

**Univerzita Hradec Králové**

**Přírodovědecká fakulta**

**Katedra matematiky**

Badatelsky orientovaná výuka matematiky na střední škole

Diplomová práce

Autor: Bc. Kateřina Holoubková

Studijní program: N1101 - Matematika

Studijní obor: Učitelství matematiky pro střední školy - Učitelství pro střední školy  
– základy společenských věd

Vedoucí práce: PhDr. Cachová Jana, Ph.D.



## Zadání diplomové práce

<b>Autor:</b>	<b>Kateřina Holoubková</b>
Studium:	S19MA007NP
Studijní program:	N1101 Matematika
Studijní obor:	Učitelství matematiky pro střední školy, Učitelství pro střední školy - základy společenských věd
<b>Název diplomové práce:</b>	<b>Badatelsky orientovaná výuka matematiky na střední škole</b>
Název diplomové práce AJ:	Inquiry-Based Mathematics Education in Secondary School

### Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Ačkoliv se v posledních deseti letech badatelsky orientovaná výuka začíná prosazovat do praxe, stále chybí dostatek konkrétních materiálů, ze kterých by mohli učitelé matematiky na středních školách při její realizaci vycházet. Diplomová práce se proto zaměří na konkretizaci badatelsky orientované výuky matematiky na středních školách prostřednictvím vybraných tematických celků. V teoretické části práce vymezí pojem badatelsky orientovaná výuka, zaměří se na její možné podoby, ukáže přínosy pro žáky i učitele. V praktické části práce nabídne přípravy do hodin s badatelsky orientovanou výukou. Vybraná témata budou ověřena ve školní praxi.

DOORMAN, Michiel, Vincent JONKER a Monica WIJERS, SUK, Jan, Martin BÍLEK a Veronika MACHKOVÁ, ed. Matematika a přírodní vědy pro život: badatelsky orientovaná výuka a svět práce: čtyři roky evropské spolupráce v rámci projektu MaSciL. Hradec Králové: Gaudeamus, 2016. ISBN 978-80-7435-662-9.

PECH, Pavel, Lenka ČINČUROVÁ, Martin GÜNZEL, et al. Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2015. ISBN 978-80-7394-531-2.

DOSTÁL, Jiří. Badatelsky orientovaná výuka: kompetence učitelů k její realizaci v technických a přírodovědných předmětech na základních školách. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. ISBN 978-80-244-4515-1.

SAMKOVÁ, L., HOŠPESOVÁ, A., ROUBÍČEK, F., TICHÁ, M. (2015) Badatelsky orientované vyučování matematice. Scientia in educatione, 6(1), str. 91-122, ISSN: 1804-7106. Dostupné z <https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/154/145>

SAMKOVÁ, L. Badatelské úlohy ve vyučování matematice. Sborník 8. konference Užití počítačů ve výuce matematiky, str. 116-131, ISBN 978-80-7394-677-7

Garantující pracoviště: Katedra matematiky,  
Přírodovědecká fakulta

Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

Oponent: Ing. Mgr. Eva Trojovská

Datum zadání závěrečné práce: 26.2.2020

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, ze kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne 22.6.2021

*Kateřina Holoubková*  
Kateřina Holoubková

## Poděkování

Na tomto místě bych chtěla poděkovat především své vedoucí diplomové práce paní PhDr. Janě Cachové, Ph.D. za odborné vedení, věcné připomínky, velkou trpělivost, ochotnou snahu pomoci a rychlost odpovědí. Také bych zde ráda poděkovala svému manželovi a mamince, za trpělivost, podporu a pochopení.

## **Anotace**

HOLOUBKOVÁ, Kateřina. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky na střední škole*. Hradec Králové, 2021. Diplomová práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí diplomové práce Jana Cachová. 88 s.

Ačkoliv se v posledních deseti letech badatelsky orientovaná výuka začíná prosazovat do praxe, stále chybí dostatek konkrétních materiálů, ze kterých by mohli učitelé matematiky na středních školách při její realizaci vycházet. Diplomová práce se proto zaměří na konkretizaci badatelsky orientované výuky matematiky na středních školách prostřednictvím vybraných tematických celků. V teoretické části práce vymezí pojem badatelsky orientovaná výuka, zaměří se na její možné podoby, ukáže přínosy pro žáky i učitele. V praktické části práce nabídne přípravy do hodin s badatelsky orientovanou výukou. Vybraná témata budou ověřena ve školní praxi.

## **Klíčová slova**

badatelsky orientovaná výuka, bádání, matematika, střední škola

## **Anotation**

HOLOUBKOVÁ, Kateřina. *Inquiry - Based Mathematics Education in Secondary School*. Hradec Králové, 2021. Diploma Thesis at Faculty of Science University of Hradec Králové. Thesis Supervisor Jana Cachová. 88 p.

Although inquiry - based education has begun to be put into practice in the last ten years, there is still a lack of specific materials on which mathematics teachers at secondary schools could base their implementation. The diploma thesis will therefore focus on the concretization of research-oriented teaching of mathematics at secondary schools through selected thematic units. The theoretical part of the thesis defines the concept of inquiry - based education, focuses on its possible forms, shows the benefits for students and teachers. In the practical part of the work will offer preparations for lessons with research-oriented teaching. Selected topics will be verified in school practice.

## **Keywords**

inquiry-based mathematics education, inquiry, mathematics, high school

# Obsah

Úvod.....	8
1 Teoretická část .....	9
1.1 Vymezení pojmu badatelsky orientovaná výuka.....	9
1.2 Badatelsky orientovaná výuka a jiné organizační formy výuky.....	11
1.2.1 BOV a problémová výuka.....	11
1.2.2 BOV a projektová výuka .....	12
1.2.3 BOV a skupinová a kooperativní výuka .....	12
1.2.4 Konstruktivismus.....	13
1.2.5 Tradiční vyučování .....	13
1.3 Výukové metody využívané při badatelsky orientované výuce.....	14
1.3.1 Metoda problémové výkladu.....	14
1.3.2 Heuristická metoda .....	14
1.3.3 Výzkumná metoda.....	15
1.4 Čtyři kroky BOV.....	15
1.4.1 První krok.....	16
1.4.2 Druhý krok.....	17
1.4.3 Třetí krok.....	18
1.4.4 Čtvrtý krok.....	19
1.5 Úrovně badatelsky orientované výuky.....	22
1.5.1 Otevřené bádání .....	22
1.5.2 Nasměřované bádání.....	23
1.5.3 Strukturovaného bádání.....	23
1.5.4 Potvrzující bádání.....	23
1.6 Role žáka a učitele v badatelsky orientované výuce .....	24
1.6.1 Role učitele .....	24
1.6.2 Role žáka.....	25
1.7 Proč zavádět BOV do vyučování .....	27
1.8 Nevýhody BOV .....	29
1.9 Badatelsky orientovaná výuka v matematice .....	32
1.10 Metody badatelsky orientované výuky matematiky.....	33
1.10.1 Učení řešením úloh a problémů.....	33
1.10.2 Teorie didaktických situací.....	34
1.10.3 Realistické matematické vzdělávání .....	34
1.10.4 Matematické modelování.....	34

1.11	Badatelské úlohy .....	35
1.11.1	Úlohy informačně strohé .....	35
1.11.2	Úlohy informačně hutné.....	36
1.11.3	Úlohy hierarchicky složené.....	36
1.11.4	Úlohy s dynamickým vstupem.....	37
1.11.5	Úlohy s dynamickým výstupem .....	37
1.12	Jak badatelské úlohy vybírat.....	38
1.13	Vývoj BOV v České republice .....	39
1.14	Školy v ČR využívající BOV.....	40
2	Praktická část.....	44
2.1	Vzorové přípravy do hodin BOVM.....	45
2.1.1	Námět č. 1: Kuželosečky – Sečení kužele.....	46
2.1.2	Námět č. 2: Aritmetická posloupnost – Co vymyslel Gauss? .....	50
2.1.3	Námět č. 3: Exponenciální funkce – Jak rychle se mohou šířit dezinformace? .....	54
2.1.4	Námět č. 4: Velikost vnitřních úhlů pravidelného mnohoúhelníku – Spolusedící u stolu.....	59
2.1.5	Námět č. 5: Geometrická posloupnost – Jak rychle se množí bakterie? .....	62
2.1.6	Námět č. 6: Statistika – Co vystihuje naši třídu?.....	66
2.1.7	Námět č. 7: Variace – Kdo z nás bude vítěz? .....	69
2.2	Reflexe .....	73
	Závěr.....	80
	Zdroje:.....	82
	Přílohy .....	I

## Úvod

Diplomová práce Badatelsky orientovaná výuka matematiky na střední škole se zaměřuje na konkretizaci badatelsky orientované výuky matematiky na střední škole prostřednictvím vybraných tematických celků.

Ačkoli se badatelsky orientovaná výuka začíná postupně ve školách prosazovat, objevuje se stále především na základních školách. Tato práce se pokusí ukázat, že je velmi vhodné zařazovat badatelsky orientovanou výuku i na středních školách, kde se ale badatelsky orientovaná výuka objevuje stále jenom výjimečně a převážně v přírodovědných předmětech, nikoli v matematice. Důvodem může být i nedostatek materiálů, ze kterých by učitelé na středních školách mohli při badatelsky vedených hodinách matematiky vycházet, a proto práce přichází s náměty do badatelsky vedených hodin.

Diplomová práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části práce bude vymezen pojem badatelsky orientovaná výuka, budou ukázány její možné podoby a přínosy pro žáky i učitele a také porovnání či propojení s dalšími formami a metodami výuky. Následně se práce zaměří na metody, které využívá badatelsky orientovaná výuka matematiky. Na konci teoretické části bude uveden přehled škol v České republice, které nějakým způsobem badatelsky orientovanou výuku zapojují do svých hodin.

Praktická část práce nabídne přípravy do hodin matematiky na střední škole s badatelsky orientovanou výukou. Vybraná témata budou ověřena ve školní praxi.



# 1 Teoretická část

## 1.1 Vymezení pojmu badatelsky orientovaná výuka

Začněme otázkou, co vůbec badatelsky orientovaná výuka (ve zkratce BOV) je? Jiří Dostál [6] uvádí, že lze vyzorovat dva směry přístupu, přičemž při užším pojetí spočívá podstata BOV v řešení problémů a BOV lze tak chápat jako ekvivalent k problémové výuce (vymezení problémové výuky se budeme věnovat v další kapitole), kdežto v širším pojetí badatelsky orientované výuky má řešení problémů významnou roli, ale přesahuje problémovou výuku, nevyčerpává se pouze řešením problému, přesahuje jeho rámec (analýza problémů, hledání potřebných informací, formulace hypotéz, jejich testování a následné potvrzování nebo vyvracení) a má odlišné cíle. [6, s. 27-28] Badatelsky orientovanou výuku tedy chápeme jako *výuku zaměřenou na bádání se všemi souvislostmi, včetně vlastního bádání, a ne založenou pouze na řešení problému.* [6, s.29] Základ BOV spočívá v tom, že žák relativně sám aktivně získává poznatky, které si má osvojit, čímž si mj. *osvojuje badatelské postupy, rozvíjí vnímání a v neposlední řadě se učí badatelsky myslet.* [6, s. 31-32]

Badatelsky orientovaná výuka dále jako celek zahrnuje kromě řešení problému i instruktivismus, při němž žák dostává instrukce, které podporují (můžeme říci i usměrňují či řídí) jeho bádání. Součástí BOV musí být i poznatkový přenos, neboť není možné něco zkoumat bez znalostního základu [6, s. 31-32], a proto badatelsky orientovaná výuka *není postavena pouze na badatelských aktivitách, ale zahrnuje i dílčí aktivity specifické pro tradiční pojetí výuky* [6, s. 43] (tradiční výuka bude vysvětlena v následující kapitole). Badatelskou aktivitu lze chápat ve dvou významech, a to buď jako soubor jednotlivých badatelských aktivit, nebo jako nenucenou přirozenou aktivitu žáka při bádání. [6, s. 46] Badatelsky orientovaná výuka badatelské aktivity pochopitelně zahrnuje, nicméně není nutné, aby byly zařazeny do každé vyučovací hodiny, neboť je i pro bádání potřeba žákův znalostní základ, který může být žákovi předán tradiční formou výkladu učitele, kdy žák od učitele nekriticky přijímá informace, přijímá je jako pravdivé, jako fakt, který není potřeba rozporovat. [6, s. 43]

Na českém webovém portále zaměřujícím se na badatelskou výuku Badatelé.cz se můžeme dočíst, že badatelsky orientovaná výuka je výuka podporující konstruktivismus za pomoci aktivizujících metod, jako je například heuristická metoda, metoda

problémového vyučování nebo projektová výuka (jednotlivé metody a formy výuky budou vysvětleny v následující kapitole). BOV využívá situací, kdy žák něčemu nerozumí, což vede k žákově aktivizaci a touze „přijít věci na kloub“, přijít na to, jak věci fungují, což je vstupní podmínka pro bádání. Díky této metodě dochází u žáků k rozvoji kritického myšlení a probuzení motivace k samostatnému bádání. [4] Průvodce pro učitele badatelsky orientovaným vyučováním uvádí změnu úlohy učitele, kdy učitel nepředává poznatky výkladem, ale předkládá problémové úlohy, kde žáci řeší rozpor, otázku, na kterou učitel žákům neodpovídá přímo, ale společně hledají cestu k řešení problému či odpovědi na otázku. Při BOV by se žák měl nejprve pokusit problém vyřešit samostatně, je důležité, aby sám vymýšlel řešení, přicházel s nápady a nebál se udělat chybu. [1, s. 15] Ideálně žák *klade otázky, formuluje hypotézy, plánuje postup jejich ověření, provádí pokus, vyhledává a třídí informace z různých zdrojů, vyhodnocuje výsledky a formuluje závěry, které nakonec prezentuje před ostatními*. [2, s. 6] BOV napomáhá přirozená zvědavost dětí. Témata jsou propojena s jejich běžným životem a žáky tak více baví. Cílem BOV je získat zpět ztracené nadšení žáků nejen pro přírodovědné předměty. [1, s. 15]

V publikaci Jihočeské univerzity [5] je badatelsky orientované vyučování chápáno jako *vyučování založené na tzv. bádání (anglicky inquiry), přičemž proces bádání tak nejlépe probíhá jako souhra známého a neznámého v situacích, které jsou podnětné nebo něčím zajímavé* [5, s. 14], *v situacích, kdy se jednotlivec nebo skupina jednotlivců potýkají s nějakou výzvou*. [9, s. 101]

Evropský projekt Fibonacci, zaměřený na badatelsky orientované vyučování přírodních věd a matematiky, přichází s první definicí BOV pro matematiku: *Badatelsky orientované vyučování matematiky odkazuje na vzdělávání, které studentům a žákům neprezentuje matematiku jako hotovou strukturu určenou k osvojení. Spíše jim nabízí možnost vyzkoušet si, jak se matematické znalosti tvoří, a to prostřednictvím osobních i kolektivních pokusů*. [5, s. 15] Stejně jako v jiných oborech, tak i v matematice začíná bádání položením otázky či zjištěním jakéhosi problému. Nalezení odpovědi na ony otázky či řešení daného problému spočívá v pozorování, zkoumání nebo experimentování, ať již se jedná o myšlenkový nebo skutečný experiment. Inspiraci při řešení je možné hledat v již dříve řešených úlohách, a za využití již známých matematických postupů. Je potřeba, aby žáci přijali za své, že *ve vědě neexistuje žádný univerzální postup – vědecká metoda, která by spolehlivě vedla k získání nových vědeckých poznatků*. [5, s. 16] Bádání ve výuce podobně

jako bádání ve vědě může mít základ buď praktický, kdy řešíme nějaký praktický problém, známe cíl, ale nevíme, jak se k němu dopracovat, nebo má bádání teoretický základ, kdy si všímáme zajímavostí, teoretických souvislostí a zajímá nás, co z toho vyplývá, neboli víme, jak se dopracovat k výsledku, ale nevíme, jaký výsledek dostaneme. Smysl mají oba typy bádání, neboť z historie matematiky je zřejmé, že velké objevy vznikly neočekávaně, kdy si matematici uvědomili zajímavé vztahy mezi různými oblastmi matematiky při snahách o praktické využití matematiky. [5, s. 17-18]

V této práci budeme BOV chápat jako soubor aktivit žáka, neomezíme se jen na řešení problému. Badatelsky orientované úlohy v druhé části této práce BOV budou sestávat z formulace problému učitelem a stanovení výzkumné otázky, úkolem žáků bude kromě vyřešení problému také problém analyzovat – dohledat potřebné informace, potvrdit či vyvrátit stanovenou hypotézu, shrnout získané výsledky do závěru a představit je ostatním spolužákům.

Ukázali jsme, že BOV lze chápat podobně jako problémovou výuku, že se značně liší od tradiční výuky a že využívá aktivizujících metod, jako je například heuristická metoda, metoda problémového vyučování nebo projektová výuka. V následujících dvou kapitolách tyto pojmy blíže upřesníme.

## **1.2 Badatelsky orientovaná výuka a jiné organizační formy výuky**

Pod pojmem forma výuky rozumíme uspořádání vyučování, tedy *způsob organizace činnosti žáka a učitele při vyučování*. [12, s. 293]

### **1.2.1 BOV a problémová výuka**

Asi nejbliže k sobě mají BOV a problémová výuka, neboť k oběma přístupům výuky se váže pojem *problém*. Ten je v didaktice chápán jako *učební úloha, na kterou žáci neznají odpověď a musí se k ní na základě osobních aktivit za pomoci učitele dopracovat*. [12, s. 310] Badatelsky pojatá výuka zahrnuje formulaci i řešení problému, ale to není vše. Jak jsme již uvedli v kapitole 1.1 Vymezení pojmu badatelsky orientovaná výuka, úlohy v rámci BOV zahrnují více situací a možností jejich řešení, neomezují se jen na řešení problému. Dostál jako příklad uvádí laboratorní práci zaměřenou na důkaz platnosti, při níž žák využívá badatelských metod, avšak neřeší problém, neboť žák zná cíl. [6, s. 52-53]

Dále také *ne všechna řešení problémů spočívají v bádání a objevování nových postupů a prostředků*. Máme problémy, které mají specifické cíle a jasně definované způsoby řešení

a očekávané výsledky řešení. Problém je zde chápán jako *podmínka, situace nebo stav, které jsou nevyřešené, nechtěné nebo nežádoucí*. Dostál uvádí jako příklad poruchu vozidla na silnici. Nastala nežádoucí situace, ale víme, jak situaci řešit, víme, že musíme vozidlo odstavit, překážku na silnici označit a zavolat odtahovou službu. Teprve v případě, kdy nenalzáme řešení, nastává prostor pro objevování a bádání. [6, s. 54] Pro ještě zřejmější představu vymezení problémové výuky a badatelsky orientované výuky přikládám Dostálovo schéma. [6, s. 54]



Obrázek 1: Znázornění vzájemného vztahu badatelsky orientované výuky a problémové výuky [6, s.54]

### 1.2.2 BOV a projektová výuka

Podobné znaky s BOV vykazuje i projektová výuka, která je založena na tom, že žáci *mají s pomocí vyučujícího řešit určitý úkol komplexního charakteru (projekt), který buď přímo vychází z praktických potřeb, nebo je alespoň s praxí úzce spojený. Předložený úkol musí být pro žáky zajímavý a významný, aby se s jeho řešením identifikovali, aby jej přijali za svůj a jako takový jej se zájmem řešili*. [12, s. 299] Projekt, který se stává středem zájmu, musí být propojený s učební látkou, zároveň ale propojuje více učebních předmětů. I projektová výuka se obdobně jako BOV skládá z několika dílčích fází, jako je zpracování záměru projektu (stanovení smyslu a cíle projektu), zpracování plánu (detailní rozpis jednotlivých kroků), vlastní provedení projektu, kdy učitel by neměl žákům do práce zasahovat, spíše být pomocníkem jen v případě nutnosti, a poslední fází je vyhodnocení projektu, na němž se podílejí jak žáci, tak učitel. Stejně jako BOV, tak i projektová výuka rozvíjí u žáků schopnost spolupráce, schopnost řešit problémy, zároveň je u žáků rozvíjena jejich tvořivost a smysl pro odpovědnost za svou práci. [12, s. 300]

### 1.2.3 BOV a skupinová a kooperativní výuka

BOV využívá jako formu výuky rozdělení třídy žáků do menších skupin, tedy tzv. skupinového vyučování. Kritérium pro rozdělení žáků a velikost skupiny je

na rozhodnutí učitele. *Práce ve skupině zlepšuje průběh učení a žáci tak mohou dosáhnout lepších výsledků.* [12, s. 303] Práce ve skupině vyžaduje dobrou komunikaci mezi žáky a schopnost spolupráce, takovýto přístup můžeme označit jako kooperativní výuka. U kooperativního učení je soutěživost žáků nahrazena vzájemnou spoluprací (stejně jako u BOV), žáci komunikují nejen mezi spolužáky své skupiny, ale také skupiny komunikují mezi sebou, a tak nedochází pouze k získávání vědomostí, ale žáci se také zlepšují v sociálních dovednostech, kdy se u nich rozvíjí schopnost vzájemné komunikace a kooperace, což je jedna z potřebných kompetencí pro budoucí pracovní život žáka. Na rozdíl od tradičního vyučování je zde učitel hlavně poradcem a koordinátorem. [12, s. 301-302] Co je tradiční vyučování, objasníme v následujícím odstavci.

