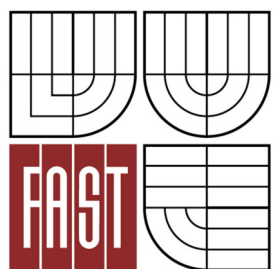




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

MODELOVÁNÍ TLUMÍCÍCH ZAŘÍZENÍ V INTERAKCI S KONSTRUKCÍ

MODELLING OF DAMPING DEVICES IN INTERACTION WITH A STRUCTURE

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. MARTIN KALINA

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. PETR FRANTÍK, Ph.D.



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor 3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Diplomant Bc. Martin Kalina


Název Modelování tlumících zařízení v interakci s konstrukcí

Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Frantík, Ph.D.

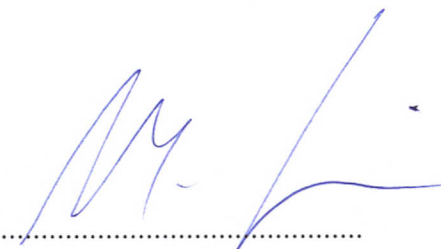
Datum zadání diplomové práce 31. 3. 2012

Datum odevzdání diplomové práce 11. 1. 2013

V Brně dne 31. 3. 2012


.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu




.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

Literatura dle vývoje a pokynů vedoucího práce.

Brepta, R., Půst, L., Turek, F.: Mechanické kmitání, Technický průvodce 71, nakladatelství Sobotáles, Praha, 1994.


Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

Nastudování potřebných znalostí dle pokynů vedoucího práce. Zorientování se v problematice. Vytvoření numerických modelů a jejich aplikace.

Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná část VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).



.....

Ing. Petr Frantík, Ph.D.
Vedoucí diplomové práce

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

Prohlášení:

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 17.12.2012



.....
podpis autora
Bc. MARTIN KALINA

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 17.12.2012



podpis autora
Martin Kalina

Abstrakt

Cílem mé diplomové práce bylo vytvoření modelu tlumících zařízení a pozorování jejich chování při spolupůsobení s konstrukcí. Nejprve byla konstrukce pomocí Java aplikace FyDiK2D samostatně namodelována jako jednostupňová soustava. Model konstrukce má podobu vysoké, tenké tyče plného kruhového průřezu. Spodní část byla vetknuta do podloží. Na konstrukci došlo k ověření správné funkčnosti modelu porovnáním analytického a numerického řešení. Pro vystižení přesnějšího chování byla konstrukce převedena na víceetapňový model. Následně byl na ní aplikován kyvadlový tlumič a zjistila se výchylka nejvyšší bodu víceetapňové soustavy. Poté byl kyvadlový tlumič nahrazen tlumičem vozíkovým. Porovnáním výchylek od obou tlumičů se zjistilo, který tlumič je pro víceetapňovou soustavu efektivnější.

Abstract

The aim of my master's thesis was to create models of the damping device and observing their behavior in interaction with the structure. First was the construction separately modeled with Java application named FyDiK2D like a model with one degree of freedom. Model of construction takes form like a high, thin rod with full circular cross section. The lower part was restrained into the subsoil. The design was to verify the correct functionality of the model by comparing the analytical and numerical solutions. For capturing the precise behavior of the structure was converted to a multi-stage model. Then the pendulum damper was applied on this construction and found amplitude lies in highest point of multi-stage model. He was then replaced by tuned mass damper. By comparing these amplitudes from both dampers was found which kind of damper is efficient for multi-stage model.

Klíčová slova

Java aplikace FyDiK2D, Visual Basic, hmotný bod, translační pružina, rotační pružina, tuhost, tlumení, konzola, kyvadlový tlumič, vozíkový tlumič

Key words

Java application FyDiK2D, Visual Basic, mass point, translational spring, rotational spring, stiffness, damping, cantilever, pendulum damper, tuned mass damper

Bibliografická citace VŠKP dle ČSN 690

KALINA, Martin. *Modelování tlumících zařízení v interakci s konstrukcí*. Brno, 2013. 50 s a 7 elektronických příloh. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta stavební. Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Petr Frantík, Ph.D.

Poděkování

Rád bych poděkoval Ing. Petrovi Frantíkovi, Ph.D. za odborné vedení a cenné připomínky při tvorbě této diplomové práce.

Obsah:	Strana:
Úvod	10
1. Vlastnosti a základní tvorba modelu	11
1.1 Hmotný bod	13
1.2 Translační pružina	13
1.3 Rotační pružina	14
1.4 Tlumení	15
1.5 Zatížení	15
2. Postup tvorby modelu a kontrola správné funkčnosti	16
2.1 Analytické řešení	16
2.2 Tvorba programu pro znázornění závislosti výchylky na budící frekvenci	17
2.2.1 Vstupní data	17
2.2.2 Výpočet	18
2.2.3 Načtení dat a následné grafické zobrazení	19
2.3 Numerické řešení	21
2.3.1 Funkce TRIANGULARTIMEFUNCTION	21
2.3.2 Funkce SINUSTIMEFUNCTION	22
2.3.3 Zatížení působící v ose prutu	23
2.3.4 Zatížení působící v příčném směru prutu	26
3. Model vícestupňové soustavy	30
3.1 Generování souboru	31
3.2 Načtení potřebných údajů	31
3.3 Tvorba a načtení objektů	32
3.3.1 Výpočet hmotného bodu (MASSPOINT)	32
3.3.2 Výpočet lineárních pružinových funkcí (SPRINGFUNCTION)	33
3.3.3 Tvorba ostatních objektů	33

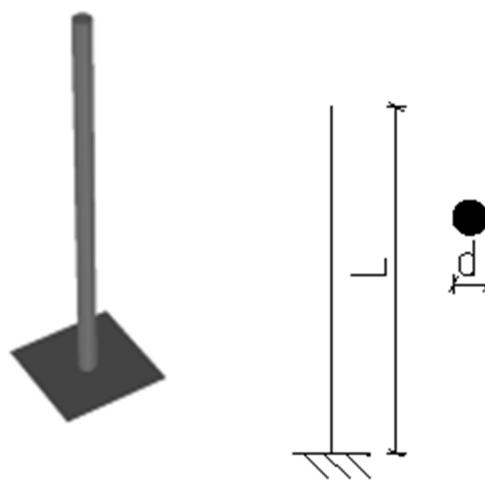
3.4	Uzavření souboru	35
3.5	Úprava modelu	36
3.6	Simulace a kontrola modelu	37
4.	Druhy tlumících zařízení	38
5.	Vícestupňová soustava se zavěšeným kyvadlovým tlumičem	40
5.1	Zjištění závislosti výchylky na tlumení hmoty	42
5.2	Zjištění závislosti výchylky na velikosti hmotnosti tlumiče	43
5.3	Zjištění závislosti výchylky na délce lana kyvadlového tlumiče	43
5.4	Využití metody půlení intervalů	44
6.	Vícestupňová soustava s vozíkovým tlumičem	46
6.1	Zjištění závislosti výchylky na velikosti hmotnosti vozíkového tlumiče	47
	Závěr	50
	Seznam elektronických příloh	51
	Seznam použitých zdrojů	52

Úvod:

Tlumiče kmitů jsou zařízení instalována na objekty s převládajícím výškovým (délkovým) rozměrem. Jejich funkcí je zabránění nadměrným výchylkám vrcholové respektive středové části konstrukce způsobené např. rychlostí větrů nebo otřesy půdy. Nadměrné výchylky způsobují poruchy v konstrukci a mohou narušit psychosomatickou rovnováhu člověka. Před zahájením tvorby tlumících zařízení budou nejprve vysvětleny jednotlivé pojmy, jejich programování v jazyce Visual Basic a následná tvorba Java aplikací FyDiK2D. Dojde k ověření správné funkčnosti modelu jednodušší soustavy pomocí analytické a numerické metody. Pro vystižení přesnějšího chování bude model převeden na víceúrovňovou soustavu. Následně bude na něj aplikován kyvadlový a vozíkový tlumič a dojde k ověření správné funkčnosti modelu.

1. Vlastnosti a základní tvorba modelu

Pro studii chování tlumících zařízení, byl vytvořen model v podobě vysoké, tenké tyče, plného kruhového půdorysu (Obr. 1.1). Spodní část prutu byla vetknuta do podloží. Mechanické vlastnosti udává tabulka použitého materiálu (Tab. 1.1). Pro kontrolu správné funkčnosti byla soustava nejprve zatěžována harmonickou silou působící v ose prutu, následně bylo zatížení umístěno v příčném směru.

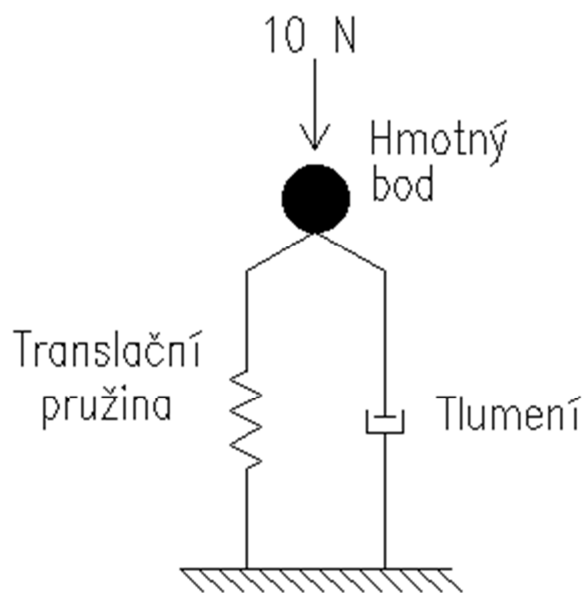


Obr. 1.1 Model vetknutého kruhového stožáru

Délka L [m]	100
Modul pružnosti E [GPa]	70.7
Hustota ρ [kg m^{-3}]	2700
Průměr d [m]	0.22
Zatížení P_0 [N]	10
Tlumení b [kg s^{-1}]	100000

Tab. 1.1 Vstupní hodnoty materiálů a rozměrů

Takto jednoduchý model převedeme na jednodupňovou soustavu (Obr. 1.2 a Obr. 1.3).

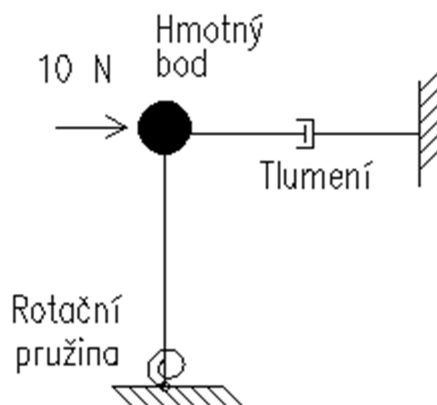


Obr. 1.2 Jednostupňová soustava se zatížením působícím v ose prutu

Jednostupňová soustava se zatížením působícím v ose prutu se tedy skládá ze tří čtyř prvků:

- Hmotný bod
- Translační pružina, nositel osově tuhosti
- Tlumení
- Zatížení

Analogicky vytvoříme model se zatížením působícím v příčném směru.



Obr. 1.3 Jednostupňová soustava se zatížením působícím v příčném směru

Komponenty této soustavy budou obdobné:

- Hmotný bod

- Rotační pružina, nositel ohybové tuhosti
- Tlumení
- Zatížení

1.1 Hmotný bod

Jediný nositel hmotnosti v tomto modelu, jeho velikost se zjistí výpočtem. Pro určení hmotnosti našeho modelu jednostupňové soustavy vyjdeme ze vztahu určení hmotnosti konzolového nosníku.

(1.1.1)

$$m = 0,5 \cdot \rho \cdot L \cdot A$$

m hmotnost hmotného bodu jednostupňové soustavy

ρ hustota tyče

L délka (výška) tyče

A plocha průřezu

- v případě našeho modelu je to plocha plného kruhu, jehož výpočet se stanoví takto:

(1.1.2)

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

d průměr kruhového obrazce

1.2 Translační pružina

Je to nositel osově tuhosti modelu jednostupňové soustavy. Zavádí se, pokud je konstrukce namáhána tlakem nebo tahem. Závisí na délce prvku, ploše půdorysného řezu obrazce a jeho materiálových vlastnostech. Pro určení její tuhosti vycházíme z následujícího vztahu:

(1.2.1)

$$k = \frac{E \cdot A}{L}$$

k tuhost tyče při zatížení působícím v podélném směru

E modul pružnosti materiálu

A plocha řezu obrazce

L délka (výška) tyče

1.3 Rotační pružina

Je to nositel ohybové tuhosti modelu jednostupňové soustavy. Zavádí se, pokud je konstrukce namáhána ohybem. Závisí na délce prvku, momentu setrvačnosti průřezu a na materiálových vlastnostech modelu. Pro určení její tuhosti vycházíme z následujícího vztahu:

(1.3.1)

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3}$$

k tuhost tyče při zatížení působícím v příčném směru

E modul pružnosti materiálu

I moment setrvačnosti průřezu

- v případě našeho modelu se jedná o obrazec plného kruhu, jehož výpočet se stanoví takto:

(1.3.2)

$$I = \frac{1}{64} \cdot \pi \cdot d^4$$

d průměr průřezu

L délka (výška) tyče

Takto sestavená konstrukce podléhá díky své hmotnosti a štíhlosti vlivu vlastního kmitání. Díky zjištění předchozích parametrů, můžeme určit její vlastní frekvenci. Ta závisí na hmotnosti a tuhosti modelu. Hodnotu pro vlastní úhlovou frekvenci konstrukce určíme podle vztahu:

(1.3.3)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ω vlastní úhlová frekvence modelu

k tuhost tyče (podle toho, jak je konstrukce namáhána, dosazujeme tuhost v osovém nebo v příčném směru)

m hmotnost tyče

Z tohoto vztahu můžeme pak jednoduše zjistit frekvenci kmitání konstrukce:

(1.3.4)

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

- f frekvence vlastního kmitání modelu
 ω vlastní úhlová frekvence modelu

A následně tak určit časovou periodu doby jednoho kmitu:

(1.3.5)

$$T = \frac{1}{f}$$

- T časová perioda doby jednoho kmitu
 f frekvence vlastního kmitání modelu

1.4 Tlumení

Zavádí se do modelu jako vstupní parametr ($b = 100000 \text{ kg s}^{-1}$ viz Tab. 1.1). Pro každý model má tlumení odlišnou hodnotu. Za takto navrženého předpokladu můžeme zjistit poměrný útlum konstrukce. Ten se určí dle následujícího vztahu:

(1.4.1)

$$\xi = \frac{b}{2 \cdot m \cdot \omega}$$

- ξ poměrný útlum
 b tlumení (v našem případě viz Tab. 1.1)
 m hmotnost modelu
 ω vlastní úhlová frekvence modelu

Tlumení upravíme tak, aby byla rezonance dostatečně výrazná. Výchylka hmotného bodu byla lehce poznatelná, tudíž nezanedbatelná a zároveň aby byl model dostatečně tlumen. Čím menší je poměrný útlum konstrukce, tím větší je výchylka hmotného bodu. Nastavíme-li $\xi = 0$, poroste výchylka hmotného bodu nade všechny meze.

