

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NÁVRH A PEVNOSTNÍ KONTROLA MONTÁŽNÍHO PŘÍPRAVKU PRO STACIONÁRNÍ MONTÁŽ VOZÍKŮ LINEÁRNÍHO VEDENÍ UZAVÍRACÍ JEDNOTKY VSTŘIKOLISU

DESIGN AND STRESS ANALYSIS OF TH ASSAMBLING DEVICE FOR STATIONARY ASSEMBLING

OF THE INJECTION MOULDING MACHINE CLOSE UNIT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR SAMUEL KECÍK

Ing. PETR LOŠÁK, Ph.D.

BRNO 2017

VYSOKÉ UČENÍ FAKULTA TECHNICKÉ STROJNÍHO V BRNĚ INŽENÝRSTVÍ

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Samuel Kecík
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Petr Lošák, Ph.D.
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Návrh a pevnostní kontrola montážního přípravku pro stacionární montáž vozíků lineárního vedení uzavírací jednotky vstřikolisu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Sestavení komplikovaných celků by nebylo možné bez jednoúčelových montážních přípravků. Na tyto přípravky bývají kladeny různé specifické požadavky. Konkrétně tento přípravek pro montáž vozíků lineárního vedení uzavírací jednotky vstřikovacího lisu musí mít stabilní konstrukci, musí být použitelný pro různé velikosti uzavíracích jednotek, měl by mít co nejmenší rozměry a z důvodu skladování musí být stohovatelný. Cílem práce je navrhnout přípravek, který bude splňovat tyto podmínky.

Cíle bakalářské práce:

1. Navrhnout geometrii montážního přípravku, která bude splňovat požadavky, které jsou na přípravek kladeny.

- 2. Pomocí analytického řešení provést kontrolu přípravku vůči meznímu stavy pružnosti
- 3. Pomocí metody konečných prvků provést numerické řešení a pevnostní kontrolu přípravku
- 4. Vytvořit výkresovou dokumentaci

Seznam literatury:

Sága M., Žmindák M., Dekýš V., Sapietová A., Segľa Š., Vybrané metódy analýzy a syntézy mechanických sústav, Žilinská univerzita v Žilině, Strojnícka fakulta, Katedra aplikovanej mechaniky, Žilina 2009 Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 4. 11. 2016 NHe DEKAS

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Bakalárska práca sa zaoberá návrhom a pevnostnou kontrolou montážneho prípravku pre stacionárnu montáž vozíkov lineárneho vedenia uzatváracej jednotky vstrekolisu. Navrhovaný prípravok musí spĺňať určité podmienky, ako pevná konštrukcia, čo najmenšia veľkosť, univerzálnosť na všetky veľkosti uzatváracích jednotiek. Napäťová analýza je riešená analyticky pomocou prútovej teórie so zanedbaním vlastnej tiaže prútov. V závere práce je porovnanie výpočtu pomocou metódy konečných prvkov v programe ANSYS Workbench.

Abstract

Bachelor thesis deals with design and strength control of the assembly for stationary mounting of carts of the linear guide of the injection molding unit. The proposed preparation has several conditions such as a rigid construction, the smallest size, and versatility for all sizes of close units. Stress analysis is solved analytically by the use of a beam theory with neglecting its own weight of beam. At the end is a comparison of the calculation using finite element method in ANSYS Workbench.

Kľúčové slová

rám, prút, napätie, deformácia,
vstrekolis, uzatváracia jednotka, MKP, návrh, konštrukcia, prípravok

Keywords

frame, beam, tension, deformation, injector, closing unit, FEM, design, construction, preparation

Citácia

KECÍK, Samuel. Návrh a pevnostní kontrola montážního přípravku pro stacionární montáž vozíků lineárního vedení uzavírací jednotky

vstřikolisu.Br
no, 2017. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inžený
rství. Vedoucí práce Lošák Petr.

Návrh a pevnostní kontrola montážního přípravku pro stacionární montáž vozíků lineárního vedení uzavírací jednotky vstřikolisu

Prehlásenie

Prehlasujem, že túto bakalársku prácu na tému Návrh a pevnostní kontrola montážního přípravku pro stacionárnu montáž vozíků lineárního vedení uzavírací jednotky vstřikolisu som vypracoval samostatne pod vedením Ing. Petra Lošáka, Ph.D. s použitím literatúry uvedenej v zozname.

Samuel Kecík 23. mája 2017

Poďakovanie

Rád by som sa chcel poďakovať svojmu vedúcemu bakalárskej práce Ing. Petrovi. Lošákovi, Ph.D. za jeho čas, cenné rady a pripomienky pri spracovaní tejto práce Ďalej by som sa chcel poďakovať celému konštrukčnému oddeleniu vo firme KraussMaffeii v Sučanoch na čele s vedúcim tohto oddelenia Ing. Andrejom Jakubisom, Ph.D. za taktiež odbornú pomoc a cenné rady k tejto práci.

Obsah

1	Úvod					5						
2 Ciele práce											6	
3	Tec	Technológia vstrekovania plastov								7		
	3.1	Stavba vstrekolisu a proces		•						•		. 7
		3.1.1 Uzatváracia jednotka	•	•						•		. 9
		3.1.2 Vstrekovacia jednotka	•	•		•	•	•	•	•	•	. 10
4	Met	etódy riešenia pevnostnej kontroly										12
	4.1	Analytická pružnosť a pevnosť		•						•		. 12
		4.1.1 Medzné stavy (MS) súvisiace s deformáciou teles	ł									. 12
		4.1.2 Medzné stavy (MS) súvisiace s porušovaním teles	a									. 12
		4.1.3 Hookov zákon		•								. 13
		4.1.4 Prút v pružnosti a pevnosti								•	•	. 13
		4.1.5 Jednoduchý ohyb								•	•	. 16
		4.1.6 Staticky neurčité úlohy										. 17
		4.1.7 Stabilita konštrukcií - vzper prútov										. 18
		4.1.8 Vruby								•	•	. 19
	4.2	2 Metóda konečných prvkov										. 19
		4.2.1 Základné veličiny a rovnice všeobecnej pružnosti										. 20
		4.2.2 MKP ako variačná metóda						•	•	•	•	. 23
5	Náv	ávrh geometrie										26
	5.1	Predný stôl										. 27
		5.1.1 Prvá varianta										. 27
		5.1.2 Druhá varianta										. 28
		5.1.3 Tretia varianta										. 30
		5.1.4 Vybraná varianta										. 32
	5.2	$2 \text{Zadný stôl} \dots \dots$					•		•		•	. 33
6	Ana	nalytický výpočet prípravku										35
	6.1	Vytvorenie analytického modelu predného stola										. 37
		6.1.1 Stôl č. 1										. 38
		6.1.2 Stôl č. 2										. 45
		6.1.3 Priečne prúty v prednom stole										. 51
	6.2	2 Vytvorenie analytického modelu zadného stola										. 54
		6.2.1 Priečne prúty v zadnom stole										. 59

	6.2.2 Kontrola na vzper	59
7	Numerické riešenie prípravku7.1Predný stôl7.2Zadný stôl	61 61 67
8	Porovnanie výsledkov numerického a analytického riešenia	73
9	Skutočné prevedenie a umiestnenie do výrobnej haly KrassMaffei	75
10	Záver	77
Li	teratúra	78
Pı	rílohy	83

Zoznam obrázkov

3.1	Popis vstrekolisu [6].	8
3.2	Typicka priama hydraulicka uzatvaracia jednotka [8]	9 10
პ.პ ე_₄	Typicka kidova uzatvaracia jednotka [8]	10
3.4 25	Elektricka uzatvaracia jednotka [1].	10
5.0	Rez snekovou vstrekovačou jednotkou [2].	11
4.1	Ťahový diagram mäkkej konštrukčnej oceli [11]	14
4.2	Rozdelenie napätia pri ohybe [10].	17
4.3	Hodnoty vzperného koeficientu α a redukovanej dĺžky l_{red} [9]	19
4.4	Riešené teleso [14].	22
4.5	Schéma riešenia problémov [14]	23
4.6	Vybrané druhy často používaných Lagrangeových konečných prvkov [17]	24
5.1	Prvá varianta predného stola v úplnom stiahnutí.	27
5.2	Prvá varianta predného stola pri zaťažení najväčšou uzatváracou jednotkou.	28
5.3	Druhá varianta predného stola v úplnom stiahnutí.	29
5.4	Druhá varianta predného stola pri zaťažení najväčšou uzatváracou jednotkou.	30
5.5	Tretia varianta predného stola.	31
5.6	Tretia varianta predného stola pri zaťažení najväčšou uzatváracou jednotkou.	32
5.7	Ukážka montážneho výkresu predného stola.	33
5.8	Zadný stôl pri najmenšej výške	34
5.9	Ukážka montážneho výkresu zadného stola.	34
6.1	Ťažisko uzatváracej jednotky - bočný pohľad	35
6.2	Ťažisko uzatváracej jednotky - predný pohľad	36
6.3	Podloženie uzatváracej jednotky pri maximálnom zaťažení na zadný stôl .	36
6.4	Podloženie uzatváracej jednotky pri maximálnom zaťažení na predný stôl	37
6.5	Stôl č.1 a Stôl č.2.	38
6.6	Schéma rámu Stola č.1	39
6.7	Úplné uvoľnenie Stola č.1	40
6.8	Čiastočné uvoľnenie Stola č.1	41
6.9	Vykreslenie VVÚ Stola č.1	43
6.10	Vykreslenie ohybového momentu s posúvajúcou silou vrchného prútu Stola	
	č. 1 aplikáciou ForceEffect	44
6.11	Schéma lomeného prútu Stola č.2	46
6.12	Úplné uvoľnenie Stola č. 2	47
6.13	Vykreslenie VVÚ Stola č.2	49
6.14	Vykreslenie ohybového momentu s posúvajúcou silou vrchnej časti lomeného	
	prútu Stola č. 2 aplikáciou ForceEffect	50

6.15	Schéma prostredného prútu pod stolom č.1 a stolom č.2
6.16	Úplné uvoľnenie prostredného prútu
6.17	Vykreslenie VVÚ prostredného prútu pod stolom č.1 a stolom č.2
6.18	Schéma rámu zadného stola
6.19	Úplné uvoľnenie rámu zadného stola
6.20	Čiastočné uvoľnenie rámu zadného stola
6.21	Vykreslenie VVÚ rámu zadného stola
6.22	Vykreslenie ohybového momentu s posúvajúcou silou vrchného prútu za-
	dného stola aplikáciou ForceEffect
7.1	Detail vygenerovanej siete dier a zúženia
7.2	Väzbové okrajové podmienky predného stola
7.3	Silové okrajové podmienky predného stola
7.4	Deformácia predného stolu
7.5	Deformácia predného stola 1. diery pri zmene prierezu
7.6	Normálové napätie v prednom stole
7.7	Detail normálového napätie v prednom stole
7.8	Detail siete zadného stola
7.9	Väzbové a silové okrajové podmienky zadného stola.
7.10	Deformácia zadného stolu
7.11	Normálové napätie zadného stola
7.12	Normálové napätie v mieste diery
8.1	Označenie kritických miest predného a zadného stola
9.1	Predný stôl v skutočnom prevedení
9.2	Zadný stôl v skutočnom prevedení

Kapitola 1 Úvod

Plasty sa stávajú čoraz väčšou neodmysliteľnou súčasťou života. Využívame ich každodenne a pri takmer každej situácii. Jeden z prostriedkov na výrobu plastových dielov je vstrekolis.

Táto práca vznikla na základe spolupráce s firmou KraussMaffei. Firma KraussMaffei je celosvetová firma pochádzajúca z Nemecka zameraná na konštrukciu a montáž strojov a systémov. Slovenská pobočka v Sučanoch vyrába vstrekovacie strojné zariadenia, diely do strojov spracujúce plasty a elektrické rozvádzače. Táto bakalárska práca sa zaoberá návrhom montážneho prípravku pre stacionárnu montáž lineárneho vedenia uzatváracej jednotky vstrekolisu a následnou pevnostnou kontrolou. Uzatváracia jednotka je masívna pohyblivá časť vstrekolisu, ktorá slúži na otváranie a zatváranie formy lisu. Celkové maximálne zaťaženie pri najväčšej uzatváracej jednotke vstrekolisu bolo až 20 ton.

Návrh pozostával z rôznych požiadaviek ako napr. univerzálnosť pre všetky uzatváracie jednotky, čo najmenšie rozmery. Súčasťou návrhu bolo aj vytvorenie výkresovej dokumentácie. Pri vykonaní napäťovej a deformačnej analýzy pomocou teorie pružnosti a pevnosti bolo pri analytickom riešení nutné vytvoriť vhodne zjednodušený výpočtový model. Na začiatku bola priestorová 3D úloha nahradená na 2D rovinnú úlohu v tvare rámov a prútov. Zjednodušilo sa aj zaťaženie prípravku.

Na výpočet analytického riešenia sa využil softvér MATLAB. Výsledné vnútorné účinky jednotlivých prútov a rámov sa porovnávali s aplikáciou Autodesk ForceEffect. Celková bezpečnosť pri jednotlivých častiach prípravku v analytickom riešení bola dostatočne vysoká aj z dôvodu ochrany zdravia montážnych pracovníkov pri vykonávaní montáže lineárneho vedenia.

Na záver je prevedené riešenie aj pomocou metódy konečných prvkov (MKP) v systéme ANSYS Workbench. Pre vytvorenie tejto bakalárskej práce bolo potrebné využiť znalosti z matematiky, statiky, pružnosti a pevnosti, metódy konečných prvkov, konštruovania a v neposlednom rade aj poznatky z programovania v Matlabe.

Kapitola 2

Ciele práce

Cieľom bakalárskej práce bolo vytvorenie návrhu geometrie montážneho prípravku, ktorá bude spĺňať všetky určené požiadavky. Je nutné aby prípravok mal stabilnú konštrukciu z hľadiska pružnosti a pevnosti, univerzálnosť prípravku – možnosť použitia prípravku pre všetky veľkosti uzatváracích jednotiek KM35 – KM650, čo najmenšie plošné rozmery, stohovateľnosť v prípade uskladnenia alebo transportu viacerých prípravkov, jednoduchá manipulácia a jednoduché použitie. Ďalšie želané avšak nie nutné vlastnosti prípravku sú ergonomická montáž lineárnych vedení, technologickosť konštrukcie a použitie štandardných konštrukčných elementov. Ďalším z cieľov je pomocou analytického riešenia vykonať kontrolu prípravku voči medznému stavu pružnosti a následne použitie numerického riešenia pomocou metódy konečných prvkov a pevnostnú kontrolu prípravku. V neposlednom rade je potrebné vytvoriť výkresovú dokumentáciu jednotlivých dielov ako aj zvarencov a montážnych výkresov.

