UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Michaela Surá

Nestandardní slovní úlohy a jejich řešení

Nonstandard word problems and finding their solutions

Olomouc 2020 Vedoucí práce: **doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.**

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně s použitím uvedených zdrojů a literatury.

V Olomouci dne ....

Poděkování

Děkuji doc. PhDr. Radce Dofkové, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce, za podnětné rady a připomínky. Dále děkuji pedagogům ZŠ Holečkova, ZŠ Holice a ZŠ Heyrovského, díky kterým bylo možné tento výzkum uskutečnit.

OBSAH

ÚVOD

Pojem nestandardní úlohy se začíná vymezovat až v posledních desetiletích, přestože úlohy nestandardního charakteru lze jistě nalézt mezi úlohami již dříve. Klasifikace nestandardních úloh je nejednotná a vytváří značné množství různých skupin. Tato diplomová práce je zaměřena pouze na nestandardní slovní úlohy.

Hlavním cílem diplomové práce je zhodnocení žákovských řešení nestandardních slovních úloh. Mezi další cíle práce byl zařazen cíl orientace v akademických pramenech a ve zdrojích nestandardních slovních úloh, který byl naplňován v teoretické části práce. Zapojení dostatečného množství pedagogů v předvýzkumu byl dílčí cíl, bez kterého by bylo náročné naplnit cíl tvorby didaktického testu.

Diplomová práce se skládá z teoretického popisu nestandardních slovních úloh, předvýzkumu, tvorby didaktického testu, zadání a výběru testů od 171 respondentů pátých ročníků a analýzy jejich řešení. Na základě podobnosti zpracování úloh lze alespoň odhadovat souvislost některých postupů s příslušností k dané třídě a výuce matematiky daným učitelem.

Teoretická část byla zpracována z aktuálních zdrojů a poskytuje čtenáři náhled na nestandardní slovní úlohy z různých úhlů pohledu. Kromě internetových zdrojů a odborných publikací doplňuje nestandardní slovní úlohy o úlohy z publikací pro děti a mládež. V teoretické části práce shrnuje základní informace a kategorizuje úlohy, slovní úlohy, nestandardní úlohy a nestandardní slovní úlohy.

Praktická část jednotlivá řešení analyzuje a třídí dle formy či dalších společných znaků a hledá souvislosti mezi nimi a domovskou třídou respondenta. Analýza v praktické části navazuje na poznatky uvedené v teoretické části.

Předvýzkum sloužil k získání názorů pedagogů na vybrané konkrétní nestandardní slovní úlohy. Tvorba vlastního testu vycházela z analýzy dat získaných v předvýzkumu. Podrobnější odůvodnění vybraných úloh a jejich řazení je popsáno v příslušné kapitole. Šest slovních nestandardních úloh doplňovaly tři škály na začátku didaktického testu a tři škály na konci didaktického testu.

Účast ve výzkumu byla nabídnuta základním školám v Olomouci a ZŠ Horka nad Moravou. Tři zapojené školy vyplnění testů pátými ročníky zorganizovaly samostatně. Respondentům bylo poskytnuto 45 minut ke zpracování testu. Výzkumu se zúčastnilo devět tříd s celkovým počtem 171 respondentů.

Analýza výsledků byla rozdělena dle dílčích kroků zpracování úlohy. Řešení úloh se zde nahlíží z širšího hlediska, tedy zaznamenává reakci řešitele na úlohu, práci řešitele se zadanými informacemi, jednotlivé formy řešení a tvorbu odpovědi. Analýza výsledků je v této práci značně obsáhlá, a to jak z důvodu množství respondentů, tak kvůli podrobnému zpracování každého řešení.

TEORETICKÁ ČÁST

1 Úlohy v matematice

Pojem úloha je pro matematiku i pro celou diplomovou práci výchozí. Řešením vhodných úloh – dle Kuřiny (2011) zlepšuje jedinec své porozumění matematice. Kuřina (2011, s. 185): – *„Úlohou rozumíme obvykle jakoukoli výzvu k činnosti. Matematická úloha vyzývá řešitele k matematické činnosti.“* To, že *„matematická úloha je výzva,“* vyjádřil také Hejný (1995, s. 386).

Při studiu pojmu úloha je nemožné nenarazit na další matematické pojmy. Matematickou úlohu (ve volné návaznosti na výklad doc. Vyšína) vymezuje Nováková (2016, s. 11) takto: *„Chceme-li se vyhnout terminologickému nedorozumění, je třeba pojem matematické úlohy, resp. matematické učební úlohy, chápat jako nadřazený všem ostatním v matematickém vyučování často používaným pojmům (příklad, problém, otázka, cvičení).“*

Jako nadřazený daný pojem úlohy chápe také Kuřina (2011), který však pod pojem úlohy řadí cvičení, problémy a opět úlohy, tentokrát v užším slova smyslu. Cvičení je řešeno známým algoritmem. Při řešení úloh řešitel užívá opět známé algoritmy, ty ale mohou být dříve naučené a může být potřeba je různě kombinovat. Úloha se tak může jevit náročnější než cvičení. Problém by měl být vyřešen tvořivým úsilím. Kuřina (2011, s. 187): *„Úloha, kterou jeden student vyřeší na základě známého algoritmu nebo známé teorie, může u jiného studenta vyžadovat tvořivé úsilí.“* Odlišnost mezi problémem a úlohou může být tedy jen ve zkušenostech řešitele. Všechny zkušenosti řešitelů je nemožné znát. Nestandardní, neboli problémové úlohy jsou proto takové úlohy, u kterých se dá předpokládat, že se s nimi vybraní řešitelé ještě neshledali. K řešení nestandardních úloh je třeba tvořivého úsilí a neobvyklých postupů.

O matematických úlohách a jejich řešeních bylo pojednáno v řadě publikacích českých i zahraničních autorů. Jejich názory na pojetí úlohy a jejího řešení se různí podle vlastního zaměření autora. Autoři, kteří se také vyjádřili k teorii úloh jsou například: Vyšín (1972), Polya (2016), Freudenthal (1983), Krygowska (1979), Fridman (1977), Okoň (1966) a jiní.

Terminologie školské matematiky není v mnoha oblastech jednotná. Nejednotnost matematických pojmů úloha, cvičení, problém, příklad a další předkládá také Kuřina (2011) v závěrech. Srovnání zmíněných autorů tezi o nejednotnosti dokládá. Rozličné vnímání konkrétních významů zavedených pojmů ztěžuje další orientaci a pokusy o systematizaci úloh. Také vnímání důležitosti jednotlivých vlastností úloh může být značně individuální.

Vzhledem k výše zmíněné nejednotnosti základních pojmů se dá očekávat nejednotnost na poli klasifikace úloh a i v dalších teoretických východiscích.

1.1 Klasifikace úloh

Klasifikace obecně probíhá na základě charakteristických společných znaků. Společné znaky úloh jsou zároveň jejich vlastnostmi. Malinová (2014) rozděluje vlastnosti úloh na subjektivní a objektivní. Mezi objektivní vlastnosti jmenuje tematický obsah, kontext úlohy, formu zadání a náročnost poznávacích operací. Subjektivními vlastnostmi vnímá obtížnost, entropii, konvergentní či divergentní charakter úlohy a nestandardnost úlohy.

Úlohy dle **tematického obsahu** na prvním stupni ZŠ se dělí do čtyř kategorií dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (2017) dále jen RVP ZV. Jsou to tematické okruhy: Číslo a početní operace, Závislost, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru, Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

Kontext úlohy má motivační charakter a ukotvuje matematické operace v kontextu příběhu. Úloha se může odehrávat v běžném životě, v pohádce, sci-fi či pouze na matematickém poli s matematickými pojmy a symboly. V úlohách mohou být kontextem také ostatní výukové předměty. Úlohám, které propojují několik výukových předmětů a cílů, se říká integrované úlohy a pojednává o nich publikace Rakoušové (2011).

Formou zadání se rozumí způsob, jakým je úloha zadána. Zadání může být zadáno slovní (orální) formou či písemnou formou s případnými pomůckami. Prostý text zadání může být doplněn obrázky, symboly či grafickými schématy. Zadání lze obohatit připojením manipulačního materiálu.

Náročnost poznávacích operací při řešení úloh je dalším sledovaným aspektem. Kalhous (in Kalhous a Obst 2002) uvádí taxonomii učebních úloh podle Tollingerové (1970), kde je možné vyčíst i fráze užívané v zadání úloh, které k jejich rozdělení napomáhají. Tollingerová (in Kalhous a Obst 2002) člení úlohy na úlohy vyžadující pamětní reprodukci poznatků, úlohy vyžadující jednoduché myšlenkové operace s poznatky, úlohy vyžadující složité myšlenkové operace s poznatky, úlohy vyžadující sdělení poznatků a úlohy vyžadující tvořivé myšlení. Typologií matematických úloh z kognitivního a metakognitivního hlediska se zabývala Jirotková (2010). V typologii Jirotkové (2010) se promítá postavení úlohy ve vzdělávacím procesu v kategoriích úlohy seznamovací a úlohy nácvikové. Zbylými kategoriemi jsou úlohy objevné, komunikační, konstrukční, mapovací, optimalizační, vyhledávací, revizní, argumentační a úlohy na hledání strategie.

Obtížnost je subjektivní protějšek náročnosti úloh. Jelikož má každý žák za sebou jiné řešitelské zkušenosti a je jinak motivován k řešení úloh, vnímá každý žák obtížnost stejné úlohy jinak. Přestože se obtížnost nedá jednoznačně určit, je důležité s touto vlastností pracovat, jelikož může značně ovlivnit výkony a motivaci žáků. Úlohy by měly být vybírány s přihlédnutím ke schopnostem žáků tak, aby pro žáky nebyly ani příliš snadné, ani příliš obtížné.

Entropie je dle Malinové (2014) míra neurčitosti. U každé úlohy by měla být správná míra neurčitosti, aby řešitele motivovala k činnosti a její řešení ho bavilo a posouvalo. Otázky s malou entropií nevedou k žádné myšlenkové činnosti, jelikož odpověď na ně je zřejmá a nesporná. Úlohy s velkou entropií obdobně nevedou ke zdárnému řešení, jelikož pro řešitele je neurčených faktorů příliš mnoho a v důsledku je pravděpodobná řešitelova rezignace.

Konvergence či divergence jsou dvě vlastnosti úloh. Většina úloh dle Malinové (2014) užívaných v hodinách matematiky jsou úlohy konvergentní. Konvergentní úlohy jsou úlohy se sbíhavým charakterem řešení, tedy jedním řešením. Divergentní úlohy mají naopak rozbíhavý charakter a je pro ně příznačné větší množství možných řešení.

Nestandardnost úlohy vychází ze zkušenosti řešitele. Jako vlastnost subjektivní pak závisí na tom, s jakými úlohami se konkrétní řešitel dostal do kontaktu. Nestandardní vlastnost pro něj tak mají ty úlohy, které se řeší jinak, než je řešitel zvyklý, či se s podobnými úlohami ještě nesetkal.

2 Nestandardní úlohy

Nestandardní úlohy spadají tematicky k nestandardním aplikačním úlohám a problémům dle RVP ZV (2017). Co se týče kontextu, mohou nestandardní úlohy mít jakýkoliv kontext. Forma zadání u nestandardních úloh může být také různorodá, lze využít jak slovní zadání, tak zadání pomocí obrázkových systémů či jiné alternativy. Náročnost poznávacích operací vzhledem k širokosti nestandardních úloh nemusí uplatňovat pouze kategorii úloh vyžadujících tvořivé myšlení, třebaže je předpoklad četnosti takových úloh nejvyšší. Z hlediska obtížnosti se mohou zdát nestandardní úlohy obtížnější než úlohy běžněji užívané. Mezi nestandardními úlohami lze nalézt úlohy divergentního i konvergentního charakteru.

„Problémovou úlohou rozumíme takovou úlohu, k jejímuž řešení nedostačují dosavadní zkušenosti žáků a nestačí ani stereotypy osvojené ve škole. K řešení problémových úloh je třeba určité matematické kreativity a představivosti. Žák úlohu řeší samostatně, svým vlastním aktivním zkoumáním. Pozorováním známého se žáci učí objevovat neznámé, rozvíjí se jejich důvtip i jejich logické myšlení“ (Budínová a kol., 2016, s. 54).

„Problémem se myslí úloha problémového charakteru, předpokládající větší podíl řešitelovy aktivity a vynalézavosti. Řešení problémů (problémové, ‚nestandardní‘ úlohy) vyžaduje při řešení tvořivý přístup řešitele“ (Nováková, 2016, s. 11). Dále Nováková (2016) zmiňuje, že oborové didaktiky ani pedagogika sama pojem nestandardní učební úloha jednoznačně nevymezují.

Lišková a Rezek (2015) popisují nestandardní úlohy a problémy na prvním stupni jako úlohy neobvyklé (jak zadáním tak způsobem řešení), vhodné pro badatelské aktivity. Zároveň by se nemělo jednat o úlohy složité. Nestandardní úlohy by mohly také mít charakter komplexnosti úloh z praktického života. Jedním z typických rysů nestandardních úloh dle Liškové a Rezka (2015) je větší množství možných řešení či alespoň větší množství způsobů, jak ke správnému řešení dojít. Ve vyučování je pak nutné vhodně pracovat s kreativními řešeními žáků.

Nestandardní úlohy jsou tedy úlohy, které vyzývají řešitele k aktivní a kreativní činnosti. Jejich řešení nezávisí na známých algoritmech, je tedy pro řešitele tvořivě přínosnější než řešení běžných cvičení. Nestandardní úloha je pro řešitele nezvyklá, a právě novost situace je důležitý aspekt. Nestandardní úlohy jsou v popředí zájmu této práce, proto následuje jejich klasifikace.

Nestandardní aplikační úlohy a problémy jsou jednou ze součástí vzdělávání matematice také podle RVP ZV (2017). Dle něj řešení takových úloh vyžaduje logické myšlení. Matematické problémy by měly prolínat všechny tematické okruhy a měly by se vyskytovat v průběhu celého základního vzdělávání. RVP ZV směřuje práci s nestandardními aplikačními úlohami a problémy do druhého období prvního stupně. Učivem této kategorie RVP ZV rozumí: slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, magické čtverce a prostorovou představivost.

2.1 Klasifikace nestandardních úloh

Jak už předchozí pokusy o definování souvisejících pojmů nasvědčují, ani klasifikace nestandardních úloh není jednoznačná. RVP ZV vymezuje čtyři kategorie nestandardních úloh: slovní úlohy, číselné a obrázkové řady, magické čtverce a prostorovou představivost. V metodických komentářích pro základní vzdělávání se problematice nestandardních úloh věnují Lišková a Rezek (2015), kteří jmenují mimoškolní aktivity a pomůcky nestandardního charakteru.

Lišková a Rezek (2015) zmiňují oblast rekreační neboli zábavné matematiky, ve které se řešitelé mohou setkat s nestandardními kvízy, doplňovačkami, hlavolamy, úlohami typu Zebra, sudoku, kakuro, algebrogramy a dalšími typy úloh.

Kakuro, sudoku i **magické čtverce** mají společnou čtvercovou síť a doplňování číslic podle předem daných pravidel. Kakuro je obdobné doplňování číslic 1 až 9 do čtvercové sítě jako u sudoku. Rozdíl je ve větší strukturovanosti čtvercové sítě a v nutnosti sčítat jednotlivé hodnoty tak, aby se rovnali hodnotě v zadání. Čtvercová síť u kakuro tak nemusí být natolik symetrická jako u sudoku či magických čtverců, často netvoří velký čtverec. Sudoku bývá ve standardní variantě tvořeno čtvercem 9 x 9 polí. Magický čtverec může dosahovat i jiných rozměrů, přestože stále vytváří čtverec. Magický čtverec doplňuje řešitel tak, aby se v každém sloupci, řádku a často také v diagonále doplněné hodnoty po sečtení rovnaly. Kakuro i magické čtverce tak pracují s operací sčítání, na rozdíl od sudoku, které je nepřítomností této operace více zaměřeno pouze na vhodnou kombinaci vepsaných čísel (v každém řádku i sloupci kombinace čísel jedna až devět).

Kostihová (2016) ve své diplomové práci mezi nestandardní úlohy mimo magické čtverce jmenuje také logické řady a algebrogramy, úlohy řešené pomocí zápalek, číselné pyramidy, grafická schémata, tangramy, geometrické útvary, slovní úlohy a kombinatorické úlohy či obrazce jedním tahem.

Číselné řady a **číselné pyramidy** se principem doplňování číslic přibližují sudoku, kakuro a magickým čtvercům. Číselné řady však poskytují často menší počet zadaných hodnot a také nalezení vztahu mezi hodnotami může být složitější, jelikož není omezen pouze na operaci sčítání. Číselné pyramidy mohou být obdobou číselné řady, jelikož je to graficky zajímavější aktivita, bývá užita v prvním období a vztah mezi jednotlivými poli je popsán v zadání pracovních sešitů. Samozřejmě mohou být číselné pyramidy použity také bez zadání s potřebou najít vzájemný vztah již zapsaných hodnot.

Budínová a kol. (2016) uvádí pod **problémovými úlohami** logické úlohy a matematické problémy, výměnný obchod, úlohy o penězích a o čase, úlohy o tyčinkách a matematická kouzla. Logické úlohy rozvíjí myšlení žáků. Jde v nich zejména o analýzu a uspořádání prvků, hledání vztahů mezi prvky a vytvoření systému. Výměnným obchodem autorky nazývají úlohy, ve kterých si řešitel musí uvědomit jakou hodnotu má například mandarinka, když se dá v zadaných poměrech vyměnit za banán a pomeranč.

Výměnný obchod je principem podobný algebrogramům, přestože je zde možná rozdílnost ve formě zadání. **Algebrogramy** bývají většinou zadávány formou 2D obrázku, na kterém jsou různá vyobrazení mající různorodou hodnotu, kdežto výměnný obchod může být zadán pouze slovně či formou dramatizace ve třídě. Úlohy o tyčinkách jsou známé také pod názvem úlohy řešené pomocí zápalek (Kostihová, 2016).

Babáková (2007) klasifikuje nestandardní úlohy na slovní úlohy, úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů a úlohy rozvíjející geometrickou představivost.

Úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů dále člení na číselné a obrázkové pravidelnosti, aritmetická schémata (magické čtverce, sudoku, číselné pyramidy, číselné trojúhelníky a sluníčka), algebrogramy a inverzně formulované číselné úlohy. **Úlohy rozvíjející geometrickou představivost** rozděluje na úlohy řešené v rovině (tangramy, obrázky jedním tahem, čtvercovou síť) a úlohy řešené v prostoru (origami, krychle, sítě těles). Bližší klasifikace slovních úloh dle Babákové (2007) bude uvedena v následující kapitole.

Přikrylová (2018) klasifikuje nestandardní úlohy obdobně jako Babáková (2007). Přikrylová (2018) vymezuje slovní úlohy, úlohy řešené na základě objevení a uplatnění číselných vztahů a úlohy při nichž je potřeba uplatnit prostorovou představivost. Přestože se mohou zdát ostatní výše zmíněné klasifikace odlišné, při pokusu o klasifikaci nestandardních úloh pro účely vlastní práce bude dostačovat klasifikace Babákové (2007) a Přikrylové (2018). Jednotlivé vztahy mezi kategoriemi nestandardních úloh nejsou totiž pro vlastní práci podstatné. Důležitými se pro vlastní práci jeví nestandardní slovní úlohy, které se ve všech klasifikacích nestandardních úloh v nějaké formě objevují.

3 Slovní nestandardní úlohy

Slovní nestandardní úlohy jsou kategorií nestandardních úloh, ve které se kloubí charakter nestandardnosti a slovního zadání (verbální formulace) úloh. Vzhledem ke sdíleným charakteristickým vlastnostem slovních nestandardních úloh a slovních úloh se dá očekávat podobnost mezi způsobem řešení těchto úloh. Pro účely této práce budou za slovní nestandardní úlohy považovány úlohy, které mohou být zadávány pouze slovně s případnými matematickými symboly v textu (bez nákresů, obrázků či pomůcek) a charakter jejich řešení bude obdobný jako při řešení slovních úloh.

3.1 Klasifikace slovních nestandardních úloh

Dělením nestandardních úloh se ve svých diplomových pracích zabývali např. autoři: Babáková (2007), Stanisavljevičová (2013), Kostihová (2016) a Horkel (2005). Každý z nich klasifikoval nestandardní slovní úlohy odlišně, proto následující rozdělení přináší nový pohled na danou problematiku. Z odborných autorů v oblasti matematiky se klasifikaci nestandardních slovních úloh věnovali například Lišková a Rezek (2015) a Budínová a kol. (2016).

Z analyzovaných zdrojů se dají vymezit nestandardní slovní úlohy: inverzně formulované úlohy (úlohy s antisignálem), kapitánské úlohy (úlohy s nadbytečnými či nedostatečnými údaji), kombinatorické úlohy (úlohy diofantovského typu), otevřené úlohy, úlohy vytvářené žáky, logické úlohy (úlohy řešeny logickým úsudkem) a krátce zmíněny jsou také složené slovní úlohy jako součást logických úloh a problémové úlohy v užším slova smyslu.

Pro srovnání Lišková a Rezek (2015) vymezují následující typy nestandardních úloh: problémy diofantovského typu, úlohy kombinatorické, kde žáci hledají různé varianty pořadí, hledají různé dvojice apod., úlohy, kde žáci „sesazují“ a doplňují známé informace tak, aby výsledná sdělení byla pravdivá (úlohy typu Zebra), úlohy s využitím „šedesátkového“ převodu, kde žáci zpracovávají časové údaje, popř. pracují s mírou úhlovou a úlohy grafické.

Pro tuto diplomovou práci byly výchozí následující typy úloh.

Inverzně formulované úlohy (úlohy s antisignálem, úlohy nepřímé) jmenovali ve svých rozděleních Babáková (2007) a Horkel (2005). Jedná se o úlohy, které zadáním napovídají řešiteli opačnou operaci k vyřešení úlohy, než je potřebné použít. U těchto úloh je potřeba pečlivé čtení zadání. Např. „Pavel je dvakrát starší než Lukáš; Pavlovi je 18 let; Kolik let je Lukášovi?“ Slovo dvakrát naznačuje řešiteli násobení, které však není vhodnou operací pro správné řešení úlohy. Vzhledem k omezenému počtu úloh v testu do něj tato kategorie úloh nebyla zapojena.

Kapitánské úlohy (úlohy s nadbytečnými údaji či nedostatečnými údaji) ve svých klasifikacích uvádí Babáková (2007), Stanisavljevičová (2013) a Horkel (2005). Tzv. kapitánské úlohy nevyžadují od řešitele většinou žádné početní operace. U těchto úloh je potřeba velmi pozorné čtení textu zadání a vlastní zamyšlení. Úlohy se dají velmi rychle vyřešit, i proto se tato kategorie úloh vyskytuje při sestavování didaktického testu v praktické části.

Kombinatorické úlohy (úlohy diofantovského typu) jsou nejčastěji zmiňovanou kategorií. Jmenovali ji všichni čtyři autoři diplomových prací na podobné téma (Babáková, 2007, Stanisavljevičová, 2013, Kostihová, 2016 i Horkel, 2005). Kombinatorické úlohy ve své klasifikaci nestandardních úloh zmínili i Lišková s Rezkem (2015). U kombinatorických úloh je často snadné najít více možných řešení i více možných postupů. Jednou z možných úloh je klasická úloha o vyplacení patnácti korun pomocí korun, dvoukorun a pětikorun. V rámci tohoto příkladu by se k této kategorii daly zařadit také úlohy o penězích od Budínové a kol. (2016), čímž se k této kategorii vyjadřují všichni zmínění autoři. Kombinatorické úlohy jsou tedy základní skupinou nestandardních slovních úloh, a proto jsou zařazeny i v praktické části.

Otevřené úlohy, které ve své práci zmiňuje Horkel (2005), svým způsobem také souvisí s kombinatorikou. Otevřením úlohy se zadavatel snaží vzbudit větší kreativitu řešitele. Umožňuje mu hledat další otázky či postupy. Zajímavou úlohou by mohla být například úloha o společných vlastnostech a jiných charakteristických znacích spolužáků: *„ Vytvoř co nejvíce skupin spolužáků podle vlastních kritérií, např. podle věku, pohlaví apod.“*

Vytváření slovních úloh žáky je kategorie Stanisavljevičové (2013), která však úzce souvisí s otevřenými úlohami Horkela (2005). Stanisavljevičová (2013) ve vytváření slovních úloh žáky dává ještě větší svobodu a možnost se kreativně vyjádřit žákům. Žáci mohou například sami volit otázku na konci úlohy. K práci s těmito úlohami je třeba souvislejší cílená práce, díky které se s principy žáci seznámí a mohou s touto metodou pracovat. Praktické části diplomové práce tato kategorie úloh nevyhovuje, proto tam nebyla zařazena.

Logické úlohy dle Budínové a kol. (2016) analyzují a uspořádávají prvky. U některých úloh vybraných Budínovou a kol. (2016) se dá polemizovat nad mírou kombinatoriky (permutace bez opakování) uplatněných u zmíněných úloh. Mezi takové úlohy se řadí například úlohy typu zebra, ve kterých je třeba určit pořadí pěti kamarádů, kteří bydlí vedle sebe a vlastní různá zvířata. Logické úlohy jsou asi nejširším pojmem nestandardních slovních úloh vůbec. Touto kategorií prochází mnoho úloh a princip řešení nestandardních slovních úloh jistou logiku od řešitele očekává.

Při popisu kategorie logických úloh je vhodné také zmínit úlohy řešené logickým úsudkem. **Úlohy řešené logickým úsudkem** zmiňuje Babáková (2007). Úlohy řešené logickým úsudkem opět mívají kratší řešení a je velmi důležité bystré čtení zadání. Praktický rozdíl mezi logickými úlohami a úlohami řešené logickým úsudkem se dá spatřovat ve složitosti dalšího postupu. Ukázky logických úloh i úloh řešených logickým úsudkem budou zastoupeny v praktické části.

Na pomezí logických úloh se vyskytují také složené slovní úlohy, které od logických úloh odděluje Stanisavljevičová (2013). Případné složené slovní úlohy užité v této práci budou vždy částečně spadat i do logických úloh. Složené slovní úlohy mohu, a nemusí být nestandardní. V didaktické literatuře jsou spíše chápány jako úlohy vyžadující dvě a více matematických operací.

Jako specifickou kategorii vyděluje Stanisavljevičová (2013) znovu **problémové úlohy**. V tomto užším slova smyslu popisuje úlohu kombinatorického charakteru, která se má od ostatních odlišovat blízkostí tématu řešitelům. Pro účely této práce budou veškeré nestandardní slovní úlohy hodnoceny jako problémové úlohy. Tento užší smysl nebude dále zmiňován.

3.2 Řešení nestandardních slovních úloh

Nestandardní slovní úlohy mají charakter slovní úlohy i nestandardní úlohy. Vzhledem k tomu, že pojem nestandardní úloha je stále v matematice mladší než pojem slovní úloha, je pochopitelné, že řešení slovních úloh obecně bude propracovanějším tématem, kterým se zabývalo větší množství autorů než přímo řešením slovních nestandardních úloh. Vzhledem k podobnosti těchto kategorií je i řešení slovních úloh podstatné pro vlastní diplomovou práci.

3.2.1 Řešení slovních úloh

Formální stránka řešení slovní úlohy má několik kroků. Budínová a kol. (2016) popisuje řešení slovní úlohy jako systematickou činnost složenou z šesti kroků. Prvním krokem je **zápis zadání** (pro přehled v situaci, podle potřeby), dalším **znázornění úlohy** (je-li to možné a účelné), **pochopení vztahů mezi hledanými a zadanými údaji**, **zapsání matematického zápisu** (řešení úlohy), **provedení zkoušky správnosti řešení** a **konfrontace výsledku s realitou**, a nakonec **zapsání odpovědi**.

Polya (2016) k řešení matematické úlohy uvádí pouze čtyři kroky. Porozumění úloze, navržení plánu řešení, realizace plánu a pohled zpět. **Porozumění úloze** je první a zásadní krok řešení úlohy, ve kterém se řešitel seznámí s podmínkami úlohy a problémem, který je potřeba řešit. **Navržení plánu** řešení je krátká úvaha nad postupem následujícího řešení. Věnuje-li prvním dvěma krokům řešitel příliš krátký čas, vystavuje se nebezpečí **realizace** nevhodného plánu. Správnost či nesprávnost postupu i výsledku by měl být řešitel schopen zhodnotit sám při **pohledu zpět**. Polya (2016) pozvedá řešitele (žáka) na roveň řešitele (učitele) a vnímá je tak jako dva rovnocenné badatele jejichž cílem je objevování. Polya (2016) se dále věnuje heuristice a objevitelským postupům v souvislosti s tvůrčím myšlením a způsoby řešení úloh.

Kuřina (2011) vnímá řešení úloh jako tvůrčí činnost a přirovnává řešení úloh k umění. Kuřina (2011) navazuje na další autory (Wallas, 1926, Hadamard, 1996, Helmholtz, 1977 a Poincaré, 1983) a popisuje čtyři fáze tvůrčího myšlení: **preparace, inkubace, iluminace a verifikace.** V první fázi, přípravné fázi, řešitel studuje souvislosti a vztahy zadaných údajů. Dále popisuje ideální stav, čímž je zrání a objevení nápadu. Ideální stav proto, že ve výuce nebývá čas nazbyt, a tak se příprava, zrání a objevení nápadu často shrne do tzv. rozboru, na který často navazuje návod. Pro rozvoj myšlení řešitele je samozřejmě vhodnější dát mu více času na zrání myšlenky a objevení nápadu a rozhodně mu nevnucovat návody.

Novák a Stopenová (1993) uvádí čtyři kroky schématu řešení slovních úloh jako: **rozbor úlohy**, **vyjádření struktury úlohy matematickou symbolikou** a **řešení úlohy matematickým aparátem**, **kontrola správnosti** a **formulace odpovědi** na otázku úlohy**.**

Různorodost názorů jednotlivých autorů je patrná, v mnohém se ale jednotlivá členění potkávají. V každém členění je patrný vývoj od zamyšlení nad přečteným testem přes plánování řešení se samotnou realizací plánu řešení. V závěru úlohy by měl řešitel provést zkoušku neboli kontrolu správnosti jednoduchým pohledem zpět. Budínová a kol. (2016) a stejně tak Novák a Stopenová (1993) vydělují také odpověď.

Hodnotí-li se postup řešitelů pouze z vypracovaných testů, je téměř nemožné sledovat průběh některých, většinou prvotních fází řešení jednotlivých řešitelů. Fáze jako porozumění, pochopení, preparace a inkubace či orientačně-analytická fáze se hůře uchopují ve vypracovaném testu. Průběh těchto kroků se dá jen odhadovat, a to na základě zápisu nebo jiného písemného rozboru úlohy, dalšího postupu řešení či osobního písemného vyjádření řešitele.

3.2.1.1 Analýza řešení slovních úloh

Při analýze řešení slovní úlohy je možné zkoumat zápisy práce s informacemi neboli rozbor úlohy. **Rozbor úlohy** obsahuje zpravidla stručný záznam zadání úlohy, může obsahovat také grafické znázornění. Slouží k nalezení vztahů mezi objekty úlohy. Novák a Stopenová (1993) rozlišují analýzu obsahu na analýzu věcného obsahu a analýzu matematického obsahu. **Analýza věcného obsahu** je základním vhledem do problematiky úlohy. Pomocí **analýzy matematického obsahu** řešitel rozlišuje podmínky úlohy (informace poskytnuty v zadání) a otázky úlohy (co má řešitel zjistit, a tedy i co se má později objevit v odpovědi). Dokáže-li řešitel označit podmínky úlohy a otázky úlohy, je pravděpodobné, že chápe situaci z úlohy a také dokáže vnímat vztahy mezi podmínkami úlohy a otázkou. Pakliže řešitel zná vztahy mezi jednotlivými podmínkami úlohy, mělo by pro něj být snadné stanovit plán postupu např. početní výkony k nalezení řešení.

Práce s informacemi neboli rozbor řešitelů nemusí vždy vypadat jako klasický zápis věcného a matematického obsahu se všemi vztahy a zápisem neznámé. Pro účely této práce je jako práce s informacemi ze zadání započítán jakýkoliv písemný či grafický projev, ze kterého je patrné, že se řešitel informace snažil seřadit a najít mezi nimi zmíněné vztahy.

Grafické znázornění slovní úlohy napomáhá porozumění slovní úloze. Grafické znázornění se nevyužívá, není-li nutné a zpravidla po něm následují další numerické výpočty. Pakliže z grafického znázornění dokážeme vyčíst výsledek rovnou (bez dalších numerických výpočtů), jedná se o grafické řešení slovní úlohy.

Zakreslování schémat a obrázků (pro lepší představu o úloze) uvádí Budínová a kol. (2016) jako jednu z pomůcek při řešení úloh. Mezi další možné pomůcky při řešení slovních úloh uvádí používání materiálních pomůcek (jako jsou kuličky, kostky či počitadlo) a systematické experimentování. Experiment lze však dle Nováka a Stopenové (1993) řadit mezi možné způsoby řešení, tudíž mu bude dán větší prostor v pasáži o řešení.

Učitelé mohou mít na způsob řešení svých žáků vliv. Novák a Stopenová (1993) uvádí: *„Zápis podmínek a celého řešení úloh z učebnic a sbírek si učitel modifikuje podle svých osvědčených zkušeností."* Novák a Stopenová (1993) dále uvádí, že je pro žáky zpočátku obtížné zápis podmínek úlohy vytvořit. Žáci pátých ročníků, kterých se tato diplomová práce týká, by však měli být již tvorbě zápisu přivyklí. Různorodost podmínek a postupů jednotlivých učitelů dává možnost sledovat podobnosti a proměnlivosti v řešení úloh v různých třídách.

Zápis či jiný rozbor informací, nedohledatelné promyšlení úlohy a případné grafické znázornění předcházejí samotnému řešení. Úvodním krokem řešení bývá **matematizace reálné situace**. Matematizace reálné situace aplikuje získané poznatky zápisu a znalosti vztahů mezi komponenty v numerické výpočty. Pakliže řešitel pokračuje výpočty neboli aritmeticky, jedná se o aritmetické řešení. **Aritmetické řešení** je ve školní praxi nejčastější, ne však jediné. V průběhu matematizace reálné situaci či snad ještě před ní samotnou může řešitel zvolit jiný způsob řešení. Novák a Stopenová (1993) mezi dalšími způsoby řešení uvádí **algebraická řešení**, ve kterém řešitelé pracují s rovnicemi o jedné či více neznámých. Algebraické řešení však na prvním stupni ZŠ nebývá příliš běžné. Častějšími druhy řešení na prvním stupni ZŠ jsou již zmíněné **grafické řešení** a **experiment** neboli systematické experimentování. Při experimentu řešitel často systematicky vypisuje možnosti, které ho napadají. Experiment bývá uplatňován například při řešení kombinatorických úloh.

Novák a Stopenová (1993) upozorňují na časté chyby řešitelů na koncích matematického zápisu, kam řešitelé připisují jednotky. Správně by se výsledná hodnota i s jednotkou měla objevit až v odpovědi.

Kontrola správnosti řešení je podstatná součást schématu řešení slovní úlohy. Numerická správnost se zpravidla kontroluje zkouškou výpočtů. Neméně důležitá je ovšem také kontrola věcné správnosti, kterou řešitel zkoumá výsledek v souvislosti s podmínkami úlohy.

Formulace odpovědi je závěrem řešení každé slovní úlohy. Uvedení výsledku do kontextu by mělo řešiteli pomoci uvědomit si, zda je jeho výsledek správný či se odchýlil od reality. Z rozhovorů s dotázanými učiteli však vyplývá, že na dvojí kontrolu nebývá vždy potřebný čas.

3.2.1.2 Reakce řešitele na úlohu

Proces řešení úloh částečně předchází a částečně provází reakce řešitele na úlohu. Hejný (1995) uvádí tři možné reakce řešitele na úlohu. První možností, která řešitele vede k procesu řešení úlohy je přímá reakce řešitele. **Přímá reakce** znamená, že řešitel výzvu přijme a dle svého nejlepšího vědomí, svědomí a intuice se úlohu snaží vyřešit. Druhá možná je reakce **úhybná**. Řešitel úlohu chce vypracovat nebo se alespoň tvářit, že na ní pracuje, k samotnému řešení se ale z neznámého důvodu neodhodlá. Typická úhybná reakce je opisování. Při dlouhodobé práci se třídou je pak vhodné zjišťovat, zda k opisování žáka vede strach z chyby, zahanbení, zvyk, lenost či co jiného.

Třetí a poslední reakcí je **rezignace**. Při rezignaci se žák úlohu ani nepokouší řešit, rovnou řešení odmítá. K rezignaci může mít žák opět mnoho důvodů ať už dříve zmíněné či se mu jeví úloha moc těžká. Dobrý učitel by měl i u těchto reakcí znát jejich příčiny.

3.2.2 Řešení nestandardních slovních úloh

Nováková (2016) popisuje tři fáze řešení problému: **orientačně-analytickou** (porozumění neboli zpracování zadání, modelování problémové situace), **strategicko-operační** (strategie řešení, tvorba hypotézy a metod řešení) a **synteticko-verifikační** (prověřování hypotézy). Jak již bylo zmíněno výše, nestandardní slovní úlohy jsou především úlohy slovní, a tak se okolnosti řešení i fáze řešení velmi podobají řešení slovních úloh. Při řešení nestandardních slovních úloh je oproti běžným slovním úlohám důležitější fáze orientačně-analytická, jelikož úlohy nejsou obvyklé a je třeba je pečlivěji analyzovat. Zároveň je možná obměna strategicko-operační fáze řešení, jelikož nestandardní slovní úlohy mohou být řešeny inovativními způsoby řešitele.

Při zpracování nestandardní slovní úlohy se dají opět očekávat jednotlivé fáze řešení popsané v předchozí podkapitole, tedy: zápis zadání a znázornění úlohy, matematizace reálné situace či jiná forma řešení, kontrola správnosti a zapsání odpovědi.

Nestandardnost některých typů těchto úloh však nevyžaduje písemný rozbor ani písemné řešení jakéhokoliv druhu. Budínová a kol. (2016) poukazuje na časté využívání intuice, vhledu, experimentu a grafického znázornění při řešení problémových úloh nadanými žáky. Vhled je tedy dalším možným způsobem řešení nestandardních slovních úloh.

Formy řešení nestandardních slovních úloh na prvním stupni ZŠ mohou být aritmetická řešení, grafická řešení, experimentální řešení a řešení úloh vhledem. Pro účely této práce budou formy užité při řešení nestandardních slovních úloh podstatné. Při analýze řešení slovních nestandardních úloh bude dále sledována práce s informacemi neboli rozbor, odpověď a případná zkouška. Je možné, že z analýzy testů vyplynou další charakteristické podskupiny.

Podobně jako u slovních úloh je u nestandardních slovních úloh nutné na výzvu k řešení úlohy reagovat. Vlastní diplomová práce se pokusí zkoumat poměry žáků reagujících přímo, úhybně či rezignací na jednotlivé úlohy.

4 Zdroje nestandardních slovních úloh

Nestandardní slovní úlohy bývají někdy spojovány s žáky nadanými na matematiku. Nadaní žáci totiž nestandardní úlohy berou více jako výzvu a rádi takové úlohy řeší. Jelikož takové úlohy nabízejí větší možnosti pro řešitele, nesouvisí přímo s probíraným učivem a jejich řešení žáky často baví, bývají ve velkém množství zastoupeny v matematických soutěžích a olympiádách. V souvislosti s nadanými žáky můžeme další nestandardní úlohy najít v publikacích určených přímé práci s těmito žáky.

Nestandardní úlohy jsou dnes zastoupeny v RVP ZV (2017), což znamená, že je najdeme také v metodických komentářích či ve školních učebnicích. Během bádání v dávnější minulosti se také dají nalézt nestandardní úlohy, i když se jim tak ještě neříkalo. Nestandardní úlohy se ve starších sbírkách dají nalézt například pod souslovím zajímavé úlohy z matematiky, či dokonce náhodně mezi texty pro děti. Vzhledem k rozvinutému internetu je možné nalézt nestandardní úlohy a nestandardní slovní úlohy i na vybraných webech.

Zdroji nestandardních úloh tedy jsou matematické soutěže a olympiády, metodické pomůcky a publikace určené nadaným žákům, starší publikace pro děti a matematické sbírky, sbírky nestandardních úloh vytvořeny v rámci diplomových prací a internetové zdroje.

