kurz devalvací domácí měny a přinutí centrální banku k obraně.

2.2 Bankovní krize

Pod pojmem bankovní krize bývají označeny situace, kdy se komerční banky potýkají s nedostatečnou likviditou a především s insolvenčí. V rozvojových zemích bývá tato situace obvykle vyvolána náhlou ztrátou důvěry vkladatelů, která vede k bankovním runům.

2.3 Dluhová krize

Tento typ krize se často vyskytuje především v rozvojových zemích. Jedná se o situaci, kdy země není schopna splácet své zahraniční dluhy. Jestliže svůj dluh není schopna splácet přímo vláda, užívá se označení „sovereign default“.

2.4 Systematická finanční krize

Jelikož se novodobé krize obvykle skládají z vícera typů krizí, byl pro tento problém vytvořen termín systematická finanční krize. Pro tyto krize je příznačná snaha nalézt kombinaci působících faktorů, které vedou ke krizi, ve níž se snaží najít logiku a souvislosti.

3 Burzovní indexy

Burzovní indexy koncentrují pohyby cen mnoha stejnorodých cenných papírů do jednoho čísla, čímž vypovídají o vývojových tendencích trhu jako celku. Lze je díky své současné i dlouhodobé vypovídací schopnosti také použít jako měřítko úspěšnosti či neúspěšnosti investorova portfolia. Významnost jednotlivých indexů závisí na významnosti příslušných burz, jejichž vývoj konkrétní index sleduje. Ve světě se za jedny z nejdůležitějších indexů považují akciové indexy nadnárodních burz.

Mezi jedny z nejvýznamnějších indexů lze počítat NYSE COMPOSITE reprezentující burzu v New Yorku, za londýnskou akciovou burzu sledový index FTSE 100 a pro vývoj Tokijské burzy lze sledovat index Nikkei 250.

V této práci se zaměříme pouze na dva indexy a to německý index DAX, který je považován za jeden z nejvýznamnějších světových burzovních indexů a český burzovní index PX. Index DAX

- Index DAX je výběrový akciový index, který reprezentuje hodnotu 40 největších firem operujících na Frankfurtské burze. Počítá se od roku 1987 a započal s hodnotou 1000 bodů, počítá se podle objednávek a tržní kapitalizace společností obsažených v tomto indexu.
- Index PX je oficiálním indexem Burzy cenných papírů Praha, a. s., a svou existenci započal v roce 2006, kdy nahradil předešlý index PX 50, po kterém přebral historické hodnoty a některé jeho charakteristiky. PX 50 fungoval od roku 1994, začínal s hodnotou 1 000 bodů a byl odvozen z cen vážených tržní kapitalizací, přičemž se nezohledňovaly dividendové výnosy. V této době tvoří bázi 10 společností, kde 2 největší svou emisí ovlivňují hodnoty indexu zhruba ze 43 % a přibližně 70 % emitentů operuje v oboru peněžnictví.

4 Analýza časových řad

Časovou řadou chápeme soubor sledovaných hodnot měnících se v čase. Jelikož události z minulosti mohou se zpožděním ovlivnit události budoucí a ovlivnit tak jejich chování, je důležité se na čas dívat jako na důležitý faktor pro časové řady.

Je mnoho faktorů, na kterých závisí při výběru metody analýzy časových řad, ale jako nejdůležitější uvádí účel analýzy, typ časové řady a dále i zkušenost statistika.

Účelem analýzy se většinou rozumí rozpoznávání mechanismu vytváření hodnot časové řady, který se následně dá využít především k předvídání budoucího vývoje. S tím také souvisí účel, za kterým dané výsledky získáváme a jak je následně hodláme využít. Například je důležité určit typ časové řady, neboť některé metody nejsou vhodné pro některé typy časových řad. Např. Boxův-Jenkinsův model není vhodné použít pro ekonomickou řadu ročních pozorování vykazujících lineární trend.

4.1 Dekompozice časových řad

Ekonomické časové řady se skládají z několika složek, a to z těchto:

- trend,
- sezónní složka,
- cyklická složka,
- reziduální složka.

Motivujícím faktorem pro dekompozici časové řady je skutečnost, že v jednotlivých složkách rozkladu se snadněji podaří identifikovat pravidelné chování řady, na rozdíl od toho, než je tomu v nerozložené řadě. Definování složek dekompozice složek časových řad je vyvozeno na základě porovnání prací Cipry (2013) a Wooldridge (2012)

4.1.1 Trend

Trend reprezentuje dlouhodobé změny v průměrném vývoji časové řady, jako je dlouhodobý růst nebo dlouhodobý pokles. Trendová složka vzniká z důvodu působení sil, které systematicky působí ve stejném směru. Tyto síly, které působí na trend, mohou být různé v závislosti na odvětví. Na sledovaný trend v průmyslovém odvětví mohou působit síly jako např. technologický vývoj, změny v populaci, růst trhu, změny ve výši příjmů

obyvatel aj. Charakter sledované trendové složky je dosti relativní, jelikož záleží na pohledu pozorovatele. Zde se pro zemědělského odborníka mohou zdát změny v klimatu jako dlouhodobé, ale pro geologa se jedná pouze o krátkodobý pohyb.

4.1.2 Sezónní složka

Sezónní složka odráží periodické změny v časové řadě, které se opakují v rámci vymezeného časového období. Klasický příklad pro faktory, které působí sezónní změny, bývá střídání ročních období nebo lidské zvyky. V závislosti na roční době můžeme vypozorovat např. změnu v poptávce po zimním či letním oblečení nebo ve změně ceny a dostupnosti různého ovoce a zeleniny. Pro sledování sezónní složky je vhodné využívat především měsíční nebo čtvrtletní data. Jelikož sezónní složka může mít rok od roku jiný charakter, není v ekonomii typické používání dat ročních a delších.

4.1.3 Cyklická složka

Nejspornější složkou časové řady je cyklická složka. Množství autorů se tomuto pojmu vyhýbá a raději tento jev označuje jako fluktuaci trendu, během které se střídají fáze poklesu a růstu. Délka jednotlivých cyklů (tím rozumíme sousední body zvratu) bývá obvykle proměnlivá a stejně tak je to i s intenzitou jednotlivých fází cyklického průběhu. Na cyklickou složku mohou působit vnější faktory, které může být v jistých případech velice obtížné identifikovat. V západní ekonomice je typickým představitelem této složky tzv. obchodní cyklus, který popisuje růst a následný pokles ekonomické aktivity a jeho délka se obvykle pohybuje v rozmezí od 5 do 7 let. Cyklická složka však nemusí mít své příčiny pouze v oblasti ekonomické. Za neekonomické složky můžeme uvést změny v módě, které vyvolávají různý odbyt v oděvním průmyslu, nebo změny klimatu, které mají silný vliv na zemědělství a jeho produkci. Eliminovat cyklickou složku z časové řady je velice obtížné, neboť příčiny vzniku nejsou vždy zjevné a její charakter se může měnit v čase.

4.1.4 Reziduální složka

Reziduální složka je tvořena náhodnými pohyby v průběhu časové řady, které zbyly po odstranění trendu, sezónní a cyklické složky. Tato složka již nemá žádný rozpoznatelný charakter a zahrnuje pod sebe také chyby vzniklé měřením údajů, nebo vniklé operacemi statistika při analýze řady.

4.2 Korelace

Korelace znamená vzájemný vztah mezi dvěma veličinami nebo procesy, v našem případě vztah mezi dvěma časovými řadami. Vzájemné propojení těchto veličin spočívá v tom, že pokud se změní veličina, změní se i druhá veličina a naopak. Velikost změny závisí na míře závislosti daných veličin. Nemusí to ovšem znamenat, že jedna veličina je příčinou a druhá následkem.

Tento vztah se ve statistice vyjadřuje pomocí tzv. korelačního koeficientu, jehož hodnoty se pohybují v rozmezí od 1 do -1. Hodnoty v rozmezí $(-1,0)$ značí negativní korelaci. Negativní korelace znamená, že zvětší-li se hodnota X , hodnota Y se zmenší (podle hodnoty korelačního koeficientu zjistíme, o kolik se Y zmenší). Příkladem může být počet pracovníků a doba, za kterou je práce vykonaná. Hodnota rovna $(0,1)$ značí pozitivní korelaci, např. počet otáček motoru a rychlost vozidla. Pokud hodnota bude rovna 0, není mezi veličinami žádná statisticky zjištělná závislost lineárního typu, to ovšem neznamená, že mezi nimi skutečně žádná závislost není. (Wooldridge, 2012)

4.3 Exponenciální vyrovnávání

Exponenciální vyrovnávání je adaptivní přístup k trendové složce, který je v praxi velice často používán. Metoda získává vyrovnané hodnoty ze všech minulých pozorování řady, ale přiřazuje exponenciálně nižší váhu hodnotám směrem do minulosti. Trendová složka se tedy dá odhadnout pro čas t ve tvaru

$$(y_t - \hat{y}_t)^2 + (y_{t-1} - \hat{y}_{t-1})^2 \beta + (y_{t-2} - \hat{y}_{t-2})^2 + \dots, \quad (1)$$

kde β je tzv. vyrovnávací konstanta splňující podmínku $(0 < \beta < 1)$. V rovnici dochází k jistému diskontování vah a pozorování vzdálenějším do minulosti tak přiřazujeme stále nižší váhy. Jedním z užívaných typů je tzv. *jednoduché exponenciální vyrovnávání*, který se používá díky své jednoduchosti a možnosti nastavení adaptivnosti modelu pomocí vyrovnávací konstanty. (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.4 Box-Jenkinsova metodologie a ARIMA modely

Oproti dekompozičním metodám, které především pracují se systematickými složkami časové řady a považují jednotlivá pozorování za nekorelovaná, Box-Jenkinsonova metodologie spočívá ve vyšetřování závislosti mezi pozorováními neboli tzv. korelační analýze. Modely vytvořené pomocí Box-Jenkinsonovy metodologie

mají výhodu vysoké flexibility, díky které jsou schopny modelovat řady, jež by byly pro klasický dekompoziční přístup jen velice obtížné. Tyto modely jsou následně vhodné pro vytváření predikcí

4.4.1 Předpoklad stacionarity časové řady

Obecně lze říci, že aby se časová řada chovala stacionárně, musí se v jistém smyslu chovat stochasticky ustáleně. Rozlišují se dva typy stacionarity, a to striktní stacionarita, kdy pravděpodobnostní chování příslušného stochastického procesu je invariantní vůči posunům v čase, a méně přísná slabá stacionarita, kdy příslušný stochastický proces má konstantní střední hodnotu, rozptyl a kovarianční strukturu druhého řádu invariantní vůči posunům v čase, tedy $cov(y_t, y_s) = cov(y_{t+h}, y_{s+h})$ pro libovolné h . (Cipra, 2013)

V rámci této práce však budeme počítat pouze s předpokladem slabé stacionarity, kterou je v praxi snadnější ověřit.

4.4.2 Lineární proces

Dle Cipry (2013) lineárním procesem nazýváme řadu ve tvaru

$$y_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \psi_j \varepsilon_{t-j}, \quad (3)$$

kde ε_t je bílý šum s rozptylem σ_ε^2 a ψ_j jsou parametry. Lineární proces se často zapisuje s využitím tzv. *operátoru zpětného posunutí* B , který je definován jako

$$By_t = y_{t-j}, \quad (4)$$

přičemž jej lze aplikovat několikanásobně jako

$$B^j y_t = y_{t-j}. \quad (5)$$

Pak lze celý tvar zapsat ve zkráceném tvaru

$$y_t = \psi(B)\varepsilon_t, \quad (6)$$

kde

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots + 1 + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j B^j. \quad (7)$$

Lze tedy ukázat, že postačující podmínky pro existenci lineárního procesu y_t , kdy suma náhodných veličin na pravé straně konverguje způsobem, který se nazývá konver-

gencí podle kvadratického středu, a tedy $\psi(B)$ konverguje pro $|B| \leq 1$, pokud B považujeme za obvyklou číselnou proměnnou. Tato podmínka zároveň automaticky zaručí, že lineární proces y_t je stacionární a že $E(y_t) = 0$.

Za jistých podmínek lze lineární proces y_t zapsat ve tvaru

$$y_t = \pi_1 y_{t-1} + \pi_2 y_{t-2} + \dots + \varepsilon_t. \quad (8)$$

Zde znovu můžeme využít operátor zpětného posunutí B a rovnici zapsat ve zkráceném tvaru

$$\pi(B)y_t = \varepsilon_t, \quad (9)$$

kde

$$\pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j. \quad (10)$$

Pokud lineární proces umožňuje zápis ve tvaru $\pi(B)y_t = \varepsilon_t$, kdy jeho současná hodnota je vyjádřena pomocí minulých hodnot a současné hodnoty bílého šumu, pak se takový lineární proces nazývá *invertibilní*. Postačující podmínkou pro invertibilitu lineárního procesu je tvar $\pi(B)$ konvergující pro $|B| \leq 1$.

Invertibilita procesu má stěžejní význam pro konstrukci předpovědí. O tom vypovídá i tzv. *jednotkový kořen*. Pokud platí $|B| = 1$, lze hovořit o jednotkovém kořenu. Zde se projevuje jeho nebezpečnost, jelikož splňuje podmínku stacionarity o konstantním průměru, představující první hodnotu sledované řady. Problém nastává pro podmínku rozptylu σ_ε^2 , kde pro rostoucí t získává hodnotu $t\sigma^2$, a tedy není dle zásad stacionarity konstantní.

Vztah mezi parametry ψ_j a π_j lze zapsat jako

$$\psi(B)\pi(B) = 1 + (\psi_1 - \pi_1)B + (\psi_2 - \pi_1\psi_1 - \pi_2)B^2 + \dots = 1, \quad (11)$$

takže

$$\psi_1 - \pi_1 = 0, \quad (12)$$

$$\psi_2 - \pi_1\psi_1 - \pi_2 = 0. \quad (13)$$

4.4.3 Proces klouzavých součtů

Proces klouzavých součtů řádu q značený jako $MA(q)$ (z anglického Moving Average) má tvar

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (14)$$

nebo za pomoci symboliky operátoru zpětného posunutí B jako

$$y_t = \theta(B)\varepsilon_t, \quad (15)$$

kde $\theta(B)$ je tzv. *operátor klouzavých součtů* a můžeme ho definovat jako

$$\theta(B) = 1 + \sum_{j=1}^q \theta_j B^j, \quad (16)$$

kde ε_t je bílý šum a θ_j jsou parametry.

Dle podmínky $\psi(B)$ konverguje pro $|B| \leq 1$ je zřejmě proces $MA(q)$ stacionární pro libovolnou volbu jeho parametrů. Přitom střední hodnota tohoto procesu je nulová, jeho rozptyl σ_y^2 je tedy roven

$$\sigma_y^2 = (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)\sigma_\varepsilon^2 \quad (17)$$

a jeho autokorelační funkce ρ_k je tvaru

$$\rho_k = \frac{\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2}, \quad (18)$$

kde platí, že $k = 1, \dots, q$, $\rho_k = 0$ pro $k > q$.

Lze říct, že proces $MA(q)$ je invertibilní, jestliže všechny kořeny polynomu $\theta(B)$ leží vně jednotkového kruhu (v komplexní rovině). (Cipra, 2013, Hyndman & Athanassopoulos, 2021)

4.4.4 Autoregresní proces

Autoregresní proces řádu p značený jako $AR(p)$ je definován jako

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (19)$$

nebo za pomoci symboliky operátoru zpětného posunutí B jako

$$\varphi(B)y_t = \varepsilon_t, \quad (20)$$

kde $\varphi(B)$ je tzv. *autoregresní operátor* a můžeme ho definovat jako

$$\varphi(B) = 1 - \sum_{j=1}^p \varphi_j B^j, \quad (21)$$

kde ε_t je bílý šum a φ_j jsou parametry.

Proces AR(p) zřejmě odpovídá lineárnímu procesu zapsanému již v invertované formě $\pi(B)y_t = \varepsilon_t$ (s konečným počtem nenulových parametrů). Proto je tento proces automaticky invertibilní bez jakýchkoli dalších požadavků na jeho parametry. (Cipra, 2013, Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.4.5 Smíšený proces ARMA

Proces ARMA(p,q) je kombinací procesů AR(p) a MA(q). Zapisuje se ve tvaru

$$y = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}. \quad (22)$$

Proces ARIMA(p,q) lze zapsat pomocí operátoru zpětného posunutí B jako

$$\varphi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t. \quad (23)$$

Podmínka stacionarity tohoto procesu je shodná s podmínkou stacionarity procesu AR(p) a podmínka invertibility je shodná s podmínkou invertibility procesu MA(q). (Cipra, 2013, Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.4.6 Předpoklad nekorelované časové řady

Při analýzách finančních časových řad se předpokládá, že logaritmické výnosy byly generovány stochastickým procesem v podobě bílého šumu. Tato podmínka však nebývá v praxi velmi často splněna, a právě na porušení požadavků kladených na proces striktního bílého šumu je v Box-Jenkinsově metodologii založena identifikace a výstavba modelů. Úkolem ARMA modelů je vystihnout nenulovou střední hodnotu a lineární závislost logaritmických výnosů v systematické části tak, aby nesystematická složka modelu již měla podobu striktního bílého šumu, a navíc aby byla charakterizována procesem striktního bílého šumu s normálním rozdělením.

K vyjádření míry lineární závislosti (korelace) slouží kovariance a koeficient korelace, respektive autokorelace a zejména pak autokorelační funkce. V případě stacionárního stochastického procesu $\{X_t\}$ lze vyjádřit autokovarianční funkci mezi veličinami X_t a X_{t-k} jako

$$\gamma_k = C(X_t, X_{t+k}) = E(X_{t-\mu})(X_{t+k-\mu}) \quad (24)$$

a autokorelační funkci (dále jen ACF z anglického Autocorrelation Function) následně

$$\rho_k = \frac{C(X_k, X_{t-k})}{\sqrt{D(X_t)}\sqrt{D(X_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\sigma_x^2} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad (25)$$

kde k je celé číslo vyjadřující počet zpoždění a vzhledem ke stacionaritě procesu platí

$$D(X_t) = D(X_{t-k}) = \gamma_0. \quad (26)$$

V případě stacionárního stochastického procesu má ACF tyto vlastnosti:

- 1) $\rho_0 = 1$
- 2) $|\gamma_k| \leq \gamma_0: |\rho_k| \leq 1$
- 3) $\gamma_k = \gamma_{-k}$ a $\rho_k = \rho_{-k}$ pro všechna k .

Z posledního bodu vyplývá, že autokovariační a autokorelační funkce jsou sudé funkce. Grafy ACF a PACF (korelogramy) se z toho důvodu vytvářejí pouze pro $k > 0$.

Obecně platí, že výskyt autokorelace je tím méně pravděpodobnější, čím delší jsou intervaly pozorování, proto lze při analýze denních časových řad očekávat významnou autokorelaci reziduí.

Kromě ACF se k měření autokorelace používá ještě parciální autokorelace, která vyjadřuje korelaci náhodných veličin X_t a X_{t-k} očištěnou o vliv veličin ležících mezi nimi, jelikož autokorelace může být dána nejen korelací daných dvou náhodných veličin ležících X_t a X_{t-k} , ale také jejich korelací s veličinami $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$. Parciální autokorelační funkce (dále jen PACF z anglického Partial AutoCorrelation Function) je potom funkcí k zpoždění těchto parciálních autokorelací, kde k je celé číslo. Přesné znění parciální autokorelace a PACF lze nalézt v literatuře. (Cipra, 2013)

Protože teoretickou ACF ani PACF nelze určit, za předpokladu stacionarity je odhadována pomocí výběrové ACF a PACF, které lze podrobně nalézt v literatuře. Podle tvaru výběrové ACF a PACF lze v některých případech identifikovat řady ARMA(p,q) modelu.

4.5 Postup konstrukce ARMA modelu na základě ACF a PACF

4.5.1 Testování stacionarity

- Dle průběhu časové řady

Je-li z grafu vykreslující vývoj časové řady zřetelné, že řada obsahuje výrazný trend, konkrétní časová řada nemůže být stacionární, jelikož trend způsobuje, že časová řada nekonverguje ke konstantní nepodmíněné střední hodnotě.

- Dle autokorelační a parciálně autokorelační funkce

Jestli že se hodnoty autokorelační a parciálně autokorelační funkce blíží k nule pouze velmi pomalu, daná časová řada není stacionární.

- Dle testu jednotkových kořenů

Testy jednotkových kořenů slouží k odstranění subjektivního charakteru určování řádu diferencování. V tomto případě bude využit Dickey-Fullerův test (dále jen DF-test) a Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin test (dále jen KPSS-test).

DF-test je založen na testování nulové hypotézy o stacionaritě časové řady reprezentované procesem náhodné procházky $H_0: X_t = X_{t-1} + a_t$ proti alternativní hypotéze $H_1: X_t = \varphi_1 X_{t-1} + a_t$ pro $\varphi_1 < 1$, $H_1: X_t = \alpha + \varphi_1 X_{t-1} + a_t$ pro $\varphi_1 < 1$, případně $H_1: X_t = \alpha + \beta_t + \varphi_1 X_{t-1} + a_t$ pro $\varphi_1 < 1$. testová statistika je definována jako

$$DF = \frac{\varphi_1 - 1}{\hat{\sigma}(\varphi_1 - 1)}, \quad (2)$$

přičemž má ale nestandardní rozdělení, pro které musely být kritické hodnoty vypočítány simulačně. Kritický obor je dán jako $DF \leq t_{t-\alpha}(T)$, kde T je počet pozorování.

Pokud má řada podobu striktně *bílého šumu*, lze pro ni použít DF-test. Když tomu tak není, je vhodné použít rozšířený DF-test, jehož testová statistika a kritické hodnoty zůstávají stejné, ale testem ověřujeme nulovou hypotézu, kde časová řada je tvaru AR(p) s obsahem jednotkového kořene, oproti alternativě, že přítomen není. (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

KPSS-test řeší občasnou slabou vypovídací schopnost ADF-testu – nezamítnutí nulové hypotézy může být způsobeno nejen tím, že časová řada je nestacionární, ale také nedostatečnou informací pro zamítnutí nulové hypotézy. U KPSS-testu má proto nulová

hypotéza podobu alternativní hypotézy ADF-testu a je testovaná proti alternativní hypotéze reprezentující nestacionaritu časové řady. (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

Časovou řadu hodlám považovat za stacionární pouze v případě, že ADF-test nulovou hypotézu zamítne a KPSS-test nulovou hypotézu nezamítne.

4.5.2 Stacionarizace časových řad

Pokud předpoklad stacionární časové řady není splněn, transformuje se řada pomocí prvních či vyšších diferencí a takto upravená řada se pak nazývá integrovaná a řád d její integrace se v ARIMA modelu značí pomocí $I(d)$. (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.5.3 Identifikace úrovnového ARMA modelu na základě ACF, PACF

Úroveň autoregresního modelu $AR(p)$ závisí na počtu statisticky významných koeficientů výběrové PACF. Stejně tak úroveň modelu klouzavých průměrů $MA(q)$ je odvozen od počtu statisticky významných koeficientů výběrové ACF. Určování řádů p, q modelu $ARMA(p, q)$ již tak jednoznačné není a není možné je určit pouze podle průběhu výběrové ACF a PACF. Většinou se tyto modely musí odhadnout pomocí různých kombinací parametrů, jejichž modelům se podařilo odstranit autokorelaci v časové řadě. Z těchto vybraných modelů se zvolí ty nejvhodnější na základě hodnot informačních kritérií. (Cipra, 2013) (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.5.4 Výběr nejvhodnějšího úrovnového modelu pomocí informačních kritérií

Informační kritéria slouží k nalezení nejvhodnějšího úrovnového modelu $ARMA(p, q)$, pro které se posuzuje jejich hodnota reziduálního součtu čtverců a zároveň penalizují model s příliš velkým počtem regresorů..