Kapitola 3

Technológia vstrekovania plastov

Vstrekovanie plastov je v dnešnej dobe veľmi rozšírený spôsob výroby rozličných súčastí z plastov. Táto technológia je založená na roztavení plastickej hmoty, najčastejšie vo forme granulátu, a následnom vstreknutí už roztavenej hmoty do dutiny formy vytvorenej najčastejšie z dvoch častí. Po vychladnutí plastickej hmoty sa súčiastka vysunie pomocou vyhadzovačov a zoberie sa buď pomocou manipulátora alebo len jednoducho prepadáva na dopravníkový pás.

Táto technológia je vhodná pre veľkosériovú výrobu z dôvodu vytvárania vstrekovacej formy pre jednotlivú súčasť. Využíva sa hlavne v automobilovom a elektronickom priemysle. Výhody vstrekovania plastov je krátky výrobný čas a priaznivá cena za výrobok. Celková kvalita výsledného výrobku hlavne závisí na voľbe materiálu (granulátu), designu dielu, konštrukciou formy, opracovaním formy hlavne tvrdosti materiálu formy a drsnosťou povrchu formy. Vstrekovaním plastov je možnosť navrhnúť veľkú rôznodorosť tvaru súčiastky a diely môžu byť vyrobené s veľmi úzkymi toleranciami. Pri správnom návrhu je možné vyhnúť sa prípadnému prepracovávaniu výrobku, ktoré by dávalo komplexnejšie vlastnosti a lepšie vyhotovenie výrobku[3]

3.1 Stavba vstrekolisu a proces

Vstrekovacie zariadenie(vstrekolis) môže byť rozdelené na 5 základných častí: plastifikačná - vstrekovacia časť, uzatváracia jednotka, forma s posuvným systémom, riadiaci systém a temperovacie zariadenie pre formu viď Obr. č. 3.1. Najdôležitejšou časťou vstrekolisu je samotná forma skladajúca sa z najmenej dvoch častí, ktoré sa dajú rozobrať kvôli vybratiu dielu [8].

Vstrekovací proces je rozdelený do 9 častí:

- 1. Uzatváranie formy a vyvolanie uzatváracej sily
- 2. Príchod vstrekovacej jednotky k forme a vyvolanie prítlaku
- 3. Vstrekovanie plniaca a kompresná fáza
- 4. Prepnutie zo vstrekovacieho tlaku na dotlak
- 5. Dotlaková fáza
- 6. Fáza chladenia výlisku vo forme obsahujúcej plastifikáciu dávkovanie taveniny pred čelo šneku



Obr. 3.1: Popis vstrekolisu [6].

- 7. Odchod vstrekovacej jednotky od formy
- 8. Otvorenie formy
- 9. Vyhodenie alebo vyňatie výlisku z formy

Rozdelenie vstrekolisov:

Podľa vzájomnej polohy uzatváracej a vstrekovacej jednotky:

- horizontálne
- vertikálne
- \bullet uhlové

Podľa pohonu:

- Hydraulické stroje sú v súčasnoti najrozšírenejšie a najuniverzálnejšie vstrekovacie lisy. Pohyby stroja sú poháňané olejom. Účinnosť stroja závisí na kvalite maziva a typu oleja
- Elektrické stroje sú poháňané servopohonmi. Každá časť má svoj servopohon, vďaka čomu môžu pracovať jednotlivé časti nezávisle na sebe. Vysoká účinnosť je zaručená s v spolupráci s kĺbovým mechanizmom uzatváracej jednotky. Vďaka závitovým prevodom sú jednotlivé pohyby veľmi presné.
- Hybridné stroje sú kombináciou hydraulického systému a servopohonmi. Kombináciou je možné znížiť energiu a zvýšiť celkovú účinnosť.Najčastejšou variantou hybridného pohonu je, že uzatváracia jednotka je poháňaná servomotormi, čiže elektricky, a vstrekovacia časť hlavne pohyb šneku je pohaňaný hydraulickým systémom [16]

3.1.1 Uzatváracia jednotka

Funkcia uzatváracej jednotky je otvárať a zatvárať polovičky formy a najmä držať formu uzavretú počas vstrekovania plastickej zmesy. Vysoké vstrekovacie tlaky sú potrebné na riadne dotlačenie zmesy do formy a spôsobujú zvýšenie viskozity plastickej taveniny, takže sila potrebná na udržanie zavretej formy je veľmi veľká. Z toho vyplýva, že uzatváracia jednotka musí byť navrhnutá ako veľmi masívna, čo je na druhej strane veľmi nevýhodné pre rýchle otváranie a zatváranie formy. Rýchle posuvy sú vhodné pre minimalizáciu výrobného času.

Existujú rôzne typy mechanizmov uzatváracej jednotky. Dva najčastejšie využívané uzatváracie jednotky sú hydraulické a kĺbové. Ďalšie varianty pohonu sú hybridný hydraulický a kĺbový mechanizmus, lock-and-block mechanizmus a elektromechanický pohon. Hoci sú rôzne typy mechanizmu, vždy má uzatváracia jednotka pevnú alebo fixnú dosku a pohyblivú dosku, na ktorých sú upevnené jednotlivé polovice formy. Pevná doska je napevno namontovaná na základni stroja a jej pozícia je hneď za tryskou vstrekovacej jednotky. Pohyblivá doska nesie vyhadzovacie zariadenie.

Montážny prípravok, ktorý je témou tejto bakalárskej práce, je potrebný pre namontovanie lineárneho vedenia uzatváracej jednotky vstrekolisu na spodnej časti pevnej upínacej dosky. Montážny prípravok sa musel dať do takej polohy aby nezavadzal pri motáži. Ideálna poloha bola zo spodnej časti vstrekolisu [8].



Obr. 3.2: Typická priama hydraulická uzatváracia jednotka [8].

A: ovládací piest, B: odnímateľný medzerník, C:Forma, D: vstrekovacia tryska, E: pevná upínacia doska, F: pohyblivá upínacia doska, G: vodiaci stĺp, H: základová doska valca I: upínací hydraulický valec



Obr. 3.3: Typická kĺbová uzatváracia jednotka [8].

A: pohyblivá upínacia doska, B: pevná upínacia doska, C: forma, D: predný spoj, E: zadný spoj, F: ovládací valec, G: vodiaci stĺp, H: krížny spoj



Obr. 3.4: Elektrická uzatváracia jednotka [1].

3.1.2 Vstrekovacia jednotka

Vstrekovacia jednotka plní dve hlavné úlohy vstrekolisu.Premieňa granulát na homogennú taveninu o nízkej viskozite, vstrekuje taveninu vysokou rýchlosťou a veľkým tlakom do dutiny formy.

Existujú dve základné typy vstrekovacích jednotiek. Starším typom sú vstrekovacie jednotky piestové, ktoré vychádzali z technológie liatia roztavených kovov pod tlakom. V súčas-

nosti sa najviac využívajú vstrekovacie jednotky šnekové. Rozdiel medzi nimi je v konštrukcii taviacej komory. Cieľom je previesť tuhý granulát do plastického stavu v čo najkratšom čase a zaistiť teplotnú homogenitu taveniny.

Medzi najväčšie prednosti šnekových vstrekovacích jednotiek patrí:

- spoľahlivá plastifikácia a dobrá homogenizácia roztaveného plastu
- zabránenie prehrievania materiálu v taviacej komore
- vysoký plastifikačný výkon a veľký zdvihový objem
- odstránenie problémov pri čistení komory pri výmene materiálu
- presné dávkovanie
- nízky pokles tlaku počas pohybu hmoty
- vyššia účinnosť zásahu do vstekovacieho procesu

Postup činnosti vstrekovacej jednotky:

- 1. otáčanie šneku a nabieranie granulátu v hrdle násypky
- 2. dopravenie granulátu do vyhrievanej časti taviacej komory
- 3. tavenina sa hromadí na čele šneku
- 4. šnek sa otáča a pritom smeruje dozadu
- 5. zastavenie rotácie šneku
- 6. následný pohyb dopredu, čo spôsobuje vstrek do dutiny formy

Najdôležitejšou časťou vstrekovacej jednotky je taviaca komora, šnek, tryska a ohrev [2].

Tryska Ohrev		Šnek	Násypka	
Passoon	Taviaca komora			

Obr. 3.5: Rez šnekovou vstrekovacou jednotkou [2].

Kapitola 4

Metódy riešenia pevnostnej kontroly

4.1 Analytická pružnosť a pevnosť

Základnou úlohou pružnosti a pevnosti je popis určovania deformácii a porušovania vzhľadom k silovému pôsobeniu. Je dôležité, aby jednotlivé silové pôsobenia nepresiahli určité hranice. Tieto hranice sa nazývajú aj medzné stavy (MS).

4.1.1 Medzné stavy (MS) súvisiace s deformáciou telesa

- medzný stav deformácie deformácia telesa sa mení z funkčne prípustnej, ak podstatne nemení funkčné vlastnosti konštrukcie, na funkčne neprístupnú.
- medzný stav pružnosti je to stav, po ktorom začínajú vznikať plastické deformácie. Do tohto stavu sa teleso deformuje len elasticky, to znamená, že po odľahčení sa teleso opäť vráti do pôvodného tvaru.
- medzný stav deformačnej stability je stav, pri ktorom geometrická konfigurácia telesa, ktorá bola stabilná sa mení na labilnú(nestabilnú).

4.1.2 Medzné stavy (MS) súvisiace s porušovaním telesa

- medzný stav porušenia je to stav, pri ktorom už dokážeme zistiť porušenie spojitosti telesa na hranici rozlišiteľnosti.
- medzný stav stability trhliny je to stav, telesa s trhlinou, kedy sa šírenie trhliny stáva človekom neovplyvniteľné.
- medzný stav trhlín je to stav, pri ktorom sa porušenie funkčne prístupné mení vo funkčne neprípustné pri celistvosti telesa.
- medzný stav lomu je stav, kedy sa z jedného celistvého telesa stáva viac samostatných telies.

4.1.3 Hookov zákon

Pôsobením vonkajších síl sa teleso deformuje. V závislosti na zaťažení vonkajšími silami vzniká napätie v telese, ktoré je závislé na deformácii. Na tieto zmeny tvaru telesa majú vplyv mechanické vlastnosti materiálu. Najzákladnejškou skúškou, pri ktorej sa dajú zistiť základné mechanické vlastnosti materiálu je trhacia skúška ťahom. Zaznamenáva sa veľkosť zaťaženia na predĺžení vzorkového telesa.

Hookov zákon vyjadruje lineárnu závislosť medzi napätosťou a pretvorením pri malých elastických deformáciach.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{4.1}$$

E	[MPa]	Youngov modul pružnosti v ťahu - prvá materiálová konštanta
σ	[MPa]	veľkosť napätia pri danom pretvorení
ε	[—]	pomerné pretvorenie

Ak je modul pružnosti určitého materiálu vo všetkých smeroch rovnaký, hovoríme o materiále, že je izotropný. Príkladom izotropného materiálu je oceľ.Vo väčšine technickej praxe sa používajú materiály izotropné a hommogénne (až na výnimky), ktoré majú vo všetkých smeroch rovnaké vlastnosti.

Ako bolo spomenuté, Hookov zákon neplatí pre všetky technické materiály (napr.: guma, plsť koža, liatina a pod.) v týchto prípadoch sa využíva mocninový zákon.

$$\varepsilon = \frac{\sigma^n}{E_0} \tag{4.2}$$

 E_0 [*MPa*] materiálová konštanta n exponent je u plsti, gumy kože a pod. n < 1, u liatiny, kameňov a pod. n > 1.

Súčasné predĺženie telesa v jednom smere spôsobí skrátenie ostatných rozmerov. Toto skrátenie je úmerné napätiu σ tým aj pomernému predĺženiu. Potom platia konštitutívne vzťahy 4.16, kde μ sa nazýva Poissonova konštanta a je druhou charakteristickou materiálovou charakteristikou [11].

4.1.4 Prút v pružnosti a pevnosti

Prút je najjednoduchší teoretický model reálneho telesa z hľadiska napätia a deformácie. Vzťahy sú odvodené na základe platnosti prútových predpokladov, ktoré sa členia na:

- predpoklady geometrické:
 - prút je určený tzv. strednicou, na ktorej v každom bode je priečny prierez, ktorý obsahuje všetky body telesa ležiace v normálovej rovine
 - strednica je spojitá, hladká krivka konečnej dĺžky
 - priečny prierez je spojitá oblasť
 - dĺžka strednice je rádovo minimálne rovnako veľká ako najväčší rozmer priečneho prierezu

Obr. 4.1: Ťahový diagram mäkkej konštrukčnej oceli [11].

- predpoklady väzbové a zaťažovacie:
 - väzby obmedzujú len posuvy a uhly natočenia strednice
 - -zaťaženie pôsobí len na strednici
- predpoklady deformácie
 - strednica zostáva v čase zaťaženia spojitá a hladká
 - priečne prierezy si zachovávajú rovinnosť a kolmosť k deformovanej strednici
- predpoklady napätia
 - napätosť v prúte je určené normálovým a šmykovým napätím. Je označovaná ako Prútová napätosť.