4.1 Matematické soutěže a olympiády

Matematické soutěže a olympiády jsou nepravidelnou činností. Žák na ně přichází předvést své schopnosti, nikoliv je systematicky rozvíjet. Řešitel se tak sice může setkat s novými zajímavými úlohami, ale často omezený výběr odpovědí, prosté bodové vyhodnocení a činnost, která není systematická a pravidelná by neměla být jedinou formou práce s nestandardními úlohami.

Matematický klokan[1] je mezinárodně koordinovaná matematická soutěž určena žákům ZŠ a SŠ. Matematického klokana v kategorii Cvrček mohou řešit žáci druhých a třetích ročníku ZŠ. Žáci čtvrtých a pátých ročníku řeší kategorii Klokánek. V každém testu jsou úlohy rozděleny a obodovány dle obtížnosti třemi, čtyřmi nebo pěti body. Mezi úlohami matematického klokana se zejména vyskytují nestandardní slovní úlohy. Úlohy Matematického klokana lze objevit i ve sbírkách úloh jako je *Počítejte s Klokanem: Sbírka úloh s řešením pro 4. a 5. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004* autorů Novák, Kubátová (2007).

Pythagoriáda[2] je matematická soutěž určena žákům pátých až osmých ročníků ZŠ a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií. Zúčastnit se Pythagoriády může kterýkoliv žák daných ročníků. Soutěž má za cíl zvýšit zájem o matematiku. Jelikož její příklady rozvíjí mj. i logické myšlení, využívají nestandardních úloh. Pythagoriáda se koná každoročně a sestává se ze školního a okresního kola.

Matematická olympiáda[3] je, dá se říci, nejvyšší matematická soutěž v České republice, jelikož účast v ní stojí řešitele velké úsilí, neúčastní se jí plošně celé třídy a její pojetí je v souladu s Mezinárodní matematickou olympiádou[4]. Žáci prvního stupně ZŠ se mohou Matematické olympiády účastnit v kategorii Z5, která je určena žákům pátých ročníků. Na rozdíl od předchozích soutěží je školní kolo olympiády realizováno z domova. Žáci mohou během účasti v soutěži studovat a dostávat doporučenou literaturu od svých vyučujících. Úlohy Matematické olympiády v porovnání s úlohami ostatních soutěží bývají z hlediska kognitivní náročnosti složitější. Od řešitele očekávají značnou míru soběstačnosti a kreativity. Úlohy Matematické olympiády také spadají mezi nestandardní úlohy.

Matematické korespondenční semináře jsou zpracováváním úloh podobné Matematické olympiádě. Na rozdíl od Matematické olympiády však nemají takovou prestiž a jejich tvůrci pro první stupeň ZŠ se častěji mění. Aktuálně a posledních šest let se korespondenčním seminářům věnuje ZŠ Milady Horákové[5]. V letech 2013 až 2018

[1] Dostupné z: https://matematickyklokan.net/
[2] Dostupné z: https://www.talentovani.cz/souteze/pythagoriada
[3] Dostupné z: http://www.matematickaolympiada.cz/
[4] Dostupné z: http://www.imo-official.org/
[5] Dostupné z: http://www.zshorakhk.cz/matematika/korespondencni-seminar

pořádala Matematický korespondenční seminář Matýsek Vyšší odborná škola pedagogická a Střední pedagogická škola v Litomyšli[6]. Pro řešitele je vždy výhodná možnost nalezení vícera úloh v jedné publikaci. Vzhledem k proměnlivosti pořadatelů korespondenčních seminářů je tedy přínosné úlohy vydávat v přepracovaných sbírkách, jakou je například publikace *Sedm matematických příběhů pro Aničku, Filipa, Matýska* od Vaňkové a Liškové (2005). Publikace vychází z úloh matematických korespondenčních seminářů Filip z Liberce a Matýsek z Litomyšli a je určena pro žáky čtvrtých a pátých ročníků základních škol.

4.2 Metodické publikace

Jelikož oblast nestandardních úloh je zakomponována v RVP ZV (2017), existují publikace, které přibližují, jak dané úlohy vypadají. *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání* z Národního ústavu pro vzdělávání (NÚV) z roku 2015 obsahují přijatelné ukázky. Kapitola *Tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problém*y (Lišková, Rezek, 2015) obsahuje krátkou teorii obohacenou o ilustrativní úlohy a možná řešení s metodickým komentářem, čímž se tato publikace stává výhodným zdrojem nestandardních úloh.

Nestandardní úlohy jako součást RVP ZV (2017) musí reflektovat také nakladatelství školních učebnic a dalších pomůcek. Za zmínku stojí učebnice nakladatelství FRAUS[7], které jsou spojovány s výukou Hejného metodou. Učebnice nakladatelství FRAUS by tak měly aktuálně obsahovat největší množství nestandardních úloh. Mimo nakladatelství FRAUS se nestandardní úlohy častěji vyskytují také v učenicích Taktik[8] či Didaktis[9], který je přímo určen nadaným žákům. Srovnání učebnic se však tato práce nevěnuje.

Publikaci *Rozvíjíme matematické nadání žáků: náměty pro 1. stupeň základních školy* (Zelendová, Lišková, Nováková, 2017) obohacuje Lišková kapitolou *Úlohy vhodné pro nadané žáky na 1. stupni ZŠ, význam žákovských řešení*. V této kapitole lze opět nalézt úlohy nestandardního charakteru i s autentickými žákovskými řešeními a komentářem.

[6] Dostupné z: https://www.vospspgs.cz/matematicky-korespondencni-seminar-matysek
[7] Dostupné z: https://www.fraus.cz/
[8] Dostupné z: https://www.etaktik.cz/
[9] Dostupné z: https://www.didaktis.cz/

Nejvýhodnější publikací odpovídající zaměření práce je *Matematika pro bystré a nadané žáky: úlohy pro žáky 1. stupně ZŠ, jejich rodiče a učitele* autorek Budínová, Blažková, Vaňurová a Durnová (2016). Publikace je plná různých typů nestandardních úloh. Úlohy jsou zde rozčleněny jak podle typu, tak podle doporučených ročníků. Krom zadání a řešení nestandardních úloh obsahuje publikace krátké teoretické komentáře k tématu slovních úloh, matematických problému a jednotlivých kategorií úloh.

4.3 Starší publikace pro děti a matematické sbírky

Mezi starší publikace, které s pojmy nestandardních úloh nepracují, přesto je v nich možno takové úlohy nalézt, patří například oblast příloh sbírky *Slovní úlohy se zábavnou a rekreační tématikou* autorů Novák, Stopenová (1993). Další sbírkou, ve které lze nalézt vhodné úlohy je *Sbírka zajímavých úloh z matematiky* (1995) autora Trejbala. Zajímavostí je, že různá logická a jazykově zajímavá cvičení lze najít i v různých časopisech pro děti i v běžné dětské beletrii, jakou je například *Pohádková kytice* Erbena (1980), kde se nachází krátká kapitola *Hádanky z počtářství*. Mezi pěti zmíněnými nestandardními úlohami v kapitole *Hádanky z počtářství* nalezneme například tuto úloh: *„Tři chlapci šli do lesa i našli ptačí hnízdo, bylo v něm devět vajíček. ‚Rozdělme se o ně,‘ řekl jeden. ‚Rozdělme.‘ Každý si vzal po třech, a přece tři vajíčka v hnízdě zůstala“* (Erben, 1980). Jak v knize Erbenově (1980) tak v jiných publikacích je zvykem uvádět správné odpovědi na zadané problémy. Další již starší, přesto stále obohacující knihou je *Matematika kolem nás* (Opava, 1989). Zadání úloh z těchto sbírek je však nutné dětem aktualizovat, tak aby jim bylo blízké.

4.4 Sbírky nestandardních úloh

Zadáním sousloví nestandardní úlohy či nestandardní slovní úlohy do vyhledávačů dostaneme nejčastěji diplomové práce. Jak vyplývá z předchozího odstavce, jelikož se takovým úlohám v minulém tisíciletí říkalo jinak a nevěnovala se jim taková pozornost, jsou vhodným zdrojem také diplomové práce. Pro účely této práce byly velmi přínosné práce Babákové (2007) a Horkela (2005). Babáková (2007) publikovala práci s názvem *Sbírka nestandardních typů úloh pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ*, v které se věnuje srovnání učebnic, klasifikaci nestandardních úloh a jejich zásobníku. Sbírka Babákové (2007) je pro tuto práci důležitá kvalitním zastoupením kapitánských úloh, přestože ne vždy je patrné, zda úlohu vymyslela sama Babáková či z jakého je zdroje. Horkelova (2005) práce *Nestandardní úlohy v matematice* opět klasifikuje nestandardní úlohy, snaží se předvést krátká shrnutí řešení jednotlivých typů úloh malým počtem žáků a zjišťuje postoje učitelů matematiky k dané problematice. Horkel (2005) v práci užívá i vlastních úloh. Nestandardním úlohám se ve svých diplomových pracích věnovala též Kostihová (2016) a Stanisavljevičová (2013), jejich přínos byl však více po stránce teoretické než co se týče výběru úloh.

Sbírky nestandardních úloh nejsou samozřejmě pouze záležitostí diplomových prací. Aktuálně jsou však většinou propojeny s jinou, již zmíněnou kategorií úloh, například sbírky úloh užitých při různých matematických soutěžích, proto zde nebudou znovu popisovány.

4.5 Internetové zdroje

Internet je dnes zdrojem většiny informací, proto není překvapením, že i nestandardní úlohy lze nalézt na vybraných webových stránkách. Webové stránky věnované matematickým soutěžím již byly zmíněny v předchozí podkapitole. Na internetu se dále dají najít webové stránky věnující se problematice matematiky z pohledu učitele a stránky s hrami, které mají potenciál dítě rozvíjet v matematických dovednostech.

Jako pomoc učiteli se jeví vhodné webové stánky NRICH[10], Youcubed[11], z českých zdrojů portál Talentovani.cz[12], který vznikl jako součást projektu Národního institutu pro další vzdělávání[13]. Tyto stránky jsou plné článků, odkazů a informací, které učitel může využít. Pro pedagogy je vhodné také sledovat webové stránky Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy[14], kde se mohou dozvědět o aktuálních informacích týkajících se jejich oboru, například o projektu Systém podpory profesního rozvoje učitelů a ředitelů[15], ve kterém se mají učitelé matematiky rozvíjet a seznamovat s novými trendy.

[10] Dostupné z: https://nrich.maths.org/
[11] Dostupné z: https://www.youcubed.org/
[12] Dostupné z: https://www.talentovani.cz/
[13] Dostupné z: https://www.nidv.cz/
[14] Dostupné z: https://www.msmt.cz/
[15] Dostupné z: http://www.msmt.cz/sypo-nabizi-ucitelum-webinare-zamerene-na-oborove-novinky?highlightWords=matematika+vzd%C4%9Bl%C3%A1v%C3%A1n%C3%AD

Propojení matematiky a IT techniky láká celosvětově stále více jedinců, což je důvod zvyšujícího se množství webových stránek s matematickými hrami. Vývojáři se snaží děti motivovat k aktivitě, která alespoň okrajově může souviset s matematikou či informatikou. Na internetu lze snadno nalézt několik webových stránek pro děti v angličtině, které v názvu mají slovo math, jedná se například o webové stránky Math Playground[16], Coolmath Games[17], ST Math[18], Math-Play[19] a Math Games[20]. Tyto hry mají mimo jiné za cíl zpřístupnit matematiku co největšímu počtu dětí, tedy i těm, kteří ji nemají v oblibě. Jak moc je tato strategie účinná a zda jsou několikrát obměněné okolnosti provádění základních matematických operací ještě pro žáky rozvíjející není tématem vlastní práce.

Žáci prvního stupně ZŠ se často vyhýbají užívání cizojazyčných webových stránek, i proto je vhodnější aktivita na stránkách českých. Mezi webové stránky s matematickým obsahem v českém jazyce patří například Matematika hrou[21], Matika je in[22] a Umíme matiku[23]. Všechny zmíněné české webové stránky jsou uživatelsky přátelské i pro žáky prvního stupně ZŠ. Přestože jedním z cílů vývojářů těchto stránek je pravděpodobně také zpříjemnit matematiku co největšímu počtu žáků, jsou zde značné rozdíly mezi zmíněnými českými weby a zmíněnými cizojazyčnými weby pro děti. České weby myslí více na pedagogy. Ti mají možnost s weby v různých režimech pracovat případně i přímo s žáky v hodinách. Tyto weby je především výhodné používat kvůli motivaci žáků, které příjemná grafická úprava láká si matematiku procvičovat také o přestávkách nebo doma. Je na každém pedagogovi, zda a jak s těmito nástroji bude v hodinách pracovat. Přestože by se na první pohled mohla zdát oblast nestandardních úloh jako oblast nová či okrajová, existuje dostatek zdrojů, ze kterých se dají vhodné úlohy čerpat.

[16] Dostupné z: https://www.mathplayground.com/
[17] Dostupné z: https://www.coolmathgames.com/
[18] Dostupné z: https://www.stmath.com/
[19] Dostupné z: https://www.math-play.com/
[20] Dostupné z: https://www.mathgames.com/
[21] Dostupné z: http://matematika.hrou.cz/
[22] Dostupné z: https://www.matika.in/cs/
[23] Dostupné z: https://www.umimematiku.cz/

PRAKTICKÁ ČÁST

Analýza žákovských řešení nestandardních slovních úloh byla hlavním cílem této diplomové práce. Praktická část usilovala o detailní analýzu jednotlivých řešení. Analýze řešení předcházel předvýzkum a vlastní část. K fázím výzkumu se vztahují dílčí cíle práce.

Dílčím cílem **předvýzkumu** bylo získání názorů malé skupiny pedagogů na vybrané nestandardní slovní úlohy. Hodnocení a komentáře pedagogů byly analyzovány a porovnávány. Získané komentáře byly nápomocné při výběru konkrétních úloh pro vlastní část výzkumu.

Cílem **vlastní části** byla tvorba pětačtyřicetiminutového didaktického testu a jeho distribuce. Distribuce probíhala emailovou nabídkou spolupráce, která byla odeslána všem základním školám v Olomouci a jedné základní škole v Horce nad Moravou. Školy, které nabídku účasti ve výzkumu přijaly, administraci tisku, zadání a výběru testů uskutečnily ve vlastní režii. Po domluvě byly vyhotovené didaktické testy předány k analýze výsledků.

Analýza výsledků byla provedena kvalitativním zhodnocením jednotlivých fází zpracování slovní úlohy. U každé užité slovní nestandardní úlohy bylo možné sledovat přístup řešitele k úloze neboli reakci řešitele na úlohu. Dále se analýza výsledků zabývala formou zápisu a práce se zadanými informacemi, druhem a formou řešení a v neposlední řadě sledovala také formu odpovědi. Jelikož byly jednotlivé testy opatřeny také škálami o vztahu k nestandardním úlohám, dá se předpokládat krátké vyhodnocení těchto údajů. Jelikož u každé zadané úlohy existuje správný výsledek, bylo vhodné se vyjádřit také k úspěšnosti a úspěšným řešitelům.

Cílem analýzy výsledků byla tedy kategorizace řešení respondentů (v jednotlivých fázích řešení úloh) a zkoumání souvislostí mezi formou řešení a domovskou třídou respondenta či jeho pohlavím.

5 Předvýzkum

Předvýzkum probíhal sestavením „Materiálu k rozpravě s pedagogy k tvorbě didaktického testu“ (dále Materiál) a analýzou jeho zpracování dotázanými pedagogy. Materiál (Příloha 1) si samostatně či formou interview pedagogové nejprve celý přečetli a následně měli vybrat dle jejich názoru vhodnou kombinaci úloh pro tvorbu didaktického testu pro žáky pátých ročníků. Dále pedagogové doplnili komentáře ke každé úloze. Popsali, zda úlohu žáci zvládnou, kdo při řešení bude mít výhodu a zda je dle jejich názoru vhodné zmíněné úlohy zařadit do pětačtyřicetiminutového didaktického testu. Kromě komentářů pedagogové u každé úlohy zapsali také náročnost úlohy. Bodové hodnocení náročnosti probíhalo na stupnici od jedné do čtyř, kdy jedna značí snadnou úlohu a čtyři velmi obtížnou úlohu. Konkrétní komentáře dotázaných pedagogů lze nalézt v přílohách (Příloha 2).

Materiál tvoří šestnáct úloh rozdělených do pěti skupin nestandardních slovních úloh. Zastoupeny jsou **úlohy na pomezí logických a kombinatorických úloh**, **úlohy diofantické s charakterem otevřených úloh**, **úlohy logického charakteru**, **kapitánské úlohy (úlohy obsahující příliš mnoho informací či nedostatek informací)** a **úlohy rozvíjející kritické myšlení**. Vzhledem k nejednotnosti klasifikací (v teoretické části) a nejednoznačnému rozdělení jednotlivých úloh může být zařazení úloh do příslušných kategorií charakterizováno jako sporné. Rozdělení úloh mezi zmíněné kategorie je provedeno z důvodu snazší orientace pedagogů v Materiálu (Příloha 1) nikoliv ze snahy o další kategorizaci nestandardních slovních úloh.

Zapojení do předvýzkumu bylo nabídnuto sedmi vybraným pedagogům matematiky. Dvě pedagožky na výzvu nereagovaly. Jedna pedagožka na výzvu reagovala a projevovala výrazný zájem o téma a zmiňované úlohy. Přestože projevovala zájem, její zodpovědnost spojená s obavami z nevhodného výběru úloh jí nedovolily se do předvýzkumu zapojit. Zbylí čtyři učitelé ke každé úloze z materiálu napsali komentář a ohodnotili obtížnost úlohy na škále jedna až čtyři. Pedagogové Martina, Michal, Petra a Taťána mají zkušenosti s výukou matematiky na prvním i druhém stupni základních škol, ve školách malotřídního typu i s výukou Hejného metodou. Z tohoto důvodu se suma jejich názorů jeví jako dostatečné kritérium pro výběr úloh pro didaktický test. Martina, Petra i Taťána také zmiňovaly, že si některými úlohami nejsou jisté a je pro ně obtížné dle nastavených kritérií úlohy hodnotit.

Kategorie **úloh na pomezí logických a kombinatorických úloh** obsahuje čtyři úlohy, které ke svému řešení vyžadují nejprve logický úsudek řešitele a následně kombinaci zadaných parametrů. Vybrané úlohy v této kategorii jsou pedagogy hodnoceny jako obtížné (hodnota 3 v tabulce 1). Úloha 4 bude použita v didaktickém testu, jelikož byla hodnocena jako nejsnazší a kombinatorický charakter jeví jen na první pohled. Úloha 4 se po pečlivém přečtení zadání, na rozdíl od ostatních úloh v této kategorii, dá řešit aritmeticky, a tak by se žákům mohla jevit snazší. Přestože úlohu doporučují jen dva učitelé ze čtyř, užití úlohy také u vysokoškolských studentů zvyšuje zajímavost úlohy.

Číslo úlohy	Průměrná náročnost	Doporučení	Typ úlohy	Zařazení do testu, příp. poznámky
1	**3,5**	2	Logické a kombinatorické	Nezařazena 2 možná řešení
2	**3**	1	Logické a kombinatorické	Nezařazena
3	**3,5**	2	Logické a kombinatorické	Nezařazena
4	2,75	2	Logické a kombinatorické	ZAŘAZENA Užití i u studentů UP
5	2,125	0	Diofantické	Nezařazena
6	2	1	Diofantické	Nezařazena
7	**3,125**	1	Diofantické	Nezařazena
8	2,25	**3**	Logické	ZAŘAZENA
9	2,75	0	Logické	Nezařazena
10	**3**	2	Logické	ZAŘAZENA
11	1,625	**3**	Kapitánské (mnoho informací)	ZAŘAZENA
12	1,374	2	Kapitánské (mnoho informací)	Nezařazena
13	2,25	**3**	Kapitánské (málo informací)	ZAŘAZENA
14	2,25	1	Kapitánské (málo informací)	Nezařazena
15	1,5	**3**	Úlohy rozvíjející funkční myšlení	ZAŘAZENA
16	1,25	2	Úlohy rozvíjející funkční myšlení	Nezařazena

Tabulka 1 Výběr úloh

Úlohy diofantické s charakterem otevřených úloh jsou v Materiálu (Příloha 1) zastoupeny třemi úlohami. Jak vyplývá z předchozí tabulky (Tabulka 1) doporučení použít tyto úlohy v didaktickém testu uvedlo pouze malé množství dotázaných pedagogů. Z důvodu časové náročnosti a malému podílu doporučení dotázaných pedagogů nebyla pro vlastní didaktický test vybrána žádná z těchto úloh. Diofantické úlohy jsou pro nestandardní úlohy charakteristické, i v praktické části byly jmenovány u většiny autorů, kteří se snažili nestandardní úlohy charakterizovat. Princip řešení diofantických úloh je také v některých školách vyučován, čímž by mohly vzniknout nerovné podmínky pro respondenty. Práce s diofantickými úlohami je však jistě možná a bylo by zajímavé sledovat práci, která by byla zaměřena jen na ně.

Zvláštní řazení **úloh logického charakteru** není ani tak způsobeno tím, že by jim scházel kombinatorický rys, ten je místy možné nalézt i u nich, ale jistou specifičností, zajímavostí úloh. Jedná se právě o ty úlohy, které jsou buď notoricky známé a jsou řazeny mezi úlohy zábavného charakteru či se jim v něčem podobají. Společné tyto úlohy mají také možnost řešení algebraickými rovnicemi a potřebu jisté formy vhledu. Vzhledem ke specifičnosti vybraných úloh i mezi nestandardními úlohami obecně byly z této kategorie k užití v didaktickém testu vybrány dvě úlohy.

Kapitánské úlohy jsou úlohy buďto s nadbytečným množstvím informací či nedostatečným počtem informací. Pro Materiál (Příloha 1) byly vybrány dvě úlohy s nadbytečnými údaji a stejně tak dvě úlohy s nedostatečnými údaji pro řešení úlohy. Komentáře dotázaných pedagogů, příznivé hodnocení náročnosti i doporučení a časová nenáročnost zpracování těchto úloh pozitivně ovlivnily zařazení dvou úloh do didaktického testu. Zakomponována je jedna úloha s nadbytečnými informacemi a jedna úloha s nedostatečným množstvím informací.

Úlohy rozvíjející funkční myšlení jsou opět úlohy logického charakteru, které se řeší logickým úsudkem či vhledem. Vybrané úlohy jsou ve své podstatě velmi snadné, některými žáky mohou být označeny za „chytáky“. Jelikož u řešení těchto úloh opět není potřeba řešení, jsou časově nenáročné, a tak jedna úloha může doplnit již vybraných pět úloh a zkompletovat tak úlohy užité v didaktickém testu.

V předchozí tabulce (Tabulka 1) je zapsána průměrná náročnost úlohy vedle počtu pedagogů, kteří úlohu doporučili. Zde jsou tučně vyznačeny hodnoty větší či rovny třem, pro zvýraznění vyšší náročnosti v jednom sloupci a pro zvýraznění vyššího počtu doporučení v sloupci druhém. Tabulka 1 byla nápomocná při výběru úloh pro vlastní didaktický test.

6 Vlastní část

Didaktický test (Příloha 3) čítá šest slovních nestandardních úloh, které doplňují dvě tabulky po třech škálách. V první tabulce respondent na škálách jedna až pět popisuje, jak mu matematika jde a jak ho baví. Škály v rámečku na konci testu jsou zaměřeny na postoje respondenta k nestandardním slovním úlohám jako takovým. Respondent zaznamenává, jak ho řešení úloh bavilo, zda mu přišly úlohy těžké a zda podobné úlohy řeší ve škole. Didaktický test také žáka vyzývá k uvedení pohlaví.

Šest nestandardních slovních úloh, které jsou užity v testu (Příloha 3) vychází z předvýzkumu a byly úmyslně seřazeny v zapsaném pořadí. Jako první je uvedena úloha na pomezí logických a kombinatorických úloh, která má řešitele aktivizovat. Úloha podněcuje řešitele k využití aritmetického typu řešení, které je při řešení slovních úloh běžné, což znamená, že se úloha 1 může jevit řešiteli jako úloha blízká standardním úlohám.

<u>Úloha 1</u>: *V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli?* (L. Hozová, Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

Následuje úloha 2, která patří mezi kapitánské úlohy s nadbytečným množstvím informací a může se tak jevit jako úloha snadná. Řešitel by zde neměl při řešení úlohy ztratit tolik času jako při řešení úlohy první.

<u>Úloha 2</u>: *Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady?* (výběr Babákové, 2007)

Úloha 3 je úloha logická, řešitel se zde setkává s čistokrevnou nestandardní úlohou, u které může ke správnému řešení využít například grafické řešení.

<u>Úloha 3</u>: *Cihla váží 2 kilogramy a půl cihly. Kolik kilogramů váží cihla?* (Budínová et kol., 2016)

Úloha 4 je také úloha logická, na rozdíl od úlohy 3 však není tolik závislá na vhledu a logické úvaze řešitele. K řešení úlohy 4 může řešitel vhodně aplikovat experimentální či grafické řešení.

<u>**Úloha 4**</u>: *Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů.* (Klokánek 2017)

Úloha 5 je opět úloha kapitánská, tentokrát s nedostatečným množství zadaných informací. Vzhledem k nestandardnosti situace, kdy řešením úlohy je výrok, že úloha nemá řešení, je úloha zařazena až ke konci didaktického testu, aby řešitele nedemotivovala ze začátku jeho snažení.

<u>**Úloha 5**</u>: *Na lodi kapitána Noema bylo 8 slepic; 10 prasat; 2 kočky; 4 psi a 6 kuřat. Kolik ovcí bylo na lodi?* (výběr Babákové, 2007)

Poslední, šestá úloha je úloha rozvíjející funkční myšlení, jejíž řešení řešitel může odhalit pouze logickým úsudkem neboli vhledem a úloha je tak časově nenáročná.

<u>**Úloha 6**</u>: *Malá dortová svíčka dohoří za 15 minut. Jak dlouho bude hořet 10 svíček na klokánkově narozeninovém dortu? (Svíčky byly současně zapáleny a nebyly předčasně sfouknuty.)* (Novák, 2007)

Dokument „Nestandardní slovní úlohy – didaktický test pro žáky 5. ročníků ZŠ“ (Příloha 3) byl rozeslán šestnácti základním školám v Olomouci a jedné základní škole v Horce nad Moravou. Oslovení škol proběhlo dne 12. 12. 2019 prostřednictvím emailu. Oslovena byla ZŠ a MŠ Horka nad Moravou a olomoucké základní školy. Mezi oslovené olomoucké školy patří: Waldorfská ZŠ a MŠ, ScioŠkola, ZŠ a MŠ Nedvědova 17, ZŠ Komenium, ZŠ Zeyerova 28, ZŠ Stupkova 16, Fakultní ZŠ Hálkova 335/4, ZŠ Heyrovského 33, ZŠ Spojenců, Fakultní ZŠ Tererovo náměstí 1, ZŠ a MŠ Holice, Fakultní ZŠ a MŠ Holečkova 10, ZŠ a MŠ Demlova 18, ZŠ a MŠ Řezníčkova a ZŠ Mozartova 48, . Z těchto šestnácti škol odpovědělo šest zástupců. Za školu ZŠ Zeyerova 28 odpověděla zástupkyně, že nabídce na spolupráci z organizačních důvodů nemohou vyjít vstříc. Školy

ZŠ a MŠ Řezníčkova a ZŠ Mozartova 48 odpověděly kladně, z důvodů komplikací v komunikaci však testy z těchto škol nebyly k analýze přijaty.

Do výzkumu se zapojilo celkem devět tříd ze tří škol. Z fakultní ZŠ a MŠ Holečkova 10 se zapojily tři třídy (třídy 5.A, 5.B a 5.M), ze ZŠ a MŠ Holice se zapojila jedna třída a ze ZŠ Heyrovského 33 se zapojilo pět tříd (třídy 5.A, 5.B, 5.C, 5.D a 5.F). Dohromady se do výzkumu zapojilo 171 respondentů.

Zapojené školy uváděly práci s učebnicemi vydavatelství Alter či Státního pedagogického nakladatelství (SPN), případně výuku doplňovaly výňatky z učebnic vydavatelství Nové školy. Pedagožka ze ZŠ a MŠ Holice navíc uvedla, že se v půlených hodinách matematiky žáci věnují řešení úloh z mezinárodní soutěže Matematický klokan.

7 Výsledky výzkumu

7.1 Postup zpracování

Zpracování výsledků probíhalo nejprve tříděním úloh a jejich řazením dle zjištěných společných znaků. Pro lepší přehlednost byl každý test označen kódem tvořeným písmenem a číslicí. Testy jedné třídy byly nejprve roztříděny dle pohlaví respondentů a následně dle jejich výsledků v matematice uváděných v prvním rámečku testu. Dívka, která uvedla, že na vysvědčení měla z matematiky jedničku, stejně tak ji jde matematika podle jejího názoru na výbornou, a dokonce ji i velmi baví, tak byla zařazena jako první dívka v pořadí a bylo ji přiděleno písmeno A. Písmeno, které určuje pořadí žáků ve třídě dle jejich prospěchu doplňuje číslice označující třídu, ke které řešitel patří. Kvůli různému počtu žáků a žákyň ve třídách systém řazení chlapců začíná písmenem Z, které je přiděleno jedinci s nejlepším prospěchem a sebehodnocením v oblasti matematiky a dále řazení pokračuje sestupně.

Zpracování výsledků bylo vhodné začít porovnáním údajů jednotlivých úloh dle reakce řešitele na úlohu. Dále se pokračuje analýzou a srovnáním vypracování jednotlivých kroků při řešení slovních úloh, tedy práce s informacemi ze zadání, typ řešení a formulace odpovědi. V neposlední řadě bylo vhodné analyzovat odpovědi žáků na tři otázky o nestandardních úlohách a charakterizovat úspěšné řešitele.

7.2 Reakce řešitele na úlohu

Jak již bylo zmíněno v teoretické části, jedním z rysů, který se dá u úloh sledovat, je reakce řešitele na úlohu. Hejný (1995) popsal přijetí výzvy, úhybnou reakci a rezignaci. Pro účely této práce se ukázalo jako vhodné samotnou rezignaci dále rozdělit na **rezignaci primární**, kdy řešitel po přečtení zadání na úlohu rezignuje a o žádné zpracování úlohy se nepokusí a **sekundární rezignaci**, kdy řešitel sice úlohu nejprve příjme a pokusí se úlohu řešit, avšak veškeré své snahy popře použitím zmizíku, korektoru či zápisky přeškrtá. Vymazáním výsledků se tak dostává na pohled do velmi podobné situace jako řešitel primárně rezignující. Rezignovat neboli úlohu vzdát lze i v průběhu řešení, jelikož se však tato **terciální rezignace** nedá jednoznačně hodnotit (z důvodu časté absence odpovědí jednotlivých řešitelů a zanechání výsledku například v závěru aritmetického řešení) nebude terciální rezignace dále zmiňována.

Obecně ve výzkumu platí, že primární rezignace je častější než sekundární. Ve vypracovaných didaktických testech se vyskytlo celkem 114 případů primární rezignace a pouze 56 případů sekundární rezignace. Při rozdělení těchto 170 případů rezignace dle pohlaví je patrné větší množství děvčat mezi rezignujícími. Děvčata rezignovala v 94 případech, kdežto chlapci pouze v 76 případech. Jelikož tyto hodnoty byly získány sečtením rezignací ze všech šesti úloh, je vhodné přepočítat hodnoty na jednotlivé řešitele. Jelikož jednotliví řešitelé mohli rezignaci zvolit častěji než pouze jednou, je pravděpodobné snížení celkového počtu řešitelů, kteří na úlohu reagovali. Primární rezignace byla v jednom didaktickém testu užita nanejvýš třikrát a celkem byla využita 72 řešiteli. Sekundární rezignaci využilo 46 jedinců, kteří tento druh rezignace zvolili nanejvýš dvakrát.

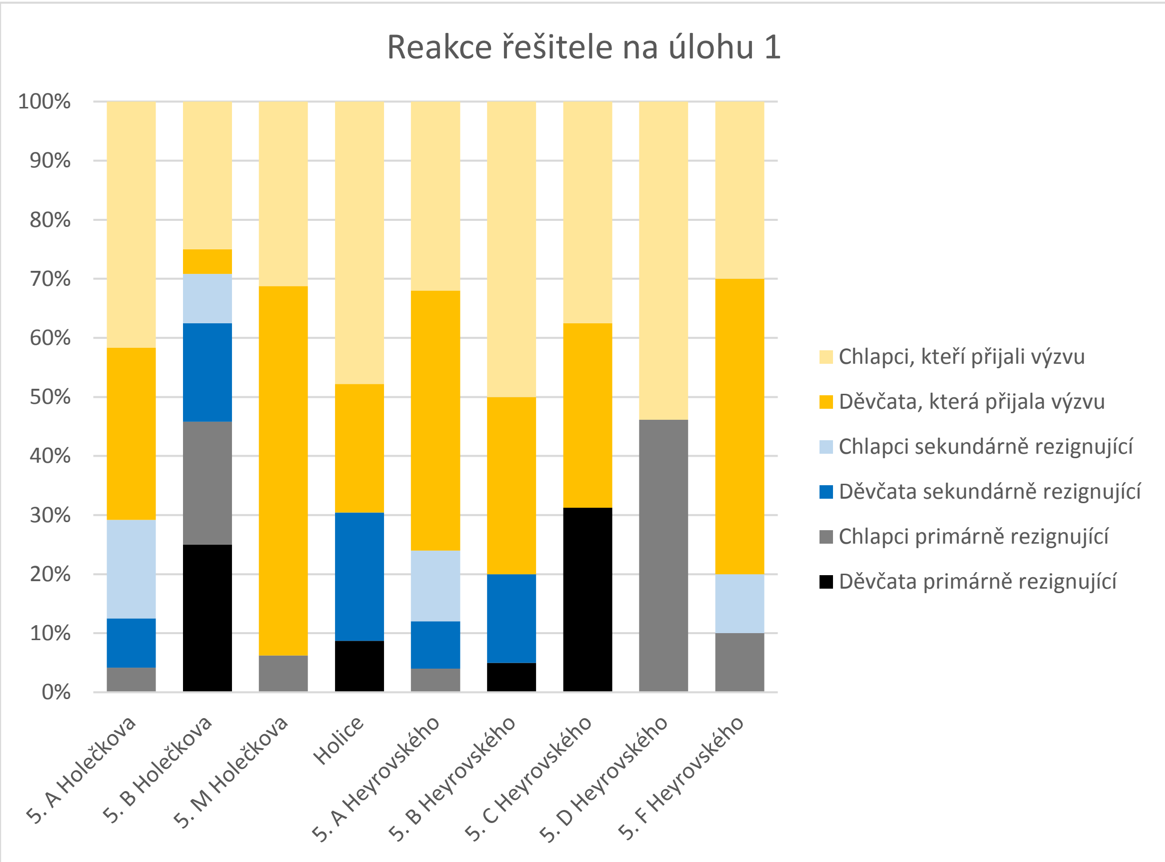
Z celkového počtu 171 řešitelů zvolilo ať už primární či sekundární rezignaci alespoň jednou celkem 96 řešitelů. Zmíněných 96 rezignujících řešitelů tvořilo 51 dívek a 45 chlapců. Přestože téměř sto jedinců na některou úlohu či některé úlohy rezignovalo, oba typy rezignace využilo pouze 22 jedinců. Jedna řešitelka využila oba typy rezignace tak, že primární rezignaci uplatnila u tří úloh a sekundární rezignaci u jedné úlohy, čímž jako jediná rezignovala na čtyři úlohy z testu. Ze zbylých 170 řešitelů jich 19 rezignovalo celkem na tři úlohy v didaktickém testu. Více než tři úlohy v didaktickém testu tak jako výzvu přijalo 151 řešitelů.

Jelikož rezignace může být ovlivněna konkrétním zadáním, je zde vhodné srovnání dat jednotlivých úloh. V následující textu bude možné sledovat různost poměru žáků, kteří na úlohu rezignovali primárně a sekundárně a žáků, kteří výzvu řešit úlohu přijali, nebo se jejich vypracování tak jevilo.

7.2.1 Reakce řešitele na úlohu 1

Na řešení úlohy 1 primárně rezignovali alespoň někteří žáci všech tříd. Graf 1 procentuálně znázorňuje reakce řešitele na úlohu 1 dle jednotlivých tříd a je z něj patrné téměř totožné množství chlapců i děvčat rezignujících primárně. Sekundární rezignaci neuplatnili ve třech třídách. Děvčata tvoří větší podíl řešitelů, kteří rezignovali sekundárně. Nejvyšší podíl řešitelů, kteří rezignovali je 70 % třídy 5. B Holečkova, nejmenší podíl rezignujících je přibližně 5 % třídy 5. M Holečkova, což ukazuje na široký rozptyl možných rezignujících řešitelů. Na úlohu 1 řešitelé tříd účastnících se výzkumu rezignovalo průměrně 30 % řešitelů každé třídy.

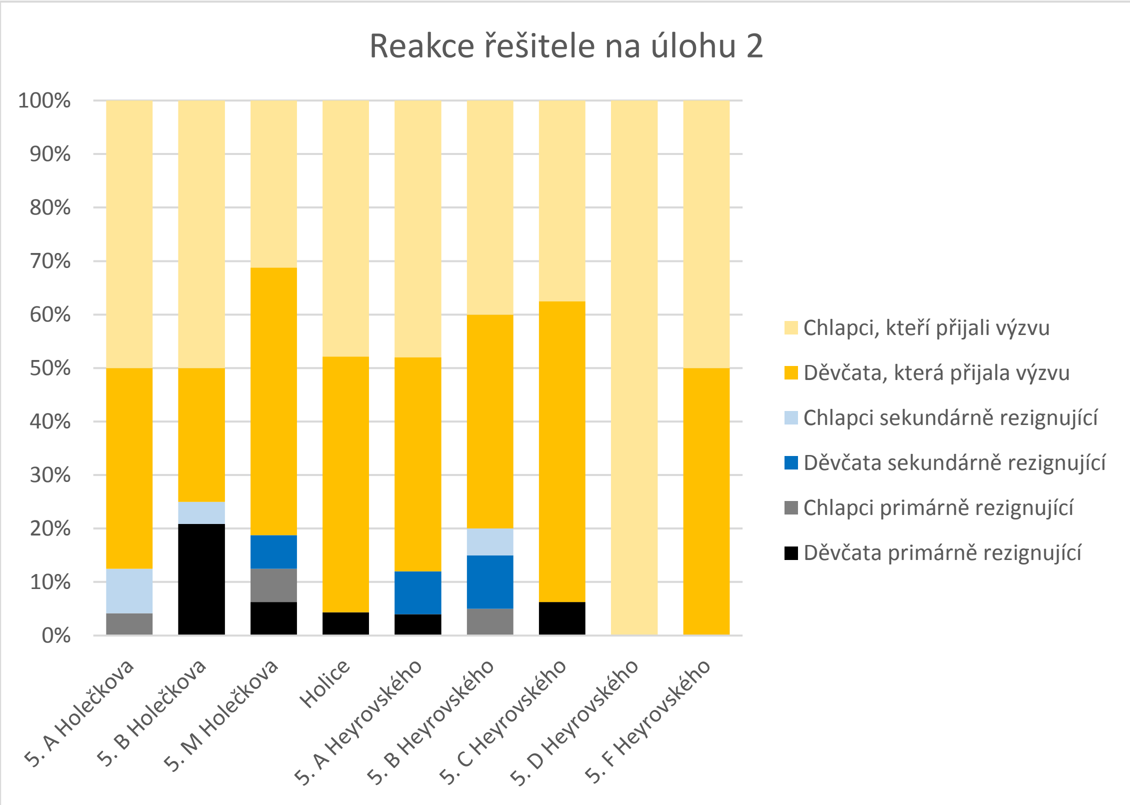
Třicetiprocentní rezignace může být způsobena zdánlivou náročností úlohy. Řešiteli se po přečtení mohla zdát úloha příliš složitá. Průměrná náročnost úlohy dle dotázaných pedagogů v předvýzkumu je 2,75 bodů.



