



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VYHODNOCENÍ MĚŘENÍ VIBRACÍ NA
JEDNOMOTOROVÉM LETOUNU**

VIBRATION ANALYSIS OF SINGLE-ENGINE AIRCRAFT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Tomáš Loucký

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Filip Kšica

BRNO 2023

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Tomáš Loucký
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	Ing. Filip Kšica, Ph.D.
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Vyhodnocení měření vibrací na jednomotorovém letounu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V rámci na pracovišti probíhajících projektů byly během letových zkoušek provedeny měření na jednomotorovém letounu pomocí piezokompozitních senzorů a akcelerometrů. Odezva těchto senzorů nese informaci nejen o provozních vibracích během jednotlivých fází letu, ale i deformaci jednotlivých nosných prvků uvnitř trupu. Zpracování těchto dat je klíčové pro zhodnocení provozních podmínek, zatížení a identifikaci kritických změn či událostí během letu.

Cíle bakalářské práce:

1. Nastudujte problematiku vibrodiagnostiky malých jednomotorových letadel.
2. Proveďte zpracování poskytnutých dat z akcelerometrů a piezokompozitních senzorů v časové, frekvenční a časově–frekvenční oblasti.
3. Proveďte vyhodnocení statistické závislosti měřené odezvy ze senzorů a mechanického namáhání konstrukce během jednotlivých manévřů letadla.
4. Z dosažených výsledků vyvoďte závěry z hlediska využitelnosti instalovaných senzorů pro monitorování stavu konstrukce.

Seznam doporučené literatury:

KSICA, Filip, Zdenek HADAS a Jiri HLINKA. Integration and test of piezocomposite sensors for structure health monitoring in aerospace. Measurement [online]. 2019, 147, 106861. ISSN 02632241. Dostupné z: doi:10.1016/j.measurement.2019.106861

JUNG, Deokwoo, Zhenjie ZHANG a Marianne WINSLETT. Vibration analysis for IoT enabled predictive maintenance. Proceedings - International Conference on Data Engineering [online]. 2017, 1271–1282. ISSN 10844627. Dostupné z: doi:10.1109/ICDE.2017.170

HATCH, Michael R. Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS [online]. 2001. ISBN 1584882050. Dostupné z: doi:10.1201/9781420035759

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou měření a zpracování dat na malém jednomotorovém letounu s následnou analýzou a vyhodnocením s ohledem na celkové namáhání konstrukce letadla. První část uvádí základní informace o vibracích i o jejich vlivu na letadlo. Zaměří se také na způsoby a přístroje využívané k měření vibrací. Následná kapitola popíše postupy zpracování dat v časové, frekvenční a časově-frekvenční oblasti a hledání korelace s testováním hypotéz. Další část práce bude pracovat s naměřenými daty při testovacím letu, kdy využije předchozích poznatků pro úpravu a zpracování všech signálů, které jsou k dispozici. Pokusí se nalézt statistické závislosti mezi odezvou ze sensorů a manévry, které letadlo provádí. Nakonec budou z výsledků vyvozeny závěry s ohledem na použitelnost sensorů k určení namáhání konstrukce při letu.

Klíčová slova

Vibrace, letadlo, akcelerometr, piezokompozitní senzor, zpracování dat, vykreslení dat, korelace, hypotéza, deformace

Abstract

This bachelor's thesis deals with the measurement and processing of data from a small single-engine aircraft, followed by analysis and evaluation regarding the overall structural load of the aircraft. The first part provides basic information about vibrations in general and their impact on an aircraft. It also focuses on methods and devices used for vibration measurement. The subsequent chapter describes the procedures of data processing in time, frequency, and time-frequency domains, as well as providing basics about statistical correlation and hypothesis testing. The next section of this thesis will work with the collected data from a test flight, utilizing the previously acquired knowledge to adjust and process all available signals. The goal will be to identify statistical correlations between sensor responses and aircraft maneuvers. Finally, conclusions will be drawn from the results regarding the applicability of sensors for determining the structural load during flight.

Keywords

Vibration, airplane, accelerometer, piezocomposite sensor, data processing, data visualization, correlation, hypothesis, deformation

Bibliografická citace

LOUCKÝ, Tomáš. Vyhodnocení měření vibrací na jednomotorovém letounu [online]. Brno, 2023 [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/149650>.
Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Filip Kšica.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma Vyhodnocení měření vibrací na jednomotorovém letounu vypracoval samostatně pod vedením Ing. Filip Kšica Ph.D. s použitím odborné literatury a jiných zdrojů, které jsou všechny citovány a uvedeny v seznamu literatury.

1.	Úvod.....	9
2.	Motivace.....	10
3.	Formulace problému a cíle práce	10
4.	Současný stav poznání	11
4.1	Vibrace na letadle	11
4.2	Druhy vibrací.....	11
4.2.1	Periodické vibrace.....	12
4.2.2	Stacionární náhodné vibrace	14
4.2.3	Nestacionární náhodné vibrace	14
4.2.4	Rezonance	15
4.3	Měření vibrací.....	15
4.3.1	Měření polohy	15
4.3.2	Měření rychlosti.....	16
4.3.3	Měření zrychlení	17
4.4	Zpracování dat	19
4.4.1	Časová oblast	19
4.4.2	Frekvenční oblast.....	21
4.4.3	Časově-frekvenční oblast.....	22
4.4.4	Korelační analýza	22
4.4.5	Testování hypotéz	23
5.	Praktická analýza dat.....	24
5.1	Provedení testovacího letu.....	24
5.2	Zpracování dat z letu	25
5.2.1	Synchronizace	25
5.2.2	Filtrace	26
5.2.3	Segmentace letu	26
5.2.4	Vykreslení zpracovaných dat	27
5.2.5	Vykreslení statistických parametrů letu	29
5.2.6	Vyhodnocení statistických parametrů	32
5.3	Statistická závislost.....	32
5.3.1	Korelační analýza v časové oblasti	34
5.3.2	Korelační analýza ve frekvenční oblasti.....	36
5.3.3	Korelační analýza v časově-frekvenční oblasti	37
5.3.4	Vyhodnocení korelační analýzy	39
6.	Závěr.....	40

7.	Seznam citací.....	42
----	--------------------	----

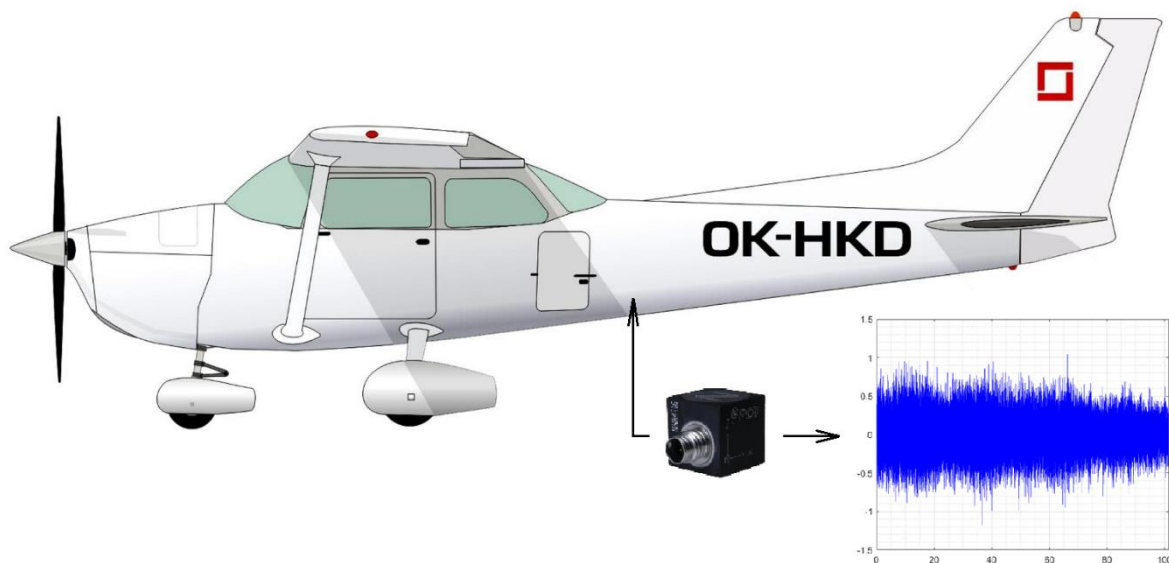
1. Úvod

Růst využití letecké přepravy zboží a osob se stává silným trendem posledních let, a to nejen na dlouhých, ale taktéž na krátkých vzdálenostech. S tímto trendem se úzce pojí také významnost neustále se zvyšujícího dohledu nad bezpečností v leteckém provozu. Důležitou částí přispívající k celkové bezpečnosti provozu je pravidelná údržba zařízení a taktéž predikce možných poruch za pomoci senzorů snímající reálné jevy, které se dějí při každém letu.

Jedním z velmi důležitých jevů při určování bezpečnosti většiny strojů s rotačním nebo vratným pohybem jsou vibrace. Vibrace mohou výrazně ovlivnit životnost a funkčnost stroje svým nadměrným výskytem, což by v krajních situacích mohlo vést až ke katastrofálním následkům. Proto se se zvyšujícími nároky na bezpečnost zvyšuje i popularita a využitelnost vibrodiagnostiky, tedy měření vibrací pomocí senzorů a následné zpracování a vyhodnocení naměřených dat.

Vysoké nároky na správnost vibrodiagnostiky jsou o to větší, pokud se jedná o stroj, či jeho část, který přímo ovlivňuje desítky či stovky životů. V takovém případě musí být údržba těchto strojů nejen dostatečná, ale navíc i efektivní z pohledu financí, aby vysoké náklady na ni nebyly příčinou jejího dlouhodobého zanedbávání. Jedním z těchto strojů, u kterých je bezpečnost nejvyšší prioritou, je tudíž i letadlo.

Základním předpokladem pro využití vibrodiagnostiky je správná interpretace jednotlivých dat, aby odpovídaly reálnému chování součásti. Úspěšným cílem vibrodiagnostiky je odhalení problému dříve, než nastane nebo dříve, než se rozšíří natolik, že by mohl vést k daleko závažnějšímu problému. Vibrodiagnostika se proto v současné době stává nedílnou součástí údržby strojů v leteckém průmyslu a lze očekávat, že hlavně díky její efektivitě a využitelnosti se bude její používání v blízké budoucnosti jen zvyšovat.



Obr. 1 Letadlo Cessna 172 [25]

2. Motivace

Motivací této bakalářské práce je ukázat možnosti a způsoby práce s daty získanými ze senzorů. Nezpracovaná data je vždy potřeba upravit a zpracovat pro potřeby další práce a jinak tomu není ani u zpracování dat v téhle bakalářské práci, která pracuje s daty ze senzorů na letadle. Zpracovaná data mohou poskytnout informace o namáhání konstrukce letadla při různých fázích letu, což je důležitá informace z pohledu bezpečného provozu a životnosti letadla. Měřící senzory se mohou lišit v přesnosti, ceně a použitelnosti, proto je vhodné je porovnat a určit výhody a rozdíly mezi nimi.

3. Formulace problému a cíle práce

Bylo provedeno měření na jednomotorovém letounu značky Cessna, v rámci kterého byla pomocí senzorů měřena odezva z akcelerometrů a piezokompozitních senzorů. S dalšími informacemi jako výška, rychlost a trajektorie lze dostat ucelené údaje o celém testovacím letu. Tato data po zpracování obsahují klíčové poznatky o namáhání konstrukce při jednotlivých manévrech před i v průběhu letu. Pro získání požadovaných informací je potřeba nezpracovaná data ze senzorů převést do podoby pro následnou analýzu. To obnáší časovou a frekvenční synchronizaci, aby každá část signálu odpovídala správnému úseku letu, nebo filtraci či ořezání. U zpracovaných dat je potřebná následná analýza a vyhodnocení. Z bezpečnostního hlediska je velmi důležité nalézt úseky, při kterých dochází k největšímu namáhání a jejich souvislost s jednotlivými manévry při letu.

Za cíl si tato práce stanovuje uvést do problematiky měření a vyhodnocování dat na letadle. Měla by správně provést zpracování dat z jednotlivých senzorů, tedy akcelerometrů a piezokompozitních senzorů. Tyto data by měla být pro úplnost zpracována v časové, frekvenční a časově-frekvenční oblasti. Následovat bude nalezení závislosti mezi odezvou z měřících senzorů a jednotlivými manévry. Pro to by měly být použity odpovídající statistické nástroje z oblasti korelační analýzy. Práce by měla být ukončena shrnutím a vyhodnocením dříve získaných poznatků.

4. Současný stav poznání

4.1 Vibrace na letadle

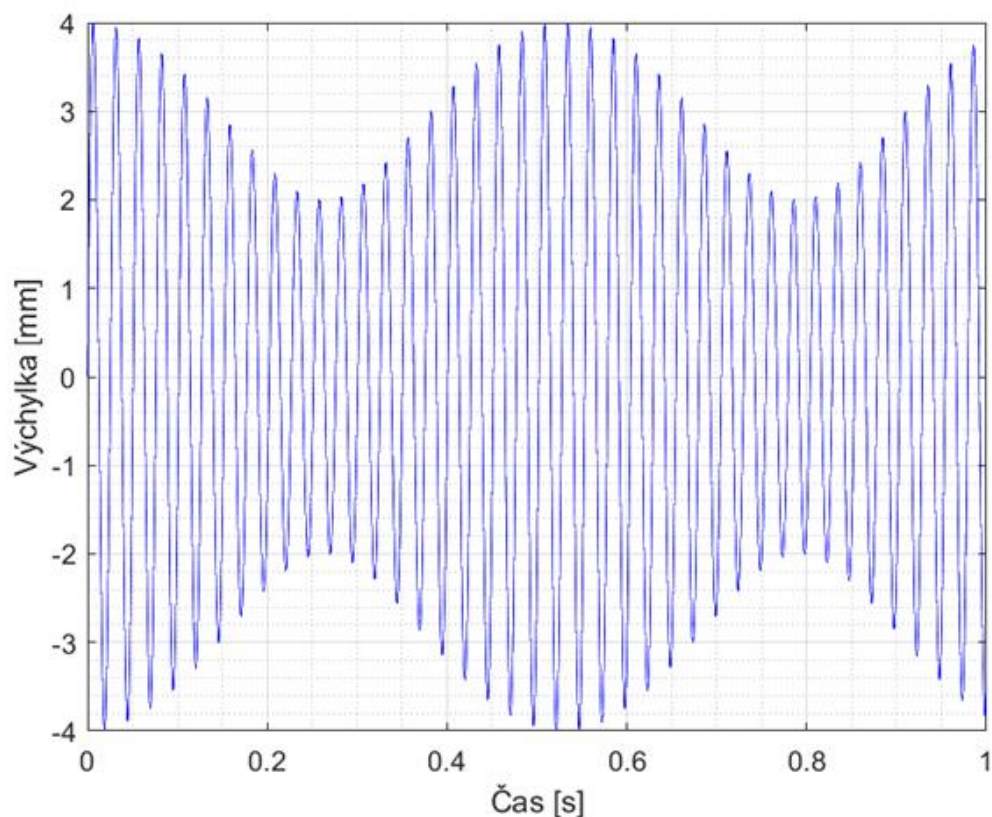
Vibrace mají zásadní vliv na provoz většiny strojů. U letadel mohou způsobovat různé problémy, od nepohodlného letu pro posádku, až po nadměrné namáhání celé konstrukce i jejích částí. Je více než vhodné je měřit a vědět co je způsobuje i jaké to má důsledky. Mnoho různých faktorů má vliv na vznik vibrací u letadel. Tyto faktory by se daly rozdělit mezi dvě příčiny, tedy vibrace způsobené provozem součástí a strojů, ze kterých je samotné letadlo složeno, a vibrace způsobené vnějšími vlivy. Mezi základní příčiny vzniku vibrací způsobené provozem letadla patří hlavně samotný motor se všemi součástkami, které přímo souvisí s prací motoru. Ať už se jedná o motor, hřídel, nebo samotnou vrtuli, rotační pohyb těchto částí způsobuje významnou část vibrací, které se na celém letadle nachází. Za další příčiny lze určitě zmínit hydraulické a pneumatické systémy, které při používání mohou způsobovat vibrace v provozu i bez poškození. A nakonec je potřeba zmínit, že vibrace může způsobovat skoro jakákoliv část letadla, pokud je poškozená a nefunguje správně. Lze toho využít naopak, kdy z naměřených a vyhodnocených dat je možné rozpoznat poruchu. U vibrací způsobených vnějšími vlivy se lze bavit hlavně o vzniku díky interakci s okolním vzduchem a jeho odporem, ale také například i vibrace od kol při vzletu a přistání na ranveji. Při interakci s okolím za letu rozdělujeme vibrace na dva hlavní druhy, a to *Buffet* a *Flutter*. *Buffet* je typ vibrací, který je spojován s narušením proudění vzduchu, kde následně vzniká turbulentní proudění, které může způsobovat vibrace. Děje se to například u brzdění při vysunutí aerodynamické brzdy. Na rozdíl od typu *Flutter* zde nedochází ke zvyšování amplitudy vibrací a je považováno za méně nebezpečné, jelikož je stroj navržen jim do určité míry odolat. Typ *Flutter* způsobuje vzájemná interakce elastických a nestálých aerodynamických sil. Tyto síly a momenty od proudícího vzduchu okolo konstrukce vytvářejí vibrace. *Flutter* vzniká, pokud se tyto vibrace blíží vlastní frekvenci konstrukce, tedy dochází k nestabilnímu zvyšování amplitudy vibrací. Nejčastěji vzniká na řídicích plochách, může se však rozšířit i na celá křídla a ocas, výjimečně i na trup a zbytek letadla. *Flutter* nastává při vyšších rychlostech nebo ve větší nadmořské výšce a díky své nestabilitě je považován za velice nebezpečný jev [1].