Rozdelenie prútov

- 1. podľa modelovosti:
 - prúty ideálne predpokladanie splnenia všetkých prútových predpokladov
 - prúty ako výpočtové modely vymedzenie podmienky kedy sa môže teleso považovať za prút

- 2. podľa geometrie:
 - z hľadiska krivosti strednice:
 - priame prúty
 - prúty krivé: rovinné a priestorové
 - z hľadiska uzavretosti strednice:
 - otvorené
 - uzavreté
 - z hľadiska hladkosti strednice:
 - prúty s hladkou strednicou
 - prúty s konečným počtom bodov nespojitosti strednice:
 - $\ast\,$ rámy vzájomná nepohyblivosť prvkov v miestach nespojitosti otvorené a uzavreté rámy
 - $\ast\,$ vzájomná pohyblivosť prvkov v miestach nespojitosti
 - podľa pomeru rozmeru priečneho prierezu k polomeru krivosti:
 - prúty slabo zakrivené
 - prúty silno zakrivené
 - podľa premennosti prierezu pozdĺž strednice:
 - konštantný prierez
 - premenný prierez:
 - $\ast\,$ spojitá zmena prierezu
 - * vruby
 - * skoková zmena
 - podľa tvaru geometrie:
 - elementárne kruh, štvorec, obdĺžnik, šesťhran
 - profily normované profily typu I,U, Z, T
 - všeobecný priečny prierez
 - podľa natáčania prierezu pozdĺž strednice:
 - nešróbovitý
 - šróbovitý
 - podľa symetrie strednice:
 - -nesymetrické
 - symetrické podľa jednej alebo viacerých osí
 - rotačne symetrické
- 3. podľa väzieb:
 - prúty voľné
 - prúty väzbené:
 - -staticky určité
 - -staticky neurčité
- 4. podľa zaťaženia:

- jednoduché zaťaženie
- kombinované zaťaženie
- 5. podľa väzieb medzi stupňami priestorovosti geometrie a deformácie:
 - rovinné geometricky aj deformačne
 - rovinné geometricky a priestorovo deformačné
 - priestorové geometricky aj deformačne [10]

4.1.5 Jednoduchý ohyb

Jednoduchý ohyb je namáhanie priameho prizmatického prútu, ak sú splnené prútové predpoklady, priečne prierezy sa navzájom natáčajú okolo osi ležiacej v priečnom priereze a následne sa deformujú. Jedinou nenulovou zložkou VVÚ je ohybový moment. Elementárny prvok sa uvoľňuje v nedeformovanom tvare. U jednoduchého ohybu sú dĺžkové pretvorenia rozložené v priečnom priereze a uhlové pretvorenia sú nulové. Pre dĺžkové pretvorenie v smere strednice platí:

$$\varepsilon_x = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{a_1 + b_1 y + c_1 z}{\mathrm{d}x} \Rightarrow \varepsilon_x(y, z) = a + by + cz \tag{4.3}$$

du elementárny posuv

U jednoduchého ohybu je normálové napätia σ rozložené v priečnom priereze podľa roviny a šmykové napätia sú nulové. To znamená, že u ohybu vzniká jednoosá napätosť. Výpočet normálového napätia je u všeobecného súradnicového systému:

$$\sigma = \frac{M_y J_{yz} + M_z J_y}{J_{yz}^2 - J_y J_z} y - \frac{M_z J_{yz} + M_y J_z}{J_{yz}^2 - J_y J_z} z$$
(4.4)

Častejšie sa však používa výpočet pre hlavný centrálny súradnicový systém, pre ktorý platí vzťah:

$$\sigma = -\frac{M_z}{J_z}y + \frac{M_y}{J_y}z \tag{4.5}$$

 $J_y, J_z =$ kvadratický moment k danej osi

Z toho vyplýva, že napätie v priečnom priereze, v ktorom pôsobí ohybový moment M_o sa rovná superpozíciou napätia od jeho zložiek M_y a M_z . Geometrickým miestom, kde je nulové dĺžkové pretvorenie a tým aj nulové napätie je priamka prechádzajúca ťažiskom priečneho prierezu, ktorá sa nazýva neutrálna os. Táto os môže byť totožná s nositeľkou momentu M_o ak $J_y = J_z$ alebo ak nositeľka M_o je totožná s niektorou z hlavných centrálnych osí. V ostatnom prípade sú neutrálna os a nositeľka momentu M_o rôzne priamky priečneho prierezu.

Extrémne napätie u ohybu sa nachádza vždy čo najďalej od neutrálnej osi na obrysovej čiare priečneho prierezu. Extrémne napätie sa vypočíta:

$$\sigma_{ext} = \frac{M_o}{W_{ot}} \tag{4.6}$$

kde W_{ot} je prierezový modul v ohybe a má tvar:

$$W_{ot} = \frac{J_n}{h_{ext}} \tag{4.7}$$

kde J_n je kvadratický moment k danej osi a h_{ext} je vzdialenosť neutralnej osi od miesta s maximálnym napätím.

Obr. 4.2: Rozdelenie napätia pri ohybe [10].

Následne sa energia napätosti rovná:

$$\int_{0}^{x} \frac{M_{y}^{2} \mathrm{d}x}{2EJ_{y}} + \int_{0}^{x} \frac{M_{z}^{2} \mathrm{d}x}{2EJ_{z}} = W_{M_{y}} + W_{M_{z}}$$
(4.8)

4.1.6 Staticky neurčité úlohy

Staticky neurčité úlohy je možno rozdeliť do 3 skupín a to:

- staticky neurčité priehradové konštrukcie
- staticky neurčito uložené nosníky
- rošty a rámy

Staticky neurčité priehradové konštrukcie sú priestorové alebo rovinné útvary zložené z prútov, z ktorých sú niektoré namáhané ohybom, na vzper, alebo na krut, ale väčšina prutov sú namáhané na ťah a tlak.Ak je možno zanedbať ostatné namáhania okrem ťahu a tlaku, tak sú napätie a deformácie počítané ako idealizovaná prútová sústava. Ak nie je možné zanedbať takéto namáhanie, priehradové konštrukcie sa rátajú rovnakými metodami ako rošty alebo rámy.

Najčastejším prípadom staticky neurčitých nosníkov sú hriadele uložené vo viac ako dvoch ložiskách. Tomuto modelu zodpovedajú aj stavebné spojité nosníky.

Rošty a rámy sú rovinné alebo priestorové útvary, ktoré sa skladajú väčšinou z priamych prútov. Častokrát sa v rámoch používajú aj zakrivené prúty.Rošty a rámy bývajú namáhané tlakom, tahom, ohybom ale aj krutom.

U každej staticky neurčitej sústavy je možné redukovať počet väzieb medzi jednotlivými členmi alebo okolím na isté minimum. Sústava pritom nezmení svoj tvar ani hlavné rozmery a zmení sa na sústavu staticky určitú. Počet nadbytočných väzieb určuje stupeň statickej neurčitosti. Pri tejto redukcii je pre ďalší vypočet jedno, ktorá z nadbytočných väzieb sa vynechá. Sústava ako celok nesmie vykazovať žiadny stupeň voľnosti, ani nesmie po redukcii prebytočných väzieb tvoriť mechanizmus s jedným alebo viac stupňami voľnosti [13]

Sústava môže byť staticky neurčitá vonkajšie alebo vnútorne. U staticky neurčitých úlohách sa redukujú nadbytočné väzby pomocou čiastočného uvoľnenia.

Pri vonkajšie staticky neurčitej úlohe sa najčastejšie uvoľňuje pri styčníku, kde sa predpíše deformačná podmienka, ktorá je spojená s posuvom styčníku. Ďalšou možnosťou je uvoľnenie prútov, ktoré sú v styku s neprútovými telesami kde sa predpisujú deformačné podmienky posuvov koncov prútov v závislosti na rotácii alebo transalácii telesa. Poslednou možnosťou je uvoľnenie prútov vo väzbách so základným telesom.

Ak má sústava viac prútov ako počet použiteľných podmienok, tak ide o sústavu vnútorne staticky neurčitú. Pri takejto sústave sa čiastočne uvoľňuje vhodný prút v jednom zo styčníkov, alebo sa zavedie normálová sila na uvoľnenom konci nadbytočného prútu a v styčníku spojenom s týmto prútom, alebo zostavení väzbovej deformačnej podmienky v mieste uvoľnenia nadbytočného prútu [10].

4.1.7 Stabilita konštrukcií - vzper prútov

Zaťaženie, ktoré spôsobí stratu stability sa označuje ako kritické. Nebezpečnosť straty stability je veľké hlavne pri tenkostenných konštrukciach, prútových, doskových, škrupinových alebo kombináciou týchto prvkov.Jedným z príkladov je strata stability pri zaťažovaní tenkého priameho prútu osovou silou. Ak je táto sila dostatočne malá, zostáva prút priamy a je v stabilnej rovnováhe. Avšak pri kritickej hodnote osovej sily sa stáva priamy tvar prútu nestabilný, prút zaujme novú stabilnú polohu odlišnú od pôvodnej. Vznikajú v konštrukcii vysoké napätia, ktoré ovplyvňujú pevnosť danej konštrukcie a následné zrútenie, čo je za určitých podmienok hlavne u stavbárskych činnostiach neprípustné. Vznik nových rovnovážnych stavov sa nazýva bifurkácia - rozvetvenie rovnovážneho stavu. Tento bod rozdvojenia je medzným stavom vzpernej stability ideálne namáhaného ideálneho prútu. Pri istých zvláštnych prípadoch však dochádza k tzv. lupnutiu,t.j. sústava zaujme skokovo nový stabilný tvar. Medzný stav vzpernej stability je taký stav, pri ktorom sa podstatne menia deformácie. Maximálna hodnota osovej sily, ktorá sa nazýva taktiež ako kritická sila, pri ktorej nastáva medzný stav vzpernej stability je možné vyjadriť ako [13]:

$$F_v = \alpha^2 \frac{EJ_{min}}{l^2} \tag{4.9}$$

$$F_v = \pi^2 \frac{EJ_{min}}{l_{red}^2} \tag{4.10}$$

kde α je hodnota závislá na okrajových podmienkach a spôsobu zaťažovania prútu, E je Youngov modul pružnosti, J_{min} je minimálny kvadratický moment k jednotlivej osi, l je dĺžka prútu a l_{red} je redukovaná dĺžka prútu.

Medzná štíhlosť prútu sa rovná:

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} \tag{4.11}$$

kde σ_k je medza pružnosti materiálu [10].

Obr. 4.3: Hodnoty vzperného koeficientu α a redukovanej dĺžky l_{red} [9].

4.1.8 Vruby

Pojem vrub je spojený s náhlou zmenou priečneho prierezu prútu. Existujú vruby konštrukčné napr. diery, zápichy, alebo vznikajú ako dôsledok reálnej výroby. Vruby výrazne oplyvňujú spoľahlivosť strojných súčastí. V okolí vrubu vzniká viacosé napätie a pretvorenie, dochádza ku koncentrácii napätia a významne sa podieľa pri porušovaní materiálu strojných súčastí. Čím je väčšia koncentrácia napätia, tým má špička napätia menší priestorový rozsah. Extrémne napätie je možno vyjadriť empirickým vzťahom:

$$\sigma_{ex} = \alpha \cdot \sigma_n \tag{4.12}$$

kde α je súčiniteľ koncentrácie napätia
a σ_n je nominálne napätie v mieste vrubu.

Súčinitele koncentrácie napätia boli stanovené experimentálnymi metódami pre rôzne typy vrubov a namáhaní. Vplyv vrubu je vždy treba zhodnotiť z hľadiska krehkého stavu. Ak sa vylúči krehké porušenie je možne voliť nízke bezpečnosti, pretože je záloha napätia ešte v plastickej oblasti. Vrubový účinok má lokálny charakter, čo znamená že nemá vplyv na celkovú deformáciu telesa [10].

4.2 Metóda konečných prvkov

Metóda konečných prvkov (MKP) má dominantné postavenie medzi numerickými metódami. V roku 1956 kedy sa podarilo vysvetliť univerzálnosť tejto metódy, hoci niektoré myšlienky algoritmu MKP boli známe už omnoho skôr. Až spojenie s číslicovým počítačom v 50. rokoch viedlo k ohromujúcemu rozvoju tejto metódy. Základným predpokladom metódy je prvok konečných rozmerov (z angl. *Finite Element Method FEM*) narozdiel od klasickej analytickej pružnosti, ktorá vychádza z predstavy nekonečne malého elementu. MKP vychádza z variančných princípov mechaniky(princíp virtuálnych posunutí, minimálnej potencionálnej energie, Hamiltonov princíp) a pôvodne bola vyvynutá ako inžinierska metóda pre analýzu problémov štrukturálnej mechaniky(predovšetkým v leteckom, kozmickom a neskôr v jadrovom inžinierstve). Ak je zadaná úloha variačnou formuláciou problému, je možné danú úlohu riešiť pomocou MKP, ktorá je vysoko efektívna a nahradzuje spojité pole premenných veličín (posuvov, deformácii, napätí, tlakových rýchlostných či teplotných polí, vlnení atď.) diskrétnymi hodnotami v tzv. uzlových bodoch. Rozdiely medzi statickými a dynamickými úlohami riešenými pomocou MKP sú vo variačej formulácii problému. V dynamických úlohách sa objavujú naviac členy charakterizujúce vplyv zotrvačnosti hmotných objektov. Pre tieto úlohy je typické, že pohybové rovnice sú sústavy obyčajných diferenciálnych rovníc pre neznáme parametry v uzlových bodoch. Požiadavky na riešenie dynamických úloh sú vyššie a komplikovanejšie. Naopak u statických úloh sú podmienky rovnováhy diskrétnej modelovej sústavy, sústavy algebraických rovníc pre neznáme v uzlových bodoch [12].

Na základe sledovania súčasného vývoja softwérov postavených na bázi MKP patria medzi najúspešnejšie systémy ABAQUS, ADINA, ANSYS a NASTRAN [14]

4.2.1 Základné veličiny a rovnice všeobecnej pružnosti

Základná úloha o pružnosti je tzv.
priama úloha pružnosti. Je definovaná pre teleso so známou geometriou, materiálom, zaťažením a väzbami ku okoliu, v ktorom je možné určiť jeho deformáciu a napätosť. Určenie deformácie a napätosti sa stručne označuje ako napäťová analýza. Je predpokladom k následnému hodnoteniu medzných stavov konštrukcie. Vo všeobecnej statickej úlohe sa vyskytujú 15 neznámych funkcií premenných x, y, z. Sú funkcie posuvov, pretvorení a napäťi:

- tri posuvy u, v, w
- šesť pretvorení $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$
- šesť napätí $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$

Tieto funkcie sú navzájom prepojené pomocou systému všeobecných rovníc pružnosti, ktoré musia byť splnené vo vnútri celej riešenej oblasti. Sú to rovnice rovnováhy, rovnice konštitutívne a rovnice geometrické. Na hranici riešenej oblasti musia byť splnené všetky predpísané okrajové podmienky [14].