1.5 Zatížení

Bylo taktéž zavedeno do modelu jako vstupní parametr, pro model jednostupňové soustavy bylo zatížení modelováno v podobě harmonické síly. Podle toho, zda byla konstrukce namáhána tlakem nebo ohybem, působí zatížení ve směru osy prutu nebo kolmo na prut (viz Obr. 1.2 a Obr. 1.3).

2. Postup tvorby modelu a kontrola správné funkčnosti

Jednostupňová soustava je zatížena harmonickou silou působící nejprve v ose prutu (viz Obr. 1.2) a poté je její poloha změněna v působení kolmo na prut (viz Obr. 1.3). Materiálovým vlastnostem a rozměrům modelu pro první stav odpovídá tabulka vstupních hodnot (viz Tab. 1.1). Model je podroben nejprve analytickému a poté numerickému výpočtu.

2.1 Analytické řešení

Jedná se o jednoduchý výpočet provedený programem vytvořeným pro tento účel v jazyce Visual Basic. Program řeší výpočet výchylky, pro každou zadanou budící frekvenci. Ta je generována cyklicky až do požadované hodnoty. Výsledky program uloží do tabulkového editoru a následně vygeneruje grafické zobrazení závislosti výchylky na budící frekvenci. Známe-li hodnotu budící frekvence, můžeme spočítat poměr budící frekvence k vlastní úhlové frekvenci modelu, neboli tzv. naladění konstrukce:

(2.1.1)

$$r_i = \frac{\Omega_i}{\omega}$$

r_i naladění konstrukce závislé na změně budící frekvence

ω vlastní úhlová frekvence konstrukce

Ω_i proměnná budící frekvence konstrukce

- pro i od 0 až po požadovanou hodnotu

Pro určení výchylky nebo taky absolutní hodnoty amplitudy ustáleného vynuceného kmitání, potřebujeme znát velikost statické výchylky. Ta je závislá na hodnotě zatížení a na tuhosti modelu podle následujícího vztahu:

(2.1.2)

$$U_0 = \frac{P_0}{k}$$

U_0 statická výchylka

P_0 zatížení působící na konstrukci

k tuhost konstrukce závislá na způsobu namáhání prutu

- pro zatížení působící v ose prutu, tuhost translační pružiny viz vztah (1.2.1)
- pro zatížení působící kolmo na prut, tuhost rotační pružiny viz vztah (1.3.1)

Poté výchylku určíme dosazením do vzorce:

(2.1.3)

$$U_i = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - r_i^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot r_i)^2}}$$

- U_i výchylka závislá na změně naladění modelu
- U_0 statická výchylka
- r_i naladění modelu
- ξ poměrný útlum

Nyní známe všechny potřebné informace k vytvoření programu.

2.2 Tvorba programu pro znázornění závislosti výchylky na budící frekvenci

Tímto způsobem řešení zjistíme závislost výchylky na měnící se budící frekvenci. Navíc jednoduchou úpravou může program sloužit pro řešení obecných úloh. Výsledky z analytické úlohy byly získány pomocí programu. Pro přehlednost a pochopení budou následně vysvětleny jednotlivé kroky programu. Skládají se z:

- vstupní data
- výpočet
- načtení dat a následné grafické zobrazení

2.2.1 Vstupní data

Jsou to veličiny vstupující do výpočtu. Pro model jednostupňové soustavy se zatížením působícím ve směru prutu (viz Obr. 1.2) se jako vstupní data použije tabulka vstupních hodnot (viz Tab. 1.1). Pro model v druhém případě tj. kdy zatížení působí kolmo na směr prutu (viz Obr. 1.3) se bude tabulka vstupních hodnot lišit v použité délce a v tlumení (Tab. 2.2.1).

Délka L [m]	3.09
Modul pružnosti E [GPa]	70.7
Hustota ρ [kgm⁻³]	2700
Průměr d [m]	0.22
Zatížení P_0 [N]	10

Tlumení b [kg s^{-1}]	3000
------------------------------------	------

Tab. 2.2.1 Vstupní hodnoty materiálů a rozměrů modelu se zatížením působícím kolmo na osu prutu

Tento krok byl tak učiněn z důvodu požadavku výstupu přibližně shodné budící frekvence a možného snadného porovnání výsledků s numerickým výpočtem. Program tyto data načte z tabulkového editoru z listu s názvem „Program“. Před načtením dat musí být jednotlivé veličiny deklarovány. Text v kódu psaný kurzívou pomáhá vysvětlit některé kroky v programu, ale jinak do něj nezasahuje.

```
' --- deklarace vstupních proměnných ---
Dim delka As Double           ' délka (výška) tyče
Dim mp As Double             ' modul pružnosti materiálu
Dim hustota As Double        ' hustota materiálu
Dim prumer As Double         ' průměr tyče
Dim pi As Double             ' Ludolfovo číslo
Dim n As Integer             ' počet budících frekvencí
Dim b As Double              ' tlumení
```

Poté se načtou jednotlivé hodnoty z tabulky:

```
delka = Worksheets("program").Cells(3, 2).Value
mp = Worksheets("program").Cells(4, 2).Value
hustota = Worksheets("program").Cells(5, 2).Value
prumer = Worksheets("program").Cells(6, 2).Value
pi = Worksheets("Pi").Cells(1, 2).Value
p0 = Worksheets("program").Cells(7, 2).Value
b = Worksheets("program").Cells(8, 2).Value
```

' např. výraz: delka = Worksheets("program").Cells(3, 2).Value znamená, že do proměnné s názvem delka se načte hodnota z buňky třetího řádku a druhého sloupce umístěné v listu s názvem program
' takto systematicky postupujeme při načítání hodnot ostatních proměnných

2.2.2 Výpočet

Další krok využívá předchozích vztahů a vkládá je jako výsledky do příslušných proměnných. Před vložením jednotlivých výpočtových kroků, deklarujeme potřebné proměnné.

```
' --- deklarace proměnných k výpočtu ---
Dim plocha As Double, hmotnost As Double
Dim ms As Double           ' moment setrvačnosti tyče
Dim ut As Double           ' určení tuhosti
Dim tuhost As Double
Dim vuf As Double          ' vlastní úhlová frekvence
Dim pu As Double           ' poměrný útlum

' --- deklarace proměnných harmonického zatížení ---
Dim p0 As Double           ' zatížení
Dim u0 As Double           ' statická výchylka
```

Protože se hodnota budící frekvence vlivem běhu programu mění, musí být tato veličina deklarována jako pole. Stejně tak deklarujeme i ostatní proměnné, které jsou na hodnotě budící frekvence závislé.

```
' --- deklarace polí ---
Dim omega() As Double          ' budící úhlová frekvence
Dim r() As Double             ' poměr úhlových frekvencí - naladění soustavy
Dim u() As Double             ' výchylka soustavy

n = 500                        ' počet budících frekvencí, hodnotu vložíme ještě
                              ' před přesným deklarováním polí

ReDim omega(0 To n) As Double, r(0 To n) As Double, u(0 To n) As Double
' přesná deklarace jednotlivých polí
```

Nyní můžeme vytvářet kroky jednotlivých výpočtů.

```
' --- výpočet hmotnosti soustavy ---
plocha = (pi * prumer * prumer) / 4          ' viz vztah (1.1.2)
hmotnost = 0.5 * plocha * delka * hustota    ' viz vztah (1.1.1)

' --- výpočet tuhosti ---
ms = 1 / 64 * pi * prumer * prumer * prumer * prumer
'viz vztah (1.3.2)
ut = Worksheets("Pi").Cells(5, 2).Value      ' načte hodnotu z buňky pátého řádku a druhého
                                             ' sloupce listu s názvem Pi

If ut = 1 Then                               ' podmínka určující, zda má být ve výpočtu použita
                                             ' osová nebo ohybová tuhost
    tuhost = (mp * plocha) / delka           ' osová tuhost viz vztah (1.2.1)
Else
    tuhost = (3 * mp * ms) / (delka * delka * delka) ' ohybová tuhost viz vztah (1.3.1)
End If                                       ' konec podmínkového příkazu

vuf = Math.Sqrt(tuhost / hmotnost)          ' vztah (1.3.3), třída Math.Sqrt volá znaménko
                                             ' pro odmocninu

' --- výpočet veličin ---
pu = b / (2 * hmotnost * vuf)              ' viz vztah (1.4.1)
u0 = p0 / tuhost                           ' viz vztah (2.1.2)
```

Výpočet hodnot pro jednotlivé budící frekvence zavedeme do cyklického výrazu for.

```
' --- výpočet hodnot pro jednotlivé budící frekvence ---
For i = 0 To n                              ' začátek cyklického výrazu a jeho omezující
                                             ' kritéria, začátek, konec
    omega(i) = i * 0.5                       ' pro každou další hodnotu budící frekvence
                                             ' naroste budící frekvence o 0,5
    r(i) = omega(i) / vuf                    ' viz vztah (2.1.1)
    u(i) = u0 / Math.Sqrt((1 - r(i) * r(i)) * (1 - r(i) * r(i)) + (2 * pu * r(i)) * (2 * pu * r(i)))
    ' viz vztah (2.1.3)
Next i                                       ' načtení následující hodnoty i, i se načte ob jedno
                                             ' číslo, pokud i = n běh programu se ukončí
```

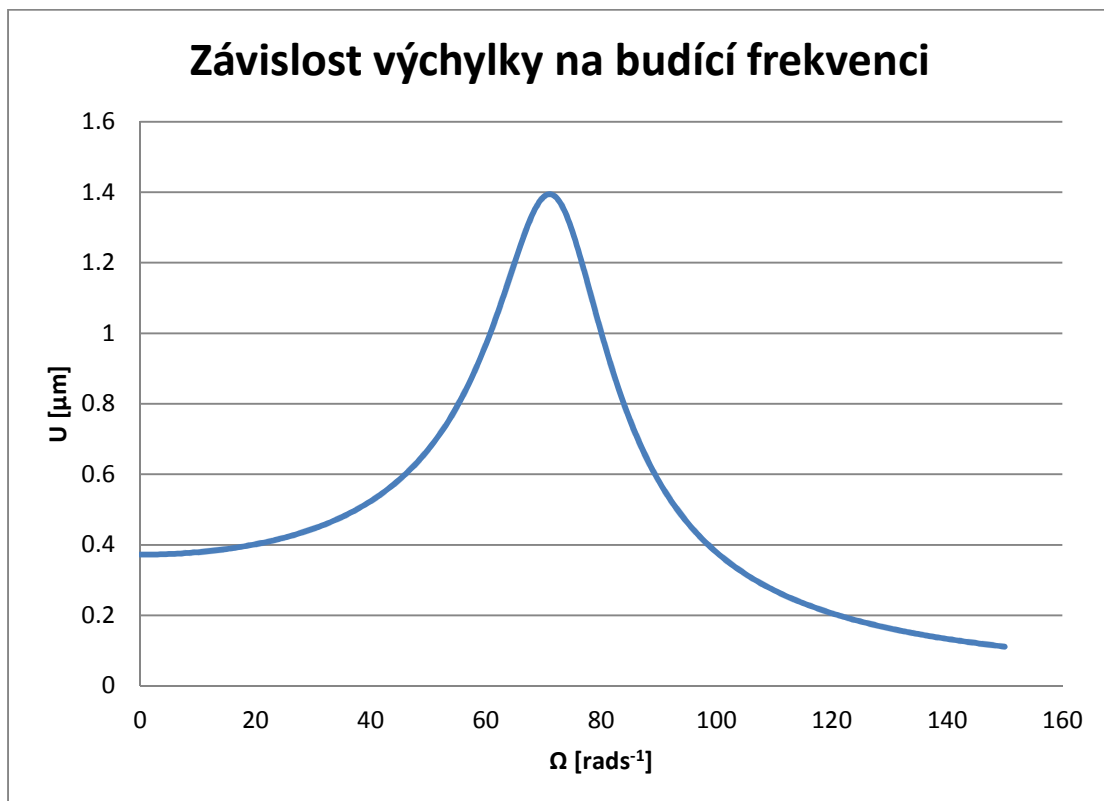
2.2.3 Načtení dat a následné grafické zobrazení

Program vykreslí do tabulkového editoru grafické zobrazení závislosti výchylky na budící frekvenci.

```
' --- načtení hodnot do grafu ---
With Worksheets("program").ChartObjects(1).Chart.SeriesCollection(1)
' příkaz pro vytvoření grafického zobrazení
.XValues = omega
.Values = u
End With
```