4.2 Druhy vibrací

Vibrace jsou charakteristickým jevem pro mechanické systémy s opakujícím pohybem, jako je například píst motoru, nebo rotačním pohybem, například vrtule u letadla. Pokud nejsou kontrolované, může dojít k menším poškozením, které však mohou vést ale i k mnohem vážnějším poruchám. Obecně lze vibrace definovat jako pohyb nebo oscilaci částic, popřípadě celých těles, okolo rovnovážné polohy. Lze je popsat posuny v rovinách x, y, z a rotacemi okolo zmíněných os pro daný vibrující bod. To taky znamená, že každá vibrace bodu může být popsána její amplitudou a fází [2]. Podle charakteru chování je můžeme rozdělit na periodické a náhodné. U náhodných vibrací dále rozlišujeme stacionární a nestacionární chování.

4.2.1 Periodické vibrace

Periodické vibrace se vyznačují opakováním hodnot v pravidelných časových intervalech, při kterých nedochází ke změně amplitudy ani frekvence.



Obr.2 Příklad periodického signálu vibrací

Speciálním typem periodického signálu je harmonický, u kterého je okamžitá výchylka tělesa určena funkcí sinus [3],

$$x = X_o \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (1)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

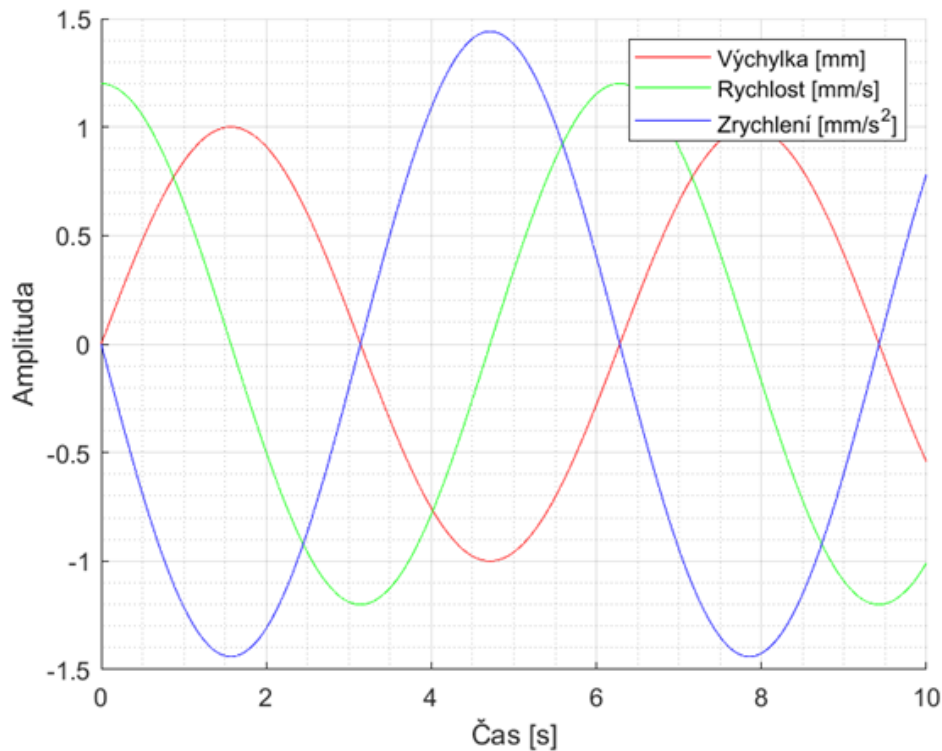
kde x je okamžitá výchylka, X_o je maximální výchylka ω je úhlová rychlost a T je perioda. Pro popis se nejčastěji využívají veličiny výchylky, rychlosti a zrychlení. Jestliže je výchylka v čase popsána rovnicí 1, můžeme o rychlosti, jako derivaci výchylky, napsat

$$v = \frac{dx}{dt} = X_o \cdot \omega \cos(\omega \cdot t) \quad (3)$$

a následné zrychlení, jako derivace rychlosti, je

$$a = -X_o \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (4)$$

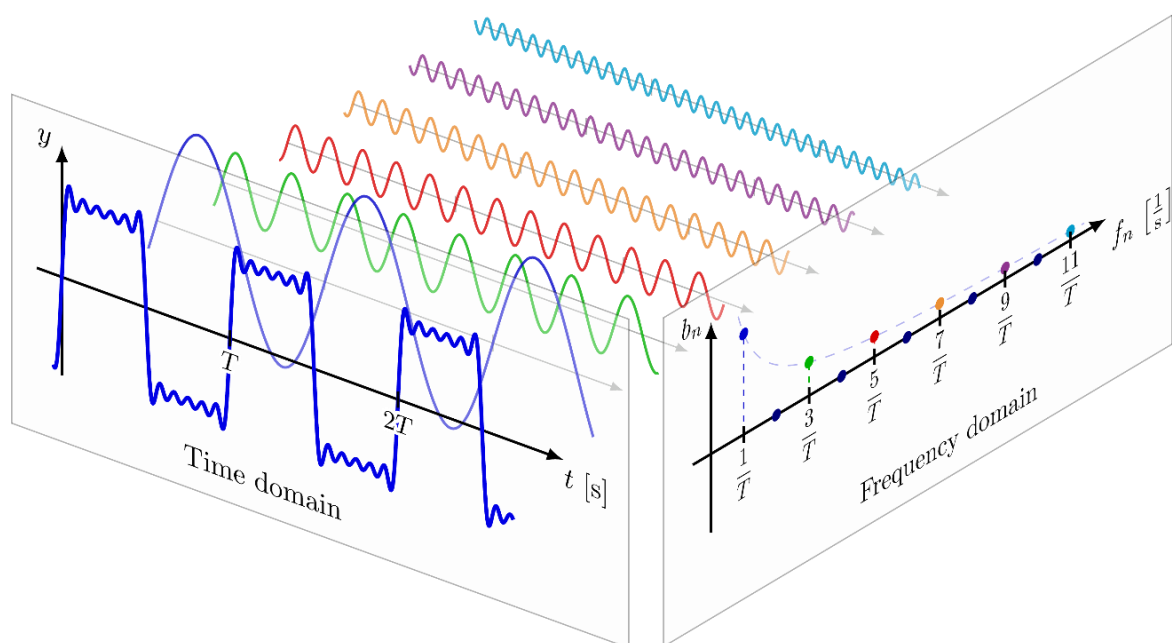
Z předchozích rovnic můžeme popsat závislost výchylky, rychlosti a zrychlení pro harmonický signál jako grafy v Obr.3.



Obr.3 Výchylka, rychlost a zrychlení harmonických vibrací

V drtivé většině případů měření vibrací se ale nejedná o harmonický signál. Pokud se však jedná o periodický signál, můžeme využít matematického teoremu prvně formulovaného Josephem Fourierem, který nám říká, že jakoukoliv periodickou funkci lze rozepsat jako součet sinusových funkcí.

$$f(t) = X_0 + X_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + X_2 \cdot \sin(2\omega t + \varphi_2) \dots + X_n \cdot \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (5)$$



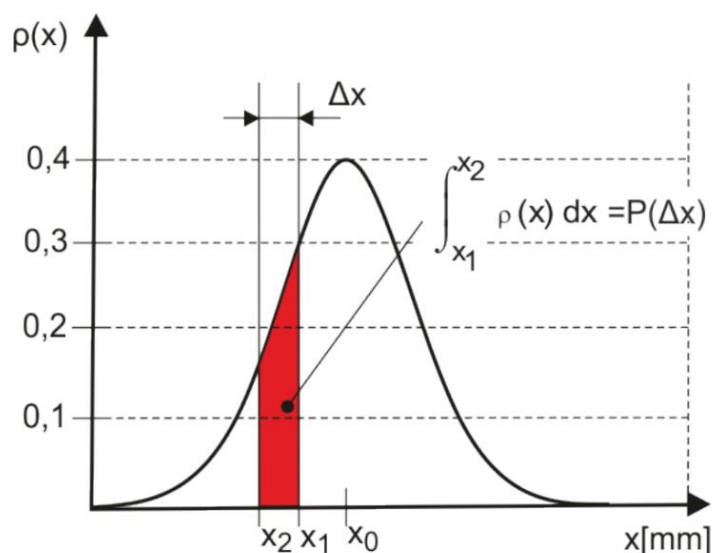
Obr.4 Rozložení periodické funkce pomocí sinů [21]

4.2.2 Stacionární náhodné vibrace

Náhodné vibrace nelze popsat funkcí, jelikož dochází k nepravidelným pohybům, které se teoreticky nikdy neopakují, tedy mění frekvenci i amplitudu. Jsou nedeterministické, což znamená, že u nich nelze přesně předpovědět jejich podobu a chování do budoucna. Stacionární náhodné vibrace jsou speciální typ náhodných vibrací, o kterých můžeme říct, že se jejich charakteristické hodnoty z pohledu statistiky nemění, nebo se mění jen velmi málo. V praxi se popisují stacionární vibrace hlavně pravděpodobností určitého jevu, například zda výchylka přesáhne stanovenou hodnotu. Pro intervaly se zavádí pravděpodobnostní hustota, která uvádí pravděpodobnost, že se hledaná veličina nachází v předem určeném rozmezí. Z matematického pohledu ji lze definovat jako

$$\rho(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x) - P(x + \Delta x)}{\Delta x} \quad (6)$$

kde $\rho(x)$ je pravděpodobnostní hustota, $P(x)$ je pravděpodobnost, že okamžitá výchylka je vyšší než hodnota x a $P(x + \Delta x)$ pravděpodobnost, že okamžitá výchylka je vyšší než hodnota $x + \Delta x$. Můžeme si všimnout, že pravděpodobnostní hustota není závislá na aktuální výchylce. Při vykreslení této veličiny v závislosti na všech x získáme závislost zobrazenou na Obr.5.



Obr.5 Graf pravděpodobnostní hustoty [20]

Po integraci v mezích, které nás zajímají, dostaneme výslednou pravděpodobnost hledaného jevu. Pro jeho přesné určení ale potřebujeme teoreticky nekonečno hodnot výchylky, což je nemožné. Smysluplné výsledky však získáme už po měření v řádech minut.

4.2.3 Nestacionární náhodné vibrace

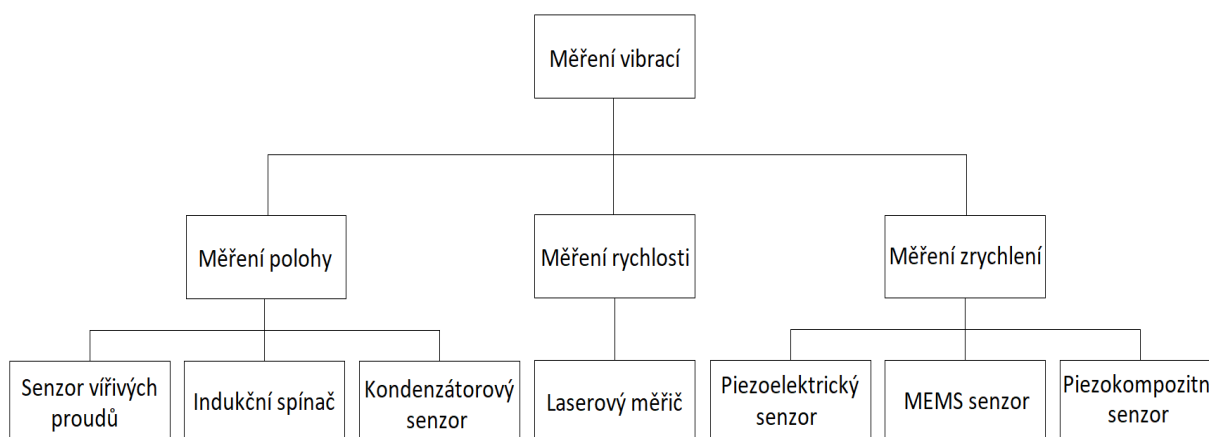
Tento typ vlastností vibrací je v praxi nejrozšířenější. Nestacionární náhodné vibrace nevykazují periodicitu, mohou se velmi rychle měnit v čase, stejně tak i statistické charakteristiky se mění v čase. Vyhodnocují se například pomocí složených průměrů nebo časového průměrování. Složený průměr se využívá při vícekrát opakovaných měření, kde se následně udělá z měřených hodnot průměr. U časového průměrování se měří a vyhodnocuje jen relativně krátký časový úsek [4].

4.2.4 Rezonance

Rezonance je ve většině systémů nechtěný jev, při kterých dochází ke zvýšení amplitudy vibrací na určitých frekvencích budící síly. To může být velice nebezpečné, jelikož při zvýšené amplitudě vibrací se zvyšuje zátěž působená na jednotlivé části stroje. Rezonance nastanou, pokud se frekvence budící síly, nebo frekvence jedné ze složek po Fourierově transformaci, nachází v blízkém okolí vlastní frekvence systému. Jelikož je rezonance u většiny strojů více než nežádoucí, je důležité se jí umět vyvarovat a být v dostatečné vzdálenosti od vlastní frekvence systému. Vlastní frekvenci určuje několik veličin, jako je hmotnost, tuhost nebo tlumení dané součástí [5].

4.3 Měření vibrací

Měření vibrací je prvním a základním krokem pro správnost a funkčnost vibrodiagnostiky. Vibrace jsou měřeny přístroji, které převádí mechanické vibrace na elektrický signál. Tento signál nám poté může dát informace o zkoumaném objektu a případnou analýzu při vyhodnocování stavu součástí.



Obr.6 Rozdělení typů senzorů pro měření vibrací

4.3.1 Měření polohy

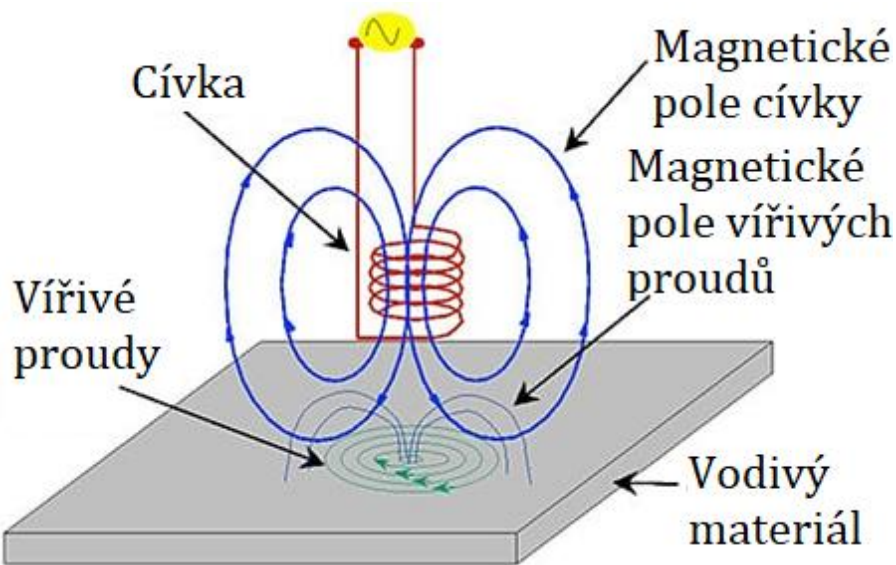
Měření polohy funguje na principu sledování vzdálenosti mezi senzorem a vibrující součástkou. Použitelné jsou pro nízkofrekvenční vibrace do 10 Hz nebo při měření na strojích s malou radiální mezerou mezi součástkami. Nejčastější použití je u měření vibrací na hřídeli s ložiskem.

Senzor vířivých proudů

Jedná se o bezkontaktní senzor, který funguje na principu sledování změny odporu materiálu při měnící se vzdálenosti. Když se kovový předmět přiblíží k senzoru, tak elektromagnetické pole tvořené cívkou indukuje vířivé proudy v nemagnetických, ale vodivých materiálech. Využívány jsou pro tepelné motory s plynovou turbínou.

Indukční spínač

Z principu funkce může být tento senzor používán jen pro kovy, nejlépe pro kovy na bázi železa. Tento senzor pracuje se změnou v magnetickém poli při změně vzdálenosti, kterou sleduje LC obvod. Používá se například pro vzájemnou polohu rotoru a statoru.



Obr.7 Senzor vířivých proudů [22]

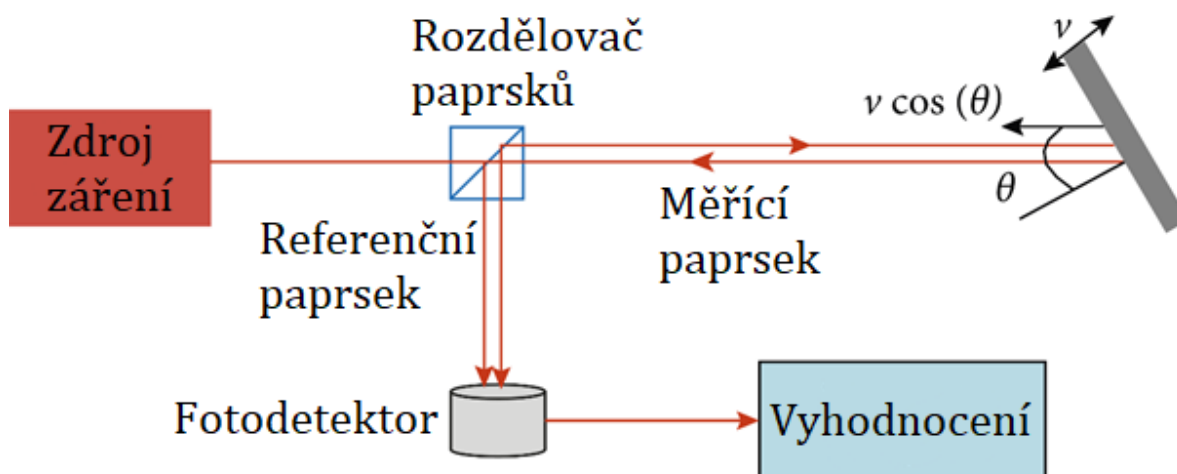
Kondenzátorový senzor

Bezkontaktní senzor, který získává informace sledováním změny elektrické kapacity. Tu měří mezi jednou deskou kondenzátoru a měřenou součástí, která musí být kovová a uzemněna. Výhodami jsou vysoká přesnost a rozlišení. Mezi nevýhody patří hlavně vysoká výstupní impedance, citlivost na změnu materiálu nebo nepřesnost měření vlivem nečistoty mezi senzorem a objektem.

