



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

## ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

## IDENTIFIKACE SYSTÉMŮ V UZAVŘENÉ SMYČCE

CLOSED LOOP SYSTEM IDENTIFICATION

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Dominik Piskoř

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Lukáš Pohl, Ph.D.

BRNO 2020

# Bakalářská práce

bakalářský studijní program **Automatizační a měřicí technika**

Ústav automatizace a měřicí techniky

**Student:** Dominik Piskoř

**ID:** 203322

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2019/20

**NÁZEV TÉMATU:**

## Identifikace systémů v uzavřené smyčce

**POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

1. Proveďte rešerši modifikací klasické metody nejmenších čtverců zmenšující posun odhadu parametrů systémů v uzavřené smyčce.
2. Vytvořte testovací model v prostředí MATLAB Simulink pro testování identifikačních metod za přítomnosti šumu.
3. Proveďte statistickou analýzu výsledků, zhodnoťte použitelnost jednotlivých metod na reálných systémech.
4. Vyberte a implementujte jednu z metod na modelu reálného systému zapojeného v uzavřené smyčce.

**DOPORUČENÁ LITERATURA:**

SÖDERSTRÖM, Torsten; STOICA, Petre. System identification. Prentice-Hall, Inc., 1988.

**Termín zadání:** 3.2.2020

**Termín odevzdání:** 8.6.2020

**Vedoucí práce:** Ing. Lukáš Pohl, Ph.D.

**doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.**  
předseda rady studijního programu

**UPOZORNĚNÍ:**

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá testováním různých modifikací metody nejmenších čtverců zmenšující posun odhadu parametrů systému v uzavřené smyčce a také identifikací elektrických parametrů modelu reálného PMSM motoru. První část práce je zaměřena na teorii a principy jednotlivých metod. Druhá část popisuje způsob implementace identifikačních metod v prostředích Matlab a Simulink. Třetí část se následně zaměřuje na vyhodnocení metod prostřednictvím statistické analýzy dat získaných simulací. Tato část zahrnuje také identifikaci elektrických parametrů modelu reálného motoru.

## **Klíčová slova**

Identifikace systému, uzavřená smyčka, metoda nejmenších čtverců, model, PMSM motor

## **Abstract**

This thesis deals with testing of various modifications of the least-squares method, which reduces the bias in system parameter estimation. The first part of this thesis is focused on the theory and principles of every single method. The second part describes the implementation of identification methods in Matlab and Simulink. The third part is focused on the evaluation of used methods via statistical analysis. This part also contains an identification of electric parameters of the real PMSM motor model.

## **Keywords**

System identification, closed loop, model, least-squares method, PMSM motor

## **Bibliografická citace:**

PISKOŘ, Dominik. Identifikace systémů v uzavřené smyčce. Brno, 2020. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/127020>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky. Vedoucí práce Lukáš Pohl.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Identifikace systémů v uzavřené smyčce jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 8. června 2020

.....

podpis autora

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Lukáši Pohlovi, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a také za podnětné připomínky a cenné rady při vypracovávání mé bakalářské práce.

V Brně dne: 8. června 2020

.....

podpis autora

# Obsah

1	Úvod .....	1
2	Identifikace v uzavřené smyčce .....	2
2.1	Metody přístupu k identifikaci .....	2
2.2	Požadavky pro úspěšnou identifikaci .....	3
2.3	Vstupní signál .....	3
2.3.1	Skoková změna signálu .....	3
2.3.2	Signál pseudonáhodné binární posloupnosti .....	4
2.3.3	Součet sinusoid .....	5
3	Metoda nejmenších čtverců a její modifikace .....	7
3.1	Jednorázová metoda nejmenších čtverců (MNČ) .....	7
3.2	Rekurzivní metoda nejmenších čtverců (RMNČ) .....	9
3.3	RMNČ s exponenciálním zapomínáním .....	11
3.4	Metody pomocných proměnných .....	12
3.4.1	Metoda pomocných proměnných se zpožděnými pozorováními (MZP) .....	14
3.4.2	Metoda pomocných proměnných s dodatečným modelem (MSDM) .....	15
3.5	Rozšířená metoda nejmenších čtverců (EXTMNČ) .....	16
3.6	Metoda maximální věrohodnosti .....	16
4	Implementace vybraných metod .....	18
4.1	Testování identifikačních metod .....	18
4.2	Identifikace modelu reálného motoru .....	19
5	Simulace a statistická analýza dat .....	21
5.1	Testovací soustava 1. řádu .....	21
5.2	Testovací soustava 2. řádu .....	23
5.3	Testovací soustava 3. řádu .....	24
5.4	Testovací astatická soustava 1. řádu .....	26
5.5	Celkové srovnání jednotlivých metod .....	27
5.5.1	Srovnání podle bodů z přechodové charakteristiky .....	27
5.5.2	Srovnání podle hodnot koeficientů vektoru théta .....	31
6	Identifikace modelu motoru .....	35
7	Závěr .....	39
	Literatura .....	41
	Seznam symbolů, veličin a zkratk .....	42
	Seznam příloh .....	43

## Seznam obrázků

Obrázek 1 Regulační obvod.....	2
Obrázek 2 Experimentální zapojení systému pracujícího v uzavřené smyčce .....	2
Obrázek 3 Příklad průběhu skokové změny signálu .....	4
Obrázek 4 Schéma zapojení obvodu pro generování PRBS signálu .....	4
Obrázek 5 Příklad průběhu signálu PRBS.....	5
Obrázek 6 Příklad průběhu signálu tvořeného součtem dvou sinusoid.....	6
Obrázek 7 Vztah mezi procesem a modelem procesu .....	7
Obrázek 8 Zapojení testovacího obvodu .....	18
Obrázek 9 Ukázka části skriptu s výpočtem metody pomocných proměnných .....	19
Obrázek 10 Zapojení s modelem reálného motoru.....	20
Obrázek 11 Ukázka implementace MSDM v Simulinku .....	20
Obrázek 12 Ukázka přechodových charakteristik identifikovaných přenosů soustavy 1. řádu..	23
Obrázek 13 Ukázka přechodových charakteristik identifikovaných přenosů soustavy 2. řádu..	24
Obrázek 14 Ukázka přechodových charakteristik identifikovaných přenosů soustavy 3. řádu..	25
Obrázek 15 Blokové schéma zapojení PMSM motoru [9] .....	35
Obrázek 16 Porovnání identifikovaných přechodových charakteristik modelu motoru...	37
Obrázek 17 Vývoj parametru ve jmenovateli přenosu modelu motoru metodou MSDM během simulace ..	37
Obrázek 18 Vývoj parametru v čitateli přenosu modelu motoru metodou MSDM během simulace ...	38



## Seznam tabulek

Tab. 1	Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky soustavy 1. řádu ...	21
Tab. 2	Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta pro soustavu 1. řádu .....	22
Tab. 3	Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky soustavy 2. řádu ...	23
Tab. 4	Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta pro soustavu 2. řádu .....	24
Tab. 5	Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky soustavy 3. řádu ...	25
Tab. 6	Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta pro soustavu 3. řádu .....	25
Tab. 7	Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky astat. soustavy ...	26
Tab. 8	Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta soustavy s astatismem .....	26
Tab. 9	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 1. řádu .....	27
Tab. 10	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 2. řádu .....	28
Tab. 11	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 3. řádu .....	29
Tab. 12	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu s astatismem .....	30
Tab. 13	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 1. řádu .....	31
Tab. 14	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 2. řádu .....	32
Tab. 15	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 3. řádu .....	33
Tab. 16	Srovnání jednotlivých metod pro soustavu s astatismem .....	34
Tab. 17	Původní hodnoty elektrických parametrů modelu PMSM motoru .....	35
Tab. 18	Identifikované elektrické parametry modelu reálného PMSM motoru .....	36

# 1 ÚVOD

Cílem této bakalářské práce je odzkoušení několika různých modifikací metody nejmenších čtverců, které zmenšují posun odhadu parametrů od skutečných hodnot nebo jej zcela eliminují a následně implementace jedné z nich na modelu reálného systému zapojeného v uzavřené smyčce.

Identifikace systémů zapojených v uzavřené smyčce je poněkud problematická, jelikož dochází ke korelaci vstupních a výstupních dat. To následně vede k selhání klasické metody nejmenších čtverců. Z tohoto důvodu je zapotřebí použít propracovanějších identifikačních metod.

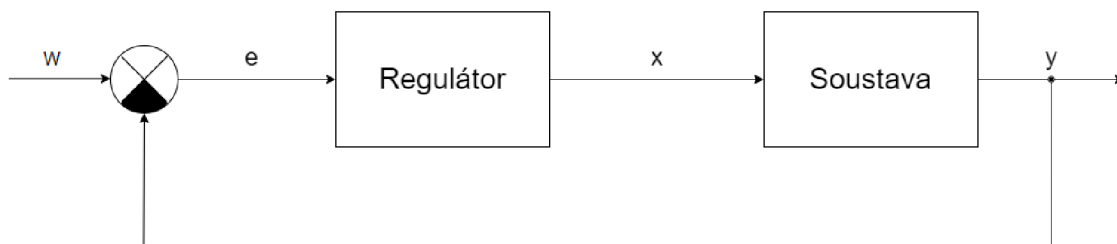
Výstupem bude zhodnocení použitelnosti jednotlivých identifikačních metod na reálných systémech a také identifikace elektrických parametrů modelu motoru zapojeného v uzavřené smyčce.

V první části se práce zaměří na teorii, popisy a principy jednotlivých metod. Druhá část bude poté zaměřena na popis způsobu implementace identifikačních metod v prostředích MATLAB a SIMULINK. Třetí část se následně zaměří na statistickou analýzu dat získaných prostřednictvím simulací. Tato část také zahrnuje identifikaci elektrických parametrů modelu reálného PMSM motoru (synchronního motoru s permanentními magnety).

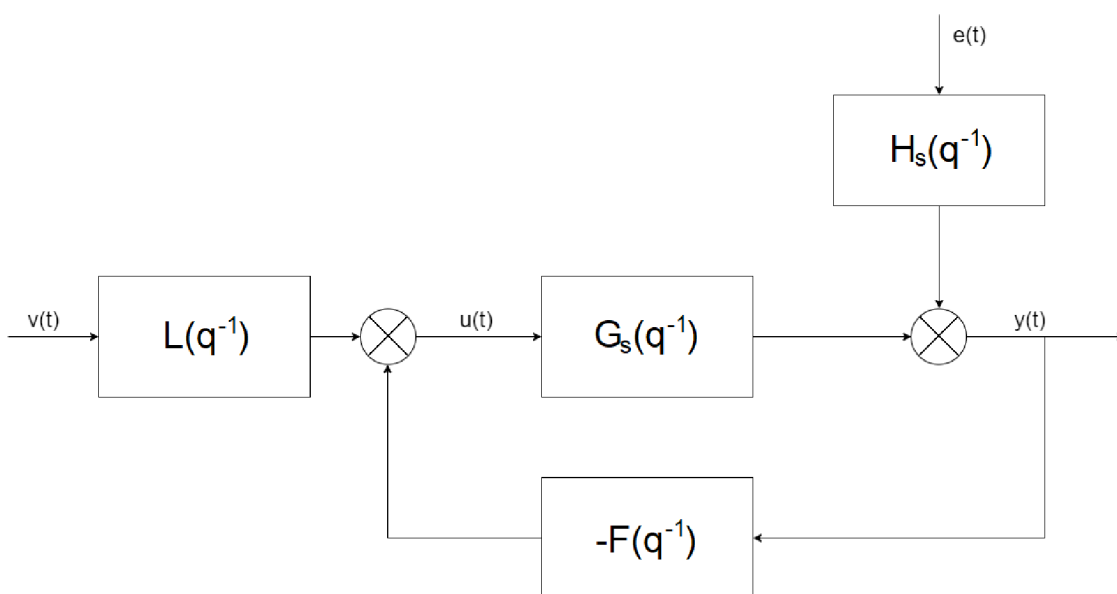
V rámci této semestrální práce budou vytvořeny čtyři různé testovací modely, na nichž budou jednotlivé identifikační metody odzkoušeny. Testování metod a identifikace parametrů modelu motoru bude probíhat v zapojení s uzavřenou smyčkou a rušením působícím na výstupu soustavy. Na vstup regulačního obvodu bude přiváděn signál binární pseudonáhodné posloupnosti.

## 2 IDENTIFIKACE V UZAVŘENÉ SMYČCE

Identifikace systému, který je zapojený v obvodu s uzavřenou smyčkou, není zcela jednoduchá, jelikož dochází ke korelaci vstupních a výstupních dat. Tato skutečnost vede k tomu, že klasická metoda nejmenších čtverců při identifikaci selhává. Je tedy vhodné použít některou ze sofistikovanějších metod (např. metodu pomocných proměnných nebo rozšířenou metodu nejmenších čtverců). [1]



Obrázek 1 Regulační obvod



Obrázek 2 Experimentální zapojení systému pracujícího v uzavřené smyčce

Na obrázku 2 představují bloky  $L(q^{-1})$  a  $F(q^{-1})$  regulátory. Identifikací se určují bloky  $G_s(q^{-1})$  a  $H_s(q^{-1})$ .