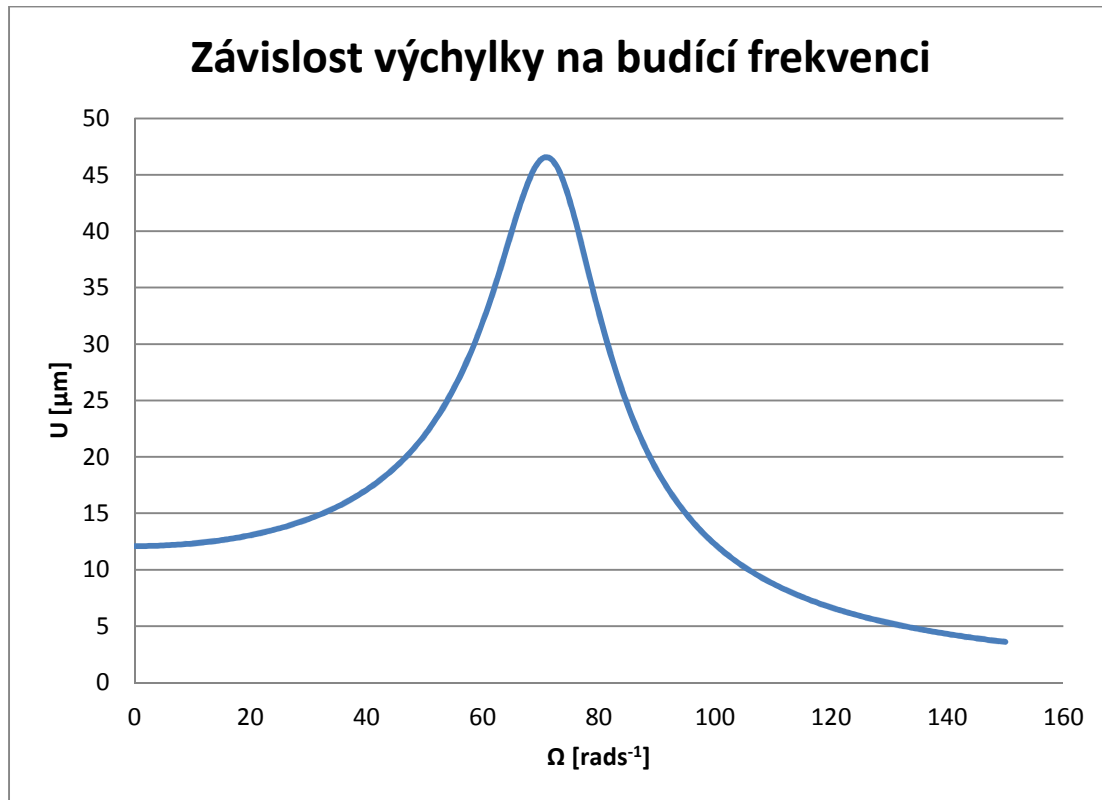
' hodnoty úhlové budící frekvence jsou vloženy jako x-ové souřadnice grafického zobrazení
' hodnoty výchylky soustavy jsou vloženy jako y-ové souřadnice grafického zobrazení
' ukončení příkazu vytvoření grafického zobrazení

Na následujícím grafickém zobrazení můžeme vidět závislost výchylky soustavy analytického řešení jednostupňové soustavy pro zatížení působící v ose prutu (Graf 2.2.3.1) a pro zatížení působící kolmo na osu prutu (Graf 2.2.3.2).



Graf. 2.2.3.1 Model se zatížením působícím v ose prutu (Obr. 1.2), analytické řešení

Z grafu lze vypočítat maximální výchylku soustavy $U = 1.39452 \times 10^{-6}$ m a jí odpovídající úhlovou budící frekvenci $\Omega = 71 \text{ rads}^{-1}$.



Graf 2.2.3.2 Model se zatížením působícím kolmo na osu prutu (Obr. 1.3), analytické řešení

Z Grafu 2.2.3.2 lze vyčíst maximální výchylku soustavy $U = 4.65676E-05$ m a její odpovídající úhlovou budící frekvenci $\Omega = 71 \text{ rads}^{-1}$. Porovnáním výsledků obou úloh zjistíme, že model namáhán v příčném směru vykazuje větší výchylky než model zatížen v ose prutu a to i přes výrazné zmenšení hodnot délky a útlumu. Proto byl další model víceúhlové soustavy zatížen v příčném směru. Celý program je k nalezení v elektronické příloze pod názvem:

ZobrazeníZávislostiVýchylkyNaBudícíFrekvenci.

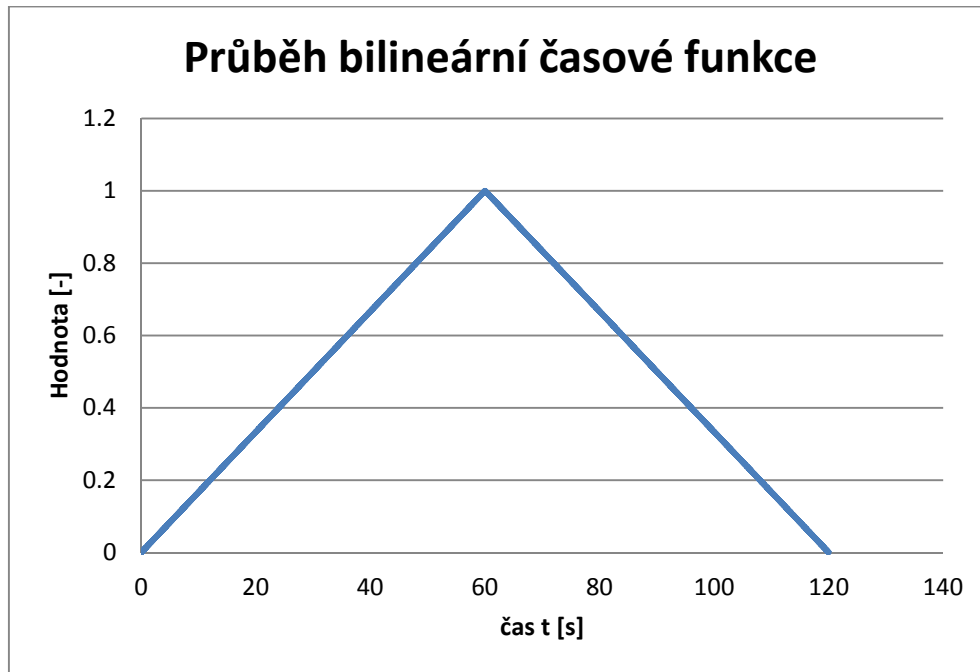
2.3 Numerické řešení

Bylo použito z důvodu ověření správnosti analytického řešení. Model byl vyhotoven v aplikaci FyDiK2D, simulace proběhla na počítači: AMD A6-3410MX APU s grafickou kartou Radeon™ HD Graphics 1.60 GHz, 6 GB RAM. Numerické řešení bylo použito pro obě varianty úloh zatížení.

Ještě před započítáním modelování, umístíme do datového souboru dva řádky s funkcemi TRIANGULARTIMEFUNCTION a SINUSTIMEFUNCTION. Díky těmto funkcím, může být v modelu vytvořeno harmonické zatížení.

2.3.1 Funkce TRIANGULARTIMEFUNCTION

Je definována třemi parametry polohou počátku, vrcholu a konce. Jedná se o bilineární funkci, kde vzdálenost od počátku k vrcholu a od vrcholu ke konci má lineární průběh (Graf 2.3.1.1).



Graf 2.3.1.1 Závislost hodnot na čase, jak je lze vidět v datovém souboru byl nastaven počátek = 0s, vrchol = 60s a konec = 120s

Pomocí této funkce můžeme tak měnit budící frekvenci v čase. Jednoduše vynásobíme základní hodnotu budící frekvence Ω , která představuje její maximální hodnotu. O tento výpočet se postará objekt funkce SINUSTIMEFUCTION.

2.3.2 Funkce SINUSTIMEFUCTION

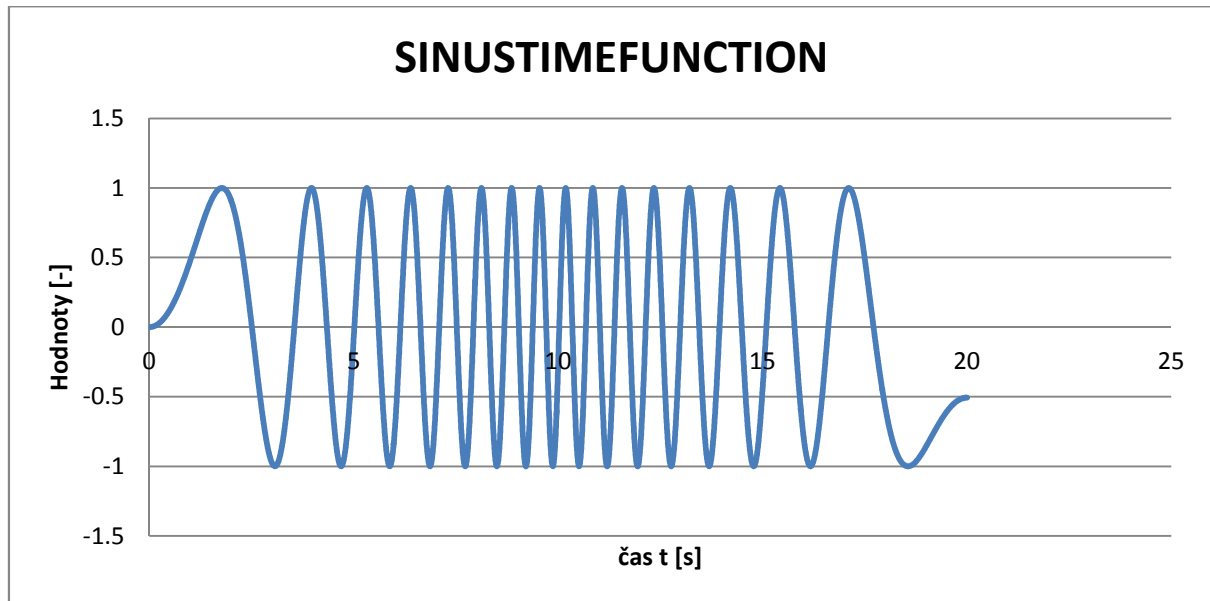
Vychází ze vztahu pro harmonické zatížení:

(2.3.2)

$$P_t = P_0 \cdot \sin(\Omega \cdot t + \Phi)$$

- P_t výsledné zatížení v čase
- P_0 zatížení působící na model
- Ω úhlová budící frekvence
- t čas
- Φ fáze kmitavého pohybu

Funkce má tedy tvar sinusoidy závislé na měnící se budící frekvenci podle bilineárního časového průběhu (Graf 2.3.2.1).



Graf 2.3.2.1 Závislost hodnot na času, jak je lze vidět v datovém souboru byl nastaven počátek = 0s, vrchol = 10s a konec = 20s

Povšimněme si, že čím více se funkce blíží k vrcholu, tím je její průběh hustší neboli vzdálenost mezi vrcholy se zmenšuje. Tohoto výsledku bylo dosaženo díky následujícímu výpočtu:

- mějme dvě sinové funkce s rozdílnou frekvencí a fází, jejichž hodnoty porovnááme ve stejném časovém okamžiku

$$\sin(\Omega_1 \cdot t + \Phi_1) = \sin(\Omega_2 \cdot t + \Phi_2)$$

- odstraněním funkce sinus na obou stranách získáme:

$$(\Omega_2 \cdot t + \Phi_2) \cdot (\Omega_1 \cdot t + \Phi_1) = (\Omega_2 \cdot t + \Phi_2)^2$$

- osamostatníme fázi:

$$\Phi_2 = \Omega_1 \cdot t + \Phi_1 - \Omega_2 \cdot t$$

- a po úpravě dostaneme výraz pro fázi druhé funkce tak aby se hodnoty sinových funkcí shodovali v daném časovém okamžiku:

$$\Phi_2 = t \cdot (\Omega_1 - \Omega_2) + \Phi_1$$

2.3.3 Zatížení působící v ose prutu

Model vytvoříme v aplikaci FyDiK2D (Obr. 2.3.3.1). Skládá se ze dvou hmotných bodů, které jsou navzájem spojeny translační pružinou. První, spodní bod je fixně uložen tak, aby bylo zabráněno jakémukoliv jeho posunu. Druhý, vrchní bod je pak nositelem veškeré hmotnosti podle vztahu (1.1.1). Vložíme mu taky parametr tlumení podle Tab. 1.1. Aby při zatěžování nevznikaly přídavné posuny

v ose X, byl tento objekt opatřen fixací v této ose. Tím jsme umožnili jen jeho pohyb ve směru zatěžování. Vložením pružinové funkce do modelu zajistíme jeho tuhost, kterou vložíme podle vztahu:

(2.3.3)

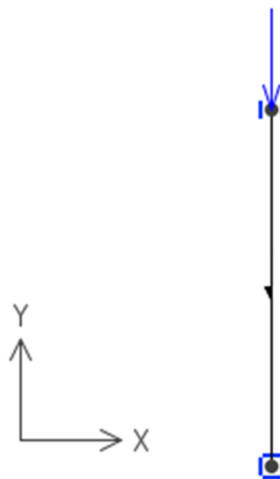
$$k_1 = E \cdot A$$

k_1 tuhost translační pružiny vztažená k jednomu metru délky

E modul pružnosti materiálu

A plocha průřezu

Rovnice vychází ze vztahu (1.2.1), délka prutu je ale definována v objektu translační pružiny, proto není ve velikosti pružinové funkce zahrnuta.