4.3.2 Měření rychlosti

Tyto přístroje fungují na principu elektromagnetické indukce, kde měří signál, který je lineárně úměrný rychlosti. Pro správnou funkci by měly být nainstalovány na dostatečně velké a rovné ploše, jelikož jsou citlivé na horizontální vibrace. Frekvenční rozsah pro tento typ měření je od 10 Hz po 1000 Hz.

Laserový měřič



Obr.8 Schéma laserového měřiče [23]

Jedná se o zařízení měřící vibrace s využitím Dopplerova jevu. Laser zasvítí na zkoumanou součást, která paprsek odrazí s určitým fázovým posunem. Následným porovnáním a demodulací signálu získáme rychlost v závislosti na čase. Obrovskou výhodou je nezávislost na změně vzdálenosti mezi laserem a součástí nebo například velice snadná změna měřeného místa pomocí odrazu paprsků. Nevýhody jsou rozměry celého systému, z toho plynoucí omezená mobilita a vysoká cena. I proto jsou používána jen ve speciálních případech.

4.3.3 Měření zrychlení

Pro měření zrychlení systému se využívá elektromechanický přístroj zvaný akcelerometr. Typy akcelerometrů lze rozdělit do třech základních typů senzorů, každý fungující na jiném principu.

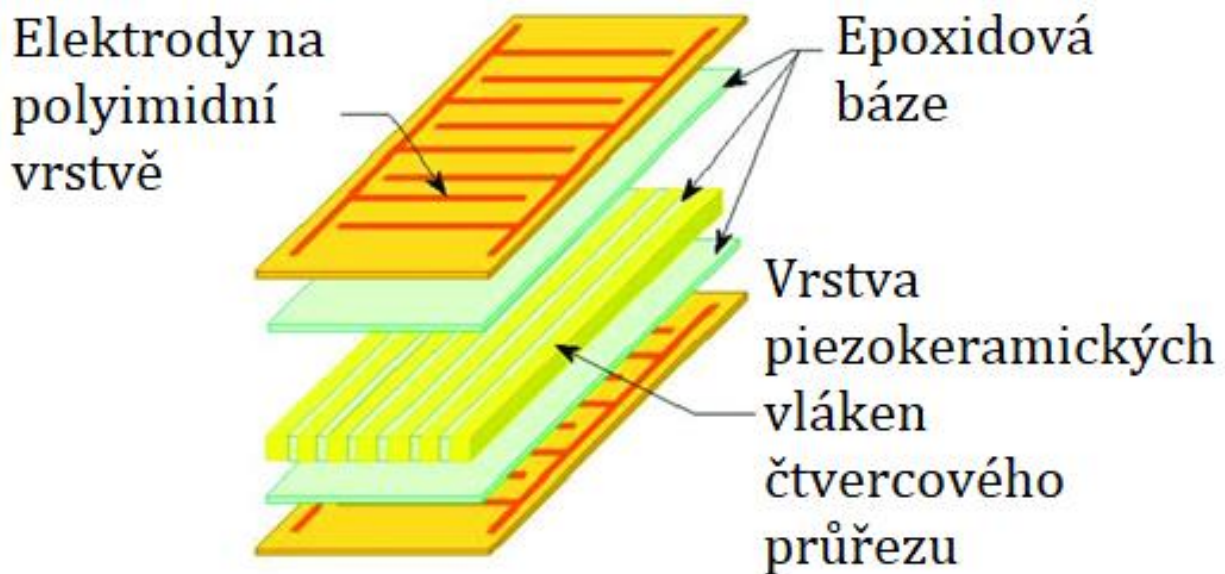
Piezelektrické senzory

Tyto senzory k měření vibrací využívají piezelektrického jevu. Piezelektrický jev při deformaci generuje elektrické napětí, které je přímo úměrné síle vyvolávající deformaci. Tyto akcelerometry lze rozdělit na dvě základní skupiny dle zpracování. První je typ stlačovací, druhý smykový. Hlavním rozdílem je rovina, ve které jednotlivý akcelerometr zvládá měřit. Stlačovací akcelerometry se používají jen v konkrétních případech, jako například při měření vibrací u mostů a budov, smykové však mají obecnější využití a jsou tedy častěji využívány. Mezi výhody patří nízká hmotnost, vysokofrekvenční rozsah měření, nebo robustnost celého zařízení. Mezi nevýhody patří vysoká výstupní impedance či slabý výstupní signál, který je potřeba zesilovat [6].

MEMS senzory

MEMS (MikroElektroMechanickýSystém) senzory jsou akcelerometry fungující na principu sledování změn v kontrolním závaží s pružinou. Při působení zrychlení se závaží chová jako odpor díky vlastní setrvačnosti a dochází zde k natahování a stlačování pružiny. Výsledná naměřená síla odpovídá zrychlení. MEMS akcelerometry lze rozdělit na kapacitní a piezorezistivní, fungují však na stejném principu, rozdíl je jen v získání elektrického signálu. Hlavními výhodami je nízká cena, malé rozměry a dostatečně velký frekvenční rozsah [6][7].

Piezokompozitní senzory



Obr.9 Struktura piezokompozitních senzorů [24]

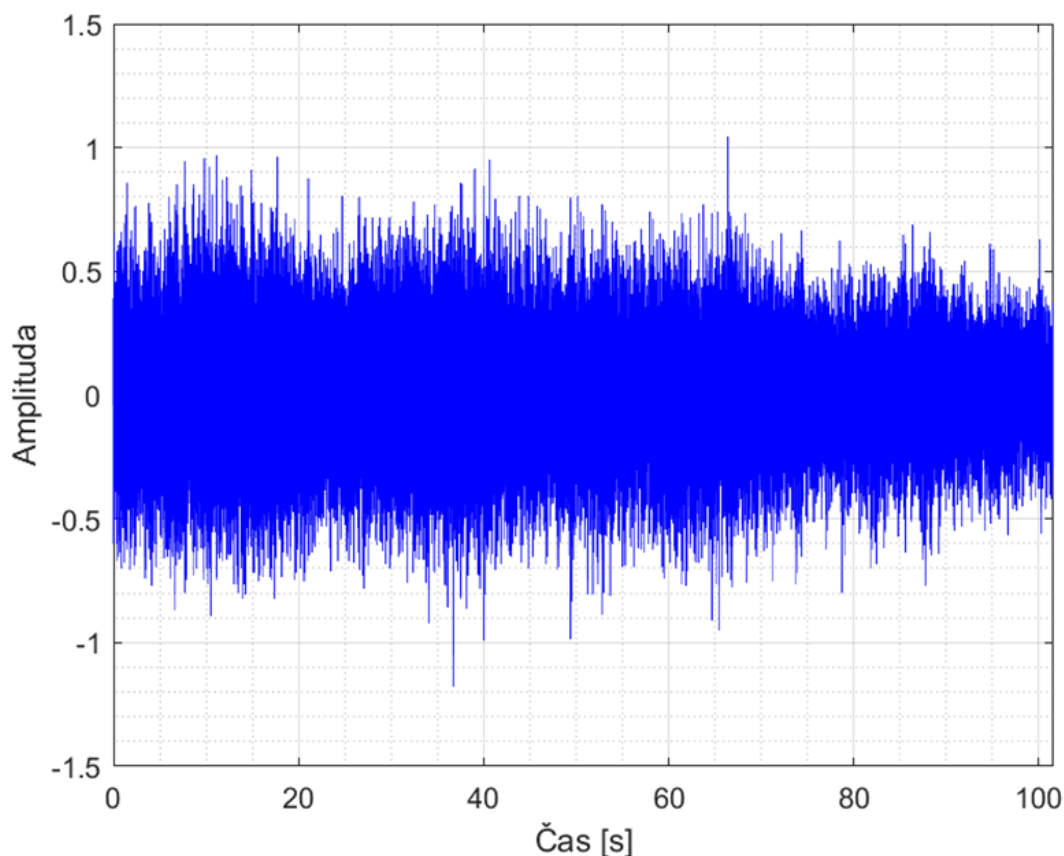
Piezokompozitní senzory jsou nově zkoumaná a testovaná zařízení pro měření vibrací. Využívají piezoelektrických vláken v kombinaci s kompozitními materiály, které oproti jednolitým piezokeramickým sensorům představují řadu výhod, hlavně vysokofrekvenční měření a značnou odolnost při zachování vysoké ohebnosti. Složeny jsou z piezokeramických vláken čtvercového průřezu uložených v epoxidové bázi. Dvě měřicí elektrody z každé strany jsou obaleny v polyimidní vrstvě. Při přivedeném napětí na elektrody se součástka chová jako aktuátor, bude se ohýbat a měnit tvar. Naopak při změně tvaru lze pozorovat změny napětí na elektrodách. Toho se využívá právě při měření vibrací v leteckém, kosmickém a automobilovém průmyslu [8][9].

4.4 Zpracování dat

Po naměření dat přichází jedna z nejdůležitějších částí vibrodiagnostiky, a tou je zpracování a analýza dat. Úspěšnost celého procesu leží mimo jiné na správnosti interpretace a filtrace. Samotné zpracování naměřených signálů lze rozdělit do tří oblastí, časové, frekvenční a časově-frekvenční. Z každé oblasti získáváme různé informace o signálu, a pro úplnost je tedy potřeba provést zpracování ve všech oblastech. Časová oblast pracuje s pojmy ze statistiky, jako třeba maximum, kvadratický průměr (RMS) nebo koeficient špičatosti. Frekvenční oblast využívá rychlé Fourierovy transformace (FFT), nebo spektrální a obálková analýza. Časově-frekvenční část může použít mimo jiné Spektrální výkonovou hustotu (PSD). Základními rozdíly mezi jednotlivými oblastmi může být například absence časového údaje u frekvenční oblasti, kde tedy nejsou viditelné změny frekvence v transformovaném úseku. Naopak jen u časové oblasti nemusí být zřejmé jednotlivé frekvenční složky. Ta také neodhalí například rezonanční frekvence. Je tedy vždy potřeba zvážit, jaký signál se analyzuje pro výběr korektní kombinace.

4.4.1 Časová oblast

V časové oblasti se pracuje s jednotlivými daty v závislosti na čase. Jelikož jsou data ze senzorů měřena v závislosti na čase, je zpracování dat v časové oblasti využíváno nejčastěji jako první. Pro popis těchto dat se využívá především statistických parametrů. Už při pohledu na vykreslená data je občas možné nalézt poznatky jako náhlou změnu amplitudy nebo periody. Je to však většinou nedostatečné hlavně kvůli šumu, který každý signál obsahuje a je potřeba využít jiných metod pro přesnější určení problému. Ve většině případů se využije nalezení statistických parametrů, které jsou podrobeny analýze. Nejčastěji používanými jsou maximum, kvadratický průměr, koeficient špičatosti nebo činitel výkyvu.



Obr.10 Příklad signálu vibrací na letadle v časové oblasti

Maximum

Tato statistická veličina určuje nejvyšší hodnotu ze zkoumaného signálu. Využívá tvrzení, že se při měnícím maximu vyskytují v systému rázy a maximum se při závadě zvyšuje. Rozsah a typ závady určuje velikost amplitudy odpovídajících hodnot. Její nevýhodou je citlivost na šum.

Rozptyl

Rozptyl je veličinou, která udává rozdělení hodnot z dat okolo střední hodnoty z těchto dat. Pro větší proměnlivost hodnot bude hodnota rozptylu větší, než pro hodnoty méně proměnné od střední hodnoty. Rozptyl nemá stejnou jednotku jako měřená data, je tedy jen mírou rozptýlení. Stejnou jednotku jako data má směrodatná odchylka, která se získá jako odmocnina z rozptylu [10].

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2 \quad (7)$$

Kvadratický průměr

Kvadratický průměr (RMS), někdy nazývaný efektivní hodnota, lze z matematického hlediska popsat jako odmocninu z aritmetického průměru na druhou. Využití nalézá při detekci nevyvážeností u rotačních strojů. Nevýhodami při použití na vyhodnocení vibrací je problém nalezení nedostatečně rozvinutých závad a také jeho omezené využití pro signály, které nejsou jednoduché sinusoidy. Výpočet RMS můžeme zapsat jako

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{T1}^{T2} a(t) dt} \quad (8)$$

kde T je perioda, $T1$ a $T2$ jsou časové meze integrálu a $a(t)$ zrychlení v závislosti na čase.

Koeficient špičatosti

Koeficient špičatosti určuje rozložení hodnot okolo střední hodnoty, v kontextu vibrací odpovídá počtu krátkodobých impulzů. Funkčnost pro použití určuje impulzivnost signálu. Výhodou je nezávislost na rychlosti provozu a na zátěži. Koeficient špičatosti lze získat z následující rovnice

$$K = \frac{\frac{1}{N} \sum (x_i^4)}{(\frac{1}{N} \sum (x_i^2))^2} \quad (9)$$

kde x_i jsou jednotlivé hodnoty a N je počet hodnot.

Činitel výkyvu

Činitel výkyvu je parametr signálu, který je dán poměrem maxima a RMS. Pro signál s normálním náhodným rozdělením je hodnota činitele asi 3. Stejně jako koeficient špičatosti vyžaduje impulzivnost signálu a není závislý na rychlosti. Proto se využívá u systému s proměnnou rotační rychlostí [11].

Koeficient šikmosti

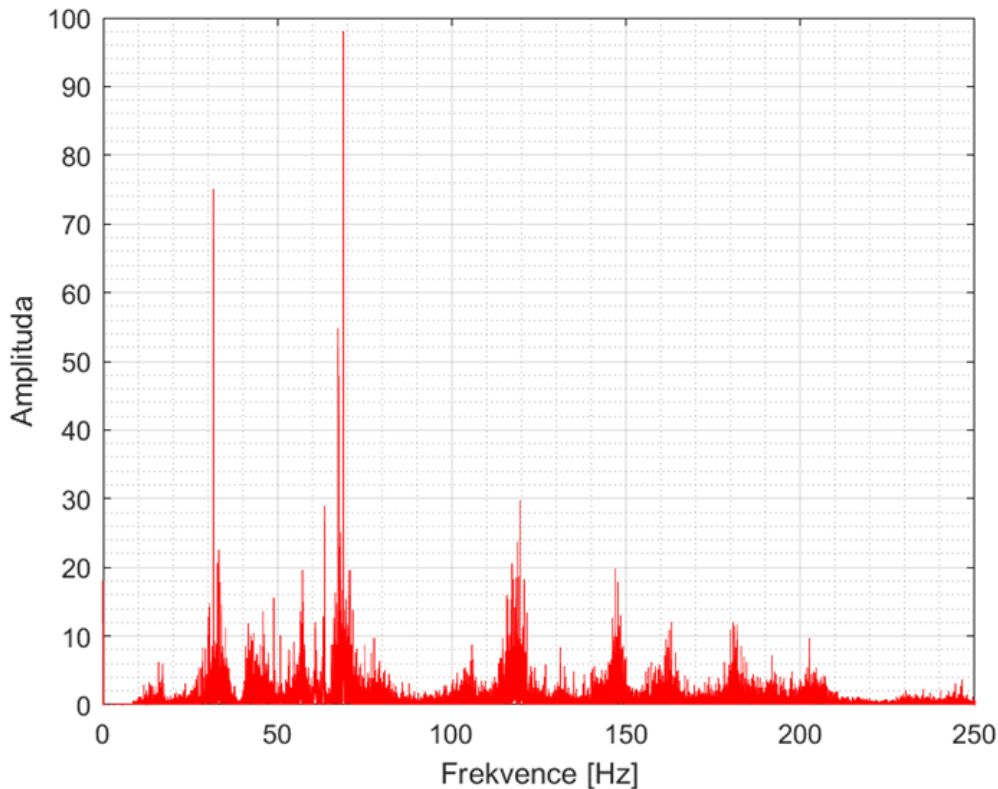
Koeficient šikmosti je jednou ze základních charakteristik pro data s náhodným rozdělením. Udává rozložení hodnot okolo střední hodnoty, tedy jestli je více hodnot nachází blíže na levé nebo pravé straně od střední hodnoty. Pro symetrické rozdělení by byl tento koeficient 0. Kladná hodnota říká, že se hodnoty vpravo od střední hodnoty nacházejí ve větší vzdálenosti než vlevo, a naopak pro záporné hodnoty. Jedná se tedy o veličinu, která porovnává rozdělení hodnot oproti normálnímu rozdělení. Z matematického hlediska se pro jeho popis využívá druhý a třetí

moment náhodné veličiny, tedy po dosazení se pro výpočet koeficientu šikmosti použije [12] rovnice

$$g_1 = \frac{\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2\right)^{3/2}} \quad (10)$$

4.4.2 Frekvenční oblast

Zpracování signálu ve frekvenční oblasti spočívá v nalezení jednotlivých frekvencí, které se v daném úseku nacházejí. Toho lze dosáhnout transformací z časové do frekvenční oblasti, čímž je nalezena závislost frekvence na amplitudě. Po této transformaci je získána informace o složkách frekvencí, které se v signálu vyskytují a také jejich poměrné zastoupení. Lze tedy určit nejčastější frekvence, ale také například frekvence značící poruchy, které nemusí být na první pohled patrné. Transformace dat z časové oblasti probíhá na principu Fourierovy transformace. Ta využívá funkcí sinus a cosinus pro rozklad na dané frekvenční složky. Při aplikaci v praxi se však používá FFT, což je Rychlá Fourierova transformace, která využívá opakovatelnosti a symetrie při výpočtu transformované funkce. Je tedy mnohem rychlejší, a proto častěji používaná [13].