Graf 1 Reakce řešitele na úlohu 1

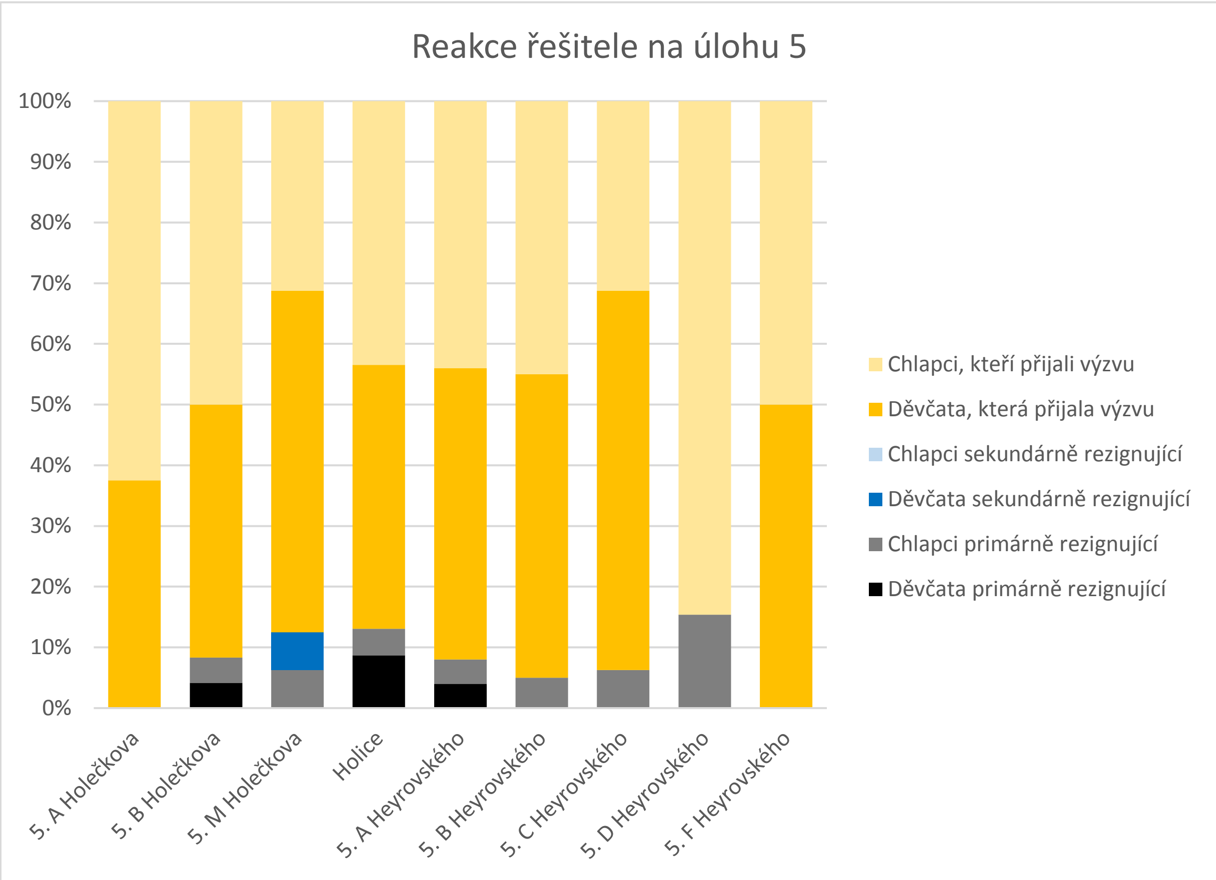
7.2.2 Reakce řešitele na úlohu 2 a 5

Jelikož jsou úlohy 2 a 5 obě zařazeny mezi úlohy kapitánské, je vhodné je porovnat přímo. Úloha 2 obsahovala nadměrné množství informací, tudíž by mělo být snazší ji vyřešit. Dotázání pedagogové náročnost úlohy 2 ohodnotili průměrně 1,625 bodů kdežto náročnost úlohy 5 zhodnotili na 2,25 bodů. Přestože pedagogové ohodnotili jako obtížnější úlohu 5, dle následujících grafů reagovalo při řešení úlohy 5 na tuto výzvu přijetím větší množství řešitelů než na úlohu 2 (Graf 2 a Graf 3). Rezignaci při řešení úlohy 5 zvolilo 7 % řešitelů, kdežto při řešení úlohy 2 rezignaci zvolilo 10 % řešitelů, což je třikrát méně než u předešlé úlohy. Oproti předešlé úloze je tak zřejmý pokles rezignujících řešitelů.



Graf 2 Reakce řešitele na úlohu 2

Dle grafů na řešení úlohy 2 stejně tak na řešení úlohy 5 nerezignoval žádný řešitel hned ve dvou třídách (Graf 2 a Graf 3). Přestože řešitelé úlohy 2 rezignovali na řešení úlohy sekundárně téměř ve stejném poměru jako rezignovali primárně, při řešení úlohy 5 se sekundární rezignace výrazně zmenšila. Zajímavý je též poměrový rozdíl zastoupení děvčat a chlapců mezi rezignujícími řešiteli úloh 2 a 5. Děvčata častěji rezignovala na řešení úlohy 2, kdežto chlapci častěji rezignovali při řešení páté úlohy.



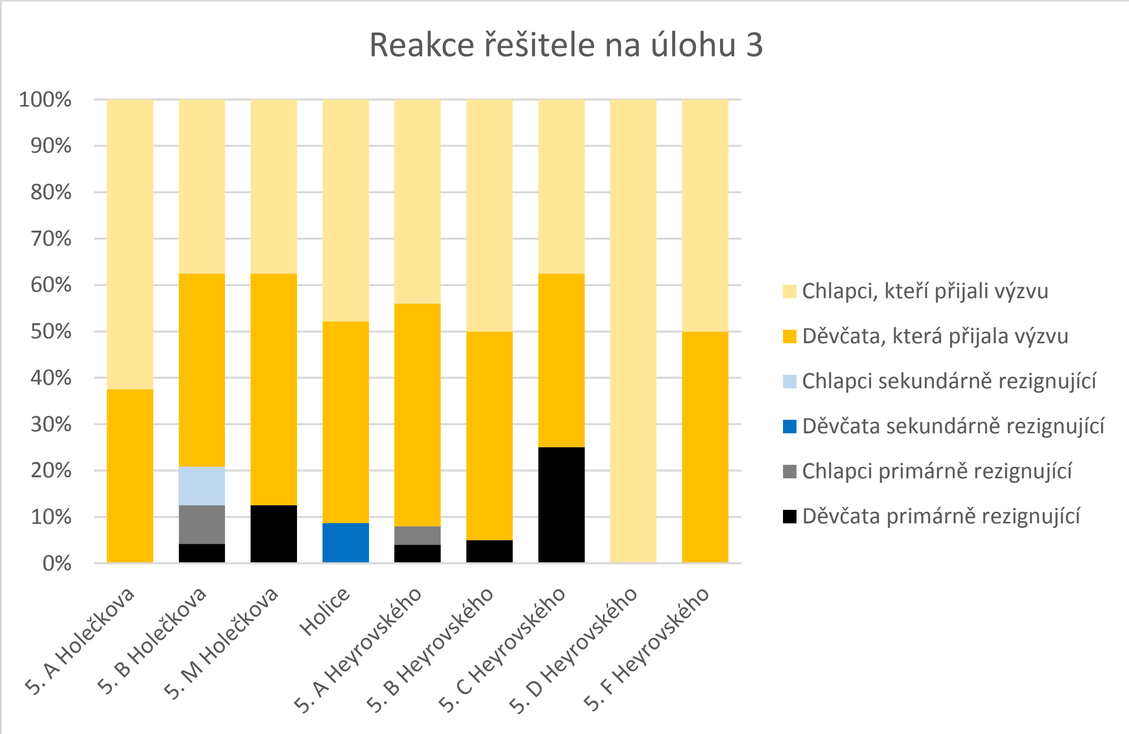
Graf 3 Reakce řešitele na úlohu 5

7.2.3 Reakce řešitele na úlohu 3

Úloha 3 byla dle dotázaných pedagogů v předvýzkumu stejně obtížná jako úloha 5. Průměrná hodnota obtížnosti úlohy dosahuje 2,25 bodů. Porovnáním průměrného zastoupení rezignujících řešitelů úlohy 5 a úlohy 3 lze zjistit podobné procentuální zastoupení, které u úlohy 5 činí 7 % respondentů (Graf 3) a u úlohy 3 čítá 8 % respondentů (Graf 4).

Dle Grafu 4 na úlohu 3 opět častěji rezignují dívky než chlapci. Sekundární rezignaci je zde uplatněna pouze ve dvou třídách, a to v poměrně malém množství. Pouze dvě třídy mírně převyšují 20% zastoupení rezignujících žáků na úlohu 3. Oproti tomu ve třech třídách nerezignoval na řešení úlohy 3 nikdo.

Jelikož zadání úlohy 3 je krátké a neobsahuje mnoho informací, mohlo řešitelům připadat na první pohled jako snadno řešitelné, což může být jeden z důvodů vyššího počtu tříd, ve kterých výzvu řešit úlohu přijali všichni.



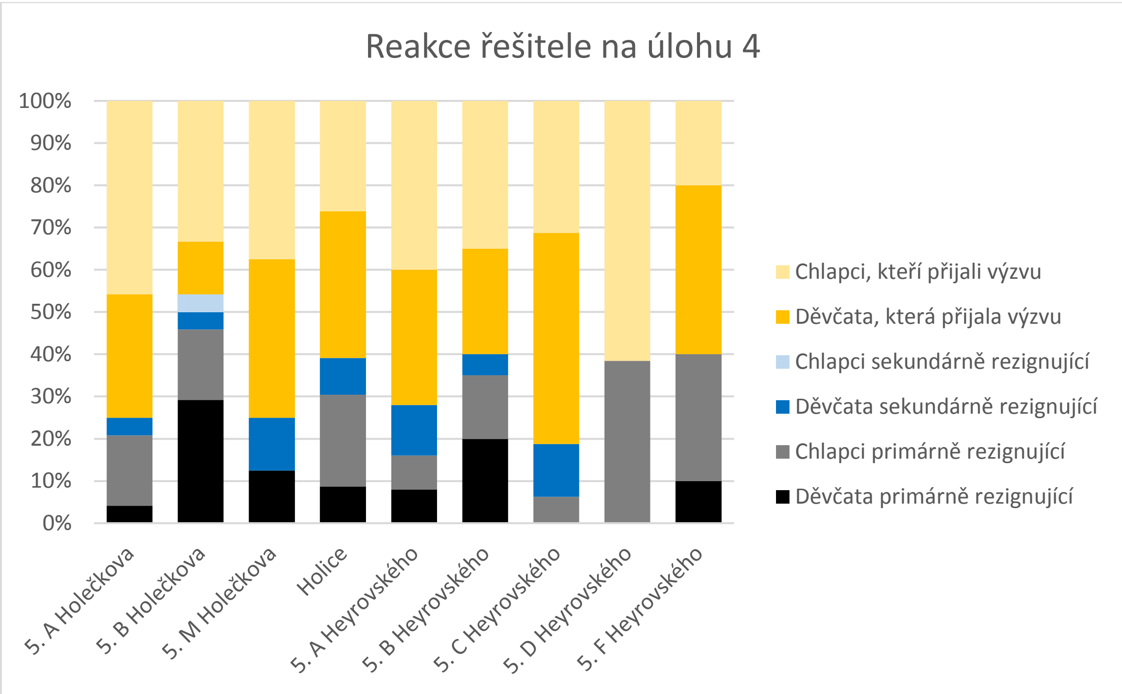
Graf 4 Reakce řešitele na úlohu 3

7.2.4 Reakce řešitele na úlohu 4

Jelikož je úloha 4 v předvýzkumu řazena k logickým úlohám stejně jako úloha 3, je vhodné získané informace porovnat. Na první pohled je však jasné, že reakce řešitele na úlohu 4 (Graf 5) mnohem častěji vykazuje rezignaci než reakce řešitele na úlohu 3 (Graf 4). Na rozdíl od úloh 2, 5 a 3 Graf 5 neobsahuje žádnou třídu, ve které by výzvu úlohu řešit přijali všichni žáci. Zastoupení rezignujících řešitelů v každé třídě připomíná reakce řešitelů na úlohu 1 (Graf 1).

Nejvyšší procento rezignujících žáků opět vykazuje třída 5. B Holečkova, tentokrát však s hodnotou 53 %, která je menší než v grafu 1, kde dosahovala 70 %. Nejmenší procento rezignujících žáků vykazuje třída 5. C Heyrovského, která dosáhla 19 % řešitelů. Zvýšení četnosti rezignujících žáků celkově umožňuje v grafu 5 nárůst jedinců, kteří na úlohu rezignovali sekundárně. Sekundární rezignace na úlohu 4 je zastoupena opět ve většině tříd, přestože v podstatně menší míře než rezignace primární.

Průměrné procento rezignujících žáků na úlohu 4 je 33 %, což je nejvyšší hodnota rezignujících žáků v tomto výzkumu. Přestože děvčata tvoří větší část sekundárně rezignujících řešitelů, chlapci tvoří větší část primárně rezignujících řešitelů úlohy 4, a tak se jejich zastoupení téměř vyrovná.



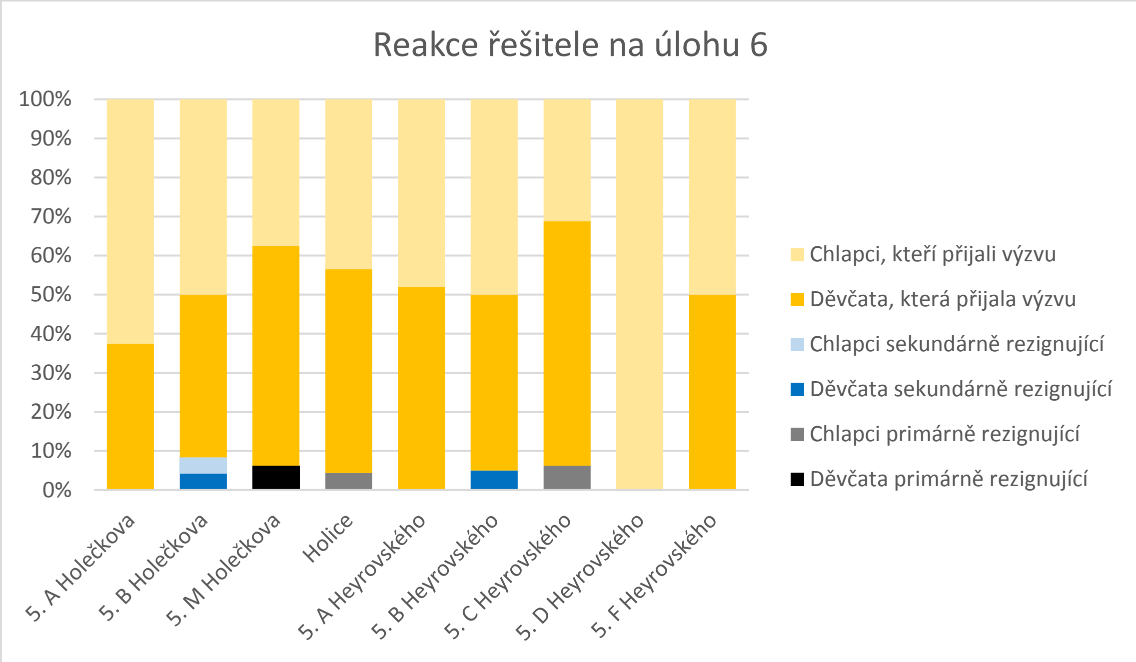
Graf 5Reakce řešitele na úlohu 4

7.2.5 Reakce řešitele na úlohu 6

Úloha 6 jako jediná úloha spadá mezi úlohy rozvíjející funkční myšlení[24]. Dle hodnocení pedagogů v předvýzkumu je to úloha nejjednodušší, ohodnocena průměrnou hodnotou obtížnosti 1,5 bodů. Jako úlohu jednoduchou úlohu 6 vnímali pravděpodobně i respondenti, kteří v největším poměru přijali výzvu úlohu řešit. Stoprocentní přijetí výzvy vykazují čtyři třídy. Všech zbylých pět tříd dle grafu 6 obsahuje rezignující žáky v procentuálním zastoupení pod deset procent. Průměrné zastoupení rezignujících žáků ve třídách jsou 3 %. Zastoupení děvčat a chlapců jsou si opět blízká. Děvčata rezignující

[24] Blažková (2009) popisuje funkční myšlení jako schopnost posuzovat jevy v jejich změnách, sledovat příčiny těchto změn a umět je popsat. Funkční myšlení má blízký vztah k nestandardním úlohám a věnuje se mu nejedna akademická práce.

sekundárně opět mírně převyšují chlapce rezignující sekundárně a naopak chlapci rezignující primárně opět mírně převyšují děvčata rezignující primárně.



Graf 6 Reakce řešitele na úlohu 6

7.2.6 Reakce řešitele rezignací

Při pohledu na následující tabulku (Tabulka 2) je možné pro tento výzkum spatřovat souvislost mezi obtížností úlohy a rezignací jejích řešitelů. Jediná úloha, u které úměrnost obtížnosti nesouvisí s procentem rezignujících řešitelů, je kapitánská úloha 2, která mohla řešitele zmást svou jednoduchostí.

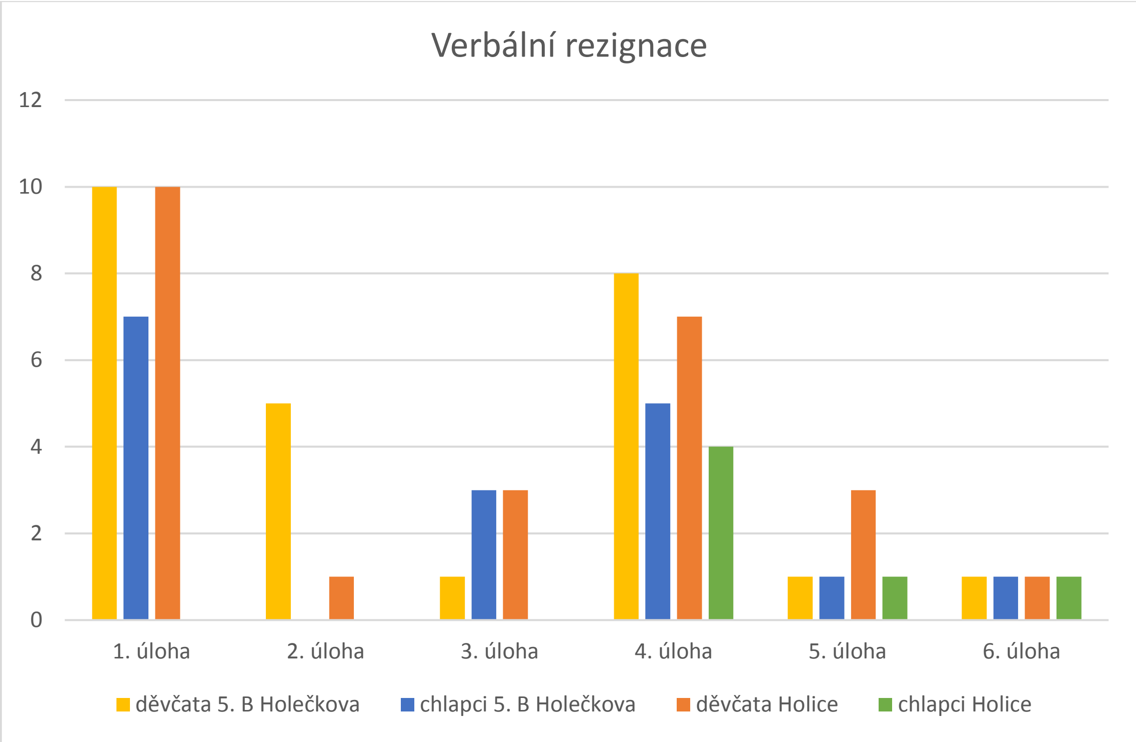
Přestože pro ostatní úlohy platí snižování počtu procent rezignujících řešitelů v souvislosti se snižováním obtížnosti, jednotlivé hodnoty nejsou plně jednoznačné. Pakliže úlohy, jejichž obtížnost lze zaokrouhlit na hodnotu 3 čítají kolem 30 % rezignujících řešitelů, dalo by se očekávat, že úlohy jejichž obtížnost lze zaokrouhlit na hodnotu 2 budou čítat 20 % rezignujících řešitelů. Rezignující řešitelé však 20% zastoupení v tomto výzkumu nedosahují v žádné úloze. Jelikož však úlohy hodnoceny 2,25 bodů obtížnosti dosahují rezignujících řešitelů v procentuální zastoupení mezi pěti a deseti procenty, dá se očekávat, že zmiňovaná skupina úloh, která by čítala 20 % rezignujících řešitelů, by mohla být hodnocena obtížností 2,5 bodů. Protože didaktický test neobsahuje úlohy hodnoceny v průměru 2,5 bodu obtížnosti, nedá se tato teorie ověřit.

Číslo úlohy	Obtížnost	Rezignující
1	2,75	30 %
2	1,625	10 %
3	2,25	8 %
4	3	33 %
5	2,25	7 %
6	1,5	3 %

Tabulka 2 Závislost průměrné obtížnosti na procentuálním zastoupení rezignujících řešitelů

7.2.6.1 Verbální forma rezignace

Analýza testů odhalila skupinu řešitelů, kteří se svými odpověďmi vyskytovali na hranici rezignace. Jedná se o řešitele, kteří buďto přímo či v průběhu řešení zapsali výrok o tom, že úloze nerozumí například: *„Nejde mi řešit. Nevím si s tím rady. Zkusila jsem to, ale nevyšlo mi to.“* či zapsali otazník. Zpráva o nepochopení úlohy může být výhodná pro zadavatele úlohy a může tak poskytovat zpětnou vazbu. Z druhého úhlu pohledu může být však zapsání výroku o nepochopení projevem rezignace či záminkou k rezignaci. Tato **verbální forma rezignace** se vyskytla pouze ve dvou třídách účastnících se výzkumu. Jediná respondentka použila verbální rezignaci, přestože nepatřila ani k jedné z následujících dvou tříd. Verbální rezignace se vyskytla ve třídě 5.B Holečkova a páté třídě z Holice. Následující graf (Graf 7) napodobuje zastoupením předchozí tabulku (Tabulka 2). I zde došlo k nejčetnější rezignační reakci u úloh 1 a 4. Z grafu (Graf 7) se dále dá vyčíst častější zastoupení dívek mezi respondentkami rezignujícími verbálně. Nejméně zastoupení jsou chlapci z Holice. Výjimečné zastoupení pouze dvou tříd vede k dohadu, že verbální rezignace je postup, jenž souvisí s konkrétním učitelem matematiky v dané třídě. Žáci zmíněných tříd mohou být zvyklí na zpravování svého pedagoga o neschopnosti úlohu řešit.

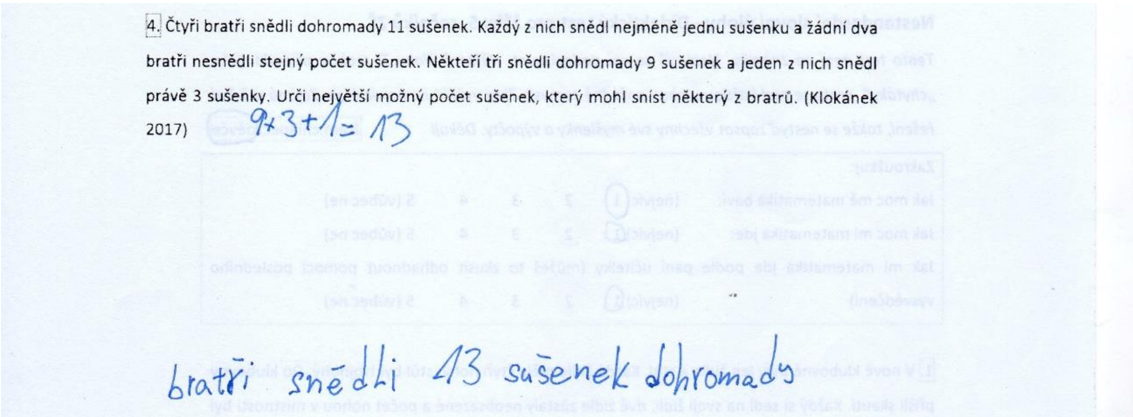


Graf 7 Verbální rezignace

7.2.7 Reakce řešitele na úlohu úhybnou reakcí

Úhybná reakce je hůře prokazatelná než rezignace. Řešitel může na první pohled vykazovat známky přijetí výzvy. Během analýzy jednotlivých testů se však objevily některé práce, které vykazovaly znaky úhybných reakcí. Při analýze se vyskytly práce velmi podobné, tedy vykazující znaky buďto společné práce či opisování a dále práce, které vykazují snahu zlehčit situaci a vpisovat do didaktického testu náhodné hodnoty či odpovědi na nevyřčené otázky.

Opisování či společná práce se v tomto výzkumu vyskytla u osmi děvčat a čtyř chlapců. Jak bylo zmíněno výše, tato tvrzení nejsou exaktní a podobnost postupů mohla vzniknout i jiným způsobem než opisováním. Snaha prokázat opisování je v tomto případě omezena převážně na nesprávná řešení, jelikož jednotlivé totožné chyby napomáhají řešitele odhalit. Oproti tomu mohlo úhybnou metodu opisování zvolit i více řešitelů, kteří však kvůli relativně správnému postupu odhaleni nebyli. Zajímavé je, že podobnost zpracování testů se u většiny děvčat promítla i v odpovědích na šestici otázek. Tři dvojice děvčat se ohodnotily tak podobně, že jejich testy byly zařazeny za sebou a jejich podobnost byla o to výraznější. Jako ukázka poslouží testy řešitelek G7 a B7 (Obrázek 1 a Obrázek 2). Respondentka G7 totiž při opisování použila přehození číslic či písmen pro zmatení pozorovatele. Při bližším pohledu na test respondentky G7 (Obrázek 2) je patrný přepis číslic 1 a 3 v aritmetickém řešení, přestože před přepisem byly zapsány stejné hodnoty v opačném pořadí. Přehození slov je patrné v odpovědi, kdy respondentka G7 používá stejná slova, ale mění slovosled odpovědi. Ostatní zmíněné respondentky, které užily stejnou úhybnou reakci, se svůj čin nesnaží maskovat přepisováním a jejich práce je ve většině úloh totožná.

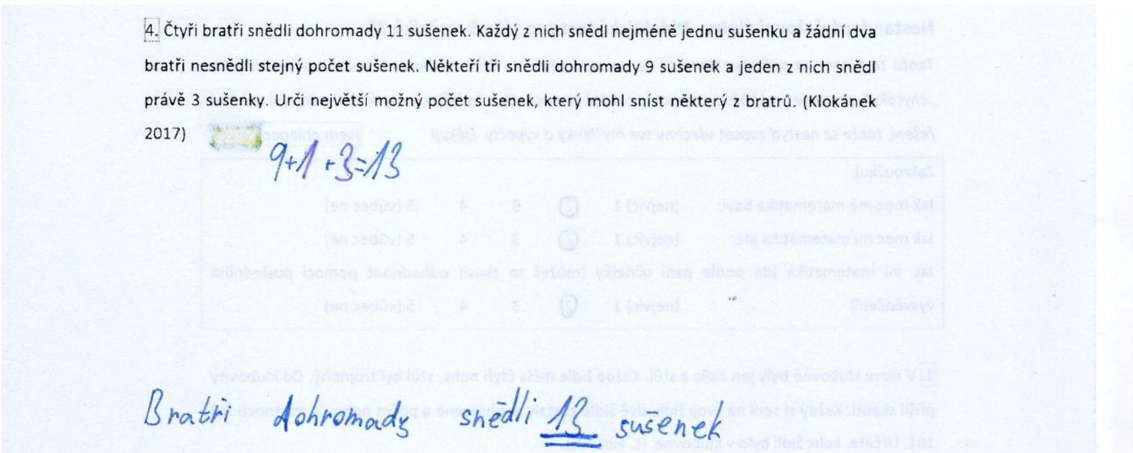


4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Některé tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

9+3+1=13

bratři snědli 13 sušenek dohromady

Obrázek 1 Řešení úlohy 4 řešitelky B7



4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Některé tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

9+1+3=13

Bratři dohromady snědli 13 sušenek

Obrázek 2 Řešení úlohy 4 řešitelky G7

Úhybný manévr **zlehčováním a legrací** se ve vypracovaných testech vyskytl ve formě náhodných hodnot namísto odpovědí a ve formě odpovědí se zábavným charakterem. Náhodné hodnoty namísto odpovědí užilo pět chlapců. Vždy minimálně dva z nich uváděli mimo jiné hodnoty 19, 21 a 62, což mohou být čísla specificky významná pro dané žáky. Co se týče zvláštních odpovědí, většina z nich se stále snaží odpovídat alespoň částečně na otázku ze zadání. Jako ukázka zábavně zlehčené odpovědi byla vybrána odpověď v úloze 1 řešitele R8: *„Jeden skaut má 1 nohu,“* kterou se pravděpodobně snažil reagovat na zbytek v aritmetické operaci dělení a toto své chybné řešení tak obrátit v žert.

Z výše uvedeného vyplývá, že řešitelů, kteří reagovali úhybně bylo v tomto výzkumu odhaleno jen několik jednotek.

7.3 Práce s informacemi ze zadání

Respondenti v tomto výzkumu využívali tři strategie zpracování informací ze zadání, a to podtržení informací přímo v zadání, vypisování informací ze zadání formou zápisu a vpisování údajů do zadání. Práce s informacemi v tomto výzkumu nebyla příliš častá, v průměru se u každé úlohy prací s informacemi zabývalo 14 řešitelů z celkového počtu 171 respondentů. Jako doplnění práce s informacemi lze vnímat také grafické znázornění, které však může mít mnohdy blízko ke grafickému řešení úlohy.

Přestože se práci s informacemi ze zadání věnovalo pouze 65 respondentů, jedná se o důležitou část procesu řešení úlohy. Jelikož kapitánské úlohy ani další úlohy, jež je možné řešit vhledem, nutně nevyžadují zápis, je menšinový poměr respondentů, kteří se práci s informacemi věnovali, nepřekvapivý. Vzhledem k charakteru úloh se však dá zápis očekávat u úlohy 1 a 4, kde by mohl řešiteli výrazně pomoci. Po jednotlivém charakterizování následujících úloh však vyplývá, že práci s informacemi se respondenti věnovali ve všech úlohách. Srovnání úspěšnosti řešitelů, kteří pracovali s informacemi a obecně všech řešitelů, jenž přijali výzvu úlohu řešit znázorňuje následující tabulka (Tabulka 3). Nejvyšší počet řešitelů, kteří pracovali s informacemi, dosáhly úlohy 1 a 4. Úloha 4 je jediná úloha, u níž respondenti tvořící zápis byli úspěšnější než respondenti řešící úlohu obecně.

	Počet řešitelů, kteří pracovali s informacemi	Úspěšnost řešitelů, kteří pracovali s informacemi (%)	Úspěšnost všech řešitelů (%)
Úloha 1	42	10	13
Úloha 2	18	66	73
Úloha 3	13	0	4
Úloha 4	27	30	25
Úloha 5	9	55	70
Úloha 6	18	61	61

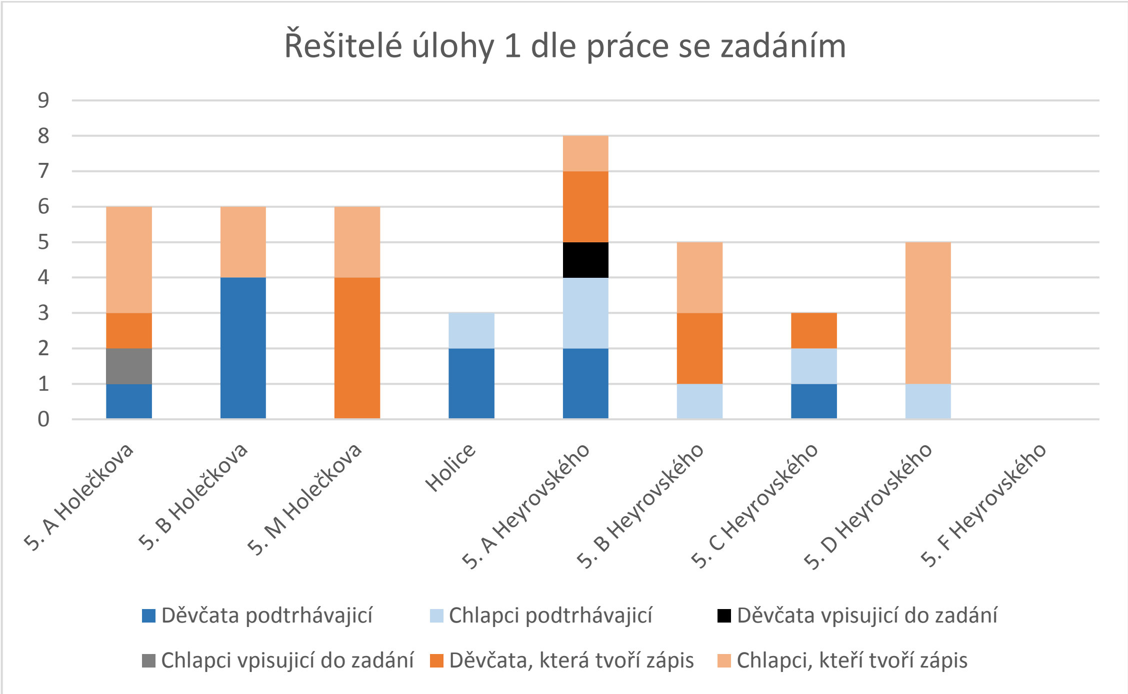
Tabulka 3 Úspěšnost řešitelů, kteří pracovali s informacemi

Tvorba zápisu může být prospěšná u kterékoliv slovní úlohy. V tomto výzkumu však zápis řešitelům často nepomohl ke správnému řešení, což může být způsobeno také jeho kvalitou. Detaily práce s informacemi jednotlivých úloh poskytují následující podkapitoly (podkapitola 7.3.1 až podkapitola 7.3.6), které zpravidla obsahují graf a tabulky. Grafy znázorňují zastoupení chlapců a děvčat dle formy práce s informacemi v jednotlivých třídách. Tabulky shrnují jednotlivé informace, s nimiž řešitel pracoval. Jelikož se pro tuto práci jeví jako vhodné hledat souvislost mezi zapsanými informacemi a správností řešení, jsou jednotliví úspěšní řešitelé v tabulkách zeleně zvýrazněni. K práci s informacemi patří také grafické znázornění, které je v každé podkapitole krátce zmíněno.

7.3.1 Práce s informacemi ze zadání úlohy 1

Práci s informacemi v úloze 1 se věnovalo celkem 42 respondentů, což je nejvyšší počet respondentů pracujících s informacemi v tomto výzkumu. Ze zmíněných 42 řešitelů si 16 jedinců informace vyznačilo v zadání. Zápis či pokus o zápis učinilo 24 jedinců a zbylí dva si zapsali informace přímo do zadání. Rozložení jednotlivých řešitelů, kteří pracovali s informacemi, v jednotlivých třídách znázorňuje následující graf (Graf 8).

Graf 8 naznačuje, že téměř v každé třídě existovali jedinci, kteří s informacemi v úloze 1 pracovali. V šesti třídách se našli jak řešitelé, kteří si informace vypsali, tak řešitelé, kteří si informace pouze zvýraznili v zadání. Jedinci třídy 5. M Holečkova pracovali s informacemi pouze formou zápisu. Oproti tomu zástupci třídy z Holice pracovali s informacemi pouze podtrháváním. Co se týče zastoupení chlapců a děvčat, děvčata častěji volila zvýraznění informací v zadání než chlapci. Chlapci naopak častěji volili formu zápisu. Nejvíce jedinců, kteří s informacemi pracovali, se vyskytlo ve třídě 5. A Heyrovského. Oproti tomu ve třídě 5. F Heyrovského se práci s informacemi nevěnoval v této ani v jiné úloze didaktického testu nikdo.



Graf 8 Řešitelé úlohy 1 dle práce se zadáním

Jelikož jsou vypsané či vyznačené informace důležité pro porozumění úloze a následné řešení, je vhodné sledovat konkrétní informace, které si řešitelé vyznačili či zapsali. Vyznačení bylo pro řešitele časově méně náročné než tvorba zápisu, a tak si mnozí podtrhli více informací než jejich vrstevníci pracující formou zápisu. Konkrétní informace jednotlivých řešitelů je možné vyčíst z následujících tabulek (Tabulka 4 a Tabulka 5).

Tabulka 4 se zabývá analýzou **zvýrazněných pojmů** a uvádí, že valná většina řešitelů považovala za podstatné informace i informace, které k samotnému řešení úlohy nepřispívají. Dva řešitelé zdůraznili, že se úloha odehrávala v klubovně a další dva si zatrhli, že každý sedí na své židli. Všechny podstatné informace s numerickými hodnotami si zvýraznili pouze čtyři řešitelé z šestnácti (šedé zvýraznění). Neschopnost zatrhnout všechny podstatné informace negativně ovlivnila možnosti řešitelů dojít ke správnému výsledku. Ze zbylých čtyř řešitelů pouze řešitelka D7 úlohu řešila aritmeticky a svým výsledkem 15 se správnému výsledku alespoň přiblížila. Zvýraznění informací tak řešitelům v této úloze ke správnému výsledku nepomohlo.

Klubovna	Židle, stůl	**Židle 4, stůl 3 nohy**	Svá židle	**2 neobsazené**	**Nohou celkem 101**	Nápověda
				F1		
	A2	A2	A2			
	E2	E2				
		I2				
J2	J2					
		H4		H4		
L4	L4	L4		L4		
		S4		S4	S4	S4
	I5	I5		I5	I5	
		J5	J5	J5	J5	
		V5				
	U5					
					W6	
		D7		D7	D7	
	Z7	Z7				
		T8				

Tabulka 4 Četnost vyznačených pojmů v zadání úlohy 1

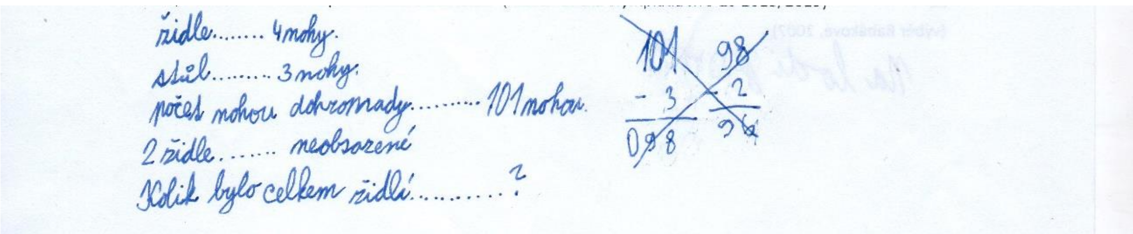
Tabulka 5 zpracovává údaje respondentů tvořících zápis. Zajímavým rozdílem mezi tabulkou 4 a tabulkou 5 je rozdělení počtu nohou stolu a židlí v tabulce 4. Rozdělení je způsobeno čtyřmi respondenty, kteří si zapsali jen jeden ze dvou údajů.

Přestože se zápisu zhostilo 24 respondentů, kdežto vyznačování pouze 12 jedinců, počet respondentů, kteří si zapsali či vyznačili všechny potřebné numerické údaje je menšinový a téměř totožný jako u předchozí tabulky (Tabulka 4). Nejpotřebnější údaje si vyznačili 4 respondenti (šedé vyznačení Tabulka 4) a dalších 5 respondentů si je zapsalo (šedé vyznačení Tabulka 5). Jako nejpotřebnější údaje je možno označit údaje o počtu nohou stolu a židle, celkový počet nohou v místnosti a to, že jsou dvě židle v místnosti neobsazené. Z celkem 9 respondentů, kteří zaznamenali všechny podstatné numerické informace je pět z nich z jedné třídy, což může být způsobeno větší důsledností učitele matematiky působícího ve zmíněné třídě. Žádný z těchto devíti respondentů však nedospěl ke správnému řešení. Zeleně jsou v tabulce (Tabulka 5) vyznačeni respondenti, kteří přišli na správné řešení úlohy 1, ani jeden však nepatří do dříve zmíněné skupiny respondentů, kteří si zapsali veškeré důležité informace.