Mezi nepoužívanější se řadí Akaikeho a Bayesovské informační kritérium (dále jen AIC z anglického Akaike Information Criterion a BIC z anglického Bayesian Information Criterion). Software RStudio, který je využíván při tvorbě této práce, používá pro kritéria vzorce pracující s hodnotami funkce maximální věrohodnosti l :

$$AIC_l = \frac{-2l}{T} + \frac{2(p+q+1)}{T}, \quad (27)$$

$$BIC_l = \frac{-2l}{T} + \frac{p+q+1}{T} (\ln T), \quad (28)$$

kde T je délka časové řady, p a q jsou parametry modelu a $l = -\frac{T}{2}(1 + \ln(2\pi) + \ln(\frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{T}))$.

Volba informačního modelu závisí na dané osobě, která model vytváří, a je kompromisem mezi konzistencí modelu, jenž je vybrán na základě BIC, a vydatností modelu, zvoleného na základě AIC. (Cipra, 2013) (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.5.5 Diagnostika úrovnového modelu

- Na základě výběrové ACF a PACF funkce.

Nulová hypotéza o nepřítomnosti autokorelace mezi rezidui $\hat{\varepsilon}_t$ a $\hat{\varepsilon}_{t-k}$ pro $k = 1, \dots, K$ bude při překročení mezí $\pm 2/\sqrt{T}$ představujících 95% interval spolehlivosti zamítnuta ve prospěch alternativní hypotézy o přítomnosti autokorelace. (Cipra, 2013)

- Na základě hodnoty Q statistiky: Ljung-Boxův test

Dle Hyndmana a Athanasopoulou (2021) L-B test testuje nulovou hypotézu o nevýznamnosti prvních K autokorelací reziduí (K je potřeba stanovit předem, kde K bývá $K = \sqrt{T}$, kde T je počet pozorování) ve tvaru $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$ oproti alternativní hypotéze $H_1: \text{non } H_0$, kde $\rho_k, k = 1, \dots, K$, jsou autokorelace nesystematické složky modelu pro zpoždění až K . Současně se tímto testem ověří použitá struktura modelu ARMA(p, q), protože testové kritérium má asymptoticky rozdělení χ^2 s $(K - p - q)$ stupni volnosti a je definováno jako

$$Q_{LB} = T(T + 2) \sum_{k=1}^K (T - k)^{-1} \hat{\rho}_k^2. \quad (27)$$

- Na základě inverzního jednotkového kruhu kořenů

Jestli že je možné zapsat nesezónní úrovnový ARIMA model jako

$$(1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p)(1 - B)^d y_t = c + (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \varepsilon_t, \quad (28)$$

tak je možné tuto funkci přepsat jako

$$\varphi(B)(1 - B)^d y_t = c + \theta(B) \varepsilon_t, \quad (29)$$

kde $\varphi(B) = (1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p)$ je p -tý stupeň polynomu v B a $\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)$ je q -tý stupeň polynomu v B .

Podmínky stacionarity pro model jsou že komplexní kořeny $\varphi(B)$ leží mimo jednotkový kruh a podmínky invertibility pro model jsou že komplexní kořeny $\theta(B)$ leží mimo jednotkový kruh. Tímto je možné vidět, jak blízko je model k invertibilitě nebo stacionaritě pomocí vykreslení jeho kořenů ve vztahu s komplexním jednotkovým kruhem.

Je však jednodušší vykreslit podobu inverzních kořenů, které by naopak měli ležet uvnitř jednotkového kruhu, pro které však platí, že kořeny nalézající se poblíž středu jednotkového kruhu mohou být numericky nestabilní a jejich modely jsou tedy nevhodné pro tvorbu predikcí. (Hyndman & Athanasopoulos, 2021)

4.5.6 Tvorba predikce a predikčních intervalů

Pro modely ARIMA, (Cipra, 2013, Hyndman & Athanasopoulos, 2021) se předpokládá, že předpověď $\hat{y}_{t+k}(t)$ je dána podmíněnou střední hodnotou $E(y_{t+k}|y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots)$. Pokud tedy předpokládáme model ARMA(p, q) ve tvaru (22), tak pro $t = T + k$ platí

$$y_{t+k} = \varphi_1 y_{t+k-1} + \dots + \varphi_p y_{t+k-p} + \varepsilon_{t+k} + \theta_1 \varepsilon_{t+k-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t+k-q}, \quad (30)$$

které lze psát jako

$$\hat{y}_{t+k}(t) = \varphi_1 [y_{t+k-1}] + \dots + \varphi_p [y_{t+k-p}] + [\varepsilon_{t+k}] + \theta_1 [\varepsilon_{t+k-1}] + \dots + \theta_q [\varepsilon_{t+k-q}], \quad (31)$$

což lze považovat za základní vztah potřebný pro výpočet předpovědi, kde

$$[y_{t+j}] = \hat{y}_{t+j}(t) \text{ pro } j > 0, \quad (32)$$

$$[y_{t+j}] = y_{t+j} \text{ pro } j \leq 0,$$

$$[\varepsilon_{t+j}] = 0 \text{ pro } j > 0, \quad (33)$$

$$[\varepsilon_{t+j}] = \varepsilon_{t+j} = y_{t+j} - \hat{y}_{t+j}(t+j-1) \text{ pro } j \leq 0.$$

Následně se již při výpočtu predikcí postupuje rekurentně s první předpovědí

$$\hat{y}_{q+1}(q), \hat{y}_{q+2}(q+1), \dots \quad (34)$$

o jeden krok dopředu a pomocí nich předpovědi o dva kroky dopředu atd.

Pro normální stochastický proces můžeme považovat 95% předpovědní interval konstruovaný v čase t při předpovědi o k kroků kupředu interval ve tvaru

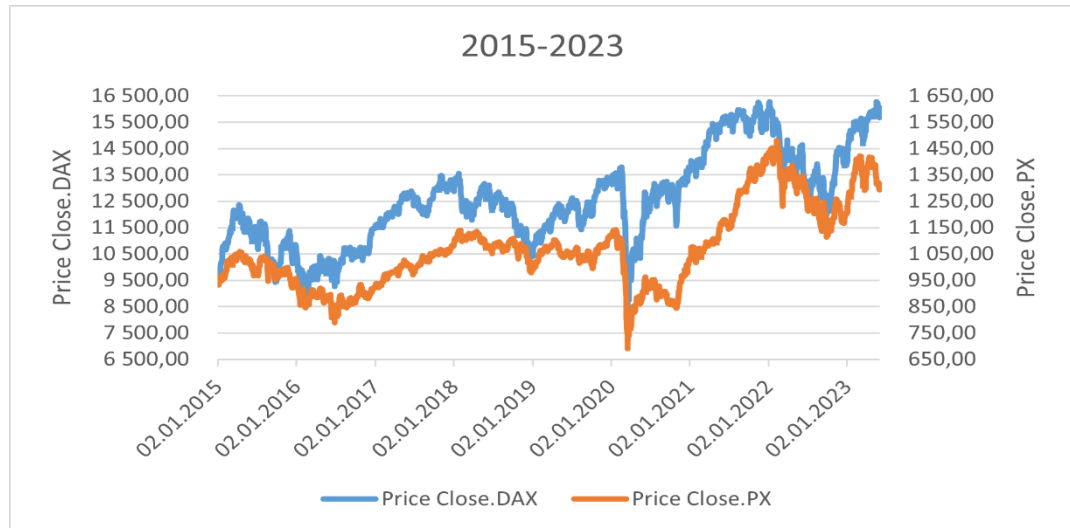
$$\hat{y}_{t+k}(t) + 2\sigma\{\varepsilon_{t+k}(t)\} \text{ a } \hat{y}_{t+k}(t) - 2\sigma\{\varepsilon_{t+k}(t)\}, \quad (35)$$

kde $\varepsilon_{t+k}(t)$ je chyba předpovědi $\hat{y}_{t+k}(t)$ definována jako

$$\varepsilon_{t+k}(t) = y_{t+k} - \hat{y}_{t+k}(t). \quad (36)$$

5 Vlastní práce

Graf 1: Ceny burzovních indexů DAX a PX



Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Veškeré vizualizace, kde jsou přítomny oba indexy, jsou srovnány v měřítku 1:10 pro snadnější orientaci a lepší srovnání poměrových změn.

Pro konstrukci modelů byly použity uzavírací ceny burzovních indexů DAX a PX s denní frekvencí, které jsou získány z webové stránky Investing.com a jejich zpracování a analýza proběhly v programu RStudio verze 2023.06.0 nad jádrem R 4.3.0 a Microsoft Excel pro Microsoft 365.

Celý pracovní postup pro identifikaci, odhad, diagnostiku a konečný výběr vhodného úrovnového modelu je popsán v rámci analýzy burzovních indexů DAX a PX v rámci celého období. Zbylé kapitoly pro dílčí období se již zaměří na výsledky analýz a jejich interpretace.

V rámci této práce požadujeme stacionaritu časové řady. Pro její ověření, je na ní nutno aplikovat KPSS-test nulové hypotézy, že sledovaná časová řada je stacionární kolem deterministického trendu proti alternativě jednotkového kořene a ADF-test nulové hypotézy jednotkového kořene, proti alternativě stacionarity časové řady..

Pokud předpoklad stacionární časové řady není splněn, transformuje se pomocí prvních či vyšších diferencí a následuje opakování testu.

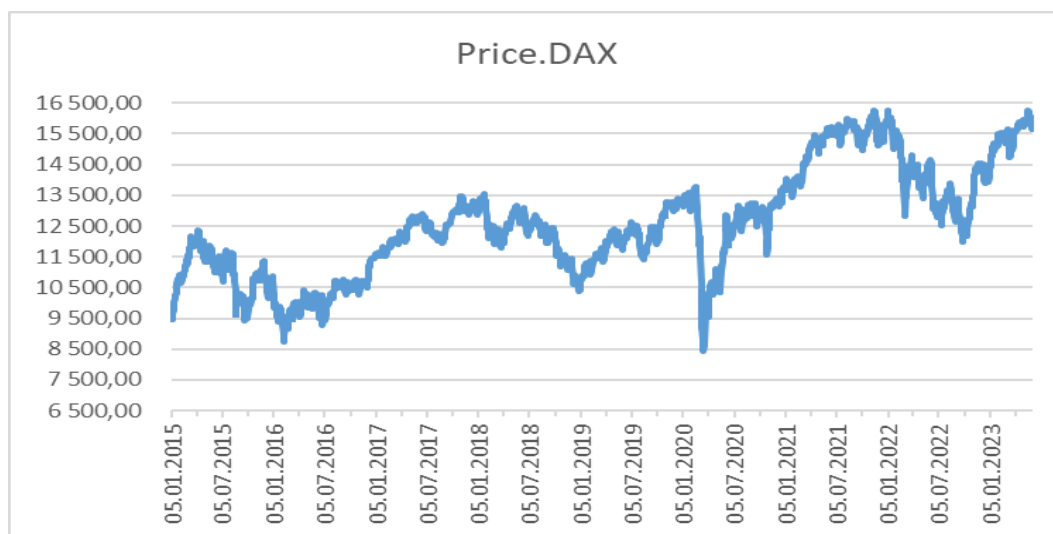
Podle autokorelačního a parciálně autokorelačního testu je následně vyhodnocena úroveň parametrů modelu ARIMA

5.1 Porovnání indexů DAX a PX v rámci celého období

5.1.1 Analýza indexu DAX

Nejprve se podíváme na průběh celé časové řady, se kterou budeme v další části práce pracovat. Průběh uzavíracího indexu DAX v rámci celého období je na obrázku č. 2.1

Graf 2: Ceny indexu DAX 2015-2023



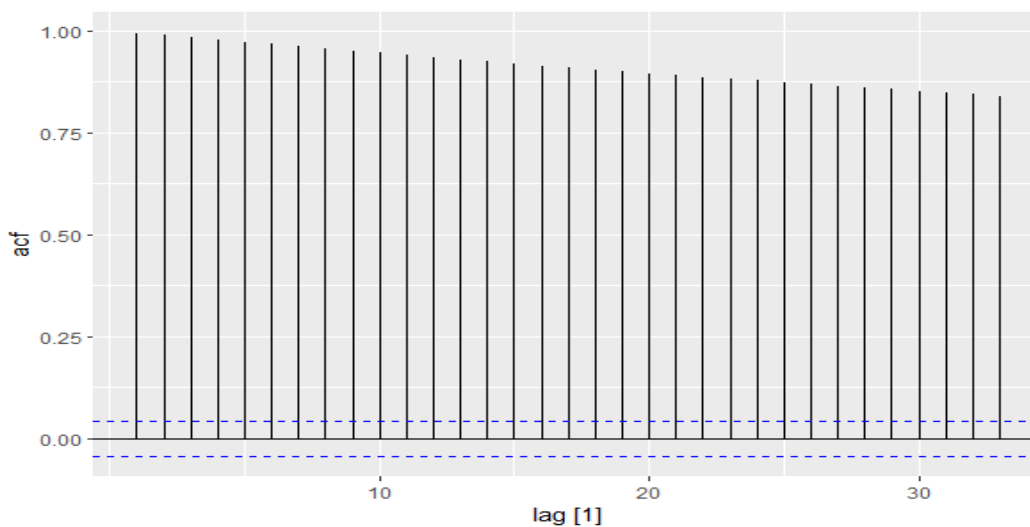
Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Abychom mohli tuto řadu analyzovat pomocí Box-Jenkinsovy metodologie, je nutné, aby byla tato časová řada stacionární. Už z pohledu na řadu jako celek je viditelné, že se skládá z rostoucího trendu, který je do jisté míry ovlivněn dva až tři roky dlouhými cykly. To tedy znamená, že řadu není možné považovat za stacionární. Prověříme to i pomocí KPSS a ADF testů.

Abychom si to však ověřili, je na ní nutno provést KPSS-test nulové hypotézy, jenž dokazuje, že pozorovatelná časová řada je stacionární kolem deterministického trendu proti alternativě jednotkového kořene, a ADF-test nulové hypotézy, který prokáže, že časová řada neobsahuje znaky stacionarity. Pro řadu cen indexu DAX vyšla hodnota testové statistiky KPSS testu 14,9 a p-hodnota 0,01. Jelikož je p-hodnota testu menší než hladina významnosti testu (kterou zde i pro všechny následující testy volíme v obvyklé

výši $\alpha = 0,05$), zamítá se nulová hypotéza ve prospěch alternativní, a tedy, že časová řada není stacionární. Tuto skutečnost potvrdil i ADF-test s hodnotou testové statistiky $-3,2226$ a s p-hodnotou na úrovni $0,084$, což znamená, že nelze zamítnout nulovou hypotézu o nestacionaritě řady.

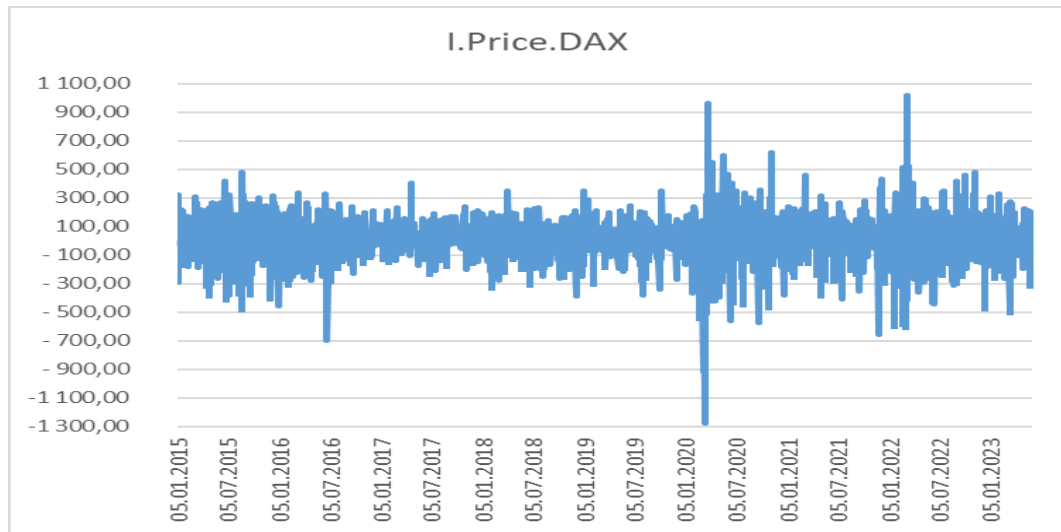
Graf 3: Autokorelační funkce cen indexu DAX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

To zároveň můžeme vyhodnotit z autokorelačního testu této řady na Grafu 3, který svým trendem, který se velice pomalu přibližuje k nule, vypovídá o své nestacionaritě. Stacionarity řady můžeme dosáhnout tím, že na sledovanou řadu aplikujeme diferenci prvního řádu.

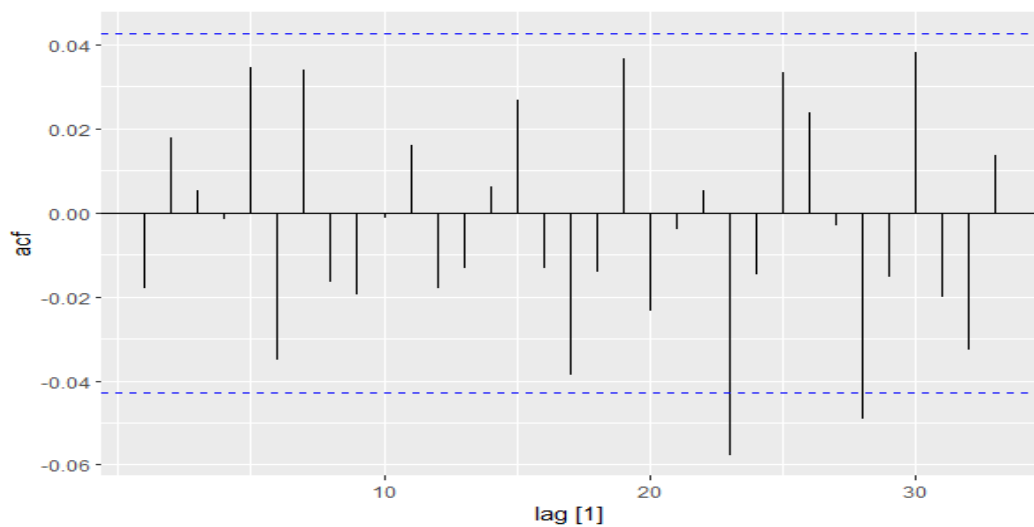
Graf 4: První diference cen indexu DAX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

Na Grafu 4 můžeme sledovat řadu prvních diferencí uzavíracích cen indexu DAX. Tato řada již vizuálně vypovídá o tom, že by se mělo jednat o řadu stacionární, tento předpoklad však otestujeme jako u původní řady za pomoci autokorelační funkce a ADF a KPSS testů.

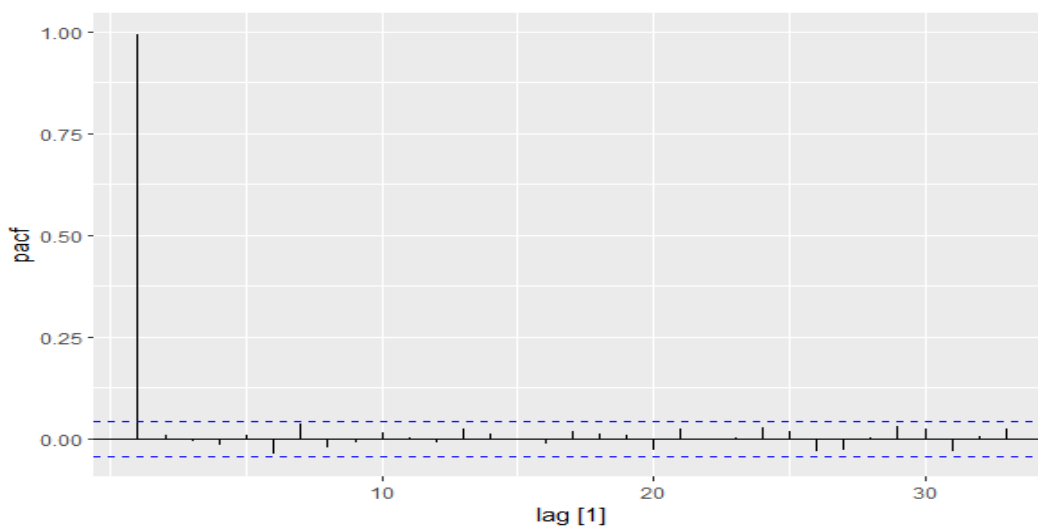
Graf 5: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

Z Grafu 5 autokorelačního testu se dá usoudit, že by se mělo jednat o stacionární řadu, jelikož se většina testovaných hodnot nachází uvnitř 5% hraničního intervalu. Provedený KPSS-test v tomto případě dosáhl hodnoty testové statistiky 0,0296 a p-hodnoty 0,1 (RStudio udává hodnotu 0,1 v případě kde p-hodnota přesahuje $x \geq 0,1$). Jelikož je v tomto případě p-hodnota testu větší než zvolená hladina významnosti, není možné zamítnout nulovou hypotézu a provedený test tedy potvrdil stacionaritu. Ta je nakonec potvrzena i provedením ADF-testu s hodnotou testové statistiky -12,929, jehož p-hodnota vyšla 0,01. Na této úrovni se již zamítá nulová hypotéza ve prospěch alternativní, což znamená, že řada je stacionární. Díky tomu můžeme prohlásit, že je diference prvního řádu pro tuto řadu dostatečnou úpravou.

