



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ

INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

NÁVRH A POSOUZENÍ PREFABRIKOVANÝCH NOSNÍKŮ ULOŽENÝCH OZUBEM

DESIGN AND ANALYSIS OF PRECAST DAPPED-END BEAMS

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS SUMMARY

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Michal Hasa

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Miloš Zich, Ph.D.

BRNO 2018

Abstract

The doctoral thesis deals with the analysis of the dapped-end beam detail, in terms of theoretical modelling and practical design using the strut-and-tie method as well as experimental verification of the bearing capacity and the behaviour of the detail under load by means of load tests and subsequent numerical nonlinear analysis. A summary of known structural and static designs explored in the literature has been presented. In addition, the strut-and-tie method has been introduced as an appropriate tool for a consistent design of the detail, element or the whole structure. The theoretical basis for the method has been described, including the general methodology for design and analysis. Practical problems have been discussed, specifically those resulting from the known design of the analysed detail based on the German approach; its modification has been processed theoretically taking into account the practical mode of reinforcement. An experiment has been suggested with a view to verify the presented calculation procedure and the influence of the used ratio of vertical to inclined hanger reinforcement on the bearing capacity and behaviour of the detail under load. The experiment also included accompanying material tests of the concrete which were used along with the inspection certificates issued for the used reinforcement as a basis for the nonlinear finite element analysis. Based on the results, the presented design procedure can be considered safe. These results also imply that the chosen ratio of vertical and inclined hanger reinforcements has no influence on the ultimate bearing capacity within practical reinforcement, as it only influences the formation, development and final width of cracks. With the growing ratio of the inclined hanger reinforcement, the width and density of cracks decreases at all stages of loading. Owing to their limitations, primarily during the service state, it is recommended that the minimal inclined reinforcement should be used at least.

Keywords

concrete, detail, discontinuity, dapped-end, hanger reinforcement, strut-and-tie method, strut-and-tie model, experiment, nonlinear analysis

OBSAH

1	ÚVOD	4
2	SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY	4
2.1	Problematika dimenzování detailů prefabrikovaných konstrukcí	4
2.2	Detail uložení prvku ozubem	5
2.3	Statické řešení a způsob vyztužování detailu uložení prvku ozubem	6
2.4	Dosavadní experimentální výzkum	8
3	CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	8
4	METODA PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE	9
4.1	Základní koncepce metody příhradové analogie	9
4.2	Historie a typy příhradových modelů	10
4.3	Navrhování a posuzování metodou příhradové analogie	11
4.4	Modelování metodou příhradové analogie	12
4.5	Jednotlivé komponenty příhradového modelu	13
5	K PROBLEMATICE DIMENZOVÁNÍ DETAILU ULOŽENÍ PRVKU OZUBEM METODOU PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE	16
5.1	Vybrané problémy dimenzování podle německého přístupu	16
5.2	Navrhovaná modifikace německého přístupu	17
6	EXPERIMENTÁLNÍ VÝZKUM	23
6.1	Návrh experimentu	23
6.2	Materiálové zkoušky betonu	25
6.3	Průběh a výsledky zatěžovacích zkoušek	26
7	NUMERICKÁ ANALÝZA EXPERIMENTU	27
7.1	Použitý software, výpočtové modely a vstupní parametry materiálů	27
7.2	Výsledky numerické analýzy a jejich srovnání s experimentem	28
8	ZÁVĚR	30
9	LITERATURA	31
10	CV AUTORA	35

1 ÚVOD

Pro navrhování prefabrikovaných konstrukcí platí stejná pravidla a zásady jako pro konstrukce monolitické. Přesto jsou tyto konstrukce do jisté míry specifické. V mnoha případech lze totiž prohlásit, že o dimenzi jednotlivých prvků rozhodují zejména konstrukční detaily. Mezi tyto detaily patří především styky prefabrikovaných konstrukcí. Za další detaily lze považovat rovněž místa s náhlou změnou geometrie anebo místa s působením koncentrovaného zatížení. Špatný návrh těchto částí konstrukce může mít za následek výrazné omezení jejich únosnosti, resp. omezení únosnosti konstrukce jako celku. V extrémním případě může dojít až k jejímu náhlému zřícení.

Jedním z nejrozšířenějších detailů užívaných v oblasti prefabrikovaných konstrukcích pozemních staveb je *detail uložení prvku ozubem*, někdy také nazývaný jako nepřímé uložení prvku. Ačkoliv je tento detail používán v prefabrikovaných konstrukcích již celá desetiletí, podrobnější způsob jeho konstrukčního a statického řešení je stále ještě částečně závislý na zvyklostech projektanta, případně výrobce a dodavatele prefabrikované konstrukce, a není dosud striktně upraven žádnou z autorovi známých platných norem. Ty se zpravidla odvolávají pouze na aplikaci *metody příhradové analogie*, případně na s ní spojené základní výpočtové modely, nicméně bližší praktická doporučení, případně konstrukční zásady, v nich chybí. Návod pro řešení tohoto detailu je tedy nutné hledat v odborné literatuře. Opět se lze však víceméně setkat pouze s řešením opírajícím se o výše uvedenou metodu.

Disertační práce se zabývá analýzou výše uvedeného detailu, a to jak po stránce teoretického modelování a praktického dimenzování metodou příhradové analogie, tak po stránce experimentálního ověření únosnosti pomocí zatěžovacích zkoušek a navazující numerické fyzikálně-nelineární analýzy.

2 SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

2.1 PROBLEMATIKA DIMENZOVÁNÍ DETAILŮ PREFABRIKOVANÝCH KONSTRUKCÍ

Při navrhování prefabrikovaných konstrukcí pracujeme, na rozdíl od konstrukcí monolitických, zejména s 1D prvky, tedy pruty. Důležitým aspektem při používání 1D modelů je problematika redukce úlohy, tj. obecně prostorového tělesa na prut. Při této redukci nejsme schopni postihnout reálné chování (napjatost) konstrukce v místech, která jsou ovlivněna lokálními účinky zatížení anebo skokovou změnou geometrie. V těchto místech je totiž porušena *Bernoulliova hypotéza* o zachování rovinnosti průřezů, která je základním předpokladem pro vyšetřování pomocí tzv. *nosníkové teorie*, a to nezávisle na tom, zda-li se jedná o stav před (technická teorie pružnosti) anebo po vzniku trhlin (tradiční modely pro posouzení průřezů obsažené v normách). Analogická úvaha platí také pro 2D modely, tj. stěny, desky, resp. skořepiny, které jsou typické naopak pro monolitické betonové konstrukce.

Ze statického hlediska lze tedy za detaily betonových konstrukcí, a to ať už prefabrikovaných nebo monolitických, označit všechna taková místa v konstrukci, kde dochází k narušení Bernoulliovy hypotézy. Je tedy zřejmé, že neexistuje konstrukce, která by tento předpoklad alespoň v některé její části neporušovala. Jinými slovy tedy neexistuje konstrukce neobsahující alespoň jeden detail. Mezi detaily betonových konstrukcí patří zejména styky prefabrikovaných konstrukcí. Za další detaily lze považovat také místa s náhlou změnou geometrie anebo místa s působením koncentrovaného zatížení.

Omezíme-li se nyní na případ po vzniku trhlin a pomineme-li také známá řešení některých typických detailů, potom máme z praktického hlediska k dispozici následující varianty obecných metod umožňujících konzistentní řešení konstrukce nebo prvku jako celku:

- *lineární analýza metodou konečných prvků,*
- *nelineární analýza metodou konečných prvků,*
- *analýza metodou příhradové analogie.*

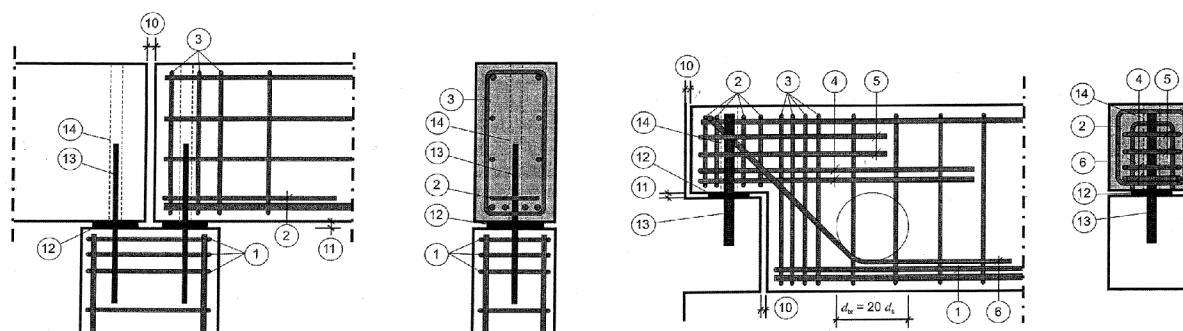
Lineární analýza metodou konečných prvků je dnes v praxi standardně používána v kombinaci s vhodným postprocesorem při navrhování a posuzování desek, stěn, resp. skořepin. Přestože se tento způsob analýzy může jevit na první pohled jako velice pohodlný, skrývá nejedno úskalí spjaté s vlastním modelováním (regulérní modelování podpora zatížení) a následnou interpretací výsledků (praktické vyztužování, kotvení výztuže, singularity).

Naopak nelineární analýzu metodou konečných prvků lze podle autorových zkušeností stále ještě považovat za víceméně expertní nástroj určený zejména pro výzkumné a verifikační účely a nikoliv pro každodenní inženýrskou praxi. Oproti její lineární variantě je v tomto případě nutné ještě více zdůraznit nároky na teoretické znalosti uživatele.

Na tomto místě je tedy výhodné prezentovat metodu příhradové analogie (založenou na teorii plasticity) jako vhodný nástroj pro konzistentní řešení detailu, prvku nebo celé konstrukce. Ačkoli k výraznému rozvoji této metody došlo již koncem minulého století a v zahraničí byla a je tato metoda poměrně hojně publikována, do povědomí naší široké odborné veřejnosti se dostala právě až s nástupem současně platné normy [4]. Za největší nevýhodu této metody je však nutné označit její nejednoznačnost (nejedinečnost příhradového modelu). Tato vlastnost ovšem může mít pro mnoho praktických statických naprosto zásadní význam. Tento hendikep bohužel nelze odstranit, avšak je možné ho částečně zmírnit zpřístupněním metody „koncovému uživateli“ v přijatelné formě.

2.2 DETAIL ULOŽENÍ PRVKU OZUBEM

Jedním z nejrozšířenějších detailů užívaných v prefabrikovaných konstrukcích pozemních staveb je *detail uložení prvku ozubem*, který je možné hledat v anglicky psané literatuře pod ustálenými termíny *dapped end*, viz např. [7], [10], [11], [17], [18], [19], [32], [35], [38] a [39], nebo *half joint*, viz např. [9] a [14], výjimečně také *recessed beam end* [14] anebo *notched beam end* [27]. V německy publikované literatuře lze hledat termíny *abgesetzte Auflager (Trägerende)*, viz např. [24], [33] a [34], nebo *ausgeklinkte Auflager (Trägerende)*, viz např. [25], [26], [28] a [37]. Terminologie pro pojmenování tohoto detailu není v České republice doposud ustálená, proto hovoříme někdy také o tzv. *nepřímém uložení prvku* – z titulu nepřímého uložení hlavní výztuže do *vyvěšovacíh třmínků* (angl. hanger stirrups), viz Obr. 2.1.