#### **1.2.4 Konstruktivismus**

V první kapitole při vymezení pojmu BOV jsme uvedli, že BOV uplatňuje konstruktivistický přístup k vyučování, což znamená, že žák poznává prostřednictvím konstruování neboli že žák *spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur, rekonstruuje stávající struktury a provádí s nimi mentální operace.* Toto vymezení také označujeme jako *kognitivní konstruktivismus.* [13, s. 131] Konstruktivismus zahrnuje i tzv. *sociální konstruktivismus*, který zdůrazňuje vedle procesu poznávání i velmi důležitou roli sociální interakce, čehož lze dosáhnout *kooperativním učením.* Konstruktivismus *prosazuje ve výuce řešení problémů ze života, tvořivé myšlení, práci dětí ve skupinách a méně teorie a drilu. Způsoby výuky zdůrazňují manipulaci s předměty, např. v matematice se pracuje s nejrůznějšími hlavolamy a stavebnicemi.* [13, s. 131–132] Konstruktivismus ve výuce je také někdy chápán jako opak tradičního (upřesněno v následujícím odstavci) nebo také *transmisivního vyučování*, při němž učitel předává žákům hotové informace a ty se je potom učí z paměti, žáci nevykonávají žádnou aktivitu, jsou pasivními příjemci informací určených k zapamatování. Takto jsou sice žákovi předány znalosti, ale jejich význam nebo smysl žákům uniká, nelze jim je předat, ten si musí žáci sami zkonstruovat právě aktivní prací s učivem. [12, s. 49] Někdy se ještě v matematice odlišuje i tzv. *instruktivní vyučování*, což je vykonávání naučených postupů bez jejich hlubšího porozumění.

#### **1.2.5 Tradiční vyučování**

Pod pojmem tradiční vyučování nejčastěji chápeme tzv. hromadnou a frontální výuku. Hromadným vyučováním rozumíme učení větší skupiny žáků přibližně stejného věku a mentální úrovně. *Žáci v průběhu výuky plní vždy ve stejném čase stejné učební úkoly, tedy*

*probírají stejnou látku a postupují jednotně (hromadně) stejným způsobem. Úkolem učitele je řídit učební činnost všech žáků najednou. Pro takový společný postup všech žáků pod vedením učitele se používá označení frontální výuka.* [12, s. 295] Tradiční vyučování je z pohledu organizace velmi jednoduché, ale jeho hlavní nevýhodou je role žáka coby pasivního příjemce informací, který plní učitelovy pokyny, což vede ke ztrátě pozornosti a motivace žáka, a tak učitel musí vnitřní motivaci žáka nahrazovat vnější motivací například v podobě známek. Problémem tradičního vyučování je také nedostatečný prostor pro individuální přístup k jednotlivým žákům a nedostatečný rozvoj sociálních vztahů. [12, s. 297, 302]

### **1.3 Výukové metody využívané při badatelsky orientované výuce**

Nejprve si definujme pojem výuková metoda. Výukovou metodou je myšlena *cesta k dosažení stanovených výukových cílů* nebo je také chápána jako spolupráce učitele a žáka za účelem dosažení výukového cíle. [12, s. 307]

Reproduktivní metody neboli metody, *při nichž si žák osvojuje hotové vědomosti a na požádání je reprodukuje* [12, s. 309], nevedou k badatelsky orientovanému vyučování, u žáků nerozvíjí schopnost řešit nové problémy. [6, s. 30]

Naopak metody, které jsou využívány při BOV a při nichž *žák získává převážně samostatně nové poznatky jako výsledek tvořivé činnosti*, nazveme produktivní metody, kam řadíme metodu problémového výkladu, heuristickou metodu a výzkumnou metodu. [12, s. 309]

#### **1.3.1 Metoda problémové výkladu**

Při této metodě učitel představí žákům problém, *úlohu, na kterou žáci neznají odpověď*, a jejich úkolem je se aktivním přístupem k řešení dopracovat, byť s malou učitelovou pomocí. [12, s. 310] Při této metodě nedochází k bádání jako takovému, *ale lze ji chápat jako přípravu na vlastní bádání* [6, s. 30], neboť při této metodě se žáci učí rozpracovat problém, učí se postupu řešení problému: formulace problému a jeho rozbor, výběr postupu řešení a následně jeho ověření. [12, s. 311]

#### **1.3.2 Heuristická metoda**

Aby byli žáci schopni vyřešit samostatně komplexní problém, musí nejprve umět řešit jednotlivé dílčí fáze postupu řešení problému, což zajišťuje právě heuristická metoda, někdy také nazývána jako *částečně výzkumná metoda*. Učitel zde tvoří úlohy tak, *aby pro žáky znamenaly určitý rozpor, určitou obtíž, aby od nich vyžadovaly samostatné*

řešení. Samotnou úlohu pak učitel rozfázuje do menších dílčích problémů a společně se žáky pak určuje jednotlivé kroky řešení problému. Žáci si díky tomu osvojují jednotlivé kroky postupu a algoritmy řešení problému. [12, s. 311]

### 1.3.3 Výzkumná metoda

Při této metodě již žák samostatně řeší komplexní problém, na učiteli je pouze výběr vhodné úlohy, kde by žák mohl uplatnit již nabyté znalosti a získané dovednosti včetně již zažitých postupů řešení problému. [12, s. 311] Učitel zde nesmí očekávat okamžité výsledky vyučovací hodiny, stejně tak jako pohotovému předvedení osvojeného učiva žákem. [6, s. 30]

V praktické části této práce bude především uplatněna metoda problémového výkladu.

Nyní už víme, jaké metody a formy výuky BOV využívá, jak se BOV od jiných metod a forem výuky odlišuje, a tak v následující kapitole ukážeme, jak by měla samotná badatelsky orientovaná výuka probíhat.

## 1.4 Čtyři kroky BOV

Žáci při bádání prochází několika fázemi. V této souvislosti můžeme uvést model badatelsky orientovaného učení označovaný jako „5E“ (*5E inquiry-based learning model*), od autorů S. Ch. Kong a Y. Song, uvedeném v práci J. Dostála:

- *zapojit (engage) do badatelských témat a otázek;*
- *prozkoumat (explore) pomocí badatelských metod a procesů;*
- *vysvětlit (explain) výsledky procesu bádání;*
- *zhodnotit (evaluate) proces bádání a výsledky;*
- *rozšířit (extend) téma bádání a otázky.* [6, s. 46]

Vlastní badatelsky orientovaná výuka by měla postupovat podle následujících čtyřech kroků: [3]

- 1) *motivace, kladení otázek, výběr výzkumné otázky, získávání informací,*
- 2) *formulace hypotézy,*
- 3) *plánování a příprava pokusu, provedení pokusu, zaznamenání pokusu, vyhodnocení dat,*
- 4) *formulace závěrů, návrat k hypotéze, hledání souvislostí, prezentace, kladení nových otázek.*

### 1.4.1 První krok

V prvním kroku je důležité žáka zaujmout, vzbudit v něm zvědavost, vnitřní motivaci. Během tohoto kroku žák o tématu přemýšlí, klade si otázky, hledá si další informace a vybírá výzkumnou otázku.

Pokud žáka téma motivuje, zvyšuje se tak jeho zájem o téma, má chuť učit se něčemu novému, přijít na to, jak věci fungují. Žáci dohledávají informace z různých zdrojů, zjišťují, co je již o tématu známo, porovnávají získané poznatky mezi sebou, přičemž se učí rozpoznat důvěryhodné zdroje. [1, s. 33]

### Motivace

Vzbudit motivaci u žáků není vždy jednoduché, učitel k tomu může využít hned několik možností: úryvek či obrázek z knihy, časopisu nebo filmu, videa na internetu, navodit problémovou situaci, předvést pokus, který žáky překvapí, ukázat zajímavost, neobvyklost, kuriozitu, která vzbudí u žáka zájem, také lze navázat na některou z otázek, která zazněla v předešlých hodinách. V Průvodci pro učitele [1] je také uvedeno, čeho se při motivaci žáků vyvarovat, a to například formulace „*Dnes budeme probírat...*“, nazvat téma podobně, jako je uvedeno v učebnici, vybrat knihu, časopis či filmovou ukázkou nepřiměřeně věku žáků a tak, že s tématem souvisí jen okrajově, nepracovat se zdroji jen z jedné oblasti (jenom knihy nebo jenom internet), pak bude chybět různorodost a možnost porovnávat, nezapomenout žákům objasnit smysluplnost, důležitost a využitelnost tématu, ale také neodvést veškerou práci za žáky – nechat žáky samostatně pracovat, samostatně hledat informace. [1, s. 35-38]

### Vnitřní motivace

Cílem BOVM je mj. vzbudit vnitřní motivaci u žáků. Definujme nyní tedy, co vnitřní motivace je. Zjednodušeně bychom mohli o vnitřní motivaci říct, že žák se učí proto, protože chce, téma v něm vzbudilo zvědavost, neučí se kvůli nějaké odměně nebo pod hrozbou trestu za špatné známky. Motivaci zvyšuje učení v souvislostech, ať už propojení učiva se žákovými zájmy, nebo propojení učiva s reálným životem. Z. Kalhous a O. Obs [12] se uvádí, že znázornění propojenosti učiva s žákovým běžným životem by měla následovat po každé hodině, a pokud taková souvislost neexistuje, je otázkou, zda takové učivo učit. [12, s. 368] *Vnitřní motivace se může projevit jen tehdy, když*



*má žák prostor pro výběr a řízení toho, co, kdy a kde bude dělat.* [12, s. 369] Pokud žák nemá možnost řídit svou činnost, pak je řízen někým jiným a vnitřní motivace i výkon žáka se snižuje, nedochází ke ztotožnění žáka s učivem, nezakládá si na své práci, není na ni hrdý. Jakmile žák převezme zodpovědnost za své učení, rozvíjí se u něj pro život důležité schopnosti, jako je umět si práci rozplánovat a řídit ji a umět ji také zhodnotit, a to nejen svou práci vlastní, ale i svých kolegů, v našem případě spolužáků. [12, s. 369]

### **Výběr výzkumné otázky**

Dále uveďme, jak s žáky vybrat vhodnou výzkumnou otázku, jak přimět žáky ke kladení otázek. Situaci pro kladení otázek lze připravit v jakékoli hodině, nejen při BOV. Lze se ptát, co žáci o tématu vědí, v čem si nejsou jistí, jaké otázky v nich téma vyvolává. Kladení otázek vyvolává vnitřní motivaci žáka. Je nutné, aby se žáci nebáli vyjádřit své myšlenky a nebáli se zeptat. Vyslovené myšlenky nikdo druhý nehodnotí, ani učitel. Je potřeba dopřát dostatek času na přemýšlení všem žákům, aby nedošlo jen na otázky žáků rychlých a průbojných, zároveň by učitel ale neměl žáky do kladení otázek nutit. Jednodušší než otázky začínající příslovcem „*proč*“ jsou otázky, které začínají slovy „*jak, co, kde*“ atd., neboť zpřesňují otázku a je jednodušší k nim sestavit hypotézu. Otázky začínající příslovcem *proč* jsou někdy zdlouhavé na vysvětlování, mohou směřovat k filozofování a není jednoduché k nim vymyslet hypotézu. Nad vyslovenými otázkami lze spustit diskusi, otázky rozebrat a nakonec z nich vybrat ty, které stojí za bádání. Výběr by měl proběhnout společně se žáky, neboť tak získají pocit zodpovědnosti za otázku a budou chtít se jí dále zabývat, což zvyšuje jejich motivaci k práci. Měla by to být otázka, která žáky zajímá a je možné na ni v hodině odpovědět. Na konci hodiny je vhodné zhodnotit, jestli byla otázka zodpovězena a zda je odpověď v souladu či rozporu s tím, co si žáci mysleli dříve. [1, s. 41-42]

#### **1.4.2 Druhý krok**

Žáci v tomto kroku se mohou pokusit odhadnout výsledek pokusu na základě svých dosavadních znalostí a dále v tomto kroku stanoví hypotézu vzhledem k vybrané výzkumné otázce.

Ve druhém kroku by žáci neměli zatím odpovídat konkrétně na otázky, ale pouze ověřovat své domněnky, které je nutné přesně zformulovat, a nalézt pro ně důkazy. *Pokusy či pozorování by měly potvrdit či vyvrátit hypotézu (domněnku, odhad výsledku, tip,*

názor...). Plánování pokusu by tedy mělo začít např. slovy: „Napadne někoho, jak ověřit, že...“. Formulace hypotéz a předpokladů je *efektivní formou učení, kdy žák sám konstruuje své poznání*. Na základě svých dosavadních znalostí odhaduje výsledek, který nezná, čímž přesahuje své dosavadní poznání, přemýšlí nad souvislostmi a prohlubuje své poznatky. Důležité je, aby se žáci nebáli udělat chybu. Dostanou-li žáci prostor pro prezentaci svého názoru, budou do výuky více zapojeni a opět tak vzrůstá jejich vnitřní motivace. Zároveň si žáci cvičí komunikativní dovednosti, neboť se učí jasně formulovat své domněnky. Formulace hypotézy je důležitá pro formulování cíle pokusu a také pomáhá při jeho plánování, neboť teprve když víme, co chceme ověřit, můžeme přemýšlet nad tím, jak to ověřit. [1, s. 51-53] Učitel se v takovéto chvíli musí umět vyhnout preferenci hypotézy žáků, o které ví, že je pravdivá, a naopak předem neztracovat ty hypotézy, o nichž ví, že pokusem potvrzeny nebudou. [1, s.60]

### **Správně stanovená hypotéza**

Žáci by se měli v tomto kroku naučit správně stanovovat hypotézy, což znamená, že taková hypotéza musí být:

- *jednoznačná (bud' platí, nebo neplatí),*
- *ověřitelná (je možné ji ověřit či najít způsob jejího ověření),*
- *zobecnitelná (lze ji zobecnit na větší počet jevů),*
- *měřitelná (lze ji změřit či jinak kvantitativně popsat),*
- *specifická (dostatečně podrobná, aby nevyvolávala žádné pochyby o svém obsahu), je zacílená na konkrétní jev. [1, s. 58]*

Chybám při formulaci hypotézy žáci předejdou co nejjednodušší a nejkonkrétnější formulací hypotézy. [1, s. 60]

#### **1.4.3 Třetí krok**

Ve třetím kroku žáci ověřují stanovenou hypotézu (hlavním úkolem v tomto kroku je hypotézu potvrdit či vyvrátit), a to buď studiem dostupných informací k tématu nebo pozorováním či pokusy.

Žáci vyberou a naplánují postup, jak svou hypotézu ověří a jaké budou potřebovat pomůcky. Jestliže žáci pracují ve skupinách, tak v rámci skupiny spolu žáci spolupracují, rozdělí si úkoly. Během ověřování hypotézy žáci zapisují jednotlivé výsledky (žáci by se

neměli smířit s jedním měřením, je potřeba měření opakovat, protože se tím získávají přesnější výsledky, a také je lze porovnat s výsledky obdobného měření publikovaných v literatuře), při pokusu mohou provádět fotodokumentaci a získané výsledky a podklady pro vyhodnocení hypotézy zpracovávají (do tabulek, schémat nebo grafů), čímž se připravují na veřejnou prezentaci svých výsledků, které na konci tohoto kroku shrnou do smysluplného závěru, kde mohou zhodnotit nejen výsledky, ale i pokus samotný, zda něco neovlivnilo jejich výsledky pokusu, nebo zda by příště pokus provedli jinak. Jestliže žáci naplánují pokus, ověření hypotézy sami, jsou do pokusu vtaženi a na výsledku jim záleží. [1, s. 69-70, 72]

Učitel by měl žáky nasměřovat tak, aby pokus, který si žáci zvolili k ověření hypotézy, se stanovenou hypotézou souvisel, aby pokus vedl k ověření či vyvrácení hypotézy. K tomu může učitel využít tzv. *inspirační krabice*, které obsahují pomůcky k ověření pokusu, a žáci mají dané pomůcky při ověřování hypotézy použít. [1, s. 71] Není na místě, aby žáci hned samostatně vymýšleli postup a prováděli pokus, úplnou zodpovědnost na žácích je dobré přenechat až po nácvičku. V žácích je potřeba podporovat kreativitu, nezamítat jim jejich návrhy pokusů, pokud je možné je realizovat, ačkoli měl učitel jinou představu. [1, s. 72]

#### **1.4.4 Čtvrtý krok**

Čtvrtý krok završuje cestu bádání, kdy žáci vyhodnocují vlastní výsledky bádání a vyvozují z nich závěr, získané výsledky srovnávají se svými prvotními domněnkami, předpoklady. Zároveň zhodnotí, zda během jejich bádání nevyvstaly další otázky, které by bylo potřeba zodpovědět. Součástí tohoto kroku, kromě shrnutí pokusu, je také veřejná prezentace získaných výsledků a závěrů před ostatními. Do prezentace žáci zrekapitulují podstatné informace a fakta a zhodnotí, zda se jim podařilo stanovenou hypotézu potvrdit nebo vyvrátit, což podepřou argumenty, a také uvedou, jak se dají získané výsledky využít v běžném životě. Po prezentaci by měla následovat diskuse, kdy prezentující odpovídají na otázky ostatních. [1, s. 85, 87]

Je třeba nechat žákům prostor, aby sami našli spojitost s každodenním životem, zároveň je vhodné, aby si učitel dopředu připravil příklady, v nichž se téma v každodenním životě objevuje. Možností je také nechat tuto část na domácí přípravu, aby žáci sami zjistili, jak téma souvisí s běžným životem. Pokud žák s ničím nepřijde, je na učiteli, aby žáka

návodnými otázkami dovedl k odpovědi, ať už tím, že namodeluje situaci nebo postaví žáka do role, kdy lze výsledky využít. Pokud žák vymyslí vlastní příklad, měl by učitel zhodnotit, zda je relevantní, ale nesmí přitom žáka shodit. Vhodné je, aby své příklady využitelnosti žáci vyzkoušeli, aby o nich pouze nehovořili. [1, s. 93-94]

Například, když zadání úkolu pro žáky bylo, aby vymysleli vlastní slovní úlohu na lineární funkci z oboru, který studují na své škole, a žákyně místo toho zformulovala úlohu na kvadratickou funkci. V tom případě je vhodné žákyni upozornit, že její úloha je příkladem kvadratické funkce a nikoli lineární, že tuto úlohu můžeme využít později, až budeme probírat kvadratické funkce, a přitom ji navést k přeformulování úlohy tak, aby byla úlohou na lineární funkci. Zároveň tímto úkolem žáci zjistili, že znalost funkcí se jim může hodit i v praxi, v jejich studovaném oboru.

Učitel by měl ověřit, že žák chápe výsledky, které prezentuje. V případě, že žáci svou hypotézu nepotvrdí, je potřeba je utvrdit v tom, že i to je součást bádání a že se nejedná o chybu. [1, s. 87-88] Učitel by měl po skončení prezentace vždy žákům poskytnout zpětnou vazbu, a to nejen k samotnému zpracování prezentace (vizuální či verbální stránka prezentace), ale i k celému postupu bádání. [1, s. 99]

V rámci závěrečného hodnocení může učitel zmínit grafické zpracování, vhodné použití obrázků, grafů, barevného písma, zarovnání či velikost písma, přehlednost, posloupnost prezentovaných informací, správnost výpočtů, zda prezentace obsahuje vše, co má – závěr, zda se podařilo stanovenou hypotézu potvrdit nebo vyvrátit, zda argumenty, které předkládají, jsou relevantní, a využitelnost jejich poznatku v praxi. Je důležité zmínit, proč si žáci vybrali zrovna toto téma, proč si stanovili zrovna takovou hypotézu. Žáci by měli ve své závěrečné prezentaci uvést, kdo všechno s nimi na bádání spolupracoval. Také je vhodné upozornit na případné chyby v procesu bádání nebo na možnost vést bádání jiným způsobem, jaké další nástroje by se daly pro ověřování stanovené hypotézy využít, jak by se na dosažené výsledky dalo navázat v dalším bádání atd. Součástí hodnocení by měl být i projev, zda žák mluví dostatečně nahlas, srozumitelně, nezadrhává se, nepoužívá nadměru výplňových slov, přehnaně negestikuluje. Při prezentaci dochází k rozvoji komunikativní kompetence žáka, kdy

kromě samotné dovednosti smysluplně se vyjádřit, vybrat to podstatné a utřídit si myšlenky žáci trénují schopnost působit přesvědčivě, odbourat trému, odpovídat na otázky ostatních a také používat k prezentaci techniku – počítač, dataprojektor nebo interaktivní tabuli, a využívat různé formy prezentace. [1, s. 98-99]

## Formy prezentace

Prezentace nemusí mít jen podobu přednesu výsledku před třídou, byť za pomoci techniky, ale může mít různé formy. U nižších ročníků může být formou *plakátu, koláže, komentované kresby, divadelní scénky, fotopříběhu či komiksu, školního časopisu nebo blogu*. U starších žáků mimo to lze výsledky zformulovat jako *článek do novin, prezentaci před vedením školy či místním úřadem (podle typu výzkumu)*. Dále je možné výsledky shrnout do *fotoreportáže nebo krátkého filmu nebo je zveřejnit na sociálních sítích*. [1, s. 100]



Obrázek 2: Komiks o tom, jak žáci zkoumali a co vyzkoumali. [1, s.54]



Obrázek 3: Plakát, na kterém žáci představují průběh a výsledky svého bádání. [1, s.104]

## **Jak vést diskusi**

Diskuse nad jednotlivými postupy a výsledky je nezbytná, neboť díky ní se ostatní dozvědí o výsledcích řešení jiného badatele nebo jiné badatelské skupiny a díky zodpovídání dotazů si sami badatelé utřídí myšlenky. Pro účelnou diskusi je potřeba vyčlenit dostatek času na konci vyučování. Kromě zařazení diskuse na konec vyučování je možné badatelský proces a závěrečnou diskusi rozdělit do dvou vyučovacích jednotek, což umožňuje badatelům dohledat si další informace, připravit se na diskusi, porovnat své výsledky s ostatními a je-li *úloha dostatečně podnětná, tak studenti o problému v době mezi jednotlivými vyučovacími hodinami živě diskutují mezi sebou*. Ponechání diskuse do další hodiny nabízí výhodu i pro učitele. Jestliže vybere od žáků na konci první hodiny jejich řešení, *může na začátek druhé hodiny (před diskusi) připravit navazující badatelské aktivity*. [10, s.12]

V roce 2019 se v příručce Pět kroků – příručka pro badatele, kteří chtějí měnit svět [2, s. 6] přidává ještě pátý krok: *Aktivní jednání s využitím získaných výsledků*. Tento krok by měl vést žáky k motivaci, aby své výsledky *využili k aktivnímu jednání a nebáli se je veřejně prezentovat*.