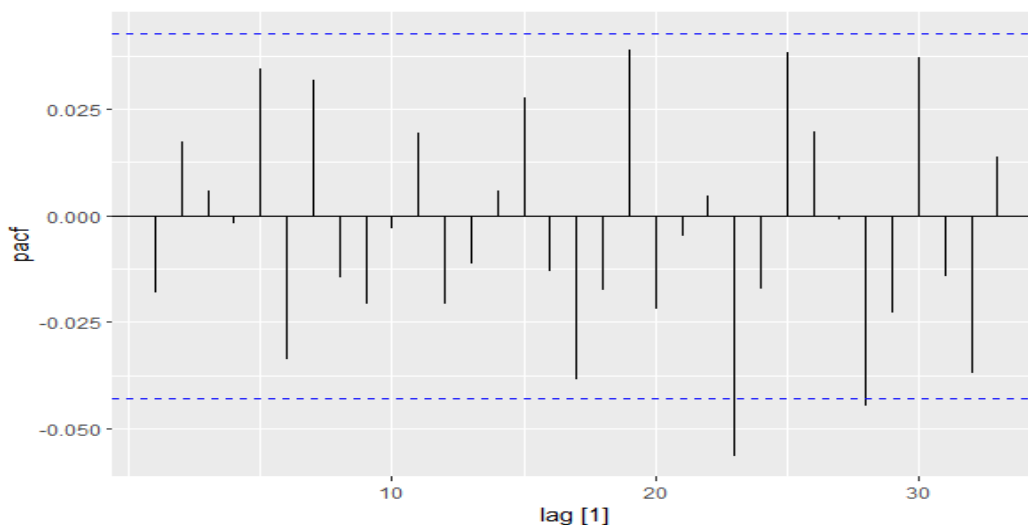
Graf 6: Parciální autokorelační funkce cen indexu DAX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

Při pohledu na grafy autokorelační a parciálně autokorelační funkce je v jistých případech možné odhadnout, jaký vhodný model by konkrétní časovou řadu mohl popsat. Jak již bylo řečeno výše, Graf 3 autokorelační funkce v tomto případě pro původní řadu cen vypovídá pouze o tom, že sledovaná řada není stacionární. Při pohledu na graf parciálně autokorelační funkce je zde možné vidět statisticky významnou hodnotu na pozici prvního posunutí, která by vypovídala o užití modelu, kde AR nabyde parametru prvního řádu.

Graf 7: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

Pro řadu první diference by bylo možné říci, že se zde nachází pro oba testy statisticky významná hodnota na pozici 23. posunutí. To by mohlo naznačit existenci měsíčního cyklu, jelikož se data zaznamenávají v rámci pracovních dní. Avšak model takto vysokého řádu lze zavrhnout z několika důvodů. Jednak pro burzovní index není možné řádně obhájit, proč by se zde cyklus takové délky měl vyskytovat. V případě, že by se zde takový cyklus skutečně nacházel, měl by být k nalezení i pro dílčí části řady a podobné chování by bylo možné nalézt i u řad indexu PX. Toto chování však nikde jinde k nalezení není, což ukážeme později i v této práci. Nakonec bych jako poslední důvod měl zmínit, že v praxi se modely takto vysokého řádu nepoužívají a ve většině případů parametry p a q nepřesahují výši 5.

Následně je možné říci, že autokorelační a parciálně autokorelační funkce v tomto případě nabývá krátkého sinusového trendu, který končí bodem useknutí na 4. pozici, jak je vidět z Grafů 5 a 7. Tímto způsobem odhadnuté parametry q a p 4. řádu jsem následně zahrnul do skupiny potenciálně vhodných modelů.

Pro sledovanou řadu byla vytvořena skupina ARIMA modelů s parametry q a p ve všech kombinacích v rozmezí od nuly do dvou a následně mezi tyto kombinace byly zařazeny modely s parametry 4. řádu. V programu R jsem následně pro každý z těchto parametrů sestavili vhodný model za užití konstanty a variantu bez ní, mezi jednotlivými modely jsme dále rozhodli na základě velikosti korigovaného Akaikova informačního kritéria (AICc) o vhodnější variantě. Tuto skupinu ARIMA modelů jsem následně porovnal v závislosti na velikosti AICc a Bayesova informačního kritéria (BIC). Dle tohoto kritéria jsem získal modely ARIMA(1, 1, 0)

$$y_t = y_{t-1} - 0,0177y_{t-1} + \varepsilon_t, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 105,5712 \quad (37)$$

a ARIMA(0, 1, 1)

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t - 0,017\varepsilon_{t-1}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 105,5793, \quad (38)$$

kteřé jsou na základě AICc (27 059) a BIC (27 070) srovnatelné a můžeme je tedy považovat za nejvhodnější. Autokorelační funkce reziduí z těchto modelu napovídají tomu, že by se i přes občasné větší výkyvy mělo jednat o *bílý šum*, což pro oba případy potvrdil i Portmanteau test, pro který nezamítáme nulovou hypotézu o nevýznamnosti zpoždění $K = \sqrt{n}$, kde n představuje počet pozorování a dle histogramu hodnoty leží převážně v rámci normálního rozdělení.

Byl nalezen model vytvořený na základě odhadu sinusového průběhu autokorelační a parciálně autokorelační funkce, avšak tento model ARIMA(4, 1, 1) se na základě AICc umístil jako 5. nejvhodnější model a podle BIC se stal 2. nejméně vhodným.

Než přejdeme k predikcím a jejich srovnání a vyhodnocení, tak jsem pro tyto modely vytvořil *inverzní kruhový graf kořenů*, pro které se vykreslené kořeny musí nacházet uvnitř jednotkového kruhu, aby byly stacionární a invertibilní. Zároveň ale platí, že kořeny blížící se středu kruhu jsou považovány pro predikce za problematické, a tedy se tyto grafy stávají důležitým ukazatelem.

Tento problém nastal pro modely ARIMA(1,1,0) a ARIMA(0,1,1), kde se kořeny nebezpečně blíží středu, a tedy hrozí, že pro vytváření predikcí mohou být nestabilní (viz Příloha 1 a 2).

Z toho důvodu jsem postoupil na skupinu modelů, která byla po těchto nejvhodnější a měla mezi sebou srovnatelnou úroveň AICc a BIC. Takto jsem získal odhadnuté modely ARIMA(0,1,2)

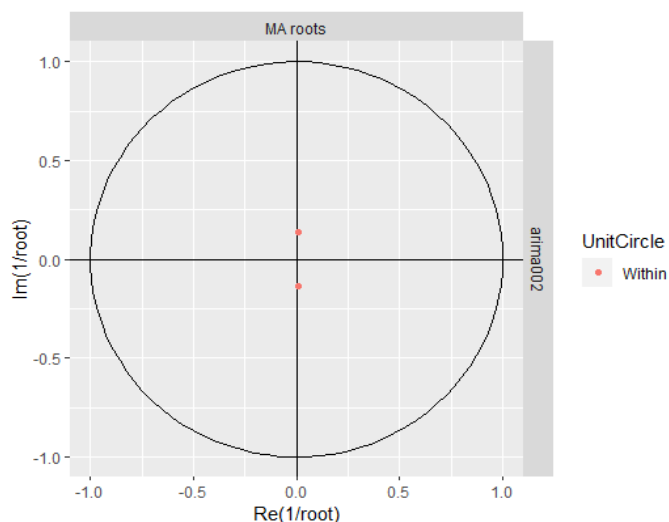
$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t - 0,0175\varepsilon_{t-1} + 0,0183\varepsilon_{t-2}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 23\,494 \quad (39)$$

a ARIMA(2,1,0)

$$y_t = y_{t-1} - 0,0173y_{t-1} + 0,0179y_{t-2} + \varepsilon_t, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 23\,494 \quad (40)$$

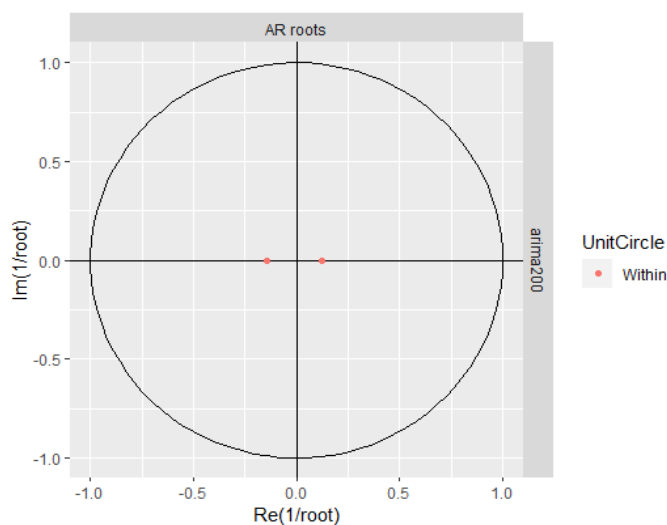
pro které jsem provedl stejnou kontrolu jako v předešlém případě. Zde už inverzní kruhový graf byl v pořádku a vypovídal o větší stabilitě modelu pro tvoření predikcí.

Graf 8: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(0, 1, 2)



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 9: Inverzní kruhový graf úrovněho modelu ARIMA(2, 1, 0)

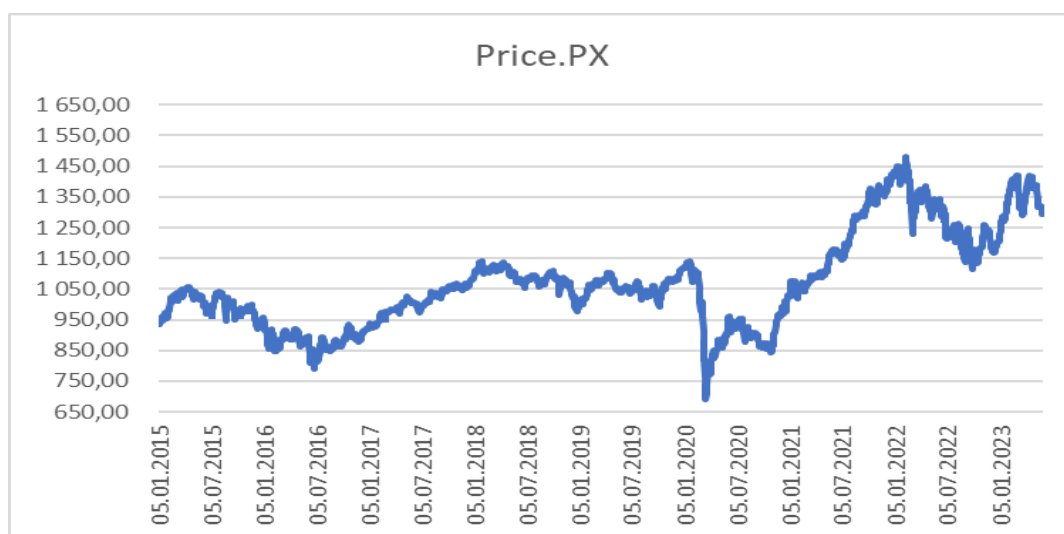


Zdroj: vlastní zpracování

5.1.2 Analýza indexu PX

Druhá základní řada je sestavená z uzavíracích cen indexu PX. Jako v předešlé kapitole je důležité se nejdříve podívat na průběh celé řady, kde už pohledem můžeme identifikovat rostoucí trend a období změny vývoje řady.

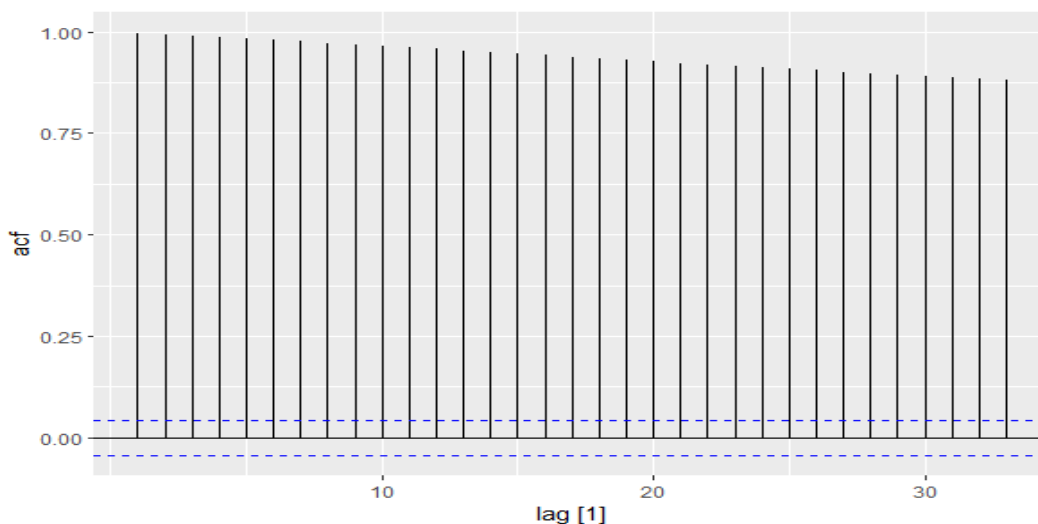
Graf 10: Ceny indexu PX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Tato skutečnost pro naše potřeby znovu způsobuje problém, jelikož se nemůže jednat o námi požadovanou stacionární řadu. Tuto skutečnost znovu potvrzuje Graf 11 autokorelační funkce, který se blíží k nule jen velice pomalu.

Graf 11: Graf autokorelační funkce cen indexu PX 2015-2023

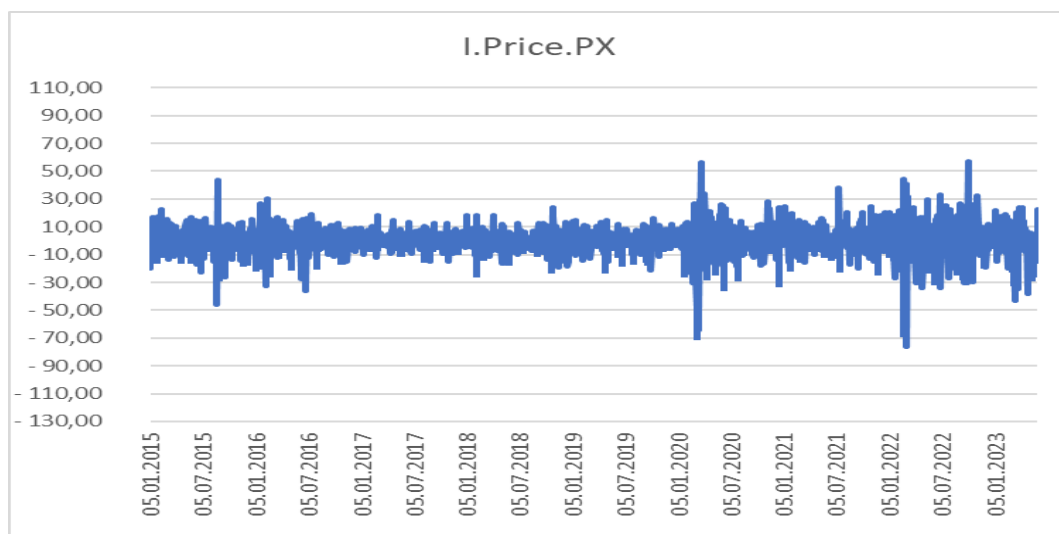


Zdroj: vlastní zpracování

Aby vše proběhlo řádně, je třeba uplatnit testy KPSS a ADF o stacionaritě řady. Zde tedy vyšla hodnota testové statistiky KPSS-testu 11,8 a p-hodnota $p < 0,01$, pro který zamítáme hypotézu H_0 ve prospěch H_A a řada tedy není stacionární. To samé potvrdil i test ADF s hodnotou testované statistiky -3,226 a p-hodnotou 0,08, což je větší než testovaná hladina významnosti, a tedy nezamítáme hypotézu H_0 , že řada není stacionární.

Jako v předešlém případě proběhla úprava řady na řadu stacionární formou vytvoření difference prvního řádu a byla tak vytvořena řada I.Price.PX, kterou je možné vizuálně zhodnotit a následně na ni aplikovat veškeré potřebné testy.

Obrázek 3.3: První diference cen indexu PX 2015-2023

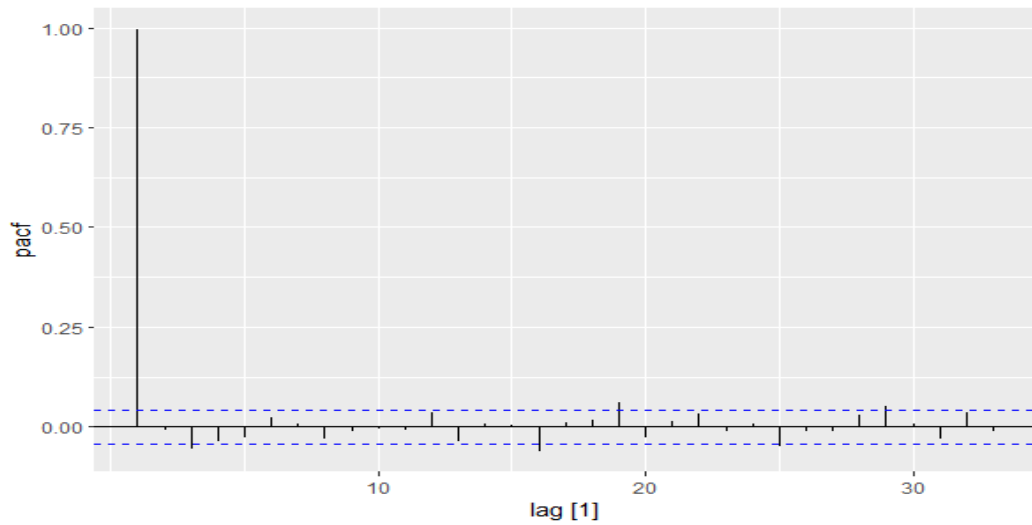


Zdroj: vlastní zpracování

Takto upravená řada již působí, že by se mohlo jednat o stacionární řadu. Stejně tak i Graf 13 autokorelační funkce se již pohybuje v nízkých hodnotách, což by nasvědčovalo stacionární řadě. Jako v předešlém případě jsme znovu provedli testy KPSS a ADF. Zde již p-hodnota KPSS-testu vyšla nad hladinu významnosti. Díky tomu nezamítáme nulovou hypotézu, že je řada stacionární, a zároveň ADF-test s p-hodnotou menší než hladina významnosti zamítá nulovou hypotézu ve prospěch alternativní, a tím také potvrzuje stacionaritu řady.

Při pohledu na Graf 14 parciálně autokorelační původní časové řady je znovu možno říci, že z důvodu statisticky významné hodnoty nad 95% limit na pozici prvního zpoždění, by se mohlo jednat o model s užitím q parametru řádu 1.

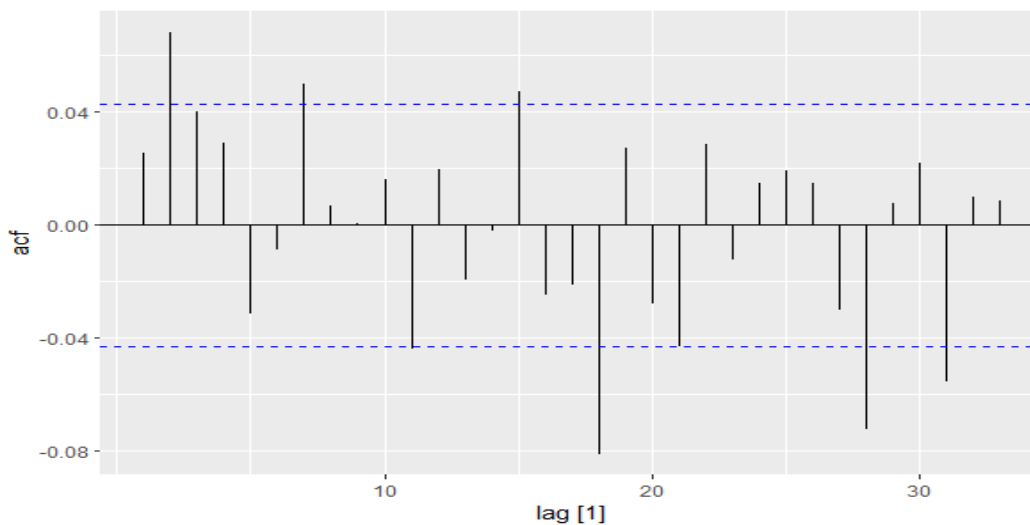
Graf 12: Parciální autokorelační funkce cen indexu PX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

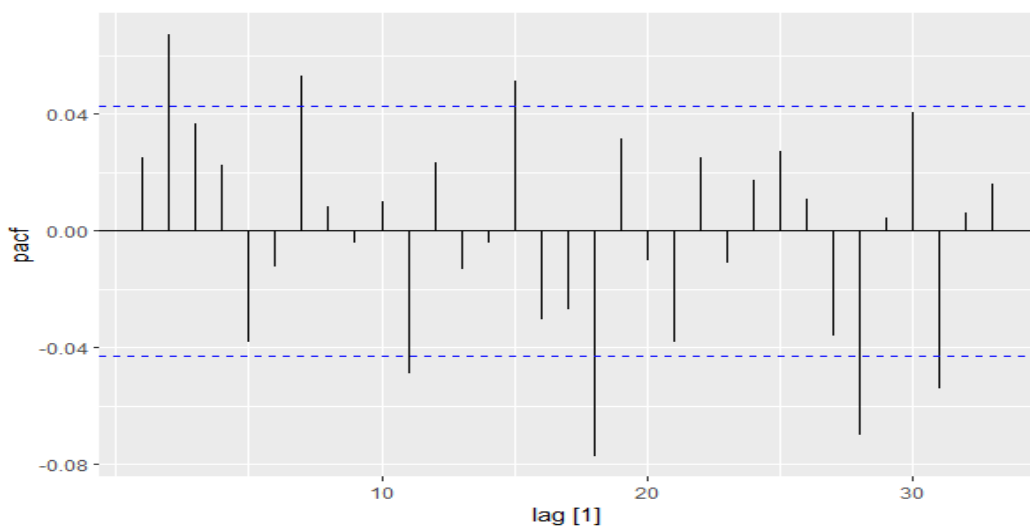
V případě diferencované řady PX se z pohledu na autokorelační funkci a parciálně autokorelační funkci nabízí několik možností, jak by se dané chování dalo vysvětlit. Je možné na grafy hledět s tím, že se zde znovu nachází sinusový trend, který následně končí bodem useknutí na 4. či 8. pozici zpoždění, a tedy by vytvořený model mohl obsahovat parametry tohoto řádu. Četné výkyvy této funkce by se však daly připsat faktu, že chování sledované řady se drasticky mění v dílčích obdobích a šoky způsobené počátkem a prohloubení krize zřetelně a nepředvídatelně ovlivnily chování řady.

Graf 13: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 14: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX 2015-2023



Zdroj: vlastní zpracování

Dále by se z pohledu na grafy autokorelační a parciálně autokorelační funkce dalo říci, že se zde nachází několik statisticky významných hodnot, které lze použít ve snaze nalezení vhodných parametrů modelů. Parciálně autokorelační funkce vypovídá o tom, že by q parametr modelů mohl nabývat 2., 7. či 18. řádu. Zde by hodnota 18. zpoždění znovu mohla vypovídat o existenci daného cyklu, ale jako tomu bylo u indexu

DAX, ani zde není přesvědčivý důvod o jeho existenci. Zbylé parametry je již možné zaznamenat a využít je pro tvorbu modelů. Autokorelační funkce je v tomto případě též silně srovnatelná s parciálně autokorelační funkcí, a tedy pro testované modely použijeme za parametr p stejné hodnoty.

