



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

DVOUVÁLCOVÝ ŘADOVÝ VZNĚTOVÝ MOTOR S EXCENTRICKÝM KLIKOVÝM MECHANISMEM PRO UŽITKOVÁ VOZIDLA

TWO-CYLINDER INLINE DIESEL ENGINE WITH AN ECCENTRIC CRANK FOR COMMERCIAL VEHICLES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. TOMÁŠ ČERNOHOUS

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Tomáš Černoš

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Automobilní a dopravní inženýrství (2301T038)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Dvouválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem pro užitková vozidla

v anglickém jazyce:

Two-cylinder inline diesel engine with an eccentric crank for commercial vehicles

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Navrhnout dvouválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem s hlavním cílem snížit třecí ztráty v pístní skupině.

Cíle diplomové práce:

Pro zadané základní parametry klikového mechanismu a válcové jednotky

- vyšetřit vliv excentricity na průběhy síly mezi pístem a vložkou válce
- vyšetřit vliv excentricity na vyvážení klikového mechanismu
- pro vybranou hodnotu excentricity navrhnout vyvážení klikového mechanismu
- provést pevnostní kontrolu klikového hřídele s uvážením torzních kmitů

Seznam odborné literatury:

STONE , Richard. Introduction to Internal Combustion Engines. 3rd edition. Hampshire : Palgrave, 1999. 641 s. ISBN 0-333-74013-0.

Kraftfahrzeug - Kurbelwellen : Konstruktion, Berechnung, Herstellung. 2001. Auflage. Landsberg/Lech Verlag Moderne Industrie 2001. 70 s. ISBN 3-478-93243-2.

Hafner, K.E., Maass, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine, Springer-Verlag Wien-New York 1995

HEISLER, Heinz. Advanced Engine Technology. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2002. 794 s. ISBN 1-56091-734-2.

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 20.10.2014

L.S.

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.
Ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan fakulty



ABSTRAKT

Cílem této diplomové práce je pro zadané parametry vznětového motoru vyšetřit vliv excentricity na průběh síly mezi pístem a vložkou válce a na vyvážení klikového mechanismu. Dále pro zvolenou hodnotu excentricity navrhnout vhodné vyvážení klikového mechanismu s následnou pevnostní kontrolou s uvážením torzních kmitů.

KLÍČOVÁ SLOVA

dvouválcový vznětový motor, klikový mechanismus, excentricita, vyvažování, torzní kmitání

ABSTRACT

The goal of this master's thesis is to examine the influence of eccentricity on the behaviour of forces between the piston and cylinder liner and on balancing of the crank mechanism for given parameters of the diesel engine. Another aim of this paper is to propose an appropriate balancing of the crank mechanism followed by stress analysis considering torsional vibration for a chosen value of eccentricity.

KEYWORDS

two-cylinder diesel engine, crank mechanism, eccentricity, balancing, torsional vibration



BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ČERNOHOUS, T. *Dvouválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem pro užitková vozidla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 81 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.



ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením prof. Ing. Václava Píštěka, DrSc. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 29. května 2015

.....

Tomáš Černohous



PODĚKOVÁNÍ

Tímto chci upřímně poděkovat vedoucímu práce panu prof. Ing. Václavu Píšťkovi, DrSc. za ochotu, cenné rady a připomínky, které mi poskytl při tvorbě této diplomové práce. Stejně tak bych chtěl poděkovat i Ing. Pavlovi Ramíkovi.



OBSAH

Úvod	11
1 Klikový mechanismus spalovacího motoru	12
1.1 Hlavní části klikového mechanismu	13
1.1.1 Klikový hřídel	13
1.1.2 Ojnice	14
1.1.3 Pístní skupina	14
1.2 Základní parametry motoru	15
1.3 Geometrie excentrického klikového mechanismu	16
1.3.1 Zdvih	17
1.3.2 Poloha kliky při horní a dolní úvrati	17
1.4 Kinematika excentrického klikového mechanismu	18
1.4.1 Dráha pístu	18
1.4.2 Rychlost pístu	20
1.4.3 Zrychlení pístu	21
2 Síly v klikovém mechanismu	23
2.1 Síly působící na píst	26
2.1.1 Síly od tlaku plynů	26
2.1.2 Setrvačné síly posuvných částí	26
2.1.3 Celková síla	27
2.2 Síly působící na pístní čep	28
2.2.1 Normálová síla	28
2.2.2 Ojniční síla	29
2.3 Vliv excentricity na ztrátový výkon	29
2.4 Síly působící na ojniční čep	30
2.4.1 Tangenciální síla	30
2.4.2 Radiální síla	30
2.4.3 Setrvačná síla rotujících částí	30
2.4.4 Celková radiální síla	30
2.5 Točivý a klopný moment	30
3 Vyvážení klikového ústrojí	32
3.1 Možné uspořádání klikového hřídele řadového dvouválcového motoru	32
3.2 Vyvážení setrvačných sil a momentů rotujících a posuvných částí	33
3.3 Rozbor vyvážení klikového hřídele s pravidelnými rozestupy zážehů	34
3.3.1 Setrvačné síly rotujících částí	34
3.3.2 Setrvačné síly posuvných částí	35



3.3.3	Momenty setrvačných sil rotujících částí	38
3.3.4	Momenty setrvačných sil posuvných částí	38
3.4	Rozbor vyvážení klikového hřídele s nepravidelnými rozestupy zážehů	40
3.4.1	Setrvačné síly rotujících částí	40
3.4.2	Setrvačné síly posuvných částí	40
3.4.3	Momenty setrvačných sil rotujících částí	41
3.4.4	Momenty setrvačných sil posuvných částí	42
3.5	Přehled vyvážení obou variant klikového hřídele	44
4	Návrh vyvážení klikového hřídele dvouválce	45
4.1	Vývažky pro vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí	45
4.2	Vývažky pro vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu	46
4.3	Parametry navrhnutého klikového hřídele	48
5	Torzní kmitání klikového hřídele	49
5.1	Náhradní torzní soustava	50
5.1.1	Redukce hmot	51
5.1.2	Redukce délek	52
5.1.3	Výpočet torzních tuhostí	54
5.2	Vlastní torzní kmitání	54
5.2.1	Výpočet vlastního kmitání	55
5.2.2	Výpočet pomocí programu HOLZER	56
5.2.3	Tvary vlastního kmitání	58
5.3	Vynucené torzní kmitání	58
5.3.1	Harmonická analýza budícího momentu	58
5.3.2	Výpočet rezonančních otáček	59
5.3.3	Výpočet vynuceného torzního kmitání	60
6	Pevnostní kontrola klikového hřídele	63
6.1	Prostorová síť	63
6.2	Analýza napjatosti	64
6.3	Výpočet bezpečnosti	68
	Závěr	71
	Seznam použitých zkratk a symbolů	74
	Seznam příloh	81



ÚVOD

Současným trendem v oblasti spalovacích motorů je vývoj takových agregátů, které jsou schopny plnit požadavky na ekonomičnost během provozu. Nízká spotřeba paliva a s ní související plnění přísných emisních norem výfukových plynů jsou nezbytné vlastnosti každého moderního motoru. Dalšími požadavky jsou vysoká účinnost a efektivnost. U motorů dochází ke zmenšování jejich objemů při zachování obdobných parametrů výkonu, jedná se o tzv. „downsizing“. Toho je docíleno především pomocí snižování mechanických ztrát nebo vhodným konstrukčním řešením motoru. To platí jak pro motory osobních, užitkových a nákladních vozidel, tak i pro velké motory pohánějící těžké stroje, lodě apod.

Jedním z možných konstrukčních řešení, které by mohlo vést k plnění faktorů uvedených výše, je použití excentrického klikového mechanismu. Toto nepříliš časté konstrukční řešení může uspořit výkon, jestliže je vhodně zvolena excentricita mezi osou válců a osou klikového hřídele. Excentrický klikový mechanismus použila například německá automobilka BMW u svého vydařeného dvoulitrového čtyřválcového zážehového motoru s označením N20.

Tato diplomová práce se zabývá dvouválcovým motorem s excentrickým klikovým mechanismem, který vychází z parametrů čtyřválcového řadového vznětového motoru s centrickým klikovým mechanismem.

V práci bude provedeno vyšetření vlivu excentricity o zvolené hodnotě na průběh síly působící mezi pístem a vložkou válce. Dále bude proveden rozbor vyvážení pro obě varianty uspořádání klikového hřídele dvouválce, tedy s pravidelně a nepravidelně se opakujícími zážehy. Jedno z konstrukčních uspořádání klikového hřídele bude vybráno pro návrh jeho vyvážení. Vyvážený klikový hřídel bude následně pevnostně zkontrolován vůči únavovému poškození s uvažováním torzních kmitů.



1 KLIKOVÝ MECHANISMUS SPALOVACÍHO MOTORU

Klikový mechanismus, nezbytná sestava každého pístového spalovacího motoru, slouží pro přeměnu přímočarého vratného pohybu pístní skupiny na otáčivý pohyb klikového hřídele. Působením tlaku plynů ze spalování paliva ve válci na píst pak získáme točivý moment na klikovém hřídeli.

Provedeným konstrukčním uspořádáním rozlišujeme následující klikové mechanismy:

- centrické,
- excentrické,
- s vedlejší ojnicí.

Centrický, osový klikový mechanismus patří v praxi k nejčastěji využívaným konstrukčním uspořádáním. Osa válce a kliky je v tomto případě totožná.

Naproti tomu excentrický, vyosený, klikový mechanismus je charakteristický tím, že osa válce je posunuta vůči ose klikového hřídele. Nejkratší vzdálenost mezi těmito osami je excentricita. Může nabývat jak hodnot kladných, tak i záporných. Záleží pouze, na kterou stranu bývá orientována vzhledem k ose klikového hřídele a směru jeho otáčení. Pomocí excentrického konstrukčního provedení klikového mechanismu ve vhodné míře může být zajištěno rovnoměrnější zatížení pláště pístu a stěny válce, snížení třecích ztrát a tím zvýšení výkonu, snížení spotřeby paliva a emisí motoru.

Klikový mechanismus s vedlejší ojnicí je charakteristický tím, že je složen z ojnice mateřské a ojnice vedlejší. Toto řešení se v praxi používá u velkých drážních a lodních motorů, zejména pro zmenšení hmotnosti a délky. [2] [3]



Obr. 1 Klikový mechanismus pětiválcového řadového motoru [14]



1.1 HLAVNÍ ČÁSTI KLIKOVÉHO MECHANISMU

Základní nosnou částí klikového ústrojí je klikový hřídel, na kterém je připevněna řemenice a setrvačnick. Dále se skládá z ojnice, pístní skupiny a ložisek. Jejich počet je závislý na počtu válců motoru.

1.1.1 KLIKOVÝ HŘÍDEL

Klikový hřídel je tvořen hlavními čepy, ojničnými čepy, rameny kliky, předním (volným) a zadním (náhonovým) koncem. Vykonává otáčivý pohyb a je uložen na hlavních čepech v ložiskových pánvích klikové skříně. Na ojničních čepech je uložena hlava ojnice a ramena kliky se nachází mezi dvěma čepy. Na předním konci klikového hřídele jsou uložena hnací kola rozvodového mechanismu, olejového čerpadla a řemenice pohonu dalších pomocných agregátů. Zadní konec obsahuje přírubu pro připevnění setrvačnicku.

Klikový hřídel musí být dostatečně tuhý, pevný a odolný proti opotřebením. Jelikož je namáhán cyklicky na ohyb, krut a tah, musí vykazovat značně vysokou únavovou pevnost a životnost. Jeho konstrukce s protizávažím poskytuje i částečné vyvážení setrvačných sil a momentů rotujících a posuvných částí. U čtyřdobých motorů slouží pro přívod mazacího oleje z hlavních do ojničních ložisek vrtané kanálky. U naftových motorů se klika ukládá do ložisek nejčastěji za každým zalomením, u benzínových pak často pouze za každým druhým.

Klikové hřídele se vyrábí jako lité, kované nebo skládané. Materiály jsou nejčastěji šedá litina, ocelolitina, nitridační ocel, uhlíková nebo slitinová ocel tepelně zušlechťená, s nebo bez povrchového kalení kluzných ploch. [4]

SETRVAČNÍK

Setrvačnick s jeho nalisovaným ozubeným věncem bývá přišroubován na přírubu zadního konce klikového hřídele. Funkcí setrvačnicku je dodávat energii nutnou na překonávání nepracovních zdvihů, zlepšit rovnoměrnost chodu, vyrovnávat úhlovou rychlost otáčení klikového hřídele během jedné otáčky, umožňovat spouštění motoru a hlavně přenášet točivý moment na spojku.

Setrvačnický dosahující nižších obvodových rychlostí bývají odlévány z litiny, při vyšších obvodových rychlostech setrvačnicků se pak používá ocelolitina nebo ocel. [4]

ŘEMENICE

Řemenice slouží jako náhon pomocných agregátů motoru a je umístěna na předním konci klikového hřídele. Pohání například alternátor, vodní pumpu, čerpadlo posilovače řízení, ventilátor nebo kompresor klimatizace.

Často obsahuje i tlumič torzních kmitů, který eliminuje amplitudy kmitání a velikosti torzních napětí. Používají se tři druhy torzních tlumičů. Jedná se o tlumiče pryžové, viskózní a hydrodynamické. [4]



1.1.2 OJNICE

Ojnice spojuje píst s klikovým hřídelem a je charakteristická jak pohybem posuvným, tak i kývavým kolem osy svého těžiště. Vykyvováním přeměňuje přímočarý pohyb pístu na otáčivý pohyb kliky. Je namáhána únavově, u čtyřdobých motorů proměnnou silou tah-tlak.

Její části jsou oko ojnice, hlava ojnice a dřík. V oku je ojnice spojena s pístem pomocí pístního čepu a obsahuje zalisované bronzové pouzdro nebo tenkostěnnou ocelovou pánev s výstelkou z olověného bronzu. V hlavě je pak ojnice spojena s klikou. Dřík je částí mezi okem a hlavou ojnice s příčným profilem ve tvaru písmene **I**, nebo **H**. U čtyřdobých motorů má ve většině případů ojnice dělenou hlavu, která je pak s jejím víkem spojena ojničními šrouby. Dělení je provedeno buď kolmo, nebo šikmo na podélnou osu ojnice kvůli možnosti demontáže vrtáním válce.

Materiálem ojnic jsou oceli třídy 11 až 15, u přeplňovaných motorů pak oceli třídy 16. Jsou kovány v zápustce, často tepelně zušlechťeny a jejich povrch bývá kuličkován nebo leštěn. Motory menších rozměrů používají ojnice z kujné nebo tvárné litiny, ojnice lisované z plechu, z lehkých slitin nebo kompozitních plastů. Vysoce výkonné motory používají ojnice vyrobené z titanu. [4]

1.1.3 PÍSTNÍ SKUPINA

Pístní skupina vykonává posuvný pohyb ve válci a přenáší sílu od tlaku plynů dále na ojnici. Skládá se z pístu, pístních kroužků, pístního čepu a pojistných kroužků.

PÍST

Píst je tepelně a mechanicky značně zatěžovaná součást klikového ústrojí. Bývá vystaven vysokým teplotám spalin (až 2200 °C), silám od tlaku plynů a setrvačným silám rázového proměnného charakteru.

Písty čtyřdobých vznětových motorů se liší od pístů zážehových zejména větší celkovou výškou, zesílenou tloušťkou stěn a větším průměrem pístního čepu. Hlavní části pístu jsou dno pístu s vytvořeným spalovacím prostorem, plášť pístu, horní můstek, drážky pro pístní kroužky s nosičem v první drážce a nálitky pro pístní čep s drážkami pro jeho zajištění. Pro výrobu pístů se nejčastěji používají hliníkové slitiny, které se následně povrchově upravují elektrochemickým nanesením dalších prvků.

Důležité je chlazení pístu, které se provádí ostříkem maziva na vnitřní plochu z trysky nebo rozvodem maziva skrze vytvořený chladicí kanálek. [1] [4]

PÍSTNÍ KROUŽKY

Nejčastěji se používají dva těsnící kroužky a jeden kroužek stírací. Těsnící pístní kroužky musí zajistit dostatečné utěsnění spalovacího prostoru proti úniku spalin do klikové skříně a také odvod nashromážděného tepla z pístu do stěny válce. Kroužky těsnící vymezují



tloušťku vrstvy mazacího oleje mezi pláštěm pístu a stěnou válce. Zamezují tak průniku oleje do spalovacího prostoru. [4]

PÍSTNÍ ČEP

Pístní čep spojuje ojnici s pístem a přenáší silové účinky mezi nimi, bývá tedy výrazně únavově namáhán. Jeho uložení bývá provedeno volně nebo pevně. Při volném uložení čep klouže v oku ojnice i pístu a musí být zabezpečen pojistnými kroužky, při pevném pak bývá zalisován do oka ojnice a klouže jen v pístu. [4]

1.2 ZÁKLADNÍ PARAMETRY MOTORU

Předlohou pro vypracování práce se stal čtyřtákní přeplňovaný vznětový řadový čtyřválec. Protože se tato práce zabývá dvouválcovým provedením, tak byly z předlohy dva válce opomenuty. Jeho základní parametry jsou patrné z následující tabulky.

Tab. 1 Základní parametry motoru

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Kompresní poměr	ε	17,8	[-]
Počet válců	i_v	2	[-]
Vrtání	D	105	[mm]
Zdvih	Z	120	[mm]
Poloměr kliky	r	60	[mm]
Délka ojnice	l	215	[mm]
Otáčky	n	1 000 - 2 200	[min ⁻¹]
Jmenovité otáčky	n_j	2 000	[min ⁻¹]

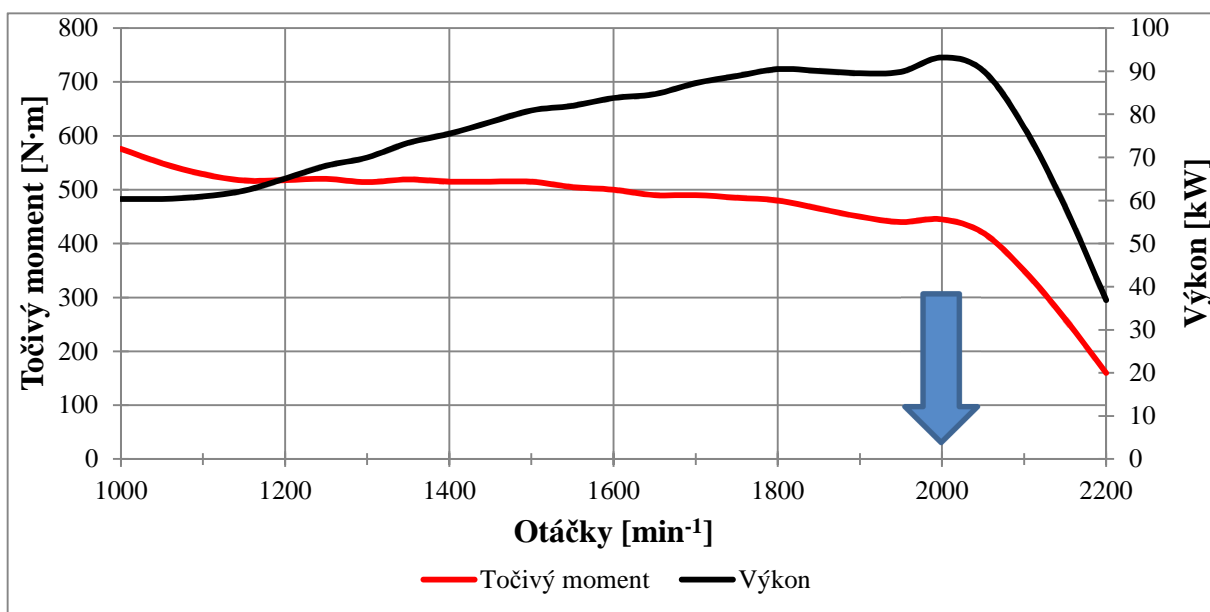
Z obdržených hodnot točivého momentu pro jednotlivé otáčky v rozsahu 1 000 až 2 200 min⁻¹ byl dopočítán efektivní výkon motoru. Jmenovité otáčky, tedy otáčky s nejvyšším výkonem, tento motor dosahoval při 2 000 min⁻¹. Ve výpočtech práce s nimi bude počítáno a bude se předpokládat, že jsou vždy konstantní.

Rovnice pro výpočet efektivního výkonu motoru:

$$P_e = M_t \cdot \omega = \frac{M_t \cdot 2 \cdot \pi \cdot n}{60} [W], \quad (1)$$

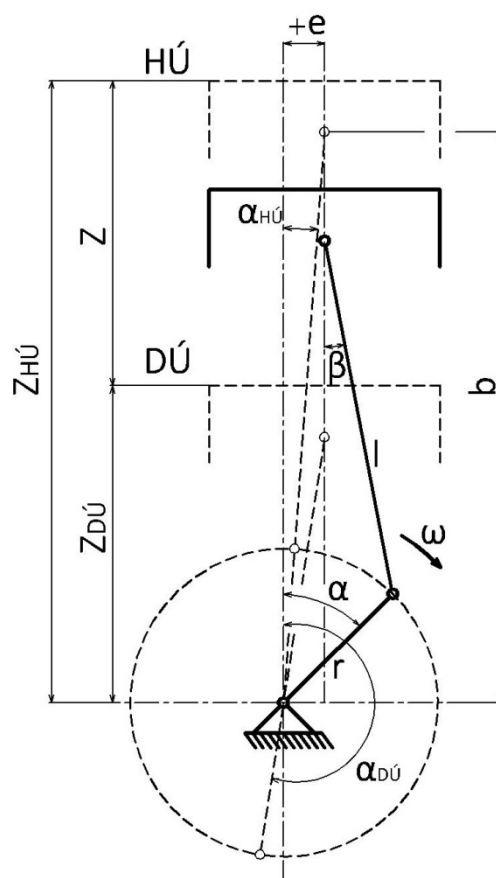
kde M_t je točivý moment [N·m], ω je úhlová rychlost klikového hřídele [rad·s⁻¹] a n jsou otáčky motoru [min⁻¹].

Průběh točivého momentu a efektivního výkonu předlohového vznětového čtyřválce je patrný z následujícího grafu.



Obr. 2 Průběh točivého momentu a výkonu předlohového čtyřválce

1.3 GEOMETRIE EXCENTRICKÉHO KLIKOVÉHO MECHANISMU



Obr. 3 Schéma excentrického klikového mechanismu



Pro názornou ukázkou změn v klikovém mechanismu vlivem excentricity bude v následujících vztazích počítáno s excentricitou o hodnotě 16 mm. Tato hodnota byla vybrána zcela záměrně, jak bude vysvětleno později.

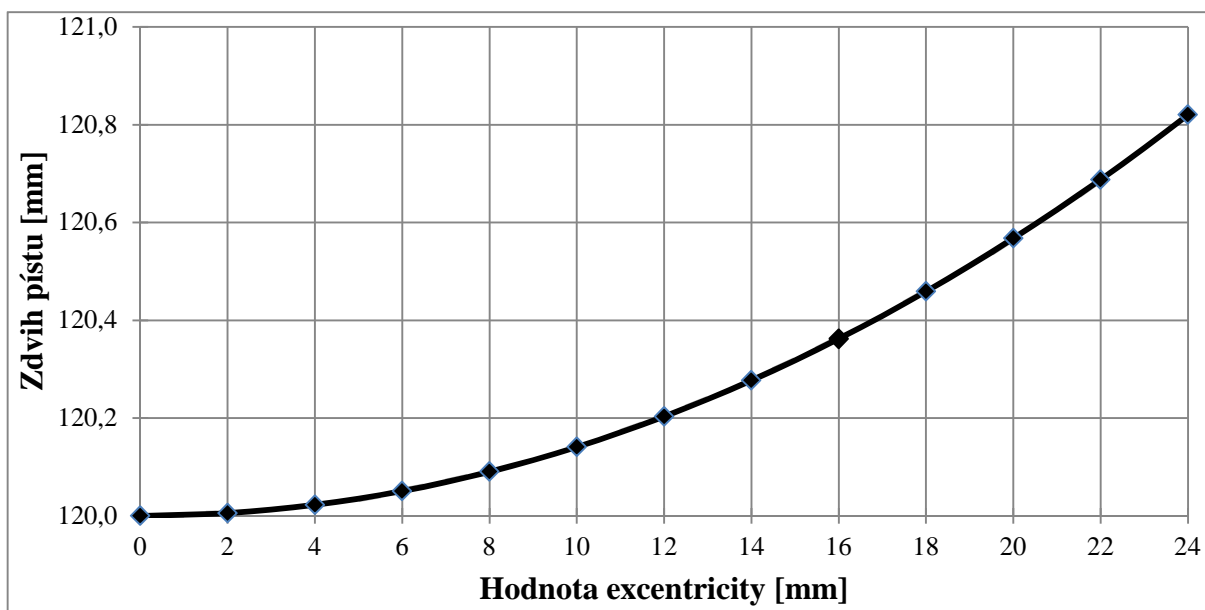
1.3.1 ZDVIH

Zdvih pístu je u excentrického klikového mechanismu vždy nepatrně větší, než u mechanismu centrického obdobných rozměrů. Narůstá se zvětšující se hodnotou excentricity. Platí pro něj následující vztah [5]:

$$Z = Z_{HÚ} - Z_{DÚ} = \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - \sqrt{(l-r)^2 - e^2} \quad [m], \quad (2)$$

kde $Z_{HÚ}$ je zdvih při horní úvrati [m], $Z_{DÚ}$ je zdvih při dolní úvrati [m], l je délka ojnice [m], r je poloměr kliky [m], e je excentricita [m].

Zdvih pro zvolenou excentricitu vyšel po zaokrouhlení přibližně 120,36 mm, oproti hodnotě zdvihu 120 mm centrického mechanismu. Závislost velikosti zdvihu pístu na hodnotě excentricity je patrná z následujícího grafu. Jedná se o nelineárně rostoucí průběh.



Obr. 4 Závislost zdvihu pístu na excentricitě

1.3.2 POLOHA KLIKY PŘI HORNÍ A DOLNÍ ÚVRATI

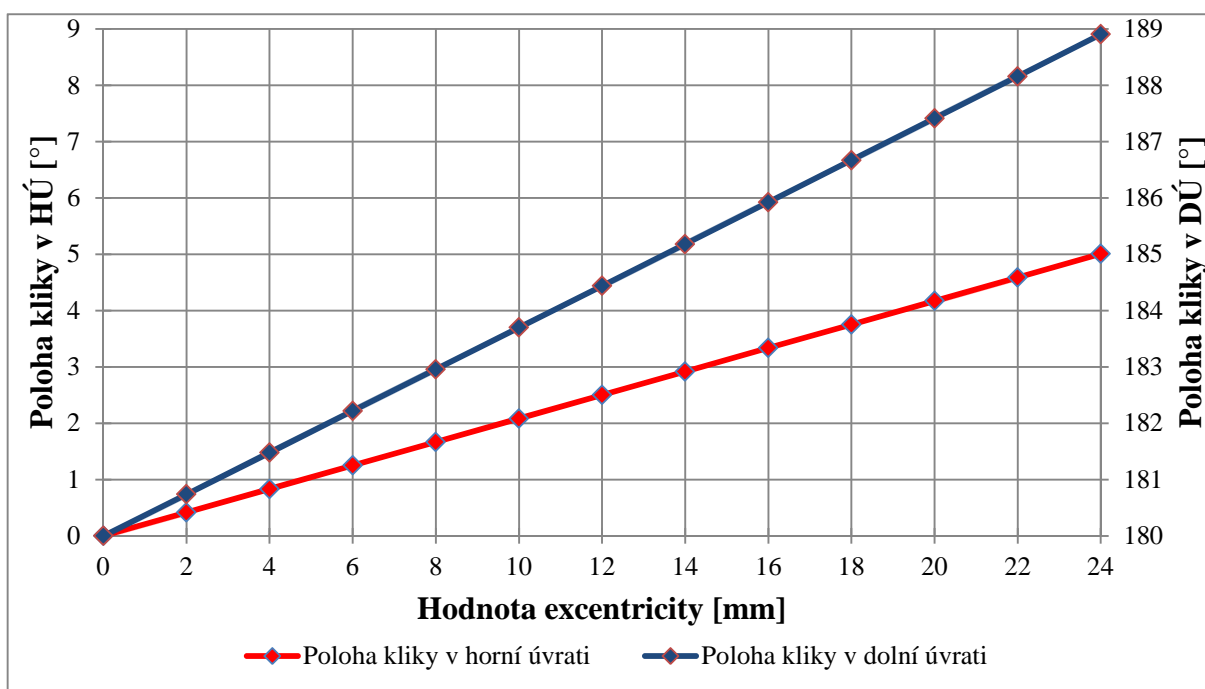
Horní úvrat' (HÚ) neodpovídá u excentrického klikového mechanismu úhlu $\alpha = 0^\circ$ jako u centrického, ale úhlu otočení klikového hřídele $\alpha_{HÚ}$. Obdobně dolní úvrat' (DÚ) není dosažena při $\alpha = 180^\circ$, ale při úhlu $\alpha_{DÚ}$. Pro úhly kliky v úvratích platí následující vztahy [5]:

$$\sin \alpha_{HÚ} = \frac{e}{l+r} \Rightarrow \alpha_{HÚ} = \arcsin\left(\frac{e}{l+r}\right) \quad [^\circ], \quad (3)$$



$$\sin \alpha_{H\dot{U}} = \frac{e}{l-r} + \pi \Rightarrow \alpha_{D\dot{U}} = \arcsin\left(\frac{e}{l-r}\right) + \pi \text{ [}^\circ\text{]}. \quad (4)$$

Pro zvolenou excentricitu je horní úvrať dosažena při hodnotě $3,34^\circ$ a dolní úvrať pak při hodnotě $185,93^\circ$. Závislost polohy kliky při HÚ a DÚ na hodnotě excentricity je patrná z následujícího grafu. Jedná se o lineárně rostoucí průběhy, přičemž průběh polohy kliky při DÚ roste strměji.