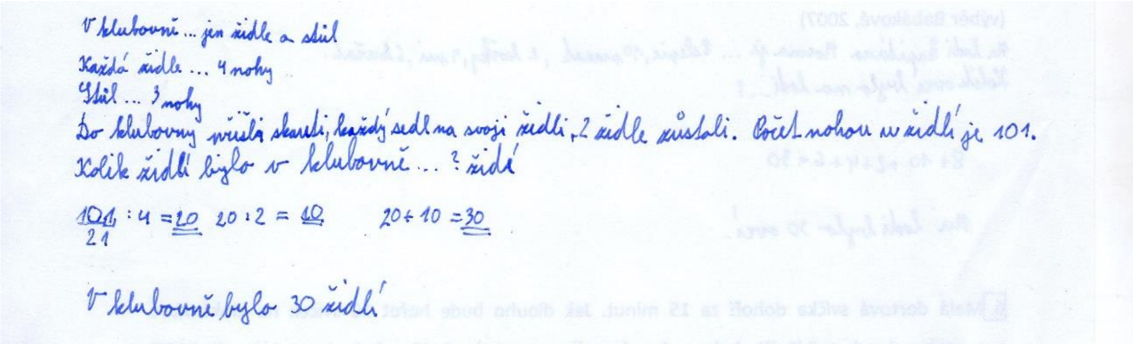
1 židle=6 noh	**1 židle=4 nohy**	**Stůl=3 nohy**	Člověk=2	**2 neobsazené**	**101 nohou**
				F1	
W1	W1				
	U1				
					L1
	W2	W2			
	U2	U2			
	C3	C3		C3	
		D3			D3
	E3	E3			
	H3	H3			
	Z3	Z3			
	Y3	Y3			
	E5	E5		E5	E5
	K5	K5	K5		
	Y5	Y5		Y5	Y5
	U5	U5	U5	U5	U5
	F6	F6		F6	
	I6	I6		I6	I6
	Y6	Y6			Y6
	V6	V6			
	I7	I7			
	X8	X8		X8	
	W8	W8		W8	W8
	Q8				
	N8	N8			

Tabulka 5 Četnost zapsaných informací ze zadání úlohy 1

V návaznosti na teoretickou část je vhodné zmínit, že údaj o neznámé se v zápise pokusily zmínit pouze dvě respondentky. Respondentka H3, jejíž zpracování úlohy 1 lze vidět na obrázku (Obrázek 4) si zápis nezapsala zcela jednoznačně. Informace *„Počet nohou u židlí je 101"* je zavádějící a vedla řešitelku ke špatnému řešení. Řešitelka I6 (Obrázek 3) zapsala informace přehledněji, řešení ale nedopracovala.



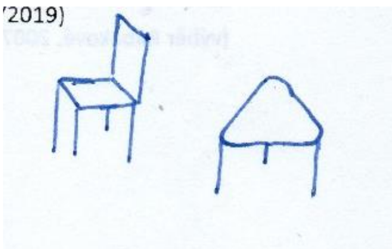
Obrázek 3 Zápis úlohy 1 řešitelky I6



Obrázek 4 Zápis úlohy 1 řešitelky H3

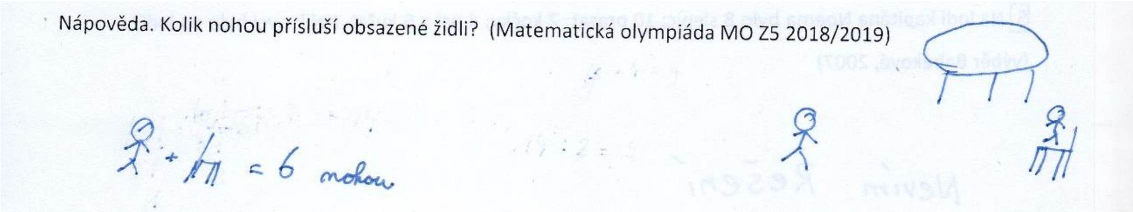
Vpisování do zadání využili pouze dva respondenti. Jedna respondentka si do zadání vypsala několik numerických hodnot, což ji spíše zmátlo a ke správnému řešení to nevedlo. Druhý respondent si v rámci úspor do zadání doplnil odpověď na nápovědnou otázku dále pokračoval v řešení úlohy až ke správnému řešení. Jeho úspornost byla patrná i v neúplné odpovědi. Z celkového počtu 42 respondentů, kteří pracovali s informaci ze zadání, se tak jen čtyři dopracovali správného výsledku.

Poslední způsob obohacení zápisu o získané informace je grafické znázornění. V úloze 1 grafické znázornění uplatnili dva řešitelé a u dalších třech řešitelů se dá jejich grafické znázornění pokládat za pokus o grafické řešení. Grafické znázornění úlohy 1 provedli řešitelé D4 a X6 a jejich grafické znázornění úlohy 1 zachycují následující obrázky (Obrázek 5 a Obrázek 6). Grafické znázornění zde bylo uplatněno pro ujasnění počtu nohou židlí a stolu, případně sečtení nohou obsazené židle.



Obrázek 5 Grafické znázornění řešitele X6

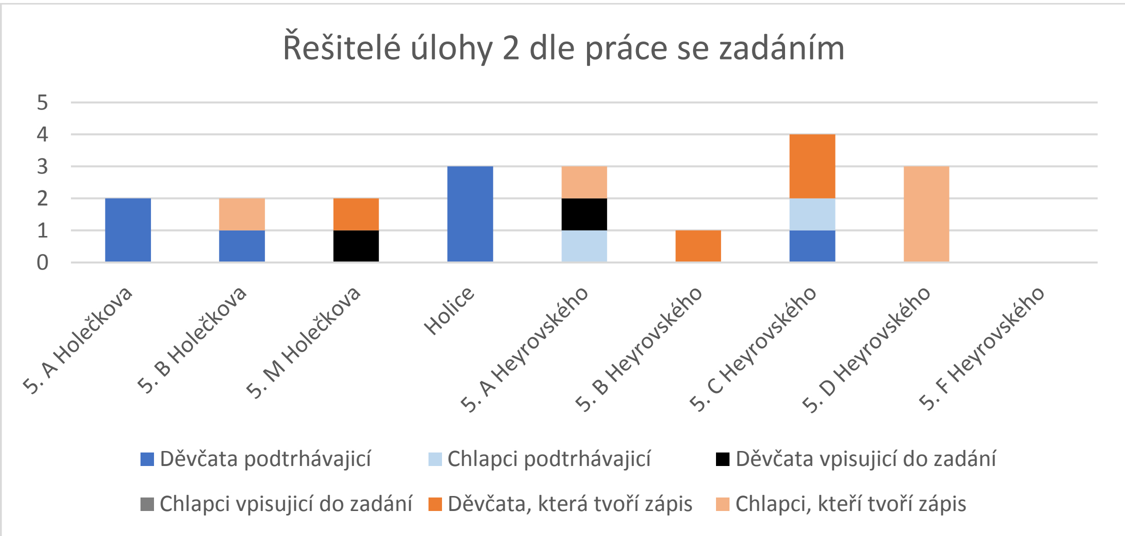
Řešitelka D4 si znázornila skauta a židli (Obrázek 6). Dále pokračovala aritmeticky a došla k výsledku téměř správnému.



Obrázek 6 Grafické znázornění řešitelky D4

7.3.2 Práce s informacemi ze zadání v úloze 2

Zápis pro řešení úlohy 2 nebyl nutný, i tak se ale našli jedinci, kteří s informacemi úlohy 2 pracovali. Oproti předešlé úloze se práci s informacemi věnovalo méně jedinců, a to pouze dvacet. Následující graf (Graf 9) znázorňuje rozložení řešitelů dle tříd. Opět je zde patrné rozložení jedinců, kteří pracují s informacemi ve všech třídách kromě třídy 5. F Heyrovského. Podobně jako v předešlém grafu jedinci třídy z Holice důležité informace podtrhávají, zatímco v 5. M Holečkově tvoří řešitelka zápis. Jelikož jedinců, kteří v úloze 2 pracovali s informacemi, je podstatně méně, je patrná menší diverzita formy práce s informacemi (Graf 9). Rozdílnost hodnot grafu 8 a grafu 9 lze spatřovat i na maximech daných grafů. Přestože v grafu 8 bylo maximum dosaženo hodnotou osm, zde (Graf 9) je maximální hodnota poloviční.



Graf 9 Řešitelé úlohy 2 dle práce se zadáním

Řešitelů, kteří si informace vyznačili v zadání úlohy 2, je stejně jako řešitelů, kteří si informace vypsali, tedy devět řešitelů v každé skupině. Další dva jedinci si informace vepsali do zadání. Jelikož je úloha 2 kratší, než úloha 1, je snadnější identifikovat důležité informace v úloze a pracovat s nimi. V následujících tabulkách

(Tabulka 6 a Tabulka 7) jsou podobně jako u úlohy 1 vypsány jednotlivé informace a jsou k nim přiřazeni řešitelé, kteří je zaznačili ve svých testech. Na rozdíl od předchozí úlohy je zde patrné větší zastoupení informací v tabulce popisující informace v zápisech (Tabulka 7). Z tabulky 6 je patrné, že dvě řešitelky nezaznamenaly důležitost celkového počtu pirátů. Zeleně jsou zvýrazněni všichni řešitelé, kteří zaznamenali správnou odpověď. Je patrné, že téměř všichni respondenti tabulky 6 zaznamenali správnou odpověď.

60 pirátů	Skleněné oko	Dřevěná noha	Železný hák	Kolik?
A1				
D1				D1
E2	E2	E2	E2	
	I4	I4	I4	
	K4	K4		
L4	L4	L4	L4	
Y5				
D7				
U7	U7	U7		

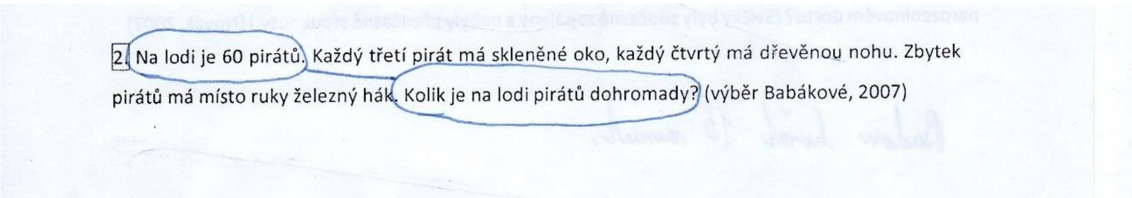
Tabulka 6 Četnost zvýrazněných informací v zadání úlohy 2

Dle tabulky 7 všichni řešitelé, kteří využili formu zápisu, zaznamenali informaci o celkovém množství pirátů jako důležitou. Rozdílnost mezi tabulkou 6 a 7 může být také způsobena následnou snahou o grafické řešení některých respondentů zapsaných v tabulce 6. Ti tak nejevili vyznačím informací snahu jen se v zadání zorientovat, ale podtržení údajů jim mělo posloužit jako součást grafického řešení. Zeleně jsou označeni respondenti, kteří zaznačili správné řešení úlohy 2. Při řešení úlohy 2 byla úspěšná pouhá polovina respondentů, kteří tvořili zápis.

60 pirátů	Skleněné oko	Dřevěná noha	Železný hák	Kolik?
W2				
H3	H3	H3	H3	H3
U5	U5	U5	U5	
I6	I6	I6	I6	
H7	H7	H7		
I7	I7	I7		
X8	X8	X8	X8	
T8	T8	T8	T8	
N8				

Tabulka 7 Četnost zapsaných informací ze zadání úlohy 2

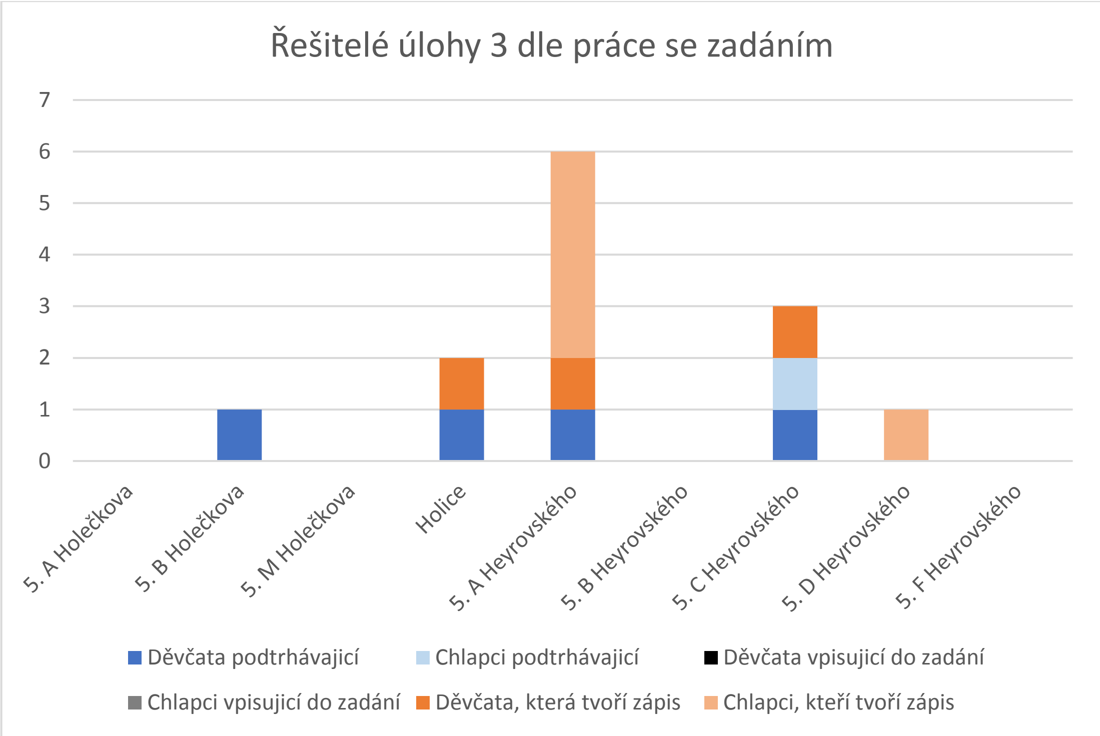
Grafické znázornění úlohy 2 přechází povětšinou ke grafickému řešení, které bude popsáno až jako druh řešení. Grafické znázornění zvolily řešitelky D1 a C6, které ho uplatnily jako odůvodnění jejich odpovědi. Jako ukázka postačí řešení respondentky D1 (Obrázek 7). Jelikož řešitelka D1 vyřešila úlohu vhledem a graficky jen zaznačila odpověď, není toto řešení bráno jako grafické řešení.


2. Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (výběr Babákové, 2007)

Obrázek 7 Grafické znázornění řešitelky D1

7.3.3 Práce s informacemi ze zadání úlohy 3

Práci s informacemi ze zadání úlohy 3 se věnovalo 13 respondentů, což je druhý nejnižší počet respondentů zabývajících se prací s informacemi v tomto výzkumu. Podtržením důležitých informací se zabývalo pět respondentů, tvorbou zápisu osm respondentů. Vpisováním do zadání se při zpracování informací úlohy 3 nezabýval nikdo. Rozložení těchto respondentů dle jednotlivých tříd znázorňuje následující graf (Graf 10). Ve čtyřech třídách se neobjevil žádný respondent, který by se věnoval práci s informacemi. Největší počet respondentů, kteří se práci s informacemi věnovali, obsahuje třída 5. A Heyrovského, kde se tvorbou zápisu zabývali čtyři chlapci a jedno děvče.



Graf 10 Řešitelé úlohy 3 dle práce se zadáním

Z důvodu malého počtu informací v úloze 3 a malé četnosti respondentů, kteří se s informacemi rozhodli pracovat, lze srovnat práci s informacemi formou zvýraznění i formou zápisu v následující tabulce (Tabulka 8). Z tabulky je patrné, že většina respondentů neporozuměla zadání, následně si informace špatně zpracovala a pravděpodobnost, že úlohu správně vyřeší, se zmenšila. S nezkreslenými informacemi ze zadání pracují pouze čtyři řešitelé. Informaci o neznámé si poznamenali čtyři řešitelé. Žádný ze zmíněných řešitelů nedošel ke správnému řešení.

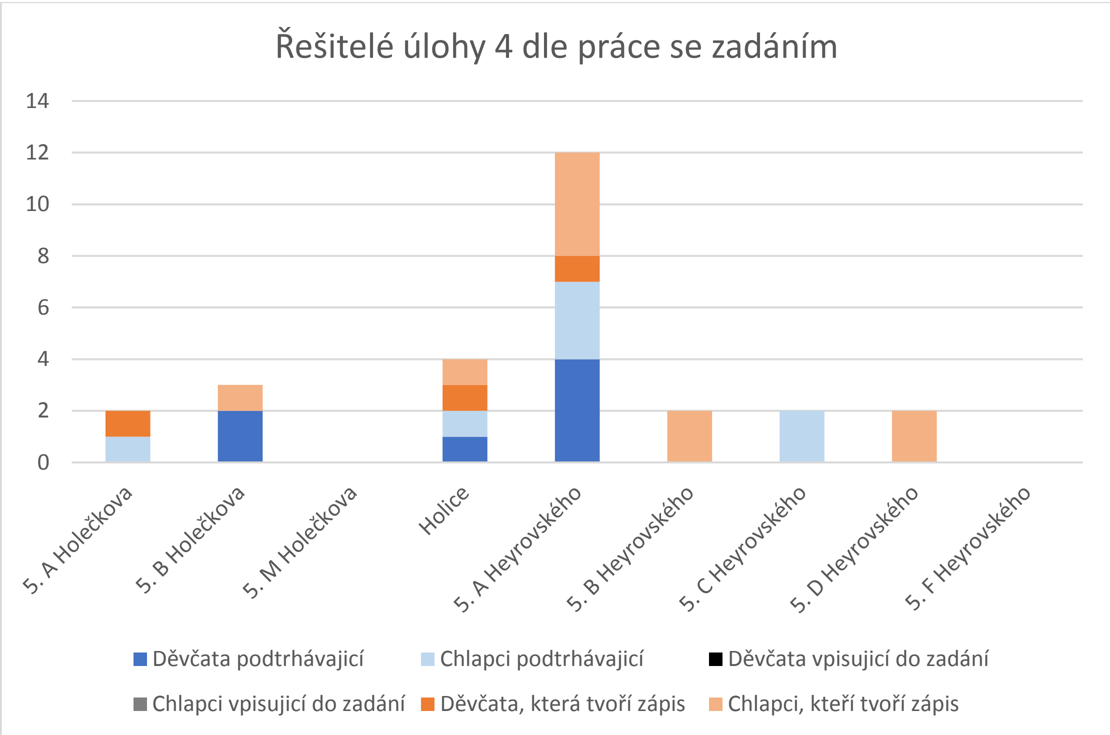
	Zvýraznění	Zápis
Cihla	I7	
Cihla váží 2 kilogramy	E2	Y5, T5
2 kilogramy a půl	I5	E5
2 kilogramy a půl cihly	B4, Z7	V5, X8
2 a půl cihly		S5
2 a půl ze 2		C4
Cihla a půl cihly váží 2 kilogramy		D7
Kolik váží cihla?	Z7	E5, D7

Tabulka 8Konkrétní údaje zvýraznění a zápisu informací úlohy 3

Grafickým znázorněním úlohy 3 se zabývají řešitelé F1 a S4. Řešitel S4 zakresluje pouze cihlu s hodnotou 2 kilogramy. Řešitelka F1 zakresluje obdobně dvoukilovou cihlu, vedle které zakresluje menší cihlu, o které pak v rámci aritmetických řešeních odhaduje její hmotnost na půl kilogramu či jeden kilogram, přičemž ke druhé odpovědi se přiklání.

7.3.4 Práce s informacemi ze zadání úlohy 4

Úloha 4 je jediná úloha, u které během práce s informacemi zvolilo větší množství respondentů formu **podtržení** namísto formy zápisu. Čtrnáct respondentů informace v zadání podtrhlo. Třináct respondentů si zapsalo **zápis**. **Vpisování do zadání**, podobně jako v předešlé úloze, nevyužil nikdo. Následující graf (Graf 11) znázorňuje rozložení sedmadvaceti respondentů dle práce se zadáním v jednotlivých třídách. Největší množství respondentů, kteří pracovali s informacemi v úloze 4 pochází ze třídy 5.A Heyrovského. Přestože podtrhávání jako forma práce s informacemi se vyskytuje u dívek i u chlapců v úloze 4 v podobné míře, jedná-li se o formu zápisu úlohy 4, jsou chlapci četnější.



Graf 11 Řešitelé úlohy 4 dle práce se zadáním

Tabulka 9 zobrazuje jednotlivé respondenty, kteří pracovali s informacemi formou podtrhávání. Jak již bylo zmíněno výše, je zastoupení děvčat a chlapců v této formě vyrovnané. Přestože vizuálním srovnáním tabulek (Tabulka 9 a Tabulka 10) se může zdát, že tabulka 10 je obsáhlejší, jak zastoupení řešitelů, kteří si zapsali pouze jednu informaci, tak množství těch, kteří si zaznačili čtyři a více informací je v obou tabulkách téměř totožné. Ke správnému řešení došli z Tabulky 9 pouze řešitelé Z5 a Z7.

Čtyři bratři	11 sušenek	Nejméně 1	Nestejný počet	Někteří 3	Dohromady 9	Jeden snědl 3
		S1				
E2	E2	E2	E2	E2	E2	E2
	J2					
L4	L4	L4	L4	L4	L4	L4
	Q4					
	B5					
				H5	H5	
I5	I5				I5	I5
					L5	L5
Z5	Z5					
	V5		V5			
					T5	T5
Z7	Z7	Z7	Z7			
	U7			U7	U7	

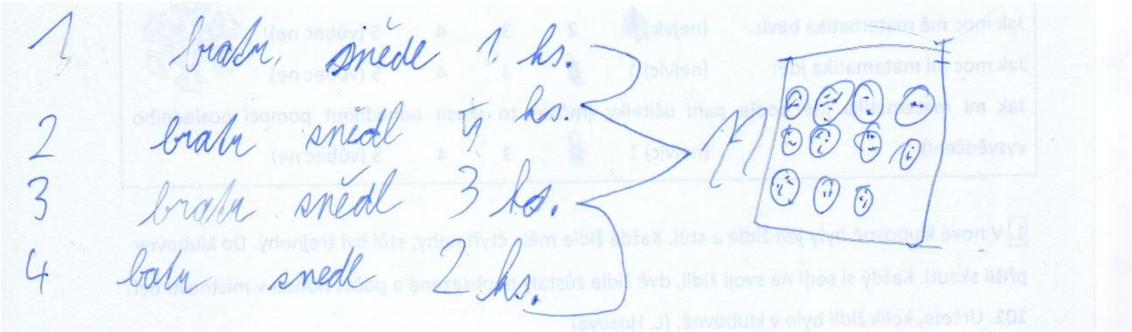
Tabulka 9 Četnost řešitelů podtrhávajících v úloze 4

Tabulka 10 zobrazuje respondenty, kteří si zapsali informace úlohy 4. Respondenti U2 a Y6 si kromě zápisu podtrhují další informace v zadání. Ke správnému řešení došlo šest respondentů z tabulky 10. Při bližším zkoumání těchto jedinců je patrný rozdíl mezi počtem zapsaných informací. Tři z těchto úspěšných řešitelů si zapsali pouze jednu informaci. Jeden si zapsal téměř všechny informace ze zadání. Z toho důvodu je kauzalita mezi tvorbou zápisu a správným řešením nejasná.

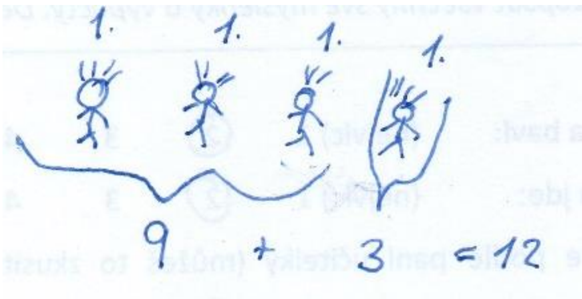
Čtyři bratři	11 sušenek	Nejméně 1	Nestejný počet	Někteří 3	Dohromady 9	Jeden snědl 3	Největší počet?
F1							
U2	**U2**						
D4							
	V4						
E5							
Y5	Y5						
	U5	U5	U5	U5	U5	U5	U5
	S5						
Q5	Q5					Q5	
	Y6			**Y6**	**Y6**		
W6	W6						
X8	X8	X8	X8				
W8	W8	W8		W8	W8	W8	

Tabulka 10 Četnost řešitelů tvořící zápis úlohy 4

Grafické znázornění úlohy 4 provedli čtyři řešitelé. Dalších pět řešitelů svou grafickou podobou zápisu úlohy 4 jevili snahy úlohu graficky řešit, proto o nich bude pojednáno níže. Grafické znázornění provedli řešitelé W2, W4, X4, D4 a F1. Řešitelé W2 a F1 svým grafickým znázorněním dopomohli svému experimentálnímu řešení. Grafické znázornění řešitelů W4 a D4 lze spatřit níže (Obrázek 8 a Obrázek 9). Grafické znázornění respondenta X4 se formou blížilo řešení na obrázku 9.



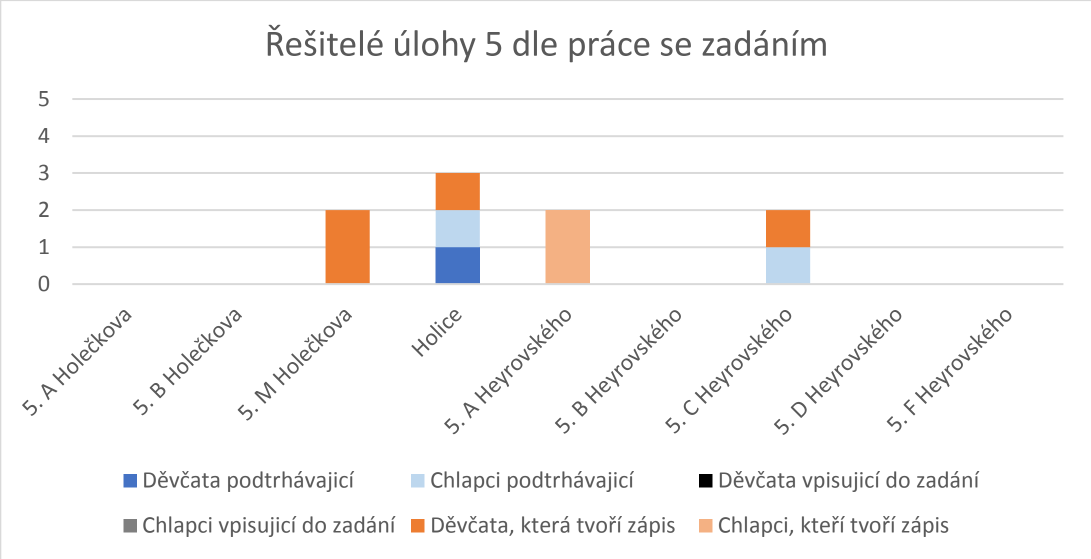
Obrázek 8 Grafické znázornění řešitele W4



Obrázek 9 Grafické znázornění řešitelky D4

7.3.5 Práce s informacemi ze zadání úlohy 5

Úloha 5 opět nevyžaduje zápis, přesto se práci s informacemi věnovalo devět respondentů. Tři respondenti si informace podtrhli a šest si informace zapsalo. Graf 12 znázorňuje rozptýlení řešitelů v jednotlivých třídách. Práci s informacemi se v úloze 5 věnovali respondenti pouze ze čtyř tříd. Zápisu se u úlohy 5 věnovalo dvakrát tolik děvčat než chlapců.



Graf 12 Řešitelé úlohy 5 dle práce se zadáním

V následující tabulce (Tabulka 11) jsou zapsány informace zvýrazněné či zapsané jednotlivými respondenty. Údaje o počtu jednotlivých zvířat si zaznačilo všech devět respondentů. Tři respondenti si rovnou poznačilo počet ovcí, jedna respondentka si ovce zapsala jako neznámou. Přestože celkový počet respondentů, kteří zvolili formu zápisu byl dvojnásobkem počtu respondentů, kteří informace zvýraznili, poměr úspěšných řešitelů v této úloze tomu neodpovídá (zelené zvýraznění Tabulka 11).

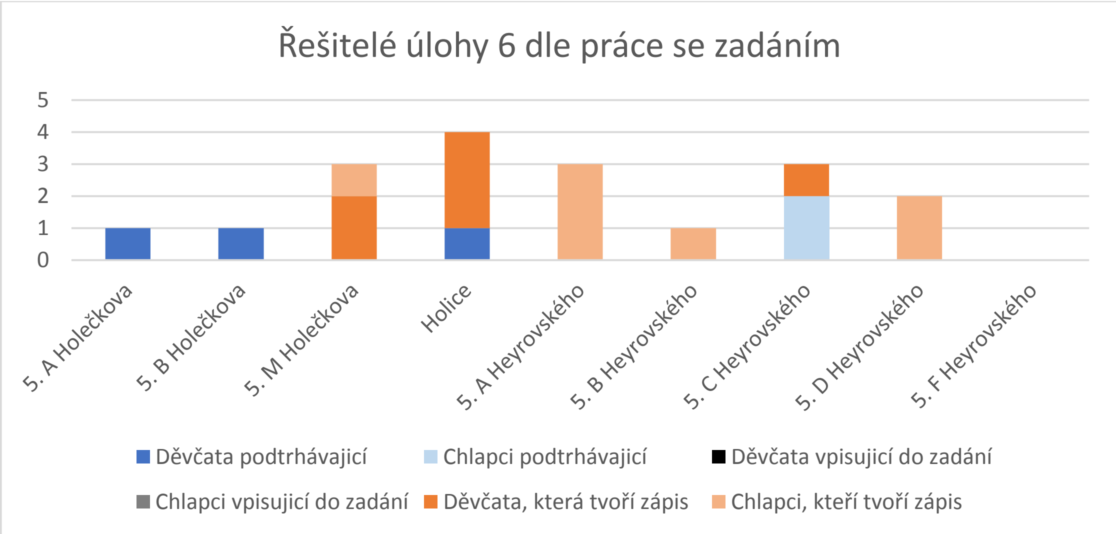
Informace	Zvýraznění	Zápis
8 slepic, 10 prasat, 2 kočky, 4 psi, 6 kuřat	L4, S4, Z7	E3, H3, H4, V5, U5, D7
Ovce	L4	E3, D7
Loď	S4	H3
Kolik bylo ovcí?		H3

Tabulka 11 Informace zvýrazněné či zapsané ze zadání úlohy 5

Grafické znázornění v této úloze není zastoupeno. Důvodem může být právě absence zjišťovaného zvířete. Zajímavé je, že se tato absence grafického znázornění promítá i do absence grafického řešení této úlohy.

7.3.6 Práce s informacemi ze zadání úlohy 6

Práci s informacemi ze zadání úlohy 6 se věnovalo 18 respondentů rozptýlených téměř ve všech třídách. Respondenti uplatňovali častěji formu zápisu než formu podtrhávání. Zápis zvolilo 13 respondentů, kdežto podtrhávání pouze pět. Podíl děvčat odpovídá podílu chlapců, což je patrné z grafu (Graf 13).



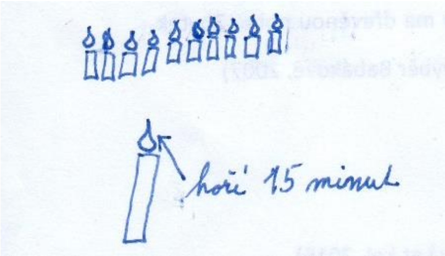
Graf 13 Řešitelé úlohy 6 dle práce se zadáním

Jelikož úloha 6 je úloha rozvíjející funkční myšlení a její charakter nevnímá práci s informacemi jako nutnou, souvislost mezi úspěšností respondentů, kteří s informacemi pracovali je nejasná. Přestože většina respondentů, kteří s informacemi pracovali, dospěla ke správnému řešení, nemalá část respondentů tvořících zápis ke správnému výsledku nedošla. V porovnání s ostatními úlohami je zde vyšší počet respondentů, kteří si zapsali neznámou v zápise (Tabulka 12).

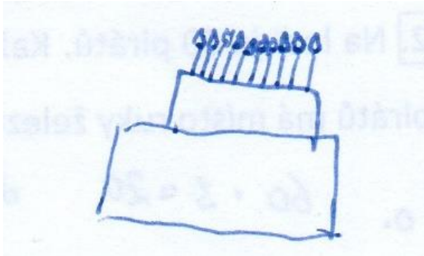
Informace	Zvýraznění	Zápis
15 minut	A1, Z7	W6
1 svíčka…15 minut		D4, E4, F4, S5, X8
1 svíčka…15 minut, zapáleny současně	L4	
1 svíčka…15 minut; 10 svíček…?		E3, W3, U5, D7
15 minut; 10 svíček	E2, U7	G3, Q5, Z8

Tabulka 12 Respondenti užívající zvýraznění či zápis u úlohy 6

Grafické znázornění úlohy 6 zvolily respondentky D4 a F4. Další tři respondentky zakreslily svíčku v rámci zápisu podobně jako respondentka F4 (Obrázek 10). Respondentka D4 ztvárnila celý dort (Obrázek 11), což může být odůvodněno pořadím šesté úlohy v testu, tedy závěrem zpracování úloh a přebytečným časem pro výtvarné vyžití.



Obrázek 10 Grafické znázornění úlohy 6 řešitelkou F4



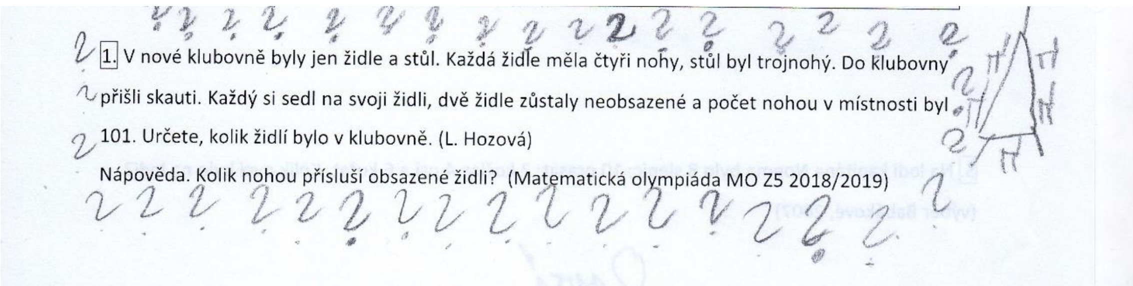
Obrázek 11 Grafické znázornění úlohy 6 řešitelkou D4

7.4 Grafické řešení

Grafické řešení je jedním z možných typů řešení používaných na prvním stupni základní školy. V tomto výzkumu se grafické řešení či pokus o grafické řešení vyskytlo v prvních čtyřech úlohách. U každé úlohy se jednalo jen o několik jednotek řešitelů. Grafické řešení využilo celkem 14 respondentů a pouze dvě z nich se o grafické řešení pokusilo více než jednou. Chlapci i děvčata byli mezi grafickými řešiteli zastoupeni stejnou měrou.

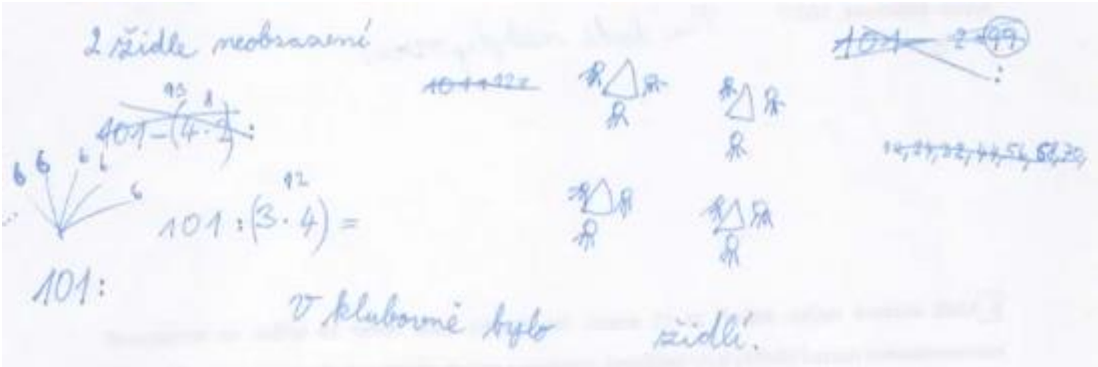
7.4.1 Grafické řešení úlohy 1

Náznak grafického řešení úlohy 1 zaznačili řešitelé F1, P2 a V4. Řešitel P2 své znázornění zanechal na pomezí grafického znázornění (Obrázek 12). Řešitelka F1 ze zadání nevyčetla, že stůl má být pouze jeden a tak její grafické řešení není ve shodě s informacemi ze zadání (Obrázek 13).


1. V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. (L. Hozová)

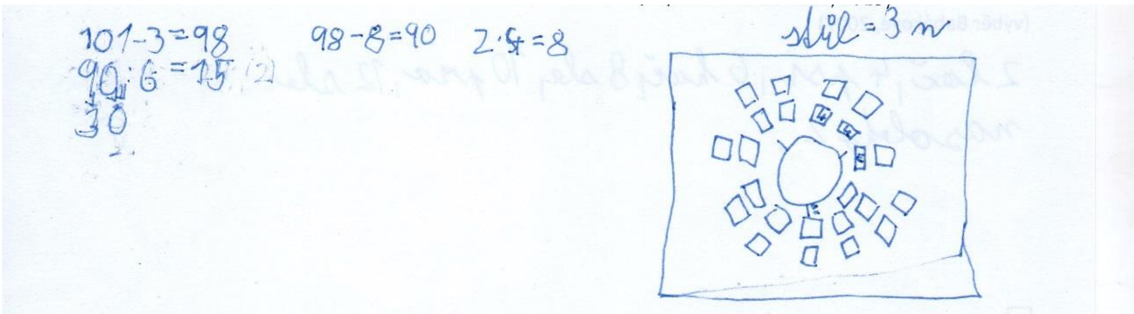
Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli? (Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

Obrázek 12 Grafické řešení úlohy 1 řešitelem P2



Obrázek 13 Grafické řešení úlohy 1 řešitelkou F1

Nejvhodnějším zapsaným grafickým řešením je grafické řešení řešitele V4 (Obrázek 14). Toto řešení mělo potenciál být správným řešením. Kdyby řešitel V4 pečlivě připočítával počty nohou obsazených židlí a přitom je dokresloval do obrázku, zjistil by nakonec správný výsledek. Bohužel čtverců kolem stolu zakreslil příliš mnoho.

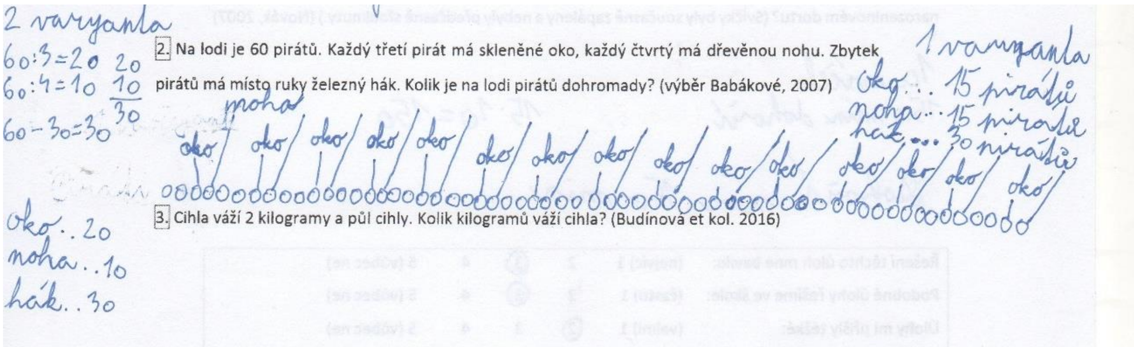


Obrázek 14 Grafické řešení úlohy 1 řešitelem V4

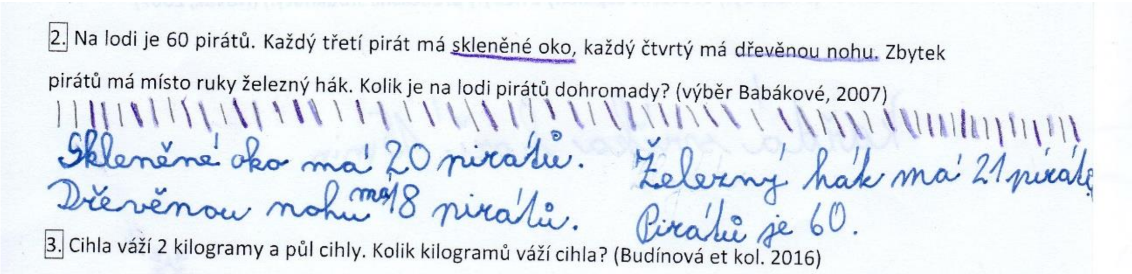
Žádné grafické řešení úlohy 1 nevedlo ke správnému výsledku.