### 2.1 Metody přístupu k identifikaci

Používají se dvě různé metody přístupu. První z nich je metoda přímého přístupu, která používá vstupní signál  $x$  identifikovaného systému (akční zásah regulátoru) a výstupní signál  $y$ . Druhou metodou je metoda nepřímého přístupu, kdy se nejprve identifikuje přenos uzavřené smyčky (vstup  $w$ , výstup  $y$ ) a následně se

pomocí blokové algebry vypočítá hledaný přenos systému. U této metody je však nutné znát přenos regulátoru. [1]

## 2.2 Požadavky pro úspěšnou identifikaci

Pro úspěšnou identifikaci je nutné splnit několik daných podmínek. [1, 2, 3]

- 1) Aby nedošlo ke vzniku algebraických smyček v uzavřené smyčce, je nutné, aby platilo, že  $G_S(0) = 0$ .
- 2) Podsystemy uzavřené smyčky musí být asymptoticky stabilní a nesmí mít žádné skryté nestabilní kořeny.
- 3) Externí signál  $v(t)$  je stacionární a trvale perzistentní dostatečného řádu.
- 4) Externí signál  $v(t)$  a rušení  $e(s)$  nejsou vzájemně korelované.
- 5) Vzorkovací periodu je vhodné zvolit jako desetinu doby náběhu. Krátká perioda vzorkování může vést k problémům, jelikož jsou póly blízko jedné. Naopak při dlouhé periodě vzorkování může docházet ke ztrátám podstatných informací.
- 6) Znat řád identifikovaného systému předem.
- 7) Řád regulátoru musí být dostatečně velký.
- 8) Odhady parametrů musí být při použití identifikační metody stálé, tj. proces musí být parametricky identifikovatelný.
- 9) Identifikační algoritmus musí být dostatečně rychlý.

## 2.3 Vstupní signál

Volba vstupního signálu a jeho následné přizpůsobení má výrazný vliv na kvalitu identifikace. V této podkapitole jsou uvedeny tři často používané typy vstupního signálu. [1]

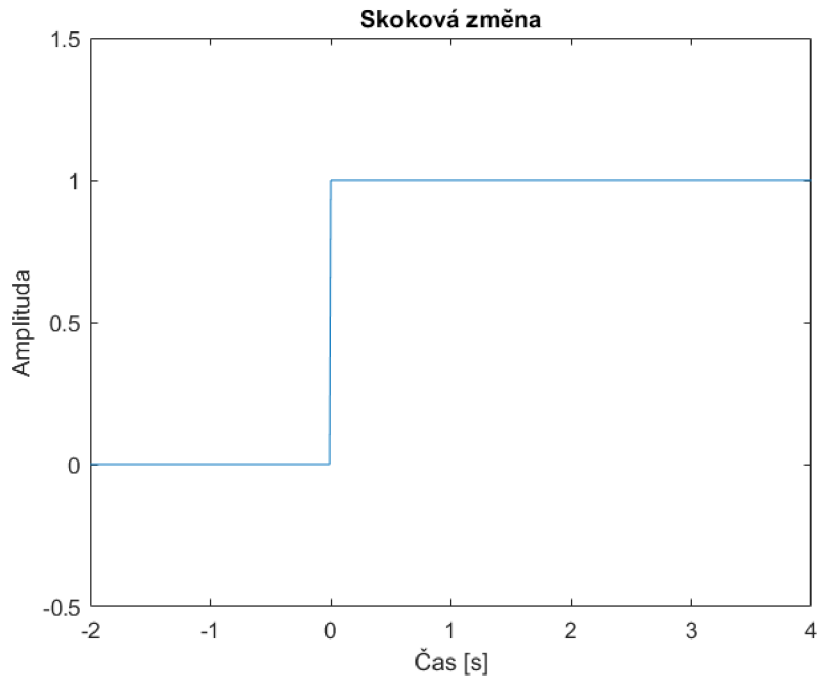
### 2.3.1 Skoková změna signálu

Skokovou změnu signálu lze popsat matematicky jako

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 0 \\ A & \text{pro } t \geq 0 \end{cases}$$

kde  $A$  je zvolená amplituda skoku, kterou je nutné volit tak, aby dostatečně převyšovala úroveň šumu.

Skoková změna signálu se využívá jako jednoduchý způsob nalezení statického zesílení, dominantní časové konstanty nebo překmitu.



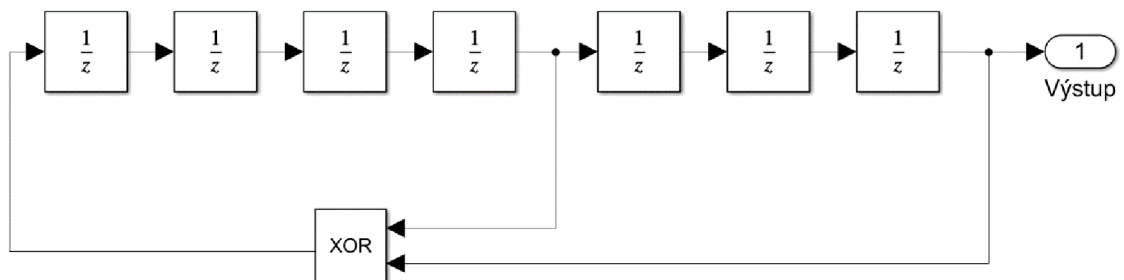
Obrázek 3 Příklad průběhu skokové změny signálu

### 2.3.2 Signál pseudonáhodné binární posloupnosti

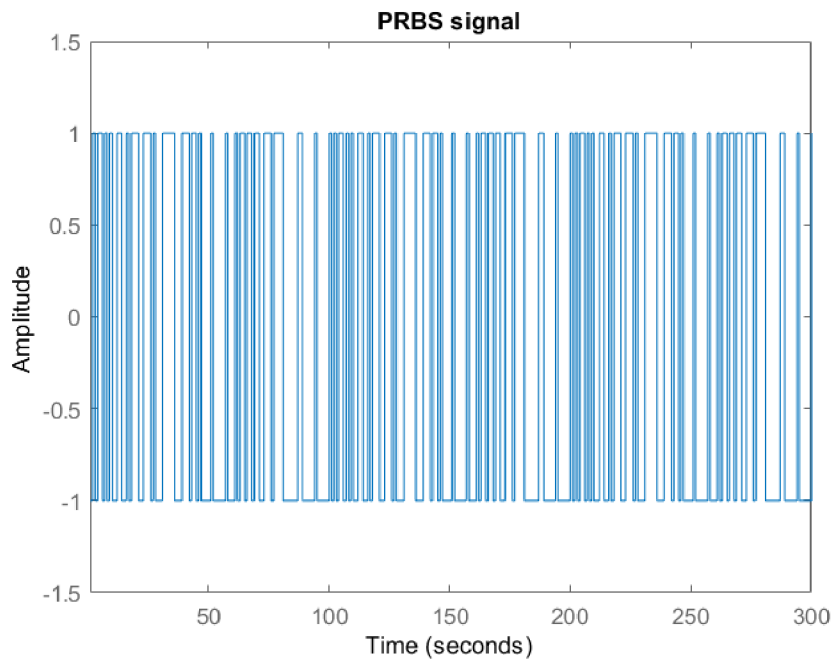
Signál pseudonáhodné binární posloupnosti (zkráceně PRBS z anglického sousloví Pseudo Random Binary Sequence) je periodický signál náhodně přepínající mezi dvěma hodnotami. Lze jej vytvořit pomocí posuvných registrů a sčítaček modulo 2 (funkce exkluzivního součtu). Periodu signálu je možné vypočítat pomocí následující rovnice, v níž se  $n$  rovná počtu použitých posuvných registrů.

$$T = 2^n - 1 \quad (2.3.1)$$

Při použití PRBS signálu se volí dvě hodnoty, kterých bude signál nabývat, perioda a vzorkovací perioda. Vzorkovací perioda je doba, po jejímž uplynutí se může změnit hodnota signálu.



Obrázek 4 Schéma zapojení obvodu pro generování PRBS signálu



**Obrázek 5 Příklad průběhu signálu PRBS**

### 2.3.3 Součet sinusoid

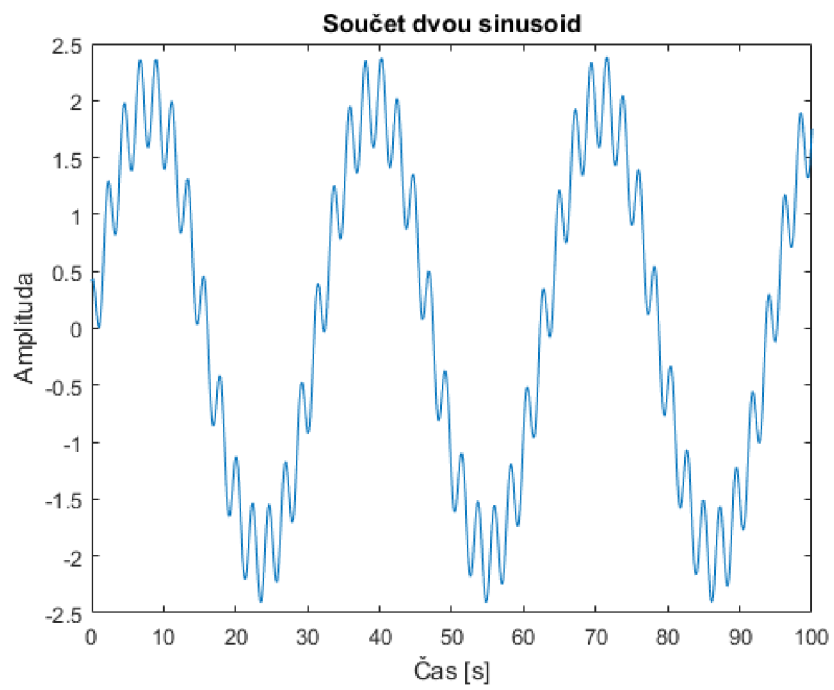
Tento typ vstupního signálu je dán součtem dílčích sinusoid

$$u(t) = \sum_{j=1}^m a_j \sin(\omega_j t + \varphi_j) \quad (2.3.2)$$

v němž se jednotlivé úhlové frekvence liší

$$0 \leq \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_m \leq \pi$$

přičemž  $\omega_1 = 0$  odpovídá stejnosměrné složce a  $\omega_m = \pi$  odpovídá složce, jež bude v každém kroku měnit své znaménko (osciluje s periodou dvou vzorkovacích intervalů). U tohoto signálu se volí amplituda  $a$ , kmitočet  $\omega$  a fáze  $\varphi$ . Počet sinusoid je dán počtem neznámých parametrů. Jsou-li například neznámé parametry čtyři, použije se součet minimálně dvou harmonických signálů.



**Obrázek 6** Příklad průběhu signálu tvořeného součtem dvou sinusoid

# 3 METODA NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ A JEJÍ MODIFIKACE

## 3.1 Jednorázová metoda nejmenších čtverců (MNČ)

Tato metoda patří mezi tzv. off-line metody identifikace. Při použití této metody se uvažuje jeden vstup a jeden výstup. U poruchové veličiny se předpokládá nulová střední hodnota. Závislost výstupu na vstupu popisuje následující rovnice.

$$y = bx \tag{3.1.1}$$

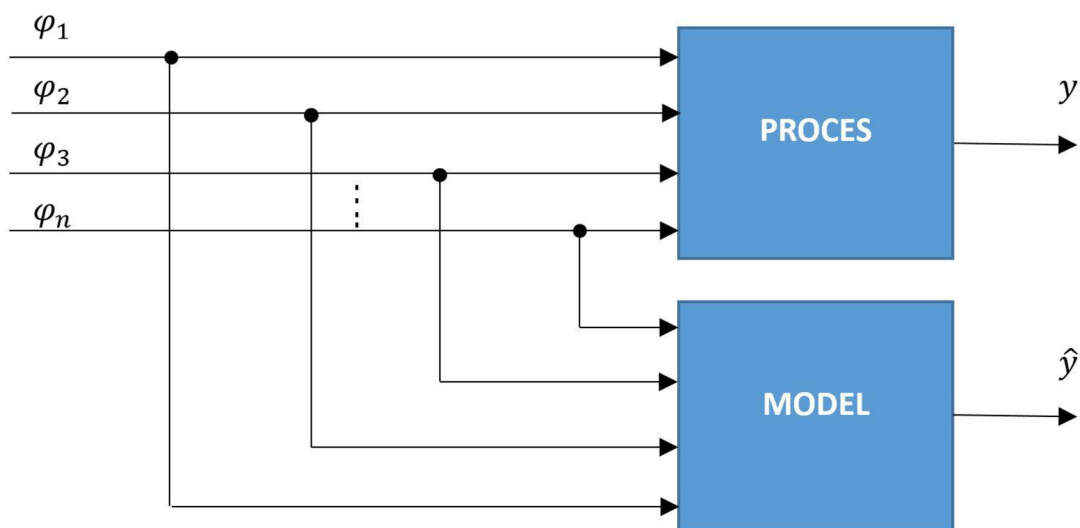
Provede-li se  $j$  měření, je možné určit optimální velikost parametru  $b$  metodou nejmenších čtverců z rozdílů mezi naměřenými hodnotami. Poté lze určit následující kritérium

$$J(b) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^j (y_{im} - y_{iv})^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^j (y_{im} - bx_i)^2 \rightarrow \min \tag{3.1.2}$$

kde  $y_{im}$  je měřená hodnota a  $y_{iv}$  je vypočtená hodnota.

$$\frac{\partial}{\partial b} J(b)|_{b=\hat{b}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^j 2(y_{im} - bx_i)(-x_i) = 0 \rightarrow b = \frac{\sum_{i=1}^j x_i y_{im}}{\sum_{i=1}^j x_i^2} \tag{3.1.3}$$

Rozšíření metody na  $n$  vstupů nebo vnitřních stavů znázorňuje obrázek 7.