Rovnice rovnováhy

Rovnice rovnováhy slúžia ako podmienky pre rovnováhu elementárneho vnútorného prvku, na ktorý okrem zložiek napätia pôsobí vonkajšia sila vrátane gravitačnej so zložkami $o_x, o_y, o_z[N.m^{-3}]$. Uvádzajú sa pre statické zaťažovanie a predstavujú vzájomnú väzbu medzi zložkami napätia bez ohľadu na typ materiálu, veľkosť deformácii apod.:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + o_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + o_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + o_z = 0$$
(4.13)

Rovnice geometrické

Vyjadrujú vzťahy väzieb medzi zložkami posuvov a pretvorení. Platia a použiteľné sú v prípadoch malých pretvorení a deformácii rádovo $10^{-2}m$ a menej. Najčastejšie majú tvar:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \varepsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (4.14)$$

Konštitutívne vzťahy

Určujú prepočet medzi napätosťou a deformáciami. Najčastejšie sa vyjarujú pre lineárne pružný, izotropný, Hookovský materiál. Takýto materiál je určený jednoznačne pomocou dvoch materiálových konštánt a to modulom pružnosti v ťahu E a Poissnovým číslom μ . Modul pružnosti v šmyku G nie je nezávislou materiálovou veličinou a môžeme ju určiť zo vzťahu:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \tag{4.15}$$

Konštitutívne vzťahy sú určené z Hookovho zákona a majú tvar:

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} [\sigma_{x} - \mu(\sigma_{y} + \sigma_{z})] \qquad \gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{1}{E} [\sigma_{y} - \mu(\sigma_{x} + \sigma_{z})] \qquad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \qquad (4.16)$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{1}{E} [\sigma_{z} - \mu(\sigma_{x} + \sigma_{y})] \qquad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}$$

Okrajové podmienky

Okrajové podmienky sú dvojitého typu - geometrické a silové. Doplňujú sa ku rovniciam rovnováhy, geometrickým a konštitutívnym vzťahom. V danom mieste je možne predpísať len jednu z uvedených podmienok. Geometrické okrajové podmienky vyjadrujú zadanie posuvov na určitom mieste povrchu riešeného telesa Γ_v . Označujeme ich $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$. Potom platí:

$$\Gamma_v: u = \vec{u}, v = \vec{v}, w = \vec{w} \tag{4.17}$$

Častý je prípad keď $\vec{u} = \vec{v} = \vec{w} = 0$, potom hovoríme o homogénnych geometrických podmienkach.

Silové okrajové podmienky vyjadrujú rovnováhu medzi vnútornými a vonkajšími silami elementárneho prvku ležiacieho na hranici riešenej oblasti Γ_p . Ak je zadané na hranici riešenej oblasti plošné zaťaženie $\mathbf{p}^{\mathbf{T}} = [p_x, p_y, p_z]$ a jednotkový vektor normály k povrchu

má zložky α_x , α_y , α_z , potom platí:

$$\Gamma_{p}:$$

$$p_{x} = \sigma_{x}\alpha_{x} + \tau_{xy}\alpha_{y} + \tau_{xz}\alpha_{z}$$

$$p_{y} = \tau_{xy}\alpha_{x} + \sigma_{y}\alpha_{y} + \tau_{yz}\alpha_{z}$$

$$p_{z} = \tau_{xz}\alpha_{x} + \tau_{yz}\alpha_{y} + \sigma_{z}\alpha_{z}$$
(4.18)

Na časti povrchu, kde sa nepredpísavali žiadne okrajové podmienky, je implicitne zadaná homogénna silová okrajová podmienka. Normálové aj šmykové napätie je v tomto prípade nulové. Z tohto je možné vyvodiť kontrolu správnosti numerického riešenia deformačnou variantou MKP, pretože vykreslením normálového napätia na povrchu sa skontroluje do akej miery je táto podmienka na konkrétnej sieti konečných prvkov splnená [14].

Obr. 4.4: Riešené teleso [14].

Prístupy k riešeniu priamej úlohy pružnosti

Rovnice všeobecnej pružnosti 4.13, 4.14, 4.16 sú systémom 15 rovníc postačujúcich spolu s okrajovými podmienkami 4.17 4.18 k určeniu 15 neznámych funkcií posuvov, pretvorení a napätí. Ak existuje riešenie uvedených sústav rovníc toto riešenie je len jedno tzv. Kirchhoffov dôkaz jednoznačnosti riešenia všeobecného problému pružnosti [13].

Zásadný problém je v nájdení jednoznačného riešenia. Existujú rozličné prístupy nájdenia daného problému:

- Matematická formulácia problému diferenčný a variačný prístup. Diferenčný prístup je v podobe riešenia diferenciálnych rovníc úpravami systému 4.13 4.18. Variačný prístup hľadá riešenie problému ako stav, v ktorom energia analyzovaného telesa dosahuje extrémnych hodnôt. Tento princíp je využívaný v súvislosti s numeric-kými metódami a MKP.
- Výber nezávislých funkcií pružnosti Prístup spočíva postupným vzájomným vylučovaním a dosadzovaním 15 funkcií pružnosti. Postupne sa tak eliminujú jednot-

livé funkcie až ostane len jeden typ funkcií napr. len posuvy alebo napätia. Tieto funkcie sa označujú ako nezávislé.

- deformačný prístup neznáme sú zložky posuvov
- silový prístup neznáme sú zložky napätí
- -zmiešaný prístup neznáme sú zložky napätia aj posuvov
- Vlastná realizácia riešenia analytické a numerické riešenie. Analytické riešenie spočíva v hľadaní výsledku v tvare spojitých funkcií metódami matematickej analýzy, s využitím integrálneho a diferenciálneho počitania. Numerické riešenie prevádza problém hľadania spojitých funkcií na problém hľadania konečného počtu neznámych parametrov, pomocou ktorých sa hľadané funkcie aproximujú. Tento prechod je nazývaný ako diskretizácia spojitého problému. Tento princíp sa využíval do 50. rokov 20. storočia. Zakladá sa na rozčlenení oblasti najčastejšie na jednoduché geometrické uzavreté tvary, na ktorých sa analytickým riešením zisťovali výstupné veličiny(napätia, posuvy) na zmenách vstupov(zaťaženia, geometria,...) Nevýhoda tohto riešenia je časová náročnosť na výpočet. Výsledky sa vzťahujú vždy len ku konkrétnemu zadanému prípadu a akékoľvek zmeny vyžadujú opakovanie tohto náročného procesu [14]

Uvedené hľadiská umožňujú rozčleniť riešenie problémov všeobecnej pružnosti :

Obr. 4.5: Schéma riešenia problémov [14].

V zásade je možné pri riešení úloh ľubovoľne kombinovať jednotlivé princípy, avšak existujú frekventované prístupy. U MKP ako numerickej metódy prevláda variačná formulácia a deformačný prístup - hovoríme o deformačnej variante MKP, kde primárne sú neznáme funkcie posuvov [14]

4.2.2 MKP ako variačná metóda

Variačné metódy v mechanike vychádzajú z variačných princípov. V deformačnej variante MKP sa využíva Lagrangeov variačný prístup. Medzi všetkými funkciami posuvov, ktoré zachovávajú spojitosť telesa a spĺňajú geometrické okrajové podmienky sa realizujú tie, ktoré udeľujú celkovej potencionálnej energie Π stacionárnu hodnotu [7].

$$\Pi = W - P \tag{4.19}$$

kde W je energia napätosti telesa Ω .

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma^T \varepsilon \, \mathrm{d}V \tag{4.20}$$

a P je potenciál vonkajšieho zaťaženia

$$P = \int_{\Omega} \mathbf{u}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{o} \, \mathrm{d}\mathbf{V} + \int_{\Gamma_p} \mathbf{u}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{p} \, \mathrm{d}S$$
(4.21)

V uvedených rovniciach vystupujú stĺpcové matice:

- posuvov: $u^T = [u, v, w]$
- pretvorení $\varepsilon^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]$
- napätí $\sigma^T = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$
- objemového zaťaženia: $o^T = [o_x, o_y, o_z]$
- plošného zaťaženia: $p^T = [p_x, p_y, p_z]$ [14]

Zostavenie maticovej algebraickej rovnice pre určenie neznámych hodnôt vychádza z minimalizácie Lagrangeovho potenciálu Π pri rešpektovaní okrajových podmienok. Najjednoduchšia forma tejto rovnice:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{4.22}$$

 \mathbf{x} predstavuje maticu zovšeobecnených súradníc (nezávislé neznáme), \mathbf{f} predstavuje maticu zovšeobecnených vonkajších síl a \mathbf{K} je matica tuhosti charakterizujúca pružnú modelovú sústavu vytvorenú pomocou geometrie. Rády týchto matíc dosahujú tisíce.

Riešená oblasť sa rozdelí na prvky. Ku každému geometrickému prvku, ktorý má svoje vrcholy, geometrické uzly, sa musia podľa stupňa aproximačného mnohočlenu priradiť ďalšie body, tak aby bol prvkový mnohočlen jednoznačne definovaný pomocou funkčných hodnôt pri zaistení medziprvkovej spojitosti, tj. ztotožnenie funkčných hodnôt na spoločnej strane, hrane alebo v bode. Tieto body sa označujú ako prvkové uzly.Prvkové mnohočleny, ktoré sú vyjadrené funkčnými hodnotami v prvkových uzloch sa nazývajú Lagrangeove prvky [12].

Obr. 4.6: Vybrané druhy často používaných Lagrangeových konečných prvkov [17].

Druh a tvar prvkov záleží na tvare telesa. Najjednoduchšie sú takzvané čiarové prvky pri ktorých sa modeluje len stredová čiara, ktorá spája koncové body telesa, u ktorého je jeden

prvok výrazne väčší a prevláda nad ostatnými. Využíva sa hlavne pri tenkostenných rotačne symetrických škrupín. Takýto prvok sa môže nachádzať v 1D, 2D ale i v 3D priestore.

Plošné prvky sa používajú pri telesách kde jeden rozmer telesa je výrazne menší ako ostatné dva. Najčastejšie ide o telesá ako sú steny, dosky, škrupiny. Prvkami sa modeluje stredová alebo tvoriaca plocha telesa a zadáva sa hrúbka elementov, ktorá vo všeobecnosti môže byť pre každý prvok iná. Taktiež aj plocha jednotlivých elementov je odlišná.

Výpočtové modely veľkých priestorových telies, kde sa zjednodušenia nedajú použiť, sa vytvárajú pomocou objemových prvkov.Prvky majú uzly spravidla na hranách, rohové uzly určujú základný tvar a stredové uzly umožňujú tvorbu geometricky zložitejších prvkov. Väčší počet uzlov však zvyšuje aj strojovový čas na výpočet, avšak zlepšuje kvalitu prvku vzhľadom na presnosť riešenia. Existuje však hranica, za ktorou nemá zvýšenie počtu uzlov v prvku žiadny vplyv na presnosť výpočtu [17]

Kapitola 5

Návrh geometrie

Na montážny prípravok bola kladená rada požiadavkov, či už to boli požiadavky rozmerové alebo ďalšie iné požiadavky, ktoré boli spomenuté v cieľoch práce. Preto bolo nevyhnutné navrhnúť konštrukciu montážneho prípravku tak, aby vyhovovala všetkým zadaným parametrom. Boli vypracované tri rôzne varianty, ktoré sa vždy konzultovali s vedúcim pracovníkom konštrukčného oddelenia firmy KraussMaffei. Následne sa tiež tieto varianty predkladali aj pracovníkovi zodpovednému za plynulý chod výroby a montáže, ktorý v konečnom dôsledku zodpovedal za umiestnenie tohto prípravku do výroby. Celkový návrh sa dimenzoval na najväčšiu uzatváraciu jednotku s tým, aby zaberal čo najmenší plošný priestor v montážnej hale a v skladovacích priestoroch. Na zhotovenie konštrukcie prípravku sa primárne volili normalizované uzatvorené zvárané profily - jäckle. Veľkosť prierezu profilov sa volila na základe predchádzajúcich skúseností s podobnými prípravkami, ktoré boli využívané na inú montáž a prepravu vstrekolisu. Na výrobu konštrukcie sa použili hlavne profily o veľkosti $160 \times 160 \ mm$

Z dôvodu presunu prípravku boli umiestnené na spodnej časti odpružené kolesá. Tieto kolesá boli vyberané z katalógu od firmy Blickle [4]. Pri výbere sa museli brať do úvahy rôzne parametre ako napr. v akých podmienkach a po akom povrchu budú jazdiť tieto kolesá. Najdôležitejším parametrom pre výber odpružených kolies bola nosnosť, čím sa vyberala vhodná veľkosť kolies so správnou pružinou. Vybrali sa tak, aby pri nezaťažení prípravku bolo možné sa voľne pohybovať s prípravkom a naopak pri položení už najmenšou uzatváracou jednotkou na prípravok sa ihneď usadil na príslušné nohy a z pohyblivého prípravku sa stal stacionárny kvôli bezpečnej montáži. Kolesá sa priskrutkovávali odporúčanými skrutkami od výrobcu priamo do profilov, ktoré mali predvŕtané závitové diery

Na vrchnej časti sa upevnila tvrdená guma aby nedošlo k poškodeniu farby uzatváracej jednotky, ale aj aby sa zvýšilo trenie medzi uzatváracou jednotkou a samotným prípravkom. Ďalšia podmienka bola, aby sa dal prípravok uskladňovať na seba v prípade väčieho množstvu prípravkov. Na tento účel sa prizvárali na spodnú časť platne, ktoré zamedzujú prevaleniu vrchného prípravku od toho, na ktorom je položený.

Ďalším prvkom z bezpečnostného hľadiska bolo uzatvorenie koncov profilov. Keďže najväčšie plastové záslepky sú o veľkosti $150 \times 150 \ mm$ bolo jednoduchšie vytvoriť záslepky z plechu a po obvode prizvárať na profily.

Z hľadiska lepšieho skladovania a presúvania montážneho prípravku bolo zvolené dvojdielne prevedenie, to znamená že sa prípravok rozdelil na 2 hlavné časti. Na časť zadnú, ktorá niesla pevnú upínaciu dosku, a na časť prednú, ktorá niesla základové dosky, vodiace sĺpy a pohyblivú upínaciu dosku. Zadná časť prípravku sa zakomponovala do všetkých troch variant, pretože táto časť bola nezávislá na prednej časti a vyhovovala splneným parametrom. Návrh prednej časti mal teda tri rôzne varianty. Zadná časť prípravku bola nazvaná zadný stôl a predná časť predný stôl.

