VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
LETECKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

PEVNOSTNÍ ANALÝZA NOSNÍKU S TENKOU STOJINOU – VLIV OTVORŮ A TAHOVÉHO POLE

THE STRESS ANALYSIS OF THE BEAM WITH THIN WEB - INFLUENCE OF THE HOLES AND TENSILE EFFECT OF WEB BUCKLING

DIZERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE — Ing. MAREK HORÁK
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — Prof. Ing. ANTONÍN PÍŠTĚK, CSc.
SUPERVISOR

BRNO 2014

Abstrakt

Při návrhu konstrukce letounu je kladen velký důraz na dosažení vysoké hmotnostní efektivity. Tato práce je zaměřena na pevnostní analýzu nosníků s tenkou stojinou s otvory i bez otvorů, které jsou jednou z nejdůležitějších součástí konstrukce každého letounu. Návrh nosníku s tenkou stojinou je v porovnání s klasickými nosníky, používanými např. ve všeobecném strojírenství nebo stavebnictví, komplikovanější. Práce obsahuje soubor podkladů pro analytický výpočet nosníků s tenkou stojinou a jejich ověření pomocí metody konečných prvků a experimentálního měření.

Abstract

In design of an aircraft structure, the great emphasis is placed on achieving high weight efficiency. This thesis is focused on the stress analysis of the spars with thin web with or without web openings, which is one of the most important parts of the airplane structures. In comparison with traditional spars or beams, which are widely used in civil engineering applications, the design of the beam with thin web is more complicated. Thesis contains useful information for analytical calculation of this type of spars and its verification using finite element method and experimental measurement.

Klíčová slova

Nosník, tenká stojina, otvory ve stojině, diagonální tahové pole, stabilita, únosnost, tenkostěnná konstrukce

Keywords

Beam, spar, thin web, web openings, diagonal tension, buckling, load caring capacity, thin-walled structure

Místo uložení práce

Oddělení pro vědu a výzkum FSI VUT v Brně

Bibliografická citace

HORÁK, M. Pevnostní analýza nosníku s tenkou stojinou - vliv otvorů a tahového pole. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 116 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Antonín Píštěk, CSc.

Prohlášení autora o původnosti práce

Prohlašuji, že jsem disertační práci na téma Pevnostní analýza nosníku s tenkou stojinou – vliv otvorů a tahového pole vypracoval samostatně s využitím uvedené literatury.

V Brně dne ……...

……
podpis

Poděkování

Touto cestou bych rád poděkoval panu Prof. Ing. Antonínu Píšťkovi, CSc. za množství cenných informací a rad, které mi během zpracovávání této práce poskytnul, a také své rodině za její podporu v průběhu celého studia.

Obsah

1 Úvod ... 11
1.1 Stručný úvod do problematiky tenkostěnných leteckých konstrukcí ... 11
1.2 Stručný úvod do problematiky nosníků s tenkou stojinou ... 12
1.3 Historie a současný stav poznání řešené problematiky ... 13
1.4 Cíle dizertační práce ... 15
2 Souhrn základních poznatků ... 16
2.1 Základní rozdělení nosníků používaných v leteckých konstrukcích ... 16
2.2 Teorie popisujících přenos zatížení tenkou stojinou ... 17
2.3 Otvory ve stojinách nosníků ... 21
2.4 Typická konstrukční schémata nosníků s otvory ve stojině ... 21
3 Stabilita a únosnost tenkých stěn a prutů ... 24
3.1 Stabilita a únosnost prutů ... 24
3.1.1 Celková stabilita prutů zatížených osovým tlakem ... 24
3.1.2 Lokální (tvarová) stabilita prutů zatížených osovým tlakem ... 26
3.1.3 Únosnost prutů zatížených osovým tlakem ... 27
3.2 Stabilita a únosnost tenkých stěn ... 29
3.2.1 Stabilita tenkých stěn zatížených smykem ... 29
3.2.2 Únosnost tenkých stěn zatížených smykem ... 31
4 Pevnostní analýza nosníků s tenkou stojinou ... 39
4.1 Pevnostní kontrola stojiny ... 40
4.2 Pevnostní kontrola výztuh (rozpěrek) ... 44
4.3 Pevnostní kontrola pásnic ... 46
4.4 Pevnostní kontrola nýtových spojů ... 48
5 Analyzované nosníky ... 51
5.1 Typy analyzovaných nosníků ... 51
5.1.1 Experimentálně testované nosníky ... 51
5.1.2 Srovnávací nosníky ... 52
5.2 Konstrukce analyzovaných nosníků ... 53
5.3 Použité materiály ... 55
6 Porovnání analytických výpočetních metod ... 56
7 Experimentální analýza ... 58
7.1 Zkušební stend ... 58
7.2 Použitá měřící zařízení ... 59
7.2.1 Měření za použití tenzometrů a aripotů ... 60
7.2.2 Měření za použití systému ARAMIS ... 62
7.3 Postup měření ... 63
7.4 Výsledky měření ... 64
7.4.1 Vyhodnocení tenzometricky naměřených dat ... 67
7.4.1 Vyhodnocení fotogrammetricky naměřených dat ... 71
8 Numerické řešení úlohy ... 74
8.1 Adekvátní numerické řešení ... 74
8.1.1 Volba míry zjednodušení numerického modelu ... 74
8.1.2 Volba velikosti elementů ... 77
8.1.3 Volba okrajových podmínek ... 78
8.1.4 Volba materiálových charakteristik ... 79
8.1.5 Volba vhodné imperfekce ... 79
8.1.6 Volba výpočtového nástroje ... 80
8.2 Porovnání výsledků numerické analýzy a naměřených dat ... 81
8.3 Zhodnocení použitelnosti MKP ... 86
8.4 Numerická analýza srovnávacích nosníků ... 87
9 Vyhodnocení dosažených výsledků ... 94
9.1 Porovnání analytických metod a numerického výpočtu ... 94

9.1.1 Kritické zatížení ztráty stability stojiny ... 94
9.1.2 Vznik plastických deformací a únosnost stojiny ... 95
9.2 Rozbor dalších výsledků provedených analýz ... 99
10 Program „NOSNIK“ ... 104
11 Závěr ... 107
Použité symboly ... 109
Literatura ... 113
Publikace autora ... 115
Autorův životopis ... 116

1 Úvod

Základním předpokladem pro komerční úspěšnost jakéhokoliv letounu je jeho vysoká užitná hodnota a nízké provozní náklady. Aby letoun dosahoval těchto parametrů, je třeba navrhnout jeho konstrukci tak, aby bylo dosaženo minimální hmotnosti při současném zachování všech požadavků na její pevnost, tuhost a životnost. A právě tomuto požadavku nejlépe vyhovují nosníky s tenkou stojinou, popř. nosníky s tenkou stojinou opatřenou odlehčovacími otvory.

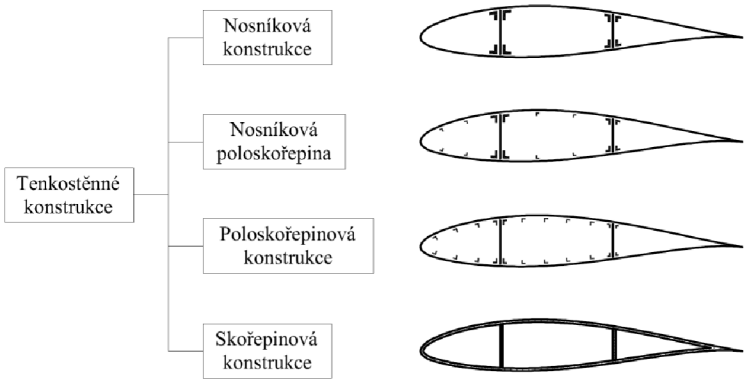
Tyto nosníky jsou jedním ze základních konstrukčních prvků používaných při stavbě letadel. V případě konstrukcí s nízkou intenzitou namáhání jsou z hlediska přenosu zatížení nejdůležitější nosnou částí. Jako příklad lze uvést např. konstrukce křídel, ocasních ploch a kormidel ultralehkých a sportovních letadel. O významu nosníků vypovídá podíl jejich hmotnosti na celkové hmotnosti dané části draku. Např. u křídla jedno-nosníkové konstrukce se hmotnost nosníku pohybuje okolo 40 % hmotnosti celého křídla. Je tedy zřejmé, že zvýšením hmotové efektivity nosníků s tenkou stojinou je možné dosáhnou významného poklesu hmotnosti draku letounu.

1.1 Stručný úvod do problematiky tenkostěnných leteckých konstrukcí

V počátcích rozvoje letectví byla ve stavbě draků letadel používána převážně příhradová konstrukce, jejíž návrh a pevnostní analýza byly tou dobou již ověřené např. na konstrukcích mostů, jeřábů atd. Na počátku 20. století se jednalo o hmotově nejefektivnější typ konstrukce. Tato konstrukce je tvořena velkým počtem prostorově uspořádaných a v uzlech „prutů“, které byly tvořený zpočátku dřevěnými hranoly a později ocelovými trubkami. Uspořádání jednotlivých prvků této konstrukce musí být navrženo tak, aby byla schopna přenést všechny složky zatížení. Potřebný aerodynamický tvar je vytvořen pokrytím této příhradové konstrukce nenosným potahem – zpravidla plátnem. Tato konstrukce je dnes používaná pouze u malých letounů s nízkou cestovní rychlostí. Důvodem, proč není vhodná pro moderní letouny, je skutečnost, že se plátěný potah při vyšších rychlostech, resp. vyšších hodnotách plošného zatížení deformuje a tím mění i celkový tvar povrchu letadla. To má za následek degradaci jeho aerodynamických vlastností.

Aby se této skutečnosti zabránilo, bylo nutné nahradit plátno tužším potahem. Kombinace příhradové konstrukce a tuhého nenosného potahu však není dostatečně hmotově efektivní. Proto bylo nutno najít nové konstrukční uspořádání, v němž by se i potah podílel na přenosu zatížení. Výsledkem je konstrukce založená na nosném potahu, vyztuženém podélnými a příčnými výztuhami (podélníky, resp. přepážkami nebo žebry). Takové konstrukční uspořádání se nazývá „tenkostěnná konstrukce“, a jeho základní typy jsou uvedeny na Obr. 1.1. Jednotlivé typy tenkostěnných konstrukcí a metodik jejich výpočtů byly intenzivně rozvíjeny v období mezi Světovými válkami. Přibližně v období 2. Světové války se již draky větších letounů začaly navrhovat výhradně jako tenkostěnné konstrukce. Dnes se pro jejich vysokou hmotovou efektivitu staví na bázi tenkostěnných konstrukcí letouny všech kategorií.

Typické pro tyto typy konstrukcí je schopnost přenosu zatížení i po ztrátě stability některého z prvků (potahu nebo stojiny), a této schopnosti bývá také velice často využíváno. Po ztrátě stability však dochází k výrazným změnám v zatížení jednotlivých prvků těchto konstrukcí. To je také důvod, proč je analýza vlivu ztráty stability jednotlivých prvků konstrukce na zatížení a únosnost konstrukce jako celku velice důležitá.

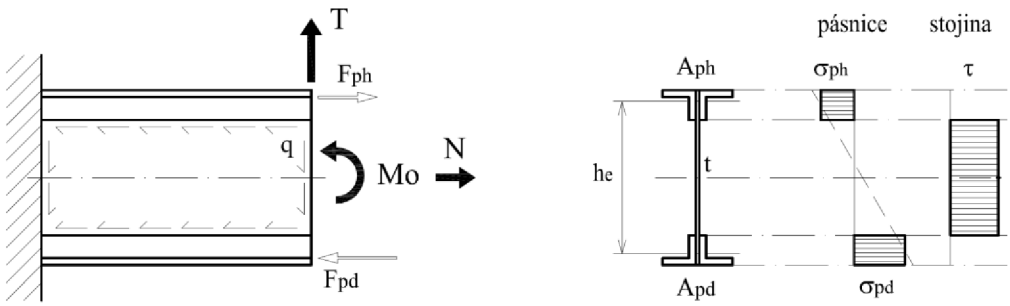


Obr. 1.1, Základní typy tenkostěnných konstrukcí

Od počátku rozvoje tenkostěnných konstrukcí se po celém světě zabývala problematikou chováním tenkostěnných konstrukcí po ztrátě stability řada institucí. Mezi nejvýznamnější badatele patří např. Timoshenko a Gere [1], Murray [2], Rivello [3]. Rozsáhlé výzkumy byly prováděny v Sovětském svazu, USA a dalších zemích, především před a v průběhu 2. Světové války. V roce 1957 byla vydána významná sedmidílná publikace zaměřená na strukturální stabilitu tenkostěnných konstrukcí. Byla nazvána „Handbook of Structural Stability“, a jejími autory jsou Gerard a Becker [4] – [10]. V České republice se na problematiku únosnosti a stabilit leteckých konstrukcí zaměřily v leteckých podnicích, výzkumných ústavech a na univerzitách autoři Píštěk [25], [28], Kopřiva [23].

1.2 Stručný úvod do problematiky nosníků s tenkou stojinou

Téměř v každé konstrukci, ať už strojírenské nebo např. stavební, je nosník základním konstrukčním prvkem. V běžné strojírenské praxi jsou to téměř výhradně klasické „tlustostěnné“ nosníky, nejčastěji s průřezem ve tvaru písmene „I“. V konstrukcích letadel je nosník, jako konstrukční prvek, nenahraditelný. Slouží k přenosu zatížení ve většině z používaných typů leteckých tenkostěnných konstrukcí. Pro konstrukce letadel jsou však „tlustostěnné“ nosníky, kvůli neefektivnímu rozložení materiálu po jejich průřezu, nevhodné. V leteckých aplikacích je nutné používat nosníky s nejnižší možnou hmotností, a to jsou právě nosníky s tenkou stojinou.

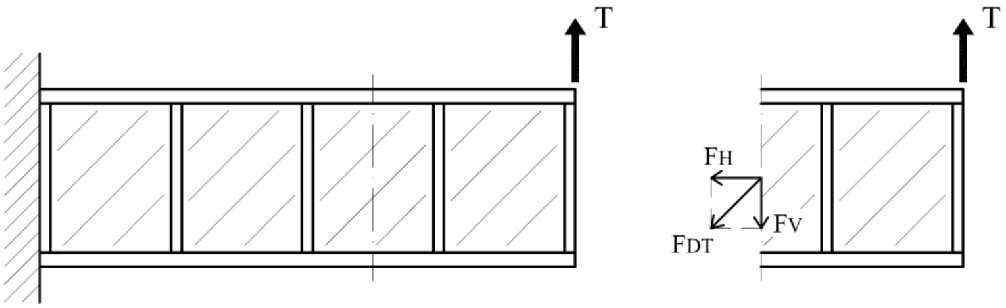


Obr. 1.2, Idealizace přenosu zatížení u nosníku s tenkou stojinou

Při návrhu nosníků s tenkou stojinou vycházíme z jistých zjednodušení, která se označují názvem „nosníková teorie“. Tím nejzásadnějším je idealizace přenosu zatížení nosníkem, kdy je zaveden předpoklad, že pásnice přenášejí pouze síly ve směru vlastní těžištní osy a nepodílejí se na přenosu

posouvající síly. Stojina pak přenáší pouze posouvající sílu. Její podíl na přenosu ohybového momentu neuvažujeme (Obr. 1.2). Průřezová plocha pásnic a tloušťka stojiny jsou dány velikostí ohybového momentu, velikostí posouvající síly a stavební výškou nosníku.

Použití velmi tenké stojiny má však i jisté nevýhody. Tenké stojiny ztrácí díky své malé tuhosti stabilitu při podstatně nižším smykovém napětí než je napětí odpovídající mezi pevnosti materiálu ve smyku. Po překročení kritického napětí ztráty stability stojiny dochází ke změně charakteru přenosu zatížení stojinou – vytvoří se tzv. „diagonální tahové pole“ (Obr. 1.3). Toto diagonální tahové pole způsobuje přídavná zatížení ostatních částí nosníku – pásnic, rozpěrek a jejich vzájemného spojení i jejich spojení se stojinou (nýtové či lepené spoje).



Obr. 1.3, Přídavné síly způsobené diagonálním tahovým polem

Konstrukce primárních nosných částí letadel jsou dnes neustále konfrontovány s požadavky na přítomnost otvorů ve stojinách nosníků a potazích vyztužených panelů. Tyto otvory jsou nezbytné pro vedení elektrických, hydraulických a dalších rozvodů, tras řízení a také pro zajištění montáže a údržby letounu. Je zřejmé, že přítomnost jakýchkoliv odchylek stojiny od ideálního rovinného pole, například prolisy pro vyztužení stojiny, otvory, zakřivení stojiny atd., je spojena s narušením „optimálního“ rozložení napjatosti a lokálním nárůstem napětí v místech tvarových změn. Oba tyto faktory se výrazně projeví po překročení kritického zatížení stojiny, kdy ovlivní jak rozložení napětí ve stojině samotné, tak také přídavná zatížení dalších částí nosníku, čímž zapříčiní snížení jeho statické i únavové pevnosti. Obecně platí, že hmotově nejúčinnější konstrukce je taková, v níž může zatížení procházet tzv. „přímou cestou“. Přítomnost výřezu vede při stejné únosnosti dané konstrukce vždy ke zvýšení její hmotnosti, neboť je nutné zajistit alternativní cesty přenosu zatížení. Toto je v praxi, v závislosti na geometrii otvoru a velikosti přenášeného zatížení, realizováno pomocí nejrůznějších výztuh a prolisů (viz kapitola 2).

Únosnosti nosníků s tenkou stojinou s otvory a napěťový stav v jednotlivých prvcích těchto konstrukcí po ztrátě stability stojiny jsou velmi obtížně definovatelné. Navzdory existenci určitých doporučení je obtížné bezpečně stanovit únosnost nosníku jako celku s uvážením všech zmíněných vlivů. I s využitím dostupných doporučení je navíc proces návrhu nosníků tohoto typu značně pracný a časově náročný, a to především proto, že dostupné podklady, v nichž velké množství parametrů je nutné odečítat z experimentálně stanovených grafických závislostí, lze využít jen ke kontrole předem navržené konstrukce. Tento proces, založený na metodě pokus-omyl, proto vyžaduje jisté zkušeností.

1.3 Historie a současný stav poznání řešené problematiky

Problematika únosnosti nosníku s tenkou stojinou s otvory zůstává v současné době navzdory svému značnému významu v konstrukcích letadel poněkud opomíjena. Tuto skutečnost dokazuje fakt,

že nejvýznamnější výzkumy v této oblasti, jejichž výsledky jsou veřejně dostupné, byly provedeny již před mnoha desítkami let.

Jeden z nejvýznamnějších výzkumů v této oblasti byl proveden v americké organizaci NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) v období 2. Světové války a krátce po ní. V roce 1952 publikovali Kuhn, Peterson a Levin [15], [16] teorii „Neúplného diagonálního tahového pole“, známou také pod označením „teorie NACA“. Je to obecně použitelná teorie, která vznikla jako výsledek rozsáhlého a více než deset let trvajícího výzkumu [12], [14], [17], [18]. Tato teorie, která svojí podstatou vychází z teorie „Úplného diagonálního tahového pole“ publikované Wagnerem, je však přesnější, protože mnohem přesněji vyjadřuje princip přenosu zatížení zvlněnou stojinou. Tato konzervativní metoda pevnostní kontroly nosníku s tenkou stojinou byla v době svého vzniku drtivou většinou leteckých výrobců akceptována a používána, a v upravené podobě je využívána i dnes, 60 let po svém vzniku. Základní informace o obou zmíněných teoriích jsou uvedeny v kapitole 2.

V oblasti řešení problematiky vlivu otvoru na únosnost tenké stojiny patří rovněž mezi ty nejvýznamnější výzkumy prováděné organizací NACA. Tyto výzkumy prováděl Kuhn [11], [13] v roce 1942. V současnosti nejvýznamnější a nejpoužívanější je však tzv. „Švédský výzkum“ [22] provedený v roku 1954 ve společnosti SAAB. Výsledky tohoto rozsáhlého výzkumu jsou prezentovány v kapitole 3. Výsledky řady dalších výzkumů lze nalézt v řadě českých i zahraničních odborných publikací, jejichž autory jsou např. Václavík [19], Bruhn [21], Špunda a Čalkovský [22], Niu [26], [29], Megson [31]. Za zmínku jistě stojí poněkud odlišný přístup k pevnostnímu návrhu a stanovení únosnosti nosníků s tenkou stojinou. Ten uvedl v roce 1969 ve své knize Maddux [20], který ve svém postupu zohlednil vlivu nevyztuženého otvoru ve stojině na přídavná zatížení způsobená diagonálním tahovým polem.

Analytické metody výpočtu jsou dnes používány především v počátečním stádiu návrhu letounu. Pro podrobnější pevnostní rozbory v pozdějších stádiích návrhu pokročilých leteckých konstrukcí již tyto analytické metody nedostačují. Je snaha je nahradit metodami konečných prvků, jejichž využití umožnil prudký rozvoj výpočetní techniky a softwarových nástrojů v této oblasti. Pro řešení stabilitních úloh obecně se používají především nelineární analýzy, díky nimž je i u komplikovanější konstrukce možno při dodržení určitých pravidel s dostatečnou přesností stanovit velikost zatížení při ztrátě stability jakékoli části navržené konstrukce, stejně tak jako analyzovat její chování po překročení tohoto zatížení. Korektně touto cestou analyzovat chování nosníku s tenkou stojinou s otvory při však může být vlivem ztráty stability jednotlivých prvků nosníku problematické. Navíc výpočty metodou konečných prvků se dají jen obtížně zobecnit pro různé varianty konstrukcí. Je také třeba mít na paměti, že nelineární analýzy jsou velice náročné na výpočtový čas i čas přípravy výpočtového modelu, což je hlavní důvod, proč jsou dodnes při počátečních konstrukčních návrzích používány časově sice také náročné, ale již ověřené metody analytické.

Výše uvedené veřejně dostupné analytický metody výpočtu jsou iterativní. Některé z těchto metod byly a stále jsou společnostmi zabývajícími se návrhem a výrobou letounů vyšších kategorií na základě experimentů dále upravovány a doplňovány tak, aby umožnily ještě efektivnější využití materiálu. Jejich upravená podoba však není vývojovými odděleními jednotlivých výrobců zveřejňována. V současné době publikované vědecké články z okruhu řešené problematiky jsou zaměřené nikoliv na letecké aplikace, ale na všeobecné strojírenství či stavebnictví. Patří sem například články autorů Shanmugam, Lian a Thevendran [33], Lian a Shanmugan [34], Hagena, Larsen, a Alberg [35]. Tito autoři se ve svých výzkumech zabývali vlivem otvorů různých tvarů a velikostí ve stojinách masivních ocelových nosníků, používaných převážně ve stavebnictví. Vzhledem ke konstrukčním odlišnostem těchto nosníků a nosníků užívaných ve stavbě letadel, je platnost závěrů uvedených v těchto publikacích pro letecké aplikace přinejmenším diskutabilní.

1.4 Cíle dizertační práce

Informace, uvedených v předcházející kapitole, mohou vést k přesvědčení, že problematika únosnosti stojiny s otvory je dnes již dostatečně probádána. Avšak nezanedbatelný rozdíl mezi výsledky dostupných analytických postupů, sloužících k pevnostní kontrole nosníků s tenkou stojinou vede autora k přesvědčení, že je třeba tyto postupy ověřit. Tato práce je zaměřena na vzájemné porovnání výsledků těchto postupů a ověření, popř. doplnění v současné době menšími výrobci letadel pro stanovení únosnosti tenké stojiny nejpoužívanějšího z nich – tzv. „Švédského výzkumu“. A to na základě teoretické analýzy podpořené praktickými experimenty.

S ohledem na uvedené skutečnosti si tato disertační práce si klade několik cílů. Mezi ně patří:

- Porovnání dostupných analytických metod, ověření platnosti jejich výsledků pro konkrétní typ konstrukce, případně jejich modifikace.
- Sestavení uceleného souboru podkladů pro analytický výpočet nosníků s tenkou stojinou s otvory.
- Sestavení podkladů, resp. doporučení, pro adekvátní numerické řešení problému.
- Vytvoření počítačového programu určeného pro kontrolní výpočet, resp. optimální návrh nosníku s tenkou stojinou.

K dosažení uvedených cílů byl zvolen následující postup:

1) Rešerše dostupných podkladů.
2) Sestavení předběžné metodiky návrhu a výpočtu nosníků s tenkou stojinou s otvory.
3) Návrh a výroba vzorků a zkušebního zařízení, návrh systému měření zatížení a deformací.
4) Realizace praktických experimentů.
5) Numerická simulace úlohy.
6) Vyhodnocení výsledků experimentů a jejich porovnání s daty získanými předběžnou metodikou a numerickou simulací.
7) Výběr nejvhodnějšího postupu pro návrh a pevnostní kontrolu nosníků s tenkou stojinou, případně jeho úprava.
8) Zpracování vybraného postupu do funkčního programového komplexu.

2 Souhrn základních poznatků

2.1 Základní rozdělení nosníků používaných v leteckých konstrukcích

Z hlediska charakteru přenosu zatížení existují v konstrukcích letadel dva základní druhy nosníků s tenkou stojinou. Rozhodujícím parametrem pro klasifikaci nosníku do jednotlivých kategorií je stav stojiny při tzv. „početním zatížení“ konstrukce. Toto zatížení je definováno příslušným Předpisem letové způsobilosti. V případě duralových konstrukcí nosníků jej lze definovat jako 150 % zatížení, které může vzniknout za provozu daného letounu. Rozlišujeme nosníky se stabilní stojinou a nosníky se stojinou nestabilní. Základní informace o postupu návrhu nosníků se stabilní i nestabilní stojinou jsou uvedeny v kapitole 4.

Nosník se stabilní stojinou je navržen tak, aby při početním zatížení bylo smykové napětí ve stojině $\tau_{poč}$ menší nebo rovno kritickému smykovému napětí stojiny τ_{kr}, při němž dochází ke ztrátě stability stojiny. U tohoto nosníku je posouvající síla až do početního zatížení přenášena čistým smykem (viz kapitola 2.2.1). Platí tedy vztah:

$$\tau_{poč} \leq \tau_{kr}$$

Nosník s nestabilní stojinou je navržen tak, aby kritická posouvající síla byla nižší než početní posouvající síla. To znamená, že při početním zatížení je posouvající síla přenášena z části smykem a z části diagonálním tahem ve zvlněné stojině (viz kapitola 2.2.4). Návrh a pevnostní analýza nosníku s nestabilní stojinou je v důsledku vzniku diagonálního tahového pole výrazně komplikovanější, protože dochází ke změně rozložení napětí ve stojině. Při návrhu takového nosníku je nutno postupovat podle určitých doporučení a výsledný návrh poté zkontrolovat s uvážením přídavných zatížení pásnic, rozpěrek a nýtových spojů od diagonálního tahového pole. Často je na základě pevnostní analýzy nutno provést korekci navrženého řešení a celý proces návrhu a kontroly konstrukce znovu opakovat. Pro nosník s nestabilní stojinou platí:

$$\tau_{poč} > \tau_{kr}$$

Před rozhodnutím, zda použít stabilní či nestabilní stojinu je nutné posoudit hmotovou efektivitu obou variant. Nestabilní stojina totiž, přes svoji menší tloušťku v porovnání se stabilní stojinou, nemusí vždy vést k lehčímu nosníku jako celku. U nosníku s nestabilní stojinou je kvůli přídavným zatížením od diagonálního tahového pole nutné použít masivnější pásnice a výztuhy (rozpěrky).

Wagner [19] při hledání hmotově nejúspornější konstrukce zvolil jako ukazatel konstrukční účinnosti kombinaci dvou parametrů – efektivní výšky nosníku h_e a zatížení T. Tento ukazatel nazval „součinitel konstrukční účinnosti“ K a pro smykem namáhané stojiny ho definoval vztahem (2.1).

$$K = \frac{\sqrt{T}}{h_e} \tag{2.1}$$

Vysoká stojina, která přenáší malou posouvající sílu, má malý součinitel konstrukční účinnosti K, který nelze nijak podstatně zvýšit. Toto je typické pro nosníky s nízkou intenzitou namáhání. Naopak nízká stojina přenášející velkou posouvající sílu je typická pro nosníky s vysokou intenzitou namáhání. Taková stojina má velký součinitel konstrukční účinnosti a může být navržena mnohem hospodárněji než stojina nosníků s nízkou intenzitou namáhání.

Na základě hodnoty součinitel konstrukční účinnosti lze u konkrétní konstrukce posoudit vhodnost jedné či druhé konstrukční varianty. Po řadě experimentů definoval Wagner následující doporučení:

$$\frac{\sqrt{T}}{h_e} < 43 \ N^{1/2} mm^{-1}$$ … vhodnější je nestabilní stojina

$$\frac{\sqrt{T}}{h_e} > 54 \ N^{1/2} mm^{-1}$$ … vhodnější je stabilní stojina

Při hodnotách součinitele konstrukční účinnosti v rozmezí 43 $N^{1/2}$ mm^{-1} až 54 $N^{1/2}$ mm^{-1} nelze vhodnost konkrétního konstrukčního řešení jednoznačně posoudit. Z uvedených vztahů ale vyplývá, že použití nestabilní stojiny je vhodné v případech, kdy má nosník poměrně velkou stavební výšku. V opačném případě je výhodnější použít nosník se stojinou stabilní.

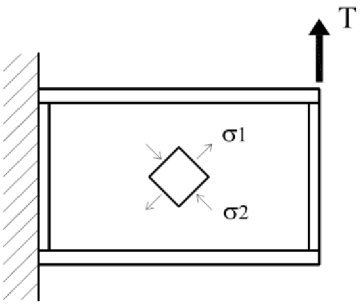
2.2 Teorie popisujících přenos zatížení tenkou stojinou

V textu výše již bylo uvedeno, že tenká stojina nosníku je schopna přenášet vyšší zatížení než odpovídá zatížení, při kterém dochází ke ztrátě stability a zvlnění stojiny. Tato kapitola podává základní informace o teoriích popisujících princip přenosu zatížení tenkou stojinou tak, jak jsou dnes prezentovány.

- **Teorie čisté smykové napjatosti**

Jestliže je posouvající síla menší než kritická posouvající síla, pak stojina tuto sílu přenáší pouze smykovým napětím. Tento charakter přenosu posouvající síly je typický pro tlustostěnné konstrukce, které jsou používané např. ve stavebnictví. Velký význam má však i v tenkostěnných leteckých aplikacích, a to jak u nosníků se stabilní stojinou tak u nosníků se stojinou nestabilní. Výhodou přenosu zatížení nezvlněnou stojinou je jednoduchý postup výpočtu a především absence přídavných zatížení způsobených diagonálním tahovým polem. V případě čisté smykové napjatosti platí:

$$T \le T_{kr} \ , \quad T = T_{SM}$$



Pro napětí ve stojině můžeme psát:

$$\tau = \frac{T}{h_e \ t}$$ … smykové napětí

$$\sigma_1 = \tau$$ … hlavní napětí ve směru 1

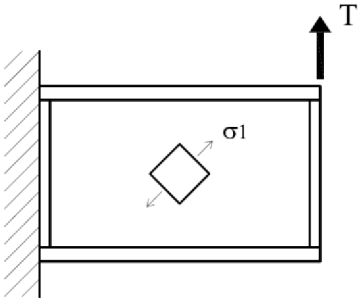
$$\sigma_2 = -\tau$$ … hlavní napětí ve směru 2

Smykové napětí τ na jednom elementu stojiny lze znázornit pomocí dvou navzájem kolmých normálných napětí – tahovým σ_1 a tlakovým σ_2 [26]. Právě existence napětí σ_2 je příčinou ztráty stability stojiny a vzniku diagonálního tahového pole.

- **Teorie čistého diagonálního tahového pole**

Teorií čistého diagonálního tahového pole je teoretickým limitním případem popisujícím stav, kdy je kritické napětí ztráty stability stojiny τ_{kr} rovno nule. V tomto případě není stojina schopna přenášet tlakové napětí σ_2 a ihned po jejím zatížení dochází k vytvoření diagonálního tahového pole. Posouvající síla je případě přenášena pouze tahovým napětím σ_1, označovaným jako „napětí diagonálního tahového pole“. V případě čistého diagonálního tahového pole platí:

$$T > T_{kr} \quad , \quad T_{kr} = 0 \quad , \quad T = T_{DT}$$



Pro napětí ve stojině můžeme psát:

$$\tau = \frac{T}{h_e\ t}$$ … smykové napětí

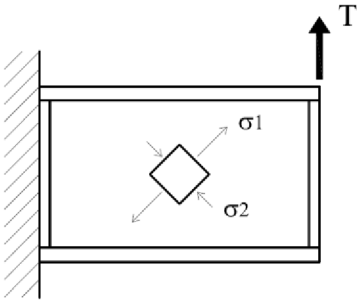
$$\sigma_1 = 2\tau$$ … hlavní napětí ve směru 1

$$\sigma_2 = 0$$ … hlavní napětí ve směru 2

- **Teorie úplného diagonálního tahového pole**

V běžné konstrukční praxi se lze setkat se stojinami pracujícími ve stavu napětí nacházejícím se mezi dvěmi výše popsanými limitními případy. Kritické napětí stojin v praxi používaných nosníků je totiž vždy nenulové a proto jsou tyto stojiny schopné přenášet část posouvající síly smykovým napětím. Zbylá část zatížení je pak přenášen diagonálním tahem. Wagner při formulaci této teorie předpokládal, že velikost smykového napětí není závislá na aplikovaném zatížení a rovná se kritickému napětí ztráty stability stojiny ve smyku. Pro tuto teorii platí:

$$T > T_{kr} \quad , \quad T = T_{SM} + T_{DT} \quad , \quad T_{SM} = T_{kr} \quad , \quad T_{DT} = T - T_{kr}$$



Pro napětí ve stojině můžeme psát:

$$\tau = \frac{T}{h_e\ t}$$ … nominální smykové napětí

$$\sigma_1 = 2\tau - \tau_{kr}$$ … hlavní napětí ve směru 1

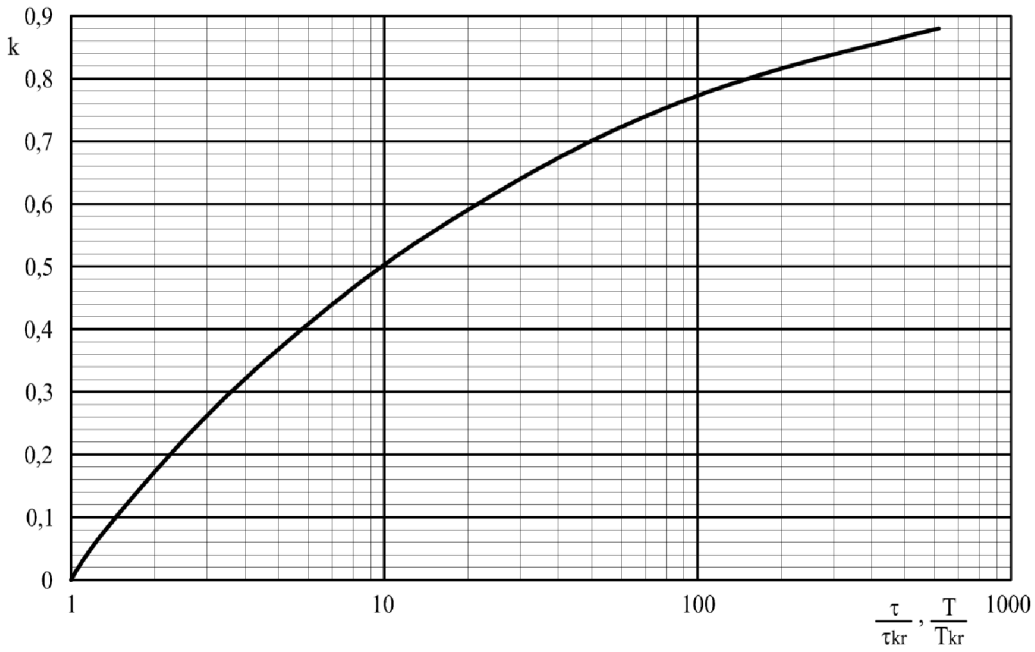
$$\sigma_2 = -\tau_{kr}$$ … hlavní napětí ve směru 2

- **Teorie neúplného diagonálního tahového pole**

Tato teorie vznikla upřesněním teorie předcházející, která se ukázala jako příliš konzervativní. Byla zformulována na základě rozsáhlého experimentálního výzkumu, konaného v období čtyřicátých a počátkem padesátých let minulého století v organizaci NACA v USA. Výzkum prokázal, že podíl celkové posouvající síly přenášený smykovým napětím ve skutečnosti není, oproti Wagnerovu předpokladu, při nadkritickém zatížení konstantní, ale že narůstá společně se zvyšujícím se zatížením.

Pro účely přesnějšího stanovení podílu smyku a diagonálního tahu na přenosu nadkritické posouvající síly u reálných konstrukcí byl, na základě provedených experimentů, definoval

tzv. „součinitel diagonálního tahu“ *k*. Tento parametr je funkcí celkové posouvající síly *T* a posouvající síly, při které dochází ke ztrátě stability stojiny T_{kr}, a charakterizuje stupeň vývinu diagonálního tahového pole. Jeho hodnotu lze odečíst z diagramu na Obr. 2.1, nebo vyjádřit analyticky pomocí vztahu (2.2). Při poměru T/T_{kr} v rozsahu od jedné do dvou je nutno použít vztah (2.3).



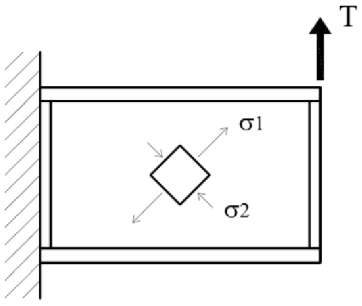
Obr. 2.1, Závislost parametru k na podílu celkové a kritické posouvající síly.

$$k = tgh\left(0{,}5 log \frac{\tau}{\tau_{kr}}\right) \tag{2.2}$$

$$k = 0{,}434\left(\frac{\tau - \tau_{kr}}{\tau + \tau_{kr}} + \frac{1}{3}\left(\frac{\tau - \tau_{kr}}{\tau + \tau_{kr}}\right)^3\right) \tag{2.3}$$

Pro teorii neúplného diagonálního tahového pole platí:

$$T > T_{kr} \;,\; T = T_{SM} + T_{DT} \;,\; T_{DT} = kT \;,\; T_{SM} = T - T_{DT} \;,\; T_{SM} \geq T_{kr}$$



Pro napětí ve stojině můžeme psát:

$$\tau = \frac{T}{h_e\, t}$$ … nominální smykové napětí

$$\sigma_1 = 2k\tau + \tau(1-k)$$ … hlavní napětí ve směru 1

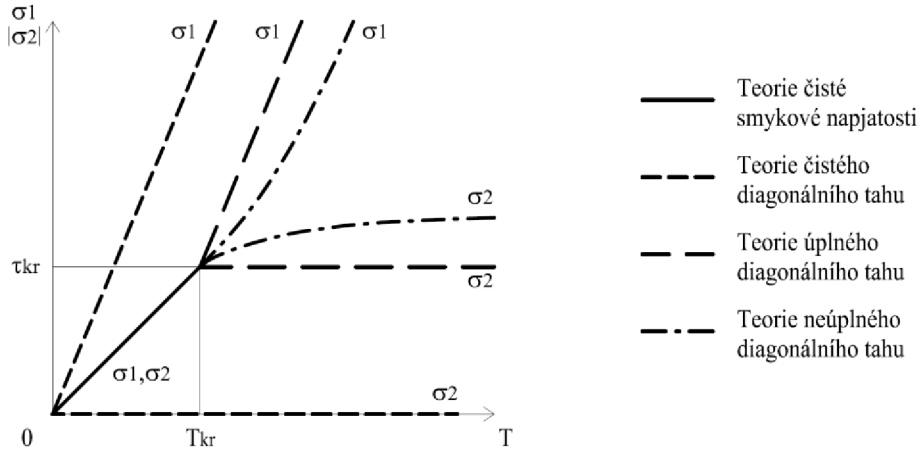
$$\sigma_2 = -\tau(1-k)$$ … hlavní napětí ve směru 2

Uvedené vztahy platí při teoretické hodnotě sklonu diagonálního tahu α = 45°. Obecně může být tento sklon, vlivem poddajnosti pásnic a výztuh v rozsahu 35° ÷ 45°. Při přibližných výpočtech se

však připouští uvažovat 45°. Součinitel diagonálního tahu k nabývá hodnot v intervalu <0;1>. V závislosti na jeho hodnotě mohou nastat následující případy:

- $k = 0$ Charakter přenosu posouvající síly odpovídá teorii čisté smykové napjatosti.
- $0 < k < 1$ Charakter přenosu posouvající síly odpovídá teorii neúplného diagonálního tahového pole.
- $k = 1$ Charakter přenosu posouvající síly odpovídá teorii čistého diagonálního tahového pole.

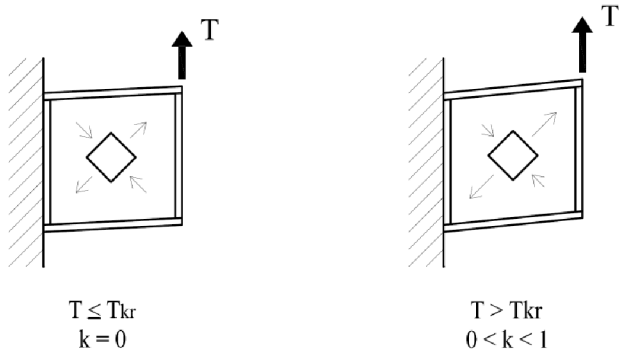
V diagramu na Obr. 2.2 jsou pro porovnání zakresleny průběhy hlavních napětí v tenké smykem zatížené stojině nosníku podle všech výše uvedených teorií.



Obr. 2.2, Průběh hlavních napětí v tenké stojině zatížené smykem.

U nosníků s tenkou stojinou lze přenos posouvající síly tenkou stojinou v závislosti na velikosti této síly rozdělit do dvou fází:

- $T \leq T_{kr}$ V tomto případě je posouvající síla přenášena pouze smykem. Tento stav nastává tehdy, je-li posouvající síla menší nebo rovna kritické posouvající síle ztráty stability stojiny. V této fázi platí teorie čisté smykové napjatosti.
- $T > T_{kr}$ Zatížení je přenášeno z části smykem a z části diagonálním tahem. Tento stav nastává tehdy, je-li posouvající síla větší než kritická síla ztráty stability stojiny. V tomto případě se postupuje podle teorie neúplného diagonálního tahového pole.



Obr. 2.3, Fáze přenosu posouvající síly nosníkem s tenkou stojinou.

2.3 Otvory ve stojinách nosníků

Ve většině případů je ideálním přístupem ke konstrukci smykem zatížených stojin nosníků použití plné stěny s velmi malou tloušťkou, tzn. využití vlastností tzv. „diagonálního tahového pole“. V některých případech je však nezbytné opatřit stojinu otvorem. Otvory ve stojinách nosníků můžeme podle účelu klasifikovat následovně:

Odlehčovací otvory slouží pro snížení hmotnosti konstrukce nosníků v případech, kdy je např. z technologického nebo funkčního hlediska nutné volit stojinu větší tloušťky. Taková stojina opatřená odlehčovacími otvory má v porovnání s tenčí stojinou shodné únosnosti vyšší kritické zatížení.

Průchozí a montážní otvory slouží pro vedení elektrických kabelů, hydraulických nebo pneumatických hadic, táhel a lan řízení atd., a pro zajištění konečné montáže a údržby letounu. Tyto otvory mývají různý tvaru a jsou voleny na základě požadavků souvisejících převážně s konstrukčním řešením daného letounu a přístupností jednotlivých konstrukčních uzlů.

Postupy používané k analýzám tenkých stojin s otvory můžeme obecně rozdělit do dvou metod, v závislosti na velikosti otvoru v porovnání s velikostí a uspořádáním okolní konstrukce.

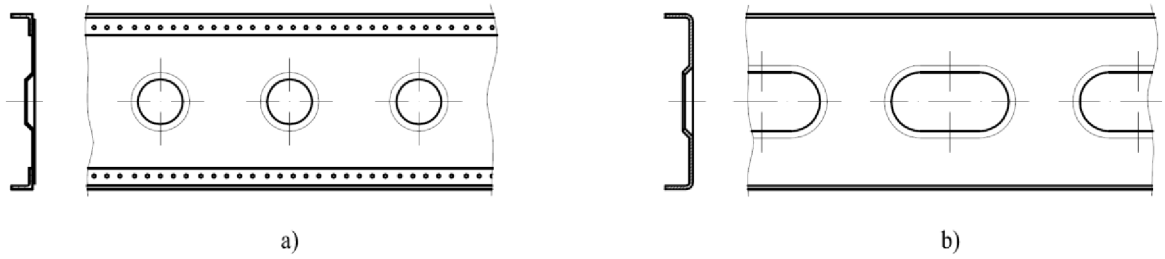
- Pokud je otvor relativně malý nebo středně velký, jeho vliv je pouze lokální. To znamená, že rozložení napětí v konstrukci je ovlivněno pouze v bezprostřední blízkosti otvoru. Takové otvory se upravují podle některého z normalizovaných typů prolisu nebo se používá tzv. prstencový doubler.
- Pokud je velikost otvoru relativně velká, je vhodné uvážit vliv otvoru na průřezové charakteristiky dané části konstrukce. Velké otvory bývají často obdélníkového tvaru a řeší se orámováním podélnými a příčnými výztuhami. S ohledem na únavové vlastnosti nesmí mít obrys otvoru ostré rohy, protože ty jsou spojeny s vysokou koncentrací napětí.

2.4 Typická konstrukční schémata nosníků s otvory ve stojině

Prof. M.C.Y. Niu ve své knize „Airframe Structural Design“ [26] publikoval několik analytických postupů pro výpočet únosnosti tenké stojiny s otvory. Každý z těchto postupů je určen pro jiný typ konstrukčního řešení nosníku. Pro tyto účely rozdělil nosníky používané v konstrukcích letadel do tří skupin uvedených níže. Další výpočetní postupy lze nalézt v publikacích uvedených v kapitole 1 a kapitole 4.

- **Nosníky s malou intenzitou namáhání**

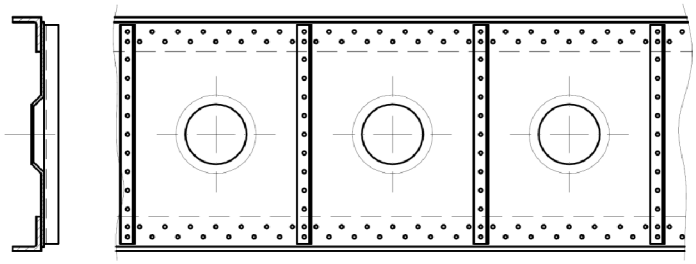
Do této skupiny patří nosníky zatížené malou posouvající silou a nosníky, které mají velmi malou stavební výšku. Lze sem zařadit např. krátké podpěrné nosníky, žebra, pomocné nosníky křídel a nosníky kormidel malých letadel. Nejčastější konstrukční schémata těchto nosníků jsou na Obr. 2.3. Tyto nosníky není v některých případech příliš vhodné a praktické navrhovat jako nosníky s nestabilní stojinou, protože by stojiny takových nosníků měly příliš malou tloušťku, spojenou s řadou konstrukčních obtíží. Nejčastěji se proto řeší jako nosníky se stabilní stojinou, která je v případě potřeby opatřena odlehčovacími otvory. Toto řešení navíc, u velice málo zatížených nosníků, umožňuje vytvoření pásnic pouze pomocí lemů, namísto nanýtovaných profilů. Z pohledu hmotnosti je u nosníků s malou stavební výškou použití stabilní stojiny s otvory výhodnější než použití tenké nestabilní stojiny opatřené velkým množstvím rozpěrek.



Obr. 2.3, Typické konstrukční schéma nosníků se stabilní stojinou a odlehčovacími otvory

- **Nosníky se středně velkou intenzitou namáhaní**

Do této skupiny lze zahrnout nosníky, které mají poměrně velkou stavební výšku. Takovými nosníky jsou např. pomocné nosníky křídel a nosníky kormidel velkých dopravních letadel, popřípadě nosníky používané v roštovém systému podlah. V malých letounech jsou takto konstruovány např. hlavní nosníky křídel. Pro tyto nosníky je typické použití výztuh (rozpěrek), které zajišťují stabilní výšku nosníku, zvyšují kritické napětí stojiny a umožňují i přenos zatížení po překročení kritického zatížení stojiny. Tato konstrukce je používaná u nosníků se stabilní i nestabilní stojinou. V případech, kdy je stavební výška nosníku dostatečně velká, je výhodné použít tenkou nestabilní stojinu, protože úspora hmotnosti plynoucí z použití tenčí stojiny je díky její velké ploše významná. Tyto nosníky bývají také často opatřeny odlehčovacími otvory (Obr. 2.4).



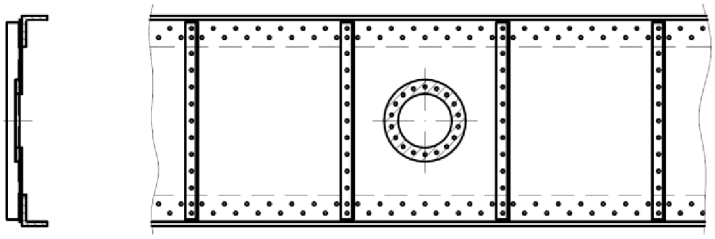
Obr. 2.4, Typické konstrukční schéma nosníků s vyztuženou stojinou a nosníků s velkou stavební výškou s a odlehčovacími otvory

Právě na ověření analytických metod pro pevnostní kontrolu únosnosti stojin takovýchto nosníků je zaměřena tato dizertační práce.