Obr. 2.1 Přímé vs. nepřímé uložení prvku (uložení prvku ozubem), převzato z [28]

Ačkoli se obecně předpokládá „standardní řešení“, tj. armování detailu pomocí měkké betonářské výztuže, viz Obr. 2.1, existuje však také řešení jehož použitím lze dosáhnou stejného efektu. Toto řešení využívá částečně nebo plně zabudovaných ocelových prvků a lze ho nalézt pod angl. termínem *shear box* (smykový box) v publikaci [14] a také v příručkách [10] a [11] pod angl. termínem *hanger connection* (doslova připojení zavěšením). Do této kategorie uložení lze zařadit např. také systémový prvek PS-A německé firmy PFEIFER Seil- und Habetechnik GmbH, viz [70].

2.3 STATICKÉ ŘEŠENÍ A ZPŮSOB VYZTUŽOVÁNÍ DETAILU ULOŽENÍ PRVKU OZUBEM

Přestože je detail uložení prvku ozubem používán v prefabrikovaných konstrukcích již celá desetiletí, podrobnější způsob jeho konstrukčního a statického řešení je stále ještě částečně závislý na zvyklostech projektanta, případně výrobce a dodavatele prefabrikované konstrukce, a není dosud striktně upraven žádnou z autorovi známých platných norem, viz např. ČSN EN 1992-1-1 [4], DIN EN 1992-1-1 [13], ACI 318 [6] a CSA A23.3 [8]. Ty se totiž odvolávají zpravidla pouze na aplikaci *metody příhradové analogie*, případně na s ní spojené základní výpočtové modely, nicméně bližší praktická doporučení, příp. konstrukční zásady, v nich chybí.

Částečný návod pro posouzení tohoto detailu jako specifického případu prvku namáhaného posouvající silou poskytovaly dnes již neplatné tuzemské normy ČSN 73 1201 [1], [2]. Podle prvního vydání z roku 1976 [1] měla být prokázána momentová únosnost v šikmém řezu, jehož délka se stanovila na základě rovnováhy sil ve svislém směru. V revizi z roku 1986 [2] byl výše uvedený typ posudku obsažen v rámci přesnější metody dimenzování na porušení posouvající silou, tzv. *metody šikmého řezu*. Opět se posuzovala rovnováha v šikmém řezu, jeho geometrie se však stanovila odlišným způsobem než v [1]. Normy [1] a [2] tedy jakýsi návod pro posouzení poskytovaly, nicméně ani v jedné z nich však nebyly uvedeny žádné informace týkající se způsobu vyztužování, případně konstrukčních zásad.

Výjimkou je v tomto ohledu americká příručka *PCI Design Handbook* [10], kterou je z praktického hlediska možné stavět na úroveň norem. Návrh podle [10] má zohledňovat několik možných způsobů porušení, pro které má být provedeno odpovídající vyztužení. Přestože se jedná o poměrně komplexní návod pro návrh, podle výsledků zkoušek provedených na univerzitě v Montrealu [62] nemusí být návrh *vyvážovací výztuže* (angl. *hanger reinforcement/steel*) stanovené podle tohoto manuálu na straně bezpečné, protože nezohledňuje její dodatečné namáhání z titulu kotvení vodorovné výztuže ozubu, viz také [19]. Obdobným případem je také kanadská příručka *CPCI Design Manual 4* [11], která ovšem, tak jako většina současně platných norem, primárně upřednostňuje aplikaci metody příhradové analogie a přístup analogický k [10] uvádí pouze jako alternativní.

Pro dimenzování detailu uložení prvku ozubem metodou příhradové analogie lze v literatuře nalézt dva základní přístupy. První přístup, který je uveden na Obr. 2.2, je preferován zejména německými odborníky (J. Schlaich a K. Schäfer), viz např. [25], [33], [34], [37], [38] a [39]. Druhý přístup, který je uveden na Obr. 2.3, je preferován spíše v americké a kanadské odborné literatuře (M. P. Collins, D. Mitchell a W. D. Cook), viz např. [11], [17], [18] a [19]. Modely *A* (*A1*, *A2*, resp. *A3*) a *B* na Obr. 2.2 a Obr. 2.3 odpovídající přenosu svislé síly – realizaci tzv. *vyvážení* – lze vzájemně kombinovat, avšak model *B* se nedoporučuje používat samostatně. Podíl celkové posouvající síly přenášený tímto modelem nemá být uvažován vyšší než 70 % [33]. Další doporučení týkající se rozdělení namáhání mezi modely *A* a *B* podle geometrie zhlaví uvádí např. [25] a [37].

armování vycházející z německých předpisů a doporučení. Vyztužení je nejčastěji realizováno svislými uzavřenými třmínky a vodorovnými smyčkami (modely *A* a *C*), případně šikmou výztuží ve formě prostorové smyčky (model *B*). Tuto základní výztuž je nutné doplnit o výztuž sloužící k přenesení štěpících sil v hlavní tlakové diagonále ozubu (zpravidla konstrukční třmínky a vodorovné smyčky) a také případně o výztuž potřebnou k zachycení tahové síly v podélné výztuži nosníku v oblasti vyvěšovacích třmínků (zpravidla vodorovné smyčky), viz Obr. 2.4. Ačkoliv se doporučuje, aby vyvěšovací třmínky byly koncentrovány co nejbližší působícího zatížení, jejich rozmístění na určité oblasti (délce) je tedy žádoucí právě s ohledem na zachycení síly v hlavní podélné výztuži nosníku. Např. podle [26] a [42] nemá být vzdálenost od líce prvku uvažovaná pro jejich rozmístění větší než polovina výšky ozubu ($h_n/2$). Publikace [24] uvádí jinou hodnotu, a to čtvrtinu celkové výšky průřezu ($h/4$).

2.4 DOSAVADNÍ EXPERIMENTÁLNÍ VÝZKUM

První publikované výsledky z oblasti experimentálního výzkumu detailu uložení prvku ozubem lze datovat do období přelomu šedesátých a sedmdesátých let minulého století a patří mezi ně především studie německých autorů A. Steinleho a F. S. Rostásyho [42] z roku 1975 a amerických autorů A. H. Mattocka a T. C. Chana [43] z roku 1979. Od této doby bylo realizováno minimálně dalších třicet podobných studií a výzkumných projektů, viz např. [47] a [63]. V disertační práci [63] z roku 2015, která je tomuto tématu také věnována, je zpracován chronologický přehled zatěžovacích zkoušek a jejich vybraných parametrů, jejichž výsledky byly publikovány mezi lety 1969 – 2014. Přesto ani tento seznam není úplný (chybí v něm např. již výše zmíněná práce [42]). Příspěvek [47] nabízí podobné srovnání, tentokrát již bez chronologické vazby.

V provedených experimentech byly studovány různé vlivy a parametry, které ovlivňují výslednou únosnost, příp. chování zhlaví během zatěžování, viz výše uvedené studie [42] a [43], ale také např. [44], [45], [46], [47], [48], [49], [59], [60], [61], [62] a [63]. Ve většině uvedených zkoušek byla testována zhlaví, u kterých bylo použito ke kotvení vodorovné výztuže ozubu anebo také hlavní nosné výztuže nosníku přivařených ocelových kotevních prvků. Jak již bylo uvedeno, tento způsob řešení vychází ze zvyklostí používaných zejména v zámoří, kdežto u nás není masivně používán. Výsledky takovýchto zkoušek tedy není možné zobecňovat, resp. bez úpravy aplikovat na zvyklosti užívané v tuzemské praxi.

3 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Disertační práce se bude zabývat analýzou detailu uložení prvku ozubem, a to jak po stránce teoretického modelování a praktického dimenzování metodou příhradové analogie, tak po stránce experimentálního ověření únosnosti pomocí zatěžovacích zkoušek a navazující numerické fyzikálně-nelineární analýzy.

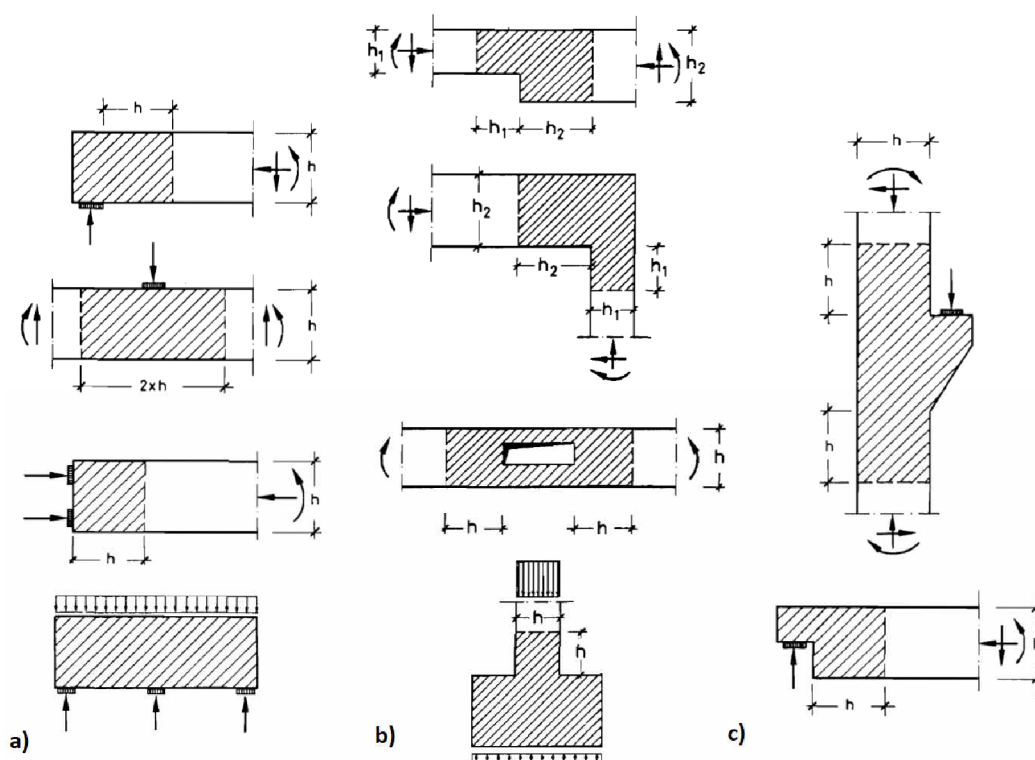
Cíle disertační práce lze shrnout do následujících bodů:

- poskytnout odborné veřejnosti základní informace a myšlenky týkající se metody příhradové analogie a popsat obecnou metodiku navrhování a posuzování,
- rozvinout metodu příhradové analogie po stránce teoretického modelování,
- provést experimentální ověření detailu uložení nosníku ozubem navrženého metodou příhradové analogie formou studie pro různé typy vyztužení,
- provést fyzikálně-nelineární analýzu experimentu a vzájemně porovnat výsledky.

4 METODA PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE

4.1 ZÁKLADNÍ KONCEPCE METODY PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE

Každou konstrukci lze rozdělit na oblasti, kde Bernoulliova hypotéza platí, tzv. *B-oblasti*, a oblasti, kde je tato hypotéza porušena, tzv. *D-oblasti*. Podle způsobu, jakým k porušení výše uvedené hypotézy dochází, lze *D-oblasti* rozdělit na statické, geometrické nebo jde o jejich vzájemnou kombinaci. Pro stanovení rozsahu *D-oblasti* na konstrukci lze využít *Saint-Venantova principu* lokálnosti a lze ho přibližně uvažovat jako charakteristický rozměr prvku (výšku) [31], [38], [39], viz Obr. 4.1.