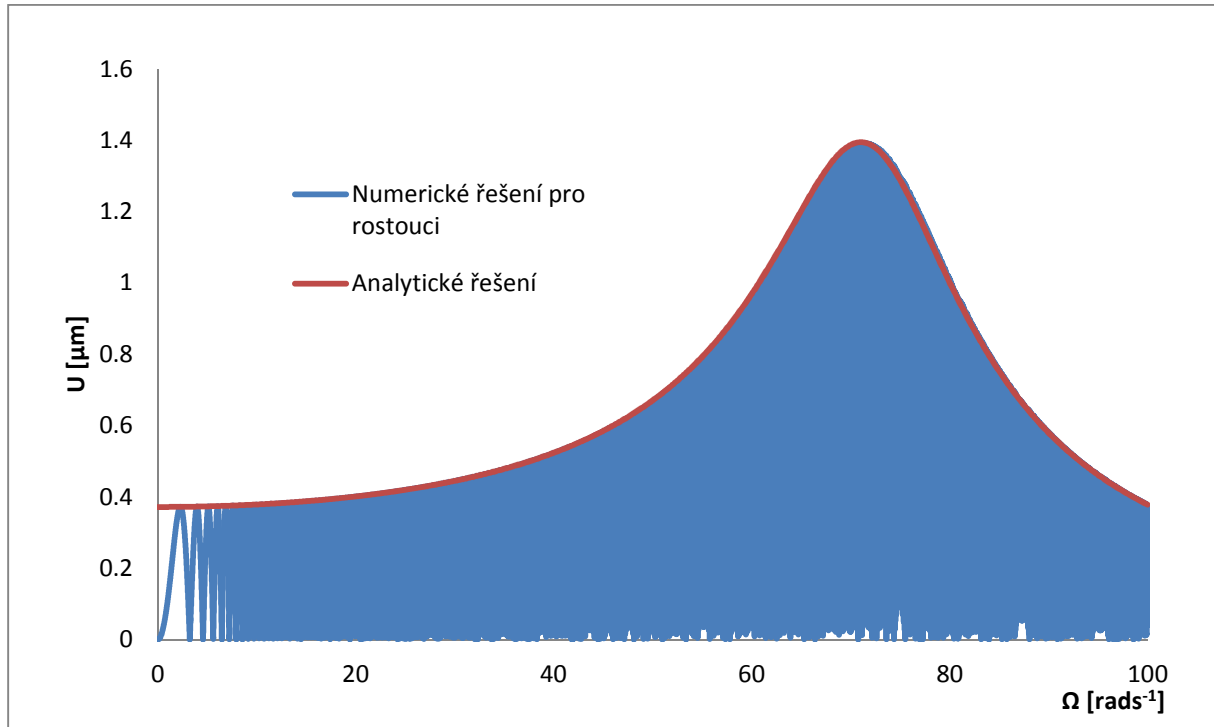
Obr. 2.3.3.1 Vizualizace modelu z aplikace FyDiK2D

Hmotnost do modelu nemusíme vkládat přímo, ale stačí jí zadat podle parametrů, ze kterých se vypočte, tyto údaje vložíme do objektu translační pružiny jako je plocha, hustota a délka pružiny. Zároveň jí přiřadíme patřičnou pružinovou funkci neboli velikost tuhosti.

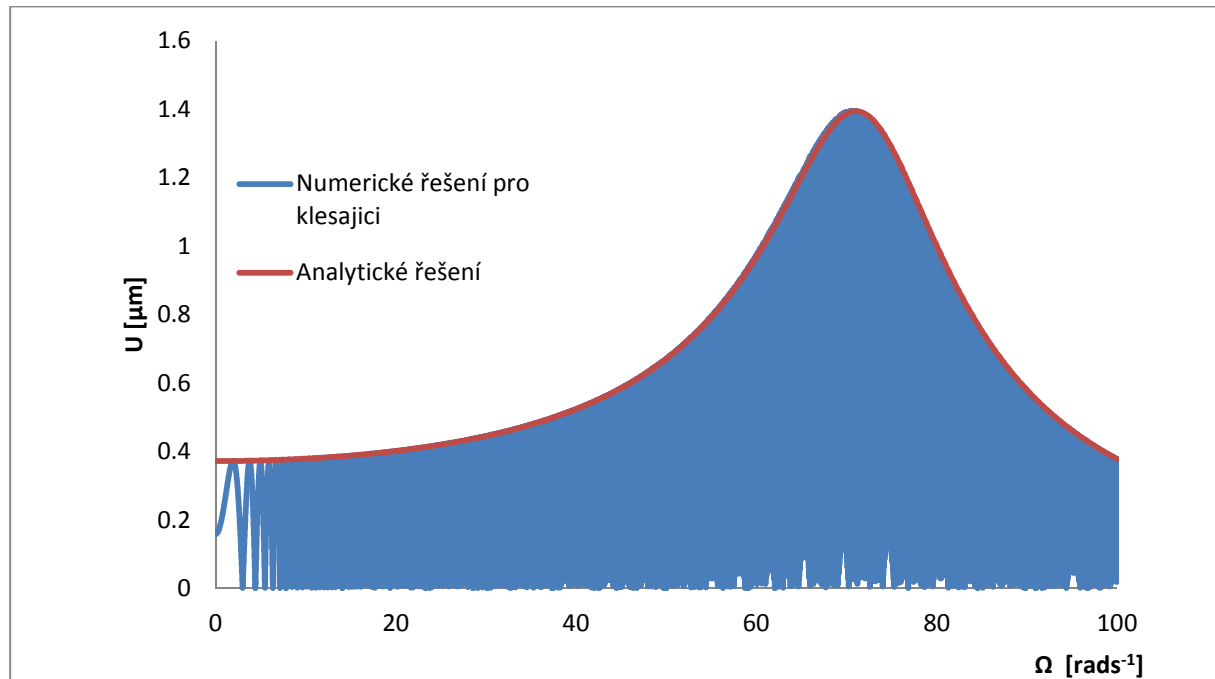
Na hmotný bod připojíme sílu o velikosti P_0 podle tabulky vstupních hodnot materiálů a rozměrů (viz Tab. 1.1). Síla bude závislá na harmonické funkci SINUSTIMEFUNCTION. V elektronické příloze je k nalezení obsah datového souboru modelu se zatížením působícím v ose prutu pod názvem: JednostupnovaSoustavaVerze1.model.

Po dokončení tvorby modelu byla provedena simulace. Doba výpočtu byla necelých sedm minut (06:41.1), při kroku 0.001 a rychlosti 0.25 ms^{-1} . Výstupem jsou dva datové soubory, jeden nám

udává změnu polohy hmotného bodu v čase a druhý změnu úhlové budící frekvence v čase. Po úpravě tak získáme průběh závislosti polohy hmotného bodu na změně úhlové budící frekvenci. Protože se budící frekvence měnila během růstu a poklesu podle funkce SINUSTIMEFUNCTION získáme tak dvě grafická znázornění (Graf 2.3.3.1 a Graf 2.3.3.2).



Graf 2.3.3.1 Porovnání numerického a analytického řešení pro model zatížený ve směru osy prutu s rostoucí úhlovou budící frekvencí



Graf 2.3.3.2 Porovnání numerického a analytického řešení pro model zatížený ve směru osy prutu s klesající úhlovou budící frekvencí

Pokud numerické řešení upravíme tak, aby bylo v grafech znázorněno jen pomocí křivky, která prochází vrcholy jednotlivých výchylek, bude tato křivka splývat s křivkou analytického řešení, respektive jednotlivé vrcholy budou ležet na křivce analytického řešení nebo budou od křivky vzdáleny zanedbatelnou délkou. Ačkoliv to z grafu není příliš dobře patrné, analytické řešení se od numerického mírně liší. Pro rostoucí frekvenci je graf numerického řešení posunut mírně vpravo pro klesající mírně vlevo. Tuto nepřesnost lze eliminovat dostatečným zvětšením časového intervalu zatěžování, což ovšem zvýší výpočetní náročnost úlohy. Tato závislost byla ověřována.

2.3.4 Zatížení působící v příčném směru prutu

Model se skládá ze dvou hmotných bodů včetně jednoho pomocného. Objekty jsou propojeny translačními pružinami, které jsou spojeny rotační pružinou zajišťující ohybovou tuhost modelu (viz Obr. 2.3.4.1). Nositelem tlumení je vrchní bod, tato veličina je zadána podle tabulkové hodnoty (viz Tab. 2.2.1). Pokud vyjme z modelu pomocný spodní hmotný bod, soustava bude vypadat jako model na Obr. 2.3.3.1. Z důvodu umožnění pohybu hmotného bodu v ose X, opatříme model rotační pružinou, které odpovídá příslušná pružinová funkce podle vztahu:

(2.3.4)

$$k_2 = E \cdot I$$

k_2 tuhost rotační pružiny vztažená k jednomu metru délky

E modul pružnosti materiálu

I moment setrvačnosti průřezu

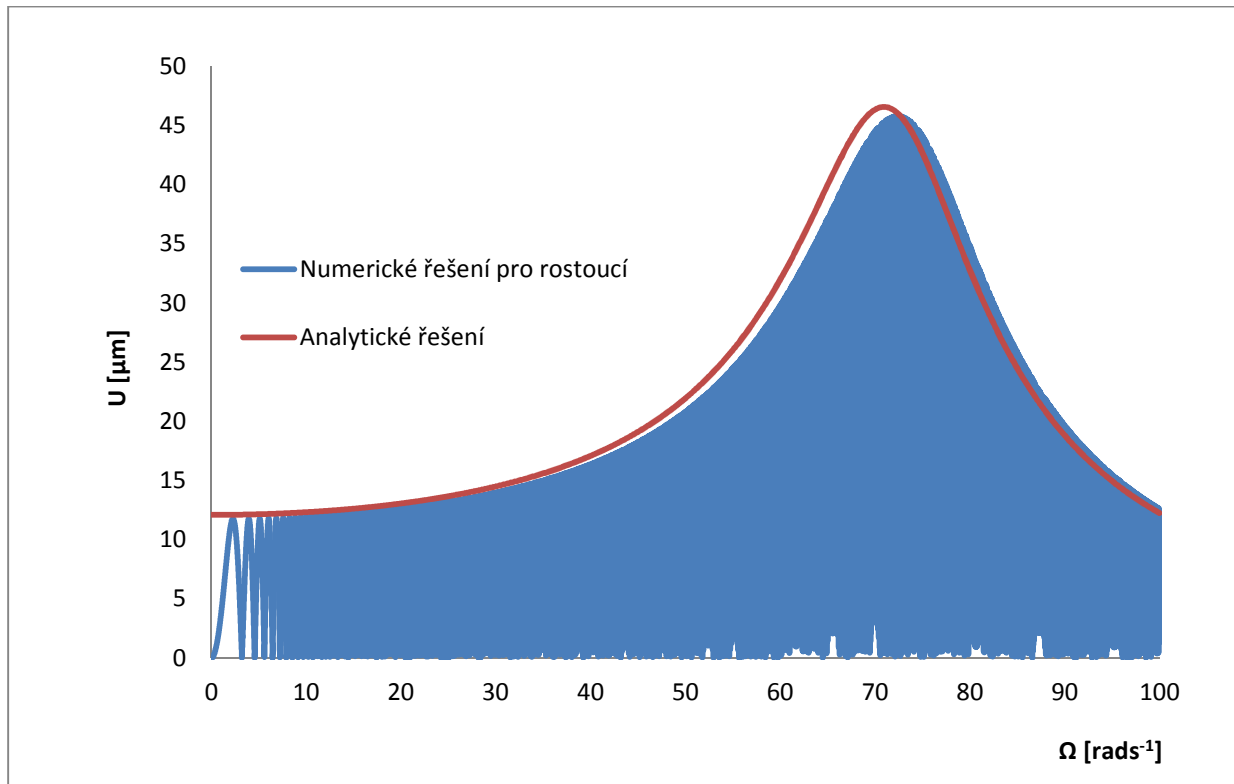
Rovnice vychází ze vztahu (1.3.1), délka je opět zahrnuta v objektu translační pružiny stejně jako ostatní parametry, které vložíme podle tabulky vstupních hodnot materiálů a rozměrů (viz. Tab. 2.2.1)



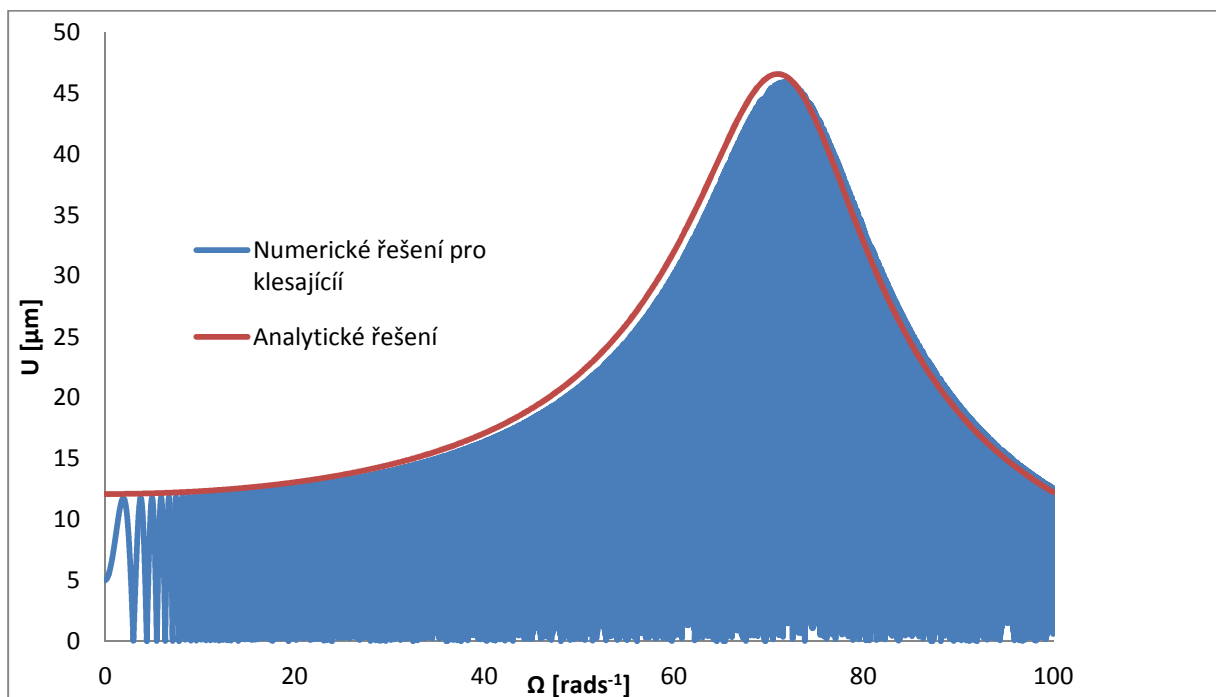
Obr. 2.3.4.1 Vizualizace modelu z aplikace FyDiK2D

Na hmotný bod připojíme sílu o velikosti P_0 . Ta bude závislá na harmonické funkci SINUSTIMEFUNCTION. Podrobnější vstup datového souboru je možný k nahlídnutí v elektronické příloze jako model jednostupňové soustavy se zatížením působícím kolmo na osu prutu pod názvem: JednostupnovaSoustavaVerze2.model.