Obr. 5 Závislost polohy kliky při HÚ a DÚ na excentricitě

1.4 KINEMATIKA EXCENTRICKÉHO KLIKOVÉHO MECHANISMU

1.4.1 DRÁHA PÍSTU

Jedná se o vzdálenost mezi okamžitou polohou osy pístního čepu a její polohou při horní úvrati. Výsledný přibližný vztah pro dráhu pístu po úpravách [5]:

$$s \doteq \sqrt{(l+r)^2 - e^2} - r \cdot \left[\frac{1}{\lambda} + \cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha - \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos 2\alpha) \right] [m], \quad (5)$$

kde λ je ojnicní poměr [-], λ_e je excentrický poměr [-], α úhel natočení klikového hřídele [°].

Pro ojnicní poměr platí:

$$\lambda = \frac{r}{l} [-]. \quad (6)$$



Hodnota ojnicního poměru se obvykle pohybuje v rozmezí 0,2 až 0,3. U tohoto motoru vyšel přibližně 0,279.

Důležitým vztahem u excentrického klikového mechanismu je excentrický poměr, který je definován následovně:

$$\lambda_e = \frac{e}{l} [-]. \quad (7)$$

Hodnota excentrického poměru se obvykle pohybuje v rozmezí 0,01 až 0,1. Pro zvolenou excentricitu pak vyšel přibližně 0,074.

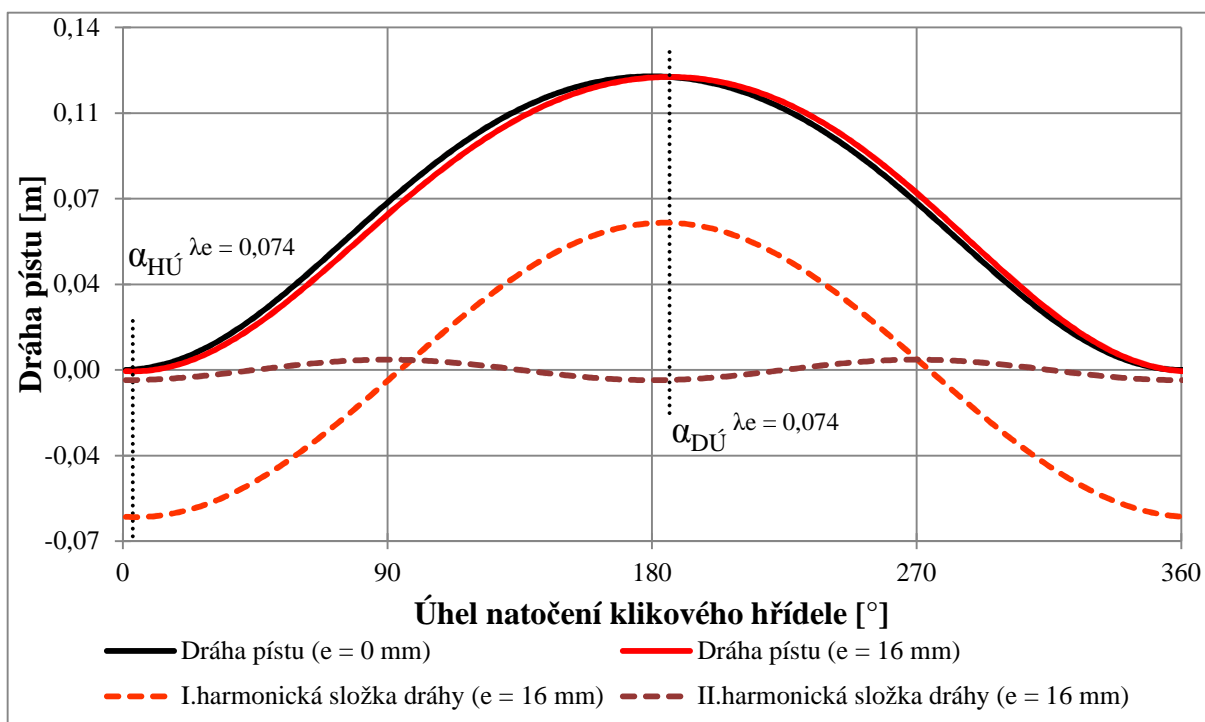
HARMONICKÉ SLOŽKY DRÁHY

Díky dostatečné přesnosti lze počítat pouze s první a druhou harmonickou složkou, vyšší řády tedy budou opomenuty. Pro první dvě harmonické složky dráhy platí následující vztahy:

$$s_1 = -r \cdot \cos \alpha - r \cdot \lambda_e \cdot \sin \alpha [m], \quad (8)$$

$$s_2 = \frac{-r \cdot \lambda}{4} \cdot \cos 2\alpha [m]. \quad (9)$$

VÝSLEDNÉ PRŮBĚHY DRÁHY PÍSTU



Obr. 6 Průběhy dráhy pístu



1.4.2 RYCHLOST PÍSTU

Při jedné otáčce klikového hřídele se rychlost pístu mění z nuly v horní úvrati na maximum a klesá opět na nulu v dolní úvrati. Následně dosahuje záporných hodnot až na maximum a klesá na nulu v horní úvrati. [2]

Vztah pro rychlost pístu se získá derivací rovnice dráhy (5) podle času. Poté přibližně platí [5]:

$$v \doteq r \cdot \omega \cdot \left(\sin \alpha - \lambda_e \cdot \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2\alpha \right) [m \cdot s^{-1}]. \quad (10)$$

HARMONICKÉ SLOŽKY RYCHLOSTI

První a druhá harmonická složka rychlosti má tvar:

$$v_1 = r \cdot \omega \cdot (\sin \alpha - \lambda_e \cdot \cos \alpha) [m \cdot s^{-1}], \quad (11)$$

$$v_2 = r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2\alpha [m \cdot s^{-1}]. \quad (12)$$

STŘEDNÍ PÍSTOVÁ RYCHLOST

Střední pístová rychlost je dána vztahem [5]:

$$c_s = 2 \cdot Z \cdot n [m \cdot s^{-1}]. \quad (13)$$

Jelikož je střední pístová rychlost závislá na zdvihu, je u excentrického klikového mechanismu nepatrně větší, než u rozměrově stejného centrického klikového mechanismu. Přitom je rozdílná v obou zdvizích během jedné otáčky motoru. Platí vztahy[5]:

$$|c_{s,celk.}^{\lambda_e \neq 0}| > |c_{s,celk.}^{\lambda_e = 0}|, \quad (14)$$

$$|c_s^{\lambda_e \neq 0} \ominus| > |c_s^{\lambda_e \neq 0} \oplus|, \quad (15)$$

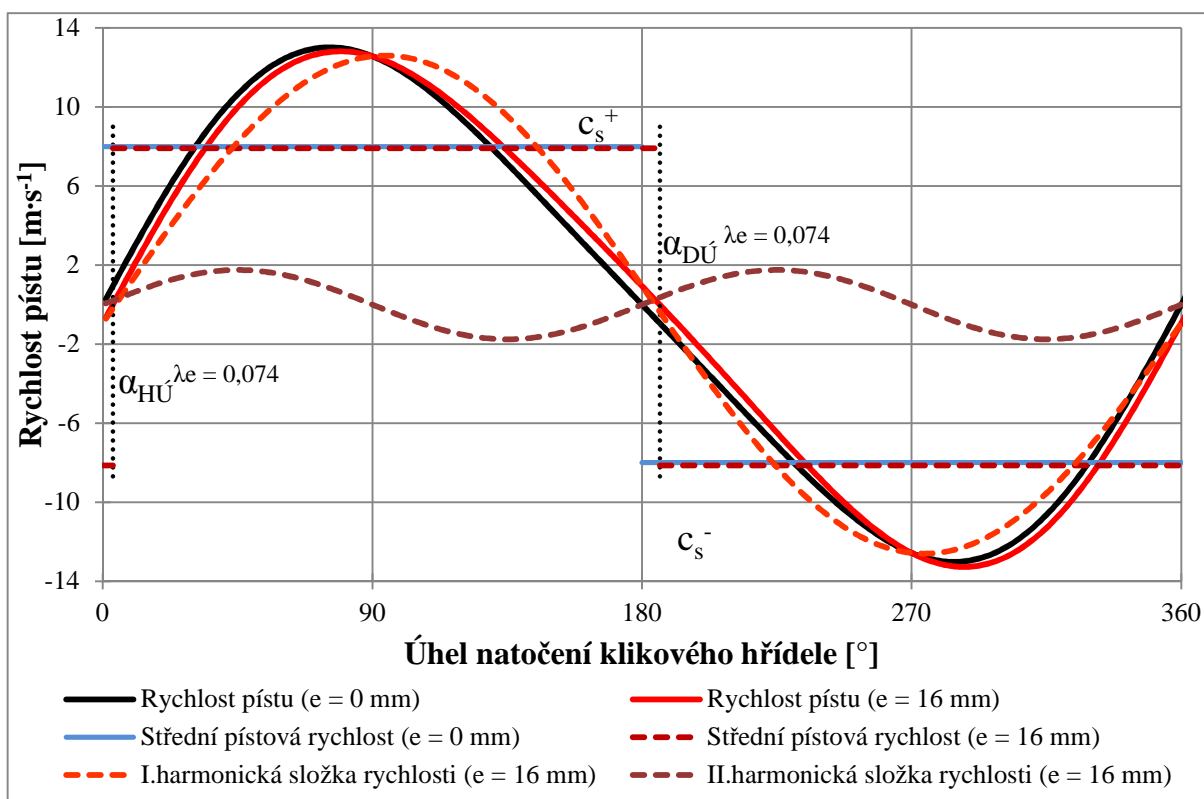
kde $c_{s,celk.}^{\lambda_e \neq 0}$ je celková střední pístová rychlost excentrického mechanismu [$m \cdot s^{-1}$], $c_{s,celk.}^{\lambda_e = 0}$ je celková střední pístová rychlost centrického mechanismu [$m \cdot s^{-1}$], $c_s^{\lambda_e \neq 0} \ominus$ je střední pístová rychlost v dolním zdvihu excentrického mechanismu [$m \cdot s^{-1}$], $c_s^{\lambda_e \neq 0} \oplus$ je střední pístová rychlost v horním zdvihu excentrického mechanismu [$m \cdot s^{-1}$].

Dnešní čtyřdobé vznětové motory dosahují střední pístové rychlosti 7,5 až 12 $m \cdot s^{-1}$. Některé motory však dosahují hodnot i přes 14 $m \cdot s^{-1}$. [1]

U tohoto motoru vyšla celková střední pístová rychlost pro zvolenou excentricitu přibližně 8,024 $m \cdot s^{-1}$. V horním zdvihu 7,91 $m \cdot s^{-1}$ a v dolním pak 8,14 $m \cdot s^{-1}$.



VÝSLEDNÉ PRŮBĚHY RYCHLOSTI PÍSTU



Obr. 7 Průběhy rychlosti pístu

1.4.3 ZRYCHLENÍ PÍSTU

Vztah pro zrychlení pístu se získá druhou derivací rovnice dráhy (5) podle času. Poté přibližně platí [5]:

$$a \doteq r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha + \lambda \cdot \cos 2\alpha) [m \cdot s^{-2}]. \quad (16)$$

HARMONICKÉ SLOŽKY ZRYCHLENÍ

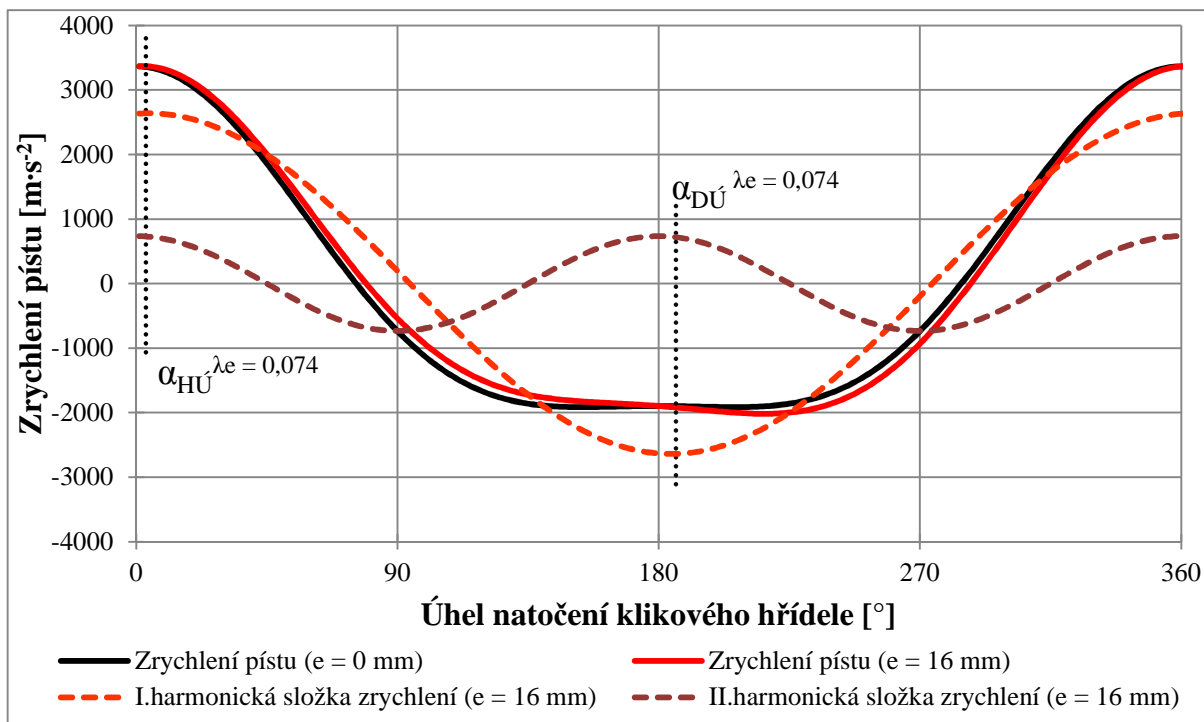
První a druhá harmonická složka zrychlení má tvar:

$$a_1 = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) [m \cdot s^{-2}], \quad (17)$$

$$a_2 = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha [m \cdot s^{-2}]. \quad (18)$$



VÝSLEDNÉ PRŮBĚHY ZRYCHLENÍ PÍSTU



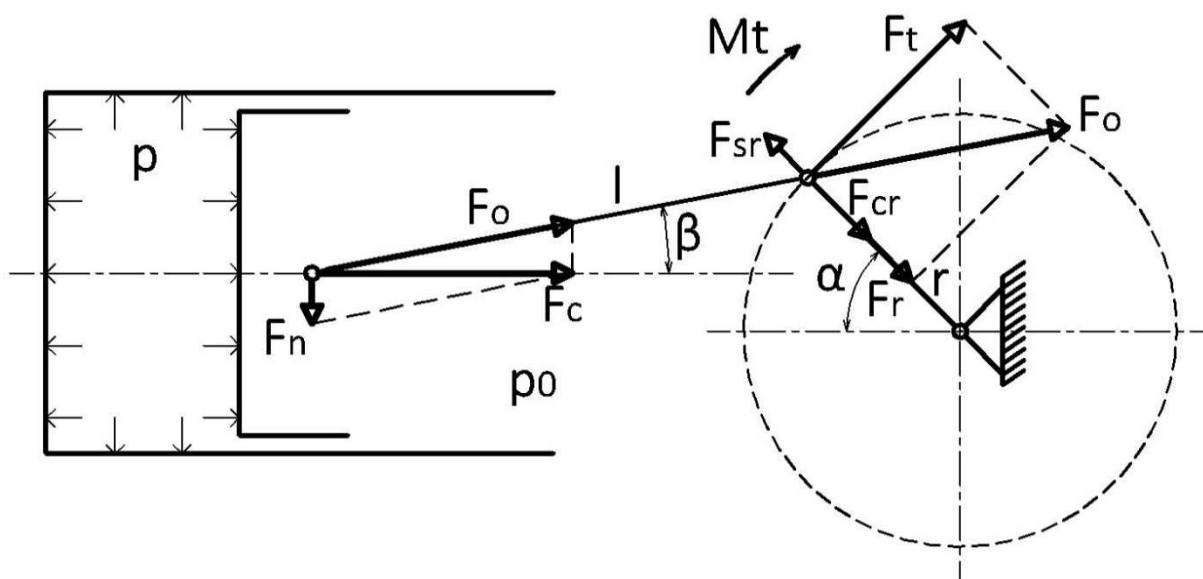
Obr. 8 Průběhy zrychlení pístu



2 SÍLY V KLIKOVÉM MECHANISMU

V klikovém mechanismu pístového spalovacího motoru působí síly od tlaku plynů (primární, vnitřní síly), vzniklé spalováním paliva ve válci a setrvačné síly (sekundární, vnější síly), vzniklé pohybem hmotností jednotlivých částí klikového mechanismu. Tyto síly jsou významné pro pevnostní výpočty konstrukčních částí motoru. Jsou periodickými funkcemi úhlu natočení klikového hřídele. V motoru ovšem také působí další síly. Třecí síly a síly, které vznikají kmitáním torzním, ohybovým a prostorovým. [2]

Schéma působení sil v excentrickém klikovém mechanismu je patrný z následujícího obrázku.

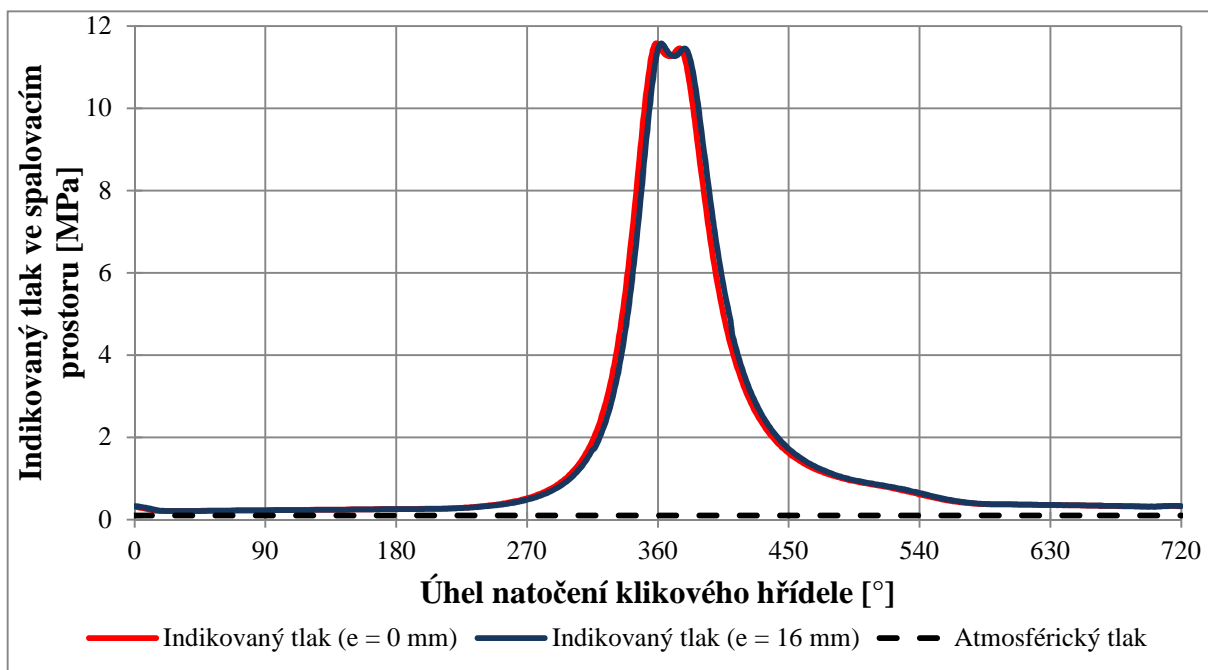


Obr. 9 Síly působící v klikovém mechanismu

INDIKÁTOROVÝ DIAGRAM

Jedná se o diagram znázorňující indikovaný tlak ve spalovacím prostoru jednoho válce v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele motoru. Je možné jej stanovit experimentálně nebo využít výpočty pro teoretický oběh motoru. [4]

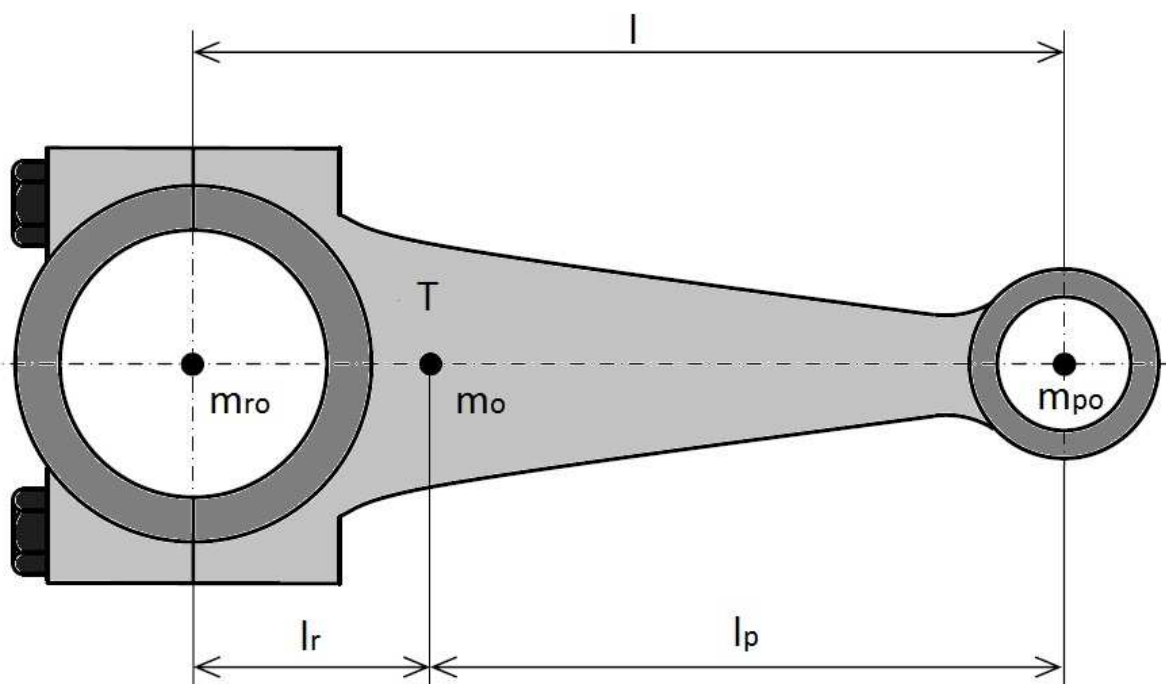
Z obdržených hodnot indikovaných tlaků centrického mechanismu čtyřválcového vznětového motoru v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele bylo třeba tyto tlaky pomocí programu k tomu určenému posunout tak, aby odpovídaly excentrickému. Červeně je v následujícím obrázku znázorněn průběh tlaku pro centrický mechanismus, modře pak průběh posunutého tlaku pro excentrický mechanismus. Přerušovaná čára znázorňuje atmosférický tlak. Uvedené tlaky jsou zobrazeny pro jmenovité otáčky motoru, tedy pro hodnotu $2\,000\text{ min}^{-1}$.



Obr. 10 Průběh indikovaného tlaku ve válci

REDUKCE HMOT OJNICE DO DVOU HMOTNÝCH BODŮ

Hmotu ojnice z důvodu složitosti jejího pohybu rozdělujeme na podíl hmotnosti posuvné m_{po} , který je soustředěn do pístního čepu a podíl hmotnosti rotující m_{ro} , který je soustředěn do ojnicního čepu.



Obr. 11 Redukce hmotností ojnice [6], upraveno



Při redukci hmotnosti do dvou hmotných bodů musí platit následující podmínky. Součet hmotností redukované soustavy musí být shodný s původní hmotností ojnice. Musí být zachována poloha těžiště a moment setrvačnosti hmotných bodů i nahrazované ojnice vzhledem k těžišti. Toto rozdělení hmotností je důležité pro zjednodušení následujících výpočtů a platí následující vztahy [6]:

$$m_{po} = m_o \cdot \frac{l_r}{l} \quad [kg], \quad (19)$$

$$m_{ro} = m_o \cdot \frac{l_p}{l} \quad [kg], \quad (20)$$

kde m_o je celková hmotnost ojnice [kg], l_p je vzdálenost od těžiště ojnice k bodu posuvné hmotnosti ojnice [m], l_r je vzdálenost od těžiště ojnice k bodu rotující hmotnosti ojnice [m].

HMOTNOSTI POSUVNÝCH A ROTAČNÍCH ČÁSTÍ

Hmotnosti posuvných částí m_p a hmotnosti rotujících částí m_r jsou dány vztahy:

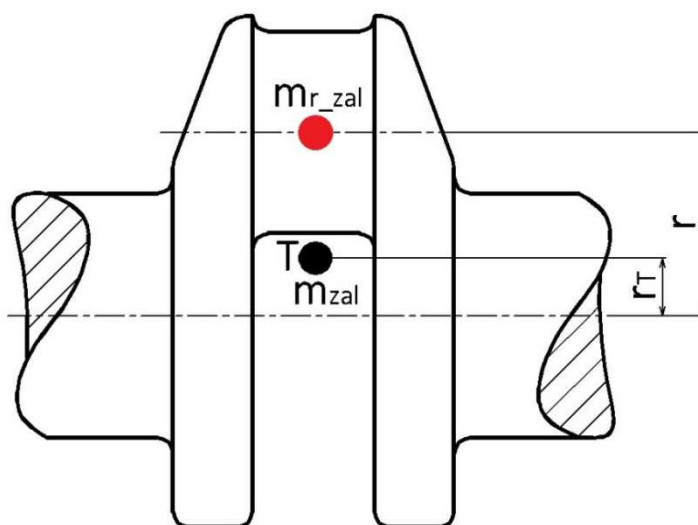
$$m_p = m_{psk} + m_{po} \quad [kg], \quad (21)$$

$$m_r = m_{ro} + m_{r_zal} \quad [kg], \quad (22)$$

kde m_{psk} je hmotnost pístní skupiny [kg], m_{r_zal} je redukovaná hmotnost zalomení klikového hřídele, pro kterou platí [6]:

$$m_{r_zal} = m_{zal} \cdot \frac{r_T}{r} \quad [kg], \quad (23)$$

kde m_{zal} je hmotnost zalomení [kg], r_T je vzdálenost od osy klikového hřídele k těžišti zalomení [m].