Takto jsem získal řadu 19 modelů, pro které však platí, že pro oba parametry q a p není možné najít vhodný model, který by byl stabilní při šestém, sedmém a osmém řádu. Na základě srovnání AICc je možné říci, že za nejvhodnější modely je možné považovat modely ARIMA(2,1,2)

$$y_t = y_{t-1} + 0,8455y_{t-1} - 0,7601y_{t-2} - 0,8355\varepsilon_{t-1} + 0,8108\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2 = 104,7816, \quad (41)$$

ARIMA(2,1,4)

$$y = y_{t-1} - 0,1125y_{t-1} - 0,7055y_{t-2} + 0,1336\varepsilon_{t-1} + 0,7774\varepsilon_{t-2} + 0,668\varepsilon_{t-3} + 0,077\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2 = 104,7935 \quad (42)$$

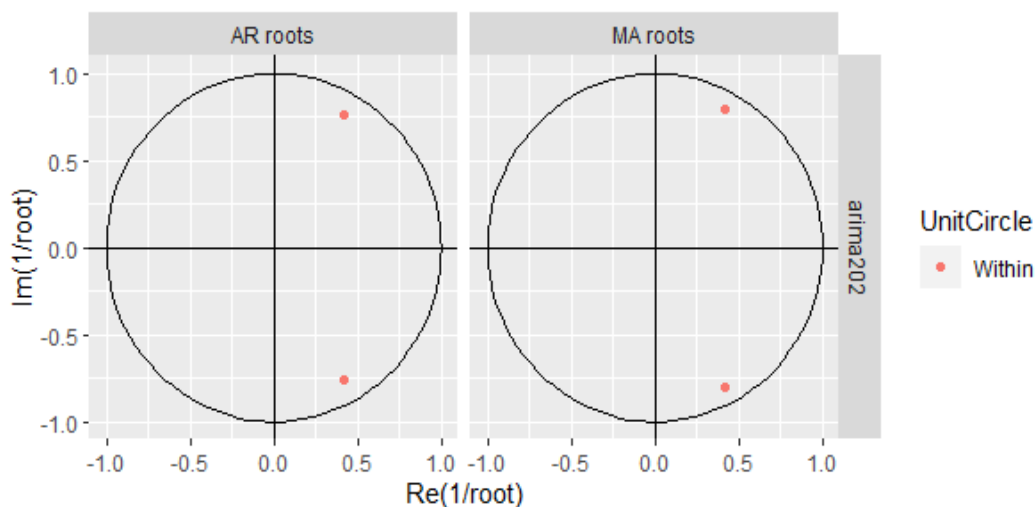
a ARIMA(4,1,2)

$$y = y_{t-1} - 0,7413y_{t-1} - 0,6406y_{t-2} + 0,0921y_{t-3} + 0,0966y_{t-4} + 0,7647\varepsilon_{t-1} + 0,7263\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2 = 104,8351. \quad (43)$$

Modely ARIMA(2, 1, 4) a ARIMA(4, 1, 2) jsou ve srovnání s modelem ARIMA(2, 1, 2) objektivně horší, jelikož jejich hodnota AICc a BIC je znatelně vyšší, ale považoval jsem za vhodné zdůraznit, že tyto parametry vyhovují původním odhadům.

Na zbylá rezidua vybraných modelů jsem následně aplikoval Portmanteau test pro $\text{lag} = \sqrt{2098}$, který ve všech případech zamítl nulovou hypotézu ve prospěch alternativní, a tedy že zbylá rezidua jsou pouze bílý šum.

Graf 15: Inverzní kruhový graf úrovněvého modelu ARIMA(2, 1, 2)

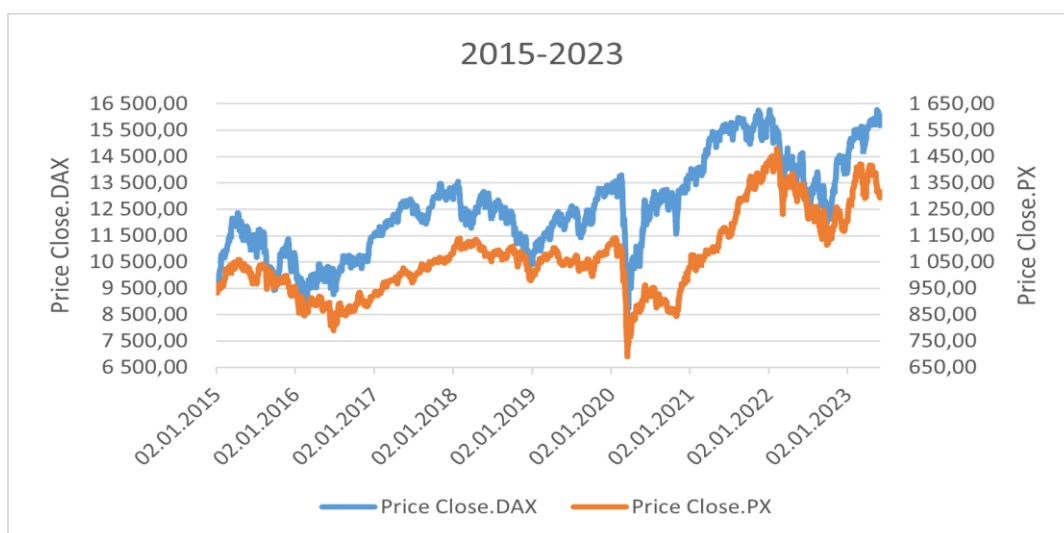


Zdroj: vlastní zpracování

Nakonec jsem pro každý z modelů vytvořil *inverzní kruhový graf kořenů*, abych našel případně problematický model pro predikce, ale v tomto případě všechny 3 modely vypadají stabilně a pro následné predikce je tedy možné zvolit model ARIMA(2,1,2), který byl na základě AICc vyhodnocen za nejvhodnější.

5.1.3 Predikce a srovnání řad DAX a PX

Graf 16: Ceny burzovních indexů DAX a PX



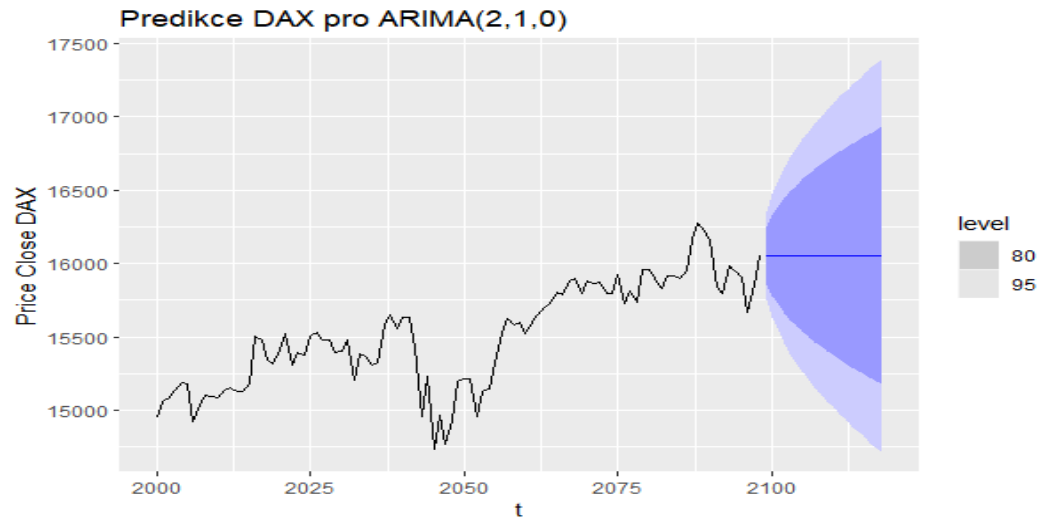
Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Při pohledu na obě řady je patrné, že jsou tyto dvě řady na sebe silně vázány, což potvrzuje silný korelační koeficient 0,825. Může se zde nacházet vnější proměnná, která na obě řady působí velice podobným způsobem. Pro oba modely je možné říci, že rozdílnost v chování těchto řad v období před krizí a během krize značně ovlivní úspěšnost vytvořených modelů. Přesto je tedy možné říci, že podle předem stanovených kritérií sledovanou řadu indexu DAX v rámci celého období nejlépe vystihuje model ARIMA(0, 1, 2), jehož hodnota AICc vychází o pouhou 1 setinu jednotky lépe oproti následujícímu, tedy jsou téměř srovnatelné. Pro sledovanou řadu PX v rámci celého období jsem za nevhodnější model usoudil ARIMA(2, 1, 2), pro který hodnota AICc vyšla o více než 2 celé jednotky méně a z hledaných modelů se považuje za jednoznačně nejvhodnější.

Tato skutečnost je ještě více viditelná při tvorbě predikcí. Pro vybrané modely jsem vytvořil predikce jdoucí 20 pozic do budoucnosti, což by v našem případě představovalo 20 dní, a tedy téměř jeden pracovní měsíc. Zde je vidět, jak velice podobné a až téměř totožné jsou nalezené modely popisující řadu indexu DAX. Z predikčních grafů vytvořených na základě modelů řady DAX vidíme, že jsou naprosto totožné a tuto skutečnost potvrzuje i tabulka obsahující výpis hodnot z těchto predikcí, viditelný v tabulce č. 1.a. V této tabulce je zřetelné, že odhadnuté hodnoty předpovědí z modelů indexu DAX jsou identické, a to samé platí pro jejich predikční intervaly na hladině 80 %, které jsem zde uvedl jako procentní vzdálenost od hodnot časové řady.

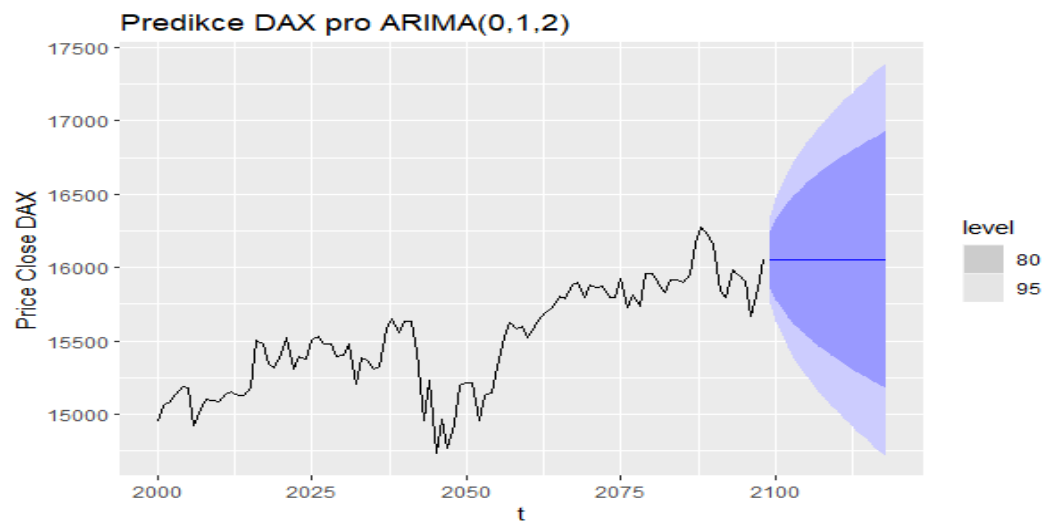
Z těchto poměrů predikčních intervalů je zřetelné, že nalezený úrovnový model vysvětlující řadu indexu PX je pro potřeby predikcí spolehlivější a především vhodnější. O tom vypovídá značně pomalejší růst tohoto intervalu, který je tedy užší.

Graf 17: Predikční graf indexu DAX pro úrovnový model ARIMA(2, 1, 0)



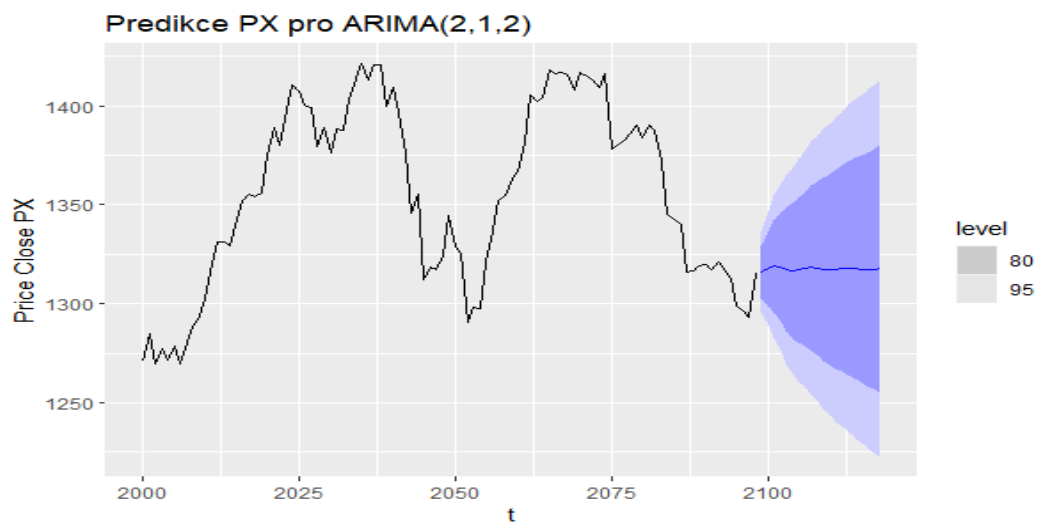
Zdroj: vlastní zpracování

Graf 18: Predikční graf indexu DAX pro úrovnový model ARIMA(0, 1, 2)



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 19: Predikční graf indexu PX pro úrovnový model ARIMA(2, 1, 2)



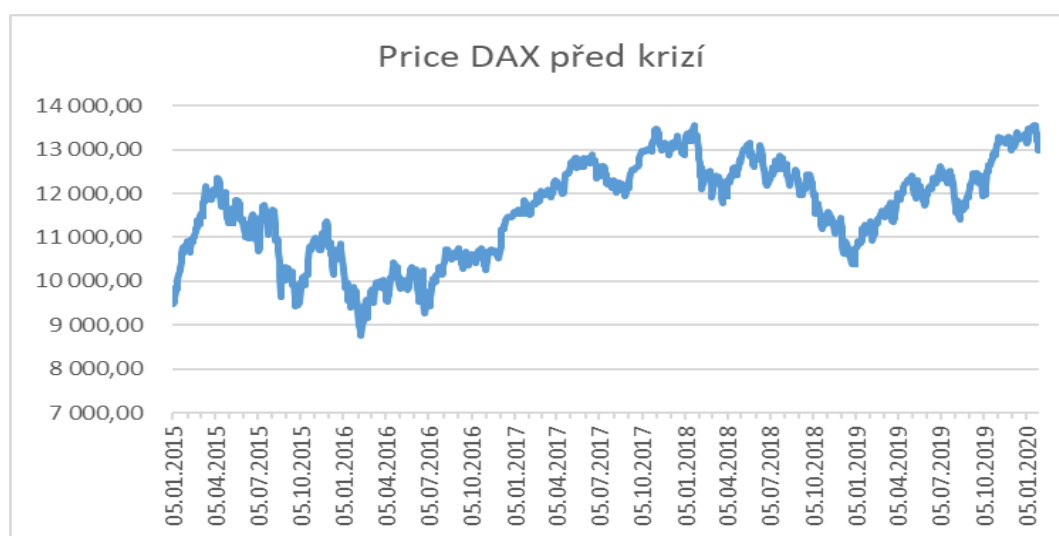
Zdroj: vlastní zpracování

5.2 Porovnání indexů DAX a PX v období před krizí

5.2.1 Analýza indexu DAX

Vždy je vhodné si nejdřív zobrazit sledovanou řadu a seznámit se s ní. Na této řadě je viditelný mírně rostoucí trend, který je doplněn dva až tři roky dlouhými cykly reprezentujícími hospodářský cyklus. Z toho je patrné, že se nejedná o stacionární řadu.

Graf 20: Ceny indexu DAX před krizí



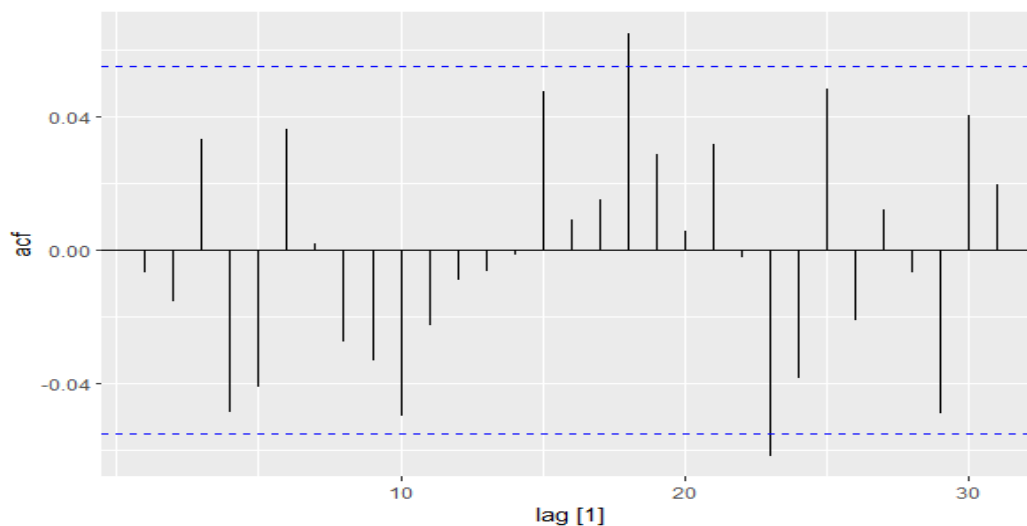
Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Stejně jako v předchozích kapitolách jsem přesto uskutečnil KPSS-test a ADF-test, aby se dalo s naprostou jistotou tvrdit, že se nejedná o stacionární řadu, o čemž vypovídá i graf autokorelační funkce (viz Přílohu 4). I v tomto případě graf parciálně autokorelační funkce pro původní řadu vypovídá o možné vhodnosti užití úrovnového modelu AR(1). Nadále tedy budeme pracovat s první diferencí této řady, která na základě KPSS testu a ADF testu již vykazuje stacionaritu.

Autokorelační a parciálně autokorelační funkce v obou případech vykazují statisticky významnou hodnotu na 18. pozici, a tedy lze říci, že by se zde mohl nacházet jistý cyklus. Avšak ani v tomto případě není racionální způsob, jak by se tento jev mohl vysvětlit, stejně jako tomu bylo u řad celého období a především řady pro index PX, který vykazoval náznak stejně dlouhého cyklu. Především by se znovu jednalo o model velice vysokého řádu.

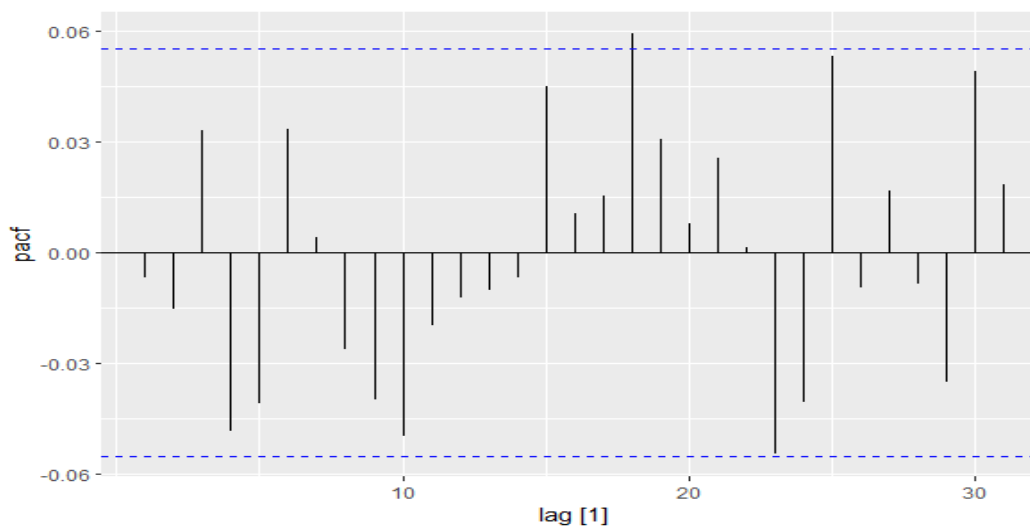
Pro tvorbu vhodnějšího modelu by se zde u obou grafů dalo poukázat na začínající sinusový trend, který pro obě funkce končí na druhé pozici zpoždění. Tato skutečnost by naznačovala pro užití úrovnňových modelů AR(2) a MA(2).

Graf 21: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX před



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 22: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX



Zdroj: vlastní zpracování

Nově vytvořenou sadu modelů jsem mezi sebou porovnal na základě hodnot AICc a zároveň jsem pro vytvořené modely potvrdil pomocí Portmanteau testu, že jejich zbylá rezidua jsou již pouze *bílý šum*, a tedy se zde mezi nimi neprojevuje statisticky významná závislost. Takto jsem našel 2 srovnatelně vhodné modely, a to ARIMA(0,1,1)

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t - 0,0067\varepsilon_{t-1}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 15\,234 \quad (44)$$

a ARIMA(1,1,0)

$$y_t = y_{t-1} - 0,0065y_{t-1} + \varepsilon_t, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 15\,234. \quad (45)$$

Jako tomu bylo u modelů cen indexů DAX v rámci celého období, tak i v tomto případě jsem narazil na problém, kde kořeny těchto modelů leží až nebezpečně blízko středu *inverzního kruhového grafu kořenů*, a tedy pro naše potřeby predikcí jsou nebezpečné z důvodu, že mohou být pro tvorbu predikcí potenciálně problematické.

Takto jsem získal následující 2 modely, které byly na základě hodnot AICc téměř srovnatelné, a zvolil jsem je tedy za nové kandidáty pro tvorbu predikcí pro tuto řadu. Těmito novými modely se staly ARIMA(2, 1, 2) s konstantou c

$$y_t = y_{t-1} + 4,675 - 0,8843y_{t-1} - 0,8427y_{t-2} + 0,8751\varepsilon_{t-1} + \quad (46)$$

$$0,8109\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 15\,200$$

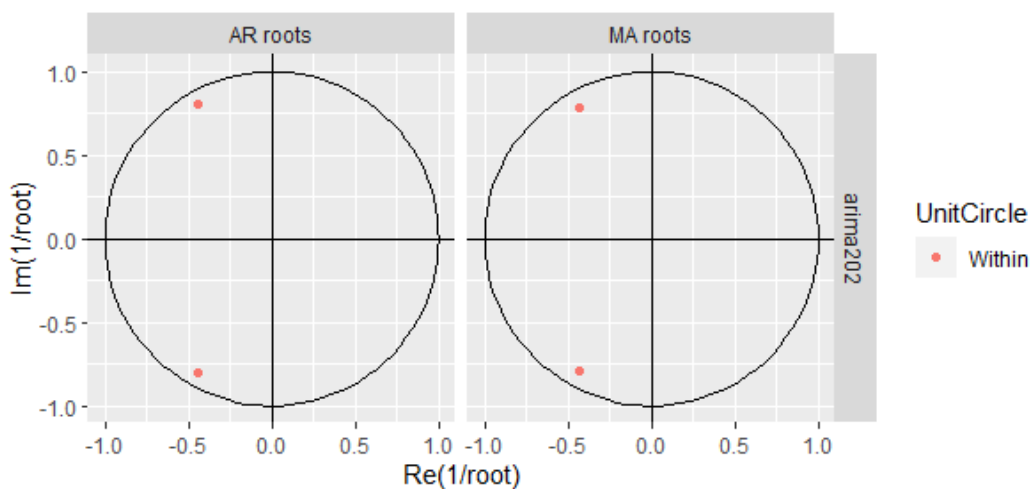
a model ARIMA(5, 1, 0)

$$y_t = y_{t-1} - 0,0065y_{t-1} - 0,014y_{t-2} + 0,0328y_{t-3} - 0,0486y_{t-4} - \quad (47)$$

$$0,0411y_{t-5} + \varepsilon_t, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 15\,200.$$

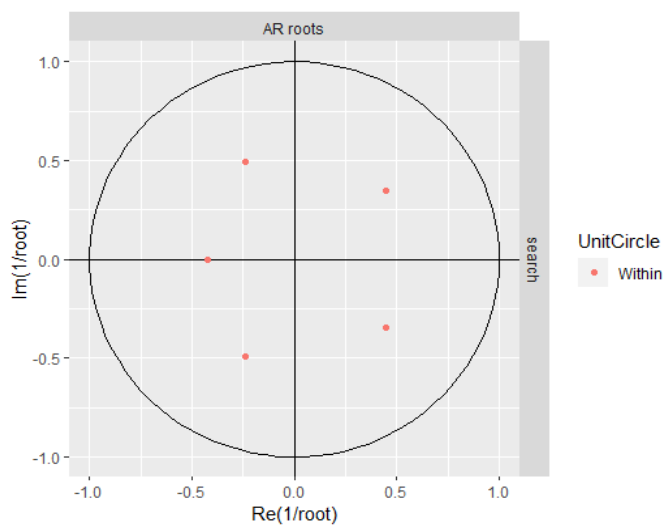
Pomocí modelu ARIMA(2, 1, 2) se úspěšně potvrdil odhad úrovněvého modelu na základě autokorelační a parciálně autokorelační funkce. Pro tyto nové modely již *inverzní kruhové grafy kořenů* vypadají stabilně a zvolené modely jsou tedy použitelné pro budoucí tvorbu predikcí této řady.