Obrázek 7 Vztah mezi procesem a modelem procesu



Model lze popsat experimentální rovnicí regrese

$$\hat{y}(i) = \varphi_1(i) \cdot \theta_1 + \varphi_2(i) \cdot \theta_2 + \varphi_3(i) \cdot \theta_3 + \dots + \varphi_n(i) \cdot \theta_n = \varphi^T(i) \cdot \theta + \varepsilon \quad (3.1.4)$$

$$\theta = (\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \dots \ \theta_n)^T$$

$$\varphi^T(i) = (\varphi_1(i) \ \varphi_2(i) \ \varphi_3(i) \ \dots \ \varphi_n(i))$$

kde  $\hat{y}$  je odhad výstupní veličiny modelu,  $\theta$  je hledaný vektor neznámých parametrů,  $\varphi$  je vektor známých měřených funkcí,  $i$  je krok výpočtu,  $\varepsilon$  je chyba v kroku výpočtu. Proměnné  $\varphi_i$  se označují jako regresní proměnné a model je tudíž nazván regresním modelem. [4, 5]

První odhad parametrů modelu lze provést po  $n$  měřeních. Za předpokladu, že se parametry vektoru  $\theta$ , které mají být určeny, v průběhu procesu identifikace nemění, lze po  $n$ -tém kroku určit jejich hodnotu.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} & \dots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} & \dots & \varphi_{2n} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} & \dots & \varphi_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{n1} & \varphi_{n2} & \varphi_{n3} & \dots & \varphi_{4n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

Z maticového zápisu vyplývá:

$$Y = \phi\theta + \varepsilon \quad (3.1.6)$$

Po jednoduché úpravě rovnice se získá:

$$\varepsilon = Y - \phi\theta$$

Zjišťuje se minimum účelové funkce:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon = \frac{1}{2} \|\varepsilon\|^2 = \frac{1}{2} (Y - \phi\theta)^T (Y - \phi\theta) \quad (3.1.7)$$

Minimum se dostane, položí-li se derivace podle vektoru parametrů  $\theta$  rovna nule.

$$\left. \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = \frac{1}{2} [\phi(Y - \phi\theta)^T + (Y - \phi\theta)\phi^T] = 0$$

$$\left. \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = \phi^T(Y - \phi\theta) = \phi^T Y - \phi^T \phi \theta = 0$$

$$\theta = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y \quad (3.1.8)$$

Z předešlé rovnice se stanoví kovarianční matice  $P(i)$ :

$$P(i) = (\phi^T \phi)^{-1} \quad (3.1.9)$$

Tato matice nesmí zahrnovat lineárně závislé vektory  $\varphi(k)$ , proto je při estimaci kladen požadavek na její pozitivní definitnost. [4, 5]

### 3.2 Rekurzivní metoda nejmenších čtverců (RMNČ)

Tato metoda patří mezi metody tzv. on-line identifikace, v níž se nový odhad  $\hat{\theta}(k)$  určí malou úpravou předešlého odhadu  $\hat{\theta}(k-1)$ . Rekurzivní identifikace náleží mezi podstatné části adaptivních systémů, kdy se řízení nebo filtrace provádí podle nejaktuálnějšího modelu. Výhodou je nízká náročnost na paměť, jelikož nejsou ukládána všechna data jako u off-line metod, ale jen pár zpožděných hodnot. Rekurzivní identifikace může být upravena s cílem pozorovat časově proměnné parametry. Dále může být využita k rozpoznávání poruch, při nichž se parametry systému rychle mění. Struktura této metody je popsána níže. [6]

Odhad parametrů se uvažuje podle vzorce

$$\hat{\theta}(k) = \left[ \sum_{i=1}^k \varphi(i) \varphi^T(i) \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^k \varphi(i) y(i) \right] \quad (3.2.1)$$

Označí se

$$P(k) = \left[ \sum_{i=1}^k \varphi(i) \varphi^T(i) \right]^{-1} \quad (3.2.2)$$

Následně se poté snadno získá

$$P^{-1}(k) = P^{-1}(k-1) + \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (3.2.3)$$

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= P(k) \left[ \sum_{i=1}^{k-1} \varphi(i) \varphi^T(i) + \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^{k-1} \varphi(i) y(i) + \varphi(k) y(k) \right] = \\ &= P(k) \left[ P^{-1}(k-1) \hat{\theta}(k-1) + \varphi(k) y(k) \right] = \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

$$= \hat{\theta}(k-1) + P(k)\varphi(k)[y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1)]$$

Další možností zápisu je

$$K(k) = P(k)\varphi(k) \quad (3.2.5)$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \quad (3.2.6)$$

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)\varepsilon(k) \quad (3.2.7)$$

Poté je nutné stanovit  $P(k)$ . Může se k tomu využít lemma o inverzi matice.

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1}DA^{-1} \quad (3.2.8)$$

Ta se nyní použije na rovnici

$$P(k) = [P^{-1}(k-1) + \varphi(k)\varphi^T(k)]^{-1} \quad (3.2.9)$$

kde  $A = P^{-1}(k-1)$ ,  $B = \varphi(k)$ ,  $C = 1$  a  $D = \varphi^T(k)$

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \quad (3.2.10)$$

Ve skutečnosti se však zde místo inverze matice řeší skalární dělení. Určitého zjednodušení rovnice dosáhneme dosazením rovnice (3.2.10) do vzorce pro  $K(k)$ . [6]

$$\begin{aligned} K(k) &= P(k)\varphi(k) = \\ &= P(k-1)\varphi(k) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} = \\ &= \frac{P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

### 3.3 RMNČ s exponenciálním zapomínáním

Technika exponenciálního zapomínání se používá v případech, kdy je požadováno, aby byl algoritmus schopný pozorovat pomalé změny parametrů identifikovaného procesu.

Cílem této modifikace metody nejmenších čtverců je změna kritériální funkce

$$J_k(\theta) = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \varepsilon^2(i) \quad (3.3.1)$$

kde se koeficient zapomínání nastavuje v rozsahu (0.95; 0.99). Odhad parametrů je možné uskutečnit podle rovnice

$$\hat{\theta}(k) = \left[ \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \varphi(i) \varphi^T(i) \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \varphi(i) y(i) \right] \quad (3.3.2)$$

$$P^{-1}(k) = \lambda P^{-1}(k-1) + \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (3.3.3)$$

$$\sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \varphi(i) y(i) = \lambda \sum_{i=1}^{k-1} \lambda^{k-i-1} \varphi(i) y(i) + \varphi(k) y(k) \quad (3.3.4)$$

Následné odvození je obdobné jako u rekurzivní metody nejmenších čtverců bez exponenciálního zapomínání. Rovnice (3.2.5), (3.2.6) a (3.2.7) platí i v tomto případě. Platí tedy, že

$$K(k) = \frac{P(k-1) \varphi(k)}{\lambda + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} \quad (3.3.5)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} \left[ P(k-1) - \frac{P(k-1) \varphi(k) \varphi^T(k) P(k-1)}{\lambda + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} \right] \quad (3.3.6)$$

V případě, že  $\lambda \neq 1$ , rekurzivní metoda nejmenších čtverců nekonverguje. Pokud je však  $\lambda < 1$ , dochází ke zlepšení sledování časově proměnných parametrů. Z tohoto důvodu se konstanta  $\lambda$  nahrazuje  $\lambda(k)$ .

$$\lambda(k) = \lambda_0 \lambda(k-1) + (1 - \lambda_0) \quad (3.3.7)$$

Počáteční hodnoty se ve většině případů nastavují na  $\lambda_0 = 0.99$  a  $\lambda(0) = 0.95$ . Použijeme-li rovnici (3.3.7), dojde ke zlepšení chování rekurzivní metody nejmenších čtverců v přechodových dějích. [6]

Rekurzivní algoritmus vyžaduje prvotní nastavení  $\hat{\theta}(0)$  a  $P(0)$ . Za předpokladu, že o parametrech nevíme nic, zvolíme  $\hat{\theta}(0) = 0$  a  $P(0) = \rho I$ , kde  $\rho$  je velké číslo (zpravidla  $10^5$ ). Známe-li však apriorní odhad parametrů, použijeme jej. V případě, že známe přesnost tohoto odhadu, lze nastavit matici  $P(0)$  ( $\lambda^2 P(k)$  je kovarianční matice  $\hat{\theta}(k)$ ). Pro malé  $P^{-1}(0)$  (resp.  $P(0)$  je velké) se odhad on-line metodou přibližuje odhadu off-line metodou. [6]

Za určitých situací se může stát, že matice  $P(k)$  bude indefinitní (tj. neurčitá) a to i přesto, že teoreticky by měla být pozitivně definitní. To může následně vést k divergenci získaného odhadu parametrů. Této nežádoucí situaci můžeme zabránit použitím odmocninových filtrů, kdy se místo obnovování matice  $P(k)$  obnovuje její odmocnina. Vychází se z některého rozkladu matice  $P(k)$ , což nám zabezpečí, že matice  $P(k)$  bude trvale pozitivně definitní. [6]

### 3.4 Metody pomocných proměnných

Vychází se ze systému popsaného následujícími diferenčními rovnicemi

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + v(k) \quad (3.4.1)$$

v níž  $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$  a  $B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + a_{n_b} q^{-n_b}$ .

Tuto rovnici lze zapsat také jako

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + v(k) \quad (3.4.2)$$

kde

$$\varphi^T(k) = \begin{pmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_a) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b) \end{pmatrix} \quad \theta^T = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{n_a} \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{n_b} \end{pmatrix}$$

Tvar rovnice (3.4.2) odpovídá tvaru rovnice, jež se používá u lineární regrese. [7]

Minimalizaci kritéria

$$J_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k) \quad (3.4.3)$$

řeší rovnice

$$\hat{\theta} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y(k) \right] \quad (3.4.4)$$

Výpočet odhadu se provádí stejnými algoritmy. Statistické vlastnosti závisí na tom, jestli je vektor měřených veličin  $\varphi(k)$  apriorně známý, nebo má původ v realizaci stochastického (náhodného) procesu. [7]

Obecně je podstatou této metody vznik nového vektoru pozorování  $\varphi(k)$ , který bude co nejvíce korelovaný s nezašuměnými daty vstupu a výstupu a co nejméně korelovaný se šumem  $v(k)$ .