Obr. 12 Redukce hmot zalomení



2.1 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA PÍST

Na píst spalovacího motoru působí síly od tlaku plynů a setrvačné síly posuvných částí.

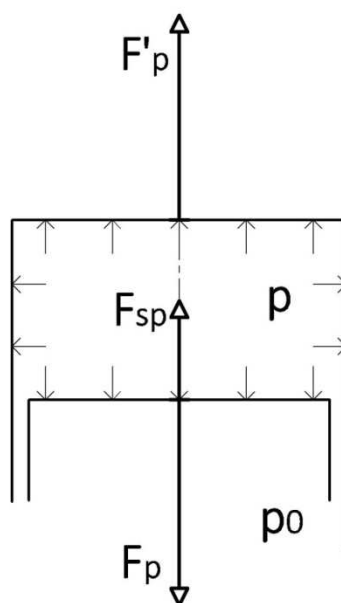
2.1.1 SÍLY OD TLAKU PLYNŮ

Tlak plynů vznikající spalování paliva ve válci působí na hlavu, stěny válce a dno pístu. Tím jsou vyvolány výsledné síly F_p a F'_p ležící v ose válce se stejnou velikostí pouze opačného směru působení. Pro síly od tlaku plynů platí [6]:

$$F_p = -F'_p = S_p \cdot (p - p_0) = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (p - p_0) \text{ [N]}, \quad (24)$$

kde S_p je čelní plocha pístu [m^2], p je tlak ve spalovacím prostoru [Pa], p_0 je tlak v klikové skříni [Pa] (předpokládáme konstantní velikost o hodnotě atmosférického tlaku) a D je vrtání [m].

Síla na píst F_p je přenášena klikovým ústrojím na pevné části motoru, které zatěžuje. Není celá přenášena na jeho uložení, na něj se přenáší jen její normálová složka vyvolávající klopný moment. Tato síla je pouze funkcí tlaku, který je rozdílný v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele. [4]



Obr. 13 Síly působící na píst [4], upraveno

2.1.2 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Velikost setrvačných sil posuvných částí je dána následujícím vztahem [6]:

$$F_{sp} = -m_p \cdot a = -m_p \cdot r \cdot \omega^2 (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha + \lambda \cdot \cos 2\alpha) \text{ [N]}. \quad (25)$$



Setrvačné síly působí proti silám od tlaku plynů, proto se v rovnici vyskytuje záporné znaménko.

Stejně jako normálová složka síly od tlaku plynů se setrvačná síla posuvných částí přenáší na uložení motoru, avšak není eliminována v pevných částech motoru a přenáší se ve své plné velikosti. Tato síla vyvolává i moment v uložení motoru. [4]

HARMONICKÉ SLOŽKY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Rovnice setrvačných sil posuvných částí I. a II. řádu mají následující tvar:

$$F_{spI} = -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) [N], \quad (26)$$

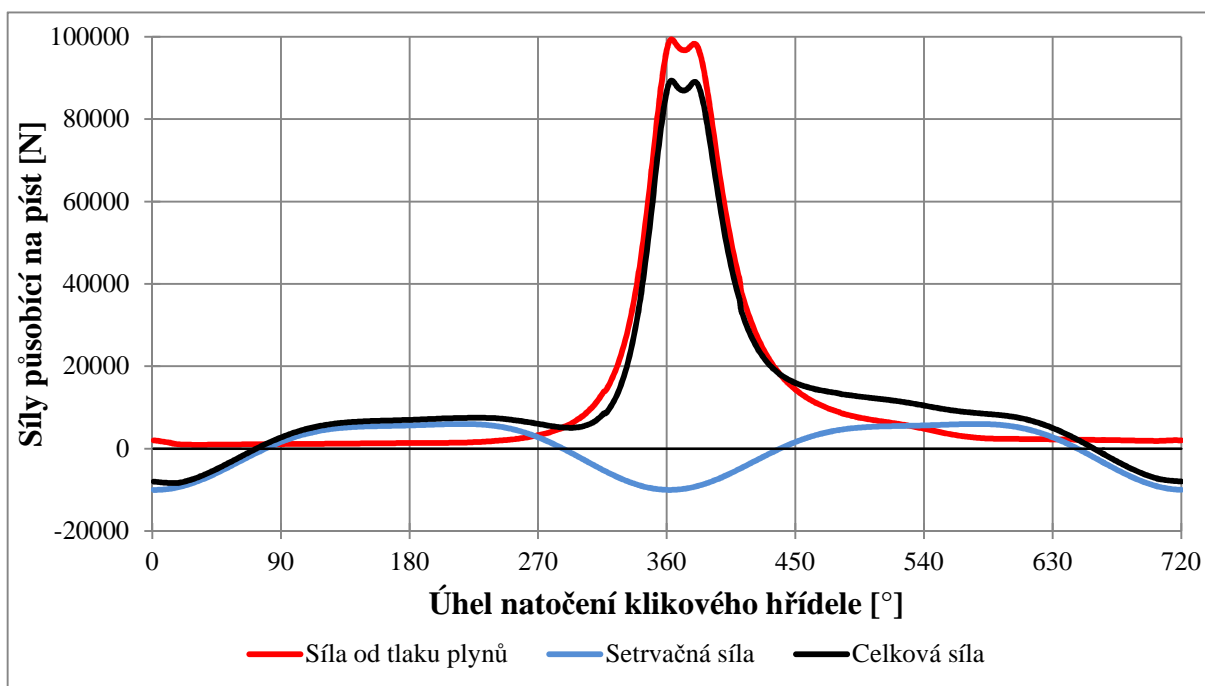
$$F_{spII} = -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos 2\alpha [N]. \quad (27)$$

2.1.3 CELKOVÁ SÍLA

Celková síla působící na píst je dána součtem síly od tlaku plynů a setrvačné síly posuvných částí [6]:

$$F_c = F_p + F_{sp} [N]. \quad (28)$$

Průběh těchto sil v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele je patrný z následujícího grafu, kde je černou barvou zobrazena výsledná celková síla působící na píst.



Obr. 14 Průběhy sil působících na píst



2.2 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA PÍSTNÍ ČEP

Celková síla vzniklá působením síly od tlaku plynů a setrvačné síly posuvných částí na píst se v pístním čepu rozkládá na dvě složky sil. Jedná se o normálovou sílu, která je kolmá na osu válce. Druhou je ojnicí síla, která má působení ve směru ojnice.

2.2.1 NORMÁLOVÁ SÍLA

Pro normálovou sílu působící kolmo na osu válce platí následující vztah [6]:

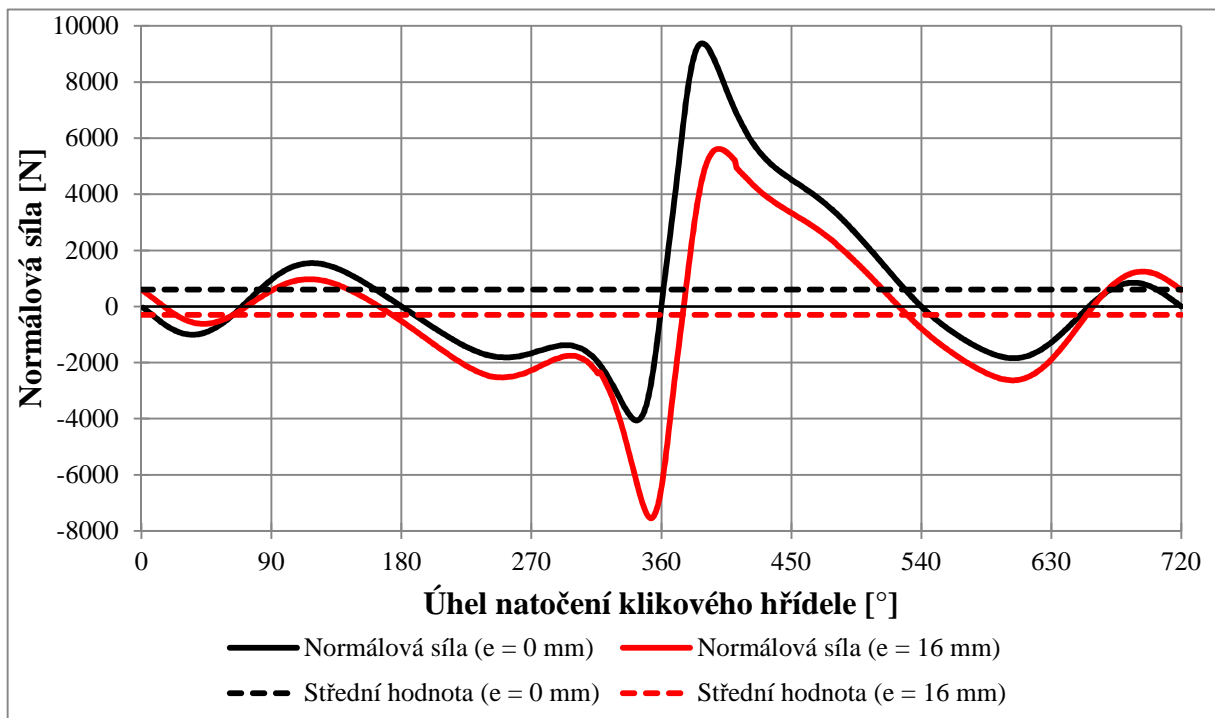
$$F_n = F_c \cdot \tan \beta \quad [N], \quad (29)$$

kde β je odklon ojnice, který je pro excentrický klikový mechanismus dán vztahem [6]:

$$\beta = \arcsin(\lambda \cdot \sin \alpha - \lambda_e) \quad [^\circ]. \quad (30)$$

Normálová síla není nijak využita, pouze způsobuje vznik klopného momentu.

Průběh normálové síly v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele centrického a excentrického klikového mechanismu zobrazuje následující graf. Patrný je pokles maximální hodnoty, nárůst minimální hodnoty a pokles střední hodnoty normálové síly pro excentrický mechanismus.



Obr. 15 Průběhy normálové síly centrického a excentrického mechanismu



2.2.2 OJNIČNÍ SÍLA

Pro ojniční sílu, působící ve směru ojnice platí následující vztah [6]:

$$F_o = \frac{F_c}{\cos \beta} \text{ [N]}. \quad (31)$$

2.3 VLIV EXCENTRICITY NA ZTRÁTOVÝ VÝKON

Jednou z možností pro hodnocení úspor ve spalovacím motoru je výpočet pomocí ztrátového výkonu. Díky němu lze jasně vidět, kolik výkonu se ušetří a není tedy zbytečně mařeno.

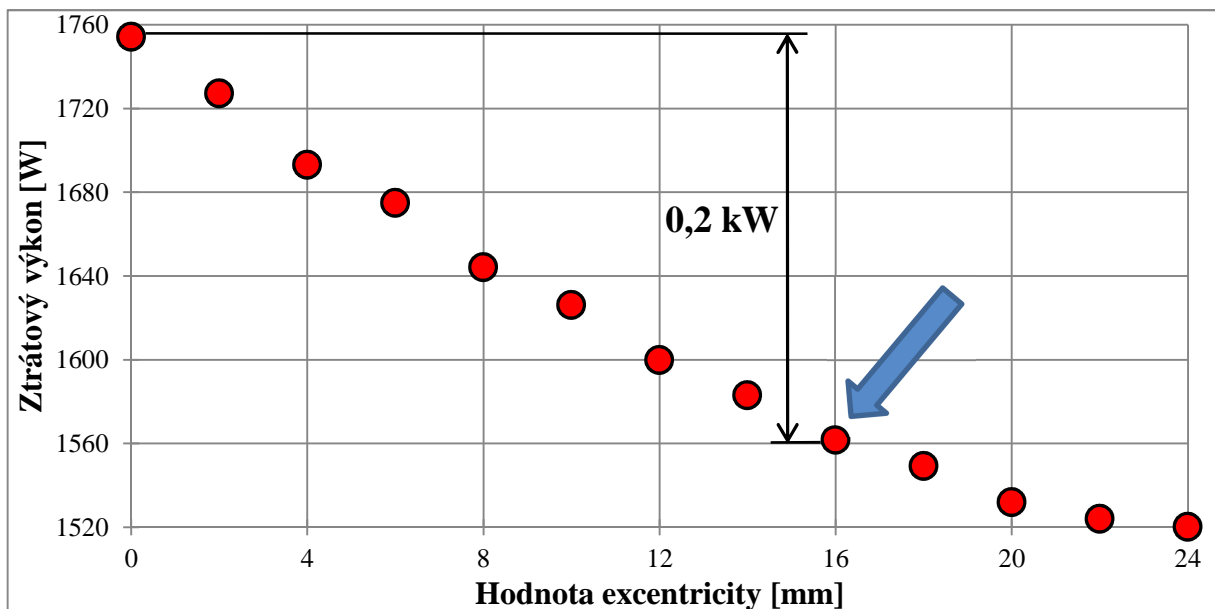
Velikost ztrátového výkonu mezi pístem a vložkou válce je dán vztahem:

$$P_z = F_n \cdot v \cdot f \text{ [W]}, \quad (32)$$

kde v je rychlost pístu [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$], f je koeficient tření [-].

Pro účel objektivního výpočtu ztrátového výkonu byl po domluvě s vedoucím práce koeficient tření zvolen na hodnotu 0,05.

Z následujícího grafu je patrná klesající tendence ztrátového výkonu se vzrůstající hodnotou excentricity. Jak bylo na začátku práce uvedeno, excentricita byla zvolena na hodnotu 16 mm. To z důvodu, že po této hodnotě už pokles ztrátového výkonu není tak značný. Rozdíl ztrátového výkonu mezi centrickým a excentrickým mechanismem s vyosením 16 mm činí pro dvouválcový vznětový motor přibližně 200 W.



Obr. 16 Závislost ztrátového výkonu na excentricitě dvouválce



2.4 SÍLY PŮSOBÍCÍ NA OJNIČNÍ ČEP

Ojniční síla přenášená ojnicí se v ojničném čepu rozkládá na dvě složky sil. Jedná se o sílu tangenciální a sílu radiální. Tangenciální síla působí na rameno kliky v kolmém směru, a má za následek vznik točivého momentu motoru. Radiální síla působí do středu kliky, a tím namáhá jeho hlavní ložiska. [6]

2.4.1 TANGENCIÁLNÍ SÍLA

Velikost tangenciální, tečné síly, je dána následujícím vztahem [6]:

$$F_t = F_o \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad [N]. \quad (33)$$

2.4.2 RADIÁLNÍ SÍLA

Velikost radiální síly je dána následujícím vztahem [6]:

$$F_r = F_o \cdot \cos(\alpha + \beta) \quad [N]. \quad (34)$$

2.4.3 SETRVAČNÁ SÍLA ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Setrvačná síla rotujících částí není závislá na úhlu natočení klikového hřídele, při předpokladu konstantní úhlové rychlosti je její velikost také konstantní [6]:

$$F_{sr} = -m_r \cdot r \cdot \omega^2 \quad [N]. \quad (35)$$

2.4.4 CELKOVÁ RADIÁLNÍ SÍLA

Celková radiální síla je součtem síly radiální a setrvačné síly rotujících částí [6]:

$$F_{cr} = F_r + F_{sr} \quad [N]. \quad (36)$$

2.5 TOČIVÝ A KLOPNÝ MOMENT

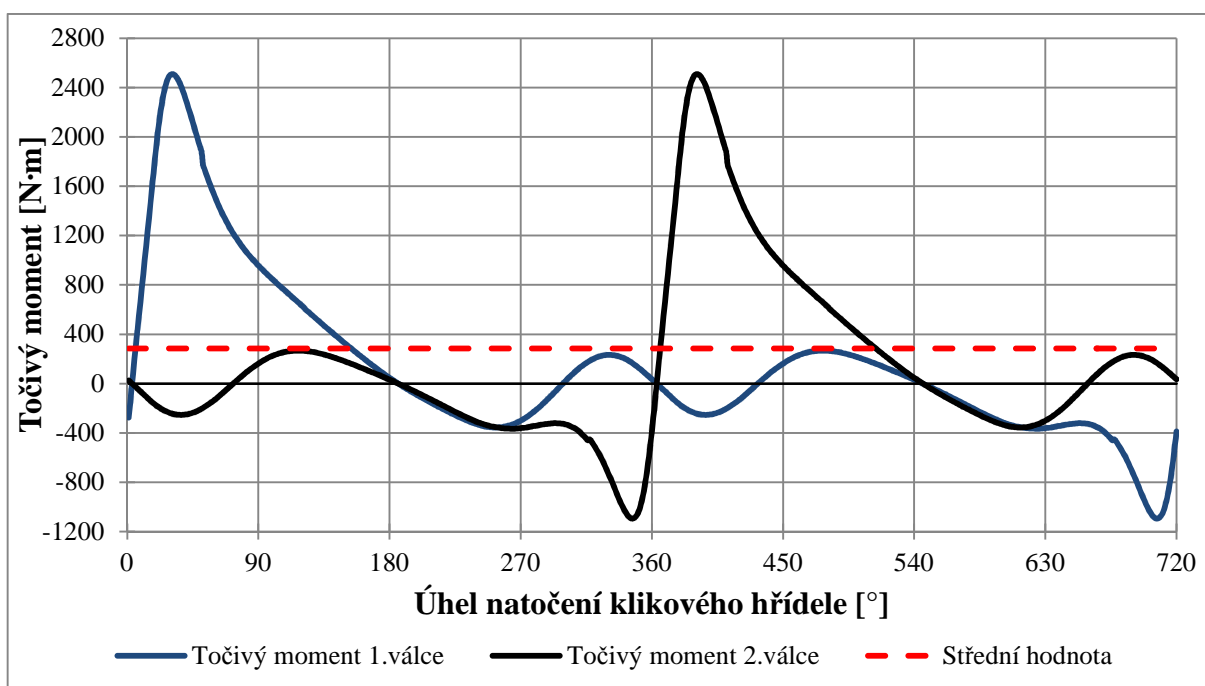
Točivý moment se vypočítá ze vztahu [6]:

$$M_t = F_t \cdot r \quad [N \cdot m]. \quad (37)$$

Točivý moment má stejný průběh jako tangenciální síla. Je totiž jejím součinem s poloměrem kliky. V následujícím grafu je znázorněn průběh točivých momentů v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele od obou válců pro klikový hřídel uspořádaný tak, že zážehy



následují pravidelně po sobě. Čerchovaně červenou barvou je v grafu znázorněna střední hodnota točivého momentu od obou válců motoru.



Obr. 17 Průběh točivého momentu

Klopný moment se vypočítá ze vztahu [6]:

$$M_{kl} = F_n \cdot b \text{ [N} \cdot \text{m]}, \quad (38)$$

kde b je vzdálenost od osy pístního čepu a osy klikového hřídele, je dána vztahem [6]:

$$b = r \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \text{ [m]}. \quad (39)$$

Klopný moment je velikostně shodný s točivým momentem na klikovém hřídeli, jeho působení je však opačné a proto je k němu momentem reakčním. Snahou klopného momentu je překlopení motoru okolo osy kliky, proto je nutné jej zachytávat v uložení motoru. [2]



3 VYVÁŽENÍ KLIKOVÉHO ÚSTROJÍ

Význam vyvážení klikových ústrojí roste s vývojem moderních pístových spalovacích motorů, které jsou schopny dosahovat vysokých otáček a výkonů. Setrvačné síly a momenty, které vznikají pohybem klikového ústrojí, vlivem výrobních nepřesností, nestejnomyšerností materiálu a nesouměrnosti deformace během provozu, jsou přenášeny na uložení motoru nebo zatěžují jeho součásti. Nevyvážené síly a jejich nepříznivé účinky jsou eliminovány dvojným způsobem. První spočívá ve vhodném řešení konstrukce klikového ústrojí, druhé pak zahrnuje provozní vyvažování již vyrobených součástí na strojích k tomu určených. Výsledkem obou variant vyvážení klikového ústrojí by měl být klidný chod motoru a eliminace nepříjemných vibračních a chvění. Vibrace by mohly vyvolávat hluk a zkracovat dobu životnosti a správné funkce jednotlivých komponent motoru. [1]

Vyvážení klikového ústrojí znamená úplné nebo částečné odstranění nežádoucích účinků setrvačných sil a jejich momentů. Pokud přirozené vyvážení vhodným konstrukčním uspořádáním klikového ústrojí nestačí, připojují se k němu vyvažovací hmoty (vývažky). Vývažky působí proti účinkům setrvačných sil a momentů. Vyvažující hmoty však zvyšují hmotnost motoru a snižují kritické otáčky torzního kmitání klikového hřídele. [2]

3.1 MOŽNÉ USPOŘÁDÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE ŘADOVÉHO DVOUVÁLCOVÉHO MOTORU

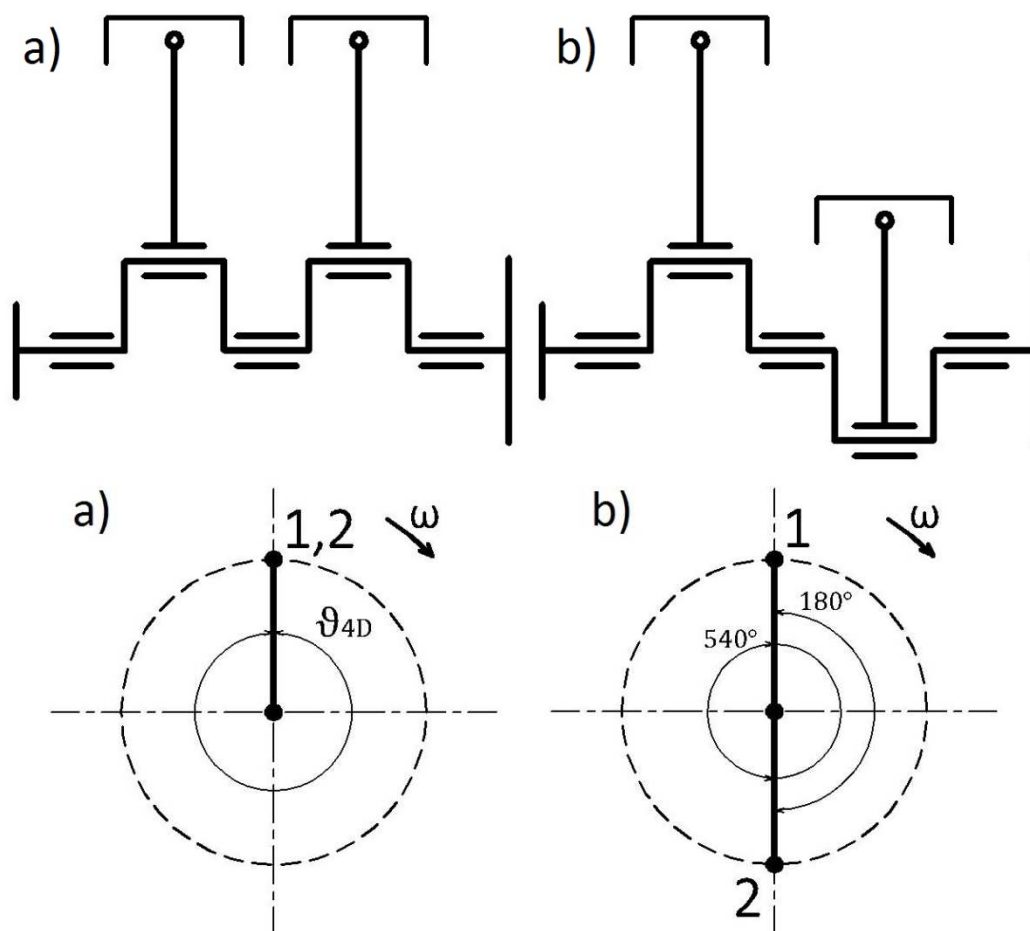
Uspořádání klikového hřídele, tedy vzájemné natočení jednotlivých zalomení kliky vůči sobě, je u řadových víceválcových motorů důležité pro vyvážení setrvačných sil a momentů rotujících a posuvných částí. Dále také pro dosažení co nejrovnomyšernějšího chodu motoru, díky opakujícím se zážehům ve válcích v pravidelných intervalech. U čtyřdobých motorů se zážehy v jednom válci opakují po 720° , proto se v těchto dvou otáčkách kliky musí uskutečnit zážehy u všech válců. Někdy si však požadavek na vyvážení setrvačných sil a momentů odporuje s požadavkem na rovnoměrný chod motoru, pak je nutné zvážit, co je pro konkrétní motor důležitější. Rovnoměrnější namáhání hlavních ložisek kliky je zajištěno po sobě následujícími zážehy mezi nejvzdálenějšími válci. Takto zvolené pořadí zážehů však může způsobovat torzní kmitání kliky, zejména u delších hřídelů víceválcových motorů. [2]

Klikový hřídel čtyřdobého řadového dvouválcového motoru může být uspořádán s požadavkem na pravidelné rozestupy zážehů po 360° natočení kliky. V tomto případě dosahují oba písty horní úvratě ve stejném okamžiku, ale jsou v jiné pracovní fázi. Další možné uspořádání kliky je s nepravidelnými rozestupy zážehů, které po sobě následují po 180° a 540° natočení kliky. Písty se pak nachází vždy v opačné úvratě. Schéma těchto odlišných uspořádání klikových hřídelů zobrazují následující obrázky.

Pravidelné rozestupy zážehů čtyřdobého řadového dvouválcového motoru [7]:

$$\vartheta_{4D} = \frac{720}{i_v} = \frac{720}{2} = 360 \text{ [}^\circ\text{]}, \quad (40)$$

kde i_v je počet válců motoru [-].



Obr. 18 Schéma uspořádání kliky a) pravidelné rozestupy mezi zážehy, b) nepravidelné rozestupy mezi zážehy

3.2 VYVÁŽENÍ SETRVAČNÝCH SIL A MOMENTŮ ROTUJÍCÍCH A POSUVNÝCH ČÁSTÍ

V tomto rozboru vyvážení setrvačných sil a momentů rotujících a posuvných částí čtyřdobého řadového dvouválcového motoru budou popsány obě varianty uspořádání klikového hřídele. Jednak s pravidelnými rozestupy mezi zážehy po 360° , tak i se zážehy nepravidelně se opakujícími po 180° resp. 540° natočení klikového hřídele.

Zjednodušující předpoklady pro následující analýzu vyvážení obou variant uspořádání [2]:

- přesné dodržení tvaru a rozměrů jednotlivých částí klikového mechanismu u všech válců,
- stejnojmenné hmotnosti jednotlivých částí klikového mechanismu všech válců jsou shodné,
- absolutně tuhý nedeformovatelný klikový mechanismus,
- opomenutí vlivu tření a gravitačního zrychlení,
- totožná těžištní rovina motoru s těžištní rovinou úseku klikového hřídele mezi hlavními ložisky na kraji.