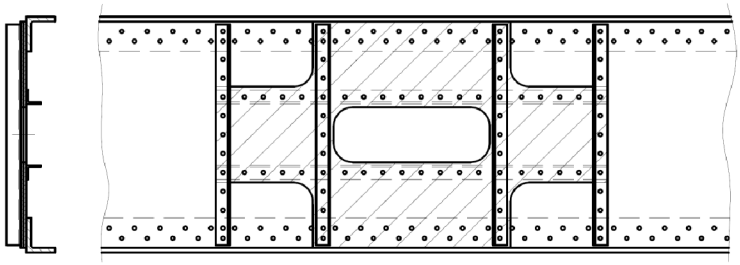
- **Nosníky s velkou intenzitou namáhání**

Do této kategorie spadají nosníky zatížené velkou posouvající silou, do jejichž stojiny je nutno vyříznout poměrně velký otvor pro účely montáže nebo údržby. Tyto nosníky se nacházejí především v konstrukcích velkých letadel, u nichž se může jednat např. o nosníky křídel a ocasních ploch nebo zesílené či přetlakové přepážky atd. Konstrukce takovýchto nosníků je zobrazena na následujících obrázcích. Pokud je otvor ve stojině kruhového průřezu, stačí jeho okraj vyztužit výztuhou ve tvaru prstence (Obr. 2.5), pokud je však nutno vytvořit otvor obdélníkového průřezu, vyztužuje se pomocí doubleru spolu s podélnými a příčnými výztuhami, tzv. orámováním (Obr. 2.6). Obecně platí, že velké otvory jsou ve stojinách nosníků nežádoucí, a v případě nutnosti musí být kompenzovány pečlivým

vyztužením. Stojina s takto vyztuženými otvory vychází (dle lit. [26]) asi o 20 – 50 % těžší než stojina shodné tloušťky bez otvoru.



Obr. 2.5, Typické konstrukční schéma nosníků s velkým otvorem ve stojině s výztužné prstencem



Obr. 2.6, Typické konstrukční schéma nosníků s velkým otvorem ve stojině vyztužené doublerdm a rámem

3 Stabilita a únosnost tenkých stěn a prutů

Řešení problémů související se ztrátou stability a únosností tenkostěnných částí je nedílnou součástí pevnostních analýz leteckých konstrukcí, včetně nosníků s tenkou stojinou. U klasických nosníků s tenkou stojinou se lze setkat pouze s tenkými stěnami a tenkostěnnými pruty. Z hlediska analýz stability představuje stojina nosníku tenkou smykem zatíženou stěnu a pásnice nosníku s výztuhami (rozpěrkami) přímé pruty různých štíhlostí, zpravidla s otevřeným tenkostěnným průřezem, zatížené normálovou silou, popř. po vytvoření diagonálního tahového pole i přídavným ohybovým momentem.

3.1 Stabilita a únosnost prutů

Při pevnostních analýzách nosníků s tenkou stojinou bývají zpravidla kritické pouze dvě formy ztráty stabilit tenkostěnných profilů pásnic a rozpěrek, a to celková a lokální ztráta stability. U klasických konstrukcí nosníků křídel se lze v případě pásnic, vzhledem k návaznosti na okolní konstrikci, téměř výhradně setkat pouze s lokální ztrátou stability. Celkovou poruchu je nutno uvažovat u pásnic nosníků, které nejsou bočně vyztuženy okolní konstrukcí, a dále pak u výztuh (rozpěrek) nosníků s velkou stavební výškou a nestabilní stojinou.

3.1.1 Celková stabilita prutů zatížených osovým tlakem

Řešení celkové ztráty stability spočívá v hledání takové osové síly, při níž dojde k jeho vybočení, tzn. k deformaci jeho původně přímkové střednice (Obr. 3.1). Přímý profil schopen přenášet osovou tlakovou sílu pouze do dosažení její kritické hodnoty, kdy začne vybočovat. Při dalším zvyšování osové tlakové síly dojde k vybočení prutu. Toto vybočení roste až do okamžiku, kdy se prut v místě maximálního zakřivení následkem dosažení limitního napětí poruší.

U přímého prutu může nastat jedna ze dvou forem celkové ztráty stability, buďto vzpěr v pružné nebo nepružné oblasti. Parametr, podle kterého lze stanovit formu ztráty stability u konkrétního prutu je tzv. „štíhlost prutu“ λ. Tu lze stanovit dle vztahu (3.1), kde i je poloměr setrvačnosti průřezu.

$$\lambda = \frac{l}{i} \tag{3.1}$$

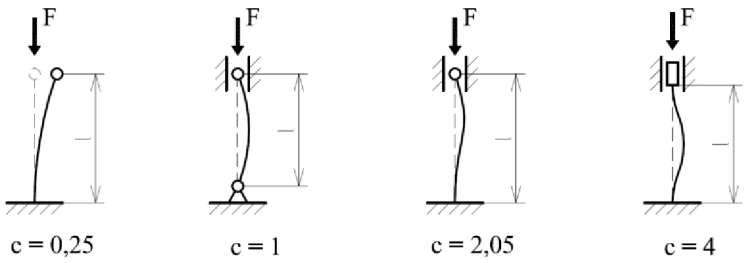
$$i = \sqrt{\frac{J}{A}} \tag{3.2}$$

V pružné oblasti vzpěru lze kritickou vzpěrnou sílu stanovit z Eulerova vzorce (3.3). Z něj lze pak odvozením získat také kritické napětí celkové ztráty stability prutu (3.4):

$$F_{kr,E} = c\frac{\pi^2 EJ}{l^2} \tag{3.3}$$

$$\sigma_{kr,E} = c\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \tag{3.4}$$

Koeficient c je tzv. „koeficient stability“ vyjadřující vliv okrajových podmínek, tedy vliv uložení prutu v konstrukci. Jeho hodnota je pro základní způsoby uchycení uvedena na Obr. 3.1.



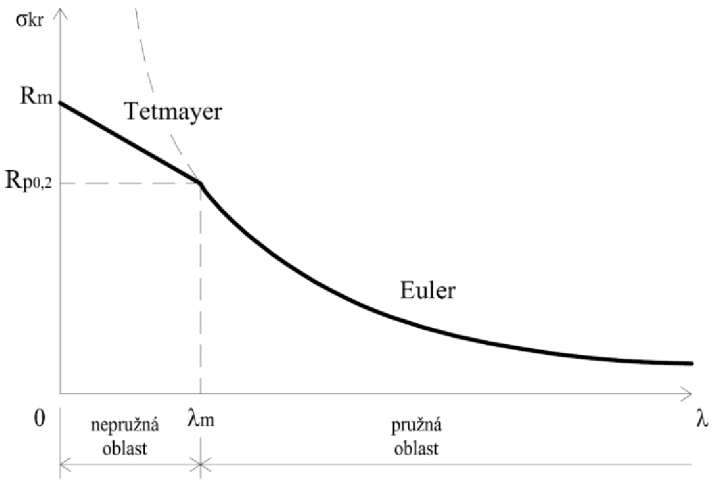
Obr. 3.1, Základní způsoby uchycení prutu v konstrukci

V nepružné oblasti je možné použít několik odlišných metod popisujících celkovou ztrátu stability (Tetmayerova, Johnsonova, aj.). Nejjednodušeji lze kritické napětí ztráty stability získat Tetmayerovou metodou (Obr. 3.2) pomocí vztahu (3.5).

$$\sigma_{kr,T} = R_{P0,2} + \frac{R_m - R_{P0,2}}{\lambda_m}\left(\lambda_m - \lambda\right) \tag{3.5}$$

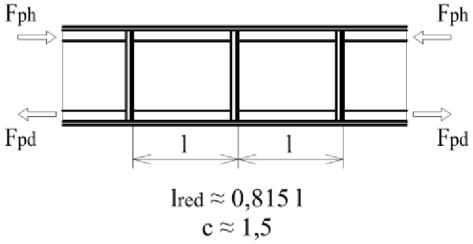
V případě, že je štíhlost prutu menší než mezní štíhlost λ_m (3.6), nastává vzpěr v nepružné oblasti. Ten je charakteristický tím, že kritické napětí celkové ztráty stability je větší než mez kluzu materiálu. V opačném případě nastává vzpěr v pružné oblasti. Mezní štíhlost prutu je tedy taková štíhlost, při které nastává ztráta stability právě při napětí rovnajícím se mezi kluzu materiálu $R_{p0,2}$.

$$\lambda_m = \sqrt{c\frac{\pi^2 E}{R_{P0,2}}} \tag{3.6}$$



Obr. 3.2, Závislost kritického napětí celkové ztráty stability na štíhlosti prutu

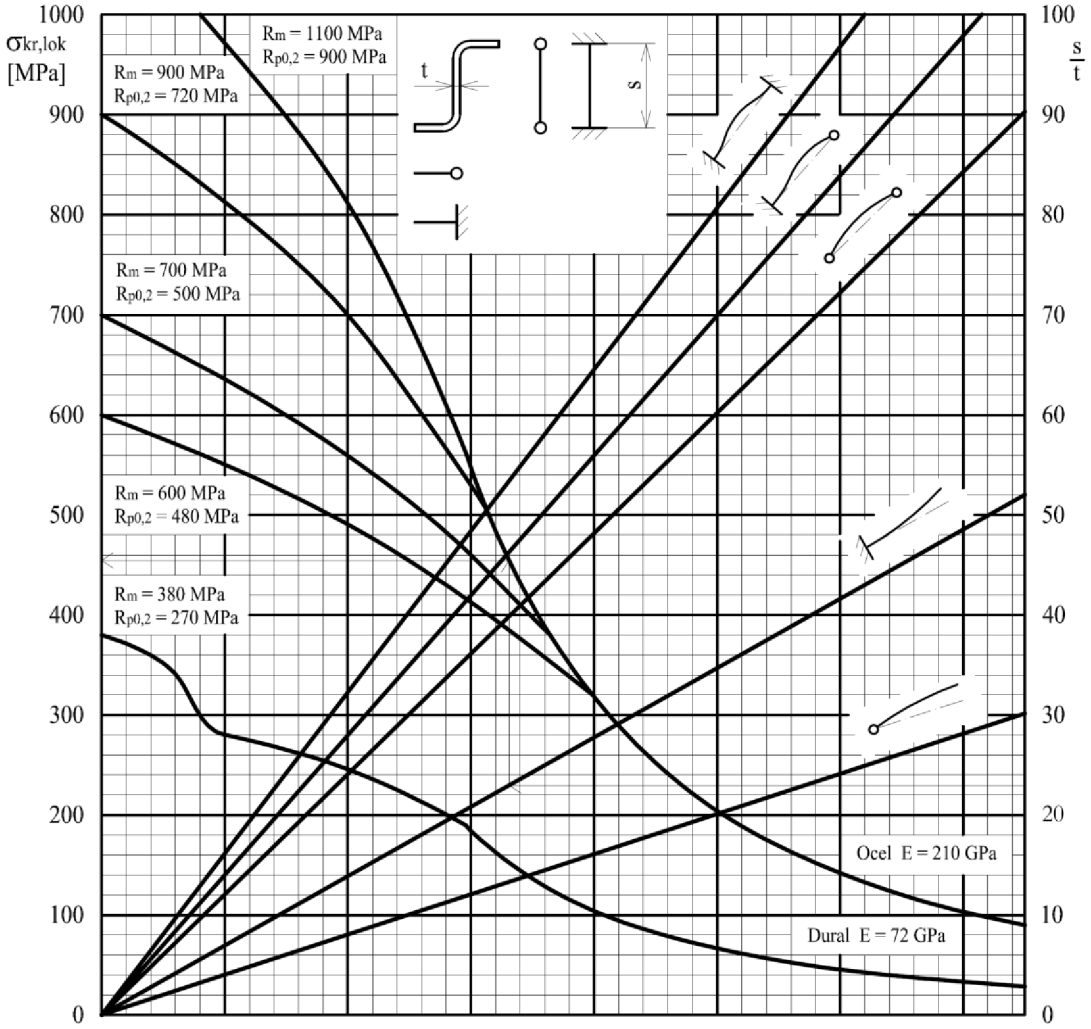
Jak již bylo uvedeno výše, celková ztráta stability nastává u pásnic nosníků jen velmi zřídka. Pokud však lze poruchu této povahy očekávat, uvažuje se (dle lit. [20]) koeficient uložení $c = 1{,}5 - 1{,}8$, a za hodnotu J se dosadí kvadratický moment průřezu pásnice ve směru, v němž lze vzhledem k okolní zástavbě vychýlení pásnice očekávat. Do kvadratického momentu lze započítat také spolučinnou šířku stojiny a potahu.



Obr. 3.3, Schéma nosníku s pásnicí stabilizovanou pomocí stojiny a rozpěrek nebo žeber

3.1.2 Lokální (tvarová) stabilita prutů zatížených osovým tlakem

Lokální neboli tvarová stabilita prutů je jev, charakteristický pro pruty s otevřeným tenkostěnným průřezem, které jsou pro konstrukce letadel typické. Při zkoumání lokální ztráty stability daného prutu nehledáme, na rozdíl od celkové ztráty stability, napětí, při kterém se začíná deformovat jeho střednice, ale napětí, při němž se začíná deformovat jeho příčný průřez.



Obr. 3.4, Diagram pro určení napětí lokální ztráty stability prutu

Pro stanovení kritického napětí lokální stability prutů běžně užívaných na konstrukci pásnic a rozpěrek, jejichž příčný řez lze rozdělit na několik tenkých ramen, lze použít hned několik rozdílných metod. Jedna z nich je založena na experimentálně sestaveném diagramu, uvedeném na Obr. 3.4. Postup řešení je následující:

1) Nejprve rozložíme daný průřez na jednotlivá ramena.
2) Poté, podle celkového tvaru a vzájemné velikosti jednotlivých ramen rozhodneme o jejich uložení (volné, kloubové, vetknuté).
3) Dále vypočteme štíhlost příčného průřezu každého ramene – poměr *s/t*.
4) Podle štíhlosti desky odečteme z diagramu napětí, při němž jednotlivé desky ztratí stabilitu.
5) Hledaná tvarová pevnost celého profilu (lokální ztráta stability) je rovna nejmenšímu kritickému napětí ze všech desek.

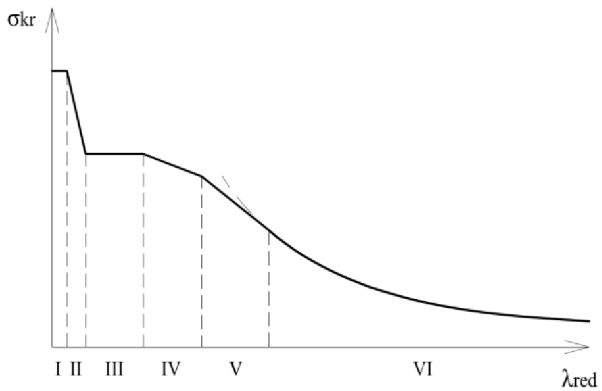
3.1.3 Únosnost prutů zatížených osovým tlakem

Na obrázku 3.5 je znázorněna ukázka průběhu kritického napětí prutu s otevřeným tenkostěnným průřezem v závislosti na redukované štíhlosti λ_{red}. Redukovaná štíhlost profilu je definována vztahem:

$$\lambda_{red} = \frac{\lambda}{\sqrt{c}} \tag{3.7}$$

U profilů tohoto typu se uplatňuje několik různých forem poruchy právě v závislosti na tomto parametru:

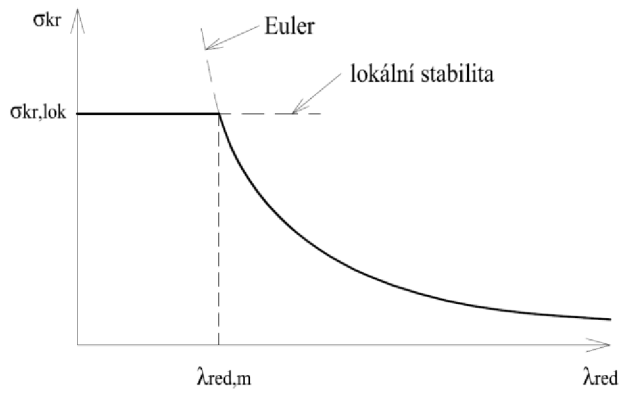
I … materiálová (tlaková) porucha
II … lokální ztráta stability s vlivem koncového uchycení profilu
III … lokální ztráta stability bez vlivu koncového uchycení
IV … kombinace lokální a celkové ztráty stability, příp. vykroucení
V … celková ztráta stability v nepružné oblasti
VI … celková ztráta stability v pružné oblasti (Euler)



Obr. 3.5, Kritické napětí prutu s otevřeným tenkostěnným průřezem

Poruchy I a II není nutné při řešení únosnosti pásnic a výztuh nosníků uvažovat, protože tyto poruchy nastávají pouze u prutů s velmi malou štíhlostí. Při řešení únosnosti pásnic a výztuh nosníků s tenkou stojinou se uplatňují dva základní přístupy uvedené níže.

První způsob řešení předpokládá, že poruchy způsobené celkovou a lokální ztrátou stability profilu se navzájem neovlivňují. Z řady experimentů však vyplývá, že tento předpoklad není správný, protože k jistému ovlivnění dochází. Pro svoji jednoduchost je však takové řešení při prvotním návrhu konstrukce akceptovatelné. Únosnosti prutu v tlaku odpovídá křivka únosnosti profilu na Obr. 3.6.

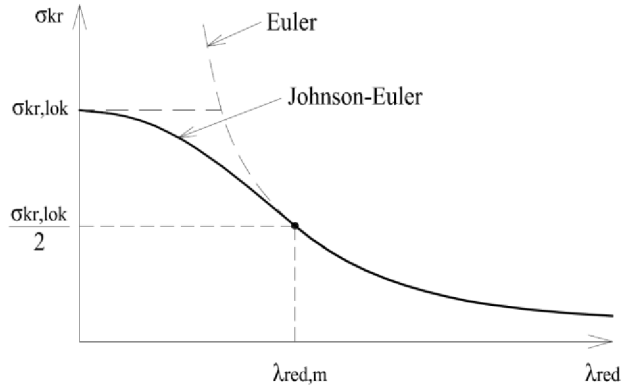


Obr. 3.6, Únosnost prutu za předpokladu vzájemného neovlivňování celkové a lokální poruchy

Pravá strana křivky udává napětí, při kterém dojde k celkové ztrátě stability profilu (dle Eulera) v závislosti na redukované štíhlosti prutu. Maximální hodnota napětí v profilu je pak zleva jednoduše omezeno hodnotou kritického napětí lokální (tvarové) ztráty stability. Minimální štíhlost profilu, při které je únosnost osově tlačeného profilu rovna kritickému napětí lokální (tvarové ztráty) stability je dána úpravou Eulerova vztahu:

$$\lambda_{red,m} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{kr,lok}}} \tag{3.8}$$

Pokud však má být dosaženo přesnějších výsledků, musí být interakce mezi celkovou a lokální poruchou stability profilu zohledněna. V takovém případě je vhodnějším postupem využití upravené podoby Johnson-Eulerova vztahu (3.9), který nahrazuje skutečný průběh únosnosti na Obr. 3.5 mnohem přesněji, než postup předcházející. Tato skutečnost je patrná z Obr. 3.7.



Obr. 3.7, Únosnost prutu se zohledněním interakce mezi celkovou a lokální ztrátou stability

$$\sigma_{kr} = \sigma_{kr,lok} - \frac{\sigma_{kr,lok}^{2}}{4\pi^2 E} \lambda_{red}^{2} \tag{3.9}$$

Minimální štíhlost profilu, při které není celková ztráta stability ovlivněna lokální ztrátou stability daného profilu, lze stanovit podle vztahu:

$$\lambda_{red,m} = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_{kr,lok}}} \tag{3.10}$$

3.2 Stabilita a únosnost tenkých stěn

Pro výpočet stability a únosnosti tenké stěny s otvory i bez otvorů lze v současnosti využít několik odlišných postupů. Tato kapitola obsahuje přehled dostupných při návrhu letadel používaných analytických metod pro pevnostní analýzu nosníků s tenkou stojinou.

3.2.1 Stabilita tenkých stěn zatížených smykem

Na základě zjednodušení vyplývajících z nosníkové teorie je stojina jako nosný prvek konstrukce nosníku považována za součást namáhanou pouze smykovým zatížením od posouvající síly. Na rozdíl od skutečného charakteru zatížení stojiny není na základě tohoto zjednodušení vliv napětí od ohybového momentu na kritické zatížení stojiny uvažován. Ačkoli únosnost stojiny nosníku není dosažením jejího kritického napětí ztráty stability vyčerpána, má pro pevnostní analýzu nosníku korektní stanovení této kritické hodnoty zásadní význam.

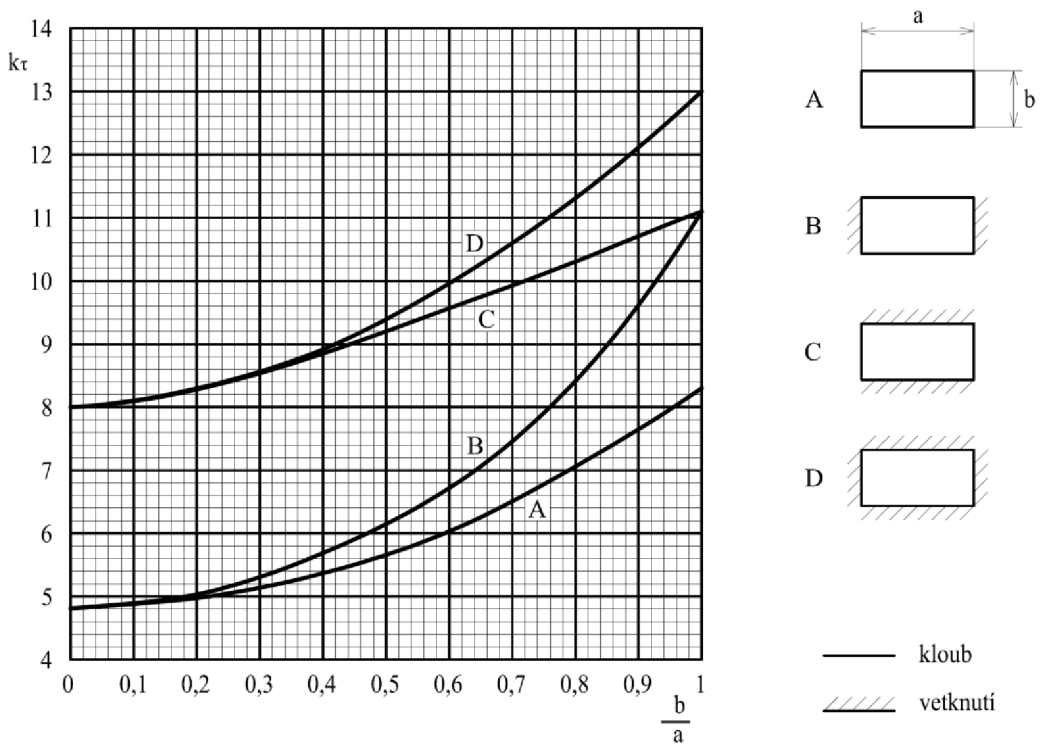
Pokud je stojina nosníku izotropní a rovinná stěna, je možno její kritické napětí ztráty stability při smykovém zatížení stanovit dle vztahu (3.11), kde koeficient k_τ vyjadřuje vliv rozměrů stěny (pole stojiny) a okrajových podmínek (způsobu uložení okrajů). Jeho hodnotu lze odečíst z diagramu na Obr. 3.8 [28].

$$\tau_{kr} = k_\tau E \left(\frac{t}{b} \right)^2 \tag{3.11}$$

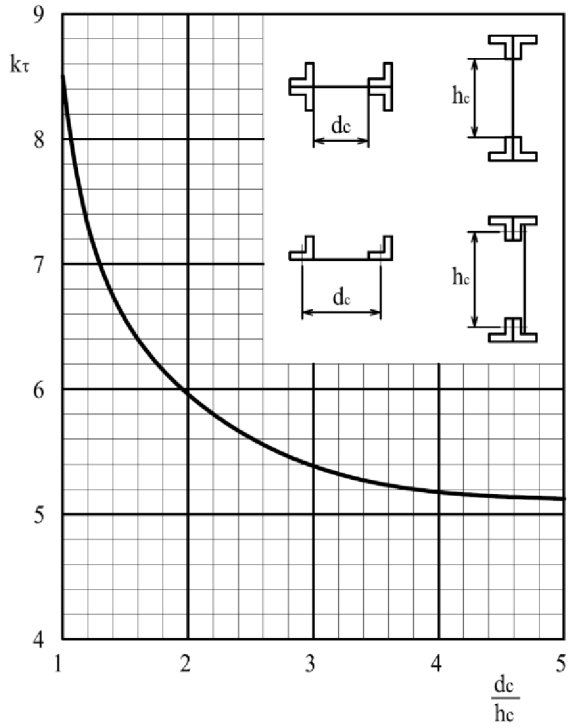
Pro výpočet kritického smykového napětí stojiny v pružné oblasti je možno použít také postup sestavený ve čtyřicátých letech organizací NACA, který oproti předcházejícímu postupu korektněji zohledňuje tuhost uložení stojiny.

$$\tau_{kr} = k_\tau E \left(\frac{t}{d_c} \right)^2 \left[R_h + \frac{1}{2} \left(R_d - R_h \right) \left(\frac{d_c}{h_c} \right)^3 \right] \tag{3.12}$$

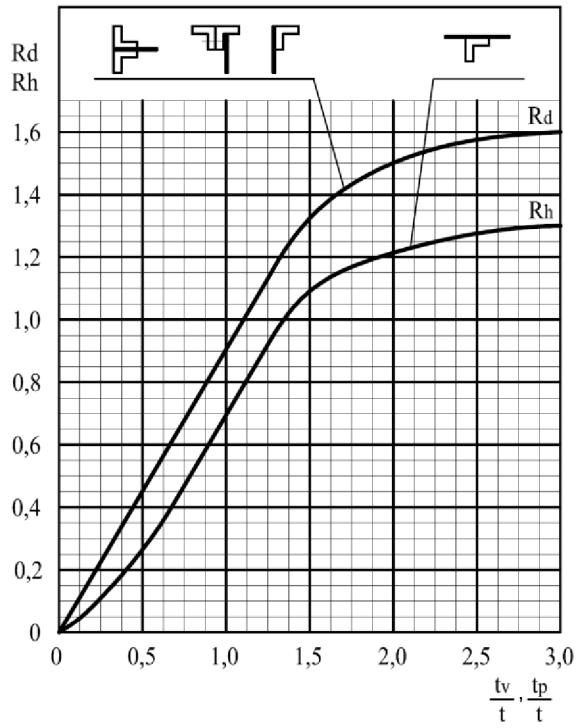
Je-li $d_c > h_c$, je nutno zaměnit d_c za h_c a naopak. Koeficient stability k_τ lze určit z Obr. 3.9 nebo také Obr. 3.8 (křivka A). Koeficienty R_d a R_h lze odečíst z diagramů na Obr. 3.10. Pokud je kritické napětí v plastické oblasti, je nutno jeho hodnotu redukovat (např. dle Obr. 3.11).



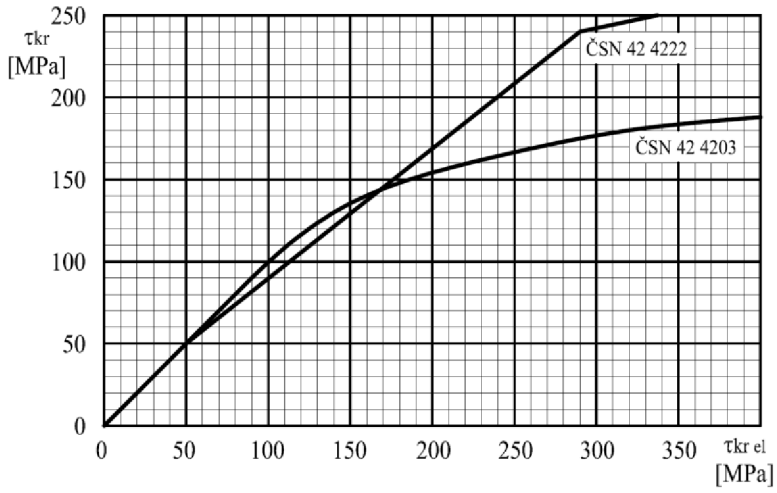
Obr. 3.8, Součinitel stability pro izotropní rovinné stěny zatížené smykem



Obr. 3.9, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu stability k_τ



Obr. 3.10, Diagram pro stanovení hodnot koeficientů R_d a R_h



Obr. 3.11, Redukce kritického napětí v plastické oblasti

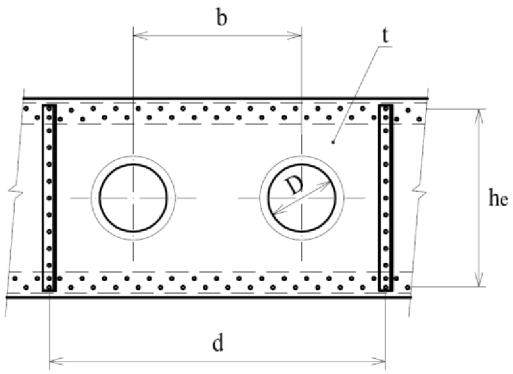
Další způsob výpočtu kritického zatížení tenké stěny, vhodný pro použití v úlohách konstrukční optimalizace, je uveden v lit. [30]. Článek je zaměřen na stanovení korektní hodnoty součinitele stability k_τ při kombinovaném zatížení, tzn. s vlivem ohybového momentu na kritické napětí stojiny.

3.2.2 Únosnost tenkých stěn zatížených smykem

K výpočtu únosnosti tenké stojiny je možné použít několik odlišných metod. Některé z nich jsou univerzální, některé jsou vhodné pouze pro nosníky se stojinou bez otvorů a některé zase naopak pouze pro nosníky se stojinou s otvorem. Všechny uvedené metody jsou určené pro určitý rozsah konstrukčních parametrů (např. tloušťka stojiny nebo velikost otvoru).

- **Metoda I**

První zde uváděná metoda výpočtu únosnosti stojiny s otvory je tzv. „Švédský výzkum“. Tato metoda byla poprvé uveřejněna v „Journal of Royal Aeronautical Society“ v roce 1955, a lze ji nalézt např. v lit. [22]. Výsledkem tohoto rozsáhlého výzkumu jsou tři diagramy uvedené na obrázcích níže. Tyto experimentálně sestavené digramy platí pro duralové materiály.



Metoda je použitelná za těchto podmínek:

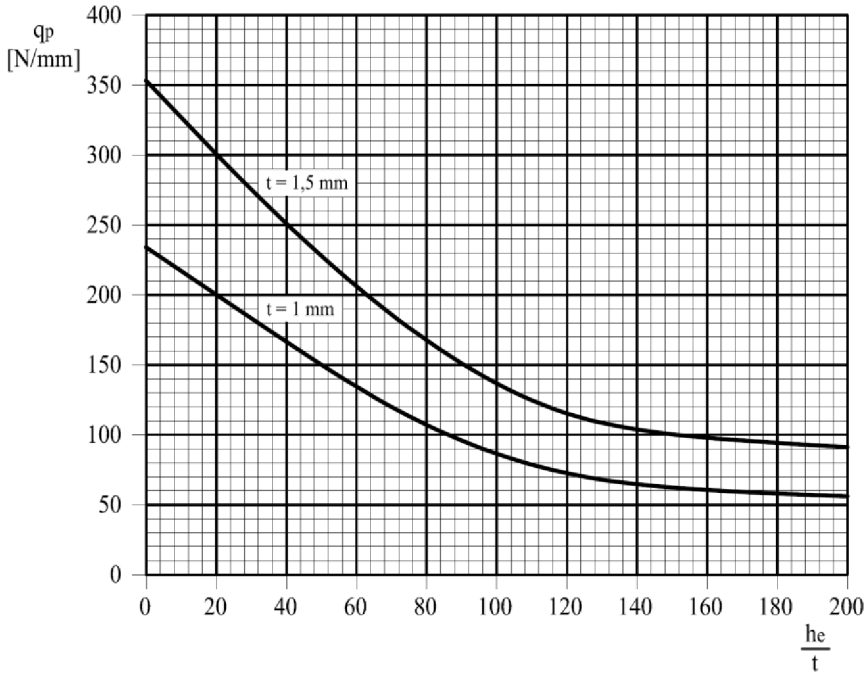
materiál: *dural*
otvor: *lem 45°*

parametry: $b/D = 2{,}1 \div 2{,}5$

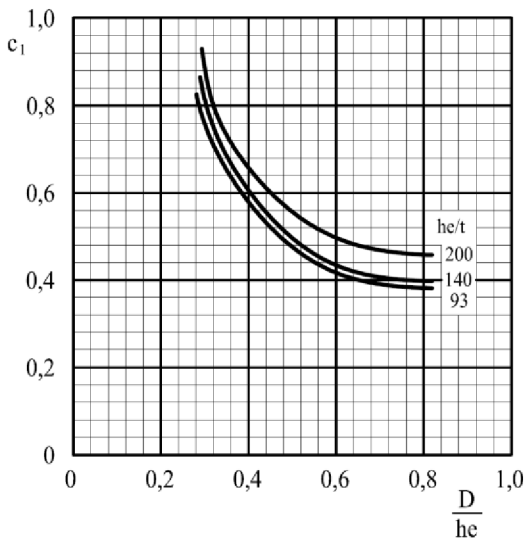
Podle vztahu (3.13) je možné stanovit maximální početní hodnotu nominálního smykového toku:

$$q_{\max} = q_p \, c_1 \, c_2 \qquad (3.13)$$

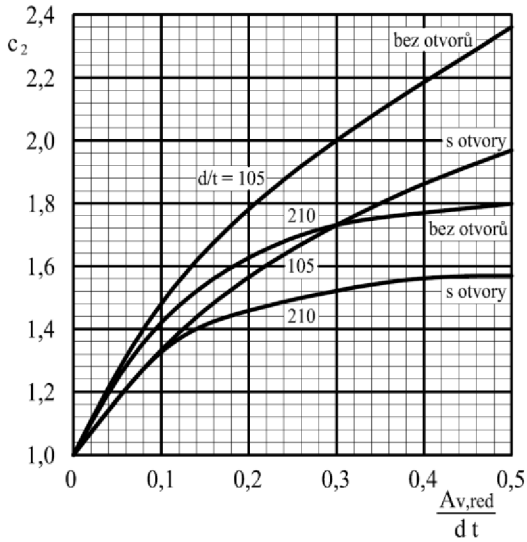
V uvedeném vztahu představuje q_p únosnost stojiny bez otvorů a bez výztuh a koeficienty c_1 a c_2 pak zohledňují vliv otvorů a výztuh. Hodnotu q_p lze odečíst z Obr. 3.12. Koeficienty c_1 a c_2 je možné odečíst z diagramů na Obr. 3.13 a Obr. 3.14.



Obr. 3.12, Diagram pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem



Obr. 3.13, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c_1



Obr. 3.14, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c_2

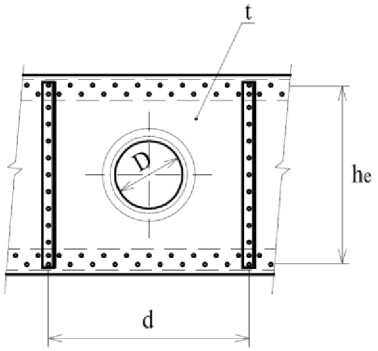
Tato Metoda je použitelná i pro konstrukce s více než jedním otvorem mezi výztuhami. Pro konstrukce s $d < h_e$ bereme v diagramu na Obr. 3.12 místo $h_e - d$. Pro stanovení hodnoty koeficientu c_2, zohledňujícího vliv výztuh, je navíc třeba stanovit plochu výztuhy.

V odborných literaturách [22] a [36] se tento výzkum objevuje ve dvou variantách, lišících se použitou hodnotou plochy průřezu výztuhy (rozpěrky). Literatura [22] udává, že při výpočtu má být použito skutečné hodnoty průřezu výztuhy A_v. Literatura [36] naproti tomu udává, že má být při výpočtu použita hodnota redukované plochy výztuhy $A_{v,red}$, která je v případě jednostranné výztuhy nižší než skutečná hodnota A_v. Pokud je výztuha tvořena jedním profilem na jedné straně stojiny nosníku, je redukovaná plocha definována vztahem (3.14). V případě, že jsou výztuhy z obou stran stojiny, je redukovaná plocha výztuhy shodná se skutečnou plochou výztuhy a rovna součtu průřezů obou protilehlých výztuh.

$$A_{v,red} = \frac{A_v}{1+\left(\frac{e_v}{i_v}\right)^2} \tag{3.14}$$

- **Metoda II**

Tato metoda je velice podobná metodě předcházející. Je založena na dvojici diagramů uvedených na Obr. 3.15. Obdobně jako předešlý postup slouží tato metoda ke kontrole únosnosti tenké smykem zatížené stojiny, a to jak hladké, tak i s otvory a výztuhami. Tuto výpočtovou metodu lze nalézt v lit. [28].



Tato metoda je použitelná za následujících podmínek:

materiál: *ČSN 42 4203.6 (R_m=436 MPa, Rp_{02}* = 280 MPa*)*
otvor: *lem dle LDN 1505*

parametry: $h_e/t = 45 \div 300$

$D/h_e = 0{,}15 \div 0{,}75$

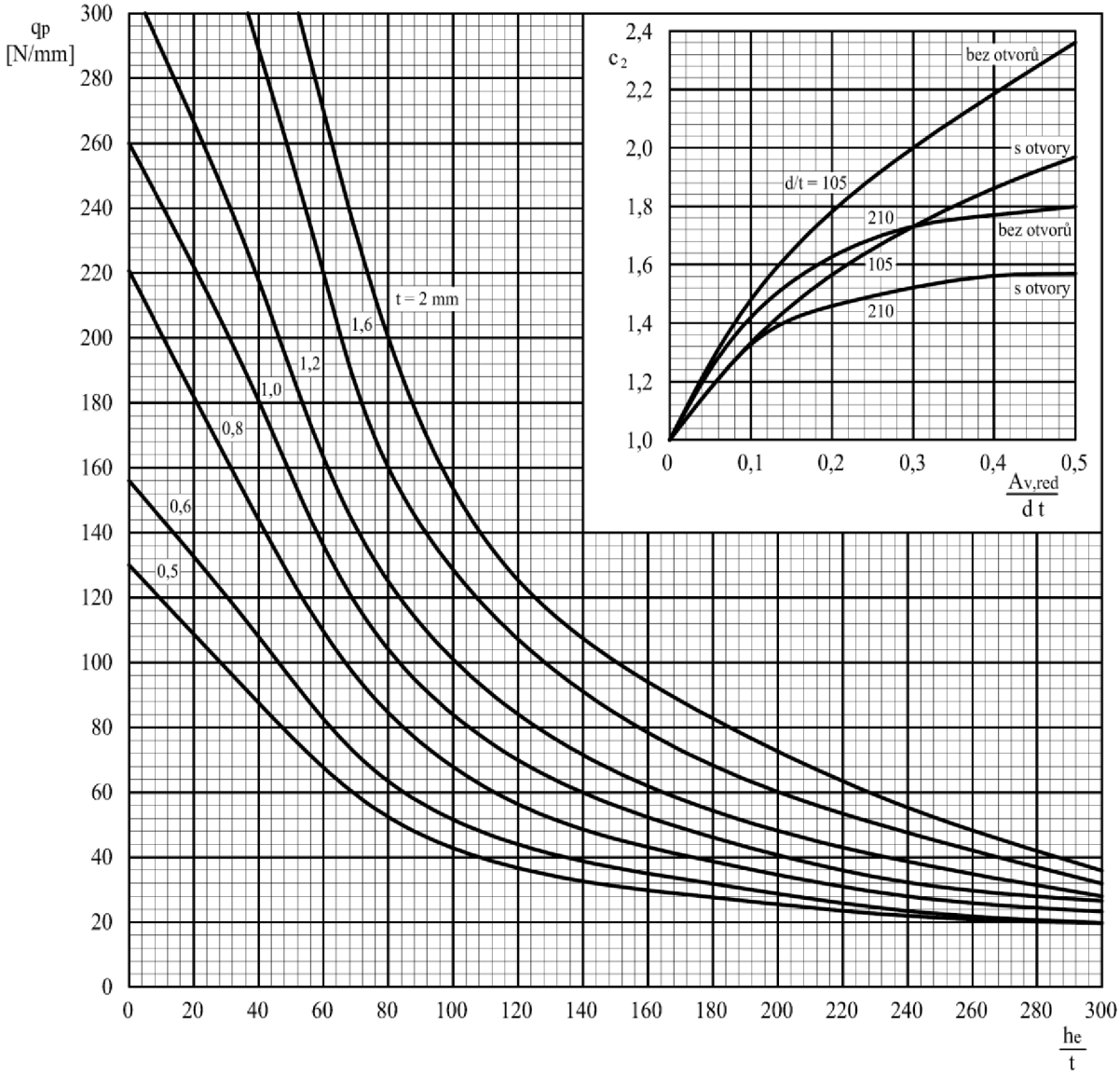
$d/h_e = 0{,}3 \div 1{,}95$

K řešení se používá obdobný postup jako v případě předešlé metody. Únosnost stojiny, resp. maximální početní hodnota nominálního smykového toku, je definována vztahem:

$$q_{\max} = q_p\, c_1\, c_2 \tag{3.15}$$

Únosnost stojiny bez otvorů a bez výztuh q_p a koeficient c_2 je třeba odečíst z diagramu na Obr. 3.15 s tím, že pro konstrukce s $d < h_e$ bereme ve větším z diagramů místo $h_e - d$ a místo $d - h_e$. Zde je třeba použít redukovanou plochu výztuhy A_{vred}. Vliv otvoru, tedy hodnota koeficientu c_1, je u tohoto postupu definován rovnicí (3.16).

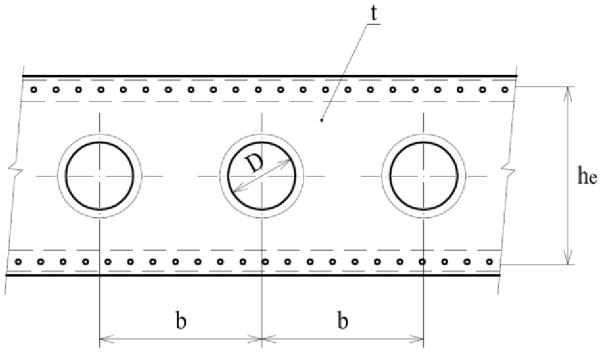
$$c_1 = \left(1 - \frac{D}{h_e}\right) \tag{3.16}$$



Obr. 3.15, Diagramy pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem

- **Metoda III**

Další z použitelných způsobů stanovení únosnosti tenké stojiny nosníku je převzat z lit. [26].



Metoda je použitelná za těchto podmínek:

materiál: *ASTM 2024-T4, ASTM 7075-T6*
otvor: *lem 45°*

parametry: $t = 0{,}4 \div 3{,}2 \;\; mm$

$D/h_e = 0{,}25 \div 0{,}75$

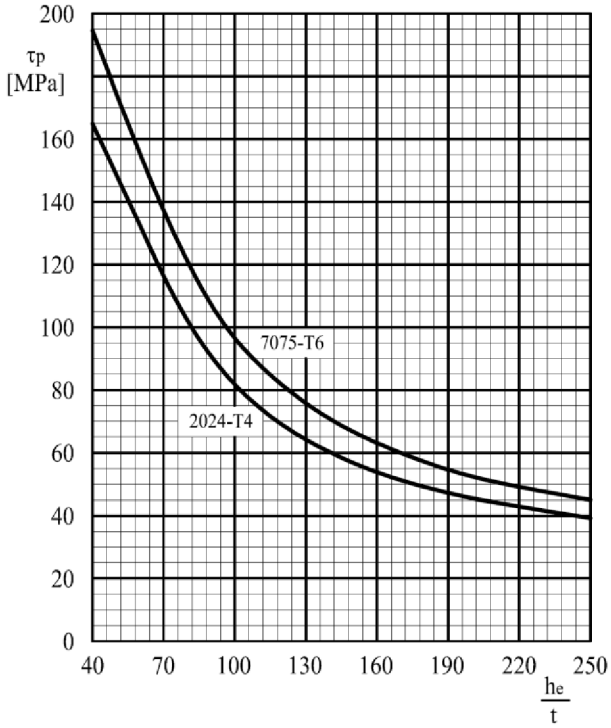
$D/b = 0{,}3 \div 0{,}7$

$h_e/t = 40 \div 250$

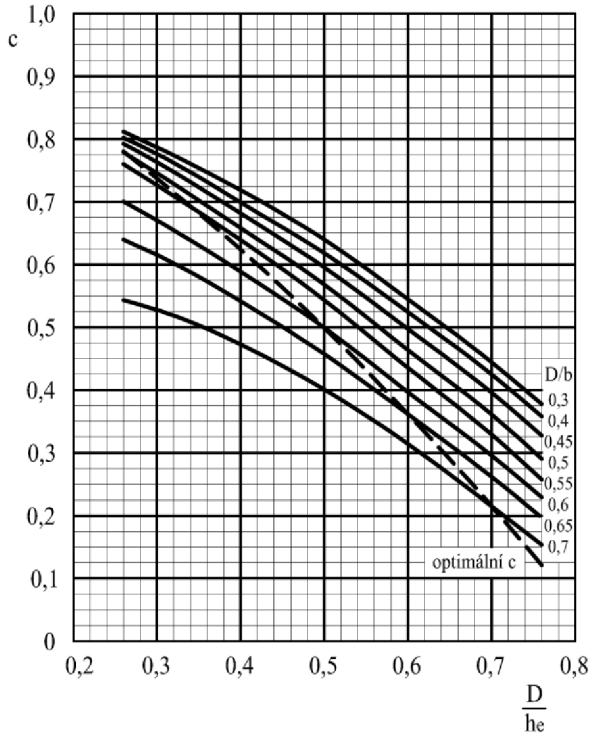
Tento postup je určený výhradně pro nosníky se stabilní stojinou a s nízkou intenzitou namáhání (viz kap. 2.4), které nejsou opatřeny výztuhami (rozpěrkami). Případné výztuhy slouží pouze k rozvedení lokálních sil do konstrukce celého nosníku. Únosnost stojiny s otvory (početní smykové napětí) je dáno vztahem:

$$\tau_{\max} = \tau_p \, c \tag{3.17}$$

Parametr τ_p představuje únosnost hladké stojiny bez otvorů a lze jej stanovit pomocí diagramu na Obr. 3.16. Koeficient c je redukční součinitel zohledňující vliv otvorů. Ten je možné získat z diagramu na Obr. 3.17.



Obr. 3.16, Diagram pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem



Obr. 3.17, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c

Pomocí vztahu (3.18) lze stanovit velikost smykového napětí ve stojině mezi otvory a ze vztahu (3.19) pak velikost smykového napětí nad a pod otvory. Vztah (3.20) udává velikost smykového napětí ve stojině mezi nýty ve spoji s pásnicí. V tomto vztahu je r_n nýtová rozteč a d_n průměr použitých nýtů.

$$\tau_1 = \tau \left(\frac{b}{b - D} \right) \tag{3.18}$$

$$\tau_2 = \tau \left(\frac{h_e}{h_e - D} \right) \tag{3.19}$$

$$\tau_3 = \tau \left(\frac{r_n}{r_n - d_n} \right) \tag{3.20}$$

Vlivem otvorů je nýtové spojení stojiny s pásnicemi nutno navrhovat na zatížení minimálně o 25 % vyšší než v případě stabilní stojiny bez otvorů. Nýtové spojení stojiny s pásnicí musí být schopno přenést vyšší ze smykových toků daných vztahy (3.21) a (3.22):

$$q_{ns} = 1{,}25q \tag{3.21}$$

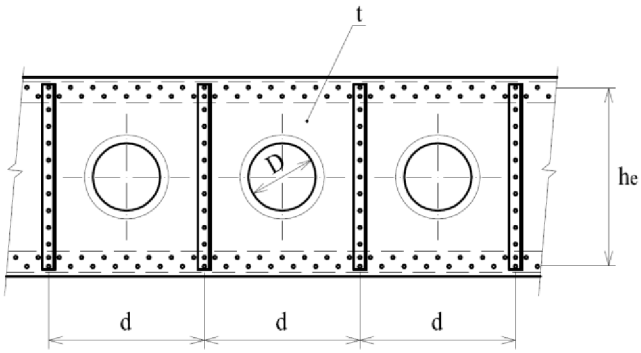
$$q_{ns} = 0{,}67\left(\frac{b}{b-D}\right)q \tag{3.22}$$

Pro optimální návrh nosníku tohoto typu je nutné splnit následující kritéria:

- Pokud je dána výška nosníku h_e a volen průměr otvoru D a rozteč otvorů b, tak je optimálním řešením otvor o průměru $D = 0{,}25\ h_e$ a rozteč otvorů $b = 0{,}55\ h_e$.
- Pokud je dána výška nosníku h_e i průměr otvoru D, lze minimální hmotnosti nosníku dosáhnou při rozteči otvorů $b = 2{,}2\ D$.

- **Metoda IV**

Pro nosníky se střední intenzitou namáhání se stojinou s otvory (viz kap. 2.4) je vhodný následující postup, který byl rovněž publikován v lit. [26]. Na rozdíl od předešlého postupu je tato výpočtová metoda vhodná pro nosníky s větší stavební výškou, jejichž stojina je vyztužena výztuhami (rozpěrkami), mezi nimiž je vždy jen jeden otvor.



Metoda je použitelná za těchto podmínek:

materiál: *ASTM 2024-T4, ASTM 7075-T6*
otvor: *lem 45°*

parametry: $t = 0{,}6 \div 3{,}2\ mm$

$b/h_e = 0{,}235 \div 1{,}0$

$D/h_e = 0{,}1 \div 0{,}75$

$h_e/t = 115 \div 1500$

Početní zatížení na mezi únosnosti stojiny je v případě takovéto konstrukce nosníku dána obdobným vztahem jako v předcházejícím případě (3.23). Hodnoty jednotlivých veličin potřebných k výpočtu lze vyčíst z diagramů na Obr. 3.18 a Obr. 3.19.

$$\tau_{\max} = \tau_p\ c \tag{3.23}$$

Tento postup obsahuje i soubor doporučení pro dimenzování výztuh a nýtových spojů. Nýtový spoj mezi stojinou a pásnicí musí odolat liniovému zatížení, které je stanoveno vztahem (3.24).