Usiluje se o dosažení výsledku

$$E\varphi(k)v(k) = R_{\varphi v}(0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varphi(i)v(i) = 0 \quad (3.4.5)$$

Aplikují se dva druhy přístupu:

- a) *Metoda pomocných proměnných se zpožděnými pozorováními*
- b) *Metoda pomocných proměnných s dodatečným modelem*

Při odvozování metody pomocných proměnných se uvažuje rovnice (3.4.2):

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + v(k)$$

Vynásobíme-li obě strany rovnice  $\varphi(k)$ , pak sumací pro  $k = 1, \dots, N$  získáme

$$\sum_{k=1}^N \varphi(k)y(k) = \left[ \sum_{k=1}^N \varphi(k)\varphi^T(k) \right] \theta + \sum_{k=1}^N \varphi(k)v(k) \quad (3.4.6)$$

Nejsou-li  $\varphi(k)$  a  $v(k)$  korelované, pak poslední člen rovnice je roven 0. Pro vektor  $\theta$  pak bude platit

$$\theta = \left[ \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N \varphi(k) v(k) \quad (3.4.7)$$

Za předpokladu, že  $\varphi(k)$  a  $v(k)$  jsou korelované, můžeme aplikovat vektor  $\zeta(k)$  o rozměru  $n$ , který bude korelovaný s  $\varphi(k)$  a nekorelovaný s  $v(k)$ .

$$\sum_{k=1}^N \zeta(k) y(k) = \left[ \sum_{k=1}^N \zeta(k) \varphi^T(k) \right] \theta + \sum_{k=1}^N \zeta(k) v(k) \quad (3.4.8)$$

Tímto dostaneme neposunutý odhad. Vektor  $\zeta(k)$  pojmenujeme jako vektor pomocných proměnných. [7]

$$\theta = (Z^T \phi)^{-1} Z^T Y \quad (3.4.9)$$

### 3.4.1 Metoda pomocných proměnných se zpožděnými pozorováními (MZP)

Vektor pomocných proměnných  $\zeta(k)$  je velice podobný vektoru  $\varphi(k)$ . Hlavním rozdílem však je, že vektor pomocných proměnných zahrnuje zpožděné hodnoty výstupu  $y(k)$ , které jsou závislé na předcházejících hodnotách šumu. Z toho vyplývá, že vektor není v aktuálním kroku korelovaný se šumem. Díky této úpravě se získá neposunutý odhad.

$$\zeta(k) = \begin{pmatrix} -y(k-1-d) \\ \vdots \\ -y(k-n_a-d) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b) \end{pmatrix}$$

Hodnotu  $d$  volíme tak, aby  $d \geq \deg C(q^{-1})$ . [7]

### 3.4.2 Metoda pomocných proměnných s dodatečným modelem (MSDM)

Účel této metody je totožný jako u předchozí metody pomocných proměnných se zpožděnými pozorováními.

Uvažuje se struktura modelu

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + A(q^{-1})e(k) \quad (3.4.10)$$

Model odpovídá stavu, kdy šum  $e(k)$  vstupuje na výstup soustavy s přenosem

$$F(z^{-1}) = \frac{z^{-1}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

Předpokládá se, že porucha  $e(k)$  je nezávislá na vstupu  $u(k)$  a má nulovou střední hodnotu a nenulový rozptyl. [7]

Model predikce, jež bude představovat pomocnou proměnnou, je možné určit následovně

$$y_{ivm}(k) = -a_1y_{ivm}(k-1) - \dots + b_1u(k-1) + \dots \quad (3.4.11)$$

Ze zápisu vyplývá, že nezávisí na minulé hodnotě výstupu, nýbrž na jeho odhadu. Proměnná  $y(k-1)$  je nahrazena proměnnou  $y_{ivm}(k-1)$ , na níž bude méně působit porucha. Tímto dostaneme neposunutý odhad. Hodnoty koeficientů  $a$  a  $b$  je možné získat odhadem pomocí klasické metody nejmenších čtverců. [7]

$$\zeta(k) = \begin{pmatrix} -y_{ivm}(k-1) \\ \vdots \\ -y_{ivm}(k-n_a) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b) \end{pmatrix}$$

Přizpůsobovací algoritmus setrvává obdobný jako u rekurzivní metody nejmenších čtverců. Jediným rozdílem je změněný vektor pozorování  $\varphi(k)$ . Tuto metodu je nutné také inicializovat rekurzivní metodou nejmenších čtverců. Opět se volí, jako u předešlé metody se zpožděnými pozorováními, pěti až osmi násobek neznámých koeficientů. V případě, že se zvolí malý násobek neznámých



koeficientů anebo získaný odhad není dostatečně přesný, může algoritmus přizpůsobení divergovat. [7]

### 3.5 Rozšířená metoda nejmenších čtverců (EXTMNČ)

Metoda byla vytvořena k identifikaci modelu, jež je popsán následující rovnicí

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})e(k) \quad (3.5.1)$$

Identifikací dostáváme nevychýlený odhad modelu soustavy a navíc také model poruchy. [8]

K řešení se užívá rekurzivní metoda nejmenších čtverců s rozšířeným vektorem odhadovaných parametrů o koeficienty polynomu  $C(q^{-1})$  a rozšířeným vektorem pozorování o aposteriorní chyby predikce. [8]

$$\varphi(k) = \begin{pmatrix} -y(k) \\ \vdots \\ -y(k - n_a + 1) \\ u(k) \\ \vdots \\ u(k - n_b + 1) \\ \varepsilon(k|k) \\ \vdots \\ \varepsilon(k - n_c + 1|k - n_c + 1) \end{pmatrix} \quad \theta(k) = \begin{pmatrix} \hat{a}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{a}_{n_a}(k) \\ \hat{b}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{b}_{n_b}(k) \\ \hat{c}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{c}_{n_c}(k) \end{pmatrix}$$

Pro určité hodnoty polynomu  $C(q^{-1})$  a pro některé druhy vstupních signálů nemusí algoritmus metody konvergovat. Konvergence parametrů  $C(q^{-1})$  bývá zpravidla pomalejší, nežli konvergence parametrů  $A(q^{-1})$  a  $B(q^{-1})$ . [8]

### 3.6 Metoda maximální věrohodnosti

Tato metoda vychází z rozšířené metody nejmenších čtverců. Hlavním rozdílem je, že vektor pozorování je filtrován filtrem s přenosem  $\frac{1}{C(k, q^{-1})}$ , kde  $C(k, q^{-1})$  je odhad  $C(q^{-1})$  v k-tém kroku. Tato úprava rozšířené metody nejmenších čtverců vede k lepší konvergenci a zlepšuje rychlost snižování korelace mezi vektorem pozorování a chybou predikce. Důležitou podmínkou pro použití je stabilita filtru. [8]

$$\varphi_{MMV}(k) = \frac{1}{\hat{C}(k, q^{-1})} \begin{pmatrix} u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b+1) \\ -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_a+1) \\ e(k-1) \\ \vdots \\ e(k-n_c+1) \end{pmatrix} \quad \theta(k) = \begin{pmatrix} \hat{b}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{b}_{n_b}(k) \\ \hat{a}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{a}_{n_a}(k) \\ \hat{c}_1(k) \\ \vdots \\ \hat{c}_{n_c}(k) \end{pmatrix}$$

Odhad polynomu  $C(q^{-1})$  v kroku  $k$ :

$$\hat{C}(k, q^{-1}) = 1 + \hat{c}_1(k)q^{-1} + \dots + \hat{c}_{n_c}(k)q^{-1} \quad (3.6.1)$$

Bez odhadu polynomu  $C(k, q^{-1})$  není možné spustit výpočet hned od začátku identifikace. Je nutné definovat horizont inicializace, kdy se používá rozšířená metoda nejmenších čtverců. Většinou se jako horizont inicializace volí 5 až 8 násobek počtu neznámých koeficientů. Přechod na metodu maximální věrohodnosti není možné učinit dříve než je zaručena stabilita filtru s polynomem  $C(q^{-1})$ . [8]

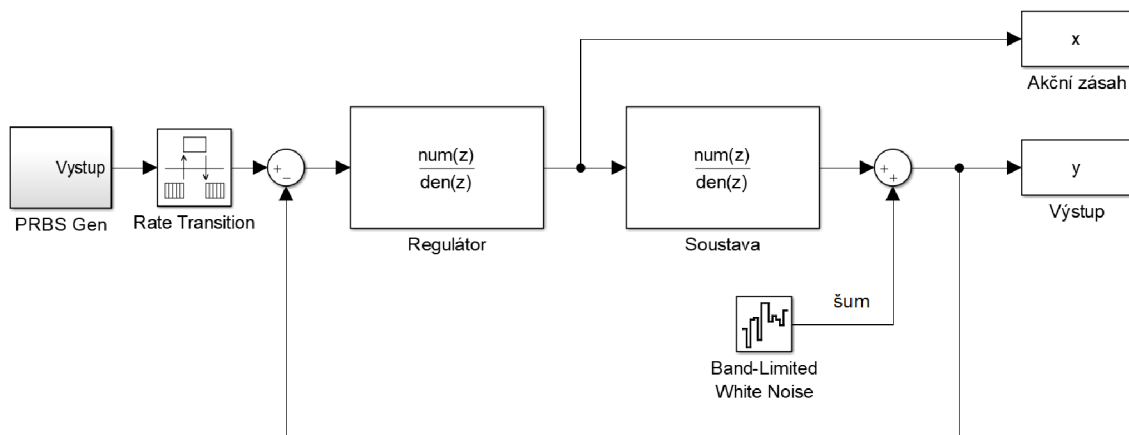
## 4 IMPLEMENTACE VYBRANÝCH METOD

### 4.1 Testování identifikačních metod

Pro testování použitelnosti a statistickou analýzu výsledků byly vybrány následující metody:

- Metoda nejmenších čtverců
- Metoda pomocných proměnných
- Rozšířena metoda nejmenších čtverců

V prostředí MATLAB-Simulink byl vytvořen testovací model sestávající ze známého regulátoru a hledané soustavy, na jejímž výstupu byly přičítány hodnoty rušení, jež mělo podobu bílého šumu. Jako vstupní signál byl zvolen signál PRBS.



Obrázek 8 Zpojení testovacího obvodu

V programu MATLAB byly vytvořeny skripty a funkce s rovnicemi pro výpočty jednotlivých identifikačních metod.

```

%% Metoda pomocných proměnných s dodatečným modelem (MSDM)
% zjistění počátečních parametrů pomocí MNC
k = 2:length(x);
FI2a = [-y(k-1), x(k-1)];
Y = y(k);
THETA_MNC = FI2a \ Y;

y_pom = zeros(size(x));
for k = 3:length(x)
    y_pom(k) = THETA_MNC(2)*x(k-1) - THETA_MNC(1)*y_pom(k-1);
end

% samotná metoda MSDM
k = 2:length(x);
FI2 = [-y(k-1), x(k-1)];
ZETA2 = [-y_pom(k-1), x(k-1)];
Y = y(k);
THETA2 = (ZETA2'*FI2) \ (ZETA2'*Y);
Fs_msdm = (THETA2(2)) / (z + THETA2(1));

```

Obrázek 9 Ukázka části skriptu s výpočtem metody pomocných proměnných

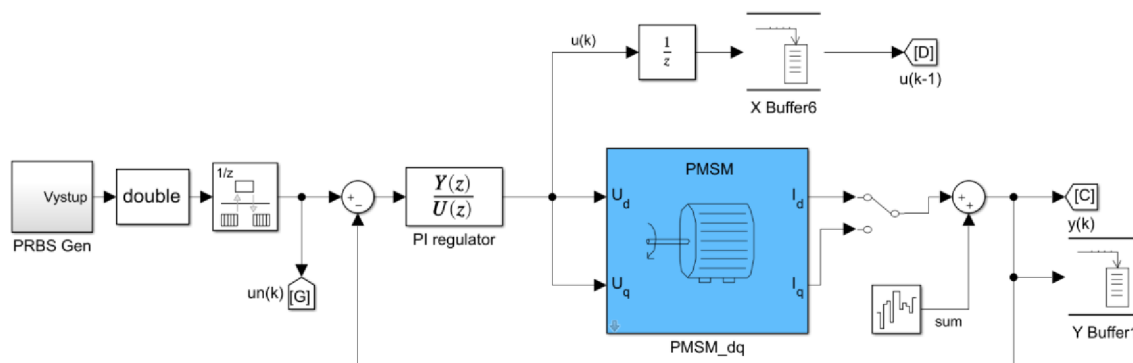
## 4.2 Identifikace modelu reálného motoru

Jako model reálného systému byl vybrán model reálného synchronního motoru s permanentními magnety, který byl poskytnut vedoucím práce panem Ing. Lukášem Pohlem, Ph.D. Identifikace modelu reálného motoru probíhala z velké části v prostředí Simulink. Pro identifikaci byla zvolena metoda nejmenších čtverců a také metoda pomocných proměnných. Obě metody byly implementovány v Simulinku. Výpočet identifikovaného přenosu motoru a parametrů motoru probíhal pomocí skriptu v programu MATLAB. Nastavování parametrů simulace se rovněž uskutečňovalo v programu MATLAB. Jako vstupní signál byl zvolen signál PRBS. Identifikace probíhala metodou přímého i nepřímého přístupu. Na výstup motoru působilo rušení v podobě bílého šumu. Součástí obvodu je PI regulátor s přenosem

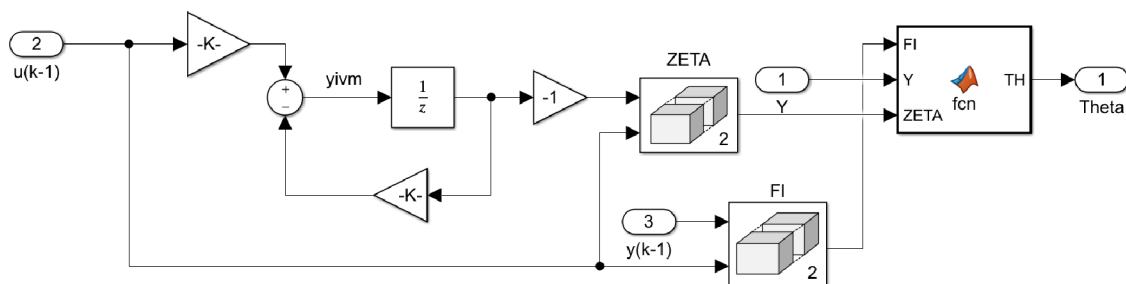
$$F_R(z) = \frac{0,192z - 0,162}{z - 1}$$

při vzorkovací periodě 50  $\mu$ s. Délka simulace byla nastavena na 2 sekundy. Data pro výpočty byly uchovávány v blocích Buffer s velikostí 4 096 hodnot. Součástí zapojení identifikačních metod jsou bloky osciloskopů, v nichž je možné pozorovat

průběžnou změnu identifikovaných parametrů přenosu motoru s odchylkou od původních (daných) parametrů.