3.3 ROZBOR VYVÁŽENÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE S PRAVIDELNÝMI ROZESTUPY ZÁŽEHŮ

3.3.1 SETRVAČNÉ SÍLY ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

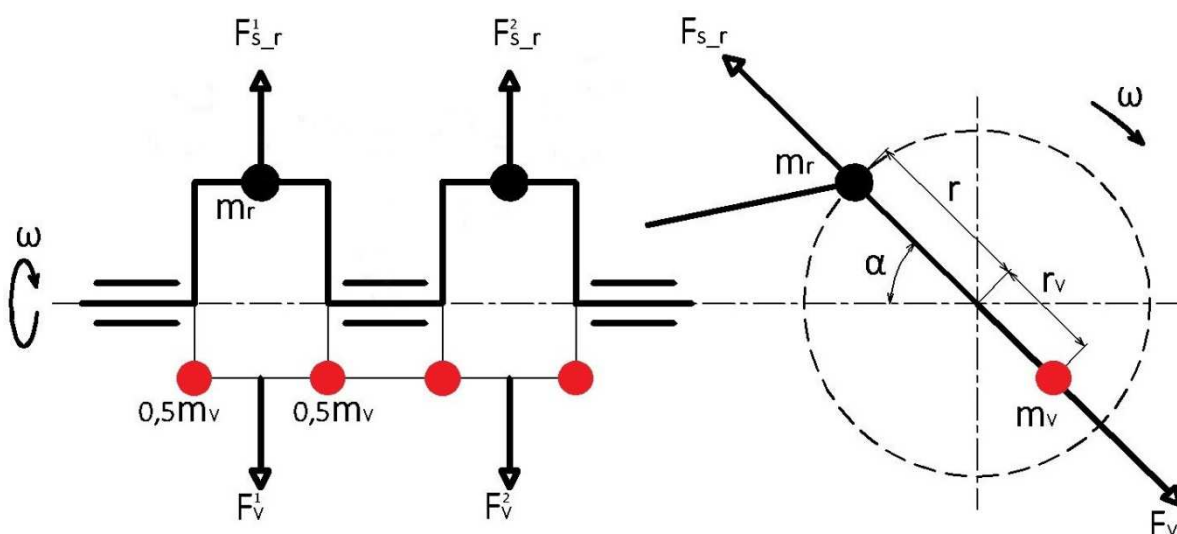
Setrvačná síla rotujících částí není závislá na úhlu natočení klikového hřídele. Její velikost je tedy konstantní při předpokladu stálé úhlové rychlosti kliky během otáčky. Působí stále v rovině, která je kolmá na osu otáčení. Její vertikální složka působí ve směru osy válce a její účinek se sčítá s účinkem setrvačných sil posuvných hmot. Snahou horizontální složky je posunout motorem směrem kolmým k ose kliky střídavě na obě strany. Také s ním pootočít kolem osy jsou skrze těžiště rovnoběžně s osou hřídele. Setrvačná síla rotujících částí výrazně namáhá ložiska klikového hřídele a její vyvážení se upřednostňuje před vyvážení setrvačných sil posuvných částí.

U klikového hřídele uspořádaného s požadavkem na zážehy pravidelně se opakující je velikost setrvačných sil rotujících částí nenulová, síly nejsou přirozeně vyváženy. Setrvačnou sílu rotujících částí je možné zcela vyvážit protizávažím, které se upevňuje na obě prodloužená ramena kliky. Rozdělení protizávaží na obě ramena se provádí z důvodu zamezení vzniku přídatných podélných vnitřních momentů. Správnou volbou hmotností a vzdáleností vývažků od osy kliky se docílí vzniku odstředivé síly, která vyruší setrvačnou sílu rotujících částí. Působení a možné vyvážení setrvačných sil rotujících částí je zobrazeno v následujícím obrázku. [1] [3]

Celková velikost setrvačných sil rotujících částí dvouválce [7]:

$$F_{s,r} = F_{s,r}^1 + F_{s,r}^2 = m_r \cdot r \cdot \omega^2 + m_r \cdot r \cdot \omega^2 = 2 \cdot m_r \cdot r \cdot \omega^2 \text{ [N]}, \quad (41)$$

kde $F_{s,r}^1$, $F_{s,r}^2$ je setrvačná síla rotujících částí prvního, resp. druhého válce [N].



Obr. 19 Schéma působení a možný způsob vyvážení setrvačných sil rotujících částí [3] [7], upraveno



Silová rovnováha setrvačné síly rotujících částí a odstředivé síly vývažků [7]:

$$F_{s_r}^1 = F_v^1, \quad (42)$$

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2, \quad (43)$$

kde m_v je hmotnost vývažků [kg] a r_v je vzdálenost těžiště vývažků od osy klikového hřídele [m].

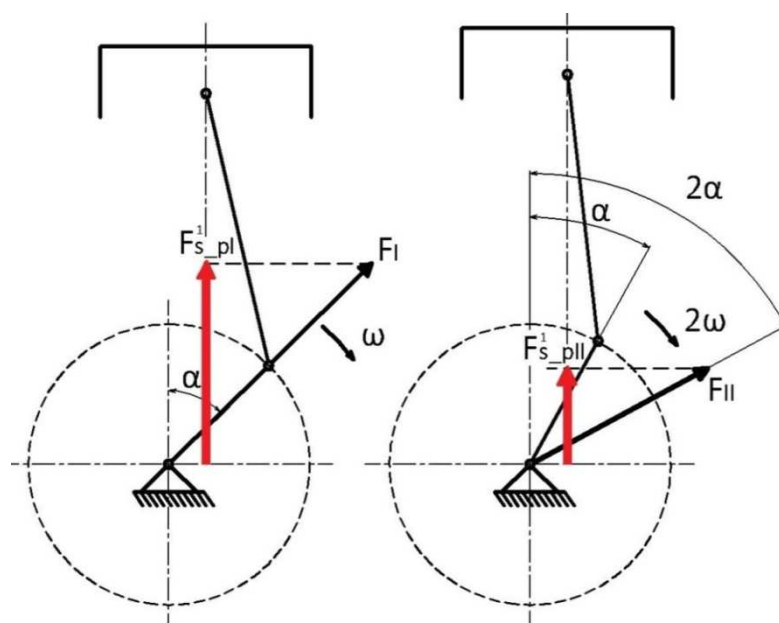
Pro hmotnost vývažků potom platí:

$$m_v = m_r \cdot \frac{r}{r_v} \text{ [kg]}. \quad (44)$$

3.3.2 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Setrvačná síla posuvných částí působí vždy ve směru osy válce, tedy kolmo na osu klikového hřídele. Má proměnlivou velikost a smysl působení závislé na natočení klikového hřídele. Je složena z jednotlivých řádů sil, které se liší svou amplitudou a také frekvencí (α , 2α , ...). Jednotlivé řády se nevyskytují samostatně, na sobě nezávisle. Při rozboru vyvážení se uvažují jednotlivé řády setrvačných sil samostatně, pouze však prvního a druhého řádu. Amplitudy vyšších řádů jsou již zanedbatelné.

Okamžitou velikost setrvačné síly posuvných částí I. řádu lze stanovit pomocí průmětu vektoru F_I do směru osy válce. Tento vektor má velikost $m_p \cdot r \cdot \omega^2$, působí ve směru příslušné kliky a rotuje úhlovou rychlostí ω . Podobný postup platí pro stanovení okamžité velikosti setrvačné síly posuvných částí II. řádu pouze s rozdílem, že velikost vektoru F_{II} je $\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2$ a rotuje dvojnásobnou úhlovou rychlostí 2ω , než klikový hřídel. [4]



Obr. 20 Setrvačné síly posuvných částí I. a II. řádu vyjádřené jako průmět rotujícího vektoru [4], upraveno



SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ PRVNÍHO ŘÁDU

U excentrického klikového mechanismu se setrvačná síla posuvných částí I. řádu liší oproti stejné síle centrického mechanismu tím, že je složena z kosinové a sinové složky. U centrického mechanismu se sinová složka nevyskytuje.

Kosinová a sinová složka:

$$F_{s_pcos} = m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \quad [N], \quad (45)$$

$$F_{s_psin} = m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda_e \cdot \sin \alpha \quad [N]. \quad (46)$$

Velikost setrvačné síly posuvných částí I. řádu prvního válce:

$$F_{s_pI}^1 = F_{s_pcos} + F_{s_psin} \quad [N]. \quad (47)$$

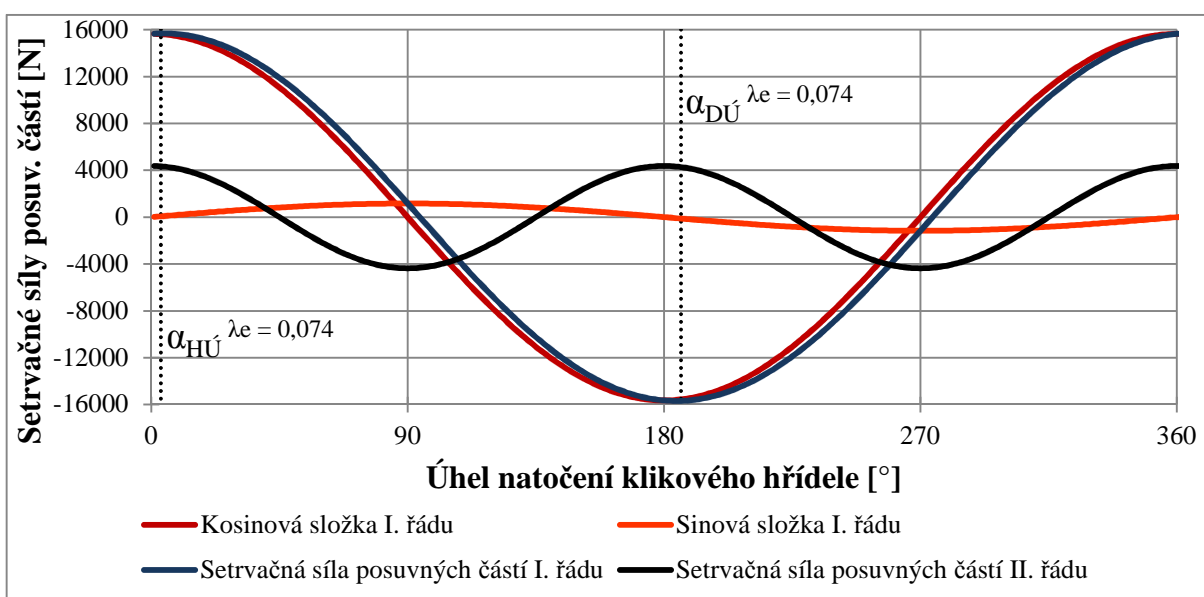
Celková velikost setrvačných sil posuvných částí I. řádu dvouválce je nenulová, síly nejsou přirozeně vyváženy, platí [7]:

$$F_{s_pI} = F_{s_pI}^1 + F_{s_pI}^2 = 2 \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) \quad [N]. \quad (48)$$

SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ DRUHÉHO ŘÁDU

Celková velikost setrvačných sil posuvných částí II. řádu dvouválce je nenulová, síly nejsou přirozeně vyváženy, platí [7]:

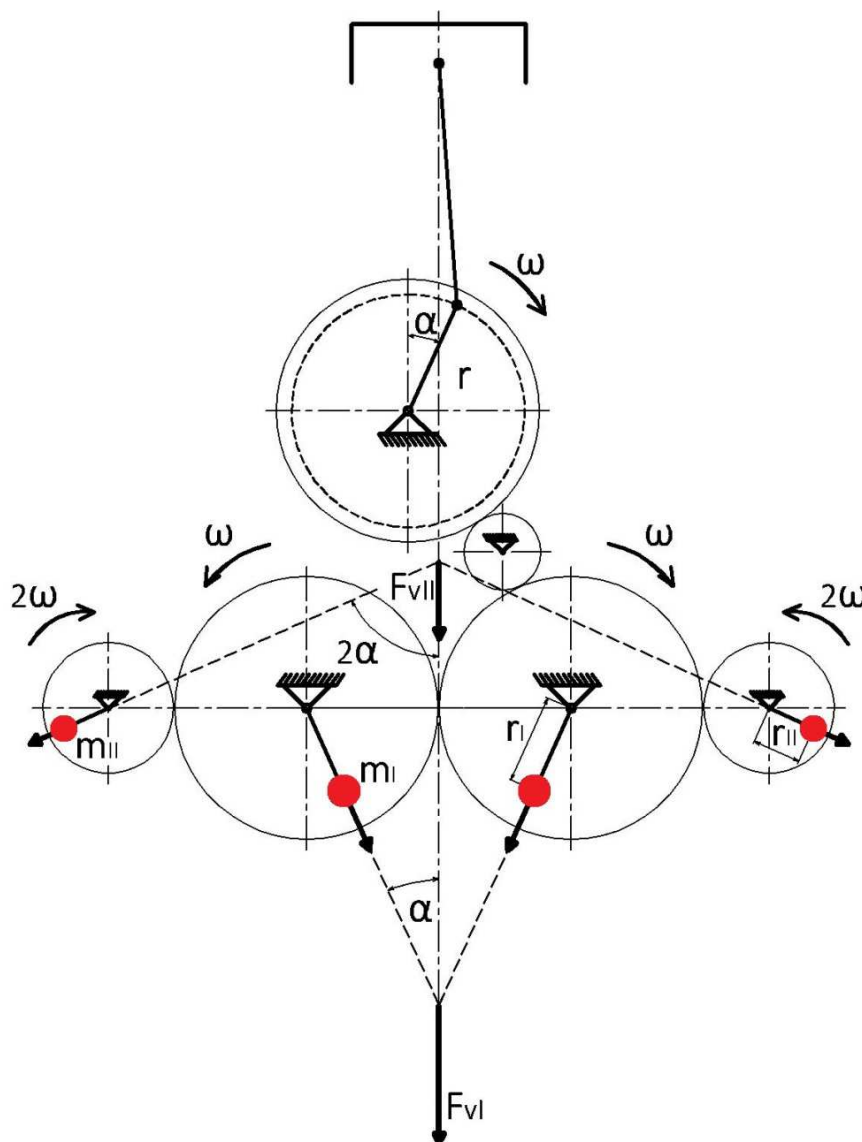
$$F_{s_pII} = F_{s_pII}^1 + F_{s_pII}^2 = \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha + \\ + \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha = 2 \cdot \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \quad [N]. \quad (49)$$



Obr. 21 Průběh setrvačných sil posuvných částí dvouválce



Možností pro úplné vyvážení setrvačných sil posuvných částí I. a II. řádu je použití čtyř protiběžných vyvažovacích hřídelů, které však značně zvyšují hmotnost a cenu motoru. Pro částečné vyvážení setrvačných sil posuvných částí I. řádu postačují vývažky na klikovém hřídeli nebo současné použití i jednoho protiběžného vyvažovacího hřídele. [7]



Obr. 22 Schéma úplného vyvážení setrvačných sil posuvných částí [7], upraveno

Pro parametry vyvažovacích jednotek setrvačných sil posuvných částí I. a II. řádu platí:

$$m_I \cdot r_I = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot r, \quad (50)$$

$$m_{II} \cdot r_{II} = \frac{1}{8} \cdot m_p \cdot r \cdot \lambda, \quad (51)$$

kde m_I je hmotnost vývažků vyvažovacího hřídele I. řádu [kg], r_I je vzdálenost těžiště vývažků od osy vyvažovacího hřídele I. řádu [m], m_{II} je hmotnost vývažků vyvažovacího hřídele II. řádu [kg] a r_{II} je vzdálenost těžiště vývažků od osy klikového hřídele II. řádu [m].



3.3.3 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

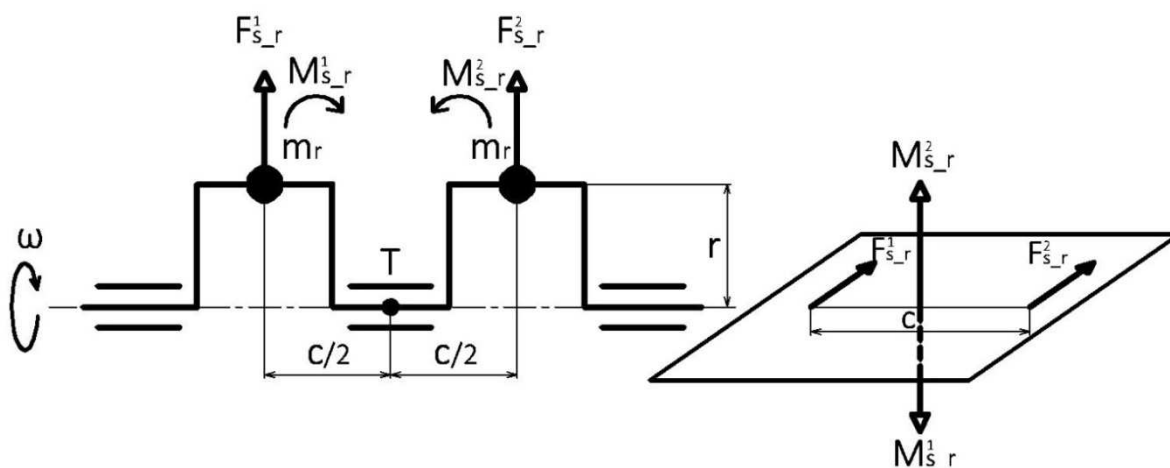
Setrvačné síly působící v jednotlivých válcích klikového mechanismu vyvolávají momenty. Jejich snahou je natočení motorem kolem těžiště. Jedná se o momenty setrvačných sil rotujících částí a momenty posuvných částí I. a II. řádu. Velikosti těchto momentů jsou součinem velikostí sil a jejich vzdáleností působení od těžištní roviny. Výsledná velikost se u dvouválcového motoru určí prostým vektorovým součtem momentů od obou válců.

Velikosti momentů setrvačných sil rotujících částí jsou při stálých otáčkách konstantní a rovina jejich působení rotuje společně s klikovým hřídelem. [4]

Momenty setrvačných sil rotujících částí k bodu T [7]:

$$M_{s_r} = M_{s_r}^1 + M_{s_r}^2 = -m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{c}{2} + m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{c}{2} = 0 \text{ [N} \cdot \text{m]}, \quad (52)$$

kde c je rozteč ojnicích čepů [m].



Obr. 23 Schéma působení setrvačných sil a momentů rotujících částí

Vektorový součet momentů setrvačných sil rotujících částí od obou válců je nulový, momenty jsou přirozeně vyváženy.

3.3.4 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ

MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ PRVNÍHO ŘÁDU

U excentrického klikového mechanismu jsou momenty setrvačných sil posuvných částí I. řádu opět složeny z kosinové a sinové složky, stejně jak tomu bylo u setrvačných sil posuvných částí I. řádu. Způsob úplného vyvážení je obdobný s vyvážením jejich sil, tedy použitím dvou protiběžných vyvažovacích hřídelů. Částečně lze tyto momenty eliminovat použitím jednoho protiběžného vyvažovacího hřídele společně s vývažky na klikovém hřídeli, nebo pouze samotnými vývažky na klikovém hřídeli.

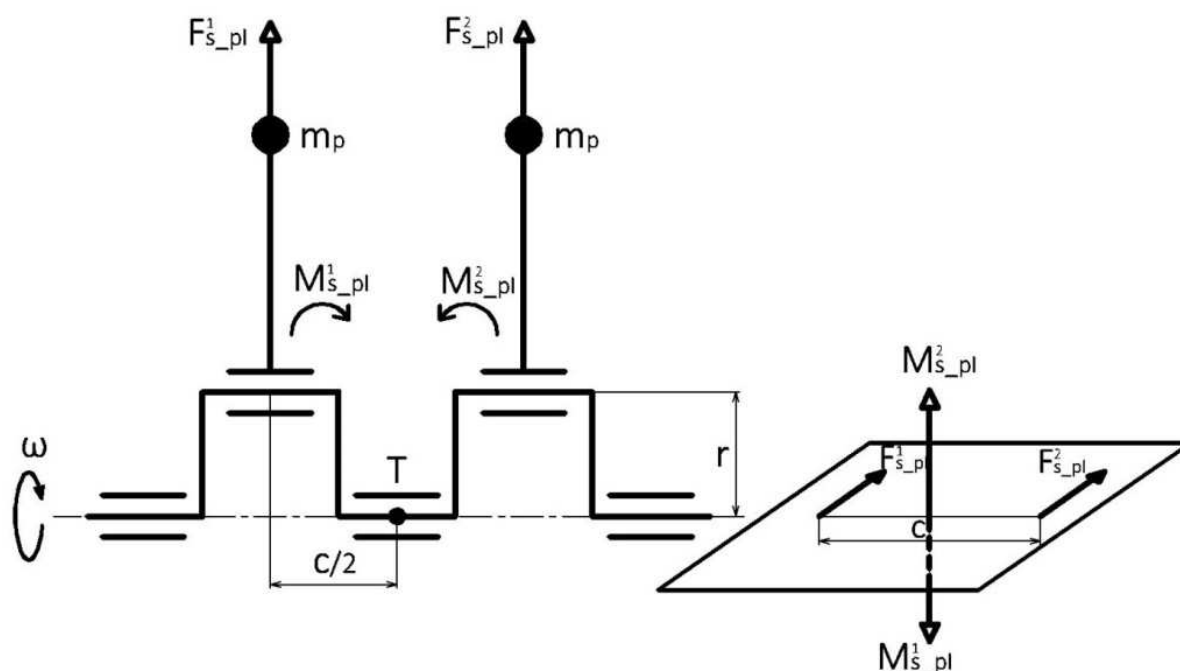
Velikost momentu setrvačných sil posuvných částí I. řádu prvního válce:



$$M_{s_pl}^1 = M_{s_p\cos} + M_{s_psin} = m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) \cdot \frac{c}{2} \quad [N]. \quad (53)$$

Momenty setrvačných sil posuvných částí I. řádu k bodu T [7]:

$$M_{s_pl} = M_{s_pl}^1 + M_{s_pl}^2 = -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) \cdot \frac{c}{2} + \\ + m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) \cdot \frac{c}{2} = 0 \quad [N \cdot m]. \quad (54)$$



Obr. 24 Schéma působení setrvačných sil a momentů posuvných částí I. řádu

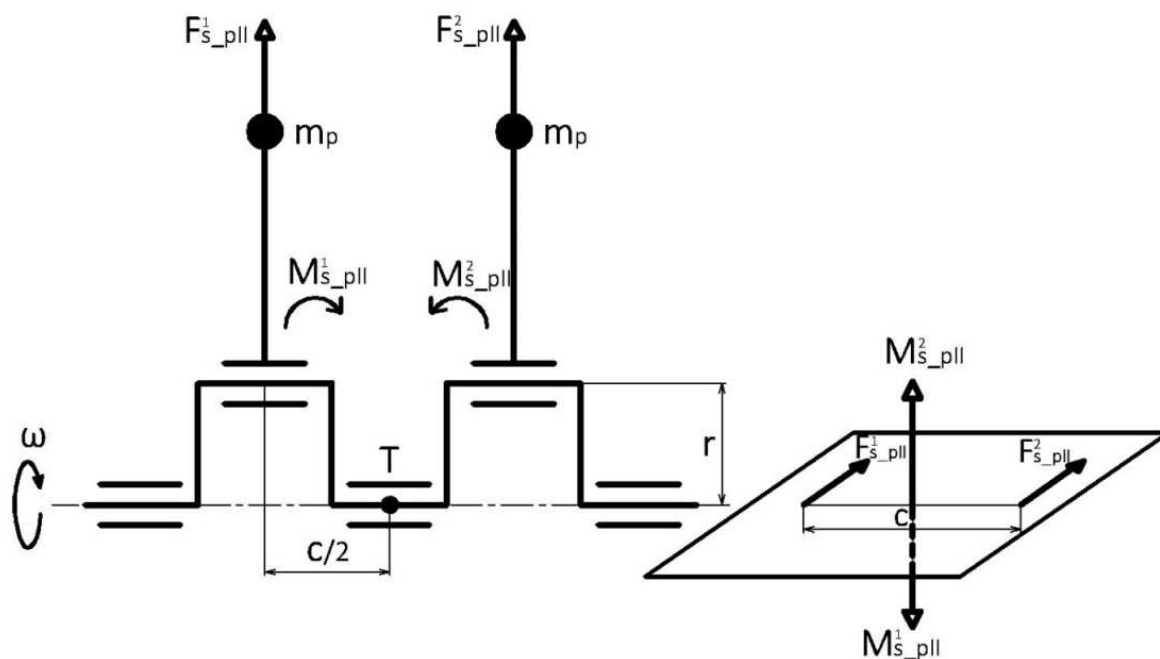
Vektorový součet momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu od obou válců je nulový, momenty jsou přirozeně vyváženy.

MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ DRUHÉHO ŘÁDU

Momenty setrvačných sil posuvných částí II. řádu k bodu T [7]:

$$M_{s_pII} = M_{s_pII}^1 + M_{s_pII}^2 = -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{c}{2} + \\ + \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{c}{2} = 0 \quad [N \cdot m]. \quad (55)$$

Vektorový součet momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu od obou válců je nulový, momenty jsou přirozeně vyváženy.



Obr. 25 Schéma působení setrvačných sil a momentů posuvných částí II. řádu

3.4 ROZBOR VYVÁŽENÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE S NEPRAVIDELNÝMI ROZESTUPY ZÁŽEHŮ

3.4.1 SETRVAČNÉ SÍLY ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Celková velikost setrvačných sil rotujících částí dvouválce [7]:

$$F_{s_r} = F_{s_r}^1 + F_{s_r}^2 = m_r \cdot r \cdot \omega^2 - m_r \cdot r \cdot \omega^2 = 0 \text{ [N]}. \quad (56)$$

Velikost setrvačných sil rotujících částí pro uspořádání kliky s nepravidelnými rozestupy zážehů je nulová, síly jsou přirozeně vyváženy.

3.4.2 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ

SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ PRVNÍHO ŘÁDU

Celková velikost setrvačných sil posuvných částí I. řádu dvouválce [7]:

$$F_{s_pl} = F_{s_pl}^1 + F_{s_pl}^2 = m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha) + \\ + m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot [\cos(\alpha + 180^\circ) + \lambda_e \cdot \sin(\alpha + 180^\circ)] = 0 \text{ [N]}. \quad (57)$$

Velikost setrvačných sil posuvných částí I. řádu je nulová, síly jsou přirozeně vyváženy.



SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ DRUHÉHO ŘÁDU

Celková velikost setrvačných sil posuvných částí II. řádu dvouválce [7]:

$$F_{s_{pII}} = F_{s_{pII}}^1 + F_{s_{pII}}^2 = \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha +$$

$$+ \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2(\alpha + 180^\circ) = 2 \cdot \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \text{ [N]}. \quad (58)$$

Velikost setrvačných sil posuvných částí II. řádu je nenulová, síly nejsou přirozeně vyváženy.

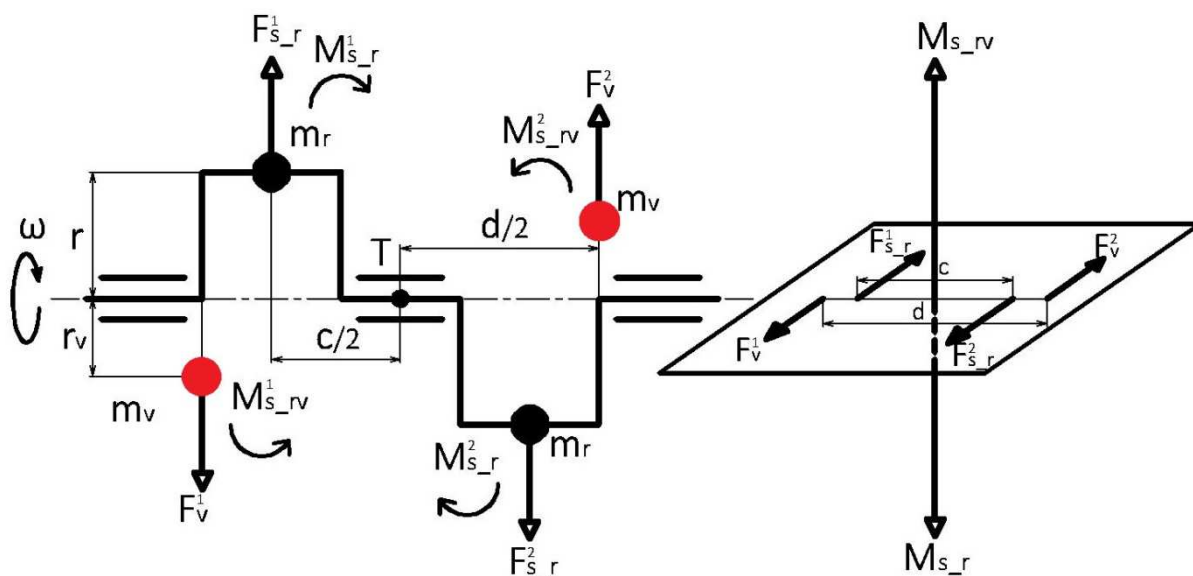
3.4.3 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Momenty setrvačných sil rotujících částí k bodu T [7]:

$$M_{s_r} = M_{s_r}^1 + M_{s_r}^2 = -m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{c}{2} - m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{c}{2} =$$

$$= -m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot c \text{ [N} \cdot \text{m]}. \quad (59)$$

Vektorový součet momentů setrvačných sil rotujících částí od obou válců je nenulový, momenty nejsou přirozeně vyváženy. Vyvážení setrvačných sil rotujících částí je možné realizovat momentově nebo silově. Silové vyvážení bylo ukázáno u vyvažování setrvačných sil rotujících částí u kliky s pravidelnými rozestupy zážehů.