Graf 23: Inverzní kruhový graf úrovnňového modelu ARIMA(2, 1, 2)



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 24: Inverzní kruhový graf úrovnňového modelu ARIMA(5, 1, 0)

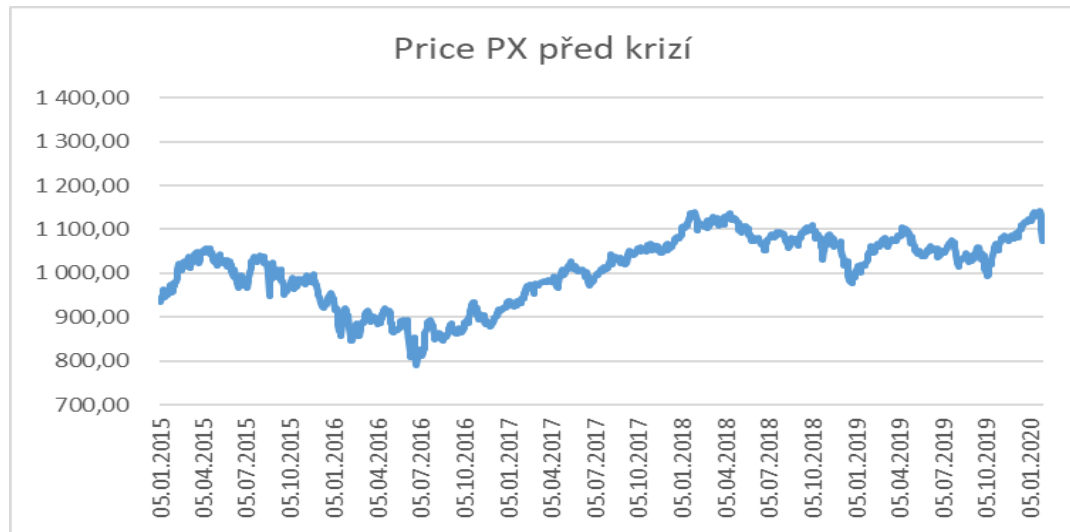


Zdroj: vlastní zpracování

5.2.2 Analýza indexu PX

Při pohledu na Graf 25 cen indexu PX je ihned viditelné, že ve srovnání s indexem DAX je tato řada definována ještě mírněji rostoucím trendem, který se doplněn stejnými 2 až 3 roky dlouhými cykly.

Graf 25: Ceny indexu PX před krizí před krizí

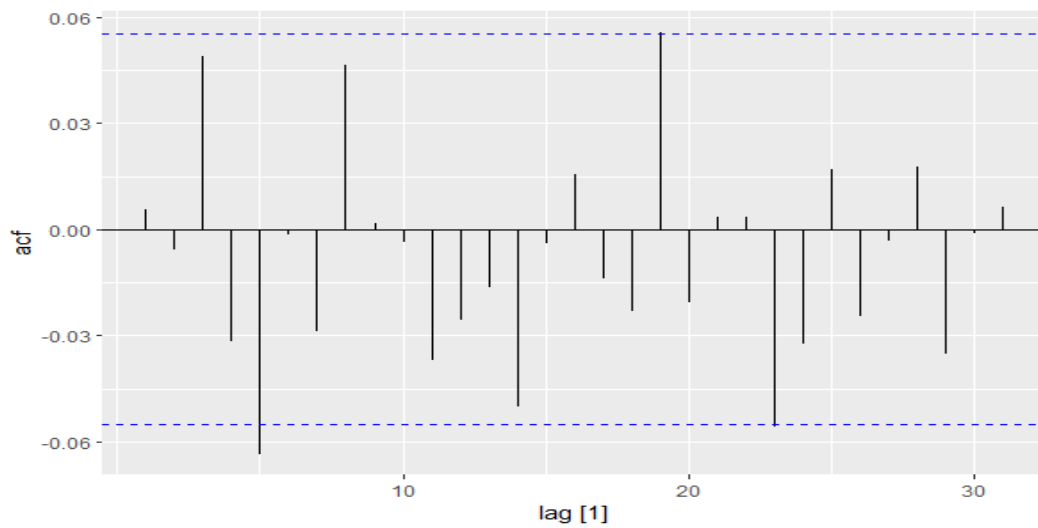


Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Pro přípravu této řady jsem použil stejný postup jako v předchozím případě, veškeré potřebné testy byly vyhotoveny i v tomto případě. Grafy autokorelační a parciálně autokorelační funkce (viz Příloha 8 a 9) vypovídaly o stejných informacích, jako tomu bylo ve všech předešlých případech, a to o nestacionaritě a možné významnosti parametru $q = 1$. Nadále tedy můžeme operovat s první diferencí této řady, která je již stacionární a pro naše potřeby použitelná.

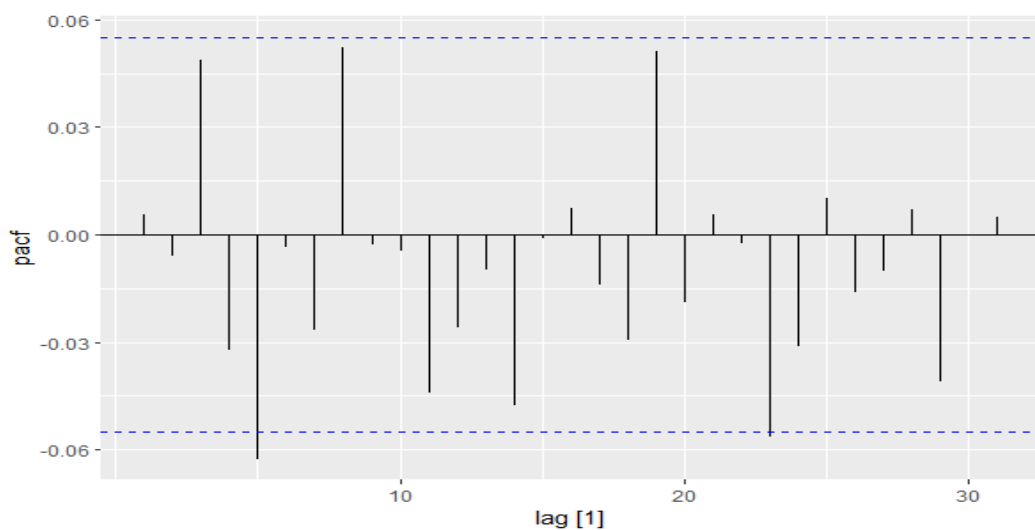
Jak je vidět na grafu autokorelační a parciálně autokorelační funkce, jedná se zde již o stacionární řadu a tato skutečnost byla potvrzena i za pomoci testů KPSS a ADF. Pro oba grafy zde platí, že se na páté pozici zpoždění nachází statisticky významná hodnota, pro oba parametry se tedy nabízí možnost volby koeficientů pátého řádu.

Graf 26: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX před krizí



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 27: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX před krizí



Zdroj: vlastní zpracování

Tento předpoklad se však nepotvrdil, jelikož pro oba parametry p i q platí, že kořeny pátého řádu na kterékoli z těchto dvou pozic jsou nestabilní a nesplňují podmínky pro sestavení funkčního modelu. Zbylé modely jsem seřadil v závislosti na velikosti hod-

not AICc a pomocí Ljung-Boxova testu otestoval jejich reziduální složku, pro kterou vysoká p-hodnota potvrdila, že zbylá rezidua jsou na sobě navzájem nezávislá a prokazatelně se neliší od *bílého šumu*.

Zde jsem znovu narazil na stejný problém, jako tomu bylo u předešlých řad, kde za nejhodnější modely s nejnižší hodnotou AICc byly vyhodnoceny takové, které jsem na základě *inverzního kruhového grafu kořenů* nucen zamítnout. Kořeny modelů ARIMA(1, 1, 0) a ARIMA(0, 1, 1) se po vykreslení nacházejí až nebezpečně blízko středu a lze je tedy považovat za nevhodné pro tvorbu predikcí, viz Příloha 10 a 11.

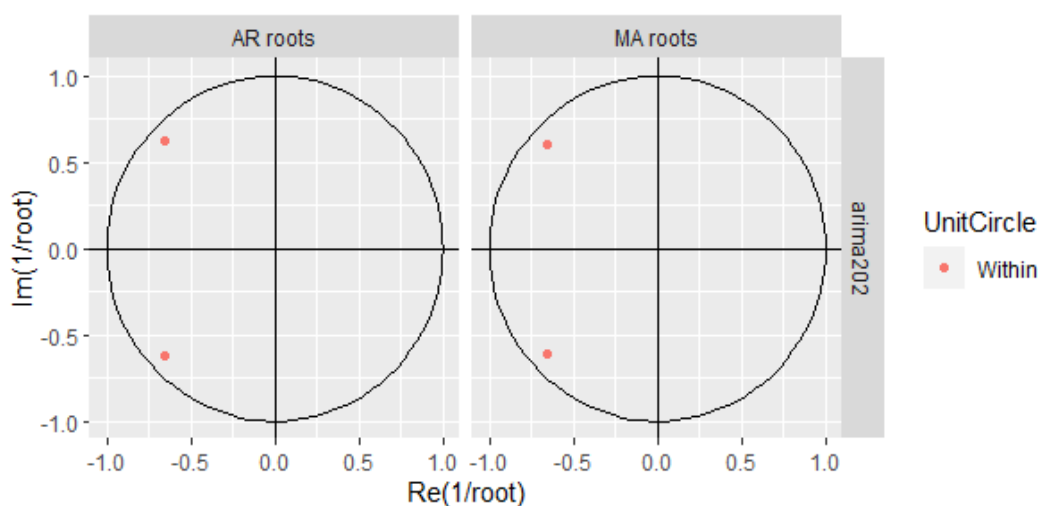
V rámci stejné skupiny modelů, jejichž hodnota AICc byla srovnatelná, spadá i model ARIMA(3, 1, 2). U tohoto modelu jsem narazil na stejný problém v rámci *inverzního kruhového grafu kořenů*, který hrozí nestabilitou pro tvorbu predikcí, a proto jsem se rozhodl zavrhnout i tento model, viz Příloha 11.

Takto jsem získal použitelný model ARIMA(2, 1, 2)

$$y_t = y_{t-1} - 1,309y_{t-1} - 0,8201y_{t-2} + 1,316\varepsilon_{t-1} + 0,8014\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2 = 57,97.$$

V tuto chvíli je vhodné poukázat na skutečnost, že stejný úrovnový model byl použit pro vysvětlení chování indexu PX po celé sledované délce.

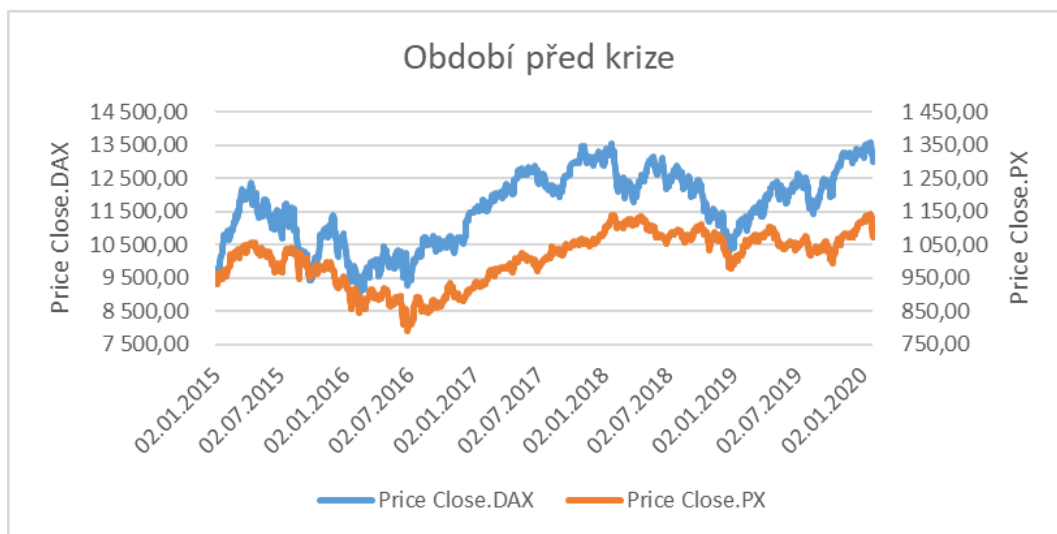
Graf 28: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(2, 1, 2)



Zdroj: vlastní zpracování

5.2.3 Predikce a srovnání řad DAX a PX před krizí

Graf 29: Ceny burzovních indexů DAX a PX v období před krizí



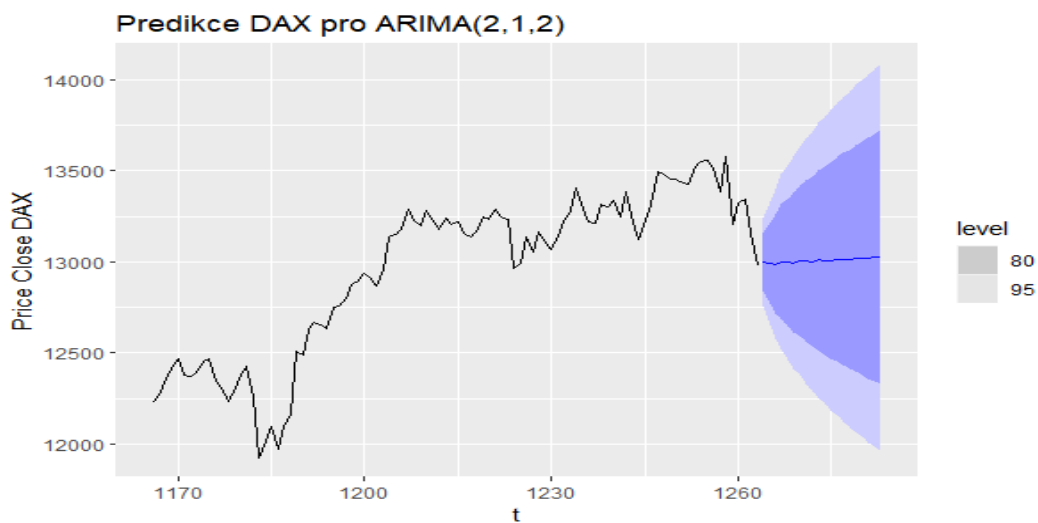
Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

V předkrizovém období je zde velmi patrné, že rozptyl řady indexu PX je ve srovnatelném měřítku výrazně nižší, než je tomu tak u řady indexu DAX, a to znamená, že hodnoty indexu PX oscilují od trendu do nižší míry, než je tomu tak u hodnot indexu DAX.

Při analýze těchto řad bylo patrné, jak moc se během krize změnilo jejich chování. Tato skutečnost byla prokazatelně viditelná při nalézání vhodných modelů za pomoci hodnot AICc. Pro oba indexy platilo, že vypočtené hodnoty se pohybovaly v mnohem nižších hladinách a v obou případech se snížili téměř na polovinu. Oproti řadě sledované v rámci celého období se pro cenovou řadu indexu DAX v období před krizí změnil na základě stanovených kritérií z úrovněvého modelu ARIMA(0, 1, 2) na model ARIMA(2, 1, 2) s konstantou $c = 4,675$. Oproti tomu si úrovněvý model cenové řady indexu PX v předkrizovém období zachoval svou podobu ARIMA(2, 1, 2) a vykazuje tím i vyzorovanou podobnost těchto dvou řad v tomto období.

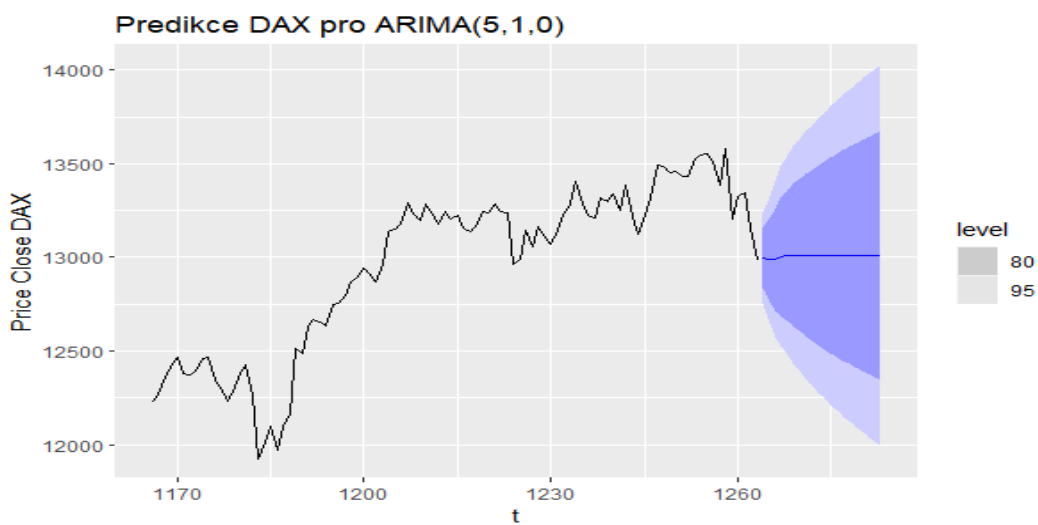
Na základě všech stanovených kritérií byl pro řadu DAX v tomto období jako nejvhodnější model vyhodnocen ARIMA(2, 1, 2) s konstantou $c = 4,675$, avšak z tabulky Příloha 13 je patrné, že predikční interval na úrovni 80% spolehlivosti se od osmé predikce začíná rozšiřovat pomaleji. Z toho by bylo možné vyvodit, že navzdory míram AICc a BIC by model ARIMA(5, 1, 0) mohl být pro tvorbu predikcí spolehlivější.

Graf 30: Predikční graf indexu DAX pro úroňový model ARIMA(2, 1, 2)



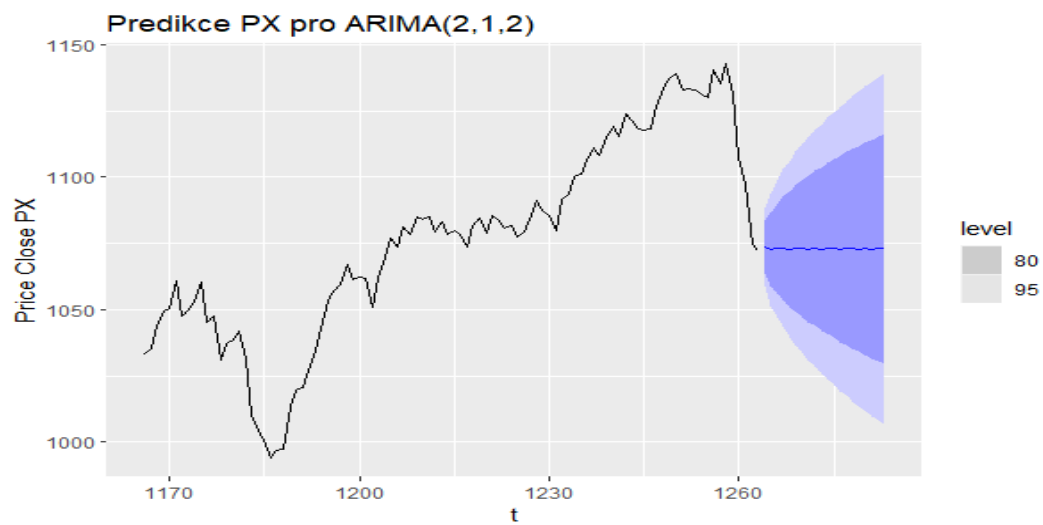
Zdroj: vlastní zpracování

Graf 31: Predikční graf indexu DAX pro úroňový model ARIMA(5, 1, 0)



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 32: Predikční graf indexu PX pro úrovnový model ARIMA(2, 1, 2)



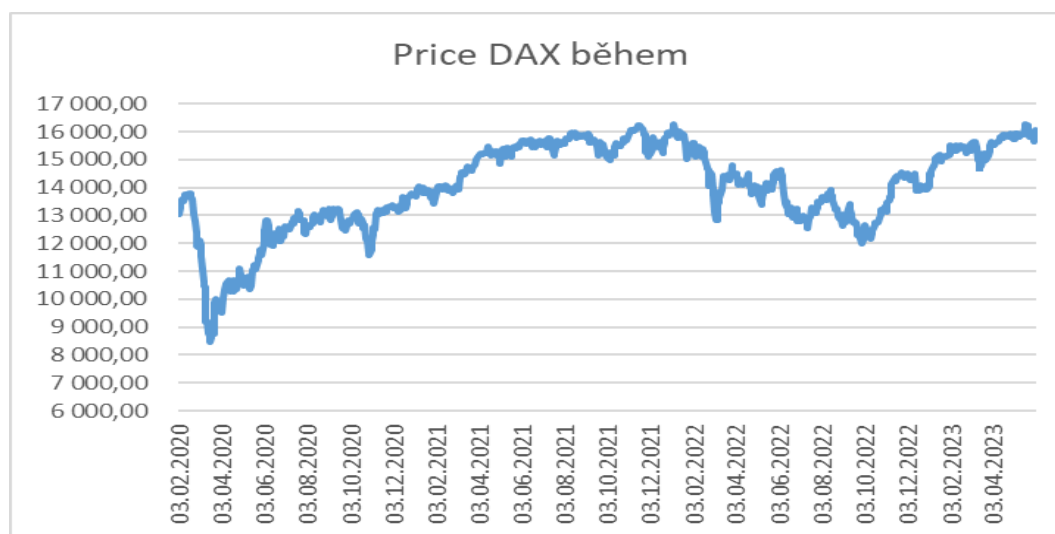
Zdroj: vlastní zpracování

5.3 Porovnání indexů DAX a PX v období krize

5.3.1 Analýza indexu DAX

Cenová řada indexu DAX je charakterizována relativně rychle rostoucím trendem, který je ovlivněn počátečním šokem v období začínající pandemie a druhým slabším šokem na počátku rusko-ukrajinského konfliktu.