Podle toho, jak moc žáci v jednotlivých krocích pracují samostatně a v jaké míře se na výuce podílí učitel, rozlišujeme čtyři možné úrovně bádání, které podrobněji představí další kapitola.

### **1.5 Úrovně badatelsky orientované výuky**

Můžeme rozlišit čtyři možné podoby BOV nebo také úrovně BOV:

- 1) otevřené bádání,
- 2) nasměřované bádání,
- 3) strukturované bádání,
- 4) potvrzující bádání. [1, s. 17]

#### **1.5.1 Otevřené bádání**

Jedná se o nejvyšší úroveň bádání, je to typ bádání, které se nejvíce podobá skutečnému vědeckému, žáci zde pracující naprosto samostatně. [6, s. 29]. *Žáci si sami formulují problém, promýšlejí postup, provádějí šetření a formulují výsledky*. Učitelova úloha je zde především vzbudit v žácích motivaci k řešení problému. [1, s. 17]

Úlohou na otevřeném bádání je úloha č. 6 – Co vystihuje naši třídu? z praktické části této práce.

### **1.5.2 Nasměřované bádání**

Do nasměřovaného bádání učitel již vstupuje více – kromě motivace žáků vybírá téma a stanovuje výzkumné otázky a hypotézy, ale stále převládá samostatná činnost žáků – navrhuji postup, jak hypotézu ověřit, a poté ho realizují. [1, s. 17] Učitel má zde roli *aktivního průvodce žákovského bádání*, je pro žáky oporou a poradcem při plánování i realizaci ověřování stanovené hypotézy. [6, s. 29]

Nasměřovanému bádání jsou věnovány náměty do hodin č. 1: Sečení kužele, námět č. 4: Spolusedící u stolu, č. 5: Jak rychle se množí bakterie? a námět č. 7: Kdo z nás bude vítěz? z praktické části této práce.

### **1.5.3 Strukturovaného bádání**

U strukturovaného bádání již převažují činnosti řízené učitelem, kdy je na učiteli, kromě již výše zmíněného (motivace žáků, stanovení výzkumné otázky), i výběr postupů a pomůcek pro ověření hypotézy. Učitel žákům sdělí, co je výzkumnou otázkou a také jak mají výzkumnou otázku ověřit. Žáci pak pracují podle učitelem zvoleného postupu a *docházejí k vlastním výsledkům a formulují vysvětlení a závěry*. [1, s. 17] Učitel žákům sice zadá pokyny, jak postupovat, ale řešení není žákům předem známo. Žáci se zde učí řešit problém a učitel žákům pomáhá pokládáním vhodných návodných otázek. *Tento typ bádání umožňuje žákům projevit se tvůrčím způsobem, jsou však regulováni učitelovými instrukcemi*. [6, s. 29]

Na strukturované bádání jsou zaměřeny náměty č. 2: Co vymyslel Gauss? a č. 3: Jak rychle se mohou šířit dezinformace? z praktické části této práce.

### **1.5.4 Potvrzující bádání**

Toto bádání je nejnižší úrovní BOV. Hlavní úlohu zde zastává učitel, který žáky motivuje, stanovuje výzkumnou otázku, předloží žákům postup, jak hypotézu ověřit, ale také výsledky (na rozdíl od strukturovaného bádání) a na žácích je pouhé ověření výsledků. [1, s. 17] Žák tady neřeší problém. *Podstatou je potvrzení nebo ověření zákonitostí a teorií*. Potvrzující bádání je vhodné použít v situacích, *kdy si učitel klade za cíl rozvinout pozorovací, experimentální a analytické dovednosti žáka*, jako jsou například příprava

materiálu a pomůcek či shromažďování informací, zaznamenávání a vyhodnocování výsledků pokusu.

Potvrzující bádání lze uplatnit např. po dokončení aktivity z praktické části této práce s názvem Co vymyslel Gauss? a na tuto aktivitu lze navázat další obdobnou, kdy nesčítáme prvních  $n$  čísel, ale čísla v určitém rozmezí například od 10 do 20 a ověřit – potvrdit, že právě nalezený vzorec platí i pro takovou posloupnost.

V praktické části práce se zaměříme na nasměrované bádání, kdy bude žákům představen problém a stanovena výzkumná otázka, ale bude zcela na žácích, jakým způsobem se dopracují k výsledku. A dále strukturované bádání, kdy bude žákům představen problém a stanovena výzkumná otázka, představen možný postup řešení, ale žáci dopředu nevědí, jaký bude výsledek.

Úrovně bádání jsme rozdělili podle toho, jak jsou rozděleny činnosti mezi žáka a učitele. Jaký vliv má učitel na BOV a jaké dopady má na žáky ukáže následující oddíl.

## **1.6 Role žáka a učitele v badatelsky orientované výuce**

Učitel a žák jsou hlavními aktéry badatelsky orientované výuky. *Role učitele je nezastupitelná a v podstatě sehrává nejdůležitější roli.* [6, s. 41] Učitel sestavuje plán výuky, vytváří klima třídy, organizuje a koordinuje činnosti žáků, řídí a hodnotí proces učení a jeho výsledky [13, s. 326], má vliv na *konkrétní podobu výuky i její výsledky.* [6, s. 61] Cílem práce učitele by měl být všestranný rozvoj žáka, a tak by měl připravovat vhodné situace, které žákovi umožní se rozvíjet na základě jeho vlastní badatelské aktivity a žák tyto aktivity přijímá a plní je. Ostatní prvky výuky (metody, formy, pomůcky) závisí na volbě učitele a pouze napomáhají žákovu rozvoji. [6, s. 40-41]

### **1.6.1 Role učitele**

Význam učitele je při navozování a řízení badatelských aktivit žáků klíčový. Učitel při hodinách BOV již není jen zprostředkovatelem poznatků, *není garantem pravdy, ale stává se garantem metody a facilitátorem (průvodcem) žákova učení* [6, s. 42], kdy se žáci učí svým způsobem sami, svým vlastním poznáním, učitel jen musí vhodně připravit situaci, vytvořit podnětné prostředí, naformulovat správně úlohu, položit vhodně otázku tak, aby žáka zaktivizoval, přiměl k přemýšlení a ke spolupráci s ostatními, k čemuž mohou dopomoci otázky typu *Proč? Jak byste to vysvětlili? Je to opravdu tak? Znáte nějaký*



*podobný problém/úlohu? Jakou zajímavou otázku ještě můžeme položit?* apod. [9, s. 98] a také skupinová práce. Učitel v takovýchto hodinách neřídí aktivity žáků, pouze je usměrňuje, nadržuje se striktně učebnic, ale využívá vhodných pomůcek. [6, s. 42] Sám učitel by měl být schopen zastávat roli badatele, tzn. klást otázky, spolupracovat se třídou, motivovat žáky k bádání, nadchnout je, umět ocenit žákovské objevy. [1, s. 25]

*Jedním z principů badatelského učení je i strategie „neodpovídat na všechny otázky,“ které žáci položí, i když učitel odpovědi zná.* Učitel by měl naopak v takovou chvíli žáky povzbudit, aby se sami snažili odpověď najít, ať využijí různé zdroje pro dohledání odpovědi na své otázky, které mají zájem si zodpovědět. Odpověď nemusí žáci nalézt přímo ve vyučovací hodině, mohou si dohledání odpovědi nechat i mimo výuku, čímž se podněcuje a udržuje žákův zájem o téma. [1, s. 25]

Jako příklad takové situace, kdy není nutné žákovi odpovědět na otázku ihned, může být propojení kvadratické rovnice a funkce. Při výkladu, jak vypočítat kvadratickou rovnici, učíme žáky diskriminant a tři případy, které mohou nastat v závislosti na hodnotě diskriminantu. V momentě, kdy se žák zeptá, jak to, že může mít kvadratická rovnice dvě, jedno nebo žádné řešení, nemusíme odpovědět hned, ale připravit tři rovnice, jejichž výsledky budou odpovídat třem možným situacím, a tato řešení ukázat graficky, nakreslit graf funkce, která je na levé straně rovnice. Pak zjistíme, že graf této kvadratické funkce protíná osu  $x$  právě ve dvou bodech, které jsou řešením příslušné rovnice, pokud nám vyjde jedno řešení rovnice, pak se graf dané funkce dotýká osy  $x$  v právě jednom bodě, a to ve svém vrcholu, a jestliže nemá rovnice řešení v oboru reálných čísel (vyjde záporný diskriminant), potom graf funkce z levé strany rovnice neprotíná osu  $x$  v žádném bodě. Žák tímto způsobem zjistí, co prakticky znamená hodnota diskriminantu a vizuálně si jej spojí s grafem funkce, což by mělo vést k lepšímu zapamatování si této souvislosti, navíc vidí propojenost kvadratické funkce a rovnice, které se obvykle učí zvlášť.

### **1.6.2 Role žáka**

Nejen role učitele, ale i žáka se v pojetí badatelsky orientované výuky mění oproti transmisivnímu přístupu. Důraz je kladen na aktivitu a samostatnost žáka. [9, s. 97] BOV staví na přirozené aktivitě žáka a touze po vědění. [6, s. 46] Žáci se učí v souvislostech, hledají informace, z nichž se učí vybírat to podstatné, učí se pracovnímu

postupu – stanovení si hypotézy, domněnky, zvolení vhodného postupu k ověření hypotézy, rozvrhnutí času. [1. s. 19-20]

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, ale i pro gymnázia zahrnuje vedle *vymezení cílového zaměření vzdělávání na daném stupni/ pro daný obor vzdělávání a očekávaných výstupů* [13, s. 242] i mj. i požadavek, aby žáci v průběhu vzdělávání byli vybaveni *vedle předmětových vědomostí a dovedností také znalostmi, dovednostmi, postoji a hodnotami, které budou moci využít nejen ve škole, ale především v běžném osobním životě, při studiu a později i ve své profesní kariéře*, souhrnně označované jako klíčové kompetence [14]. *Klíčové kompetence mají univerzální charakter, nejsou vázány na jednotlivé vyučovací předměty* [13, s. 124] a právě BOV přispívá k jejich rozvoji. Díky badatelsky orientované výuce dochází k rozvoji kompetence k učení a kompetence k řešení problému, neboť u žáků rozvíjí kritické myšlení nad nastolenými problémy, žáci při samostatném bádání sami určují postup a způsob ověření hypotézy, kterou sami stanovují, hledají informace z různých zdrojů, které kriticky vyhodnocují, je rozvíjena *schopnost plánovat si práci, samostatnost a zodpovědnost žáků při práci*. Dále je prostřednictvím BOV rozvíjena kompetence komunikativní a současně sociální a personální, neboť při práci ve skupině se učí žáci mezi sebou spolupracovat, naslouchat si, komunikovat mezi sebou (což později využijí a v rámci spolupráce mezi spolupracovníky a kolegy) a při závěrečné prezentaci výsledků se žáci cvičí ve schopnosti umět se vyjádřit a jasně zformulovat své myšlenky. U žáků je rozvíjeno *kritické a tvořivé myšlení, logické usuzování*. [1, s. 18] Díky kritickému myšlení žák pouze pasivně nepřijímá předložené informace, ale přemýšlí nad tím, co je mu předkládáno, zda je to pravda, přezkoumává, co vidí, slyší nebo čte, zajímá se o to, proč tomu tak je, přichází s vlastním řešením. *Jedná se vlastně o neustálé přezkoumávání reality, před kterou jsou žáci postaveni nejen během učení*. [1, s. 22]

Díky tomu, že badatelské učení probíhá často ve skupinkách, učí se žáci spolupráci, učí se delegaci úkolů, rozdělit si práci, přijmout svůj úkol, nebát se říci si o pomoc ve skupině. [1, s. 23] Kladen je také důraz na schopnost předat druhým instrukce, umět vysvětlit ostatním postup, vyjádřit své myšlenky, sdílet je se spolužáky, naslouchat ostatním a nepřerušovat je, když hovoří, umět prezentovat své výsledky před třídou. [1. s. 19-20, 23]

Podmínkou úspěchu badatelsky orientované výuky ve třídě je vytvoření vhodného třídního klimatu, bezpečného prostředí, kde se žáci nebojí otevřeně komunikovat

a navzájem se respektují, nebojí se sdílet své názory (např. kvůli strachu z posměchu spolužáků). Mezi žáky navzájem i mezi žáky a učitelem panuje důvěra. Je potřeba vytvořit atmosféru spolupráce, nikoli soutěživosti, neboť cílem je rozvíjet všechny žáky ve třídě, a nejen ty nejrychlejší. [1, s. 24]

Vytvořit soutěživou atmosféru ve třídě jde v hodinách matematiky velmi snadno, stačí zadat úlohu s tím, že první tři žáci dostanou jedničku za aktivitu v hodině, případně plusové body, které se přičtou k výsledné známce. Tím ale dostávají šanci pouze ti nejrychlejší žáci, pomalejší počtáři nemají šanci. Pokud chceme, aby žáci spolupracovali, je vhodné připravit skupinovou aktivitu a zároveň rozdělit každému žákovi skupiny dílčí úkol, který splní, abychom nedosáhli toho, že budou pracovat jen někteří, a zároveň požadovat takový výsledek skupinové práce, který vzejde z výsledků dílčích úkolů všech žáků skupiny.

Uveďme ještě konkrétní příklady. Jestliže učitel napíše na tabuli tři rovnice s tím, že první tři žáci získají za správné řešení plus za aktivitu v hodině, vytvoří soutěživou atmosféru, kdy se žáci budou snažit předhánět. Naopak rozdělí-li učitel žáky do skupin a každé skupině zadá jinou slovní úlohu na funkci s tím, že každá skupina má vytvořit předpis funkce, graf funkce a zodpovědět dodatečnou otázku, vytvoří atmosféru spolupráce, protože žáci si většinou úkoly rozdělí – jeden kreslí graf funkce, další řeší předpis, další odpovídá na otázku, avšak pro konečný výsledek musí dát skupina své výsledky dohromady a propojit je. Nesoutěživost je v tomto případě zajištěna i tím, že žáci nemají příslibenou odměnu spojenou s prvními místy v pořadí. (Pokud by učitel viděl, že ve skupině pracuje jeden a ostatní ve skupině nedělají nic, může rozdělit úkoly členům skupiny sám).

### **1.7 Proč zavádět BOV do vyučování**

Učitel, jak bylo zmíněno výše, již není jediným zdrojem informací pro žáky. V dnešním světě moderních technologií si umí žáci vyhledat téměř jakékoli informace, na učiteli tedy je, aby žákovy poznatky využil, navázal na ně, případně chybné opravil. Hlavním úkolem učitele již není předat informace, které mohou žáci získat i jinde než ve škole a které v budoucnu nebudou pro žáky dostačující, ale rozvíjet u žáků myšlení a schopnost řešit nastalé situace a problémy. Rozvoj myšlení ovšem nezajistí učitelův výklad v podobě předávání hotových informací a jejich zapamatování žáky, a proto je nutné do výuky zařazovat metody, kdy si žák na nové poznatky přijde sám prostřednictvím vyřešení

nastoleného problému. [6, s. 45] *Člověk si děle a přesněji pamatuje to, co sám objeví svou aktivní a heuristickou činností. Nestací látku žákům vysvětlit, některé důležité partie je nutné zpracovat na problémy, které mají žáci řešit samostatně.* [7, s. 134] BOV hraje významnou roli v rozvoji myšlení, tvořivosti a řešení problémů u žáků. [6, s. 40] Při hodině badatelsky orientované výuky žák nezískává pouze praktické dovednosti díky pozorování či provádění pokusu, ale jsou rozvíjeny i jeho myšlenkové procesy, neboť žáci problém analyzují, shromažďují doposud známé informace o tématu, učí se rozpoznávat věrohodné zdroje informací, dedukují závěry, porovnávají výsledky atd., z čehož lze usoudit, že badatelsky orientovaná výuka je využitelná nejen v přírodovědných předmětech, ale také v humanitních. [6, s.47] Poznatky objevené žákem samotným jsou doprovázeny pozitivními emocemi, které napomáhají k trvalému osvojení poznatků. [6, s. 50] K tomuto uvádí Dostál citaci z práce J. Maláče a M. Francové [8] *Budou-li žáci přistupovat k učení s radostným očekáváním nových poznatků, jestliže jim vyučovací hodiny umožní aspoň občas prožít dobrodružství zajímavých objevů, bude jejich zájem živěn tak, aby se stal hlubokým a trvalým.* [6, s.48]

Badatelsky orientovanému vyučování se věnovalo již několik výzkumů a ukazuje se, že díky BOV žáci chápou učivo v souvislostech a jsou schopni přenášet své znalosti a dovednosti do dalších oborů, což je důsledek aktivního zapojení žáků do výuky v hodinách BOV. [9, s.116] Z dalšího dotazníkového šetření vyplývá, že mezi hlavní přínosy BOV patří zatraktivnění výuky pro žáky, kdy žáci takové hodiny vnímají jako zábavné. Z pohledu učitelů si žáci během badatelsky orientovaného vyučování osvojí méně znalostí, ale za to si získané poznatky lépe a delší dobu pamatují a učivo chápou více do hloubky. [11, s. 83] *Kromě rozvoje dovedností hledat a objevovat má BOV (...) prokazatelný pozitivní vliv i na zvýšení vnitřní motivace žáků k učení.* [11, s. 96] BOV také umožňuje rozvíjet talentované žáky. [11, s. 90]

Přikláním se k názoru, že učitel by v dnešní době, kdy zjistit si informace je otázkou pár vteřin, neměl být pouhým zdrojem informací, ale naopak vytvářet takové situace, kdy žákům pomůže si základní informace dohledat, ale nevystačí jim to pro vyřešení problému. Žák musí vymyslet, jak danou situaci řešit, musí přemýšlet o souvislostech, o možných postupech a výsledcích, ke kterým by jeho rozhodnutí vedlo, učí se předvídat a nést zodpovědnost za své rozhodnutí, jelikož udělá-li chybu, je to jeho chyba a ne někoho jiného. Domnívám se, že tyto schopnosti jsou pro život žáka mnohem

přínosnější než memorování se poznatků, které nechápe v souvislostech a které dříve či později zapomene. Dalším přínosem BOV je, že učí žáka pracovat s informacemi, rozlišovat jejich důvěryhodnost a kriticky nad nimi přemýšlet, což je současné době přehlčené informacemi více než vítané. Také jsem, i díky své vlastní zkušenosti, přesvědčena, že pokud si žák sám objeví způsob, jak danou situaci nebo úlohu řešit, objeví se tzv. *aha efekt*, dojde k pochopení problému a jeho řešení, snáze si tento postup zapamatuje, než když mu jej učitel pouze sdělí a žák se jej naučí, jelikož tam chybí vlastní osobní praktická zkušenost a také radost z poznání, neboť je-li zážitek spojen s emocemi, snadněji si jej zapamatujeme.

Onou vlastní zkušeností mám na mysli situaci, kdy jsme měli na doučování řešit úlohu s žákem 9. ročníku, kde bylo potřeba znát součet vnitřních úhlů desetiúhelníku. Protože jsme tento údaj neznali a nechtěli jej jen dohledat na internetu, rozhodli jsme se na součet přijít. Vyšli jsme z toho, že součet vnitřních úhlů trojúhelníku je  $180^\circ$ , čtyřúhelníku  $360^\circ$ , a tedy se liší o  $180^\circ$ . Když k  $360^\circ$  přičteme  $180^\circ$ , dostaneme součet  $540^\circ$ , což jsme ověřili podle internetu, že je opravdu součet vnitřních úhlů pětiúhelníku. Nyní už jsme tedy jen postupně přičítali  $180^\circ$ , až jsme došli k hodnotě pro desetiúhelník. Když jsme za další dvě hodiny potřebovali znát pro řešení úlohy součet vnitřních úhlů osmiúhelníku, žák už věděl, jak k číslu dojít. Domnívám se, že kdybychom rovnou číslo dohledali, žák by nad úlohou nemusel přemýšlet a nedošel by tak k novému poznatku, který si zapamatoval, neboť na něj přišel víceméně sám.

Problém může nastat při zavádění BOV do výuky, protože na takový styl výuky nejsou žáci zvyklí. Obzvláště některým starším žákům na středních školách může vyhovovat učitelův výklad, kdy se po žácích nevyžaduje žádná aktivita. V případě, že najednou učitel po žákovi požaduje aktivní zapojení do výuky, může nastat problém. Jaké nevýhody přináší zavádění BOV do výuky, představíme v následující kapitole.