Po dokončení modelu byla provedena simulace. Doba zatěžování přibližně sedm minut (06:48.9), při kroku 0.001 a rychlosti 0.25 ms^{-1} . Jak je lze vidět, v porovnání s první variantou, nemá změna úlohy téměř žádný vliv na průběh výpočtu. Výstupem jsou opět dva datové soubory, jeden zaznamenává změnu polohy hmotného bodu v čase a druhý změnu úhlové budící frekvence.



Graf 2.3.4.1 Porovnání analytického a numerického řešení pro model zatížený kolmo na směr osy prutu, se změnou rostoucí budící úhlové frekvence



Graf 2.3.4.2 Porovnání analytického a numerického řešení pro model zatížený kolmo na směr osy prutu, se změnou rostoucí úhlové budící frekvence

Na Grafu 2.3.4.1 a 2.3.4.2 můžeme vidět porovnání numerického a analytického řešení pro rostoucí a klesající změnu úhlové budící frekvence. Porovnáním zjistíme, že tentokrát je přesnější variantou pro řešení numerická metoda s klesající změnou úhlové budící frekvence.

3. Model vícestupňové soustavy

Pro dosažení přesnějších výsledků, byl model upraven na vícestupňovou soustavu (Obr. 3.1). Dále byly do modelu zahrnuty vektor zatížení zrychlením a vektor gravitace (Obr. 3.1 dva trojúhelníkové obrazce nalevo: modrý pro gravitaci, fialový pro vektor zatížení zrychlením). Vektor zatížení zrychlením nahrazuje pohybem základové půdy (kinematické zatížení) a vektor gravitace přidává do modelu gravitační zrychlení). Model se na místo jednoho objektu skládá z více částí. Jednoduchým programem zjistíme počet objektů, který je pro přesné řešení dostačující. Program má za úkol vytvářet výstupní soubor, který aplikace FyDiK2D snadno načte. Objekty jako je hmotný bod, translační pružina, rotační pružina, atd. nejsou v aplikaci tvořeny přímo, ale jsou načteny z výstupního souboru. Program se dělí na tyto části:

- Generování souboru
- Načtení potřebných údajů
- Tvorba a načtení objektů
- Uzavření souboru



Obr. 3.1 Model vícestupňové soustavy

3.1 Generace souboru

Umožňuje vytvořit soubor, ze kterého se můžou dál načítat potřebná data pro aplikaci FyDiK2D. Před vytvářením souboru deklaruje proměnnou, které uložíme funkci pro vytvoření objektu. Tuto proměnnou pak zavoláme při vytváření textového souboru.

```
Dim fs As Object           ' deklarace proměnné s názvem fs jako objekt
Set fs = CreateObject("Scripting.FileSystemObject") ' uložení funkce pro vytvoření objektu do proměnné
                                                                s názvem fs
Set soubor = fs.CreateTextFile("g:\VicestupnovyModel.model.fdk", True)
```

' vytvoří textový soubor v počítači podle zadané cesty s názvem VicestupnovyModel.model.fdk, cesta musí být upravena podle požadavku, kde má být výsledný soubor umístěn

3.2 Načtení potřebných údajů

Do textového souboru vložíme pomocí programu řádky nutné pro načtení souboru v aplikaci FyDiK2D. Poté přidáme řádky s funkcemi TRIANGULARTIMEFUNCTION a SINUSTIMEFUNCTION (vysvětlení v kap. 2.3.1 a 2.3.2).

Obsah datového souboru:

```
<?FDK note="saved from application FyDiK2D" version="4.89 20121122" year="(C) 2006"
author="Petr Frantik" ?>
<MODEL name="Model" type="2D" version="4.89 20121122" start="true" exit="true" >
<SIMULATOR time="0.0" timeStep="5.3E-5" method="1" timeSpeed="8.0" fps="100"
timeBreak="2000.0" />
' objekty nutné pro načtení souboru v aplikaci FyDiK2D

<TRIANGULARTIMEFUNCTION index="0" id="tff#0" name="TTF1" saveState="false" begin="0.0"
peak="1000.0" end="2000.0" beginString="0.0" peakString="1000.0" endString="2000.0" />
<SINUSTIMEFUNCTION index="1" id="stf#1" name="STF1" saveState="true"
frequencyTimeFunctionIndex="0" frequency="20.0" phase="0.0" frequencyString="20.0"
phaseString="0.0" />
' objekty s funkcemi TRIANGULARTIMEFUNCTION a SINUSTIMEFUNCTION
```

Pak načteme údaje nutné pro vymodelování (viz. Tab. 3.2.1).

Délka L [m]	3.09
Modul pružnosti E [GPa]	70.7
Hustota ρ [kg m⁻³]	2700
Průměr d [m]	0.02
Zatížení f [m s⁻²]	0.001
Gravitace g [m s⁻²]	9.823

Tlumení bk [kg s⁻¹]	3
Počet hmotných bodů n [ks]	12

Tab. 3.2.1 Vstupní hodnoty pro model vícestupňové soustavy

V porovnání s tabulkou 2.2.1, si můžeme povšimnout pár úprav. Hodnoty průměru modelu a tlumení byly sníženy z důvodu prokázání efektivnosti tlumiče. Model byl zatěžován po celé jeho výšce zrychlením a gravitací.

3.3 Tvorba a načtení objektů

V tomto kroku dochází k vytváření hmotných bodů, pružinových funkcí, translačních pružin, atd. Bylo zde použito cyklického výrazu metody for (viz Kap. 2.2.2).

3.3.1 Výpočet hmotného bodu (MASSPOINT)

Před použitím cyklického výrazu uložíme každému hmotnému bodu stejnou velikost tlumení (pozn. Tlumení hmotného bodu na konci modelu je dvojnásobně menší, protože je tento bod spojen jen jednou translační pružinou, tento krok provedeme až v úpravách hotového modelu). Připravíme si proměnnou, do které uložíme vzdálenost mezi dvěma nejbližšími hmotnými body. Tuto proměnnou použijeme při vkládání souřadnic pro jednotlivé hmotné body.

```
' --- výpočet hmotného bodu ---
l = delka / n          ' vzdálenost mezi dvěma nejbližšími hmotnými body
dp = bk / n           ' tlumení

For i = 0 To n + 1    ' začátek cyklického výrazu a jeho omezující kritéria,
                    ' začátek, konec

x(i) = 0              ' x-ové souřadnice jednotlivých hmotných bodů
y(i) = i * l          ' y-ové souřadnici jednotlivých hmotných bodů
soubor.WriteLine("<MASSPOINT index=" & Chr(34) & i & Chr(34) & " name=" & _
Chr(34) & "MP" & i + 1 & Chr(34) & " dampingCoef=" & Chr(34) & dp & _
Chr(34) & " initMass=" & Chr(34) & "0.0" & Chr(34) & " initCoordX=" & Chr(34) & "0.0" & _
Chr(34) & " initCoordY=" & Chr(34) & y(i) & Chr(34) & " />")

' vypsání řádku do datového souboru, chr(34) je znak pro uvozovky
Next i
' načtení následující hodnoty i, i se načte ob jedno číslo, pokud i = n+1 běh cyklu se ukončí
```

Obsah datového souboru:

```
<MASSPOINT index="0" name="MP1" dampingCoef="0.25" initMass="0.0" initCoordX="0.0"
initCoordY="0" />
29<MASSPOINT index="1" name="MP2" dampingCoef="0.25" initMass="0.0" initCoordX="0.0"
initCoordY="0.2575" />
```

```
<MASSPOINT index="13" name="MP14" dampingCoef="0.25" initMass="0.0" initCoordX="0.0"
initCoordY="3.3475" />
```

3.3.2 Výpočet lineárních pružinových funkcí (SPRINGFUNCTION)

Do modelu zahrneme osovou a ohybovou tuhost. Aby bylo zajištěno přesné chování modelu, přidáme výpočet dvojnásobné ohybové tuhosti. Načteme potřebné hodnoty, jak bylo provedeno v kapitole 2.2.1 a pomocí souvisejících vztahů (viz Kap. 2.3.3 a 2.3.4) vypočteme velikost jednotlivých tuhostí.

```
' --- výpočet lineárních pružinových funkcí ---
ea = e * a           ' tuhost translační pružiny
ei = e * ms         ' tuhost rotační pružiny
ei2 = 2 * ei        ' dvojitá tuhost rotační pružiny

soubor.WriteLine("<SPRINGFUNCTION index=" & Chr(34) & "0" & Chr(34) & " id=" & _
Chr(34) & "sf#0" & Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "ea" & Chr(34) & " initStiffness=" & _
Chr(34) & ea & Chr(34) & " relative=" & Chr(34) & "true" & Chr(34) & " stiffness=" & _
Chr(34) & ea & Chr(34) & " />")
soubor.WriteLine("<SPRINGFUNCTION index=" & Chr(34) & "1" & Chr(34) & " id=" & _
Chr(34) & "sf#1" & Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "ei" & Chr(34) & " initStiffness=" & _
Chr(34) & ei & Chr(34) & " relative=" & Chr(34) & "true" & Chr(34) & " stiffness=" & _
Chr(34) & ei & Chr(34) & " />")
soubor.WriteLine("<SPRINGFUNCTION index=" & Chr(34) & "2" & Chr(34) & " id=" & _
Chr(34) & "sf#2" & Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "eidoubled" & _
Chr(34) & " initStiffness=" & Chr(34) & ei2 & Chr(34) & " relative=" & Chr(34) & "true" & _
Chr(34) & " stiffness=" & Chr(34) & ei2 & Chr(34) & " />")
' vypsání řádků do datového souboru
```

Obsah datového souboru:

```
<SPRINGFUNCTION index="0" id="sf#0" name="ea" initStiffness="22211060.0608798"
relative="true" stiffness="22211060.0608798" />
<SPRINGFUNCTION index="1" id="sf#1" name="ei" initStiffness="555.276501521996"
relative="true" stiffness="555.276501521996" />
<SPRINGFUNCTION index="2" id="sf#2" name="eidoubled" initStiffness="1110.55300304399"
relative="true" stiffness="1110.55300304399" />
```

3.3.3 Tvorba ostatních objektů

Pomocí cyklického výrazu vložíme do datového souboru ostatní objekty. Podle obrázku vícestupňové soustavy modelu, vyhotoveného pomocí aplikace FyDiK2D (Obr. 3.1) zjistíme, že počet translačních pružin je o jedno číslo menší než počet hmotných bodů a tedy počet rotačních pružin je o jedno číslo menší než počet translačních pružin. Tuto podmínku musíme zohlednit při použití cyklického výrazu.

```
' --- tvorba translačních pružin (TRANSLATIONALSPRING) ---
For i = 0 To n          ' začátek cyklického výrazu a jeho omezující kritéria, začátek, konec

soubor.WriteLine ("<TRANSLATIONALSPRING index=" & Chr(34) & i & _
Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "TS" & i + 1 & Chr(34) & " springFunctionIndex=" & _
Chr(34) & "0" & Chr(34) & " length=" & Chr(34) & l & Chr(34) & " density=" & _
Chr(34) & ro & Chr(34) & " area=" & Chr(34) & a & Chr(34) & " massObject1Index=" & _
Chr(34) & i + 1 & Chr(34) & " massObject2Index=" & Chr(34) & i & Chr(34) & " />")
Next i
' načtení následující hodnoty i, i se načte ob jedno číslo, pokud i = n běh cyklu se ukončí
```

Obsah datového souboru:

```
<TRANSLATIONALSPRING index="0" name="TS1" springFunctionIndex="0" length="0.2575"
density="2700" area="3.14159265358979E-04" massObject1Index="1" massObject2Index="0" />
<TRANSLATIONALSPRING index="1" name="TS2" springFunctionIndex="0" length="0.2575"
density="2700" area="3.14159265358979E-04" massObject1Index="2" massObject2Index="1" />
.
.
.
<TRANSLATIONALSPRING index="12" name="TS13" springFunctionIndex="0" length="0.2575"
density="2700" area="3.14159265358979E-04" massObject1Index="13" massObject2Index="12" />
```

```
' --- tvorba rotačních pružin (ROTATIONALSPRING) ---
For i = 0 To n - 1      ' začátek cyklického výrazu a jeho omezující kritéria, začátek, konec

soubor.WriteLine ("<ROTATIONALSPRING index=" & Chr(34) & i & _
Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "RS" & i & Chr(34) & " springFunctionIndex=" & _
Chr(34) & "1" & Chr(34) & " translationalSpring1Index=" & Chr(34) & i & _
Chr(34) & " translationalSpring2Index=" & Chr(34) & i + 1 & Chr(34) & " />")
Next i
' načtení následující hodnoty i, i se načte ob jedno číslo, pokud i = n-1 běh cyklu se ukončí
```