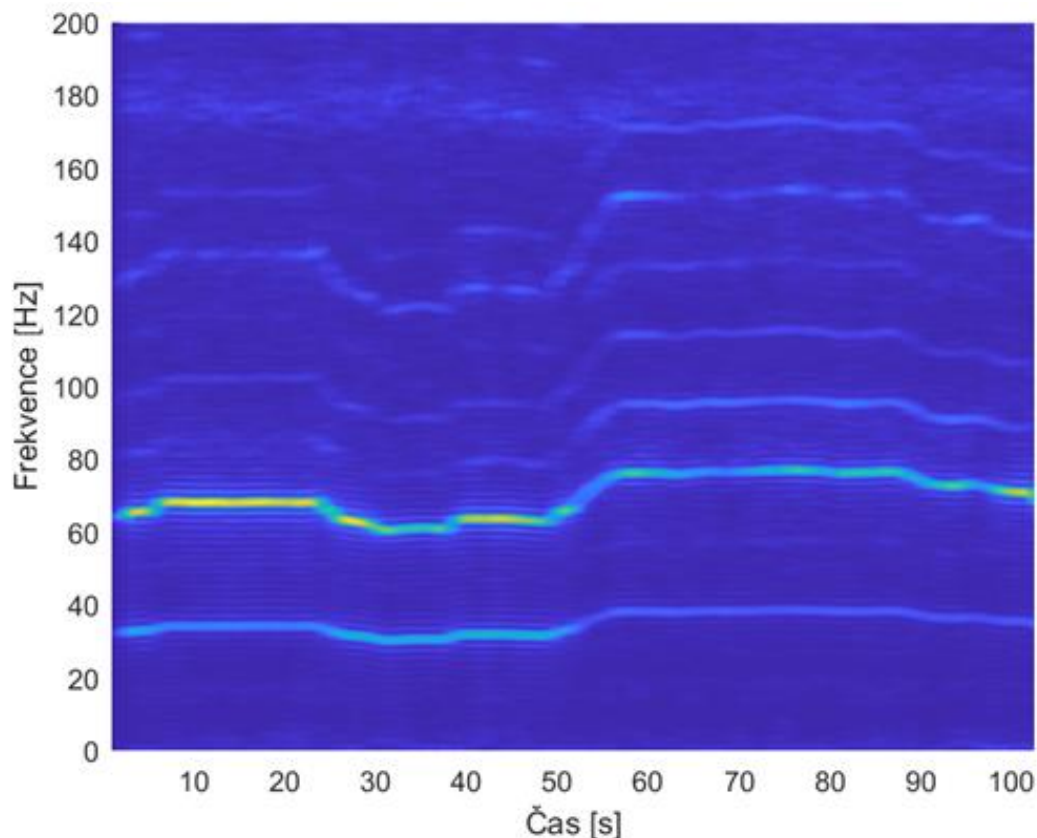


Obr. 11 Příklad signálu vibrací na letadle ve frekvenční oblasti

I ve frekvenční oblasti je možnost hledat statistické parametry jako v časové oblasti pro bližší identifikaci vlastností signálu. Těmito vlastnostmi může být maximum, efektivní hodnota, průměrná hodnota nebo například *band power*, který může být zhruba přeložen jako energie v pásmu. To je dost výstižné, jelikož tato veličina určuje zastoupení energie, nebo výkonu, v jednotlivých úsecích signálu, může tedy nést informaci o určitých změnách v chování daného systému [14]. Největší nevýhodou analýzy signálu ve frekvenční oblasti je neschopnost sledovat změny frekvence v čase. Kvůli tomu se využívá analýza v časově-frekvenční oblasti pro překonání tohoto problému.

4.4.3 Časově-frekvenční oblast

Analýza v časově-frekvenční oblasti má největší výhodu v tom, že je závislá nejen na čase nebo frekvenci samostatně, ale na obou zároveň. Lze tedy pozorovat změny ve frekvencích v čase pro určitou přesnost rozlišení. Základem je rozložení signálu na krátké časové úseky, kdy každý je podroben Fourierově transformaci. Tento proces se nazývá krátkodobá Fourierova transformace neboli STFT [13]. Po získání frekvenčních složek pro každý úsek se jednotlivé segmenty skládají za sebe a dávají informaci o čase a frekvenci zároveň. Vykreslená reprezentace této transformace má název spektrogram.



Obr.12 Příklad signálu vibrací na letadle v časově-frekvenční oblasti

Vykreslení spektrogramu je výhodné použít pro analýzu nejen vibrací, ale všech signálů s rychlými změnami v čase, díky kterému lze získat informaci, kterou by analýza v časové a frekvenční oblasti nenabídla. S dalšími informacemi o průběhu může tato analýza poskytnout odezvu systému na určité změny a vnější vlivy, konkrétně u letadel může sloužit k pochopení chování v průběhu letu.

4.4.4 Korelační analýza

Korelační analýza se snaží pomocí svých nástrojů nalézt závislost mezi různými veličinami a nabízí podrobnější náhled do změn v chování a její možné příčiny. Základním přístupem je nalezení Pearsnova koeficientu korelace. Tento bezrozměrný koeficient udává míru možné lineární závislosti pro sady dat. Výsledný koeficient je v rozmezí -1 až 1, kde 0 značí nulovou korelaci mezi daty. Čím více se blíží k 1 nebo -1, tím více se data chovají s lineární závislostí vůči sobě. Kladná jednička udává kladnou korelaci, tedy při zvětšování prvního souboru dat, se zvyšuje i druhá proměnná. Naopak záporný koeficient znamená snižování druhého souboru dat při zvyšování prvního [15].

Pearsonův koeficient korelace vychází z rovnice

$$\rho(A, B) = \frac{\text{cov}(A, B)}{\sigma_A \sigma_B} \quad (11)$$

kde $\rho(A, B)$ je Pearsonův koeficient korelace mezi vektory A a B , $\text{cov}(A, B)$ je kovariance mezi A a B , σ_A je směrodatná odchylka vektoru A a σ_B je směrodatná odchylka vektoru B [16]. Při vykreslení dat lze vidět, zda se data chovají s přibližnou lineární závislostí, či nikoliv. Při koeficientu korelace blížící se jedničce vykreslená data připomínají přímku, kdy většina bodů leží v těsné blízkosti. Při využití metody lineární regrese jsou tato data proložena přímkou s pomocí metody nejmenších čtverců. Takto získaný předpis přímky je důležitý předpoklad pro další z metod korelační analýzy, a tou je nalezení koeficientu determinace. Koeficient determinace se uvádí v procentech a ukazuje míru kvality modelu získaného lineární regrese, jinými slovy říká, zda na základě předpisu přímky lze předpovídat chování dvou závislých vektorů. Tento koeficient je tedy statistickou veličinou, která udává podíl rozptylu závisle proměnné, která se chová závisle na druhé proměnné. Může nabývat hodnot 0 až 100 procent, nebo také 0 až 1 bez jednotky, kdy 100 % značí nulový rozptyl v závisle proměnné chovající se podle regresní přímky [17]. Koeficient determinace lze získat z koeficientu korelace

$$R^2(A, B) = (\rho(A, B))^2 \cdot 100 \% \quad (12)$$

kde $\rho(A, B)$ je koeficient korelace a $R^2(A, B)$ je koeficient determinace [18].

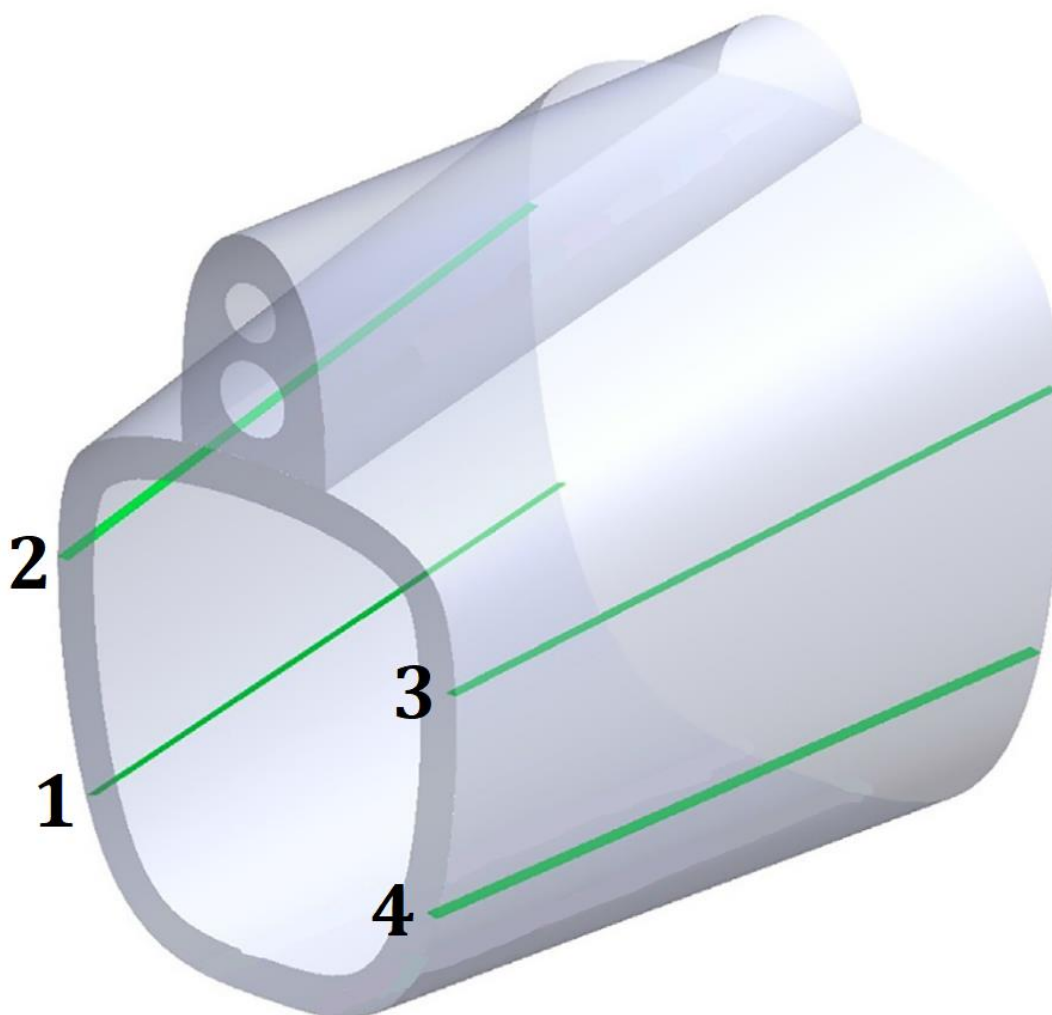
4.4.5 Testování hypotéz

Testování statistických hypotéz je nástroj, díky kterému lze rozhodnout, zda hypotézu zamítáme či nikoliv. Statistická hypotéza je jisté tvrzení o datech s normálním rozdělením, které je testováno na určité hladině významnosti. Pokud je testována přímo daná hypotéza, nazývá se tento proces test statistické hypotézy. Proti dané hypotéze, jinak zvané nulové, je postaven test alternativní hypotézy. Výše zmíněná hladina významnosti určuje procento, ve kterém může nastat chyba 1. druhu, tedy chyba, kdy hypotéza platí, ale je nesprávně zamítnuta. Hladina významnosti se používá v rozmezí nižších procent, často 5 %. Neexistují nástroje pro potvrzení testované hypotézy, lze pouze hypotézu zamítnout nebo nezamítnout. Důležité je si uvědomit, že nezamítnutí hypotézy neznamená její potvrzení, pouze není dostatek informací pro její zamítnutí [19].

5. Praktická analýza dat

5.1 Provedení testovacího letu

Byl proveden testovací let na jednomotorovém letadle. Toto letadlo bylo osazeno senzory, konkrétně akcelerometry a piezokompozitními senzory. První akcelerometr značky SlamStick zaznamenával data po celou dobu letu, což byla necelá půlhodina. Tento akcelerometr měl vzorkovací frekvenci 1640 Hz a měřil zrychlení v osách x , y a z v jednotkách přetížení G . Druhý akcelerometr značky PCB měřil také tříose se vzorkovací frekvencí 12800 Hz a v jednotkách metr za sekundu na druhou. Zaznamenával data jen v určitých úsecích o různé délce. Celkově je zaznamenáno 20 úseků za celý let. Ve stejných úsecích byla měřena i deformace trupu, kde byly uchyceny 4 piezokompozitní senzory na vybraných místech. Pomocí hodinek s GPS funkcí byla získána mapa letu, rychlost a nadmořská výška. Celkově jsou tedy dostupné informace dvakrát o zrychlení v každé ose, přetvoření na čtyřech místech, rychlosti, nadmořské výšce a trajektorii. Obr.13 zobrazuje označení *stringerů*, které jsou osazeny piezokompozitními senzory, kde číslování je na straně ocasu. *Stringer* je označení podélného nosníku nebo výztuhy hlavně v letectví.

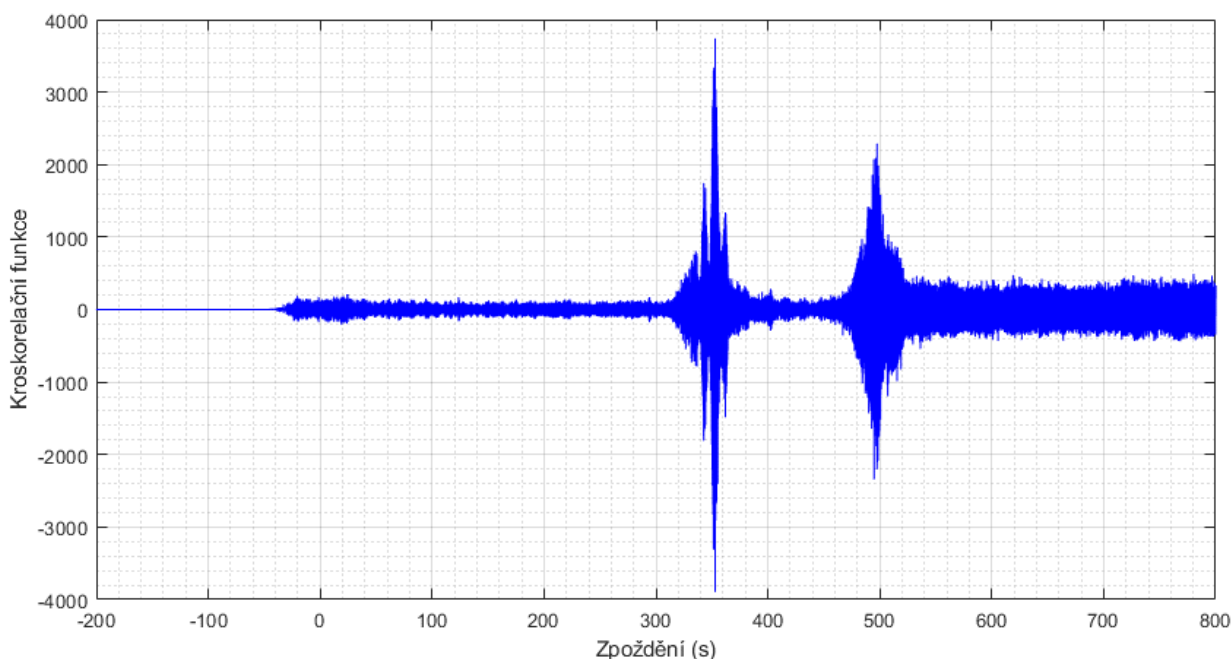


Obr.13 Označení stringerů s piezokompozitními senzory [9]

5.2 Zpracování dat z letu

5.2.1 Synchronizace

První krok obnášel shromáždění všech dat ve stejném typu souboru. S daty se pracovalo v prostředí MATLAB. Jednotlivá data z akcelerometrů a piezokompozitních senzorů se převedla do tabulky ze souboru typu TDMS. Jelikož byla informace o poloze, rychlosti a nadmořské výšce k dispozici jen ve formě obrázku, bylo nutné vytvořit vektory zmíněných veličin. V tuto chvíli byly seskupeny všechny měřené veličiny v prostředí MATLAB. Postrádaly ale jakoukoliv provázanost. Ta se získala pomocí časové synchronizace, aby určitá data odpovídala jednomu časovému okamžiku. Byl zvolen jeden pevný bod, ke kterému se ostatní vektory přiřadily. Tímto bodem byl moment změny v nadmořské výšce na začátku letu, tedy okamžik vzletu. U měřených úseků piezokompozitními senzory byla zaznamenána i informace o přesném čase začátku měření, synchronizace proto proběhla jen jednoduchým odečtením času. U měření z akcelerometru SlamStick nebyl časový údaj, byla proto potřeba zvolit jiný přístup. Tím byla synchronizace pomocí kroskorelační funkce mezi celým úsekem ze SlamStick a jedním z krátkých úseků. Úvaha byla, že by data měla být významně podobná, jelikož senzory měřily teoreticky stejnou věc. Po nalezení časového rozdílu mezi začátkem měřeného úseku a bodem, kde se data nejvíce podobají, byl určen rozdíl od začátku a bylo možné je časově synchronizovat ke zvolenému bodu.