## **1.8 Nevýhody BOV**

Největší nevýhodou badatelsky orientované výuky se zdá být časová náročnost, ať už z pohledu časové náročnosti příprav badatelských lekcí, tak z hlediska časových možností učitelů [9, s. 107], kdy učitelé při implementaci BOV do výuky nezvládají probrat, odučit předepsaný objem učiva. [11, s. 83;94] Také samotná realizace BOV

v hodinách je náročná, neboť klasických 45 minut vyučovací hodiny ve škole nemusí být pro bádání žáků dostatečných.

Další podmínkou pro úspěšné badatelské hodiny je potřeba nejprve naučit žáky samotnému bádání a jeho jednotlivým krokům, a tak by měl nácvik jednotlivých kroků BOV rozvíjející badatelské dovednosti předcházet samotné badatelské činnosti. Teprve až když žák zvládá jednotlivé kroky, může úlohy správně řešit ve smyslu BOV. [1, s. 21] Jestliže učitel nejprve věnuje čas k nacvičení jednotlivých badatelských kroků, může pak se žáky snáze řešit náročnější badatelské úlohy [11, s. 94], což je další rovina časové náročnosti.

S časem souvisí ještě jeden fakt, vyplývající z výzkumu, že čím dříve se žáci začnou BOV zabývat, tím lepších výsledků mohou dosáhnout, neboť *největší efekt má BOV na prvním stupni ZŠ a tento efekt s postupujícím věkem žáků klesá*. [9, s. 116]

Žáci z vyučování formou BOV získají více dovedností než v hodinách, kdy učitel vykládá žákům hotové informace, ale i pro úspěšné hodiny BOV je nutné, aby žáci měli teoretický základ. [11, s. 83] Nelze učit pouze metodou BOV jako univerzální výukovou metodou. [11, s. 96] Jako minus BOV by také mohl někdo chápat žákův menší zisk vědomostí, že si žáci osvojí menší objem učiva. To je ale vykompenzováno rozvojem myšlenkových procesů a schopností řešit problém [9, s. 116], což jsme uvedli v kapitole *Proč zavádět BOV do vyučování*.

BOV klade vysoké nároky na učitele jak z hlediska odborných znalostí z předmětu, tak i z pohledu didaktické připravenosti [11, s. 91], s čímž může souviset i problém učitelovy vlastní nezkušenosti s bádáním [6, s. 41], kdy sami učitelé z pozice žáků bádání nikdy nezažili. [11, s. 83] Zkušenosti s bádáním studenti učitelských oborů obvykle při studiu na vysoké škole nezískají a pokud ano, nemusí být dostatečné pro pozdější realizaci badatelsky orientované výuky ve své praxi. [6, s. 41]

Při zavádění BOV do výuky se učitelé setkávají s různými překážkami, jako je například *vysoký počet žáků ve třídách* [6, s. 40], s čímž souvisí obavy, že učitel ztratí kontrolu nad děním ve třídě. Dále vedle již výše uvedené časové náročnosti ve vícero směrech učitelé jako nejčastější problémy spojené se zaváděním BOV do výuky uvádí *nedostatek výukových materiálů, popř. pomůcek (...)* a badatelských úloh a problém také spatřují *v objemu učiva a v nedostatečném prostoru osnov jejich ŠVP*. Z výzkumného šetření

vyplývalo, že učitelé by uvítali i více krátkých cvičných úloh, které lze aplikovat v běžné výuce než úlohy komplexní, které v současnosti převažují. Rady si učitelé nevědí také s hodnocením, a to jak výkonu žáka, tak samotné badatelské aktivity.

Problém je i podpora učitelů, kteří se snaží o implementaci BOV do výuky ve svých hodinách. Z dotazníkového šetření vyplývalo, že by učitelé ocenili *mnohem větší podporu školy i širšího okolí, a to jednak ze strany školských politiků, ale i akademických pracovníků nebo vedoucích školských pracovníků* ve využívání nových výukových přístupů. [11, s. 82–83]

Osobně shledávám problém v časové náročnosti, a to ze všech výše uvedených pohledů. Samotná příprava hodiny je obecně pro začínající učitele zdoluhavá a pokud k tomu přidáme vlastní nezkušenost s badatelsky orientovanou výukou, je příprava o to náročnější. Také se obávám, že komplexní badatelská úloha se nedá zvládnout v jedné vyučovací hodině, a tak se nabízí rozdělit jednotlivé badatelské kroky do více hodin, což ale zapříčiní „zdržení“ ve výuce a pak hrozí, že se nestihne probrat veškeré učivo, co ŠVP předepisuje. S nezkušeností učitele s BOV souvisí i nezkušenost žáků s BOV a s tím spojená potřeba jednotlivé kroky nejprve nacvičit, což opět znamená zdržení, ačkoli by se daly jednotlivé kroky trénovat na právě probíraném učivu místo učitelova výkladu a ke „zdržení“ by tak nemuselo docházet.

Jako učitelka na střední škole spatřuji jako hlavní problém vedle časové náročnosti i komplikaci spojenou s věkem žáků. Pokud žáci do svých 15 a více let nepřišli do styku s BOV, je to pro ně zcela nová forma výuky, hůře si na ni budou zvykat a já musím začít stavět jejich zkušenosti s BOV úplně od základu. Také se obávám, že vzhledem k jejich mentálnímu vývoji už pro ně nebude BOV tolik atraktivní jako pro mladší děti. U takto starých žáků už nelze stavět na přirozené dětské zvědavosti, spíše naopak počítat s pubertálním nezájmem o cokoli.

Z vlastní zkušenosti se domnívám, že v dnešní době už nehrozí nedostatečná podpora od vedení školy z hlediska zavádění BOV do výuky, neboť mám dojem, že současným trendem je učit moderně, aktivně děti do výuky zapojovat a veškeré metody, které toto splňují, jsou ze strany vedení školy vítány. Ředitelé jsou nakloněni projektovým dnům, exkurzím nebo besedám s odborníky, kdy žáci mají zážitek a zároveň se dozvídají nové informace. Na prvních stupních základních škol je populární Hejného metoda. Důkazem

toho je většina webových stránek škol, kde se s jakoukoli inovací školy rády chlubí, z exkurzí, projektových dnů či besed se pořizují fotografie, které jsou poté na školních webech zveřejňovány.

S čím naopak souhlasím, je problém přeplněnosti tříd, kdy v počtu 31 i více žáků ve třídě je náročné realizovat jakoukoli skupinovou práci. Žáci bývají při skupinové práci hluční, ne vždy všichni pracují, takže je těžké pro učitele takovou hodinu umluvit, udržet kázeň, a také vedení nerado po chodbách školy slyší hluk, takže v tomto případě je obava z nesouhlasu vedení školy na místě. Řešením by bylo, kdyby se stal normou poloviční počet žáků ve třídě (15–16). Nejen že by se lépe organizovala skupinová práce, ale učitel by se mohl žákům věnovat mnohem individuálněji, což by vedlo k lepšímu pochopení učiva žákem a domnívám se, že by tím klesla i převažující neoblíbenost matematiky a přírodovědných předmětů obecně.

### **1.9 Badatelsky orientovaná výuka v matematice**

Při hodinách badatelsky orientované výuky matematiky žáci vykonávají stejné činnosti jako v ostatních badatelských hodinách. Hledají informace, porovnávají je a sestavují hypotézy, které se následovně ověřují, a na základě výsledku se pak snaží vyvodit závěr, který nemusí být u všech žáků stejný, a proto je dobré žákům vysvětlit, že *různí badatelé mohou dojít k různým závěrům a různí badatelé mohou stejná fakta interpretovat různě*. [5, s. 19]

V hodinách matematiky (a domnívám se, že nejen v ní) by měla probíhat efektivní práce s chybou, kdy je chyba chápána ne jako něco špatného, jako problém, ale jako přirozená věc učebního procesu, jako pozitivní přínos, ze kterého se lze poučit, je-li chyba dostatečně vysvětlena, když si žák uvědomí, v čem a proč chyboval. Vhodné je chyby jednotlivých žáků vysvětlovat hromadně před ostatními, neboť se lze poučit nejen z chyb vlastních, ale i cizích. Pro matematiku, snad ještě více než pro ostatní předměty, je typický *kumulativní styl učení*, kdy se v každém novém učivu staví na základech učiva předchozího. I z toho důvodu je nutné, aby žáci nemívali v učivu mezery, aby veškeré chyby a nejasnosti byly co nejlépe vysvětleny, k čemuž přispívá právě badatelsky orientovaná výuka, neboť během ní u žáků dochází k žádoucímu pochopení, případně k lepšímu porozumění matematických pojmů a postupů. *BOV tedy chápeme jako cestu i jako cíl matematického vzdělávání*, navíc díky povaze badatelsky orientovaných úloh dochází k potřebnému propojení matematiky jak s ostatními předměty, tak s běžným



životem žáka, který tak vidí, že matematické znalosti lze využít při řešení problému každodenního života, že matematika zasahuje do mnoha oblastí lidské činnosti. Díky badatelsky orientované výuce žák pochopí, že matematika není hotová struktura, kterou se mají naučit, ale BOV žákům nabízí příležitost zažít, jak se tvoří matematické znalosti prostřednictvím osobních i kolektivních pokusů, díky čemuž si žáci mohou uvědomit, jakou klíčovou roli matematika hraje a hrála v rozvoji společnosti. [9, s. 98–101]

### 1.10 Metody badatelsky orientované výuky matematiky

Samková et al. [9] uvádí možné zdroje matematického bádání při výuce:

- přírodní jevy (*Jak a proč se mění stín předmětu osvětleného sluncem?*);
- technické problémy (*Jak změřit objekt, který je nedostupný?*);
- každodenní problémy (*Který telefonní tarif je pro mě nejvhodnější?*);
- lidské vynálezy (*Jak funguje GPS?*);
- umění (*Které symetrie jsou v architektonickém nebo uměleckém díle?*);
- matematické objekty (*Mám-li dva trojúhelníky stejného obsahu, mohu jeden rozstříhat a poskládat z něj druhý?*). [9, s.100]

Ve druhé a třetí kapitole této práce jsme ukázali, jaké vyučovací formy a metody využívá badatelsky orientovaná výuka obecně. Nyní představíme metody, které se využívají při hodinách badatelsky orientované výuky matematiky. Jsou to zejména: *učení řešením úloh a problémů, teorie didaktických situací, realistické matematické vzdělávání, matematické modelování, (...) konstruktivistické přístupy k vyučování*. [9, s.101]

Pro badatelsky orientovanou výuku matematiky budeme také používat zkratku BOVM.

#### 1.10.1 Učení řešením úloh a problémů

Jak už název napovídá, žáci se zde učí tím, že řeší úlohy/problémy, u kterých jim nestačí pro vyřešení již naučené postupy a musí tak vymýšlet novou, vlastní taktiku, jak úlohu vyřešit, přičemž postupují velmi podobně jako při bádání. *Problémy bývají otevřené, mají více správných postupů řešení, více správných odpovědí*. Problém mohou žáci řešit samostatně nebo ve skupinách, učitel je pouze pomocníkem, poradcem. Když všichni žáci/skupiny dokončí své řešení, následuje diskuse nad jednotlivými výsledky a postupy, díky které mohou ostatní žáci vidět další možné postupy v řešení problému a porovnat je se svými postupy a výsledky. Učitelovým úkolem je shrnout výsledky vzešlé z diskuse, shrnout podstatné poznatky, případně ozřejmit žákům ostatní postupy. [9, s. 102]

### **1.10.2 Teorie didaktických situací**

Nejprve definujeme, co je myšleno didaktickou situací. Je to situace, *ve které probíhá interakce mezi žákem/skupinou žáků, učitelem a matematickou znalostí*. Do situace žáky uvede učitel představením úlohy a žáci se rovnou pouští do diskuse, během které se utváří *nová matematická znalost*. Na rozdíl od *Učení řešením úloh a problémů* se tedy nečeká s diskusí, až každý žák/skupiny vymyslí své řešení, ale řešení se vymýšlí kolektivně během diskuse. Nejlepší způsobem diskuse je, pokud učitel pouze zahajuje a usměrňuje diskusi a nevstupuje do ní se správným řešením, až na konci diskusi shrne a výsledky z ní vzešlé uvede do souvislostí. [9, s. 102-103]

### **1.10.3 Realistické matematické vzdělávání**

V hodinách matematiky, kde se uplatňuje tzv. realistické matematické vzdělávání, ve zkratce RMV, vychází matematické úlohy z žákova reálného prostředí, z běžných situací, a úlohy jsou koncipovány tak, aby při jejich řešení žák objevoval matematické postupy a zákonitosti, a tímto způsobem si vystavěl *vlastní matematiku*. Učitel usměrňuje žákovy postupy a následně postupně formalizuje žákovy objevy a postupy řešení, převádí je do standardních pojmů a postupů matematiky. RMV a BOVM spojuje žákovo aktivní hledání, objevování řešení. [9, s.103-104]

### **1.10.4 Matematické modelování**

V hodinách matematiky, kdy chceme s žáky zavést nový pojem, případně vysvětlit spojitost s jinými pojmy, je efektivním řešením tzv. matematické modelování, kdy v šesti základních krocích vytvoříme matematický model reálné situace. Těmi kroky jsou:

- 1) *formulace problému – navození situace, k níž má být vytvořen matematický model,*
- 2) *výběr relevantních objektů a vztahů – z navozené situace vybereme objekty a vztahy, u kterých budeme uvažovat ideální stav, tak aby bylo možné situaci převést do jazyka matematiky,*
- 3) *převod objektů a vztahů do jazyka matematiky,*
- 4) *využití matematických metod k dosažení matematických výsledků a závěrů,*
- 5) *matematické výsledky převedeme zpět na objekty a vztahy původní reálné situace,*
- 6) *vyhodnocení platnosti modelu ve srovnání s pozorovanými či předpokládanými daty nebo s teoreticky podloženými znalostmi.*

Při tvorbě modelu mohou nastat v určitém kroku problémy, a tak se lze vrátit na předchozí krok a model v tomto kroku upravit tak, abychom problémy v následujících krocích odstranili. BOVM z této metody využívá *vytváření vztahu mezi matematickou a problémovou situací*. [9, s.104–105]

V praktické části práce je příkladem učení řešením úloh a problémů námět č. 2 s názvem *Co vymyslel Gauss?* a námět č. 7 s názvem *Kdo z nás bude vítěz?* Na matematické modelování reálné skutečnosti je zaměřen námět č. 3 *Jak rychle se mohou šířit dezinformace?* a námět č. 5 *Jak rychle se množí bakterie?* Dále je v námětu č. 4: *Spolusedící u stolu* využito realistického matematického vzdělávání.

### **1.11 Badatelské úlohy**

*Úlohy, které mohou vést k badatelské aktivitě žáků, souhrnně nazveme badatelské úlohy.* Záměrně uvádíme „*mohou vést*“, neboť samotné zařazení badatelské úlohy do výuky nezaručí, že *k badatelské aktivitě žáků skutečně dojde*. Učitel musí žáky správně vést.

Je-li badatelská úloha ve formě slovní úlohy, potom žáci do badatelské aktivity vstupují s podmínkami vycházejícími ze zadané slovní úlohy, a to, co mají žáci u zadané slovní úlohy řešit, určuje otázka slovní úlohy. Obsahuje-li slovní úloha pouze jednu vstupní podmínku pro řešení úlohy a jednu otázku, potom takovou úlohu nazveme *jednoduchou badatelskou úlohou*. Jednoduché badatelské úlohy ještě dále rozdělíme na *úlohy informačně strohé* a *úlohy informačně hutné*, podle toho, kolik informací obsahuje zadání slovní úlohy. [9, s. 107-108] Dále je možné badatelské úlohy skládat, a to *hierarchicky*, kdy jedna úloha navazuje na druhou, nebo zformulovat více úloh tázajících se na stejnou otázku, tj. *úlohy s dynamickým vstupem*, nebo složíme postupně dohromady úlohy se stejnými vstupními podmínkami, ale každá úloha se ptá na jinou odpověď, tj. *úlohy s dynamickým výstupem*. V následujících odstavcích uvedeme příklady příslušného typu slovní úlohy.

#### **1.11.1 Úlohy informačně strohé**

Obsahují velmi malé množství vstupních informací, jsou velmi neurčité, ale díky tomu nabízejí mnoho způsobů, jak úlohu řešit, a proto *mají velký badatelský potenciál – nabízejí mnoho způsobů, jak neurčitost transformovat v určitost*. [9, s. 109] Tyto úlohy mají nejbližší k nasměrovanému bádání, kdy je učitelem předložen problém, je stanovena otázka a žáci sami navrhují způsob, jak problém vyřešit a poté tento způsob realizují.

Příkladem je úloha *Obsah neznámého obrazce je 64 cm<sup>2</sup>. Jak by tento obrazec mohl vypadat?*, která vede k vytváření osobního názoru, co je obsah. [9, s. 109]

Příkladem úlohy informačně strohé pro střední školy by mohla být úloha: *Proved'te odhad, jakou kuželosečku může rovnice  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$  vyjadřovat.* [17, s.129]

### 1.11.2 Úlohy informačně hutné

Jsou to opaky úloh informačně strohých, kdy je na začátku žákovi předloženo velké množství informací, *ve kterých se žák musí správně zorientovat.*

Jako příklad uveďme úlohu: *Jaký obvod má mnohoúhelník, který je sestaven ze čtyř shodných pravoúhlých trojúhelníků s délkami stran 3, 4, 5?* [9, s.110]

Příkladem úlohy informačně hutné pro střední školy by mohla být úloha: *Obsah lichoběžníku je 1400 jednotek. Výška je 28krát menší, než je obsah lichoběžníku. Jaké rozměry mají základny a, c, jestliže jsou rozměry obou základen čísla dělitelná osmi a platí  $a > c$ ?* [20, příklad 32]

### 1.11.3 Úlohy hierarchicky složené

Tento typ úloh má velký badatelský potenciál, neboť výstupní informace z jedné úlohy se stává součástí vstupní situace úlohy další. *Takové úlohy v sobě mají prvky neurčitosti, protože badatel nikdy dopředu neví, které informace z řešení první úlohy budou pro druhou úlohu relevantní.* [9, s.111]

Příklad:

a) *Rozlož číslo 10 na součet dvou (přirozených) čísel a tato dvě čísla vynásob. Jaký nejmenší a jaký největší součin dostaneš?*

b) *Číslo 10 rozlož na součet tří (přirozených) čísel a tato tři čísla vynásob. Jaký nejmenší a jaký největší součin dostaneš?*

Při řešení úlohy b) využíváme poznatky získané při řešení předchozí úlohy. [9, s.113]

Příkladem úlohy hierarchicky složené pro střední školy je úloha na užití geometrické posloupnosti: *Do banky uložíme 10 000Kč.*

a) *Kolik peněz budeme mít po 1 roce, jestliže nám úroky ve výši 9 % připisují ročně?*

b) *Kolik peněz budeme mít po 1 roce, jestliže nám úroky ve výši 9 % připisují čtvrtletně?*

c) *Kolik peněz budeme mít po 1 roce, jestliže nám úroky ve výši 9 % připisují měsíčně?*

*(Zdanění úroků je 15 %). Pozn. Úrokovací rok má 360 dnů, každý úrokovací měsíc má 30 dnů. [17, s. 72]*

#### **1.11.4 Úlohy s dynamickým vstupem**

Úloha s dynamickým vstupem nebo také *úloha postupně informačně upřesňovaná* je úloha složená z dílčích úloh, kdy každá přidává vstupní informaci, ale všechny pokládají stejnou otázku. *Složená úloha má méně řešení než dílčí úlohy, protože její řešení musí vyhovovat všem dílčím podmínkám. [9, s.113]*

Příkladem takové úlohy může být:

*Ve třídě je 18 členů pěveckého a 16 členů sportovního kroužku. Co můžeš s jistotou říci o počtu dětí ve třídě?*

b) *Doplněk k úloze a) 6 dětí je členy obou kroužků.*

c) *Další doplněk: 4 děti nejsou členy ani pěveckého, ani sportovního kroužku*

Pro plné využití badatelského potenciálu této úlohy lze *každou dílčí úlohu řešit zvlášť a sledovat, jak řešení dílčích úloh souvisí s řešeními úlohy z nich složené. [9, s. 114]*

Příkladem úlohy s dynamickým vstupem pro SŠ může být úloha na geometrickou posloupnost: *Tři čísla tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Jestliže první číslo zmenšíme o 36, dostaneme tři následující členy aritmetické posloupnosti. Určete tuto trojici čísel.*

b) *Doplněk k úloze a): Jestliže dále třetí číslo dělíme -8, dostaneme opět tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. [17, s. 69]*

#### **1.11.5 Úlohy s dynamickým výstupem**

Úloha s dynamickým vstupem nebo také *úloha postupně informačně vytěžovaná* je úloha složená z dílčích úloh, kdy všechny úlohy vychází ze stejné počáteční situace, ale každá dílčí úloha pokládá jinou otázku. [9, s. 114]

Jako příklad uveďme úlohu: *Kolik je 10 000 listů papíru?*

- *Kolik je to balíků?*
- *Jak vysoký komín bychom z nich postavili?*
- *Jakou plochu bychom s nimi mohli vyplnit?* [9, s. 115]

Příkladem takové úlohy pro střední školy je úloha na permutace: *Kolik různých přirozených čtyřciferných čísel s různými ciframi lze sestavit z cifer 1,2,3,4,5?*

- *Kolik z nich je dělitelných 5?*
- *Kolik z nich je lichých?* [17, s. 146]

### **1.12 Jak badatelské úlohy vybírat**

Při výběru badatelské úlohy musí učitel zohlednit cíl vyučovací hodiny, čeho chce zvolenou badatelskou úlohou docílit. Podle toho můžeme úlohy rozdělit na:

- *úlohy uplatňující zcela nedávno nabyté poznatky* – úlohy vhodné na procvičení nových poznatků z předchozích hodin,
- *úlohy nabízející nový pohled na dříve probíraná a studenty již osvojená témata* – převedení již naučené teorie na praktický problém, případně úlohy, které propojují více témat dohromady,
- *úlohy připravující na zcela nové téma,*
- *úlohy aktuálně reagující na nějakou obtíž, se kterou se studenti nebyli schopni vypořádat* – úloha, která pomůže vyřešit problém vzniklý v předchozích hodinách, například když žáci špatně chápou pojem nebo chybují v postupu při řešení úlohy.