Obsah datového souboru:

```
<ROTATIONALSPRING index="0" name="RS0" springFunctionIndex="1"
translationalSpring1Index="0" translationalSpring2Index="1" />
<ROTATIONALSPRING index="1" name="RS1" springFunctionIndex="1"
translationalSpring1Index="1" translationalSpring2Index="2" />
.
.
.
<ROTATIONALSPRING index="11" name="RS11" springFunctionIndex="1"
translationalSpring1Index="11" translationalSpring2Index="12" />
```

Zatížení a gravitace se vytvoří bez pomoci cyklického výrazu. Do obsahu datového souboru se zatížením navíc uložíme odkaz na funkci SINUSTIMEFUNCTION aby měl tento posun harmonické vlastnosti.

```
' --- gravitace g ---
soubor.WriteLine("<ACCELERATION index=" & Chr(34) & "0" & Chr(34) & " id=" & _
Chr(34) & "a#0" & Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "A1" & Chr(34) & " saveState=" & _
Chr(34) & "false" & Chr(34) & " size=" & Chr(34) & -g & Chr(34) & " angle=" & _
Chr(34) & "270.0" & Chr(34) & " sizeString=" & Chr(34) & -g & _
Chr(34) & " angleString=" & Chr(34) & "270" & Chr(34) & " angleUnit=" & Chr(34) & "1" & _
Chr(34) & " follower=" & Chr(34) & "false" & Chr(34) & " />")
```

Obsah datového souboru:

```
<ACCELERATION index="0" id="a#0" name="A1" saveState="false" size="-9.823" angle="270.0"
sizeString="-9.823" angleString="270" angleUnit="1" follower="false" />
```

```
' --- zatížení zrychlením f ---
soubor.WriteLine("<ACCELERATION index=" & Chr(34) & "1" & Chr(34) & " id=" & _
Chr(34) & "a#1" & Chr(34) & " name=" & Chr(34) & "F6" & Chr(34) & " saveState=" & _
Chr(34) & "true" & Chr(34) & " size=" & Chr(34) & f & _
Chr(34) & " sizeTimeFunctionIndex=" & Chr(34) & "1" & _
Chr(34) & " sizeTimeFunctionId=" & Chr(34) & "stf#1" & " angle=" & Chr(34) & "0.0" & _
Chr(34) & " sizeString=" & Chr(34) & f & Chr(34) & " angleString=" & Chr(34) & "0" & _
Chr(34) & " angleUnit=" & Chr(34) & "1" & Chr(34) & " follower=" & Chr(34) & "false" & _
Chr(34) & " />")
```

Obsah datového souboru:

```
<ACCELERATION index="1" id="a#1" name="F6" saveState="true" size="0.001"
sizeTimeFunctionIndex="1" sizeTimeFunctionId="stf#1" angle="0.0" sizeString="0.001"
angleString="0" angleUnit="1" follower="false" />
```

3.4 Uzavření souboru

K úspěšnému načtení modelu v programu FyDiK2D, musíme ještě do souboru uložit poslední řádek s objektem. Poté můžeme soubor uzavřít, další řádky s textem už nebudou načítány.

```
soubor.WriteLine("</MODEL>")

' --- uzavření souboru ---
soubor.Close
```

Obsah datového souboru:

```
</MODEL>
```

Podrobný celý program je umožněn k nahlídnutí v elektronické příloze pod názvem ModelVicestupnoveSoustavy. Tlačítkem: Generuj, dojde ke spuštění programu a vytvoření datového souboru v místě, které bylo vybráno podle kapitoly 3.1.

3.5 Úprava modelu

Načtením datového souboru pomocí aplikace FyDiK2D získáme model víceúrovňové soustavy (Obr. 3.5.1).



Obr. 3.5.1 Model vygenerovaný datovým souborem

Protože je poslední, horní hmotný bod připojen jen pomocí jedné translační pružiny (volný konec), bude mít jen poloviční hodnotu tlumení, než ostatní body navíc zkoumáme pohyb tohoto bodu v čase, takže mu nastavíme ukládání jeho změn.

Pro vytvoření vetknutí modelu, musí být zabráněno pohybu hmotného bodu po ose x a y . Takto vytvořený prut není stabilní, postrádá ohybovou tuhost v místě vetknutí, proto se musí opatřit rotační pružinou. K tomu, aby bylo možné tuto rotační pružinu na model připojit, potřebujeme pomocnou translační pružinu, která bude spojovat bod vetknutí a pomocný bod. Tuhost rotační pružiny v místě vetknutí bude dvojnásobně větší než tuhost ostatních rotačních pružin.

3.6 Simulace a kontrola modelu

Simulace modelu proběhla bez grafického zobrazení, před jejím zahájením byla řádově upravena tuhost translačních pružin, aby nedošlo k nestabilitě úlohy za chodu programu. Přibližná doba výpočtu je 30 minut (25:40.2), při kroku 5.3×10^{-5} a rychlosti 8.0 ms^{-1} . Výstupem jsou dva datové soubory, jeden zaznamenává změnu polohy hmotného bodu v čase a druhý změnu úhlové budící frekvence. Po úpravě těchto dvou souborů v tabulkovém editoru zjistíme maximální výchylku hmotného bodu $U = 0.149811 \text{ mm}$ a její odpovídající úhlovou budící frekvenci $\Omega = 9.02 \text{ rads}^{-1}$.

Analytický výraz pro vlastní frekvenci kmitání vícestupňové soustavy se zanedbáním rotační tuhosti viz (1) má tvar:

$$f = \frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot L^3}} \quad (3.6.1)$$

- f vlastní frekvence kmitání vícestupňové soustavy
- λ pro první vlastní frekvenci konzolového nosníku je velikost $\lambda = 1.875$
- E modul pružnosti materiálu
- I moment setrvačnosti průřezu
- M hmotnost konzolového nosníku vícestupňové soustavy, tedy:

$$m = \rho \cdot A \cdot L \quad (3.6.2)$$

- L délka (výška) konzolového nosníku

Po dosazení výše uvedených hodnot vyjde $f = 1.5 \text{ Hz}$. Vyjádřením vlastní úhlové frekvence ze vztahu 1.3.4 dostaneme:

$$\omega = f \cdot 2 \cdot \pi \quad (3.6.3)$$

A tedy vyjde $\omega = 9.42 \text{ rads}^{-1}$. Porovnáním budící frekvence a vlastní úhlové budící frekvence získáme naladění modelu podle vztahu 2.1.1 $r = 0.96$ pro získání větší přesnosti se musí model zjemnit, tj. sestavit z většího počtu hmotných bodů. Datový soubor s modelem je k nalezení v elektronické příloze s názvem: VicestupnovyModel.model.

4. Druhy tlumících zařízení

Aby konstrukce nebyly vystaveny nadměrným změnám výchylek, jsou na ně instalována tlumící zařízení. Umísťují se v bodě s největšími výchylkami a mají podobu kyvadlového tlumiče, pojízdného vozíku, mísy s kulovým tlumičem anebo dvou nádrží s kapalinou.



Obr. 4.1 Schéma kyvadlového tlumiče

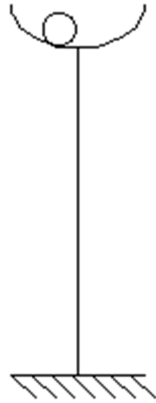
Kyvadlový tlumič funguje na principu kyvadla, hmota je zavěšena na laně a její kyvadlový pohyb snižuje výchylky konstrukce viz (5). Předmětem zkoumání bylo určení efektivní hmotnosti a efektivní délky lana na vícestupňové soustavě.



Obr. 4.2 Schéma pojízdného vozíku

Tlumič v podobě vozíku představuje hmota uchycená mezi oběma pružinami, které přenášejí síly vyvolané změnou polohy vozíku. Tlumič snižuje výchylky konstrukce svou setrvačnou hmotností a

naladění pružin na její vlastní frekvenci. Předmětem analýzy bylo zjištění efektivní hmotnosti modelu vozíku na vícestupňové soustavě.



Obr. 4.3 Schéma misky s kulovým tlumičem

Tlumič kulovitého tvaru se pohybuje v míse vlivem kmitání konstrukce a vlastní hmotnosti uvnitř misky viz (6). Funguje podobně jako kyvadlový tlumič.

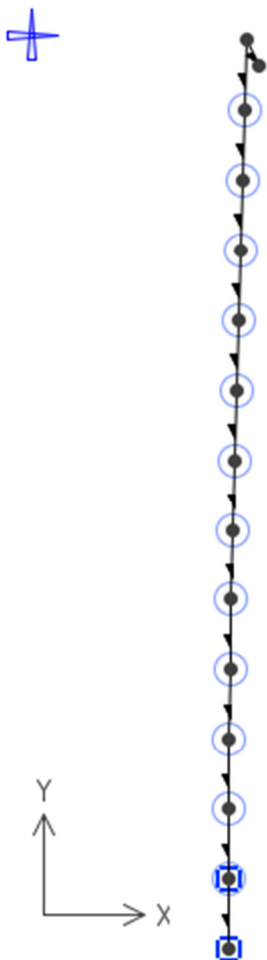


Obr. 4.4 Schéma tlumiče v podobě dvou nádrží s kapalinou

Princip spočívá v přelévání kapaliny v nádržích v nádržích.

5. Vícestupňová soustava se zavěšeným kyvadlovým tlumičem

Na model předem vytvořené vícestupňové soustavy zavěšíme model kyvadla. Ten se skládá z hmotného bodu (hmoty) a translační pružiny (lana), jak zobrazuje obrázek 5.1.



Obr. 5.1 Model vícestupňové soustavy s kyvadlovým tlumičem

Hmotnost zavěšeného hmotného bodu byla postupně měněna. Tuhost translační pružiny byla stejná jako tuhosti ostatních translačních pružin. Frekvence tlumiče je nastavena tak, aby byla blízká frekvenci kmitání modelu vícestupňové soustavy, tedy:

(5.1)

$$f_t \approx f$$

f_t je frekvence kmitání tlumiče

f je frekvence kmitání modelu vícestupňové soustavy

Za tohoto předpokladu budou přibližně shodné i periody kmitů.

(5.2)

$$T_t \approx T$$

T_t perioda doby jednoho kmitu tlumiče

T perioda doby jednoho kmitu víceúhňové soustavy

Velikost frekvence kmitání víceúhňové soustavy známe ze vztahu 3.6.1. Periodu doby jednoho kmitu snadno spočteme ze vztahu 1.3.5. Rovnice pro výpočet periody kyvadlového tlumiče je:

(5.3)

$$T_t = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

T_t perioda jednoho kmitu tlumiče

L délka lana kyvadlového tlumiče

g gravitační zrychlení (podle Tab. 3.2.1)

Za předpokladu že platí vztah 5.2, je délka lana kyvadlového tlumiče jedinou neznámou v této rovnici. Vyjádřením této hodnoty ze vztahu 5.3 získáme:

(5.4)

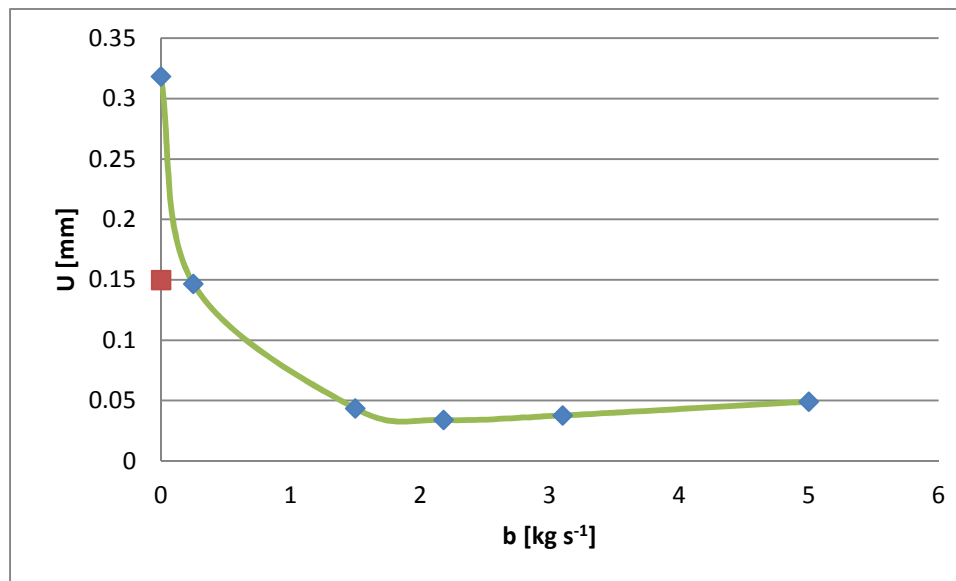
$$L = \frac{T^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2}$$

Délka kyvadlového tlumiče je tedy svislá vzdálenost hmoty od vrcholového hmotného bodu a odpovídá velikosti délky translační pružiny. Analýzou kyvadlového tlumiče bylo

- Zjištění závislosti výchylky na tlumení hmoty
- Zjištění závislosti výchylky na hmotnosti tlumiče
- Zjištění závislosti výchylky na délce lana kyvadlového tlumiče

5.1 Zjištění závislosti výchylky na tlumení hmoty

Model vícestupňové soustavy obsahuje tlumení. V případě že tlumič, který je na soustavě připojen bude postrádat tlumení a kyvadlo se dostane do rezonance, toto kyvadlo překoná dokonce velikost výchylky samotné soustavy. Dokazuje to grafické zobrazení závislosti výchylky na tlumení (Graf 5.1.1) při konstantní hmotnosti a délce kyvadla. Hmotnost kyvadla $M = 0.3\text{kg}$, délka pružiny se získá dosazením hodnot do vztahu 5.4, tedy $L = 0.11\text{m}$. V poměru s modelem je to 3.2% z jeho výšky a podle porovnání hmotnosti kyvadla s hmotností ze vztahu 3.6.2, je to 11.4% z váhy modelu.