Obr.14 Kroskorelační funkce

Z Obr.14 je patrné, že je jeden konkrétní úsek posunutý o 353 sekund. Po tomhle byly všechny hodnoty synchronizované a odpovídaly konkrétnímu času. Pro správnost byla potřeba převést zrychlení na společné jednotky. Ta byla zvolena metr za sekundu na druhou. Proto musely být hodnoty ze SlamStick akcelerometru vynásobeny hodnotou tíhového zrychlení pro místo konání testu. To je přibližně $9,81275 \text{ m/s}^2$.

5.2.2 Filtrace

Data z akcelerometru SlamStick byly po celou dobu letu zatížena v ose y tíhovým zrychlením, to dodává do dat konstantní hodnotu. Tato práce se zabývala změnami v namáhání při jednotlivých manévrech a v průběhu letu, tíhové zrychlení ale působí po celou dobu. S touto úvahou je možné odstranit stejnosměrnou složku signálu. Toho bylo možné dosáhnout odečtením hodnoty gravitačního zrychlení nebo *high-pass* filtrem, výsledek by měl při dobře zvolených parametrech filtru být stejný. Zde byl vybrán přístup filtrace, kde byla zvolena mezní frekvence 0,5 Hz. Tím byl získán signál bez vlivu tíhového zrychlení, tedy jen relativní zrychlení pro potřeby této práce.

5.2.3 Segmentace letu

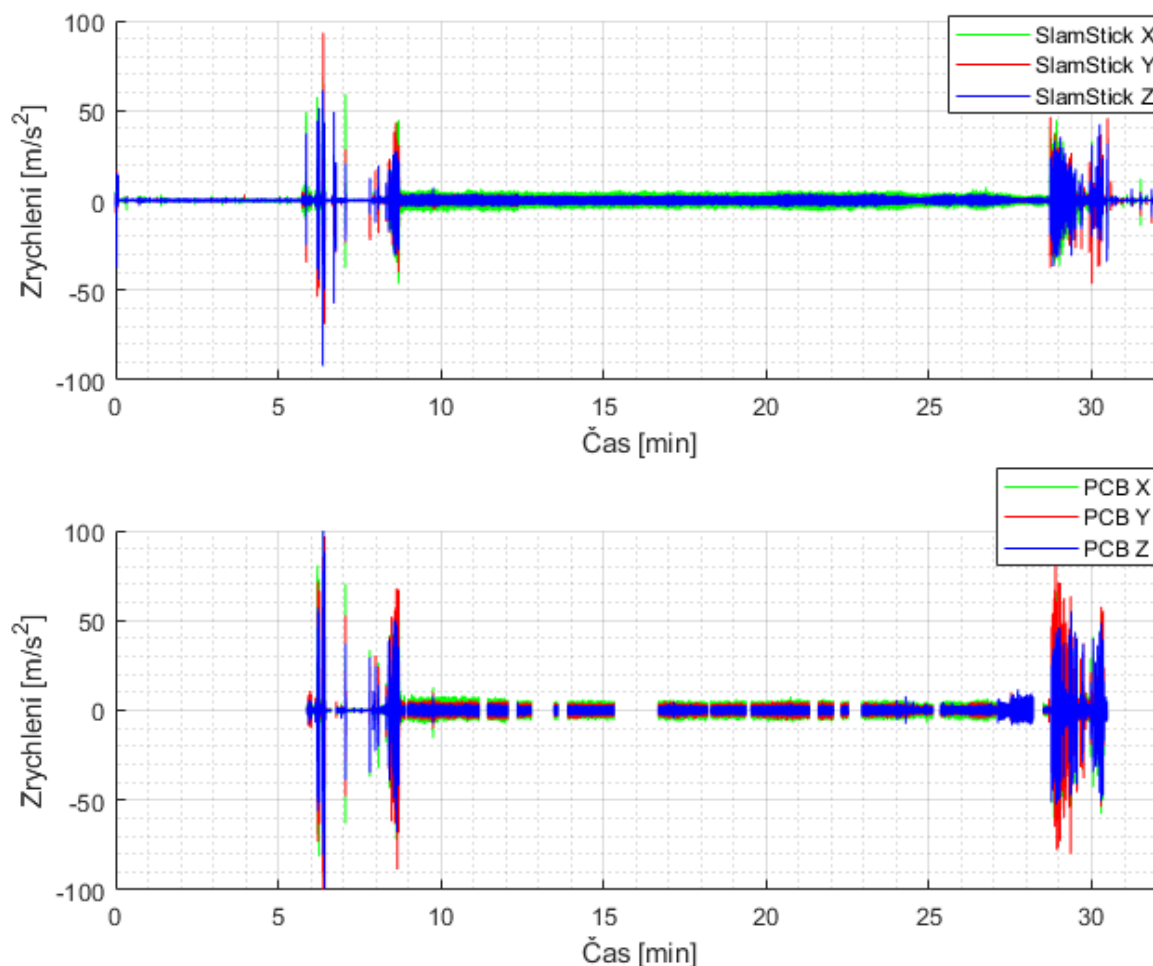
Bylo určeno pět základních rozlišovacích manévřů, a to přímý let, levotočivá a pravotočivá zatáčka, stoupání a klesání. Za pomoci vektoru trajektorie je snadné určit, v jakém konkrétním manévru se letadlo v jednotlivých fázích nachází. Toho bylo využito pro rozdělení letu do úseků na základě manévřů. Podmínky byly, že se hledá dvacetisekundový úsek, kdy se manévr nemění a zároveň jsou k dispozici i data z piezokompozitních senzorů. Takových úseků, které splňují dané podmínky, se podařilo nalézt 43. Po rozdělení do skupin po jednotlivých manévrech je vhodné najít a porovnat statistické veličiny jak u stejných manévřů, tak u odlišných navzájem. K tomu bylo využito poznatků z kapitoly 4.4. V časové oblasti byly vybrány a nalezeny pro každý úsek maximum, kvadratický průměr, průměrná hodnota, rozptyl, koeficient špičatosti, činitel výkyvu a koeficient šikmosti. Z frekvenční oblasti byly nalezeny tři nejsilnější frekvence, průměrná hodnota, kvadratický průměr a pásmová energie. Po transformaci úseků do frekvenční oblasti lze vidět, že se v signálu vyskytuje nad mez 200 Hz zanedbatelné množství frekvencí. Proto se statistické veličiny ve frekvenční oblasti počítaly ze signálu do hranice 200 Hz. Zmíněné statistické veličiny byly vypočítány pro 2 třísové akcelerometry a 4 piezokompozitní senzory, tedy celkově 10 kanálů.



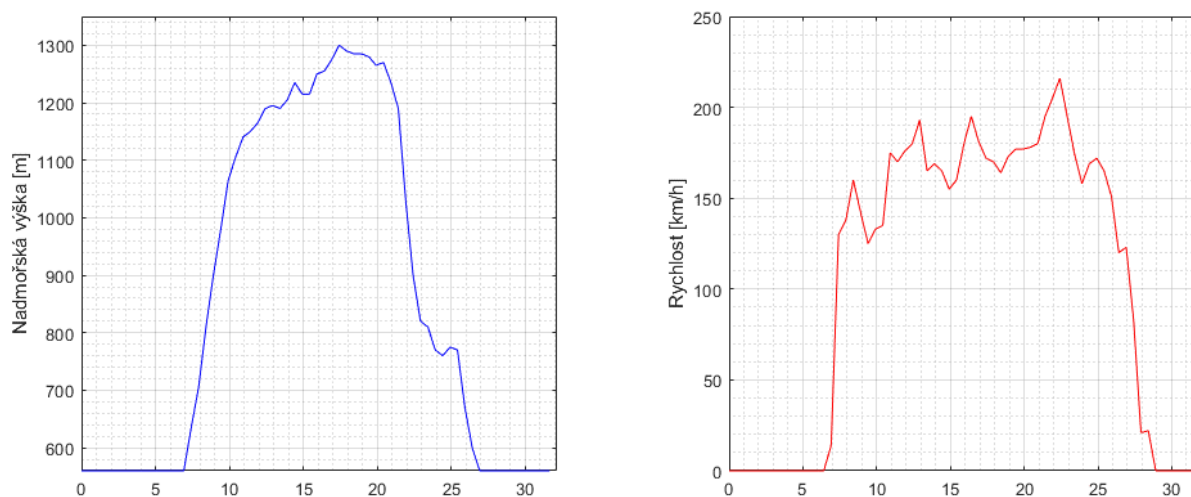
Obr.15 Mapa letu s označenými manévry

5.2.4 Vykreslení zpracovaných dat

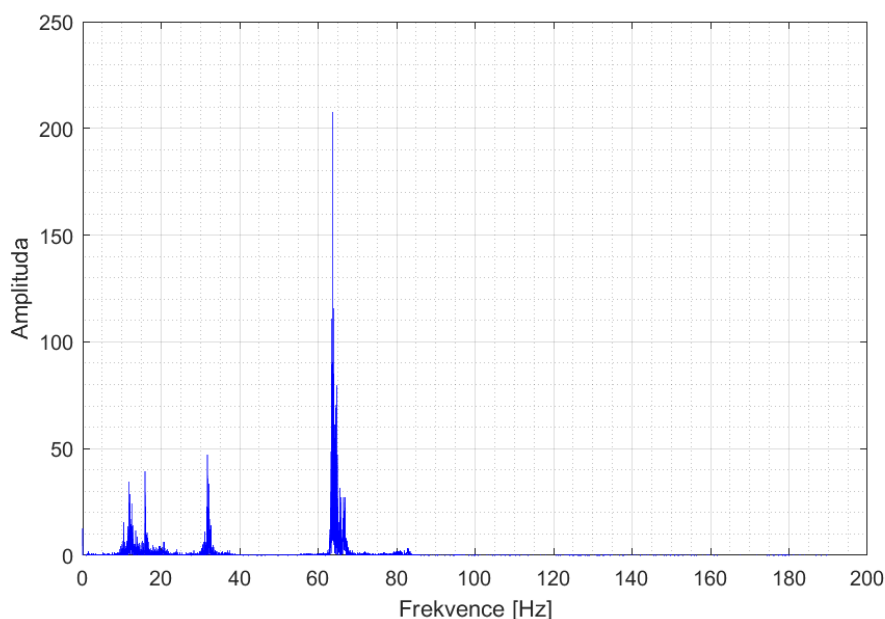
Na Obr.16 je vidět odezva ze dvou akcelerometrů, kdy byl každý měřen s jinou frekvencí. Data musela být časově synchronizovaná, aby každému časovému okamžiku odpovídaly správné hodnoty zrychlení. Obr.17 vykresluje vytvořené vektory rychlosti a nadmořské výšky z dostupných obrázků z GPS hodiněk.



Obr.16 Vykreslení a porovnání dat z akcelerometrů

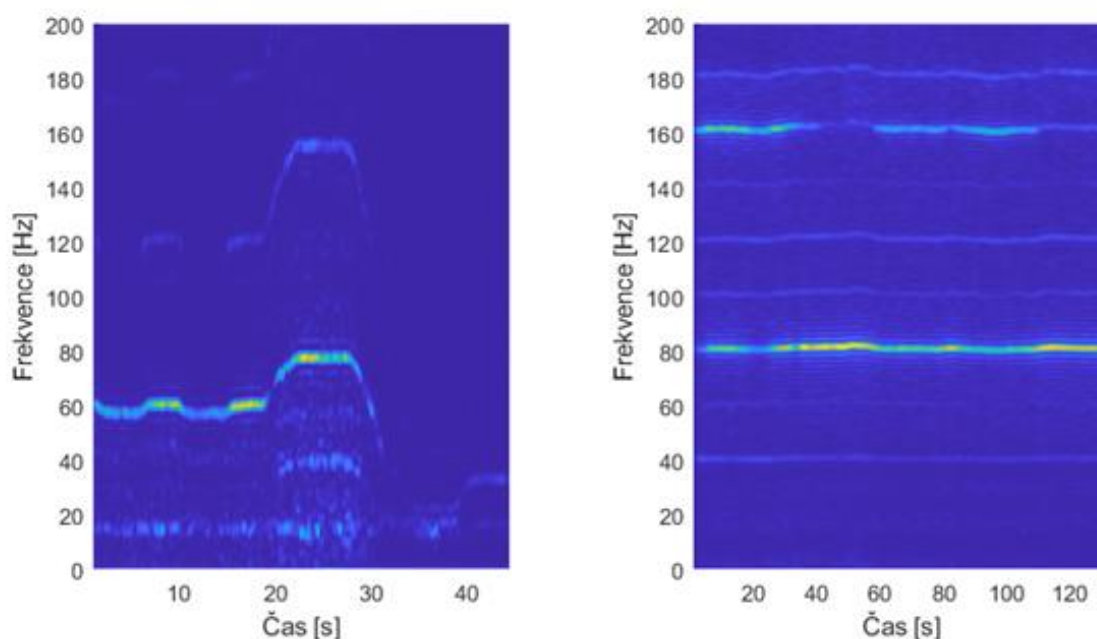


Obr.17 Vykreslení vektorů nadmořské výšky a rychlosti letadla



Obr.18 Frekvence při vzletu letadla

Při startu je potřeba nastavit dostatečné otáčky pro nabrání rychlosti a vzlet letadla. Při transformaci do frekvenční oblasti lze na Obr.18 vidět nejsilnější frekvenci asi 64 Hz. Jelikož se jedná o letadlo s dvoulopatkovou vrtulí, tak by daná frekvence mohla odpovídat frekvenci otáčení dvou lopatek vrtule při vzletu. Frekvence motoru je druhý nejvyšší vrchol, přibližně 34 Hz, což odpovídá 2040 otáčkám za minutu.

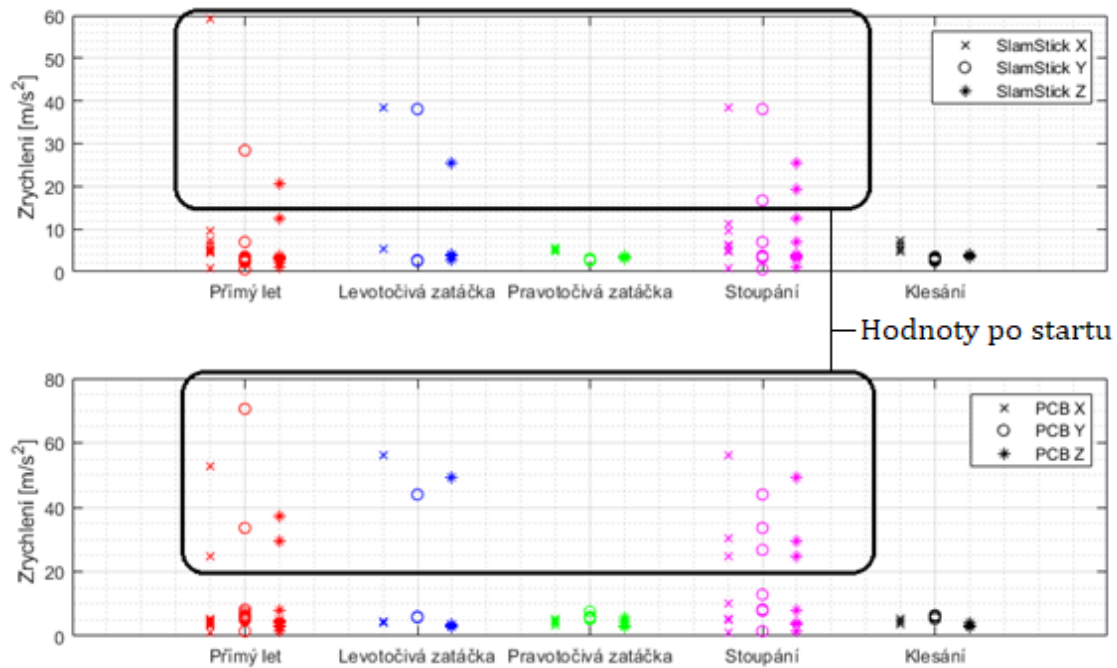


Obr.19 Porovnání spektrogramů při vzletu a klidném letu

Spektrogram, tedy vykreslení v časově-frekvenční oblasti, má schopnost zaznamenat změny frekvence v závislosti na čase. To zobrazuje Obr.19, kde první část je vzlet a druhá je klidný let. U vzletu je viditelné zvýšení frekvence, a tím pádem otáček motoru, při zrychlování na ranveji. Druhá část potvrzuje Obr.18, kde je při klidném letu frekvence motoru asi 40 Hz neboli 2400 otáček za minutu.