Toto dělení není striktní – jedna *badatelská úloha může náležet k více typům zároveň*. [10, s. 11-12]

Příkladem úlohy, která náleží k těmto dvěma typům úloh, je námět č. 1 s názvem Sečení kužele z praktické části této práce. Při této úloze už nyní žáci nechápou kuželosečky pouze jako graf funkce nebo jako množinu bodů dané vlastnosti, ale nyní získávají nový pohled na kuželosečku jako na průnik roviny a kuželové plochy. Zároveň zde uplatňují učivo předcházející kuželosečkám, a tím je stereometrie, konkrétně pojmy kuželová plocha, vznik kuželové plochy rotací přímky kolem osy.

### 1.13 Vývoj BOV v České republice

Badatelsky orientovaná výuka je pořád novinkou v učitelské praxi, ačkoli se s ní lze ve školách setkat čím dál častěji. Školy, které zařazují BOV do svých hodin, uvedeme v dalším odstavci. Badatelsky orientovaná výuka se začíná prosazovat až v posledních deseti letech, ale stále chybí dostatek konkrétních materiálů, ze kterých by mohli učitelé matematiky na středních školách při její realizaci vycházet. Jak uvádí Václav Šimandl [5, s.11-12] *Ještě v roce 2006 nebyla na portálu RVP o BOV ani o jeho anglickém ekvivalentu inquiry-based education žádná zmínka. (...) Na portálu RVP se první zmínka o BOV objevuje o 2 roky později: nejprve formou zmínky o tzv. badatelsky orientovaných pedagogických metodách a o inquiry-based science education v příspěvku Inovace přírodovědného vzdělávání z evropského pohledu. Do českého vzdělávacího prostředí pronikl termín BOV hlavně prostřednictvím mezinárodních projektů zaměřených na badatelsky orientované vzdělávání.* [9, s. 95] Asi nejznámější takový projekt je evropský projekt Fibonacci, zaměřený na badatelsky orientované vyučování přírodních věd a matematiky, který mj. přichází jako první s definicí BOV pro matematiku (uvedli jsme v první kapitole) a který se zaměřoval na zavedení BOV do škol. Centrum BOV pro Českou republiku je na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích. [15] Projekt probíhal od ledna 2010 do února 2013. [16]

V navazujících příspěvcích o dalších takových projektech na podporu inovací v přírodovědném vzdělávání se poprvé objevuje termín badatelsky orientovaná výuka. Šimandl dále uvádí, s odkazem na M. Papáčka, že ještě v roce 2010 *se termíny inquiry ani badatelsky orientované vyučování v českém vzdělávacím prostředí zatím plošněji neužívají.* Od toho roku se začaly postupně zapojovat fakulty různých univerzit do projektů zaměřených na šíření badatelsky orientované výuky přírodovědných předmětů. [5, s.12]

Dostál ve své práci uvádí výsledky výzkumného šetření TALIS 2013, kde bylo zjištěno, že učitelé v České republice jsou nakloněni badatelsky orientované výuce, neboť více jak 90 % učitelů České republiky vyjádřilo postoj, že:

- *úlohou učitele je usnadnit žákům jejich vlastní hledání odpovědí na otázky;*
- *žáci se nejlépe učí tím, že sami hledají řešení problémů;*
- *žáci by měli mít možnost pokoušet se sami hledat řešení praktických problémů dříve, než jim učitel řešení ukáže.* [6, s. 41]

Které školy skutečně zařazují hodiny po vzoru badatelské výuky, představíme v následující kapitole.

#### **1.14 Školy v ČR využívající BOV**

Prostřednictvím internetu jsem se pokusila dohledat školy, kde učitelé ve svých hodinách aplikují badatelsky orientovanou výuku. Školy jsem zároveň do 5 kategorií, podle množství badatelských aktivit.

##### Školy zapojené do projektu Fibonacci:

- Gymnázium Bohumila Hrabala v Nymburce, viz <https://www.gym-nymburk.cz/skola/projekty3/ukoncene-projekty/fibonacci/>
- Střední průmyslová škola strojní a stavební, Tábor, viz <https://www.sps-tabor.cz/projekty/>
- Základní škola Vltava, České Budějovice, viz <http://www.zsvltava.cz/?art=739>

##### Školy, které využily BOV ve více hodinách:

Biskupské gymnázium, Základní škola a Mateřská škola Bohosudov, Krupka – kde probíhá BOV hned v několika třídách, a to v 7. třídě, v tercii a 8. třídě v přírodopise, v sekundě a 8. třídě v chemii, viz <http://www.bgbzs.cz/?q=content/skolni-akce-v-roce-20172018>

- Gymnázium T. G. Masaryka Hustopeče – kde probíhá BOV biologie ve druhém ročníku, viz <http://www.gymhust.cz/badatelsky-orientovana-vyuka-biologie-2.a>
- SŠ gastronomie, oděvnictví a služeb, Frýdek-Místek – kde měli v rámci environmentálního vzdělávání, výchovy a osvěty pro školní rok 2017/2018 projekt zaměřený na badatelsky orientovanou výuku (BOV), viz <http://www.ssgos.cz/clanek/projekt-podporuje-badatelsky-orientovanou-vyuku-/546/>
- Základní škola a Mateřská škola Albrechtice – metodu BOV uplatňují učitelé na 2. stupni ZŠ v přírodovědných předmětech (fyzika, přírodopis, chemie a matematika) viz <http://www.zsalbrechtice.cz/cs/badatelsky-orientovane-vyucovani-bov.html#.YFY1o2FKg2w>
- Základní škola Moravská Třebová, Kostelní náměstí 21 – kde se díky projektu EU (neupřesněno jakého) zaměřeného na zavádění badatelsky orientované vyučování do běžné výuky na základních a středních školách mohou s metodou BOV seznámit



žáci 3. až 5. třídy v rámci volitelného předmětu Malý badatel a pokračovat v ní i na druhém stupni ve volitelných seminářích. viz <http://www.3zsmt.cz/index.php/236-badatelsky-orientovana-vyuka>

- Základní škola Praha – Kbely, kde od letošního školního roku probíhá badatelsky orientovaná výuka přírodopisu v 6. třídě, viz <https://www.skola-kbely.cz/web/neprehlednete-dulezita-sdeleni/novinky-pro-skolni-rok-2020-21.710>
- Základní škola Příbram, která se zapojila do projektu „Laborky,“ které se zaměřují na zavedení badatelsky orientované výuky do škol, viz <http://m.zspribyslav.eu/projekt-laborky/d-1896>
- Základní škola T. G. Masaryka Dolní Bousov, kde se v rámci přírodních věd a informatiky snaží podporovat badatelsky orientovanou výuku, viz <https://www.zsdb.cz/prvni-kroky-s-ozoboty/>
- ZŠ Vimperk, Smetanova 405 – kde BOV zařazuje do hodin paní učitelka matematiky, viz <https://zsvimperk.cz/badatelsky-orientovana-vyuka-matematiky/>

#### Školy s badatelsky vedenými kroužky:

- 1. základní škola Holešov – kde je veden speciální kroužek s názvem Badatelský klub a práce klubu je zaměřena na badatelsky orientovanou výuku přírodovědných předmětů, viz <https://www.1zsholesov.cz/nasi-badatele/>
- Základní škola a mateřská škola Ludgeřovice – kde letos otevřeli pro žáky 4. a 5. ročníků nový badatelský klub, v němž probíhá výuka BOV v oblasti přírodních věd, viz <http://www.zsludgerovice.cz/clanek/badatelsky-klub/545>
- Základní škola a Mateřská škola Pohořelice – kde uplatňují metod BOV v přírodovědném kroužku, viz <https://zspohorelice.cz/badatelsky-orientovana-vyuka/>

#### Školy s příležitostným zařazením BOV do hodin:

- Gymnázium Třinec – badatelsky orientované vyučování proběhlo v hodině chemie, kdy se žáci pokoušeli experimentálně ověřit, proč se v zimě solí silnice. viz <https://www.gymtri.cz/badatelsky-orientovana-vyuka-na-nasi-skole/>

- Základní škola a Mateřská škola Kladno, Velvarská 1206 – kde metodu BOV vyzkoušeli žáci 6. třídy v přírodopise při učivu hub, viz <https://www.zsmsvelvarska.cz/zs/fotogalerie/517/>
- Základní škola a mateřská škola Krestova, Ostrava-Hrabůvka – kde uplatňují metody BOV v hodinách chemie v 9. třídě, viz <https://zskrestova.cz/tag/projekt/>
- Základní škola a Mateřská škola, Šanov, okres Znojmo – v loňském roce se mohli žáci zúčastnit projektového dopoledne věnovaného badatelsky orientované výuce, viz <http://www.zssanov.cz/?p=6384>
- Základní škola Špitálská, Praha 9 – Vysočany – kde proběhla hodina BOV na v 5. třídě v předmětu přírodovědy, viz <https://www.zsspitalska.cz/stranky-trid/5b/>

#### Školy s blíže nespécifikovaným zařazením BOV do hodin:

- Základní škola a Mateřská škola Oty Pavla Buštěhrad – kde mají v nabídce také BOV, blíže ale není specifikováno, v jaké třídě či v jakém předmětu, viz <https://www.zsbustehrad.cz/zs/o-skole/>
- Základní škola J. V. Sládka Zbiroh – metoda BOV je uvedena na stránkách školy, avšak není specifikováno, ve které třídě či v jakém předmětu je aplikována, viz <https://www.zszbiroh.cz/42koškola-suz/badatele>
- Základní škola NEMO Říčany – soukromá škola, kde mají v nabídce také BOV, blíže ale není specifikováno, v jaké třídě či v jakém předmětu, viz <https://www.nemoricany.cz/zakladni-skola>

Z uvedeného přehledu je možné vyčíst, že badatelsky orientovaná výuka stále převládá na základních školách, na středních školách se objevuje pořád ojediněle. Z našeho výčtu se jedná o 17 základních škol a 5 středních škol. Tato bilance může být důsledkem nedostatečného množství materiálů pro střední školy, ze kterých by učitelé mohli při výuce čerpat, což bývá často uváděno jako problém při zavádění BOV do výuky, jak jsme již uvedli v kapitole Nevýhody BOV. Badatelsky orientovaná výuka má však mnoho předností, jak jsme již uvedli v kapitole Proč zavádět BOV do vyučování. Jmenujme například zatraktivnění výuky, zvýšení vnitřní motivace žáků k učení, rozvoj dovedností hledat a objevovat, rozvoj myšlení (analýza, dedukce, porovnávání výsledků atd.), žáci

chápou učivo v souvislostech, dokáží získané poznatky propojovat s dalšími předměty a díky vlastnímu aktivnímu zjištění dochází u žáků k lepšímu zapamatování poznatků.

Z těchto důvodů práce přichází s nabídkou materiálů pro badatelsky orientovanou výuku matematiky na střední škole. V následující části práce budou představeny konkrétní náměty do hodin matematiky na střední škole.

## 2 Praktická část

Ačkoliv se v posledních deseti letech badatelsky orientovaná výuka začíná prosazovat do praxe, stále chybí dostatek konkrétních materiálů, ze kterých by mohli učitelé matematiky na středních školách při její realizaci vycházet, a proto následující praktická část přispěje do nabídky materiálů a nabízí přípravy do hodin s badatelsky orientovanou výukou matematiky na střední škole.

Praktická část obsahuje sedm námětů z témat probíraných obvykle ve 2. až 4. ročníku gymnázií a středních škol, které umožňují maturitu z matematiky. Některé náměty je možné využít i v prvním ročníku střední školy.

Většina z příprav je zaměřena na zavádění nového učiva, případně nového pojmu. Přípravy jsou vedeny tak, že z konkrétních slovních úloh žáci vyvozují obecné vzorce.

Přípravy mají jednotné schéma. Vždy je na začátku uvedena krátká anotace, která poskytne základní představu o tom, k čemu daný námět vede. Všechny přípravy jsou koncipovány pro skupinové práce v počtu 3–4 žáků. U každé přípravy je uvedena úroveň bádání. V této práci převažuje nasměřované a strukturované bádání, v jednom případě je zastoupeno otevřené bádání. Ke každé přípravě je přiložen pracovní list, jehož obsáhlost odpovídá úrovni bádání, obrázky v pracovních listech jsou vytvořeny pomocí programu GeoGebra. U všech příprav jsou uvedeny návodné otázky, které žákům mohou pomoci dojít k závěru, aniž by byl žákům cíl přímo sdělený. Primárně bychom však měli žáky nechat pracovat samostatně a až ve chvíli, kdy si žák neví rady, pomoci návodnou otázkou.

U většiny příprav je v první fázi hodiny uvedeno opakování učiva, které je potřebné pro nadcházející hodinu. Poté následuje motivace, která uvede žáky do problému, navodí otázku, uvede situaci. Po rozdělení žáků do skupin následuje vlastní badatelská činnost, kdy žáci pracují samostatně, pokud se nejedná o potvrzující či strukturované bádání, a tak jsou v přípravách uvedeny očekávané postupy, jak by žáci měli ideálně postupovat, nikoli jak žáci musí postupovat.

Na konci každé přípravy jsou uvedeny znalosti a dovednosti, které musí žák ovládat, aby mu bádání v dané hodině nedělalo problém. Poté následuje ještě poznámka, kde uvádím možné modifikace úloh.

## 2.1 Vzorové přípravy do hodin BOVM

Námět. č.	Název	Učivo	Typ bádání	Strana
1	Sečení kužele	Kuželosečky	nasměřované	46
2	Co vymyslel Gauss?	Aritmetická posloupnost	strukturované	50
3	Jak rychle se mohou šířit dezinformace?	Exponenciální funkce	strukturované	54
4	Spolusedící u stolu	Mnohoúhelníky	nasměřované	59
5	Jak rychle se množí bakterie?	Geometrická posloupnost	nasměřované	62
6	Co vystihuje naši třídu?	Statistika	otevřené	66
7	Kdo z nás bude vítěz?	Kombinatorika – variace	nasměřované	69

### 2.1.1 Námět č. 1: Kuželosečky – Sečení kužele

#### Anotace:

Materiál je zaměřen na odvození typu kuželosečky řezem kuželové plochy.

**Tematický okruh:** Analytická geometrie

**Téma:** Kuželosečky

**Cíl:** Žák rozeznává typ kuželosečky na základě polohy roviny při řezu kuželové plochy.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve dvojicích nebo malých skupinách (záleží na počtu žáků ve třídě).

**Cílová skupina žáků:** 3. ročník střední školy (septima víceletého gymnázia)

**Časová náročnost:** 45 min

**Úroveň bádání:** nasměřované

**Pomůcky:** papír, lepenka, nůžky, špejle, tužka, pracovní list s tabulkou

#### Struktura hodiny

- Opakování – typy kuželoseček, propojení s grafy kvadratické funkce a nepřímé úměrnosti (lineární lomené funkce).
- Motivace – Název kuželosečky vyplývá z toho, že daná kuželosečka vznikne „sečením“ kuželové plochy rovinou, jinak řečeno kuželosečky můžeme získat jako průnik rotační kuželové plochy a roviny.
- Rozdělení žáků do dvojic nebo malých skupin.
- Vytvoření čtyř modelů kuželové plochy z papíru, osu kuželové plochy představuje špejle, povrchovou přímkou představuje další špejle.
- Vlastní badatelská činnost:
  - žáci zkouší různými polohami roviny (může ji představovat další papír nebo pravítko) odhadnout, jakou polohou roviny řezu kuželové plochy vznikne daná kuželosečka,
  - jakmile žáci přijdou na to, jakou polohou roviny vznikne daná kuželosečka, do tabulky zakreslí polohu roviny a kulové plochy,

- do tabulky zapíše vztah mezi úhlem, který svírají povrchové přímky s osou kužele ( $\alpha$ ) a úhlem, který svírá rovina řezu s osou kužele ( $\beta$ ).
- Hromadné porovnání závěrů, formulace závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem.
- Pokud by žáci sami úlohu nezvládali, k vyvození závěrů mohou žákovi pomoci následující otázky (přejdeme ke strukturovanému bádání):
  - Jak bude vypadat kuželosečka, která vznikne řezem roviny, která je kolmá na osu kuželové plochy?
  - Jak bude vypadat kuželosečka, která vznikne řezem roviny, která je rovnoběžná s rovinou povrchové přímky?
  - Jak bude vypadat kuželosečka, která vznikne řezem roviny, která svírá s osou kuželové plochy větší úhel než úhel, který svírá povrchová přímka s osou kuželové plochy?
  - Jak bude vypadat kuželosečka, která vznikne řezem roviny, která svírá s osou kuželové plochy menší úhel než úhel, který svírá povrchová přímka s osou kuželové plochy?

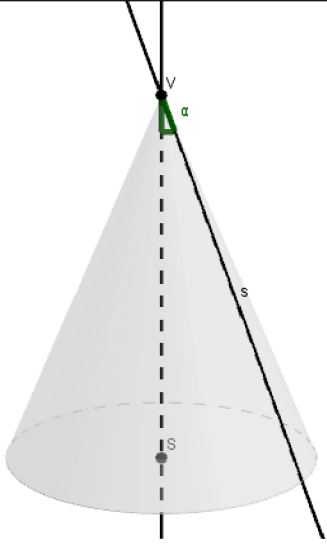
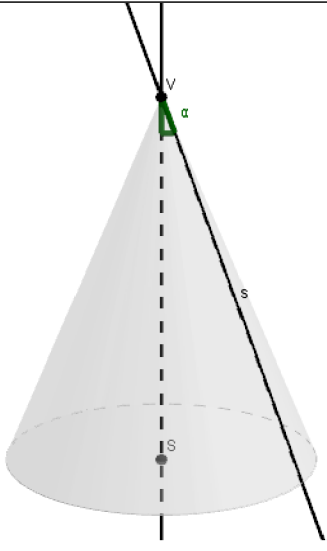
### **Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák zná pojmy – kuželová plocha, osa kuželové plochy, povrchová přímka. Zná jednotlivé typy kuželoseček – zná názvosloví a ví, jak daná kuželosečka vypadá.

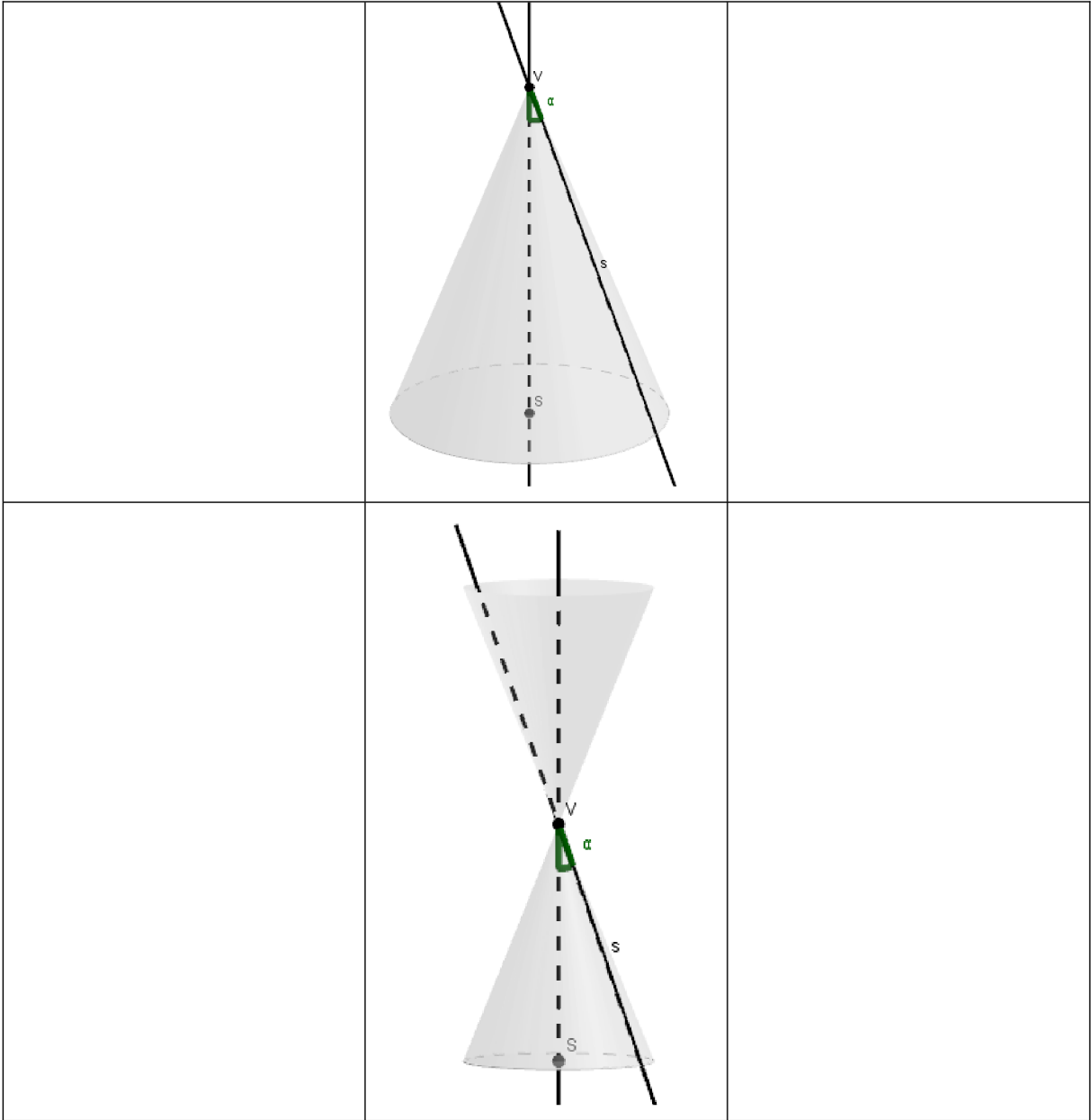
### **Poznámka:**

Kuželová plocha nemusí být pouze z papíru, papír lze nahradit modelínou či polystyrenovými modely. Úlohu lze dále rozvinout tím, že do kuželové plochy vepíšeme kulové plochy (ideálně z modelíny či polystyrenu) a body dotyku roviny řezu a kulové plochy označíme jako ohniska kuželoseček, z čehož lze vyvozovat další závěry ve vztahu kuželosečky a ohnisek.