Obr. 26 Schéma momentového vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí

Momentové vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí:

$$M_{s_r} + M_{s_{rv}} = 0, \quad (60)$$

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot c = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot d, \quad (61)$$



kde $M_{s_{rv}}$ je vyvažovací moment setrvačných sil rotujících částí [N·m] a d je vzdálenost mezi vývažky momentů [m].

Pro hmotnost vývažku potom platí:

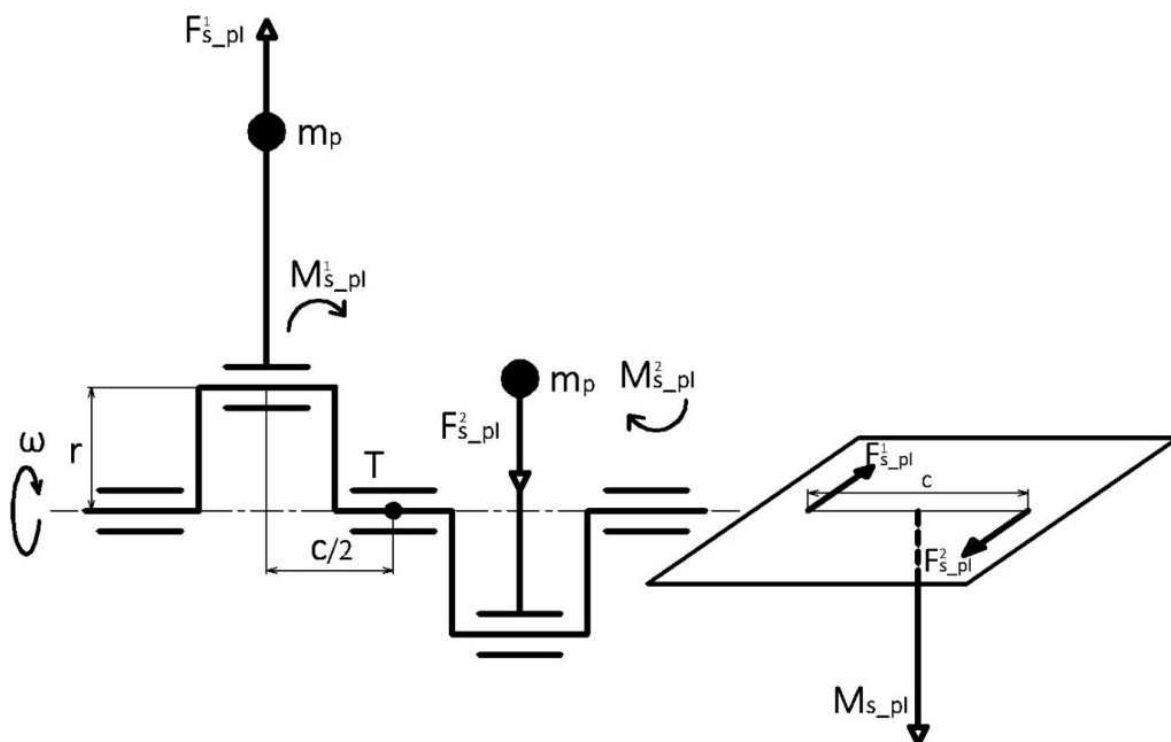
$$m_v = m_r \cdot \frac{r \cdot c}{r_v \cdot d} \quad [kg]. \quad (62)$$

3.4.4 MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ

MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ PRVNÍHO ŘÁDU

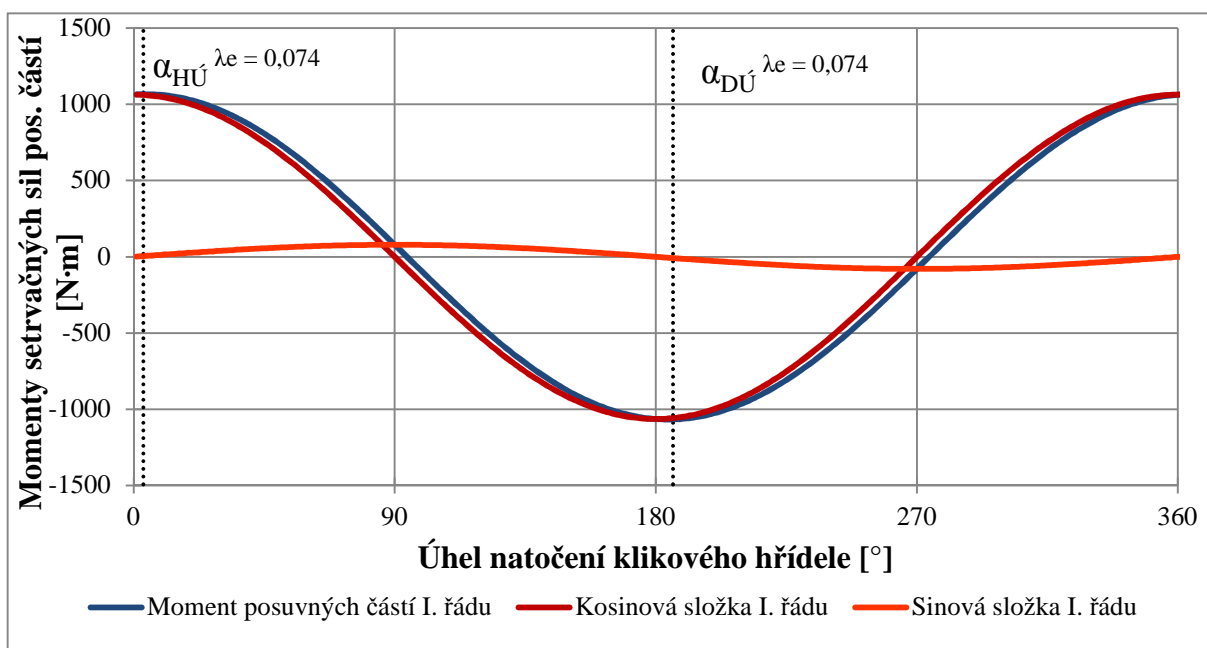
Momenty setrvačných sil posuvných částí I. řádu k bodu T [7]:

$$\begin{aligned} M_{s_{pl}} &= M_{s_{pl}}^1 + M_{s_{pl}}^2 = -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{c}{2} + m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 180^\circ) \cdot \frac{c}{2} = \\ &= -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \cdot c \quad [N \cdot m]. \end{aligned} \quad (63)$$



Obr. 27 Schéma působení setrvačných sil a momentů posuvných částí I. řádu

Vektorový součet momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu od obou válců je nenulový, momenty nejsou přirozeně vyváženy.



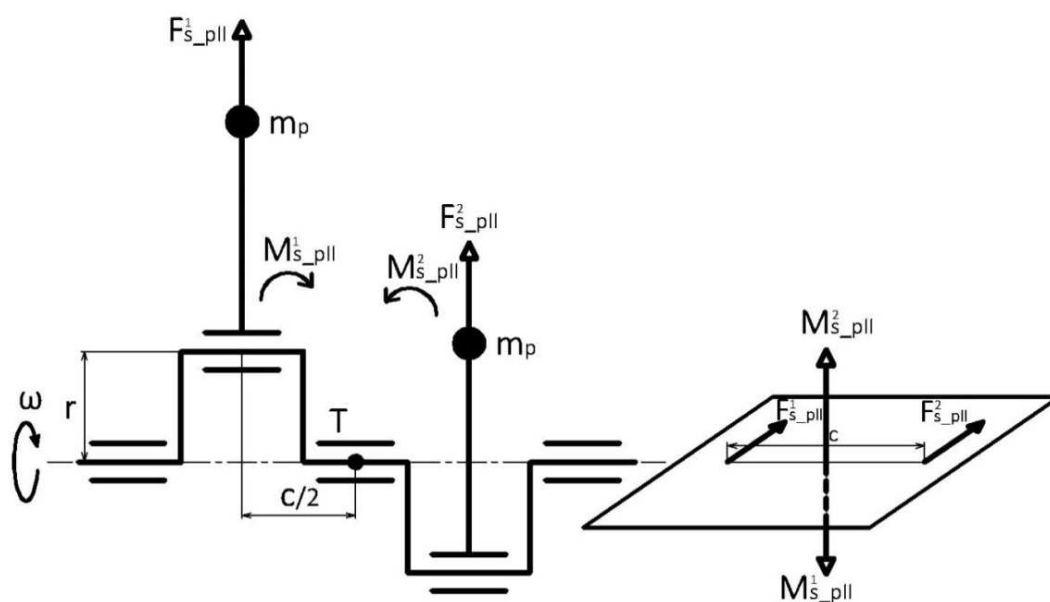
Obr. 28 Průběh momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu

MOMENTY SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ DRUHÉHO ŘÁDU

Momenty setrvačných sil posuvných částí II. řádu k bodu T [7]:

$$M_{s_pII} = M_{s_pII}^1 + M_{s_pII}^2 = -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{c}{2} +$$

$$+ \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2(\alpha + 180^\circ) \cdot \frac{c}{2} = 0 \text{ [N} \cdot \text{m]} . \quad (64)$$



Obr. 29 Schéma působení setrvačných sil a momentů posuvných částí II. řádu

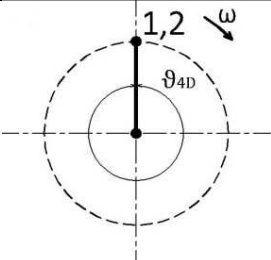
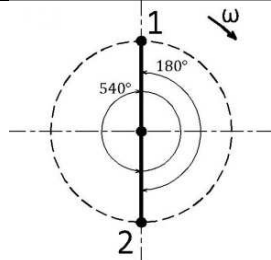


Vektorový součet momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu od obou válců je nulový, momenty jsou přirozeně vyvážené.

3.5 PŘEHLED VYVÁŽENÍ OBOU VARIANT KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Přehled vyvážení setrvačných sil a momentů rotujících a posuvných částí I. a II. řádu pro jednotlivé uspořádání klikového hřídele dvouválcového řadového motoru je patrný z následující tabulky. Hodnota 0 značí, že příslušné setrvačné síly nebo její momenty jsou nulové, tedy přirozeně vyvážené.

Tab. 2 Přehled vyvážení dvouválcového motoru

Uspořádání kliky		
F_{s_r}	$2 \cdot m_r \cdot r \cdot \omega^2$	0
$F_{s_{pI}}$	$2 \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos \alpha + \lambda_e \cdot \sin \alpha)$	0
$F_{s_{pII}}$	$2 \cdot \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha$	$2 \cdot \lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos 2\alpha$
M_{s_r}	0	$-m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot c$
$M_{s_{pI}}$	0	$-m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \cdot c$
$M_{s_{pII}}$	0	0



4 NÁVRH VYVÁŽENÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE DVOUVÁLCE

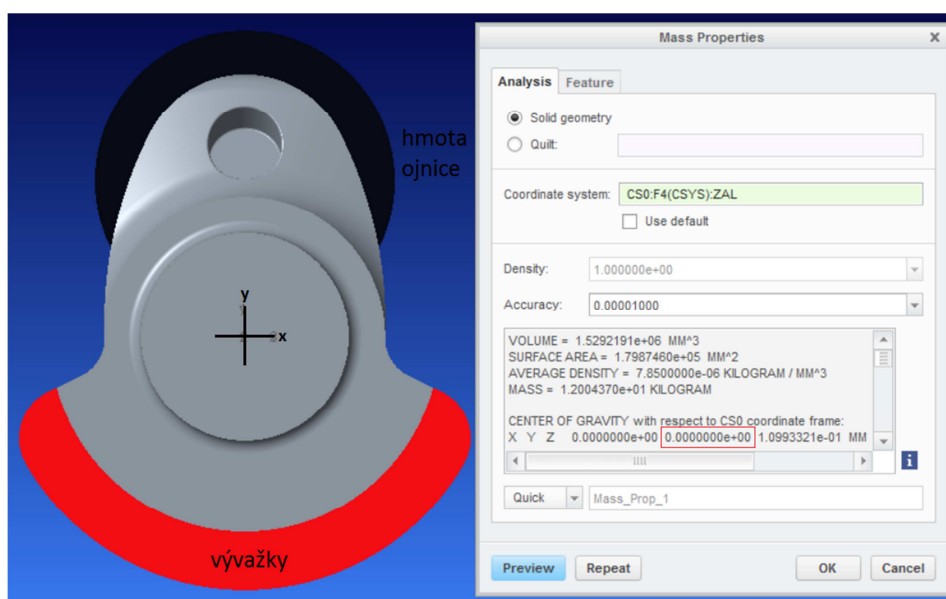
Pro návrh vyvážení bylo zvoleno uspořádání klikového hřídele s nepravidelnými rozestupy zážehů. Takto uspořádaný klikový hřídel se zalomeními vzájemně otočenými o 180° , jak bylo uvedeno v kapitole 3.4, má nevyvážené setrvačné síly posuvných částí II. řádu, momenty setrvačných sil rotujících částí a momenty setrvačných sil posuvných částí I. řádu. Návrh vyvážení byl uskutečněn v programu PTC Creo Parametric 3.0.

Základní rozměry a geometrie navrženého klikového hřídele dvouválce vychází z výkresové dokumentace kliky předlohového čtyřválcového motoru. Konstrukční návrh je zaměřen pouze na vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí a momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu. Vyvážení setrvačných sil posuvných částí II. řádu nebylo provedeno, protože jejich vliv není nikterak výrazný.

4.1 VÝVAŽKY PRO VYVÁŽENÍ MOMENTŮ SETRVAČNÝCH SIL ROTUJÍCÍCH ČÁSTÍ

Pro vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí byl použit silový způsob vyvážení, který, oproti způsobu momentovému, méně zatěžuje hlavní ložiska. Obě ramena jednoho zalomení po přidání vývažků mají v tomto případě stejný tvar i rozměry. V praxi by toto řešení vedlo k jednodušší a zároveň levnější výrobě klikového hřídele.

Pro úplné vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí bylo nutné zajistit předpoklad, aby těžiště zalomení společně s přidanou hmotou ojnice leželo na ose otáčení klikového hřídele. Hmota ojnice o stejné hmotnosti jako redukovaná hmota rotující části ojnice byla připevněná na ojnicí čep. Pomocí funkce optimalizace byly programem upraveny požadované rozměry vývažků tak, aby těžiště zalomení leželo přesně na ose rotace. Ve vlastnostech modelu se poté změnila parametry těžiště v ose y na nulovou hodnotu, jak je patrné z následujícího obrázku. Tímto způsobem byla zcela odstraněna nevyváženost momentů setrvačných sil rotujících částí.



Obr. 30 Vyvážení momentů setrvačných sil rotujících částí



4.2 VÝVAŽKY PRO VYVÁŽENÍ MOMENTŮ SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH ČÁSTÍ I. ŘÁDU

Možnosti vyvážení setrvačných sil a momentů posuvných částí I. řádu u excentrického klikového mechanismu byly uvedeny v předchozí kapitole rozboru vyvážení.

Pro vyvážení momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu byl opět zvolen silový způsob pomocí vývažků umístěných na obě ramena zalomení klikového hřídele. Vyvážení poskytne pouze částečné vyrušení kosinové složky momentu. Protože je sinová složka v porovnání se složkou kosinovou nepatrná, bylo ji možno opomenout. Uskutečněním tohoto způsobu vyvážení dojde k vyvážení pouze poloviny momentu, přičemž namáhání se částečně přeneso do kolmé osy.

Pro určení parametrů vývažků na jednom zalomení se vycházelo z následujících vztahů [7]:

$$M_v = \frac{1}{2} \cdot M_{s-pl}^1, \quad (65)$$

$$m_{vp} \cdot r_{vp} \cdot \omega^2 \cdot \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{c}{2}. \quad (66)$$

Pro hmotnost po vyjádření pak platí:

$$m_{vp} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m_p \cdot r}{r_{vp}} [kg]. \quad (67)$$

Jedinou neznámou ve vztahu je vzdálenost těžiště vývažků od osy klikového hřídele r_{vp} . Po zvolení této vzdálenosti bylo možné zjistit potřebnou hmotnost a umístit ji na ramena zalomení, jak je patrné z následujícího obrázku. Opět byla využita funkce optimalizace.



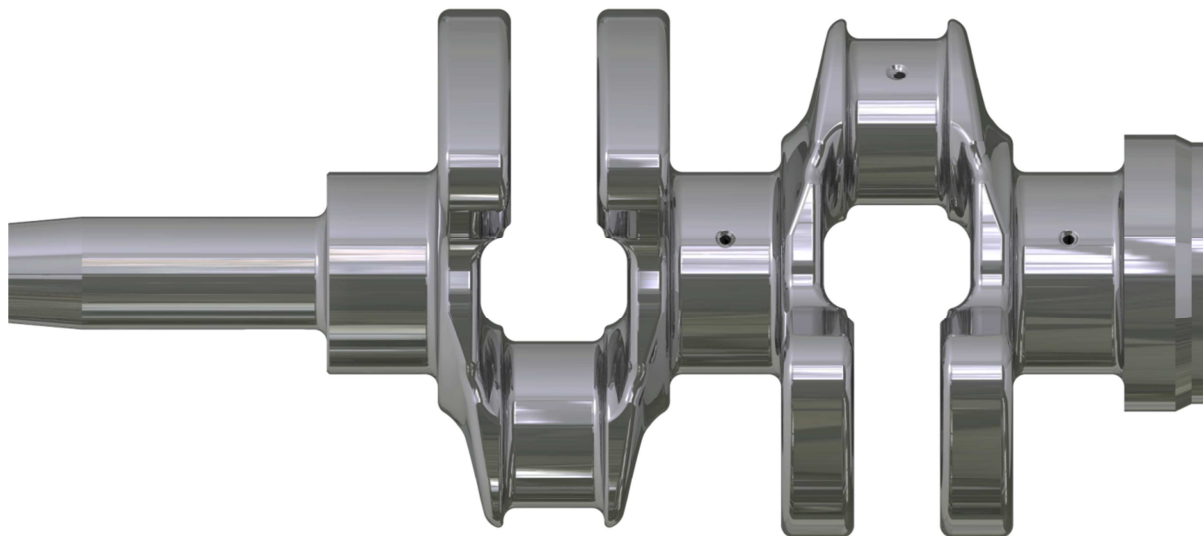
Obr. 31 Vývažek momentů setrvačných sil posuvných částí I. řádu (žlutě)



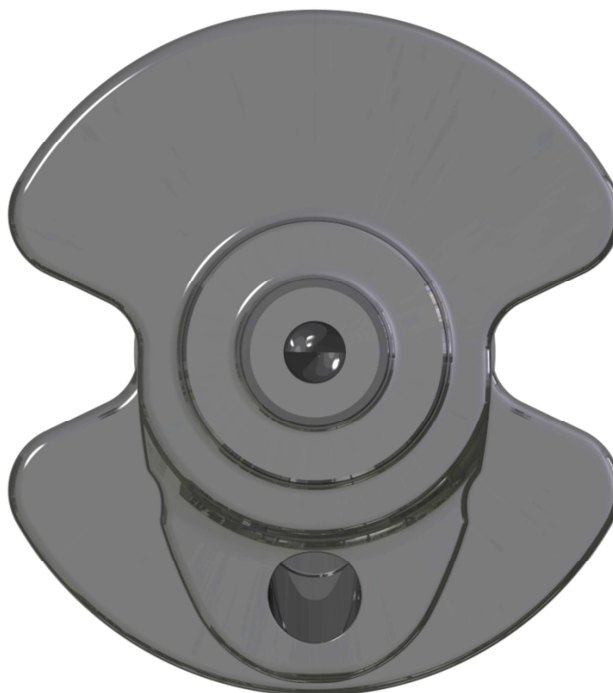
Důležitá je kontrola kolize vývažků na zalomeních s pístem, který se nachází právě v dolní úvratí. Vždy musí být zachována dostatečná vůle. Kontrola vůle byla provedena početně:

$$x = l - (r + x_v + x_p) \text{ [m]}, \quad (68)$$

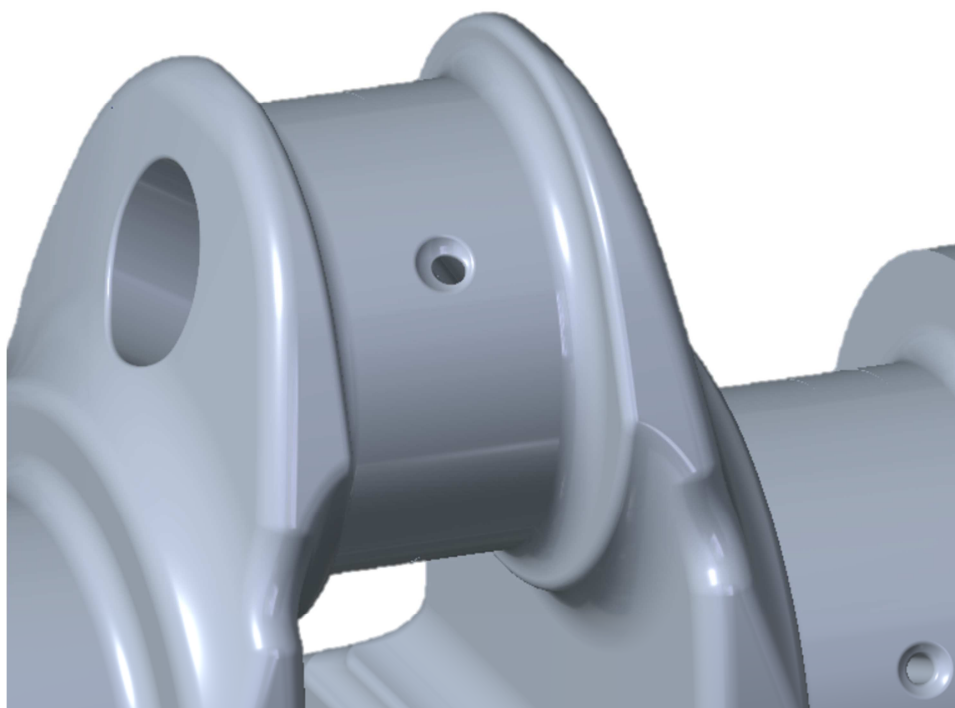
kde x_v je vzdálenost od osy kliky ke spodní části ramene [m] a x_p je vzdálenost od osy pístního čepu ke spodní hraně pístu [m]. Použití pístu z předlohového čtyřválcového motoru by vedlo ke kolizi s navrženým hřídelem. Možným řešením, které by vedlo k odstranění tohoto problému, je zmenšení rozměru pístu x_p o hodnotu minimálně 1,4 mm.



Obr. 32 Vymodelovaný klikový hřídel s vývažky



Obr. 33 Boční pohled na klikový hřídel



Obr. 34 Detail vyústění mazacích kanálků

4.3 PARAMETRY NAVRHNUTÉHO KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Základní parametry navrhnutého klikového hřídele s vývažky jsou uvedeny v následující tabulce.

Tab. 3 Parametry klikového hřídele

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Celková délka kliky	l_k	480	[mm]
Celková hmotnost kliky	m_k	27,9	[kg]
Průměr hlavního čepu	D_h	80	[mm]
Průměr ojnicního čepu	D_o	66	[mm]
Délka hlavního čepu	l_h	44	[mm]
Délka ojnicního čepu	l_o	40	[mm]
Poloměr kliky	r	60	[mm]
Průměr mazacích kanálků	D_k	4	[mm]
Hmotnost vývažku zalomení momentů rot. částí	m_{vr}	1,96	[kg]
Vzdálenost těžiště vývažku momentů rot. částí od osy	r_{vr}	66	[mm]
Hmotnost vývažku zalomení momentů pos. částí	m_{vp}	1,32	[kg]
Vzdálenost těžiště vývažku momentů rot. částí od osy	r_{vp}	67,6	[mm]



5 TORZNÍ KMITÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Mechanické kmitání vzniká působením proměnných sil, jež se periodicky opakují. Tyto síly působí na soustavu hmotností, která je spojena pružnými vazbami. U klikového mechanismu spalovacího motoru jsou hmotami písty, ojnice, setrvačnick, řemenice a jsou pružně spojeny klikovým hřídelem. U hřídele je důležitá jeho délka a pružnost, čím delší a pružnější, tím má větší sklony ke kmitání.

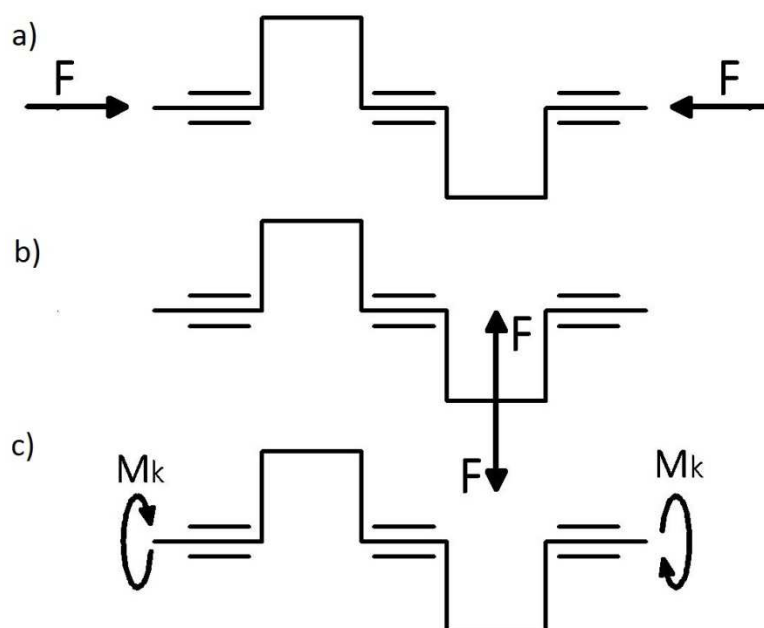
Klikový hřídel víceválcového motoru je vystaven během provozu následujícím druhům kmitání:

- podélnému (osovému),
- ohybovému,
- torznímu (kroutivému).

Podélné kmitání znamená, že se hřídel periodicky osově prodlužuje a zkracuje. Při ohybovém kmitání je hřídel vystaven silovému působení tangenciálních a radiálních sil od tlaku plynů a setrvačných hmot posuvných částí a odstředivým silám rotujících částí kolmo na jeho osu.

Kmitání torzní je nejnebezpečnějším druhem kmitání. Je způsobováno časovou proměnlivostí točivého momentu, vzniká tak rychle proměnlivé nakrucování hřídele. To se superponuje na nakroucení od tangenciálních sil na ojnicích čepech a na kývání celého hřídele vlivem nerovnoměrnosti chodu motoru. Jestliže je frekvence budících sil kmitání shodná s vlastní frekvencí soustavy, pak dochází k rezonancím, které se projevují vibracemi, hlukem a chvěním motoru. Z těchto příčin pak může dojít k únavovým lomům hřídele, poškození ložisek a dalším problémům.