Graf 33: Ceny indexu DAX během krize



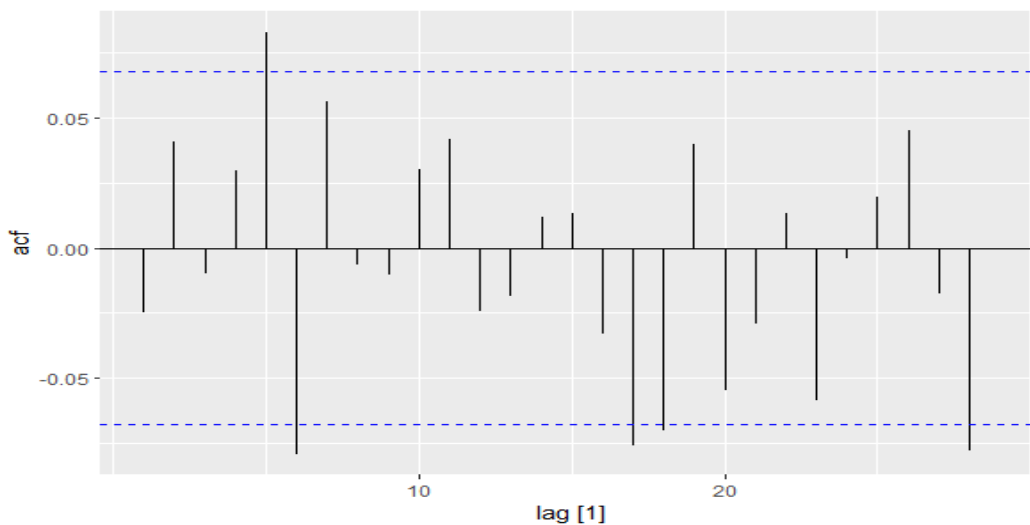
Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Veškerý postup pro vyhodnocení cenové řady indexu DAX proběhl i v tomto případě stejně jako pro předešlé řady. Vyhodnocení stacionarity za pomoci KPSS a ADF testů a následná potřebná úprava řady proběhla stejným způsobem. Lze se tedy přesunout k vyhodnocení autokorelačního a parciálně autokorelačního grafu stacionární řady diferenci prvního řádu.

V tomto případě sledované grafy nevykazují ani náznak pomocného sinusového trendu, ale statisticky významné hodnoty na 5. a 6. pozici vykazují o možném užití úrovnového modelu s parametry p či q na úrovních 5 nebo 6.

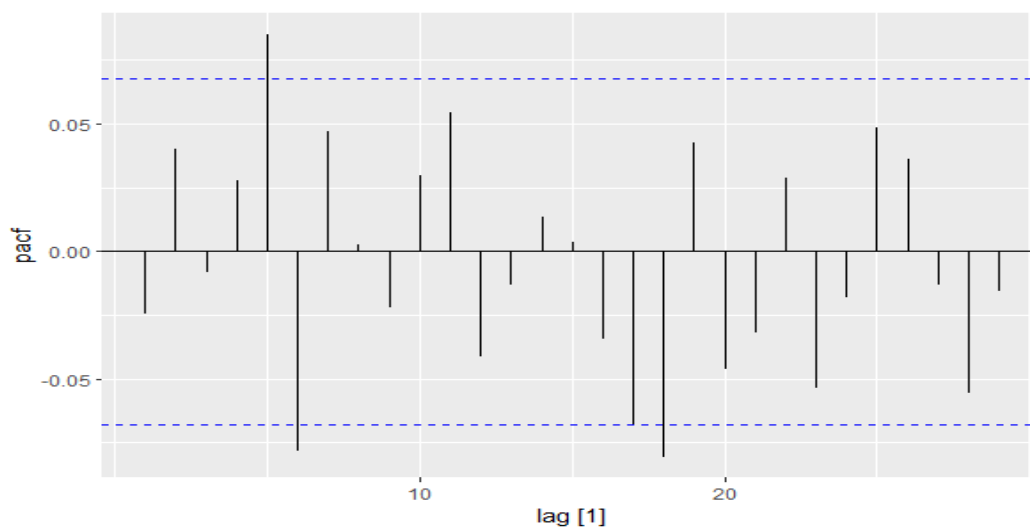
Zde jsem získal skupinu modelů, které je možné považovat za nejvhodnější v závislosti na velikosti AICc a takto jsem pro své potřeby získal úrovnový modely ARIMA(3, 1, 2). Zde se však znovu objevil problém, kdy se jeden z kořenů při jeho vykreslení nacházel ve *středu inverzního kruhového grafu*, tento model musel být zavržen z důvodu jeho možné predikční nestability.

Graf 34: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX během krize



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 35: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX během krize



Zdroj: vlastní zpracování

Takto jsem získal skupinu tří nejvhodnějších úrovnových modelů, na kterou bych zde chtěl upozornit. První z těchto modelů je model, který je následně využit pro tvorbu predikcí této řady a díky AICc je možné ho považovat za nejvhodnější použitelný úrovnový model. Jedná se o model ARIMA(3, 1, 3)

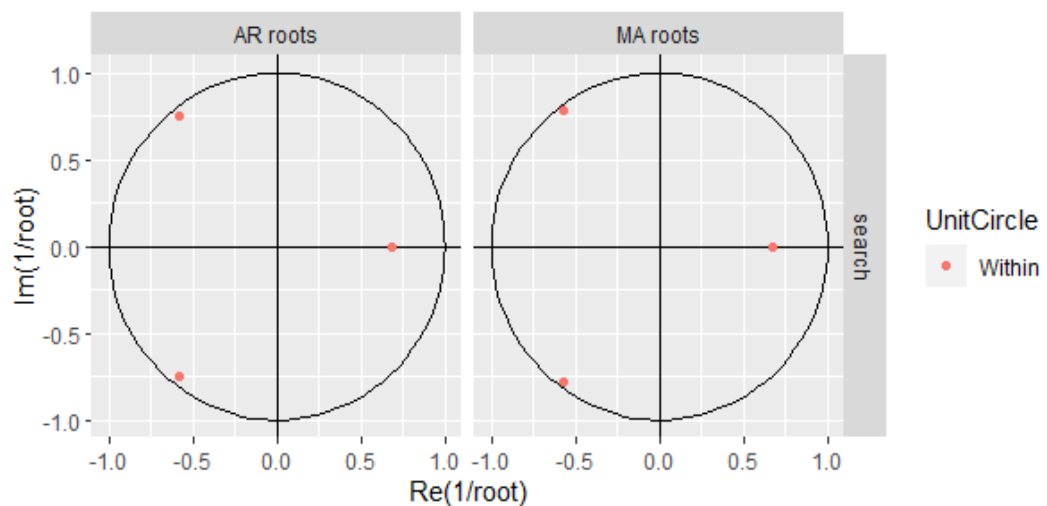
$$y_t = y_{t-1} - 0,4645y_{t-1} - 0,1043y_{t-2} + 0,6174y_{t-3} + 0,4659\varepsilon_{t-1} + 0,165\varepsilon_{t-2} - 0,6379\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2 = 35\,548. \quad (49)$$

Druhým z těchto úrovnových modelů je model, který odpovídá předešlému odhadu odvozeného ze statisticky významných hodnot autokorelační funkce ARIMA(0, 1, 6)

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t - 0,0091\varepsilon_{t-1} + 0,0339\varepsilon_{t-2} - 0,0205\varepsilon_{t-3} + 0,0452\varepsilon_{t-4} + 0,0818\varepsilon_{t-5} - 0,0913\varepsilon_{t-6}, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 35\,633. \quad (50)$$

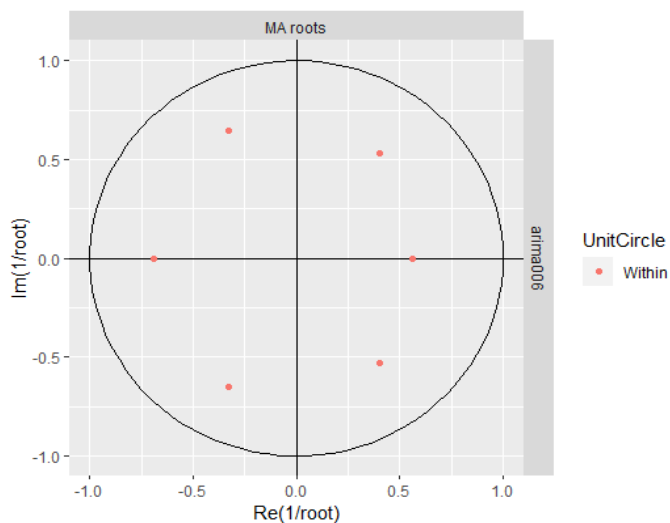
Poslední z těchto modelů je úrovnový model ARIMA(0, 1, 0), který však pro naše potřeby nemá smysl dále používat, jelikož se jedná o model *náhodné procházky*, jehož predikce jsou tvořeny pouze konstantní přímkou na úrovni posledního záznamu.

Graf 36: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(3, 1, 3)



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 37: Inverzní kruhový graf úrovnňového modelu ARIMA(0, 1, 5)

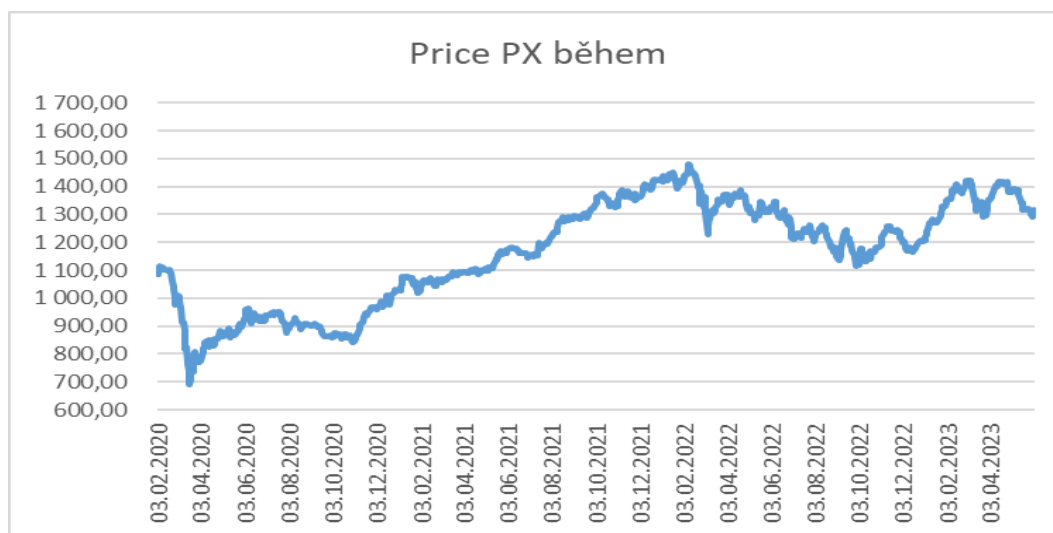


Zdroj: vlastní zpracování

5.3.2 Analýza indexu PX

Stejně jako tomu bylo u řady cenového indexu DAX, je i v tomto případě indexu PX viditelný výrazný rostoucí trend a jsou zde patrná stejná období, která šokově působila na chování řady.

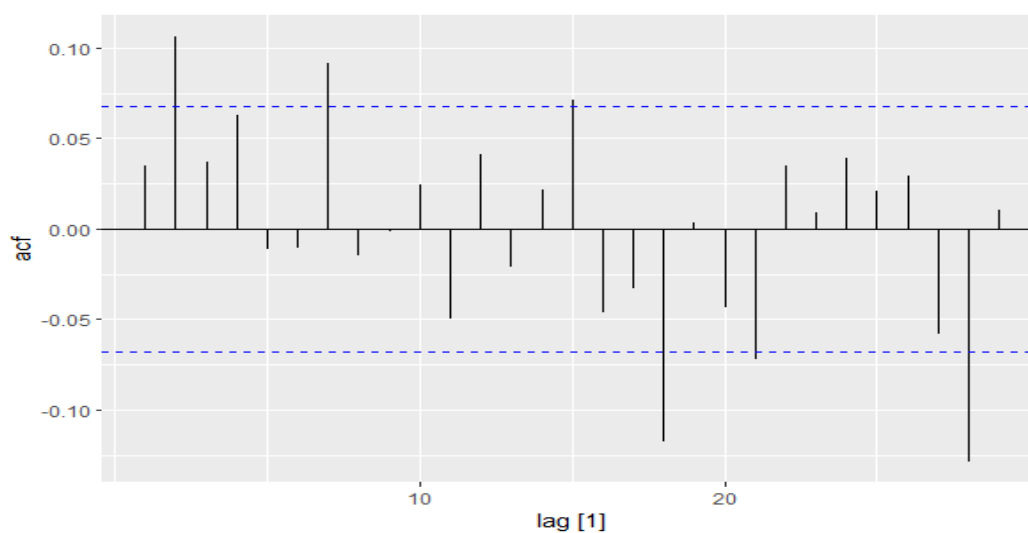
Graf 38: Ceny indexu PX během krize



Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

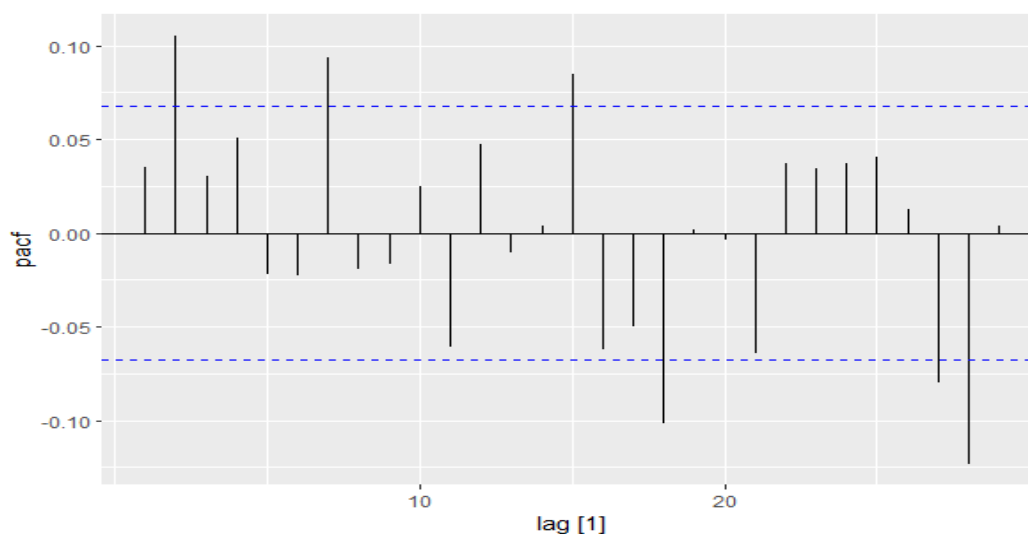
Stejně jako platilo pro předešlé řady, řada cenového indexu PX byla řádně testována na projevy stacionarity. Na základě parciálně autokorelační a autokorelační funkce je patrné, že se nejedná o stacionární řadu, což bylo dále potvrzeno za pomoci KPSS a ADF testů. Zde by bylo vhodné podotknout, že výsledek KPSS testu o stacionaritě řady provedené pro první diference, se hodnota testu nacházela na pomezí statisticky významné míry, ale stále se pohybovala v normě a jelikož je vždy cílem použít co možno nejméně diferencí, postupoval jsem dál pouze s diferencí prvního řádu. Toto rozhodnutí bylo následně potvrzeno díky ADF testu, který již stacionaritu řádně potvrdil.

Graf 39: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX během krize



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 40: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX během krize



Zdroj: vlastní zpracování

Stejně jako tomu bylo u cenového indexu DAX v období krize, tak i v tomto případě se v rámci grafů autokorelační a parciálně autokorelační funkce nenachází žádný náznak sinusového trendu, který by indikoval řádný bod useknutí. Navzdory tomu, že se zde znovu nachází velké množství statisticky významných pozic, není možné tyto pozice racionálně obhájit. Když by se tyto statisticky významné hodnoty braly jako samostatné identifikační body, byl by sestavený úrovnový model příliš vysokého řádu, a to je v praxi také nechtěné. Z toho důvodu jsem na základě těchto funkcí navrhl pro parametry p a q hodnoty 2 a 7 s tím, že parametr sedmé úrovně je pravděpodobně již příliš vysoký.

Nalezené modely jsem porovnal v závislosti na velikosti jejich hodnot AICc a takto jsem získal skupinu nejvhodnějších modelů, které jsou na srovnatelné úrovni. Žádný vhodný model na úrovni 7. řádu nemohl být sestaven, čímž se v tomto případě potvrdila nevhodnost modelů takto vysokého řádu. Dále byla reziduální složka těchto nejvhodnějších modelů testována pomocí Portmanteau testu, který prokázal nezávislost mezi rezidui, a tedy že se zbylá rezidua dají charakterizovat jako *bílý šum*.

Tato skupina nejvhodnějších modelů se skládá z úrovnového modelu ARIMA(2, 1, 0)

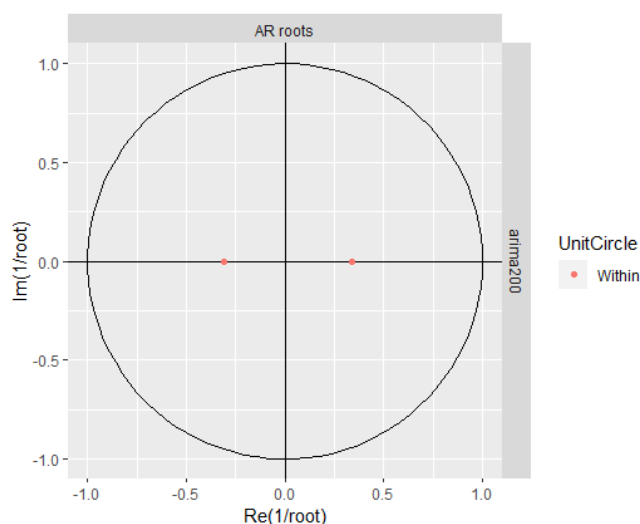
$$y_t = y_{t-1} + 0,0312y_{t-1} + 0,1050y_{t-2} + \varepsilon_t, \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 175,5, \quad (51)$$

a modelu ARIMA(2, 1, 1)

$$y_t = y_{t-1} + 0,4704y_{t-1} + 0,0868y_{t-2} - 0,4449 + \varepsilon_t, \sigma_\varepsilon^2 = 175,6. \quad (53)$$

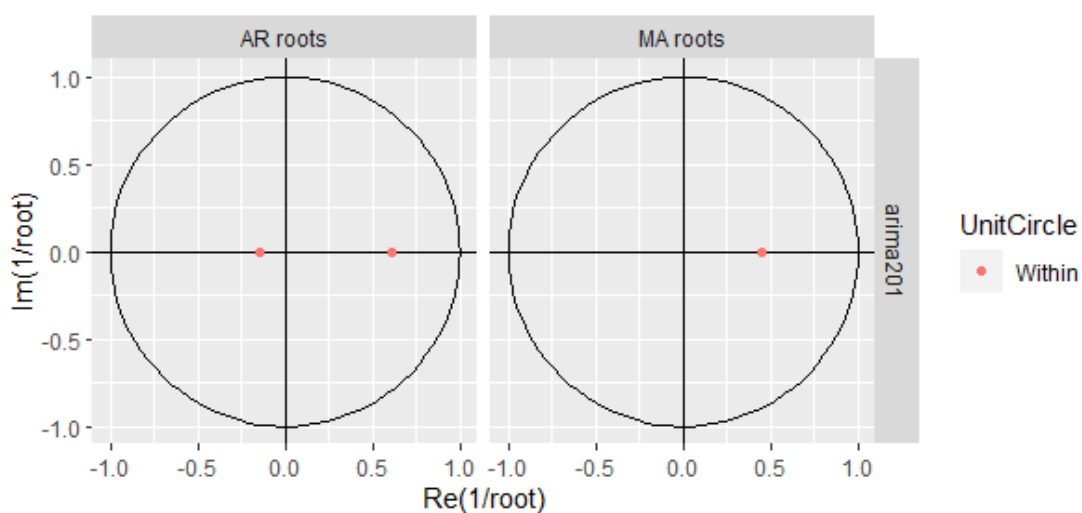
Pro všechny z těchto modelů byly vykresleny *inverzní kruhové grafy kořenů*, pro které se všechny jejich kořeny nacházely v přijatelném rozmezí.

Graf 41: *Inverzní kruhový graf úrovněvého modelu ARIMA(2, 1, 0)*



Zdroj: vlastní zpracování

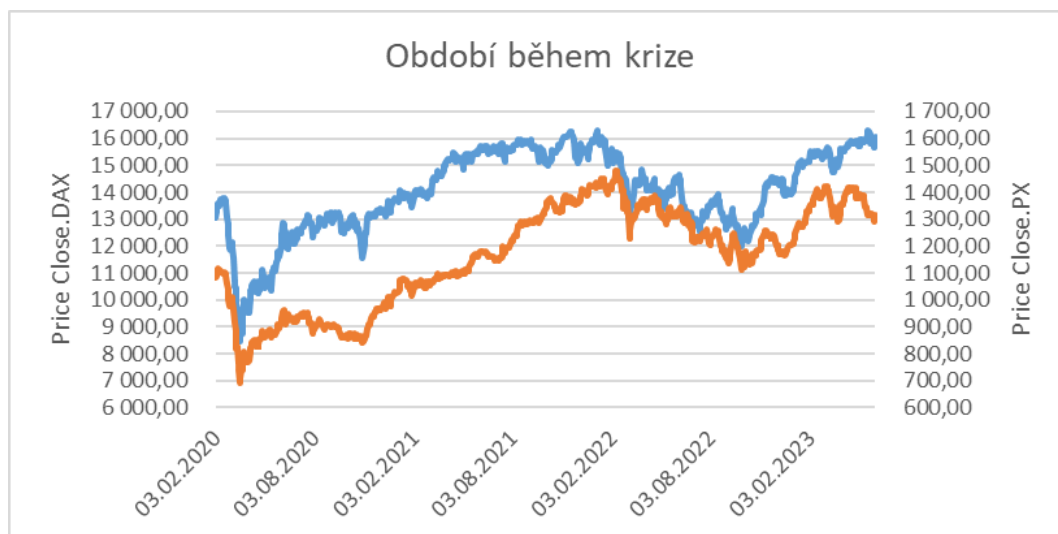
Graf 42: *Inverzní kruhový graf úrovněvého modelu ARIMA(2, 1, 1)*



Zdroj: vlastní zpracování

5.3.3 Predikce a srovnání řad DAX a PX

Graf 43: Ceny burzovních indexů DAX a PX v období během krize



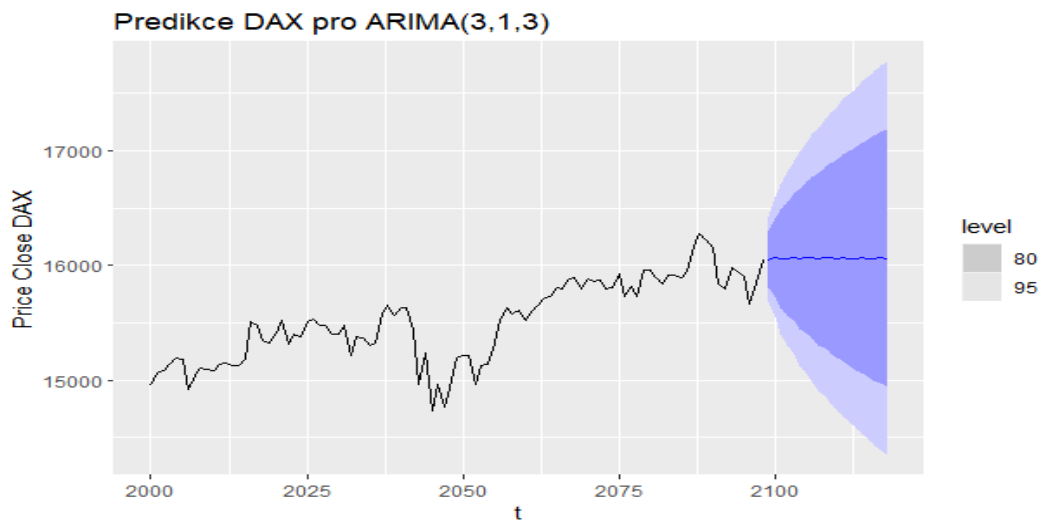
Zdroj: vlastní zpracování dle www.investing.com

Jak je vidět na Grafu 44 ceny indexu DAX po začátku krize velice rychle vzrostly a před druhým krizovým šokem se byly schopny necelý rok držet na stálé výši mezi 15 a 16 tisíci. Oproti tomu cenám indexu PX trvalo téměř dva roky dosáhnout srovnatelného nárůstu, než po svém maximu opět začal padat vinou krizového šoku.