7.4.2 Grafické řešení úlohy 2

Grafické řešení úlohy 2 zvolili řešitelé I4, K4, Q5 a H6. Dále se o něj pokusila řešitelka B4, která jej ztvárnila na pomezí grafického znázornění a řešení a po nedostatečné nápomocnosti řešení zvolila aritmetický postup. Zde bylo grafické řešení častější u děvčat. Řešitelé Q5, I4 i K4 se snažili piráty znázornit v řadě. Řešitel Q5 i řešitelka K4 nesprávně rozpočítali piráty (dle Obrázku 15 a Obrázku 16). Celkový počet kruhů či čárek odpovídá šedesáti, ale označení pirátů se skleněným okem ani dalších podskupin neodpovídá. Řešitel Q5 dle obrázku 15 se snažil úlohu vyřešit dále aritmeticky, kde však udělal numerickou chybu. Řešitelka K4 dle obrázku 16 dopočítala jednotlivé skupiny pirátů dle grafického řešení, přestože ji jeden pirát v kontrolním součtu schází, uvádí správný výsledek.

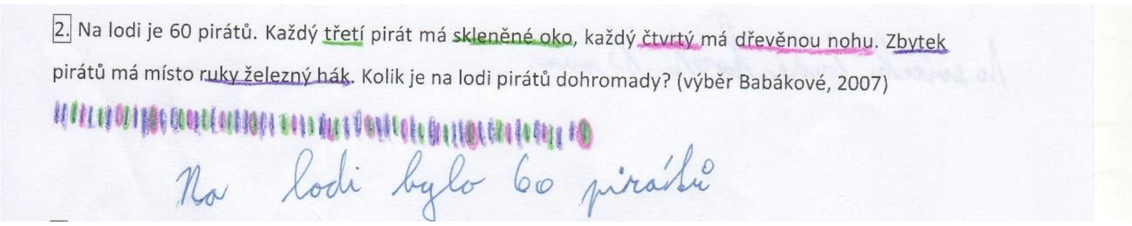


Obrázek 15 Grafické řešení úlohy 2 řešitele Q5



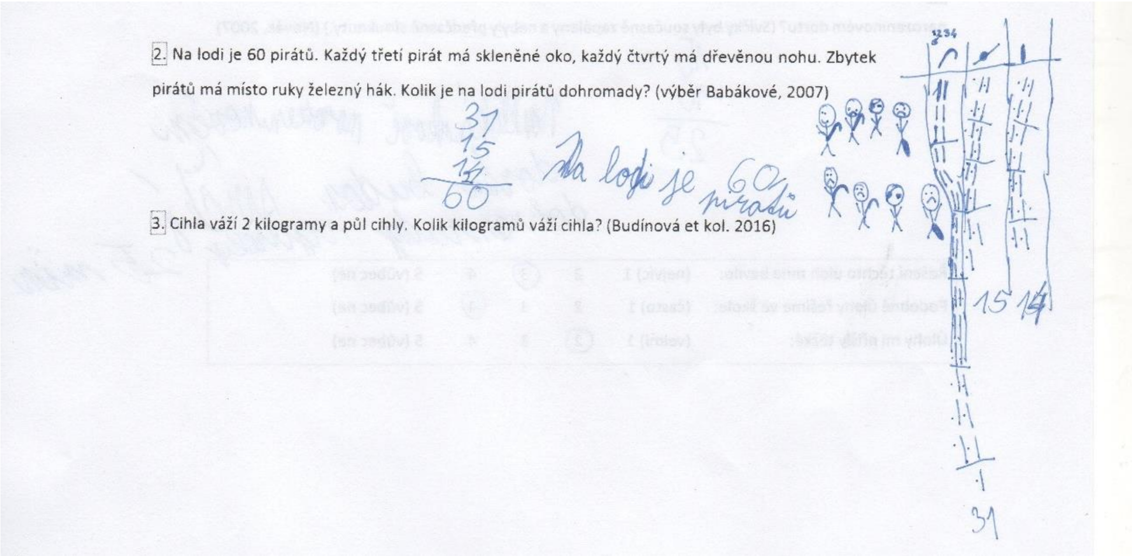
Obrázek 16 Grafické řešení úlohy 2 řešitelky K4

Řešitelka I4 zvolila podobnou strategii jako řešitelka K4 a tedy čárkování. Řešitelka I4 však precizněji označila jednotlivé skupiny pirátů, kde však narazila na kombinatorický problém. Zadání úlohy nezáviselo na pořadí a nekombinovalo somatická postižení pirátů. Jelikož však řešitelka I4 (Obrázek 17) piráty seřadila, zaznamenala některé piráty se zdvojeným somatickým postižením, proto by se nedopočítala k odpovídajícímu počtu pirátů v jednotlivých skupinách. Celkově však výsledek zhodnotila správně.



Obrázek 17 Grafické řešení úlohy 2 řešitelky I4

Řešitelka H6 oproti tomu znázorňovala piráty do sloupců dle somatického postižení. Přestože pirátů v prvním sloupci zaznamenala příliš mnoho, správným dopočítáním zbylých pirátů se úspěšně vrátila ke správnému celkovému výsledku (Obrázek 18).

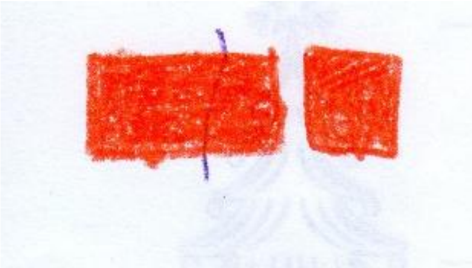


Obrázek 18 Grafické řešení úlohy 2 řešitelky H6

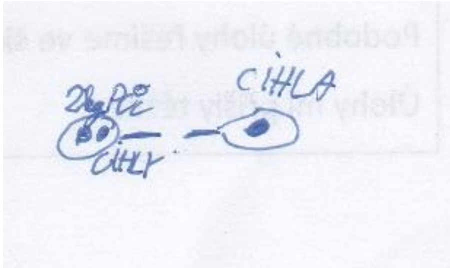
Úspěšnost grafického řešení uplatněného u úlohy 2 je dle konkrétních příkladů nejasná. Dvě ze čtyř řešitelů mohly ke správnému výsledku dojít pouze prostřednictvím grafického řešení. Konečná odpověď řešitelky K4 nevykazuje známky přímé návaznosti na její řešení a řešitel Q5 ke konečné odpovědi nedospěl.

7.4.3 Grafické řešení úlohy 3

Grafické řešení úlohy 3 zvolilo sedm respondentů. Pět z nich znázornilo cihlu jako obdélník, ke kterému vyznačili menší část cihly. Jako ukázka takového znázornění slouží obrázek 19. Je patrné, že tato forma nevedla ke správnému výsledku. Druhou variantou grafického znázornění je znázornění vah, kterou zvolili dva respondenti. Řešitel Z4 díky znázornění vah dospěl ke správnému řešení (Obrázek 20).



Obrázek 19 Grafické řešení úlohy 3 řešitelky K4

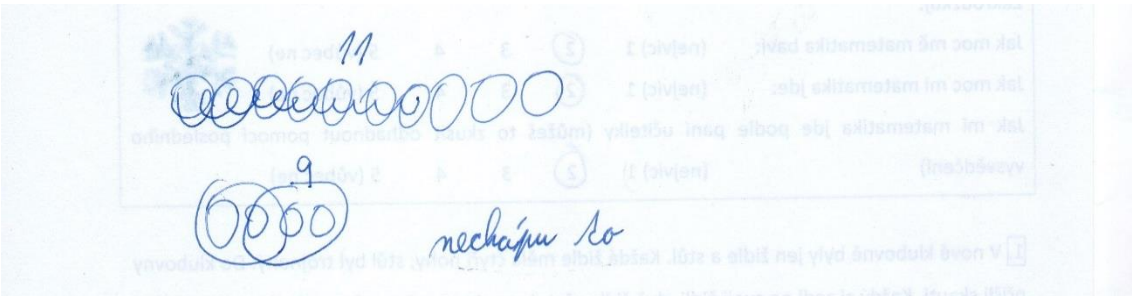


Obrázek 20 Grafické řešení úlohy 3 řešitele Z4

Zajímavostí u grafického znázornění úlohy 3 je, že všech sedm respondentů pocházelo ze stejné třídy z Holice.

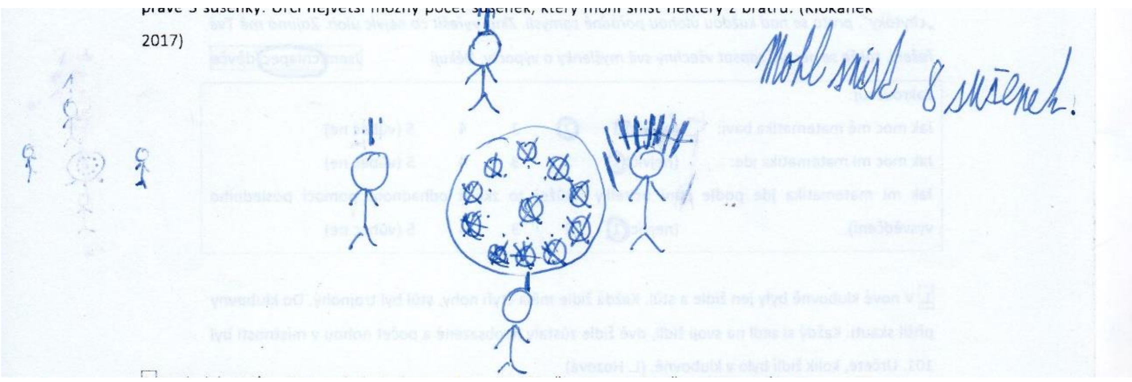
7.4.4 Grafické řešení úlohy 4

Grafické řešení úlohy 4 zvolili tři respondenti. Respondentky E4 a K4 řešení začaly, ale nedokončily. Obě zvolily postup znázornění celkového počtu sušenek v řadě (Obrázek 21). Namísto dalšího řešení poznamenaly, že úloze nerozumějí.



Obrázek 21 Grafické řešení úlohy 4 řešitelky E4

Grafické řešení řešitele X6 (Obrázek 22) je graficky zajímavé. Řešitel zvolil vhodný postup, který mohl vést ke správnému řešení. Bohužel nedodržel všechny podmínky zadání a dospěl tak k nesprávnému závěru.



Obrázek 22Grafické řešení úlohy 4 řešitele X6

7.5 Experimentální řešení

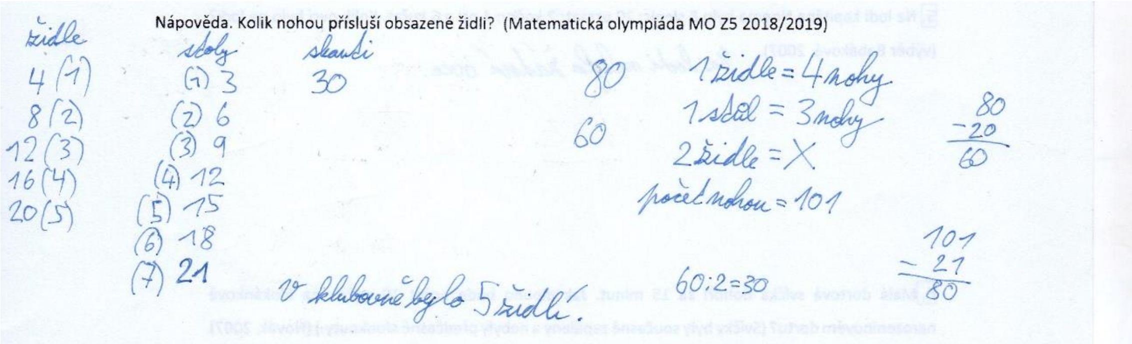
Experimentální řešení zvolili respondenti pouze při řešení úloh 1, 2 a 4. Úloha 1 byla řešena experimentálně pouze jedním respondentem a neúspěšně. Úloha 2 byla řešena experimentálně třemi respondenty, přičemž dva dospěli ke správnému závěru. Úlohu 4 řešilo experimentálně dvacet respondentů a to s 40% úspěšností. Mezi respondenty užívajícími experimentální řešení se nachází jak dívky, tak chlapci a to v podobném zastoupení i úspěšnosti.

Experiment je snadné propojit i s jinými typy řešení. Některé úlohy k využití alespoň prvků experimentu vybízejí svým charakterem. V tomto výzkumu se jedná o úlohu 4, která respondenta k užití experimentu vybízí. Konkrétní možnosti přechodů mezi řešeními jsou uvedeny v závěru podkapitoly 7.5.3, která o experimentálním řešení úlohy 4 pojednává. Zde je důležité zmínit, že podobně jako experimentální řešení může obsahovat prvky jiných řešení (aritmetického, grafického či řešení logickým úsudkem) může například i aritmetické řešení obsahovat prvky experimentu. Konkrétně při řešení zmíněné úlohy 4 lze očekávat prvky experimentálního řešení i v aritmetickém řešení, přestože se nedá z práce respondentů jednoznačně vyčíst.

7.5.1 Experimentální řešení úlohy 1

Experimentální řešení úlohy 1 si zapsal pouze řešitel Y5. Zásadní nedorozumění mezi respondentem a úlohou je v množství stolů. Respondent Y5 si v úloze 1 experimentálně vypsal možné počty nohou židlí a stolů (násobky čtyř a tří). Výpisem násobků tří dospěl k číslu 21, jak je patrné z obrázku (Obrázek 23). Hodnotu 21 zvolil respondent pravděpodobně z totožnosti řádu jednotek čísel 21 a 101, ačkoliv k výběru této hodnoty mohl mít i jiné motivy. Rozdíl 101 a 21 vyhodnotil numericky správně a dále pokračoval odečtením počtu nohou pěti židlí. Řešitel Y5 nerespektoval podmínky zadání a vůbec nepracoval s informací o obsazených a neobsazených židlích. Z toho důvodu řešitel nebral ohled na okolnosti počtu osob v klubovně a krátce je dopočítal dělením.

Vzhledem k množství nerespektovaných podmínek zadání nebylo možné, aby řešitel Y5 úlohu správně vyřešil.

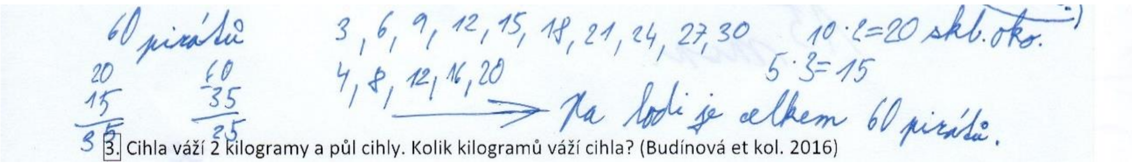


Obrázek 23 Experimentální řešení úlohy 1 řešitele Y5

7.5.2 Experimentální řešení úlohy 2

Úlohu 2 řešili experimentálně respondenti W2, L5 a Q6. Podobně jako v předchozí úloze se jednalo o vypisování násobků tří a čtyř. Řešitel Q6 si vypsal všechny násobky tří i čtyř až do šedesáti. Správně zapsal počty všech skupin pirátů. Ty ale dále nesečetl. Respondent Q6 se tak možná zalekl návratu k původní hodnotě. Respondentka L5 si obdobně vypsala násobky tří i čtyř až do hodnoty šedesát. Na rozdíl od řešitele Q6 respondentka L5 ke správnému řešení dospěla.

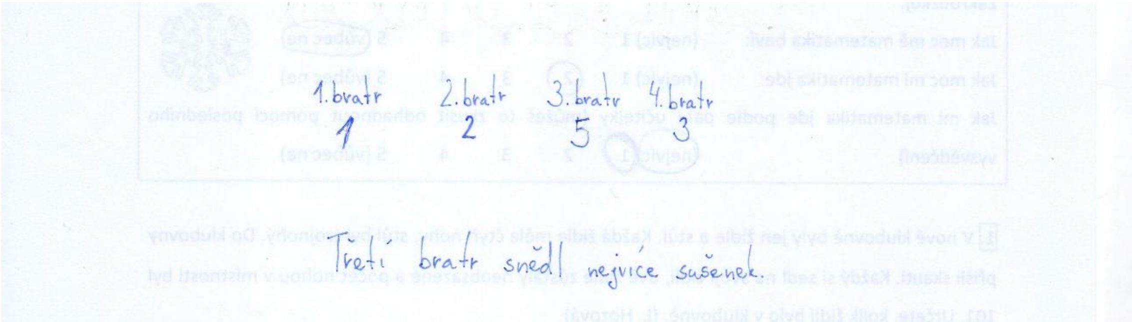
Respondent W2 zvolil obdobně vypisování násobků, použil však matematickou znalost a násobků tří si vypsal pouze polovinu. Obdobně násobků čtyř si vypsal pouze třetinu (Obrázek W4). Respondent W2 správně vyhodnotil pravidelné opakování násobků a počet vypsaných násobků vhodně vynásobil. Řešitel W2 dopočítal počty jednotlivých pirátských skupin a správně zapsal odpověď.



Obrázek 24 Experimentální řešení úlohy 2 řešitelem W2

7.5.3 Experimentální řešení úlohy 4

Experimentálnímu řešení úlohy 4 se věnovalo jedenadvacet respondentů. Jedenáct respondentů si poznačilo čtyři bratry a experimentálně k nim dosazovali počet sušenek. Téměř všech jedenáct testů vykazuje známky přepisování číslic, což způsobuje na první pohled nahodilost výsledků. Není možné sledovat jednotlivé varianty, které řešitel vyzkoušel, než přišel na správnou kombinaci. Příkladem takového řešení je následující obrázek (Obrázek 25).



Obrázek 25 Experimentální řešení úlohy 4 řešitelky B2

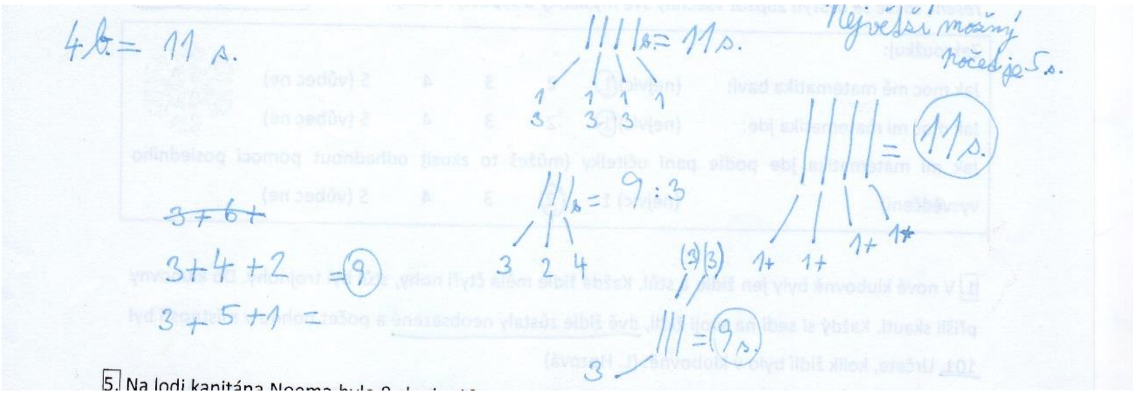
Úspěšnými řešiteli, jenž užili experimentální řešení a přepisování číslic, jsou respondenti B2, V4, W4, Y6, Z7 a A9 (dvě dívky a čtyři chlapci, většina s velmi dobrým prospěchem). Oproti tomu neúspěšní respondenti používající stejnou metodu jsou řešitelé A4, K5, C6, U6 a D7. Ve druhém vzorku figurují čtyři děvčata a jeden chlapec. Neúspěšná skupina má horší průměrný prospěch.

Obdobnou metodu doplňování hodnot zvolili respondenti U3 a G4. Oba úlohu řešili pouze pro tři bratry a tak úlohu nemohli správně vyřešit. Podobě úlohu řešila také řešitelka G5, která sice uvedla všechny čtyři bratry, ale sušenky dělila i na poloviny.

Řešitelé U2 a X4 svá experimentální řešení obohatili grafickými prvky. Zakreslili do řešení postavy, ke kterým následně přiřazovali hodnoty. Řešitel U2 si jednotlivé bratry dokonce pojmenoval. Ani jeden se nedopracoval správného výsledku. Řešení respondenta X4 znázorňuje následující obrázek (Obrázek 26).

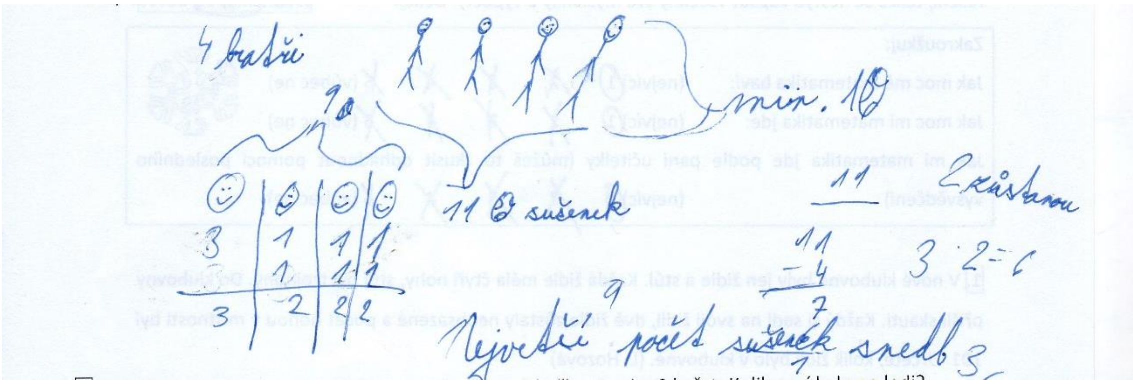
Obrázek 26 Experimentální řešení úlohy 4 řešitele X4

Znázornění jednotlivých bratrů provedla i řešitelka F1, které je znázornila pouze čarami. Její způsob řešení patří k experimentálním, jelikož opět k jednotlivým bratrům přiřazuje experimentálně číselné hodnoty. Dle obrázku (Obrázek 27) využívá také aritmetickou formu řešení, kterým si ujasnila vztahy po experimentálním řešení. Dochází ke správnému výsledku.



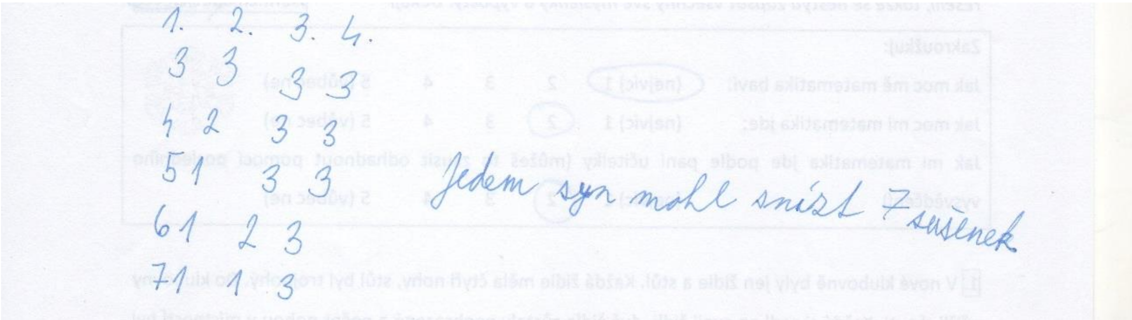
Obrázek 27 Experimentální řešení úlohy 4 řešitelky F1

Respondent W2 jako předchozí respondenti znázornil bratry graficky. Dále je z obrázku (Obrázek 28) patrná tabulka, ve které experimentálně připisuje hodnoty jednotlivým bratrům a vyvozuje z nich nesprávný výsledek.



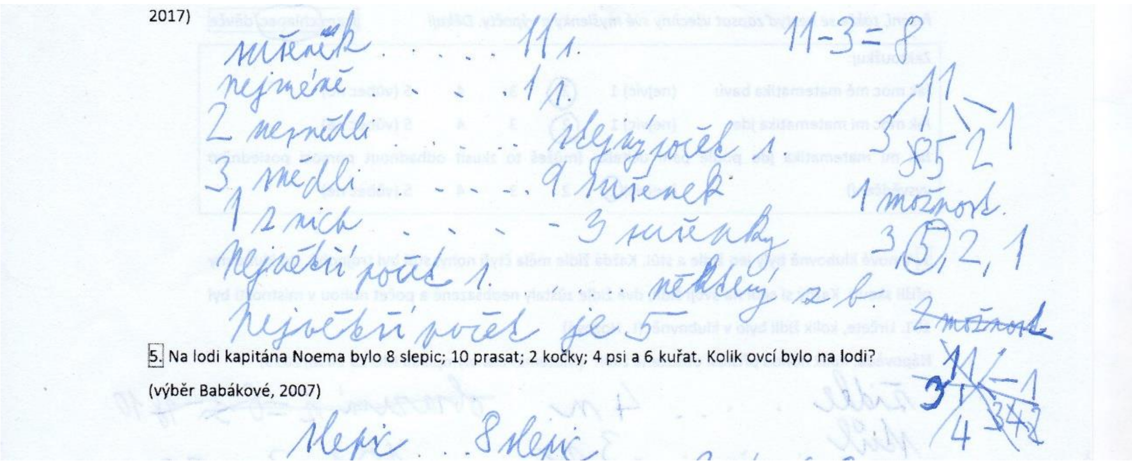
Obrázek 28 Experimentální řešení úlohy 4 řešitele W2

S tabulkovým experimentováním pracuje také respondentka G1, která si vypisuje tabulku o čtyřech sloupcích a šesti řádcích (Obrázek 29). Kombinatoricky pracuje s možnostmi rozdělení dvanácti sušenek mezi čtyři bratry. Jelikož celkové množství neodpovídá zadaným jedenácti sušenkách, ani řešitelka nerespektuje zásadu různosti jednotlivých hodnot, není možné, aby řešitelka došla ke správnému výsledku.



Obrázek 29 Experimentální řešení úlohy 4 řešitelky G1

Následující obrázek (Obrázek 30) znázorňuje experimentální řešení respondenta U5. Respondent zde rozděluje hodnotu 11 dle zadaných kritérií, proto dochází ke správnému výsledku. Zajímavá je snaha nalézt jiné řešení, které pokusem nakonec vylučuje. Úloha má jedno řešení.



Obrázek 30 Experimentální řešení úlohy 4 řešitele U5

Rozklad užívá i respondentka 3C, která rozkládá pouze hodnotu šest na pět a jedna, čímž získává správný výsledek. K hodnotě šest došla pravděpodobně logickým úsudkem a vypsáním hodnot 2 a 3, po jejichž odečtení od hodnoty jedenáct získala hodnotu šest.

Experimentální řešení může být kombinováno i s ostatními typy řešení. Jak je patrné z experimentálních řešení úlohy 4, může mít blízký vztah k řešení logickým úsudkem neboli vhledem. Prvních jedenáct řešitelů této podkapitoly zanechalo pouze výsledné hodnoty, na které stejně jako experimentem mohli přijít logickým úsudkem. Podobně v této podkapitole (podkapitola 7.5.3) lze spatřovat blízkost grafického a experimentálního řešení v řešeních respondentů U2, X4, F1 případně W2. Posledním typem řešení v tomto výzkumu, které se může vyskytovat v souvislosti s experimentálním řešením je řešení aritmetické, které vstupuje například do řešení respondentky F1.

7.6 Řešení logickým úsudkem

Řešení logickým úsudkem neboli vhledem je v tomto výzkumu relativně častý typ řešení. Četnost řešení úloh vhledem je ovlivněna charakterem použitých úloh. Z celkového počtu 171 respondentů pouze 12 neuplatnilo ani u jedné úlohy řešení logickým úsudkem. Řešení logickým úsudkem neboli vhledem je možné uplatnit při řešení úloh 2, 3, 5 a 6, které se dají úspěšně tímto způsobem vyřešit. Řešení logickým úsudkem vede řešitele po zpracování informací rovnou k odpovědi. Jelikož respondent svůj řešitelský postup většinou nezaznamenává (píše pouze odpověď s případným vysvětlením), nebude hlavní část této podkapitoly obohacena o ukázky.

Úloha 1 nemohla být řešena vhledem, přesto se o řešení logickým úsudkem pokusilo devět respondentů (Tabulka 13). Pouze dvě z těchto devíti respondentů byly dívky. Řešení úlohy 1 logickým úsudkem nebylo časté, vždy se vyskytli maximálně dva respondenti v jedné třídě.

Řešení **Úlohy 2** vybízí řešitele k užití vhledu. Řešení logickým úsudkem uplatnilo 97 respondentů, z toho 90 dospělo ke správnému výsledku. Dle tabulky 13 je u úlohy 2 řešení úlohy vhledem většinově zastoupené řešení u úspěšných řešitelů. Úlohu 2 řešila vhledem nadpoloviční většina všech respondentů.

Podobně jako úlohu 2 řešila nadpoloviční většina všech respondentů vhledem také **úlohy 3, 5 a 6**. Množství řešitelů vhledem se zde přiblížil dvěma třetinám všech respondentů. Úlohu 5 a 6 díky řešení vhledem úspěšně vyřešilo okolo sta respondentů (tabulka 13).

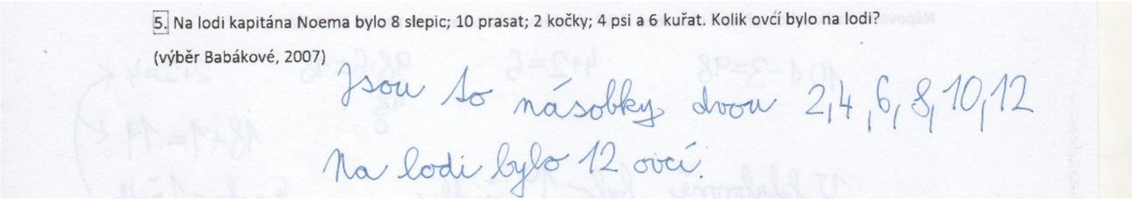
Ne příliš úspěšnou byla forma řešení logickým úsudkem při řešení **úlohy 4**, kde se s úspěšným řešením vhledem setkalo pouze šest respondentů, což je pětina všech úspěšných respondentů.

Úloha	Počet respondentů řešící úlohu vhledem	Počet úspěšných respondentů řešících úlohu vhledem	Počet úspěšných řešitelů řešících úlohu jiným způsobem
Úloha 1	9	0	15
Úloha 2	97	90	20
Úloha 3	114	3	3
Úloha 4	45	6	22
Úloha 5	124	108	3
Úloha 6	112	98	3

Tabulka 13 Úspěšnost řešení logickým úsudkem

Specifickým logickým úsudkem může být i **výrok „úloha nemá řešení“**, který se v tomto výzkumu objevil dvakrát. Tento výrok může být při použití vhledem, tedy bez dalších například aritmetických postupů, vnímán také jako úhybná reakce a ospravedlnění rezignace na řešení úlohy. V tomto výzkumu jej užili dva chlapci z holické školy při řešení úlohy 1. Zvláštní je, že tento výrok nevyužili při řešení úlohy 5, kde by byl nejvhodnějším řešením.

Dalším specifickým řešením v tomto výzkumu, který souvisí s řešením úlohy logickým úsudkem, je **řešení číselnou řadou.** Řešení číselnou řadou je obvyklejší v jiných typech úloh než jsou slovní úlohy, přesto se v tomto výzkumu takové řešení objevilo. Dle výsledné hodnoty úlohy 5 se dá předpokládat užití řešení číselnou řadou u čtrnácti respondentů. Osm z nich zanechalo ve svých testech i vodítko k tomuto předpokladu buďto seřazením čísel vzestupně či přímo písemným vysvětlením. Zbylých šest zanechalo záznamový arch v oblasti řešení prázdný, jakoby úlohu řešili vhledem. Zajímavé je rozložení těchto respondentů ve všech třídách výzkumu s výjimkou třídy 5. B Heyrovského, na druhou stranu nejvyšší počet respondentů (čtyři) s výslednou hodnotou 12 pochází ze třídy 5. A Heyrovského. Zastoupení děvčat a chlapců mezi respondenty užívající řešení číselnou řadou je nerovnoměrné. Mezi čtrnácti respondenty byly pouze čtyři dívky. Příklad takového řešení znázorňuje následující obrázek řešitelky D5 (Obrázek 31).



Obrázek 31 Řešení vhledem - číselnou řadou řešitelky D5

7.7 Aritmetické řešení

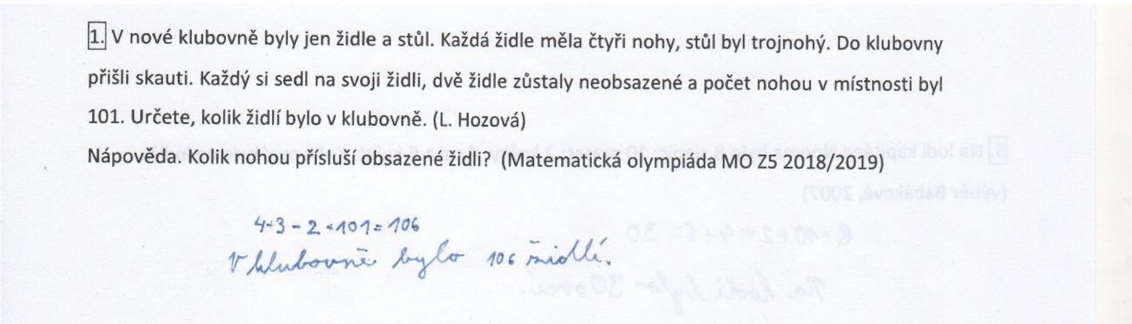
Aritmetické řešení, stejně jako řešení logickým úsudkem, bylo alespoň jedním respondentem užito u všech úloh výzkumu. Z celkového počtu 171 respondentů aritmetické řešení neuplatnilo pouze 36 respondentů. Respondentů, kteří užili aritmetické řešení alespoň jednou, je tak méně než respondentů, kteří užili řešení logickým úsudkem alespoň jednou, kterých dle předchozí podkapitoly bylo v tomto výzkumu 159. Na základě těchto hodnot se dá polemizovat nad sníženou náročností a zvýšenou oblibou řešení logickým úsudkem, ve kterém se dá užít i odhad. Tento výzkum však pro takovou polemiku neposkytuje vhodné vstupní údaje, jelikož většina úloh tohoto výzkumu byla přístupná řešení úlohy logickým úsudkem.

Jelikož se aritmetickému řešení u každé úlohy věnovalo minimálně 26 respondentů, je vhodné se pokusit o další kategorizaci. Aritmetické řešení využívá aritmetických operací, proto se nabízí členění aritmetického řešení dle prvotní aritmetické operace řešitele. Protože každá úloha vybízí řešitele k jinému postupu, budou jednotlivé prvotní aritmetické operace rozepsány u každé úlohy zvlášť. Při analýze jednotlivých testů se ukázalo, že menší část řešitelů některé aritmetické operace, i přes prosbu v zadání, řešili zpaměti a jejich postup nebylo vždy možné jednoznačně určit ani odhadnout. Většina z těchto řešitelů sice zanechala dostatečný postup k odhadnutí jejich řešení, které bylo samozřejmě dále zpracováno v této podkapitole, ale vyskytla se i taková zpracování, jež bylo nutné zařadit do kategorie nejasný postup řešení, která bude následovat.

7.7.1 Aritmetické řešení úlohy 1

Úloha 1 jako jediná úloha v tomto výzkumu vyžadovala řešení aritmetickou formou. Jejímu aritmetickému řešení se věnovalo 97 respondentů, což je největší množství respondentů řešících úlohu aritmeticky v tomto výzkumu. Řešitelé úlohy 1 užili jako první aritmetickou operaci sčítání, odčítání, násobení i dělení. Pouze užitím odčítání jako první aritmetické operace se však mohli přiblížit správnému řešení. První aritmetická operace byla většinou určena dle aritmetické operace, která pracovala s hodnotou 101.

Sčítání jako první aritmetickou operaci úlohy 1 užili čtyři řešitelé. Řešitelky G3 a I3 sečetli hodnotu pět, kterou získali přičtením počtu nohou židle a stolu a odečtením počtu nohou skauta (Obrázek 32). Řešitelé V7 a G5 sčítali zpaměti, a tak není jasné, zda v jejich řešeních nešlo jen o mylné opsání hodnot ze zadání. Oba následně hodnoty dělili sudým dělitelem.


1. V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. (L. Hozová)

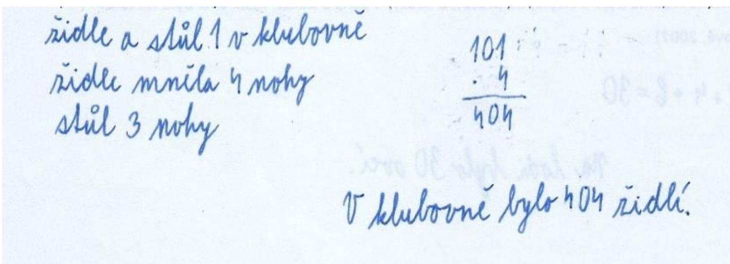
Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli? (Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

4+3 - 2 +101 = 106

V klubovně bylo 106 židlí.

Obrázek 32 Aritmetické řešení úlohy 1 sčítáním řešitelky G3

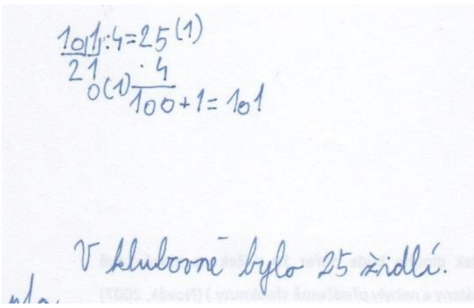
Násobení zvolilo 11 respondentů. Většina z nich užila činitele 4, zbylí dva činitele 6 a 7. Ukázku násobení úlohy 1 ukazuje obrázek 33. Děvčata i chlapci jsou zde rovnoměrně zastoupení. Zajímavý je třídní původ těchto řešitelů, protože čtyři z jedenácti pochází ze třídy z Holice a další tři respondenti z 5.B Heyrovského.



Obrázek 33 Aritmetické řešení úlohy 1 násobením řešitelky I7

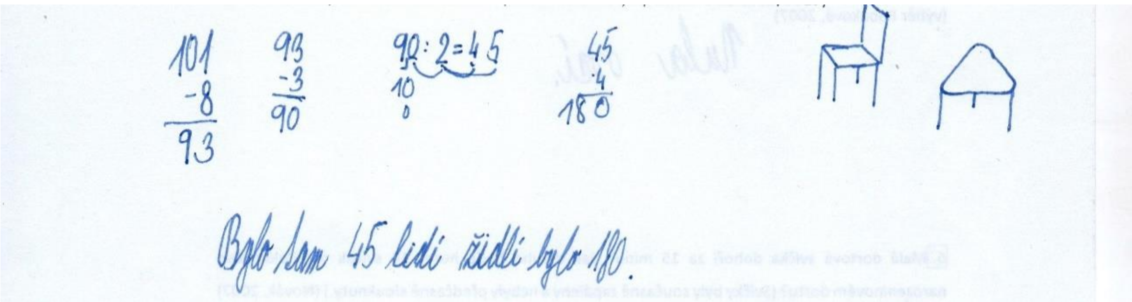
Násobení stejně jako sčítání disponují vyšší výslednou hodnotou, než je hodnota počáteční, což pro úlohu 1 není vhodné. Tento fakt ovlivňuje rozložení řešitelů mezi jednotlivými operacemi. Sčítání a násobení dohromady zvolilo patnáct respondentů. Operaci dělení 34 respondentů a operaci odčítání 48 respondentů. Jak operace odčítání tak operace dělení jsou pro řešení úlohy 1 potřebné.

Při **dělení** respondenti užívali nejčastěji dělitele 2 a 4. Tři respondenti uvedli dělitele jiného, přičemž jediným správným dělitelem úlohy 1 je dělitel 6, který v uplatnění dělení jako první aritmetické operace nebyl užit ani jednou. Devět řešitelů uvedlo jako dělitele 2. Dělitele 4 uvedlo 22 respondentů. Mezi nimi byl i řešitel Q5, jehož řešení obsahuje následující obrázek 34. Dělení uplatňovaly jak dívky, tak chlapci. V každé třídě se objevili alespoň dva respondenti, kteří uplatnili dělení jako první aritmetickou operaci. Ve třídě 5. M Holečkova se takových řešitelů vyskytlo šest, což je nejvyšší počet v tomto výzkumu.