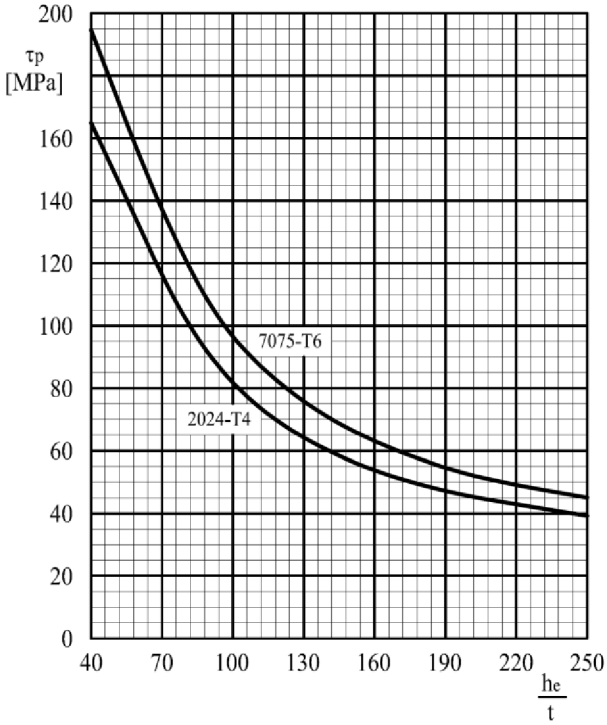
$$q_{ns} = 1{,}25\left(\frac{h_e}{h_h - D}\right)q \tag{3.24}$$

Nýtový spoj mezi pásnicí a výztuhou musí přenést následující celkové zatížení:

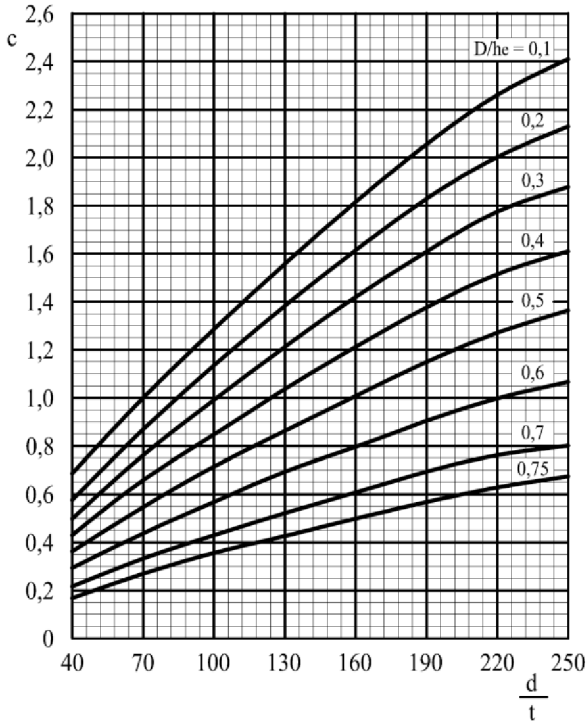
$$F_{ns} = 0{,}0024\frac{A_v d}{t^2}\left(\frac{h_e}{h_e - D}\right)q \tag{3.25}$$

Nýtová spoj mezi stojinou a výztuhou musí být v případě jednostranné výztuhy schopen přenést tahové liniové zatížení dané vztahem, (3.26), kde R_m je mez pevnosti materiálu stojiny:

$$F_{nt} = 0{,}2 R_m t \tag{3.26}$$



Obr. 3.18, Diagram pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem



Obr. 3.19, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c

Aby bylo zaručeno, že nedojde ke smykovému porušení stojiny mezi otvory, musí platit:

$$D/d \le 0{,}85 - 0{,}1(h_e/d) \tag{3.27}$$

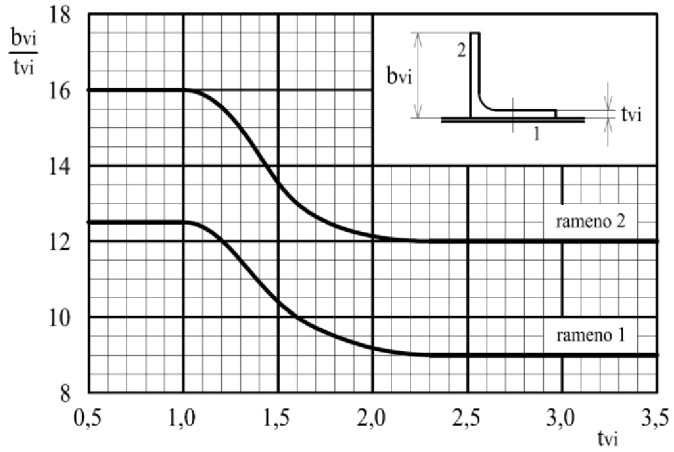
Následující vztahy (3.23) až (3.25) jsou podmínky, které zajišťují dostatečnou pevnost a tuhost výztuh (rozpěrek) nosníku. Tyto vztahy jsou platné pro jednostranné výztuhy ve tvaru L profilu.

$$t_v \ge t \tag{3.28}$$

$$A_v \ge \left[0{,}385 - 0{,}08(d/h_e)^3\right] dt \tag{3.29}$$

$$J_v \ge \frac{q\ d\ h_e^{\ 3}}{10^8 (h_e - D)} \tag{3.30}$$

Hodnota J_v představuje minimální potřebný kvadratický moment výztuhy kolem neutrální osy rovnoběžné s rovinou stojiny. Maximální štíhlost jednotlivých ramen L-profilu výztuhy je možno odečíst z diagramu na Obr. 3.20.

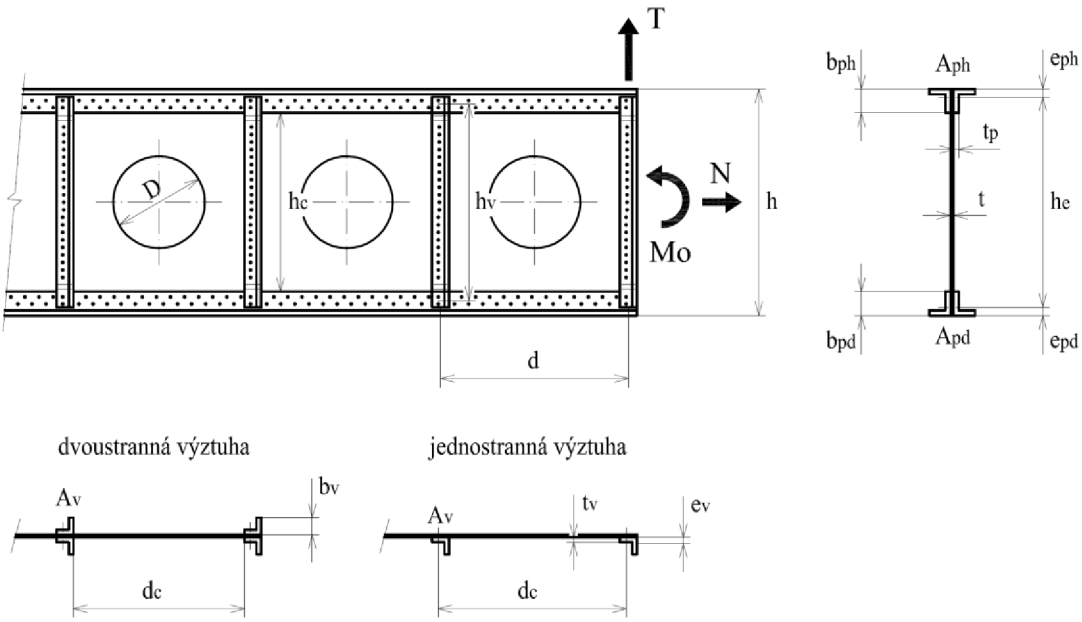


Obr. 3.20, Maximální štíhlost ramen profilu výztuh

4 Pevnostní analýza nosníků s tenkou stojinou

V této kapitole je popsán postup pro pevnostní analýzu nosníku s tenkou stojinou, který byl sestaven ve čtyřicátých letech v USA. V odborných literaturách (např. [20], [21]) je možné nalézt několik dalších rozsáhlých postupů určených pro pevnostní analýzu nosníků se stojinou, přenášející posouvající sílu z velké části právě diagonálním tahem. Vzhledem ke značnému rozsahu těchto postupů je zde uváděn pouze jeden z nich, a to ten nejznámější. Podrobné informace o zde uvedené metodě výpočtu jsou uvedeny v lit. [15], [16] a [19]. Tento postup je doplněn o vliv otvoru, který byl uveřejněn v lit. [20].

Na základě zjednodušení vyplývajících z tzv. „nosníkové teorie“, zvolené geometrie nosníku a známého zatížením můžeme k pevnostní kontrole nosníku použít následující postup, vycházející z teorie neúplného diagonálního tahového pole (viz kapitola 2.2). Tento postup je založen na principu pevnostní kontroly již navržené konstrukce. Obsahuje jak pevnostní kontrolu stojiny, tak i kontrolu výztuh (rozpěrek) a pásnic, které jsou při vyšších hodnotách nadkritického zatížení významně zatíženy přídavnými složkami zatížení od diagonálního tahového pole.



Obr. 4.1, Typiská konstrukce nosníku s nestabilní stojinou a význam parametrů použitých ve výpočtu

Teorie NACA je ověřena za těchto podmínek (nosníky bez otvoru ve stojině):

materiál:
ČSN 42 4203 (ekv. ASTM 2024-T3)
ČSN 42 4222 (ekv. ASTM 7075-T6)

parametry: $h_c/t = 115 \div 1500$

$d_c/h_c = 0{,}2 \div 1{,}0$

$t/t_v > 0{,}6$

Vztahy vyjadřující vliv otvoru ve stojině byly ověřeny za těchto podmínek:

otvor: *bez lemu*

parametry: $t = 0{,}5 \div 3{,}4 \;\; mm$

$t_v = 1{,}0 \div 2{,}0 \;\; mm$

$h_e = 190 \div 500 \;\; mm$

$d = 180 \div 460 \;\; mm$

$D = 60 \div 150 \;\; mm$

U nosníků s výrazně vyvinutým diagonálním tahovým polem může dojít k několika odlišným formám poruch:

- porušení stojiny
- lokální porucha výztuh - tzv. vynucené zvlnění
- celková porucha stability výztuh (vzpěr)
- porušení spojů
- porušení pásnic

4.1 Pevnostní kontrola stojiny

Z hlediska životnosti konstrukce je nutné předejít extrémním deformacím stojiny. Toho lze dosáhnout za použití níže uvedených kritérií (4.1) a (4.2). Obě tyto kritéria musejí být při početním zatížení splněna.

$$\frac{T}{T_{kr}} \leq 5 \tag{4.1}$$

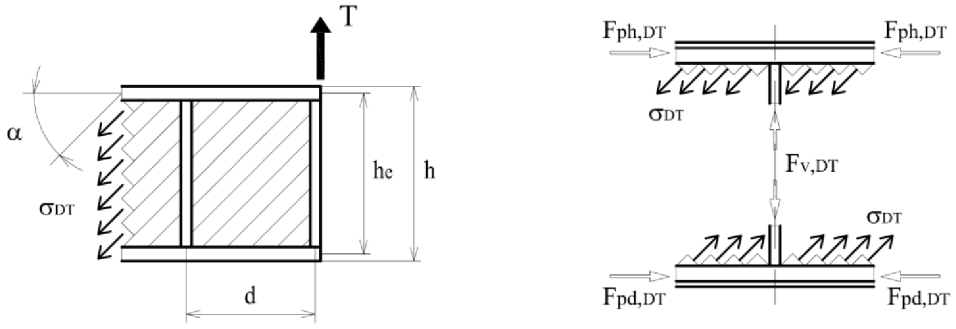
$$k < 0{,}78 - \sqrt{\frac{t}{25{,}4} - 0{,}012} \tag{4.2}$$

První krok samotného výpočtu spočívá ve stanovení smykového toku q a nominálního smykového napětí ve stojině τ a vyčíslení kritického napětí ztráty stability stojiny ve smyku τ_{kr}. K nalezení hodnoty kritického napětí lze použít postupy uvedené v kapitole 3.2.

$$q = \frac{T}{h_e} \tag{4.3}$$

$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{T}{h_e\ t} \tag{4.4}$$

Po překročení kritického smykového napětí dojde k vytvoření diagonálního tahového pole, se kterým je spojeno zvlnění stojiny a změna charakteru přenosu zatížení (viz kapitola 2.2). Princip přenosu nadkritického zatížení stojinou je naznačen na Obr. 4.2.



Obr. 4.2, Schématické znázornění principu přenosu zatížení zvlněnou stojinou

Dále je nutno vypočíst tzv. „koeficient diagonálního tahu“. Tento parametr udává, jak velká část posouvající síly je přenášena právě prostřednictvím diagonálního tahového pole. Více informací lze nalézt v kapitole 2.2. Hodnotu koeficientu k je možné stanovit z diagramu na Obr. 2.1 nebo vyčíslit pomocí vztahu (2.2), popř. vztahu (2.3), v závislosti na velikosti posouvající síly. Část této posouvající síly, která je přenášená diagonálním tahem ve stojině T_{DT} se vypočte následovně:

$$T_{DT} = kT \tag{4.5}$$

Pro výpočet úhlu diagonálního tahu α je nejprve nutno stanovit redukovanou (efektivní) plochu výztuhy $A_{v,red}$. Ta je v případě jednostranné výztuhy dána rovnicí (4.6) a v případě dvoustranné výztuhy je rovna součtu příčných průřezů profilů obou výztuh A_v (bez uvážení spolunosné šířky stojiny), vzorec (4.7). Jestliže je volná deska (příruba) výztuhy příliš dlouhá (např. žebro přinýtované k nosníku), zahrnuje se do výpočtu plochy výztuhy $A_{v,red}$ pouze její část. Tato část se nazývá „účinná šířka odstávající příruby“ a její velikost je 12 t_v.

$$A_{v,red} = \frac{A_v}{1+\left(\frac{e_v}{i_v}\right)^2} \tag{4.6}$$

$$A_{v,red} = 2A_v \tag{4.7}$$

Úhel vln v čistém tahovém poli α_{DT} je dán vztahem (4.8). Pro úhel vln v neúplném diagonálním tahovém poli α můžeme použít lineární interpolaci (4.9).

$$\alpha_{DT} = arctg\left(\sqrt[4]{\frac{1+\frac{h\ t}{A_{ph}+A_{pd}}}{1+\frac{d\ t}{A_{v,red}}}}\right) \tag{4.8}$$

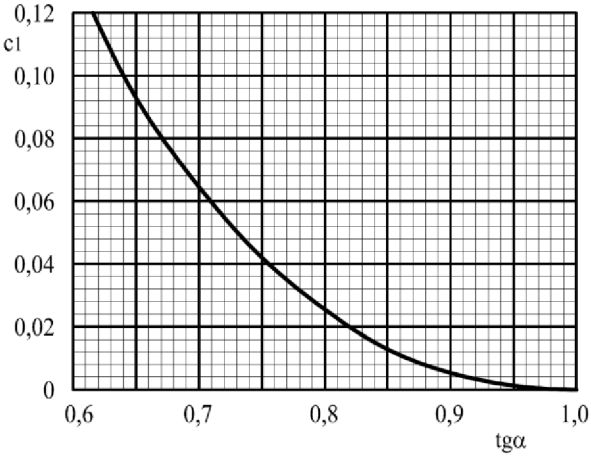
$$\alpha = \frac{\pi}{4} - k\left(\frac{\pi}{4} - \alpha_{DT}\right) \tag{4.9}$$

Ke stanovení maximálního smykového napětí ve stojině nosníku je nutné nejdříve vyčíslit faktor poddajnosti pásnic ωd. K tomuto účelu slouží následující vztah:

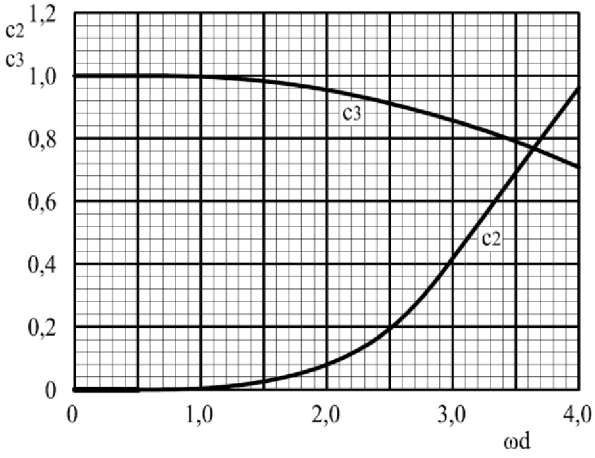
$$\omega d = d\ \sin(\alpha)\ \sqrt[4]{\left(\frac{1}{J_{ph}}+\frac{1}{J_{pd}}\right)\frac{t}{4h_e}} \tag{4.10}$$

Na základě znalosti dvou předcházejících hodnot se stanový součinitel úhlu vln c_1 a součinitelé koncentrace napětí c_2 a c_3. Tyto součinitele je možné odečíst z diagramů na Obr. 4.3 a Obr. 4.4. Součinitel c_1 je možno vypočítat pomocí rovnice (4.11).

$$c_1 = \frac{1}{\sin(2\alpha)} - 1 \tag{4.11}$$



Obr. 4.3, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c_1



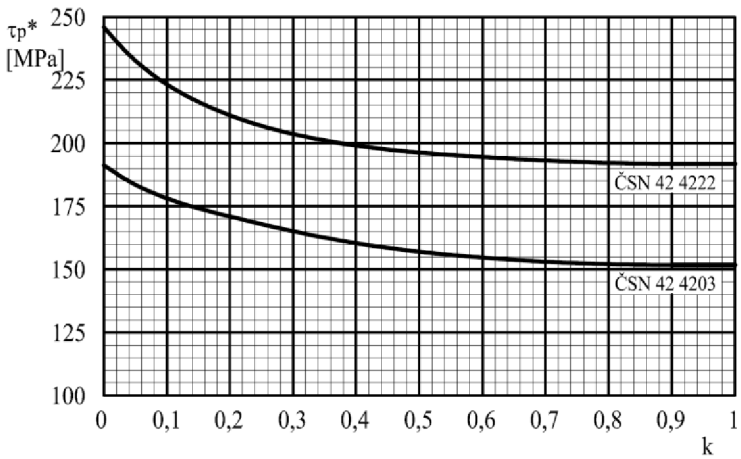
Obr. 4.4, Diagram pro stanovení hodnot koeficientů c_2 a c_3

Srovnávací napětí ve stojině τ_{max} je maximální smykové napětí ve stojině nosníku. Je v něm zahrnut vliv nerovnoměrnosti diagonálního tahového pole. Toto napětí je vyjádřeno jako nominální smykové napětí pro $k = 0$, resp. jako nominální diagonální tahové napětí pro $k = 1$. Vypočte se ze vztahu:

$$\tau_{srv} = \tau\left(1 + k^2 c_1\right)\left(1 + k\ c_2\right) \qquad (4.12)$$

K roztržení stojiny dojde tehdy, jakmile celkové smykové napětí ve stojině dosáhne hodnoty rovné mezi pevnosti materiálu ve smyku. V případě nosníků s nestabilní stojinou je tuto hodnotu nutno upravit o vliv diagonálního tahového pole, a to tak, že se uvedené srovnávací napětí porovná s dovoleným napětím τ_p, při kterém se stojina trhá kolem nýtové řady. Toto napětí se stanovuje experimentálně.

Pevnost (únosnost) stojiny lze stanovit dvěma způsoby. Jedním z nich je dle NACA využití diagramu na Obr. 4.5. Tento diagram je použitelný pro materiály ČSN 42 4203 (ekv. 2024-T3) a ČSN 42 2222 (ekv. 7075-T6).



Obr. 4.5, Smyková pevnost stojiny z materiálu 42 4203.61 s uvážením vlivu diagonálního tahového pole

Z hodnoty τ_p* odečtené v diagramu se stanoví hodnota τ_p pro různé typy spojení takto:

- $\tau_p = 0{,}9\,\tau_p$* těsné svorníky, matky bez podložek přímo na stojině
- $\tau_p = \tau_p$* nýtové spojení, které se v provozu uvolní nebo stojina sevřená mezi pásnicemi
- $\tau_p = 1{,}1\,\tau_p$* nýtové spojení, které se v provozu neuvolní

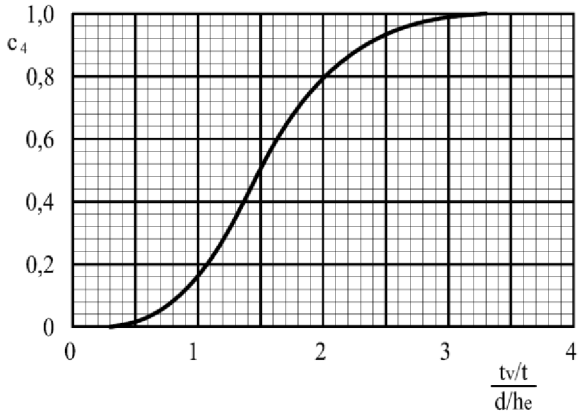
Hodnota τ_p* může být použita pouze tehdy, není-li překročeno namáhání stojiny nebo nýtů na otlačení. Tento postup pro stanovení únosnosti stojiny není možné použít pro nesymetricky uloženou stojinu kolem pásnic při $h/t < 100$.

Druhý postup pro stanovení pevnosti (únosnosti) stojiny byl vyvinut společností Grumman. Tento postup je založena na vztahu (4.13) a je oproti přešlému postupu obecně konzervativnější. Vede k o cca 16 % nižší vypočtené únosnosti stojiny. Jeho výhodou je však univerzálnost, protože je použitelný pro jakýkoliv duralový materiál.

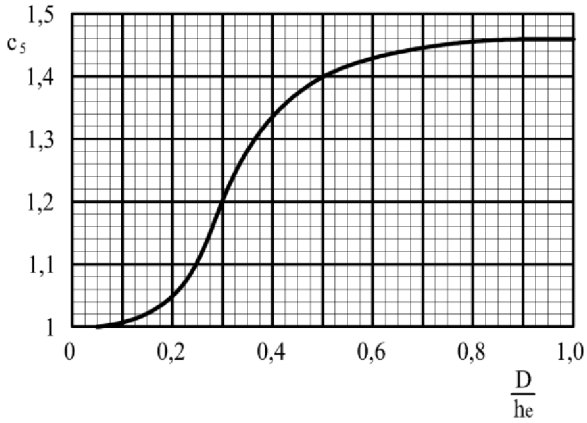
$$\tau_p = 0{,}9 R_{p0,2}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{R_m}{R_{p0,2}}-1\right)^2\right]\left[\frac{1}{2}+(1-k)^3\left(\frac{R_{ms}}{R_m}-\frac{1}{2}\right)\right] \qquad (4.13)$$

Pokud je stojina opatřena otvory, je nutno hodnotu τ_p dále redukovat koeficientem c_6, který se vypočte podle rovnice (4.14). Hodnoty koeficientů c_4 a c_5 lze odečíst z Obr. 4.6 a Obr. 4.7.

$$c_6 = \frac{t\ d\ (d-D) + A_{v,red}\ D\ c_4}{c_5\ t\ d^2} \qquad (4.14)$$



Obr. 4.6, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c_4



Obr. 4.7, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu c_5

Únosnost stojiny s otvorem je definována vztahem (4.15):

$$\tau_{\max} = \tau_p\ c_6 \qquad (4.15)$$

Posledním krokem pevnostní analýzy stojiny je vyčíslení součinitele rezervy:

$$\eta = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{srv}} \geq 1 \qquad (4.16)$$

Pozn.: Takto vypočtený součinitel rezervy udává rezervu vztaženou ke statické pevnosti stojiny nosníku a není proto vhodný pro hodnocení únosnosti stojin nosníků používaných v leteckých konstrukcích. Více informací je společně s výběrem nejvhodnější metody pro stanovení únosnosti stojiny uvedeno v dalších částech dizertační práce.

4.2 Pevnostní kontrola výztuh (rozpěrek)

Výztuhy, resp. rozpěrky, slouží primárně ke zvýšení kritického napětí stojiny a k zajištění stavební výšky nosníku. Mnohdy se u nosníků se stabilní stojinou ani nevyskytují, nebo jsou v některých případech nahrazeny přiléhajícími lemy žeber. K výraznému zatížení rozpěrek dochází teprve po ztrátě stability stojiny, kdy jsou vlivem diagonálního tahového pole zatěžovány osovou tlakovou silou.

U výztuh nosníku s nestabilní stojnou mohou v důsledku přídavných zatížení od diagonálního tahového pole nastat dva typy poruchy, vzpěr a vynucené zvlnění příruby. Výztuhy se nekontrolují na lokální ztrátu stability, protože tato porucha je zahrnuta v kontrole na vynucené zvlnění příruby. U vnějších výztuh je navíc nutno uvážit vliv přídavného ohybového momentu. Na zatížení rozpěrky se také kontroluje její spojení s pásnicemi. Následující vztahy platí za předpokladu, že výztuha i stojina jsou vyrobeny ze stejného materiálu, dále že výztuha má otevřený průřez a že je přinýtována ke stojině.

- **Vzpěr výztuh**

Pro analýzu výztuh je nutno definovat tzv. „účinnou délku výztuhy“. Tento parametr je užíván při analýze dvoustranných výztuh a jeho hodnota je u konstrukcí s $d \leq 1{,}5\ h$ dána vztahem (4.17). U konstrukcí s $d > 1{,}5\ h$ je účinná délka výztuhy $h_{v,ef}$ rovna skutečné délce výztuhy h_v.

$$h_{v,ef} = \frac{h_v}{\sqrt{1 + k^2\left(3 - 2\frac{d}{h_v}\right)}} \tag{4.17}$$

Pro hodnocení vzpěrné pevnosti výztuhy se využívá střední hodnota napětí podél výztuhy σ_v. V případě dvoustranných výztuh je toto napětí rovnoměrné po celém průřezu, v případě jednostranných výztuh je toto napětí ve střední rovině stojiny podél nýtové řady připojující výztuhu.

$$\sigma_v = \frac{k\ \tau\ tg(\alpha)}{\frac{A_{v,red}}{d\ t} + 0{,}5(1-k)} \tag{4.18}$$

U jednostranných výztuh je navíc třeba určit střední hodnotu napětí $\sigma_{v,stř}$ podle rovnice (4.19):

$$\sigma_{v,stř} = \sigma_v \frac{A_{v,red}}{A_v} \tag{4.19}$$

Kritické napětí vzpěrné stability výztuhy je možno stanovit podle vztahu (4.20) pro jednostrannou výztuhu a podle vztahu (4.21) pro dvoustrannou výztuhu. Při výpočtu se neuvažuje omezení napětím lokální ztráty stability, neboť tato porucha je zahrnuta v jiné části výpočtu. Kritické napětí

je v plastické oblasti nutno redukovat (viz lit. [19]). Postup pro stanovení redukčního součinitele c_9 je uveden dále v této kapitole.

$$\sigma_{v,E} = \pi^2 E \left(\frac{h_v}{2\ i_v} \right)^{-2} \tag{4.20}$$

$$\sigma_{v,E} = c_9\ \pi^2 E \left(\frac{h_{v,ef}}{i_v} \right)^{-2} \tag{4.21}$$

U jednostranné výztuhy nesmí napětí σ_v překročit mez kluzu materiálu výztuhy a napětí $\sigma_{v,stř}$ nesmí být větší než kritické napětí ve vzpěru $\sigma_{v,E}$. Na základě těchto limitů je možno definovat součinitele rezervy jednostranných výztuh:

$$\eta_{v,pl} = \frac{R_{p0,2,v}}{\sigma_v} \geq 1 \tag{4.22}$$

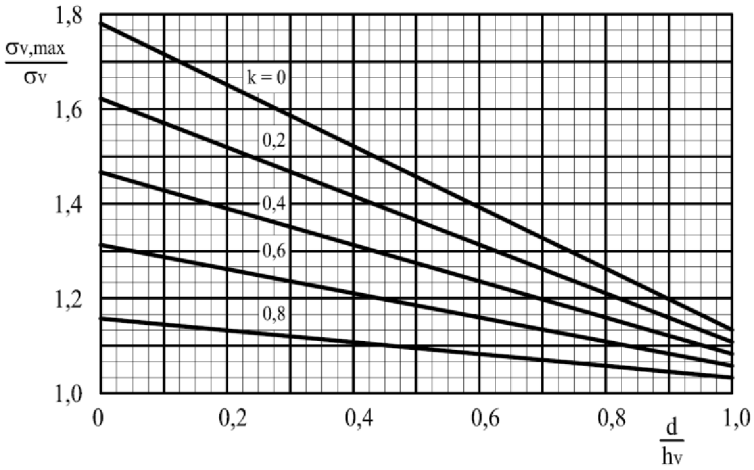
$$\eta_{v,E} = \frac{\sigma_{v,E}}{\sigma_{v,stř}} \geq 1 \tag{4.23}$$

U dvoustranných výztuh je nutno zajistit, aby napětí σ_v bylo menší než kritické napětí ve vzpěru $\sigma_{v,E}$. Pro součinitel rezervy dvoustranných výztuh tedy musí platit vztah (4.24):

$$\eta_{v,E} = \frac{\sigma_{v,E}}{\sigma_v} \geq 1 \tag{4.24}$$

- **Vynucené zvlnění ramene výztuhy**

Pro hodnocení pevnosti výztuhy s ohledem na vynucené zvlnění jejího ramene je nejprve nutno stanovit hodnotu maximálního napětí ve výztuze $\sigma_{v,max}$. Toto napětí se nachází uprostřed výšky nosníku a lze jej odečíst z diagramu na Obr. 4.8.



Obr. 4.8, Diagram pro určení maximálnhoí napětí ve výztuze

Napětí, při němž dochází k vynucenému zvlnění ramene výztuhy, je dáno empirickými vztahy (4.25) až (4.28). Pro jednostrannou výztuhu z materiálu ČSN 42 4203 (ekv. ASTM 2024-T3) platí vztah (4.25), pro jednostrannou výztuhu z materiálu ČSN 42 2222 (ekv. 7075-T6) vztah (4.26). Uvedené vztahy jsou platné pouze v elastické oblasti. V plastické oblasti je nutno hodnotu $\sigma_{v,vz}'$ redukovat.

$$\sigma_{v,vz}' = 179 \sqrt[3]{k^2 \frac{t_v}{t}} \tag{4.25}$$

$$\sigma_{v,vz}' = 223 \sqrt[3]{k^2 \frac{t_v}{t}} \tag{4.26}$$

Obdobným způsobem se stanoví únosnost výztuhy vůči vynucenému zvlnění také u konstrukce s dvoustrannými výztuhami. V tomto případě platí vztah (4.27) pro materiál ČSN 42 4203 (ASTM 2024-T3) a vztah (4.28) pro materiál ČSN 42 2222 (ASTM 7075-T6). Hodnoty napětí $\sigma_{v,vz}'$ jsou o 20 % nižší než v případě konstrukcí s jednostrannou výztuhou.

$$\sigma_{v,vz}' = 144 \sqrt[3]{k^2 \frac{t_v}{t}} \tag{4.27}$$

$$\sigma_{v,vz}' = 179 \sqrt[3]{k^2 \frac{t_v}{t}} \tag{4.28}$$

Pokud je stojina opatřena otvory, je nutno získanou hodnotu $\sigma_{v,vz}'$ redukovat koeficientem c_7, vypočteným podle vztahu (4.29):

$$c_7 = \frac{1}{1 + \frac{D}{d}} \tag{4.29}$$

Pro stojinu s otvory i bez otvorů platí, že napětí, při kterém dochází k vynucenému zvlnění příruby je dáno rovnicí (4.30):

$$\sigma_{v,vz} = \sigma_{v,vz}' \, c_7 \tag{4.30}$$

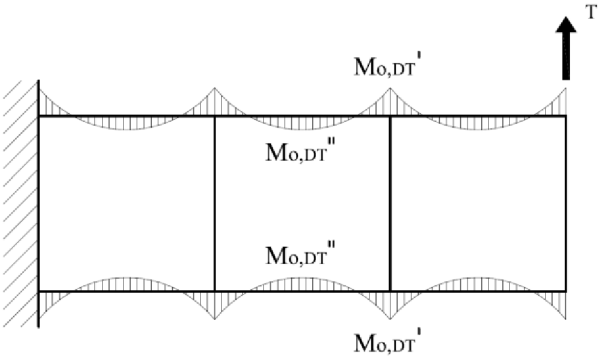
A součinitel rezervy výztuh proti vynucenému zvlnění je:

$$\eta_{v,vz} = \frac{\sigma_{v,vz}}{\sigma_{v,\max}} \geq 1 \tag{4.31}$$

4.3 Pevnostní kontrola pásnic

Pásnice nosníku jsou zatíženy osovými silami od vnějšího zatížení (ohybového momentu a případného silového zatížení rovnoběžného s osou nosníku). U nosníků s nestabilní stojinou musí být do výpočtů zatížení pásnic zahrnuto také přídavné zatížení od diagonálního tahového pole. Po zvlnění stojiny jsou pásnice zatíženy přídavnou osovou tlakovou silou a ohybovým momentem. Vzhledem ke skutečnosti, že např. pásnice hlavních nosníků křídel mají poměrně masivní příčný

průřez, jsou často při výpočtech přídavné ohybové momenty od diagonálního tahu, které jsou pouze místního rázu, zanedbávány. Osové síly však uvažovány být musejí.



Obr. 4.9, Průběh přídavného ohybového momentu v pásnicích od diagonálního tahu

Osová síla v pásnicích vyvolaná podélnou sílou N je pro horní a dolní pásnici dána vztahy (4.32) a osová síla vyvolaná ohybovým momentem M_o pak rovnicemi (4.33). Osová síla od diagonálního tahu je u obou pásnic shodná a platí pro ni vztah (4.34).

$$F_{ph,N} = \frac{N\ A_{ph}}{A_{ph} + A_{pd}} \quad ; \quad F_{pd,N} = \frac{N\ A_{pd}}{A_{ph} + A_{pd}} \tag{4.32}$$

$$F_{ph,Mo} = -\frac{M_o}{h_e} \quad ; \quad F_{pd,Mo} = \frac{M_o}{h_e} \tag{4.33}$$

$$F_{ph,DT} = F_{pd,DT} = \frac{kT\ \cot(\alpha)}{2} \tag{4.34}$$

Ohybový moment v pásnicích vyvolaný diagonálním tahem lze v místě výztuh vyjádřit rovnicí (4.35), kde hodnotu koeficientu c_3 lze odečíst z Obr. 4.4. Ohybový moment v pásnicích od diagonálního tahu v řezu uprostřed mezi výztuhami je poloviční (4.36).

$$M_{o,DT}{}' = \frac{kT\,c_3\ d^2 tg(\alpha\ )}{12h} \tag{4.35}$$

$$M_{o,DT}{}'' = \frac{kT\,c_3\ d^2 tg(\alpha)}{24h} \tag{4.36}$$

Výsledné maximální hodnoty napětí v pásnicích jsou výsledkem součtu účinků jednotlivých složek zatížení. Pro řez v místě výztuhy jsou maximální tlakové napětí v horní tlačené pásnici dáno výrazem (4.37) a maximální tahové napětí v dolní tažené pásnici výrazem (4.38):

$$\sigma_{ph}{}' = \frac{F_{ph,N} + F_{ph,Mo} - F_{ph,DT}}{A_{ph}} - \frac{M_{o,DT}{}'(b_{ph} - e_{Ph})}{J_{ph}} \tag{4.37}$$

$$\sigma_{pd}' = \frac{F_{pd,N} + F_{pd,Mo} - F_{pd,DT}}{A_{pd}} + \frac{M_{o,DT}' \, e_{ph}}{J_{pd}} \tag{4.38}$$

Obdobným způsobem se provede též kontrola pásnic v místě mezi výztuhami (rozpěrkami). Pro řez uprostřed mezi výztuhami je maximální tlakové napětí v horní tlačené pásnici dáno vztahem (4.39) a maximální tahové napětí v dolní tažené pásnici vztahem (4.40).

$$\sigma_{ph}'' = \frac{F_{ph,N} + F_{ph,Mo} - F_{ph,DT}}{A_{ph}} - \frac{M_{o,DT}'' \, e_{ph}}{J_{ph}} \tag{4.39}$$

$$\sigma_{pd}'' = \frac{F_{pd,N} + F_{pd,Mo} - F_{pd,DT}}{A_{pd}} + \frac{M_{o,DT}'' \left(b_{pd} - e_{ph}\right)}{J_{pd}} \tag{4.40}$$

K poruše pásnic může dojít dvěma způsoby. Buďto dosažením meze pevnosti materiálu v tahu u pásnice namáhané tahem, nebo dosažením kritického napětí ztráty stability pásnice namáhané tlakem. U tahové pásnice je vhodné uvažovat s 10% rezervou zohledňující vliv nýtových otvorů. Postup stanovení kritického napětí ztráty stability pásnic je uveden v kapitole 3.1. Součinitelé rezervy horní (tlačené) a dolní (tažené) pásnice jsou dány následujícím poměrem hodnot, kde se za σ_{ph} dosadí hodnoty σ_{ph}‘ nebo σ_{ph}“, resp. se za σ_{pd} dosadí hodnoty σ_{pd}‘ nebo σ_{pd}“, v závislosti na poloze kontrolovaného řezu.

$$\eta_{ph} = \frac{\sigma_{kr,ph}}{\sigma_{ph}} \tag{4.41}$$

$$\eta_{pd} = \frac{0{,}9 R_{m,pd}}{\sigma_{pd}} \tag{4.42}$$

4.4 Pevnostní kontrola nýtových spojů

- **Spoj stojiny s výztuhou**

Nýtový spoj mezi stojinou a výztuhou (rozpěrkou) je zatížen rozdílem smykových toků v přilehlých polích stojiny, v případě okrajové rozpěrky musí přenést smykové zatížení od diagonálního tahu podobně jako spoje stojiny s pásnicemi. Všechny uvedené spoje jsou zatíženy také osovými tahovými silami od zvlněné stojiny. U spojení výztuh se stojinou se kontroluje, zda je tahová pevnost nýtů dostatečná pro zabránění odtržení výztuh od zvlněné stojiny. Liniové tahové zatížení spoje musí být menší než empiricky stanovená požadovaná hodnota, udávaná vztahem (4.43) v případě jednostranných výztuh a (4.44) v případě dvoustranných výztuh.

$$q_{nt,SV,pož}' = 0{,}22 \; t \; R_m \tag{4.43}$$

$$q_{nt,SV,pož}' = 0{,}15 \; t \; R_m \tag{4.44}$$

Při analýze nosníku s otvory ve stojině musejí být tato požadovaná liniová tahová zatížení nýtů navýšena součinitelem c_8 dle vztahů (4.45) a (4.46).

$$q_{nt,SV,pož} = q'_{nt,SV,pož}\ c_8 \tag{4.45}$$

$$c_8 = 1 + \frac{D}{d} \tag{4.46}$$

Z požadovaného liniového tahového zatížení nýtů a jejich rozteče se stanoví potřebná tahová pevnost jednoho nýtu spoje (4.47). Nýtová rozteč musí být tak malá, aby bylo zabráněno ztrátě stability stojiny mezi nýty. Únosnost plného duralového nýtu $F_{nt,SV,max}$ je možné odečíst z příslušných tabulek nebo použít rovnici (4.48) z lit. [19]:

$$F_{nt,SV,pož} = q_{nt,SV,pož}\ r_{n,SV} \tag{4.47}$$

$$F_{nt,SV,\max} = 7{,}85\ d_n^{\ 2} \tag{4.48}$$

Součinitel rezervy spoje v tahu je pak dán poměrem posledních dvou vypočtených hodnot:

$$\eta_{n,SV} = \frac{F_{nt,SV,\max}}{F_{nt,SV,pož}} \tag{4.49}$$

Výše uvedený výpočet kryje u konstrukcí s jednostrannou výztuhou i smykovou poruchu. U konstrukcí s dvoustrannými výztuhami musí být navíc provedena kontrola nýtů na smyk způsobený vybočením (vzpěrem) výztuh. Celková požadovaná smyková pevnost nýtového spojení dvoustranných výztuh se stojinou je dána vztahem (4.50). Do vztahu se dosadí za $R_{p0,2,v}$ mez kluzu materiálu výztuhy a za S_v statický moment průřezu jedné výztuhy k ose procházející středem stojiny (4.51).

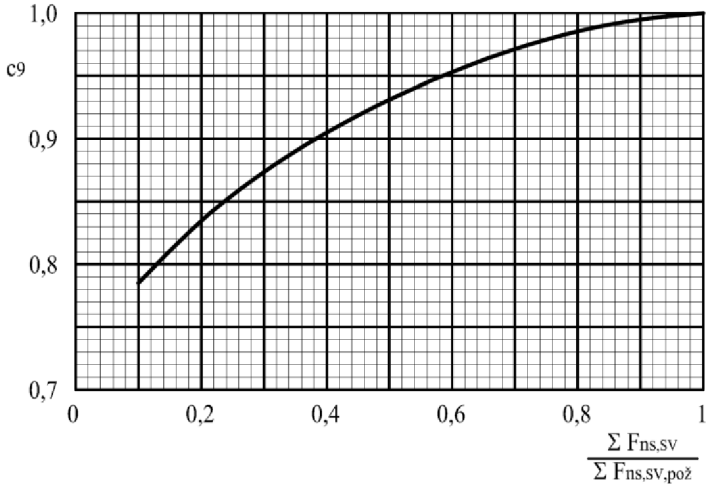
$$\sum F_{ns,SV,pož} = 2{,}5 R_{p0,2,v} \frac{2\ S_v\ r_{n,SV}}{b_v\ h_{v,ef}} \tag{4.50}$$

$$S_v = A_v \left(e_v + \frac{t}{2} \right) \tag{4.51}$$

Tato požadovaná celková pevnost nýtů $\Sigma F_{ns,SV,pož}$ se porovná se skutečnou celkovou smykovou pevností nýtů spojujících stojinu s výztuhou $\Sigma F_{ns,SV}$. Do této hodnoty se zahrnují i nýty spojující výztuhu s pásnicí.

$$\sum F_{ns,SV} = \sum F_{ns,SV,\max} + \sum F_{ns,VP,\max} \tag{4.52}$$

Je-li skutečná smyková pevnost nýtů menší než požadovaná, musí být únosnost výztuh ve vzpěru snížena redukčním součinitelem c_9 stanoveným dle Obr. 4.10.



Obr. 4.10, Diagram pro stanovení redukčního součinitele c_9

- **Spojení výztuhy s pásnicí**

Nýtové spojení výztuhy s pásnicemi musí u nosníků s nestabilní stojinou přenést tlakovou sílu v rozpěrce vytvořenou diagonálním tahovým polem. Tyto spoje se realizují pomocí nejméně dvou nýtů. Zanedbáme-li snížení namáhání výztuhy v okolí jejího konce, vlivem spolupůsobení stěny jako styčného plechu, je celková síla na tyto nýty pro jednostrannou i dvoustrannou výztuhu:

$$\sum F_{ns,VP} = \sigma_v \; A_{v,red} \tag{4.53}$$

A součinitel rezervy tohoto spoje je dán poměrem celkové únosnosti spoje $\Sigma F_{ns,VP,max}$ a tlakové síly ve výztuze. Lze jej vyčíslit takto:

$$\eta_{n,VP} = \frac{\sum F_{ns,VP,\max}}{\sum F_{ns,VP}} \tag{4.54}$$

- **Spojení stojiny s pásnicí**

Liniové smykové zatížení nýtových spojů stojina – pásnice a stojina – okrajová rozpěrka, je dáno vztahem (3.31), který obecně platí v případě kdy koeficient diagonálního tahu k je roven nule nebo větší. Parametr h_n udává vzdálenost mezi osami nýtových řad spoje stojiny s pásnicí. Střižná síla na jeden nýt je dána liniovým zatížením (4.55) a roztečí nýtů, viz vztah (3.32).

$$q_{ns,SP} = \frac{T}{h_n}\left(1 + 0{,}414k\right) \tag{4.55}$$

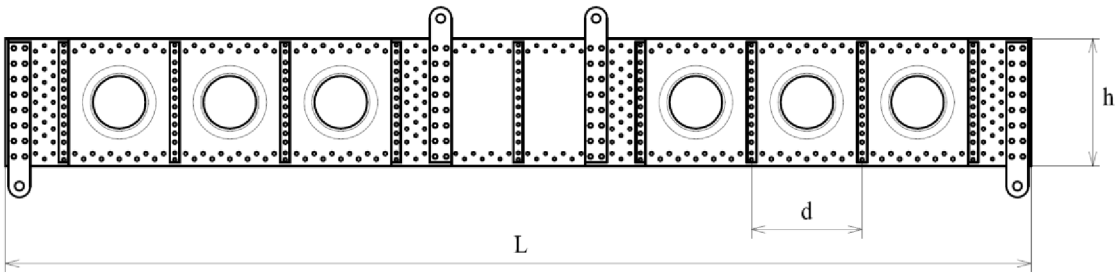
$$F_{ns,SP} = q_{ns,SP} \; r_{n,SP} \tag{4.56}$$

Součinitel rezervy spoje udává rovnice (4.57), kde $F_{ns,SP,max}$ je únosnost jednoho nýtu ve smyku.

$$\eta_{n,SP} = \frac{F_{ns,SP,\max}}{F_{ns,SP}} \tag{4.57}$$

5 Analyzované nosníky

Za účelem porovnání výsledků jednotlivých analytických postupů pro stanovení únosnosti stojiny, které byly uvedeny v kapitole 3 a kapitole 4, byla navržena série nosníků. Tyto nosníky svými rozměry a konstrukčním uspořádáním odpovídají nejčastěji používaným nosníkům v křídlech lehkých sportovních letadel kategorie CS-23 a CS-VLA a také ultralehkých letadel kategorie UL. Tyto vzorové konstrukce budou v rámci dizertační práce soužit mimo uvedené porovnání výsledků jednotlivých analytických postupů (viz kapitola 6) také k jejich srovnání s výsledky dosaženými jednak při provedených experimentálních měřeních (kapitola 7), tak také s výsledky dosaženými za pomoci numerických analýz (více v kapitole 8). Vzájemné srovnání jednotlivých výsledků je obsahem kapitoly 9.



Obr. 5.1, Schéma konstrukce a vnější rozměry analyzovaných nosníků.

5.1 Typy analyzovaných nosníků

Vzhledem k tomu, že při experimentálním měření nebylo možné dodržet skutečné okrajové podmínky v konstrukci letounu (absence okolní konstrukce zabraňující po celé délce nosníku jeho vybočení ve směru normály k rovině stojiny), jsou, jak se později ukázalo, při testech získaná data přímo srovnatelná s výsledky analytických výpočtů pouze do přibližně polovičního zatížení než je zatížení odpovídající skutečné statické únosnosti nosníků zastavěných v konstrukci. Z uvedené skutečnosti vyplynula potřeba analyzovat dva typy nosníků. Oba tyto typy jsou popsány níže.

5.1.1 Experimentálně testované nosníky

Nejprve bylo navrženo několik nosníků určených pro praktické experimenty. Ty sloužily k nalezení adekvátního numerického řešení a to na základě dat získaných během experimentálních měření. Tyto nosníky svojí konstrukcí spolu s volbou okrajových podmínek přesně odpovídají testovaným vzorkům a jejich uložení ve zkušebním rámu.

Na základě rešerše literatury a postupů uvedených v kapitole 3 a kapitole 4 byla sestavena předběžná metodika návrhu a pevnostního výpočtu testovaných nosníků s tenkou stojinou s otvory, na jejímž základě byly testované nosníky navrženy. Pro tyto účely byly vybrány ty analytické postupy, které vedou k jednoznačně nejkonzervativnějším výsledkům, tedy metoda II (viz kapitola 3 a kapitola 6). Testované nosníky byly navrženy tak, aby jejich statická pevnost byla přibližně rovna dvojnásobku únosnosti udávané metodou II. Za tímto účelem byla tlačená pásnice některých validačních nosníků oproti srovnávacím nosníkům vyztužena plechovým pásem. Testovaných nosníků

bylo celkem sedm kusů. Jednotlivé nosníky se lišily odlišnou kombinací některých konstrukčních parametrů. Tyto parametry jsou uvedeny v tab. 5.1. Konstrukce nosníků je popsána v kapitole 5.2.

Nosník	*h* [mm]	*d* [mm]	*t* [mm]	*D* [mm]	A_{ph} [mm^2]	A_{pd} [mm^2]	A_v [mm^2]
1A	230	200	0,6	-	172	208	74,5
1B	230	200	0,6	63,5	172	172	74,5
1C	230	200	0,6	96,0	172	172	74,5
1D	230	300	0,6	-	172	208	74,5
1E	230	150	0,6	-	172	208	74,5
2C	230	200	0,8	96,0	172	172	74,5
3C	230	200	1,0	96,0	172	183	74,5

Tab. 5.1, Konstrukční parametry testovaných nosníků

5.1.2 Srovnávací nosníky

Nosník	*h* [mm]	*d* [mm]	*t* [mm]	*D* [mm]	A_{ph},A_{pd} [mm^2]	A_v [mm^2]	h_e [mm]	h_e/t [-]	D/h_e [-]	A_v/dt [-]
1A		200		-					-	0,62
1B		200		63,5					0,30	0,62
1C	230	200	0,6	96,0	172	74,5	213	355	0,45	0,62
1D		300		-					-	0,41
1E		150		-					-	0,83
2A		200		-					-	0,47
2B		200		63,5					0,30	0,47
2C	230	200	0,8	96,0	172	74,5	213	266,3	0,45	0,47
2D		300		-					-	0,31
2E		150		-					-	0,62
3A		200		-					-	0,37
3B		200		63,5					0,30	0,37
3C	230	200	1,0	96,0	172	74,5	213	213	0,45	0,37
3D		300		-					-	0,25
3E		150		-					-	0,50
4A		200		-					-	0,31
4B		200		63,5					0,30	0,31
4C	230	200	1,2	96,0	226	74,5	212	176,7	0,45	0,31
4D		300		-					-	0,21
4E		150		-					-	0,41
5A		200		-					-	0,23
5B		200		63,5					0,30	0,23
5C	230	200	1,6	96,0	226	74,5	212	132,5	0,45	0,23
5D		300		-					-	0,16
5E		150		-					-	0,31

Tab. 5.2, Konstrukční parametry srovnávacích nosníků

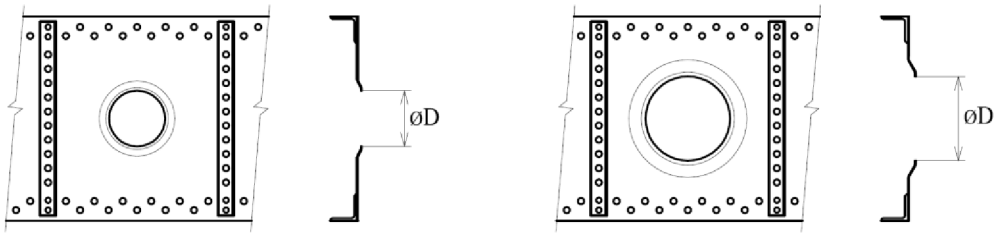
Srovnávací nosníky slouží ke vzájemnému porovnání výsledků analytických metod a také k jejich srovnání s výsledky získanými za pomoci adekvátního numerického řešení. Konstrukce srovnávacích

nosníků společně s okrajovými podmínkami zadávanými do numerických analýz jsou upraveny tak, aby byly navzájem porovnatelné a odpovídaly skutečnému charakteru uložení v reálné konstrukci např. křídla letounu.