Ačkoli se zde nachází tyto nepředvídatelné šoky, které drasticky ovlivnily chování těchto řad, výše hodnot AICc a BIC by svou velikostí (respektive poklesem) nasvědčovaly, že nalezené úrovnové modely dokáží řady v tomto období popsat mnohem lépe. Přesněji řečeno model ARIMA(3, 1, 3), který jsem vyhodnotil za nejvhodnější pro vysvětlení cen indexu DAX v období krize, je podle AICc o 41 % úspěšnější. To samé lze říci pro model ARIMA(2, 1, 0), který popisuje chování řady cen indexu PX v období krize a je podle AICc o 30 % úspěšnější než nejvhodnější model v klidné době před krizí.

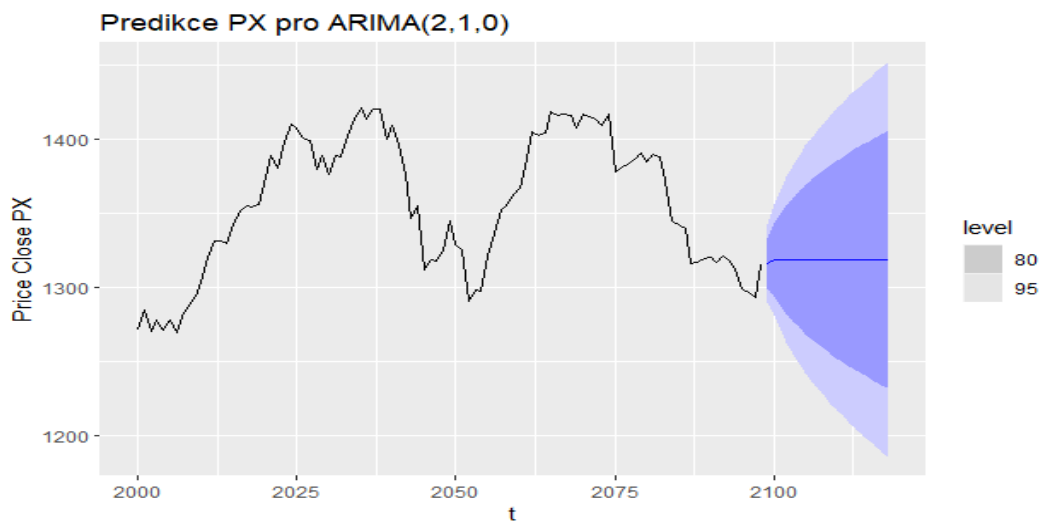
Avšak z pohledu na tabulku Příloha 18 je patrné, že ze všech sledovaných období jsou predikční modely během krize nejméně spolehlivé a z nich vytvořené predikční intervaly dosahují nejvyšších hodnot.

Graf 44: Predikční graf indexu DAX pro úroňový model ARIMA(3, 1, 3)



Zdroj: vlastní zpracování

Graf 45: Predikční graf indexu PX pro úroňový model ARIMA(2, 1, 0)



Zdroj: vlastní zpracování

Závěr

Předložená bakalářská práce se zabývala analýzou časových řad burzovních indexů DAX a PX v období od roku 2015 do května 2023. Na základě Box-Jenkinsovy metodologie byly vytvořeny úroňové ARIMA modely se snahou sestavení modelů s nejlepší vypovídací schopností. Dopad ekonomické krize se v rámci této práce projevil změnou v jejich vypovídací schopnosti, což bylo viditelné za pomoci změn hodnot AICc. Vypovídací schopnost úroňových modelů se při pohledu na dílčí časové řady téměř zdvojnásobila, což vykazuje o prokazatelné změně chování burzovních indexů v období krize. Tomu nasvědčuje i vývoj predikčních intervalů vytvořených na základě těchto úroňových modelů. Rozpětí jejich predikčních intervalů se měnila v závislosti na sledovaném období.

Nejvhodnějšími modely v rámci celého sledované období se pro burzovní index DAX ukázal být úroňový model ARIMA(0, 1, 2) a pro burzovní index PX vystihl model ARIMA(2, 1, 2). Z tvorby predikčních intervalů bylo viditelné, že přesnost vytvořených modelů byla zřetelně vyšší pro model burzovního indexu PX, jehož predikční interval se rozšiřoval pomaleji.

Dopad krize na změnu chování sledovaných indexů v rámci celé řady se projevil již při jejich analýze v období před krizí. Pro oba tyto indexy byl nalezený model stejného řádu a to ARIMA(2, 1, 2), který se lišil pouze v existenci konstanty v modelu indexu DAX. Tato skutečnost dokládá provázanost těchto indexů a celkové ekonomiky České republiky a Spolkové republiky Německo. Jelikož se úroňový model řady PX v období před krizí oproti celému období nezměnil, dokládá to o slabším působení krizových šoků na chování indexu PX oproti indexu DAX. Toto období bylo charakteristické nejpřesnějšími predikcemi, jejichž predikční intervaly se jevily jako nejužší.

Ačkoli se v období krize nacházejí nepředvídatelné šoky, které drasticky ovlivnily chování časových řad pozorovaných indexů, výše hodnot informačních kritérií nasvědčují, že nalezené úroňové modely dokáží řady v tomto období popsat ze všech období nejlépe. Model ARIMA(3, 1, 3), který náleží burzovnímu indexu DAX v období krize, byl na základě informačních kritérií o 41% přesnější než úroňový model v období před krizí. Stejná situace nastala i pro úroňový model indexu PX, a to pro model ARIMA(2, 1, 0), který vykazoval o 30% lepší výsledky, než dokázal úroňový model

v období před krizí. Přesnost při tvorbě predikcí za pomoci těchto modelů však oproti ostatním obdobím značně poklesla, o čemž vypovídá rozsah vytvořených predikčních intervalů, který byl oproti ostatním obdobím nejvzdálenější od sledované řady.

Summary

This bachelor thesis focuses on the Box-Jenkinson methodology of time series analysis.

The theoretical part deals with an introduction to the business cycle and its individual phases. A specific phase, the crisis phase, is described in more detail. Finally, the method used in the practical part is presented.

In the practical part, the presented method is used in the analysis of the time series of the DAX and PX stock indices. For these time series, level ARIMA models were found, which were then used for subsequent forecasting.

Key words

time series, stock market indices, Box-Jenkins methodology, crisis period

Seznam použitých zdrojů

- Cipra, T. (2013). *Finanční ekonomie* (2. upravené vyd.). Ekopress.
- Dvořák, P. (2008). *Veřejné finance, fiskální rovnováha a finanční krize*. C. H. Beck.
- Holman, R. (2011). *Ekonomie* (5. aktualizované vyd.). C. H. Beck.
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: principles and practices*. 3rd edition OTexts: Melbourne, Australia. OTexts.com/fpp3. Accessed on May 2023.
- Švarcová, J. (2008). *Stručný přehled: teorie a praxe aktuálně a v souvislostech*. CEED
- Wooldridge, J. (2012). *Introductory econometrics: a modern approach*. Fifth edition, student edition. Boston: Cengage Learning.
- Burza cenných papírů Praha (2023, květen). *Popis indexů*. <https://www.pse.cz/indexy/popis-indexu>
- Börse Frankfurt (2023, květen). *Börse Frankfurt: Aktien, Kurse, Chart und Nachrichten*. <https://www.boerse-frankfurt.de>
- Investing.com (2023, květen). *DAX Historical data*. <https://www.investing.com/indices/germany-30-historical-data>
- Investing.com (2023, květen). *PX Historical data*. <https://www.investing.com/indices/px-historical-data>

Seznam grafů

Graf 1: Ceny burzovních indexů DAX a PX	30
Graf 2: Ceny indexu DAX 2015-2023.....	31
Graf 3: Autokorelační funkce cen indexu DAX 2015-2023	32
Graf 4: První diference cen indexu DAX 2015-2023	33
Graf 5: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX 2015-2023	33
Graf 6: Parciální autokorelační funkce cen indexu DAX 2015-2023.....	34
Graf 7: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX 2015-2023	35
Graf 8: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(0, 1, 2).....	37
Graf 9: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(2, 1, 0).....	38
Graf 10: Ceny indexu PX 2015-2023	38
Graf 11: Graf autokorelační funkce cen indexu PX 2015-2023	39
Graf 12: Parciální autokorelační funkce cen indexu PX 2015-2023	41
Graf 13: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX 2015-2023	42
Graf 14: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX 2015-2023..	42
Graf 15: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(2, 1, 2).....	44
Graf 16: Ceny burzovních indexů DAX a PX	44
Graf 17: Predikční graf indexu DAX pro úrovnový model ARIMA(2, 1, 0).....	46
Graf 18: Predikční graf indexu DAX pro úrovnový model ARIMA(0, 1, 2).....	46
Graf 19: Predikční graf indexu PX pro úrovnový model ARIMA(2, 1, 2).....	47
Graf 20: Ceny indexu DAX před krizí.....	48
Graf 21: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX před krizí	49
Graf 22: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX před krizí	49
Graf 23: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(2, 1, 2).....	51
Graf 24: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(5, 1, 0).....	51
Graf 25: Ceny indexu PX před krizí před krizí.....	52
Graf 26: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX před krizí.....	53
Graf 27: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX před krizí....	53
Graf 28: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(2, 1, 2).....	54
Graf 29: Ceny burzovních indexů DAX a PX v období před krizí.....	55
Graf 30: Predikční graf indexu DAX pro úrovnový model ARIMA(2, 1, 2).....	56
Graf 31: Predikční graf indexu DAX pro úrovnový model ARIMA(5, 1, 0).....	56

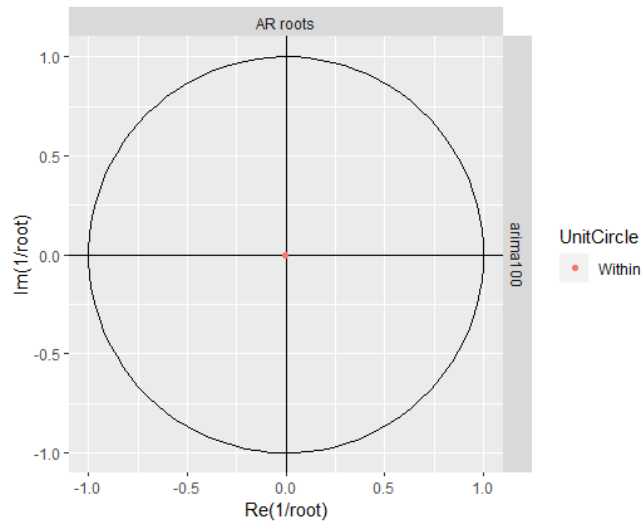
Graf 32: Predikční graf indexu PX pro úroňový model ARIMA(2, 1, 2).....	57
Graf 33: Ceny indexu DAX během krize	58
Graf 34: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX během krize	59
Graf 35: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu DAX během krize	59
Graf 36: Inverzní kruhový graf úroňového modelu ARIMA(3, 1, 3).....	60
Graf 37: Inverzní kruhový graf úroňového modelu ARIMA(0, 1, 5).....	61
Graf 38: Ceny indexu PX během krize	61
Graf 39: Autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX během krize.....	62
Graf 40: Parciální autokorelační funkce prvních diferencí cen indexu PX během krize	63
Graf 41: Inverzní kruhový graf úroňového modelu ARIMA(2, 1, 0).....	64
Graf 42: Inverzní kruhový graf úroňového modelu ARIMA(2, 1, 1).....	64
Graf 43: Ceny burzovních indexů DAX a PX v období během krize	65
Graf 44: Predikční graf indexu DAX pro úroňový model ARIMA(3, 1, 3).....	66
Graf 45: Predikční graf indexu PX pro úroňový model ARIMA(2, 1, 0).....	66

Seznam příloh

Příloha 1: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(1, 1, 0).....	74
Příloha 2: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(0, 1, 1).....	74
Příloha 3: Predikční intervaly vhodných modelů pro celé období na 80% úrovni spolehlivosti.....	75
Příloha 4: Autokorelační funkce cen indexu DAX před krizí	75
Příloha 5: Parciální autokorelační funkce cen indexu DAX před krizí	76
Příloha 6: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(0, 1, 1).....	76
Příloha 7: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(1, 1, 0).....	77
Příloha 8: Autokorelační funkce cen indexu PX před krizí	77
Příloha 9: Parciální autokorelační funkce cen indexu PX před krizí	78
Příloha 10: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(1, 1, 0).....	78
Příloha 11: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(0, 1, 1).....	79
Příloha 12: Inverzní kruhový graf úrovňového modelu ARIMA(3, 1, 2).....	79
Příloha 13: Predikční intervaly vhodných modelů pro období před krizí na 80% úrovni spolehlivosti.....	80
Příloha 14: Autokorelační funkce cen indexu DAX během krize	80
Příloha 15: Parciální autokorelační funkce cen indexu DAX během krize	81
Příloha 16: Autokorelační funkce cen indexu PX během krize.....	81
Příloha 17: Parciální autokorelační funkce cen indexu PX během krize.....	82
Příloha 18: Predikční intervaly vhodných modelů pro období během krize na 80% úrovni spolehlivosti.....	82

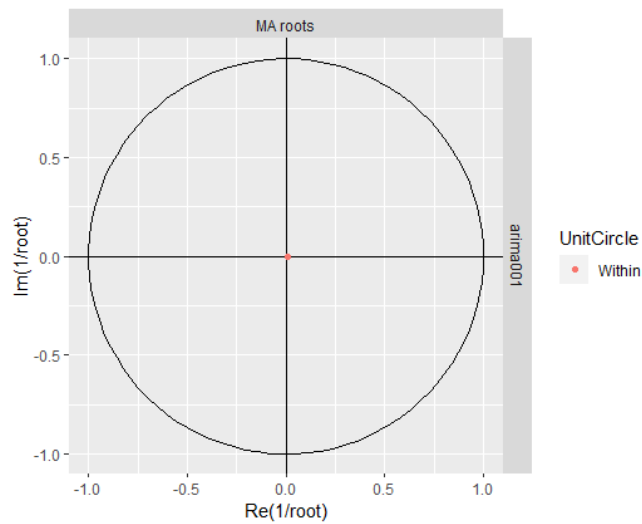
Přílohy

Příloha 1: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(1, 1, 0)



Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 2: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(0, 1, 1)



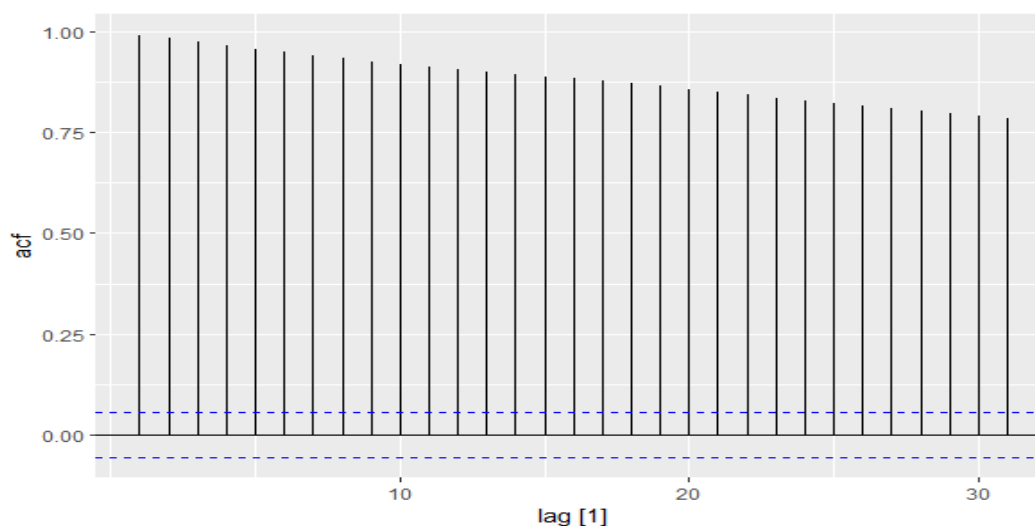
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 3: Predikční intervaly vhodných modelů pro celé období na 80% úrovni spolehlivosti

h	DAX ARIMA(2, 1, 0)				DAX ARIMA(0, 1, 2)				PX ARIMA(2, 1, 2)			
	mean	horní	dolní	% interval	mean	horní	dolní	% interval	mean	horní	dolní	% interval
1	16 051	16 247,6	15 854,8	1,2%	16 051	16 247,5	15 854,6	1,2%	1 316	1 329,2	1 302,9	1,0%
2	16 055	16 330,1	15 779,3	1,7%	16 055	16 330,2	15 779,4	1,7%	1 318	1 336,5	1 299,2	1,4%
3	16 055	16 393,0	15 716,3	2,1%	16 055	16 393,2	15 716,5	2,1%	1 319	1 342,4	1 295,7	1,8%
4	16 055	16 446,0	15 663,5	2,4%	16 055	16 446,1	15 663,5	2,4%	1 319	1 346,1	1 291,1	2,1%
5	16 055	16 492,6	15 616,9	2,7%	16 055	16 492,7	15 616,9	2,7%	1 317	1 348,5	1 286,3	2,4%
6	16 055	16 534,7	15 574,8	3,0%	16 055	16 534,8	15 574,8	3,0%	1 317	1 350,8	1 282,6	2,6%
7	16 055	16 573,4	15 536,1	3,2%	16 055	16 573,5	15 536,1	3,2%	1 317	1 353,7	1 280,3	2,8%
8	16 055	16 609,4	15 500,1	3,5%	16 055	16 609,5	15 500,1	3,5%	1 318	1 357,0	1 278,7	3,0%
9	16 055	16 643,1	15 466,3	3,7%	16 055	16 643,3	15 466,3	3,7%	1 318	1 359,9	1 276,7	3,2%
10	16 055	16 675,1	15 434,4	3,9%	16 055	16 675,3	15 434,3	3,9%	1 318	1 362,0	1 274,1	3,3%
11	16 055	16 705,5	15 404,0	4,1%	16 055	16 705,7	15 403,9	4,1%	1 317	1 363,7	1 271,3	3,5%
12	16 055	16 734,5	15 374,9	4,2%	16 055	16 734,8	15 374,9	4,2%	1 317	1 365,5	1 269,0	3,7%
13	16 055	16 762,4	15 347,1	4,4%	16 055	16 762,6	15 347,0	4,4%	1 317	1 367,6	1 267,2	3,8%
14	16 055	16 789,1	15 320,3	4,6%	16 055	16 789,4	15 320,2	4,6%	1 318	1 369,8	1 265,7	3,9%
15	16 055	16 815,0	15 294,5	4,7%	16 055	16 815,3	15 294,4	4,7%	1 318	1 371,8	1 264,0	4,1%
16	16 055	16 840,0	15 269,5	4,9%	16 055	16 840,3	15 269,4	4,9%	1 318	1 373,5	1 262,0	4,2%
17	16 055	16 864,2	15 245,3	5,0%	16 055	16 864,5	15 245,1	5,0%	1 318	1 375,0	1 260,1	4,3%
18	16 055	16 887,7	15 221,7	5,2%	16 055	16 888,0	15 221,6	5,2%	1 317	1 376,6	1 258,3	4,5%
19	16 055	16 910,6	15 198,9	5,3%	16 055	16 910,9	15 198,7	5,3%	1 318	1 378,3	1 256,8	4,6%
20	16 055	16 932,9	15 176,6	5,5%	16 055	16 933,2	15 176,5	5,5%	1 318	1 380,1	1 255,3	4,7%

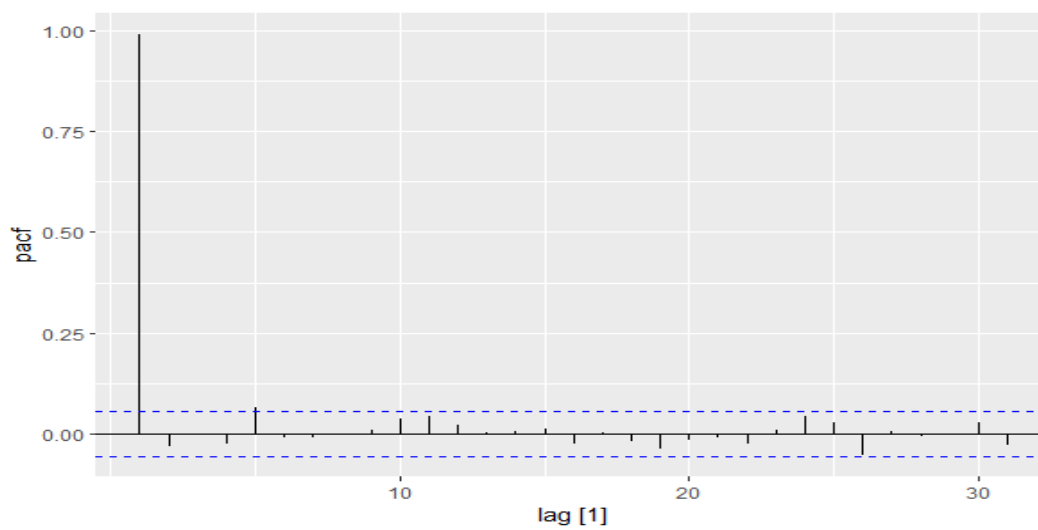
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 4: Autokorelační funkce cen indexu DAX před krizí