Obr. 4.1 Typické *D-oblasti* konstrukce s nelineárním průběhem poměrného přetvoření: a) statické, b) geometrické, c) kombinace, převzato z [39]

Silový tok v konstrukci jsme schopni v pružném oboru vyjádřit pomocí trajektorií hlavních napětí. Pokud nahradíme tyto trajektorie, resp. pole tlakových a tahových napětí, jejich pomyslnými výslednicemi, získáme namísto plošného kontinua jednoduchý příhradový model s jednoose namáhanými tlačnými a taženými prvky, pro které se vžil návosloví *vzpěry* a *táhla* (z angl. struts and ties). Rovnováha mezi jednotlivými prvky se řeší v *uzlech* (angl. nodes), resp. přesněji *uzlových oblastech* (angl. nodal zones). Protože takovýto model sestává zpravidla pouze z několika málo prvků, dostal, dnes již mezinárodně používaný, název *strut-and-tie model* (model vzpěra – táhlo, model složený ze vzpěr a táhel, *model příhradové analogie* apod.) [31], [38], [39].

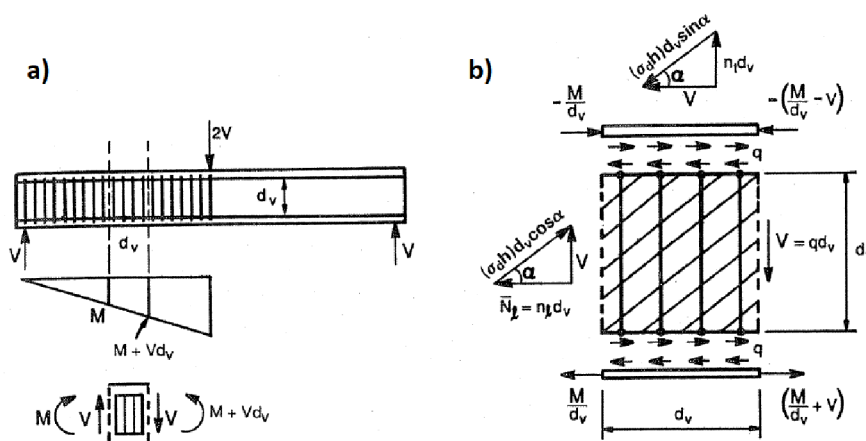
Bezpečnost návrhu se opírá o *statickou větu teorie plasticity* (věta o dolním odhadu, angl. lower bound theorem) [31], [38], [39]. Prakticky to znamená, že hledáme příhradový model splňující podmínky rovnováhy a statické okrajové podmínky, kde dimenze vzpěr, táhel a uzlů jsou zvoleny tak, aby jejich únosnost v každém místě konstrukce byla větší nebo maximálně rovna vnitřním silám v těchto prvcích způsobeným vnějším zatížením [16], [22]. Důležitým faktem je informace, že takový model splňuje pouze *podmínky rovnováhy* a *podmínky plasticity* (únosnosti), avšak nesplňuje *podmínky kompatibility* přetvoření.

4.2 HISTORIE A TYPY PŘÍHRADOVÝCH MODELŮ

První příhradový model reprezentující představu o chování železobetonového nosníku po vzniku trhlin namáhaného smykem za ohybu prezentoval Ritter již v roce 1899. Model složený z betonových tlačných prvků a ocelových táhel dále rozvinul v letech 1902–1922 Mörsch. Pro prvky namáhané kroutícím momentem prezentoval první prostorový příhradový model v roce 1929 Rauch [15]. Modely Rittera a Mörsche však předpokládaly, že veškerou posouvající sílu v myšleném šikmém řezu přenáší pouze smyková výztuž. Nezohledňovaly tak další vlivy přispívající k celkové únosnosti, které lze pozorovat u prvků se smykovou výztuží. Ty bývají v zahraniční literatuře souhrnně označovány jako tzv. *příspěvek betonu* (angl. concrete contribution) [7], [20]. Přesto se staly průkopnické práce Rittera a Mörsche základem pro další rozvoj příhradových modelů. Postupně tak vznikala celá řada teorií využívajících příhradové analogie při svém popisu chování prvků namáhaných smykem.

První skupinu tvoří modely uvažující příspěvek betonu do celkové únosnosti. Mezi tyto modely patří zejména tzv. *modifikované příhradové modely* (angl. modified truss models), označované někdy také jako tradiční, standardní nebo semi-empirické [7]. Posouvající síla na mezi únosnosti je dána součtem posouvající síly přenášené betonem (angl. concrete contribution) a posouvající síly přenášené smykovou výztuží (angl. steel contribution), která je počítána z příhradového modelu. Tento model je dodnes používán např. v americké normě ACI 318-14 [6] a byl také použit v předběžné evropské normě (verzi Eurokódu) ČSN P ENV 1992-1-1 [3] pod označením *standardní metoda* (angl. standard method). Jistou analogií tohoto přístupu byl i výpočet podle již neplatné české normy ČSN 73 1201-86 [2].

Druhá skupina příhradových modelů je silně spjata s teorií plasticity a její aplikací na konstrukční beton. Mezi tyto modely patří *model příhradové analogie založený na teorii plasticity* (angl. equilibrium-plasticity truss model), viz např. [15]. Nosník namáhaný smykem za ohybu lze řešit na základě představy uvedené na Obr. 4.2.



Obr. 4.2 Nosník namáhaný smykem za ohybu: a) řešený výsek nosníku, b) model pro tento výsek, převzato z [15]

Tlačený a tažený pás odolávají pouze ohybovému namáhání, zatímco stěna přenáší pouze smyk. Předpokládáme, že smykový tok je rovnoměrně rozdělen po obvodě stěnového elementu. Po překročení pevnosti betonu v tahu dojde ve stěně k vytvoření diagonálních trhlin oddělujících od sebe takto vzniklé jednotlivé betonové vzpěry. Tyto vzpěry tvoří spolu se zpravidla ortogonální výztuží příhradový, staticky neurčitý systém odolávající tomuto namáhání. Beton přenáší pouze tlak, výztuž pouze tah. Úhel, který svírají betonové vzpěry s podélnou osou nosníku, je na základě teorie plasticity volitelný, a to v rozmezí cca 22-68°. V praxi se toto rozmezí značně liší podle

použité normy (viz např. [3] a [4]) a existují také různé interpretace pro jeho vysvětlení [7]. Mezní posouvající síla je pak dána jako minimum z únosnosti jednotlivých komponentů této staticky neurčité násobné příhradoviny, tj. únosnosti změkčeného betonu v tlaku (pevnost snížena příčným tahem) a únosnosti příčné, resp. podélné, výztuže v tahu. Podélná tahová síla vznikající vlivem smyku se však při praktickém navrhování nosníků zpravidla přisuzuje pouze hornímu a spodnímu pásu. To znamená, že spodní pás je namáhán více a horní pás méně, než je tomu pouze od čistého ohybu. Tímto způsobem je zároveň vyřešena i vzájemná interakce smyku a ohybu. Výhodou tohoto modelu je však možnost konzistentně řešit interakci libovolných složek vnitřních sil, viz např. [15]. Nevýhodou ovšem zůstává fakt, že splňuje pouze podmínky rovnováhy a podmínky plasticity (únosnosti), avšak nesplňuje podmínky kompatibility přetvoření. Poznamenejme, že různí autoři uvádějí různá pojmenování pro tento model. Např. [7] uvádí další z angl. termínů, a to *standard truss model with no concrete contribution*. U nás se však zažil název *model příhradové analogie s variabilním úhlem tlakových diagonál* (angl. *variable-angle truss model* [7], [20]), který byl uveden v předběžné verzi evropské normy ČSN P ENV 1992-1-1 [3], kde byl tento model zapracován jako alternativa k tradičnímu (standardnímu) přístupu. Tento model je obsažen i ve finální verzi Eurokódu, kde zůstal po malých úpravách jako jediný z předběžné verze. V české verzi evropské normy ČSN EN 1992-1-1 [4] je použito označení *model náhradní příhradoviny*.

Pro zobecněnou formu tohoto modelu pro B i D oblasti konstrukce lze nalézt v odborné literatuře dva přístupy. U prvního přístupu je příhradový model orientován na základě pružného chování konstrukce. Jeho jednotlivé komponenty jsou modelovány a dimenzovány zjednodušeně. Tento přístup lze nalézt v literatuře pod názvem *strut-and-tie method* (metoda vzpěr a táhel, metoda příhradové analogie apod.) a je neodmyslitelně spjat zejména se jmény J. Schlaich a K. Schäfer (Německo, viz např. [33], [38], [39]), ale také M. P. Collins a D. Mitchell (Kanada, viz např. [17]). Druhý přístup je založen na „čisté“ teorii plasticity a její aplikaci na konstrukční beton. Příhradový model je orientován na základě plastického rozdělení vnitřních sil, a to ve své podstatě libovolně. Tento způsob modelování bývá také v literatuře často použit pro hledání skutečného *mezního zatížení* (plastická analýza) a je ho možné považovat za spíše teoretický. Tento přístup je znám jako *modelování pomocí polí napětí* (z angl. *stress fields*, resp. z něm. *Spannungsfeldern*) a je spojen zejména se jmény B. Thürlimann a P. Marti (Švýcarsko, viz např. [16], [23], [36], [40]). Oba přístupy vznikaly paralelně a z praktického hlediska mezi nimi není zcela jednoznačná hranice, protože v mnohých případech dávají téměř identické, resp. za jistých zjednodušujících předpokladů zcela identické, řešení.

Třetí skupinu zastupují tzv. *teorie exaktní* umožňující sledovat také odezvu konstrukce nebo prvku na dané zatížení. Tyto teorie zahrnují kromě podmínek rovnováhy a plasticity (únosnosti) také podmínky kompatibility [7]. Mezi nejznámější patří zejména *teorie tlakových polí* (angl. *compression field theory*), resp. její modifikovaná verze (angl. *modified compression field theory*) [17], která se stala podkladem pro stanovení smykové únosnosti např. v kanadské normě CSA A23.3-14 [8]. Další poměrně známou analogií je *příhradový model zohledňující tření ve smykové trhlině* (angl. *truss model with crack friction*) [7], [20], [21], který je zapracován v německé normě DIN 1045-1 [5] a také v doporučení tehdejšího mezinárodního sdružení pro předpínání (FIP) [9], opět pouze ve zjednodušené formě pro stanovení únosnosti. Přestože jsou tyto teorie „technicky“ lepší, jejich použití není možné v oblastech diskontinuit.

4.3 NAVRHOVÁNÍ A POSUZOVÁNÍ METODOU PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE

Při používání tradičních výpočetních postupů pro navrhování železobetonových konstrukcí je předem znám výpočtový model, resp. tedy také způsob vyztužení konstrukce. V případě aplikace metody příhradové analogie je třeba si, ve zcela obecném případě, uvědomit, že stojíme nejprve před úkolem najít (navrhnout) výpočtový model konstrukce. Až na jeho základě známe totiž

v podstatě způsob jejího vyztužení (poloha táhel) a jsme schopni provést jeho návrh resp. posudek. Celý proces navrhování a posuzování metodou příhradové analogie je tedy v obecném případě proces iterační a lze ho shrnout do níže uvedených bodů [6], [32], [33].

- Vymezení řešené oblasti (zpravidla pouze D-oblast, nicméně se může jednat také o komplexní řešení celého prvku nebo konstrukce).
- V případě řešení pouze části konstrukce stanovení statických (zatížení) a geometrických (podepření) okrajových podmínek.
- Proces vlastního modelování, tj. tvorba příhradového (výpočtového) modelu.
- Výpočet vnitřních sil.
- Dimenzování vzpěr, táhel a uzlových oblastí.
- Ověření předpokládané geometrie výpočtového modelu (v případě, že při dimenzování došlo k porušení předpokladů o geometrii výpočtového modelu, je nutné tento model upravit a výpočet opakovat).
- Doplnění o konstrukční zásady.