## Pracovní list č. 1: Kuželosečky – Sečení kužele

Název kuželosečky	Poloha roviny řezu	Vztah mezi úhlem, který svírají povrchové přímky s osou kužele ( $\alpha$ ) a úhlem, který svírá rovina řezu s osou kužele ( $\beta$ )
		
		





## 2.1.2 Námět č. 2: Aritmetická posloupnost – Co vymyslel Gauss?

**Anotace:** Materiál je zaměřen na odvození vzorce pro součet aritmetické posloupnosti.

**Tematický okruh:** Posloupnost

**Téma:** Součet aritmetické posloupnosti

**Cíl:** Žák z dílčích příkladů vyvozuje vzorec pro součet aritmetické posloupnosti.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve skupinkách po 3-4 žácích.

**Cílová skupina žáků:** 3. ročník střední školy (septima víceletého gymnázia)

**Časová náročnost:** 45 min

**Úroveň bádání:** strukturované

**Pomůcky:** papír, tužka, kalkulačka, pracovní list s tabulkou

### Struktura hodiny

- Opakování – aritmetický průměr.
- Motivace – Německý matematik Karl Friedrich Gauss (žil v letech 1777-1855) byl geniálním dítětem. Podle vlastních pamětí uměl prý dříve počítat než mluvit. Když mu bylo devět let, zadal žákům učitel ve škole úlohu, kdy měli sečíst čísla od 1 do 60. Malý Fridrich Gauss přišel se správným výsledkem téměř hned a učiteli zároveň osvětlil, jak na správný výsledek přišel. Jeho postupem se počítá dodnes. [18, s.128-129] Na co tehdy malý Gauss přišel? Jak rychle sečíst určitou řadu čísel, aniž bychom sčítali každé číslo?
- Rozdělení žáků do skupin (3-4 žáci).
- Vlastní badatelská činnost (očekávaný postup):
  - žáci zkouší různými způsoby sečíst nejprve prvních 5 čísel, poté 10 čísel, poté 15, poté prvních 20 čísel (nebo si mohou libovolně zadat počet čísel, která budou sčítat),
  - výsledky součtu prvních 5, 10, 15, a 20 čísel zapíší do tabulky (nebo zapíší součty zvolených čísel),
  - žáci zkouší na základě dosažených výsledků odvodit vztah mezi součtem a počtem sčítaných čísel,
  - pokud se jim nedaří, lze jim pomoci návodnými otázkami.

- K vyvození závěrů mohou žákovi pomoci následující otázky:
  - Jaký bude součet, pokud nebudeme čísla sčítat od 1 do  $n$ , ale od  $n$  do 1?
  - Pomoci může i zápis ve dvou řadách pod sebou, kdy do první řady napíšeme čísla od 1 do  $n$ , do druhé řady zapíšeme čísla od  $n$  do 1.
  - Jaký bude součet, pokud sečteme první a poslední číslo?
  - Jaký bude součet, pokud sečteme druhé a předposlední číslo? Třetí číslo odpředu a třetí číslo odzadu? Čtvrté číslo odpředu a čtvrté číslo odzadu?
  - Kolik sčítáme čísel, když sečteme první a poslední číslo, nebo druhé a předposlední číslo?
  - Jaký je aritmetický průměr součtu prvního a posledního čísla, nebo druhého a předposledního čísla? Třetího čísla odpředu a třetího čísla odzadu?
  - Kolik sčítáme celkem čísel?
  - Jak bychom mohli nazvat řadu čísel, kdy se předchozí číslo od následujícího liší stále o stejné číslo (o jedničku)?
- Necháme žáky dohledat, po dosažení jejich závěru, jak to tedy Gauss kdysi vymyslel, a porovnat jeho výsledek s jejich.
- Hromadné porovnání závěrů, formulace závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem.

**Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák zná pojmy součet, aritmetický průměr.

**Poznámka:** Na tuto aktivitu lze navázat další obdobnou, kdy nesčítáme prvních  $n$  čísel, ale čísla v určitém rozmezí například od 10 do 20 a ověřit návaznost, že právě nalezený vzorec platí i pro takovou posloupnost.

## Pracovní list č. 2: Co vymyslel Gauss?

- 1) Nejprve sečtěme prvních 5 čísel, poté 10 čísel, poté 15, poté prvních 20 čísel (nebo si libovolně zadejte další počet čísel, které budete sčítat).

$$1+2+3+4+5 =$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 =$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15 =$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20 =$$

- 2) výsledky запиšte do následující tabulky

první číslo označíme jako  $a_1$  a poslední číslo jako  $a_n$ , druhé číslo jako  $a_2$ , předposlední jako  $a_{n-1}$  atd.

$n$	Součet prvních $n$ čísel	Součet prvního a posledního čísla ( $a_1+a_n$ )	$a_2 + a_{n-1}$	Aritmetický průměr $a_1+a_n$	Aritmetický průměr $a_2 + a_{n-1}$
5					
10					
15					
20					

**Vztah mezi součtem a počtem sčítaných čísel:**

- 3) nápomocné otázky

- Jaký bude součet, pokud nebudeme čísla sčítat od 1 do  $n$ , ale od  $n$  do 1?

$$5+4+3+2+1 =$$

$$10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 =$$

- Jaký bude součet, pokud sečteme třetí číslo odpředu a třetí číslo odzadu? Čtvrté číslo odpředu a čtvrté číslo odzadu?
- Jaký je aritmetický průměr součtu prvního a posledního čísla, nebo druhého a předposledního čísla? Třetího čísla odpředu a třetího čísla odzadu?

### 2.1.3 Námět č. 3: Exponenciální funkce – Jak rychle se mohou šířit dezinformace?

#### Anotace:

Materiál je zaměřen na odvození grafu exponenciální funkce tzv. exponenciály

**Tematický okruh:** Funkce

**Téma:** Exponenciální funkce

**Cíl:** Žák sestrojí graf exponenciální funkce.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve skupinkách po 3-4 žácích.

**Cílová skupina žáků:** 2. ročník střední školy (sexta víceletého gymnázia)

**Časová náročnost:** 90 min

**Úroveň bádání:** strukturované

**Pomůcky:** papír, tužka, kalkulačka, pracovní list s tabulkou

#### Struktura hodiny

- Opakování – mocnina deseti, jak sestřit graf funkce.
- Motivace – Petr poslal řetězový email, který obsahoval spousty dezinformací, deseti lidem a jelikož je to řetězový email, tak v něm bylo napsáno, že každý dotyčný musí tento email do týdne poslat dalším deseti lidem, nebo budou mít do konce života ve všem smůlu a už nikdy nebudou mít v ničem štěstí. Každý z deseti Petrových známých, kteří obdrželi email, si řekl: „Raději to pošlu, co kdybych opravdu už měl navždy smůlu.“ A pošle to dalším svým deseti známým. Kdy se email dostane k tisícovce lidí, pokud se bude stále šířit stejnou rychlostí, tedy že každý, kdo email obdrží, jej pošle dalším svým deseti známým, přičemž ani jeden člověk neobdrží email dvakrát? Kdy se dostane email k deseti tisícům lidí? Kdy se dostane ke každému občanu České republiky? Kdy příspěvek obletí každého obyvatele Evropy? A kdy email obletí celý svět? (Předpokládejme, že každý občan ČR, resp. Evropy, resp. světa má email).
- Rozdělení žáků do skupin (3-4 žáci).
- Vlastní badatelská činnost (očekávaný postup):
  - žáci nejprve spočítají, kolikrát byl email poslán druhý týden, kolikrát třetí týden,

- žáci zjistí, po kolika týdnech se zpráva dostane k tisíci lidí, následně kdy se dostane email k deseti tisícům lidí,
  - pokud žáci nevědí, kolik obyvatel má Česká republika, Evropa nebo svět, dohledají údaje a poté určí, po kolika týdnech se ke každému občanu ČR a Evropy dostane email,
  - z tabulky napíší obecný předpis pro  $n$  týdnů,
  - žáci vyplní druhou tabulku v souvislosti s otázkami, jak by se změnila hodnota, kdyby se email měl poslat jenom pěti lidem,
  - jak by se změnila hodnota, kdyby se měl email poslat dvaceti lidem,
  - obecné předpisy pro  $n$  týdnů vezmou jako argument funkce a vytvoří grafy funkcí do jednoho obrázku,
  - odpoví na otázky spojené s grafem funkce, jaké vlastnosti o funkci mohou z grafu vyčíst,
  - závěrem zkusí vymyslet název nové funkce.
- K vyvození závěrů mohou žákovi pomoci následující otázky:
    - je možné zapsat počet lidí, kteří obdrželi email, v mocnině deseti, resp. pěti, resp. dvaceti?
    - název funkce – Jak bychom mohli nazvat funkci, která má proměnnou v exponentu?
- Hromadné porovnání závěrů, formulace závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem.

### **Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák zná pojmy mocnina deseti (pěti, dvaceti), umí kreslit graf funkce – rozeznává závisle a nezávisle proměnnou.

**Poznámka:** Úlohu lze modifikovat pro šíření čehokoli, např. nemoci, kdy každý nakažený nakazí určitý počet dalších lidí.

### Pracovní list č. 3: Jak rychle se mohou šířit dezinformace?

Počet týdnů	Počet lidí, kteří obdrželi email
1. týden	10
2. týden	$10 \cdot 10 = 100$
	1000
	10 000
	Každý obyvatel ČR =
	Každý obyvatel Evropy =
	Každý člověk na planetě =

**obecný předpis pro  $n$  týdnů**

Odpovězte na otázky:

- Jak by se změnilы hodnoty, kdyby se email měl poslat jenom pěti lidem? Jak by se změnilы hodnoty, kdyby se měl email poslat dvaceti lidem?



### Pracovní list č. 3: Jak rychle se mohou šířit dezinformace?

Počet týdnů	Počet lidí, kteří obdrželi email	Počet týdnů	Počet lidí, kteří obdrželi email
1. týden	5	1. týden	20
2. týden	$5 \cdot 5 = 25$	2. týden	$20 \cdot 20 = 400$
	1000		1000
	10 000		10 000
	Každý obyvatel ČR =		Každý obyvatel ČR =
	Každý obyvatel Evropy =		Každý obyvatel Evropy =
	Každý člověk na planetě =		Každý člověk na planetě =
<b>obecný předpis pro <math>n</math> týdnů</b>		<b>obecný předpis pro <math>n</math> týdnů</b>	

- Jak byste pojmenovali novou funkci vzhledem k tomu, kde se nachází proměnná  $x$ ?

### **Pracovní list č. 3: Jak rychle se mohou šířit dezinformace?**

- Načrtněte grafy. Co mají společného? Jak se mění křivka, pokud se zmenšuje/zvětšuje počet lidí, kterým by měl být email poslán?

#### 2.1.4 Námět č. 4: Velikost vnitřních úhlů pravidelného mnohoúhelníku – Spolusedící u stolu

##### **Anotace:**

Materiál je zaměřen na odvození vzorce pro součet vnitřních úhlů pravidelného mnohoúhelníku

**Tematický okruh:** Geometrie v rovině

**Téma:** Mnohoúhelníky

**Cíl:** Žák vyvozuje obecný vzorec pro součet vnitřních úhlů mnohoúhelníku.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve skupinkách po 3-4 žácích.

**Cílová skupina žáků:** 2. ročník střední školy (sexta víceletého gymnázia)

**Časová náročnost:** 45 min

**Úroveň bádání:** nasměrované

**Pomůcky:** papír, tužka, kalkulačka, rýsovací potřeby, úhloměr, pracovní list s náčrtky

##### **Struktura hodiny**

- Motivace –  $n$  lidí sedí u společného stolu, který má  $n$  shodných hran (stůl má tvar pravidelného  $n$  úhelníku). Každý sedí uprostřed jedné hrany stolu. O kolik stupňů musí dotyčný otočit hlavu, chce-li se při konverzaci podívat z člověka sedícího po jeho pravici na člověka sedícího po jeho levici a celkem jich u stolu sedí 10? Jak velký dostaneme úhel, sečteme-li úhly otočení hlavy každého ze sedících u jednoho stolu?
- Opakování – pravidelné mnohoúhelníky, součet vnitřních úhlů trojúhelníku
- Rozdělení žáků do skupin (3-4 žáci)
- Vlastní badatelská činnost:
  - žák dostane pracovní list s náčrtem stolu tvaru pravidelného trojúhelníku (rovnostranný trojúhelník) a pravidelného čtyřúhelníku (čtvercem), aby získal představu, jak je úloha myšlena,
  - je na žácích, jaký postup zvolí, aby získali dostatečné množství informací pro vyvození obecného vzorce pro součet vnitřních úhlů pravidelného  $n$ -úhelníku (pravděpodobně by měl narýsovat více pravidelných

mnohoúhelníků a změřit jejich vrcholové úhly a určit součet vnitřních úhlů a následně vyvodit obecný vzorec).

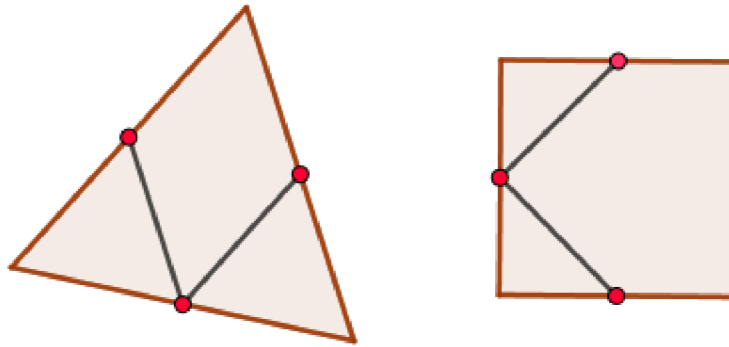
- Pokud by si žáci nevěděli rady, k vyvození závěru mohou žákovi pomoci následující otázky:
  - O kolik se liší součet vnitřních úhlů trojúhelníku a čtverce?
  - O kolik se liší součet pravidelného pětiúhelníku a čtverce?
  - O kolik se liší součet pravidelného pětiúhelníku a pravidelného šestiúhelníku?
  - Jaký je vztah mezi součtem vnitřních úhlů daného mnohoúhelníku a součtem vnitřních úhlů trojúhelníku?
  - Kolikrát je součet vnitřních úhlů daného mnohoúhelníku větší než součet vnitřních úhlů trojúhelníku?
  - Jak tento násobek lze zapsat pomocí čísla  $n$  příslušného mnohoúhelníku?
- Hromadné porovnání závěrů, formulace závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem.

### **Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák zná pojem pravidelný mnohoúhelník, strana mnohoúhelníku, dokáže sestrojít pravidelný mnohoúhelník, umí sestrojít střed strany mnohoúhelníku, změřit vnitřní úhel mnohoúhelníku.

**Poznámka:** Úlohu lze řešit pro libovolně zvolené pravidelné mnohoúhelníky – nechat na žácích, aby si sami vybrali, jaký tvar mnohoúhelníku bude stůl mít. Úlohu je možné dále rozvinout otázkami: Jak by výsledek vypadal pro nepravidelné mnohoúhelníky? Jaký by byl výsledek pro konvexní a nekonvexní mnohoúhelníky?

## Pracovní list č. 4: Spolusedící u stolu



Červené puntíky znázorňující spolusedící u stolu tvaru pravidelného  $n$  – úhelníku, konkrétně sedí-li u stolu tři lidé (vpravo) nebo čtyři lidé (vlevo). Černé úsečky vytínají úhel, o který musí dotyčný otočit hlavu, chce-li se při konverzaci podívat z člověka sedícího po jeho pravici na člověka sedícího po jeho levici.

- O kolik stupňů musí dotyčný otočit hlavu, chce-li se při konverzaci podívat z člověka sedícího po jeho pravici na člověka sedícího po jeho levici a celkem jich u stolu sedí 10? Jak velký dostaneme úhel, sečteme-li úhly otočení hlavy každého ze sedících u jednoho stolu?
- Jak velký dostaneme úhel, sečteme-li úhly otočení hlavy každého ze sedících u jednoho stolu, když počet sedících u stolu je  $n$ ?

### 2.1.5 Námět č. 5: Geometrická posloupnost – Jak rychle se množí bakterie?

#### Anotace:

Materiál je zaměřen na odvození vzorce pro  $n$ -tý člen geometrické posloupnosti.

**Tematický okruh:** Posloupnost

**Téma:** Vzorce geometrické posloupnosti

**Cíl:** Žák z příkladu z biologie odvodí obecný vzorec pro  $n$ -tý člen geometrické posloupnosti.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve skupinkách po 3-4 žácích.

**Cílová skupina žáků:** 3. ročník střední školy (septima víceletého gymnázia)

**Časová náročnost:** 45 min

**Úroveň bádání:** nasměřované

**Pomůcky:** papír, tužka, kalkulačka, pracovní list s tabulkou

#### Struktura hodiny

- Opakování – mocniny dvou
- Motivace – Podívejte se na video o množení bakterií pod mikroskopem.  
<https://www.youtube.com/watch?v=KlpcCyuyypzg>  
Pokud budete video zastavovat vždy v okamžiku, kdy se objeví časový údaj, dokážete určit, kolik bakterií je v daném okamžiku a o kolik vzrostl počet bakterií oproti předchozímu okamžiku, kdy se na obrazovce objevil časový údaj. Dokážete určit, za jak dlouho bude bakterií přes 10? Za jak dlouho jich bude přes 50 nebo přes 100?
- Rozdělení žáků do skupin (3-4 žáci)
- Vlastní badatelská činnost (očekávaný postup):
  - žáci si pustí video a vidí, že po 20 minutách jsou bakterie dvě, po 40 minutách od počátku jsou bakterie 4, po hodině je bakterií 8,
  - z videa vyvodí, že každých dvacet minut se počet bakterií dvojnásobí, tedy každých 20 minut bude bakterií dvakrát tolik,
  - postupují podle návodných otázek v pracovním listu.

- K vyvození závěrů mohou žákovi pomoci následující otázky:
  - Jak dostaneme z daného počtu bakterií počet bakterií za dalších 20 min? Označte si dané číslo např. písmenem  $q$ .
  - Zapište obecně, jak dostaneme člen  $a_3$  z předchozího členu  $a_2$ ?
  - Kdybychom nesledovali video, dokázali bychom říci, kolik bakterií bude po hodině, když víme, že po 20 minutách byly bakterie jen dvě?

Počet bakterií	2		
Čas od počátku	20 min	40 min	60 min

- Kdybychom nesledovali video, dokázali bychom říci, kolik bakterií bude po hodině a 20 minutách, když víme, že po 20 minutách byly bakterie jen dvě?

Počet bakterií	2			
Čas od počátku	20 min	40 min	60 min	1h 20min

- Kdybychom nesledovali video, dokázali bychom říci, kolik bakterií bude po dvou hodinách, když víme, že po 20 minutách byly bakterie jen dvě?

Počet bakterií	2					
Čas od počátku	20 min	40 min	60 min	1h 20min	1h 40min	2h

- Jakými čísly jste násobili počáteční počet bakterií (2 bakterie), abyste dostali počet bakterií po hodině, resp. po hodině 20 minutách, resp. po dvou hodinách? Co mají čísla společného? Dají se zapsat jako mocnina jednoho čísla?
- Dokážete obecně zapsat počet bakterií pro  $n$ -tý časových úsek, když víme, že po prvním časovém úseku, tedy  $a_1$ , se počet bakterií rovnal dvěma? Připomeňte si, jak dostaneme z daného počtu bakterií počet bakterií za dalších 20 min? Označte si dané číslo např. písmenem  $q$ .

- Hromadné porovnání závěrů, formulace závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem.

**Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák zná pojmy mocnina dvou a umí násobit.

**Poznámka:** Tuto aktivitu lze velmi dobře propojit s biologií, a proto je možné se domluvit s učitelem biologie, aby zadal obdobný úkol žákům v hodině biologie nebo jiný vhodný konkrétní příklad a v hodině matematiky úkol s žáky vyřešit.



## Pracovní list č. 5: Jak rychle se množí bakterie?

Počet bakterií	2								
Čas od počátku	20 min	40 min	60 min	1h 20min					

Označme první časový úsek jako  $a_1$  a přiřaďme mu počet bakterií po prvním časovém úseku (tedy po 20 minutách), druhý časový úsek označme jako  $a_2$ , třetí časový úsek jako  $a_3$  apod.