Analyticky bylo analyzováno celkem 25 konstrukčně odlišných srovnávacích nosníků (tab. 5.2), z nichž 11 bylo analyzováno také numericky za pomoci metody konečných prvků. Konstrukční parametry srovnávacích nosníků jsou shodné s parametry shodně označených validačních nosníků, rozdíl je pouze v některých případech v průřezu dolní (tlačené) pásnice. U všech srovnávacích vzorků jsou obě pásnice shodné.

5.2 Konstrukce analyzovaných nosníků

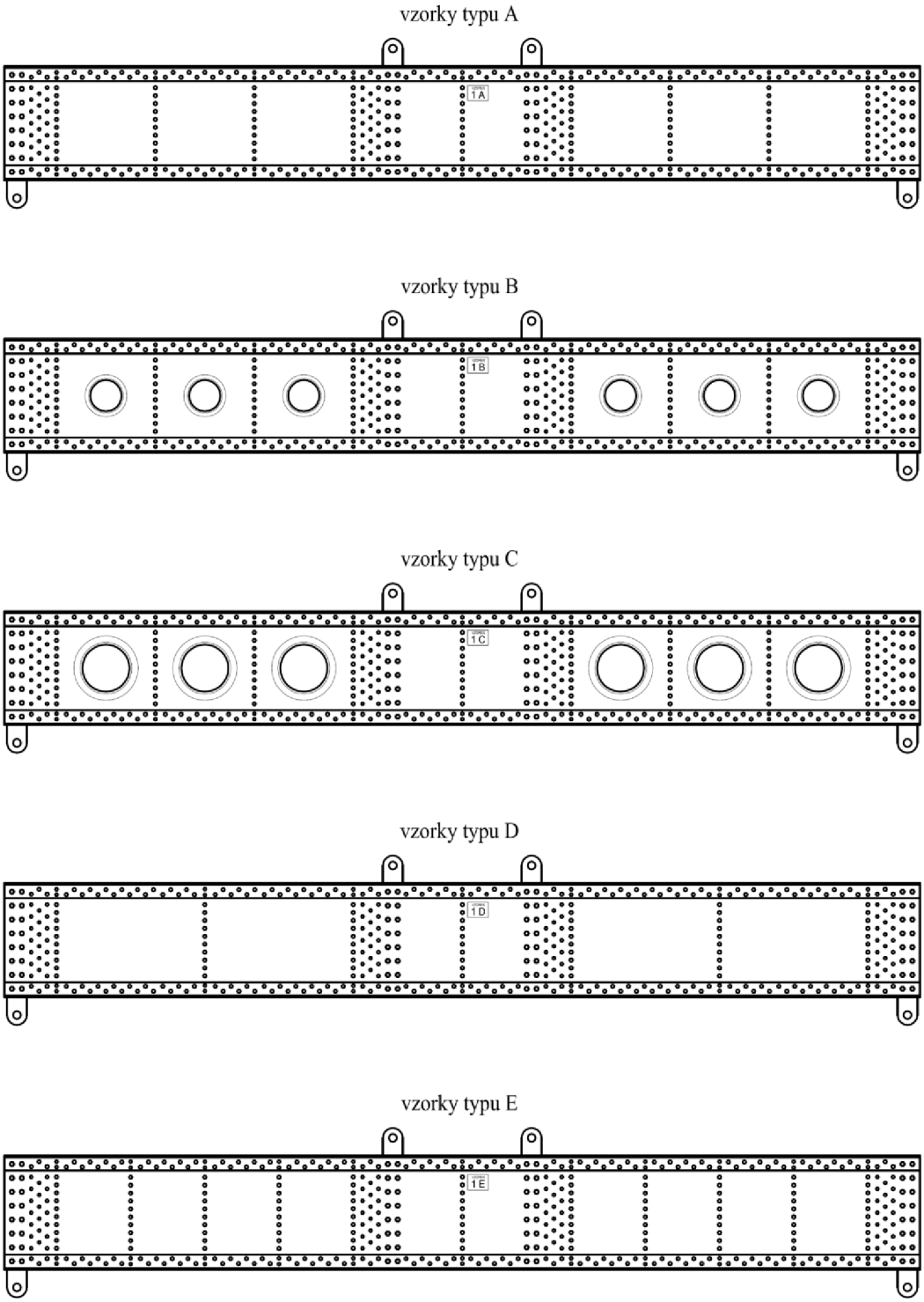
Všechny analyzované nosníky se vyznačují velice podobnou konstrukcí. Jedná se o nýtované nosníky duralové konstrukce. Tyto nosníky se odlišují především různou kombinací tloušťky stojiny a velikosti otvorů a dále pak rozdílnou vzdáleností výztuh (rozpěrek). Typická konstrukce analyzovaných nosníků je uvedena na Obr. 5.3. Celkové délka nosníků je vždy 1 850 mm a výška 230 mm. Všechny nosníky jsou symetrické kolem roviny procházející nýtovou řadou středové výztuhy.



Obr. 5.2, Lem otvoru o ϕ63,5 a otvoru 96 mm dle LDN 1505 .

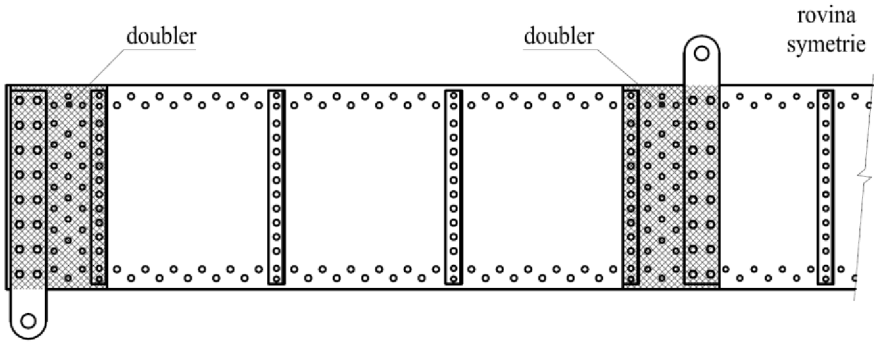
Celkové množství analyzovaných nosníků je možné rozdělit do 5 sérií po 5 vzorcích. Pro každou sérii je typická jednotná tloušťka stojiny. Každá série obsahuje dva nosníky s otvory ve stojině o průměru D = 63,5 mm a 96,0 mm lemované dle normy LDN 1505 (Obr. 5.2) a tři nosníky se stojinou bez otvorů. Tyto tři nosníky se navzájem liší počtem výztuh (rozpěrek), tzn. velikostí jednotlivých polí stojiny.

Pásnice jednotlivých srovnávacích nosníků jsou tvořeny vždy jedním L profilem o rozměrech 30x30x3 mm dle ONL 2371 (1. až 3. série) nebo 30x30x4 mm dle ONL 2371 (4. a 5. série). U některých experimentálně testovaných nosníků je dolní (tlačená) pásnice navíc vyztužena plechovým pásem přinýtovaným plnými duralovými nýty o průměru 3,5 mm k volnému lemu profilu pásnice (viz Tab. 5.1). Pásnice mají po celé délce nosníku stejný průřez. Jako výztuhy jsou použity extrudované L profily 18x25x1,5x2 mm dle normy ONL 2372. Tyto výztuhy jsou nanýtovány na opačné straně stojiny než pásnice nosníků. Pro zvýšení kritického napětí stojiny mimo zkoumané oblasti je stojina mezi závěsy a krajními výztuhami (viz Obr. 5.4) vyztužena plechovými doublery o tloušťce 0,6 mm.



Obr. 5.3, Konstrukce nosníků označených A až E (platí pro všechny série).

Vzájemné spojení všech uvedených komponent je realizováno pomocí nýtových spojů. Pro spojení stojiny s pásnicí a stojiny s výztuhou jsou použity plné duralové nýty o průměru 3,5 mm, pro spojení výztuhy s pásnicí a stojiny s doublerem je použito plných duralových nýtů o průměru 3,0 mm.



Obr. 5.4, Poloha doublerů zvyšujících kritické napětí stojiny .

V případě praktických experimentálních měření a numerických analýz je nutné zavést do konstrukce vzorových nosníků korektním způsobem vnější zatížení. K tomu slouží celkem čtyři závěsy na konci a ve střední části modelových nosníků. Tyto závěsy jsou ocelové a ke konstrukci nosníků jsou přišroubovány dle Obr. 5.4 každý pomocí šestnácti svorníků velikosti M5.

5.3 Použité materiály

Jak již bylo uvedeno výše, analyzované nosníky jsou duralové konstrukce. Záměrně byly zvoleny materiály v praxi běžně používané ke stavbě letadel. V případě plechových součástí, jako je stojina s doublery, byl použit materiál ČSN 424253.6, v případě L profilů pásnic a výztuh (rozpěrek) materiál ČSN 424203.6. Charakteristiky těchto materiálů, uvažované v analytických a numerických výpočtech, jsou uvedeny v Tab. 5.3.

Materiál	$R_{p0,2}$ *[MPa]*	R_m *[MPa]*	*A* *[%]*	*E* *[MPa]*
ČSN 424203.6	325	460	12	72 000
ČSN 422253.6	270	407	15	72 000

Tab. 5.3, Charakteristiky materiálů vzorových nosníků

6 Porovnání analytických výpočetních metod

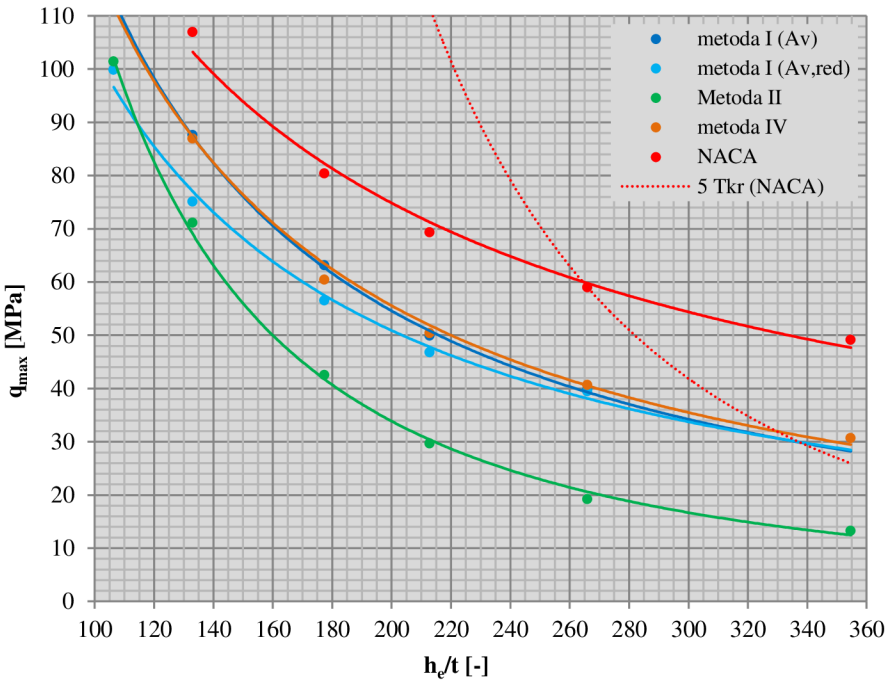
Tato kapitola obsahuje přehled výsledků výpočtů únosnosti stojiny srovnávacích nosníků získaných za pomoci analytických metod popsaných v kapitole 4. Celkem bylo analyzováno 25 nosníků s odlišnými konstrukčními parametry, jejichž konstrukce byla podrobně popsána v předcházející kapitole.

Vzájemně porovnávány jsou postup NACA, metoda I, metoda II a metoda IV. Metoda III j vhodná pouze pro nosníky s nevyztuženou stojinou, tedy pro nosníky jiné konstrukce než na kterou je zaměřena tato dizertační práce. V odborných literaturách (např. [22] a [36]) je metoda I (tzv. „Švédský výzkum") uvedena ve dvou variantách, lišících se užitím redukované plochy výztuhy namísto skutečné plochy výztuhy. Z tohoto důvodu byl proveden výpočet dle obou variant této metody. Výsledné hodnoty únosnosti stojiny jsou pro jednotlivé nosníky uvedeny v Tab. 6.1. Pro lepší představu jsou vypočtené hodnoty graficky znázorněny na Obr.6.1. Tento obrázek, platný pro nosníky označené písmenem „C", dobře ilustruje rozdíly mezi výsledky jednotlivých metod. Rozdíly ve výsledcích výpočtů nosníků označených písmeny „A" a „B" jsou obdobné a proto zde nejsou uvedeny (jsou však uvedeny v kapitole 9).

Nosník	$q_{max,NACA}$ *[N/mm]*	$q_{max,I}$ $(A_{v,red})$ *[N/mm]*	$q_{max,I}$ (A_v) *[N/mm]*	$q_{max,II}$ *[N/mm]*	$q_{max,IV}$ *[N/mm]*
1A	83,2	-	-	29,4	-
1B	62,7	-	-	18,5	42,2
1C	49,1	-	-	13,2	30,6
1D	-	-	-	24,8	-
1E	78,7	47,1	51,1	32,3	-
2A	110,9	70,3	71,7	42,1	-
2B	79,2	58,5	58,9	26,8	56,1
2C	59,0	39,4	39,7	19,2	40,6
2D	-	-	-	34,0	-
2E	118,9	81,5	87,8	56,9	-
3A	139,8	93,0	100,8	65,2	-
3B	96,1	73,4	78,4	41,4	70,1
3C	69,3	46,7	49,9	29,6	50,3
3D	-	-	-	54,7	-
3E	150,8	100,8	117,6	91,3	-
4A	170,1	113,3	130,3	93,2	-
4B	113,7	89,3	99,8	59,5	85,2
4C	80,4	56,5	63,1	42,5	60,4
4D	-	10,5	109,0	77,0	-
4E	184,2	127,4	148,7	126,4	-
5A	238,3	166,5	196,9	157,6	-
5B	151,6	121,6	141,9	99,5	120,6
5C	106,9	75,1	87,6	71,1	86,9
5D	-	149,1	174,1	129,7	-
5E	253,1	185,0	223,0	208,1	-

Tab. 6.1, Únosnost stojiny stanovená různými analitickými postupy

Protože každá z metod je určena pouze omezený rozsah konstrukčních parametrů, jsou některé buňky v Tab. 6.1, které spadají právě mimo daný rozsah, vyplněny pomlčkou. Závislosti uvedené na Obr. 6.1 mají exponenciální charakter. Na základě této skutečnosti byly v oblasti spadající mimo doporučené rozsahy parametrů výsledné hodnoty aproximovány.



Obr. 6.1, Únosnost stojiny stanovená různými analitickými postupy

U žádného z uvedených postupů, s výjimkou metodiky NACA, není znám způsob stanovení udávaného limitního zatížení stojiny nosníku (únosnosti), resp. typ nebo povaha poruchy, vedoucí k jejímu poškození. Pouze metodika NACA definuje únosnost stojiny zatížením, při kterém vzniká ve stojině nosníku trhlina v místě nýtového spojení s pásnicemi. V tomto případě se jedná o statickou pevnost stojiny. Tato metodika nezohledňuje vznik trvalých deformací ani únavovou pevnost (resp. životnost) konstrukce. Tyto okolnosti je však nutno v převážné většině leteckých aplikací zohlednit. S ohledem na únavovou pevnost udává metodika NACA pouze obecné doporučení, aby nominální smykové napětí ve stojině τ nepřesáhlo pětinásobek kritického smykového napětí stojiny τ_{kr} daného nosníku (toto kritérium je v diagramu zobrazeno tečkovanou čarou).

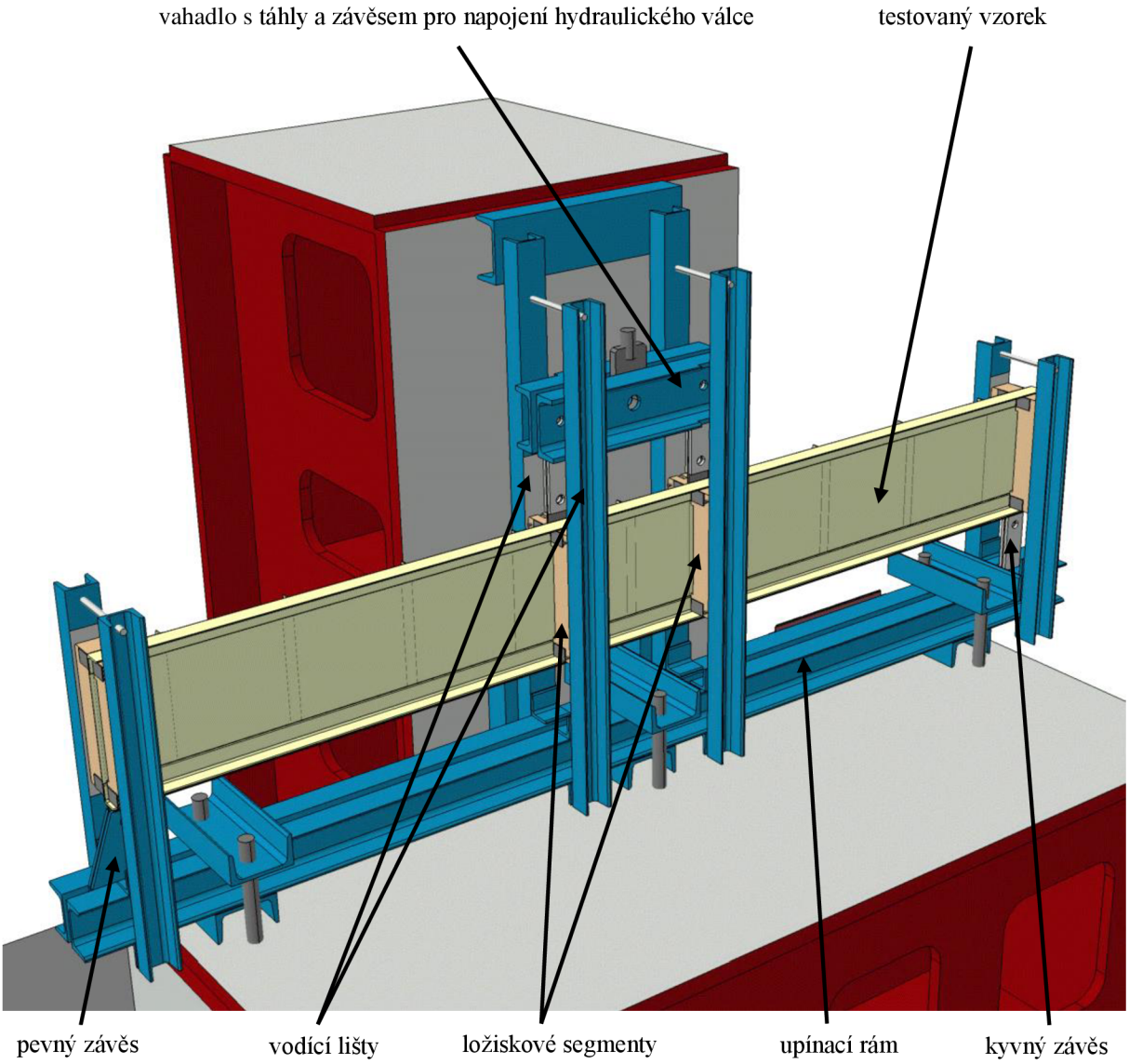
Z výše uvedených skutečností vyplývá, že výše uvedené metody vedou k rozdílným výsledkům, jejichž význam navíc není až na jediný případ jednoznačně definován. Bez hlubší analýzy problému není možné rozhodnout, který z uvedených postupů je pro pevnostní kontrolu nosníků obdobných konstrukcí nejvhodnější. Proto, aby bylo možné posoudit vhodnost jednotlivých metod, bylo vykonáno sedm praktických pevnostních zkoušek nosníků s různými parametry. Podrobné informace o průběhu experimentálních měření jsou uvedeny v následující kapitole. Poté byl, na základě provedených zkoušek, sestaven adekvátní numerický model, díky kterému je možné řešit daný problém pomocí metody konečných prvků (MKP). Teprve na základě porovnání dat získaných za pomoci věrohodných numerických simulací a výše uvedených analytických postupů je možné tyto analytické metody zhodnotit a z výsledků vyvodit patřičné závěry. Tyto závěry jsou uvedeny v kapitole 9.

7 Experimentální analýza

Jak již bylo zmíněno v kapitole 5, bylo za účelem porovnání výsledků analytických metod výpočtu únosnosti tenké stojiny a skutečného chováním reálných konstrukcí provedeno sedm praktických měření na vzorcích, jejichž konstrukce je podrobně popsána v kap. 5.2.

7.1 Zkušební stend

Aby bylo možné provést požadovaná experimentální měření, bylo nutné navrhnout a vyrobit pro měřené vzorky vhodné zkušební zařízení. Toto zařízení mělo za úkol zajistit takové okrajové podmínky, které budou v nejvyšší možné míře odpovídat reálným podmínky v konstrukci letounu.



Obr. 7.1, Konstrukce zkušebního stendu

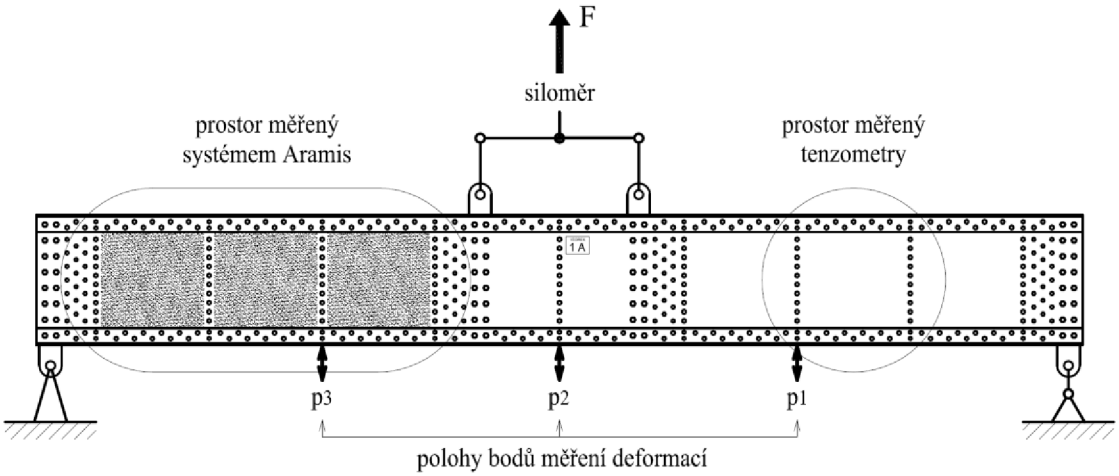
Konstrukce zkušebního stendu a uložení testovaných vzorků v tomto stendu jsou zřejmé z Obr. 7.1 a Obr. 7.2. Stend sestával ze tří základních částí - upínacího rámu s vodícími lištami, vahadlového

systému a ložiskových segmentů. Upínacím rámem byla tuhá konstrukce sestavená z ocelových U profilů, které byly vzájemně spojeny pomocí šroubů. Tento rám byl pevně upevněn ke zkušebnímu roštu. Testované vzorky byly k rámu připevněny pomocí dvou táhel napojených na koncové závěsy nosníků. Na jednom konci bylo použito táhlo pevné, na druhém konci pak táhlo kyvné. Na dvojici středových závěsů byl napojen vahadlový systém, který rozváděl celkové zatížení generované pomocí hydraulického válce na obě symetrické poloviny vzorků. Celkem čtyři páry vodících lišt, upevněných v místech závěsů, sloužily k zajištění správné polohy nosníku a zabraňovaly jeho vykroucování. Vzájemný kontakt hladkých dosedacích ploch vodících lišt a ložiskových segmentů zajištovala dvojice valivých ložisek v každém ložiskovém segmentu. Vzdálenost protilehlých vodících lišt byla stavitelná pomocí šroubů, čímž byla umožněna eliminace vůlí mezi ložiskovými segmenty a vodícími lištami.

I přes snahu přiblížit se v maximální možné míře skutečným okrajovým podmínkám v konstrukci křídla letounu nebylo dodržení naprosto přesně odpovídajících okrajových podmínek při zachování navržené konstrukce vzorků možné. Komplikace vyplývající z tohoto nesouladu v okrajových podmínkách budou popsány dále.

7.2 Použitá měřící zařízení

Při měření napětí a deformací v konstrukci testovaných nosníků bylo využíváno dvou navzájem nezávislých měřících systémů. Bylo využito jak klasického měření napětí a deformací v konstrukci pomocí tenzometrů a potenciometrických snímačů připojených k měřící ústředně, tak také měření za pomoci fotogrammetrického systému ARAMIS. Z tohoto pohledu se ukázala jako velice výhodná symetrická konstrukce testovaných vzorků. Této symetrie bylo při měření využito, neboť každý z uvedených měřících systémů byl použit na opačné straně vzorku (Obr. 7.2).



Obr. 7.2, Uspořádání měřících zařízení

Tato volba má své výhody i nevýhody. Výhodou je skutečnost, že se oba měřící systémy navzájem neovlivňují nebo neomezují. Tenzometry nalepené na stojině nosníku by zcela jistě ovlivnily výsledky měření pomocí fotogrammetrického systému ARAMIS. Nevýhodou je pak možný rozdíl v naměřených hodnotách způsobený rozdílným zatížením obou polovin vzorku. Na základě výsledků měření však lze usoudit, že tato nesymetrie, kterou není možné úplně eliminovat, byla pro účely prováděného měření zanedbatelná. Daleko podstatnější a zásadnější vliv na rozdíl v naměřených hodnotách, jak se ukázalo, mají počáteční drobné nerovnosti na stojině vzniklé při výrobě jednotlivých

vzorků. Tyto nerovnosti mají zásadní vliv na deformovaný tvar stojiny po překročení kritického zatížení ztráty stability stojiny.

Systém ARAMIS se ukázal jako ideální prostředek pro analýzu napěťového pole ve stojině nosníku při nadkritickém zatížení, při němž jsou data naměřena za pomoci tenzometrů nedostatečná. Naopak využití tenzometrů bylo nutné pro měření zatížení v pásnicích a rozpěrkách, které je vzhledem k velkému počtu nýtů nemožné měřit systémem ARAMIS. Tenzometricky naměřená přetvoření stojiny byla porovnána s hodnotami přetvoření naměřenými systémem ARAMIS. Tímto způsobem byla data získaná použitou optickou metodou měření verifikována.

7.2.1 Měření za použití tenzometrů a aripotů

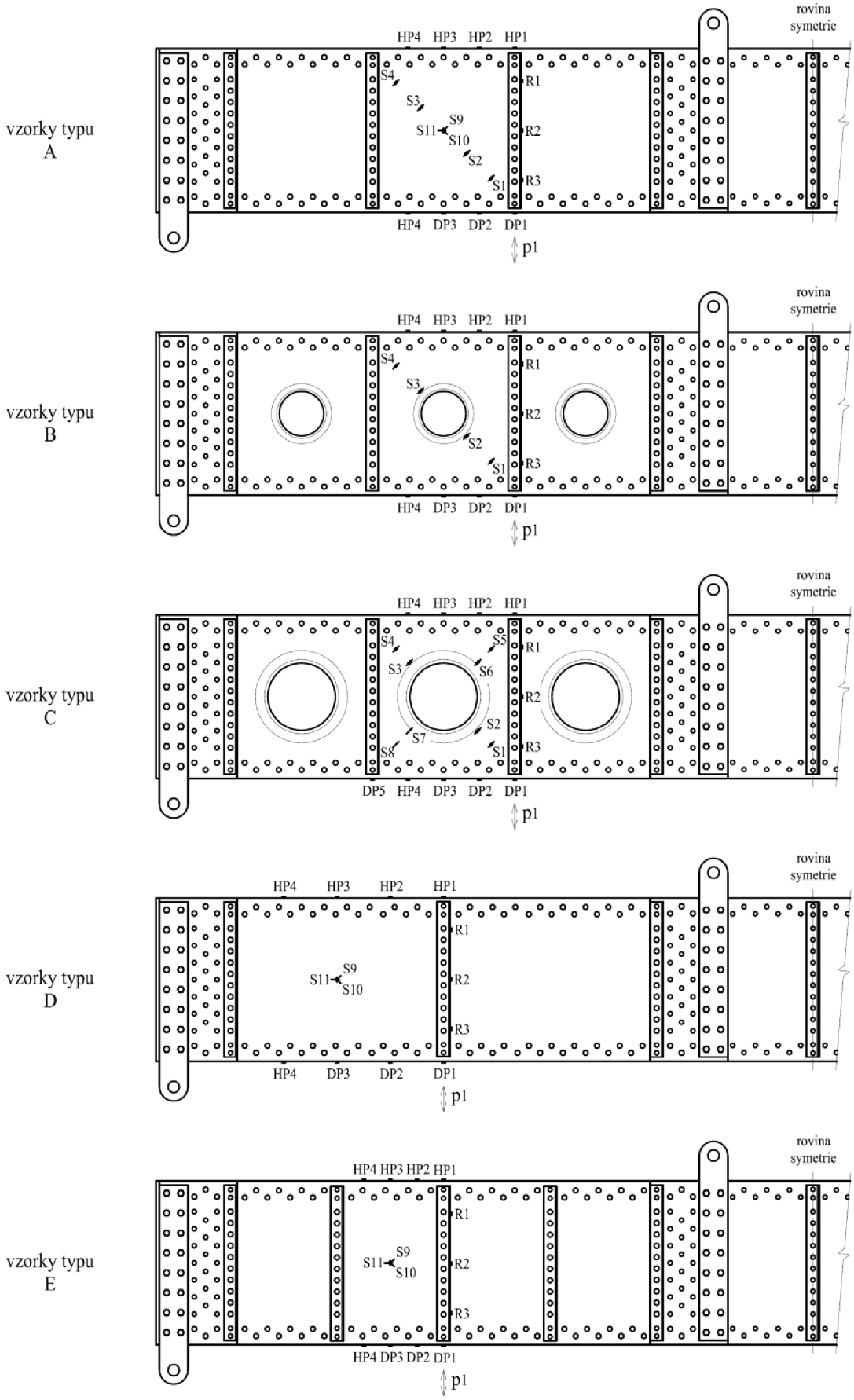
Pomocí měřící ústředny ESAM Traveller CF byly měřeny deformace na zvolených místech na nosnících a také jejich průhyby společně s výslednou zatěžující silou.

Obr. 7.3, Měřící ústředna ESAM Traveller CF

Pro měření průhybů byly použity celkem tři petenciometrické snímače polohy, tzv. aripoty. Ty jsou označeny symboly p_1, p_2 a p_3 a jejich poloha je označena na Obr. 7.2.

Pro měření deformací na povrchu jednotlivých konstrukčních částí nosníku bylo použito množství tenzometrů. Jejich poloha a označení je uvedena na Obr. 7.4. Byly použity jednoosé tenzometry HBM 3/120 LY13 a tenzometrické růžice HBM 3/120 RY93. Jednoosé tenzometry označené S1 až S8 byly umístěny po obou stranách stojiny (S…A ze strany pásnic, S…B ze strany výztuh) a orientovány ve směru hlavní diagonály (skloněny o 45°vzhledem k vodorovné ose, viz obrázek), tenzometrické růžice S9 až S11 byly také umístěny na obou stranách stojiny, a byly orientovány tak, aby měřily přetvoření ve směrech skloněných o 0°, 45°a -45°od hlavní vodorovné osy. Tenzometrické růžice byly použity pouze na vzorcích s hladkou stojinou bez otvorů. Další skupina jednoosých tenzometrů byla umístěna na jedné z výztuh (tenzometry R1 až R3), další pak po čtyřech na horní, resp. dolní pásnici (tenzometry označené HP1 až HP4, resp. DP1 ař DP5). V některých případech došlo v průběhu měření vlivem velkých deformací k odloupnutí tenzometru od stojiny (viz diagramy s naměřenými hodnotami.). K těmto situacím však docházelo až při poměrně vysokých hladinách zatížení, převyšujících hodnoty únosnosti stanovené dle „metody II“.

Celková zatížení nosníku, tedy síla generovaná hydraulickým válcem, byla snímána siloměrem HBM S9 pro maximální zatížení 50 kN.



Obr. 7.4, Rozmístění tenzometrů na testovaných vzorcích

7.2.2 Měření za použití systému ARAMIS

ARAMIS je optický systém, který je určen k měření 3D deformací bezkontaktním způsobem měření. Je schopen měřit a vyhodnocovat deformace u staticky i dynamicky zatížených objektů, a to pomocí dvou kvalitních digitálních CCD kamer. Jejich rozlišení dosahuje až 12 000 000 obrazových bodů a snímkovací frekvence až 4 000 Hz, v závislosti na konkrétním modelu. Systémem ARAMIS mohou být snímány objekty o velikosti od 1 mm až do 1 m. Tento systém je schopen měřit deformace s rozsahem od 0,01 % až do několika stovek % a dosahovat vysokých přesností až 0,01 % deformace.

Obr. 7.5, Fotogrammetrický systém ARAMIS

Systém ARAMIS je využitelný zejména v těchto oblastech - zjišťování materiálových vlastností, ověřování FE analýz, výpočty stability, optimalizace procesu tváření, zjišťování charakteristik procesu tečení a zjišťování charakteristik procesu stárnutí.

Pro měření vzorků byl použit sytém ARAMIS 12M s rozlišením kamer 12 MPx. Zvolená snímkovací frekvence byla u všech měření shodná, a to 2 Hz. Před samotným měřením bylo nutno vytvořit na povrchu stojiny měřených nosníků tzv. pattern (speciální kontrastní vzor, viz Obr. 7.2). Ten byl vytvořen pomocí bílého a černého spreje. Poté bylo možné přejít k samotnému měření. Během zatěžování dochází společně s deformací nosníku také k deformaci vytvořeného patternu. Tato deformace byla snímána pomocí digitálních kamer. Nasnímaná data byla poté softwarově zpracována - v každém snímku byly vypočteny souřadnice bodů ležících na povrchu. Ze změny jejich polohy pak byla vypočtena 3D deformace na povrchu stojiny.

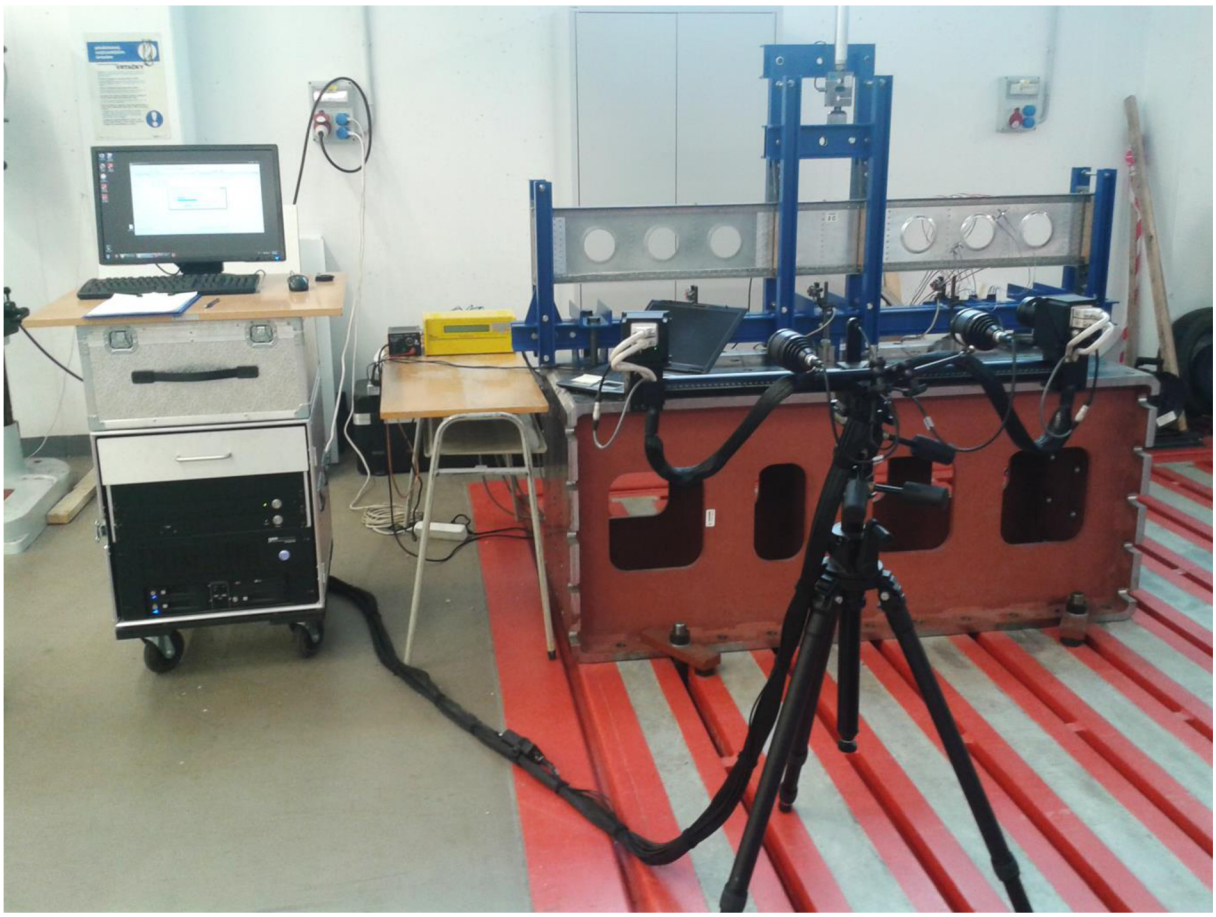
Výstupem z měření byly:

- hodnoty 3D posunutí bodů na povrchu stojiny
- hodnoty 3D deformace měřené na povrchu stojiny (Mises a Major strain)
- směry hlavních deformací na povrchu stojiny

7.3 Postup měření

Postup měření byl u všech měřených nosníků shodný. Každému měření předcházela příprava vzorků, spočívající v instalaci tenzometrů, aplikaci speciálního černobílého patternu a montáži ocelových závěsů a ložiskových segmentů. Každý takto připravený vzorek byl poté vložen do upínacího rámu, v němž byla jeho správná poloha zajištěna pomocí vodících lišt. Sevření vzorku mezi vodícími lištami u každého závěsu bylo pomocí šroubů nastavováno samostatně tak, aby byla zajištěna nulová vůle a zároveň minimální třecí odpor. Poté byl připojen vahadlový systém, který byl napojen na zatěžovací válec se siloměrem. Pro minimalizaci třecích odporů byly všechny styčné plochy mezi vzorky a ostatními přípravky namazány vazelinou. Posledním krokem v přípravě vzorků bylo rozmístění aripotů a jejich připojení ke vzorkům. Poté již následovala příprava samotných měřících zařízení. Nejprve byla připojena, nastavena měřící ústředna ESAM a následně pak připraven optický systém ARAMIS.

Snímek na Obr. 7.6 zachycuje průběh zkoušky nosníku 1C. Na snímku je zřetelné uložení vzorku ve zkušebním stendu a zachycuje také rozmístění měřících zařízení.



Obr. 7.6, Vzorek upevněný ve zkušebním rámu před zkouškou

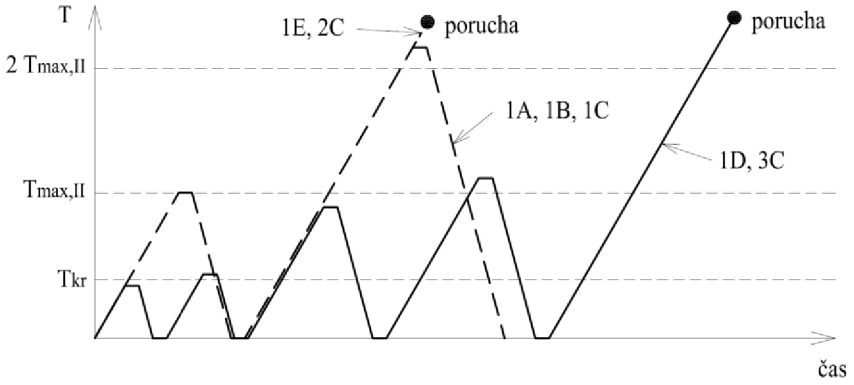
Po dokončení příprav bylo zahojeno samotné měření. Na každém z testovaných vzorků bylo provedeno několik samostatných měření s postupně narůstající hodnotou maximálního aplikovaného zatížení. Cílové hodnoty zatížení byly předběžně stanoveny takto:

1) 90 % kritického zatížení ztráty stability stojiny
2) 110 % kritického zatížení ztráty stability stojiny
3) 90 % únosnosti dle „metody II“
4) 110 % únosnosti dle „metody II“
5) více jak 200 % únosnosti dle „metody II“

Na dvou testovaných vzorcích (1D a 3C) bylo provedeno všech pět uvedených měření. Měření na těchto vzorcích ukázalo, že historie zatěžování nemá vliv na průběh měřených veličin v závislosti na zatížení. To platí až do okamžiku, kdy je dosaženo prvních plastických deformací. Dosažení kritické hodnoty ztráty stability stojiny a s tím spojené její zvlnění tedy není z hlediska opakovatelnosti zkoušky rozhodující. Rozhodující je právě až zmíněné dosažení plastických deformací. Proto byly při testech ostatních vzorků provedeny už jen dvě samostatná měření. Tato měření byla ukončena při dosažení těchto hodnot zatížení:

1) 100 % únosnosti dle „metody II“
2) více jak 200 % únosnosti dle „metody II“

Průběh zatěžování jednotlivých vzorků je uveden na Obr. 7.7. Měření vzorků 1A, 1B a 1C bylo přerušeno po překročení zatížení rovnajícím se dvojnásobku únosnosti udávané „metodou II“. U vzorků 1D, 1E, 2C a 3C bylo měření ukončeno až poruchou zkoušeného vzorku.



Obr. 7.7, Schéma průběhu zatěžování testovaných nosníků

Po ukončení každé zkoušky následovalo zpracování naměřených dat a jejich vyhodnocení. Součástí vyhodnocení naměřených dat bylo také porovnání hodnot získaných za použití tenzometrů s hodnotami naměřenými pomocí systému ARAMIS.

7.4 Výsledky měření

Je třeba podotknout, že v této kapitole jsou uvedena pouze některá z celkového množství naměřených dat. Informace zde uvedené jsou spíše přehledem základních výsledků provedených experimentů a faktů, které z těchto experimentů vyplývají. Další výsledky měření a jejich porovnání s numerickou analýzou jsou uvedeny v kapitole 8.

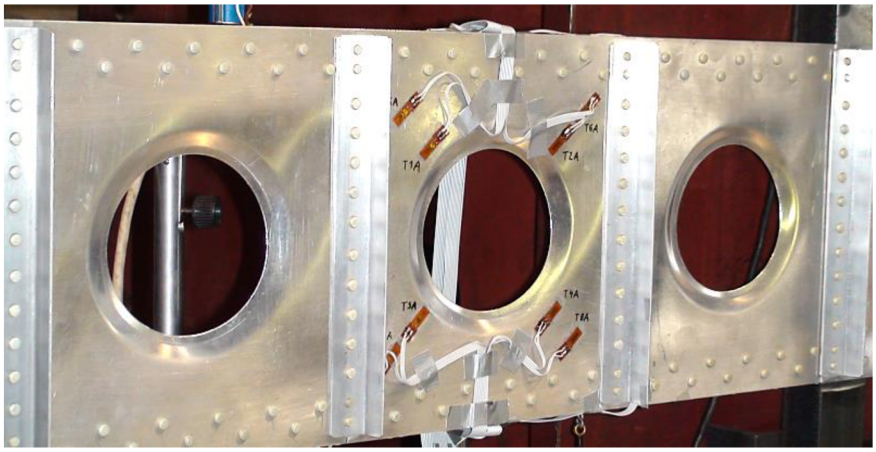
Jak již bylo uvedeno výše, experimentální měření bylo prováděno za účelem získání dat potřebných pro sestavení numerického modelu, jehož výsledky budou v nejvyšší možné míře odpovídat reálnému chování konstrukce. V případě vzorků 1B, 1C a 2C, které mají shodnou konstrukci jako nosníky srovnávací, je toto měření až do určité velikosti zatížení porovnatelné také s výsledky analytických metod (viz kapitola 6). Bohužel však kvůli neshodným okrajovým podmínkám nelze tato měření použít přímo jako podklad pro hodnocení statické únosnosti například nosníků křídel nebo jiných nosníků zastavěných v konstrukci draku letounu.

Při zkouškách jednotlivých vzorků byly dosaženy maximální hodnoty zatížení (posouvajících sil) uvedené v Tab. 7.1. V tabulce uvedená kritická zatížení T_{kr} byla stanovena na základě postupu NACA, hodnoty $T_{max,II}$ pak na základě „metody II“ (kapitola 3.2).

Nosník	T_{kr} *[N]*	$T_{max,II}$ *[N]*	T_{test} *[N]*	T_{test}/T_{kr} *[-]*	$T_{test}/T_{max,II}$ *[-]*	*Pozn.*
1A	1 080	6 260	12 546	11,62	2,00	-
1B	1 080	3 930	9 110	8,44	2,32	-
1C	1 080	2 810	9 006	8,34	3,20	-
1D	905	5 280	13 078	14,46	2,48	porucha
1E	1 450	6 880	15 837	10,92	2,30	porucha
2C	2 530	4 080	10 739	4,25	2,63	porucha
3C	4 880	6 300	13 383	2,74	2,12	porucha

Tab. 7.1, Při zkouškách uvažovaná směrodatná zatížení a maximální zatížení dosažené během testů

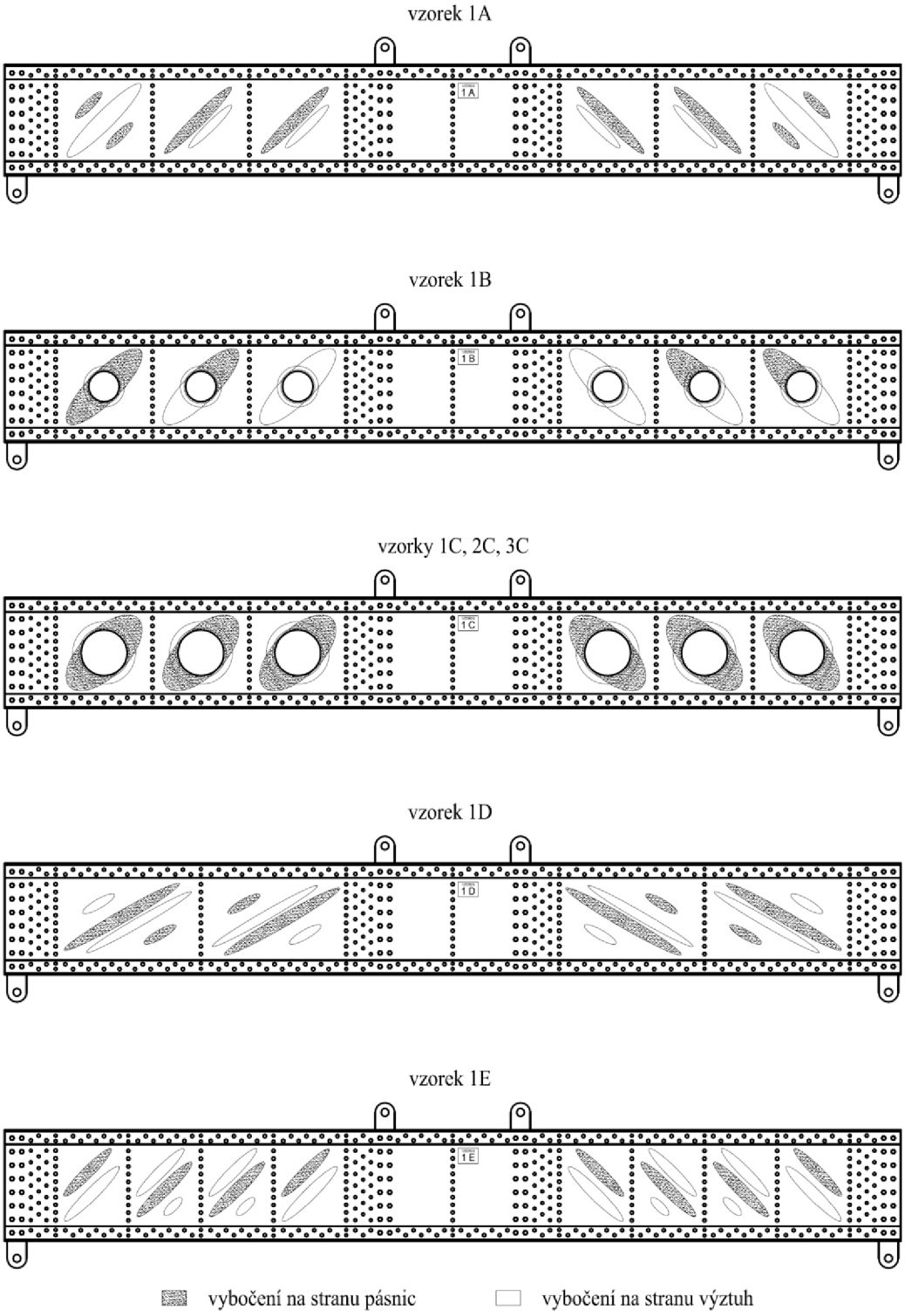
Obr. 7.8 byl pořízen v průběhu zkoušky. Ukazuje deformaci stojiny nosníku 3C zatíženého posouvající silou T = 7 460 N. Toto zatížení odpovídá 153 % kritické posouvající síly, resp. 118,5 % únosnosti podle „metody II“.