Obrázek 10 Zapojení s modelem reálného motoru



Obrázek 11 Ukázka implementace MSDM v Simulinku

Na obrázku 11 je znázorněna implementace metody pomocných proměnných s dodatečným modelem v prostředí Simulink. Blok Matlab function provádí funkci  $TH = (ZETA' \cdot FI) \setminus (ZETA' \cdot Y)$ .

## 5 SIMULACE A STATISTICKÁ ANALÝZA DAT

Simulace probíhala na čtyřech různých typech soustav – 1. řádu, 2. řádu, 3. řádu a astatické 1. řádu. Cílem bylo identifikovat přenos soustavy metodou přímého přístupu. Pro všechny uvedené metody identifikace bylo provedeno pět simulací, přičemž každá simulace probíhala s jiným vstupním PRBS signálem. Z každé simulace pak byly z přechodové charakteristiky dané soustavy s dosazenými identifikovanými parametry odečteny jednotlivé body průběhů. Čas odečtů bodů byl volen tak, aby respektoval dynamiku dané přechodové charakteristiky. Rovněž byly zaznamenávány hodnoty koeficientů vektoru théta, které také posloužily k vyhodnocení spolehlivosti jednotlivých metod. Následně byla provedena statistická analýza získaných dat a to v podobě rozptylu a směrodatné odchylky. Doplňujícím prvkem pak bylo určení relativní chyby identifikovaného průběhu (v odečítaných bodech) od správného průběhu. Průběh vyhodnocování je v této kapitole demonstrován na metodě nejmenších čtverců. Postup vyhodnocování je u všech metod totožný.

### 5.1 Testovací soustava 1. řádu

$$F_S(p) = \frac{1}{2p + 1} \quad F_S(z) = \frac{0,004988}{z - 0,995}$$

$$F_R(p) = \frac{1,5(2p + 1)}{p} \quad F_R(z) = \frac{3z - 2,985}{z - 1}$$

Vzorkovací perioda byla zvolena 0,01 s.

**Tab. 1** Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky soustavy 1. řádu

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)										
t [s]	SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>				
1	0,393	0,484	0,482	0,465	0,484	0,482	0,479	5,26e-5	7,26e-3	22,0
3	0,776	0,752	0,754	0,731	0,752	0,747	0,747	7,10e-5	8,42e-3	3,7
5	0,918	0,793	0,796	0,774	0,794	0,789	0,789	6,30e-5	7,93e-3	14,0
9	0,989	0,800	0,804	0,781	0,801	0,796	0,796	6,58e-5	8,11e-3	19,5

**Tab. 2 Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta pro soustavu 1. řádu**

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)									
SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	RZ [-]	SO [-]	RCH [%]
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>				
4,99e-3	7,47e-3	7,41e-3	7,11e-3	7,46e-3	7,37e-3	7,36e-3	1,8e-8	1,34e-4	47,6
-0,995	-0,9907	-0,9907	-0,9909	-0,9907	-0,9907	-0,9907	6,40e-9	8,00e-5	-0,4

Legenda:

- t čas, v němž byla odečítána hodnota  
 SPH správná hodnota  
 PSH aritmetický průměr hodnot ze simulací  
 ROZ rozptyl  
 SO směrodatná odchylka  
 RCH relativní chyba

Symbol *e* v tabulkách značí člen 10<sup>x</sup> (např. 4,99e-3 je totožné s 4,99 · 10<sup>-3</sup>).

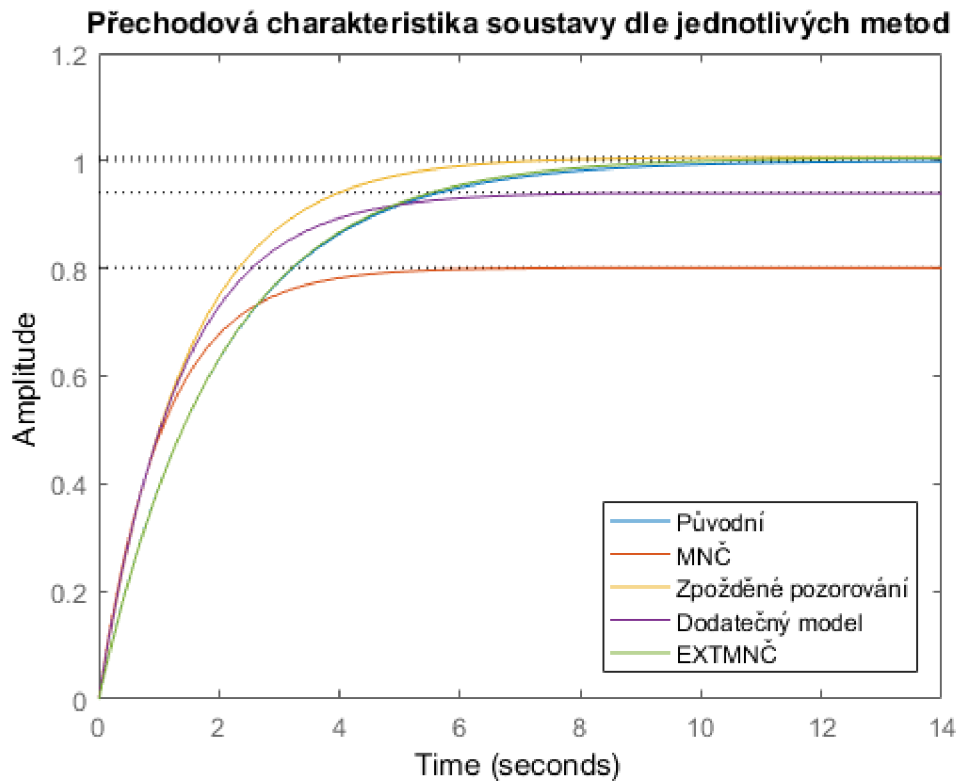
Příklad výpočtu:

$$\text{PSH} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{1}{5} \cdot 2,397 = \mathbf{0,479} \text{ [-]}$$

$$\text{ROZ} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \text{PSH})^2 = \frac{1}{5} \cdot 2,64 \cdot 10^{-4} = \mathbf{5,26 \cdot 10^{-5}} \text{ [-]}$$

$$\text{SO} = \sqrt{\text{ROZ}} = \sqrt{5,264 \cdot 10^{-5}} = \mathbf{7,26 \cdot 10^{-3}} \text{ [-]}$$

$$\text{RCH} = \frac{|\text{PSH} - \text{SPH}|}{\text{SPH}} \cdot 100 = \frac{|0,479 - 0,393|}{0,393} \cdot 100 = \mathbf{22,0 \%}$$



**Obrázek 12** Ukázka přechodových charakteristik identifikovaných přenosů soustavy 1. řádu

## 5.2 Testovací soustava 2. řádu

$$F_S(p) = \frac{2}{(1,2p + 1)(p + 1)}$$

$$F_S(z) = \frac{0,007841z + 0,007376}{z^2 - 1,825z + 0,8325}$$

$$F_R(p) = \frac{(2,2p + 1)}{p}$$

$$F_R(z) = \frac{2,2z - 2,1}{z - 1}$$

Vzorkovací perioda byla zvolena 0,1 s.

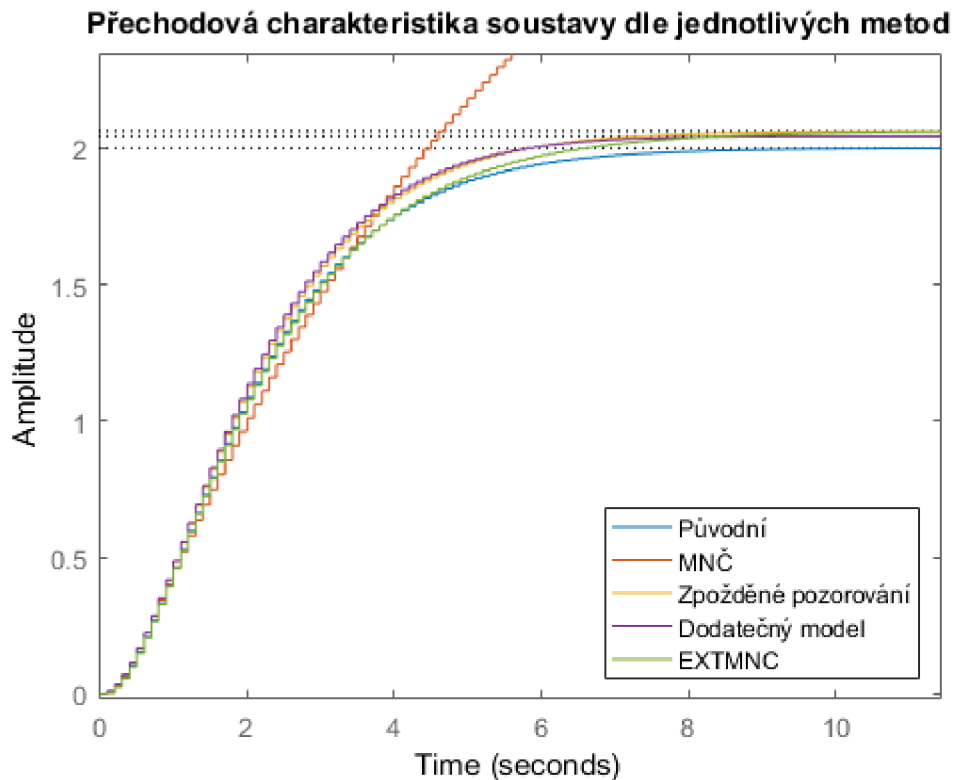
**Tab. 3** Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky soustavy 2. řádu

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)										
t [s]	SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>				
1	0,464	0,473	0,467	0,466	0,444	0,446	0,459	1,41e-4	0,0119	1,0
3	1,51	1,49	1,51	1,46	1,38	1,41	1,45	2,36e-3	0,0486	4,0
7	1,97	2,64	2,75	2,57	2,42	2,49	2,57	0,0132	0,115	30,7
30	2,00	3,68	4,00	3,55	3,30	3,42	3,59	0,0582	0,241	79,5



**Tab. 4** Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta pro soustavu 2. řádu

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)									
SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	RZ [-]	SO [-]	RCH [%]
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>				
-1,825	-1,649	-1,666	-1,607	-1,693	-1,679	-1,659	8,82e-4	0,0297	9,1
0,0325	0,6560	0,6726	0,6111	0,6988	0,6843	0,6646	9,12e-4	0,0302	20,2
7,84e-3	4,52e-3	5,86e-3	6,07e-3	1,02e-2	6,79e-3	6,68e-3	3,56e-6	0,00189	14,9
7,38e-3	1,74e-2	1,59e-2	1,91e-2	1,05e-2	1,49e-2	1,52e-2	8,44e-6	0,00290	111,0



**Obrázek 13** Ukázka přechodových charakteristik identifikovaných přenosů soustavy 2. řádu

### 5.3 Testovací soustava 3. řádu

$$F_S(p) = \frac{1}{(0,2p + 1)^3}$$

$$F_S(z) = \frac{0,001148z^2 + 0,003957z + 0,0008508}{z^3 - 2,456z^2 + 2,011z - 0,5488}$$

$$F_R(p) = 4,8 \left( 1 + \frac{1}{0,36p} + \frac{0,09p}{0,0072p + 1} \right)$$

$$F_R(z) = \frac{64,8z^2 - 124,3z + 60,02}{z^2 - 1,004z + 0,003866}$$

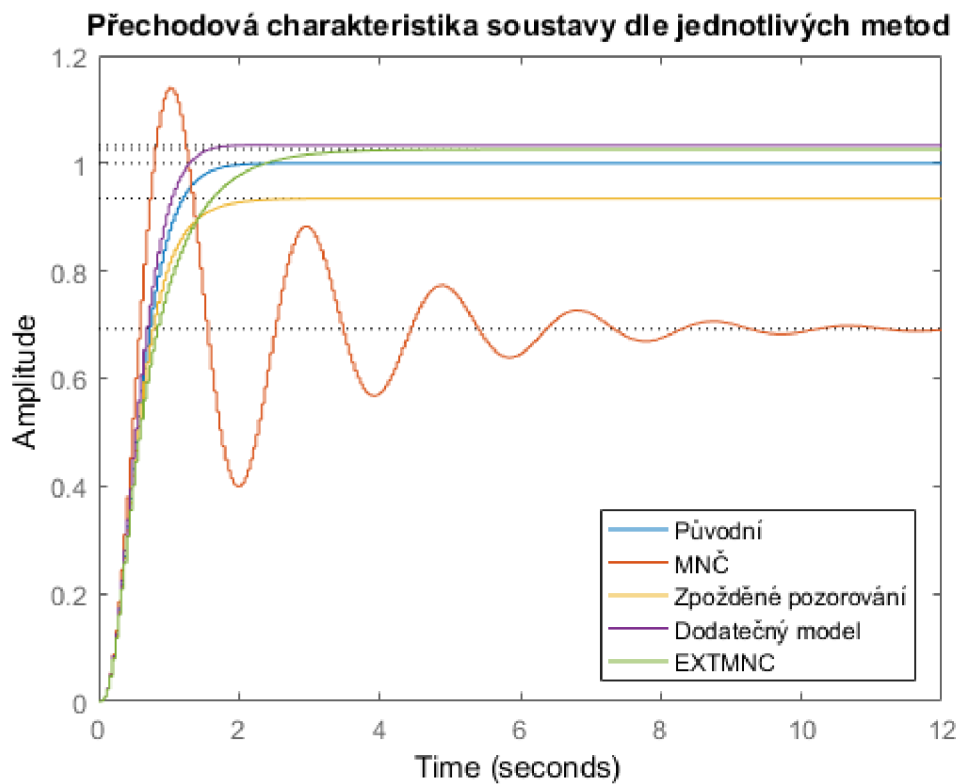
Vzorkovací perioda byla zvolena 0,04 s.