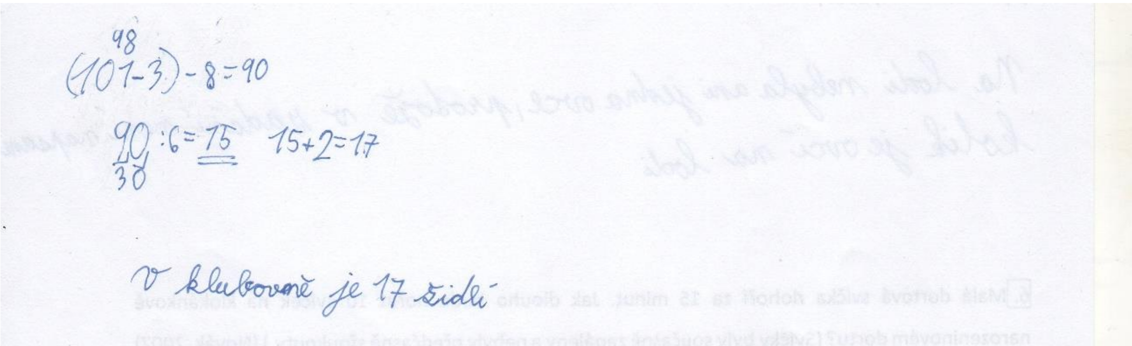
Obrázek 34 Aritmetické řešení úlohy 1 dělením řešitele Q5

Odčítání jako první aritmetickou operaci zvolilo 46 respondentů. Odčítání zvolilo 20 děvčat a 26 chlapců. Čtrnáct respondentů odečetlo pouze počet nohou stolu a dále pokračovalo dělením děliteli dva, čtyři a šest. Dalších pět respondentů odečetlo pouze počet nohou dvou neobsazených židlí, přičemž dále také pokračovali dělením. Tři respondenti odečetli jiný počet nohou. Nohy stolu i dvou neobsazených židlí správně odečítá 24 respondentů. Devět z nich řeší úlohu dále nesprávně, a to z důvodu užití dělitele 2, numerické chyby či nepřičtení dvou prázdných židlí. Dělitele 2 uplatnil respondent X6 (Obrázek 35).



Obrázek 35 Aritmetické řešení úlohy 1 odčítáním řešitele X6

Ke správnému výsledku došlo 15 respondentů, kteří zvolili operaci odčítání. Jelikož charakter úlohy neumožňuje úlohu řešit logickým úsudkem a při řešení graficky či experimentem nebyli řešitelé úspěšní, je aritmetické řešení jediná forma řešení, která byla při řešení úlohy 1 v tomto výzkumu úspěšná. Ukázku správného aritmetického řešení obsahuje obrázek 31.

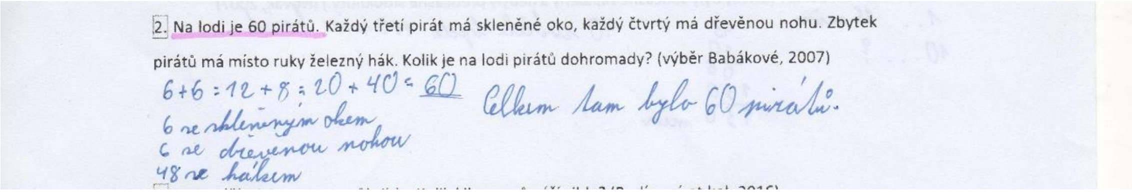


Obrázek 36 Aritmetické řešení úlohy 1 řešitele Z4

7.7.2 Aritmetické řešení úlohy 2

Přestože úloha 2 vybízí k řešení úlohy vhledem, objevili se i respondenti, kteří úlohu úspěšně vyřešili i po uplatnění aritmetického řešení. Osmačtyřicet respondentů řešilo úlohu 2 aritmetickým řešením, z toho patnáct ji vyřešilo úspěšně.

Sčítání jako první aritmetické operaci se věnovalo osm děvčat. Většina sčítáním získala větší hodnotu než 60 pirátů. Respondentka H5 přičetla 0 pirátů a dospěla ke správnému řešení. Respondentka D7 dospěla ke správnému řešení, přestože její řešení nebylo zcela jednoznačné (Obrázek 37). Dvě další respondentky odpovídaly na jinou otázku.



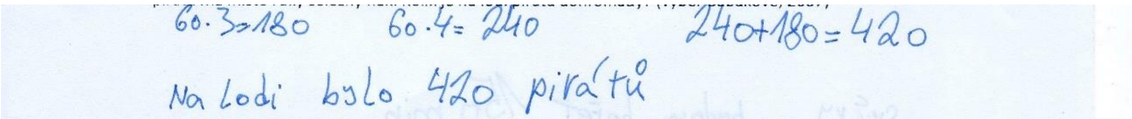
2. Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (výběr Babákové, 2007)

6+6 = 12 + 8 = 20 + 40 = 60 Celkem tam bylo 60 pirátů.
6 se skleněným okem
6 se dřevenou nohou
48 se hákem

Obrázek 37 Aritmetické řešení úlohy 2 sčítáním respondentkou D7

Odčítání volí pouze řešitelka E9, která od 60 odečítá nulu. Z tohoto důvodu patří i ona k úspěšným řešitelům.

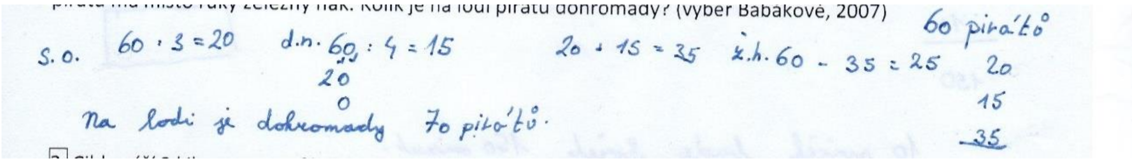
Násobení jako první operaci při aritmetickém řešení úlohy 2 volí šest respondentů. Respondenti N2, B7 a G7 volí činitele 3 a 4 při svých početních operacích (Obrázek 38). Respondent N8 násobí dvěma. Zbylé respondentky E7 a F7 odpovídají na jinou otázku a budou znovu zmíněny později. Násobení je jediná aritmetická operace, která nevedla při řešení úlohy 2 ke správnému řešení.



60·3=180 60·4=240 240+180=420
Na lodi bylo 420 pirátů

Obrázek 38 Aritmetické řešení úlohy 2 násobením respondentkou B7

Dělení je první aritmetickou operací při řešení úlohy 2 většiny respondentů, kteří úlohu řeší aritmeticky. Téměř všech 32 respondentů užívá dělitele 3 a 4. Mnozí z těchto respondentů se snažili dopočítat konkrétní zastoupení pirátů v jednotlivých skupinách. Často úplně opomněli zaznačit správné řešení úlohy 2 a odpovídali na nepsané otázky. Jedenáct respondentů bylo schopno i po dělení a dopočítání jednotlivých skupin správně zaznamenat odpověď. Dopočítání skupin pirátů dělením provedla také řešitelka D4 (Obrázek 39). Zajímavá je míra chybovosti v této úloze, jelikož ze 32 zapsaných řešeních byla v pěti nalezena numerická chyba. Respondenti užívající dělení při řešení úlohy 2 se v tomto výzkumu nachází ve všech třídách kromě 5. B Holečkova a 5. F Heyrovského. Alespoň šest respondentů se vyskytlo ve třídách 5. M Holečkova, 5. A Heyrovského a ve třídě v Holici. Mezi 32 respondenty, kteří řešili úlohu 2 dělením, je pouze třináct děvčat.



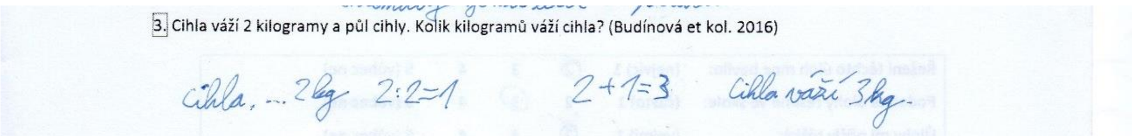
Obrázek 39 Aritmetické řešení úlohy 2 dělením respondentky D4

Patnáct respondentů užívajících aritmetické řešení došlo u úlohy 2 ke správnému výsledku. Jelikož se úloha dala řešit vhledem, není snadné odhadnout, v jaké míře bylo aritmetické řešení pro samotné vyřešení úlohy přínosné.

7.7.3 Aritmetické řešení úlohy 3

Při řešení úlohy 3 zvolily řešitelky A5 a H4 jako první aritmetickou operaci **násobení**. Obě v krátkosti vynásobily dva kilogramy dvěma a zapsaly správné řešení. Tyto dvě řešitelky byly jediné dvě, které uplatnily násobení a také jediné dvě, které dospěly ke správnému výsledku pomocí aritmetického řešení. Z důvodu vysoké obecné neúspěšnosti řešení této úlohy tvoří respondentky A5 a H4 třetinu úspěšných řešitelů úlohy 3.

Jedenatřicet dalších respondentů užilo při řešení úlohy 3 aritmetické řešení. Přestože volili různé počáteční operace, průvodní myšlenka zůstávala stejná. Jako ukázka takového řešení slouží obrázek 40. Většina těchto respondentů využila dělení k názornému rozdělení dvoukilogramové cihly na poloviny a polovinu znovu přičetli. Jelikož polovina ze dvou dokázala většina respondentů určit i zpaměti, někteří respondenti rovnou hodnotu přičetli. Jeden respondent místo dělení hodnotu jedné odečetl a následně přičetl, aby došel k hodnotě 3 stejně jako dalších 76 respondentů v tomto výzkumu.

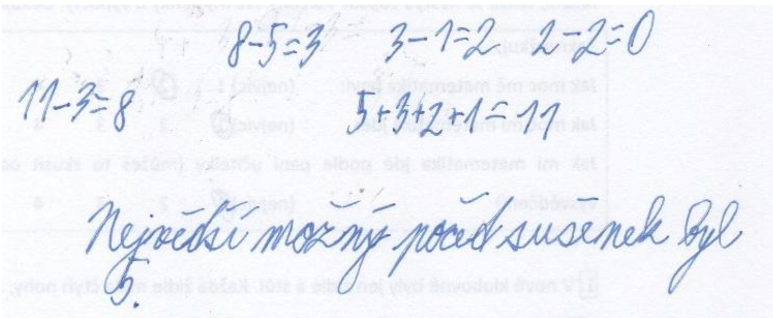


Obrázek 40 Aritmetické řešení úlohy 3 respondenta Y5

7.7.4 Aritmetické řešení úlohy 4

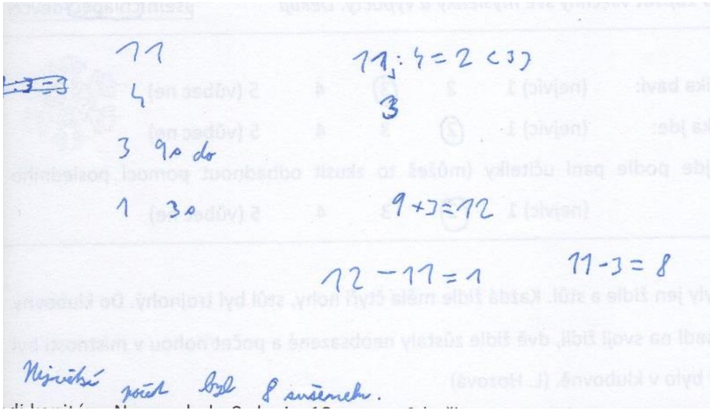
Při řešení úlohy 4 uplatnilo 35 respondentů aritmetické řešení. Žádný z těchto respondentů nezačínal operací násobení. Jak již bylo zmíněno výše, úloha 4 vybízí řešitele k experimentálnímu řešení či experimentálním prvkům řešení. Jelikož nejsou k dispozici konkrétní komentáře řešitelů k jejich řešení, nelze jednoznačně určit, zda konkrétní hodnoty ve svých aritmetických řešeních řešitelé neodhadli a experimentálně nedosadili.

Odčítání využilo šest respondentů. Většinou uvedli menšence jedenáct. Respondenti V5, J3 a N8 užívají aritmetické řešení vhodně, avšak nedochází ke správnému výsledku, jelikož řešení ukončují příliš brzy. Respondent X5 řeší úlohu podezřele podobně jako řešitelka E5, přičemž postup jejich řešení není zcela jasný. Respondenti X5 a E5 uvádí správný výsledek čtvrté úlohy. Obdobně nejasně úlohu 4 řeší respondent Y5, ten však uvádí, že dva bratři snědli dvě sušenky čímž odporuje podmínkám zadání a ke správnému řešení nedochází. Následující obrázek (Obrázek 41) naznačuje řešení respondenta X5. Za poznámku stojí množství zvýšené množství respondentů ze třídy 5. A Heyrovského, kteří tvoří dvě třetiny respondentů užívajících operaci odčítání u čtvrté úlohy.



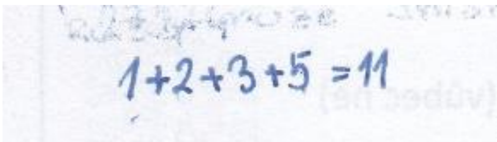
Obrázek 41 Aritmetické řešení úlohy 4 řešitele X5

Dělení užilo pět respondentů. Ve většině těchto řešeních se objevovaly operace 11 děleno čtyřmi či devět děleno třemi, občas řešitelé skloubili oba výpočty. Dělení zvolili respondenti R1, D3, B4, R4 a U7 a ani jeden z nich nedospěl ke správnému výsledku. Nejvíce výpočtů zapsal řešitel R4 (Obrázek 42).



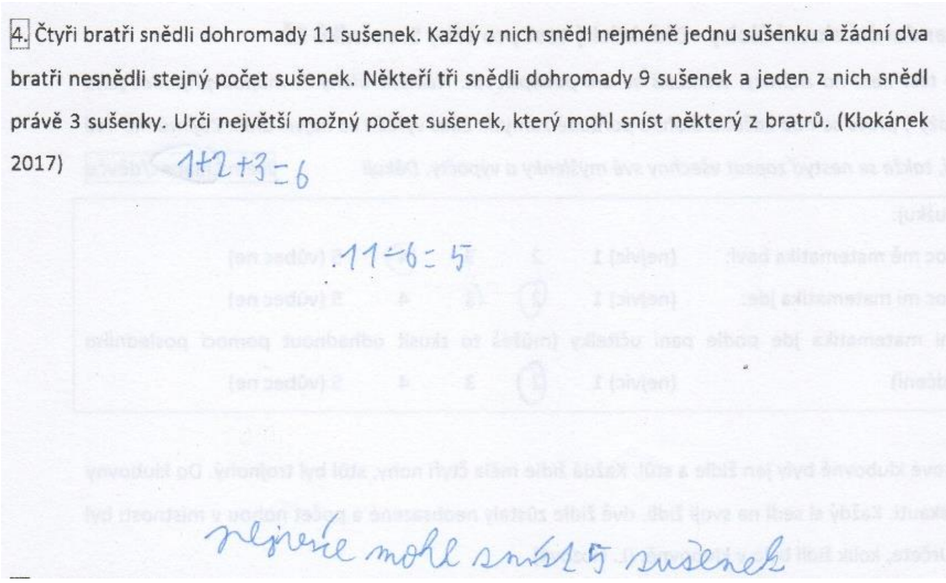
Obrázek 42 Aritmetické řešení úlohy 4 řešitele R4

Sčítání využilo 23 respondentů. Respondentky G3, A5, A7 a C7 k hodnotě jedenáct dále přičítají zadané hodnoty, což nevede ke správnému výsledku. Dále přes hodnotu jedenáct počítá respondentka H5. Obdobně počítají respondentky B7, G7, H7 a I7, které však odpovídají na jinou otázku. Ze zbylých čtrnácti respondentů respondentky C4, H4, G6 a J7 ignorují podmínku různého počtu sušenek. Respondent L1 sčítá nejasně a nepřichází se správným výsledkem. Řešitel Q4 odpovídá specificky. Zbylých osm řešitelů přichází ke správnému výsledku. Řešitelé C1, H1, I1, Z1, Y1, M1, R5 a O5 užívali pravděpodobně i rozklad, který byl užit při experimentálním řešení, z důvodu zápisu v součtu jsou však přiřazeni k operaci sčítání. Zajímavé v této části je většinové zastoupení respondentů 5.A Holečkova mezi úspěšnými řešiteli. Většina správných řešení úlohy čtyři sčítáním vypadala jako řešení respondentky H1 (Obrázek 43).



Obrázek 43 Aritmetické řešení úlohy 4 řešitelky H1

Za zmínku stojí řešení respondenta O5 (Obrázek 44), který nejprve sečetl tři nejmenší hodnoty a poté dohledal správnou odpověď. Toto řešení se jeví mezi ostatními kreativní a zajímavé.



4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

1+2+3=6

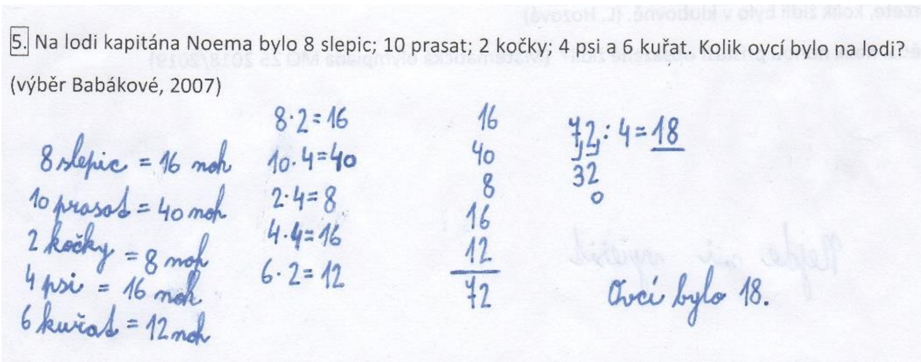
11−6=5

nejvíce mohl sníst 5 sušenek

Obrázek 44 Aritmetické řešení úlohy 4 řešitele O5

7.7.5 Aritmetické řešení úlohy 5

Aritmetické řešení úlohy 5 zvolilo 26 respondentů, z toho 25 volilo sčítání. **Násobení** užívá pouze řešitelka A4 (Obrázek 45) kreativním způsobem. Respondentka A4 vynásobila počet zvířat počtem jejich nohou. Součiny sečetla a vydělila počtem nohou ovce. Přestože výsledek je nesprávný, postup respondentky A4 je v tomto výzkumu jedinečný.



5. Na lodi kapitána Noema bylo 8 slepic; 10 prasat; 2 kočky; 4 psi a 6 kuřat. Kolik ovcí bylo na lodi? (výběr Babákové, 2007)

8 slepic = 16 noh
10 prasat = 40 noh
2 kočky = 8 noh
4 psi = 16 noh
6 kuřat = 12 noh

8·2=16
10·4=40
2·4=8
4·4=16
6·2=12

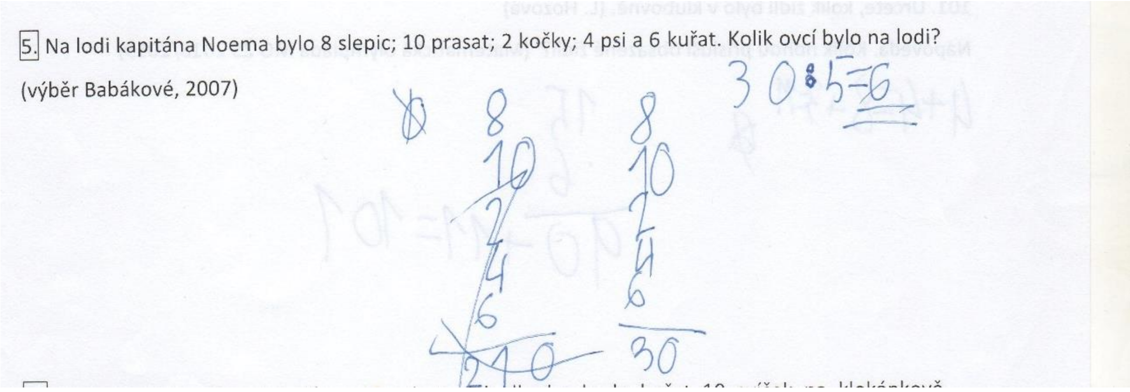
16
40
8
16
12
72

72:4=18
32
0

Ovcí bylo 18.

Obrázek 45 Aritmetické řešení úlohy 5 řešitelky A4

Sčítání zvolilo osmnáct děvčat a sedm chlapců. Šestnáct respondentů sečetlo všechny hodnoty v úloze. Respondentky F4, L4 a H5 přes součet 30 zapsaly správnou odpověď, ke které tak dospěly pravděpodobně vhledem. Zbylých devět respondentů dále zapojilo dělení. Sedm respondentů dělilo 30 šesti ve snaze určit průměrný počet zvířat na lodi a průměr aplikovat na počet ovcí (Obrázek 46). Mezi respondenty, kteří zvolili operaci sčítání, se řadí žáci pouze pěti tříd a to 5.B Holečkova, 5.M Holečkova, třída z Holice, 5.A Heyrovského a 5.C Heyrovského, přičemž z 5.C to bylo osm respondentů.

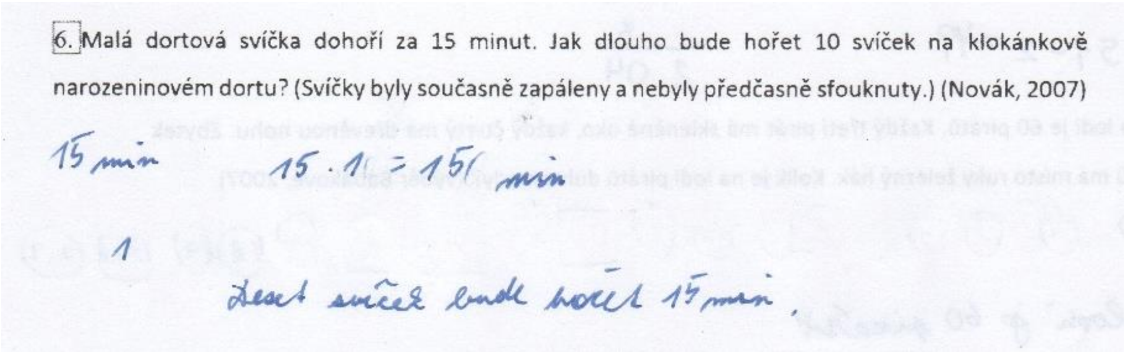


Obrázek 46 Aritmetické řešení úlohy 5 sčítáním respondenta Q2

7.7.6 Aritmetické řešení úlohy 6

Při řešení úlohy 6 zvolilo 53 respondentů aritmetické řešení. 52 respondentů zvolilo násobení a pouze jedna respondentka zvolila sčítání. **Sčítání** zvolila respondentka H6, která pouze sečetla numerické údaje úlohy tedy počet svíček a časový údaj. Respondenti volící při řešení úlohy 6 aritmetické řešení jsou zastoupeni ve všech třídách kromě třídy 5.F Heyrovského. Pouze 20 respondentů volících aritmetické řešení úlohy 6 jsou chlapci.

Násobení se věnovalo 52 respondentů z toho 46 zvolilo pouze násobení činitele 15 činitelem 10. Respondenti R8, S6 a J7 násobili stejné hodnoty, jako výsledné však uvedli hodnoty 100, 250 a 145, přičemž nelze jednoznačně určit, zda se jedná o numerickou chybu či je zde jiný záměr. Zbylí tři respondenti došli ke správnému výsledku. Respondentka B4 výsledek 150 znovu vydělila desíti. Respondent W6 z původního výpočtu umazal nuly, jak je patrné z obrázku (Obrázek 47) a získal činitele 1 a 15. Podobně zmateným způsobem ke správnému výsledku došla i respondentka I6, která opravila výsledek na správnou hodnotu, činitele už však nechala v původním znění, tedy její matematická operace správná není.



6. Malá dortová svíčka dohoří za 15 minut. Jak dlouho bude hořet 10 svíček na klokánkově narozeninovém dortu? (Svíčky byly současně zapáleny a nebyly předčasně sfouknuty.) (Novák, 2007)

15 min   15 · 1 = 15 min

1

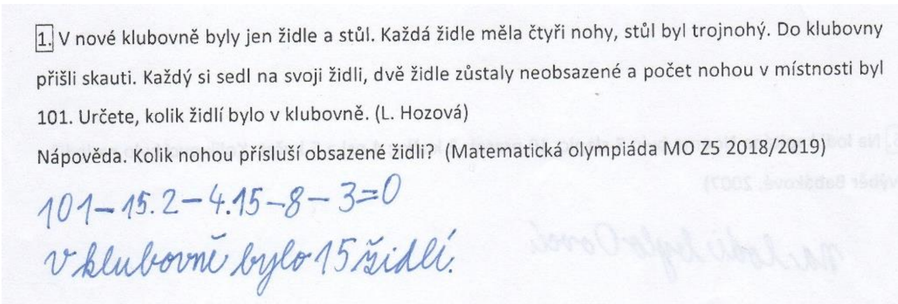
Deset svíček bude hořet 15 min.

Obrázek 47Aritmetické řešení úlohy 6 řešitele W6

7.8 Specifická řešení

Nejasné postupy v řešení uvedli čtyři řešitelé úlohy 1, jeden respondent úlohy 2 a osm řešitelů úlohy čtyři. Většina řešení vychází z aritmetického řešení, ale v průběhu zapsaného řešení došlo k nejasnosti v propojení jednotlivých kroků. Mezi řešiteli, kteří jsou uvedeni v této podkapitole se vyskytují pouze dvě děvčata.

Při řešení úlohy 1 respondenti Z1, W2, Q2 a T6 vypracovali s největší pravděpodobností aritmetické řešení. Ani jeden z těchto řešitelů však svůj postup nemá zcela provázaný. Respondenti Z1 a Q2 ve svých řešeních (Obrázek 48 a Obrázek 50) zapisují hodnotu 15, ke které však ve svém řešení nemají jasný postup, jak k této hodnotě došli. Respondent W2 kombinuje více operací ve svém chaotickém řešení (Obrázek 49). Respondent T6 ve svém řešení (Obrázek 51) svůj postup smazal a zanechal tak jen výslednou hodnotu v odpovědi.

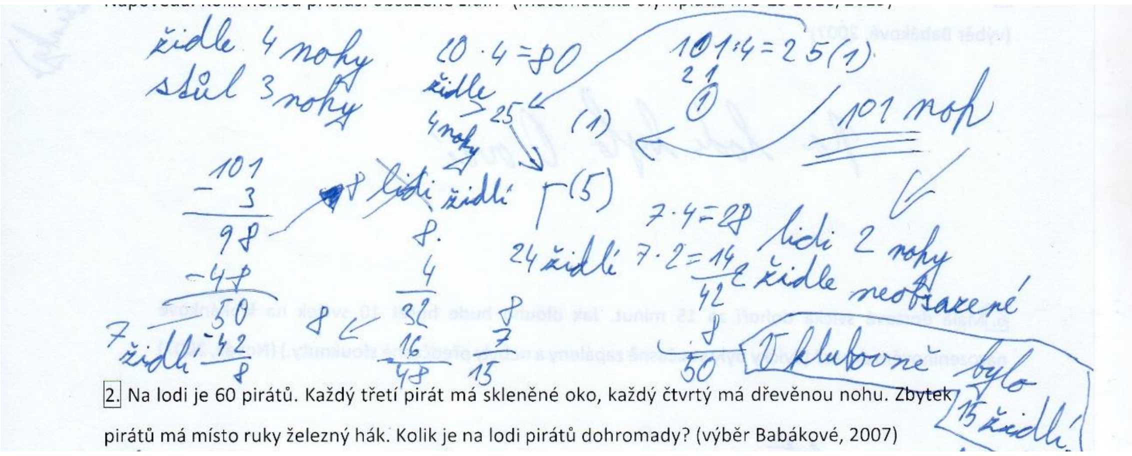


1. V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. (L. Hozová)
Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli? (Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

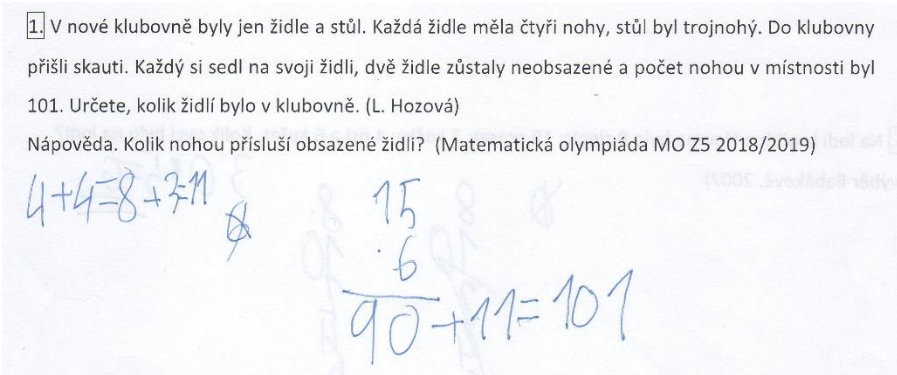
101−15.2−4.15−8−3=0

v klubovně bylo 15 židlí.

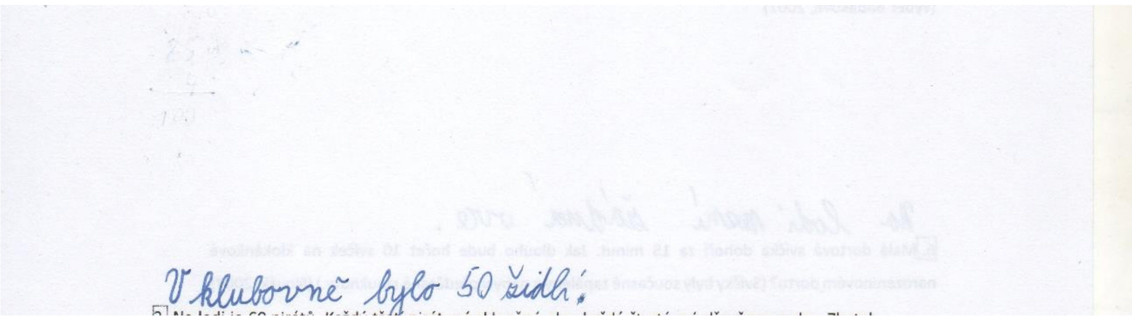
Obrázek 48 Specifické řešení úlohy 1 řešitele Z1



Obrázek 49 Specifické řešení úlohy 1 řešitele W2

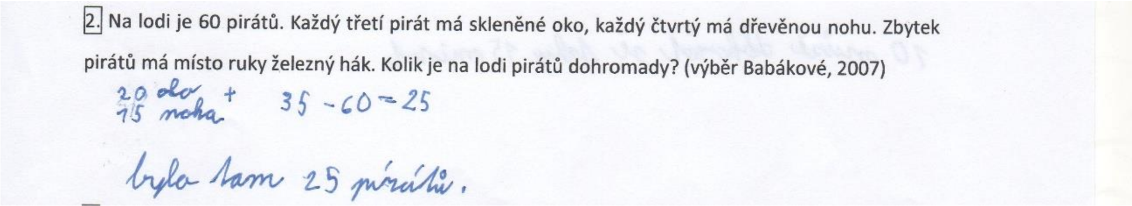


Obrázek 50 Specifické řešení úlohy 1 řešitele Q2



Obrázek 51 Specifické řešení úlohy 1 řešitele T6

Úlohu 2 řešil specificky pouze respondent X3 (Obrázek 52). Z obrázku je patrný postup rozdělení pirátů do skupin, které proběhlo v pořádku. Sečtením jednotlivých skupin by měl řešitel dojít znovu ke správnému výsledku. Řešitel ale dále provádí aritmetickou operaci odčítání. Odečtením šedesáti by měl řešitel dojít k nule, ten ale uvádí numericky nesprávný výsledek.

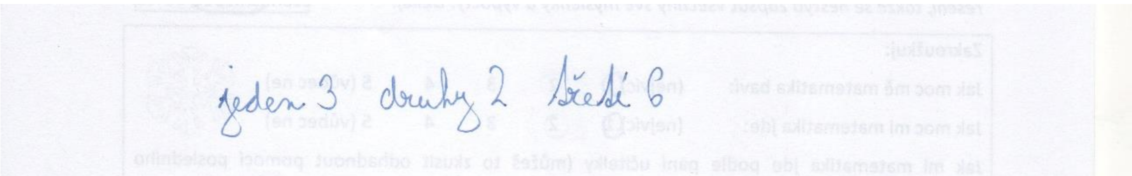

2. Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (výběr Babákové, 2007)

20 oko +
15 noha
35 - 60 = 25

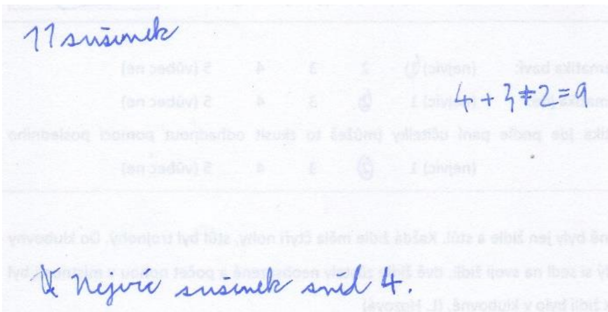
bylo tam 25 pirátů.

Obrázek 52 Specifické řešení úlohy 2 řešitele X3

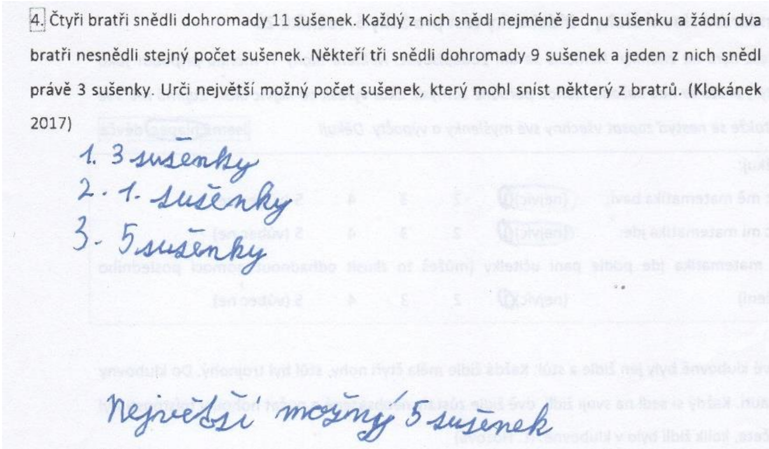
Při řešení úlohy 4 se mezi specifická řešení zařadilo osm řešení. První tři řešení respondentů X1, S5 a Z6 (Obrázek 53, 54 a 55) nepracují s ucelenými informacemi. Respondent X1 dělí jedenáct sušenek mezi tři bratry bez jakýchkoli dalších podmínek zapsaných v jeho řešení. Řešitelé S5 a Z6 dělí devět sušenek taktéž pouze mezi tři bratry. Zajímavé zde je, že respondent Z6 zapsal správné řešení úlohy. Všichni tito tři respondenti pravděpodobně užili řešení logickým úsudkem, vhledem neboli odhadem, který však nepodrobili zpětné kontrole. Respondent S5 užil aritmetický zápis. U těchto řešení by se dalo spekulovat také nad experimentálním řešením.



Obrázek 53 Specifické řešení úlohy 4 řešitele X1



Obrázek 54 Specifické řešení úlohy 4 řešitele S5



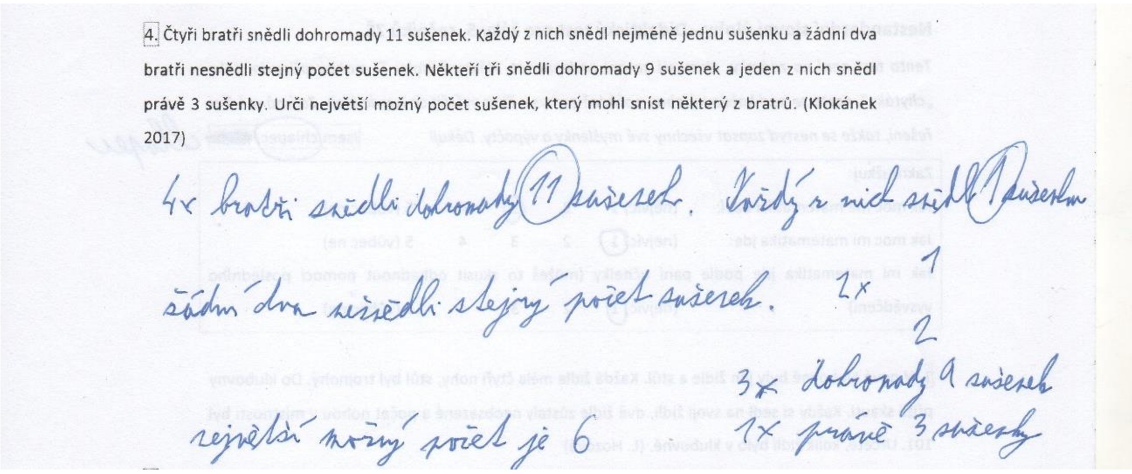
4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

1. 3 sušenky
2. 1. sušenky
3. 5 sušenky

Největší možný 5 sušenek

Obrázek 55 Specifické řešení úlohy 4 řešitele Z6

Řešení úlohy 4 řešitele X8 zaznamenává podmínky zadání, nikoliv však průběh samotného řešení. Z obrázku (Obrázek 56) lze vyčíst zaznačení hodnot 1, 2 a symbolů 2x, které mohl respondent sečíst a vynásobit, aby získal výslednou hodnotu šest. Z jakého důvodu tento postup respondent zvolil nelze s jistotou určit.



4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

4x bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl 1 sušenku

žádní dva nesnědli stejný počet sušenek. 1 2x 2

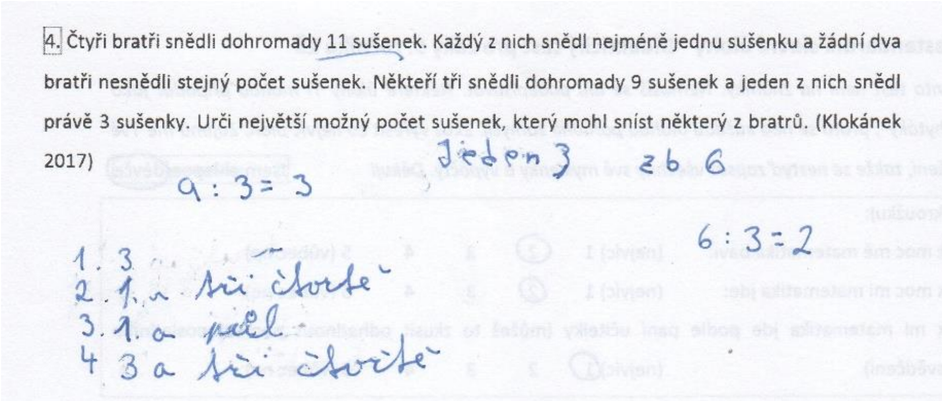
3x dohromady 9 sušenek

1x právě 3 sušenky

největší možný počet je 6

Obrázek 56 Specifické řešení úlohy 4 řešitele X8

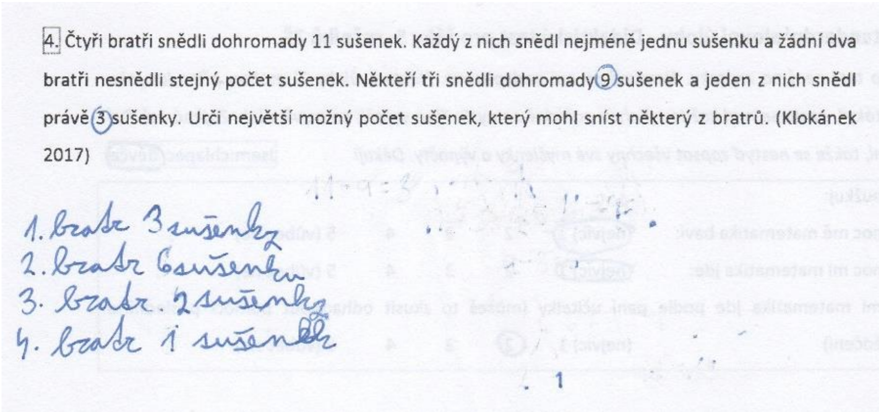
Respondentka B5 jako jediná při řešení úlohy 4 uvádí čtvrtiny sušenek (Obrázek 57). Zvláštní je celkový počet zapsaných sušenek, kde řešitelka B5 po sečtení získá pouze deset sušenek a nikoliv 11, jak je uvedeno v zadání. Postup respondentky B5 je kreativní a inovativní, přesto nevede ke správnému výsledku. Její postup by byl však vhodný k diskuzi s ostatními žáky.