Obr. 7.8, Deformovaná stojina nosníku 3C při nadkritickém zatížení

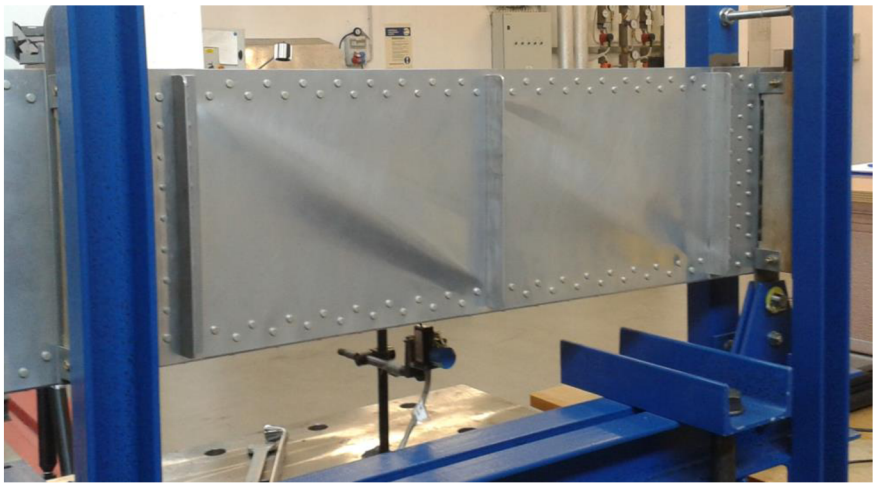
Deformovaný tvar stojiny při maximálním zatížení nosníku je naznačen na Obr. 7.9. Na tomto obrázku je zjevné, že u vzorku 1B došlo po překročení kritického zatížení k nesymetrické tvarové deformaci stojiny (k ose symetrie vzorku). Tato asymetrie je důvodem odlišností v průbězích přetvoření naměřených na levé (ARAMIS) a pravé (tenzometry) straně stojiny.

U žádného z testovaných vzorků nedošlo k roztržení stojiny, u stojin všech nosníků však bylo dosaženo trvalých deformací.



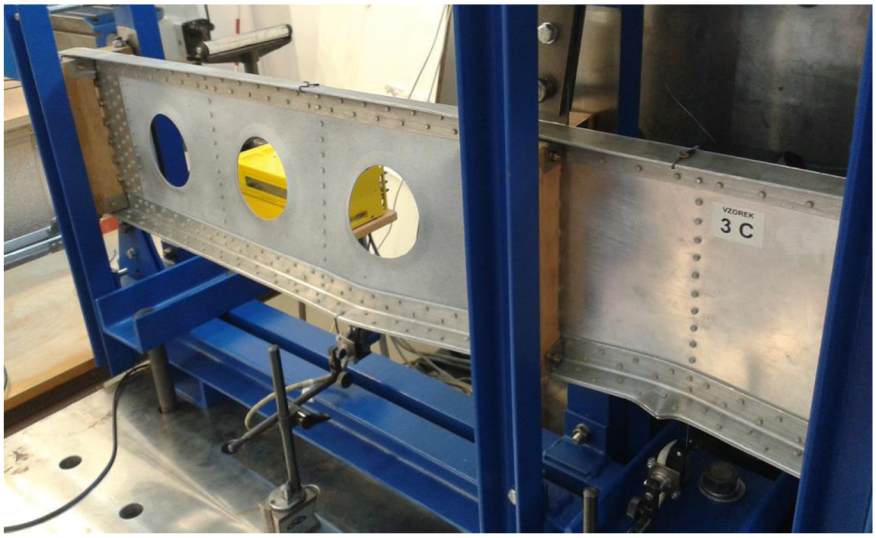
Obr. 7.9, Schéma s naznačenou příčnou deformací stojiny testovaných vzorků (odpovídá maximálnímu zatížení dosaženému v průběhu zkoušek)

Na Obr. 7.10 je zachycen odlehčený vzorek 1D po ukončení testu, při kterém bylo dosaženy 248 % únosnosti stojiny podle „metody II“ a více než 14-krát překročena hodnota kritické posouvající síly. Na stojině jsou pouhým okem jasně parné trvalé deformace.



Obr. 7.10, Trvalé deformace na stojině nosníku 1D po ukončení testu

U vzorků, které byly testovány až do poškození, nastal totožný typ poruchy. Touto poruchou byla ztráta stability profilu dolní tlačené pásnice. Z charakteru uložení vzorků a deformace jejich pásnic před poruchou lze usoudit, že prvotní poruchou byla lokální ztráta stability. Na posledním zde uvedeném snímku, pořízeném v průběhu měření, je zachycen jeden z poškozených vzorků. Statická pevnost stojiny nosníků nebyla předmětem výzkumu, a proto byly vzorky navrženy tak, aby porucha pásnic nastala při nižším zatížení než materiálová porucha stojiny.

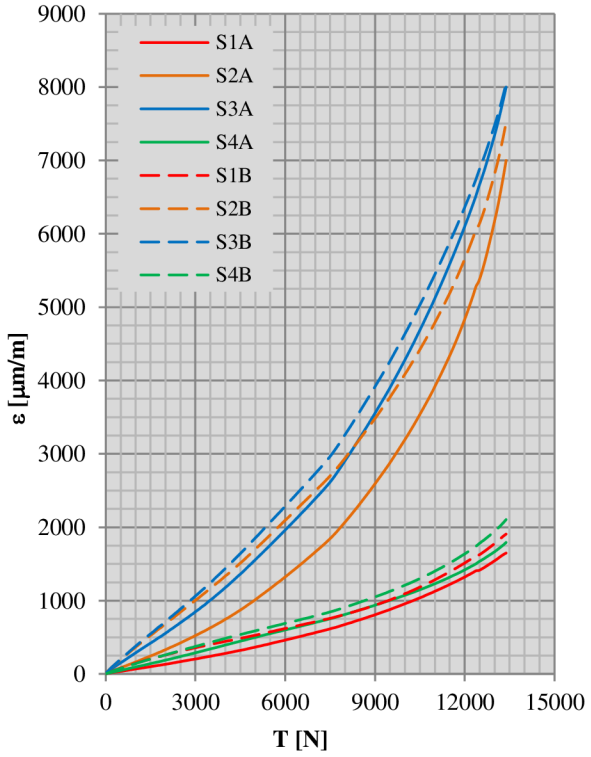


Obr. 7.11, Poškození tlačené pásnice nosníku 3C po ukončení testu

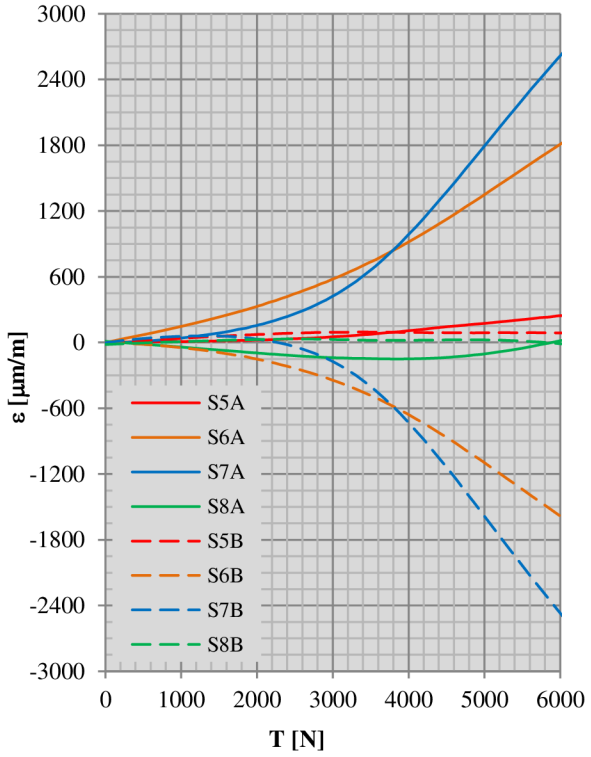
7.4.1 Vyhodnocení tenzometricky naměřených dat

Na všech měřených vzorcích byly tenzometry instalovány po obou stranách stojiny. Díky tomu bylo možné hodnoty naměřené na obou stranách porovnat a vyhodnotit vliv zvlnění stojiny

na celkovou hodnotu naměřených přetvoření. Porovnání některých takto získaných hodnot je uvedeno na následujících diagramech.



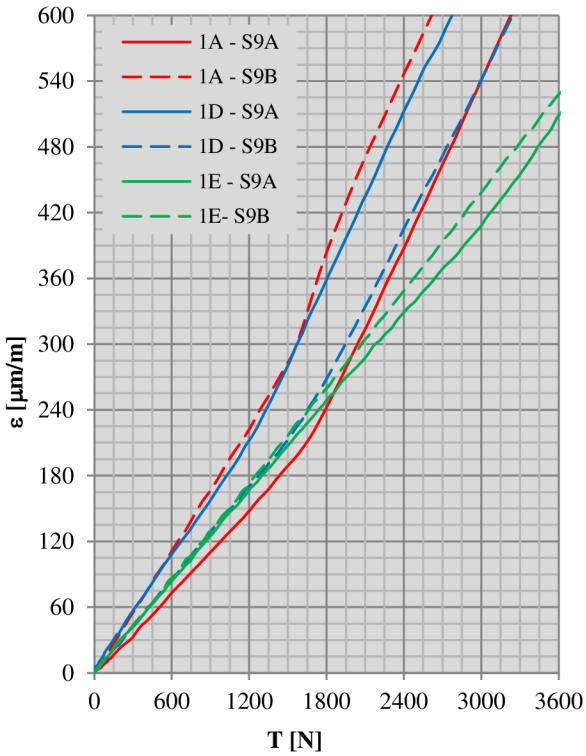
Obr. 7.12, Naměřená přetvoření na obou stranách stojiny nosníku 3C



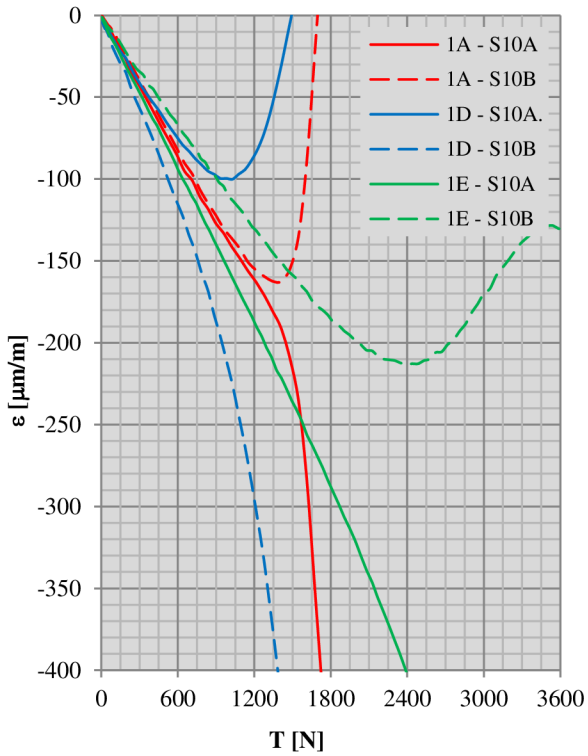
Obr. 7.13, Nnaměřených přetvoření na obou stranách stojiny nosníku 3C

Počáteční předpoklad, že právě pomocí vzájemného porovnání těchto oproti sobě měřených hodnot bude, díky deformaci stojiny po jejím zvlnění, možné spolehlivě stanovit kritickou hodnotu zatížení, při níž dochází ke vzniku diagonálního tahového pole, se ukázal jako nesprávný. Jak ilustrují diagramy na výše uvedených obrázcích, přetvoření naměřená proti sobě instalovanými tenzometry se liší od samého počátku zatěžování. Tento fakt je nejzřetelněji patrný na Obr. 7.12 a Obr. 7.13, na kterých je uvedena závislost velikosti povrchových přetvoření stojiny nosníku 3C na aplikovaném zatížení. Uvedená srovnání platí pro vyhodnocení dat z tenzometrů S1 až S9, které byly nainstalovány tak, aby měřily přetvoření ve směru blízkém směru hlavní diagonály, tedy ve směru, ve kterém je vlivem diagonálního tahového pole hodnota přetvoření největší. Z tohoto faktu vyplývá, že k určité formě ohybové deformace stojiny dochází od samého počátku zatěžování, a to jak u stojin hladkých, tak i u stojin s otvory.

Pro stanovení kritického zatížení stojiny je daleko vhodnější měřit přetvoření ve směru kolmém na směr hlavní diagonály. Tuto skutečnost jednoznačně ilustrují závislosti uvedené v diagramech na Obr. 7.14 a Obr. 7.15. Přetvoření v tomto směru byla měřena tenzometrickými růžicemi pouze na vzorcích 1A, 1D a 1E, tedy na vzorcích se stojinou bez otvorů. Zatímco na hodnoty přetvoření naměřené pomocí tenzometrů S9 ve směru hlavní diagonály má dosažení kritického napětí ztráty stability jen relativně nepatrný vliv, u hodnot naměřených ve směru vedlejší diagonály (hodnoty naměřené pomocí tenzometrů S10) je vliv dosažení kritického napětí ztráty stability stojiny na gradient růstu hodnoty přetvoření uprostřed měřeného pole jednoznačný



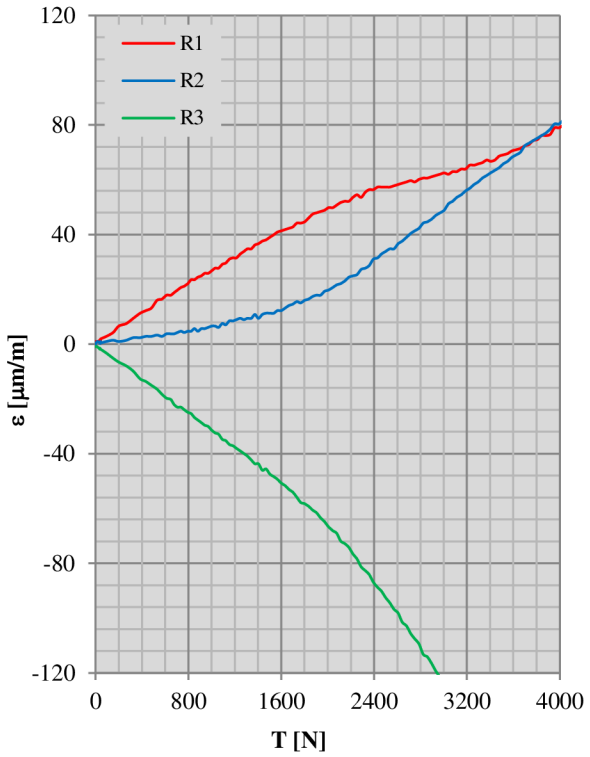
Obr. 7.14, Naměřená přetvoření ve stojině nosníků 1A, 1D a 1E ve směru hlavní diagonály



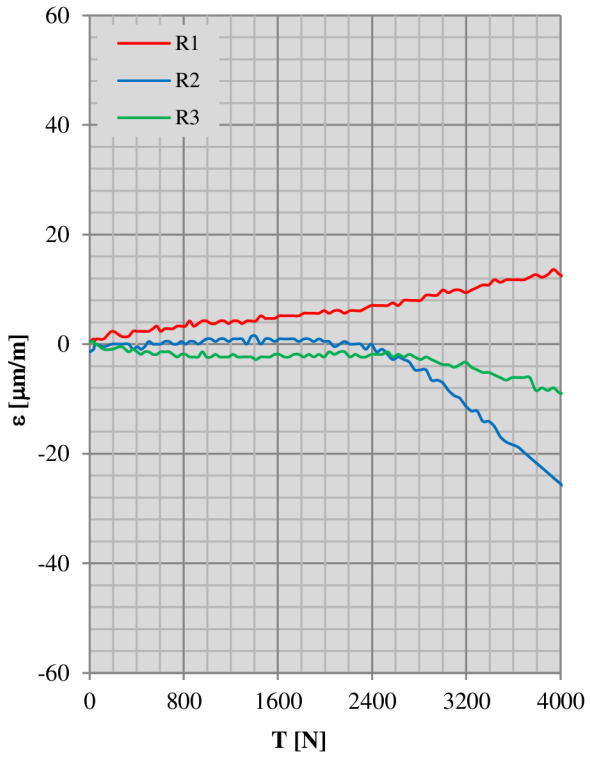
Obr. 7.15, Naměřená přetvoření ve stojině nosníků 1A, 1D a 1E ve směru vedlejší diagonály

Podle teorie uvedené v kapitole 4 lze na základě naměřených dat stanovit kritické napětí stojiny, při kterém vzniká diagonální tahové pole, i několika dalšími způsoby. Jedním z nich je měření osového přetvoření na výztuhách nosníku. Tento způsob je však spíše teoretický. U testovaných nosníků s danou geometrií (masivní výztuha pouze z jedné strany stojiny) se ukázal jako nespolehlivý, protože z naměřených dat není možné u všech testovaných vzorků jednoznačně určit okamžik zvlnění stojiny. Příklady naměřených dat na nosníku s otvorem a nosníku bez otvoru ve stojině jsou uvedeny v diagramech na Obr. 7.16 a Obr. 7.17. Naměřené výsledky se u jednotlivých vzorků výrazně liší jak tvarem křivek naměřených závislostí, tak i naměřenými hodnotami. Tyto výsledky jsou pravděpodobně způsobeny tím, že naměřená přetvoření jsou v oblasti podkritického zatížení stojiny velice malá a proto jsou výrazně ovlivněna parazitními složkami zatížení výztuh v daných místech.

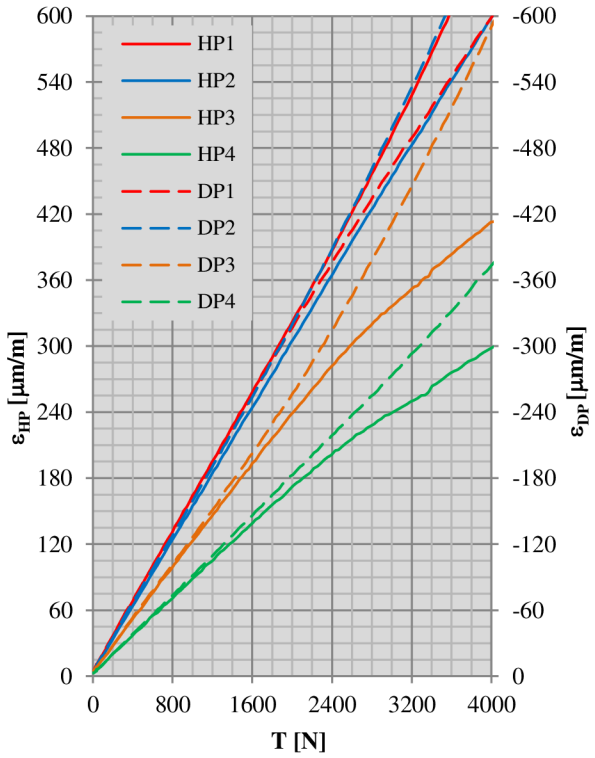
Lepších výsledků je možno dosáhnou analýzou zatížení pásnic. Ze závislosti přetvoření v pásnicích v normálovém směru lze okamžik ztráty stability stojiny stanovit poměrně spolehlivě, avšak pouze u nosníků se stojinou s otvory. O této skutečnosti vypovídají závislosti na Obr. 7.18 a Obr. 7.19. Zde jsou uvedeny příklady takovéto analýzy. Jedná se o porovnání naměřených přetvoření v krajních vláknech pásnic nosníků 2C a 1E. Nosník 2C má shodnou geometrii tažené i tlačené pásnice, což umožňuje přímé porovnání absolutních hodnot naměřených přetvoření. Na Obr. 7.18 je velice dobře znatelná změna gradientu zatížení v okamžiku vzniku diagonálního tahového pole a vliv přídavných ohybových momentů způsobených právě diagonálním tahem. Pásnice nosníku 1E měly rozdílný příčný průřez, což je důvodem rozdílných počátečních sklonů křivek dat naměřených oproti sobě nacházejícími se tenzometry. V datech naměřených na tomto nosníku není změna gradientu zatížení v okamžiku vzniku diagonálního tahového pole na první pohled znatelná. Tato změna nastává postupně a fakt, že nosník je zatížen vyšší než kritickou posouvající silou, vyvolávající zvlnění stojiny, je zřejmý až při vyšších hodnotách zatížení.



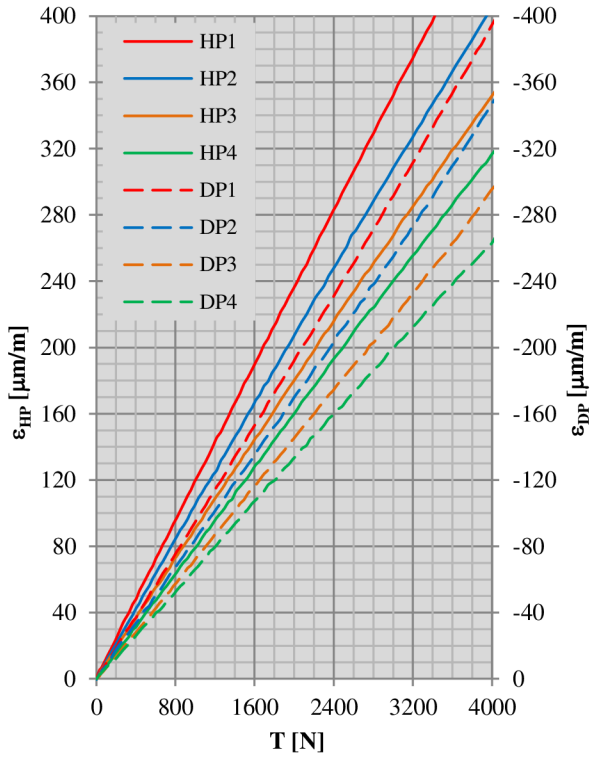
Obr. 7.16, Naměřená osová přetvoření ve výztuze nosníku 2C



Obr. 7.17, Naměřená osová přetvoření ve výztuze nosníku 1E



Obr. 7.18, Naměřená přetvoření v krajních vláknech pásnic nosníku 2C

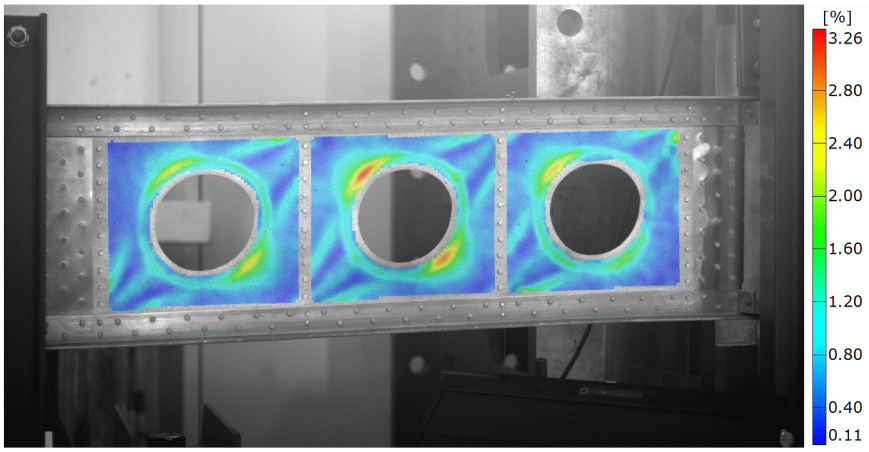


Obr. 7.19, Naměřená přetvoření v krajních vláknech pásnic nosníku 1E

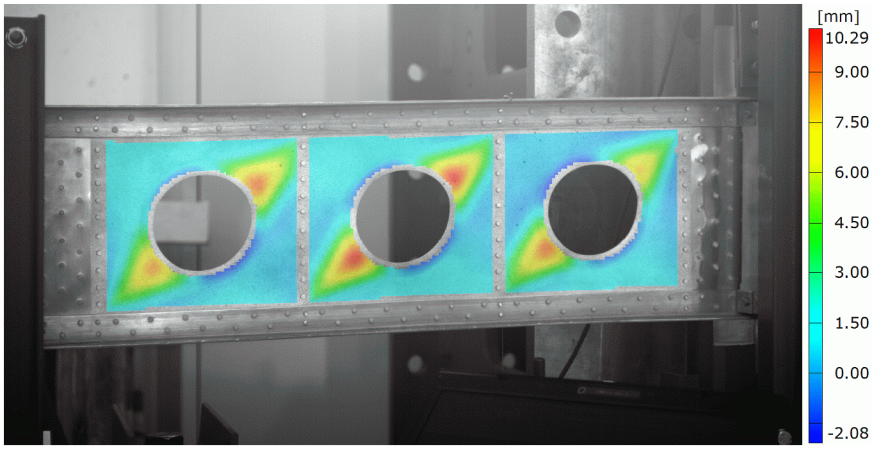
Obecně platí, že nosníky s plnou stojinou jsou ohybově tužší než nosníky se stojinou s otvory, a proto je u těchto nosníků změna gradientu naměřených hodnot plynulá, zatímco u nosníků s velkými otvory ve stojině nastává tato změna téměř skokově. Tímto způsobem lze tedy stanovit hodnotu kritického zatížení ztráty stability stojiny jen u nosníků s vysokým poměrem výšky nosníku k tloušťce stojiny h_e/t a zároveň vysokým poměrem velikosti otvoru k výšce nosníku D/h_e.

7.4.1 Vyhodnocení fotogrammetricky naměřených dat

Jedním z možných způsobů interpretace dat naměřených pomocí systému ARAMIS je zobrazení barevné mapy udávající hodnotu zvolené veličiny přímo na podkladovém snímku měřeného objektu. Několik příkladů tohoto názorného způsobu vizualizace výsledků je uveden na Obr. 7.20 až Obr. 7.22. Ve všech případech se jedná o záznam ze zkoušky nosníku 1C. První dva obrázky zobrazují napětí na povrchu stojiny, resp. její příčnou deformaci, při maximálním zatížení dosaženém během testů tohoto vzorku T_{test} (tedy více než osminásobku kritické posouvající síly ztráty stability stojiny).

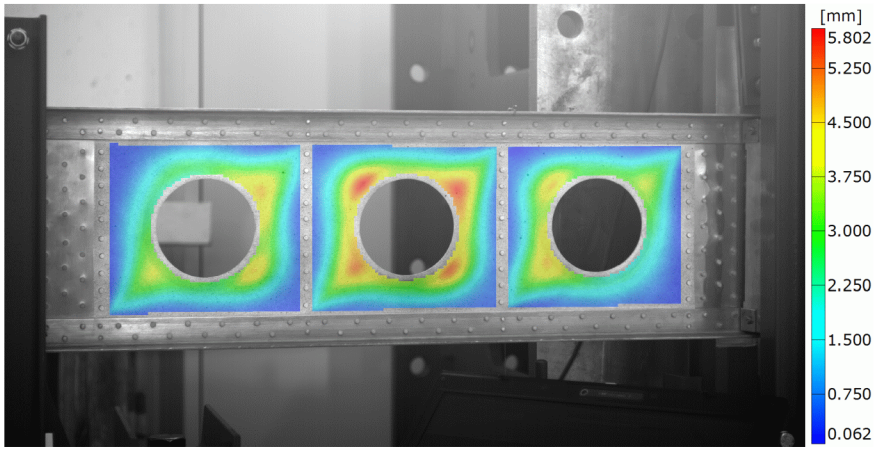


Obr. 7.20, Mises strain na povrchu stojiny nosníku 1C při zatížení T_{test}



Obr. 7.21, Příčná deformace stojiny nosníku 1C při zatížení T_{test}

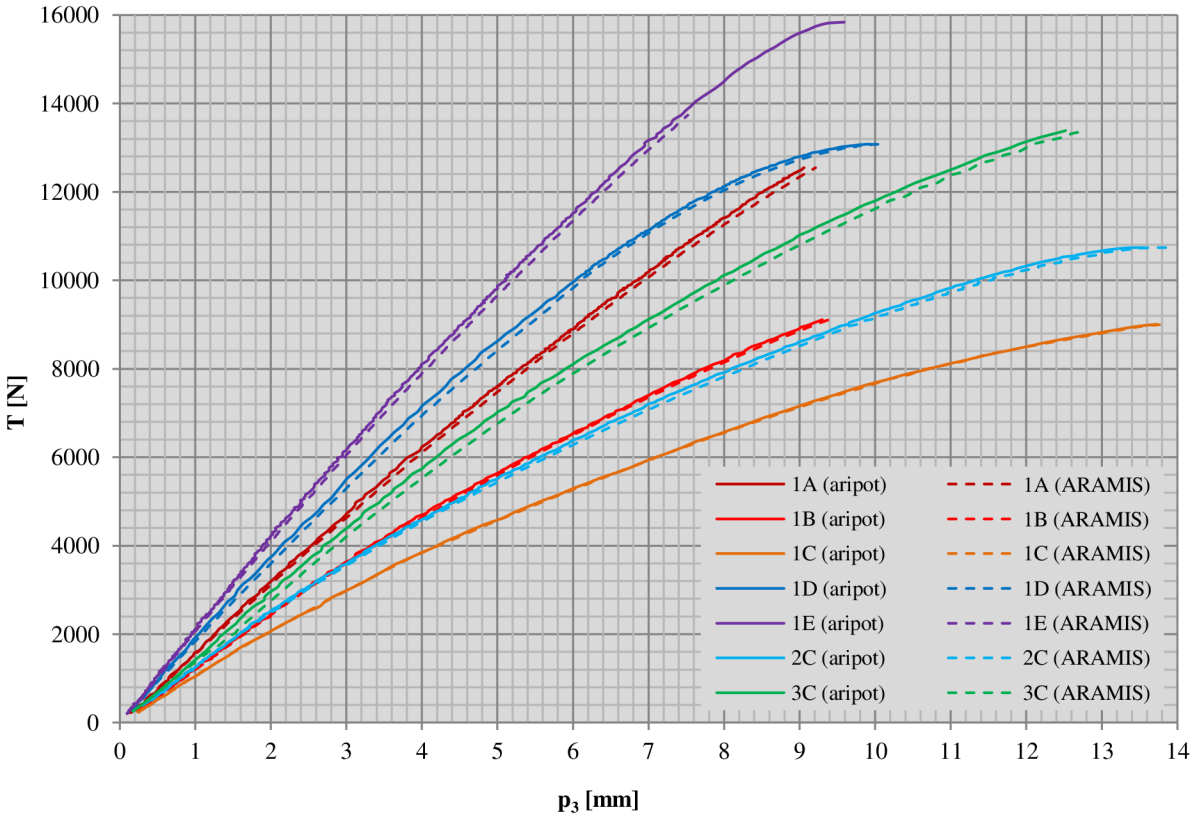
Třetí obrázek zobrazuje deformovaný tvar stojiny po odlehčení vzorku. Z výsledné deformace uvedené na tomto snímku je zřejmé, že došlo k překročení meze kluzu materiálu a ke vzniku plastických deformací.



Obr. 7.22, Příčná deformace stojiny nosníku 1C po ukončení testů

Kromě výše uvedených barevných map mohou být data naměřená systémem ARAMIS interpretována také pomocí tabulek s konkrétními hodnotami nebo graficky pomocí diagramů. Níže je provedeno vzájemné porovnání dat naměřených za použití obou použitých měřících metod, jak měření tenzometrického, tak měření fotogrammetrického. Parametry měřené oběma způsoby byly následující:

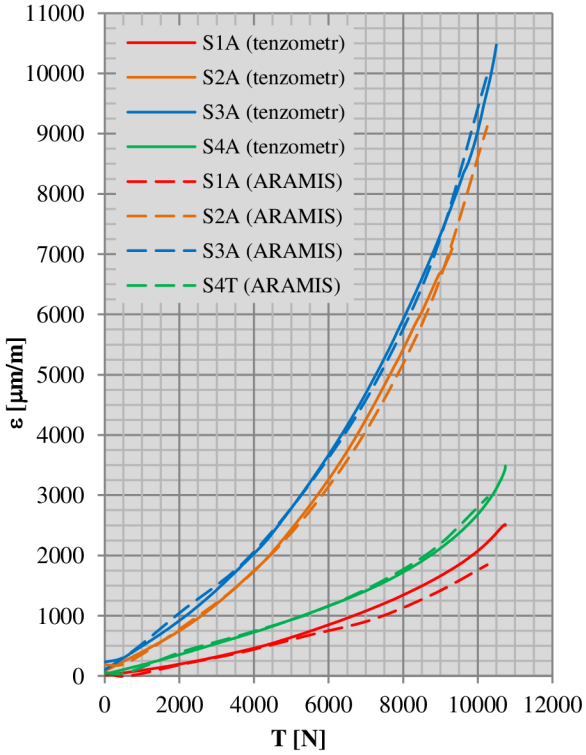
1) ohybová tuhost konstrukce
2) přetvoření na specifických místech konstrukce



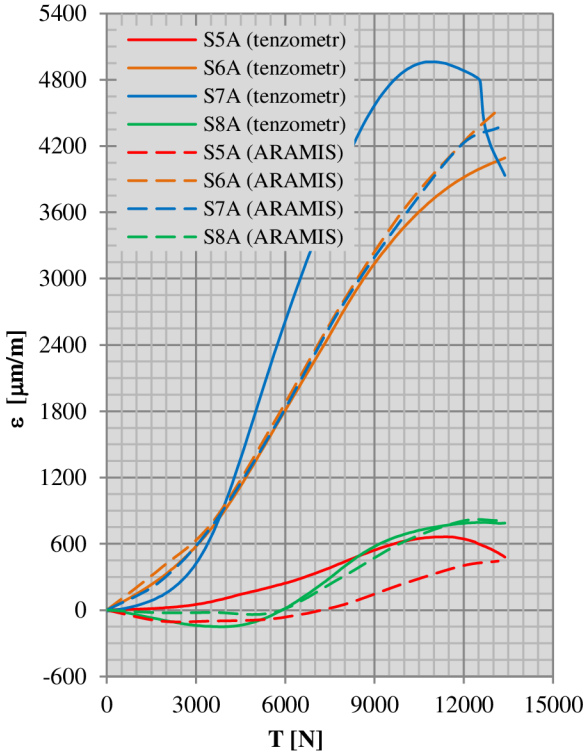
Obr. 7.23, Porovnání výsledků měření průhybu testovaných vzorků

Porovnání výsledků měření průhybu nosníků je uvedeno v diagramu na Obr. 7.23. Pomocí obou metod byl měřen průhyb v místě uchycení aripotu p_3 (viz Obr. 7.2). Z diagramu je patrný mírný rozdíl mezi naměřenými daty. Ve všech případech udává systém ARAMIS nižší průhyb než aripot. Odchylka však není významná, pohybuje se maximálně do 1,5 %.

Poněkud větších odchylek je možné dosáhnout při porovnání měřených přetvoření. Uvedená srovnání však nejsou zcela korektní. Důvodem je skutečnost, že na velikost výsledné odchylky mezi oběma použitými metodami má kromě přesnosti samotných měřících zařízení vliv také rozdíl mezi skutečnou polohou na povrchu stojiny, v níž je snímáno přetvoření pomocí tenzometru, a polohou bodu (tzv. „stage point“) v němž dokáže systém ARAMIS vypočítat hodnotu přetvoření. Chyba vzniklá touto skutečností je závislá na rozlišení kamer systému ARAMIS, velikosti snímaného objektu a velikosti a gradientu změny přetvoření v měřené lokalitě. Nezanedbatelný vliv na shodu porovnávaných dat má také skutečnost, že obě metody měří přetvoření na opačné straně vzorku.



Obr. 7.24, Porovnání naměřených přetvoření na povrchu stojiny nosníku 2C



Obr. 7.25, Porovnání naměřených přetvoření na povrchu stojiny nosníku 3C

Zatímco diagram na Obr. 7.24 uvádí dobrou shodu mezi hodnotami naměřenými tenzometricky a hodnotami naměřenými fotogrammetrickou metodou, v diagramu na vedlejším obrázku je v hodnotách některých měřených parametrů výrazný rozdíl. Skutečnost, že při tomtéž měření lze získat data totožná i data, která se výrazně liší, je důkazem toho, že tento rozdíl je způsobený právě nesouladem mezi polohou tenzometru a polohou tzv. „Stage pointu“ v místě s velkým gradientem změny přetvoření. Data naměřená tenzometry S5 až S8 (Obr. 7.25) se na základě takto významných rozdílů v naměřených hodnotách ukázala jako nevhodná pro účely dalšího vyhodnocování a proto již tyto tenzometry nebyly na ostatní vzorky instalovány.

Fotogrammetricky naměřená data jsou velice cenná pro představu o stavu napjatosti v konstrukci a uplatní se především při porovnání s daty získanými pomocí metody konečných prvků. Porovnání dat získaných těmito dvěma způsoby je uvedeno v kapitole 8.

8 Numerické řešení úlohy

Další částí řešení cílů dizertační práce bylo sestavení takového numerického výpočtového modelu, který povede k výsledkům porovnatelným s experimentálně získanými daty. Numerické řešení pomocí metody konečných prvků (MKP) bylo navíc použito pro zhodnocení jednotlivých analytických výpočtových metod uvedených v kapitole 3. Právě proto, aby bylo možné porovnávat mezi sebou veličiny stanovené pomocí numerických analýz s veličinami stanovenými podle dostupných výpočetních postupů, bylo nutné kromě všech testovaných nosníků numericky analyzovat také shodně označené nosníky srovnávací (viz kapitola 5).

Analýzy tenkostěnných konstrukcí pomocí MKP jsou velmi efektivním nástrojem pro řešení stabilitních úloh. V porovnání s analytickými metodami je jejich předností široké spektrum analyzovaných parametrů, jejich vizualizace v průběhu zatěžování a dosahovaná přesnost. Naopak nevýhodou je velká časová náročnost (na přípravu, výpočet i zpracování výsledků). Právě z těchto důvodů je využití numerických simulací pomocí MKP především v oblasti detailního návrhu konstrukce. Analytických metod je naopak využíváno v průběhu prvotního konstrukčního návrhu.

8.1 Adekvátní numerické řešení

V rámci numerické analýzy experimentálně testovaných vzorků byla provedena rozsáhlá parametrická studie zkoumající vliv základních parametrů úlohy na přesnost dosažených výsledků, respektive na shodu výpočtu s chováním validačních vzorků během experimentálních měření. Na základě výsledků této studie lze definovat adekvátní numerický model, tedy takový model, který svým chováním nejlépe odpovídá skutečné konstrukci. Hlavní sledované parametry studie byly tyto:

1) míra zjednodušení numerického modelu
2) velikost elementů
3) okrajové podmínky
4) materiálové charakteristiky
5) imperfekce (nedokonalosti)
6) výpočtový nástroj

8.1.1 Volba míry zjednodušení numerického modelu

Téměř každý numerický model je spjat s určitým zjednodušením. Je zřejmé, že není možné vytvořit numerický model, který by byl naprosto totožný se skutečnou konstrukcí. V numerickém modelu není možné zohlednit např. výrobní nepřesnosti, tvarové nedokonalosti, druhy spojení, kontaktní body atd. Proto je nedílnou součástí návrhu numerického modelu také volba jeho vhodného zjednodušení. Nevhodný návrh numerického modelu výrazně negativně ovlivňuje výsledky numerické analýzy.

V parametrické studii bylo uvažováno několik typů numerických modelů, lišících se mírou zjednodušení skutečné konstrukce. Byly uvažovány tyto modely:

- **Jednoduchý plošný model**

Je ukázkou nejjednoduššího možného přístupu. Při ještě větší míře zjednodušení by již nebylo možné analyzovat stav napjatosti v pásnicích a výztuhách nosníku. Tato data však jsou pro analýzu nezbytná. Celý tento numerický model je tvořen pouze plošnými elementy (shell), jejichž tloušťka je rovna součtu tloušťek všech komponent konstrukce (stojina, doubler, pásnice, výztuhy, závěsy), které daný element reprezentuje. Toto zjednodušení modelu svým charakterem odpovídá spíše konstrukci integrálně řešených nosníků. Jeho nevýhodou je také skutečnost, že dvěma odlišným součástem, vyrobeným z odlišných materiálů, není možné definovat dvě různé materiálové charakteristiky.

- **Komplexní plošný model se spoji řešenými pomocí kontaktů**

Je kombinací mezi prvním a třetím typem uvažovaných modelů. Také je celý tvořen pouze plošnými elementy (typu shell), ale na rozdíl od modelu předešlého je zde každá komponenta konstrukce modelována zvlášť. Každá součást je reprezentována vlastní skupinou elementů, kterým je možné přiřadit korektní materiálové charakteristiky. Vzájemné spojení mezi elementy jednotlivých součástí je realizováno pomocí tzv. „kontaktů“. Tento model vede k přesnějším výsledkům než model jednoduchý, jeho nevýhody jsou však vysoké nároky na výpočtový čas a nemožnost analyzovat jednotlivé nýtové spoje.

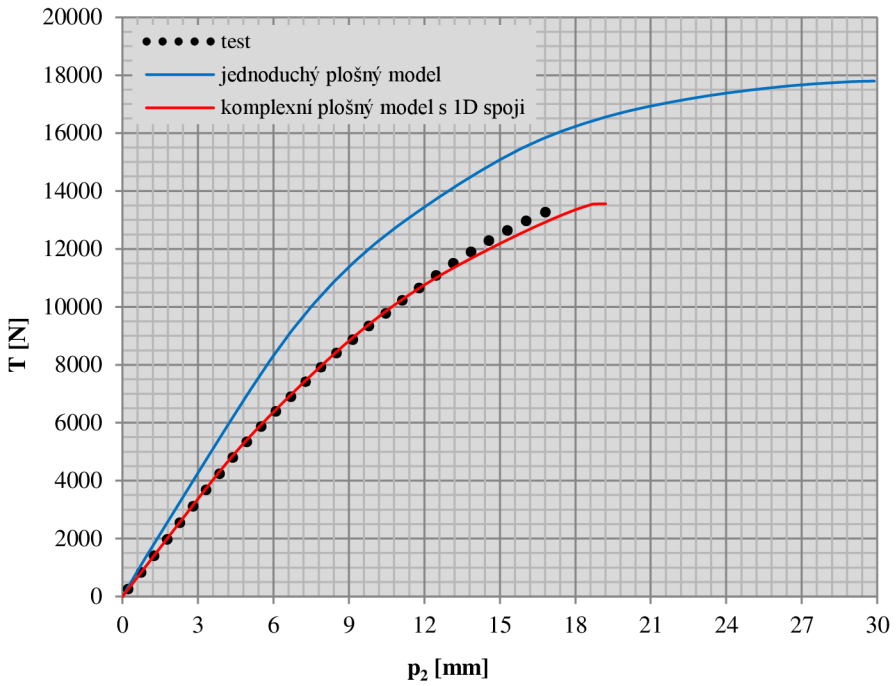
- **Komplexní plošný model se spoji řešenými pomocí 1D elementů**

Je téměř totožný jako model předešlý. Jednotlivé konstrukční komponenty jsou také reprezentovány plošnými elementy (shell) s patřičnými materiálovými charakteristikami. Jediný rozdíl je v nahrazení „kontaktů“ 1D elementy (typu beam). Každý z těchto elementů je umístěn tak, aby reprezentoval jeden nýt nebo šroub v konstrukci nosníku. Takto je možné provést analýzu spojů jednotlivých komponent a tím provést pevnostní kontrolu navrženého spojení. Výhodou oproti předcházejícímu řešení je kromě již uvedeného také vyšší přesnost výsledků a menší nároky na výpočtový čas. Nevýhody jsou pak větší pracnost při přípravě modelu a nutnost vytvořit uzlové body sítí jednotlivých konstrukčních prvků tak, aby je bylo možno vzájemně propojit.

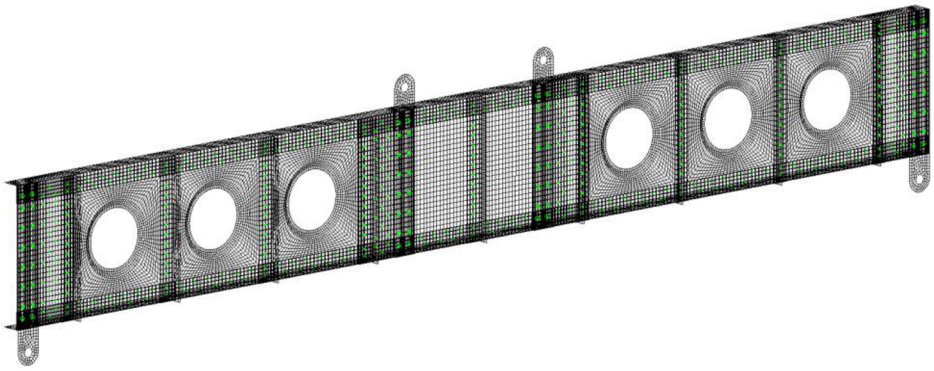
- **Komplexní objemový model se spoji řešenými pomocí kontaktů**

je obdobou druhého zmíněného typu modelu, ve kterém jsou však jednotlivé dílce reprezentovány ne plošnými, ale objemovými elementy. Tento model je však, na rozdíl od plošného modelu, poměrně náročný na přípravu i výpočtový čas. A to platí především u rozsáhlejších modelů. Navíc má stejné nevýhody jako model plošný, a proto není pro popisovanou analýzu příliš vhodný.

Vzájemné porovnání výsledků analýzy dvou ze zde popsaných modelů je uvedeno na Obr. 8.1. Z diagramu je patrné, že přílišné zjednodušení modulu (jednoduchý plošný model) vede k nadměrné tuhosti konstrukce. Takto zjednodušený model je pro analýzu skládaných (nýtovaných) konstrukcí nevhodný. Naopak jako nejvhodnější byl na základě výsledků parametrické studie zvolen komplexní plošný model se spoji řešenými pomocí 1D elementů. Výsledky numerických výpočtů tohoto modelu byly nejblíže hodnotám naměřeným během experimentů. Tento model je zobrazen na Obr. 8.2.



Obr. 8.1, Vliv míry zjednodušení numerického modelu na průhyb nosníku3C

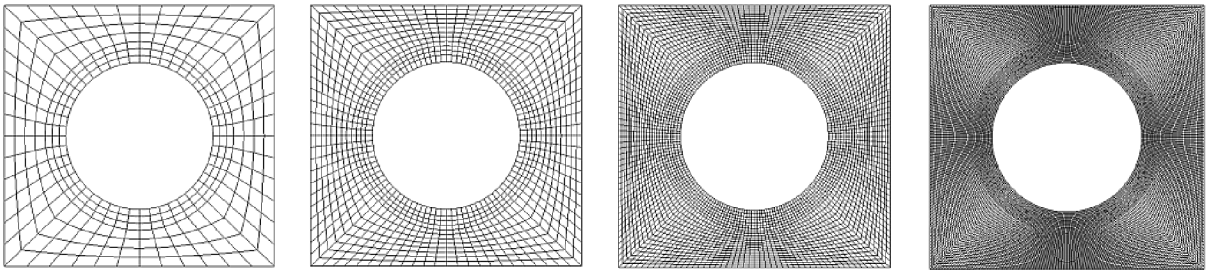


Obr. 8.2, Optimální numerický model (typ C)

Obecně lze říci, že optimální je takový numerický model, který je určitým kompromisem mezi příliš zjednodušeným a příliš podrobným modelem. Příliš zjednodušený model obvykle vede k nedostatečné přesnosti výsledků MKP. V případě příliš podrobného modelu (např. s vymodelovanými zaobleními či zkoseními hran, drobnými otvory, apod.) budou sice výsledky v požadované přesnosti, ale čas potřebný pro přípravu modelu a jeho řešení se neúměrně prodlouží. Pro dosažení dostatečné přesnosti výsledků je také nutné použít správný typ elementů. Z širokého množství v MKP aplikacích dostupných typů je nutné zvolit ten, který nejlépe reprezentuje skutečný tvar konstrukčního prvku. Pro analýzu tenkostěnných konstrukcí je s ohledem na ztrátu stability jednotlivých dílců nejvhodnější volit právě kvadratické plošné elementy (typu shell) [37].

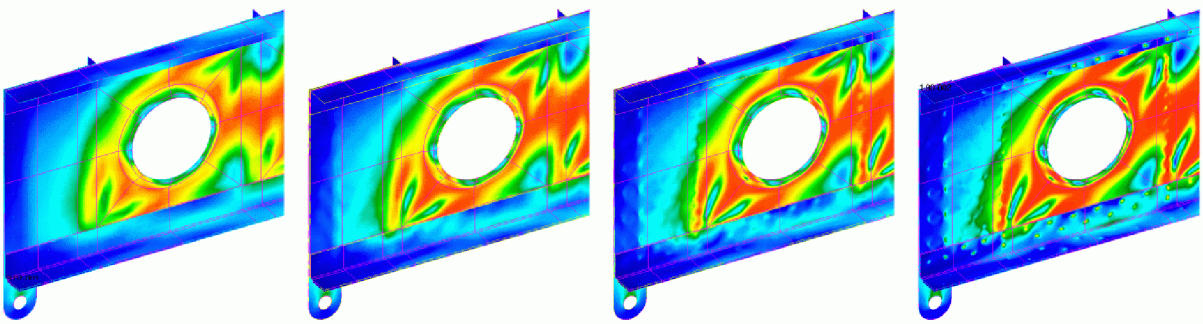
8.1.2 Volba velikosti elementů

V rámci parametrické studii byly analyzovány čtyři typy numerických modelů, lišících se velikostí elementů, resp. hustotou sítě elementů. Síť elementů byla vždy tvořena tak, aby se uzlové body sítě nacházely v místech nýtů. Tímto faktem byla předurčena globální velikost hrany elementů u jednotlivých modelů na cca 14 mm; 7 mm; 3,5 mm a 1,75 mm (Obr. 8.3).