4.4 MODELOVÁNÍ METODOU PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE

Každá konstrukce se během zatěžování, a zejména pak v mezním stavu, snaží přizpůsobovat předpokládanému statickému modelu, podle kterého byla navržena. V závislosti na správnosti zvoleného modelu je tento proces více či méně spojen s redistribucí vnitřních sil (napětí) způsobenou vznikem trhlin a plastifikací materiálu. Na rozdíl od výztuže má beton pouze omezenou schopnost plasticky se deformovat bez ztráty pevnosti. Vzhledem k faktu, že při modelování metodou příhradové analogie nejsou splněny podmínky kompatibility, nemůže tedy docházet k jakékoliv analytické kontrole duktility konstrukce potřebné k výše uvedené redistribuci. Nevhodně zvolený model může mít tak za následek vznik nadměrných trhlin již v provozním stavu, v extrémních případech může vést až k předčasnému selhání konstrukce. Vzhledem k praktickým zkušenostem s používáním lineárně-pružné analýzy při navrhování železobetonových konstrukcí (výpočet vnitřních sil), kdy se toto řešení ukazuje jako bezpečné a konzervativní, se zejména v extrémně namáhaných částech konstrukce doporučuje orientovat příhradový model v souladu s jejím pružným chováním. Tímto způsobem má být také zajištěna dostatečná duktilita konstrukce. V místech s nižší hladinou namáhání se lze od tohoto doporučení odchýlit. Zcela zanedbat ho lze potom pouze tam, kde bude ověřena (zajištěna) potřebná duktilita konstrukce [31], [38], [39].

Z praktického hlediska existují v zásadě čtyři způsoby, jak je možné sestavit příhradový model pro danou situaci. Tyto způsoby se mohou vzájemně kombinovat a doplňovat.

- První z nich byl naznačen v kap. 4.1 a také výše. Příhradový model je orientován na základě pružného chování konstrukce. Variantou je tedy také modifikace na základě plastického rozdělení vnitřních sil.
- Druhou možností je aplikace metody, kterou lze nalézt v zahraniční literatuře pod anglickým názvem *loadpath method* nebo německým výrazem *Lastpfadmethode* (v české verzi evropské normy [4] je tato metoda uvedena jako *metoda přenášení zatížení*). Tato metoda je ovšem vhodná pouze pro jednodušší případy, ve kterých jsou navíc zatížení a reakce pouze vertikálního (jednosměrného) charakteru [31], [38], [39].
- Třetí možnost je založena na pozorováních a výsledcích experimentů. Z nich je totiž známo, že směr hlavních tlakových napětí koresponduje se směrem trhlin. Pokud tedy máme k dispozici jejich tvar, např. ze zkoušek podobných případů, lze na jeho základě usuzovat na tok sil a sestavit tak příhradový model. V případech, kdy nemáme k dispozici

tyto informace, lze také využít představy o deformaci konstrukce a odhadnout tak místa vzniku potencionálních trhlin, viz např. [16] a [32].

- Čtvrtou možností je využít znalosti již známých (typických) modelů pro obdobné situace, popřípadě tyto modely modifikovat a kombinovat. Lze totiž vyzorovat, že některé typické modely se vyskytují opětovně v různých verzích a kombinacích. Vysvětlení tohoto jevu je dáno faktem, že existuje pouze omezený počet oblastí diskontinuit se zcela odlišným stavem napjatosti (trajektoriemi napětí) [31]. Asi nejpřehlednější koncepční zpracování typických detailů nabízí publikace [33].

Vyjma základních principů naznačených v kap. 4.1 a také v úvodu této kapitoly je možné nalézt také další pravidla a doporučení pro modelování především v publikacích [31], [32] a [33]. Nejpodstatnější informace lze shrnout do následujících bodů.

- Příhradový model musí splňovat statické okrajové podmínky a podmínky rovnováhy.
- Vzpěry, táhla a uzlové oblasti musí splňovat podmínky únosnosti (plasticity).
- Finální poloha výztuže musí korespondovat s polohou táhel ve výpočtovém modelu.
- Příhradový model je zjednodušená představa. Vždy je nutné pracovat s poli napětí, které mají určitý rozsah, resp. dimenzi.
- Při modelování je třeba dbát na to, aby se jednotlivé vzpěry vzájemně nepřekrývaly nebo nekřížily. Vzpěry nemají procházet napříč předpokládanými trhlami. U táhel je jejich vzájemné křížení, tak jako křížení se vzpěrami, dovoleno.
- Úhel mezi vzpěrou a táhlem má být podle [31], [33] a [39] uvažován alespoň 45°, optimálně však cca 60°. Výjimku tvoří vzpěra působící ve styčnicku se dvěma vzájemně na sebe kolmými táhly, kdy má být tento úhel alespoň 30°. V tomto případě má být ale uvažována redukováná únosnost betonu. Podle normy [6] lze hodnotu tohoto úhlu uvažovat minimálně 25°.
- Doporučuje se vždy hledat jednodušší model s menším počtem vzpěr a táhel. Složité staticky neurčité modely jsou lepší pouze v případech, kdy jsou optimalizovány. Pro lepší vyjádření skutečného působení je mnohdy vhodné vzájemně kombinovat dva jednoduché (zpravidla staticky určité) modely. Každý z nich ale musí splňovat podmínky rovnováhy pro příslušnou část zatížení, resp. příslušný způsob namáhání.
- Konstrukce se snaží přenášet zatížení co možná nejefektivněji, tj. za předpokladu minima přetvárné práce. Tuto podmínku lze formulovat jako *optimalizační kritérium* následovně

$$\sum F_i l_i \varepsilon_i = \min \quad (4.1)$$
 kde F_i , l_i a ε_i jsou síla, délka a průměrné přetvoření v i -tém prvku.

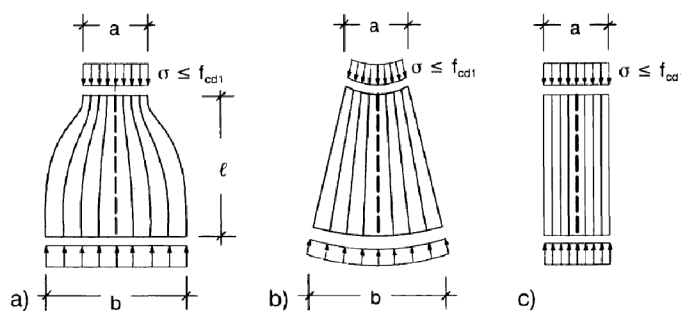
Za zřejmě největší nevýhodu modelování metodou příhradové analogie může být považována její nejednoznačnost (nejedinečnost příhradového modelu). Pro jednu modelovou situaci lze totiž téměř vždy nalézt více (v obecném případě teoreticky nekonečně mnoho) příhradových modelů splňujících statické podmínky rovnováhy a podmínky plasticity. Zejména ve zcela obecných případech je finální tvar příhradového modelu vždy ovlivněn subjektivním rozhodováním projektanta. Je tedy nutné vzít v úvahu, že neexistuje unikátní a ani absolutně optimální řešení.

4.5 JEDNOTLIVÉ KOMPONENTY PŘÍHRADOVÉHO MODELU

Přestože jsou veškeré konstrukce a jejich namáhání třídímenzionální povahy, v praktických aplikacích dochází ve většině případů k redukci této obecně prostorové úlohy na úlohu rovinnou (smyk), resp. k jejímu rozkladu na rovinné úlohy (kroucení). Z tohoto důvodu jsou níže uvedené informace věnovány komponentům příhradového modelu aplikovaného v rovině.

Vzpěra (angl. strut) je tlačení prvek reprezentující výslednici pole tlakových napětí. Podle způsobu idealizace přenosu těchto napětí v konstrukci rozeznáváme tři základní konfigurace vzpěr, resp. tedy tlakových polí, [31], [32], [33], [38], [39]. Jsou to:

- *lahvová vzpěra* (angl. bottle-shaped strut), resp. *lahvové tlakové pole* (angl. bottle-shaped compression stress field), viz Obr. 4.3 (a),
- *vějířová vzpěra* (angl. fan-shaped strut), resp. *vějířové tlakové pole* (angl. fan-shaped compression stress field), viz Obr. 4.3 (b),
- *prizmatická vzpěra* (angl. prismatic strut), resp. *prizmatické* nebo také *paralelní tlakové pole* (angl. prismatic / parallel compression stress field), viz Obr. 4.3 (c).



Obr. 4.3 Základní typy tlakových polí: a) lahvové tlakové pole, b) vějířové tlakové pole, c) prizmatické / paralelní tlakové pole, převzato z [31]

Vyjma výše uvedeného rozdělení lze v literatuře také nalézt ještě další typ tlačeního prvku vyjadřujícího *klenbové působení* (angl. arch action). Tento typ zakřiveného biaxiálního tlakového pole lze nalézt např. v [23], [36] a [40].

Únosnost vzpěr je významně ovlivněna způsobem jejich namáhání (obecně víceosý stav napětí), množstvím a šířkou trhlin a jejich vyztužením. Z praktických důvodů ovšem posuzujeme vzpěry na tzv. *průměrné napětí* (angl. average stress). Toto napětí uvažujeme rovnoměrné po šířce vzpěry a porovnáváme ho s reprezentativní hodnotou únosnosti. Ta je závislá na výše uvedených faktorech a liší se podle použité normy [31], [33], [38], [39].

Táhlo (angl. tie) lze definovat jako tažený prvek příhradového modelu reprezentující [32], [33], [38], [39]:

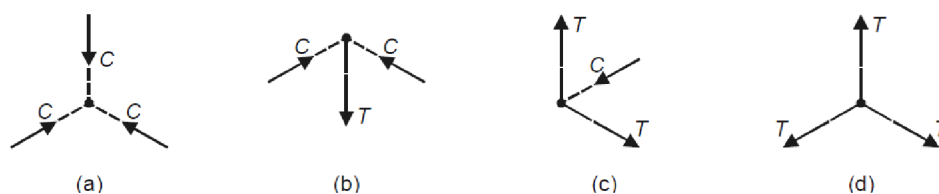
- výslednici pole tahových napětí – tzv. *nevztužené táhlo* nebo také *betonové táhlo* (angl. unreinforced tie / concrete tie / concrete tension field),
- skupinu výztužných vložek z měkké nebo předpínací výztuže – tzv. *vyztužené táhlo* (angl. reinforced tie).

Využití tahové pevnosti betonu je možné pouze ve známých případech a případně tam, kde vznikl potenciální trhliny neohrozí bezpečnost konstrukce ve smyslu jejího náhlého zhroutení (kde může dojít k redistribuci tahového namáhání) [33], [38], [39].

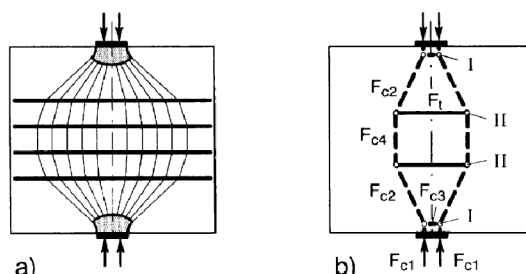
Uzel (angl. node) lze definovat jako teoretický styčník (bod) příhradového modelu, ve kterém se stýkají pomyslné výslednice (osy) vzpěr a táhel. *Uzlová oblast* (angl. nodal zone, node region) je určitá oblast (objem) betonu v okolí uzlu uvažovaná pro přenos namáhání mezi vzpěrami a táhly.