4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

Obrázek 57 Specifické řešení úlohy 4 řešitelky B5

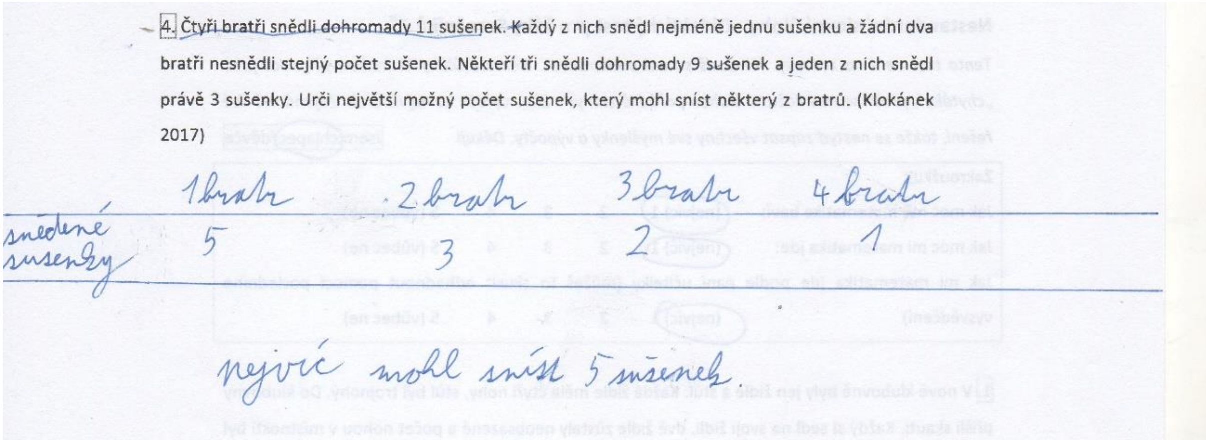
Obdobnou chybu v celkovém součtu sušenek jednotlivých bratrů uvádí respondentka L5 (Obrázek 58). Respondentka L5 po sečtení získá hodnotu dvanáct. Při zpětné kontrole by měla vysokou šanci přijít na správné řešení. Její postup je opět nejasný, jelikož své řešení vyzmizíkovala.



4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

Obrázek 58 Specifické řešení úlohy 4 řešitelky L5

Respondenti Z5 a Q5 přišli na správné řešení úlohy. Respondent Z5 mohl úlohu řešit experimentálně, i když jeho řešení nejeví známky pokusů a omylů. Podobně respondent Q5 zapisuje jednotlivé údaje do aritmetického řešení pro kontrolu. Zvláštní u obou řešení je pořadí jednotlivých údajů. Respondent Z5 začíná výsledným údajem, takže není jisté, jak na něj mohl v tomto pořadí přijít. Obdobně respondent Q5 zapisuje výslednou hodnotu jako předposlední. Z logiky zadání se nabízí v počátcích řešení zapsání hodnot tří a dvou, přičemž ani v jednom z následujících obrázků (Obrázek 59 a 60) nejsou tyto hodnoty zapsány na prvních místech. Samozřejmě v experimentu pořadí není natolik důležité. Skutečnost, že ani jedno řešení nevykazuje známky přepisování či škrtání však tato řešení staví mezi nejasně specifická řešení úlohy 4.

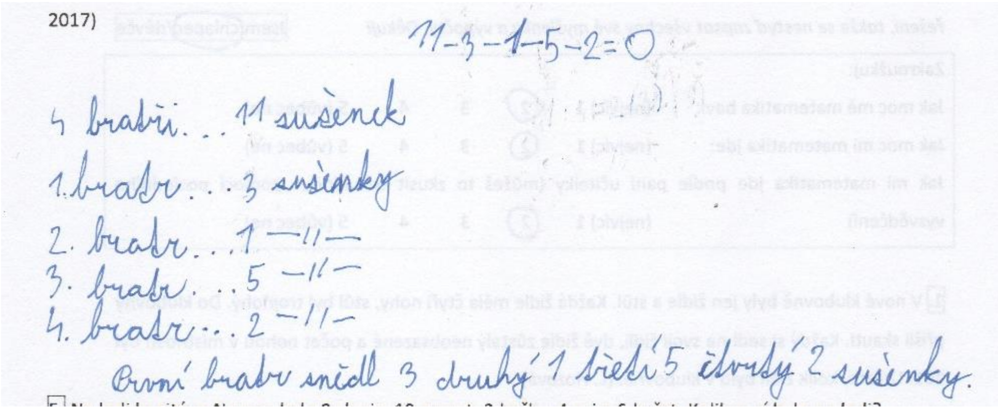


4. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

	1bratr	2bratr	3bratr	4bratr
snědené sušenky	5	3	2	1

nejvíc mohl sníst 5 sušenek.

Obrázek 59 Specifické řešení úlohy 4 řešitele Z5



2017)

11-3-1-5-2=0

4 bratři... 11 sušenek
1.bratr... 3 sušenky
2. bratr... 1 —||—
3. bratr... 5 —||—
4. bratr... 2 —||—

První bratr snědl 3 druhý 1 třetí 5 čtvrtý 2 sušenky.

Obrázek 60 Specifické řešení úlohy 4 řešitele Q5

7.9 Odpovědi úloh

Odpovědi respondenti psali zvyklostně. V některých případech byly objeveny odpovědi bez jasného řešení a numerické výsledné hodnoty. Z dostupných údajů v následujících podkapitolách lze odhadovat, že formulaci odpovědí na slovní úlohy mají respondenti relativně zvládnutou.

7.9.1 Odpovědi na úlohu 1

Na úlohu 1 odpovědělo 83 respondentů celou větou, sedm namísto odpovědi uvedlo jen hodnotu s jednotkou a další dva respondenti odpověděli zapsáním jen výsledné hodnoty. Výzva úlohy 1 zněla: ***„Určete, kolik židlí bylo v klubovně.“*** Jako základní odpověď se nabízí „V klubovně bylo x židlí,“ kterou užilo 42 respondentů. Čtyři další respondenti připojili k odpovědi stůl. Jedenáct respondentů změnilo v základní odpovědi čas minulý na čas přítomný. Jako další varianty odpovědí respondenti zapsali: *„Bylo tam x židlí.“, „židlí bylo x“, „židlí tam bylo x“, „Celkem tam bylo židlí x.“, „Počet židlí v místnosti je x.“ „x židlí bylo v klubovně.“* a *„x židlí v klubovně“.* Zajímavé je, že tři respondenti, kteří zaznačili správný výsledek, vůbec neuvedli odpověď. Další dva úspěšní řešitelé uvedli pouze hodnotu a jednotku. Šest respondentů zapsalo v odpovědi pravopisnou chybu.

Specifické odpovědi úlohy 1: *„Bylo tam 45 lidí židlí bylo 180.“, „V nové klubovně je 26 židlí + 2 neobsazené.“, „606 nohou od židlí a dětí.“, „V klubovně sedělo 25 lidí a na jedné židli neseděl nikdo“, „Na jedné židli sedí 2 lidi takže 4 nohy“, „V klubovně bylo 50(1) židlí. Obsazené židli přísluší 2 nohy.“, „Židlí bylo 404. Stolů bylo 303.“ a „Obsazených nohou židlí je 90.“* Odpovědi na úlohu 1 obecně odpovídají na výzvu v zadání, i když ne všechny jsou syntakticky správné či dávají jednoznačný smysl.

7.9.2 Odpovědi na úlohu 2

Úloha 2 byla řešena větším množství respondentů než úloha 1 a tak i počet řešitelů, kteří zapsali odpovědi je vyšší. Osmnáct respondentů zapsalo výslednou hodnotu pouze numericky. Třináct respondentů zapsalo výsledek numericky s jednotkou. Celkem 112 respondentů zapsalo odpověď slovně, přičemž většina z nich (přesně 58) zvolila stejnou větnou skladbu. Na otázku: ***„Kolik je na lodi pirátů dohromady?“*** odpověděla: *„Na lodi je x pirátů.“*

Další varianty odpovědí se různily, přestože většina stále obsahovala sloveso být ať už v přítomném či minulém čase. Další odpovědi, které respondenti uplatnili byly: *„Pirátů je 60.“, „Pirátů je na lodi 60.“, „Pirátů na lodi bylo 60.“, „Dohromady tam bylo x pirátů.“ „Dohromady tam je x pirátů.“ „Dohromady je na lodi x pirátů.“, „Dohromady na lodi je 60 pirátů.“, „Na lodi je dohromady x pirátů.“, „Na lodi je celkem 60 pirátů.“, „Na lodi bylo x pirátů.“, „Na lodi zbylo 25 pirátů.“, „Je tam 60 pirátů.“, „Je tam celkem 60 pirátů.“, „Je jich celkem na lodi 60.“, „Celkem je na lodi 163 pirátů.“ „Celkem tam bylo x pirátů.“, „Bylo tam x pirátů.“ a „V lodi je 60 pirátů.“*

Vyskytly se také tři odpovědi, kterým chyběl přísudek: *„Celkem 60 pirátů.“, „60 pirátů dohromady“, „60 pirátů celkem.“*

Tři chlapci v rámci odpovědi podali také **vysvětlení** jejich **odpovědí**: *„Na lodi je 60 pirátů. Kolik je na lodi pirátů? Na lodi je šedesát pirátů.“, „Na lodi je celkem 60 pirátů, protože v zadání je napsané kolik je na lodi pirátů.“, „Na lodi je dohromady 60 pirátů. Protože žádný neodešel.“*

Jednoduchost úlohy přiměla devět respondentů **odpovědět na jinou otázku**, než je zapsaná v zadání. Čtyři respondenti zapsali následující odpovědi, ve kterých popisují složení jednotlivých pirátských skupin: *„20 pirátů má skleněné oko, 15 dřevěnou nohu a 25 hák.“, „Na lodi je 20 pirátu se skleněným okem. 15 pirátu má dřevěnou nohu a 25 pirátů má železný hák.“, „20 pirátů na lodi má skleněné oko. 15 pirátů na lodi má dřevěnou nohu. 25 pirátů na lodi má železný hák.“* a *„Bylo tam 20 pirátů s skleněným okem, 15 s dřevěnou nohou a 25 s železným hákem.“* Dva další respondenti zapsali v odpovědi jak výčet jednotlivých pirátských skupin tak celkový počet pirátů.

Zbylých pět respondentů odpovídalo pouze údajem o pirátech s železným hákem: *„Na lodi je 25 pirátů se železným hákem.“, „Na lodi je 48 pirátů se železným hákem.“, „Na lodi je se železnou rukou 53.“* a *„Pirátů se železnou rukou je 53 železných ruk.“*

Pravopisné chyby se dopustili pouze dva respondenti a to ve slovech *„bilo“* a *„pyrátů“*.

7.9.3 Odpovědi na úlohu 3

Na otázku úlohy 3 odpověděli dva respondenti pouze numericky, dalších 33 numericky s přidruženou jednotkou a celkem 116 respondentů slovně. Na otázku: „***Kolik kilogramů váží cihla?***“ odpovědělo 76 respondentů: *„Cihla váží x kilogramů.“* Dalších 19 respondentů uvedlo: *„Jedna cihla váží x kilogramů.“* Dalších zapsaných odpovědí bylo méně, než v předchozích úlohách, přesto je vhodné je uvést: *„Cihla váží 3 kg. Protože 1 cihla váží 2 kg + půl cihly váží 1 kg é 3 kg.“, „1,50 kg váží 1 cihla.“, „Váží 3 kilogramy.“, „Cihly bylo 3 kg.“* a *„Celkem váží x kg.“*

V této úloze je možné sledovat zápis kilogramů v jednotlivých odpovědích. Respondenti volili jak zápis slovní „kilogramy“, tak značku „kg“ a v minimu případech zapsali „kila“. Zajímavé je, že se v odpovědi častěji vyskytoval zápis „kg“ a to třikrát více než zápis slovní. S pravopisnými chybami v této úloze mělo potíže dvanáct respondentů. Chyby se vyskytly ve slovech kilogramy a cihly.

Specifické odpovědi úlohy 3 často opisují zadání úlohy. Odpovědi devíti respondentů tak zní: „Cihla váží 2 kilogramy a půl cihly.“, „2 kg a půl cihly“ a „Cihla váží 2 kilogramy a půl.“ Další tři respondenti popisují půl cihly: „1 kg váží půl cihly.“, „A půlka cihly váží 1,5 kilogramů.“ a „Půl cihly váží 1 kg.“ Zbylé specifické odpovědi jsou: „835 a půl cihly“ a „Cihla váží 0,5 kg (2,5 kg).“, „Původní cihla váží 1 půl kilogramů.“, „1kg nebo 1 kg a 500g.“ Zajímavá je zde snaha o převody jednotek, přičemž část respondentů jen převáděla z kilogramů na gramy a zpět bez další interakce, jiní gramy užívali i v řešení. Celkem s gramy v úloze 3 pracovalo dvanáct respondentů.

7.9.4 Odpovědi na úlohu 4

Na úlohu 4 reagovalo dvanáct respondentů čistě numerickou odpovědí, dalších osm numerickou odpovědí s jednotkou a celkem 76 respondentů odpovědělo slovně. Na rozdíl od předešlých úloh výzva v úloze 4 respondenty nemotivovala k většinově shodné odpovědi. Jelikož na výzvu: „**Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů.**“ neexistuje jediný model odpovědi, vyskytlo se v této úloze vysoké množství různých odpovědí. Jelikož by jen čistý výčet možných odpovědí pokryl téměř celou stranu, nebudou jednotlivě jmenovány a prostor bude věnován specifickým odpovědím.

Specifické odpovědi na úlohu 4 jsou následující. *„Nejvíc snědl druhý bratr.“* a *„Nejvíce sušenek snědl Tomáš.“* Tyto dvě odpovědi fungují v souvislosti se zapsaným řešením a pouze na něj odkazují. Neplní však funkci odpovědi, která by měla obsahovat konkrétní údaje. Další specifickou odpovědí je: *„Jeden syn mohl sníst 7 sušenek.“* kde respondentka uvádí syn namísto bratr. Čtyři respondenti se snažili sušenky rozdělit spravedlivě: *„Tři bratři snědli celkem 9 sušenek a poslední bratr 2 sušenky.“* Čtyři respondentky 5.C Heyrovského počet sušenek navyšovaly a odpovídaly například takto: *„Bratři dohromady snědli 13 sušenek.“*

Pravopisné chyby se vyskytly ve slovech „sněžených“, „bratři snědly“, „nejvyšší“ a „největší“.

7.9.5 Odpovědi na úlohu 5

Otázka úlohy 5 zní: ***„Kolik ovcí bylo na lodi?“*** Na tuto otázku respondenti nejčastěji odpovídají: *„Na lodi bylo x ovcí.“* Zajímavé na této odpovědi je, že mnozí z těchto sedmačtyřiceti respondentů za *x* dosazují nulu, což z věcného hlediska není nejvhodnější odpověď. Na druhou stranu samozřejmě existují respondenti, kteří uvádí, že na lodi kapitána Noema nebyla žádná ovce. V páté úloze odpovědělo 13 respondentů čistě numericky, 23 respondentů numericky s jednotkou a 118 respondentů slovně.

Jelikož počet ovcí v zadání není zmíněn, byla by vhodnější odpověď respondentky K5: *„Ovce v zadání nebyly zmíněny.“* či reakce, že úloha nemá řešení nebo se jejich počet nedá určit. Zajímavé jsou také další odpovědi, ve kterých se snaží respondent vysvětlit svůj myšlenkový postup: *„Na lodi nebyla ani jedna ovce, protože v zadání není napsané kolik je ovcí na lodi.“* a *„Na lodi je nula ovcí. Protože o ovcích nebyla zmínka.“* Následující odpovědi mají pozměněno kapitánovo jméno: *„Kapitán Noema má 30 ovcí.“, „Na lodi kapitána Nemá bylo 8 slepic, 10 prasat, 2 kočky, 4 psi a 6 kuřat, na lodi bylo 0 ovcí.“* Někteří respondenti se rozhodli své řešení obohatit o emotivní stránku: *„Žádná, Noemovi skopové maso nechutnalo.“* a *„Žádné ovce nazdar ahoj!“*

Pravopisných chyb se respondenti dopustili ve slově „byli“ a to v nejméně šesti případech.

7.9.6 Odpovědi na úlohu 6

Na otázku úlohy 6: „***Jak dlouho bude hořet 10 svíček na klokánkově narozeninovém dortu?***“ odpovědělo šest respondentů numericky, 38 respondentů odpovědělo numericky s jednotkou a 117 respondentů odpovědělo slovně. Nejfrekventovanější odpověď je: *„Deset svíček bude hořet x minut,“* kterou zvolilo 29 respondentů. Vyšší počet slov v zadané otázce umožňuje řešiteli kombinovat větší množství slov a v souvislosti s touto skutečností se jednotlivé odpovědi mohou mírně lišit. Více možných odpovědí podporuje také množství respondentů nejfrekventovanější odpovědi.

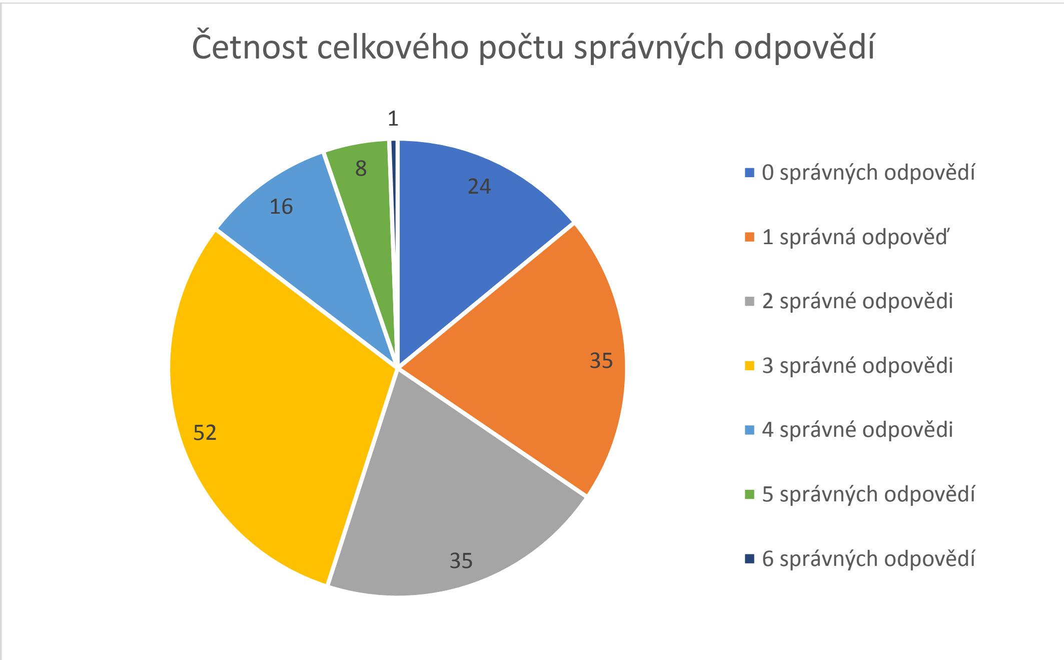
Podobně jako u úlohy 3 mohli respondenti zkracovat jednotku v odpovědi. Přestože slovo „minut“ volilo v šesté úloze dvakrát méně respondentů než zápis „min.“, při srovnání údajů z úlohy 3 je možné konstatovat zlepšení. Vyšší množství nezkráceného zápisu minut může být způsoben častějším setkáváním respondentů s tímto slovem v nezkrácené podobě. Pravopisné chyby se objevili ve slovech „hořeli“ a „svíčka“ ve čtyřech případech.

7.10 Úspěšnost řešení

Při určování úspěšnosti je vhodné zpracovat údaje všech respondentů. Výzkumu se zúčastnilo 171 respondentů. Následující graf (Graf 14) znázorňuje **četnost celkového počtu správných odpovědí**. Byly vytvořeny následující skupiny řešitelů dle úspěšnosti řešení:

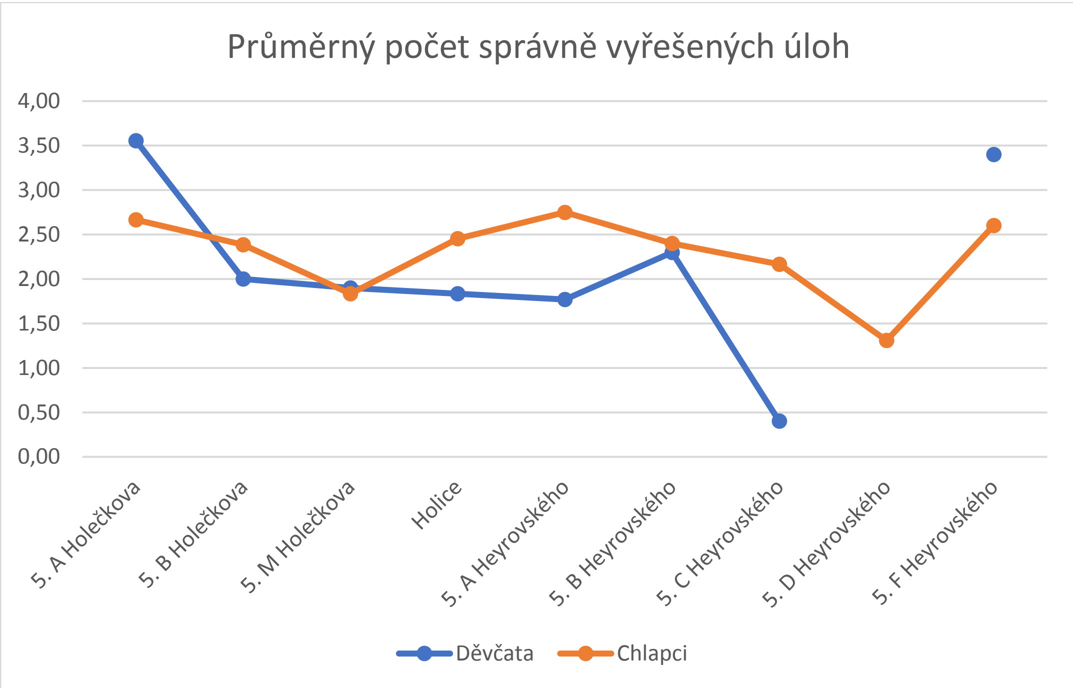
- **Neúspěšní řešitelé**: ani jedna správně vyřešená úloha (24 respondentů)
- **Mírně úspěšní řešitelé**: jedna či dvě správně vyřešené úlohy (70 respondentů)
- **Úspěšní řešitelé**: tři či čtyři správně vyřešené úlohy (58 respondentů)
- **Velmi úspěšní řešitelé**: pět či šest správně vyřešených úloh (devět respondentů)

Nejvíce zastoupenou skupinou se tak stala skupina mírně úspěšných řešitelů.



Graf 14 Četnost celkového počtu správných odpovědí

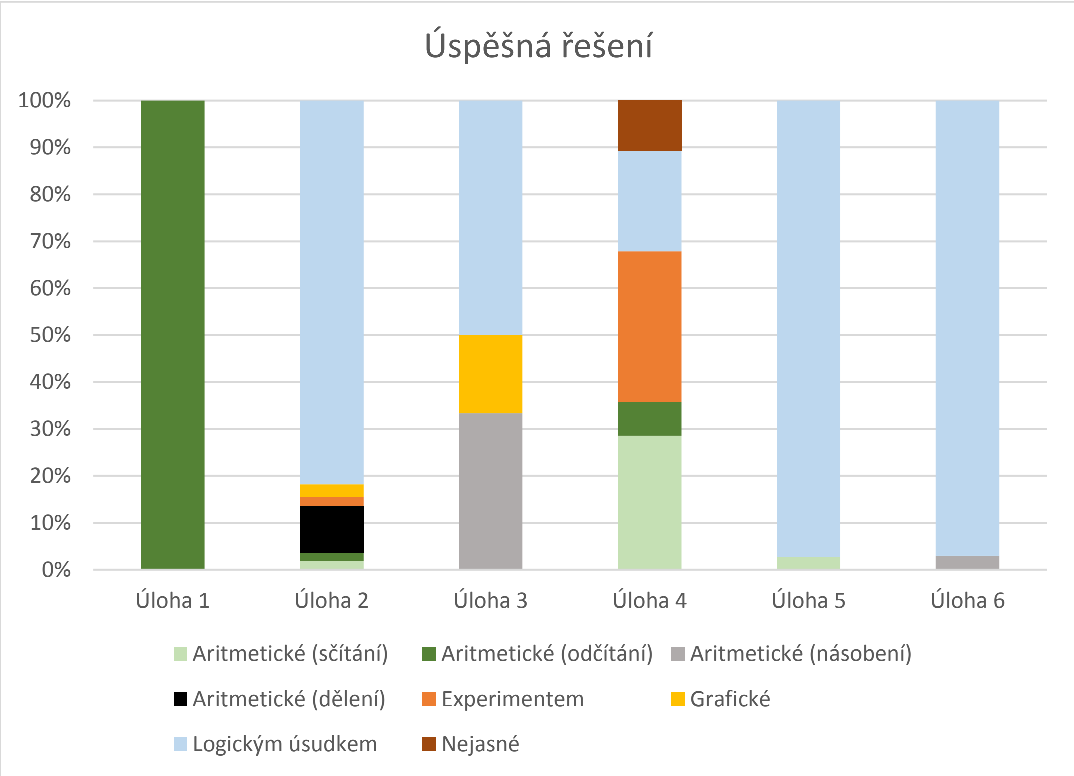
Průměrný počet správně vyřešených úloh je v tomto výzkumu 2,17 správně vyřešených úloh jedním respondentem. Následující graf 15 znázorňuje průměrný počet správně vyřešených úloh dle jednotlivých tříd zapojených do výzkumu. Z grafu je patrné, že dívky byly úspěšnější pouze ve třídách 5.A Holečkova a 5.F Heyrovského, kde ale byly úspěšnější v průměru o celou jednu úlohu. V dalších dvou třídách byla úspěšnost chlapců a dívek srovnatelná. Naopak chlapci byli v průměru téměř o dvě úlohy úspěšnější ve třídě 5.C Heyrovského. Jelikož třída 5.D Heyrovského neobsahuje žádná děvčata, také následující graf zde údaje postrádá. Přestože jsou chlapci a děvčata vzděláváni stejným způsobem ve svých třídách, jejich výsledky se různí.



Graf 15 Průměrný počet správně vyřešených úloh

Z výsledků grafu lze odhadovat, že úspěšnost jednotlivých řešitelů nezávisí na třídě, ze které žák pochází. Zajímavé srovnání by mohl přinést výzkum zabývající se běžnějším typem úloh. Za povšimnutí stojí rozsah jednotlivých chlapeckých a dívčích skupin v grafu. Přestože se průměrný počet úspěšně vyřešených úloh v chlapeckých skupinách v grafu pohybuje v rozsahu od 1,31 do 2,75, dívčí skupiny mají rozsah dvojnásobný a to od 0,40 do 3,56 správně vyřešených úloh jednou respondentkou.

Analýzou jednotlivých úspěšných řešení lze vytvořit následující graf **Úspěšná řešení** (Graf 16). Z grafu 16 je patrné, že téměř všechny úlohy tohoto výzkumu se daly úspěšně vyřešit logickým úsudkem. Úloha 1 byla co se týče úspěšných řešení specifická, jelikož ke správnému řešení došli pouze respondenti užívající aritmetické řešení s první operací odčítání. U všech ostatních úloh bylo dle respondentů tohoto výzkumu možné dojít více formami řešení než pouze jedním. Zajímavé je rozložení řešení úlohy 4, kde se střídají jak aritmetická řešení, tak experiment, řešení úlohy logickým úsudkem a nejasné postupy.



Graf 16 Úspěšná řešení

Jednotlivé formy řešení je možné sledovat v souvislosti s velmi úspěšnými řešiteli. Úspěšnými řešiteli, tedy řešiteli s pěti či šesti správnými výsledky, jsou respondenti A1, H1, I1, Y1, C3, Z4, Z5, Y6 a A9. 44 % těchto respondentů pochází ze třídy 5.A Holečkova. Další velmi úspěšní řešitelé pochází po jednom ze tříd 5.M Holečkova, třída z Holice, 5.A Heyrovského, 5.B Heyrovského a 5.F Heyrovského. Mezi velmi úspěšnými řešiteli je pět děvčat a čtyři chlapci.

Velmi úspěšní řešitelé při řešení úlohy 1 zvolili všichni aritmetické řešení. Stoprocentní shodu vykazují také při řešení úloh 5 a 6, kde všichni tito řešitelé zvolili řešení logickým úsudkem. Stejné výsledky, avšak jeden odlišný typ řešení vykazují u úlohy 2, kde většina úlohu řešila logickým úsudkem, jeden respondent však řešil úlohu aritmeticky (dělením).

Úlohu 3 řešili téměř všichni velmi úspěšní respondenti vhledem neboli logickým úsudkem. Z devíti velmi úspěšných řešitelů však pouze dva úlohu vyřešili správně, přičemž jeden z nich užil grafické řešení. Úlohu 4 vyřešili všichni velmi úspěšní řešitelé správně až na jednoho, který na úlohu rezignoval. Zajímavé je zastoupení forem řešení mezi velmi úspěšnými řešiteli, kteří volili aritmetické řešení (sčítáním), experimentální řešení, řešení úlohy vhledem i řešení nejasné. Experimentální řešení, stejně jako aritmetické řešení (sčítáním), zvolili tři velmi úspěšní respondenti.

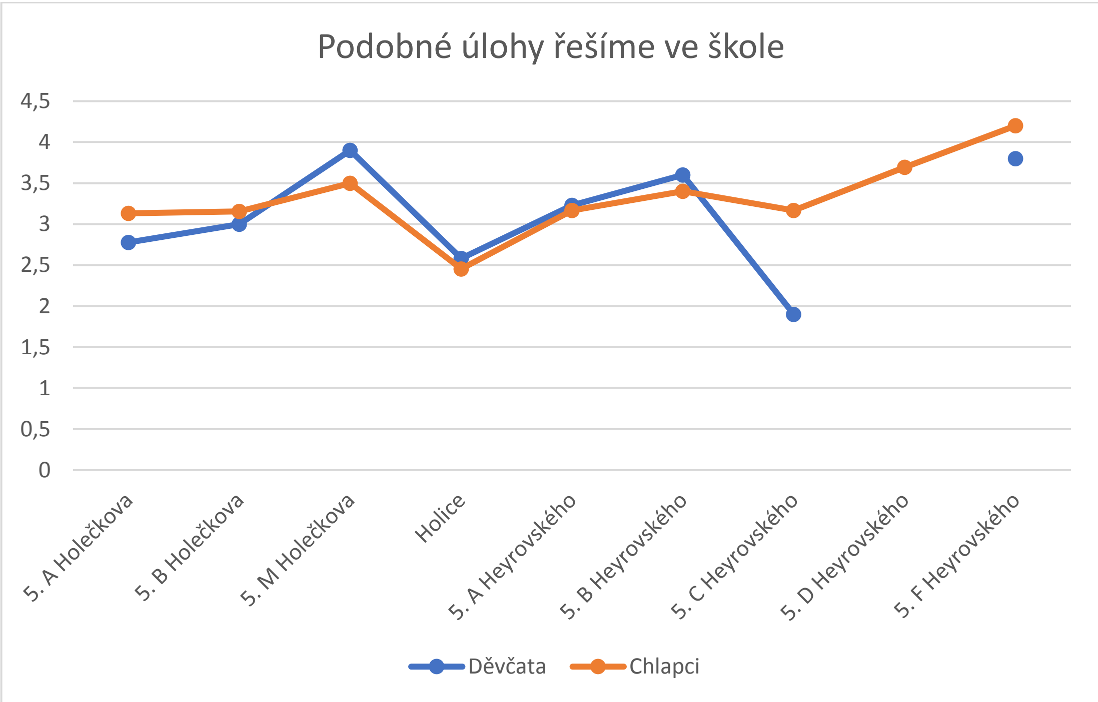
7.11 Vyhodnocení závěrečných otázek testu

V návaznosti na předešlou podkapitolu je vhodné srovnat průměrné hodnoty velmi úspěšných řešitelů s celkovým průměrem. Dle následující tabulky 14 jsou velmi úspěšní řešitelé průměrně úspěšnější v matematice jak podle paní učitelky, tak dle jejich vlastní sebereflexe. Velmi úspěšné řešitele také baví matematika více než je celkový průměr v tomto výzkumu. Zajímavá je oblast řešení nestandardních úloh, kde jejich řešení velmi úspěšné řešitele bavilo o téměř celý jeden bod více než je celkový průměr. Četnost zástupců nestandardních úloh ve škole je u velmi úspěšných řešitelů dosti podobná celkovému průměru. Obtížnost zastoupených úloh však velmi úspěšní řešitelé hodnotí mírněji než je celkový průměr. Při hodnocení jednotlivých otázek v následující tabulce mohli žáci značit hodnoty jedna až pět.

	Velmi úspěšní řešitelé	Celkový průměr
Jak mi matematika jde podle paní učitelky (vysvědčení)	1,22	1,74
Jak moc mi matematika jde	1,50	2,10
Jak moc mě matematika baví	1,78	2,17
Řešení těchto úloh mne bavilo (1 nejvíc)	1,72	2,68
Podobné úlohy řešíme ve škole (1 často)	3,33	3,16
Úlohy mi přišly těžké (1 velmi)	3,44	2,79

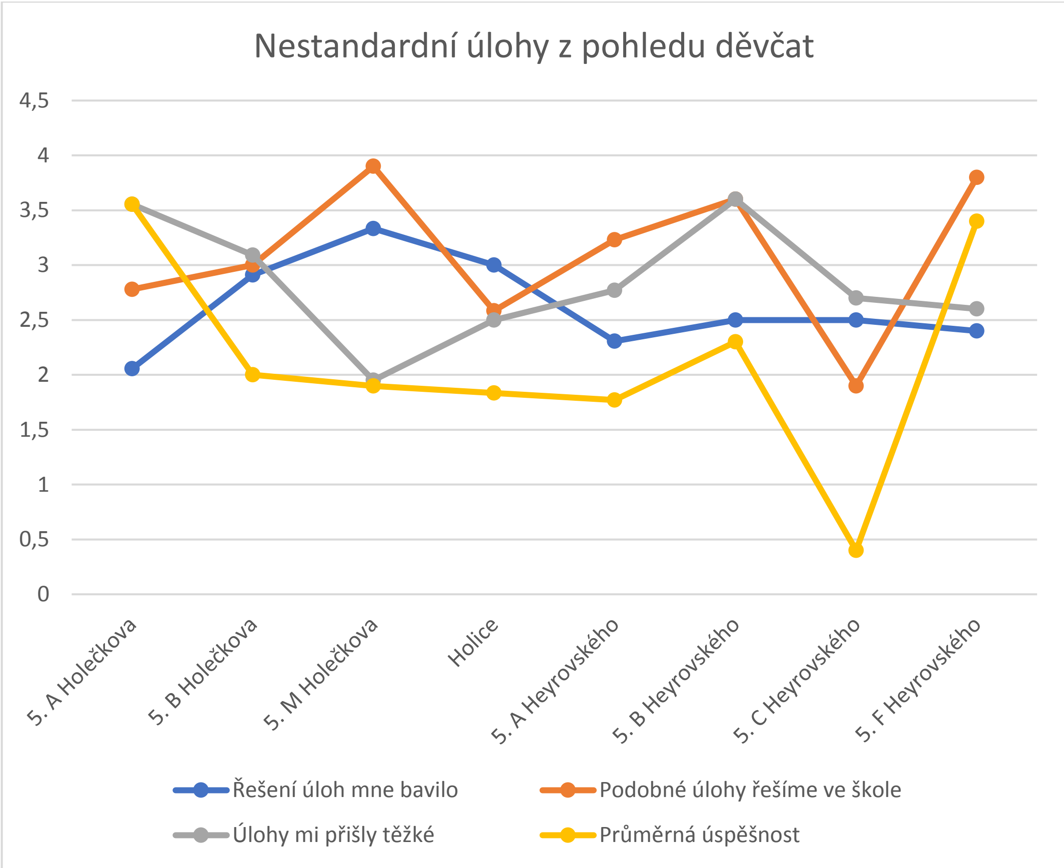
Tabulka 14 Průměrné hodnoty odpovědí ze začátku a z konce testu

Jedna ze závěrečných výzev pro škálování zněla „Podobné úlohy řešíme ve škole," přičemž respondent měl zaznačit na škále jedna až pět, hodnotu, která podle něj odpovídá. Hodnota 1 odpovídá častému řešení nestandardních úloh. Hodnota 5 odpovídá neřešení podobných úloh ve škole. Jelikož na otázku odpovídali jednotliví žáci a nikoliv učitel, může být hodnocení subjektivně ovlivněno. O to jsou zajímavější výsledky následujícího grafu (Graf 17), který znázorňuje blízkost odpovědí chlapců a děvčat v jednotlivých třídách. Nestandardní úlohy dle respondentů spíše neřeší ve třídách 5.M Holečkova a 5.F Heyrovského. Zajímavé je vybočení děvčat 5.C Heyrovského, které se vymykají obecnému trendu a navíc dle jejich odpovědí řeší nestandardní úlohy relativně často.



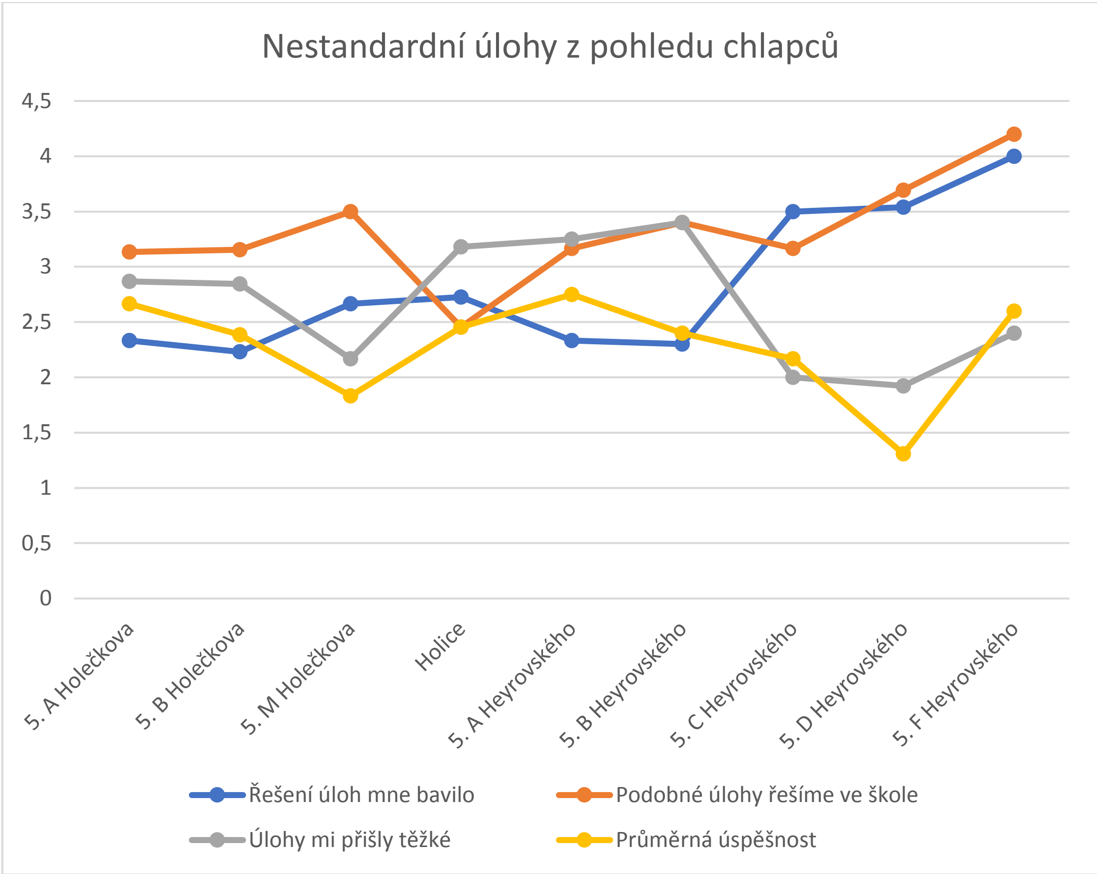
Graf 17Podobné úlohy řešíme ve škole

Jelikož je vhodné jednotlivé informace závěrečných otázek porovnat mezi sebou, následují k tomuto účelu dva grafy (Graf 18 a Graf 19). Graf 18 zpracovává informace děvčat. Z grafu lze vyčíst do jisté míry provázanost mezi hodnocením obtížnosti a zábavnosti úloh. Děvčata ve třídách 5.A Holečkova a 5.B Heyrovského zhodnotily úlohy jako nepříliš obtížné a zároveň je jejich řešení spíše bavilo. Zajímavé vzdálení hodnot vykazuje třída 5.M Holečkova, ve které dívky hodnotily úlohy jako spíše obtížné, zároveň je řešení úloh bavilo mírně podprůměrně a přitom podobné úlohy spíše neřešení ve škole. Užité úlohy se jevily nejnáročněji dívkám třídy 5.M. Porovnáním křivky průměrné úspěšnosti s ostatními nelze najít žádnou, která by ji kopírovala či vykazovala jinou závislost. Vždy některé třídy vybočují.