Obr. 8.3, Velikost elementů na stojině analyzovaných variant nosníků

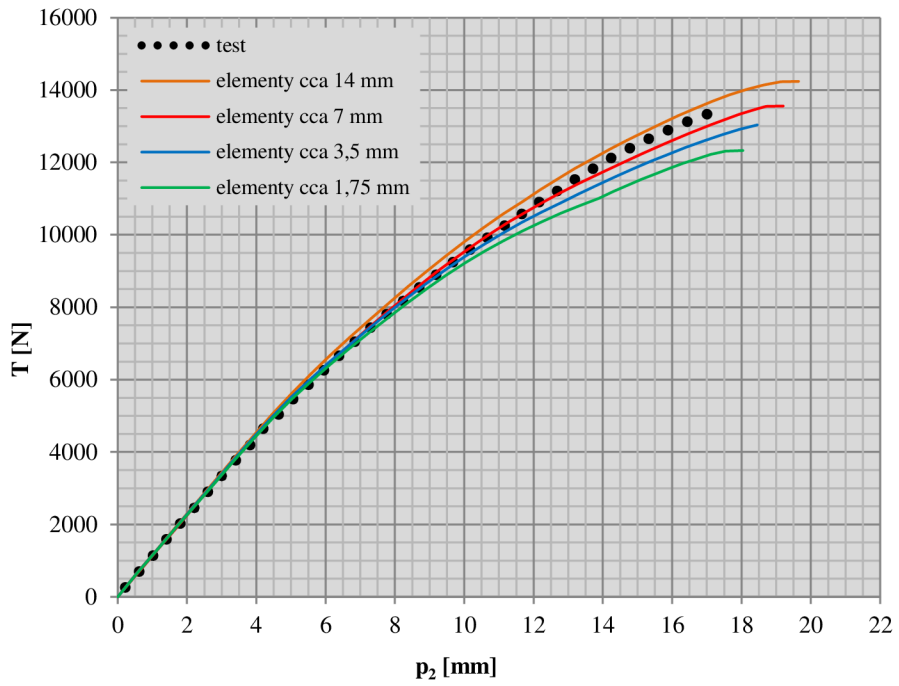
Porovnání vypočtených napěťových map jednotlivých analýz je uvedeno na Obr. 8.4. Porovnání jasně ukazuje, že použití nejhrubší sítě vede ke znatelně zkresleným výsledkům.



Obr. 8.4, Vliv velikost elementů na napěťovou mapu na povrchu stojiny (nosník 3C, T = 9850 N) (vlevo nejhrubší síť, vpravo nejjemnější síť)

Jak je udává lit. [37], pro numerickou analýzu tenkostěnných konstrukcí obecně platí obdobná pravidla jako v případě volby numerického modelu. Velikost elementů má také výrazný vliv na výsledky výpočtu. Provedená analýza ukázala, že příliš hrubá ani příliš jemná síť elementů nejsou vhodné. Příliš hrubá síť totiž nezaručuje potřebnou přesnost výsledku, zatímco příliš jemná síť je náročná na použitý hardware a výpočtový čas.

Analýza některých validačních nosníků navíc ukázala, že u příliš jemné sítě nastává další problém s konvergencí výpočtu po překročení kritického zatížení ztráty stability stojiny. Porovnání průhybu nosníku 3C s otvorem ve stojině je na Obr. 8.5. Tento obrázek v konkrétním případě jasně ukazuje vliv velikosti elementů na tuhost konstrukce a její únosnost. V oblasti elastických deformací nemá velikost elementů na výsledek analýzy prakticky žádný vliv, výrazný vliv se ale projevuje až při vzniku plastických deformací. Příliš hrubá síť vede podle očekávání k nepřesným výsledkům, neboť udává oproti testům výrazně vyšší únosnost konstrukce při zhruba odpovídající ohybové tuhosti. Avšak ani model s příliš jemnou sítí nevede oproti očekávání k přesnějším výsledkům, ale naopak k příliš nízké únosnosti i ohybové tuhosti konstrukce.



Obr. 8.5, Vliv typu numerického modelu na vypočtený průhyb nosníku 3C

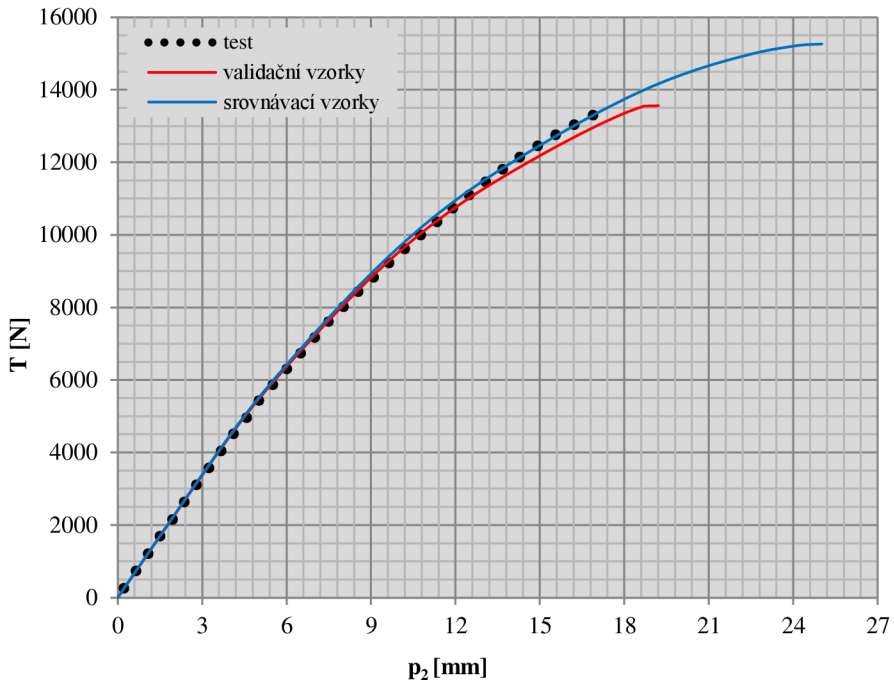
Z uvedených informací vyplývá, že stejně jako v případě volby míry zjednodušení numerického modelu je vhodné volit určitý kompromis.

8.1.3 Volba okrajových podmínek

Okrajové podmínky mají zásadní vliv na výsledky analytických i numerických výpočtů. Jejich správná volba je tedy pro dosažení korektních výsledků zásadní. Definované okrajové podmínky musí vždy co nejvěrohodněji simulovat reálné upevnění analyzované konstrukce. Za okrajovou podmínku je uvažovány i zatížení, které musí rovněž co nejvěrohodněji simulovat zatížení skutečné konstrukce.

Okrajové podmínky byly voleny tak, aby odpovídaly podmínkám při zkouškách vzorků v případě analýz experimentálně testovaných nosníků, resp. tak, aby odpovídaly reálným okrajovým podmínkám v konstrukci křídla letounu v případě nosníků srovnávacích. Způsob uložení a zatěžování testovaných nosníků je popsán v kapitole 7. Okrajové podmínky srovnávací vzorků jsou totožné jako případě nosníků testovacích, pouze s tím rozdílem, že u srovnávacích nosníků je navíc oběma pásnicím v celé jejich délce zabráněno ve vybočení ve směru normály k rovině stojiny. To proto, aby bylo lépe simulováno uchycení nosníků v konstrukci draku letounu, např. v konstrukci křídla.

Rozdíl v numericky vypočteném průhybu a únosnosti experimentálně testovaných a srovnávacích nosníků je uveden na Obr. 8.6. Obrázek ukazuje, že průhyb i únosnost testovaných nosníků je nižší než srovnávacích nosníků. To je způsobeno vybočováním tlačené pásnice ve směru kolmém na rovinu stojiny. Toto vybočování nastává při vysokých hodnotách zatížení. Je důsledkem nízké ohybové tuhosti tlačené pásnice a vede k výrazně nižší únosnosti nosníku. V analytických metodách výpočtu není toto vybočování uvažováno, a proto musejí být tyto metod porovnávány s výsledky numerických analýz srovnávacích nosníků.



Obr. 8.6, Vliv okrajových podmínek na průhyb nosníku 3C

8.1.4 Volba materiálových charakteristik

Pro dosažení dobré shody numerického výpočtu s chováním reálné konstrukce je nutné přidělit každému konstrukčnímu prvku správné materiálové vlastnosti. Získat tyto vlastnosti je však, obzvláště v nelineární oblasti závislosti zatížení-deformace, velice obtížné.

U nosníků s vysokým poměrem efektivní výšky h_e k tloušťce stojiny t, nebo nosníků se stojinou s otvory s velkým průměrem, nastávají plastické deformace (ve stojině) výrazně dříve než dojde k vyčerpání únosnosti. U takovýchto nosníků, na rozdíl od konstrukcí, jejichž statická únosnost je vyčerpána dříve než dojde k plastickým deformacím (vyztužené tlakem zatížené panely), nelze vliv nelinearity materiálu zanedbat. Proto byly u všech numericky analyzovaných nosníků materiálové charakteristiky definovány bilineární závislostí napětí-deformace. Pro duralové materiály je tento způsob popisu materiálových vlastností v nelineární oblasti dostatečně přesný.

8.1.5 Volba vhodné imperfekce

Imperfekce, neboli tvarová nedokonalost konstrukce, je specifickým problémem numerických analýz tenkostěnných konstrukcí. Dokonale rovné a přesné tvary v numerickém modelu vykazují oproti reálným konstrukcím znatelně vyšší kritické napětí ztráty stability. Proto mohou být výsledky numerických analýz tenkostěnných rovinných konstrukcí výrazně nadhodnocené oproti realitě.

Tato skutečnost, uváděná např. v lit. [37] a dalších, je charakteristická pro tenkostěnné konstrukční prvky, u nichž je dominantní složkou zatížení tlak. V leteckých konstrukcích jsou to např. stringery, potahová pole nebo vyztužené panely. Při numerické analýze takovýchto součástí může být rozdíl mezi vypočtenou a skutečnou únosností až několikanásobná. Vždy závisí na konkrétní geometrii dané konstrukce a jejím zatížení. V praxi používané imperfekce lze rozdělit do dvou skupin – na tvarové

a silové. Tvarovou imperfekcí rozumíme záměrnou úpravu tvaru daného konstrukčního prvku v modelu (zavedení jisté geometrické vady), silovou imperfekcí pak zavedení parazitních sil (imaginárních sil způsobujících nebo podporujících poruchu stability) zatěžujících právě ty prvky, u nichž nastane ztráta stability nejdříve.

Analýzy provedené v průběhu řešení dizertační práce ukázaly na fakt, že do modelů nosníků se smykem zatíženou tenkou stojinou není tyto nedokonalosti nutné implementovat. Z porovnání průhybů a únosností testovaných nosníků vypočtených pomocí MKP a naměřených při experimentech je patrné, že i bez imperfekcí bylo dosaženo dobré shody (v řádu procent). Toto porovnání je uvedeno na Obr. 8.8.

8.1.6 Volba výpočtového nástroje

V současné době lze pro numerickou analýzu technických úloh metodou konečných prvků využít celou řadu komerčně dostupných nástrojů. Mezi ty asi nejznámější patří ABAQUS, ANSYS a MSC Software. K numerickým analýzám, popisovaným v této práci, byl využit software MSC Patran a MSC Nastran. Obecně platí, že na volbě konkrétního programu nezáleží, neboť pokud jsou tyto nástroje použity správně, jsou jejich výsledky srovnatelné.

Pro řešení úloh zaměřených na stanovení kritického zatížení a únosnosti konstrukcí nosníků s tenkou stojinou se jako nejvhodnější jeví statická analýza. Vzhledem k nutnosti zohlednit značné deformace konstrukce je nutné použít nelineární analýzu. Pro numerické analýzy validačních vzorků byly použité následující výpočtové metody:

- **Lineární statická analýza (SOL 101)**

Tato analýza není pro daný typ úlohy vhodná, protože jsou její výsledky použitelné pouze v podkritické oblasti zatížení stojiny a to pouze do okamžiku vzniku plastických deformací. Únosnost nosníků s tenkou stojinou je však několikanásobně vyšší než kritické zatížení a často i vyšší než zatížení, při kterém je dosaženo meze kluzu materiálu. Z uvedených důvodů nelze tento výpočet použít k hodnocení únosnosti analyzovaných nosníků.

- **Buckling (SOL 105)**

Tento typ řešení není pro nalezení kritického zatížení při ztráty stability stojiny vhodný. Hodnoty udávané tímto výpočtem jsou oproti výsledkům analytického výpočtu o několik desítek procent vyšší. Ještě větší je pak rozdíl mezi hodnotami udávanými tímto výpočtem a výsledky nelineární statické analýzy. Je použitelný pouze pro nalezení konkrétního místa, v němž dojde ke ztrátě stability. Tento typ výpočtu není pro daný typ úlohy vhodný. Je určen především pro jednoduché konstrukce, jako jsou např. dlouhé pruty, atd.

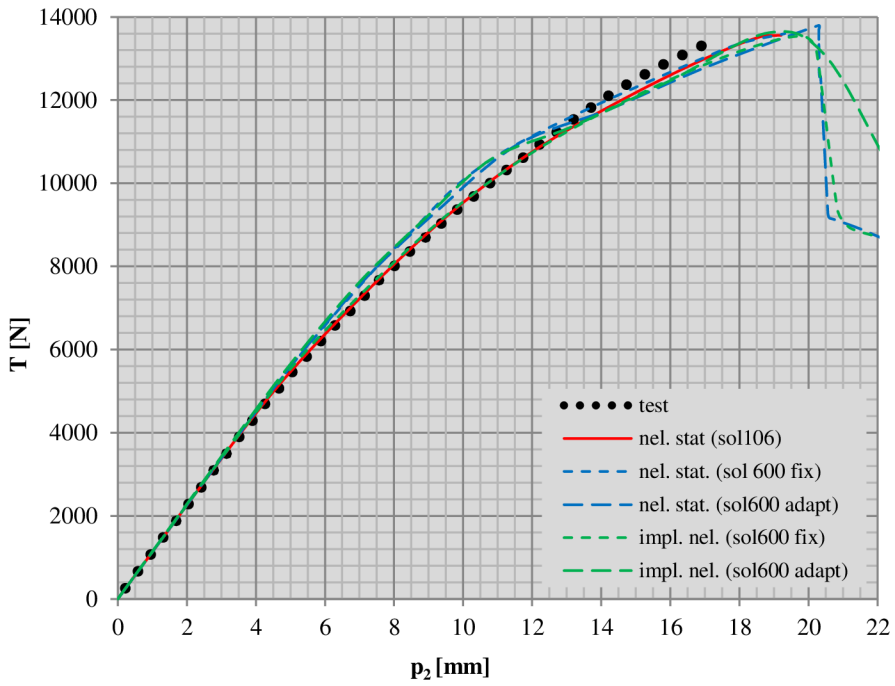
- **Nelineární statická analýza (SOL 106)**

Tato analýza je vhodná pro daný typ výpočtu, neboť dokáže zohlednit vliv velkých deformací, vznikajících po ztrátě stability stojiny, a také chování materiálu po překročení meze kluzu a vzniku plastických deformací. Její nevýhodou jsou značné nároky na použitý hardware výpočtový čas, a to obzvláště u modelů s velkým počtem elementů. Touto analýzou bylo dosaženo dobré shody s analyticky i experimentálně stanovenými daty.

- **Implicitní nelineární analýza (SOL600)**

Tato analýza byla použita pro nalezení maximálního zatížení, které je daná konstrukce schopna přenést. I obdobně jako předchozí řešení vede k poměrně přesným výsledkům při porovnatelné náročnosti na výpočtový čas, její přesnost je však v porovnání s nelineární statickou analýzou nižší a touto analýzou stanovená únosnost konstrukce je výrazně ovlivněna počtem zvolených výpočetních kroků.

Porovnání uvedených metod výpočtu je uvedeno v diagramu na Obr. 8.7. Dobré shody s měřením na skutečných vzorcích bylo dosaženo pomocí nelineární statické analýzy (SOL 106) a implicitní nelineární analýzy (SOL 600) s nastavením fixního přírůstku zatížení. Potřebný počet těchto přírůstků se v závislosti na konkrétním nosníku pohyboval v rozmezí 40 až 100. Z uvedených výpočtů vedla k nejkorektnějším výsledkům nelineární statická analýza (SOL 106).



Obr. 8.7, Vliv použitého řešiče na numerický výpočet průhybu a únosnosti nosníku 3C

Všechny validační i srovnávací nosníky byly proto analyzovány nelineárním statickým výpočtem, (SOL106) a s pevně nastaveným počtem kroků, vždy vyšším než 40.

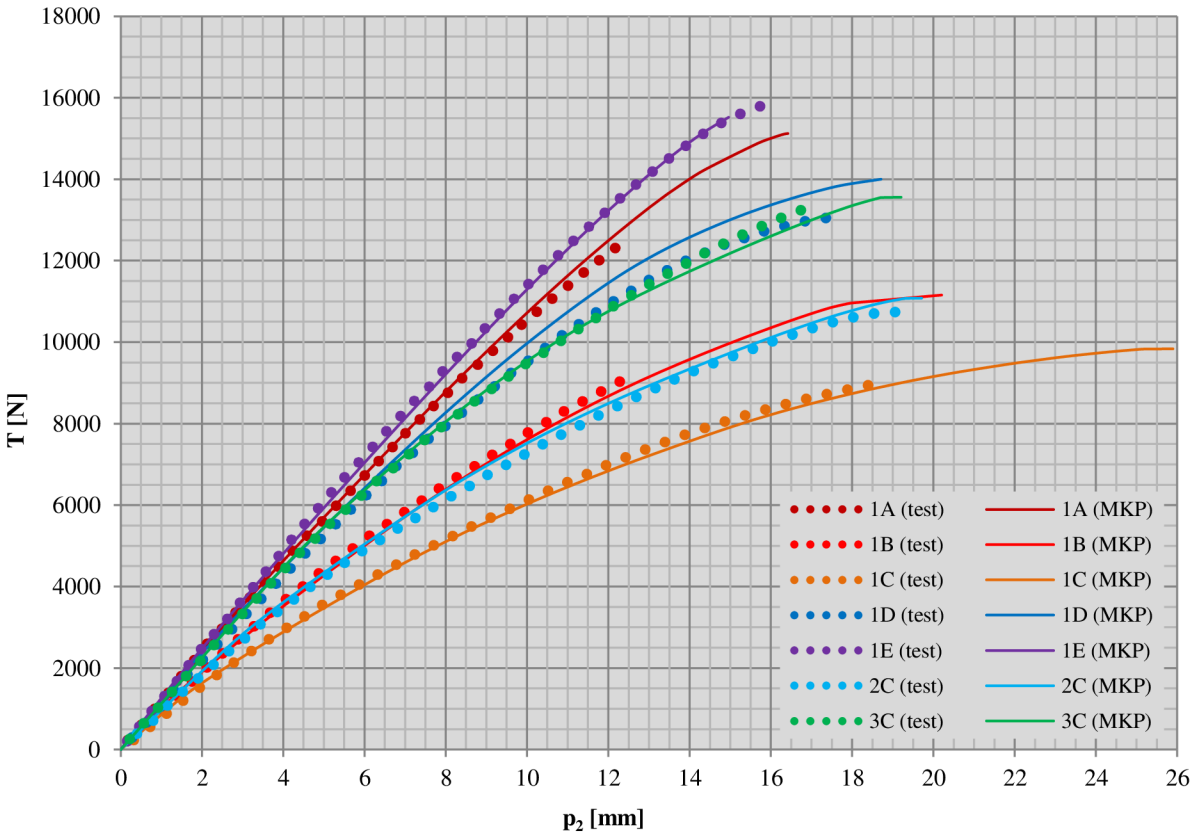
8.2 Porovnání výsledků numerické analýzy a naměřených dat

Pro vyhodnocení dat získaných pomocí numerické analýzy adekvátních modelů srovnávacích nosníků je nejprve nutné provést ověření přesnosti a použitelnosti adekvátního numerického modelu na všech experimentálně testovaných nosnících.

Je zřejmé, že numerickou analýzou není možné dosáhnout naprosto shodných výsledků jako při praktických experimentech. Numerická analýza je založena na řadě zjednodušujících předpokladů. Chování reálné konstrukce, je do značné míry ovlivněno geometrickými nepřesnostmi (odchylkami od teoretického tvaru), materiálovými nedokonalostmi, přítomností předpětí vzniklých při výrobě, přítomností koncentrátorů napětí, nepřesností spojenou s definicí okrajových podmínek (např. tuhost

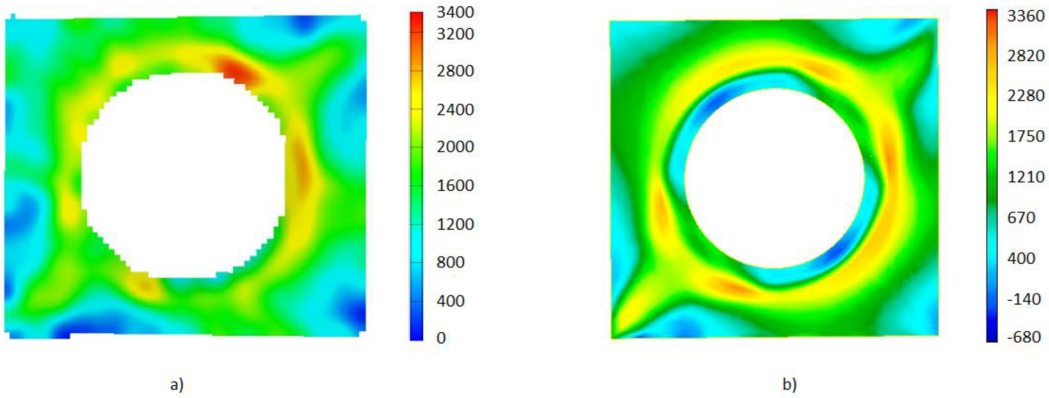
uložení a přítomnost vůlí) atd. Žádný z těchto vlivů nelze v numerickém modelu věrohodně simulovat. U většiny numerických analýz tlustostěnných součástí je tyto vlivy možné bez problémů zanedbat, protože nemají na výsledek analýzy podstatný vliv. U tenkostěnných částí konstrukcí však tato skutečnost platit nemusí. Důsledkem těchto předpokladů a zjednodušení jsou dobře patrné rozdíly v naměřených a vypočtených hodnotách. U tenkostěnných konstrukcí je vždy třeba posoudit vliv nedokonalostí na získaný výsledek a tím i relevanci získaných dat.

Na Obr. 8.8 je uvedeno porovnání průhybů všech testovaných nosníků s výsledky numerických výpočtů za použití adekvátního numerického řešení popsaného v předcházející kapitole. U většiny vzorků je numerický výpočet ohybové tuhosti zkoumaných nosníků velice blízký výsledkům provedených experimentů (s odchylkami do 4 %). Pouze u nosníku 1D je dosažená odchylka vyšší (cca do 7 %).

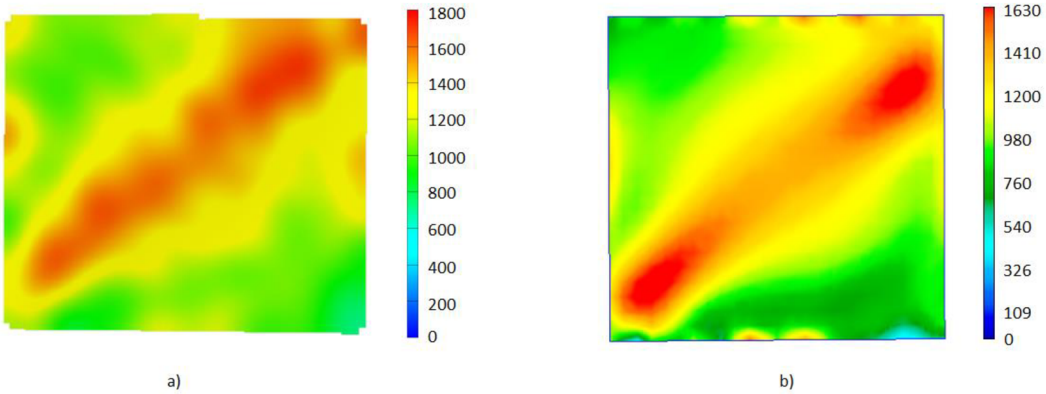


Obr. 8.8, Porovnání výsledků numerické analýzy a praktického měření

Obdobně bylo provedeno také porovnání dalších naměřených dat. Na Obr. 8.9a jsou zobrazena hlavní (major) přetvoření na povrchu stojiny nosníku 1C, naměřených systémem ARAMIS. Vedle na Obr. 8.9b je zobrazen tentýž parametr získaný numerickou analýzou. Obdobné porovnání je provedeno také pro nosníky se stojinou bez otvorů, v případě Obr. 8.10 nosníku 1A. Uvedené obrázky zachycují stav napjatosti při zatížení, při kterém vznikají ve stojině nosníku první plastické deformace. Z uvedených obrázků je patrná značná shoda mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami. Rozložení přetvoření, získaná numerickou analýzou testovaných vzorků, i jeho maximální hodnota odpovídají experimentálně získaným výsledkům. Ačkoliv se hodnoty v některých konkrétních částech stojiny liší, lze dosažené výsledky považovat za relevantní.

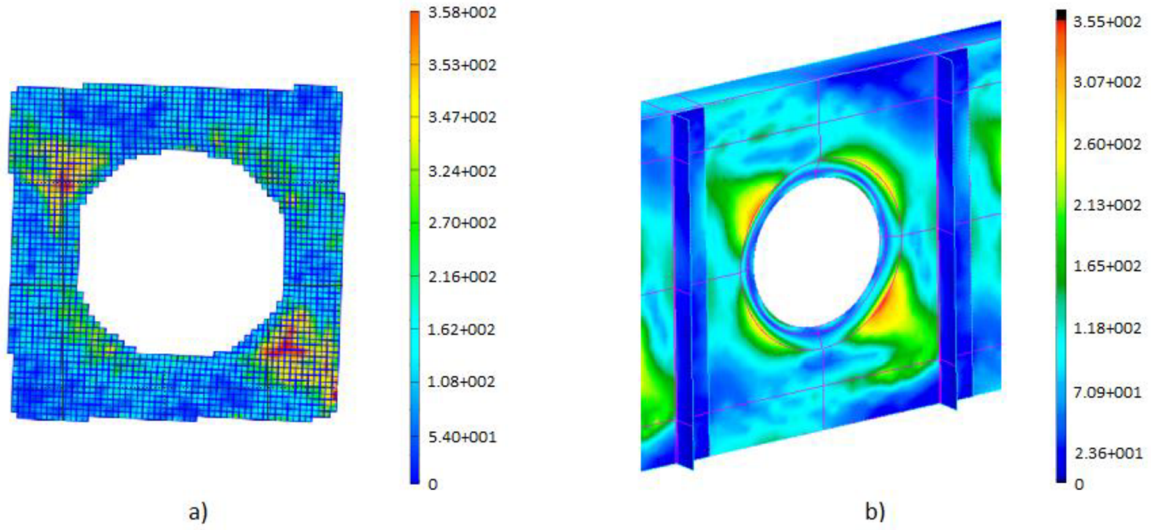


Obr. 8.9, Porovnání dat získaných: a) měřením (ARAMIS); b) numerickou simulací MKP (hlavní přetvoření na povrchu středního pole stojiny nasníku 1C [μm/m], T = 3700 N)

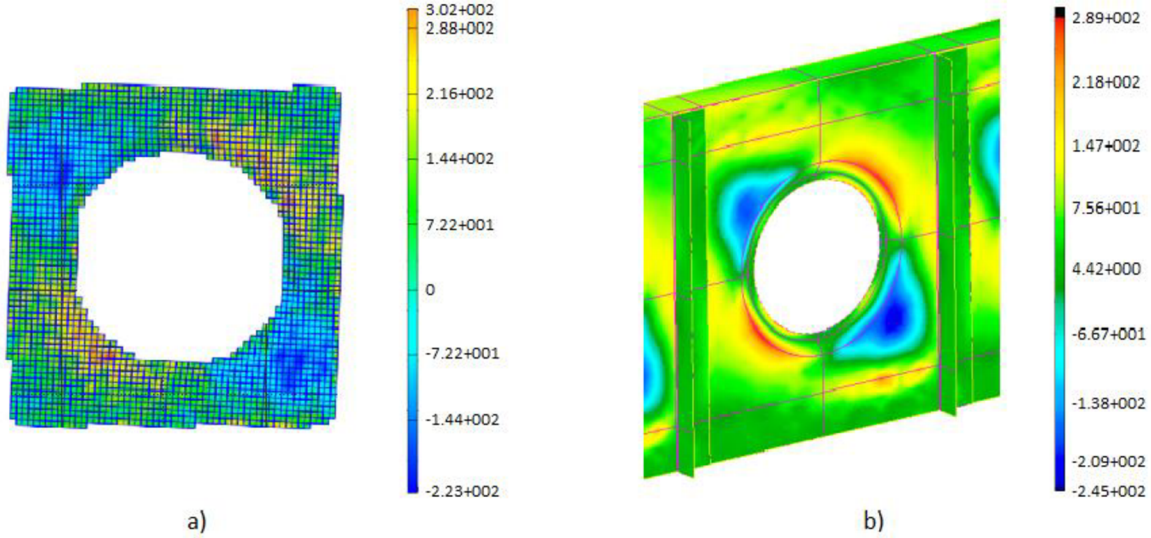


Obr. 8.10, Porovnání dat získaných: a) měřením (ARAMIS); b) numerickou simulací MKP (hlavní přetvoření na povrchu středního pole stojiny nasníku 1A [μm/m], T = 5890 N)

Obě výše uvedená porovnání udávají přetvoření na stojině na straně pásnic nosníku. Dobrou představu o napjatosti ve stojině nosníku poskytují také barevné mapy uvedená na Obr. 8.11 a Obr. 8.12. Na nich jsou uvedeny naměřená a numericky vypočtená napětí na povrchu stojiny nosníku 3C při zatížení výšším než je kritické zatížení ztráty stability stojiny, tentokrát však ze strany výztuh. I tato porovnání ilustrují velice dobrou shodu mezi vypočtenými a naměřenými hodnotami. Napětí zobrazená na těchto obrázcích odpovídají stavu zvlnění stojiny na Obr. 7.8. Tato data byla pořízena při 153 % vypočteného kritického zatížení stojiny.



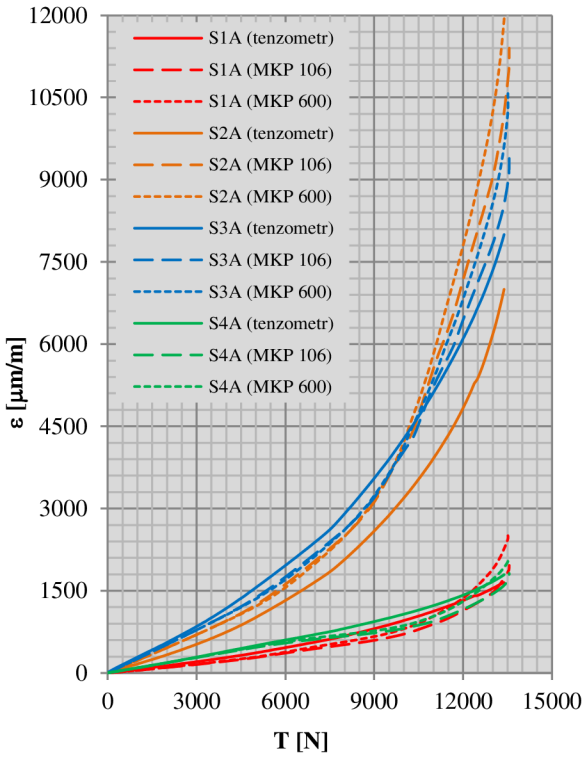
Obr. 8.11, Napětí Von Mises na povrchu středního pole zvlněné stojiny vzorku 3C (T = 7460 N)
a) naměrené pomocí zařízení ARAMIS; b) vypočtené numericky



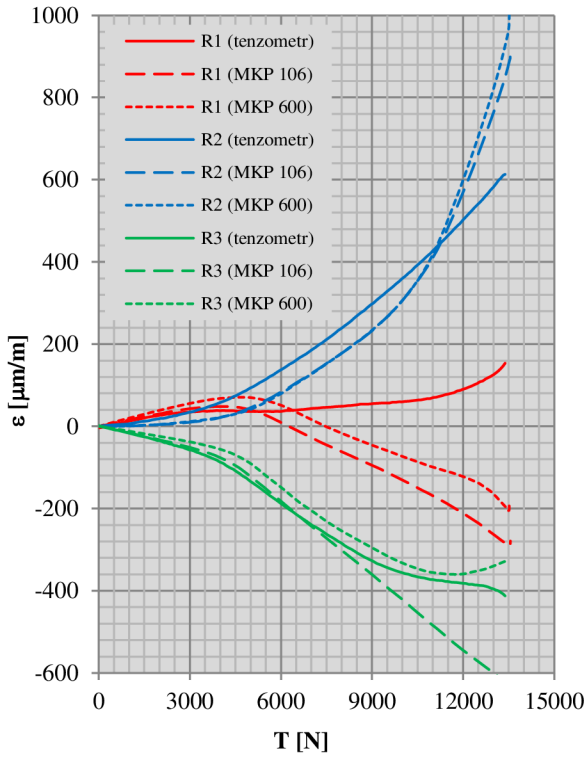
Obr. 8.12, Hlavní napětí σ_1 na povrchu středního pole zvlněné stojiny vzorku 3C (T = 7460 N)
a) naměrené pomocí zařízení ARAMIS; b) vypočtené numericky

Na testovaných nosnících bylo kromě samotné stojiny tenzometricky měřeno i přetvoření na některých dalších prvcích konstrukce. Byly zaznamenávány hodnoty přetvoření ve třech místech na výztuze (rozpěrce) a čtyřech místech na každé z obou pásnic (viz kap. 7). Porovnání tenzometricky naměřených hodnot a hodnot získaných pomocí numerické analýzy je uvedeno na Obr. 8.13 až Obr. 8.16.

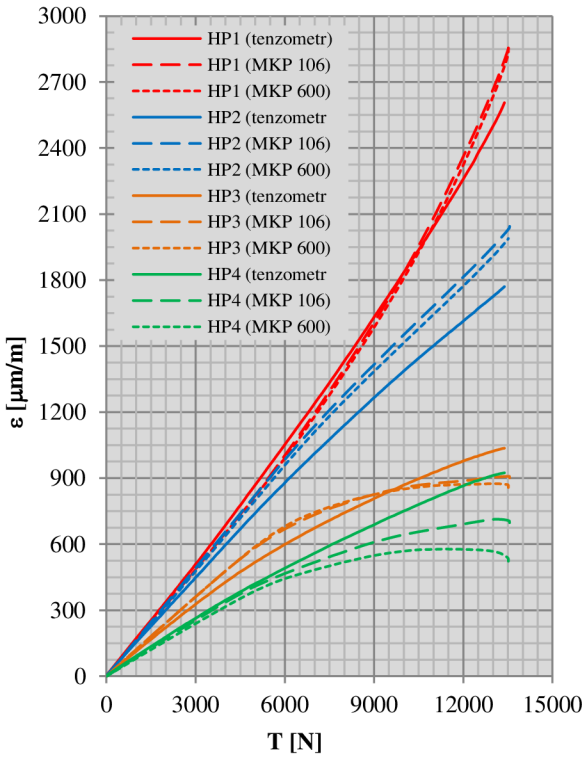
Tenzometrické měření se ukázalo jako nepříliš vhodný nástroj pro analýzu testovaných nosníků s tenkou stojinou. V některých případech bylo dosaženo značných rozdílů mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami. Zde je jako příklad uvedeno porovnání naměřených a numericky vypočtených přetvoření na konstrukci nosníku 3C. Obr. 8.13 představuje přetvoření naměřená na hlavní diagonále stojiny nosníku ze strany pásnic.



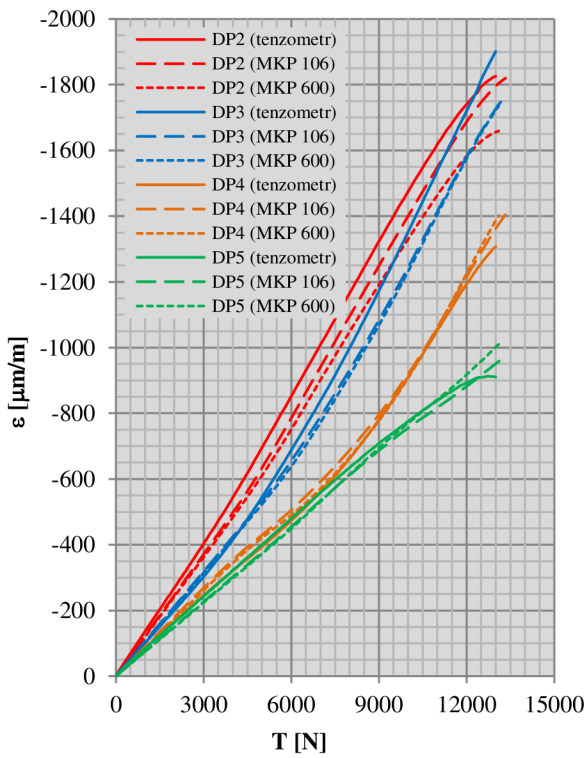
Obr. 8.13, Porovnání MKP analýzy a měření (stojina nosníku 3C)



Obr. 8.14, Porovnání MKP analýzy a měření (výztuha nosníku 3C)



Obr. 8.15, Porovnání MKP analýzy a měření (tažená pásnice nosníku 3C)



Obr. 8.16, Porovnání MKP analýzy a měření (plačená pásnice nosníku 3C)

I toto porovnání, obdobně jako v případě porovnání obou použitých měřících metod, není zcela korektní. Rovněž je ovlivněno rozdílem mezi polohou, v níž byl na vzorek nalepen tenzometr a polohou uzlového bodu sítě numerického modelu, v níž je možno získat patřičnou hodnotu přetvoření. Taktéž platí, že rozdíl je tím větší, čím větší je gradient změny přetvoření v daném místě. Při zatížení byšším něž kritickém zatížení ztráty stability stojiny je navíc rozdíl ještě výrazněji ovlivněn tvarem „zvlnění“ stojiny, který rovněž není možné ve většině případů predikovat, a proto ani simulovat. Tyto skutečnosti jsou spolu se skutečnostmi uvedenými na začátku této kapitoly příčinou znatelných rozdílů v některých hodnotách naměřených a numericky vypočtených přetvoření.

Nosník	T_{MKP} *[N]*	T_{test} *[N]*	T_{MKP} / T_{test} *[-]*	*Pozn.*
1A	15 122	12 546	120,5 %	bez poruchy
1B	11 157	9 110	122,5 %	bez poruchy
1C	9 836	9 006	109,2 %	bez poruchy
1D	14 032	13 078	107,3 %	porucha
1E	15 520	15 837	98,0 %	porucha
2C	11 079	10 739	103,2 %	porucha
3C	13 558	13 383	101,3 %	porucha

Tab. 8.1, Porovnání numericky vypočtených únosností testovaných nosníků a maximálních sil dosažených během experimentálních zkoušek

V Tab. 8.1 jsou porovnány maximální síly dosažené v průběhu praktických měření a únosnosti stanovené metodou konečných prvků. U nosníků 1E, 2C a 2C jsou obě hodnoty téměř totožné (cca do 3 %), zatímco u nosníku 1D je rozdíl až 7,3 %. Nosníky 1A, 1B a 1C nebyly testovány do zlomu, proto nelze uvedené hodnoty porovnat.

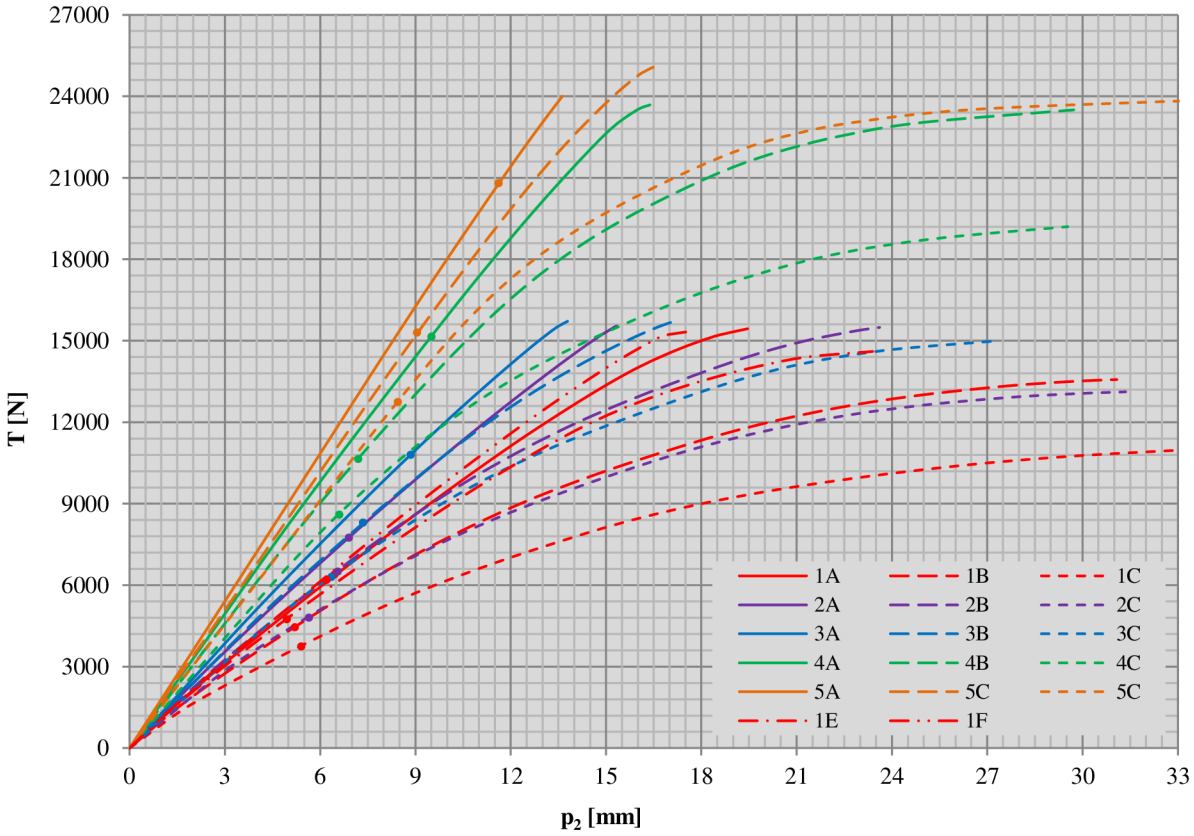
8.3 Zhodnocení použitelnosti MKP

Na základě porovnání dat získaných při praktických pevnostních zkouškách a dat získaných pomocí metody konečných prvků je možné rozhodnout o použitelnosti numerických analýz pro pevnostní výpočty nosníků s tenkou stojinou. Přestože jsou výsledky tohoto srovnání někdy i poměrně výrazně ovlivněny množstvím výše zmíněných nepřesností, je z uvedeného srovnání možno vyvodit několik základních faktů, které by měli být brány při analýzách obdobných konstrukcí v úvahu.

Numerické analýza je spolehlivou a efektivní metodou řešení nosníků s tenkou stojinou v podkritické oblasti zatížení stojiny. Při nadkritickém zatížení stojiny jsou výsledky numerické analýzy výrazně ovlivněny tvarovými nedokonalostmi skutečné konstrukce a zvoleným zjednodušením numerického modelu (adekvátní model je popsán v kap. 8.2). Drobné tvarové nedokonalosti jsou odlišné vzorek od vzorku a není je proto možné obecně popsat ani simulovat. Tyto nedokonalosti však, na rozdíl od použitého numerického modelu, výrazně neovlivňují hodnoty kritického zatížení, zatížení, při němž dochází k plastickým deformacím, ani výslednou únosnost konstrukce. Tato skutečnost byla ověřena na sedmi experimentálně testovaných nosnících. Pro dosažení reálné tuhosti konstrukce a správné stanovení zatížení, při němž dochází k plastickým deformacím (více kap. 9) je nutné zvolit vhodné zjednodušení numerického modelu. Právě míra zjednodušení modelu výsledky MKP ovlivňuje velmi výrazně. Tvarovou deformaci stojiny, způsobenou ztrátou stability, není možné na základě numerických analýz predikovat.

8.4 Numerická analýza srovnávacích nosníků

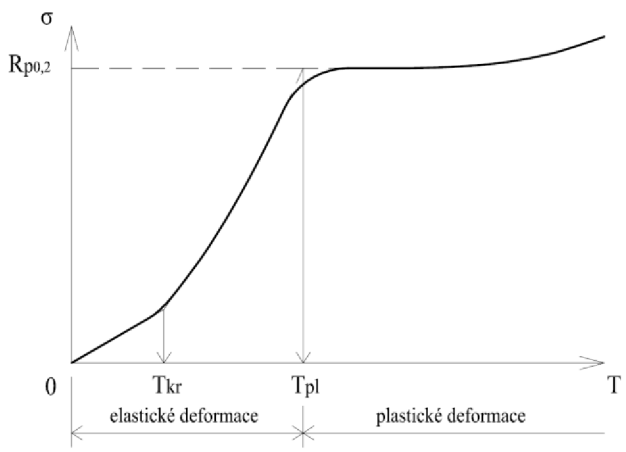
Po nalezení adekvátního numerického modelu a jeho porovnání s výsledky praktických zkoušek byl tento model použit k pevnostní analýze srovnávacích nosníků. Numericky bylo analyzováno celkem 17 odlišných konstrukcí. Jejich výčet je uveden na Obr. 8.17. Z tohoto obrázku je patrná závislost průhybu jednotlivých nosníků na přenášené posouvající síle. Nosníky se stojnou tloušťkou stojiny, tzn. se stejným číslem v označení, mají vždy shodné průřezy pásnic. Díky tomu je z průběhů dobře patrný vliv otvoru na tuhost konstrukce. V diagramu je také tečkou na příslušné křivce naznačen stav, při kterém bylo u jednotlivých konstrukcí dosaženo plastických deformací. Tyto hodnoty jsou uvedeny v Tab. 8.2.



Obr. 8.17, Numericky stanovená závislosti průhybu nosníků na aplikovaném zatížení (tečky znázorňují okamžik vzniku plastických deformací)

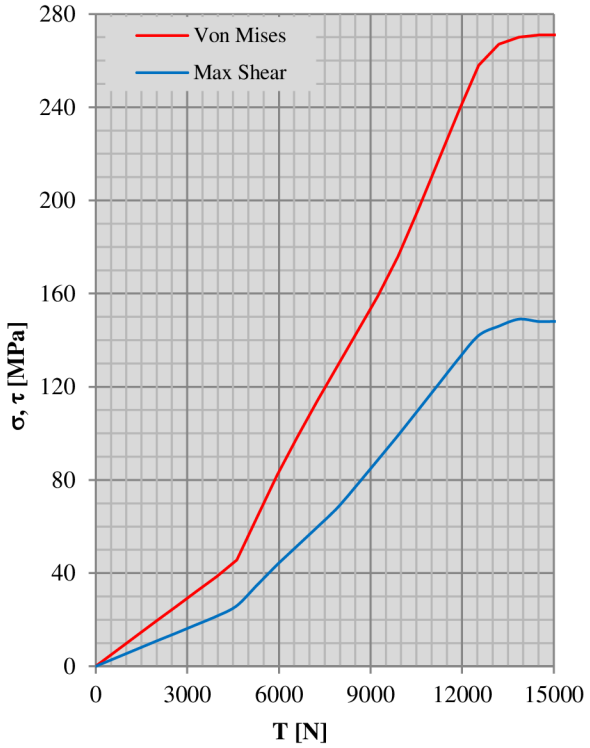
Na základě rozboru napjatosti stojin jednotlivých nosníků byly stanoveny hodnoty kritického zatížení ztráty stability stojiny a hodnoty zatížení, při kterém dochází v stojině k plastické deformaci. Způsob stanovení těchto zatížení je naznačen na Obr. 8.18. Tento obrázek zachycuje typický průběh maximálního napětí ve stojině nosníku v závislosti na velikosti posouvající síly přenášené konstrukcí.

V diagramu jsou dobře patrné dvě změny rychlosti nárůstu maximálního napětí. První z těchto změn nastává při dosažení kritického zatížení ztráty stability stojiny T_{kr}. Tato skutečnost vyplývá z poznatků uvedených v kapitole. 2.2 a je analogická se závislostí napětí σ_1 na zatížení T uvedené na Obr. 2.2 pro neúplné diagonální tahové pole. Druhá změna nastává při zatížení T_{pl}, při kterém dosáhne napětí ve stojině hodnoty meze kluzu materiálu $R_{p0,2}$. Tímto způsobem je tedy možno určit zatížení, při kterém je dosaženo trvalých deformací stojiny.

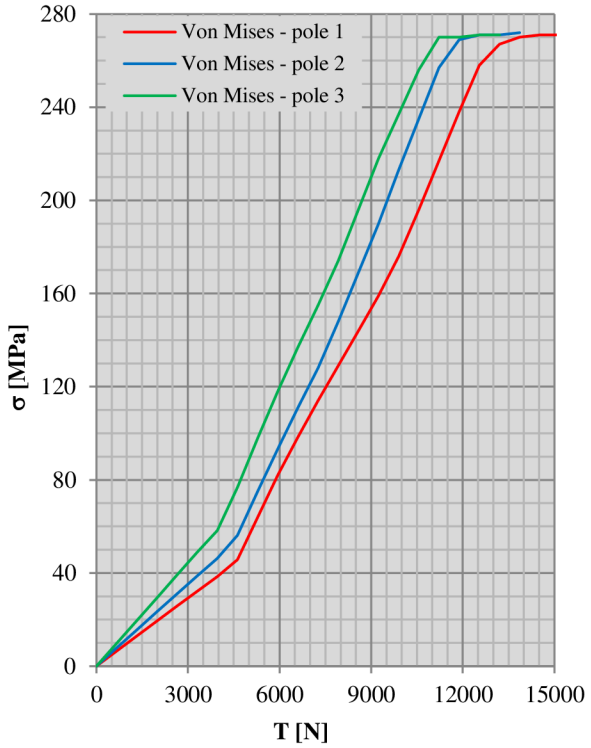


Obr. 8.18, Typický průběh nárůstu maximálního napětí ve stojině v závislosti na zatížení

Praktické příklady takto získaných závislostí jsou uvedeny na následujících obrázcích. Diagram na Obr. 8.19 zobrazuje závislost napětí Von Mises a maximálního smykového napětí Max Shear na zatížení T ve stojině nosníku 3A. Z diagramu je patrné, že obě tyto závislosti mají obdobný charakter a proto lze kteroukoliv z nich použít pro stanovení hledaných hodnot T_{kr} a T_{pl}.