Podle způsobu namáhání rozlišujeme v zásadě čtyři typy uzlových oblastí [32], [38]:

- *CCC uzel* (z angl. compression-compression-compression), viz Obr. 4.4 (a),
- *CCT uzel* (z angl. compression-compression-tension), viz Obr. 4.4 (b),
- *CTT uzel* (z angl. compression-tension-tension), viz Obr. 4.4 (c),
- *TTT uzel* (z angl. tension-tension-tension), viz Obr. 4.4 (d).



Obr. 4.4 Základní typy uzlů (uzlových oblastí): a) CCC uzel, b) CCT uzel, c) CTT uzel, d) TTT uzel, převzato z [32]



Obr. 4.5 Příklad koncentrované (I) a souvislé uzlové oblasti (II): a) pole napětí, b) příhradový model, převzato z [30]

Podle intenzity namáhání rozlišujeme dále uzlové oblasti [30], [33], [38], [39]:

- *koncentrované* (angl. concentrated) nebo také *singulární* (angl. singular), viz Obr. 4.5 (a),
- *souvislé* (angl. continuous) nebo také tzv. *rozetřené* (angl. smeared), viz Obr. 4.5 (b).

Dále lze rozdělit uzlové oblasti ještě také na:

- *hydrostatické* (angl. hydrostatic),
- *nehydrostatické* (angl. non-hydrostatic).

Jak plyne již z názvu, koncentrované uzlové oblasti jsou typické pro místa, kde dochází ke koncentraci namáhání. Ta může být způsobena přímo působením soustředěného zatížení, ale také například náhlou změnou geometrie nebo zhuštěním výztuže. Na rozdíl o souvislých uzlových oblastí, které se vyskytují v konstrukci mnohem častěji, bývá tento typ uzlových oblastí rozhodujícím prvkem při jejím návrhu [30], [33], [38], [39].

Hydrostatická uzlová oblast je oblast namáhaná hydrostatickým stavem napětí (všechna hlavní napětí jsou stejná). Přestože je tento typ uzlové oblasti poměrně hojně uváděn v literatuře, v praxi je až na výjimky poměrně těžko aplikovatelný a jedná se tedy spíše o teoretický problém, viz např. [16], [23], [32], [36] a [40].

Existuje celá řada řešení různých uzlových oblastí, nicméně zkušenosti ukazují, že některé typy se opakují v různých situacích a proto lze pro některé z nich najít „standardní“ řešení. Obecné a také mnohdy teoreticky složité posouzení se při praktickém navrhování nahrazuje zjednodušeným posudkem tzv. *průměrného napětí*, které se porovnává s reprezentativní hodnotou únosnosti. Ta je závislá na typu uzlové oblasti a liší se podle použité normy [30], [33], [38], [39].

Při posuzování pracujeme se dvěma typy výše uvedených průměrných napětí [30], [33]:

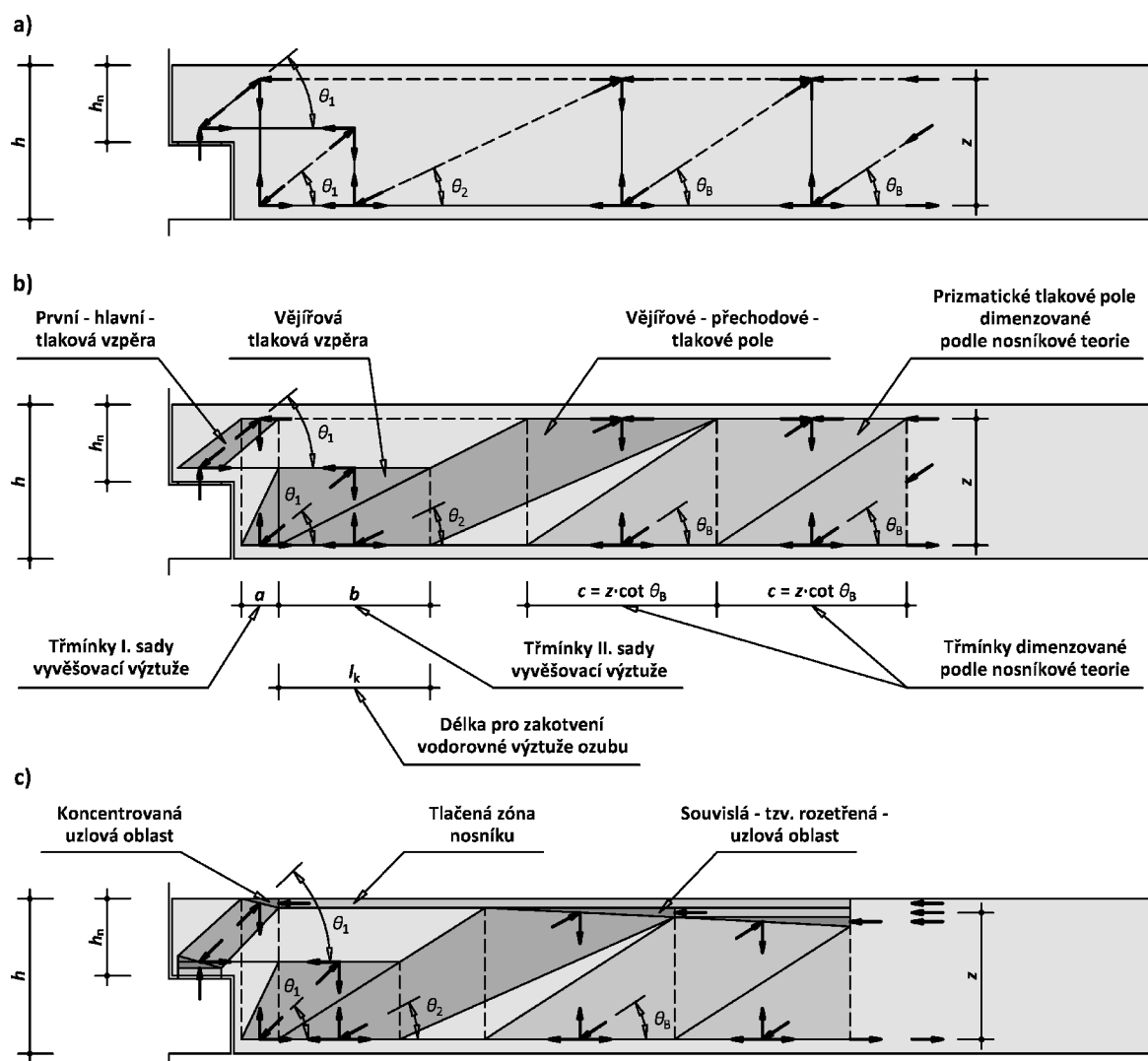
- průměrné hlavní tlakové napětí uvnitř uzlové oblasti nebo na její hranici,
- průměrné napětí v soudržnosti, které se ovšem kontroluje nepřímou, a to posuzováním kotevní délky výztuže.

Z hlediska modelování jsou uzlové oblasti asi nejvíce kontroverzním tématem celé metody. V tomto případě totiž dochází k největšímu zkreslení reality a jedná se spíše o formální nástroj k posouzení spolehlivosti těchto míst konstrukce. Asi nejkompaktnější zpracování typických uzlových oblastí nabízí publikace [33].

5 K PROBLEMATICE DIMENZOVÁNÍ DETAILU ULOŽENÍ PRVKU OZUBEM METODOU PŘÍHRADOVÉ ANALOGIE

5.1 VYBRANÉ PROBLÉMY DIMENZOVÁNÍ PODLE NĚMECKÉHO PŘÍSTUPU

Příhradový model je pouze zjednodušená představa a vždy je nutné pracovat s poli napětí, které mají určitý rozsah, resp. dimenzi. Nicméně, je třeba ale také uvážit fakt, že metoda příhradové analogie je metoda zjednodušená a také metoda do jisté míry abstraktní a proto je v praxi vždy nejen vhodné, ale zároveň také nutné zvolit přiměřenou míru zjednodušení.



Obr. 5.1 Modelování pomocí příhradové analogie: a) zjednodušený „konceptní“ model, b) model s tlačnými a taženými poli ve stěně nosníku, c) „detailní“ model s uzlovými oblastmi a tlačnou zónou nosníku

Na Obr. 5.1 (a) je vykreslen zjednodušený příhradový model typu *A1* z kap. 2.3 naznačující základní koncepci řešení, viz např. [9], [16], [18], [19], [25], [33], [34], [35], [37], [38] a [39]. Na Obr. 5.1 (b) je již tento model rozpracován ve formě tlakových a tahových polí ve stěně nosníku (část prvku vzdorující smyku). Na Obr. 5.1 (c) je potom vykreslen model včetně uzlových oblastí a tlačené zóny nosníku. Je zřejmé, že takovýto „detailní“ model je téměř nemožné sestavit bez iteračního postupu spojeného s alespoň částečnou grafickou interpretací.

Jak bylo uvedeno v kap. 4, souvislé (rozetřené) uzlové oblasti nejsou pro návrh prvku rozhodující. Proto je z praktického hlediska možné v mnoha případech označit koncepci podle Obr. 5.1 (b) za dostačující pro návrh a posouzení výztuže, příp. jejího zakotvení v souvislých uzlových oblastech. Samozřejmě je nezbytné takovýto výpočet doplnit o detailnější posouzení namáhání betonu, příp. kotvení výztuže, v místech koncentrovaných uzlových oblastí.

Pokud se nyní vrátíme zpět k modelu na Obr. 5.1 (b), příp. (c), je třeba si uvědomit následující praktické problémy plynoucí z teoretického řešení, protože – jak již bylo také v kap. 4 uvedeno – finální vyztužení musí korespondovat s modelem použitým pro jeho návrh.