Většina výpočtů torzního kmitání se provádí za pomoci tzv. náhradní soustavy. Je-li vhodně stanovena, pak je zajištěna uspokojivá přesnost výsledků. [2]



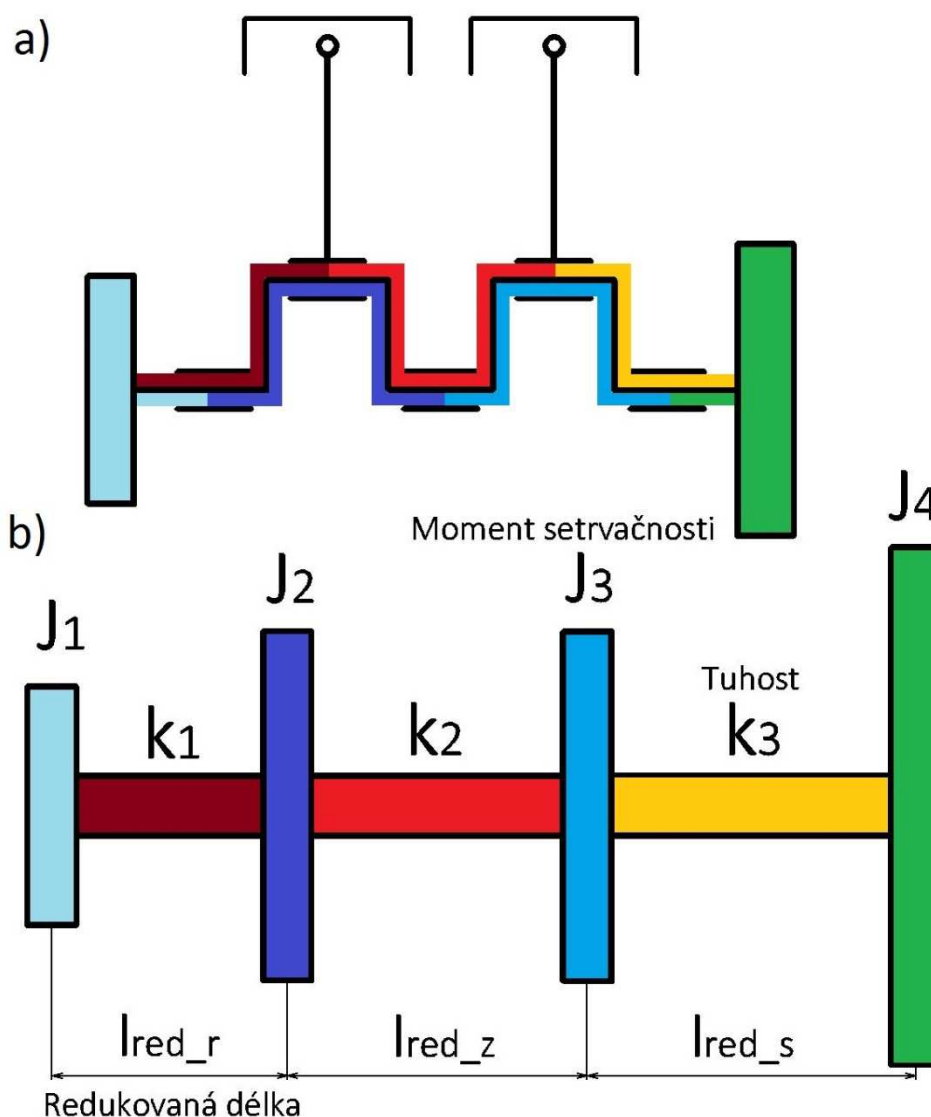
Obr. 35 Kmitání klikového hřídele a) podélné, b) ohybové, c) torzní [2], upraveno

5.1 NÁHRADNÍ TORZNÍ SOUSTAVA

Jedná se o zjednodušující pomocnou soustavu, která nahrazuje skutečnou kmitající soustavu motoru. Bývá volena jako energeticky ekvivalentní, avšak jen pro střední hodnotu časového průběhu. Provádí se u ní redukce hmot a redukce délek. Náhradní soustava se stanovuje pomocí několika zjednodušujících předpokladů:

- konstantní na čase nezávislé hmotnosti,
- konstantní na čase nezávislé délky,
- hmotnosti mechanismů se redukují do rovin v osách válců kolmých na osu hřídele,
- nehmotný redukovaný hřídel.

Náhradní soustava obsahuje válcový nehmotný hřídel, jehož průměr se nejčastěji volí na průměr hlavního čepu a spojuje mezi sebou hmotné kotouče. Dalšího zjednodušení výpočtu se docílí tím, jsou-li hmotnosti jednotlivých klikových ústrojí stejné. [1] [2]



Obr. 36 Schéma a) skutečné, b) náhradní torzní soustavy



5.1.1 REDUKCE HMOT

Hmota zalomení, ojnice a pístní skupiny se soustředí do jednoho kotouče, který má konstantní hodnotu momentu setrvačnosti a jeho velikost je dána podmínkou stejné pohybové energie, jako příslušná část klikového mechanismu. Hmota klikového mechanismu se rozděluje na rotující a posuvnou část. Při redukci hmot se momenty setrvačnosti vztahují k ose rotace klikového hřídele, hmotnosti pak nejčastěji na poloměr kliky. [2]

Moment setrvačnosti rotujících hmot ojnice [11]:

$$J_{ro} = m_{ro} \cdot r^2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}. \quad (69)$$

Moment setrvačnosti posuvných hmot ojnice a pístní skupiny [11]:

$$J_p = m_p \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}. \quad (70)$$

Celkový moment setrvačnosti jednoho zalomení je pak [11]:

$$J_i = J_{ro} + J_p + J_{zal} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}, \quad (71)$$

kde J_{zal} je moment setrvačnosti zalomení [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$].

Moment setrvačnosti na straně řemenice:

$$J_1 = J_r + J_{hr} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}, \quad (72)$$

kde J_r je moment setrvačnosti řemenice [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$] a J_{hr} je moment setrvačnosti hřídele od hlavního čepu k řemenici a pod ní [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$].

Moment setrvačnosti na straně setrvačnicku:

$$J_4 = J_s + J_{hs} \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}, \quad (73)$$

kde J_s je moment setrvačnosti setrvačnicku [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$] a J_{hs} je moment setrvačnosti hřídele od hlavního čepu k setrvačnicku a pod ním [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$].

Hodnoty momentů setrvačnosti J_{zal} , J_{hr} a J_{hs} byly zjištěny z vlastností modelu klikového hřídele v programu Creo Parametric. Moment setrvačnosti řemenice J_r byl zvolen na hodnotu $0,02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ a moment setrvačnosti setrvačnicku J_s na hodnotu $1,0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Tab. 4 Redukované momenty setrvačnosti náhradních kotoučů

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Moment setrvačnosti na straně řemenice	J_1	0,022 7	[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
Moment setrvačnosti prvního zalomení	J_2	0,056 7	[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
Moment setrvačnosti druhého zalomení	J_3	0,056 7	[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]
Moment setrvačnosti na straně setrvačnicku	J_4	1,005 2	[$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]



5.1.2 REDUKCE DÉLEK

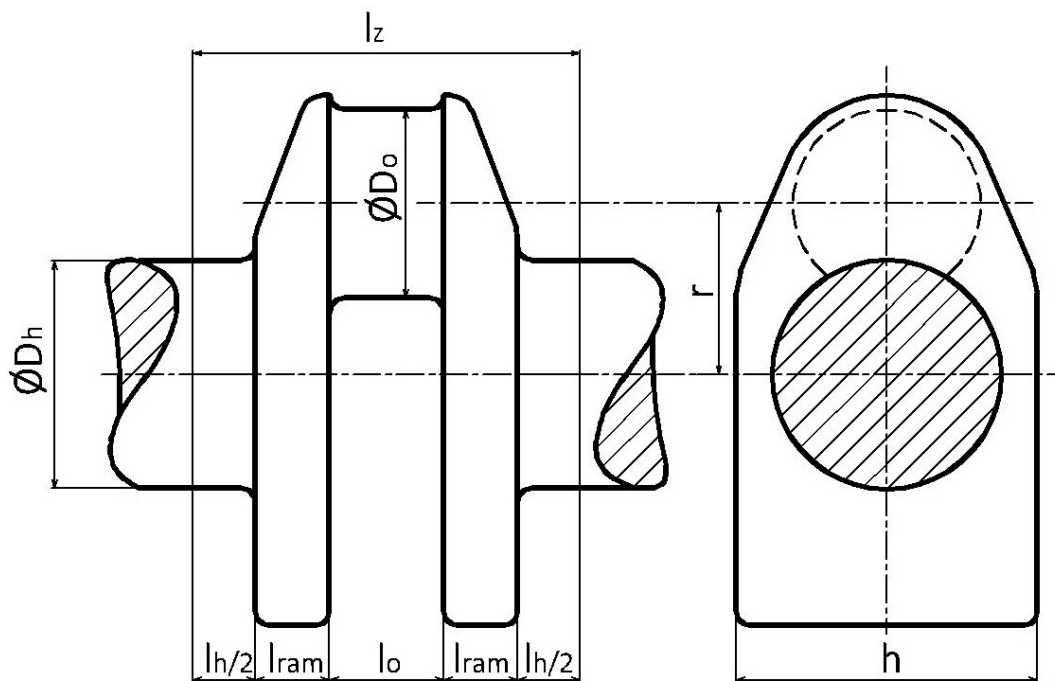
Redukce délek jednotlivých částí klikového hřídele mezi kotouči musí zajistit, aby vzniklý náhradní hladký nehmotný hřídel s redukovaným průměrem a délkou měl stejnou tuhost, jako hřídel skutečný. Při zkrucování momentem stejné velikosti je nutné, aby se oba hřídele, skutečného i náhradního, zkroutily o tentýž úhel. [2]

REDUKOVANÁ DÉLKA ZALOMENÍ

Redukovanou délku jednoho zalomení klikového hřídele je možné počítat pomocí různých vztahů, jejichž výsledky jsou však pouze přibližné. Na doporučení vedoucího práce byl zvolen vztah Ker Wilson [10]:

$$l_{red_z} = D_r^4 \cdot \left[\frac{l_h + 0,4 \cdot D_h}{D_h^4} + \frac{l_o + 0,4 \cdot D_o}{D_o^4} + \frac{r - 0,2 \cdot (D_h + D_o)}{l_{ram} \cdot h^3} \right] [mm], \quad (74)$$

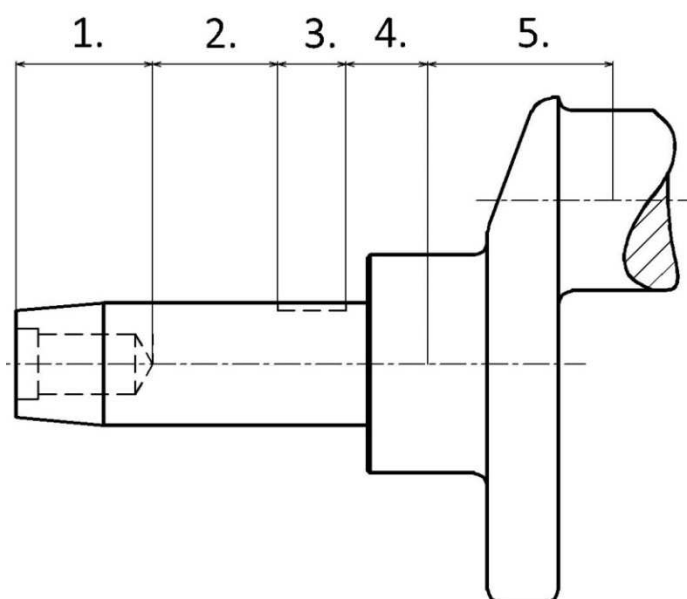
kde D_r je redukovaný průměr náhradního hřídele [m], který je roven průměru hlavního čepu D_h [m]. D_o je průměr ojničního čepu [m], l_h je délka hlavního čepu [m], l_o je délka ojničního čepu [m], r je poloměr kliky [m], l_{ram} je délka jednoho ramena kliky [m] a h je šířka zalomení kliky [m].



Obr. 37 Geometrie zalomení klikového hřídele

REDUKOVANÁ DÉLKA PŘEDNÍHO KONCE KLIKOVÉHO HŘÍDELE

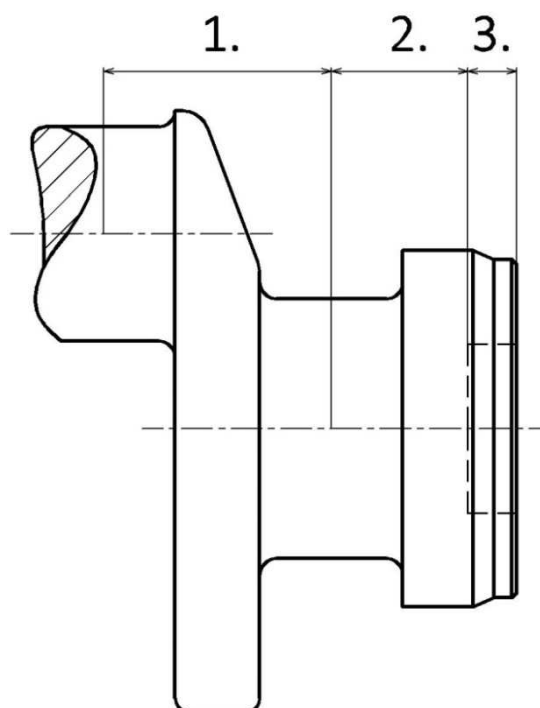
Postup výpočtu redukované délky předního konce (na straně řemenice) klikového hřídele l_{red_r} je pro svoji rozsáhlost uveden v příloze práce. Výpočet byl proveden pro jednotlivé úseky 1. až 5. pomocí vzorců z literatury [1].



Obr. 38 Přední konec klikového hřídele

REDUKOVANÁ DÉLKA ZADNÍHO KONCE KLIKOVÉHO HŘÍDELE

Postup výpočtu redukované délky zadního konce (na straně setrvačnicku) klikového hřídele l_{red_s} je také pro svoji rozsáhlost uveden v příloze práce. Výpočet byl proveden pro jednotlivé úseky 1. až 4. pomocí vzorců z literatury [1].



Obr. 39 Zadní konec klikového hřídele



VÝSLEDNÉ REDUKOVANÉ DÉLKY

Tab. 5 Redukované délky částí klikového hřídele

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Redukovaná délka jednoho zalomení	l_{red_z}	0,219 3	[m]
Redukovaná délka kliky na straně řemenice	l_{red_r}	1,555 3	[m]
Redukovaná délka kliky na straně setrvačníku	l_{red_s}	0,159 5	[m]

5.1.3 VÝPOČET TORZNÍCH TUHOSTÍ

Torzní tuhost hřídele mezi náhradními kotouči soustavy je dána následujícím vztahem [2]:

$$k_i = \frac{G \cdot I_p}{l_{red}} [N \cdot m \cdot rad^{-1}], \quad (75)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku [MPa] (pro ocel $G = 84\,000$ MPa), I_p je polární moment průřezu redukovaného hřídele v krutu [m^4] a l_{red} je příslušná redukovaná délka mezi náhradními kotouči [m].

Polární moment průřezu redukovaného hřídele v krutu se vypočítá ze vztahu [1]:

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_r^4}{32} [m^4]. \quad (76)$$

VÝSLEDNÉ TORZNÍ TUHOSTI

Tab. 6 Torzní tuhosti mezi kotouči

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Torzní tuhost mezi 1. a 2. kotoučem	k_1	209 426,6	[N·m·rad ⁻¹]
Torzní tuhost mezi 2. a 3. kotoučem	k_2	1 485 035	[N·m·rad ⁻¹]
Torzní tuhost mezi 3. a 4. kotoučem	k_3	2 041 745	[N·m·rad ⁻¹]

5.2 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ

Vlastní volné kmitání je takový harmonický pohyb, který je vyvolaný vnějším silovým impulsem a pokračuje i bez jeho dalšího působení. Toto kmitání by trvalo nekonečně dlouho nebýt ztrát, tedy pasivních odporů, které pohltí energii volného kmitání. Díky tomu po nějakém čase zaniká a samotné není nebezpečné.

Každá soustava má odlišné vlastní tvary kmitů a hodnoty vlastních frekvencí kmitání, které závisí zejména na velikostech hmotností (redukovaných momentů setrvačnosti) a pružných vazeb mezi nimi (tuhostech). Kmitání probíhá určitými frekvencemi s určitou velikostí amplitud.



Nakroucením dvou hmotností umístěných na hřídeli vůči sobě s následným ponecháním vznikne torzní kmitání, jehož tvar je určen průběhem výchylek podél hřídele tzv. výkmitovou čarou. Kmitáním hmotností proti sobě způsobí, že jedno nebo více míst na hřídeli bude v klidu s nulovou torzní výchylkou. Záleží na počtu stupňů vlastního kmitání. Místo s nulovou torzní výchylkou nese označení uzel kmitání. [2]

Možný počet stupňů vlastního kmitání je $n_k - 1$, kde n_k je počet kotoučů náhradní soustavy. Většinou se však počítá pouze s kmitáním prvního a druhého stupně, jednoduzlovým a dvojudzlovým. Vyšší řády kmitání se totiž nevyskytují v pracovních otáčkách motoru, protože kmitají příliš vysokými frekvencemi. [1]

5.2.1 VÝPOČET VLASTNÍHO KMITÁNÍ

Kapitola vychází z literatury [8] [9]. Při numerickém výpočtu vlastního kmitání soustavy se vychází z Lagrangeovy pohybové rovnice v maticovém tvaru:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{Q}. \quad (77)$$

Jelikož se jedná o volné netlumené kmitání, je rovnice upravena do tvaru:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = 0, \quad (78)$$

kde \mathbf{M} je symetrická čtvercová matice hmotností (momentů setrvačnosti):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{bmatrix}, \quad (79)$$

\mathbf{K} je symetrická čtvercová matice tuhostí:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}, \quad (80)$$

a \mathbf{q} je zobecněná výchylka s předpokládaným tvarem řešení:

$$\mathbf{q} = \mathbf{w} \cdot e^{j \cdot \Omega \cdot t}, \quad (81)$$

kde \mathbf{w} je vlastní vektor [-] a Ω je vlastní úhlová frekvence [rad·s⁻¹]. Po dosazení do rovnice (78) se zjistí, zda jsou tyto kmity možné a za jakých podmínek. Po úpravě:

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \cdot \mathbf{M})\mathbf{w} = 0, \quad (82)$$

Převedením na problém vlastních čísel má vztah tvar:



$$(\mathbf{A} - \lambda_{\check{c}} \cdot \mathbf{I})\mathbf{w} = 0, \quad (83)$$

kde \mathbf{A} je čtvercová matice:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{K}^{-1}, \quad (84)$$

$\lambda_{v\check{c}}$ je vlastní číslo:

$$\lambda_{v\check{c}} = \Omega^2, \quad (85)$$

\mathbf{I} je jednotková matice, tedy čtvercová matice s jedničkami na hlavní diagonále a s nulami na ostatních pozicích.

Frekvence vlastního kmitání se určí z vlastní úhlové frekvence vztahem:

$$N = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \text{ [Hz]}. \quad (86)$$

Vztah poměrných amplitud výchylek jednotlivých hmot:

$$a_i = \frac{w_i}{w_0} [-], \quad (87)$$

kde w_0 je úhlová výchylka první hmoty [-] a w_i je úhlová výchylka i-té hmoty [-].

Tab. 7 Výsledné hodnoty frekvencí jednouzlového a dvojuzlového vlastního kmitání

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Jednouzlové kmitání	N_1	412; 3 936; 24 730	[Hz]; [rad·s ⁻¹]; [min ⁻¹]
Dvojuzlové kmitání	N_2	693; 6 616; 41 571	[Hz]; [rad·s ⁻¹]; [min ⁻¹]

5.2.2 VÝPOČET POMOCÍ PROGRAMU HOLZER

Pro kontrolu správnosti výpočtu vlastních frekvencí náhradní torzní soustavy byl použit jednoduchý program HOLZER, který je charakteristický tím, že pracuje se soustavou rovnic v komplexní proměnné. Jeho další užitečnou funkcí je výpočet poměrných amplitud. [14]

Potřebná vstupní data zadávaná do programu HOLZER:

- počet kotoučů (počet stupňů volnosti),
- počet vlastních frekvencí,
- momenty setrvačnosti náhradních kotoučů,
- torzní tuhosti mezi kotouči.

Vypočítané vlastní frekvence a jejich poměrné amplitudy z programu HOLZER jsou patrné z následujícího obrázku.



```
>> NATURAL FREQUENCY CALCULATION + Jef<<
*****
```

Výpočet vlastních frekvencí řadového dvouválce.

Momenty setrvačnosti [kg*m**2]

J1: 0.022700 J2: 0.056740 J3: 0.056740 J4: 1.005200

Torzní tuhosti [N*m/rad]

k1: 209426.0 k2: 1485035.0 k3: 2041744.0

1. Vlastní frekvence [rad/s]: 2589.80 (=> N1 = 24730.8 1/min)

Poměrné amplitudy:

A1: 1.00000
A2: 0.27301
A3: 0.10052
A4: -0.04367

Jef = 0.029

2. Vlastní frekvence [rad/s]: 4353.32 (=> N2 = 41571.2 1/min)

Poměrné amplitudy:

A1: 1.00000
A2: -1.05417
A3: -0.58054
A4: 0.06969

Jef = 0.139

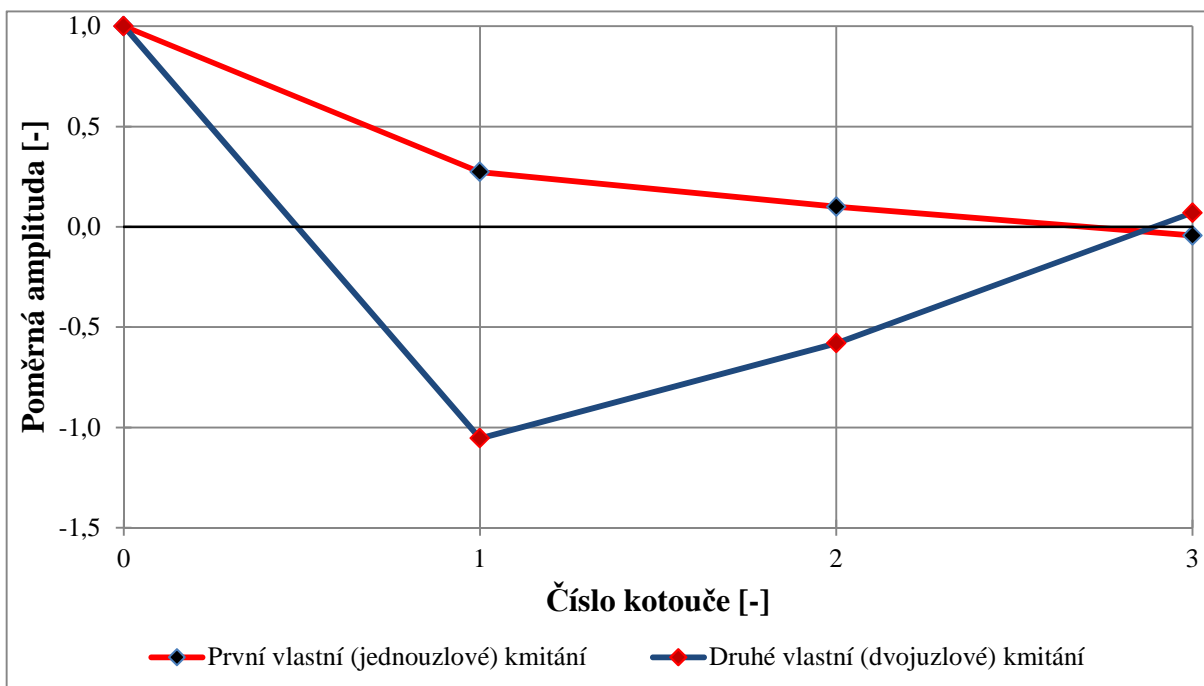
Obr. 40 Výstup z programu HOLZER

Zjištěné vlastní frekvence jedouzlového a dvojuzlového kmitání z programu HOLZER přesně odpovídaly hodnotám vlastních frekvencí vypočítaných pomocí programu Matlab. Výpočet je součástí přílohy 2.



5.2.3 TVARY VLASTNÍHO KMITÁNÍ

Následující graf znázorňuje průběhy poměrných amplitud jednotlivých kotoučů náhradní soustavy jednouzlového a dvojuzlového kmitání. Místa, kde průběhy kmitání protínají vodorovnou osu v hodnotě nula, se nazývají uzlové body. V těchto částech klikový hřídel vůbec nekmitá.



Obr. 41 Tvary jednouzlového a dvojuzlového kmitání

5.3 VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ

Vlivem vnitřních odporů a tlumení je vlastní kmitání po nedlouhém čase potlačeno, proto není samo o sobě nebezpečné. Kmitání vynucené však bývá způsobené periodicky proměnným točivým momentem na jednotlivých zalomeních klikového hřídele. To může vyvolat oslabení pevnosti klikového hřídele. [1]

5.3.1 HARMONICKÁ ANALÝZA BUDÍCÍHO MOMENTU

Točivý moment, budící moment torzního kmitání, působící na jednotlivých zalomeních klikového hřídele je časově periodicky proměnný a jeho velikost závisí na úhlu natočení kliky. Výsledný točivý moment je možno rozložit na řadu dílčích momentů, jedná se o jednoduché sinové průběhy s rozdílnou amplitudou, frekvencí a fázovým posuvem. Počtem jejich period za otáčku kliky se rozezná řád, který je u čtyřdobých motorů násobkem jedné poloviny a u dvoudobých motorů násobkem jedné. [1]

Řád harmonické složky pro čtyřdobý motor:



$$\kappa = k \cdot \frac{1}{2}, \quad (88)$$

kde k je 1,2,3,...

Analytické vyjádření průběhu točivého momentu v komplexním oboru je možné tzv. Fourierovou řadou: [9]

$$M_{tk} = \frac{2}{n_v} \cdot \sum_{i=1}^{n_v-1} M_i \cdot e^{j(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n_v})} \quad [N \cdot m], \quad (89)$$

kde M_{tk} je amplituda točivého momentu k -té harmonické složky [N·m], n_v je počet diskretních vzorků [-], M_i je diskretní hodnota točivého momentu i -tého vzorku [N·m], j je imaginární jednotka [-].

Vynucená kmitání hřídele u řadového motoru jsou způsobovány nejen hlavními, ale také vedlejšími harmonickými složkami točivého momentu. Hlavní řády jsou takové řády, při nichž mají harmonické složky synchronní průběh, platí [1]:

$$\kappa_h = \frac{i_v}{2} \cdot k \quad [-], \quad (90)$$

kde i_v je počet válců motoru. Pro dvouválcový motor se tedy jedná o hlavní řády $\kappa_h = 1, 2, 3, \dots, 12$. Další vyšší řády se neuvažují.

5.3.2 VÝPOČET REZONANČNÍCH OTÁČEK

Každá z harmonických složek točivého momentu vyvolává nezávisle na ostatních vynucená torzní kmitání klikového hřídele, které jsou shodné frekvence jakou má právě tato složka o velikosti součinu otáček motoru n a řádu harmonické složky κ . Spalovací motor má řadu rezonančních otáček, tedy otáček se značnou rezonancí, kdy amplitudy torzních výchylek přesahují hranici přípustnou z hlediska pevnosti kliky. Tyto kritické otáčky přísluší kmitání jednouzlovému nebo dvojuzlovému (nebo i vyšším stupňům), přičemž všechny pro pevnost kliky nejsou nebezpečné. Velikost rezonančních výchylek totiž závisí na řádu harmonických složek a vydatnosti rezonancí. [1]

Rezonanční otáčky jednouzlového kmitání [1]:

$$n_{r1} = \frac{N_1}{\kappa} \quad [Hz], \quad (91)$$

kde N_1 je frekvence vlastního jednouzlového kmitání [Hz].

Rezonanční otáčky dvojuzlového kmitání:

$$n_{r2} = \frac{N_2}{\kappa} \quad [Hz], \quad (92)$$

kde N_2 je frekvence vlastního dvojuzlového kmitání [Hz].



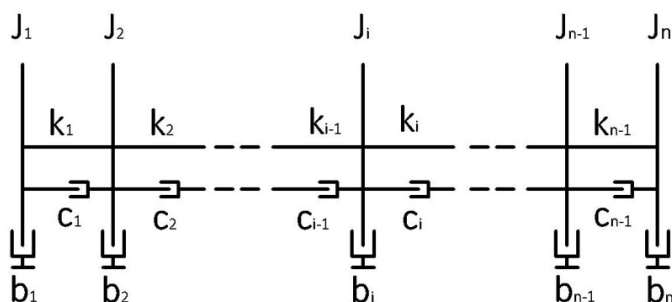
Rozsah pracovních otáček motoru leží v rozmezí $1\,000\text{ min}^{-1}$ až $2\,460\text{ min}^{-1}$. Rezonanční otáčky, které připadají v úvahu, jsou pouze u jednonuzlového kmitání řádu $\kappa = 10,5$ a výše, protože se vyskytují v provozních otáčkách motoru. Vyznačeny jsou v následující tabulce červenou barvou.