Obr. 8.19, Průběh maximálních napětí ve stojině nosníku 3A



Obr. 8.20, Průběh maximálního napětí ve stojině nosníku 3A

I když se při analytických výpočtech nosníků s tenkou stojinou zanedbává zatížení stojiny způsobené ohybovou deformací nosníku (na základě nosníkové teorie, viz kapitola 4), je ve skutečnosti stav napjatosti ve stojině nosníku touto ohybovou deformací ovlivněn. Tuto skutečnost potvrzuje diagram na Obr. 8.20, který umožňuje porovnat závislosti maximálního napětí v jednotlivých polích stojiny analyzovaných nosníků (pole 1 – u okraje, pole 3 – u středu nosníku).

Hodnoty posouvajících sil T_{kr} a T_{pl}, stanovené výše uvedeným postupem, byly za účelem porovnání s hodnotami stanovenými pomocí analytických metod přepočteny na hodnoty smykových toků ve stojině q_{kr} a q_{pl}. Tyto smykové toky jsou uvedeny v Tab. 8.2. U nosníků 5B a 5C je kritické zatížení T_{kr} vyšší než zatížení, při kterém vznikají plastické deformace T_{pl}. V takovém případě není možné uvedeným postupem kritickou hodnotu zatížení stanovit.

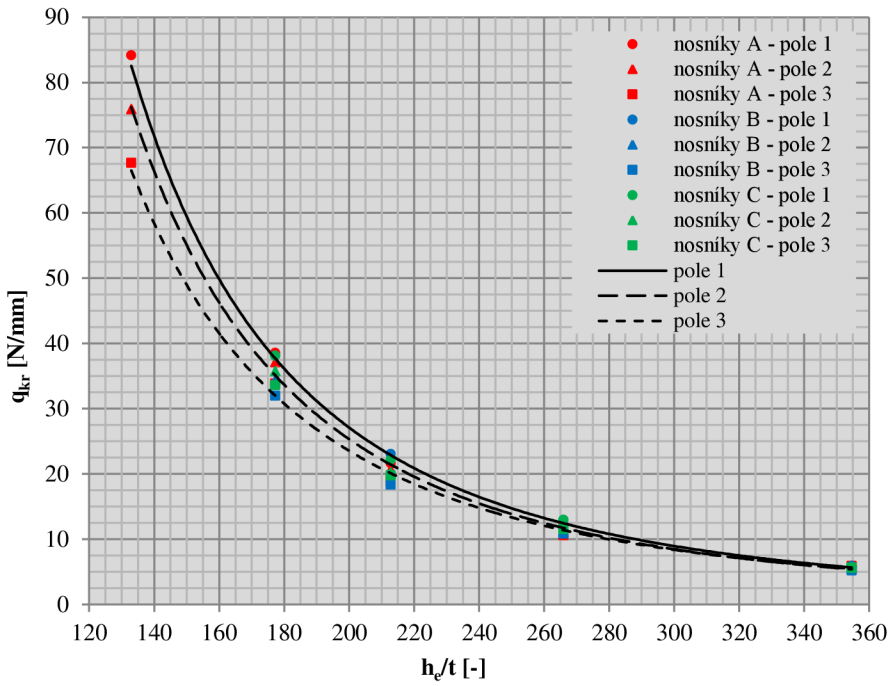
Nosník	*Kritické zatížení stojiny q_{kr} [N/mm]*			*Zatížení způsobující plastické deformace q_{pl} [N/mm]*		
	pole 1	*pole 2*	*pole 3*	*pole 1*	*pole 2*	*pole 3*
1A	5,4	5,4	5,4	30,1	28,4	26,8
1B	5,4	5,2	4,9	21,9	22,1	20,9
1C	5,2	5,2	5,2	17,6	17,6	18,8
1D	4,2	-	4,7	24,4	-	22,3
1E	5,2	5,2	5,2	35,7	30,8	29,1
2A	12,2	11,0	10,6	43,5	40,6	36,4
2B	12,9	11,3	10,8	33,4	30,5	30,5
2C	12,9	12,0	11,5	24,9	23,7	22,6
3A	21,6	20,7	18,8	30,6	54,5	50,8
3B	23,0	20,0	18,3	43,2	39,2	39,0
3C	22,1	20,2	19,7	32,7	30,1	29,6
4A	38,5	37,1	33,8	84,6	80,1	71,2
4B	38,1	34,3	32,0	55,5	50,8	50,0
4C	38,1	35,7	33,6	43,9	40,9	40,4
5A	84,1	75,9	67,7	125,5	112,8	97,7
5B	80,8	-	-	82,7	75,2	71,9
5C	-	-	-	62,0	60,6	59,9

Tab. 8.2, Kritické zatížení stojiny a zatížení při vzniku plastických deformací stanovené numerickým výpočtem

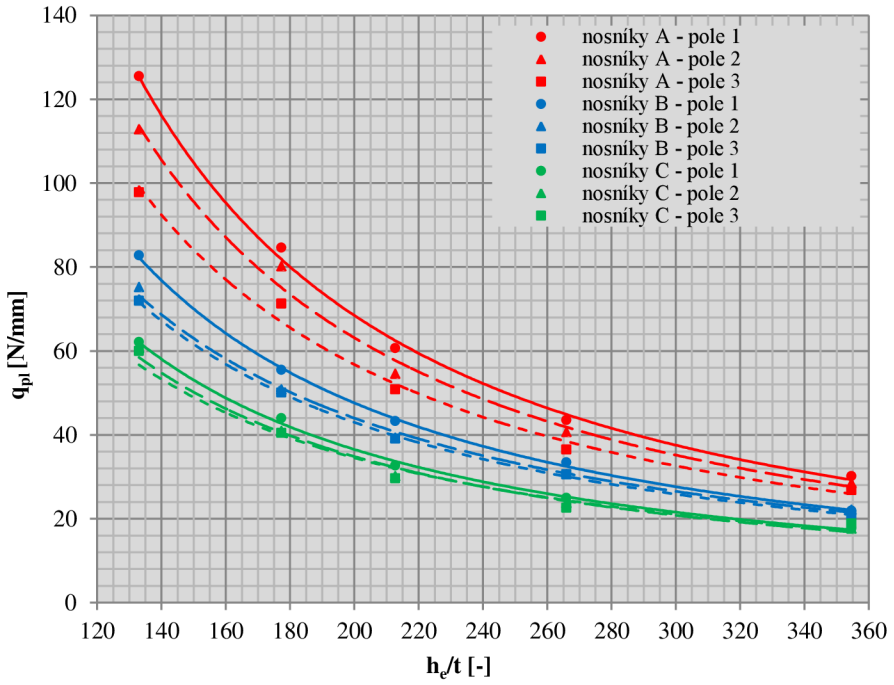
Získané hodnoty q_{kr} a q_{pl} lze graficky vyjádřit například v závislosti na bezrozměrném parametru h_e/t tak, jak je uvedeno na Obr. 8.21 a Obr. 8.22. V těchto diagramech jsou vykresleny patřičné hodnoty všech patnácti analyzovaných nosníků označených písmeny A, B a C. Tyto nosníky mají shodnou velikost pole stojiny, liší se pouze tloušťkou stojiny.

Z Obr. 8.21 je patrné, že závislost kritického zatížení ztráty stability stojiny q_{kr} na štíhlosti stojiny h_e/t má ve shodě s analytickými postupy exponenciální charakter a že toto zatížení není ovlivněno otvorem ve stojině nosníku. Tento diagram také dobře ilustruje vliv zatížení stojiny od ohybu nosníku na velikost kritického zatížení ztráty stability. Při štíhlosti stojiny h_e/t nad 250 se vliv ohybu na analyzovaných nosnících neprojevil, zatímco u nosníků s nižší štíhlostí je tento vliv patrný.

Obdobně lze hodnotit i závislost zatížení q_{pl} na štíhlosti stojiny h_e/t uvedenou na Obr. 8.22. Vykreslené závislosti mají také exponenciální charakter, ale na rozdíl od kritického zatížení q_{kr} jsou výrazně ovlivněny otvorem ve stojině nosníku. Zhodnocení vlivu otvoru na zatížení, které ve stojině vyvolá plastické deformace je uvedeno v následující kapitole. I tento diagram dobře ilustruje vliv zatížení stojiny od ohybu nosníku. Ze získaných dat vyplývá, že tento vliv je nejvýznamnější u nosníků se stojinou bez otvorů a s rostoucí relativní velikostí otvorů D/h_e postupně klesá.



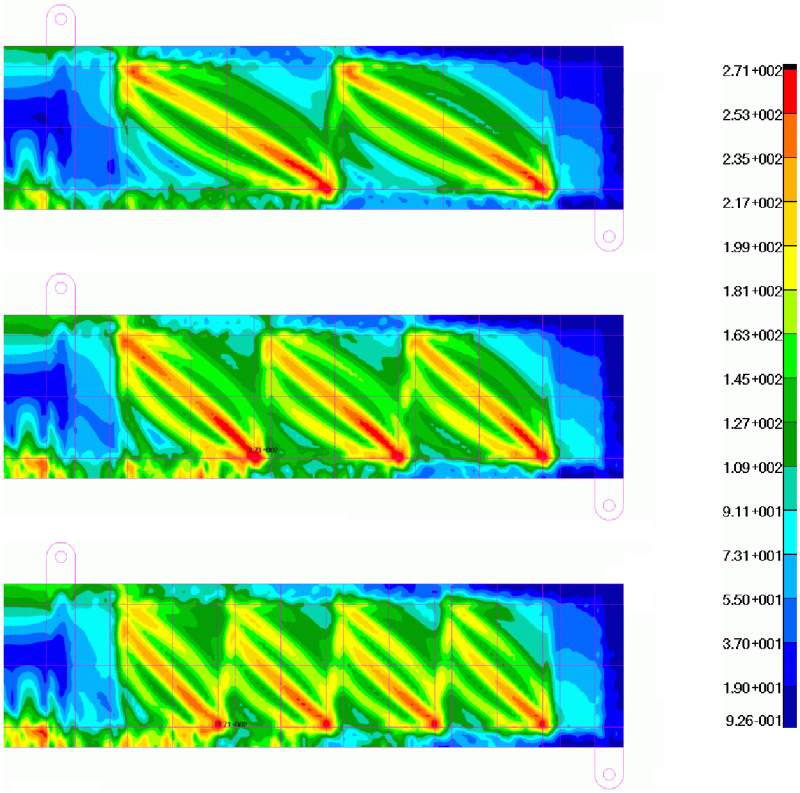
Obr. 8.21, Závislost kritického zatížení stojiny na štíhlosti stojiny



Obr. 8.22, Závislost zatížení, které vyvolá plastické deformace, na štíhlosti stojiny

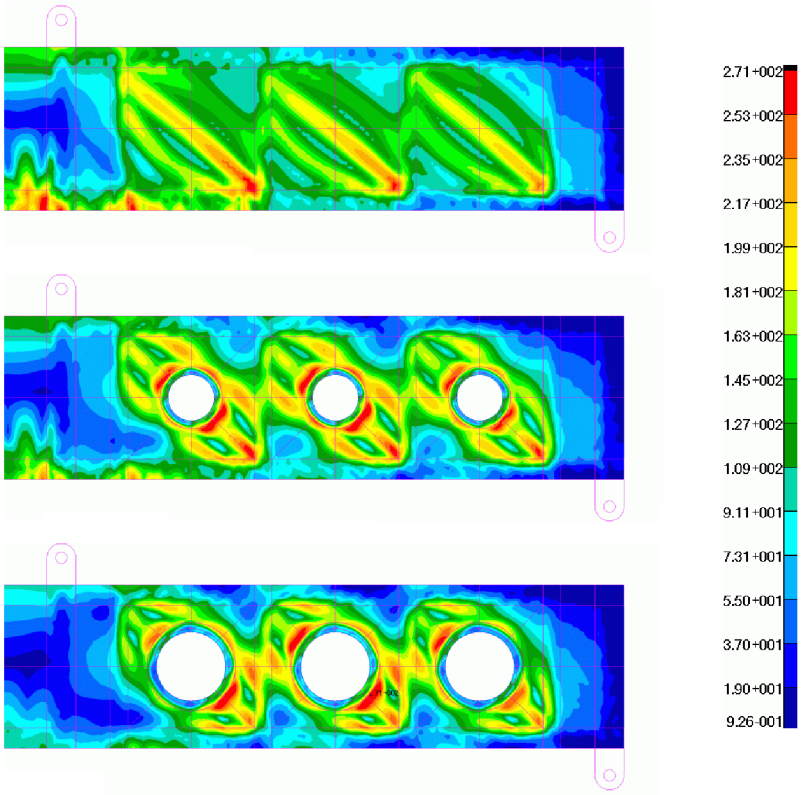
Na dalších obrázcích je vizualizováno napětí Von Mises ve stojině analyzovaných nosníků při zatížení, při kterém bylo ve stojině dosaženo plastických deformací. Jednotlivé obrázky ukazují vliv konkrétního konstrukčního parametru na napěťový stav ve stojině.

Z Obr. 8.23 je dobře patrný vliv délky pole stojiny *d* (resp. počtu výztuh) na napětí ve stojinách nosníků 1A, 1E a 1F. Délka pole stojiny má výrazný vliv na úhel sklonu diagonálního tahového pole α. Jak bylo uvedeno v kapitole 4, tento úhel je ovlivněn ohybovou deformací pásnic nosníku způsobenou přídavným namáháním od diagonálního tahu. V teoretickém případě nekonečné tuhosti pásnic je úhel α roven 45°. U reálných konstrukcí je však vlivem konečné hodnoty tuhosti pásnic nižší, zpravidla v rozsahu 35° ÷ 42°. Konstrukce, u kterých je délka pole *d* větší než efektivní výška nosníku h_e (na Obr. nosník 1E) nejsou při větších poměrech zatížení *T/Tkr* vhodné, protože vlivem přídavných zatížení od diagonálního tahového pole vznikají v pásnicích nosníku poměrně velké ohybové deformace a s nimi spojené velké druhotné ohybové momenty, které snižují celkovou únosnost nosníku v ohybu. Aby k tomuto snížení únosnosti nedošlo, musí být pásnice takovýchto nosníků na tato přídavná zatížení dimenzovány. Z hlediska úspory hmotnosti je však vhodnější volit větší počet výztuh tak, aby poměr rozměrů pole d/h_e byl menší nebo roven jedné. U konstrukcí s $d/h_e < 1$ (nosník 1F) je nutno zabránit prostupu vlny deformované stojiny do vedlejšího pole použitím výztuh s dostatečně velkým kvadratickým momentem průřezu. Ten je u těchto konstrukcí proto nutno volit vyšší než v případě konstrukcí s $d/h_e \cong 1$ (nosník 1A).

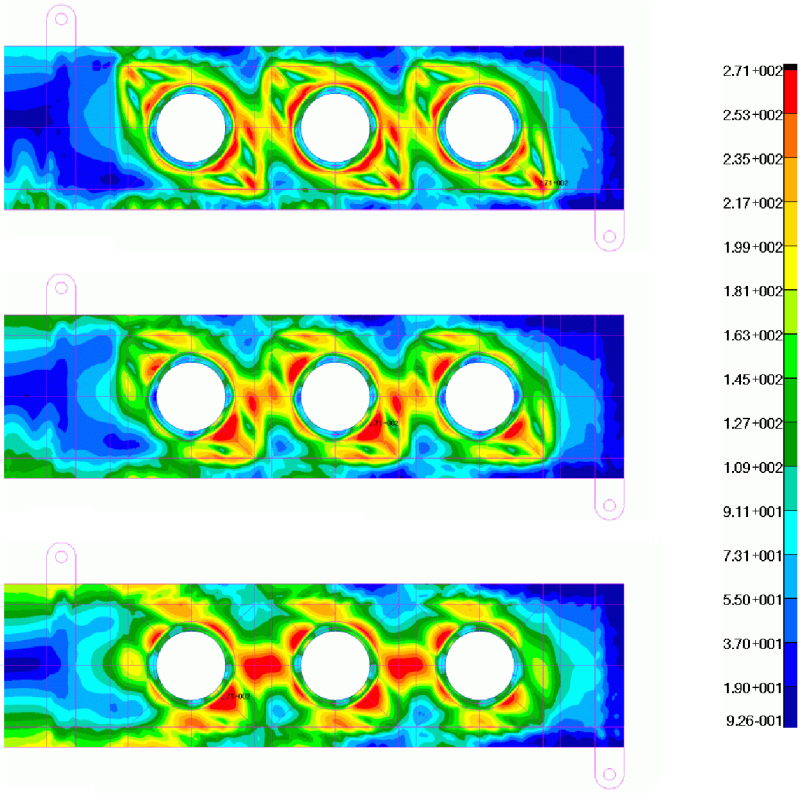


Obr. 8.23, Vliv délky pole stojiny na napětí Von Mises ve stojině nosníku při zatížení T_{pl} (shora: nosník 1E, 1A, 1F)

Obr. 8.24 zobrazuje vliv otvoru na napěťový stav ve stojině nosníků 2A, 2B a 2C. Na obrázku je jasně patrný vliv otvoru (a jeho velikosti) na oblasti vzniku prvních trvalých deformací (viz dále).



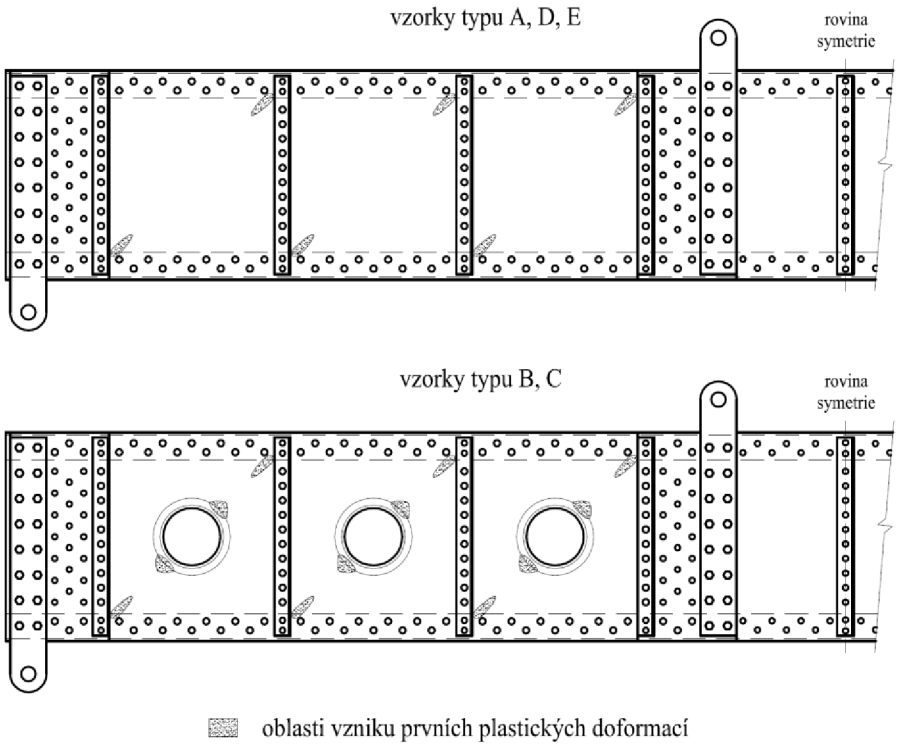
Obr. 8.24, Vliv otvoru a jeho velikosti na napětí Von Mises ve stojině nosníku při zatížení T_{pl} (shora: nosník 2A, 2B, 2C)



Obr. 8.25, Vliv tloušťky (štíhlosti) stojiny na napětí Von Mises ve stojině nosníku při zatížení T_{pl} (shora: nosník 1C, 3C, 5C)

Vliv tloušťky stojiny na napětí ve stojině analyzovaných nosníků je uvedeno na Obr. 8.25. Rozdíly v napěťových mapách jednotlivých nosníků jsou způsobeny výrazným rozdílem ve stupni vyvinutí diagonálního tahu, který lze posuzovat poměrem T_{pl}/T_{kr}. V případě nosníku 1C s tloušťkou stojiny 0,6 mm je diagonálním tahem přenášena podstatně větší část zatížení než je tomu u nosníku 5C s tloušťkou stojiny 1,2 mm. Na těchto třech nosnících s rozdílnými poměry h_e/t je také dobře patrný vliv zatížení stojiny od ohybu nosníku, zmíněný výše.

Na základě vykonaných praktických měření i numerických analýz navržených nosníků je možné definovat ta místa na povrchu stojin nosníků používaných v konstrukcích letadel, na kterých je obecně dosahováno nejvyšších hodnot napětí, resp. deformací. Podle teorie, popsané v kapitole 4, je u reálných leteckých konstrukcí, vlivem ohybové deformace pásnic, největší napětí ve stojině nosníku po překročení kritického zatížení q_{kr} a vzniku diagonálního tahového pole dosahováno na hlavní (tahové) diagonále. Tato skutečnost byla potvrzena experimentálním měřením i numerickou simulací, jak potvrzují obrázky Obr. 8.23 až Obr. 8.25. U stojin bez otvorů jsou kritickými místy oblasti, ve kterých jsou navzájem spojeny pásnice, stojina a výztuha (rozpěrka). U stojin s otvory je nutno zaměřit se kromě těchto oblastí také na okolí hran otvorů. Tyto oblasti jsou naznačeny na Obr. 8.26 a odpovídají smyslu zatížení analyzovaných nosníků, uvedenému v kapitole 7.



Obr. 8.26, Oblasti vzniku prvních plastických deformací

9 Vyhodnocení dosažených výsledků

Jedním z cílů dizertační práce bylo ověření dostupných analytických metod pro pevnostní kontrolu nosníků s tenkou stojinou. Analýza několika vybraných postupů, uvedených v kapitole 4, ukázala na značné rozdíly ve vysledcích těchto výpočetních metod. Porovnáním výsledků jednotlivých analytických výpočtů s daty získanými pomocí experimentálně ověřených numerických analýz lze posoudit adekvátnost jednotlivých metod a ověřit platnost tzv. „Švédského výzkumu“. První část této kapitoly je zaměřena právě na toto porovnání. Ve druhé části je uveden rozbor a vyhodnocení získaných dat.

9.1 Porovnání analytických metod a numerického výpočtu

Pro hodnocení shody mezi predikcí chování srovnávacích nosníků na základě numerickým analýz (MKP) s výsledky analytických metod byly porovnány tyto parametry:

1) kritické zatížení ztráty stability stojiny
2) zatížení, při které vzniká ve stojině nosníku první trvalá deformace
3) únosnost stojiny

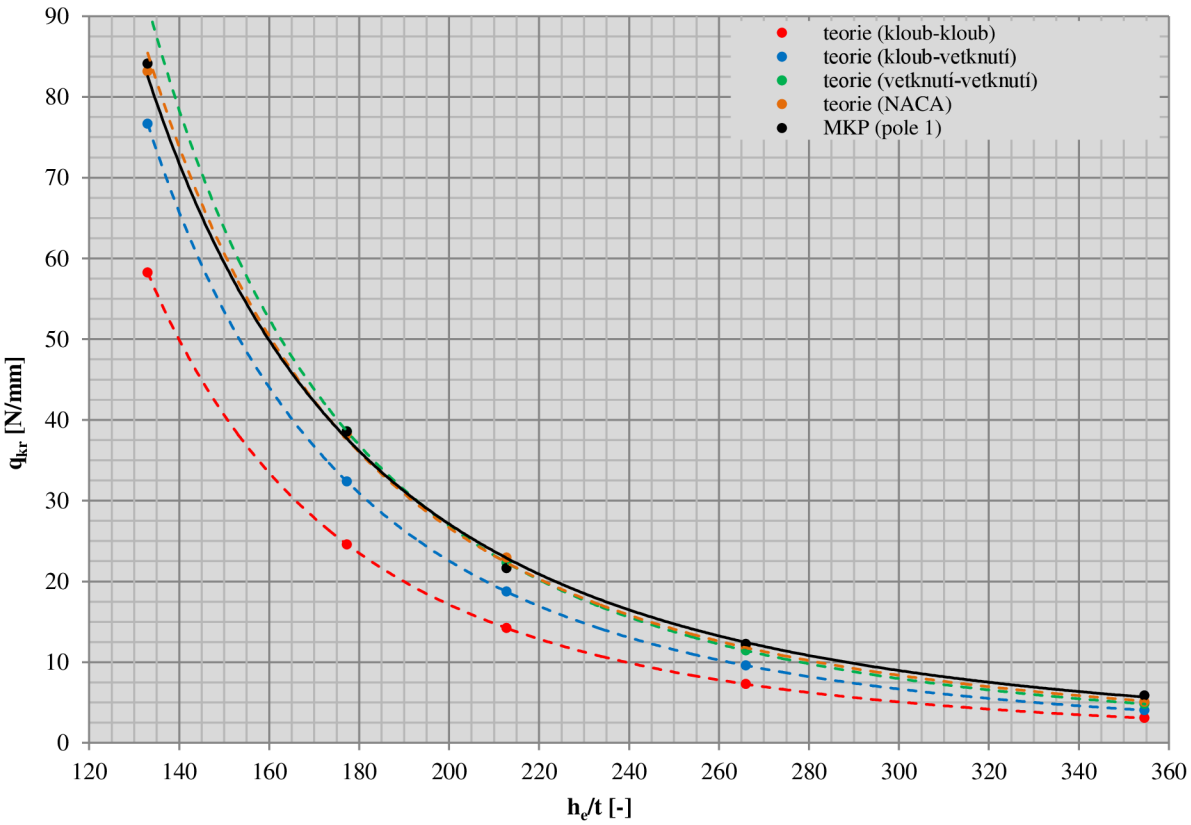
9.1.1 Kritické zatížení ztráty stability stojiny

Porovnání tohoto parametru je uvedeno na Obr. 9.1. Zachycuje závislost kritického smykového toku ve stojině q_{kr} na její štíhlosti h_e/t pro tři idealizované případy uložení stojiny. V tomto diagramu jsou dále uvedeny analyticky vypočtené hodnoty získané postupem, který respektuje tuhost uložení stojiny ve skutečné konstrukci nosníku ($q_{kr,NACA}$). Vypočtené hodnoty jsou uvedeny v Tab. 9.1. Tyto hodnoty byly stanoveny dle postupů popsaných v kapitole 4.

Nosník	$q_{kr\ kl\text{-}kl}$ [N/mm]	$q_{kr\ kl\text{-}ve}$ [N/mm]	$q_{kr\ ve\text{-}ve}$ [N/mm]	$q_{kr\ NACA}$ [N/mm]
1A-C	3,1	4,0	4,8	5,1
1D	2,2	3,4	3,6	4,3
1E	4,5	5,1	7,3	6,8
2A-C	7,3	9,6	11,4	11,9
2D	5,3	8,1	8,6	10,1
2E	10,6	12,1	17,4	16,0
3A-C	14,2	18,7	22,3	22,9
3D	10,3	15,9	16,9	19,5
3E	20,8	23,7	33,9	30,5
4A-C	24,6	32,3	38,6	38,2
4D	17,9	27,5	29,1	32,8
4E	35,9	40,9	58,6	50,2
5A-C	58,2	75,2	91,4	83,2
5D	42,3	65,1	69,0	75,8
5E	85,2	97,0	138,9	101,6

Tab. 9.1, Kritická zatížení ztráty stability stojiny stanovená pomocí teoretických metod výpočtu

Mezi idealizovanými případy uložení stojiny bylo uvažováno kloubové uložení všech hran ($q_{kr,kl-kl}$), vetknutí všech hran ($q_{kr,ve-ve}$) a vetknutí kratší hrany přiléhající k pásnici a kloubové uložení delší hrany u výztuh ($q_{kr,kl-ve}$). Vzhledem ke skutečnosti, že data získaná vyhodnocením výsledků MKP analýz jsou ovlivněna ohybovou deformací nosníku (viz předcházející kapitola), která však není v analytických postupech uvažována, jsou tato data porovnávána s hodnotou kritického zatížení, získanou vyhodnocením okrajového pole stojiny, které je tímto efektem, vzhledem k velikosti ohybového momentu v této části analyzovaných nosníků, ovlivněno pouze minimálně.



Obr. 9.1, Porovnání teoreticky stanovených a numericky vypočtených kritických zatížení ztráty stability stojiny

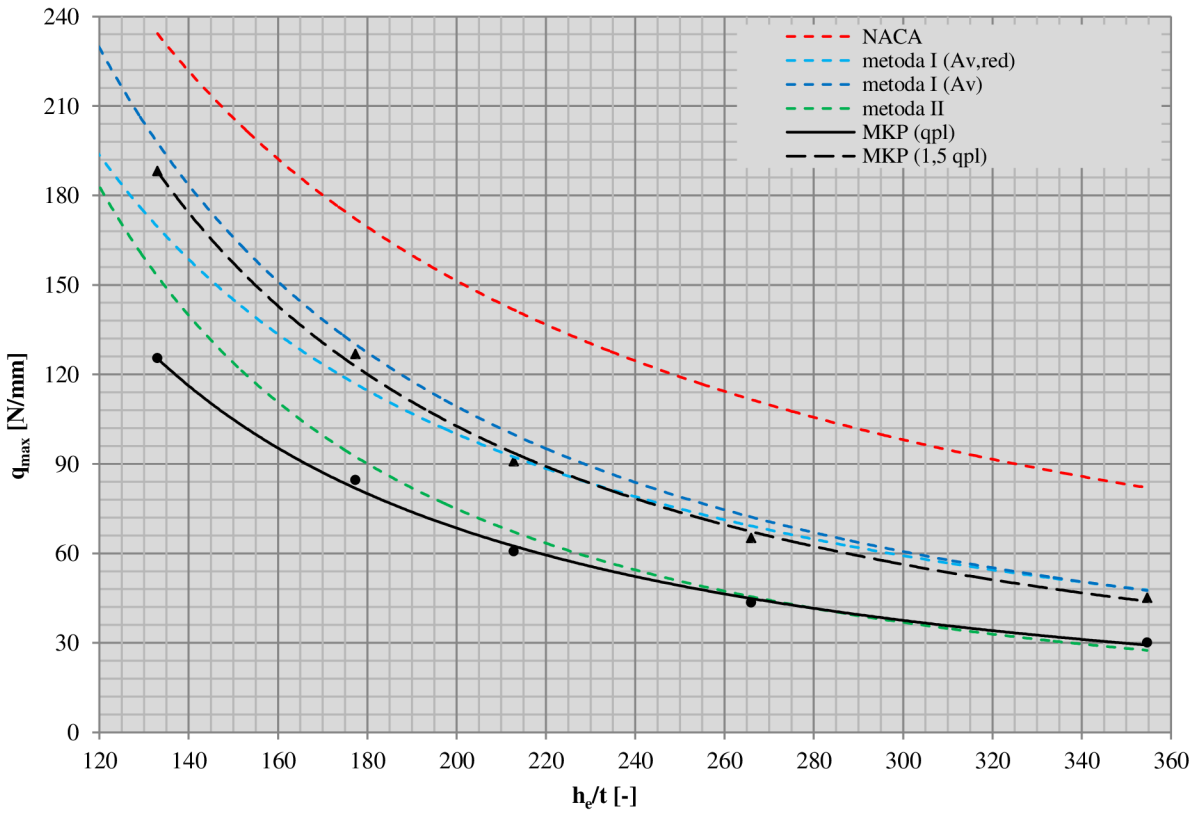
V diagramu je dobře patrný značný rozdíl mezi výsledky jednotlivých způsobů stanovení kritického zatížení stojiny a jasně z něj vyplývá, že pro pevnostní analýzu nosníků s tenkou stojinou je nejvhodnější volit postup NACA. Téměř srovnatelné přesnosti lze u stojin se štíhlostí h_e/t větší než 150 dosáhnout i při uvažování stojiny jako stěny vetknuté na všech hranách (u pásnic i u výztuh). U ostatních způsobů stanovení kritického zatížení stojiny může nepřesnost ve stanovení této hodnoty výrazně zkreslit výsledky analytických výpočtů přídavných zatížení všech částí nosníku od diagonálního tahového pole. Tyto postupy vedou sice ke konzervativnějším výsledkům, z hlediska úspory hmotnosti je však není jejich použití vhodné.

9.1.2 Vznik plastických deformací a únosnost stojiny

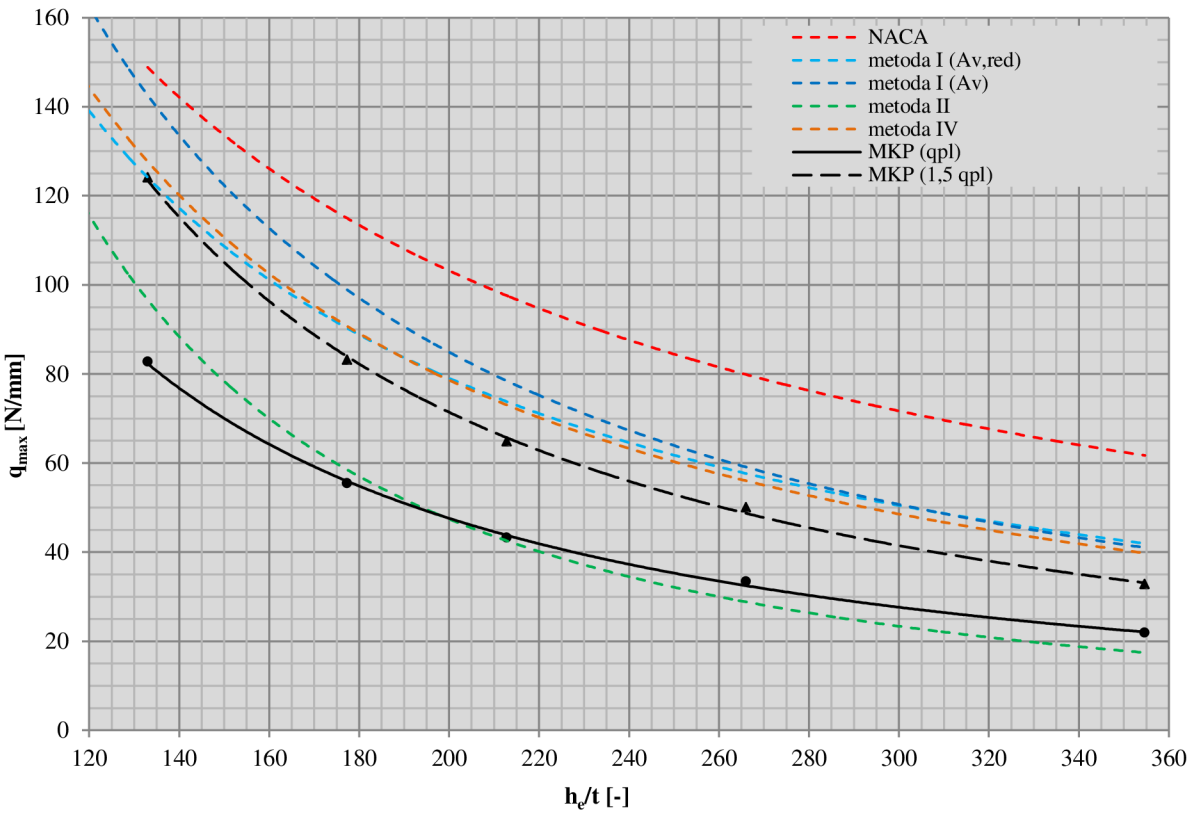
Stejným způsobem jako kritické zatížení ztráty stability stojiny je možno porovnat také analytickými postupy stanovené únosnosti (viz kapitola 4 a kapitola 6) s hodnotami zatížení, při kterém došlo u analzovaných nosníků k plastickým deformacím stojiny, získanými numerickou

simulací. Vypočtené hodnoty jsou zakresleny v digramech na Obr. 9.2 až Obr. 9.4. Pro sestavení diagramů byly použity analyticky stanovené hodnoty z Tab. 6.1 a hodnoty zatížení, při kterém nastává ve stojině nosníku plastická deformace z Tab.8.2, platné, z důvodu uvedeného výše, pro okrajové pole nosníku. Jednotlivé diagramy dávají dobrou představu o shodě analyticky a numericky vypočtených hodnot. V Obr. 9.2 jsou vyneseny výsledky výpočtů nosníků se stojinou bez otvorů (ozančených symbolem „A“), v Obr. 9.3 jsou výsledky nosníků se stojinou s otvory o relativní velikosti D/h_e = 0,28 (označených písmenem „B“) a v Obr. 9.4 výsledky nosníků se stojinou s otvory o relativní velikosti D/h_e = 0,47 (označené písmenem „C“).

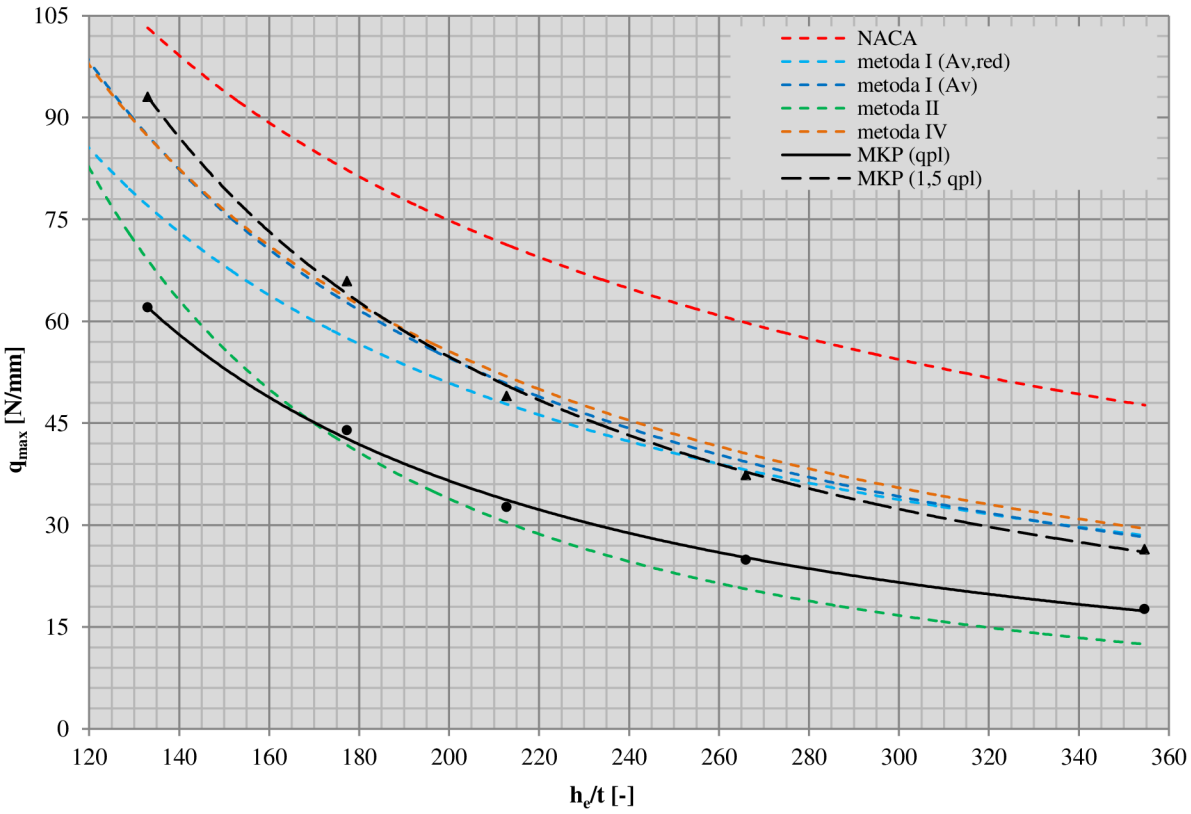
V kapitole 6 již bylo uvedeno, že kromě postupu NACA není u žádné z uvedených analytických metod zřejmé, jakým způsobem byla jimi udávaná únosnost stojiny definována, resp. k jaké povaze poruchy při udávaném zatížení na mezi únosnosti dochází. Pouze o metodice NACA je známo, že udává zatížení, při kterém dochází k roztržení stojiny v nýtové řadě spojení s pásnicemi. V tomto případě se tedy jedná o poruchu materiálovou. Materiálová porucha ale není jediným kritériem vhodným pro hodnocení pevnosti tenkých stojin nosníků v konstrukcích letadel. Dalším neméně důležitým kritériem, které je nutno brát při návrhu těchto konstrukcí v úvahu, je požadavek na zamezení vzniku trvalých deformací v situacích, které mohou nastat v průběhu provozování letounu. Kromě výše uvedených kritérií může být maximální dovolené zatížení nosníku (resp. stojiny) dále redukováno s ohledem na požadovanou životnost konstrukce letounu. Pevnostní analýza nosníku s ohledem na životnost konstrukce je však velmi rozsáhlá problematika, která spadá mimo rámec této dizertační práce.



Obr. 9.2, Porovnání teoreticky stanovených únosností s numericky vypočteným zatížením, při kterém vznikají ve stojině plastické deformace (platí pro nosníky „A“)



Obr. 9.3, Porovnání teoreticky stanovených únosností s numericky vypočteným zatížením, při kterém vznikají ve stojině plastické deformace (platí pro nosníky „B“)



Obr. 9.4, Porovnání teoreticky stanovených únosností s numericky vypočteným zatížením, při kterém vznikají ve stojině plastické deformace (platí pro nosníky „C“)

Z požadavků vztahující se na konstrukci nosníků jako součástí draků letounů vyplývají (při zanedbání požadavků na životnost konstrukce) dvě základní skutečnosti [28]. Zaprvé je požadováno, aby při „provozním zatížení“ nevznikly v konstrukci plastické deformace. A za druhé musí být konstrukce navržena tak, aby byla schopna po dobu minimálně tří sekund přenést zatížení „početní“, které je v případě duralových konstrukcí nosíků rovno 150 % „provozního zatížení“. Obě uvedená kritéria musí být bezpodmínečně splněna. Termínem „provozní zatížení“ je označováno maximální zatížení, které se může v konstrukci při provozování letounu vyskytnout. Toto zatížení je stanoveno jednotlivými požadavky použitého Předpisu letové způsobilosti. Při návrhu nebo pevnostní kontrole konstrukce draku letounu, součástí které jsou také nosníky s tenkou stojinou, postupujeme tak, že z „provozního zatížení“ stanovíme zatížení „početní“ a s ním pak provádíme pevnostní výpočty.

Z Obr. 9.2 až Obr. 9.4 je zřejmé, že u nosníků se štíhlostí stojiny h_e/t vyšší než 130, nastává trvalá deformace při zatížení výrazně nižším než odpovídá mezi pevnosti materiál, které udává postup NACA. Při uvážení skutečností vyplývajících z předcházejícího odstavce, lze konstatovat, že materiálová porucha není u analyzovaných nosníků vhodným kritériem pro stanovení únosnosti stojiny. Naopak, vzhledem k požadavkům předpisů pro stavbu letadel a filozofii pevnostních výpočtů leteckých konstrukcí, je vhodné definovat únosnost stojiny nosníku jeden a půl násobkem zatížení, při kterém ve stojině vzniká plastická deformace. Tuto definici lze popsat vztahem (9.1).

$$q_{\max} = 1{,}5\ q_{pl} \tag{9.1}$$

Na základě porovnání takto numerickou analýzou získaných a experimentálně ověřených hodnot q_{max} s hodnotami získanými pomocí dostupných analytických metod lze pro konstrukce nosníků se stojinou o štíhlosti h_e/t od 130 do 350 vyvodit následující závěry:

- Postup NACA je vhodný pouze pro hodnocení statické pevnosti stojiny, při kterém dojde k poruše vlivem překročení meze pevnosti materiálu. Lze jej použít v případech, kdy není nutno brát v úvahu vznik plastických deformací. Z diagramů lze usuzovat, že tento postup je vhodný pro hodnocení únosnosti stojin s přihlédnutím k plastickým deformacím pouze u stojin se štíhlostí přibližně $h_e/t < 100$.
- Metoda IV, která je určena pouze pro nosníky s otvory ve stojině, dává velmi dobrou shodu s numericky vypočtenými hodnotami q_{max}. Tato metoda je navíc využitelná v širokém rozsahu štíhlostí h_e/t (až do stíhlosti 1 500).
- Metoda I (tzv. Švédský výzkum“) je oproti předcházející metodě vhodná pro stojiny s otvory i bez otvorů. V rozsahu $h_e/t < 250$ dosahuje varianta, ve které je do výpočtu zahrnuta skutečná plocha výztruhy A_V, oproti variantě s redukovanou plochou výztuhy A_{Vred}, lepší shody s hodnotami únosnosti q_{max} získanými dle vztahu (9.1).
- Metoda II naopak udává v řešeném rozsahu h_e/t v porovnání s ostatnímy analytickými metodami nejmenší hodnoty únosnosti. Hodnoty, udávané touto metodou, jsou v řešeném rozsahu štíhlostí stojiny, oproti hodnotám stanoveným dle vztahu (9.1), nižší o cca 30 %.

Lze konstatovat, že metoda I („Švédský výzkum“ se zahrnutím skutečné plochy výztuhy) a metoda IV ze všech porovnávaných analytických metod v celém zkoumaném rozsahu h_e/t nejlépe korespondují s numericky stanovenými hodnotami únosnosti q_{max}. Metoda I je oproti metodě IV univerzálnější, protože je použitelná jak pro stojiny s otvory tak i pro stojiny bez otvorů. Výhodou metody IV je zase její použitelnost v širším rozsahu štíhlostí h_e/t.

9.2 Rozbor dalších výsledků provedených analýz

Za použití dat, získaných numerickou analýzou srovnávacích nosníků, byla provedena parametrická studie zkoumající vliv některých konstrukčních parametrů (např. relativní velikost otvoru ve stojině D/h_e, štíhlost stojiny h_e/t aj.) na kritické zatížení stojiny T_{kr}, na zatížení, při kterém vzniká ve stojině plastická deformace T_{pl}, a na vzájemný vztah těchto dvou hodnot.

Také zde jsou, z důvodů uvedených v předcházející kapitole, vyhodnocována pouze data získaná z okrajových polí analyzovaných nosníků. Hodnoty uvedených zatížení jsou spolu s jednotlivými níže popsanými parametry uvedeny v Tab. 9.2 a graficky vyjádřeny v diagramech na Obr. 9.5 až Obr. 9.10. Konstrukční parametry jsou pro jednotlivé nosníky uvedeny v kapitole 5 v Tab. 5.2.

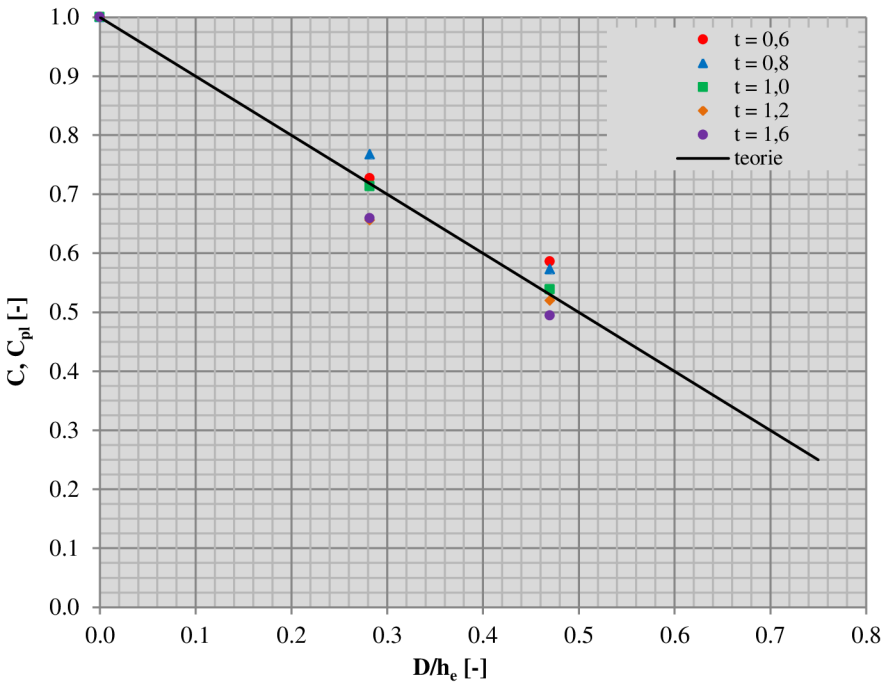
Nosník	T_{kr} [N]	T_{pl} [N]	C_{kr} [-]	C_{pl} [-]	C [-]	T_{kr}/T_{pl} [-]	$(T_{kr}/T_{pl})/C$ [-]	T_{pl}/C [N]
1A	1 250	6 400	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	6 400
1B	1 250	4 650	0,92	0,78	0,72	0,27	0,19	6 476
1C	1 200	3 750	1,00	0,66	0,53	0,32	0,17	7 074
1D	1 000	5 200	-	-	-	-	-	-
1E	1 200	7 600	-	-	-	-	-	-
2A	2 600	9 250	1,00	1,00	1,00	0,28	0,28	9 250
2B	2 750	7 100	1,02	0,84	0,72	0,39	0,28	9 888
2C	2 750	5 300	1,09	0,62	0,53	0,52	0,28	9 999
3A	4 600	12 900	1,00	1,00	1,00	0,36	0,36	12 900
3B	4 900	9 200	0,98	0,77	0,72	0,53	0,38	12 813
3C	4 700	6 950	1,05	0,58	0,53	0,68	0,36	13 111
4A	8 200	18 000	1,00	1,00	1,00	0,46	0,46	18 000
4B	8 100	11 800	0,94	0,70	0,72	0,69	0,49	16 434
4C	8 100	9 350	0,99	0,57	0,53	0,87	0,46	17 639
5A	17 900	26 700	1,00	1,00	1,00	0,67	0,67	26 700
5B	17 200	17 600	-	0,74	0,72	0,98	0,70	24 511
5C	-	13 200	-	0,61	0,53	-	-	24 902

Tab. 9.2, Přehled vypočtených parametrů

Parametry C_{kr} a C_{pl} jsou koeficienty vyjadřující vliv otvoru na velikost kritického zatížení ztráty stability stojiny T_{kr}, respektive zatížení při kterém vznikají plastické deformace T_{pl}. Koeficient C_{pl} je možno použít k hodnocení vlivu otvoru na únosnost stojiny, stanovené na základě numerických analýz podle vztahu (9.1). Tato hodnota by měla přibližně odpovídat teoretické hodnotě koeficientu C vypočteného pomocí vztahu (9.2):

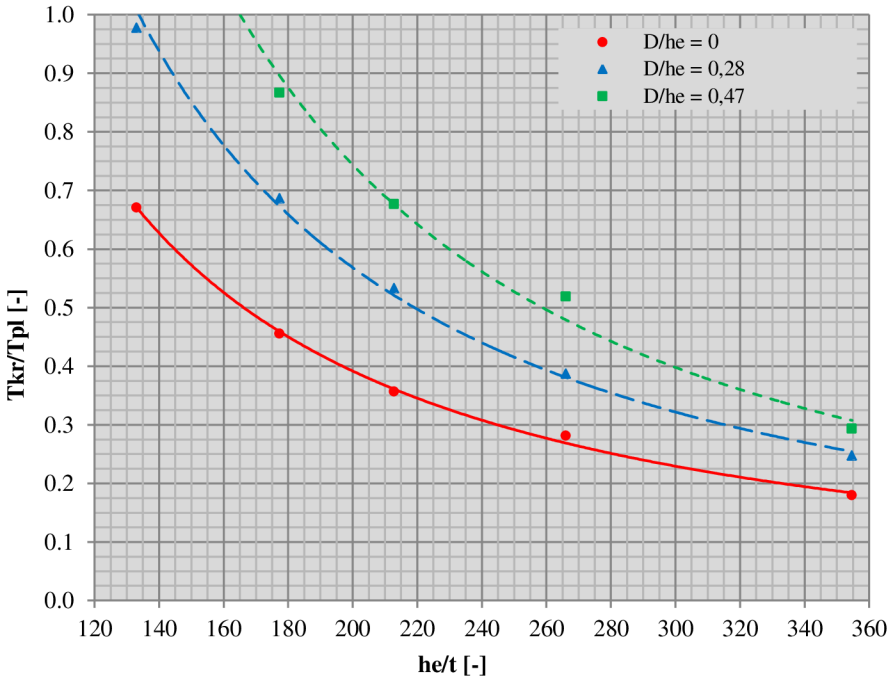
$$C = \left(1 - \frac{D}{h_e}\right) \tag{9.2}$$

Vzájemná shoda těmito dvěma způsoby stanovených hodnot C_{pl} a C je zřejmá z Obr. 9.5. Na základě získaných dat lze předpoklad o lineárním průběhu koeficientu C_{pl} na relativní velikosti otvoru D/h_e potvrdit. Numerickým výpočtem nosníků, s otvory lemovanými podle normy LDN 1505 nebyl prokázán vliv otvoru na velikost kritického zatížení ztráty stability stojiny.