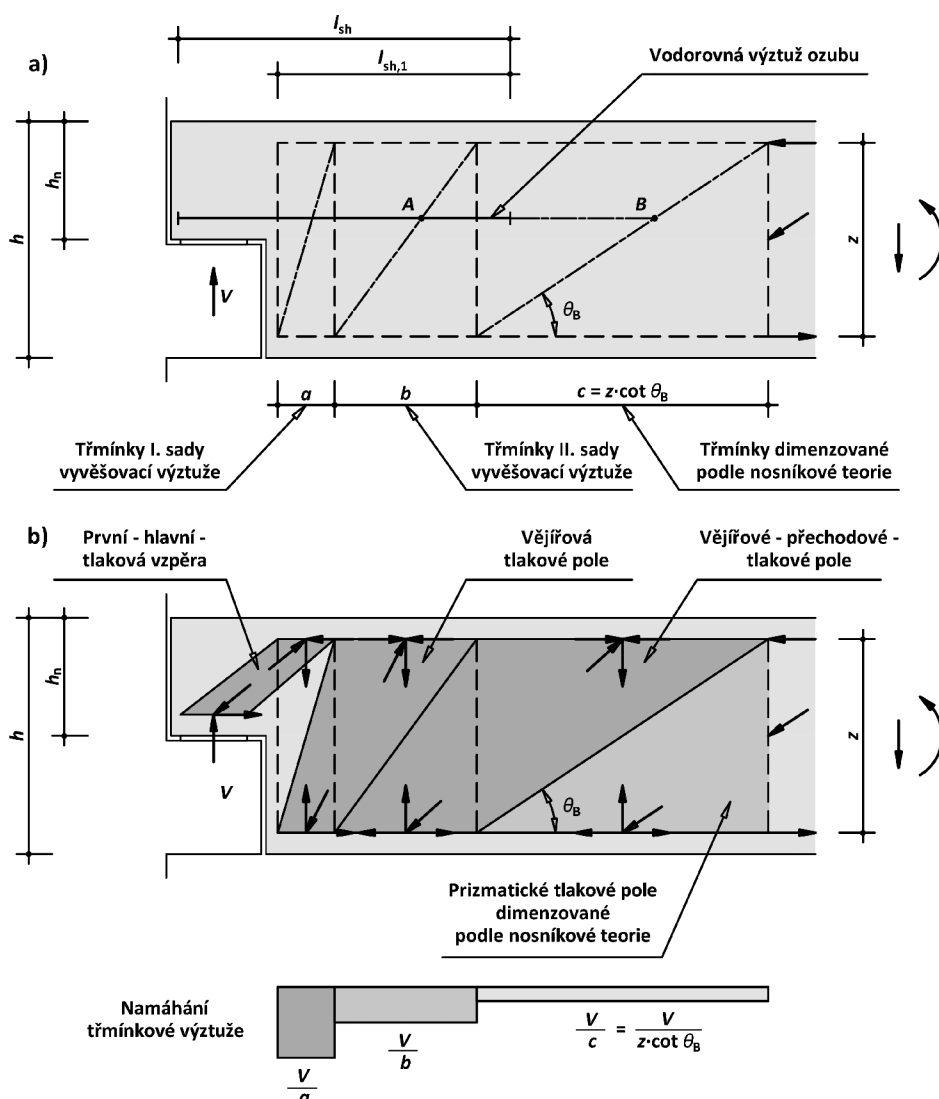
- Druhou sadu vyvšovacích třmínků je nutné rozmístit tak, aby bylo v příhradovém modelu dosaženo shodných úhlů u první a druhé tlakové diagonály (úhel označený jako θ_1). Tento požadavek plyne ze statických podmínek rovnováhy, viz kap. 2.3.
- Oblast rozmístění druhé sady vyvšovacích třmínků je nutné uvažovat jako oblast pro zakotvení vodorovné výztuže ozubu. Tyto třmínky by měly být navíc pravděpodobně realizovány pouze na částečnou výšku prvku, a to tak, aby obepínaly vodorovnou výztuž ozubu, jak je např. uvedeno v publikaci [34].
- Modelování tlakových polí musí být prováděno tak, aby nedocházelo k jejich vzájemnému překrývání, viz také kap. 4. To vede na nutnost modelování *vějířového – přechodového – tlakového pole* oddalujícího oblast, kde lze posuzovat namáhání betonu a výztuže „standardními“ normovými vztahy (oblast B).

Ačkoli je příhradový model typu $A1$ uváděn v odborné literatuře již několik let, výše uvedené aspekty v ní zpravidla nebývají vůbec uvedeny, příp. nebývají zohledňovány správně. Je zřejmé, že dostat všem výše uvedeným teoretickým předpokladům při praktickém navrhování je poměrně obtížné, ne-li v některých případech zcela nemožné.

5.2 NAVRHOVANÁ MODIFIKACE NĚMĚCKÉHO PŘÍSTUPU

Uvažujme zhlaví vyztužené pouze svislou vyvšovací výztuží ve formě uzavřených třmínků podle Obr. 5.2 (a). Vyvšovací výztuž je tvořena dvojicí sad (ozn. jako I. a II. sada v souladu s kap. 2.3) a je rovnoměrně rozložena na oblastech délky a a b . Na tuto výztuž potom plynule navazuje „standardní“ smyková výztuž navržená podle modelu platného pro B -oblast. Délku třmínkového pole odpovídajícího zvolenému sklonu tlakových diagonál θ_B , kterou uvažujeme pro dimenzování „standardní“ třmínkové výztuže (tedy délku uvažovaného šikmého řezu), označme jako c . Tento způsob vyztužení odpovídá praktickému způsobu armování třmínkovou výztuží v oblasti uložení ozubem. Základní představa o přenosu smykového namáhání prostřednictvím třmínkové výztuže je naznačena na Obr. 5.2 (b).

Autorem navrhovaná modifikace německého přístupu spočívá zejména v úpravě modelu $A1$ na Obr. 2.2. Tato úprava se opírá o statické působení detailu, které je možné pozorovat při jeho nelineární analýze a také o představu o přenosu smykového namáhání stěnou nosníku uvedenou na Obr. 5.2 (b). Pro případ, kdy působí i vodorovná složka podporové reakce, se jedná o kombinaci této úpravy a koncepce modelu C na Obr. 2.2. Poznamenejme, že v tomto případě není řešen způsob přenosu vodorovné složky reakce do vodorovné výztuže ozubu. Předpokládá se tedy, že je tento přenos nějakým způsobem zajištěn. Pro platnost dále prezentovaného řešení ještě uvažujme, že vodorovná výztuž ozubu je navržena tak, že je ukončena mezi body A a B na Obr. 5.2 (a). Na základě autorových praktických zkušeností se jedná o nejčastější případ ukončení této výztuže vzhledem ke geometrii detailu. Jako poslední předpoklad uveďme, že budeme uvažovat konstantní namáhání (průběh vnitřních sil) po délce detailu a v případě vodorovné složky reakce pouze s tahovým namáháním.



Obr. 5.2 Uložení prvku ozubem: a) označení základních geometrických veličin, b) představa o přenosu smykového namáhání stěnou nosníku

Model pro přenos svislé složky podporové reakce (dále jen svislé síly) je zobrazen na Obr. 5.3. Model vychází z představy, že vodorovná výztuž ozubu je kotvena pomocí tlakových polí (vzpěr), kterými prochází. Z titulu tahové síly v této výztuži se směr namáhání dotčených tlakových polí mění – dochází k jejich zakřivení, resp. zjednodušeně zalomení. Délku zakotvení vodorovné výztuže ozubu potom uvažujeme jako délku této výztuže nacházející se uvnitř dotčených tlakových polí.

Předpokládejme, že tlaková pole působí na vodorovnou výztuž ozubu na délce x , kterou začínáme měřit od jejího konce. Lze ukázat, že pro vzdálenost x platí rovnice

$$x = \frac{2 \cdot p_1}{z \cdot [\psi \cdot (1 + \xi) + 1]} \quad (5.1)$$

kde pro ξ a p_1 platí vztahy

$$\xi = \frac{z \cdot (l_{sh,1} - a) - z_1 \cdot b}{z_1 \cdot c + z_2 \cdot b} \quad (5.2)$$

Výsledné řešení je tedy obecně iterační proces hledání kombinace neznámých x a ψ , při kterém je nutné kontrolovat vyjma rovnic (5.4) a (5.5) také podmínky únosnosti jednotlivých komponent příhradového modelu. Ty jsou závislé na konkrétní normě, podle které prvek, resp. konstrukci, posuzujeme.

Poznamenejme, jak by mělo být správně kontrolováno zakotvení vodorovné výztuže ozubu. Jelikož se obecně podle norem předpokládá rovnoměrné rozdělení napětí v soudržnosti na kotevní délce, potom vztah (zapsáno bez ohledu na normové označení)

$$l_{k,req} \leq x \quad (5.6)$$

kde $l_{k,req}$ je požadovaná kotevní délka podle normy a x je délka výztuže sevřená tlakovými poli, viz Obr. 5.3, je možné použít pouze za předpokladu konstantního namáhání výztuže na celé délce x . Jak se lze opět přesvědčit, tato podmínka platí pouze pro koeficient ψ , který je kořenem kvadratické rovnice

$$A \cdot \psi^2 + B \cdot \psi + C = 0 \quad (5.7)$$

s konstantami A , B a C ve tvaru

$$A = (1 + \xi) \cdot \left(-\frac{p_1}{2} + \frac{q_1}{2} \right) \quad (5.8)$$

$$B = -\frac{p_1}{2} \cdot (1 - \xi) + \frac{q_1}{2} + \frac{r_1}{2} \cdot (1 + \xi) \quad (5.9)$$

$$C = \frac{r_1}{2} \quad (5.10)$$

kde p_1 je dáno rovnicí (5.2) a pro q_1 a r_1 platí vztahy

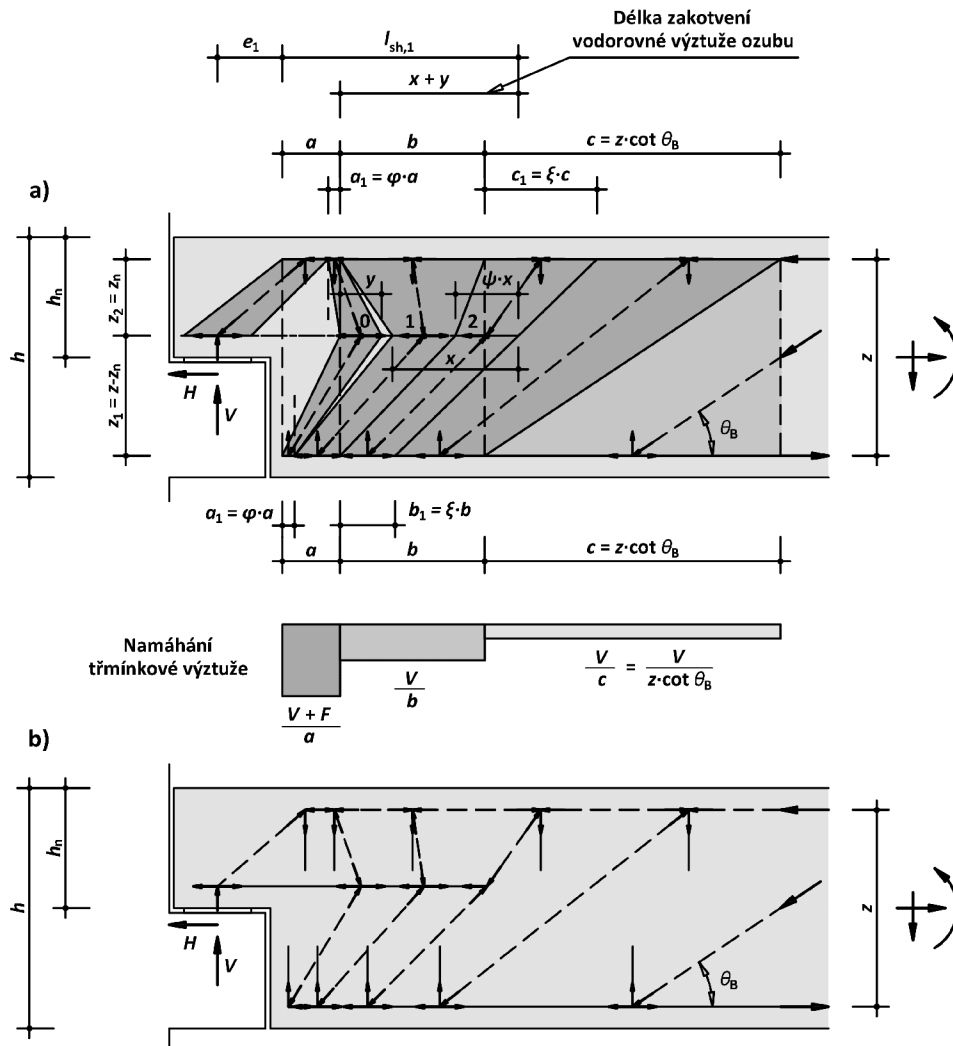
$$q_1 = l_{sh,1} \cdot z - a \cdot \left(z_1 + \frac{z_2}{2} \right) - b \cdot \frac{z_1}{2} + \xi \cdot (l_{sh,1} \cdot z - a \cdot z - b \cdot z_1) - \xi^2 \cdot \left(b \cdot \frac{z_2}{2} + c \cdot \frac{z_1}{2} \right) \quad (5.11)$$

$$r_1 = \xi \cdot (a \cdot z + b \cdot z_1 - l_{sh,1} \cdot z) + \xi^2 \cdot \left(b \cdot \frac{z_2}{2} + c \cdot \frac{z_1}{2} \right) \quad (5.12)$$

Pokud rovnice (5.7) nemá řešení v rámci omezujících podmínek (5.4) a (5.5), znamená to, že není možné nalézt takový tvar tlakových polí, aby bylo zajištěno konstantní namáhání vodorovné výztuže ozubu a je nutné při volbě neznámých x a ψ postupovat iteračně. V takovém případě je nutné kontrolovat zakotvení výztuže v rámci každého tlakového pole zvlášť prostřednictvím napětí v soudržnosti.