Graf 5.1.1 Znázornění závislosti výchylky na tlumení kyvadla

Bod ležící mimo křivku je hodnota výchylky vícestupňové soustavy bez připojeného tlumiče. Z grafu je patrné, že s rostoucím útlumem kyvadla klesá výchylka vícestupňové soustavy. Ta klesá až do optimální hodnoty tlumiče, které se dá přibližně zjistit z následujícího vztahu:

(5.1.1)

$$b_{opt} \approx \frac{m}{M} \cdot d_p$$

b_{opt} optimální hodnota tlumení tlumiče

m hmotnost vícestupňové soustavy (její velikost zjistíme podle vztahu 3.6.2)

M hmotnost kyvadlového tlumiče

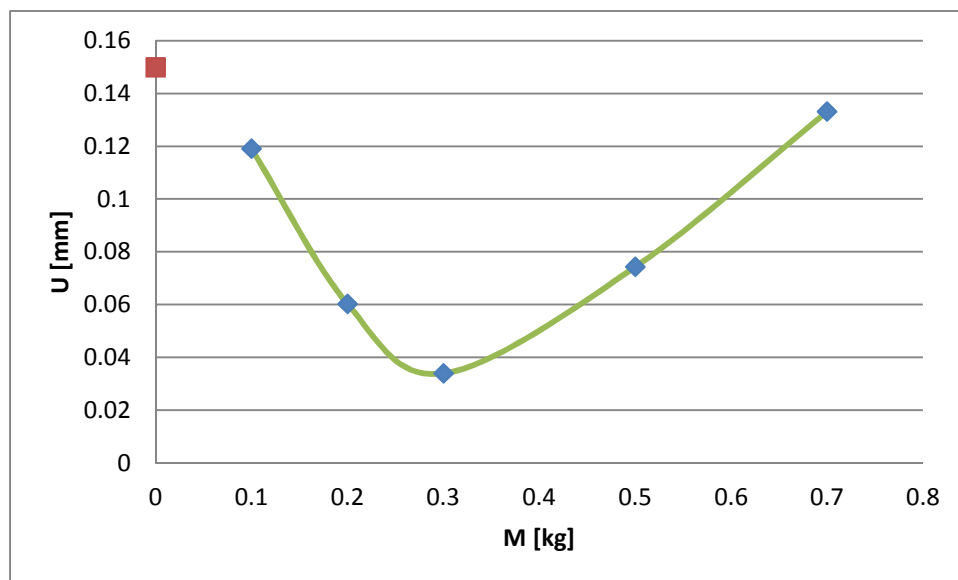
d_p tlumení jednoho hmotného bodu vícestupňové soustavy (viz. Kap. 3.3.1)

Tento empirický získaný vztah vychází z rovnosti tlumící síly na tlumiči a tlumící síly na prutu konstrukce vztažených k jejich hmotnosti. Pokud budeme tlumení hmoty nadále zvyšovat, kupodivu

poroste i výchylka vícestupňové soustavy. Kyvadlový tlumič bude utlumen tak, že samotná konstrukce nepozná jeho aplikaci z hlediska jejího kmitání. Toto řešení nevyhoví na efektivní návrh tlumiče.

5.2 Zjištění závislosti výchylky na hmotnosti tlumiče

Z výrazu 5.3 je patrné, že naladění kyvadlového tlumiče není závislé na jeho hmotnosti. Do modelu vložíme rozdílné hmotnosti kyvadlového tlumiče. Pro následující studii je využito optimální velikosti tlumení z předcházející části. Z předchozího poznatku o optimální tlumiče, uložíme do každé hmotnosti optimální útlum podle vztahu 5.1.1. Délku pružiny neboli vzdálenost tlumené hmoty od vrcholového hmotného bodu ponecháme konstantní, tedy $L=0.11$ m. Výsledkem je graf závislosti výchylky vícestupňové soustavy na změně hmotnosti tlumiče (Graf. 5.2.1).

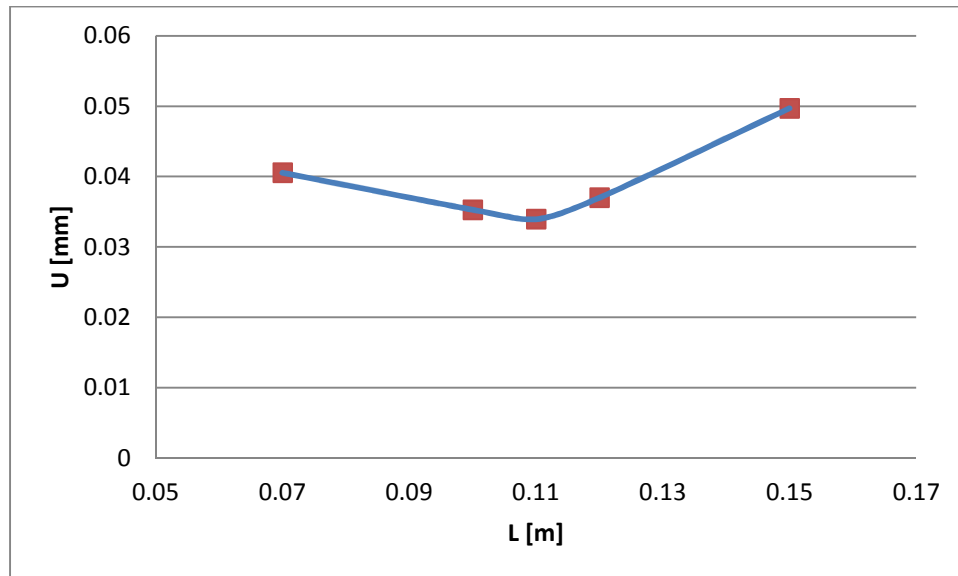


Graf 5.2.1 Závislost výchylky na hmotnosti tlumiče

Jak napovídá grafické zobrazení, výchylka je také závislá na ladění hmotnosti tlumiče. Bod ležící mimo křivku je hodnota výchylky vícestupňové soustavy bez aplikovaného tlumiče. Stejně jako u návrhu tlumících účinků, rapidní snížení nebo zvýšení hmotnosti nevede k efektivnímu návrhu tlumiče. Podle grafu bude ideální hmotností tlumiče cca 0.3kg, což je 11.4% z váhy modelu.

5.3 Zjištění závislosti výchylky na délce kyvadlového tlumiče

Z předchozích poznatků ponecháme modelu neoptimálnější podmínky, tedy váha hmoty $M=0.3\text{kg}$ s tlumením $b = 2.18\text{kg s}^{-1}$. Délka kyvadla, translační pružiny modelu bude proměnná. Na následujícím grafické zobrazení můžeme vidět závislost výchylky vícestupňové soustavy na délce lana.



Graf 5.3.1 Závislost výchylky na délce lana kyvadlového tlumiče

Bod hodnoty výchylky víceúrovňové soustavy bez aplikace tlumiče zde nebyl vyobrazen, protože jeho velikost přesahuje hodnoty výchylek kyvadlového tlumiče pro jednotlivé délky lan. Je zde patrné, že závislost výchylky víceúrovňové soustavy na délce lan není tak markantní v porovnání s ostatními analyzovanými závislostmi. To dokazuje, že platí vztah 5.4 pro návrh délky lana kyvadlového tlumiče.

Pokud tedy bereme v úvahu, že platí vztah 5.1.1 je rozhodujícím faktorem při návrhu kyvadlového tlumiče určení jeho efektivní hmotnosti. Tu můžeme získat s danou přesností pomocí metody půlení intervalů.

5.4. Využití metody půlení intervalů

Podle grafického zobrazení (Graf 5.2.1) vidíme, že efektivní hmotnost tlumiče je 0.3 kg. Ta ale může být pro optimální naladění modelu nižší nebo vyšší. Protože nevíme přesně, zdali výchylka za hmotností 0.3kg klesá nebo stoupá, zvolíme tedy takový interval, kdy je hodnota hmotnosti 0.3kg půlícím výsledkem. Například <0.25; 0.35>:

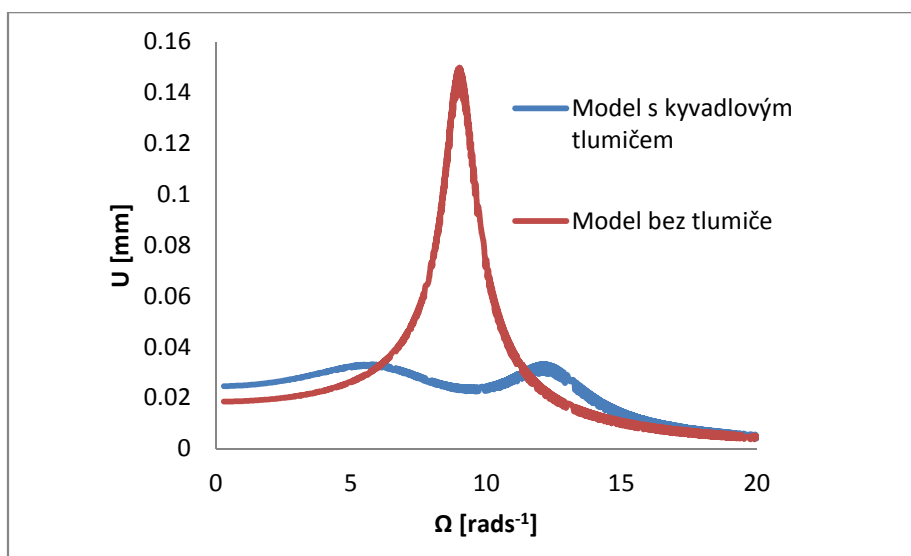
$$\frac{0.25 + 0.35}{2} = 0.3$$

- Zjistíme hodnoty maximálních výchylek při hmotnosti 0.25kg a 0.35kg, tedy $U_{0,25}$ a $U_{0,35}$ (nezapomenout, že při změně hmotnosti se mění i hodnoty odpovídajícího tlumení)
- Vybereme si hranici, o které víme, že je v ní výchylka nižší. V případě tohoto měření byl zvolen interval <0.25; 0.3>, ze kterého zjistíme poloviční hodnotu intervalu hmotností:

$$\frac{0,25 + 0,3}{2} = 0,275 = U_{0,275}$$

- Pokud bude hodnota maximální výchylky vyšší než maximální hodnota výchylky při hmotnosti 0,3kg, jinak řečeno $U_{0,275} > U_{0,3}$, posune se interval podle grafického zobrazení doprava $\langle 0.275; 0.3 \rangle$, v opačném případě posuneme interval podle grafického zobrazení doleva $\langle 0.25; 0.275 \rangle$
- Získáme tak nový interval buď $\langle 0.275; 0.3 \rangle$ nebo $\langle 0.25; 0.3 \rangle$, který znovu rozpůlíme a postup opakujeme dokud nedosáhneme požadované přesnosti.
- Nevýhoda této metody tkví v odhadu počátečního intervalu, může se stát, že zvolíme takový rozsah, v němž výchylka klesá za hranicí intervalu, taková chyba se nakonec odhalí až při konci řešení a jedinou možností je zvětšit (rozšířit interval) a výpočet opakovat

V našem případě bylo měření ukončeno, když se číslice přestala měnit na místě tisíciny. Hodnota hmotnosti efektivního tlumiče vyšla po zaokrouhlení $M = 0.295\text{kg}$.

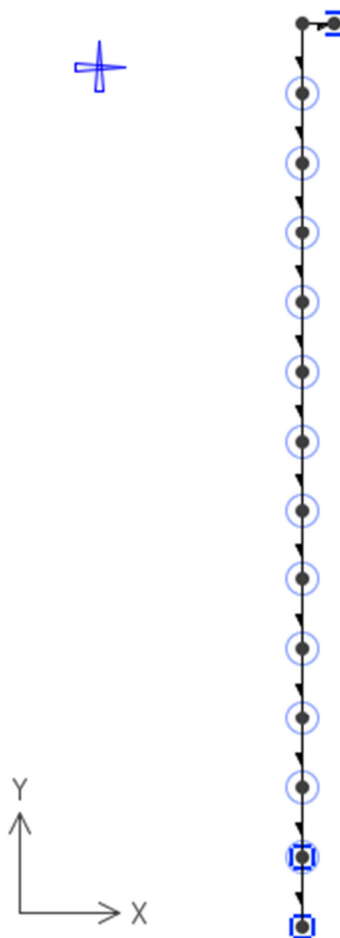


Graf 5.4.1 Porovnání modelů bez tlumiče a s kyvadlovým tlumičem

Na grafickém obrázku můžeme vidět rozdíl výchylek víceúhlové soustavy při použití kyvadlového tlumiče. Maximální výchylka modelu víceúhlové soustavy bez aplikovaného tlumiče je $U=0.15\text{mm}$, kdežto maximální výchylka modelu s použitým kyvadlovým tlumičem je $U_t=0.0334\text{mm}$. Přidáním kyvadlového tlumiče do modelu víceúhlové soustavy redukuje výchylku o 77.7%. Přibližně optimálně naladěný kyvadlový tlumič pro model víceúhlové soustavy má tyto hodnoty: $M=0.295\text{kg}$ k tomu odpovídající $b=2.22\text{kg s}^{-1}$ a $L=0.11\text{m}$. Model víceúhlové soustavy je možný k prozkoumání v elektronické příloze pod názvem: KyvadlovyTlumic.model.