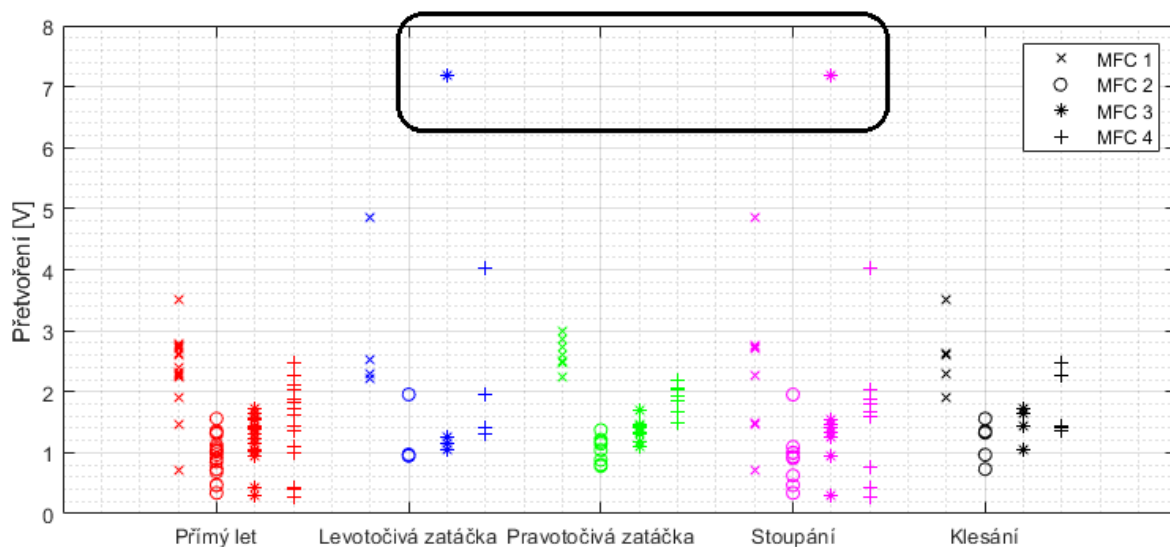
5.2.5 Vykreslení statistických parametrů letu

Po rozdělení v kapitole 5.2.3 byly nalezeny všechny zmíněné statistické parametry pro každý úsek, celkem pro 10 kanálů. Pro interpretaci výsledků je potřeba tyto parametry mezi sebou porovnat a graficky zpracovat. Porovnávají samostatně budou data z akcelerometrů a data z piezokompozitních senzorů. Pro porovnání bylo důležité, aby osy akcelerometrů odpovídaly stejným směrům.



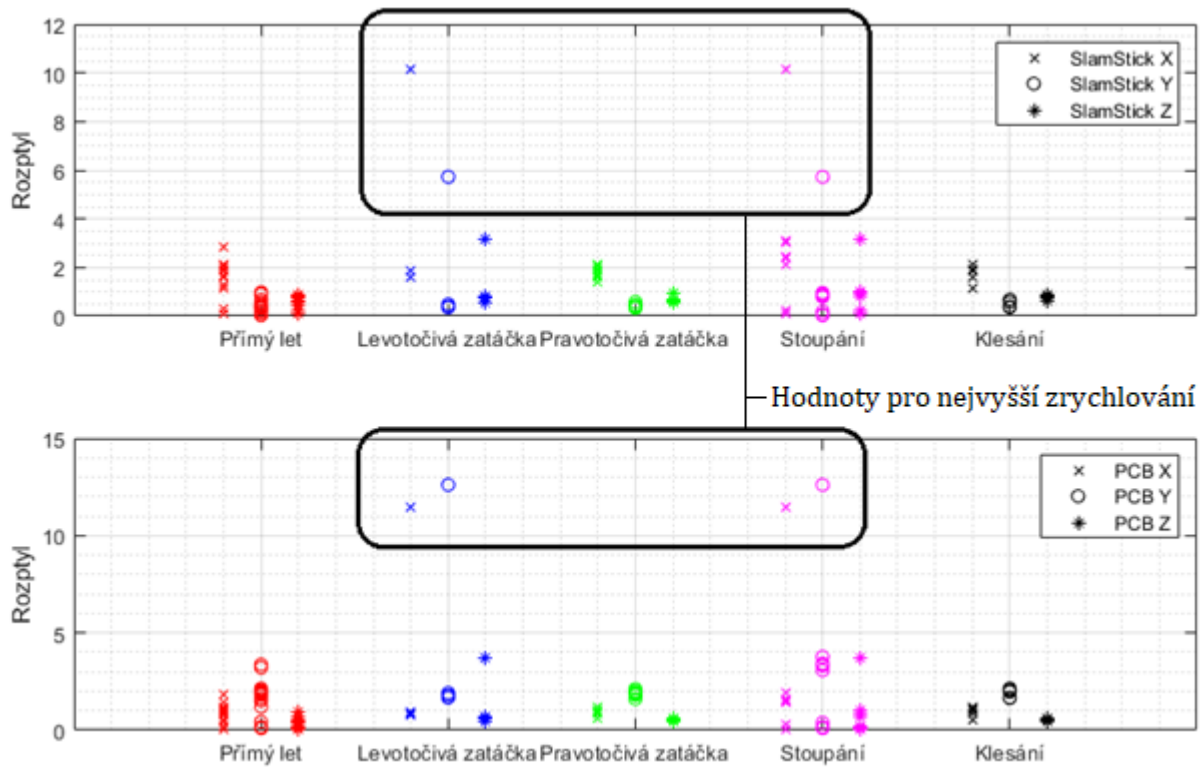
Obr.20 Porovnání maximálních hodnot akcelerometrů

Obr.20 porovnává hodnoty maxima pro všechny úseky. Horní graf je pro data z akcelerometru SlamStick, dolní pro akcelerometr PCB. U jednotlivých manévrů odpovídá první sloupec ose x , druhý ose y a třetí ose z . Zvýrazněná oblast zobrazuje odchylku od zbytku hodnot. Všechny hodnoty ve zvýrazněné oblasti odpovídají startu a následnému vzletu letadla. Z pohledu maximálních hodnot je tedy konstrukce nejvíce namáhána při startu a následném stoupání do letové výšky.



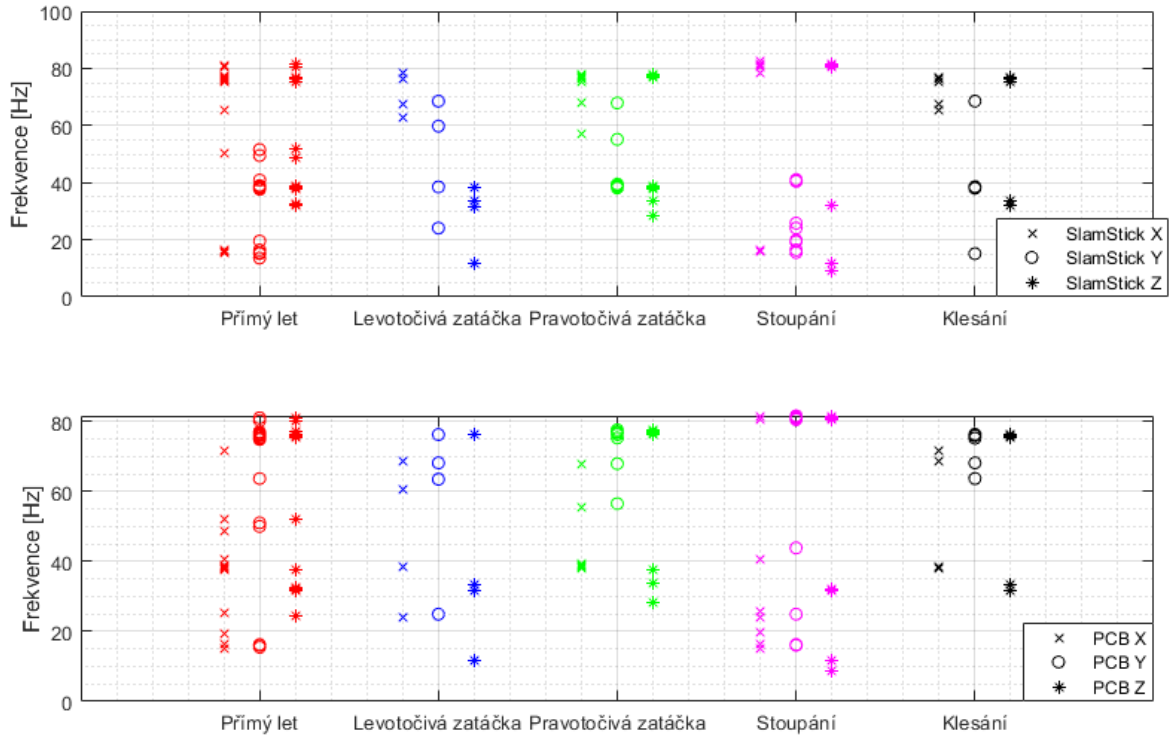
Obr.21 Porovnání maximálních hodnot deformace stringerů

Obr.21 zobrazuje maxima pro přetvoření *stringerů* označených podle Obr.13. Dvě označené maximální hodnoty pro *stringer* MFC3 odpovídají stejnému úseku. Jedná se o úsek hned po startu, kdy letadlo stoupá a zároveň provádí zatáčku doleva. Dle předpokladu je u tohoto manévru nejvíce namáhaný *stringer* v pravé dolní části při pohledu k vrtuli. U pravotočivé zatáčky je nejvýraznější změna oproti ostatním hodnotám u MFC1. To také odpovídá předpokladu, že u zatáčky na jednu stranu budou nejvíce namáhané *stringery* na protější straně. U přímého letu je viditelné přibližně rovnoměrné rozložení namáhání na všechny strany.



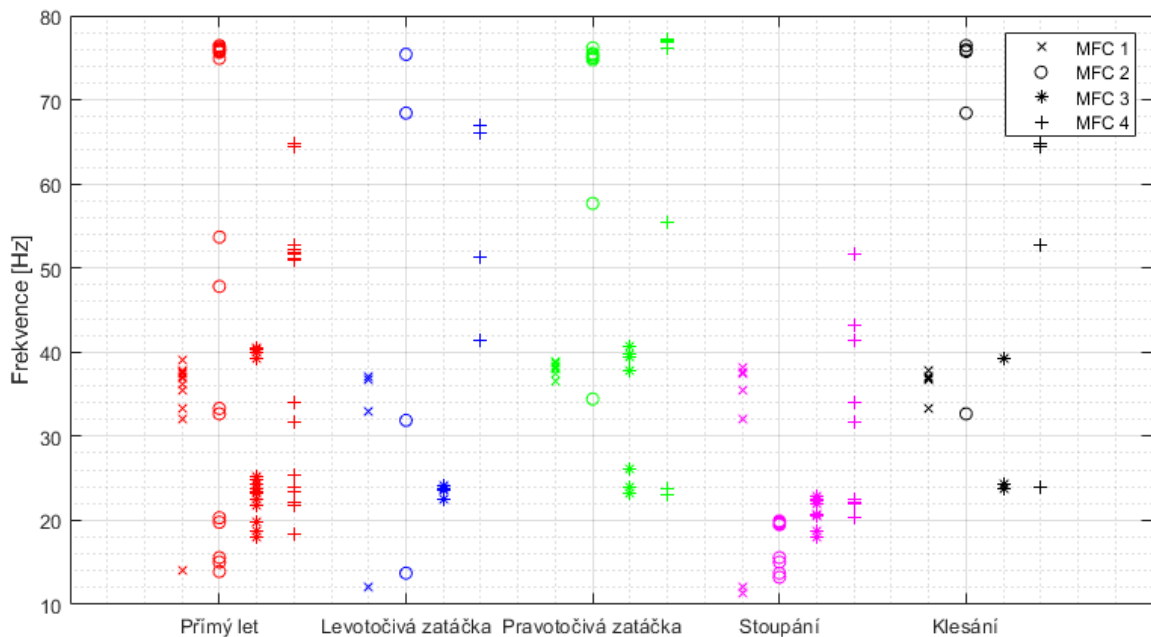
Obr.22 Porovnání hodnot rozptylu u akcelerometrů

Obr.22 vykresluje hodnoty rozptylu. V označené oblasti se nacházejí dva body, které jsou pro levotočivou zatáčku a stoupání stejné. Při analýze rychlosti letu v těchto úsecích dochází k výraznému zrychlování. To nejspíš způsobuje několikanásobné hodnoty rozptylu oproti zbytku. Podobné chování je viditelné i u přetvoření z piezokompozitních senzorů.



Obr.23 Nejsilnější frekvence pro jednotlivé úseky u akcelerometrů

Obr.23 vykresluje nejzastoupenější frekvenci u akcelerometrů v rozmezí do 200 Hz. Tyto frekvence se pohybují většinou v rozmezí 40 až 80 Hz, což odpovídá dvojnásobné frekvenci motoru. Dvojnásobná je proto, že je vrtule dvoulistá. Jedná se tedy o primární zdroj vibrací při letu. Vyšší frekvence odpovídají úsekům s vyšší rychlostí letu, to znovu odpovídá předpokladu, že se frekvence mění úměrně s otáčkami motoru. Velice podobné jsou výsledky u odezvy z piezokompozitních senzorů na Obr.24.



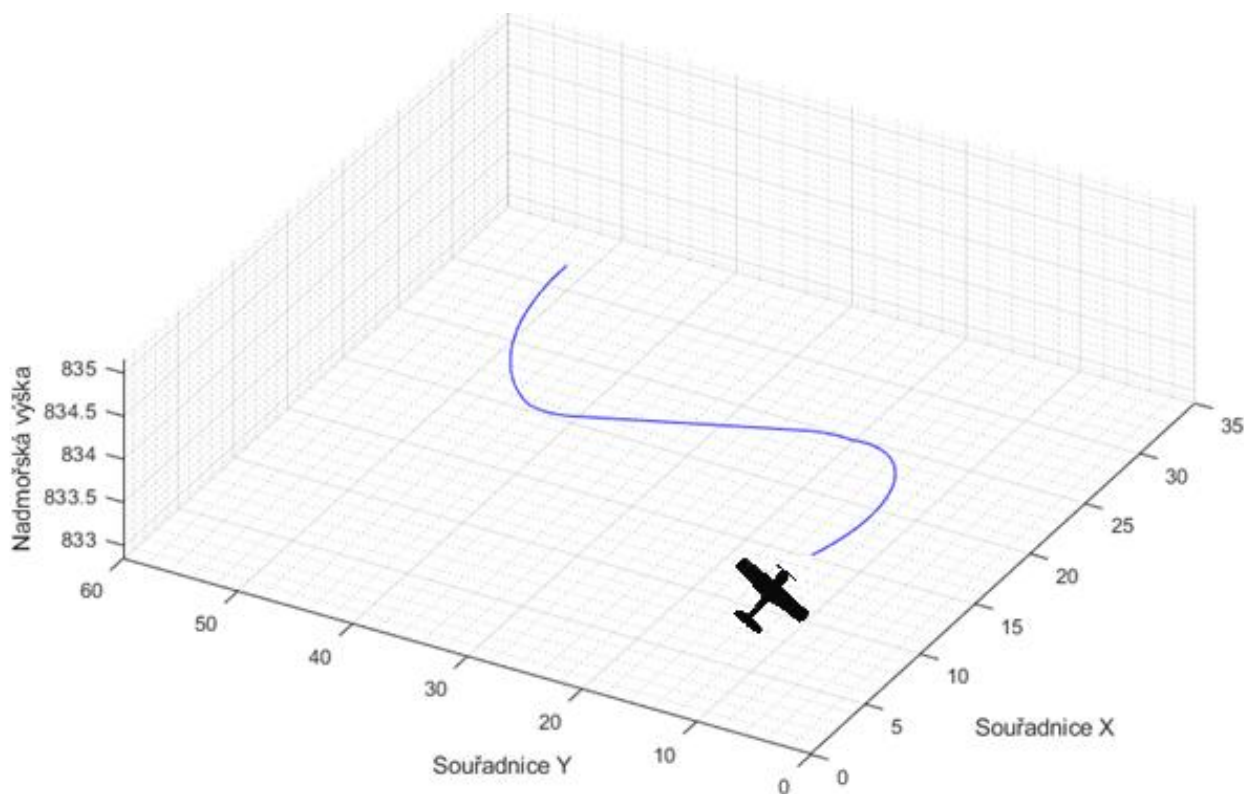
Obr.24 Nejsilnější frekvence pro jednotlivé úseky u piezokompozitních senzorů

5.2.6 Vyhodnocení statistických parametrů

Celkově lze říct, že odlišné hodnoty lze přiřadit k určitým fázím letu. Nejvyšší odchýlení u maxima nastává při startu letadla. Zde hodnoty dosahují až několikanásobků od hodnot při jiných fázích letu. To potvrzuje i Obr.16, kde je viditelné zvýšení amplitudy při startu okolo šesté minuty. Může na to mít vliv zvýšená frekvence otáček motoru, ale například také nerovnosti na ranveji při nabírání rychlosti. U piezokompozitních senzorů dochází k maximálním hodnotám na Obr.21 při levotočivé zatáčce. K maximu zde dochází nejspíš proto, že podle mapy na Obr.15 se jedná o zatáčku s nejmenším poloměrem. Z toho plyne, že čím menší poloměr zatáčky, tím větší je hodnota přetvoření. Je zde také potvrzen předpoklad, že u levotočivé zatáčky bude nejvíce namáhán *stringer* na pravé polovině při pohledu ve směru letu, naopak potom pro pravotočivou zatáčku. Při analýze hodnot rozptylu na Obr.22 je zjištěno, že odchýlené hodnoty od zbytku jsou pro úseky s výrazným zrychlováním za letu. Na Obr.23 a Obr.24 je rozložení nejsilnější frekvence pro jednotlivé úseky. Vyšší frekvence odpovídají úsekům s vyšší rychlostí letu.