**Tab. 5 Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky soustavy 3. řádu**

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)										
t [s]	SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>				
0,5	0,430	0,460	0,459	0,468	0,458	0,466	0,462	1,62e-5	4,02e-3	7,5
1	0,875	0,952	0,947	0,970	0,925	0,961	0,951	2,31e-4	0,0152	8,7
2	0,997	0,927	0,909	0,910	0,902	0,927	0,915	1,04e-4	0,0102	8,2
4	1	0,920	0,904	0,908	0,899	0,921	0,910	7,62e-5	8,73e-3	9,0

**Tab. 6 Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta pro soustavu 3. řádu**

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)										
SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	RZ [-]	SO [-]	RCH [%]	
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>					
-2,456	-2,277	-2,289	-2,216	-2,177	-2,122	-2,216	3,81e-3	0,0617	9,8	
2,011	1,597	1,624	1,466	1,235	1,239	1,432	2,83e-2	0,1681	28,8	
-0,5488	-0,311	-0,324	-0,236	-0,100	-0,103	-0,215	9,48e-3	0,0973	60,9	
1,15e-3	1,18e-3	1,28e-3	1,12e-3	1,35e-3	1,40e-3	1,26e-3	1,06e-8	0,000103	10,1	
3,96e-3	4,30e-3	4,26e-3	4,49e-3	4,60e-3	1,60e-3	4,45e-3	2,09e-8	0,000145	12,5	
8,51e-4	2,48e-3	2,38e-3	2,96e-3	3,81e-3	3,87e-3	3,10e-3	4,05e-7	0,000636	264,2	



**Obrázek 14 Ukázka přechodových charakteristik identifikovaných přenosů soustavy 3. řádu**

## 5.4 Testovací astatická soustava 1. řádu

$$F_S(p) = \frac{2,4}{p}$$

$$F_S(z) = \frac{0,12}{z - 1}$$

$$F_R(p) = \frac{1,5(0,03p + 1)}{0,009p + 1}$$

$$F_R(z) = \frac{5z - 3,506}{z - 0,003866}$$

Vzorkovací perioda byla zvolena 0,05 s.

**Tab. 7** Vyhodnocení metody MNČ z přechodové charakteristiky astat. soustavy

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)										
t [s]	SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>				
10	24	23,8	23,6	23,6	23,4	24,1	23,7	0,0560	0,237	1,3
50	120	113	115	110	109	114	112	5,36	2,32	6,5
100	240	214	221	203	201	216	211	59,6	7,72	12,1
150	360	302	320	281	273	304	296	286	16,9	17,8

**Tab. 8** Vyhodnocení metody MNČ z parametrů théta soustavy s astatismem

Metoda nejmenších čtverců (MNČ)										
SPH [-]	Hodnoty ze simulací [-]					PSH [-]	RZ [-]	SO [-]	RCH [%]	
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>					
-1,000	-0,997	-0,998	-0,995	-0,998	-0,997	-0,997	8,47e-7	0,000920	0,3	
0,120	0,126	0,125	0,130	0,125	0,128	0,127	3,54e-6	0,00188	5,7	

## 5.5 Celkové srovnání jednotlivých metod

### 5.5.1 Srovnání podle bodů z přechodové charakteristiky

Následující tabulky slouží pro porovnání kvality (dané rozptylem, směrodatnou odchylkou a relativní chybou) identifikace mezi jednotlivými metodami na základě odečtu bodů z přechodové charakteristiky pro jednotlivé testovací soustavy.

**Tab. 9 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 1. řádu**

Metoda	t [s]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	1	5,26e-5	0,00726	22,0
	3	7,10e-5	0,00842	3,7
	5	6,30e-5	0,00794	14,0
	9	6,58e-5	0,00811	19,5
RMNČ	1	5,84e-6	0,00242	22,0
	3	9,10e-5	0,00954	2,8
	5	1,57e-4	0,0125	13,1
	9	1,75e-4	0,0132	18,4
MZP	1	2,78e-5	0,00527	24,7
	3	1,46e-5	0,00383	12,4
	5	5,36e-6	0,00232	5,9
	9	4,64e-6	0,00215	1,5
RMZP	1	6,24e-6	0,00250	23,8
	3	6,40e-7	0,000800	11,9
	5	2,56e-6	0,00160	5,5
	9	8,4e-6	0,00290	1,3
MSDM	1	3,34e-5	0,00578	23,9
	3	1,22e-5	0,00349	8,0
	5	7,76e-6	0,00279	0,2
	9	1,38e-5	0,00371	4,6
RMSDM	1	2,98e-5	0,00546	24,0
	3	5,36e-6	0,00232	8,0
	5	5,20e-6	0,00228	0,2
	9	2,06e-5	0,00453	4,6
EXTMNČ	1	6,40e-7	0,000800	0,2
	3	1,04e-6	0,00102	0,2
	5	8,00e-7	0,000894	0,1
	9	7,44e-6	0,00273	0,1

**Tab. 10 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 2. řádu**

Metoda	t [s]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	1	1,41e-4	0,0119	1,0
	3	2,36e-3	0,0486	4,0
	7	1,32e-2	0,115	30,7
	30	5,82e-2	0,241	79,5
RMNČ	1	1,08e-1	0,328	1,0
	3	2,36e-3	0,0486	4,0
	7	1,32e-2	0,115	30,7
	30	5,82e-2	0,241	79,5
MZP	1	2,63e-4	0,0162	0,5
	3	4,70e-3	0,0685	18,0
	7	3,26e-3	0,0571	1,1
	30	3,18e-3	0,0564	3,4
RMZP	1	2,81e-4	0,0168	1,2
	3	3,86e-3	0,0622	15,4
	7	4,14e-3	0,0643	1,4
	30	2,10e-3	0,0459	1,6
MSDM	1	3,44e-4	0,0186	1,2
	3	1,48e-3	0,0385	4,6
	7	4,16e-4	0,0204	3,9
	30	5,36e-4	0,0232	2,4
RMSDM	1	3,67e-4	0,0192	4,3
	3	9,84e-4	0,0314	5,0
	7	2,96e-4	0,0172	5,7
	30	6,80e-4	0,0261	4,5
EXTMNČ	1	1,02e-4	0,0101	1,9
	3	3,04e-4	0,0174	1,7
	7	4,94e-3	0,0703	0,6
	30	5,78e-3	0,0761	0,7

**Tab. 11 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 3. řádu**

Metoda	t [s]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	0,5	1,62e-5	0,00402	8,5
	1	2,31e-4	0,0152	9,9
	2	1,04e-4	0,0102	9,2
	4	7,62e-5	0,00873	10,0
RMNČ	0,5	1,46e-5	0,00383	8,5
	1	1,92e-4	0,0139	9,8
	2	1,04e-4	0,0102	9,2
	4	8,94e-5	0,00945	9,9
MZP	0,5	1,70e-5	0,00412	4,6
	1	3,15e-4	0,0178	4,5
	2	5,60e-5	0,00748	2,5
	4	2,40e-5	0,00490	2,4
RMZP	0,5	1,72e-5	0,00415	6,3
	1	1,04e-4	0,0102	6,7
	2	1,84e-4	0,0134	5,9
	4	2,16e-4	0,0147	6,2
MSDM	0,5	1,38e-5	0,00371	2,5
	1	9,34e-5	0,00966	1,3
	2	2,40e-5	0,00490	0,7
	4	1,60e-5	0,00400	0,8
RMSDM	0,5	1,34e-5	0,00366	2,7
	1	7,87e-5	0,00887	1,0
	2	6,8e-5	0,00825	1,1
	4	5,6e-5	0,00748	0,8
EXTMNČ	0,5	4,04e-5	0,00636	1,4
	1	2,15e-4	0,0147	1,5
	2	2,56e-5	0,00506	0,3
	4	4,92e-5	0,00701	0,6

**Tab. 12 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu s astatismem**

Metoda	t [s]	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	10	0,0560	0,237	1,3
	50	5,36	2,32	6,5
	100	59,6	7,72	12,1
	150	286	16,9	17,8
RMNČ	10	0,0560	0,237	1,3
	50	5,36	2,32	6,5
	100	59,2	7,69	12,1
	150	252	15,9	17,3
MZP	10	0,0480	0,219	0,4
	50	11,4	3,38	1,3
	100	157	12,5	2,4
	150	767	27,7	3,3
RMZP	10	0,0416	0,204	0,5
	50	10,8	3,29	1,7
	100	123	11,1	3,1
	150	613	24,8	4,3
MSDM	10	0,0344	0,185	0,6
	50	2,40	1,55	3,3
	100	36,8	6,07	7,1
	150	209	14,5	11,1
RMSDM	10	0,0280	0,0167	0,4
	50	1,84	1,36	2,8
	100	35,8	5,98	6,3
	150	179	13,4	9,6
EXTMNČ	10	0,00640	0,0800	0,2
	50	1,36	1,17	1,0
	100	16,6	4,07	1,8
	150	127	11,3	3,2

### 5.5.2 Srovnání podle hodnot koeficientů vektoru théta

V této podkapitole jsou uvedeny tabulky pro srovnání kvality (dané rozptylem, směrodatnou odchylkou a relativní chybou) identifikace mezi jednotlivými metodami na základě získaných parametrů vektoru théta pro jednotlivé testovací soustavy.