Graf 18 Nestandardní úlohy z pohledu děvčat

Graf 19 zpracovává údaje chlapců. Oproti předchozímu grafu se mohou jevit křivky obtížnosti a zkušenosti podobnější křivce úspěšnosti. I v tomto grafu je možné sledovat křivku oblíbenosti nestandardních úloh a křivku obtížnosti v křížení. Nejvýrazněji v grafu 19 působí hodnoty tří posledních tříd, ve kterých chlapci uvedli, že je řešení úloh spíše nebavilo, úlohy jim přišli spíše náročné a zároveň úlohy spíše neřeší ve škole. Zajímavý je zde rozdíl v odpovědích zmíněných chlapců a dívek v předchozím grafu, které řešení úloh bavilo více.



Graf 19 Nestandardní úlohy z pohledu chlapců

Shrnutí výsledků

Zpracováním testů z hlediska reakce řešitele na úlohu vyšlo najevo, že většina respondentů výzvu k řešení úlohy přijala. Pro potřeby této práce byla rezignace řešitele dále zkoumána a rozdělena na primární rezignaci, sekundární rezignaci, terciální rezignaci a verbální rezignaci. Verbální rezignace s výskytem pouze ve dvou třídách se jeví jako velmi závislá na domovské třídě respondenta. Během označování vybraných testů úhybnou reakcí byla zjištěna náročnost rozpoznání této reakce pouze na základě testů. V případě výzkumu zaměřeného více na rozpoznání úhybné reakce by bylo vhodné zapojení další interakce s respondenty například formou rozhovoru.

Práce s informacemi nebyla při hledání řešení pro většinu úloh stěžejní. Přesto v této práci byly zachyceny tři metody práce s informacemi. Respondenti v tomto výzkumu pracovali s podtrháváním informací, vpisováním do zadání a tvorbou zápisu. Překvapivá byla nepříliš vysoká kvalita zápisů vyplývající například z absence zápisu neznámé.

I když z teoretického hlediska by se dalo očekávat, že například v jedné třídě budou zápisy propracovanější v souvislosti s vlivem konkrétního učitele, analýza neukázala, že by se zápisu věnovali někteří respondenti více než jiní.

Řešení v užším smyslu uplatnili respondenti v tomto výzkumu formou grafického řešení, experimentálního řešení, aritmetického řešení či řešení logickým úsudkem. Vyskytlo se pár jedinců, u nichž se jevil postup řešení jako nejasný a nedal se jednoznačně zařadit ke konkrétní formě řešení. V tomto výzkumu bylo nejvíce zastoupeno řešení formou logického úsudku či aritmetického řešení. Řešení grafické podobně jako řešení experimentální se vyskytlo v menším procentu řešení a jejich zastoupení nenaznačovalo souvislost s původní třídou respondentů.

Odpovědi respondentů v tomto výzkumu byly na dobé úrovni. Většina respondentů odpovídala celou větou. Množství respondentů, kteří užili syntakticky vhodnou odpověď bylo větší než množství respondentů, kteří zapsali správnou výslednou hodnotu.

Popisu úspěšnosti respondentů při řešení jednotlivých úloh se věnuje jedna z posledních podkapitol této práce. Úspěšnost při řešení jednotlivých úloh byla velmi různorodá. Správného výsledku při řešení úlohy 3 dosáhlo pouze šest řešitelů. Naopak správný výsledek při řešení úlohy 5 zaznamenalo 111 respondentů. Souvislosti mezi úspěšností a dostupnými údaji nebyla zjištěna.

ZÁVĚR

Diplomová práce Nestandardní slovní úlohy a jejich řešení se věnovala tématu nestandardních slovních úloh a analýze žákovských řešení. Jako metoda sběru dat byl užit didaktický test. Didaktické testy tří olomouckých škol byly zpracovány s ohledem na kvalitu každého řešení. Veškerá východiska a další poznatky vypracované v tomto výzkumu platí pouze pro zapojené respondenty v tomto konkrétním výzkumu.

Dílčí cíl orientace v akademických pramenech a ve zdrojích nestandardních slovních úloh byl splněn teoretickou částí práce. Díky dostatečnému množství zkoumaných zdrojů bylo možné prostudovat konkrétní nestandardní úlohy a několik z nich vybrat pro předvýzkum.

Do předvýzkumu se zapojilo přiměřené množství pedagogů, tudíž je možné shledat předvýzkum jako úspěšný. Hodnocení této fáze výzkumu devalvuje odmítavý postoj některých pedagogů, kteří se do předvýzkumu odmítli zapojit. Motivovat pedagogy k zapojení se v této fázi bylo náročnější než se očekávalo.

Dílčí cíl tvorby didaktického testu byl splněn na velmi dobré úrovni. Rozložení úloh i grafická podoba testu byly kvalitně propracovány. Časová náročnost řešení úloh respondenty byla adekvátní či žáci dokonce disponovali reservním časem.

Hlavnímu cíli – zhodnocení žákovských řešení nestandardních slovních úloh – byl věnován největší prostor v této práci. Díky potřebě, co nejlépe zhodnotit skutečnosti v žákovských řešení, byly užity některé nové pojmy, například pojem verbální rezignace. Dále byly podrobněji popsány jednotlivé fáze řešení, například práce s informacemi v této práci nabývá mimo formy zápisu další dvě formy.

Diplomová práce se dále věnuje objasnění případných souvislostí s některými údaji respondenta. Byla například nalezena zajímavá souvislost mezi respondentovou třídou a verbální rezignací.

Přínosem této diplomové práce jsou ukázky žákovských řešení nestandardních slovních úloh a jejich hodnocení. Čtenář může získat představu o možných formách řešení nestandardních slovních úloh. Dalším přínosem je srovnání informací a zdrojů slovních nestandardních úloh v teoretické části, což může čtenáři pomoci získat základní povědomí o dané problematice.

Diplomová práce může být inspirací pro další akademické práce. Zajímavá by mohla být například obdobná práce zaměřená na srovnání řešení žáků, kteří jsou v matematice vzděláváni Hejného metodou či alternativními formami vzdělávání. Dalším tématem vhodným k výzkumu může být přístup učitelů k nestandardním úlohám.

Literatura

BABÁKOVÁ, Veronika. Sbírka nestandardních typů úloh pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ. České Budějovice, 2007. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích. Vedoucí práce Doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty) [online]. Brno: Masarykova univerzita, 2001 [cit. 2019-08-30]. Dostupné z: https://docplayer.cz/23655560-Kapitoly-z-didaktiky-matematiky-slovni-ulohy-projekty-ruzena-blazkova-kvetoslava-matouskova-milena-vanurova.html

BLAŽKOVÁ, Růžena. Rozvoj funkčního myšlení [online]. In: . 2009, Masarykova univerzita [cit. 2020-05-18]. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/1441/jaro2009/ZS1MP_PDM2/um/funkcni_mysleni.pdf?lang=en

BUDÍNOVÁ, Irena, Růžena BLAŽKOVÁ, Milena VAŇUROVÁ a Helena DURNOVÁ. Úlohy z matematiky pro bystré a nadané děti prvního stupně ZŠ, jejich učitele a rodiče: škály pro identifikaci nadání, zkušenosti s nadanými žáky. Brno: Edika, 2016. ISBN 978-80-266-1012-0.

DIVÍŠEK, Jiří. Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy. Praha: SPN, 1989. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-04-20433-3.

ENGEL, Arthur. Problem-solving strategies. With 223 Figures. [online] New York: Springer, c1998. [cit. 16.8.2019] ISBN 0-387-98219-1. Dostupné z: http://gimnazija-izdijankoveckoga-kc.skole.hr/upload/gimnazija-izdijankoveckoga-kc/multistatic/748/Problem-Solving_Strategies_Engel.pdf

ERBEN, Karel Jaromír, LUŽÍK, Rudolf, ed. Pohádková kytice. Praha: Albatros, 1980. Klub mladých čtenářů.

FRIDMAN, L. M. (1977). Logiko-psichologičeskij analiz školʹnych učebnych zadač. Moskva: Pedagogika.

FREUDENTHAL, Hans. Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: D. Reidel, 1983. ISBN 9027715351.

HADAMARD, Jacques. The Mathematician's Mind: The Psychology of Invention in the Mathematical Field. 3. vydání. Princeton: Princeton University Press, 1996. ISBN 0-691-02931-8.

HEJNÝ, Milan. Zmocňování se slovní úlohy. Pedagogika: časopis pro vědy o vzdělávání a výchově [online]. 1995. [cit. 2019-08-30]. Dostupné z: http://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?p=3229&lang=cs

HELMHOLTZ, Hermann. Counting and Measuring. New York: D. Van Nostrand, 1977.

HORKEL, Jan. Nestandardní úlohy v matematice. Praha, 2005. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce Mgr. Marie Tichá, CSc., odb. as. KMDM.

JIROTKOVÁ, Darina. Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie. Praha: Univerzita Karlova, 2010. ISBN 978-80-7290-399-3.

KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST. Školní didaktika. Vyd. 2. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-571-4.

KOSTIHOVÁ, Klára. Nestandardní slovní úlohy. Brno, 2016. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce RNDr. Růžena Blažková, CSc.

KRYGOWSKA, Zofia. Zarys dydaktyki matematyki, Díl 1. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 1979. ISBN 9788302005558.

KUŘINA, František. Matematika a řešení úloh. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2011. [online] ISBN 978-80-7394-307-3. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/1441/podzim2015/SZ_9005/um/Matematika_a_reseni_uloh.pdf

LIŠKOVÁ, Hana a REZEK, Pavel. Tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy. In: Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání Matematika a její aplikace. Praha: NÚV, 2015.

LIŠKOVÁ, Hana, Eva NOVÁKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ. Rozvíjíme matematické nadání žáků: Náměty pro 1. stupeň základní školy [online]. NÚV, 2017 [cit. 2020-03-21]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/Publikace/MN_1STUPEN.pdf

MALINOVÁ, Dagmar. Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání. Olomouc, 2014. Dizertační práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Vedoucí práce Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

NOVÁK, Bohumil a Anna STOPENOVÁ. Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 1993. ISBN 8070672943.

NOVÁK, Bohumil a Eva KUBÁTOVÁ. Počítejte s Klokanem: kategorie "Klokánek" : sbírka úloh s řešením pro 4. a 5. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004. Olomouc: Prodos, 2007. ISBN 978-80-7230-176-8.

NOVÁKOVÁ, Eva. Analýza úloh ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žáky primární školy: shrnutí výsledků výzkumného šetření. Brno: Masarykova univerzita, 2016. Matematika a didaktika matematiky. ISBN 978-80-210-8482-7.

OKOŃ, Wincenty. K základům problémového učení. Přeložil Jaroslav MÜLLER. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1966.

OPAVA, Zdeněk. Matematika kolem nás. Praha: Albatros, 1989. ISBN 13-781-89.

OVERDECK, Laura. *Zábavná matematika pod polštář*. Praha: Grada, 2015. ISBN 978-80-247-5486-4.

POINCARÉ, Henri. The Mathematical Heritage of Henri Poincaré: (Proceedings of symposia in pure mathematics. Rhode Island: American Mathematical Society, 1983.

PÓLYA, György. Jak to řešit?: překvapivé aspekty (nejen) matematických metod. Autor úvodu John Horton CONWAY, přeložil Oldřich KOWALSKI. Praha: MatfyzPress, 2016. Popularizace. ISBN 978-80-7378-325-9.

PŘIKRYLOVÁ, Tereza. Netradiční matematické úlohy k rozvoji logického myšlení žáků na 1. stupni ZŠ. Olomouc, 2018. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Vedoucí práce RNDr. Martina Uhlířová, Ph.D.

RAKOUŠOVÁ, Alena. Integrované slovní úlohy pro primární školu : práce učitele se vzdělávacím obsahem. 1. vyd. Praha: Triton, 2011. ISBN 978-80-7387-429-2.

STANISAVLJEVIČOVÁ, Marika. Nestandardní aplikační úlohy v matematice. Plzeň, 2013. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.

TREJBAL, Josef, 1995. Sbírka zajímavých úloh z matematiky. 1. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 80-7196-072-1.

VAŇKOVÁ, Jana a Hana LIŠKOVÁ. Sedm matematických příběhů pro Aničku, Filipa, Matýska: zábavné úlohy pro 4. a 5. ročník základní školy. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-719-6296-1.

VYŠÍN, Jan. Metodika řešení matematických úloh. 2. dopl. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1972, 193 s.

WALLAS, Graham. The Art of Thought. 2. vydání. Michigan: Michiganská univerzita, 1926.

ZELENDOVÁ, Eva, Hana LIŠKOVÁ a Eva NOVÁKOVÁ. Rozvíjíme matematické nadání žáků: náměty pro 1. stupeň základní školy. Praha: NÚV, 2017. ISBN 978-80-7481-190-6.

Národní ústav pro vzdělávání. NÚV. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha, 2017.

Webové stránky

Coolmath Games [online]. 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.coolmathgames.com/

Didaktis [online]. Brno, 2019 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.didaktis.cz/

Fraus: Komplexní podpora vzdělávání [online]. 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.fraus.cz/

International Mathematical Olympiad [online]. 2016 [cit. 2020-05-17]. Dostupné z: http://www.imo-official.org/

Korespondenční seminář 2019-2020: Matematický korespondenční seminář pro žáky 1. stupně ZŠ. *ZŠ Milady Horákové: Od hraní k vědění* [online]. Hradec Králové, 2014, 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: http://www.zshorakhk.cz/matematika/korespondencni-seminar

Matematická olympiáda [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: http://www.matematickaolympiada.cz/

Matematika hrou [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: http://matematika.hrou.cz/

Matematický klokan [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://matematickyklokan.net/

Matematický korespondenční seminář "Matýsek." *Vyšší odborná škola pedagogická a Střední pedagogická škola, Litomyšl, Komenského nám. 22* [online]. Litomyšl: PPSU, 2015, 2016 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.vospspgs.cz/matematicky-korespondencni-seminar-matysek

Math Games: Teach Me [online]. 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.mathgames.com/

Math Play: Free Online Math Games [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.math-play.com/

Math Playground: Give your Brain a Workout [online]. 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.mathplayground.com/

Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy: MŠMT [online]. 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/

Národní institut pro další vzdělávání: NIDV [online]. 2019 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.nidv.cz/

NRICH: Millennium Mathematics Project [online]. University of Cambridge, 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://nrich.maths.org/

Pythagoriáda. *Talentování: péče, rozvoj a uplatnění nadání* [online]. NIDV, 2020 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.talentovani.cz/souteze/pythagoriada

ST Math [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.stmath.com/

Talentovaní: péče, rozvoj a uplatnění nadání [online]. NIDV, 2019 [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.talentovani.cz/

Úlohy z matematiky: pro děti na základních školách [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.matika.in/cs/

Umíme matiku: Umíme to [online]. Brno: Fakulta informatiky Masarykovy Univerzity [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.umimematiku.cz/

Vydavatelství Taktik [online]. Praha [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.etaktik.cz/

Youcubed [online]. [cit. 2020-05-14]. Dostupné z: https://www.youcubed.org/

Seznam příloh

Příloha 1 - Materiál k rozpravě s pedagogy k tvorbě didaktického testu

Příloha 2 – Konkrétní odpovědi dotázaných učitelů

Příloha 3 - Nestandardní slovní úlohy - Didaktický test pro žáky 5. ročníků ZŠ

Příloha 1 - Materiál k rozpravě s pedagogy k tvorbě didaktického testu

Vyberte úlohy, které jsou podle Vás nestandardního charakteru a zároveň vhodné pro 5. ročník ZŠ. Úlohy vybírejte tak, aby dohromady mohly sestavit didaktický test pro žáky 5. ročníků v časové dotaci 45 minut. Didaktický test bude sloužit jako podklad k diplomové práci, která má za cíl porovnat způsoby řešení nestandardních slovních úloh žáky pátých ročníků ZŠ. Srovnání by mělo probíhat mezi alternativními a tradičními třídami. U vybraných úloh můžete krátce poznamenat, proč vybíráte právě tyto úlohy. Na škále 1-4 zaznačte, jak je dle Vašeho názoru úloha obtížná (1 = nejlehčí). Pokud se úloha dle Vašeho názoru nehodí pro 5. ročník, nezapomeňte to prosím připsat k úloze. Děkuji za spolupráci.

<u>Úlohy na pomezí logických a kombinatorických úloh</u> (typ zebra apod.)

1. Sedm děvčat stálo v řadě. Hana stála vedle Alžběty. Nejbližší sousedky Soni byly Hana a Petra. Dana stála nejdále od Petry. Sousedky Jany byly Dana a Alžběta. Bára stála nejvíce vpravo. Zapište, jak stála děvčata vedle sebe. *(Budínová et kol. 2016)*

1 – 2 – 3 – 4

2. Filipovi začaly prázdniny, proto odjel k babičce na venkov. Má tam čtyři kamarády Andulku, Břeťu, Cilku a Dádu, kteří mají kanárka, papouška, psa a kočku. Každý má jedno zvířátko. Dvě z děvčátek mají ptáčka, Andulka se bojí psů, Cilka je sousedka kamarádky, která chová papouška. Andulčina maminka je zásadně proti chovu ptáků v klecích. Umíte zjistit, kdo jaké zvířátko doma chová?

(Korespondenční seminář Matýsek 2015 – 2016 - 4. Úlohy vhodné pro nadané žáky na 1. stupni ZŠ, význam žákovských řešení Hana Lišková) ***1 – 2 – 3 – 4***

3. Honza zaslechl, jak průvodčí ve vlaku vypráví své zážitky z minulé jízdy vlakem: „Každý druhý vagón měl kupé pro matky s dětmi a každý třetí vagón měl připojení na internet.“

„Na třetí zastávce vystoupila polovina cestujících a nastoupilo 33 lidí. Tím se vlak naplnil na čtyři pětiny původní posádky."

Honza začal přemýšlet:

A) Ve kterém vagónu se nachází kupé pro matky s dětmi, které má i připojení na internet?

B) Kolik cestujících bylo ve vlaku při příjezdu do třetí zastávky?

C) Kolik lidí vystoupila na třetí zastávce?

(Ilustrační úlohy v rámci tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy (Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání Matematika a její aplikace (Metodická doporučení s ilustrativními úlohami)) ***1 – 2 – 3 – 4***

4. V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. (L. Hozová)

Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli? (Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

1 – 2 – 3 – 4

<u>Úlohy diofantické s charakterem otevřených úloh</u>

5. Jindřich si ukládal do pokladničky jen dvacetikorunové a padesátikorunové mince. Kolika způsoby může zaplatit 430 Kč? (Budínová et kol. 2016) ***1 – 2 – 3 – 4***

6. Rozděl 9 oříšků do dvou misek. Najdi více různých řešení. (Budínová et kol. 2016)

1 – 2 – 3 – 4

$\boxed{7.}$ Pět skautů Kamil, Libor, Matěj, Nikola a Hynek chtěli přenocovat ve stanech. Měli stany pro dvě a pro tři osoby. Kolika způsoby se mohou do stanů rozdělit? Najdi všechny možnosti. (Budínová et kol. 2016 – skupiny, ve kterých záleží na pořadí prvků a prvky se mohou opakovat) ***1 – 2 – 3 – 4***

<u>Úlohy logického charakteru</u>

$\boxed{8.}$ Cihla váží 2 kilogramy a půl cihly. Kolik kilogramů váží cihla? (Budínová et kol. 2016)

1 – 2 – 3 – 4

$\boxed{9.}$ Jak odměříme 6 litrů vody pomocí jedné čtyřlitrové a jedné devítilitrové nádoby? (Trejbal, 1995) ***1 – 2 – 3 – 4***

10. Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017) ***1 – 2 – 3 – 4***

Kapitánské úlohy (úlohy obsahující příliš mnoho informací či nedostatek informací)

<u>Úlohy obsahující příliš mnoho informací</u>

11. Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (výběr Babákové, 2007) ***1 – 2 – 3 – 4***

12. Na palubě lodi bylo 26 koz a 17 ovcí. Při bouři se 3 ovce utopily. Kolik zbylo na lodi koz? (Horkel, 2005) ***1 – 2 – 3 – 4***

Úlohy obsahující nedostatek informací

13. Na lodi kapitána Noema bylo 8 slepic; 10 prasat; 2 kočky; 4 psi a 6 kuřat. Kolik ovcí bylo na lodi? (výběr Babákové, 2007) ***1 – 2 – 3 – 4***

14. Loď je 15 m dlouhá a 6 m široká. Jak starý je kapitán? (výběr Babákové, 2007)

1 – 2 – 3 – 4

Úlohy rozvíjející kritické myšlení

15. Malá dortová svíčka dohoří za 15 minut. Jak dlouho bude hořet 10 svíček na klokánkově narozeninovém dortu? (Svíčky byly současně zapáleny a nebyly předčasně sfouknuty.) (Novák, 2007) ***1 – 2 – 3 – 4***

16. Dvě osoby se dívají na film hodinu a půl. Jak dlouho se dívá na stejný film pět osob? *(Budínová et kol. 2016 – slovní úlohy rozvíjející funkční myšlení)* ***1 – 2 – 3 – 4***

Příloha 2 – Konkrétní odpovědi dotázaných učitelů

A Úlohy na pomezí logických a kombinatorických úloh

1. *Sedm děvčat stálo v řadě. Hana stála vedle Alžběty. Nejbližší sousedky Soni byly Hana a Petra. Dana stála nejdále od Petry. Sousedky Jany byly Dana a Alžběta. Bára stála nejvíce vpravo. Zapište, jak stála děvčata vedle sebe. (Budínová a kol. 2016)*

Martina **doporučuje**. Náročnost hodnotí 3.

Michal **nedoporučuje**. Úlohu hodnotí jako těžkou (4) z důvodu velkých nároků na představivost.

Petra úlohu **doporučuje**. Stejně jako Martina hodnotí náročnost stupněm 3.

Taťána úlohu **nedoporučuje**. Dle jejího názoru by se žáci v úloze ztratili. Úlohu by si pravděpodobně začali kreslit, ale k výsledku by se nedobrali. Pletla by se jim jména děvčat (je jich mnoho). Obtížnost 4.

Průměrná náročnost úlohy: 3,5

Doporučují 2 ze 4 učitelů.

2. *Filipovi začaly prázdniny, proto odjel k babičce na venkov. Má tam čtyři kamarády Andulku, Břeťu, Cilku a Dádu, kteří mají kanárka, papouška, psa a kočku. Každý má jedno zvířátko. Dvě z děvčátek mají ptáčka, Andulka se bojí psů, Cilka je sousedka kamarádky, která chová papouška. Andulčina maminka je zásadně proti chovu ptáků v klecích. Umíte zjistit, kdo jaké zvířátko doma chová?*
(Korespondenční seminář Matýsek 2015 – 2016 - 4. Úlohy vhodné pro nadané žáky na 1. stupni ZŠ, význam žákovských řešení Hana Lišková)

Martina úlohu **nezvolila**. Náročnost hodnotí 3.

Michal **doporučuje**. Úloha je lehčí než úloha minulá. Srozumitelná až na nevhodně zvolená jména, u kterých není jasné, zda se jedná o dívky či chlapce (například Dáda) Doporučuje použít nějaká klasická jména. Náročnost 2.

Petra **nezvolila**. Náročnost 3.

Taťána **nedoporučuje**. Úloha obsahuje příliš informací a kombinací. Náročnost 4.

Průměrná náročnost úlohy: 3

Doporučuje pouze 1/4 učitelů.

3. *Honza zaslechl, jak průvodčí ve vlaku vypráví své zážitky z minulé jízdy vlakem: „Každý druhý vagón měl kupé pro matky s dětmi a každý třetí vagón měl připojení na internet.“ „Na třetí zastávce vystoupila polovina cestujících a nastoupilo 33 lidí. Tím se vlak naplnil na čtyři pětiny původní posádky.“*
Honza začal přemýšlet:

A) Ve kterém vagónu se nachází kupé pro matky s dětmi, které má i připojení na internet? B) Kolik cestujících bylo ve vlaku při příjezdu do třetí zastávky? C) Kolik lidí vystoupila na třetí zastávce?

(Ilustrační úlohy v rámci tematického okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy (Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání Matematika a její aplikace (Metodická doporučení s ilustrativními úlohami))

Martina úlohu 3 **doporučuje**. Řešitel dle jejího názoru musí zvládnout čtenářskou gramotnost, pak to bude hračka. Náročnost hodnotí 3.
Michal úlohu také **doporučuje**. Náročná, ale zvládnutelná úloha – u části a) by mělo být uvedeno něco ve smyslu „který z vagónů má jako první připojení na internet i prostor pro matky s dětmi“, případně nějak omezit počet vagónů. Náročnost hodnotí 3.
Petra **nedoporučuje**. Zlomek v páté třídě v takovém případě dle jejího názoru nezvládnou. Náročnost proto hodnotí 4.
Taťána **nedoporučuje**. Úloze mnoho informací chybí. Žáci by měli větší šanci na úspěch, pokud by se úloha rozfázovala, zkrátila anebo se ideálně přidaly některé základní údaje (například počet cestujících ve třetí stanici či počet vagónů). Náročnost 4.
Průměrná náročnost úlohy: 3,5
Doporučují 2/4 učitelů.

4. *V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. (L. Hozová)*
Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli? (Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

Martina úlohu **nezvolila**. Delší postupy bývají pro řešitele problém, často totiž něco zapomenou. Náročnost 3.

Michal **doporučuje**. O úloze prohlašuje, že je super. Náročnost 2.

Petra úlohu **zvolila** „bonusově“ jako úlohu navíc, která by se dala v případě potřeby použít. Prohlašuje ale, že jakékoliv úlohy podobného typu na nohy, ruce, oči jsou problémem i v sedmém ročníku. Náročnost hodnotí mezi 2 a 3.

Taťána úlohu **nezvolila**. Obává se, že by žáci skončili v polovině řešení, nebyli by schopni dojít k závěru. Náročnost hodnotí mezi 3 a 4.

Úloha byla předložena také vysokoškolským studentům v testu.

Průměrná náročnost úlohy: 2,75

Doporučují 2/4 učitelů.

<u>B Úlohy diofantické s charakterem otevřených úloh</u>

$\boxed{5.}$ *Jindřich si ukládal do pokladničky jen dvacetikorunové a padesátikorunové mince. Kolika způsoby může zaplatit 430 Kč? (Budínová et kol. 2016)*

Martina úlohu **nezvolila**. Náročnost hodnotí 2.

Michal **nedoporučuje**. Úlohu vnímá jako poměrně lehkou, „obyčejnou“ a nudnou. Náročnost 2.

Petra **nezvolila**. Náročnost mezi 2 a 3.

Taťána úlohu **nezvolila**. Hodnoty by mohly být příliš vysoké. Při snížení hodnot mincí i výsledné sumy hodnotí náročnost úlohy 2.

Průměrná náročnost úlohy: 2,125

Doporučuje 0/4 učitelů.

$\boxed{6.}$ *Rozděl 9 oříšků do dvou misek. Najdi více různých řešení. (Budínová et kol. 2016)*

Martina úlohu **nezvolila**, přestože ji hodnotí jako snadnou, tedy 1.

Michal úlohu také **nedoporučuje**. Hodnotí úlohu jako poměrně lehkou (tedy 2), nudnou a „obyčejnou“.

Petra **nezvolila**. Problém najít více řešení. Úlohu hodnotí jako velmi obtížnou 4.

Taťána **doporučuje**. Snadná úloha, kterou mohou žáci vyřešit kreslením a pomoci si i počítáním na prstech. Náročnost je tedy 1.

Průměrná náročnost úlohy: 2

Doporučuje 1/4 učitelů.

7. *Pět skautů Kamil, Libor, Matěj, Nikola a Hynek chtěli přenocovat ve stanech. Měli stany pro dvě a pro tři osoby. Kolika způsoby se mohou do stanů rozdělit? Najdi všechny možnosti. (Budínová et kol. 2016 – skupiny, ve kterých záleží na pořadí prvků a prvky se mohou opakovat)*

Martina úlohu **doporučuje**. Náročnost hodnotí 2.

Michal **nedoporučuje**. Toto je zdánlivě snadné, ale opak je pravdou, protože žáci musí mít prostor pro kreslení různých možností. Náročnost 3.

Petra **nezvolila**. Problém najít více řešení. Opět úlohu hodnotí jako velmi náročnou, kvůli většímu množství řešení.

Taťána úlohu **nedoporučuje**. Kombinace pěti v takové situaci by mohla být příliš náročná. Náročnost úlohy vnímá mezi 3 a 4.

Průměrná náročnost úlohy: 3,125

Doporučuje 1/4 učitelů.

C Úlohy logického charakteru

8. *Cihla váží 2 kilogramy a půl cihly. Kolik kilogramů váží cihla? (Budínová et kol. 2016)*

Martina **nezvolila**. Náročnost 3.

Michal **doporučuje**. Úlohu hodnotí jako složitější, tedy 3. Upozorňuje na velkou výhodu žáků vzdělávaných Hejného metodou.

Petra úlohu **zvolila**. Náročnost hodnotí 2.

Taťána **doporučuje**. Úlohu hodnotí jako velmi snadnou, tedy 1.

Průměrná náročnost úlohy: 2,25

Doporučují 3/4 učitelů.

9. *Jak odměříme 6 litrů vody pomocí jedné čtyřlitrové a jedné devítilitrové nádoby? (Trejbal, 1995)*

Martina úlohu **nezvolila**. Obtížnost hodnotí 3.

Michal úlohu **nedoporučuje**. Michal úlohu vnímá jako klasickou pro Hejného metodu. Popisuje podobnost prostředí, které se často v Hejného metodě používá, čímž by úloha mohla být vyloženě výhodná pro děti, které se učí touto metodou. Náročnost úlohy 2.

Petra **nezvolila**. Náročnost 3.

Taťána **nedoporučuje**. Pokud nejsou žáci zvyklí na tento typ úloh, nespočítají to. Objem obecně je pro žáky složitější. Možnosti v případě zlehčení úlohy či krokování. Náročnost 3.

Průměrná náročnost úlohy: 2,75

Doporučuje 0/4 dotázaných učitelů.

10. *Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)*

Martina úlohu **zvolila**, přestože ji hodnotí jako velmi těžkou.

Michal také úlohu **doporučuje**. Úlohu vnímá jako těžkou (stupeň 3) zároveň ale jako dobrou a zábavnou úlohu.

Petra **nezvolila**. Náročnost 3.

Taťána úlohu **nezvolila** z důvodu množství kombinací. Úlohu vnímá jako velmi těžkou.

Průměrná náročnost úlohy: 3

Doporučují 2/4 učitelů.

D Kapitánské úlohy (úlohy obsahující příliš mnoho či příliš málo informací)

Kapitánské úlohy jako takové komentuje Martina jako jednoduché při zvládnutí čtenářské gramotnosti. Taťána je vnímá obdobně. Pozorným čtením jsou úlohy dle Taťány jednoduché.

Úlohy obsahující příliš mnoho informací

11. *Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (výběr Babákové, 2007)*

Martina úlohu **zvolila**. Vnímá ji jako velmi snadnou.

Michal **doporučuje**. Poměrně lehká úloha pro děti s logickým myšlením. Řešení je otázkou minuty. Hodnocena jako velmi snadná.

Petra úlohu **nezvolila**. Naráží na možnou snahu zjišťovat počet zástupců jednotlivých skupin. Náročnost úlohy hodnotí mezi 3 a 4.

Taťána úlohu **zvolila** a hodnotí ji jako velmi jednoduchou.

Úloha byla předložena také vysokoškolským studentům v testu.

Průměrná náročnost úlohy: 1,625

Doporučují 3/4 učitelů.

12. *Na palubě lodi bylo 26 koz a 17 ovcí. Při bouři se 3 ovce utopily. Kolik zbylo na lodi koz? (Horkel, 2005)*

Martina úlohu **nezvolila**, přestože úlohu opět vnímá jako velmi snadnou.

Michal úlohu **nedoporučuje**. Úlohu vnímá jako nudnější než předchozí. Náročnost hodnotí stupněm 2.

Petra **zvolila**. Náročnost hodnotí mezi 1 a 2.

Taťána úlohu 12 **doporučuje**. Vnímá ji opět jako velmi snadnou.

Průměrná náročnost úlohy: 1,375

Doporučují 2/4 učitelů.

Úlohy obsahující příliš málo informací

13. *Na lodi kapitána Noema bylo 8 slepic; 10 prasat; 2 kočky; 4 psi a 6 kuřat. Kolik ovcí bylo na lodi? (výběr Babákové, 2007)*

Martina **zvolila**. Náročnost vyjadřuje stupněm 2.

Michal **doporučuje**. Poměrně lehká úloha pro děti s logickým myšlením. Řešení je otázka minuty. Náročnost 2.

Petra **nedoporučuje**, protože žáci toto dle jejího názoru vůbec nechápou. Hodnotí jako velmi těžké, stupeň 4.

Taťána **doporučuje**. Náročnost vnímá opět na stupni 1.

Průměrná náročnost úlohy: 2,25

Doporučují 3/4 učitelů.

14. *Loď je 15 m dlouhá a 6 m široká. Jak starý je kapitán? (výběr Babákové, 2007)*

Martina **nezvolila**. Náročnost 2.

Michal úlohu **nedoporučuje**. Opět hodnotí úlohu jako poměrně lehkou (stupeň 2) pro děti s logickým myšlením. Otázku tady vnímá jako skutečně úsměvnou, jelikož se velmi odklání od ostatních informací v zadání.

Petra **nedoporučuje**. Znovu vnímá úlohu jako velmi obtížnou. Žáci dle jejího názoru tento typ úloh vůbec nechápou.

Taťána **doporučuje**. Úlohu vnímá jako velmi snadnou.

Průměrná náročnost úlohy: 2,25

Doporučuje 1/4 učitelů.

E Úlohy rozvíjející funkční myšlení (úlohy řešené logickým úsudkem)

15. *Malá dortová svíčka dohoří za 15 minut. Jak dlouho bude hořet 10 svíček na klokánkově narozeninovém dortu? (Svíčky byly současně zapáleny a nebyly předčasně sfouknuty.) (Novák, 2007)*

Martina úlohu **nezvolila**. Náročnost hodnotí 2.

Michal úlohu **doporučuje**. Poměrně lehká úloha pro děti s logickým myšlením. Michal vnímá zadání jako neotřelé. Náročnost hodnotí 1.

Petra **zvolila**. Náročnost 2.

Taťána **doporučuje**. Úlohu hodnotí jako velmi lehkou.

Průměrná náročnost úlohy: 1,5

Doporučují 3/4 učitelů.

$\boxed{16.}$ *Dvě osoby se dívají na film hodinu a půl. Jak dlouho se dívá na stejný film pět osob?*

(Budínová et kol. 2016 – slovní úlohy rozvíjející funkční myšlení)

Martina **zvolila**. Úlohu hodnotí jako velmi jednoduchou.

Michal **nedoporučuje**. Opět vnímá úlohu jako poměrně lehkou pro děti s logickým myšlením. Tentokrát popisuje zadání jako klasické, nudnější, proto úlohu nedoporučuje k použití. Náročnost úlohy hodnotí 1.

Petra **nezvolila**. Náročnost 2.

Taťána úlohu **doporučuje**. Náročnost hodnotí 1.

Průměrná náročnost úlohy: 1,25

Doporučují 2/4 učitelů.

Příloha 3 - Nestandardní slovní úlohy - Didaktický test pro žáky 5. ročníků ZŠ

Tento test není na známky. Nemusíš se ani podepisovat. Některé úlohy Ti mohou připadat jako „chytáky", proto se nad každou úlohou pořádně zamysli. Zkus vyřešit co nejvíc úloh. Zajímá mě Tvé řešení, takže se nestyď zapsat všechny své myšlenky a výpočty. Děkuji Jsem: chlapec/děvče

Zakroužkuj:					
Jak moc mě matematika baví:	(nejvíc) 1	2	3	4	5 (vůbec ne)
Jak moc mi matematika jde:	(nejvíc) 1	2	3	4	5 (vůbec ne)
Jak mi matematika jde podle paní učitelky (můžeš to zkusit odhadnout pomocí posledního vysvědčení)	(nejvíc) 1	2	3	4	5 (vůbec ne)

1. V nové klubovně byly jen židle a stůl. Každá židle měla čtyři nohy, stůl byl trojnohý. Do klubovny přišli skauti. Každý si sedl na svoji židli, dvě židle zůstaly neobsazené a počet nohou v místnosti byl 101. Určete, kolik židlí bylo v klubovně. (L. Hozová)

Nápověda. Kolik nohou přísluší obsazené židli? (Matematická olympiáda MO Z5 2018/2019)

2. Na lodi je 60 pirátů. Každý třetí pirát má skleněné oko, každý čtvrtý má dřevěnou nohu. Zbytek pirátů má místo ruky železný hák. Kolik je na lodi pirátů dohromady? (výběr Babákové, 2007)

3. Cihla váží 2 kilogramy a půl cihly. Kolik kilogramů váží cihla? (Budínová et kol., 2016)

$\boxed{4.}$ Čtyři bratři snědli dohromady 11 sušenek. Každý z nich snědl nejméně jednu sušenku a žádní dva bratři nesnědli stejný počet sušenek. Někteří tři snědli dohromady 9 sušenek a jeden z nich snědl právě 3 sušenky. Urči největší možný počet sušenek, který mohl sníst některý z bratrů. (Klokánek 2017)

$\boxed{5.}$ Na lodi kapitána Noema bylo 8 slepic; 10 prasat; 2 kočky; 4 psi a 6 kuřat. Kolik ovcí bylo na lodi? (výběr Babákové, 2007)

$\boxed{6.}$ Malá dortová svíčka dohoří za 15 minut. Jak dlouho bude hořet 10 svíček na klokánkově narozeninovém dortu? (Svíčky byly současně zapáleny a nebyly předčasně sfouknuty.) (Novák, 2007)

Řešení těchto úloh mne bavilo:	(nejvíc) 1	2	3	4	5 (vůbec ne)
Podobné úlohy řešíme ve škole:	(často) 1	2	3	4	5 (vůbec ne)
Úlohy mi přišly těžké:	(velmi) 1	2	3	4	5 (vůbec ne)

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Michaela Surá
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	doc. PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
Rok obhajoby:	2020

Název práce: Nestandardní slovní úlohy a jejich řešení

Název práce v angličtině: Nonstandard word problems and finding their solutions

Anotace práce:

Hlavním cílem diplomové práce je zhodnocení žákovských řešení nestandardních slovních úloh. Analýza výsledků byla zpracována dle dílčích kroků řešení úlohy. Řešení úloh se zde nahlíží v širším smyslu, tedy zaznamenává reakci řešitele na úlohu, práci řešitele se zadanými informacemi, jednotlivé formy řešení a tvorbu odpovědi. Do výzkumu byli zapojeni žáci pátých ročníků tří základních škol v Olomouci.

Diplomová práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. V teoretické části je popsána problematika nestandardních slovních úloh, jejich řešení a zdroje. Praktická část obsahuje informace o předvýzkumu, vlastní části výzkumu a zhodnocení výsledků výzkumu.

Klíčová slova: nestandardní slovní úlohy, nestandardní úlohy, řešení slovních úloh, řešení nestandardních slovních úloh

Anotace v angličtině:

The main purpose of this work is description of solutions of nonstandard word problems. Analysis of results has been processed by main steps of solving problem. Solving problems is described globaly so there is a reaction of solver, solver's work with information from task assignment, forms of solving problems and answers. Participants were pupils of fifth grade from three primary schools in Olomouc.

The thesis is devided into theoretical part and practical part. The theoretical part contains theory of nonstandard word problems, solving of them and sources. The practical part contains information about pre-research, own part of research and description of research's results.

Anglická klíčová slova: Nonstandard word problems, nonstandard problems, finding solutions of nonstandard word problems, finding solutions of word problems