Tab. 8 Rezonanční otáčky jednonuzlového a dvojnuzlového kmitání

Řád harmonické složky	Rezonanční otáčky jednonuzlového kmitání	Rezonanční otáčky dvojnuzlového kmitání
κ [-]	n_{r1} [min^{-1}]	n_{r2} [min^{-1}]
0,5	49 440	83 160
1	24 720	41 580
1,5	16 480	27 720
2	12 360	20 790
2,5	9 888	16 632
3	8 240	13 860
3,5	7 063	11 880
4	6 180	10 395
4,5	5 493	9 240
5	4 944	8 316
5,5	4 495	7 560
6	4 120	6 930
6,5	3 803	6 397
7	3 531	5 940
7,5	3 296	5 544
8	3 090	5 198
8,5	2 908	4 892
9	2 747	4 620
9,5	2 602	4 377
10	2 472	4 158
10,5	2 354	3 960
11	2 247	3 780
11,5	2 150	3 616
12	2 060	3 465

5.3.3 VÝPOČET VYNUCENÉHO TORZNÍHO KMITÁNÍ

Výpočet byl proveden pomocí nenáročného výpočetního programu, který pracuje na principu nevětveného torzního systému. Soustava rovnic v komplexních proměnných je sestavena pomocí tridiagonální komplexní matice tuhosti. [8]

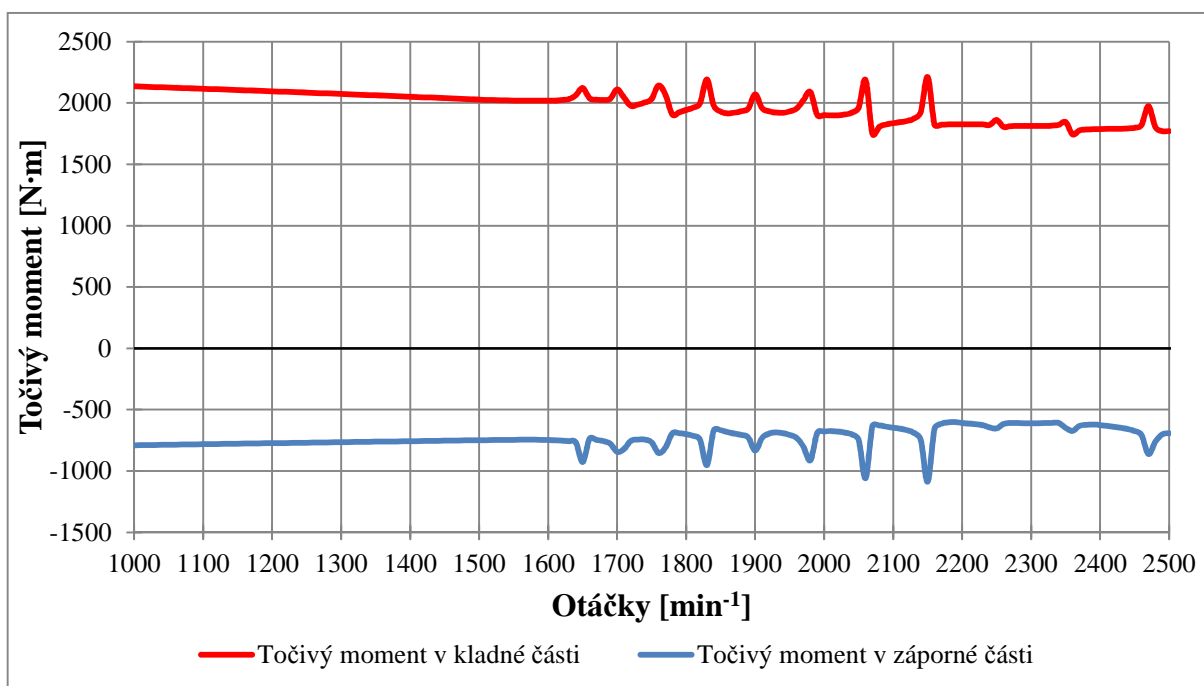


Obr. 42 Příklad nerozvětveného torzního systému [8]

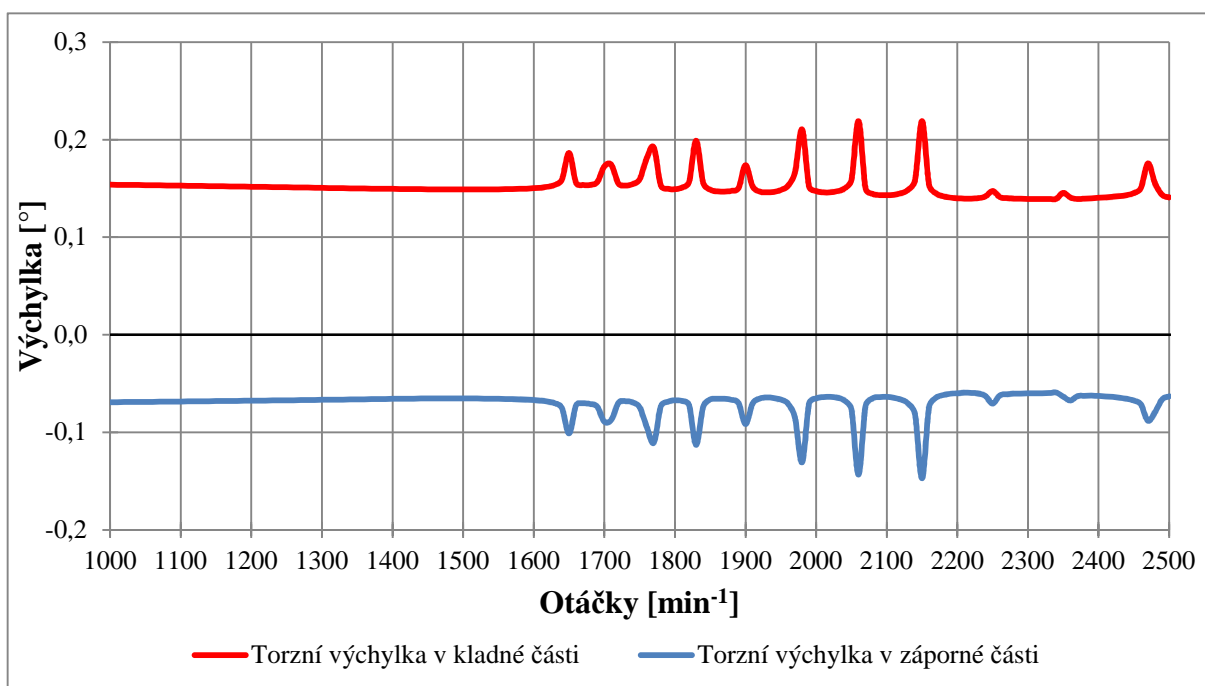
$$\begin{bmatrix}
 d_1 & e_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 f_2 & d_2 & e_2 & \dots & \dots & \dots & \cdot \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_i & d_i & e_i & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & e_{n-1} \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_n & d_n
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \bar{\phi}_1 \\
 \bar{\phi}_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{\phi}_i \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{\phi}_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \bar{M}_{t1} \\
 \bar{M}_{t2} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{M}_{ti} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \bar{M}_{tn}
 \end{bmatrix}$$

Obr. 43 Tridiagonální komplexní matice [8]

Výsledkem výpočtu jsou hodnoty točivého momentu pro jednotlivé úseky torzního systému v závislosti na otáčkách motoru. Pro dvouválcový motor je první úsek mezi řemenicí a 1. zalomením, druhý úsek mezi 1. a 2. zalomením a třetí úsek mezi 2. zalomením a setrvačником.



Obr. 44 Průběh výkmitu točivého momentu třetího torzního úseku



Obr. 45 Průběh torzních výchylek na řemenici

Určení řádu nebezpečných rezonančních otáček se provádí tak, že se frekvence vlastního kmitání podělí příslušnými otáčkami, ve kterých se vyskytuje patrný výkmit točivého momentu. Jestliže se takto zjištěný řád rezonančních otáček nachází v provozních otáčkách motoru, pak je pro něj nebezpečný.

Nebezpečnými řády u tohoto motoru jsou $\kappa = 11,5$ a 12 , které se nachází v otáčkách $2\,150\text{ min}^{-1}$ a $2\,060\text{ min}^{-1}$, jak je patrné z obrázku 43. Z předchozího obrázku je patrná torzní výchylka φ [°] klikového hřídele u řemenice s maximální hodnotou $0,22^\circ$ při $2\,150\text{ min}^{-1}$.



6 PEVNOSTNÍ KONTROLA KLIKOVÉHO HŘÍDELE

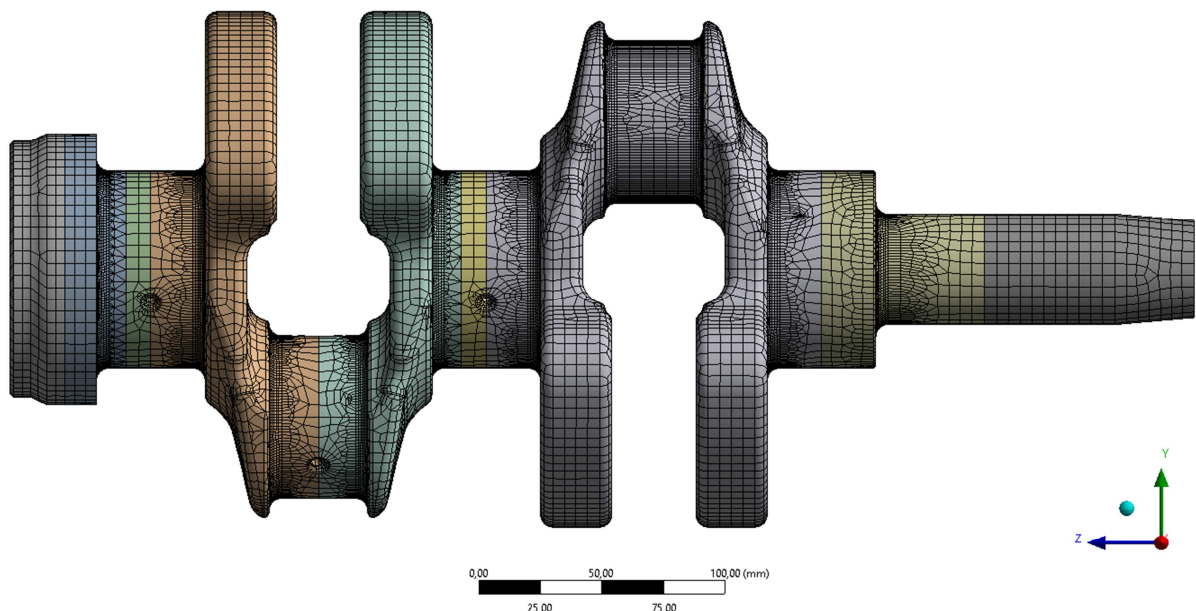
Protože je klikový hřídel spalovacího motoru během provozu zatěžován cyklicky na ohyb a krut s přidáním namáhání vzniklého od ohybového a torzního kmitání je nezbytné určit jeho bezpečnost vůči únavovému poškození.

Pro pevnostní kontrolu navrhnutého klikového hřídele byl použit program ANSYS. Tento program využívá numerický výpočet pomocí metody konečných prvků, která slouží k simulaci průběhů napětí, deformací atd. Tato metoda spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého počtu prvků. Zjišťované parametry pak bývají vypočteny v jednotlivých uzlových bodech. [13]

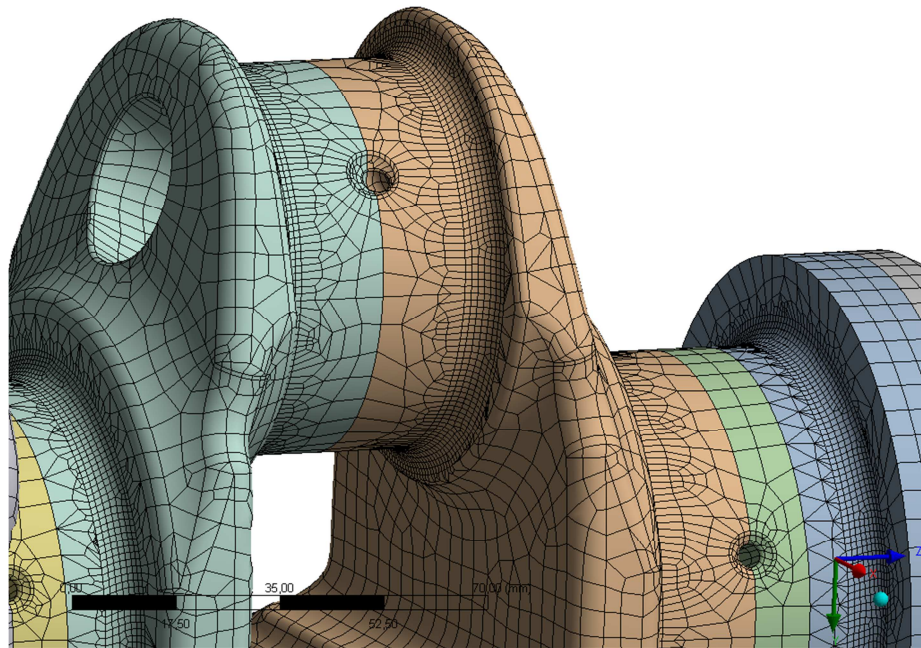
Přístupem pro řešení únavové životnosti se stala metoda LSA (Local Stress Analysis), která zaručuje dostatečnou přesnost výsledků.

6.1 PROSTOROVÁ SÍŤ

Vymodelovanou klikovou hřídel bylo zapotřebí nejprve vyexportovat z programu Creo Parametric ve formátu STEP (.stp). S tímto formátem bylo možné dále pracovat v programu ANSYS Workbench, kde byla vytvořena prostorová síť modelu. Celý model byl vysítován kvadratickými prvky o velikosti 5 mm. V oblastech přechodů z hlavních a ojnicích čepu na ramena a na vyústění mazacích kanálků byla síť zmenšena na velikost 1,2 mm pro větší přesnost výsledků. Takto vysítovaný model se pak skládal z 897 226 uzlů a 282 395 elementů.



Obr. 46 Vysítovaný model klikového hřídele z programu ANSYS Workbench



Obr. 47 Detail zjemnění sítě v oblasti přechodů a na vyústění mazacích kanálků

6.2 ANALÝZA NAPJATOSTI

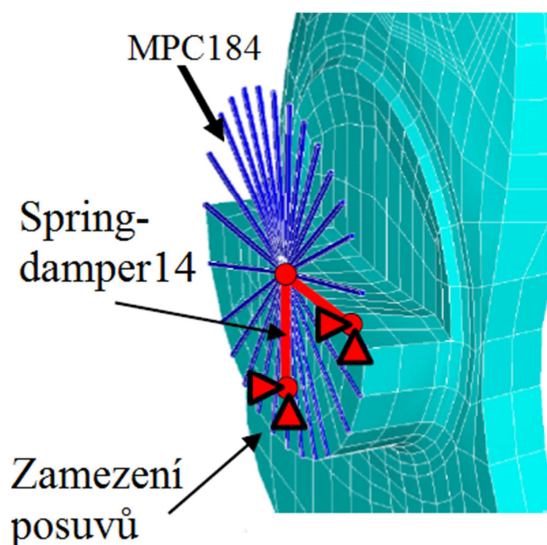
Samotný výpočet analýzy napjatosti proběhl v programu ANSYS Mechanical APDL. Po importu vysíťovaného modelu bylo nutné simulovat uložení klikového hřídele v kluzných ložiskách hlavních čepů. Nejprve bylo třeba vytvořit „ježky“ ve středech hlavních čepů spojením obvodových uzlů s uzlem, který se nacházel přesně ve středu čepu. Pro spojení uzlů byl použit prvek MPC184. Takto vytvořené „ježky“ zajistí, že se daná část chová jako tuhá. Pružina a tlumič byly vytvořeny spojením středového uzlu „ježku“ se dvěma uzly ležícími mimo střed prvkem Spring-damper14. Uzlům mimo střed čepu byl pevnou vazbou zamezen posuv ve všech směrech. U prvku Spring-damper14 bylo nutné zadat hodnotu tuhosti k_s , aby stlačení v místě středu hlavního ložiska bylo 0,8 násobek ložiskové vůle c_l .

Tuhost pro stlačení v místě středu hlavního ložiska je dána vztahem [12]:

$$k_s = \frac{0,5 \cdot F_{pmax}}{0,8 \cdot c_l} [N \cdot m^{-1}], \quad (93)$$

kde F_{pmax} je maximální síla od tlaku plynů [N] a c_l je ložisková vůle [m]. Ložisková vůle byla zvolena na hodnotu 0,09 mm.

Ve středovém uzlu řemenice (středu „ježku“ řemenice) byla dále zamezena rotace v ose klikového hřídele a na libovolně zvoleném uzlu na konci hřídele u řemenice byly zamezeny veškeré posuvy a natočení.

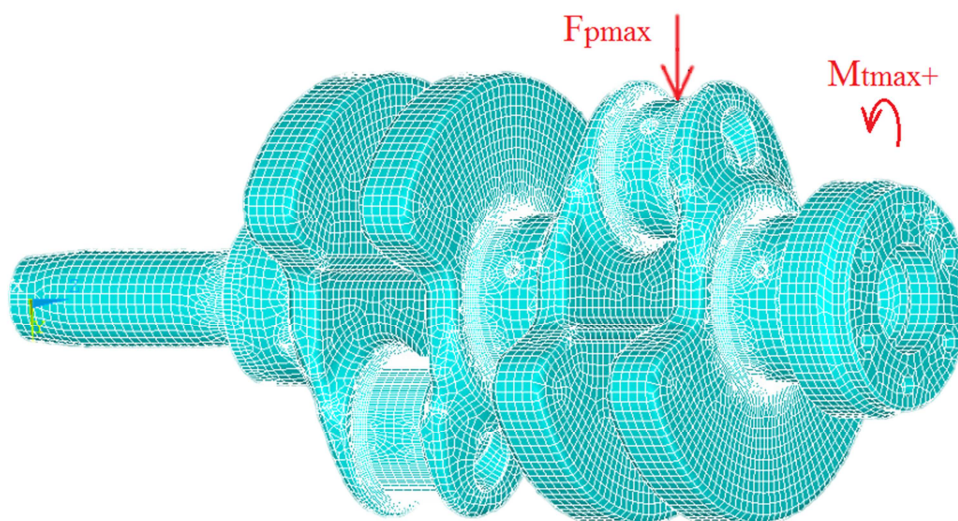


Obr. 48 Simulace uložení na hlavních čepch kliky [12]

Klikový hřídel byl následně vystaven dvěma zátěžovým stavům. První zátěžový stav představoval zatížení ojničního čepu na druhém zalomení v horní úvrati maximální silou od tlaku plynů a současné zatížení příruby setrvačníku maximálním točivým momentem třetího torzního úseku z kladné části průběhu. Druhý zátěžový stav pak znamenal zatížení pouze příruby setrvačníku maximálním točivým momentem třetího torzního úseku ze záporné části průběhu. Maximální síla od tlaku plynů byla zjištěna z kapitoly 2.1.1 (Síly od tlaku plynů) a jednotlivé točivé momenty pak z kapitoly 5.3.3 (Výpočet vynuceného torzního kmitání). Momenty a síla byly zadány do středů vytvořených „ježků“ na příslušném místě.

Tab. 9 Hodnoty pro zátěžový stav A

Zátěžový stav A	Značka	Hodnota	Jednotka
Maximální síla od tlaku plynů	F_{pmax}	99 349	[N]
Maximální točivý moment v kladné části	M_{tmax+}	2 212	[N·m]

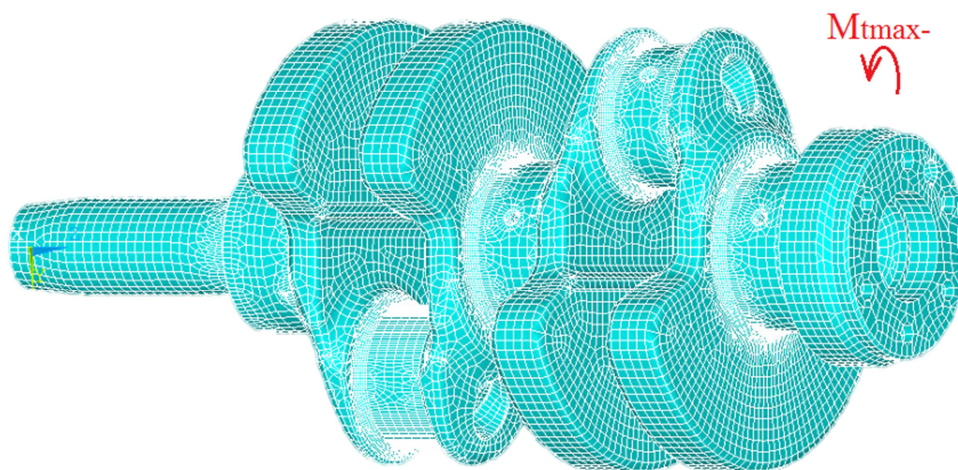


Obr. 49 Zátěžový stav A



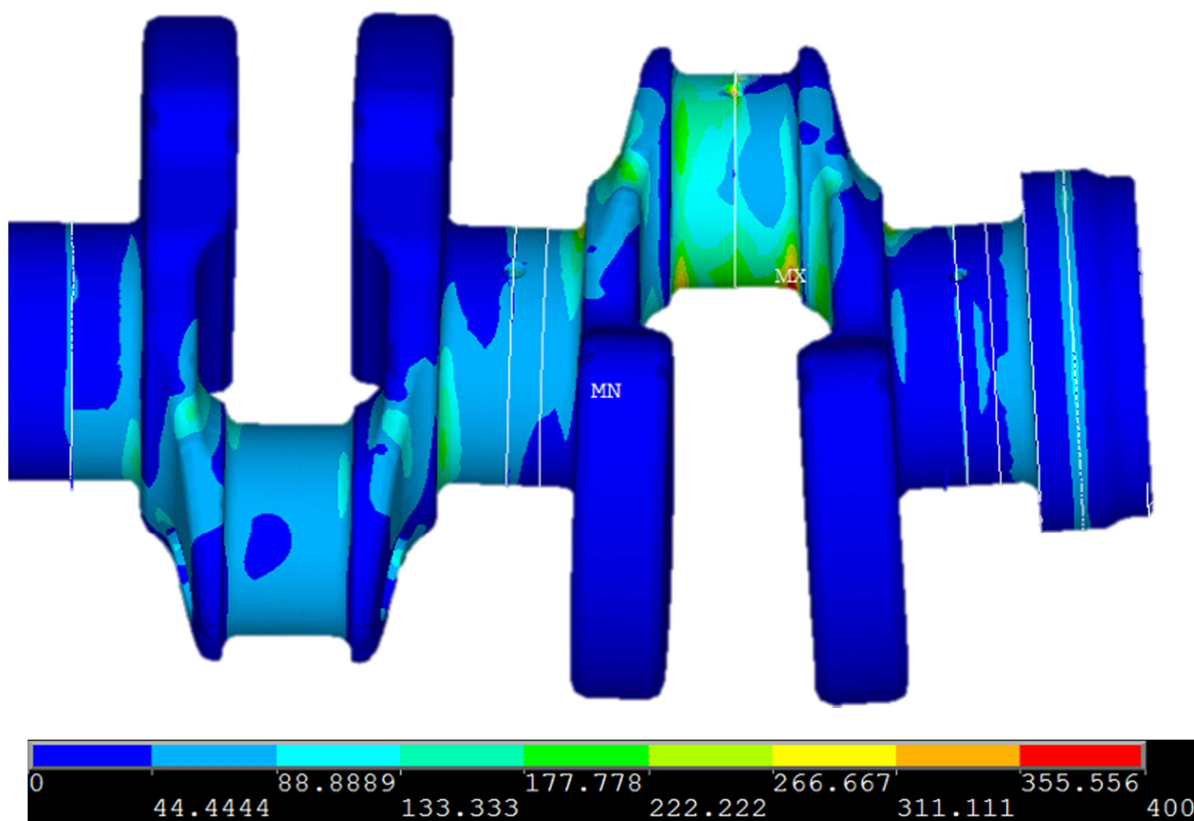
Tab. 10 Hodnoty pro zátěžový stav B

Zátěžový stav B	Značka	Hodnota	Jednotka
Maximální síla od tlaku plynů	F_{pmax}	0	[N]
Maximální točivý moment v záporné části	M_{tmax-}	-1 087	[N·m]

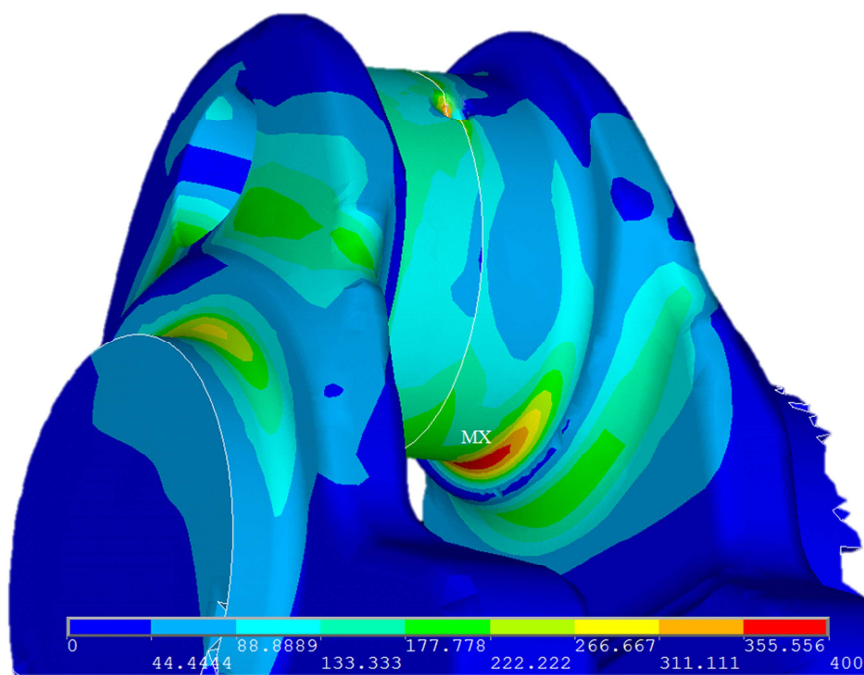


Obr. 50 Zátěžový stav B

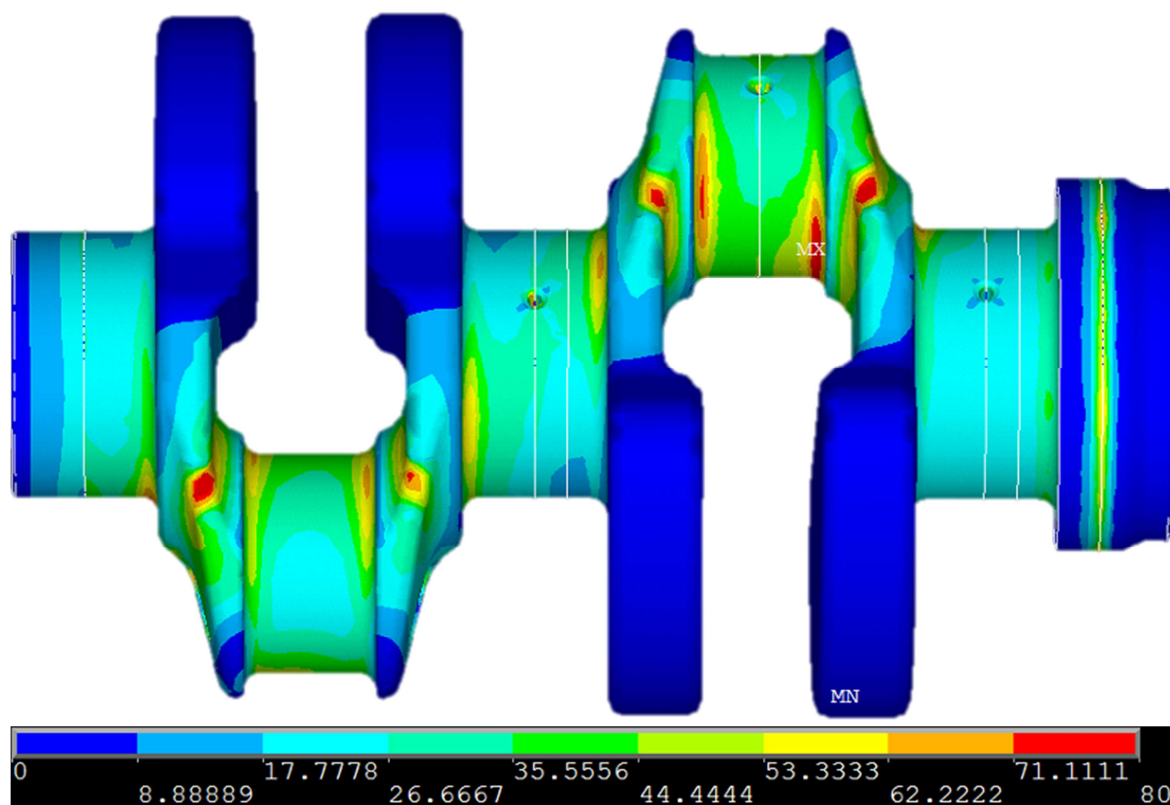
Následující obrázky zobrazují výsledky rozložení redukovaného napětí obou zátěžových stavů podle hypotézy von Mises.