5.1 Predný stôl

Boli vypracovné tri rôzne varianty predného stola prípravku.

5.1.1 Prvá varianta

Tento koncepčný návrh pozostával v podopretí pohyblivej upínacej dosky a základových dosiek. Dĺžkou sa musel prispôsobiť teda najväčšej uzatváracej jednotky. Šírka tohto predného stolu bola variabilná podľa šírky uzatváracej jednotky viď Príloha A na CD. Variabilita bola zaistená pomocou vysúvania a zasúvania zváraných profilov do seba, pričom správne šírky pre jednotlivé uzatváracie jednotky boli zaistené dierami a kolíkom. Táto varianta predného stola sa primárne skladala zo štvorcových profilov o veľkosti 160 mm. Zasúvacie profily boli veľkosti 140 mm.

Obr. 5.1: Prvá varianta predného stola v úplnom stiahnutí.

Výhody:

• horizontálne ustavenie pohyblivej upínacej dosky so základovými doskami

Obr. 5.2: Prvá varianta predného stola pri zaťažení najväčšou uzatváracou jednotkou.

• tuhosť konštrukcie

Nevýhody

- veľké plošné rozmery v úplnom stiahnutí predného stola $1775 \times 2006 \; mm$
- veľká hmotnosť
- zložitejšia konštrukcia

5.1.2 Druhá varianta

Druhým návrhom predného stola bola konštrukcia, ktorá podopierala vodiace valce. Tento návrh sa skladal z dvoch častí. Po konzultácii s vedúcim konštrukcie uzatváracej jednotky bolo odsúhlasené, že je možné podoprieť uzatváraciu jednotku aj pod vodiace valce a že toto podopretie nebude mať vôbec žiadny dopad na funkčnosť alebo ďalšiu montáž vstrekolisu. Keďže bolo potrebné aby prípravok zaberal čo najmenšie plošné rozmery, a zároveň aby bolo možné položiť na prípravok aj najväčšiu uzatváraciu jednotku bolo potrebné zhotoviť prípravok tak, aby bola variabilná dĺžka. Taktiež ako v prvej variante táto variabilita

bola zhotovená pomocou dvoch štvorcových uzavretých profilov, ktoré sa zasúvali jeden do druhého viď Príloha B na CD. V spodnej časti sa však kvôli priskrutkovanému kolesu nedo-kázal menší profil zasunúť úplne do väčšieho, a tak bola zvolená normalizovaná tyč prierezu HEB 140 mm. Ostatná konštrukcia bola zhotovená teda z uzavretých štvorcových profilov o veľkosti 160 mm. Z dôvodu stohovateľnosti sa pripevnili dva krátke profily, pretože by sa prekrývalo stredné koleso z vrchným profilom.

Obr. 5.3: Druhá varianta predného stola v úplnom stiahnutí.

Výhody

- $\bullet\,$ dobrá pevnosť
- menšie plošné rozmery v úplnom stiahnutí predného stola v porovnaní s prvou variantou $1575 \times 1000 \; mm$
- menej konštrukčne náročné než prvá varianta

Nevýhoda

• stále zložitá konštrukcia a montáž prípravku

Obr. 5.4: Druhá varianta predného stola pri zaťažení najväčšou uzatváracou jednotkou.

5.1.3 Tretia varianta

Poslednou možnosťou predného stola bolo pevné prevedenie, ktoré podopieralo len vodiace valce. Dĺžkou sa musel prispôsobiť najväčšej uzatváracej jednotke. Keďže tento návrh konštrukcie bol pevný zaberal veľké plošné rozmery pri montáži aj pri tej najmenšej uzatváracej jednotke. Tretia varianta bola navrhnutá len z jednej časti. Konštrukcia sa skladá z uzatváraných štvorcových profilov o veľkosti 160 mm.

Výhody

- $\bullet\,$ nízka hmotnosť konštrukcie
- jednoduchá konštrukcia


Obr. 5.5: Tretia varianta predného stola.

Nevýhody

- $\bullet\,$ veľké plošné rozmery 2015 mm x 1000 mm
- menšia tuhosť konštrukcie



Obr. 5.6: Tretia varianta predného stola pri zaťažení najväčšou uzatváracou jednotkou.

5.1.4 Vybraná varianta

Všetky tri varianty predného stola vrátane zadného stola boli predložené vedúcemu pracovníkovi pre výrobu a montáž a na základe všetkých predložených parametrov bolo vybrané najvhodnejšie riešenie hlavne vzhľadom k plošným rozmerom. Bola vybraná druhá varianta predného stola. Následne boli vytvorené výkresy súčastí predného stola, výkres zvarku a montážny výkres zostavy druhej varianty spolu s kusovníkmi.

Kompletná výkresová dokumentácia druhej varianty predného stola prípravku sa nachádza v \Pr ílohe C na CD.



Obr. 5.7: Ukážka montážneho výkresu predného stola.

5.2 Zadný stôl

Bola navrhnutá iba jedna varianta zadného stola, ktorá bola kompatibilná so všetkými variantami predného stola. Zadná časť prípravku podopiera pevnú upínaciu dosku. Jeho hlavná konštrukcia je zložená zo štvorcových profilov o veľkosti 160 mm. Avšak kvôli neskoršiemu výpočtu pevnosti bol vymenený jeden štvrcový profil za obdĺžnikový o veľkosti $200 \times 150 \ mm$. Keďže prípravok by mal byť multifunkčný pre všetky typy uzatváracích jednotiek, musela sa vyriešiť variabilne nastaviteľná výška prípravku z dôvodu, že každá uzatváracia jednotka mala pevnú upínaciu dosku vždy inej veľkosti. To znamená, že bol vždy odlišný rozdiel vzdialeností medzi spodkom pevnej upínacej dosky a spodnými vodiacimi valcami, respektívne medzi základovou doskou. Variabilita výšky bola zaistená pomocou vysúvania a zasúvania menšieho profilu do väčšieho pomocou pohybovej tyčovej skrutky $TR50 \times 8$. Veľkosť priemeru skrutky sa vybral pomocou katalógového listu, kde bola uvedená maximálna možná osová sila skrutky v ťahu. Maximálna hodnota osovej sily pre túto skrutku je 132700 N. V ďalšej kapitole sa vypočita statická rovnováha. Zo statickej rovnováhy sa zistilo, že na zadný stôl sa prenáša sila o veľkosti 94220 N a preto postačuje trapézová tyč o priemere 50 mm. Dĺžka tyče bola volená podľa rozdielov všetkých upínacích pevných dosiek s vodiacimi valcami. Stôl je možné vysunúť až o 150 mm viď Príloha D na CD. Na spodnú časť sa taktiež pripevnili rovnaké kolesá ako na predný stôl. Tak isto sa na horný profil prilepila guma z rovnakého dôvodu ako pri prednom stole. Vytvorila sa výkresová dokumentácia vrátane montážneho výkresu a kusovníkov.

Celá kompletná výkresová dokumentácia zadného stola sa nachádza v Prílohe E na CD.



Obr. 5.8: Zadný stôl pri najmenšej výške.



Obr. 5.9: Ukážka montážneho výkresu zadného stola.

Kapitola 6

Analytický výpočet prípravku

Výpočet bol prevádzaný pre najväčšiu a najťahšiu uzatváraciu jednotku. Najväčšia uzatváracia jednotka má hmotnosť 20000 kg. Už v predchádzajúcej kapitole boli spomenuté určité pevnostné výpočty. Prvým krokom pre výpočet pevnosti prípravku bolo určenie zaťaženia na prípravok pomocou statickej rovnováhy. Bolo potrebné zjednodušiť model uzatváracej jednotky ako jedno teleso. Pomocou softwéru Creo Parametric, v ktorom boli vytvorené modely a zároveň aj výkresová dokumentácia, bolo zistené miesto ťažiska viď. Obr. č. 6.1 a 6.2



Obr. 6.1: Ťažisko uzatváracej jednotky - bočný pohľad

Z dôvodu patentu firmy KraussMaffei nie je možné zobrazovať kóty a dĺžky tažiska od konca uzatváracej jednotky. Statická rovnováha bola uvedená vždy pre najhorší možný účinok na jednotlivé stoly. To znamená, že zadný stôl bol podopretý pod pevnú upínaciu dosku a predný stôl bol posunutý na kraj čo najďalej od zadného stola viď Obr. č. 6.3. To znamená, že takto bolo na zadný stôl prenášané najväčšie zaťaženie. Zo statickej rovnováhy vyplýva zaťaženie na zadný stôl o veľkosti 94 220 N. Na prednom stole bolo však najmenšie zaťaženie. Na určenie najväčšieho zaťaženia na predný stôl bolo nutné presunúť predný stôl čo najbližšie k ťažisku uzatváracej jednotky viď Obr. č. 6.4. Z následnej statickej rovnováhy



Obr. 6.2: Ťažisko uzatváracej jednotky - predný pohľad

vyplýva, že na predný stôl bolo pôsobené zaťaženie o veľkosti 140000 N. Keďže na predný stôl pôsobila uzatváracia jednotka v dvoch miesta symetricky, na každú časť predného stola bola pôsobená sila 70000 N.



Obr. 6.3: Podloženie uzatváracej jednotky pri maximálnom zaťažení na zadný stôl



Obr. 6.4: Podloženie uzatváracej jednotky pri maximálnom zaťažení na predný stôl

6.1 Vytvorenie analytického modelu predného stola

Jedným z cieľov zadania je previesť pevnostnú analýzu celého prípravku. Ak chceme riešiť analyticky pevnosť predného stola, neskôr aj zadného, je potrebné si zjednodušiť prípravok na taký model, ktorý by sa dal riešiť analyticky. Keďže sa prípravok skladá z uzatvorených zváraných štvorcových profilov, prevedie sa na model uzavretého rámu resp. lomeného prútu. Už v návrhu geometrie sa zmieňuje, že predný stôl sa skladá z dvoch častí. Pre lepšie upresnenie sa pomenujú tieto časti na Stôl č.1 a na Stôl č. 2 viď Obr. č. 6.5.



Obr. 6.5: Stôl č.1 a Stôl č.2.

6.1.1 Stôl č. 1

Prvú časť, čiže Stôl č.1 bol zjednodušený na 2D uzavretý rám. Pre najhorší možný prípad zaťaženia sa sila umiestni do stredu rámu. Rám Stola č.1 bol upevnený k základovému telesu rotačnou a všeobecnou väzbou - podporou, čo aj v skutočnosti predstavuje model predného stola. Celý rám bol zhotovený z normalizovaného štvorcového profilu o veľkosti 160 mm s hrúbkou steny 8 mm, ktorého osový kvadratický moment má hodnotu 18781525 mm⁴.Z hľadiska výpočtu rámovej konštrukcie je najväčšie napätie od ohybového momentu, to znamená, že celý výpočet Stola č.1 bol prevádzaný len na kontrolu napätia vzhľadom od ohybu.



Obr. 6.6: Schéma rámu Stola č.1

Úplné uvoľnenie

Aby bolo možné určiť jednotlivé sily a momenty v ráme bolo potrebné určiť väzbové sily. To znamená, že bolo nutné úplné uvoľnenie .

Určenie statickej určitosti

• vonkajšia statická určitosť

počet neznámych väzieb:	$\mu = 3$
počet použiteľných podmienok vonkajšej rovnováhy:	$\vartheta = 3$
stupeň vonkajšej statickej určitosti:	$s = \mu - \vartheta = 3 - 3 = 0$



Obr. 6.7: Úplné uvoľnenie Stola č.1

Ak stupeň vonkajšej určitosti je rovný 0 a je známa zaťažujúcu silu F, ktorej veľkosť je 70 kN, bolo možné zo statickej rovnováhy určiť číselne veľkosti väzbových síl.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow FAX = 0 N$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow FAY + FB = F$$
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow FB = \frac{F}{2} = 35 \ kN \Rightarrow FAY = 35 \ kN$$

• vnútorná statická určitosť

Každý uzavretý rám je 3 x staticky neurčitý, avšak každá os symetrie znižuje stupeň staticke neurčitosti. To znamená že pri využití symetrie je rám 2x staticky neurčitý.

Čiastočné uvoľnenie

Na určenie maximálneho ohybu a neskôr napätia bolo treba čiastočne uvoľniť a predpísať deformačné parametre.

Pri využití symetrie sú nenulové zložky VVÚ ohybový moment a normálová sila. Následné deformačné podmienky mali tvar:



Obr. 6.8: Čiastočné uvoľnenie Stola č.1

$$\varphi_D = 0 = \frac{\partial W}{\partial MD}$$
$$u_D = 0 = \frac{\partial W}{\partial ND}$$

Tieto deformačné podmienky znamenajú, že ak využijeme os symetrie tak natočenie v osi symetrie je nulové a zároveň aj posun v smere sily ND sa rovná nule. Výpočet bol stanovený pre hodnoty:

$$F = 70000 N$$

 $a = 345 mm$
 $b = 960 mm$
 $J_y = 18781525 mm^4$
 $E = 210000 MPa$
 $R_e = 235 MPa$

Daná úloha sa rozdelila na 3 intervaly a boli vyjaderené rovnice VVÚ.

$$M_{oI} = -MD + \frac{F}{2} \cdot x_{I} \qquad \qquad x_{I} \in (0; a)$$
$$M_{oII} = -MD + \frac{F}{2} \cdot a + ND \cdot x_{II} \qquad \qquad x_{II} \in (0; b)$$

$$M_{oIII} = -MD + \frac{2}{2} \cdot (a - x_{III}) + ND \cdot b + FAY \cdot x_{III} \qquad x_{III} \in (0; a)$$

Následné rovnice boli vytvorené na výpočet neznámeho momentu MD a neznámej sily ND v mieste pomocou Castilianovej vety za pomoci okrajových deformačných podmienok v mieste pôsobenia sily $\frac{F}{2}$. Výpočet sa prevádzal v softvéri Matlab viď Príloha F na CD.

$$\frac{\partial M_{oI}}{\partial MD} = -1 \qquad \qquad \frac{\partial M_{oI}}{\partial ND} = 0$$
$$\frac{\partial M_{oII}}{\partial MD} = -1 \qquad \qquad \frac{\partial M_{oII}}{\partial ND} = x_{II}$$
$$\frac{\partial M_{oIII}}{\partial ND} = -1 \qquad \qquad \frac{\partial M_{oIII}}{\partial ND} = b$$

1. rovnica

$$0 = \sum_{I}^{III} = \frac{\partial W}{\partial MD} = \frac{1}{E \cdot J_y} \left(\int_{0}^{a} M_{oI} \cdot \frac{\partial M_{oI}}{\partial MD} \, \mathrm{d}x_I + \int_{0}^{b} M_{oII} \cdot \frac{\partial M_{oII}}{\partial MD} \, \mathrm{d}x_{II} + \int_{0}^{a} M_{oIII} \cdot \frac{\partial M_{oIII}}{\partial MD} \, \mathrm{d}x_{III} \right)$$

2. rovnica

$$0 = \sum_{I}^{III} = \frac{\partial W}{\partial ND} = \frac{1}{E \cdot J_y} \left(\int_{0}^{a} M_{oI} \cdot \frac{\partial M_{oI}}{\partial ND} \, \mathrm{d}x_I + \int_{0}^{b} M_{oII} \cdot \frac{\partial M_{oII}}{\partial ND} \, \mathrm{d}x_{II} + \int_{0}^{a} M_{oIII} \cdot \frac{\partial M_{oIII}}{\partial ND} \, \mathrm{d}x_{III} \right)$$

1. rovnica

$$4,18344243 \cdot 10^{-10}MD - 2,008052366 \cdot 10^{-7}ND = 0,00431042$$

2. rovnica

$$-2,008052366 \cdot 10^{-7}MD + 1,5538674309 \cdot 10^{-4}ND = -2,424723232$$

$$MD = -7409528 Nmm$$

 $ND = -6029, 16 N$

Vykreslenie ohybového momentu



Obr. 6.9: Vykreslenie VVÚ Stola č.1

Vykreslenia VVÚ bolo možné porovnať s aplikáciou ForceEffect. Na Obr. 6.10 je uvedené vykreslenie len vrchného prútu. Všetky ostatné zobrazenia prútov Stola č. 1 je možné vidieť v prílohách - viď Príloha G na CD.