Počet bakterií	2								
$n$ -tý časový úsek $a_n$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$					
Čas od počátku	20 min	40 min	60 min	1h 20min					

- Zapište obecně, jak dostaneme člen  $a_{n+1}$  z předchozího členu, tedy z členu  $a_n$ .
- Dokážete obecně zapsat počet bakterií pro  $n$ -tý časový úsek, když víme, že po prvním časovém úseku, tedy  $a_1$ , se počet bakterií rovnal dvěma?
- Zkuste ověřit, že vámi zapsaný obecný vzorec by platil, i kdyby se každá bakterie každých 20 min rozdělila na 4?

### 2.1.6 Námět č. 6: Statistika – Co vystihuje naši třídu?

**Anotace:** Materiál je zaměřen na definování statistických pojmů na konkrétních statistických šetřeních ve třídě.

**Tematický okruh:** Statistika

**Téma:** Základní statistické pojmy, absolutní a relativní četnost, grafické znázornění četnosti

**Cíl:** Žák ze získaných dat vyvozuje relativní četnost sledovaného statistického znaku a znázorňuje ji v grafu. Žák určuje modus a medián sledovaného statistického znaku.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve skupinkách po 3-4 žácích.

**Cílová skupina žáků:** obvykle 4. ročník střední školy (oktáva víceletého gymnázia), 1. ročník střední školy

**Časová náročnost:** 90 min

**Úroveň bádání:** otevřené

**Pomůcky:** papír, tužka, kalkulačka, pracovní list

#### Struktura hodiny

- Opakování – procenta, typy grafů
- Motivace – *Přijdete-li k lékaři s chřipkou, věnuje se lékař jen vašemu onemocnění. Sestavuje-li výkaz o výskytu chřipky ve svém obvodě, stáváte se jen jednotkou ve statistickém souboru onemocnění chřipkou. Vyšetřuje-li policie vaši automobilovou nehodu, zabývá se jenom jí, sleduje-li však nehodovost v silničním provozu, stává se vaše autonehoda jen jednotkou ve statistickém souboru dopravních nehod.* [19, s. 131] My nyní uděláme statistický soubor z naší třídy, každý žák bude statistická jednotka a pokusíme se zjistit, co je pro naši třídu typické.
- Rozdělení žáků do skupin (3-4 žáci)
- Vlastní badatelská činnost (očekávaný postup):
  - každá skupina vymyslí výzkumnou otázku, kterou by se chtěli ve své třídě zabývat, co by chtěli o své třídě zjistit (např. nejčastější barva očí, průměrná výška spolužáků, průměrná vzdálenost bydliště spolužáků od školy, kolik cizích jazyků umí spolužáci, domácí mazlíčci spolužáků, počet sourozenců spolužáků apod.),

- každá skupina stanoví hypotézu pro svou výzkumnou otázku (Domníváme se, že nejčastější barvou očí v naší třídě je modrá apod.),
  - žáci se pokusí vymyslet, jakým způsobem získají anonymní data (např. vhození lístečků do krabice),
  - k anonymnímu získání dat je možné využít online aplikace (např. collboard.com, jamboard.google.com a další, které znají žáci),
  - žáci vyhodnocují získaná data (nejlépe do tabulky), kdy uvedou, pro kolik spolužáků odpovídají získané hodnoty sledovaného znaku, uvedou, kolik je to procent, a zakreslí hodnoty do grafů (možno využít excel),
  - jakmile mají všechny skupinky hotovo, každá skupinka odprezentuje své výsledky – čím se zabývali, co předpokládali, co jim z šetření vyšlo, odpovídá výsledek jejich předpokladu, co jim činilo potíže apod.
- Hromadné porovnání závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem. Na nyní provedených šetřeních ukážeme, co znamenají pojmy:
    - statistický soubor a statistická jednotka (už známe z motivace),
    - rozsah souboru,
    - statistický znak, kvantitativní vs. kvalitativní,
    - s odkazem na pracovní list ukážeme, co je absolutní četnost, co je relativní četnost, co je modus a co je medián – jejich přednosti a nedostatky.

### **Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák umí dělit a vypočítat určité procento ze základu, umí zakreslovat hodnoty do grafu.

**Poznámka:** Každá skupina může stanovit více výzkumných otázek, záleží na počtu žáků ve třídě. Vzhledem k definici pojmů nám stačí, aby každá skupina provedla jedno výzkumné šetření.

## Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?

- Co bych chtěl zjišťovat? (Stanovení výzkumné otázky)
- Předpokládáme, že.... (Stanovení hypotézy)

Získané hodnoty	Počet spolužáků	Počet spolužáků v %

- Jaká získaná hodnota se objevila u nejvíce spolužáků?
- Pokud to u vaší výzkumné otázky jde (zjišťovali jste číselné hodnoty), seřad'te získané **hodnoty** podle velikosti vzestupně a určete prostřední hodnotu.

### Graf

**Potvrdila se naše hypotéza?**

### 2.1.7 Námět č. 7: Variace – Kdo z nás bude vítěz?

#### Anotace:

Materiál je zaměřen na odvození vzorce pro počet všech  $k$ -členných variací z  $n$  prvků.

**Tematický okruh:** Kombinatorika

**Téma:** Variace (bez opakování)

**Cíl:** Žák z příkladu vyvozuje obecný vzorec pro počet všech  $k$ -členných variací (bez opakování) z  $n$  prvků.

**Forma výuky:** Žáci pracují ve skupinkách po 4 žácích.

**Cílová skupina žáků:** 4. ročník střední školy (oktáva víceletého gymnázia)

**Časová náročnost:** 45 min

**Úroveň bádání:** nasměřované

**Pomůcky:** papír, tužka, pracovní list s otázkami

#### Struktura hodiny

- Motivace – Kdo z nás čtyř bude vítěz? Kdo získá stříbrnou medaili, kdo bronzovou a kdo na stupni vítězů stát nebude? Pokuste se vytvořit všechny možné varianty tak, aby si každý z vás vyzkoušel všechny pozice, přičemž za jinou variantu se považuje i výměna míst mezi dvěma z vás. Kolik takových variant na stupních vítězů je možných?
- Rozdělení žáků do skupin po 4 žácích. (V případě, že nevychází počet žáků přesně na 4 žáky ve skupině, je 4 minimální počet žáků ve skupince, maximální počet 5)
- Vlastní badatelská činnost (očekávaný postup):
  - každá skupinka žáků provede nejprve odhad, kolik variant uskupení na stupni vítězů mohou ve čtyřech vytvořit,
  - skupinky žáků se rozmístí po třídě tak, aby měly dostatečný prostor a postupnou výměnou míst budou utvářet všechny možné varianty a zaznamenávat počet utvořených variant,
  - jakmile, podle nich, vyčerpají všechny možnosti, rozdáme žákům pracovní list s návodnými otázkami.
- K vyvození závěrů mohou žákovi pomoci následující otázky:

- Kolikačlenné skupinky jsme na stupních vítězů tvořili? Označme toto číslo jako  $k$ .

$k =$

- Z kolika členů jsme vždy vybírali ty, kteří se postaví na stupně vítězů? Označme toto číslo  $n$ .

$n =$

- Předpokládejme, že jsme vždy vybírali členy skupiny nejprve na první místo (zlatou medaili), poté na druhé místo (stříbrnou medaili) a nakonec na třetí místo (na bronzovou medaili).

- Z kolika členů jsme vybírali na první místo?
- Z kolika členů jsme vybírali na druhé místo poté, co jsme určili vítěze?
- Z kolika členů jsme vybírali na třetí místo poté, co jsme určili vítěze a stříbrného medailistu?

- Pokud nyní tato tři čísla vynásobíme, jaké dostaneme číslo?

- Jaké je poslední číslo tohoto součinu? Jak by jej šlo zapsat pomocí písmene  $n$  a  $k$ , které jsme definovali výše?

- Hromadné porovnání závěrů, formulace závěrů, shrnutí a závěrečné zhodnocení učitelem.

### **Předpokládané znalosti a dovednosti žáka:**

Žák umí násobit a je schopný algebraického zobecnění.

**Poznámka:** Při této aktivitě je důležité dodržet počet 4 členů ve skupince, při počtu 3 by se jednalo o permutace, což zatím znát nechceme. U pětičlenných skupin je možné situaci vyřešit tak, že pracuje čtyřčlenná skupina, pátý žák je v roli pozorovatele a zapisovatele.

Při větším počtu žáků ve skupince bude mnoho variant, aktivita bude zdlouhavá a žáci pravděpodobně nepřijdou na správný počet variant.

## Pracovní list č. 7: Kdo z nás bude vítěz?

- Kolik variant uskupení na stupních vítězů jste vytvořili?
- Shoduje se počet s vaším odhadem?
- Označme počet členů ve skupince  $n$  a počet členů, který jsme vždy vybírali na stupně vítězů jako  $k$ . Kolik variant uskupení bychom mohli vytvořit, pokud by platilo, že  $n = 5$  ? Zkuste vyřešit graficky na papír.
- Kolik variant uskupení bychom mohli vytvořit, pokud bychom již nevybírali členy skupiny na stupně vítězů, ale volili bychom vedoucího skupiny a jeho zástupce? Tedy by platilo, že  $n = 4$  a  $k = 2$ ? Zkuste vyřešit graficky na papír.
- Zapište obecně vzorec pomocí čísel  $n$  a  $k$  pro počet variant, které se vám podařilo vytvořit.
- Ověřte, zda vámi uvedený obecný vzorec by platil i pro výběr dvojice ze čtyř členů, případně dvojice ze tří členů.



## 2.2 Reflexe

Pro ověření námětů v praxi jsem vybrala námět č. 3: Jak rychle se mohou šířit dezinformace? a námět č. 6: Co vystihuje naši třídu? Náměty byly vybrány vzhledem k tématům probíraným v čase ověřování. Námět č. 3 byl realizován ve druhém ročníku v rámci tematického celku funkce a námět č. 6 byl realizován v prvním ročníku, kde byl probírán tematicky celek procentuální počet a statistika.

Náměty byly ověřovány ve třídách střední umělecké školy, kde výuka matematiky probíhá jen v prvním a druhém ročníku v časové dotaci dvě hodiny týdně v každém ročníku. V prvním ročníku je nyní 31 žáků, ve druhém ročníku je 27 žáků, druhý ročník je rozdělen do dvou tříd po 12 a 15 žácích. V obou ročnících převládají dívky, v prvním ročníku jsou pouze dva chlapci, ve druhém ročníku je pouze jeden chlapec.

Náměty byly realizovány v době distanční výuky na přelomu dubna a května 2021, přesto se podařilo atmosféru bádání vytvořit. Žáci se rozdělili do skupin, každá skupina pracovala samostatně na videohovoru Google meet, vedle toho byl stále aktivní celotřídní Google meet, kam se žáci mohli v případě nejasností přepojit a konzultovat. Mimo to jsem se do jednotlivých skupin přepojovala, zda není potřeba s něčím pomoci.

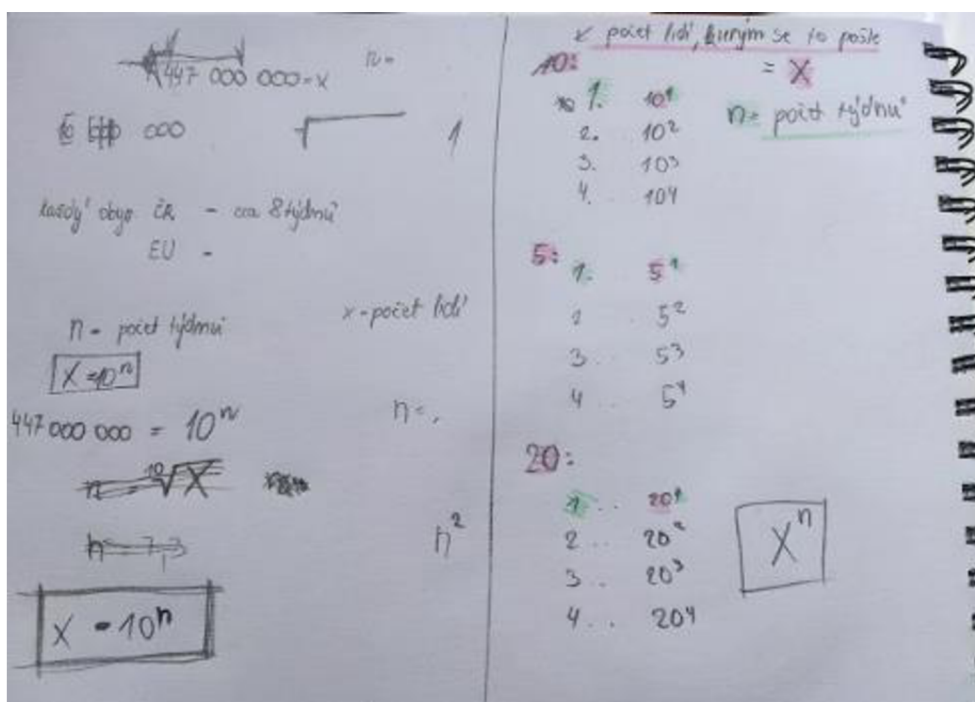
Jako první byl odzkoušen námět č. 3: Jak rychle se mohou šířit dezinformace? zaměřený na exponenciální funkci. Námět byl zkoušen v jedné ze dvou paralelních tříd, kde v ten den bylo přítomno 14 žáků. Byli rozděleni do čtyř skupin (dvě po třech žácích, dvě po čtyřech žácích). Žáci se velmi rychle dovtípili, že se bude jednat o funkci. Návodou jim byl rámeček pro obecný předpis pro  $n$  týdnů. Všem skupinkám tento předpis činil největší problém. Až na jednu skupinu žákům nedošlo, že počty poslaných emailů lze vyjádřit v mocnině deseti a že exponent se rovná příslušnému týdnu. Po návodné otázce, ať si počty poslaných emailů napíší v mocnině deseti a porovnájí exponent s příslušným týdnem, jim byla spojitost objasněna. Také je mátló spojení „pro  $n$  týdnů“, vzhledem k tomu, že jsou zvyklí na proměnnou  $x$ , by bylo vhodnější se ptát na obecný předpis pro  $x$  týdnů. Po této slovní úpravě už se žáci k výsledku víceméně dopracovali.

Z ověření také vyplynulo, že jedna vyučovací hodina nestačí, pro klidné zpracování jsou potřeba alespoň dvě vyučovací hodiny. Práci jsme tedy byli nuceni rozložit do dvou vyučovacích hodin. První vyučovací hodina končila u většiny skupin obecným předpisem

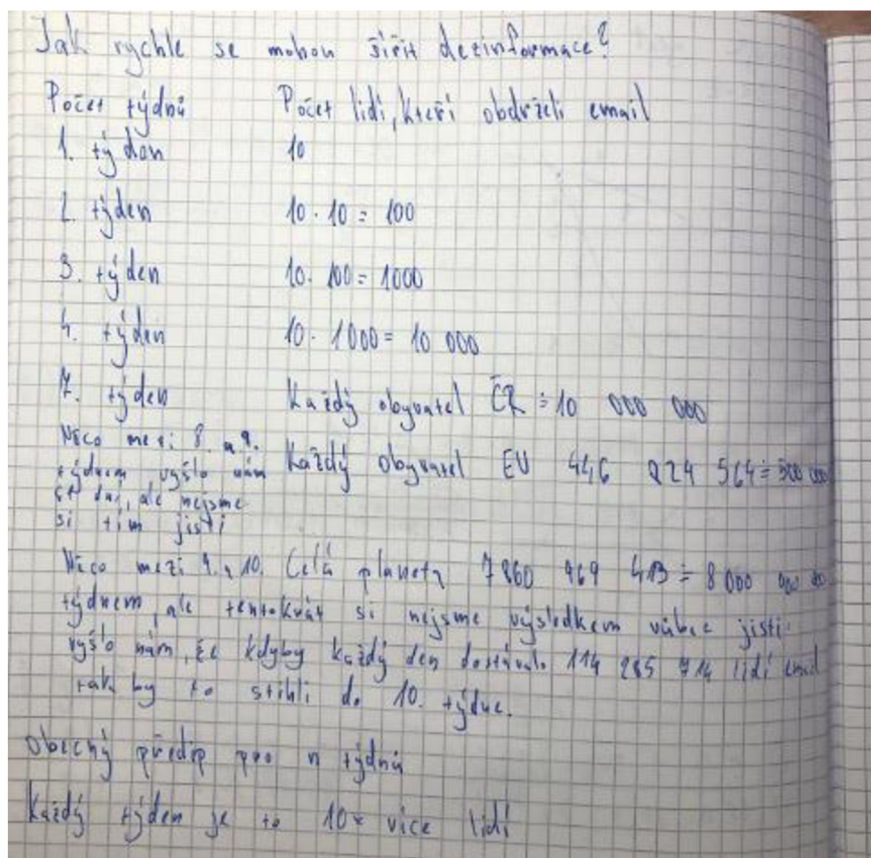
a vymyšlením názvu pro tuto funkci. Padly návrhy jako „vzestupná“ nebo „proměnná“ funkce. Také padl návrh „mocninná“, když čísla odpovídají mocninám pěti, deseti a dvaceti. Správný název nepadl a žákům jsem jej prozradila.

Grafy jsme poté řešili hromadně další hodinu, nikoli už ve skupinkách. Pro vykreslení grafů jsme použili program GeoGebra, který umožňuje přesné vykreslení. Vzhledem k velkým číslům pro hodnoty druhého, třetího a dalšího týdne by žáci nebyli schopni do sešitu grafy zakreslit ve správném měřítku. Z obrázku grafů žáci sami vydedukovali, že všechny grafy prochází číslem jedna na ose y (zdůvodněno tím, že umocníme-li jakékoli číslo nulou, výsledkem je vždy číslo jedna). Dále, že čím větší je číslo v obecném předpisu (čím více bylo posláno emailů první týden), tím je graf funkce „blíže“ k ose y, neboli že hodnoty rostou rychleji a naopak, čím je číslo menší, hodnoty rostou pomaleji.

Žáci zpracovávali úkol různě, nejčastěji si tabulku přepracovali do sešitu. Řešení za skupinku mi před koncem vyučovací hodiny poslali. Následují obrázky zpracování dvou skupin, vypracování zbývajících dvou skupin je součástí příloh.



Obrázek 4: Řešení první skupiny.



Obrázek 5: Řešení druhé skupiny.

V první i druhé skupině pracovaly vždy tři dívky. První skupina se dostala v řešení nejdál a jako jediná došla ke správnému obecnému předpisu pro  $n$  týdnů. Tato skupina pracovala téměř samostatně, což bylo zřejmě způsobené i tím, že skupina se skládala z dívek premiantek, kterým matematika obvykle nečiní žádný větší problém.

Jako druhý je vložen obrázek druhé skupiny, která se hned po první skupině přiblížila nejvíce správnému řešení. Výsledek je o to cennější, neboť složením byla tato skupina opakem první skupinky. Dívky ve druhé skupině jsou v matematice většinou průměrné, někdy dosahují i lehce podprůměrných výsledků. Výsledek je tedy i důkazem tvrzení uvedených v teoretické části práce, kde uvádíme, že badatelsky orientovaná výuka vede ke zvýšení motivace žáků k práci a že dává možnost vyniknout i těm žákům, kteří obvykle v hodinách úspěchů nedosahují. Dívky se v této skupině chopily práce opravdu poctivě, počítaly přesně na dny (nikoli jen přibližně na týdny), kdy počet poslaných emailů dosáhne požadovaného výsledku vzhledem k počtu obyvatel. Jejich závěr je v podstatě také správný, neboť každý týden je posláno desetkrát více emailů než v předchozím



Druhá hodina sloužila k prezentaci nasbíraných dat. Každá skupina si zvolila svého mluvčího, nasdíleli své řešení pro třídu a postup okomentovali. Ptala jsem se, co pro ně bylo nejtěžší a zda je získané výsledky překvapili. Většina skupin se shodla na tom, že nejtěžší bylo zpracovat data do grafů pomocí excelu, že to jim zabralo nejvíce času. Překvapivým zjištěním pro většinu třídy bylo, že velká část z nich alkohol a kávu nepije a dalším překvapivým zjištěním bylo umístění mangové zmrzliny na druhém místě. Naopak se potvrdila stanovená hypotéza páté skupiny, že nejoblíbenější barva bude buď černá, nebo modrá. Je zajímavé, že žádná ze skupin nezjišťovala kvantitativní znaky, že ve všech skupinách se zjišťovaly kvalitativní znaky, což je možná dáno charakterem školy.

Bádání i přes problémy spojené s distanční výukou proběhlo tak, jak jsme jej v teoretické části této práce vymezili. Žáci si sami zvolili výzkumnou otázku, sesbírali data, která následně vyhodnotili, zaznamenali do grafů a své výsledky odprezentovali před třídou. Většina žáků však považovala stanovení vlastní hypotézy za zbytečné, zdržující. Poslední částí hodiny bylo ukázat na těchto konkrétních statistických šetřeních ve třídě, co znamenají jednotlivé pojmy ze statistiky. Žáci sami podle definice určovali, co pro jejich bádání byl statistický soubor, co byla statistická jednotka, co je statistický znak a že zjišťovali kvalitativní znaky. Určili, co je relativní a absolutní četnost, co je modus. Medián se vzhledem ke zvoleným výzkumným otázkám ukázat nepodařilo, přesto považuji cíl hodin za splněný.