Obr. 51 Rozložení napětí při zátěžovém stavu A



Obr. 52 Detail rozložení napětí na ojničním čepu při zátěžovém stavu A



Maximální napětí se u obou zátěžových stavů vyskytovalo na přechodu z ojničního čepu na rameno ve spodní části u druhého zalomení. Výsledné hodnoty napětí zobrazuje následující tabulka.



Tab. 11 Výsledné hodnoty napětí obou zátěžových stavů

Zátěžový stav A			Zátěžový stav B		
σ_{VMA}	392,7	[MPa]	σ_{VMB}	74,9	[MPa]
σ_{1A}	434,5	[MPa]	σ_{1B}	53,2	[MPa]
σ_{3A}	26,5	[MPa]	σ_{3B}	0,9	[MPa]

6.3 VÝPOČET BEZPEČNOSTI

Materiálem klikového hřídele je nízkolegovaná ušlechtilá konstrukční chrom - molybdenová ocel určená k zušlechťování a povrchovému kalení s označením 42CrMo4, resp. dle ČSN 15 142. Jedná se o ocel určenou pro vysoce namáhané strojní díly požadující vysokou pevnost i houževnatost a její základní vlastnosti jsou uvedeny v následující tabulce. [15]

Tab. 12 Základní vlastnosti oceli 42CrMo4 [12]

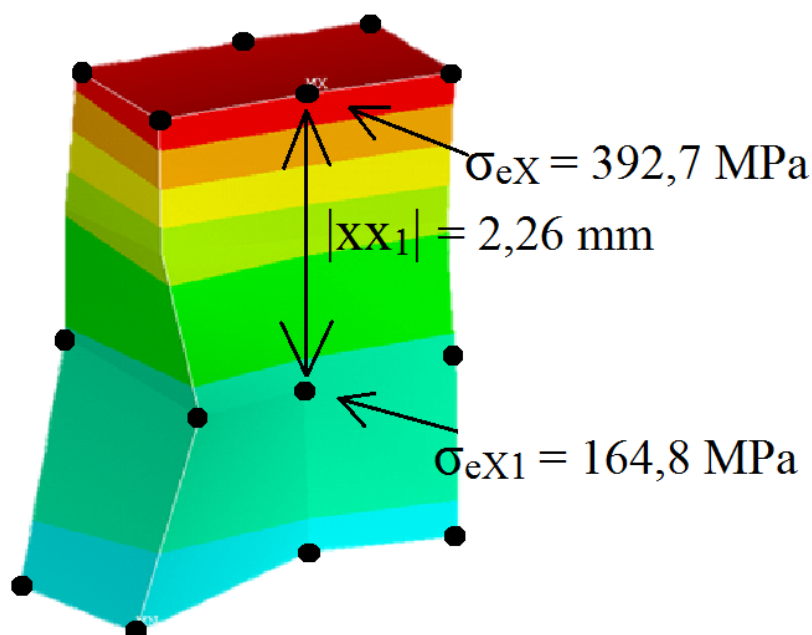
Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Mez pevnosti v tahu	R_m	1 283	[MPa]
Mez kluzu	R_e	900	[MPa]
Mez únavy v tahu / tlaku	σ_{cTT}	495	[MPa]
Mez únavy v ohybu	σ_{cOHYB}	525	[MPa]
Youngův modul pružnosti	E	210 000	[MPa]
Poissonova konstanta	μ	0,3	[-]
Hustota	ρ	7 850	[kg·m ³]

Poměrný gradient napětí je dán vztahem [12]:

$$\chi_R \cong \frac{1}{\sigma_{eX}} \cdot \left(\frac{\sigma_{eX} - \sigma_{eX1}}{|xx_1|} \right) [mm^{-1}], \quad (94)$$

kde σ_{eX} je maximální napětí ve vybraném elementu [MPa], σ_{eX1} je minimální napětí ve vybraném elementu ve vzdálenosti $|xx_1|$ pod povrchem [MPa] a $|xx_1|$ je vzdálenost mezi uzly elementu [mm].

Pro zjištění vzdálenosti mezi dvěma uzly vyselektovaného elementu, která je potřebná pro výpočet poměrného gradientu, byl použit příkaz NDIST.



Obr. 53 Vyselektovaný element s maximálním napětím ze zátěžového stavu A

Korekční součinitel se vypočítá ze vztahu [12]:

$$f_G = 1 + \frac{\frac{\sigma_{cOHYB} - 1}{\sigma_{cT/T}}}{\frac{2}{d_{vzorku}}} \cdot \chi_R \quad [-], \quad (95)$$

kde σ_{cOHYB} je mez únavy v ohybu [MPa], $\sigma_{cT/T}$ je mez únavy v tahu / tlaku [MPa] a d_{vzorku} je průměr zkušební vzorku [mm]. Průměr zkušební vzorku byl zvolen na hodnotu 7,5 mm.

Poměr součinitele vrubu a koncentrace napětí je určen [12]:

$$\frac{\beta}{\alpha} = 1 + \sqrt{\chi_R} \cdot 10^{-\left(0,35 + \frac{R_e}{810}\right)} \quad [-]. \quad (96)$$

Pro maximální a minimální ekvivalentní napětí platí [12]:

$$\sigma_{emax} = \text{sign}(\sigma_{1A}) \cdot \sigma_{VMA} \quad [MPa], \quad (97)$$

$$\sigma_{emin} = \text{sign}(\sigma_{1B}) \cdot \sigma_{VMB} \quad [MPa], \quad (98)$$

kde σ_{1A} je první hlavní napětí zátěžového stavu A [MPa], σ_{VMA} je maximální napětí von Mises zátěžového stavu A [MPa], σ_{1B} je první hlavní napětí zátěžového stavu B [MPa], σ_{VMA} je maximální napětí von Mises zátěžového stavu B [MPa].

Amplituda ekvivalentního napětí je dána vztahem [12]:

$$\sigma_{ea} = \frac{\sigma_{emax} - \sigma_{emin}}{2} \quad [MPa]. \quad (99)$$

Střední hodnota ekvivalentního napětí je dána vztahem [12]:



$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{emax} + \sigma_{emin}}{2} \text{ [MPa]}. \quad (100)$$

Pro bezpečnost prostého zatěžování potom platí [12]:

$$k_z = \frac{1}{\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\sigma_{ea}}{\sigma_{COHYB} \cdot \eta_{\sigma} \cdot \nu_{\sigma} \cdot f_G} + \frac{\sigma_{em}}{R_m}} \text{ [-]}, \quad (101)$$

kte ν_{σ} je vliv pravděpodobnosti přežití [-], zvolen na hodnotu 0,753. Součinitel vlivu velikosti pro průměr ojnicního čepu 8 až 250 mm je dán vztahem [12]:

$$\eta_{\sigma} = 1,189 \cdot D_o^{-0,097} \text{ [-]}. \quad (102)$$

Pro bezpečnost po zakalení přechodových rádiusů platí [12]:

$$k_{kaleno} = 1,3 \cdot k \text{ [-]}. \quad (103)$$

Tab. 13 Výsledné hodnoty bezpečnosti

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Amplituda ekvivalentního napětí	σ_{ea}	158,9	[MPa]
Střední hodnota ekvivalentního napětí	σ_{em}	233,8	[MPa]
Poměrný gradient napětí	χ_R	0,257	[mm ⁻¹]
Korekční součinitel	f_G	1,058	[-]
Poměr součinitele vrubu a koncentrace napětí	β/α	1,017	[-]
Bezpečnost	k_z	1,49	[-]
Bezpečnost po zakalení rádiusů	k_{kaleno}	1,93	[-]



ZÁVĚR

Pomocí excentrického klikového mechanismu s vhodnou volbou vyosení je možné dosáhnout úspor ztrátového výkonu motoru. To je způsobené poklesem střední hodnoty síly mezi pístem a vložkou válce. Při jmenovitých otáčkách $2\,000\text{ min}^{-1}$ se pro zvolenou hodnotu excentricity 16 mm a zvolený koeficient tření podařilo uspořít až $0,1\text{ kW}$ ztrátového výkonu na válec. Pro dvouválcové provedení motoru je tedy hodnota dvojnásobná, což představuje úsporu až 12% ztrátového výkonu oproti centrickému mechanismu.

Vliv excentricity na vyvážení setrvačných sil a momentů rotujících a posuvných částí v klikovém mechanismu není nijak výrazný. Nastává změna pouze u setrvačných sil a momentů posuvných částí prvního řádu. Vystupuje zde kromě kosinové složky i složka sinová, která však není příliš výrazná. Návrh vyvážení klikového ústrojí byl uskutečněn na klikovém hřídeli s uspořádáním, kde zážehy následují po sobě nepravidelně. Pomocí silového vyvážení klikového hřídele vývažky umístěnými na ramena zalomení se podařilo vyvážit momenty setrvačných sil rotujících částí. Momenty setrvačných sil posuvných částí prvního řádu byly vyváženy pouze částečně. Setrvačné síly posuvných částí byly při návrhu vyvážení klikového hřídele opomenuty, z důvodu nevýrazného vlivu.

Závěrem z výsledků torzního kmitání by mělo být rozhodnutí, zda je klikový hřídel motoru schopen provozu bez tlumiče torzních kmitů. U tohoto motoru se vyskytovaly v jeho provozních otáčkách $1\,000\text{ min}^{-1}$ až $2\,460\text{ min}^{-1}$ pouze rezonanční otáčky jednonozlového kmitání řádu $\kappa = 10,5$ a výše. Skutečně nebezpečné by však pro tento motor mohly být pouze řády $\kappa = 11,5$ a 12 , při nichž nastává výkmit značný točivého momentu. Lze tedy jednoznačně konstatovat, že tlumič torzních kmitů u tohoto dvouválce s krátkým a tuhým klikovým hřídelem není nutný.

Pevnostní kontrola měla určit a prokázat bezpečnost klikového hřídele vůči únavovému poškození. Po vystavení kliky dvěma zátěžovým stavům, které představují maximální zatížení, byla bezpečnost rovna $1,49$. Po zakalení rádiusů pak bezpečnost dosahovala hodnoty $1,93$. Zjištěné hodnoty bezpečnosti klikového hřídele lze považovat za zcela vyhovující pro bezpečný a bezporuchový provoz motoru. Klikový hřídel je mírně předdimenzovaný.

Veškeré uvedené výpočty v práci byly provedeny v numerické programu Matlab R2013b a jsou součástí přílohy. Klikový hřídel s vývažky byl vymodelován v programu PTC Creo Parametric 3.0. Veškerá schémata byla vytvořena v programu AutoCad Mechanical 2010 a pevnostní kontrola klikového hřídele pak byla provedena v programu ANSYS 15.0.



POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] KOLEKTIV VÚNM A ČKD. *Naftové motory čtyřdobé: 1.díl*. Druhé vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962, 544 s.
- [2] KOVAŘÍK, L., V. FERENCEY, R. SKALSKÝ a L. ČÁSTEK. *Konstrukce vozidlových spalovacích motorů*. Praha: Naše vojsko, 1992, 492 s.
- [3] KOŽOUŠEK, Josef. *Výpočet a konstrukce spalovacích motorů II*. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1983, 488 s.
- [4] VLK, František. *Vozidlové spalovací motory*. Brno: František Vlk, 2003. ISBN 80-238-8756-4.
- [5] PÍŠTĚK, Václav a Lubomír DRÁPAL. *Hnací ústrojí: Kinematika excentrického klikového mechanismu*. (Prezentace). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2012.
- [6] PÍŠTĚK, Václav a Lubomír DRÁPAL. *Hnací ústrojí: Síly a momenty v klikovém mechanismu*. (Prezentace). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2012.
- [7] PÍŠTĚK, Václav a Lubomír DRÁPAL. *Hnací ústrojí: Vyvažování řadových motorů-dvouválec*. (Prezentace). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství, 2012.
- [8] PÍŠTĚK, Václav a Josef ŠTĚTINA. *Pevnost a životnost*. 1. Vyd. Brno: VUT Brno, 1993, 205 s. ISBN 80-214-0474-4.
- [9] DRÁPAL, L. *Hnací ústrojí šestiválcového leteckého motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 69 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [10] BRITISH INTERNAL COMBUSTION ENGINE RESEARCH ASSOCIATION. *A Handbook on Torsional Vibration*. Cambridge: Cambridge university press, 1958 [cit. 2015].
- [11] NOVOTNÝ, Pavel. *Počítačové simulace v automobilovém průmyslu: Kmitání diskrétních soustav těles – část 2*. (Prezentace). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství.
- [12] NOVOTNÝ, Pavel. *Počítačové simulace v automobilovém průmyslu II: Aplikované metody řešení únavového poškození – část 1*. (Prezentace). Brno: VUT, Fakulta strojního inženýrství.
- [13] Wikipedie otevřená encyklopedie: *Metoda konečných prvků* [online]. 2015 [cit. 2015-05-25]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_kone%C4%8Dn%C3%BDch_prvk%C5%AF
- [14] SÜTTŐ, D. *Pětiválcový řadový vznětový motor s excentrickým klikovým mechanismem*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 101 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.



- [15] *Bolzano: Přehled vlastností oceli 42CrMo4* [online]. 2015 [cit. 2015-05-27]. Dostupné z:
http://www.bolzano.cz/assets/files/TP/MOP_%20Tycova_ocel/EN_10083/MOP_vlastnosti_42CrMo4.pdf



SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

a	[m·s ⁻²]	zrychlení pístu
A	[-]	čtvercová matice
a ₁	[m·s ⁻²]	první harmonická složka zrychlení pístu
a ₂	[m·s ⁻²]	druhá harmonická složka zrychlení pístu
a _i	[-]	poměrné amplitudy výchylek jednotlivých hmot
b	[m]	vzdálenost od osy pístního čepu a osy kliky
B	[N·s·m ⁻¹]	matice tlumení
c	[m]	rozteč ojnicních čepů
c ₁	[m]	ložisková vůle
c _s	[m·s ⁻¹]	střední pístová rychlost
c _{s,celk.} ^{λe=0}	[m·s ⁻¹]	celková střední pístová rychlost centrického mechanismu
c _{s,celk.} ^{λe≠0}	[m·s ⁻¹]	celková střední pístová rychlost excentrického mechanismu
c _s ^{λe≠0} ⊕	[m·s ⁻¹]	střední pístová rychlost v horním zdvihu excentrického mechanismu
c _s ^{λe≠0} ⊖	[m·s ⁻¹]	střední pístové rychlosti v dolním zdvihu excentrického mechanismu
d	[m]	vzdálenost mezi vývažky momentů
D	[m]	vrtání válce
D _h	[m]	průměr hlavního čepu klikového hřídele
D _k	[m]	průměr mazacích kanálků
D _o	[m]	průměr ojnicního čepu klikového hřídele
D _r	[m]	redukovaný průměr náhradního hřídele
d _{vzorku}	[mm]	průměr zkušební vzorku
e	[m]	excentricita
E	[MPa]	Youngův modul pružnosti
f	[-]	koeficient tření
F _c	[N]	celková síla
F _{cr}	[N]	celková radiální síla
f _G	[-]	korekční součinitel
F _I	[N]	vektor setrvačných sil posuvných částí I. řádu
F _{II}	[N]	vektor setrvačných sil posuvných částí II. řádu
F _n	[N]	normálová síla
F _o	[N]	ojnicní síla
F _p	[N]	síla od tlaku plynů



F'_p	[N]	síla od tlaku plynů opačného směru působení
F_{pmax}	[N]	maximální síla od tlaku plynů
F_r	[N]	radiální síla
F_{s_p}	[N]	setrvačná síla posuvných částí dvouválce
F_{s_pcos}	[N]	kosinová složka setrvačné síly posuvných částí I. řádu
F_{s_pI}	[N]	setrvačné síly posuvných částí I. řádu dvouválce
$F_{s_pI}^1$	[N]	setrvačná síla posuvných částí I. řádu prvního válce
$F_{s_pI}^2$	[N]	setrvačná síla posuvných částí I. řádu druhého válce
F_{s_pII}	[N]	setrvačné síly posuvných částí II. řádu dvouválce
$F_{s_pII}^1$	[N]	setrvačná síla posuvných částí II. řádu prvního válce
$F_{s_pII}^2$	[N]	setrvačná síla posuvných částí II. řádu druhého válce
F_{s_psin}	[N]	sinová složka setrvačné síly posuvných částí I. řádu
F_{s_r}	[N]	setrvačná síla rotujících částí dvouválce
$F_{s_r}^1$	[N]	setrvačná síla rotujících částí prvního válce
$F_{s_r}^2$	[N]	setrvačná síla rotujících částí druhého válce
F_{sp}	[N]	setrvačná síla posuvných částí
F_{spI}	[N]	setrvačná síla posuvných částí I. řádu
F_{spII}	[N]	setrvačná síla posuvných částí II. řádu
F_{sr}	[N]	setrvačná síla rotujících částí
F_t	[N]	tangenciální síla
F_v	[N]	odstředivá síla vývažku
F_v^1	[N]	odstředivá síla vývažků prvního válce
F_v^2	[N]	odstředivá síla vývažků druhého válce
G	[MPa]	modul pružnosti ve smyku
h	[m]	šířka zalomení klikového hřídele
I	[-]	jednotková matice
I_p	[m ⁴]	polární moment průřezu redukovaného hřídele v krutu
i_v	[-]	počet válců motoru
j	[-]	imaginární jednotka
J_1	[kg·m ²]	moment setrvačnosti na straně řemenice
J_2	[kg·m ²]	moment setrvačnosti prvního zalomení
J_3	[kg·m ²]	moment setrvačnosti druhého zalomení
J_4	[kg·m ²]	moment setrvačnosti na straně setrvačníku



J_{hr}	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti hřídele od hlavního čepu k řemenici a pod ní
J_{hs}	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti hřídele od hlavního čepu k setrvačníku a pod ním
J_i	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	celkový moment setrvačnosti jednoho zalomení
J_p	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti posuvných hmot ojnice a pístní skupiny
J_r	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti řemenice
J_{ro}	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti rotujících hmot ojnice
J_s	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti setrvačníku
J_{zal}	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	moment setrvačnosti zalomení
K	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	matice tuhostí
k_1	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	torzní tuhost mezi 1. a 2. kotoučem
k_2	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	torzní tuhost mezi 2. a 3. kotoučem
k_4	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	torzní tuhost mezi 3. a 4. kotoučem
k_i	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	torzní tuhost mezi příslušnými kotouči
k_{kaleno}	[-]	bezpečnost po zakalení rádiusů
k_s	$[\text{N}\cdot\text{m}^{-1}]$	tuhost stlačení v místě středu ložiska
k_z	[-]	bezpečnost prostého zatěžování
l	[m]	délka ojnice
l_h	[m]	délka hlavního čepu klikového hřídele
l_k	[m]	celková délka klikového hřídele
l_o	[m]	délka ojničního čepu klikového hřídele
l_p	[m]	vzdálenost od těžiště ojnice k ose pístního čepu
l_r	[m]	vzdálenost od těžiště ojnice k ose ojničního čepu
l_{ram}	[m]	délka jednoho ramene klikového hřídele
l_{red}	[m]	příslušná redukováná délka mezi náhradními kotouči
l_{red_r}	[m]	redukováná délka na straně řemenice
l_{red_s}	[m]	redukováná délka na straně setrvačníku
l_{red_z}	[m]	redukováná délka jednoho zalomení
l_z	[m]	skutečná délka jednoho zalomení
M	$[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$	matice momentů setrvačností (matice hmotností)
M_i	$[\text{N}\cdot\text{m}]$	diskrétní hodnota točivého momentu vzorku i
m_I	[kg]	hmotnost vývažků vyvažovacího hřídele I. řádu
m_{II}	[kg]	hmotnost vývažků vyvažovacího hřídele II. řádu
m_k	[kg]	celková hmotnost kliky



M_{kl}	[N·m]	klopný moment
m_o	[kg]	celková hmotnost ojnice
m_p	[kg]	hmotnost posuvných částí redukována do osy pístitního čepu
m_{po}	[kg]	posuvná hmotnost ojnice
m_{psk}	[kg]	hmotnost pístitní skupiny
m_r	[kg]	hmotnost rotujících částí redukována do osy ojnicního čepu
m_{r_zal}	[kg]	redukována hmotnost zalomení klikového hřídele
m_{ro}	[kg]	rotující hmotnost ojnice
M_{s_pcos}	[N·m]	kosinová složka momentu setrvačných sil posuvných částí I. řádu
M_{s_pI}	[N·m]	momenty setrvačných sil posuvných částí I. řádu
$M_{s_pI}^1$	[N·m]	moment setrvačných sil posuvných částí I. řádu prvního válce
$M_{s_pI}^2$	[N·m]	moment setrvačných sil posuvných částí I. řádu druhého válce
M_{s_pII}	[N·m]	momenty setrvačných sil posuvných částí II. řádu
$M_{s_pII}^1$	[N·m]	moment setrvačných sil posuvných částí II. řádu prvního válce
$M_{s_pII}^2$	[N·m]	moment setrvačných sil posuvných částí II. řádu druhého válce
M_{s_psin}	[N·m]	sinová složka momentu setrvačných sil posuvných částí I. řádu
M_{s_r}	[N·m]	momenty setrvačných sil rotujících částí
$M_{s_r}^1$	[N·m]	moment setrvačných sil rotujících částí prvního válce
$M_{s_r}^2$	[N·m]	moment setrvačných sil rotujících částí druhého válce
M_{s_rv}	[N·m]	vyvažovací moment setrvačných sil rotujících částí
M_t	[N·m]	točivý moment
M_{tk}	[N·m]	amplituda točivého momentu k-té harmonické složky
M_{tmax-}	[N·m]	maximální točivý moment v záporné části
M_{tmax+}	[N·m]	maximální točivý moment v kladné části
m_v	[kg]	hmotnost vývažku
m_{vp}	[kg]	hmotnost vývažku zalomení momentů posuvných částí
m_{vr}	[kg]	hmotnost vývažku zalomení momentů rotujících částí
m_{zal}	[kg]	hmotnost zalomení klikového hřídele
n	[min ⁻¹]	otáčky
N	[Hz]	frekvence vlastního kmitání
N_1	[Hz]	frekvence vlastního jednozlového kmitání
N_2	[Hz]	frekvence vlastního dvojuzlového kmitání
n_j	[min ⁻¹]	jmenovité otáčky



n_k	[-]	počet kotoučů náhradní soustavy
n_{r1}	[Hz]	rezonanční otáčky jednouzlového kmitání
n_{r2}	[Hz]	rezonanční otáčky dvojuzlového kmitání
n_v	[-]	počet diskretních vzorků
p	[Pa]	indikovaný tlak ve spalovacím prostoru
p_0	[Pa]	tlak v klikové skříni
P_e	[W]	efektivní výkon
P_z	[W]	ztrátový výkon
q	[-]	zobecněná výchylka
Q	[N]	zobecněná budící síla
r	[m]	poloměr kliky
R_e	[MPa]	mez kluzu
r_I	[m]	vzdálenost těžiště vývažků od osy vyvažovacího hřídele I. řádu
r_{II}	[m]	vzdálenost těžiště vývažků od osy vyvažovacího hřídele II. řádu
R_m	[MPa]	mez pevnosti v tahu
r_T	[m]	vzdálenost od osy klikového hřídele k těžišti zalomení
r_v	[m]	vzdálenost těžiště vývažku od osy otáčení klikového hřídele
r_{vp}	[m]	vzdálenost těžiště vývažku momentů posuvných částí od osy
r_{vr}	[m]	vzdálenost těžiště vývažku momentů rotujících částí od osy
s	[m]	dráha pístu
s_1	[m]	první harmonická složka dráhy pístu
s_2	[m]	druhá harmonická složka dráhy pístu
S_p	[m ²]	čelní plocha pístu
v	[m·s ⁻¹]	rychlost pístu
v_1	[m·s ⁻¹]	první harmonická složka rychlosti pístu
v_2	[m·s ⁻¹]	druhá harmonická složka rychlosti pístu
w	[-]	vlastní vektor
w_0	[-]	úhlová výchylka první hmoty
w_i	[-]	úhlová výchylka i-té hmoty
x	[m]	vůle mezi vývažky a pístem
x_p	[m]	vzdálenost od osy pístního čepu ke spodní hraně pístu
x_v	[m]	vzdálenost od osy kliky ke spodní části ramena
xx_1	[mm]	vzdálenost mezi uzly elementu



Z	[m]	zdvih
Z _{DÚ}	[m]	zdvih při dolní úvrati
Z _{HÚ}	[m]	zdvih při horní úvrati
α	[°]	úhel natočení klikového hřídele
$\alpha_{DÚ}$	[°]	poloha kliky při dolní úvrati
$\alpha_{HÚ}$	[°]	poloha kliky při horní úvrati
β	[°]	odklon ojnice
ε	[-]	kompresní poměr
η_{σ}	[-]	součinitel vlivu velikosti
ϑ_{4d}	[°]	rozestupy zážehů čtyřtakového motoru
λ	[-]	ojniční poměr
λ_e	[-]	excentrický poměr
$\lambda_{vč}$	[-]	vlastní číslo
μ	[-]	Poissonova konstanta
σ_{1A}	[MPa]	první hlavní napětí zátěžového stavu A
σ_{1B}	[MPa]	první hlavní napětí zátěžového stavu B
σ_{3A}	[MPa]	třetí hlavní napětí zátěžového stavu A
σ_{3B}	[MPa]	třetí hlavní napětí zátěžového stavu B
σ_{cOHYB}	[MPa]	mez únavy v ohybu
$\sigma_{cT/T}$	[MPa]	mez únavy v tahu/tlaku
σ_{ea}	[MPa]	amplituda ekvivalentního napětí
σ_{em}	[MPa]	střední hodnota ekvivalentního napětí
σ_{emax}	[MPa]	maximální ekvivalentní napětí
σ_{emin}	[MPa]	minimální ekvivalentní napětí
σ_{eX}	[MPa]	maximální napětí ve vybraném elementu
σ_{eX1}	[MPa]	napětí ve vybraném elementu ve vzdálenosti $ x_{X1} $
σ_{VMA}	[MPa]	maximální napětí von Mises zátěžového stavu A
σ_{VMB}	[MPa]	maximální napětí von Mises zátěžového stavu B
φ	[°]	torzní výchylka klikového hřídele
χ_R	[mm ⁻¹]	poměrný gradient
ω	[rad·s ⁻¹]	úhlová rychlost
Ω	[rad·s ⁻¹]	vlastní úhlová frekvence
β/α	[-]	poměr součinitele vrubu a koncentrace napětí



κ	[-]	řád harmonické složky
κ_h	[-]	hlavní řád harmonické složky
ν_σ	[-]	vliv pravděpodobnosti přežití
ρ	[kg·m ³]	hustota



SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1 – redukované délky klikového hřídele

Příloha 2 – výpočtová dokumentace v elektronické podobě