**Tab. 13 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 1. řádu**

Metoda	Théta	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	1	6,4e-9	8,00e-5	0,4
	2	1,8e-8	1,34e-4	47,6
RMNČ	1	1,04e-8	1,02e-4	0,4
	2	5,38e-9	7,34e-5	48,0
MZP	1	5,60e-9	7,48e-5	0,2
	2	3,54e-9	5,95e-5	35,9
RMZP	1	5,60e-9	7,48e-5	0,2
	2	3,58e-9	5,98e-5	35,9
MSDM	1	1,04e-8	1,02e-4	0,2
	2	4,57e-9	6,76e-5	38,6
RMSDM	1	1,04e-8	1,02e-4	0,2
	2	4,57e-9	6,76e-5	38,6
EXTMNČ	1	1,60e-9	4,00e-5	0,0
	2	8,31e-10	2,88e-5	0,3



**Tab. 14 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 2. řádu**

Metoda	Théta	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	1	8,82e-4	2,97e-2	9,1
	2	9,12e-4	3,02e-2	20,2
	3	3,56e-6	1,89e-3	14,9
	4	8,44e-6	2,90e-3	111
RMNČ	1	8,82e-4	2,97e-2	9,1
	2	9,12e-4	3,02e-2	20,2
	3	3,56e-6	1,89e-3	14,9
	4	8,44e-6	2,90e-3	111
MZP	1	1,60e-4	1,27e-2	4,1
	2	1,61e-4	1,27e-2	8,9
	3	4,68e-6	2,16e-3	126
	4	7,24e-6	2,69e-3	169
RMZP	1	1,27e-4	1,12e-2	3,6
	2	1,27e-4	1,13e-2	7,7
	3	4,45e-6	2,11e-3	120
	4	6,65e-6	2,58e-3	158
MSDM	1	1,51e-4	1,12e-2	1,7
	2	1,47e-4	1,21e-2	3,6
	3	4,07e-6	2,02e-3	97
	4	6,11e-6	2,47e-3	116
RMSDM	1	1,54e-4	1,24e-2	1,3
	2	1,52e-4	1,23e-2	2,8
	3	3,98e-6	1,99e-3	94
	4	5,91e-6	2,43e-3	108
EXTMNČ	1	2,67e-4	1,62e-2	0,3
	2	2,53e-4	1,59e-2	0,5
	3	5,30e-6	2,30e-3	16,1
	4	8,45e-6	2,91e-3	17,3

**Tab. 15 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu 3. řádu**

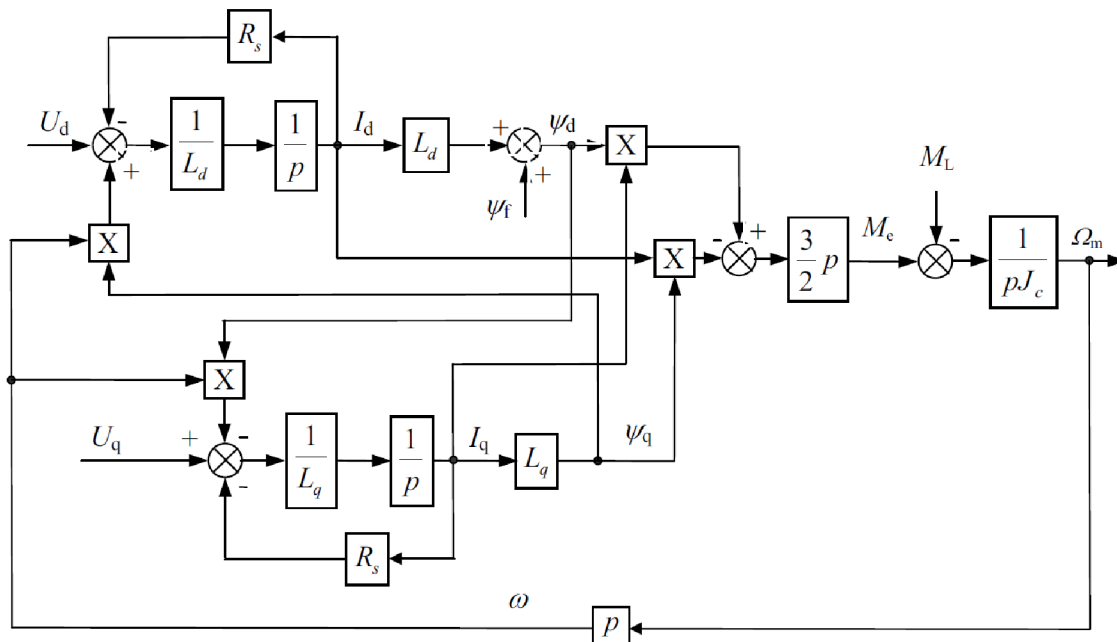
Metoda	Théta	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	1	3,81e-3	6,17e-2	9,8
	2	2,83e-2	1,68e-1	28,8
	3	9,62e-3	9,81e-2	61
	4	1,06e-8	1,03e-4	10,1
	5	2,09e-8	1,45e-4	12,5
	6	4,05e-7	6,36e-4	264
RMNČ	1	5,31e-3	7,29e-2	10,3
	2	2,83e-2	1,68e-1	28,8
	3	9,62e-3	9,81e-2	61
	4	1,06e-8	1,03e-4	10,1
	5	2,09e-8	1,45e-4	12,5
	6	4,05e-7	6,36e-4	264
MZP	1	2,88e-4	1,70e-2	1,1
	2	1,23e-3	3,51e-2	2,4
	3	3,31e-4	1,82e-2	4,2
	4	5,37e-8	2,32e-4	36,8
	5	4,12e-8	2,03e-4	9,3
	6	7,16e-9	8,46e-5	3,7
RMZP	1	2,81e-4	1,68e-2	1,0
	2	1,23e-3	3,50e-2	2,5
	3	3,45e-4	1,86e-2	4,4
	4	5,21e-8	2,28e-4	36
	5	4,33e-8	2,08e-4	9,6
	6	7,11e-9	8,43e-5	3,6
MSDM	1	7,16e-4	2,68e-2	1,3
	2	4,08e-3	6,39e-2	2,7
	3	1,51e-3	3,89e-2	4,1
	4	5,69e-8	2,39e-4	42,8
	5	6,50e-8	2,55e-4	8,6
	6	3,90e-8	1,97e-4	5,4
RMSDM	1	6,38e-4	2,53e-2	1,2
	2	3,76e-3	6,13e-2	2,3
	3	1,41e-3	3,76e-2	3,3
	4	5,18e-8	2,27e-4	42
	5	6,55e-8	2,56e-4	8,4
	6	3,63e-8	1,91e-4	1,5
EXTMNČ	1	3,38e-3	5,81e-2	0,3
	2	1,66e-2	1,29e-1	0,8
	3	5,14e-3	7,17e-2	1,9
	4	5,51e-9	7,43e-5	0,5
	5	6,81e-9	8,25e-5	2,0
	6	4,71e-7	6,86e-4	2,8

**Tab. 16 Srovnání jednotlivých metod pro soustavu s astatismem**

Metoda	Théta	ROZ [-]	SO [-]	RCH [%]
MNČ	1	8,46e-7	9,20e-4	0,3
	2	3,54e-6	1,88e-3	5,7
RMNČ	1	8,46e-7	9,20e-4	0,3
	2	3,54e-6	1,88e-3	5,7
MZP	1	4,90e-7	7,00e-4	0,0
	2	3,89e-6	1,97e-3	5,8
RMZP	1	1,64e-7	4,05e-4	0,1
	2	3,89e-6	1,97e-3	5,9
MSDM	1	2,40e-7	4,90e-4	0,3
	2	3,73e-6	1,93e-3	6,1
RMSDM	1	1,60e-7	4,00e-4	0,2
	2	3,79e-6	1,95e-3	6,0
EXTMNČ	1	1,60e-9	4,00e-5	0,0
	2	6,79e-4	2,61e-3	1,7

## 6 IDENTIFIKACE MODELU MOTORU

Blokové schéma PMSM motoru je znázorněno na následujícím obrázku.



Obrázek 15 Blokové schéma zapojení PMSM motoru [9]

Cílem identifikace bylo zjištění elektrických parametrů  $R_s$ ,  $L_d$  a  $L_q$  prostřednictvím stavových proměnných  $U_d$ ,  $I_d$ ,  $U_q$  a  $I_q$ .

Identifikace probíhala ve dvou fázích. V první fázi identifikace probíhala prostřednictvím stavových proměnných  $U_d$  a  $I_d$  pomocí nichž byly posléze vypočítány a určeny hledané parametry  $R_s$  a  $L_d$ . Ve druhé fázi identifikace probíhala prostřednictvím stavových proměnných  $U_q$  a  $I_q$  pomocí nichž byly následně vypočítány a určeny hledané parametry  $R_s$  a  $L_q$ . Parametr  $R_s$  byl tak de facto identifikován dvakrát (pro případnou kontrolu). Celkově proběhlo pět identifikačních simulací.

Tab. 17 Původní hodnoty elektrických parametrů modelu PMSM motoru

$R_s$ [ $\Omega$ ]	$L_d$ [ $\mu\text{H}$ ]	$L_q$ [ $\mu\text{H}$ ]
1,1	390,0	470,0

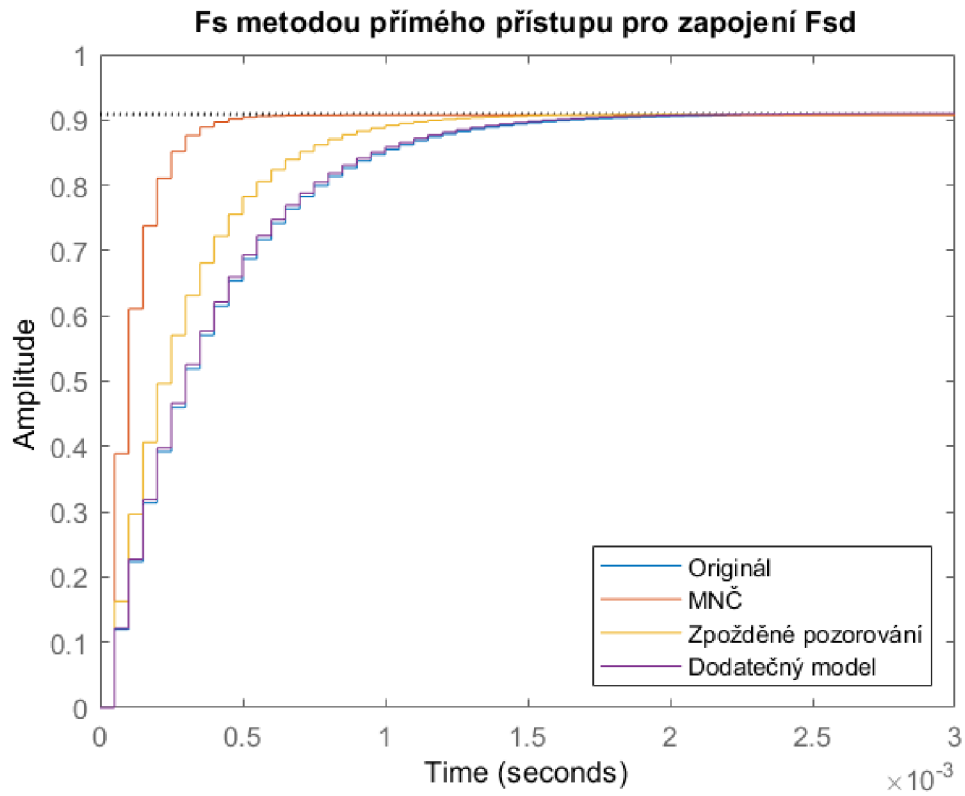
**Tab. 18 Identifikované elektrické parametry modelu reálného PMSM motoru**

Stavové proměnné		$U_d$ a $I_d$			$U_q$ a $I_q$		
Metoda		MNČ	MZP	MSDM	MNČ	MZP	MSDM
1	$R_s$ [ $\Omega$ ]	1,101	1,100	1,099	1,101	1,099	1,099
	$L_d$ [ $\mu\text{H}$ ]	78,78	214,3	400,0	/	/	/
	$L_q$ [ $\mu\text{H}$ ]	/	/	/	101,8	280,0	378,6
2	$R_s$ [ $\Omega$ ]	1,009	1,100	1,099	1,101	1,100	1,100
	$L_d$ [ $\mu\text{H}$ ]	77,16	211,7	420,2	/	/	/
	$L_q$ [ $\mu\text{H}$ ]	/	/	/	93,1	261,1	353,8
3	$R_s$ [ $\Omega$ ]	1,102	1,100	1,099	1,102	1,100	1,098
	$L_d$ [ $\mu\text{H}$ ]	98,58	278,5	382,7	/	/	/
	$L_q$ [ $\mu\text{H}$ ]	/	/	/	100,2	280,1	544,5
4	$R_s$ [ $\Omega$ ]	1,101	1,100	1,099	1,102	1,100	1,099
	$L_d$ [ $\mu\text{H}$ ]	88,94	240,5	279,2	/	/	/
	$L_q$ [ $\mu\text{H}$ ]	/	/	/	107,6	290,8	368,7
5	$R_s$ [ $\Omega$ ]	1,101	1,100	1,100	1,101	1,100	1,098
	$L_d$ [ $\mu\text{H}$ ]	78,49	214,3	331,0	/	/	/
	$L_q$ [ $\mu\text{H}$ ]	/	/	/	101,2	281,3	551,8