Varianta v případě působící svislé i vodorovné složky podporové reakce (dále jen svislé i vodorovné síly) je vykreslena na Obr. 5.4. Jedná se o kombinaci modelu pro přenos svislé síly popsaného v předcházející části a koncepce modelu C na Obr. 2.2 z kap. 2.3. Model pro přenos svislé síly je tedy rozšířen o zalomené tlakové pole (dvojici vzpěr) opřené do vyvšovacíh

třmíneků I. sady, u kterých dochází z titulu působení vodorovné síly ke zvýšenému namáhání. Vodorovné reakce tohoto statického systému musí být přeneseny tlačným a taženým pásem nosníku.



Obr. 5.4 Model odpovídající přenosu svislé a vodorovné síly:
 a) pole napětí ve stěně nosníku, b) zjednodušený příhradový model

Předpokládejme, že doplněné tlakové pole vzdorující působení vodorovné síly H se opírá o vodorovnou výztuž ozubu na délce y , kterou začínáme měřit na rozhraní I. a II. sady vyvšovací třmínekové výztuže. Pro tuto délku lze odvodit rovnici

$$y = \frac{2 \cdot H \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot (1 - \varphi)}{V \cdot z \cdot \varphi} - 2 \cdot a \cdot \frac{z_2}{z} \cdot (1 - \varphi) - \varphi \cdot a \tag{5.13}$$

která představuje opět rovnici rovnováhy o dvou neznámých y a φ .

Součinitel φ vyjadřuje poměr mezi doplňkovou silou ve třmínekové výztuži I. sady vznikající z titulu působení vodorovné síly H a působící svislou silou V tak, aby byla zajištěna proporcionalita jejího namáhání podle Obr. 5.4. Lze ukázat, že musí platit

$$F = \frac{\varphi}{(1 - \varphi)} \cdot V \tag{5.14}$$

Pro hledání tvaru tlakových polí vzdorujících působení svíslé síly platí úvahy z předcházející části. Rovnice rovnováhy pro x a ψ má potom tvar

$$x = \frac{2 \cdot (p_1 + p_2)}{z \cdot [\psi \cdot (1 + \xi) + 1]} \quad (5.15)$$

kde pro ξ a p_1 platí vztahy (5.2) a (5.3) a pro p_2 platí

$$p_2 = \frac{\varphi \cdot a}{2} \cdot (z_1 - z_2) \quad (5.16)$$

Opět lze prohlásit, že jakákoli kombinace neznámých y a φ v rovnici (5.13) a neznámých x a ψ v rovnici (5.15), pro kterou nebude překročena únosnost jednotlivých komponent příhradového modelu je řešením.

Samozřejmě opět musí platit omezující podmínky řešení

$$x + y \in (0; l_{sh,1} - a) \quad (5.17)$$

$$\psi \in (0; 1) \quad (5.18)$$

$$\varphi \in (0; 1) \quad (5.19)$$

kteří musejí být splněny současně.

Hledání proporcionálního namáhání vodorovné výztuže ozubu je v rámci obecného analytického řešení v podstatě vyloučené, protože tato úloha vede na soustavu dvou kvadratických rovnic pro neznámé φ a ψ . V případě potřeby by bylo pravděpodobně vhodnější řešit konkrétní případ numericky, nicméně poznamenejme, že tak jako v případě kvadratické rovnice (5.7), tato úloha nemusí mít řešení. Z praktického hlediska, kdy pro posuzování tohoto detailu zpravidla využíváme tabulkového procesoru (např. Microsoft Excel), se lze omezit na iterační přístup, kdy nejprve vyřešíme část modelu přenášejícího vodorovnou sílu (stanovíme tedy y a φ) a následně se můžeme pokusit nalézt proporcionální řešení v rámci délky x . Je pouze třeba pracovat s upravenými konstantami A a B v kvadratické rovnici (5.7) ve tvaru

$$A = (1 + \xi) \cdot \left(-\frac{p_1}{2} - \frac{p_2}{2} + \frac{q_1}{2} + \frac{q_2}{2} \right) \quad (5.20)$$

$$B = (1 - \xi) \cdot \left(-\frac{p_1}{2} - \frac{p_2}{2} \right) + \frac{q_1}{2} + \frac{q_2}{2} + \frac{r_1}{2} \cdot (1 + \xi) \quad (5.21)$$

kde p_1 , q_1 a r_1 jsou dány vztahy (5.2), (5.11) a (5.12) a pro p_2 a q_2 platí

$$p_2 = \frac{\varphi \cdot a}{2} \cdot (z_1 - z_2) \quad (5.22)$$

$$q_2 = -\frac{\varphi \cdot a \cdot z_2}{2} \quad (5.23)$$

6 EXPERIMENTÁLNÍ VÝZKUM

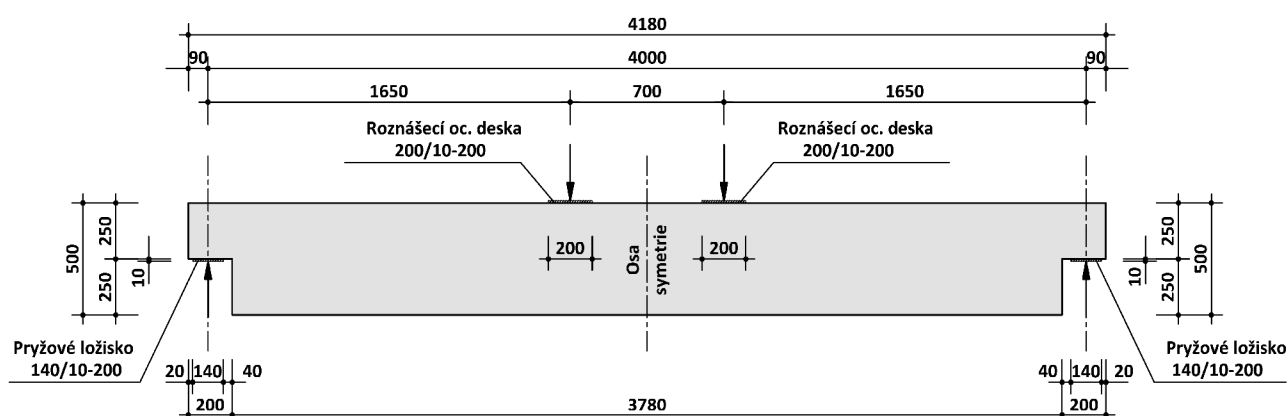
Experimentální část disertační práce byla realizována firmou IP systém a.s., ve které autor práce působí, ve spolupráci s Ústavem betonových a zděných konstrukcí FAST VUT v Brně v rámci inovačního vouchery č. 2013050011 Jihomoravského kraje.

Primární cíle experimentu byly:

- ověřit správnost používaného výpočetního postupu,
- ověřit vliv použitého poměru svislé a šikmé vyvěšovací výztuže na únosnost a chování detailu během zatěžování,
- ověřit požadavek na rozmístění svislých vyvěšovacích třmínků podle kap. 2.3

6.1 NÁVRH EXPERIMENTU

S ohledem na možnosti testovacího zařízení, ale také na praktický a proveditelný způsob vyztužení, který by umožňoval jistou jeho diferenciaci vzhledem ke sledovaným parametrům, byl navržen nosník průřezu 500/250 mm o teoretickém rozpětí 4000 mm. Výška ozubu v místě uložení byla zvolena jako polovina výšky nosníku (prakticky nejčastější způsob řešení), jeho vyložení bylo navrženo 200 mm, viz Obr. 6.1.



Obr. 6.1 Tvar zkušebních nosníků a schéma zatěžovací zkoušky

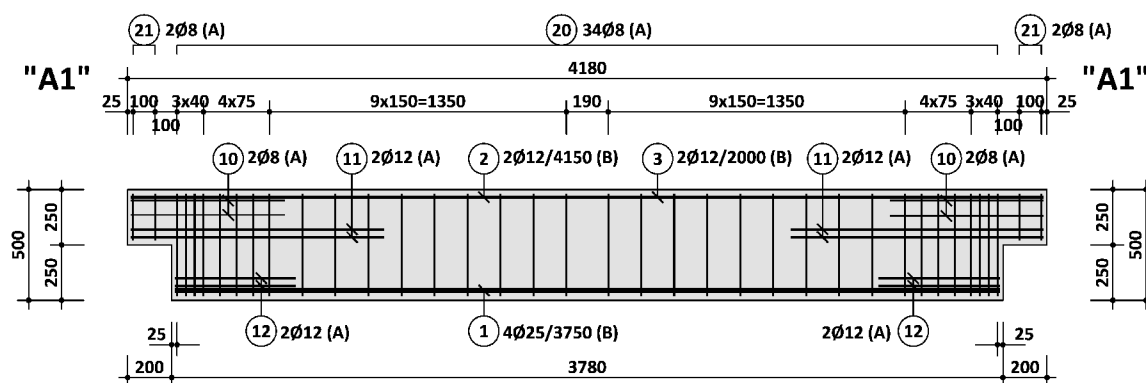
Celkem bylo navrženo šest různých typů vyztužení zhlaví pracovně označených *A1*, *A2*, *B*, *C*, *D* a *E*. Způsob jejich vyztužení byl zvolen tak, aby bylo ve všech případech výpočtově dosaženo zhruba stejné únosnosti a také aby o porušení ozubu vždy rozhodovala téměř současně únosnost vyvěšovací výztuže a vodorovné výztuže ozubu, příp. její zakotvení, viz Tab. 6.1. Zhlaví *A1* a *A2* byla vyztužena pouze svislými třmínky a vodorovnými smyčkami a vzájemně se lišila pouze oblastí, na které byly vyvěšovací třmínky rozmístěny. Zhlaví *B*, *C*, *D* a *E* byla vyztužena také šikmou výztuží ve formě prostorové smyčky a vzájemně se lišila podílem svislé a šikmé vyvěšovací výztuže. Vyjma zhlaví *A2* byl u všech zhlaví splněn požadavek na rozmístění svislých třmínků podle kap. 2.3.

Vzhledem k předpokládanému rozsahu experimentu a podobnosti zhlaví *C* a *D* bylo nakonec vyrobeno pouze 5 nosníků označených *T1* až *T5*, z nichž nosník *T3* měl rozdílně vyztužená zhlaví. Z hlediska ohybu a smyku byly nosníky nadimenzovány tak, aby primárně došlo k porušení v místech jejich zhlaví. Vyztužení jednotlivých nosníků je uvedeno na Obr. 6.2 až Obr. 6.6. Nosníky byly navrženy z betonu pevnostní třídy C35/45 a výztuže B500A, resp. B500B. Navržená geometrie i vyztužení odpovídají reálnému zhlaví.