6. Vícestupňová soustava s vozíkovým tlumičem

Model vozíkového tlumiče se skládá z hmotného bodu a translační pružiny (Obr. 6.1). Na rozdíl od kyvadla není hmota volně zavěšena, ale je jí znemožněn posun ve svislém směru. Délka translační pružiny je nastavena tak, aby do výpočtu nijak nezasahovala. Zato tlumení hmotného bodu a tuhost translační pružiny jsou závislé na velikosti hmotnosti vozíku.



Obr. 6.1 Model vícestupňové soustavy s vozíkovým tlumičem

Tuhost přípojně pružiny vozíkového tlumiče zjistíme vyjádřením ze vztahu 1.3.3:

(6.1)

$$k = \omega^2 \cdot m$$

k tuhost translační pružiny vozíkového tlumiče

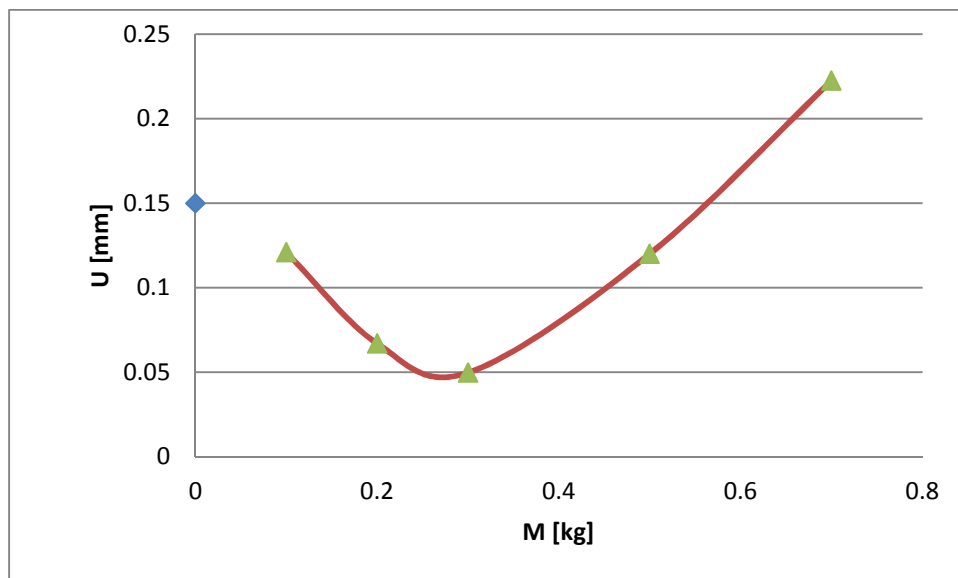
ω vlastní úhlová frekvence modelu vícestupňové soustavy (viz. Kap. 3.6 podle vztahu 3.6.3)

m hmotnost vozíkového tlumiče

Protože předpokládáme, že platí vztah 5.1.1, bude hmotnost vozíkového tlumiče jediná proměnná, kterou budeme potřebovat k jeho efektivnímu návrhu. Aby model znázorněný na obr. 6.1 fungoval správně, je třeba virtuálně přesunout hmotu tlumiče do vrcholového hmotného bodu. Je to proto, že ve zvoleném modelu má vozíkový tlumič zabráněn svislý pohyb a tudíž vícestupňová soustava nenese jeho tíhu. Tento způsob modelování byl zvolen z důvodu jednoduchosti.

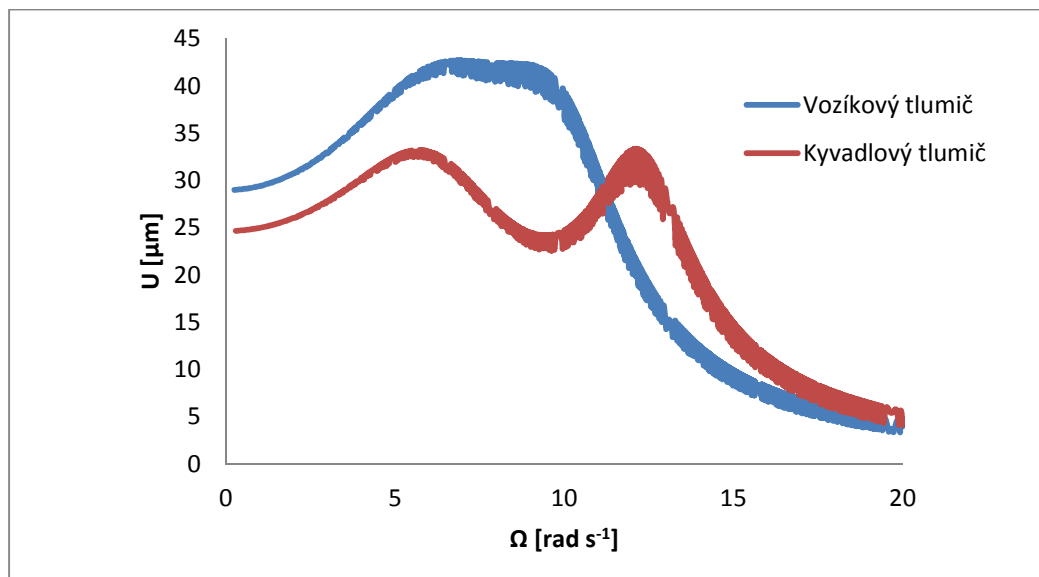
6.1 Zjištění závislosti výchylky na velikosti hmotnosti vozíkového tlumiče

Do modelu vložíme rozdílné velikosti hmotností vozíkového tlumiče. Nesmíme však zapomenout ke každé hmotnosti přiřadit patřičnou velikost odpovídajícího tlumení a velikost odpovídající tuhosti. Tuhost vložíme jako pružinovou funkci, kterou použijeme při vytváření translační pružiny spojující vrcholový hmotný bod a tlumič.



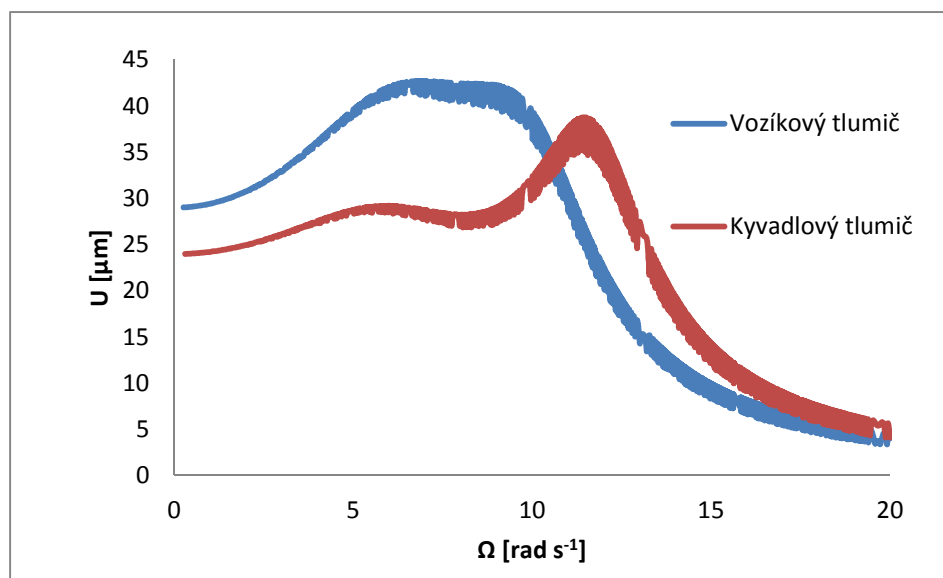
Graf 6.1 Závislost výchylky vícestupňové soustavy na hmotnosti vozíkového tlumiče

Bod ležící mimo křivku, je velikost výchylky vícestupňové soustavy bez aplikace vozíkového tlumiče. Z grafu jde vidět, že návrh hmotnosti vozíkového tlumiče může být poněkud komplikovanější, protože hmota těžší jak 0.5kg nebo lehčí jak 0.1kg už může způsobovat na modelu větší výchylky, než kdyby byla soustava bez tlumícího zařízení. Metodou půlení intervalů, popsané v kapitole 5.4, zjistíme efektivní hmotnost vozíkového tlumiče.



Graf 6.2 Porovnání vozíkového tlumiče s kyvadlovým

Na grafickém zobrazení můžeme vidět porovnání efektivně naladěných tlumičů vzhledem k výchylce vícestupňové soustavy modelu. Maximální výchylka vozíkového tlumiče byla $U_v=42.7\mu\text{m}$, kdežto výchylka kyvadlového tlumiče byla $U_k=33.4\mu\text{m}$. Za použití vozíkového tlumiče na vícestupňovou soustavu se sníží maximální výchylka o 71.5%. Porovnáním hmotností jednotlivých tlumičů, vychází vozíkový tlumič lehčí než kyvadlový.



Graf 6.3 Porovnání vozíkového a kyvadlového tlumiče při zachování stejné hmotnosti

Pokud kyvadlový tlumič optimálně nenaladíme a ponecháme stejnou hmotnost, jakou má efektivně naladěný vozíkový tlumič, bude výchylka modelu vícestupňové soustavy stále menší za aplikace kyvadlového tlumiče. Z toho plyne, že použití vozíkového tlumiče na model vícestupňové soustavy za účelem snížení maximální výchylky není tak efektivní, jako aplikace kyvadlového tlumiče.

Model vícestupňové soustavy s vozíkovým tlumičem je k nalezení v elektronické příloze pod názvem: VozikovyTlumic.model.

Závěr:

Práce byla zaměřena na modelování tlumičů kmitání. Tlumící zařízení jsou důležitou součástí konstrukce pro redukování její výchylky způsobené vlastním kmitáním, účinky větru nebo otřesy půdy. Před jejich modelováním byly vysvětleny jednotlivé druhy. Modelování se soustředilo na zjištění chování konstrukce s kyvadlovým a vozíkovým tlumičem.

Modely byly analyzovány numerickým a analytickým výpočtem. Analytický výpočet se provedl pomocí programu vytvořeného v jazyce Visual Basic. K numerické analýze došlo za pomoci Java aplikace FyDiK2D, kde byly oba modely vytvořeny. Pro vystižení harmonického zatížení bylo potřeba zahrnout do modelu objekty s funkcemi TRIANGULARTIMEFUNCTION a SINUSTIMEFUNCTION. Analytické řešení sloužilo jako kontrola správné funkčnosti modelu v podélném a v příčném směru. Model namáhaný v příčném směru vykazoval větší výchylky než model namáhaný ve směru podélném.

Pro snadnější modelování a úpravy (zjemnění modelu) bylo použito programovacího jazyka Visual Basic, ve kterém byl vytvořen datový soubor s objekty modelu vícestupňové soustavy. Tento soubor byl následně načten Java aplikací FyDiK2D. Výpočtem pro vlastní frekvenci kmitání vícestupňové soustavy se zanedbáním rotační tuhosti byla ověřena správná funkčnost modelu.

Při modelování kyvadlového tlumícího zařízení musíme dát pozor na aspekt zahrnutí tlumení do hmoty kyvadlového tlumiče, protože při větším tlumení kupodivu roste výchylka vícestupňové soustavy. Prokázalo se, že výchylka vícestupňové soustavy není tak závislá na délce lana připojeného kyvadlového tlumiče jako na aplikované hmotnosti kyvadla.

Při testování efektivnosti kyvadlového a vozíkového tlumiče ve smyslu snížení maximální výchylky modelu, vyšla aplikace kyvadlového tlumiče jednoznačně účinnější.

Seznam elektronických příloh:

- Visual Basic: 1) ZobrazeníZávislostiVýchylkyNaBudícíFrekvenci
 2) ModelVicestupnoveSoustavy
- FyDik2D: 3) JednostupnovaSoustavaVerze1.model
 4) JednostupnovaSoustavaVerze2.model
 5) VicestupnovyModel.model
 6) KyvadlovyTlumic.model
 7) VozikovyTlumic.model

Seznam použitých zdrojů:

- (1) R. Brepta, L. Půst, F. Turek: Mechanické kmitání, Technický průvodce 71
Praha, Sobotáles, 1994
- (2) J. Macur, M. Menšík, T. Apeltauer: Informatika II, Modul 01, Algoritmizace a programování v inženýrských úlohách, studijní opory
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební
- (3) J. Macur, M. Menšík: Informatika II, Modul 02, Algoritmizace a programování v inženýrských úlohách, studijní opory
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební
- (4) J. Macur, M. Menšík: Informatika II, Modul 03, Algoritmizace a programování v inženýrských úlohách, studijní opory
Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební
- (5) J. Náprstek, C. Fischer: Auto-parametric character of a structure coupled with a spherical pendulum damper
National Conference with International Participation, Engineering mechanics 2008, Svratka, Czech Republic, 2008
- (6) J. Náprstek, M. Pirner: Dynamics of a spherical vibration absorber
National Conference with International Participation, Engineering mechanics 2003, Svratka, Czech Republic, 2003
- (7) P. Frantík, FyDiK2D Application, <http://www.kitnarf.cz/fydik>, 2010
- (8) Tuned mass damper. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2013-01-09]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Tuned_mass_damper
- (9) Pendulum. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2013-01-09]. Dostupné z: <http://en.wikipedia.org/wiki/Pendulum>
- (10) Hustota pevných látek. *Converter* [online]. 2002 [cit. 2013-01-09]. Dostupné z: <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-pevne.htm>
- (11) Modul pružnosti. *Fyzika* [online]. 2001 [cit. 2013-01-09]. Dostupné z: <http://www.fyzika.sk/Data/tab2.htm>