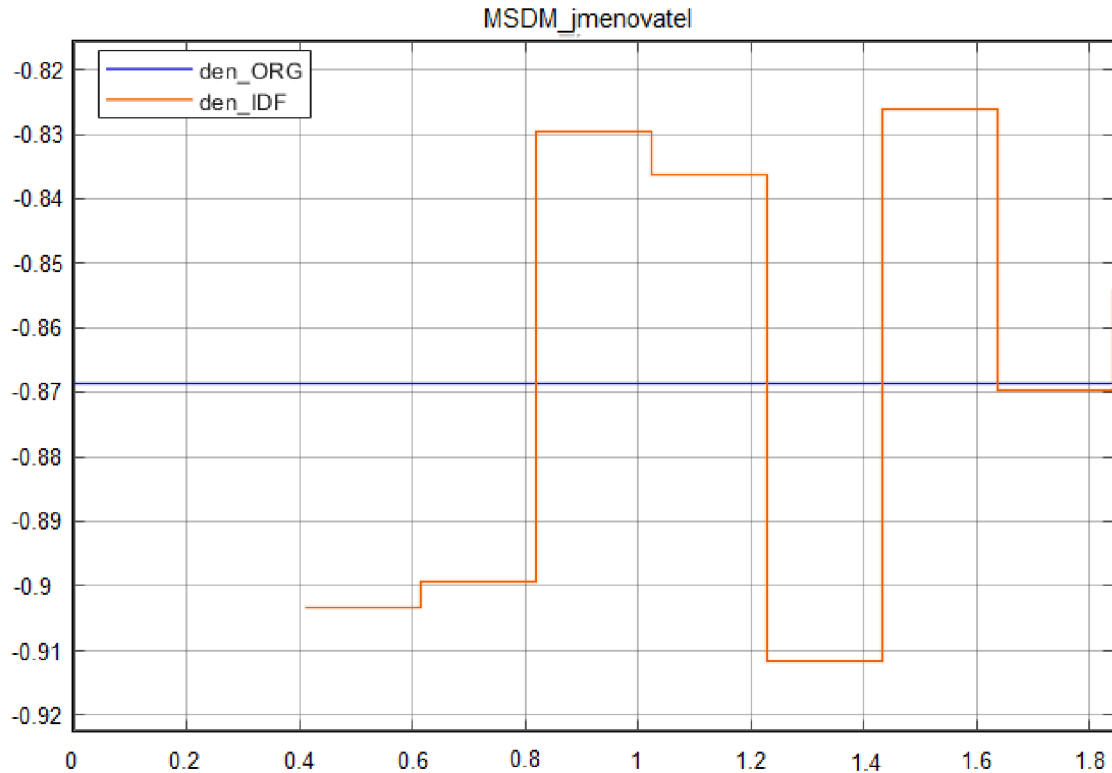
Nejpřesnějších výsledků identifikace dosáhla metoda pomocných proměnných s dodatečným modelem. Hodnoty  $R_s$  byly všemi metodami identifikovány téměř přesně (odlišnosti v řádu tisícín mohly být způsobeny zaokrouhlováním při výpočtech). U metody pomocných proměnných s dodatečným modelem je nejmenší rozdíl mezi identifikovanou a původní (správnou) hodnotou zaznamenán u hodnoty  $L_d$ , který činí 7,3 mH. Naopak největší rozdíl byl zaznamenán u hodnoty  $L_q$ , který činí 116,2 mH. Tato vyšší odchylka mohla být zřejmě zapříčiněna větší úrovní rušivého signálu.

Identifikace elektrických parametrů proběhla pouze metodou přímého přístupu, jelikož u metody nepřímého přístupu nebylo ani po desítkách pokusů se změnami parametrů simulace dosaženo příznivých výsledků.

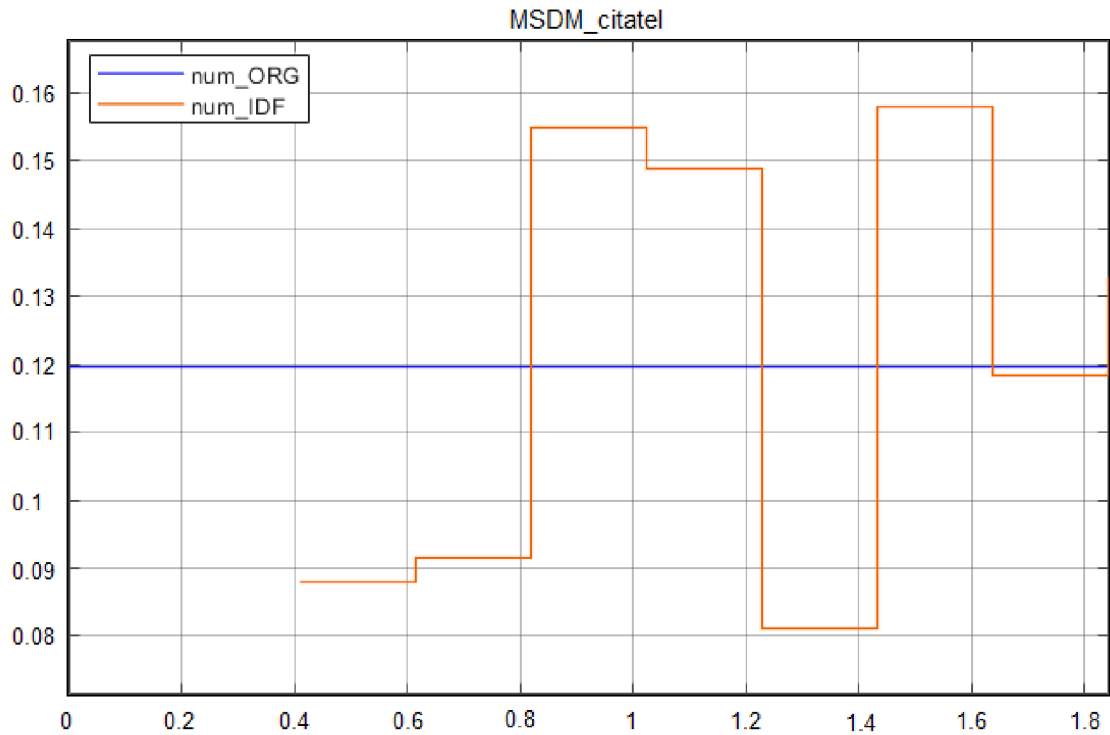
Na následujícím obrázku je znázorněno porovnání přechodových charakteristik identifikovaných přenosů modelu PMSM motoru vypočtených jednotlivými metodami v zapojení se stavovými proměnnými  $U_d$  a  $I_d$ .



Obrázek 16 Porovnání identifikovaných přechodových charakteristik modelu motoru



Obrázek 17 Vývoj parametru ve jmenovateli přenosu modelu motoru metodou MSDM během simulace



**Obrázek 18** Vývoj parametru v čitateli přenosu modelu motoru metodou MSDM během simulace

Na obrázcích 17 a 18 je vyobrazen vývoj identifikovaných hodnot parametrů přenosu modelu reálného motoru PMSM během simulace. Modrý průběh naznačuje správnou hodnotu parametru a červený průběh poté znázorňuje hodnotu identifikovaného parametru.

## 7 ZÁVĚR

Po provedení rešerší modifikací metody nejmenších čtverců a seznámení se s problematikou identifikace systému v uzavřené smyčce bylo na čtyřech různých modelech odzkoušeno několik identifikačních metod, které buď zcela eliminují, nebo alespoň částečně potlačí posun odhadu parametrů od skutečných hodnot. Poté byla provedena identifikace elektrických parametrů modelu reálného PMSM motoru prostřednictvím vybraných metod.

Simulace probíhala v prostředích MATLAB a SIMULINK. Cílem bylo identifikovat metodou přímého přístupu (tj. ze vstupního a výstupního signálu soustavy) přenos soustavy. Na výstupu soustavy byly přičítány hodnoty rušení, které mělo podobu bílého šumu. Hodnoty šumu se pohybovaly v rozmezí 3 až 8 % aktuální hodnoty výstupního signálu ze soustavy. Pro každou metodu identifikace bylo provedeno pět simulací. Z každé simulace pak byly z přechodové charakteristiky dané soustavy odečteny jednotlivé body průběhů. Čas odečtů bodů byl volen tak, aby respektoval dynamiku dané přechodové charakteristiky. Rovněž byly zaznamenávány hodnoty koeficientů vektoru théta, které také posloužily k vyhodnocení spolehlivosti jednotlivých metod. Následně byla provedena statistická analýza získaných dat a to v podobě rozptylu a směrodatné odchylky. Doplňujícím prvkem pak bylo určení relativní chyby identifikovaného průběhu (v odečítaných bodech) od správného průběhu. Identifikace elektrických parametrů proběhla pouze metodou přímého přístupu, jelikož u metody nepřímého přístupu nebylo ani po několika pokusech se změnami parametrů simulace dosaženo kvalitních výsledků.

Z tabulek statistické analýzy vyplývá, že nejvhodnější metodou pro identifikaci systému v uzavřené smyčce za přítomnosti šumu je rozšířená metoda nejmenších čtverců. Tato metoda dosahovala nejnižších hodnot relativní chyby. V určitých intervalech přechodové charakteristiky její průběh zcela překrýval původní průběh daný testovací soustavou. Co se týče rozptylu a směrodatné odchylky patří rozšířená metoda nejmenších čtverců mezi nejlepší. Ve většině případů dosahovala o řád nižšího rozptylu než ostatní metody.

Současně se statickou analýzou potvrdila skutečnost, že klasická metoda nejmenších čtverců není vhodná pro identifikaci v uzavřené smyčce za přítomnosti šumu. Její relativní chyba dosahovala hodnot i několika desítek až stovek procent.

Při identifikaci elektrických parametrů modelu reálného motoru bylo nejpřesnějších výsledků identifikace dosaženo metodou pomocných proměnných s dodatečným modelem. Nejmenšího rozdílu mezi identifikovanou a správnou hodnotou bylo docíleno u hodnoty indukčnosti  $L_d$ , která činila 7,3 mH. Naopak největší rozdíl byl zaznamenán u hodnoty indukčnosti  $L_q$ , která činila 116,2 mH.



Tato významnější odchylka mohla být pravděpodobně zapříčiněna vyšší úrovní rušení. Hodnoty  $R_s$  byly všemi metodami identifikovány téměř přesně (odlišnosti v řádu tisícín mohly být způsobeny zaokrouhlováním při výpočtech).

Pro identifikaci reálného systému je možné použít i rozšířenou metodu nejmenších čtverců, která by dle statistické analýzy měla dosáhnout přesnějších výsledků než metoda pomocných proměnných s dodatečným modelem. Je však zapotřebí zvolit vhodnou periodu vzorkování a dodržet pravidla pro identifikaci v uzavřené smyčce.

# Literatura

- [1] SÖDERSTRÖM, Torsten; STOICA, Petre. *System identification*. Prentice-Hall, Inc., 1998
- [2] ISERMANN, Rolf a Marco MÜNCHHOF. *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Berlin: Springer, c2011. ISBN 978-3-540-78878-2.
- [3] BOBÁL, Vladimír, Joseph BÖHM a Jiří MACHÁČEK. *Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications*. London: Springer-Verlag London, 2005. ISBN 978-1-85233-980-7.
- [4] PIVOŇKA, Petr. *Číslicová řídicí technika*. Brno, 2003. Skriptum. Vysoké učení technické v Brně.
- [5] LJUNG, L. *System Identification Theory For the USER*. 3. vyd. New Jersey: Prentice-Hall, 1987. ISBN 0-13-881640-9.
- [6] BLAHA, Petr. *Rekurzivní metoda nejmenších čtverců* [online]. Brno, 2017 [cit. 2019-11-09]. Přednášková prezentace předmětu MMID. Vysoké učení technické v Brně. Dostupné z:  
<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxtb2RibG92YW5pYWlkZW50aWZpa2FjZXxneDo2Y2Y0NjA5YzQyNjJlMwJl>.
- [7] BLAHA, Petr. *Metody pomocných proměnných* [online]. Brno, 2017 [cit. 2019-11-16]. Přednášková prezentace předmětu MMID. Vysoké učení technické v Brně. Dostupné z:  
<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxtb2RibG92YW5pYWlkZW50aWZpa2FjZXxneDo0YjhkOGJmNGU1ODU3ZTM5>.
- [8] BLAHA, Petr. *Metody identifikace založené na výbělení chyby predikce* [online]. Brno, 2017 [cit. 2019-11-21]. Přednášková prezentace předmětu MMID. Vysoké učení technické v Brně. Dostupné z:  
<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxtb2RibG92YW5pYWlkZW50aWZpa2FjZXxneDozNjY5ZTI3ZGVlNTFiODEz>.
- [9] NEBORÁK, Ivo. *Modelování a simulace elektrických regulovaných pohonů* [online]. Ostrava, 2002 [cit. 2020-05-12]. Skriptum. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava.

# Seznam symbolů, veličin a zkratek

EXTMNČ	-	Rozšířená metoda nejmenších čtverců
IVT	-	Instrumental variable method
MNČ	-	Metoda nejmenších čtverců
MSDM	-	Metoda s dodatečným modelem
MZP	-	Metoda zpožděného pozorování
PMSM	-	Permanent Magnet Synchronous Motor
PRBS	-	Pseudo Random Binary Sequence
RMNČ	-	Rekurzivní metoda nejmenších čtverců
RMSDM	-	Rekurzivní metoda s dodatečným modelem
RMZP	-	Rekurzivní metoda zpožděného pozorování

# Seznam příloh

MATLAB skripty a funkce:

- extmnc.m
- identifikace\_motor.m
- mnc\_sim.m
- msdm.m
- msdm2.m
- msdm3.m
- mzp.m
- mzp2.m
- mzp3.m
- rmnc.m
- rmnc2.m
- rmnc3.m
- soustava1.m
- soustava2.m
- soustava3.m
- soustava4.m
- vypocet\_parametru.m

SIMULINK modely:

- obvod.slx
- id\_obvod\_motor.slx