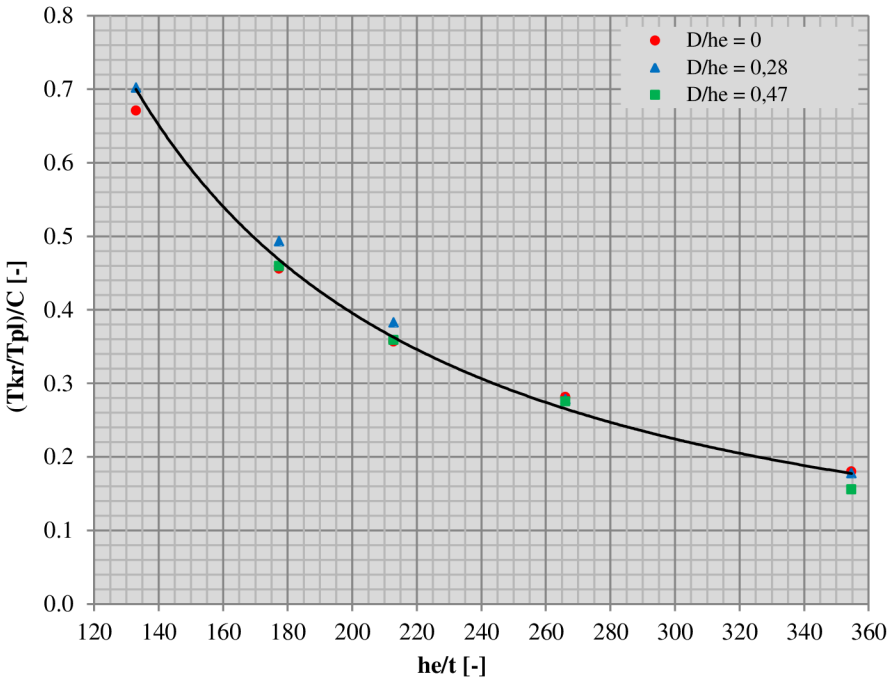


Obr. 9.5, Vliv otvoru na velikost zatížení způsobující plastické deformace

Na Obr. 9.6 jsou vyneseny poměry hodnot zatížení T_{kr}/T_{pl} v závislosti na štíhlosti stojiny h_e/t pro nosníky se stojinou bez otvorů i s otvory. Tyto závislosti mají exponenciální charakter. Při využití koeficientu C (přibližné hodnoty koeficientu C_{pl}) je možné tyto závislosti, platné pro konkrétní hodnotu poměru D/h_e vyjádřit pouze jedinou křivkou, nezávislou na velikosti otvoru D. Tato křivka je uvedena v diagramu na Obr. 9.7.

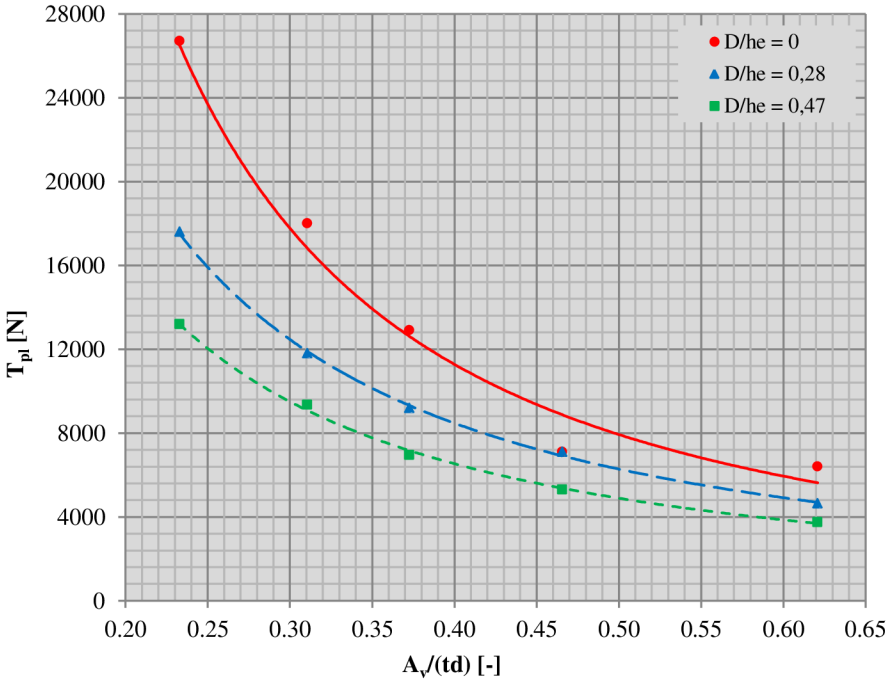


Obr. 9,6, Vliv štíhlosti stojiny na poměr hodnot T_{kr}/T_{pl}

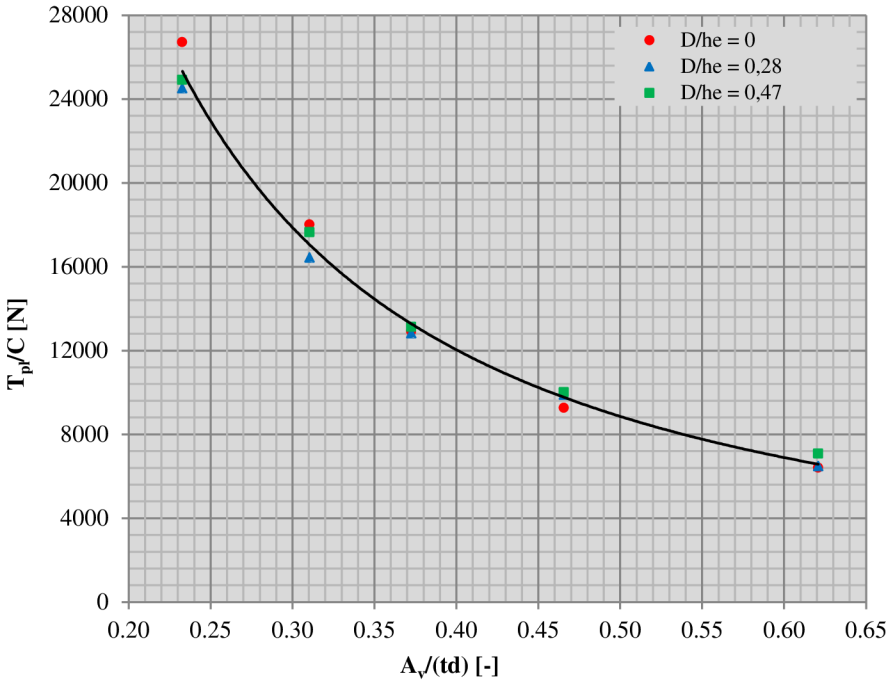


Obr. 9.7, Vliv otvoru na poměr hodnot T_{kr}/T_{pl}

Obr. 9.8 ilustruje vzájemný vztah mezi zatížením T_{pl} jednotlivých analyzovaných nosníků a velikostí výztuh (rozpěrek), charakterizovanou poměrem skutečné plochy průřezu použitých výztuh A_v a plochy průřezu stojiny mezi dvěma sousedícími výztuhami *td*. I tato závislost má, jak je zřejmé z Obr. 9.8 exponenciální charakter a lze ji, obdobně jako v případě předcházející závislosti, vyjádřit za pomoci koeficientu *C* jedinou křivkou, nezávislou na velikosti otvoru D (Obr. 9.9).

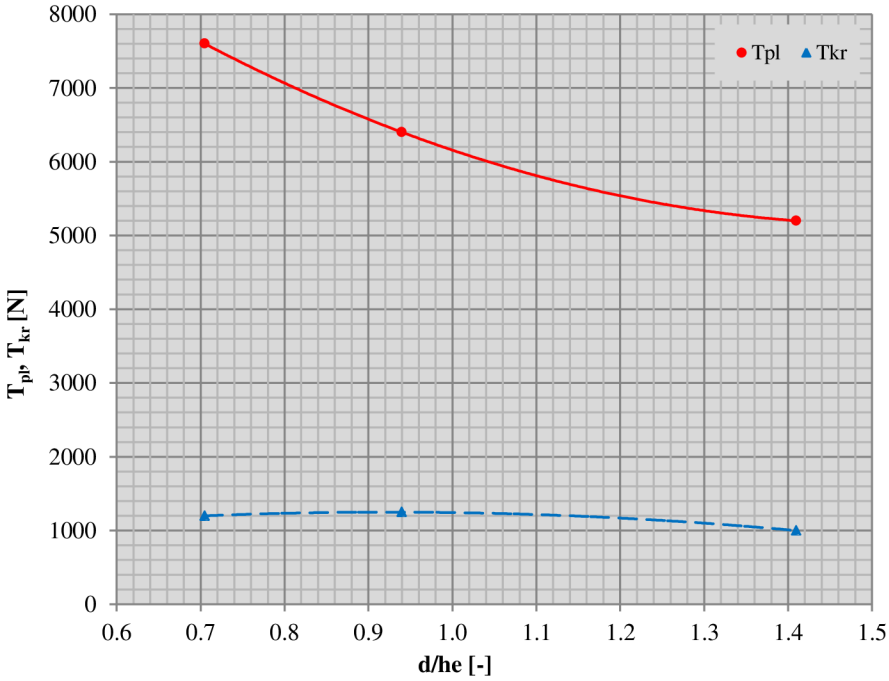


Obr. 9.8, Vliv výztuh na velikost zatížení způsobující plastické deformace



Obr. 9.9, Vliv výztuh na velikost zatížení způsobující plastické deformace

Poslední ze zde uvedených diagramů (Obr. 9.10) zobrazuje vliv délky pole stojiny d (vzdálenosti mezi dvěma sousedícími výztuhami) na velikost kritického zatížení ztráty stability stojiny T_{kr} a zatížení při vzniku plastických deformací T_{pl}. Diagram potvrzuje, že nejvyšší hodnoty kritického zatížení lze dosáhnout u konstrukcí nosníků, které mají vzdálenost mezi výztuhami d shodnou s efektivní výškou nosníku h_e.



Obr. 9.10, Vliv rozměrů pole stojiny na velikost kritického zatížení ztráty stability stojiny a zatížení způsobující plastické deformace

Z diagramu na Obr. 9.10 lze konstatovat, že zatížení vyvolávající ve stojině plastické deformace, a tudíž i samotná únosnost stojiny analyzovaných nosníků, roste se snižující se vzájemnou vzdáleností výztuh. Tento trend je dobře patrný na hodnotách vypočtených u nosníků 1A, 1E a 1F. Např. únosnost nosníku 1E (s d/h_e = 0,7) je o 46 % vyšší než únosnost nosníku 1D (s dvojnásobnou vzdáleností výztuh d/h_e = 1,4). Tento efekt vyztužení stojiny postupně s rostoucí vzdáleností výztuh (d/h_e) klesá.

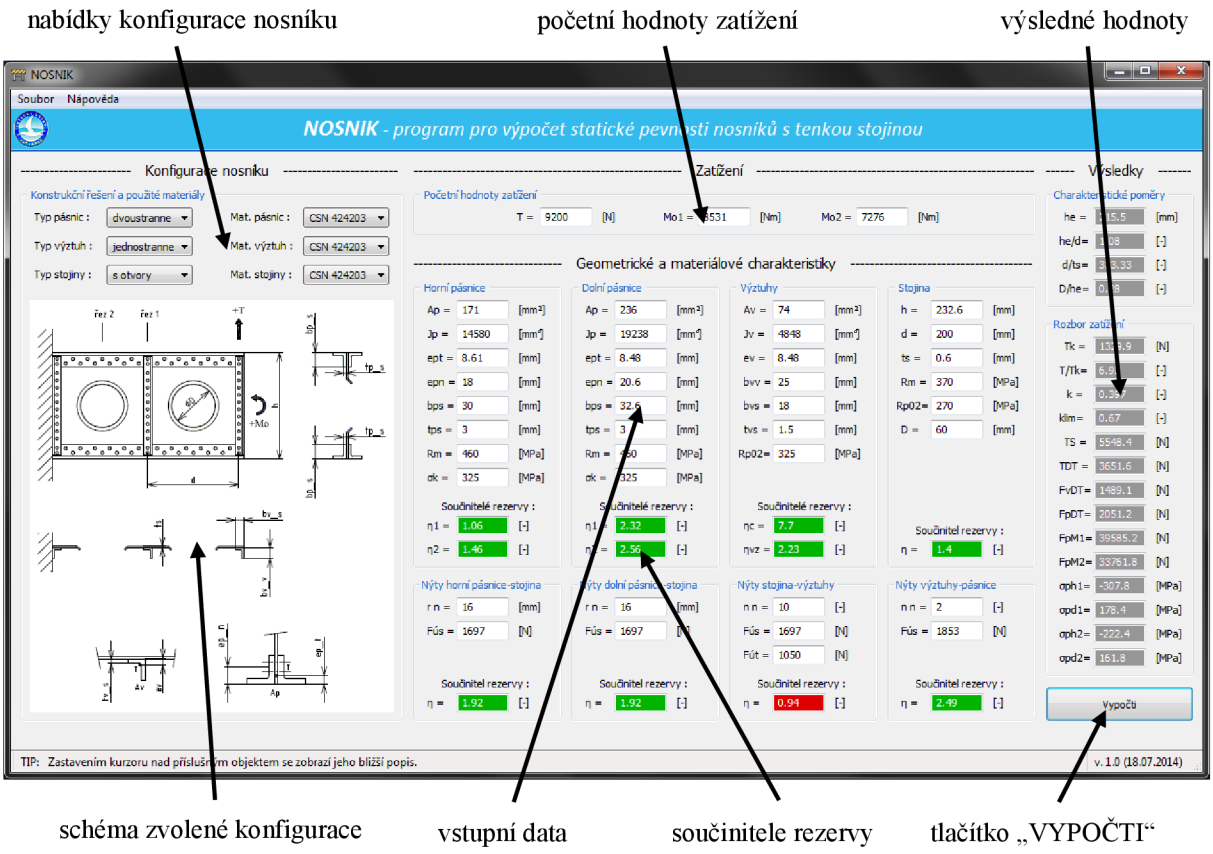
10 Program „NOSNIK“

Tento software byl vytvořen za účelem výrazného urychlení iterativního procesu návrhu a pevnostní kontroly nosníků s tenkou nestabilní stojinou. Algoritmus výpočtu je sestaven na základě postupu uvedeného v kapitole 4. Vzhledem ke skutečnosti, že použité algoritmy slouží k pevnostní kontrole konstrukce nosníků s tenkou nestabilní stojinou a ne k jejich optimálnímu návrhu, je této skutečnosti uzpůsobena i struktura programu. Vzhledem k rychlosti výpočtu a absenci zdlouhavé práce s množstvím empiricky sestavených diagramů je tento software možno použít také přímo pro samotný návrh konstrukce. Nutno však podotknout, zpracovaný postup vede ke stanovení statické pevnosti nosníků s tenkou stojinou, která může být v některých případech výrazně vyšší než pevnost stanovená s ohledem na životnost konstrukce, nebo na vznik trvalých deformací.

Tento program byl vytvořen v programovacím jazyce Python, jenž je moderním skriptovacím jazykem. Tento jazyk je jednoduchý na naučení a zároveň podporuje tvorbu plnohodnotných aplikací. Grafické prostředí bylo vytvořeno pomocí nástroje wxPython. Cílem bylo vytvořit program, který bude užitečný a přitom maximálně jednoduchý.

- **Uživatelské rozhraní**

Uživatelské rozhraní programu sestává pouze z jediného okna, v němž je možné nalézt jak vstupní parametry tak zároveň i výsledné hodnoty. Toto okno je uvedeno na Obr. 10.1.



Obr. 10.1, Uživatelské rozhraní programu „NOSNIK“

Tato konfigurace byla zvolena kvůli výborné přehlednosti a je zvláště výhodná v případě tzv. „ladění“ konstrukce, tedy v případě kdy jsou zadávané parametry upravovány tak aby navrhovaná konstrukce nosníku vyhověla pevnostním požadavkům. Hlavní okno je rozděleno do tří základních částí.

První z nich se nachází na levé straně okna. Obsahuje celkem šest výběrových nabídek, v nichž se volí geometrická konfigurace nosníku a použité materiály. Pod nabídkami se nachází schéma nosníku s vyznačením významu jednotlivých geometrických charakteristik. Druhá část se nachází uprostřed okna a obsahuje množství bíle podbarvených editovatelných oken pro zadání všech potřebných hodnot vstupujících do výpočtu a také několik barevně podbarvených oken s výslednými součiniteli rezervy jednotlivých součástí konstrukce. Tato druhá část je rozdělena na část pro zadání početního zatížení a geometrických a materiálových charakteristik jednotlivých konstrukčních prvků nosníku. Do oken zatížení je možné zadat posouvající silu a ohybový moment ve dvou řezech, v místě výztuhy a v místě uprostřed mezi výztuhami. Vzhledem k rozdílným ohybovým momentům od diagonálního tahu mohou být oba tyto řezy kritické z pohledu dimenzování pásnic. Do oken geometrických a materiálových charakteristik je nutno zadat patřičné parametry. Význam jednotlivých parametrů je uveden v nápovědě, která se zobrazí v případě zastavení kurzorem nad patřičným editovatelným oknem. Pod vstupními daty se nachází výsledné součinitele rezervy daného konstrukčního prvku. Třetí část okna je zcela vpravo a obsahuje několik vybraných vypočtených hodnot, které jsou podstatné z hlediska dimenzování konstrukce. Všechny tyto hodnoty se společně se součiniteli rezervy ve střední části okna zobrazí až po zadání vstupních dat a stisknutí funkčního tlačítka „Vypočti“ v pravém dolním rohu okna. Pro větší přehlednost se okna s vypočtenými součiniteli rezervy podbarvují v závislosti na velikosti vypočteného součinitele rezervy zelenou (vyhovující) nebo červenou (nevyhovující) barvou.

- **Vstupní parametry a omezení**

Program je vytvořen pro materiál dural (E = 72 000 MPa, μ = 0,3)a zohledňuje několik konstrukčních uspořádání:

- typ pásnic (jednostranné, dvoustranné – vzhledem ke stojině)
- typ výztuh (jednostranné, dvoustranné – vzhledem ke stojině)
- typ stojiny (bez otvoru, s otvorem)

Z konstrukčních materiálů je možno zvolit pouze ty materiály, ke kterým jsou dostupné pro výpočet potřebné charakteristiky. Jsou to tyto materiály:

- ČSN 42 4253.6
- ČSN 42 4222
- ASTM 2024-T3
- ASTM 7075-T6

Vytvořený algoritmus umožňuje snadnou změnu zadání vstupních parametrů. Vždy je nutné dodržovat správné jednotky. Zatížení lze zadat s kladným i záporným znaménkem. Do oken zatížení lze zadat i nulovou hodnotu, nesmí však být nulové všechny složky zatížení. Do oken geometrických a materiálových charakteristik se zadávají pouze kladné nenulové hodnoty. Do všech citovatelných oken je možno zadat maximálně 7 znaků včetně desetinného oddělovače. Jako desetinný oddělovač musí být použita tečka.

- **Návod k obsluze**

Ovládání programu je velice jednoduché a intuitivní. Není nutno dodržovat žádná zvláštní pravidla ovládání. Doporučený postup výpočtu je následující:

1) zvolit *„Konfigurace nosníku“*
2) vyplnit *„Zatížení“*
3) vyplnit *„Geometrické a materiálové charakteristiky“*
4) stisknout tlačítko „*Vypočti*“

Vyplňují se pouze bíle podbarvená políčka! Políčka, která jsou podbarvena jinou barvou, se vyplní automaticky po dokončení výpočtu. Při zcela novém zadání výpočtu je užitečné zvolit v menu *Soubor → Nový výpočet.* Touto volbou se vymažou všechna zadaná i vypočtená data (není tedy nutno měnit již zvolené nastavení či mazat již zadané parametry). Kromě přímého zadání hodnot a výpočtu umožňuje program také ukládat a poté opět načítat již připravené či vypočtené konfigurace a tak porovnávat jednotlivé konstrukční návrhy. Ukládat konfiguraci lze přes menu *Soubor → Ulož konfiguraci*, načítat již uloženou konfiguraci pak v menu *Soubor → Načíst konfiguraci*. Najetím kurzorem nad jakékoli datové okno nebo nabídku se zobrazí nápověda s informací o konkrétním významu daného okna nebo nabídky. V případě nejasností je vhodné použít tuto nápovědu. Při chybném zadání vstupních parametrů může dojít k zobrazení varovných či chybových hlášení. Všechna tato hlášení obsahují popis chyby a uvádějí postup jak danou chybu eliminovat.

11 Závěr

Při návrhu leteckých konstrukcí je kladen velký důraz na dosažení vysoké hmotnostní efektivity. Právě tato skutečnost je důvodem, proč jsou nosníky s tenkou stojinou neodmyslitelnou součástí konstrukcí letadel. Tato práce je zaměřena na pevnostní analýzu duralových nosníků s tenkou stojinou, které jsou v konstrukcích draků kovových letadel jedním ze základních konstrukčních prvků. Typickými příklady použití těchto konstrukcí ve stavbě letadel jsou např. nosné systémy křídel, ocasních ploch a kormidel, roštové systémy podlah, apod.

Analytický způsob pevnostní kontroly nosníku s tenkou stojinou je v porovnání s klasickými tlustostěnnými nosníky, používanými např. ve všeobecném strojírenství nebo stavebnictví, komplikovanější. I když v současné době existuje několik analytických postupů využitelných k pevnostní kontrole těchto tenkostěnných konstrukcí, jejich výsledky se, především v oblasti pevnostní kontroly stojiny nosníku, v jednotlivých případech značně liší. Vzhledem k absenci podrobnějších informací o způsobu stanovení jednotlivých hodnot únosností a bez jejich praktického ověření je prakticky nemožné zvolit nejkorektnější postup. V běžné praxi je nejčastěji používaným postupem pro stanovení únosnosti tenké stojiny s otvory i bez otvorů tzv. „Švédský výzkum“. A právě na ověření výsledků tohoto výzkumu byla tato dizertační práce zaměřena.

Kromě analytických postupů se v současné době často pro pevnostní kontrolu leteckých konstrukcí využívají výpočtové nástroje založené na metodě konečných prvků. Tato metoda je velice efektivní, i když v porovnání s analytickými postupy časově náročná. Analytické postupy pevnostní kontroly jsou proto v současné době využívány především u malých sportovních letounů s poměrně jednoduchou konstrukcí a ve stádiu předběžného návrhu konstrukcí letounů vyšších kategorií. Pro detailní analýzu složitějších konstrukcí, u kterých již není možné využít analytických metod, a je nutné použít metodu konečných prvků (MKP).

Práce obsahuje soubor podkladů pro analytický výpočet nosníků s tenkou stojinou a jejich ověření pomocí metody konečných prvků a experimentálního měření. Dizertační práci lze tedy rozdělit na teoretickou a praktickou část. Teoretická část práce obsahuje stručný úvod do teorie, ve kterém jsou uvedeny základní informace z oblasti problematiky pevnostní analýzy nosníků s tenkou stojinou, se zaměřením na vliv diagonálního tahového pole a otvorů ve stojině. Na tuto část navazuje nejznámější metodika pevnostní kontroly nosníků s tenkou stojinou zakončená několika postupy, určenými pro stanovení únosnosti stojiny. Tato část práce je zakončena vzájemným porovnáním výsledků jednotlivých analytických metod na několika vzorových konstrukcích nosníku s tenkou stojinou. Na tuto teoretickou část navazuje část simulační, zaměřená na nalezení vhodného způsobu numerického řešení úlohy. Právě nalezení adekvátního numerického modelu a jeho využití při MKP analýzách srovnávacích nosníků umožnilo získat data potřebná pro zhodnocení uvedených analytických postupů. Pro validaci dat získaných numerickou simulací byla provedena řada experimentálních měření. Součástí řešení dizertační práce je také software, který výrazně urychluje proces návrhu a pevnostní kontroly nosníků s tenkou stojinou.

Na základě výsledků provedených analýz je možné potvrdit, že výsledky tzv. „Švédského výzkumu“ jsou vhodné pro hodnocení únosnosti tenkých stojin nosníků se štíhlostí menší než 250, které jsou nejčastěji používány v konstrukcích draků letadel. Pro nosníky se stojinou o štíhlosti vyšší než 250 s otvory je pak vhodné použít postup označený jako „metoda IV“. Hodnocení přídavných zatížení pásnic, výztuh a nýtových spojů je již nad rámec řešení této dizertační práce. Pro pevnostní kontrolu těchto částí je možné použít metodu „NACA“ se zahrnutím vlivu případných otvorů tak, jak je popsána v kapitole 4.

Pro řešení teoretické části bylo při numerických výpočtech metodou konečných prvků využíváno hardwarových a softwarových prostředků Leteckého ústavu. Praktická část práce (provedení praktických experimentálních zkoušek navržených nosníků) byla umožněna grantovými projekty autora v rámci Specifického výzkumu a vývoje. Jejich realizace byla s využitím moderních měřících zařízení prováděna v zázemí zkušebny Leteckého ústavu FSI VUT v Brně.

Použité symboly

a	[mm]	šířka stěny
A	[mm^2]	plocha průřezu profilu
A	[%]	tažnost materiálu
A_{pd}	[mm^2]	plocha průřezu dolní pásnice
A_{ph}	[mm^2]	plocha průřezu horní pásnice
A_v	[mm^2]	plocha průřezu výztuhy (jednoho profilu)
$A_{v,red}$	[mm^2]	redukovaná plocha průřezu výztuhy
b	[mm]	výška stěny, vzdálenost středů dvou sousedících otvorů ve stojině
b_{pd}	[mm]	délka ramene profilu dolní pásnice přiléhajícího ke stojině
b_{ph}	[mm]	délka ramene profilu horní pásnice přiléhajícího ke stojině
b_v	[mm]	délka volného ramene profilu výztuhy
b_{vi}	[mm]	délka ramene profilu výztuhy
c	[-]	koeficient uložení profilu
c	[-]	redukční součinitel
c_1 - c_9	[-]	redukční součinitel
C	[-]	koeficient vlivu otvoru na únosnost stojiny
C_{kr}	[-]	koeficient vlivu otvoru na kritické zatížení ztráty stability stojiny
C_{pl}	[-]	koeficient vlivu otvoru na zatížení způsobující plastické deformace stojiny
d	[mm]	šířka pole stojiny (vzdálenost mezi výztuhami)
d_c	[mm]	čistá šířka pole stojiny
d_n	[mm]	průměr nýtu
D	[mm]	průměr otvoru ve stojině
e_{pd}	[mm]	vzdálenost těžiště dolní pásnice výztuhy od obrysu nosníku
e_{ph}	[mm]	vzdálenost těžiště horní pásnice výztuhy od obrysu nosníku
e_v	[mm]	vzdálenost těžiště výztuhy od střednice stojiny
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu / ohybu
F	[N]	síla
F_{DT}	[N]	síla od diagonálního tahu
F_H	[N]	horizontální složka síly od diagonálního tahu
$F_{kr,E}$	[N]	kritická síla celkové ztráty stability profilu (dle Eulera)
$F_{kr,lok}$	[N]	kritická síla lokální ztráty stability profilu
F_{ns}	[N]	smyková síla na jeden nýt, smyková síla na nýtový spoj
$F_{ns,SP}$	[N]	zatížení nýtu ve spoji stojina-pásnice ve smyku
$F_{ns,SP,max}$	[N]	pevnost nýtu ve spoji stojina-pásnice ve smyku
$F_{ns,SV,max}$	[N]	pevnost nýtu ve spoji stojina-výztuha ve smyku
$F_{ns,SV,pož}$	[N]	požadovaná pevnost nýtu ve spoji stojina-výztuha ve smyku
$F_{ns,VP}$	[N]	zatížení nýtu ve spoji výztuha-pásnice ve smyku
$F_{ns,VP,max}$	[N]	pevnost nýtu ve spoji výztuha-pásnice ve smyku
F_{nt}	[N]	tahová síla na jeden nýt, tahová síla na nýtový spoj
$F_{nt,SV,max}$	[N]	pevnost nýtu ve spoji stojina-výztuha v tahu
$F_{nt,SV,pož}$	[N]	požadovaná pevnost nýtu ve spoji stojina-výztuha v tahu
F_{pd}	[N]	normálová síla v dolní pásnici
$F_{pd,DT}$	[N]	normálová síla v dolní pásnici od diagonálního tahu

$F_{pd,Mo}$	[N]	normálová síla v dolní pásnici od ohybového momentu
$F_{pd,N}$	[N]	normálová síla v dolní pásnici od podélné síly
F_{ph}	[N]	normálová síla v horní pásnici
$F_{ph,DT}$	[N]	normálová síla v horní pásnici od diagonálního tahu
$F_{ph,Mo}$	[N]	normálová síla v horní pásnici od ohybového momentu
$F_{ph,N}$	[N]	normálová síla v horní pásnici od podélné síly
F_V	[N]	vertikální složka síly od diagonálního tahu
$F_{v,DT}$	[N]	normálová síla ve výztuze od diagonálního tahu
h	[mm]	výška nosníku
h_c	[mm]	čistá výška stojiny
h_e	[mm]	efektivní výška nosníku
h_n	[mm]	vzdálenost mezi osami nýtových řad spojů stojina-pásnice
h_v	[mm]	výška výztuhy (mezi středy smyku nýtových spojů s pásnicí)
$h_{v,ef}$	[mm]	efektivní výška výztuhy
i	[mm]	poloměr setrvačnosti profilu
i_v	[mm]	poloměr setrvačnosti výztuhy (rozpěrky)
J	[mm^4]	kvadratický moment průřezu profilu
J_v	[mm^4]	kvadratický moment průřezu výztuhy (rozpěrky)
J_{pd}	[mm^4]	kvadratický moment průřezu dolní pásnice
J_{ph}	[mm^4]	kvadratický moment průřezu horní pásnice
k	[-]	součinitel diagonálního tahu
k_τ	[-]	koeficient stability
K	[$N^{1/2}mm^{-1}$]	součinitel konstrukční účinnosti
l	[mm]	délka profilu
l_{red}	[mm]	redukovaná délka profilu
L	[mm]	délka nosníku
M_o	[Nm]	ohybový moment
$M_{o,DT}'$	[Nm]	ohybový moment v pásnici od diagonálního tahu v místě výztuhy
$M_{o,DT}''$	[Nm]	ohybový moment v pásnici od diagonálního tahu v místě mezi výztuhami
N	[N]	normálová síla
p_1	[mm]	průhyb nosníku v místě aripotu p_1
p_2	[mm]	průhyb nosníku v místě aripotu p_2
p_3	[mm]	průhyb nosníku v místě aripotu p_3
q	[N mm^{-1}]	smykový tok ve stojině (stěně)
q_{kr}	[N mm^{-1}]	kritický smykový tok ztráty stability stojiny
$q_{kr,kl\text{-}kl}$	[N mm^{-1}]	kritický smykový tok ztráty stability kloubově uložené stojiny
$q_{kr,NACA}$	[N mm^{-1}]	kritický smykový tok ztráty stability stojiny podle teorie NACA
$q_{kr,kl\text{-}ve}$	[N mm^{-1}]	kritický smykový tok ztráty stability kombinovaně uložené stojiny
$q_{kr,ve\text{-}ve}$	[N mm^{-1}]	kritický smykový tok ztráty stability vetknuté stojiny
q_{max}	[N mm^{-1}]	smykový tok ve stojině na mezi únosnosti
q_{ns}	[N mm^{-1}]	liniové zatížení nýtového spoje ve smyku
$q_{ns,SP}$	[N mm^{-1}]	liniové zatížení nýtového spoje stojina-pásnice ve smyku
$q_{nt,SV,pož}'$	[N mm^{-1}]	pož. liniová pevnost nýt. spoje stojina-výztuha v tahu (bez vlivu otvoru)
$q_{nt,SV,pož}$	[N mm^{-1}]	požadovaná liniová pevnost nýtového spoje stojina-výztuha v tahu
q_p	[N mm^{-1}]	smykový tok ve stojině na mezi únosnosti bez vlivu otvorů (a výztuh)
q_{pl}	[N mm^{-1}]	smykový tok ve stojině při vzniku plastických deformací

r_n	[mm]	nýtová rozteč
$r_{n,SP}$	[mm]	rozteč nýtů ve spoji stojina-pásnice
$r_{n,SV}$	[mm]	rozteč nýtů ve spoji stojina-výztuha
R_d	[-]	koeficient tuhosti spoje uložení stojiny u pásnice
R_h	[-]	koeficient tuhosti spoje uložení stojiny u výztuhy (rozpěrky)
R_m	[MPa]	mez pevnosti materiálu stojiny v tahu
R_{ms}	[MPa]	mez pevnosti materiálu stojiny ve smyku
$R_{m,pd}$	[MPa]	mez pevnosti materiálu dolní pásnice v tahu
$R_{p0,2}$	[MPa]	mez kluzu materiálu stojiny v tahu
$R_{p0,2,v}$	[MPa]	mez kluzu materiálu výztuhy v tahu
s	[mm]	délka ramene (desky) profilu
S_v	[mm^3]	statický moment průřezu jedné výztuhy k ose procházející středem stojiny
t	[mm]	tloušťka stojiny (stěny), tloušťka ramene (desky) profilu
t_p	[mm]	tloušťka ramene profilu pásnice přiléhajícího ke stojině
t_v	[mm]	tloušťka ramene profilu výztuhy přiléhajícího ke stojině
t_{vi}	[mm]	tloušťka ramene profilu výztuhy
T	[N]	posouvající síla
T_{DT}	[N]	část posouvající síly přenášená diagonálním tahem
T_{kr}	[N]	kritická posouvající síla ztráty stability stojiny
T_{max}	[N]	posouvající síla ve stojině nosníku na mezi únosnosti stojiny
T_{MKP}	[N]	maximální posouvající síla vypočtená metodou konečných prvků
T_{pl}	[N]	posouvající síla ve stojině při vzniku plastických deformací
$T_{poč}$	[N]	početní hodnota posouvající síly
T_{SM}	[N]	část posouvající síly přenášená čistým smykem
T_{test}	[N]	maximální posouvající síla dosažená při praktickém měření
α	[°]	úhel diagonálního tahu (neúplné diagonální tahového pole)
α_{DT}	[°]	úhel diagonálního tahu (čisté diagonální tahového pole)
ε	[$\mu m\ m^{-1}$]	přetvoření
ε_{DP}	[$\mu m\ m^{-1}$]	přetvoření naměřené na dolní pásnici
ε_{HP}	[$\mu m\ m^{-1}$]	přetvoření naměřené na horní pásnici
η	[-]	součinitel rezervy stojiny
$\eta_{n,SP}$	[-]	součinitel rezervy nýtového spoje stojina-pásnice
$\eta_{n,SV}$	[-]	součinitel rezervy nýtového spoje stojina-výztuha
$\eta_{n,VP}$	[-]	součinitel rezervy nýtového spoje výztuha-pásnice
η_{ph}	[-]	součinitel rezervy horní pásnice
η_{pd}	[-]	součinitel rezervy dolní pásnice
$\eta_{v,pl}$	[-]	součinitel rezervy výztuhy vzhledem k plastické deformaci
$\eta_{v,E}$	[-]	součinitel rezervy výztuhy vzhledem ke vzpěrné stabilitě
$\eta_{v,vz}$	[-]	součinitel rezervy výztuhy vzhledem k vynucenému zvlnění
λ	[-]	štíhlost profilu
λ_m	[-]	mezní štíhlost profilu
λ_{red}	[-]	redukovaná štíhlost profilu
$\lambda_{red,m}$	[-]	redukovaná mezní štíhlost profilu
μ	[-]	Poissonova konstanta
σ	[MPa]	normálové napětí
σ_1	[MPa]	hlavní napětí ve směru 1

σ_2	[MPa]	hlavní napětí ve směru 2
σ_{kr}	[MPa]	kritické napětí ztráty stability profilu
$\sigma_{kr,E}$	[MPa]	kritické napětí celkové ztráty stability profilu (dle Eulera)
$\sigma_{kr,lok}$	[MPa]	kritické napětí lokální ztráty stability profilu
$\sigma_{kr,ph}$	[MPa]	kritické napětí ztráty stability horní pásnice
$\sigma_{kr,T}$	[MPa]	kritické napětí ztráty stability profilu (dle Tetmayera)
σ_{max}	[MPa]	kritické napětí ztráty stability profilu (dle Tetmayera)
σ_{pd}	[MPa]	normálové napětí v dolní pásnici
σ_{pd}'	[MPa]	maximální tahové napětí v pásnici od ohybu od diag. tahu v místě výztuhy
σ_{pd}''	[MPa]	maximální tahové napětí v pásnici od ohybu od diag. tahu mezi výztuhami
σ_{ph}	[MPa]	normálové napětí v horní pásnici
σ_{pd}'	[MPa]	maximální tlakové napětí v pásnici od ohybu od diag. tahu v místě výztuhy
σ_{pd}''	[MPa]	maximální tlakové napětí v pásnici od ohybu od diag. tahu mezi výztuhami
σ_{DT}	[MPa]	tahové napětí ve stojině od diagonálního tahu
σ_v	[MPa]	normálové napětí ve výztuze od diagonálního tahu
$\sigma_{v,E}$	[MPa]	kritické napětí vzpěrné ztráty stability výztuhy
$\sigma_{v,stř}$	[MPa]	střední napětí ve výztuze od diagonálního tahu
$\sigma_{v,max}$	[MPa]	maximální napětí ve výztuze od diagonálního tahu
$\sigma_{v,vz}$	[MPa]	napětí způsobující vynucené zvlnění výztuhy
$\sigma_{v,vz}'$	[MPa]	napětí způsobující vynucené zvlnění výztuhy (bez vlivu otvoru)
τ	[MPa]	smykové napětí ve stojině
τ_1	[MPa]	smykové napětí ve stojině mezi otvory
τ_2	[MPa]	smykové napětí ve stojině nad o pod otvory
τ_3	[MPa]	smykové napětí ve stojině nad mezi nýty
τ_{max}	[MPa]	smykové napětí ve stěně na mezi únosnosti
τ_{nom}	[MPa]	nominální smykové napětí ve stěně
τ_{kr}	[MPa]	kritické smykové napětí ztráty stability stojiny (stěny)
τ_p	[MPa]	smykové napětí na mezi únosnosti stojiny bez vlivu otvorů (a výztuh)
$\tau_{poč}$	[MPa]	smykové napětí ve stojině při početním zatížení
τ_{srv}	[MPa]	srovnávací smykové napětí ve stojině
τ_p^*	[MPa]	dovolené napětí ve stojině
ωd	[-]	faktor poddajnosti pásnic

Literatura

[1] Timoshenko, S. P., Gere, J. M.: Theory of Elastic Stability, 2nd Edition, Dover Publications, 2009, ISBN 0-486-47207-8

[2] Murray, N. W.: Introduction to the Theory of Thin-walled Structures, Oxford,Engineering Science Series, Clarendon Press, Oxford, 1986, ISBN 0-198-56186-5

[3] Rivello, R. M.: Theory and Analysis of Flight Structures, McGraw-Hill Book Company, New York, 1969

[4] Gerard, G., Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 1 – Buckling of Flat Plates, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3781

[5] Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 2 – Buckling of Composite Elements, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3782

[6] Gerard, G., Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 3 – Buckling of Curved Plates and Shells, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3783

[7] Gerard, G.: Handbook of Structural Stability, Part 4 – Failure of Plates and Composite Elements, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3784

[8] Gerard, G.: Handbook of Structural Stability, Part 5 – Compressive Strenght of Flat Stiffened Panels, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3785

[9] Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 6 – Strength of Stiffened Curved Plates and Shells, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1958, Report No. TN 3786

[10] Gerard, G., Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 7 – Strength of Thin-Wing Construction, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1959, Report No. TN D-162

[11] Kuhn, P.: The Strength and Stiffness of Shear Web With Round Lightening Holes Having 45° Flanges, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1942, Report No. WR L-323

[12] Kuhn, P., Chiarito, P. T.: The Strength of Plane Web Systems In Incomplete Diagonal Tension, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Washington, 1942, Report No. WR L-367

[13] Kuhn, P.: The Strength and Stiffness of Shear Web With and Without Lightening Holes, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1942, Report No. WR L-402

[14] Peterson, J. P.: Strain Measurements and Strength Tests of 25-Inch Diagonal-tension Beams with Single Uprights, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Washington, 1945, Report No. ARR L5J02a

[15] Kuhn, P., Peterson, P., Levin, L. R.: A Summary of Diagonal Tension, Part I – Methods of Analysis, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1952, Report No. TN 2661

[16] Kuhn, P., Peterson, P., Levin, L. R.: A Summary of Diagonal Tension, Part II – Experimental Evidence, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1952, Report No. TN 2662

[17] Kuhn, P.: Investigation on the Incompletely Developed Plane Diagonal-Tension Field, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, Report No. 697

[18] Tsongas, A. G., Ratay, R. T.: Investigation of Diagonal-Tension Beams with Very Thin Stiffened Webs, Grumman Aerospace Corporation, Bethpage, New York, 1969

[19] Václavík, V.: Nosníky s tenkou stojinou, Československé VTS Středočeské strojírny, Letňany u Prahy, 1962

[20] Maddux, G. E, Vorst, L. A., Giessler, F. J., Moritz, T.: Stress Analysis Manual, U. S. Deppartment of Commerce, Dayton, Ohio, 1969, Report No. AFFDL-TR-69-42

[21] Bruhn, E. F.: Analysis and Design of Flight Vehicle Structures, S. R. Jacobs, Michigan, 1973

[22] Špunda, J., Čalkovský, A.: Stavebná mechanika a pevnost letounu – Sborník tabulek, Vojenská akademie Antonína Zápotockého, Brno, 1976

[23] Pávek, J., Kopřiva, Z.: Konstrukce a projektování letadel, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 1982

[24] Čalkovský, A., Pávek, J., Daněk, V.: Konstrukce a pevnost letadel - 1. díl, Vojenská akademie Antonína Zápotockého, Brno, 1984

[25] Píštěk, A., Grégr, O., Kahánek, V., Böhm, R.: Pevnost a životnost letadel I, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 1988

[26] Niu, M. C. Y.: Airframe Structural Design. Second Edition. Conmilit press LTD, Hong Kong, 1989, ISBN 962-7128-04-X.

[27] Slavík, S.: Stavba letadel, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 1997

[28] Čtverák, J., Mertl, V., Píštěk, A.: Soubor podkladů pro pevnostní výpočty leteckých konstrukcí, LÚ FSI VUT Brno, Brno, 1997

[29] Niu, M. C. Y.: Airframe Stress Analysis and Sizing, Second Edition, Conmilit Press Ltd., Hong Kong, 1999, ISBN 962-7128-08-2

[30] Píštěk, A.: Výpočet kritického zatížení obdélníkové stěny při kombinovaném zatížení, Zpravodaj VZLÚ 1(169), SNTL, ISSN 0044-5355, Praha 1985

[31] Megson, T. H. G.: Aircraft Structures for Engineering Students - Fourth Edition, Elsevier Ltd., Oxford, 2007, ISBN 0-750-667397

[32] Moisiade, C. I.: Beams with Flat Stiffened Webs in Incomplete Diagonal-tension, Rensselaer Polytechnic Institute, Hartford, Connecticut, 2009

[33] Shanmugam, N. E., Lian, V. T., Thevendran, V.: Finite element modelling of plate girders with web openings, Thin-Walled Structures 40 (2002), pp. 443–464, Elsevier Science Ltd., 2002

[34] Lian, V. T., Shanmugam, N. E.: Openings in horizontally curved plate girder webs, Thin-Walled Structures 41 (2003), pp.245–269, Elsevier Science Ltd., 2003

[35] Hagena, N.C., Larsen, P. K. Alberg, A.: Shear capacity of steel plate girders with large web openings, Part I: Modeling and simulations, Journal of Constructional Steel Research 65 (2009), pp. 142–150, Elsevier Science Ltd., 2009

[36] Píštěk, A.: Soubor podkladů pro pevnostní výpočty leteckých konstrukcí, LÚ FSI VUT Brno, Brno, 1994

[37] Pešák, M.: Optimalizace leteckých konstrukcí z hlediska minimální hmotnosti, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Brno, 2008. Vedoucí dezertační práce Prof. Ing. Antonín Píštěk, CSc.

[38] Novák, T.: Verifikace deformace strojního dílu, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Brno, 2010. Vedoucí diplomové práce Ing. Miloslav Drápela.

Publikace autora

- **Články**

[PA1] Horák, M.: Návrh trupu letounu VUT 001 Marabu, Bulletin Asociace strojních inženýrů, s. 7-11, Praha, 2010

[PA2] Jebacek, I., Horak, M.: Possibilities and Methods of In-flight Loading Measurement, Aviation 2012 Vol.16, Taylor and Francis Group, pp. 47-50, Vilnius, ISSN 1648-7788

[PA3] Horak, M.: Strength Analysis of Thin-walled Spars with Web Openings, Book of Abstract, READ 2012, pp. 31,VUT FSI v Brně, Brno, 2012, ISSN 1425-2104

- **Zprávy**

[PA4] Horák, M.: Podklady pro výrobu nosníků pro pevnostní zkoušky, zpráva LU57-2011-OST.ST, založeno k nahlédnutí na Vysokém učení technickém v Brně, Letecký ústav, 2011

[PA5] Horák, M.: Rozbor hmotností a centráží letounu VUT 051 RAY, zpráva LU40-2013-RAY.W, založeno k nahlédnutí na Vysokém učení technickém v Brně, Letecký ústav, 2013

[PA6] Horák, M.: Zatížení a pevnostní kontrola bateriových skříní letounu VUT 051 RAY, zpráva LU48-2012-RAY.L, založeno k nahlédnutí na Vysokém učení technickém v Brně, Letecký ústav, 2013

[PA7] Píštěk, A., Bencalík, K., Hlinka, J., Horák, M., Weis, M., Šplíchal, M.: Compliance Check List letounu VUT 051 RAY, zpráva LU25-2013-RAY.AW, založeno k nahlédnutí na Vysokém učení technickém v Brně, Letecký ústav, 2013

Autorův životopis

Jméno
Marek Horák

Osobní údaje

Datum narození:	31. 1. 1985
Místo narození:	Brno
Státní příslušnost:	Česká republika
Národnost:	česká
Rodinný stav:	svobodný
Email:	horak@fme.vutbr.cz

Dosažené vzdělání

2009 – dosud	Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně Technická 2, 616 69 Brno Specializace: Konstrukční a procesní inženýrství – postgraduální studium
2007 – 2009	Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně Technická 2, 616 69 Brno Specializace: Stavba letadel – magisterské studium
2004 – 2007	Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně Technická 2, 616 69 Brno Specializace: Strojní inženýrství – bakalářské studium
2000 – 2004	Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno Sokolská 1, 602 00 Brno Specializace: Počítačová grafika

Jazykové znalosti
Angličtina

Zaměstnání

2012 – dosud	Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně Technicko-hospodářský pracovník – Sekce zkoušek letadel
2009 – 2011	Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně Technický pracovník – Centrum leteckého a kosmického výzkumu

Vědecko–výzkumná činnost

2012	řešitel grantového projektu BD13202029 s názvem „Analýza vlivu diagonálního tahu na únosnost nosníku“
2011	řešitel grantového projektu BD13102030 s názvem „Pevnostní analýza nosníku s tenkou stojinou s otvory“

Konference a semináře

2012	Konference READ 2012, Brno, příspěvek
2012	Studentská vědecká konference, VUT v Brně, příspěvek
2011	Konference ICEAF II, Mykonos, příspěvek
2010	Seminář CLKV 2010, Praha, příspěvek