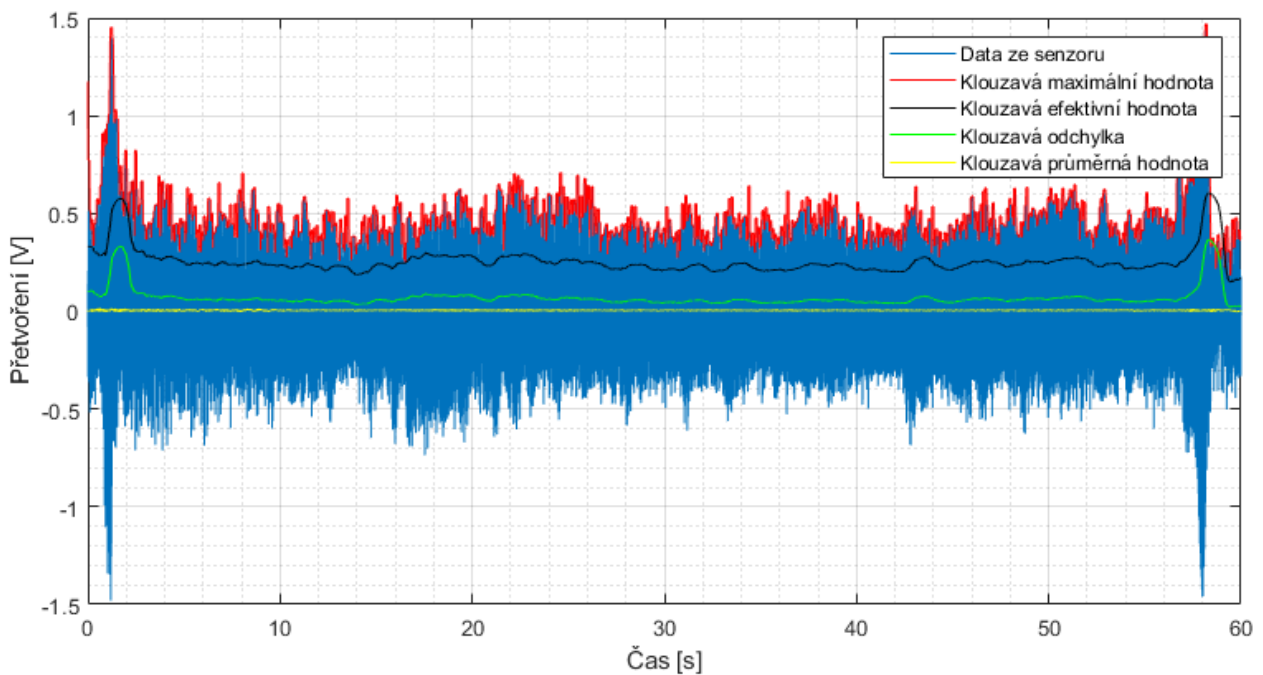
5.3 Statistická závislost

Pro nalezení statistické závislosti bude využíváno poznatků z kapitoly 4.4.4 a 4.4.5. Statistická závislost se hledala mezi daty ze senzorů a trajektorií jednotlivých manévřů. Úseky trajektorie musely být nalezeny takové, aby v nich docházelo k určité změně. Například změna z přímého letu na zatáčku, aby mohla být provedena korelační analýza pro změny v odezvě senzorů. Těchto úseků trajektorií bylo vytvořeno celkem pět. U prvních dvou se jedná o změnu z přímého letu na levotočivou a na pravotočivou zatáčku. Třetí úsek je esíčko, kde dochází k levotočivé zatáčce, která je ihned následována pravotočivou zatáčkou. Čtvrtý a pátý úsek je přímý let a následné stoupání a klesání.



Obr.25 Trajektorie úseku 3

Celkově je tedy k následné analýze připraveno pět úseků trajektorie, kde je známá souřadnice x , y , z a tečna v každém bodě. Při provedení korelační analýzy přímo s odezvou ze senzorů vychází korelace logicky nulová, jelikož z Obr.10 je patrné, že mají data tvar neuspořádaný a se špatně viditelnými změnami v amplitudě. K tomu byla potřeba nalezení jiných hodnot charakteristických pro odezvu senzorů. Zde bylo využito nalezení klouzavých hodnot, a to konkrétně průměru, efektivní hodnoty, odchylky a maxima. Klouzavá hodnota průměruje okolní hodnoty a jsou na nich viditelné změny v čase. Pro klouzavé hodnoty je důležitá volba okna, ze kterého se okolní hodnoty průměrují. Zde bylo zvoleno okno dlouhé 1280 hodnot, což u frekvence 12800 Hz odpovídá jedné desetině sekundy. Tyto klouzavé hodnoty byly nalezeny v úsecích časově odpovídající úsekům trajektorií.



Obr.26 Nalezené klouzavé hodnoty z piezokompozitního senzoru

Nyní je připraveno vše pro provedení korelační analýzy. S její pomocí bude hledána statistická závislost mezi jednotlivými manévry a klouzavými hodnotami vytvořené z odezvy ze senzorů. To obnáší nalezení Pearsonova koeficientu korelace a testování nulové hypotézy.

5.3.1 Korelační analýza v časové oblasti

První byl podroben korelační analýze úsek s přímým letem a následnou levotočivou zatáčkou.

Tabulka 1 Pearsonův koeficient korelace trajektorie s klouzavým maximem na prvním úseku

Úsek 1L	X	Y	Z	Tečna
SlamStick X	0,79	0,83	0,82	0,85
SlamStick Y	0,74	0,73	0,75	0,78
SlamStick Z	0,72	0,71	0,72	0,76
PCB X	0,76	0,76	0,77	0,80
PCB Y	0,76	0,77	0,78	0,81
PCB Z	0,74	0,69	0,73	0,75
MFC 1	0,75	0,77	0,76	0,81
MFC 2	0,62	0,72	0,66	0,73
MFC 3	0,81	0,75	0,80	0,81
MFC 4	0,81	0,82	0,83	0,86

Tabulka 1 ukazuje hodnotu Pearsonova korelačního koeficientu. Jedná se vždy o korelaci mezi odezvou ze senzoru a souřadnicí nebo tečnou odpovídající trajektorie. Hodnoty P pro testování nulové hypotézy na hladině významnosti 95 % vychází všechny nulové. Nulová hypotéza je tedy zamítnuta a lze s určitou jistotou říct, že jsou data klouzavého maxima závislé na trajektorii letu. U stejného úseku byla hledána korelační závislost trajektorie a klouzavého průměru. Hodnoty korelačního koeficientu zobrazuje Tabulka 2.

Tabulka 2 Korelační koeficient klouzavého průměru pro první úsek

Úsek 1L	X	Y	Z	Tečna
SlamStick X	0,00	0,00	0,00	0,00
SlamStick Y	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01
SlamStick Z	0,04	0,01	0,03	0,02
PCB X	-0,01	0,01	0,00	0,00
PCB Y	0,01	0,02	0,01	0,01
PCB Z	-0,02	-0,03	-0,02	-0,04
MFC 1	-0,01	-0,03	-0,02	-0,02
MFC 2	0,00	0,00	0,00	0,00
MFC 3	0,02	0,02	0,02	0,02
MFC 4	0,01	0,01	0,01	0,01

Z Tabulka 2 je patrné, že hodnoty korelačního koeficientu se výrazně blíží nule. Naopak hodnoty P jsou vzdálené hraniční hodnotě významnosti. Díky tomu se nulová hypotéza nezamítá. To se opakuje u klouzavého průměru i u dalších úseků. Z toho vyplývá, že se nejspíš klouzavý průměr nemění dostatečně v závislosti na jednotlivých manévrech. Korelace mezi klouzavou efektivní hodnotou a odchylkou vychází podobně jako hodnoty z Tabulka 1.

Jelikož korelace u klouzavé průměrné hodnoty, stejně jako na druhém úseku, vychází blízko nule, nebude dále prováděna korelační analýza pro tuto veličinu. A stejně jako na prvním

úseku vychází korelace pro klouzavou odchylku a efektivní hodnotu výrazně podobně s korelací s klouzavým maximem. Díky těmto poznatkům bude dále vyhodnocována jen korelace mezi trajektorií a klouzavou maximální hodnotou.

Tabulka 3 Korelační koeficient pro klouzavé maximum pro druhý úsek

Úsek 2P	X	Y	Z	Tečna
SlamStick X	0,07	-0,13	0,04	-0,11
SlamStick Y	-0,03	-0,13	-0,06	-0,09
SlamStick Z	-0,37	0,50	-0,30	0,46
PCB X	-0,12	0,21	-0,05	0,16
PCB Y	-0,06	0,09	-0,05	0,08
PCB Z	-0,50	0,43	-0,49	0,44
MFC 1	-0,38	0,33	-0,38	0,36
MFC 2	-0,50	0,40	-0,48	0,43
MFC 3	-0,42	0,53	-0,34	0,48
MFC 4	-0,76	0,86	-0,66	0,82

Druhý úsek byl přímý let s následnou pravotočivou zatáčkou. Tabulka 3 vypisuje hodnoty korelačního koeficientu mezi klouzavým maximem a trajektorií. Je z ní patrné, že u akcelerometrů je nízká hodnota korelace mezi měřeními označených X a Y a mezi vektory trajektorie x a y . U akcelerometrů odpovídají měření označená X směru rozpětí křídel a měření označená Y horizontálnímu směru. O něco vyšší hodnoty, ať už kladné nebo záporné, má měření označené Z, což je měření ve směru letu. Nejvyšší hodnotu korelace má *stringer* označený 4 s tečnou trajektorie, který by měl být při pravotočivé zatáčce namáhán tlakově. Hodnoty P zamítají u všech hodnot nulovou hypotézu na hladině významnosti 95 %.

Tabulka 4 Hodnoty P a korelačního koeficientu klouzavého maxima pro pátý úsek

Hodnota P	Z	Tečna	Úsek 5	Z	Tečna	Hodnota korelačního koeficientu
	0	0	SlamStick X	0,43	0,64	
	0	0	SlamStick Y	0,83	0,71	
	0	0	SlamStick Z	0,66	0,83	
	0	0	PCB X	0,60	0,72	
	0	0	PCB Y	0,72	0,52	
	0	0	PCB Z	0,23	0,50	
	0	0	MFC 1	0,44	-0,34	
	0	0	MFC 2	0,79	-0,85	
	0	0	MFC 3	0,38	-0,20	
	0	0	MFC 4	-0,40	0,50	

Pátý úsek se skládal z přímého letu a následného klesání. Jelikož se zde nemění souřadnice x a y , provádí se korelační analýza jen se souřadnicí z a tečnou. Tabulka 4 v levé části vypisuje hodnotu P , ze které je viditelné, že pro všechny senzory zamítá nulovou korelaci na hladině významnosti 95 %. V pravé části jsou hodnoty korelačního koeficientu. U akcelerometru

SlamStick je nejvyšší korelace u označení Y, což je měření v horizontálním směru, to by odpovídalo předpokladu, že zrovna v této ose by měla být korelace u klesání nejvyšší. U piezokompozitních senzorů je nejvyšší korelace u *stringeru* značeného 2 podle Obr.13.

5.3.2 Korelační analýza ve frekvenční oblasti

Další důležitou veličinou, která se mění při změnách rychlosti, při různých manévrech a na základě dalších faktorů, je frekvence. Tato část se bude zabývat korelační analýzou mezi trajektorií manévru a změnami ve frekvenci. K tomu bude využito stejných úseků jako v kapitole 5.3.1. Pro tyto úseky byl nalezeny změny nejsilnější frekvence v čase odpovídající úsekům.

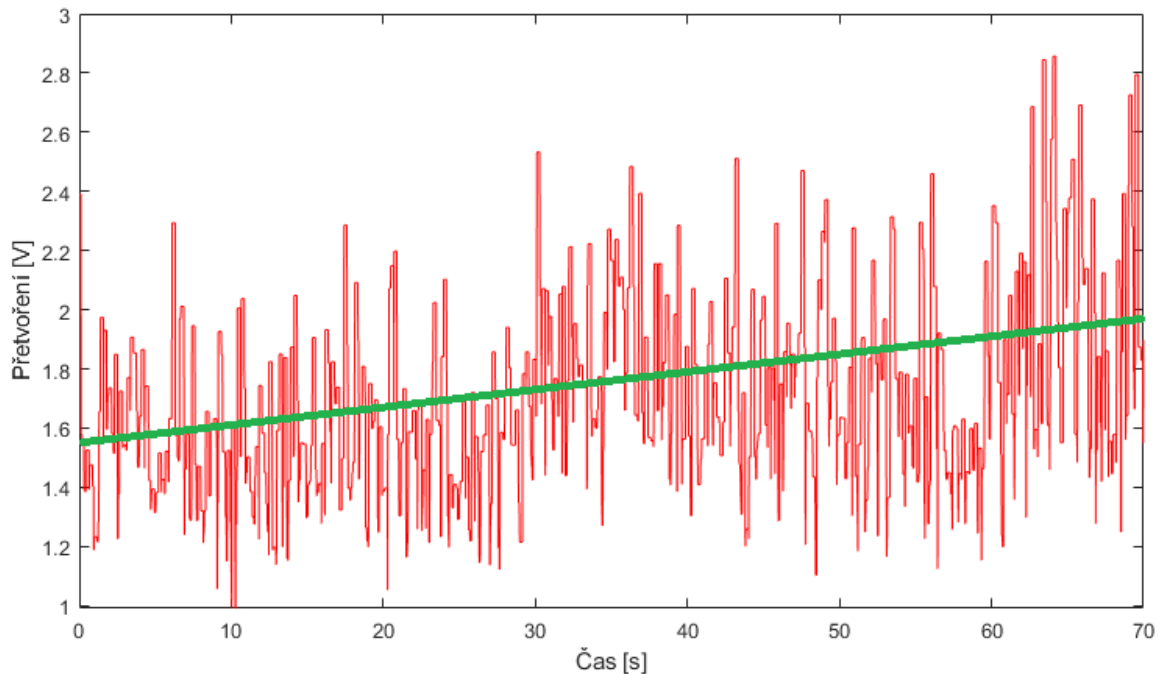
Tabulka 5 Korelační koeficient mezi trajektorií čtvrtého úseku a frekvencí

Úsek 5	X	Y	Z	Tečna
SlamStick X	0,66	0,75	0,96	0,90
SlamStick Y	0,73	0,80	0,98	0,94
SlamStick Z	0,69	0,77	0,98	0,92
PCB X	0,66	0,74	0,96	0,90
PCB Y	0,70	0,77	0,97	0,93
PCB Z	0,57	0,67	0,92	0,82
MFC 1	0,14	0,07	0,41	0,32
MFC 2	0,16	0,25	0,57	0,49
MFC 3	0,76	0,79	0,89	0,93
MFC 4	0,62	0,68	0,87	0,82

Čtvrtý úsek je přímý let s následujícím stoupáním. Tabulka 5 zobrazuje vysoké hodnoty korelace u akcelerometrů. Lze tedy s vysokou pravděpodobností říct, že jsou souřadnice letu závislé na frekvenci akcelerometrů. Nejvyšší hodnoty má korelace s osou *y*, což odpovídá předpokladu, že letadlo potřebuje pro stoupání zvýšit rychlost a s tím spojenou i frekvenci vibrací.

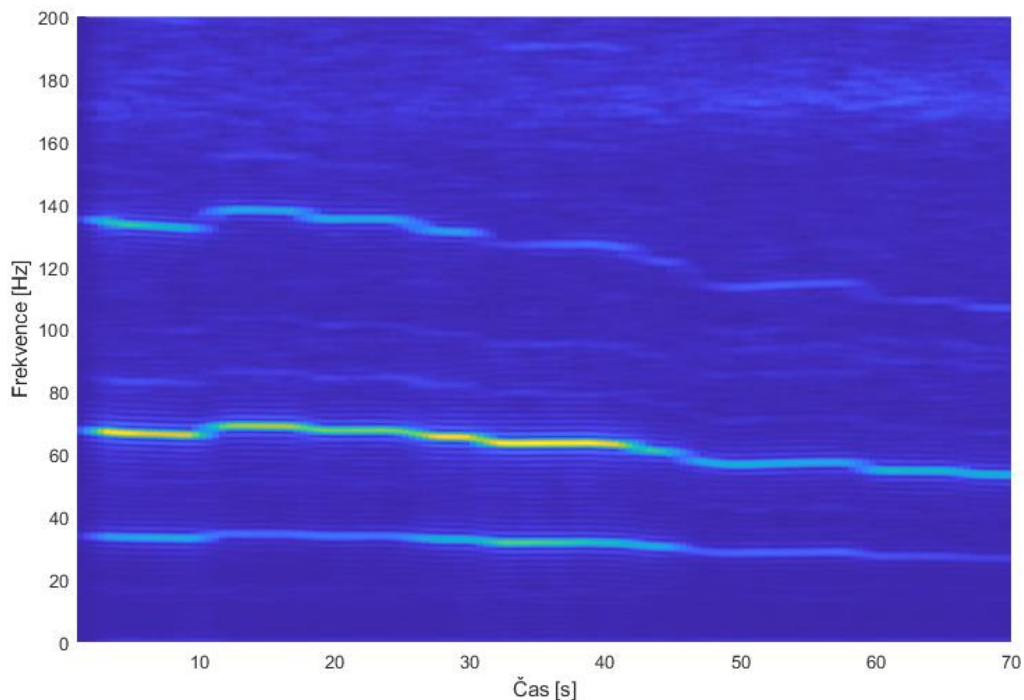
5.3.3 Korelační analýza v časově-frekvenční oblasti

Korelační analýza v časově-frekvenční oblasti je náročná z pohledu získání funkce průběhu frekvencí. S omezenou přesností jde tento problém překonat hledáním korelace vizuálně. Tedy hledání podobného chování při pohledu na průběh frekvencí a změny klouzavé hodnoty. Byl vybrán úsek tři, kde byl vykreslený průběh klouzavého maxima pro celý úsek.