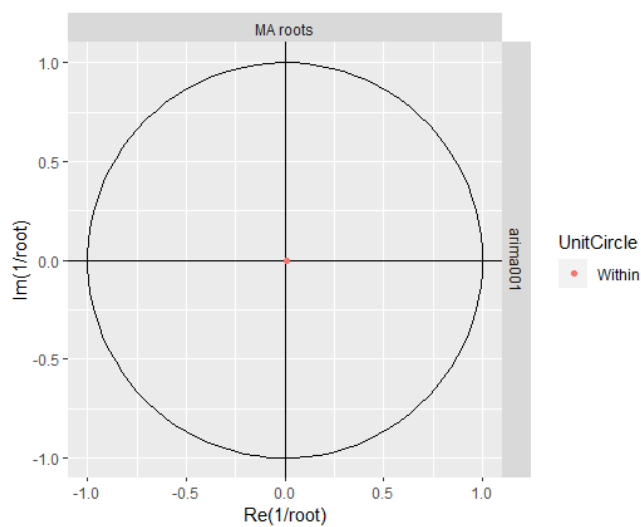
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 5: Parciální autokorelační funkce cen indexu DAX před krizí



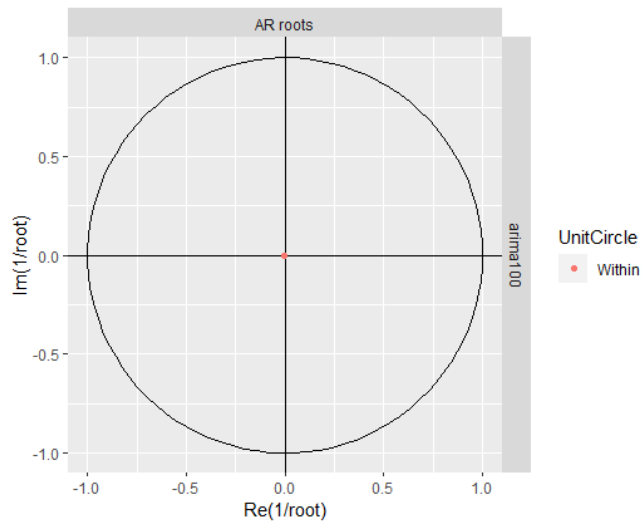
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 6: Inverzní kruhový graf úrovnového modelu ARIMA(0, 1, 1)



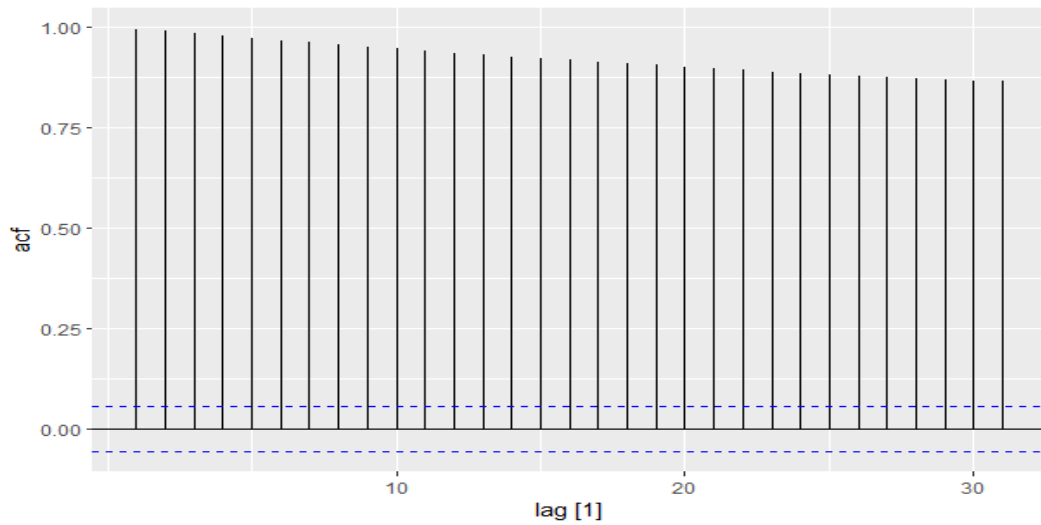
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 7: Inverzní kruhový graf úrovněvého modelu $ARIMA(1, 1, 0)$

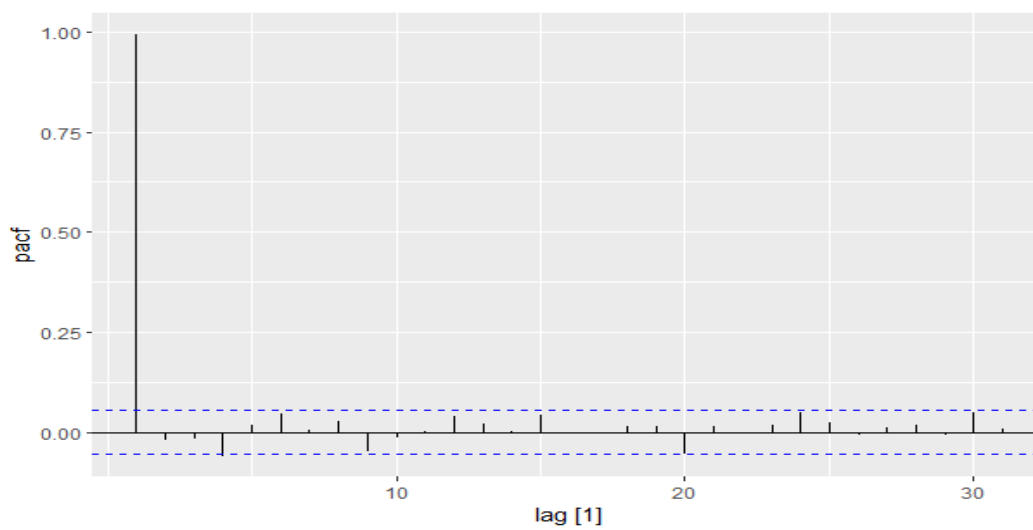


Zdroj: vlastní zpracování

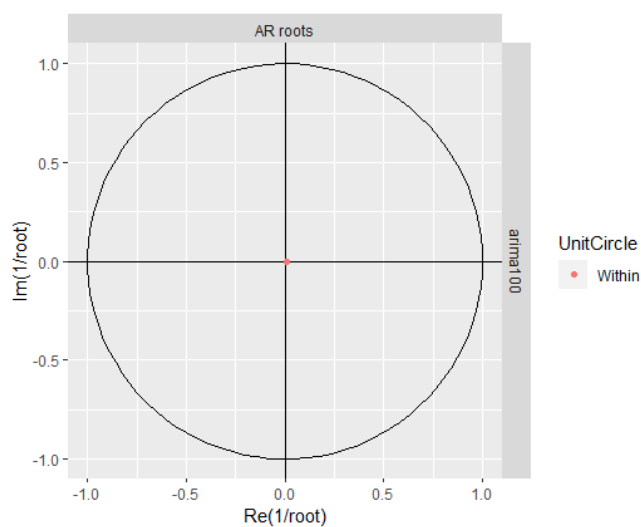
Příloha 8: Autokorelační funkce cen indexu PX před krizí



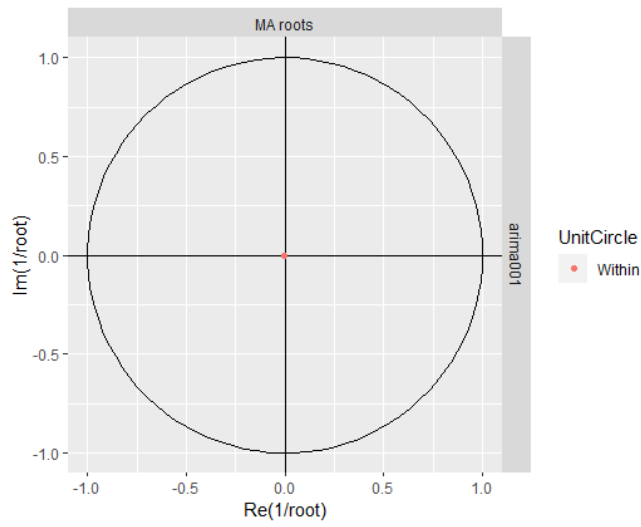
Příloha 9: Parciální autokorelační funkce cen indexu PX před krizí



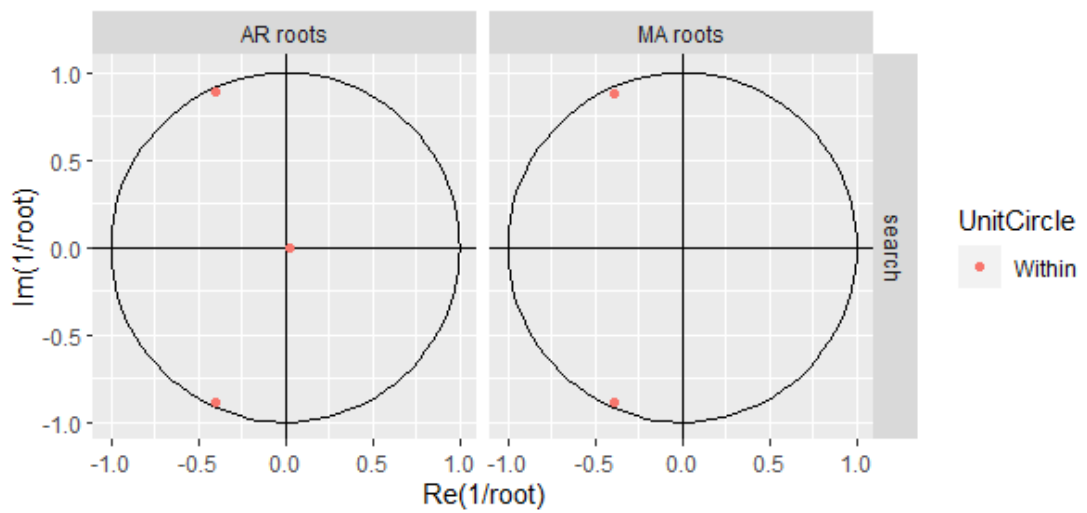
Příloha 10: Inverzní kruhový graf úrovněho modelu ARIMA(1, 1, 0)



Příloha 11: Inverzní kruhový graf úrovněvého modelu ARIMA(0, 1, 1)



Příloha 12: Inverzní kruhový graf úrovněvého modelu ARIMA(3, 1, 2)

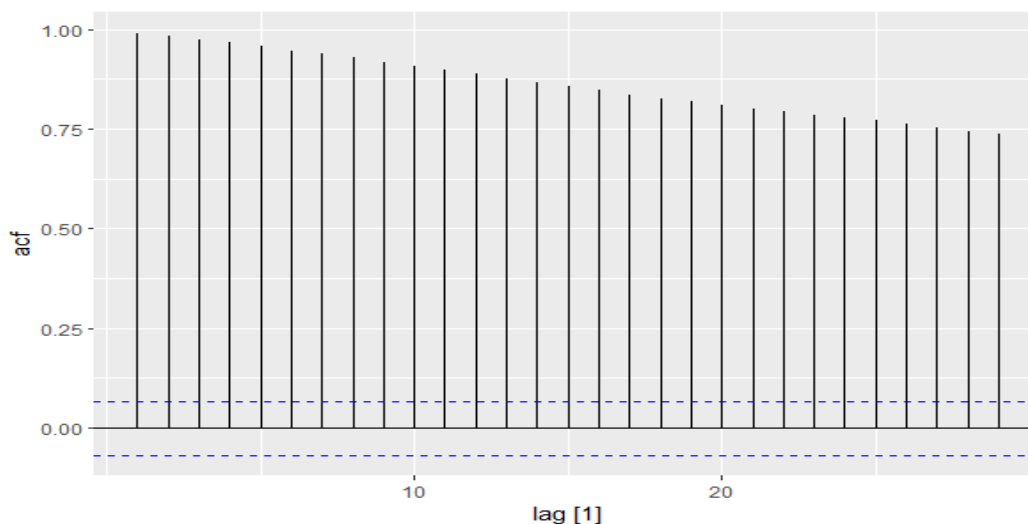


**Příloha 13: Predikční intervaly vhodných modelů pro období před krizí na 80%
úrovní spolehlivosti**

h	DAX ARIMA(2, 1, 2)				DAX ARIMA(5, 1, 0)				PX ARIMA(2, 1, 2)			
	mean	horní	dolní	% interval	mean	horní	dolní	% interval	mean	horní	dolní	% interval
1	13 000	13 157,7	12 841,7	1,2%	12 996	13 153,9	12 837,9	1,2%	1 074	1 083,4	1 063,9	0,9%
2	12 992	13 214,4	12 769,6	1,7%	12 986	13 208,9	12 763,5	1,7%	1 073	1 086,5	1 058,8	1,3%
3	12 989	13 258,4	12 718,7	2,1%	12 989	13 259,8	12 717,4	2,1%	1 073	1 089,8	1 056,2	1,6%
4	13 003	13 315,2	12 690,4	2,4%	13 005	13 320,3	12 690,5	2,4%	1 073	1 092,8	1 053,8	1,8%
5	12 998	13 347,1	12 648,4	2,7%	13 011	13 361,2	12 661,7	2,7%	1 073	1 094,3	1 050,8	2,0%
6	12 995	13 376,4	12 613,3	2,9%	13 011	13 390,1	12 632,3	2,9%	1 073	1 097,1	1 049,5	2,2%
7	13 006	13 418,9	12 593,8	3,2%	13 012	13 418,1	12 605,8	3,1%	1 073	1 098,7	1 047,2	2,4%
8	13 003	13 444,5	12 562,1	3,4%	13 011	13 442,7	12 579,7	3,3%	1 073	1 100,3	1 045,3	2,5%
9	13 001	13 468,3	12 533,7	3,6%	13 010	13 465,7	12 554,7	3,5%	1 073	1 102,5	1 044,1	2,7%
10	13 010	13 503,1	12 517,5	3,8%	13 010	13 488,5	12 531,5	3,7%	1 073	1 103,6	1 042,0	2,8%
11	13 009	13 525,7	12 491,7	4,0%	13 010	13 510,4	12 509,5	3,8%	1 073	1 105,3	1 040,8	3,0%
12	13 007	13 546,5	12 467,5	4,1%	13 010	13 531,5	12 488,4	4,0%	1 073	1 106,8	1 039,4	3,2%
13	13 015	13 576,2	12 452,8	4,3%	13 010	13 551,8	12 468,3	4,2%	1 073	1 107,9	1 037,7	3,3%
14	13 014	13 596,9	12 431,0	4,5%	13 010	13 571,3	12 448,8	4,3%	1 073	1 109,5	1 036,8	3,4%
15	13 013	13 615,9	12 409,6	4,6%	13 010	13 590,2	12 430,0	4,5%	1 073	1 110,6	1 035,3	3,5%
16	13 019	13 641,9	12 396,0	4,8%	13 010	13 608,5	12 411,7	4,6%	1 073	1 111,8	1 034,0	3,6%
17	13 019	13 661,4	12 376,9	4,9%	13 010	13 626,2	12 394,0	4,7%	1 073	1 113,2	1 033,0	3,7%
18	13 018	13 679,1	12 357,8	5,1%	13 010	13 643,4	12 376,8	4,9%	1 073	1 114,2	1 031,6	3,8%
19	13 024	13 702,4	12 344,8	5,2%	13 010	13 660,1	12 360,0	5,0%	1 073	1 115,4	1 030,7	4,0%
20	13 024	13 720,8	12 327,8	5,4%	13 010	13 676,5	12 343,7	5,1%	1 073	1 116,5	1 029,6	4,1%

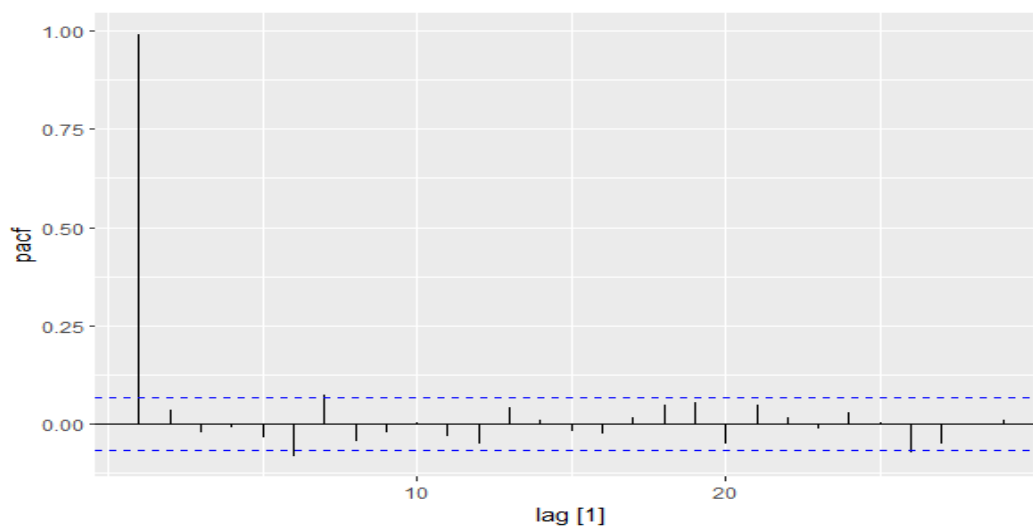
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 14: Autokorelační funkce cen indexu DAX během krize



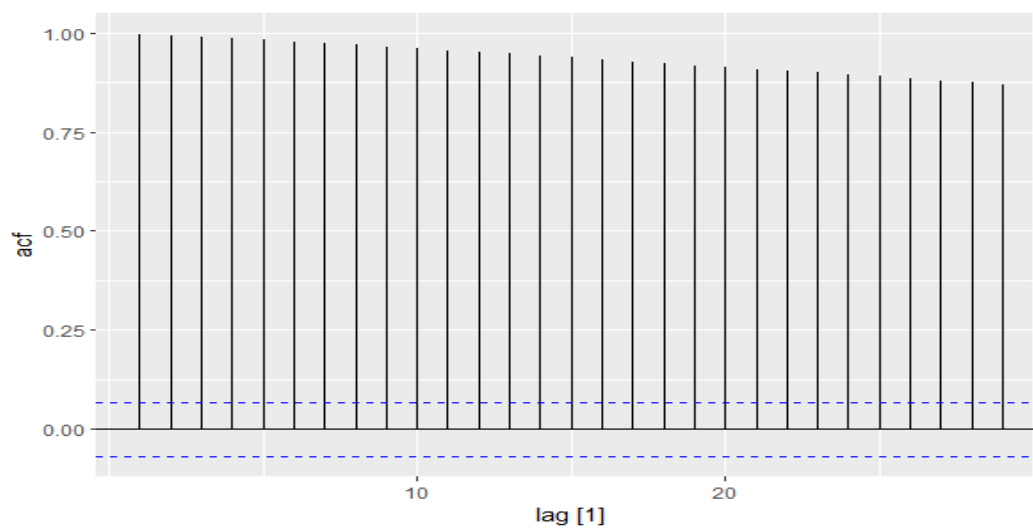
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 15: Parciální autokorelační funkce cen indexu DAX během krize



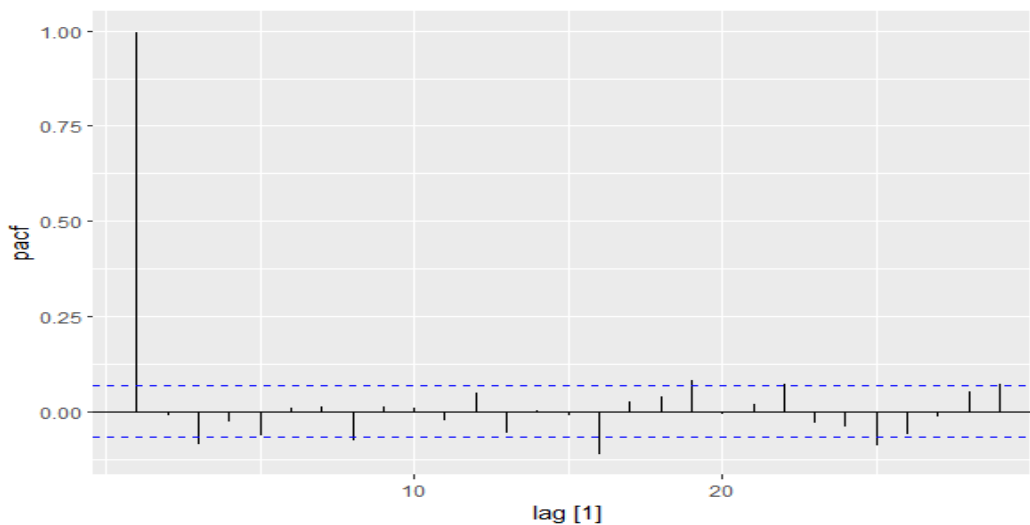
Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 16: Autokorelační funkce cen indexu PX během krize



Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 17: Parciální autokorelační funkce cen indexu PX během krize



Zdroj: vlastní zpracování

Příloha 18: Predikční intervaly vhodných modelů pro období během krize na 80% úrovní spolehlivosti

h	DAX ARIMA(3, 1, 2)				PX ARIMA(5, 1, 0)			
	mean	horní	dolní	% interval	mean	horní	dolní	% interval
1	16 049	16 291,0	15 808,0	1,5%	1 316	1 332,9	1 298,9	1,3%
2	16 067	16 406,1	15 727,5	2,1%	1 318	1 342,7	1 293,9	1,9%
3	16 047	16 468,9	15 624,9	2,6%	1 318	1 349,5	1 287,3	2,4%
4	16 054	16 538,4	15 570,0	3,0%	1 319	1 355,3	1 281,9	2,8%
5	16 064	16 604,8	15 522,5	3,4%	1 319	1 360,3	1 277,0	3,1%
6	16 046	16 642,0	15 450,6	3,7%	1 319	1 364,7	1 272,7	3,5%
7	16 058	16 698,8	15 416,7	4,0%	1 319	1 368,7	1 268,6	3,8%
8	16 060	16 746,1	15 374,2	4,3%	1 319	1 372,5	1 264,9	4,1%
9	16 047	16 776,0	15 318,2	4,5%	1 319	1 375,9	1 261,4	4,3%
10	16 060	16 826,5	15 293,3	4,8%	1 319	1 379,2	1 258,1	4,6%
11	16 057	16 861,9	15 251,9	5,0%	1 319	1 382,3	1 255,0	4,8%
12	16 049	16 890,1	15 207,6	5,2%	1 319	1 385,3	1 252,1	5,0%
13	16 061	16 935,2	15 186,4	5,4%	1 319	1 388,2	1 249,2	5,2%
14	16 054	16 962,8	15 145,9	5,7%	1 319	1 390,9	1 246,5	5,5%
15	16 051	16 991,3	15 110,8	5,9%	1 319	1 393,5	1 243,9	5,6%
16	16 061	17 031,0	15 090,2	6,0%	1 319	1 396,1	1 241,3	5,8%
17	16 053	17 053,8	15 051,4	6,2%	1 319	1 398,5	1 238,8	6,0%
18	16 053	17 083,1	15 023,4	6,4%	1 319	1 400,9	1 236,5	6,2%
19	16 060	17 117,4	15 001,9	6,6%	1 319	1 403,2	1 234,1	6,4%
20	16 052	17 137,7	14 965,8	6,8%	1 319	1 405,5	1 231,9	6,6%

Zdroj: vlastní zpracování