	Report
Results <i>(No equations available)</i>	
M _{r3s224i234} = 3.325 kNm	
M _{r6s186i221} = 3.325 kNm	
M _{r6s189i224} = -3.325 kNm	1
M _{r6s234i221} = -3.325 kNm	
R _{r1s224i234} = 4.296 kN	
R _{r2s224i234} = 35.000 kN	
R _{r4s186i221} = 4.296 kN	
R _{r4s189i224} = -4.296 kN	
R _{r4s234i221} = -4.296 kN	
R _{r5s186i221} = -35.000 kN	
R _{r5s189i224} = -35.000 kN	
R _{r5s234i221} = 35.000 kN	



Obr. 6.10: Vykreslenie ohybového momentu s posúvajúcou silou vrchného prútu Stola č. 1 aplikáciou ForceEffect

Výpočet extrémneho napätia

Maximálny ohybový moment sa nachádzal v mieste pôsobenia sily F, a keďže rám je zložený z rovnakých profilov, toto miesto bolo zároveň aj kritické.

$$W_o = \frac{J_y}{\frac{h}{2}} = 234769,0625 \ mm^3$$
$$M_{oMAX} = 7409528 \ Nmm$$
$$\sigma_{MAX} = \frac{M_{oMAX}}{W_o} = 32 \ MPa$$

Bezpečnosť

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{MAX}} = 7,34$$

6.1.2 Stôl č. 2

Druhá časť predného stola - Stôl č.2 bol zjednodušený na 2D lomený prút. V tomto prípade nebolo nutné presúvať zaťaženie do nejakej určitej vzdialenosti a tak vzdialenosť zaťažujúcej sily od kraja Stola č.2 bolo 320 mm. Lomený prút Stola č.2 bol upevnený k základovému telesu 3 všeobecnými väzbami - podporami, čo aj v skutočnosti predstavuje model predného stola. Lomený prút bol tvorený už rozdielnymi priečnymi prierezmi. Vo vrchnej časti bol tvorený uzatvoreným štvorcovým profilom s prierezom 160 mm do ktorého bol zasúvaný menší štvorcový profil s prierezom 140 mm. Z toho vyplýva, že v mieste zvaru bol menený priečny prierez prútu. Vertikálna časť bola tvorená štvorcovým profilom s prierezom 160 mm. Spodná časť prútu bola zas tvorená normalizovaným profilom tvaru HEB o veľkosti prierezu 140 mm a dĺžka bola totožná s vrchnou časťou. Z hľadiska výpočtu lomeného prútu bolo najväčšie napätie od ohybového momentu tak ako aj u rámovej konštrukcie. To znamená, že celý výpočet Stola č.2 bol prevádzaný len na kontrolu napätia vzhľadom od ohybu.

Úplné uvoľnenie

Aby bolo možné určiť jednotlivé momenty v lomenom prúte bolo potrebné určiť väzbové sily. To znamená, že bolo nutné úplné uvoľnenie . Na Stôl č. 1 pôsobila sila F s veľkosťou 70 000 N, rovnaká sila pôsobila aj na Stôl č.2



Obr. 6.11: Schéma lomeného prútu Stola č.2

Určenie statickej určitosti

• vonkajšia statická určitosť	
počet neznámych väzieb:	$\mu=3$
počet použiteľných podmienok vonka	jšej rovnováhy: $\vartheta = 2$
stupeň vonkajšej statickej určitosti:	$s=\mu-\vartheta=3-2=1$

Lomený prút bol 1 x staticky neurčitý a preto bolo vhodné napísať okrajovú deformačnú podmienku.

$$u_C = 0 = \frac{\partial W}{\partial FC}$$



Obr. 6.12: Úplné uvoľnenie Stola č. 2

Výpočet statickej rovnováhy ako aj $\mathrm{VV}\acute{\mathrm{U}}$ s Castilinovou vetou boli stanovené pre hodnoty:

$$F = 70000 N$$

$$a = 1165 mm$$

$$c = 320 mm$$

$$d = 190 mm$$

$$e = 655 mm$$

$$J_{y_{160}} = 18781525 mm^4$$

$$J_{y_{140}} = 12311552 mm^4$$

$$J_{y_{140}} = 12311552 mm^4$$

$$J_{y_{140}} = 550000 mm^4$$

$$E = 210000 MPa$$

$$R_e = 235 MPa$$

Výpočet väzbových síl

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow FAY + FB + FC = F$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F \cdot (e+d) = FA \cdot a \Rightarrow FA = \frac{F \cdot (e+d)}{a} = 55459 N$$

$$\sum M_A = 0 = F \cdot c - FB \cdot a - FC \cdot a \Rightarrow FB = \frac{F \cdot c}{a} - FC$$

Lomený prút bol rozdelený na 5 intervalov a následne boli vyjadrené rovnice VVÚ.

$$M_{oI} = FC \cdot x_I \qquad \qquad x_I \in (0; a)$$
$$M_{VI} = FC \cdot a \qquad \qquad x_I \in (0; b)$$

$$M_{oIV} = F \cdot x_{IV} + FC \cdot (a - c - x_{IV}) - FA \cdot (c + x_{IV}) \qquad x_{IV} \in (0; d)$$

$$M_{oV} = F \cdot (d + x_V) + FC \cdot (a - c - d - x_{IV}) - FA \cdot (c + d + x_V) \qquad x_V \in (0; e)$$

Následné rovnice popisovali výpočet neznámej sily FC pomocou Castilianovej vety za pomoci okrajovej deformačnej podmienky v mieste pôsobenia sily FC. Výpočet bol realizovaný v softvéri Matlab viď Príloha H na CD.

$$\frac{\partial M_{oI}}{\partial FC} = x_I \qquad \qquad \frac{\partial M_{oIV}}{\partial FC} = a - c - x_{IV}$$
$$\frac{\partial M_{oII}}{\partial FC} = a \qquad \qquad \frac{\partial M_{oV}}{\partial FC} = a - c - d - x_V$$
$$\frac{\partial M_{oIII}}{\partial FC} = a - x_{III}$$

Rovnica

$$0 = \sum_{I}^{V} = \frac{\partial W}{\partial FC} = \frac{1}{E \cdot J_{y_{HEB}}} \left(\int_{0}^{a} M_{oI} \cdot \frac{\partial M_{oI}}{\partial FC} \, \mathrm{d}x_{I} \right) + \frac{1}{E \cdot J_{y_{160}}} \left(\int_{0}^{b} M_{oII} \cdot \frac{\partial M_{oII}}{\partial FC} \, \mathrm{d}x_{II} \right) + \frac{1}{E \cdot (J_{y_{160}} + J_{y_{140}})} \left(\int_{0}^{c} M_{oIII} \cdot \frac{\partial M_{oIII}}{\partial FC} \, \mathrm{d}x_{III} + \int_{0}^{d} M_{oIV} \cdot \frac{\partial M_{oIV}}{\partial FC} \, \mathrm{d}x_{IV} \right) + \frac{1}{E \cdot J_{y_{140}}} \left(\int_{0}^{e} M_{oV} \cdot \frac{\partial M_{oV}}{\partial FC} \, \mathrm{d}x_{V} \right)$$

$$0 = 8,8927737^{-4}FC - 1,3919262871 \Rightarrow FC = 1565,23 N$$

$$FB = 17662,24 N$$

Vykreslenie ohybového momentu



Obr. 6.13: Vykreslenie VVÚ Stola č.2

Vykreslenia VVÚ bolo možné porovnať s aplikáciou ForceEffect. Na Obr č. 6.14. je uvedené vykreslenie len vrchnej časti lomeného prútu. Všetky ostatné zobrazenia prútov Stola č. 2 je možné vidieť v prílohách - viď Príloha I na CD.



Obr. 6.14: Vykreslenie ohybového momentu s posúvajúcou silou vrchnej časti lomeného prútu Stola č. 2 aplikáciou ForceEffect

Výpočet extrémneho napätia

Maximálny ohybový moment sa nachádzal v mieste pôsobenia sily F. Ale keďže bol lomený prút zložený z rôznych profilov, je potrebné skontrolovať viaceré miesta a vybrať kritické.

1. miesto - pôsobisko sily FA:

$$W_{o_{HEB}} = \frac{J_{y_{HEB}}}{\frac{h}{2}} = 78571, 43 \ mm^3$$
$$M_{o1} = 1823492, 95 \ Nmm$$
$$\sigma_1 = \frac{M_{oI}}{W_{o_{HEB}}} = 23, 2 \ MPa$$

2. miesto - pôsobisko sily F:

$$W_{o_{160+140}} = \frac{J_{y_{160}} + J_{y_{140}}}{\frac{h}{2}} = 388663, 46 \ mm^3$$
$$M_{o2} = 16424260, 65 \ Nmm$$
$$\sigma_2 = \frac{M_{o2}}{W_{o_{160+140}}} = 42, 3 \ MPa$$

3. miesto - detail D:

$$W_{o_{140}} = \frac{J_{y_{140}}}{\frac{h}{2}} = 175879, 31 \ mm^3$$
$$M_{o3} = 13958864, 35 \ Nmm$$

 $\alpha_3 = 2, 2 \Rightarrow$ súčiniteľ koncentrácie napätia vrubu [15]

$$\sigma_3 = \frac{M_{o3}}{W_{o_{HEB}}} \cdot \alpha_3 = 174,7 \ MPa$$

4. miesto - 1. diera pri zmene prierezu

$$W_{o_{140}} = \frac{J_{y_{140}}}{\frac{h}{2}} = 175879, 31 \ mm^3$$
$$M_{o3} = 12855923, 9 \ Nmm$$

 $\alpha_4 = 2 \Rightarrow$ súčiniteľ koncentrácie napätia diery [15]

$$\sigma_4 = \frac{M_{o4}}{W_{o_{140}}} \cdot \alpha_4 = 146,7 \ MPa$$

Bezpečnosť

$$\sigma_{max} = \sigma_3 = 174, 4 MPa$$
$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = 1,35$$

6.1.3 Priečne prúty v prednom stole

Doteraz boli analyticky vyjadrené len časti, ktoré boli zasúvané jeden do druhého. Predný stôl však obsahuje ešte navyše aj dalšie prúty, ktoré sa nachádzajú pod rámom, respektívne pod lomeným prútom v priečnom smere. Celkovo boli umiestnené 3 prúty o velkosti 1000 mm. Z hľadiska záťaže bol najviac nebezpečný prút v strede, keďže cez neho preteká napätie od Stola č.1 ale aj od Stola č. 2. Zaťaženie bolo v strede tohto prútu a zaťažujúca sila bola o veľkosti súčtu väzbovej sily FB zo Stola č.1 a väzbových síl FB a FC zo Stola č. 2. To znamená, že na prostredný prút pod Stolom č.1 a Stolom č.2 pôsobila sila o veľkosti:

$$F = FB_1 + FB_2 + FC_2 = 54226, 6 N$$



Obr. 6.15: Schéma prostredného prútu pod stolom č.1 a stolom č.2

Úplné uvoľnenie

Aby bolo možné určiť ohybový moment v spodnom prúte bolo potrebné určiť väzbové sily. To znamená, že bolo nutné úplné uvoľnenie .