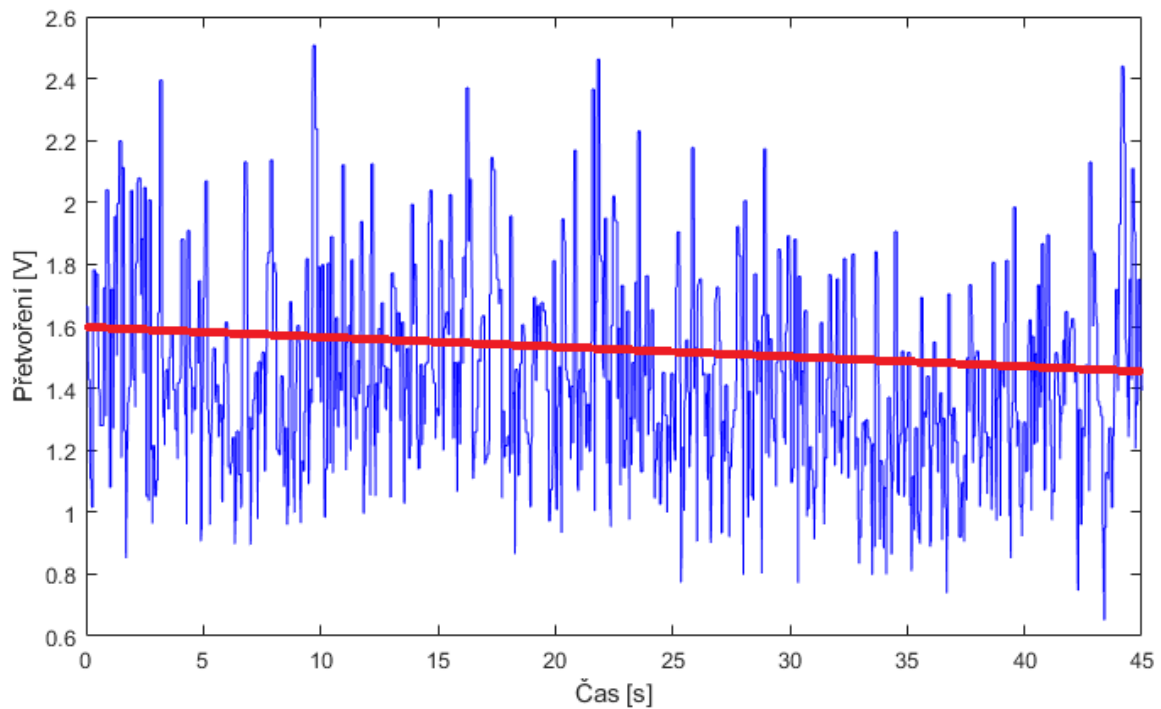
Obrázek 27 Průběh klouzavého maxima pro třetí úsek

V byla data klouzavého maxima přetvoření z piezokompozitního senzoru proložena přímkou, která má lineárně rostoucí tvar.

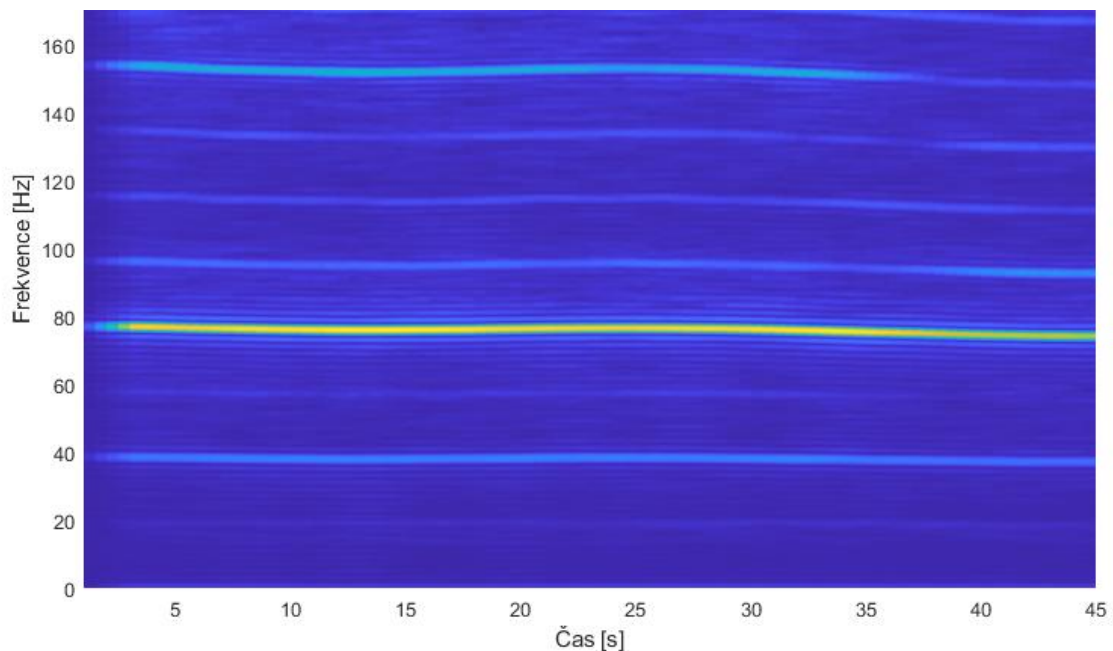


Obr.28 Spektrogram třetího úseku

Obr.28 vykresluje průběh frekvencí v závislosti na čase pro třetí úsek. U hlavní frekvence lze vidět, že má spíše klesající tendenci. To neodpovídá chování klouzavého maxima z , nelze tedy určit, zda veličiny korelují. Stejnému procesu byl podroben i druhý úsek.



Obr.29 Průběh klouzavého maxima pro druhý úsek



Obr.30 Spektrogram pro druhý úsek

Na druhém úseku se klouzavé maximum přetvoření jednoho z nosníků na Obr.29 chová podobně jako hlavní frekvence na Obr.30. Z toho je možné usoudit, že je možná korelace mezi maximem a průběhem frekvence v čase. Pro přesnější analýzu by byla potřeba nalézt předpis jednotlivých funkcí frekvencí. To je obecně náročný úkol, který se řeší pomocí digitálního zpracování obrazu.

5.3.4 Vyhodnocení korelační analýzy

Byla provedena korelační analýza v časové, frekvenční a časově-frekvenční oblasti. V časové oblasti bylo zjištěno, že hodnoty klouzavého průměru nejsou vhodné pro korelační analýzu, jelikož se nemění dostatečně výrazně, což je i patrné z Obr.26. Hodnoty korelace vycházely velice podobně pro klouzavé maximum, efektivní hodnotu a odchylku. Výsledné hodnoty korelačního koeficientu pro první úsek v Tabulka 1 vychází vysoké. Nulová hypotéza se pro tento úsek zamítá. Pro druhý úsek se nulová hypotéza také zamítá, avšak hodnoty korelačního koeficientu už jsou výrazně nižší, některé i se zápornou hodnotou. Vysoká je hodnota korelace mezi *stringerem* 4 a tečnou, kdy tento nosný prvek je u pravotočivé zatáčky stlačován.

U korelační analýzy ve frekvenční oblasti byla porovnáována trajektorie a změny ve frekvenci. Při analýze na čtvrtém úseku, kde letadlo letí rovně a následně klesá, se zamítá nulová korelace. Hodnoty korelačního koeficientu jsou vysoké pro oba akcelerometry, obzvláště korelace se Z souřadnicí. To říká, že frekvence vysoce koreluje s nadmořskou výškou letadla na čtvrtém úseku.

V časově-frekvenční oblasti je těžké nalézt průběhy jednotlivých funkcí frekvence v čase pro potřeby korelační analýzy. Tento problém se s určitou nepřesností obešel vizuálním náhledem na průběhy dat. Analyzován byl třetí a druhý úsek. Ve třetím úseku nebyla nalezena korelace. U druhého úseku lze říct, že se data chovají podobně. Jistá korelace zde může být.

6. Závěr

Tato bakalářská práce se zaměřila na přiblížení tématu měření vibrací a vyhodnocení odezvy ze senzorů, kterými bylo osazeno malé jednomotorové letadlo. Tyto data obsahují důležité informace o změnách v namáhání konstrukce letadla v jednotlivých fázích letu a mohou určit kritické fáze letu z pohledu provozních vibrací a deformace nosných prvků.

První část této práce se zabývá vlivem vibrací na letadla a rozděluje základní příčiny vzniku těchto vibrací. Následují obecné informace o vibracích, dělení dle průběhů a jejich základní vlastnosti pro jejich popis. Je zde i krátká zmínka o rezonancích, které mohou mít negativní vliv na provoz letadla. Pro zpracování a vyhodnocení vlivu vibrací při letu je základem tyto vibrace měřit. Na to se zaměřila kapitola 4.3, která dělí přístroje podle měřené veličiny, tedy na měření polohy, rychlosti a zrychlení. Uvádí základní typy a jejich funkci a využití.

Druhá část teoretických poznatků uvádí informace o zpracování už naměřených dat. Popisuje tři základní oblasti, ve kterých lze data zpracovat, a to časovou, frekvenční a časově-frekvenční oblast. Pro popis dat v jednotlivých oblastech se využívá různých statistických parametrů, kdy jsou vždy v příslušné kapitole vypsány rovnice a postupy pro jejich výpočet.

Praktická část pracuje s daty naměřenými při testovacím letu, kde bylo k měření využito dvou akcelerometrů a čtyř piezokompozitních senzorů. Spolu s informacemi o výšce, rychlosti a trajektorii byla získána potřebná data pro všechny fáze letu. Data byla zpracována pomocí poznatků z předchozích kapitol a byla podrobena následnému zkoumání. Došlo k nalezení základních statistických parametrů pro jednotlivé fáze letu, které byly porovnávány v kapitole 5.2.5. Tímto vykreslením bylo zjištěno, že k maximálním hodnotám namáhání konstrukce vibracemi dochází při startu a vzletu letadla, jak zobrazuje Obr.20. U hodnot z piezokompozitních senzorů bylo zjištěno, že k maximálním hodnotám přetvoření dochází u zatáček s nejmenším poloměrem. Je zde potvrzen předpoklad, že například při pravotočivé zatáčce budou nejvíce deformovány nosné prvky na levé polovině trupu při pohledu ve směru letu. Při analýze hodnot rozptylu jednotlivých úseků letu bylo zjištěno, že při vysokém zrychlování za letu dochází k několikanásobnému zvýšení hodnot rozptylu u obou druhů akcelerometrů. U vykreslených hodnot nejsilnější frekvence na Obr.23 a Obr.24 dochází ke zvyšování hodnot se zvýšenou rychlostí letu.

Korelační analýza probíhala mezi jednotlivými trajektoriemi předem určených úseků a klouzavými hodnotami maxima, průměru, efektivní hodnoty a odchylky. Výsledky popisuje kapitola 5.3.4. V ní jsou popsány výsledky pro korelační analýzy v časové, frekvenční a časově-frekvenční oblasti. V časové oblasti byla nalezena vysoká korelace dat a trajektorie levotočivé zatáčky. Nulová hypotéza se nezamítá pro hodnoty klouzavého průměru, kde nejspíš nedochází k dostatečným změnám pro nalezení statistické závislosti. Ve frekvenční oblasti byl testován úsek se změnou nadmořské výšky klesáním. Zde jsou nalezeny nejvyšší hodnoty korelačního koeficientu u osy trajektorie odpovídající nadmořské výšce. Lze tedy s určitou přesností říct, že jsou hodnoty nadmořské výšky přímo závislé na primární frekvenci, což je zde dvojnásobná frekvence motoru. V časově-frekvenční oblasti je provedena korelační analýza vizuálně, kdy jsou porovnány průběhy odezvy ze senzorů a spektrogramů pro jednotlivé úseky. Je zde nalezené podobné chování pro druhý úsek, kdy letadlo provádí pravotočivou zatáčku.

Odezva ze senzorů obsahuje podstatné informace o celém letu a správná interpretace může sloužit k bližšímu pochopení namáhání konstrukce v jednotlivých fázích letu. Z pohledu bezpečnosti se jedná o důležitý úkol popsat namáhání způsobené vibracemi a deformací trupu a využít je pro bezpečnější provoz. Akcelerometry i piezokompozitní senzory slouží jako dobrý ukazatel tohoto namáhání a jejich automatizace pro hledání kritických úseků může být velice silný nástroj vibrodiagnostiky do budoucna. Mohlo by dojít nejen ke snížení nákladů na kontroly, ale hlavně ke zvýšení celkové bezpečnosti a životnosti letadel.

7. Seznam citací

- [1] SRIVIDHYA, S, K NEHRU, A SALAMON RAGO A PERATCHI SELVAN. Vibrational Analysis of an Aircraft wing model using ANSYS Workbench [online]. SNS College of Technology, 2020 [cit. 2023-04-28]. ISSN 2321-9939.
- [2] Piezo Accelerometer Tutorial What is Vibration?. In: F3lix-tutorial [online]. 2017-2022 [cit. 2023-01-24]. Dostupné z: <https://www.f3lix-tutorial.com/vibration-spectrum>
- [3] FURCH, Jan, Josef GLOS a Jiří BLECHA. IDENTIFYING THE TECHNICAL CONDITION OF ROTATING PARTS BY MEANS OF VIBRODIAGNOSTICS [online]. [cit. 2023-04-28]. ISSN 1333-1124.
- [4] BROCH, Jens Trempe. Mechanical vibration and shock measurements. 2nd edition 3rd impression. Brüel & Kjær. ISBN 87 87355 34 5.
- [5] FIEBIG, Wieslaw, Jakub WROBEL, N. MAIA a Z. DIMITROVOVÁ. Use of mechanical resonance in impact machines. In: MATEC Web of Conferences [online]. 2018, [cit. 2023-04-28]. ISSN 2261-236X. Dostupné z: doi:10.1051/matecconf/201821117006
- [6] GOYAL, D.; PABLA, B.S. The vibration monitoring methods and signal processing techniques for structural health monitoring: a review. Archives of Computational Methods in Engineering, 2016, 23: 585-594.
- [7] ALBARBAR, A., A. BADRI, Jyoti SINHA a A. STARR. Performance evaluation of MEMS accelerometers. In: Measurement [online]. 2009, , s. 790-795 [cit. 2023-04-28]. ISSN 02632241. Dostupné z: doi:10.1016/j.measurement.2008.12.002
- [8] WILKIE, WILLIAM K. Recent developments in NASA piezocomposite actuator technology. In: 9th International conference on new actuators [online]. [cit. 2023-04-28].
- [9] KSICA, Filip, Zdenek HADAS a Jiri HLINKA. Integration and test of piezocomposite sensors for structure health monitoring in aerospace. Measurement [online]. 2019, 147, 106861. ISSN 02632241. Dostupné z: doi:10.1016/j.measurement.2019.106861
- [10] RNDR. LIBOR ŽÁK, PHD. Popisná statistika - zavedení pojmů [online]. 2006, 5 [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: mathonline.fme.vutbr.cz/Popisna-statistika/sc-1146-sr-1-a-139/default.aspx
- [11] MOHD GHAZALI, Mohamad, Wan RAHIMAN a Gang TANG. Vibration Analysis for Machine Monitoring and Diagnosis: A Systematic Review. In: Shock and Vibration [online]. 2021, , s. 1-25 [cit. 2023-04-28]. ISSN 1875-9203. Dostupné z: doi:10.1155/2021/9469318
- [12] DOANE, David a Lori SEWARD. Measuring Skewness: A Forgotten Statistic?. In: Journal of Statistics Education [online]. 2017, [cit. 2023-04-28]. ISSN 1069-1898. Dostupné z: doi:10.1080/10691898.2011.11889611
- [13] COCHRAN, W.T., J.W. COOLEY, D.L. FAVIN et al. What is the fast Fourier transform?. Proceedings of the IEEE [online]. 1967, 55(10), 1664-1674 [cit. 2023-04-28]. ISSN 0018-9219. Dostupné z: doi:10.1109/PROC.1967.5957
- [14] Bandpower. In: MathWorks [online]. 2023 [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: mathworks.com/help/signal/ref/bandpower.html
- [15] GOGTAY, NITHYA J.; THATTE, URMILA M. Principles of correlation analysis. In: Journal of the Association of Physicians of India [online]. 2017 [cit. 2023-04-28].
- [16] Correlation coefficients. In: MathWorks [online]. 2023 [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/corrcoef.html>
- [17] TAYLOR, RICHARD. Interpretation of the correlation coefficient: a basic review. In: Journal of diagnostic medical sonography [online]. 1990 [cit. 2023-04-28].
- [18] NAGELKERKE, NICO JD, ET AL. A note on a general definition of the coefficient of determination. Biometrika [online]. 1991 [cit. 2023-04-28].

- [19] ING. JOSEF BEDNÁŘ, PH.D. Testování statistických hypotéz [online]. In: . 2006 [cit. 2023-04-28].
- [20] WEIGL, Martin. Graf pravděpodobnostní hustoty [online]. In: . [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=41669
- [21] NEUTELINGS, Izaak. Fourier series & synthesis. In: TikZ [online]. [cit. 2023-01-24]. Dostupné z: https://tikz.net/fourier_series/
- [22] MANNION, Patrick. The difference between inductive proximity, displacement, and eddy-current sensors. In: Passive-components [online]. 2016 [cit. 2023-01-29]. Dostupné z: <https://passive-components.eu/the-difference-between-inductive-proximity-displacement-and-eddy-current-sensors/>
- [23] LIU, C., C. ZANG, F. LI a E. PETROV. High Frequency Modal Testing of the Multiblade Packets Using a Noncontact Measurement and Excitation System. In: Shock and Vibration [online]. 2020, , s. 1-12 [cit. 2023-04-28]. ISSN 1070-9622. Dostupné z: doi:10.1155/2020/8740941
- [24] Control of static and dynamic mechanical response of piezoelectric composite shells: Applications to acoustics and adaptive optics. In: ResearchGate [online]. [cit. 2023-04-28]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/figure/Layered-structure-of-the-macro-fiber-composite-MFC-actuator-117-119-It-consists-of_fig7_291352933
- [25] In: Aukro.cz [online]. Dostupné také z: <https://aukro.cz/cessna-172-6981586654>