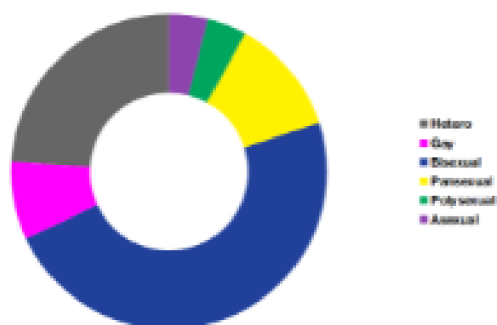
Celkem jsem získala obrázky řešení šesti skupin, poslední sedmá skupina práci neposlala. Zde příkládám řešení třetí skupiny, která se zabývala právě kontroverzní otázkou sexuální orientace, a řešení páté skupiny, která jako jediná chtěla pracovat pouze ve dvojici a zvolila si jako výzkumnou otázku oblíbenou barvu ve třídě. Zbylá řešení ostatních skupin se nacházejí v přílohách.

## Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?

- Naší otázkou byla jaká je orientace žáků 1. ročníku.
- Předpokládáme, že většina ročníku bude mít jinou orientaci než heterosexuální.

Získané hodnoty	Počet spolužáků	Počet spolužáků v %
Hetero	6	24
Gay	2	8
Bisexual	12	48
Pansexual	3	12
Polysexual	1	4
Asexual	1	4

- Největší skupinou jsou bisexualové - 48%.
- Graf



Potvrdila se naše hypotéza? Ano, potvrdila, až 76% procent 1. ročníku má jinou orientaci než heterosexuální.

Obrázek 7: Řešení třetí skupiny.

### Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?

- Co bych chtěl zjišťovat? (Stanovení výzkumné otázky)

*Jaká je nejoblíbenější barva?*

- Předpokládáme, že... (Stanovení hypotézy)

*Modrá, černá a červená nejoblíbenější.*

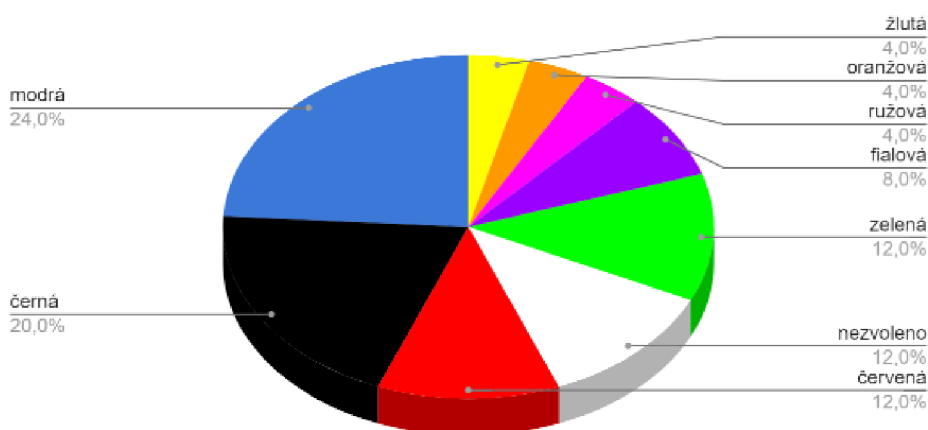
Získané hodnoty	Počet spolužáků	Počet spolužáků v %
<i>žlutá</i>	<i>1</i>	<i>4%</i>
<i>oranžová</i>	<i>1</i>	<i>4%</i>
<i>ružová</i>	<i>1</i>	<i>4%</i>
<i>fialová</i>	<i>2</i>	<i>8%</i>
<i>zelená</i>	<i>3</i>	<i>12%</i>
<i>nezvoleno</i>	<i>3</i>	<i>12%</i>
<i>červená</i>	<i>3</i>	<i>12%</i>
<i>černá</i>	<i>5</i>	<i>20%</i>
<i>modrá</i>	<i>6</i>	<i>24%</i>
<i>Klasici dohromady</i>	<i>25</i>	<i>100%</i>

- Jaká získaná hodnota se objevila u nejvíce spolužáků?

*modrá*

Potvrdila se naše hypotéza?

*Částečně.*



Obrázek 8: Řešení páté skupiny.

## **Závěr**

Cílem této diplomové práce byla konkretizace badatelsky orientované výuky matematiky na středních školách prostřednictvím vybraných tematických celků. Práce si kladla za cíl vymežit pojem badatelsky orientovaná výuka, zaměřit se na její možné podoby a ukázat přínosy pro žáky i učitele, čehož bylo za pomoci literatury a dalších odborných zdrojů dosaženo.

V práci jsme ukázali, že badatelsky orientovaná výuka nespočívá v samotném řešení problému, ale že se jedná o komplexní aktivitu, která zahrnuje čtyři základní kroky – od stanovení výzkumné otázky a hypotézy, přes sběr a vyhodnocení dat vedoucí k ověření či vyvrácení hypotézy až po prezentaci výsledků před ostatními spolužáky. Podle podílu samostatné práce žáků rozlišujeme čtyři podoby nebo také úrovně bádání. Dále jsme ukázali, že badatelsky orientovaná výuka vychází z konstruktivismu, ukázali jsme propojenost badatelsky orientované výuky s dalšími formami výuky, jako je problémová výuka, projektová výuka, skupinová a kooperativní výuka a využití různých výukových metod při hodinách BOV, jako je například metoda problémového výkladu, heuristická a výzkumná metoda.

V práci jsme také představili pozitivní dopady badatelsky orientované výuky na žáky, kdy BOV vede k zatraktivnění výuky, ke zvýšení vnitřní motivace žáků k učení, vedle rozvoje dovedností hledat a objevovat také vede k rozvoji myšlenkových operací (analýza, dedukce, porovnávání výsledků atd.). Žáci díky vlastnímu aktivnímu zapojení do výuky a vlastnímu zjištění chápou učivo v souvislostech, dokáží získané poznatky propojovat s dalšími předměty a v neposlední řadě díky BOV dochází u žáků k lepšímu zapamatování nabytých poznatků.

Vedle přínosů jsme nastínili i negativa spojená s badatelsky orientovanou výukou. Mezi ně patří zejména vysoký počet žáků ve třídě, který není vhodný ke skupinovým pracím, dále časová náročnost jak samotných příprav BOV, tak samotné realizace hodiny badatelsky orientované výuky, kdy je obvyklých 45 minut nedostačující, což bylo potvrzeno i při realizaci dvou vybraných námětů z praktické části této práce.

Mezi další a velmi často zmiňované problémy spojené se zaváděním BOV do výuky patří nedostatek materiálů, ze kterých by učitelé mohli čerpat inspiraci, a tak si tato práce kladla za cíl nabídnout přípravy do hodin s badatelsky orientovanou výukou matematiky



na středních školách. V praktické části práce se nachází sedm námětů do hodin matematiky na střední škole. Každý námět obsahuje mj. i návodné otázky, které žákovi mohou pomoci dojít k výsledku, aniž by byl žákům výsledek předem sdělen. Dva z námětů, námět č. 3 na téma Exponenciální funkce a námět č. 6 na téma Statistika, byly také v praxi ověřeny, a tak práce také obsahuje shrnutí průběhu realizace námětů a ukázky řešení jednotlivých skupin žáků.

Vzhledem k poměrně obsáhlé teoretické části může práce dobře posloužit jako zdroj informací o tom, co vlastně badatelsky orientovaná výuka je, co obnáší, jaké jsou její klady a zápory, a zároveň díky konkrétním přípravám do výuky v praktické části práce může být oporou a zdrojem inspirace pro učitele, kteří chtějí své hodiny matematiky obohatit právě badatelsky.

## Zdroje:

- [1] VOTÁPKOVÁ, Dana, ed. *Badatelé.cz: průvodce pro učitele badatelsky orientovaným vyučováním*. Praha: Sdružení Tereza, 2013. ISBN 978-80-87905-02-9. [cit. 2020-12-03]. Dostupné z: [https://ucimesevenku.cz/wp-content/uploads/2019/11/01\\_Pruvodce\\_pro\\_ucitele-2.pdf](https://ucimesevenku.cz/wp-content/uploads/2019/11/01_Pruvodce_pro_ucitele-2.pdf)
- [2] KŘIVÁNKOVÁ, Vendula, ed. *Pět kroků: příručka pro badatele, kteří chtějí měnit svět*. Praha: Vzdělávací centrum Tereza, 2019. ISBN 978-80-87905-18-0. [cit. 2020-12-03]. Dostupné z: [https://www.lipka.cz/soubory/vzdelavaci\\_program\\_bov\\_tereza--f11533.pdf](https://www.lipka.cz/soubory/vzdelavaci_program_bov_tereza--f11533.pdf)
- [3] 4 badatelské kroky. *Badatelé.cz* [online]. TEREZA, vzdělávací centrum, 2012–2020 [cit. 2020-12-02]. Dostupné z: <http://badatele.cz/cz/4-badatelske-kroky>
- [4] O metodě. *Badatelé.cz* [online]. TEREZA, vzdělávací centrum, 2012–2020 [cit. 2020-12-02]. Dostupné z: <http://badatele.cz/cz/o-metode>
- [5] Šimandl, Václav, ed. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2015. ISBN 978-80-7394-531-2. Dostupné z: [https://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/samkova/gaju\\_komplet.pdf](https://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/samkova/gaju_komplet.pdf)
- [6] DOSTÁL, Jiří. *Badatelsky orientovaná výuka: kompetence učitelů k její realizaci v technických a přírodovědných předmětech na základních školách*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. ISBN 978-80-244-4515-1. Dostupné z [https://www.researchgate.net/publication/280247122\\_Badatelsky\\_orientovana\\_vyuka\\_Kompetence\\_ucitelu\\_k\\_její\\_realizaci\\_v\\_technickych\\_a\\_prirodovednych\\_predmetech\\_na\\_zakladnich\\_skolach](https://www.researchgate.net/publication/280247122_Badatelsky_orientovana_vyuka_Kompetence_ucitelu_k_její_realizaci_v_technickych_a_prirodovednych_predmetech_na_zakladnich_skolach) *Inquiry-based learning competence of teachers*
- [7] LINHART, Josef. *Základy psychologie učení*. Praha: SPN, 1982.
- [8] MALÁČ, Jaromír a Marta FRANCOVÁ. *Problémové vyučování matematice na základní škole*. Brno: UJEP Brno, 1975.

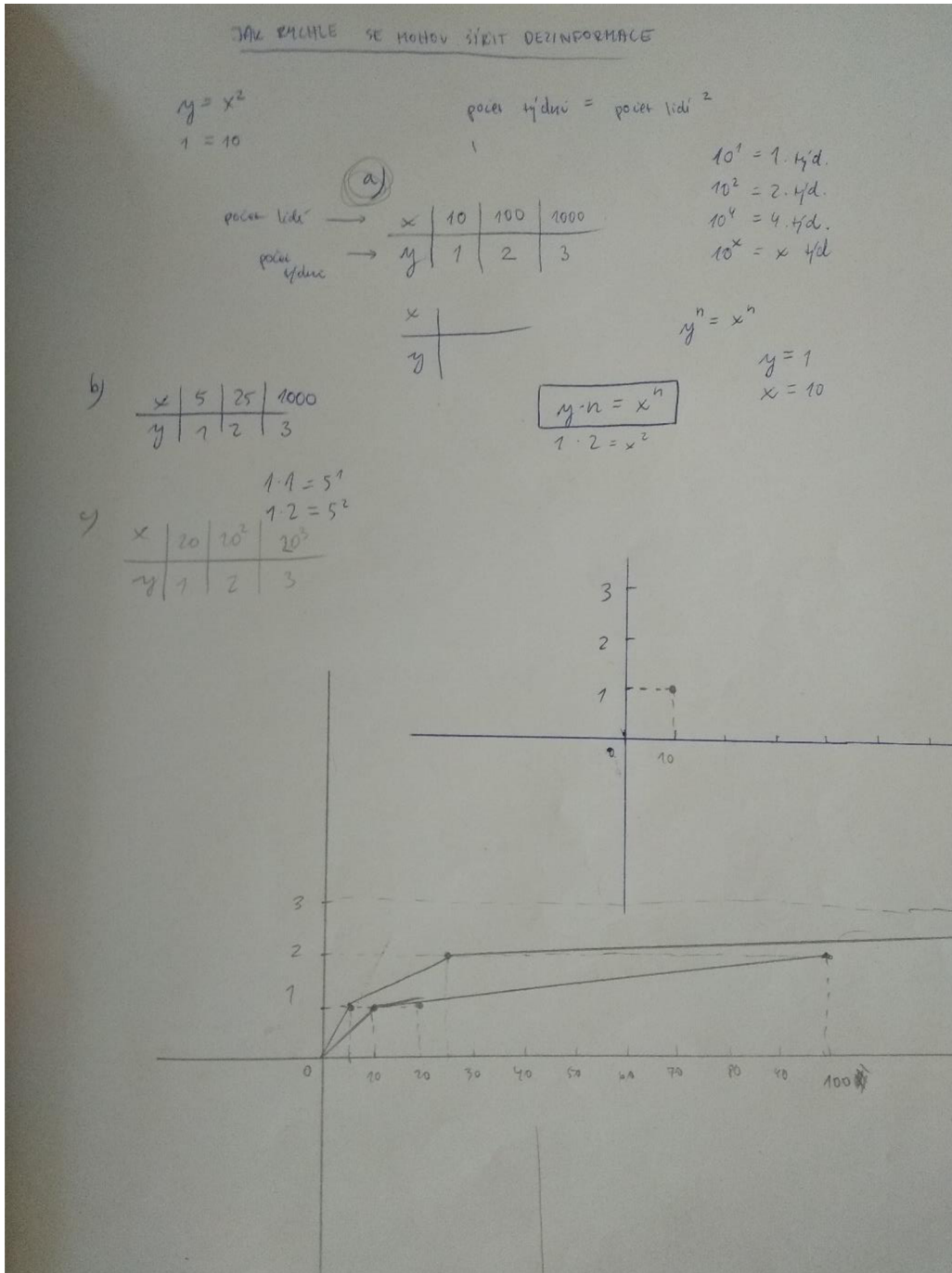
- [9] SAMKOVÁ, L., HOŠPESOVÁ, A., ROUBÍČEK, F., TICHÁ, M. *Badatelsky orientované vyučování matematice*. Scientia in educatione, 2015, 6(1), str. 91-122, ISSN: 1804-7106. Dostupné z <https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/154/145>
- [10] SAMKOVÁ, Libuše. *Badatelsky orientované vyučování matematice v přípravě budoucích prvostupňových učitelů*. In UHLÍŘOVÁ, Martina ed. *EME2016Proceedings: 21. ročník vědecké konference s mezinárodní účastí Elementary Mathematics Education*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2016. s. 9-14. ISBN 978-80-905281-3-0. Dostupné také z <http://eme.upol.cz/proceedings/EME2016.pdf>
- [11] RADVANOVÁ, S., ČÍŽKOVÁ, V. a MARTINKOVÁ, P. *Mění se pohled učitelů na badatelsky orientovanou výuku?*. Scientia in educatione, 2018, 9(1), s. 81–103. ISSN 1804-7106. Dostupné z: <https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/1054>
- [12] KALHOUS, Zdeněk, OBS Otto a kol. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-x.
- [13] PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 6. aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-647-6.
- [14] Klíčové kompetence v RVP ZV. *Metodický portál RVP.CZ* [online]. Národní pedagogický institut ČR, 020 [cit. 2021-03-15]. Dostupné z: <https://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/335/klicove-kompetence-v-rvp-zv.html/>
- [15] Projekt FIBONACCI. *Katedra matematiky*. [online] Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, 2021. [cit. 2021-03-21]. Dostupné z: <https://www.pf.jcu.cz/structure/departments/kma/fibonacci/>
- [16] Projekt FIBONACCI. *European Commission*. [online]. Úřad pro úřední tisky EU. [cit. 2021-03-21]. Dostupné z <https://cordis.europa.eu/project/id/244684/reporting>
- [17] PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Praha: Prometheus, 2011. ISBN 978-80-7196-099-7.

[18] MAREŠ, Milan. *Příběhy matematiky: stručná historie královny věd*. Příbram: Pistorius & Olšanská, 2008. ISBN 978-80-87053-16-4.

[19] CALDA, Emil, DUPAČ, Václav. *Matematika pro gymnázia: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. Praha: Prometheus, 2019. ISBN 978-80-7196-365-3.

[20] Diofantické úlohy. *Slovní úlohy* [online]. Slovní úlohy, 2021 [cit. 2021-05-24]. Dostupné z: <http://su.rubesz.cz/smes/diofanticke-ulohy/>

# Přílohy



Příloha č. 1: Řešení námětu č. 3 třetí skupiny.

Počet týdnů	Počet lidí, kteří obdrželi email
1. týden	10
2. týden	$10 \cdot 10 = 100$
3. týden	1000
4. týden	10 000
7. týden	Každý obyvatel ČR = 10 000 000
8. týden a půl	Každý obyvatel EU = 500 000 000
9. týden a 3/4	Každý člověk na planetě = 8 000 000 000

**obecný předpis pro  $n$  týdnů**

Příloha č. 2: Řešení námětu č. 3 čtvrté skupiny.

**Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?**

- Co bych chtěl zjišťovat? (Stanovení výzkumné otázky)

Pijete alkohol?

- Předpokládáme, že... (Stanovení hypotézy)

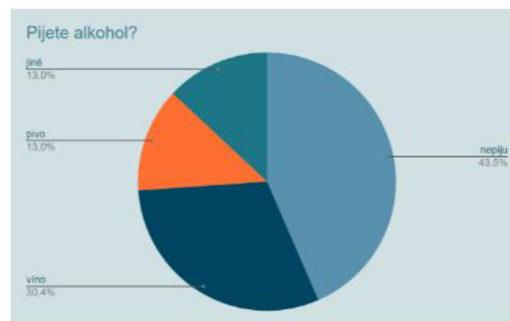
50% lidí pije alkohol, nejvíce víno

Získané hodnoty	Počet spolužáků	Počet spolužáků v %
vino	7	30%
pivo	3	13%
jiné	3	13%
nepiju	10	44%

- Jaká získaná hodnota se objevila u nejvíce spolužáků?

nepiju

Graf



Potvrdila se naše hypotéza?

vcelku Ano

**Příloha č. 3: Řešení námětu č. 6 první skupiny.**

**Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?**

- Co bych chtěl zjišťovat? (Stanovení výzkumné otázky)

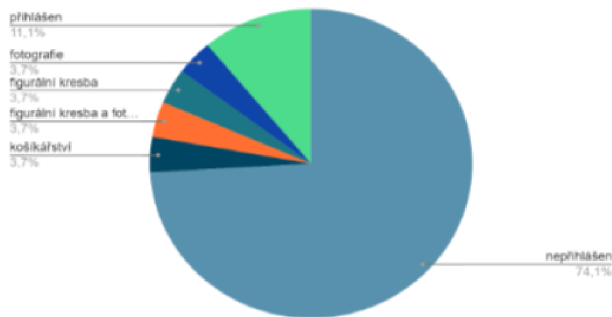
Kdo se přihlásil na volitelné předměty, na jaké?

Předpokládali jsme, že se většina účastníků výzkumu nepřihlásila na žádný volitelný předmět

Získané hodnoty	Počet spolužáků	Počet spolužáků v %
nepřihlášen na žádný volitelný předmět	20/27	74,1%
přihlášen na košíkářství	1/27	3,7%
přihlášen na figurální kresbu a fotografii	1/27	3,7%
přihlášen na figurální kresbu	1/27	3,7%
přihlášen na fotografii	1/27	3,7%
přihlášen na volitelný předmět	3/27	11,1%

Nejvíce spolužáků se nepřihlásilo na žádný volitelný předmět

Points scored



Naše hypotéza se potvrdila

**Příloha č. 4: Řešení námětu č. 6 druhé skupiny.**

Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?

- Co bych chtěl zjišťovat? (Stanovení výzkumné otázky)

Jaké pijete kafe?

- Předpokládáme, že... (Stanovení hypotézy)

iced coffee, latte, cappuccino, americano

Získané hodnoty	Počet spolužáků	Počet spolužáků v %
nepiji	9	39,1
iced coffee	4	17,4
latte	3	13
americano	1	4,3
cappuccino	3	13
všechny	2	8,7
filtr	1	4,3

- Jaká získaná hodnota se objevila u nejvíce spolužáků?

nepiju kafe

Graf



Potvrdila se naše hypotéza?

Ne

Příloha č. 5: Řešení námětu č. 6 čtvrté skupiny.

Pracovní list č. 6: Co vystihuje naši třídu?

- Co bych chtěl zjišťovat? (Stanovení výzkumné otázky)

V jakém měsíci jste se narodili?

- Předpokládáme, že... (Stanovení hypotézy) Získané hodnoty Počet spolužáků Počet spolužáků v %

Nejvíce = březen -> 4 žáci -> 17,4%

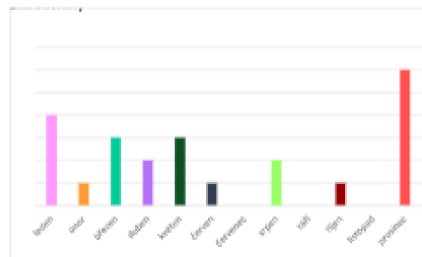
- Jaká získaná hodnota se objevila u nejvíce spolužáků?

Prosinec

- Pokud to u vaší výzkumné otázky jde (třídíte-li jste získané hodnoty), seřaďte získané hodnoty podle velikosti vzestupně a určete prostřední hodnotu.

1. Prosinec = 6 žáků -> 26,9%
2. Leden = 4 žáci -> 17,4%
3. Březen/Květen = 3 žáci -> 13%
4. Duben/Srpen = 2 žáci -> 8,7%
5. Únor/Červen/Květen = 1 žák -> 4,3%

Graf



Potvrdila se naše hypotéza?

Ne

Příloha č. 6: Řešení námětu č. 6 šesté skupiny.