Obr. 6.16: Úplné uvoľnenie prostredného prútu

Určenie statickej určitosti

• vonkajšia statická určitosť

počet neznámych väzieb:	$\mu = 3$
počet použiteľných podmienok vonkajšej rovnováhy:	$\vartheta = 3$
stupeň vonkajšej statickej určitosti:	$s = \mu - \vartheta = 3 - 3 = 0$

Ak stupeň vonkajšej určitosti bol rovný 0 a poznáme zaťažujúcu silu F, ktorej veľkosť bola 54226,6 N, bolo možné zo statickej rovnováhy určiť číselne veľkosti väzbových síl.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow FAX = 0 N$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow FAY + FB = F$$
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow FB = \frac{F}{2} = 27113, 3 N \Rightarrow FAY = 27113, 3 kN$$

Výpočet bol stanovený pre hodnoty:

$$F = 54226, 6 N$$

 $a = 500 mm$
 $b = 500 mm$
 $J_y = 18781525 mm^4$
 $E = 210000 MPa$
 $R_e = 235 MPa$

Daná úloha bola rozdelená na 2 intervaly a boli vyjadrené rovnice VVÚ.

$$M_{oI} = FAY \cdot x_I \qquad \qquad x_I \in (0; a)$$

$$M_{oII} = FAY \cdot (a + x_{II}) - F \cdot x_{II} \qquad \qquad x_{II} \in (0; b)$$

Vykreslenie ohybového momentu



Obr. 6.17: Vykreslenie VVÚ prostredného prútu pod stolom č.1 a stolom č.2

Výpočet extrémneho napätia

Maximálny ohybový moment bol v mieste pôsobenia sily F.

$$W_{o_{160}} = \frac{J_y}{\frac{h}{2}} = 234769,06 \ mm^3$$
$$M_o = 13556650 \ Nmm$$
$$\sigma = \frac{M_o}{W_{o_{160}}} = 57,7 \ MPa$$

Bezpečnosť

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma} = 4,05$$

6.2 Vytvorenie analytického modelu zadného stola

Pevná časť zadného stola bol zjednodušný na 2D uzavretý rám. Zaťaženie z pohyblivej(výsuvnej) časti bolo prenesené cez trapézovú skrutku priamo na stred uzavretého rámu. Rám zadného stola bol upevný k základovému telesu rotačnou a všeobecnou väzbou - podporou, čo aj v skutočnosti predstavuje tento model. Vertikálna časť rámu a spodná horizontálna časť bola zhotovená z normalizovaného štvorcového profilu o veľkosti 160 mm s hrúbkou steny 8 mm, ktorého osový kvadratický moment má hodnotu 18781525 mm⁴. Vrchná horizontálna časť bola vytvorená z obdĺžnikového uzavretého profilu o veľkosti prierezu 200 × 150 mm, v ktorom v prostriedku sa nachádza priechodzia diera pre trapézovu skrutku o veľkosti 55 mm. Z hľadiska výpočtu rámovej konštrukcie bolo najväčšie napätie od ohybového momentu, to znamená, že celý výpočet zadného stola bol prevádzaný len na kontrolu napätia vzhľadom od ohybu tak ako u predného stola.



Obr. 6.18: Schéma rámu zadného stola

Úplné uvoľnenie

Aby bolo možné určiť jednotlivé sily a momenty v ráme bolo potrebné určiť väzbové sily. To znamená, že bolo nutné úplné uvoľnenie .



Obr. 6.19: Úplné uvoľnenie rámu zadného stola

Určenie statickej určitosti

• vonkajšia statická určitosť

počet neznámych väzieb: počet použiteľných podmienok vonkajšej rovnováhy: stupeň vonkajšej statickej určitosti: $\mu = 3$ $\vartheta = 3$ $s = \mu - \vartheta = 3 - 3 = 0$

Ak stupeň vonkajšej určitosti je rovný 0 a je známa zaťažujúcu silu F, ktorej veľkosť bola 94220 N, bolo možné zo statickej rovnováhy určiť číselne veľkosti väzbových síl.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow FAX = 0 N$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow FAY + FB = F$$
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow FB = \frac{F}{2} = 47,11 \ kN \Rightarrow FAY = 47,11 \ kN$$

• vnútorná statická určitosť

Každý uzavretý rám je 3 x staticky neurčitý, avšak každá os symetrie znižuje stupeň staticke neurčitosti. To znamená že pri využití symetrie je rám 2x staticky neurčitý.

Čiastočné uvoľnenie

Na určenie maximálneho ohybu a neskôr napätia je treba čiastočne uvoľniť a predpísať deformačné parametre.



Obr. 6.20: Čiastočné uvoľnenie rámu zadného stola

Pri využití symetrie sú nenulové zložky VVÚ ohybový moment a normálová sila. Následné deformačné podmienky majú tvar:

$$\varphi_D = 0 = \frac{\partial W}{\partial MD}$$
$$u_D = 0 = \frac{\partial W}{\partial ND}$$

Tieto deformačné podmienky znamenajú, že ak využijeme os symetrie tak natočenie v osi symetrie je nulové a zároveň aj posun v smere sily ND sa rovná nule. Výpočet bol stanovený pre hodnoty:

$$F = 94220 N$$

$$a = 325 mm$$

$$b = 650 mm$$

$$J_{y_{160}} = 18781525 mm^4$$

$$J_{y_{200\times 150}} = 18781525 mm^4$$

$$E = 210000 MPa$$

$$R_e = 235 MPa$$

Daná úloha sa rozdelila na 3 intervaly a boli vyjaderené rovnice VVÚ.

$$M_{oI} = -MD + \frac{F}{2} \cdot x_I \qquad \qquad x_I \in (0;a)$$

$$M_{oII} = -MD + \frac{F}{2} \cdot a + ND \cdot x_{II} \qquad \qquad x_{II} \in (0;b)$$

$$M_{oIII} = -MD + \frac{F}{2} \cdot (a - x_{III}) + ND \cdot b + FAY \cdot x_{III} \qquad x_{III} \in (0; a)$$

Následné rovnice boli vytvrené na výpočet neznámeho momentu MD a neznámej sily ND v mieste pomocou Castilianovej vety za pomoci okrajových deformačných podmienok v mieste pôsobenia sily $\frac{F}{2}$. Výpočet sa prevádzal v softvéri Matlab viď Príloha J na CD.

$$\frac{\partial M_{oI}}{\partial MD} = -1 \qquad \qquad \frac{\partial M_{oI}}{\partial ND} = 0$$
$$\frac{\partial M_{oII}}{\partial MD} = -1 \qquad \qquad \frac{\partial M_{oII}}{\partial ND} = x_{II}$$
$$\frac{\partial M_{oIII}}{\partial ND} = -1 \qquad \qquad \frac{\partial M_{oIII}}{\partial ND} = b$$

1. rovnica

$$0 = \sum_{I}^{III} = \frac{\partial W}{\partial MD} = \frac{1}{E \cdot J_{y_{200 \times 150}}} \left(\int_{0}^{a} M_{oI} \cdot \frac{\partial M_{oI}}{\partial MD} \, \mathrm{d}x_{I} \right) + \frac{1}{E \cdot J_{y_{160}}} \left(\int_{0}^{b} M_{oII} \cdot \frac{\partial M_{oII}}{\partial MD} \, \mathrm{d}x_{II} + \int_{0}^{a} M_{oIII} \cdot \frac{\partial M_{oIII}}{\partial MD} \, \mathrm{d}x_{III} \right)$$

2. rovnica

$$0 = \sum_{I}^{III} = \frac{\partial W}{\partial ND} = \frac{1}{E \cdot J_{y_{200 \times 150}}} \left(\int_{0}^{a} M_{oI} \cdot \frac{\partial M_{oI}}{\partial ND} \, \mathrm{d}x_{I} \right) + \frac{1}{E \cdot J_{y_{160}}} \left(\int_{0}^{b} M_{oII} \cdot \frac{\partial M_{oII}}{\partial ND} \, \mathrm{d}x_{II} + \int_{0}^{a} M_{oIII} \cdot \frac{\partial M_{oIII}}{\partial ND} \, \mathrm{d}x_{III} \right)$$

1. rovnica

$$2,9599975 \cdot 10^{-10} MD - 1,06297469 \cdot 10^{-7} ND = 0,0040841554$$

2. rovnica

$$-1,06297469 \cdot 10^{-7}MD + 5,748852 \cdot 10^{-5}ND = -1,60219983151$$

$$\begin{split} MD &= -11278180 \; Nmm \\ ND &= -7016 \; N \end{split}$$

Vykreslenie ohybového momentu



Obr. 6.21: Vykreslenie VVÚ rámu zadného stola

Vykreslenia VVÚ bolo možné porovnať s aplikáciou ForceEffect. Na Obr. 6.22. je uvedené vykreslenie len vrchného prútu. Všetky ostatné zobrazenia prútov rámu zadného stola je možné vidieť v prílohách - viď Príloha K na CD.

Výpočet extrémneho napätia

Maximálny ohybový moment bol v mieste pôsobenia sily F,kde bola zároveň aj diera, takže toto miesto bolo zároveň aj kritické.

$$W_{o_{200\times150}} = \frac{J_{y_{200\times150}}}{\frac{h}{2}} = 304372,053 \ mm^3$$
$$M_{o_{max}} = 11278180,02 \ Nmm$$

 $\alpha = 2,25 \Rightarrow$ súčiniteľ koncentrácie napätia diery [15]

$$\sigma_{MAX} = \frac{M_{o_{max}}}{W_{o_{200\times150}}} \cdot \alpha = 84 \ MPa$$

Bezpečnosť

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{MAX}} = 2,8$$

6.2.1 Priečne prúty v zadnom stole

V zadom boli umiestnené dva priečne profily(prúty) pod rámom. V tomto prípade zaťaženie na oba prúty bolo rovnako veľké. Zaťažujúca sila na jeden prút sa rovnala väzbovej sile zadného rámu. To znamená, že na priečny prút v zadnom stole pôsobila sila 47 110 N. Keďže geometria priečnych prútov a väzby v zadnom stole boli rovnaké ako v prednom stole a zaťažujúca sila na jeden prút bola menšia ako v prípade prostredného priečneho prútu v prednom stole, nebola potrebná pevnostná kontrola týchto prútov.

6.2.2 Kontrola na vzper

Najštíhlejším prvkom nielen v zadnom stole, ale aj v celom prípravku, ktorý bol namáhaný na tlak je trapézová skrutka. Zaťažujúca sila na skrutku bola rovnaká ako na zadný stôl čiže 94,22 kN. Pri maximálnom možnom vysunutí bola vzdialenosť medzi profilom "200x150" a najvrchnejším profilom "160 × 160" 300 mm. Výpočet ku kontrole vzperu bol prevádzaný pre najmenší priemer skrutky, ktorým bol malý priemer závitu o veľkosti $d_3 = 39,3$ mm [5]. Hodnota bola volená pre najhorší prípad a to pre votknutie, čo aj predstavuje skutočnosť, keďže skrutka bola uchytená v matici, kde boli zamedzené posuvy v iných smeroch ako v smere osi skrutky a zároveň aj natočenie. Kritická hodnota sily bola teda:

$$F_v = \alpha^2 \cdot \frac{E \cdot J_y}{l^2} = 67415 \ kN$$
$$J_y = \frac{\pi d_3^4}{64} = 117095, 47 \ mm^4$$
$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

Bezpečnosť

$$k_v = \frac{F_v}{F} = 7,155$$

Report
(No equations available)
M _{r3s88i100} = 4.685 kNm
M _{r3s88i94} = −4.685 kNm
M _{r3s89i92} = 4.685 kNm
M _{r6s100i89} = −4.685 kNm
R _{r1s88i100} = 8.662 kN
R _{r1s88i94} = -8.662 kN
R _{r1s89i92} = 8.662 kN
R _{r2s88i100} = 47.110 kN
R _{r2s88i94} = -47.110 kN
R _{r2s89i92} = −47.110 kN
R _{r4s100i89} = -8.662 kN
R _{r5s100i89} = 47.110 kN



Obr. 6.22: Vykreslenie ohybového momentu s posúvajúcou silou vrchného prútu zadného stola aplikáciou ForceEffect

Kapitola 7

Numerické riešenie prípravku

Ďalším z cieľom bola pevnostná kontrola pomocou MKP. Na výpočet bol použitý softvér ANSYS Workbench 17.2. Tak ako aj v analytickom riešení, tak aj v numerickom bol rozdelený prípravok na predný a zadný stôl.

7.1 Predný stôl

Po vytvorení 3D modelu v programe CreoParametric bol vyexportovaný tento model to súboru *STEP* ako objemové telesá. Predtým boli však ešte odstránené prvky, ktoré neboli podstatné z hľadiska riešenia daného problému ako skrutky, podložky, kolesá, vrchné gumy, všetky záslepky. Keďže sa v geometrii nachádzali len uzavreté štvorcové profily, z objemových prvkov sa vytvorili škrupiny s pridelenou hrúbkou plochy pomocou príkazu *MIDSURFACE*. Tento príkaz prideľuje automatickú hrúbku podľa veľkosti, z ktorej táto plocha vznikla.

Ďalším krokom bolo vytvorenie siete. Veľkosť prvkov bola riadená pomocou príkazu *Body Sizing* s elementom 12 mm. Kvôli presnejšiemu výsledku v oblasti dier a v spodnej časti prútu, kde bol privarený menší profil do väčšieho sa zjemnila sieť pomocou funkcie *Edge Sizing* na veľkosť 1 mm v okolí diery. Bolo zistené, že ďalšie zjemňovanie siete nemá podstatný vplyv na hodnoty napätí.V okolí skokovej zmeny prierezu bola použitá veľkosť prvkov 0,5 mm, ale vzhľadom k skokovej zmene prierezu nie je možné dosiahnuť ustálené hodnoty napätí pri ďalšom zhustení siete. Detail siete je na Obr. 7.1. Ďalšie snímky detailu siete je možné vidieť v prílohách - viď Príloha L na CD.



Obr. 7.1: Detail vygenerovanej siete dier a zúženia

Následne boli definované prednému stolu okrajové podmienky. Tie sú zobrazené na Obr. 7.2 respektíve na Obr. 7.3. Okrajová podmienka DISPLACEMENT A zamedzuje posuvy vo
 všetkých troch smeroch. Táto podmienka bola predpísaná len jednej z nôh. Na ostatných nohách bola predpísaná okrajová podmienka DISPLACEMENT B, ktorá zamedzuje posuv
 v smere osi Y.



Obr. 7.2: Väzbové okrajové podmienky predného stola

Maximálne sily ktoré pôsobili na predný stôl sú o veľkosti 70 kN. Boli umiestnené na plochy vrchnej časti prípravku.



Obr. 7.3: Silové okrajové podmienky predného stola

Na Obr. 7.4 je vykreslená celková deformácia predného stola. Táto deformácia je primárne v osi Y v absolútnom súradnicovom systéme. Saint Venantov princíp hovorí, že nemožno brať do úvahy lokálne miesto zaťaženia, najväčšia deformácia bola v prvej diere pri mieste zoštíhlenia hornej časti predného stola, konkrétne v Stole č. 2. Deformácia v tomto zúžení bola 0,7 mm viď Obr. 7.5. Ďalšie detaily deformácie ako aj deformácia v smere osi Y je možné vidieť v prílohách - viď Príloha L na CD.



Obr. 7.4: Deformácia predného stolu



Obr. 7.5: Deformácia predného stola 1. diery pri zmene prierezu

Ďalšou časťou pevnostného riešenia je výpočet normálového napätia v smere osi X, keďže zaťažujúce sily pôsobia v smere osi Y a maximálny účinok ohybového momentu je okolo osi Zviď Obr. 7.6. Pri výpočte normálového napätia taktiež platí Saint Venantov princip, tak maximálne napätie je v koncentrátore napätia prvej diery. Maximálne napätie v tomto mieste je 132, 59 MPa. Lokálne maximum sa nachádza aj v mieste zmeny prierezu, avšak hodnota tohto napätia so stále jemnejšou sieťou bude nekonečne veľká viď Obr. 7.7



Obr. 7.6: Normálové napätie v prednom stole

Ostatné vykreslené napätia a deformácie sa nachádzajú v prílohách - viď Príloha L na CD.


Obr. 7.7: Detail normálového napätie v prednom stole

7.2 Zadný stôl

Po vytvorení 3D modelu v programe *CreoParametric* sa podobne ako u predného stola vyexportoval tento model to súboru *STEP* ako objemové telesá. Tak ako u predného stola, boli odstránené prvky, ktoré nie sú podstatné z hľadiska riešenia daného problému ako skrutky, podložky, kolesá, vrchná guma, všetky záslepky. Keďže sa v geometrii nachádzali väčšinou uzavreté štvorcové profily, ktorých hrúbka bola v porovnaní s ostatnými rozmermi zanedbateľná, z objemových prvkov boli vytvorené škrupiny s pridelenou hrúbkou plochy pomocou príkazu *MIDSURFACE*. Prvky pre trapézovú skrutku, maticu a platňu pre trapézovoú skrutku sa nemenili, takže tieto diely sa modelujú ako objemové.

Ďalej bola, ako v prvom prípade, vytvorená sieť. Veľkosť siete bola riadená taktiež funkciou *Body Sizing* s elementom 12 mm pre škrupinové prvky. V spodnej časti profilu, kde sa nachádzala diera bola sieť zjemnená funkciou *Edge Sizing* s veľkosťou 2 mm. Taktiež bolo zistené, že prípadné ďalšie zjemnenie siete nemalo význam na hodnoty napätí. Detail siete je na Obr.7.8. Ďalšie snímky siete je možné vidieť v prílohách - viď Príloha M na CD.



Následne boli definované zadnému stolu okrajové podmienky. Tie sú zobrazené na Obr. 7.9. Okrajová podmienka DISPLACEMENT A zamedzuje posuvy vo všetkých troch sme roch. Táto podmienka je predpísaná na všetkých nohách.



Obr. 7.9: Väzbové a silové okrajové podmienky zadného stola.

Na Obr. 7.10 je vykreslená celková deformácia zadného stola. Táto deformácia je primárne v osi Y v absolútnom súradnicovom systéme. Ak je využitý Saint Venantov princíp, ktorý hovorí, že nemožno brať do úvahy lokálne miesto zaťaženia, najväčšia deformácia rámu je v mieste ukotvenia matice o pevný rám zadného stola. Deformácia v tomto mieste je 0, 35 mm. Posuv pohyblivej časti sa neuvažuje ako deformácia.



Obr. 7.10: Deformácia zadného stolu

Ďalšou časťou pevnostného riešenia je výpočet normálového napätia v smere osi Z, pretože zaťažujúca sila pôsobí v smere Y a maximálny účinok ohybového momentu je okolo osi X viď Obr. 7.11. Ak platí Saint Venantov princip, maximálne napätie je v oblasti diery v ráme kadiaľ prechádza trapézova skrutka. Maximálne napätie v tomto mieste je 84, 12 MPa viď Obr. 7.12.



Obr. 7.11: Normálové napätie zadného stola

Ostatné vykreslené napätia a deformácie sa nachádzajú v prílohách - viď Príloha ${\rm M}$ na CD.



Obr. 7.12: Normálové napätie v mieste diery

Kapitola 8

Porovnanie výsledkov numerického a analytického riešenia

V Tab. 8.1 je porovnanie výsledkov riešenia maximálneho napätia v ohybe pomocou analytického a numerického prístupu. V prednom stole sa nachádzali 3 kritické miesta. Následne v zadnom stole bolo kritické miesto v hornom profile rámu s dierou. Isté odchýlky sú spôsobené tým, že v analytickom prístupe sa dané úlohy riešili ako prútové telesá. V numerickom riešení bolo však ukázané, že výpočet sa prevádzal pre škrupiny.



Obr. 8.1: Označenie kritických miest predného a zadného stola

	Analytický prístup	Numerický prístup
Stôl č. 1 - miesto A	32 MPa	37 MPa
Stôl č. 2 - miesto B	146,2 MPa	132,59 MPa
Stôl č. 2 - miesto C	174,7 MPa	Pozn. 1
Zadný stôl - miesto D	84 MPa	$84,\!12 \mathrm{MPa}$

Tabuľka 8.1: Normálové napätia v rôznych miestach Pozn. 1: pri zjemnení siete sa napätie neustále zvyšuje

Odchýlka v mieste C nie je definovaná pretože, v numerickom riešení nebolo možné určiť skutočné normálové napätie v tomto mieste. Nachádza sa tu lokálny ostrý prechod medzi telesami a to znamená, že pri zjemnení siete by hodnota napätia siahala do nekonečna.

Rozdiel analytického a numerického prístupu mieste A bol 13,51%. Táto odchýlka je spôsobená vzájomným ovplyvňovaním posuvov Stolu č.1 a Stolu č.2, čo nie je zahrnuté v analytickom prístupe. Keďže numerický výpočet bol prevádzaný lineárne, prenášala sa aj sila v smere strednice zo Stola č.2 do Stola č.1. Ďalej môže byť odchýlka spôsobená rozdielnou úrovňou výpočtových modelov použitých v MKP a analytickom prístupe.

V Stole č.2 odchýlka v mieste B (diera) analytického a numerického riešenia bola 9,31%. Aj v tomto prípade platí, že napätie v numerickom výpočte bolo ovplyvnené vzájomnými posuvmi Stola č.2 a Stola č.1.

V zadnom stole v najkritickejšom mieste D bola odchýlka len 0,14%.

Kapitola 9

Skutočné prevedenie a umiestnenie do výrobnej haly KrassMaffei

Na Obr. 9.1 a na Obr. 9.2 je možno vidieť reálne prevedenie prípravku pripraveného na zaradenie do montáže. V súčasnej dobe je tento prípravok v plnej prevádzke a využívaný pre montáž lineárneho vedenia uzatváracej jednotky vstrekolisu.



Obr. 9.1: Predný stôl v skutočnom prevedení

Ďalšie snímky je možné vidieť v prílohách - viď Príloha N na CD.



Obr. 9.2: Zadný stôl v skutočnom prevedení

Kapitola 10

Záver

Cieľom práce bolo navrhnúť montážny prípravok na stacionárnu montáž lineárneho vedenia uzatváracej jednotky vstrekolisu, vytvorenie výkresovej dokumentácie tohto prípravku a následne vykonať pevnostný výpočet. Na základe poznatkov z rešerše boli vytvorené dva výpočtové modely pevnostnej kontroly. Výpočet bol riešený pomocou metódy konečných prvkov, ale aj analyticky. Dôvodom kontroly bola bezpečnosť pracovníkov pri montáži lineárneho vedenia. To znamená, že prípadné kritické napätia museli byť pod medzou klzu s dostatočnou bezpečnosťou.

Výpočet pevnostnej kontroly bol primárne stanovený na namáhanie ohybom. Celý prípravok sa konštrukčne rozdelil na predný a zadný stôl. Najkritickejšie miesto v prednom stole bolo miesto zvaru a prvej diery od tohto zvaru v Stole č.2, kde za menší profil zasúval do väčšieho. Najkritickejším miestom v zadnom stole bola diera pre trapézovú skrutku.

Na záver sa zhodnotili výpočty analytického aj numerického riešenia. Celkové odchýlky medzi analytickým a numerickým výpočtom v kritickom mieste v prednom stole sa líšili pod 10%. Avšak hodnoty napätia boli stále menšie ako medza pružnosti. Dôvodom bol vzájomný vplyv posuvov Stola č. 1 a Stola č. 2., ktorý sa v analytickom prístupe neuvažoval. Odchýlka riešenia analytického a numerického výpočtu v najkritickejšom mieste zadného stola sa líšila len o 0,14%.

Táto téma a cieľ práce má svoje odôvodnenie, keďže táto práca bola zadaná priamo z praxe a zároveň sa tento montážny prípravok umiestnil aj priamo do výroby.

Literatúra

- [1] Large tonnage direct press electric injection moulding machine. 2013. URL http://easternplastics.co.uk/product/large-tonnage-direct-presselectric-injection-molding-machine/
- [2] Vstřikování plastů. 2014. URL http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/skripta_tkp/sekce_plasty/04.htm
- [3] Vstrekovanie plastov. 2015.URL http://dkiplast.eu/sk/vyroba/vstrekovanie-plastov/
- [4] Blickle souhrnný katalog. 2016. URL http://catalogue.blickle.cz/?_ga=1.51469737.1217556625.1476207443#page_1
- [5] Trapézové šrouby a matice web. 2016. URL http://www.haberkorn.cz/files/file/pohonne-systemy/ke-stazeni/ 11_Trapezove-srouby-a-matice_web.pdf
- [6] Plastic injection moulding machine explained. 2017.
 URL https://cz.pinterest.com/pin/380976449701817932/
- [7] Argyris, J.: Energy Theorems and Structural Analysis. Butterworth: Guildford, reprint form aircraft eng. 1954-55 vydání, 1960.
- [8] Ebnesajjad, S.: Fluoroplastics, Volume 2. Elsevier Science, druhé vydání, 2015, ISBN 9781455731978.
- [9] Horníková, J.; Burša, J.; Šandera, P.: Pružnost a pevnost. Brno: CERM, první vydání, 2003, ISBN 8072042688.
- [10] Janíček, P.: Mechanika těles. Brno: CERM, třetí vydání, 2004, ISBN 802142592X.
- [11] Kováčik, J.; Beniač, M.: Pružnosť a pevnosť pre špeciálne inžinierstvo. Žilina: Žilinská univerzita v Žiline v Edis, první vydání, 2015, ISBN 80-8070-433-3.
- [12] Kratochvíl, C.; Ondráček, E.: Mechanika těles. Počítače a MKP. Praha: SNTL, první vydání, 1987.
- [13] Němec, J.; Dvořák, J.; Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství. Praha: SNTL, vyd. 1. vydání, 1989, ISBN 8003001935.

- [14] Petruška, J.: MKP v inženýrských výpočtech. 2011. URL http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf
- [15] Shigley, J. E.; Mischke, C. R.; Budynas, R. G. R. G.; aj.: Konstruování strojních součástí. V Brně: VUTIUM, první vydání, 2010, ISBN 9788021426290.
- [16] Ulrich, J.: Optimalizace technologických parametrů vstřikování plastového dílce. 2014.
- [17] Španielka, J.; Ľubomír Pavlík: Inovatívne možnosti tvorby prototypov s využitím inžiniersko-vedeckých softvérov INOVAL-u. Material engineer /Materiálový inžinier, 2015, ISSN 1337 - 8953. URL http://www.materialing.com/fem_mkp_softver

Zoznam skratiek

\mathbf{Symbol}	Rozmer	Veličina
E	[MPa]	Youngov modul pružnosti
σ	[MPa]	napätie
ε	[-]	pomerné pretvorenie
E_0	[MPa]	materiálová konštanta pre materiály, kde neplatí Hookov zákon
n	[-]	exponent
μ	[—]	Poissonova konštanta
S	$[mm^2]$	obsah plochy prierezu
d	[mm]	priemer
u	[mm]	posuv
J_n	$[mm^4]$	kvadratický moment prierezu k danej osi
M_n	[Nmm]	moment k danej osi
M_o	[Nmm]	ohybový moment
σ_{ext}	[MPa]	extrémne napätie
W_o	$[mm^3]$	prierezový modul
h	[mm]	výška profilu od osi
W	[J]	energia napätosti
F_v	[N]	kritická sila vzperu
α	[-]	súčiniteľ natočenia
l_{red}	[mm]	redukovaná dĺžka
λ_k	[-]	medzná štíhlosť prútu
α	[—]	súčiniteľ koncentrácie napätia
σ_n	[MPa]	normálové napätie
v	[mm]	posuv
w	[mm]	posuv
γ	[—]	plošné pretvorenie
au	[MPa]	šmykové napätie
0	$[Nmm^3]$	objemové zaťaženie
G	[MPa]	modul pružnosti v šmyku
Γ_p	[—]	riešená oblasť
p	[MPa]	plošné zaťaženie
П	[J]	celková potencionálna energia
P	[J]	potenciál vonkajšieho zaťaženia
F	[N]	zaťažujúca sila
μ	[—]	počet neznámych väzieb
ϑ	[-]	počet použiteľných podmienok vonkajšej rovnováhy
s	[—]	stupeň statickej určitosti
R_e	[MPa]	medza pružnosti
k_k	[—]	bezpečnosť vzhľadom k medznému stavu pružnosti
k_v	[—]	bezpečnosť vzhľadom k strate vzpernej stability 81

Skratka	význam
MKP	metóda konečných prvkov
VVÚ	výsledné vnútorné účinky
KM	KraussMaffei
MS	Medzný stav
STEP	formát, ktorý podporujú takmer všetky CAD softvéry dokonca Ansys,
tzv.	takzvaný
x	matica neznámych
Κ	matica tuhosti
f	matica zovšeobenených vonkajších síl

Prílohy

Obsah priloženého pamäťového média

- Príloha A Variabilná šírka prvej varianty predného stola
- Príloha B Variabilná šírka druhej varianty predného stola
- Príloha C Kompletná výkresová dokumentácia druhej varianty predného stola
- Príloha D Variabilná výška zadného stola
- Príloha E Kompletná výkresová dokumentácia zadného stola
- Príloha F Výpočet integrálov Stola č. 1
- Príloha G Vykreslenie VVÚ Stola č. 1 pomocou aplikácie ForceEffect
- Príloha H Výpočet integrálu Stola č. 2
- Príloha I Vykreslenie VVÚ Stola č. 2 pomocou aplikácie ForceEffect
- Príloha J Výpočet integrálov zadného stola
- Príloha K Vykreslenie VVÚ zadného stola pomocou aplikácie ForceEffect
- Príloha L Vykreslenie grafického riešenia predného stola v softvéri ANSYS
- Príloha M Vykreslenie grafického riešenia predného stola v softvéri ANSYS
- Príloha N Skutočné prevedenie montážneho prípravku vo firme KraussMaffei