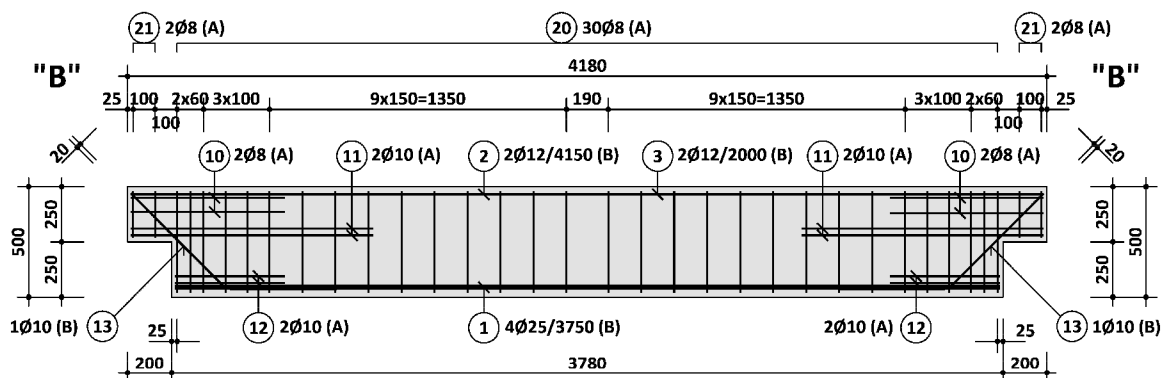
Tab. 6.1 Tabulka predikovaných únosností jednotlivých typů zhlaví

Nosník	Zhlaví	Podíl svislé vyvážovací výztuže [%]	Podíl šikmé vyvážovací výztuže [%]	Predikovaná hodnota únosnosti V_{pred} [kN] *
T1	A1	100	0	200
T2	B	73	27	205
T3	C	58	42	186
	D	44	56	186
T4	E	28	72	193
T5	A2	100	0	198

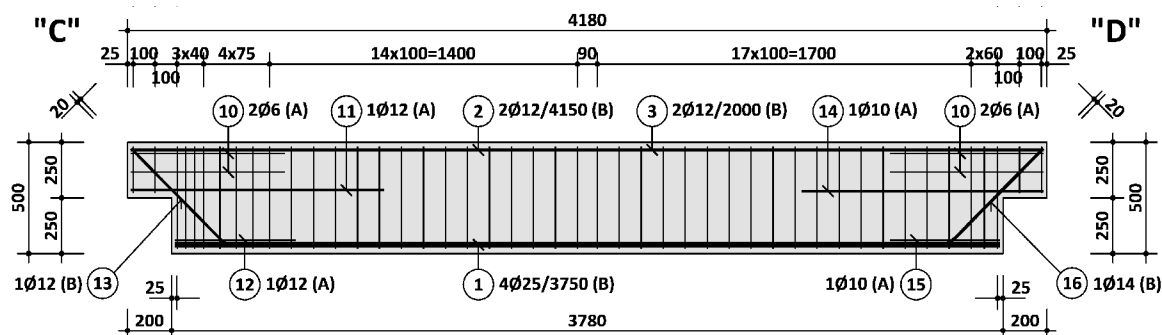
* vztaženo k charakteristické mezi kluzu výztuže $f_{yk} = 500$ MPa



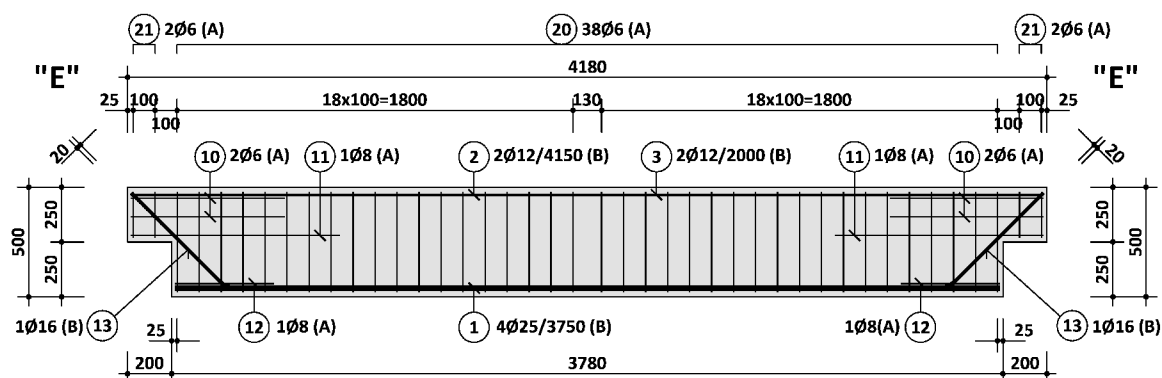
Obr. 6.2 Vyztužení nosníku T1 – zhlaví A1



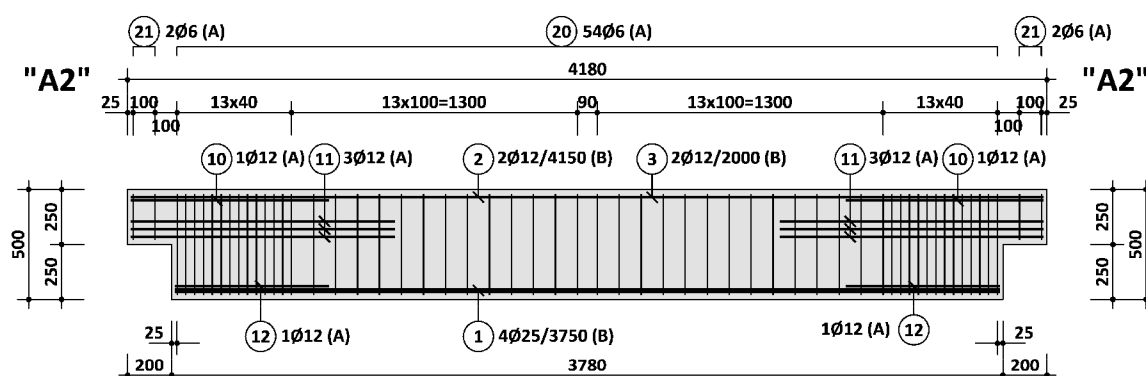
Obr. 6.3 Vyztužení nosníku T2 – zhlaví B



Obr. 6.4 Vyztužení nosníku T3 – zhlaví C a D



Obr. 6.5 Vyztužení nosníku T4 – zhlaví E



Obr. 6.6 Vyztužení nosníku T5 – zhlaví A2

V každém zhlaví byly před betonáží umístěny tenzometry pro měření poměrných přetvoření na:

- prvním třmínku první sady vyvěšovací výztuže,
- posledním třmínku první sady vyvěšovací výztuže,
- šikmé vyvěšovací výztuži,
- první smyčce tahové výztuže ozubu.

Výroba nosníků proběhla ve výrobní hale f. IP systém a.s. v Olomouci ve dnech 9. 12. 2013 až 13. 12. 2013. Při výrobě jednotlivých nosníků byla také zhotovena zkušební tělesa pro provedení doprovodných zkoušek betonu.

6.2 MATERIÁLOVÉ ZKOUŠKY BETONU

Materiálové zkoušky proběhly 23. 1. 2014 v laboratořích FAST VUT v Brně. Výsledky jednotlivých zkoušek jsou uvedeny v Tab. 6.2 až Tab. 6.4. Tyto výsledky následně sloužily pro srovnávací fyzikálně-nelineární výpočty metodou konečných prvků, viz kap. 7.

Tab. 6.2 Tabulka naměřených krychelných pevností betonu v tlaku [69]

Ozn. vzorku	Stáří [dny]	Rozměry			Hmotnost [kg]	Síla při porušení [kN]	Objemová hmotnost [kg/m ³]	Krychelná pevnost v tlaku [MPa]
		a [mm]	b [mm]	h [mm]				
T2/1	44	149,4	149,6	150,3	8,007	1719,5	2384	76,9
T2/2	44	150,3	149,1	150,7	8,040	1731,4	2381	77,3
T3/1	43	149,5	149,6	150,3	8,008	1723,5	2383	77,1
T3/2	43	150,3	149,6	150,3	8,057	1851,1	2384	82,3
Průměr								78,4

Tab. 6.3 Tabulka naměřených hranolových pevností betonu v tlaku a modulů pružnosti [69]

Ozn. vzorku	Stáří [dny]	Rozměry			Hmotnost [kg]	Síla při porušení [kN]	Objemová hmotnost [kg/m ³]	Hranolová pevnost v tlaku a modul pružnosti [MPa]	
		<i>a</i> [mm]	<i>b</i> [mm]	<i>l</i> [mm]					
T1	45	100,6	100,8	400,1	9,519	661,5	2348	65,3	*
T3	43	100,6	101,2	400,1	9,566	665,0	2348	65,3	30200
T5/1	41	100,8	100,2	400,1	9,527	596,8	2359	59,1	*
T5/2	41	100,6	99,9	400,4	9,532	591,5	2367	58,8	29300
Průměr								62,1	29750

* Vzorky T1 a T5/1 sloužily pro nastavení úrovně zatěžení pro zjištění modulu pružnosti

Tab. 6.4 Tabulka naměřených pevností betonu v tahu za ohybu [69]

Ozn. vzorku	Stáří [dny]	Rozměry			Hmotnost [kg]	Síla při porušení [kN]	Objemová hmotnost [kg/m ³]	Pevnost v tahu za ohybu [MPa]
		<i>a</i> [mm]	<i>b</i> [mm]	<i>l</i> [mm]				
T2	44	101,0	101,3	400,2	9,562	17,1	2336	4,96
T4	42	100,6	101,4	400,0	9,567	14,5	2343	4,23
Průměr								4,60

6.3 PRŮBĚH A VÝSLEDKY ZATĚŽOVACÍCH ZKOUŠEK

Zkoušky proběhly ve dnech 21. 1. 2014 a 22. 1. 2014 v laboratořích FAST VUT v Brně. Nosníky byly při zkoušce uloženy na pryžová ložiska a zatěžovány dvojicí sil podle Obr. 6.1. Síly byly vyvozovány hydraulickými lisami přes ocelové roznášecí desky. U nosníků *T1*, *T2* a *T3* byla zkouška ukončena dosažením extrémní síly, při které již nedocházelo k jejímu růstu, ale docházelo pouze ke zvětšování deformací. U nosníků *T4* a *T5* bylo i po tomto okamžiku prováděno další přitěžování, a to až do jejich úplného porušení. V obou případech došlo k destrukci v místě zhlaví.

Při zkoušce byla prováděna následující měření:

- měření změn sil v jednotlivých hydraulických lisech,
- měření změn svislých posunů (průhybů na krajích a uprostřed nosníku),
- měření zkrácení betonu ve směru předpokládané hlavní tlačené diagonály,
- měření změn poměrných přetvoření na vybraných položkách betonářské výztuže.

U všech typů vyztužení bylo dosaženo zhruba stejné hodnoty únosnosti. Mírně vyšší únosnost vykázala zhlaví se šikmou výztuží, viz Tab. 6.5. Absence šikmé výztuže měla ovšem zásadní vliv na vznik, rozvoj a výslednou šířku trhlin. Zhlaví opatřená šikmou výztuží vykazovala ve všech stádiích zatěžení zhruba poloviční šířku trhlin než zhlaví, která tuto výztuž neměla, viz Tab. 6.6. Způsob porušení zhlaví *E* a *A2* je zobrazen na Obr. 6.7.

Tab. 6.5 Tabulka dosažených mezních únosností

Nosník	Zhlaví	Podíl svislé vyvážovací výztuže [%]	Podíl šikmé vyvážovací výztuže [%]	Predikovaná hodnota únosnosti V_{pred} [kN]	Mezní únosnost stanovená experimentem V_{exp} [kN]	Poměr V_{exp}/V_{pred} [-]
T1	A1	100	0	200	266	1,33
T2	B	73	27	205	282	1,38
T3	C	58	42	186	277	1,49
	D	44	56	186		
T4	E	28	72	193	274	1,42
T5	A2	100	0	198	252	1,27

Tab. 6.6 Tabulka naměřených šířek trhlin pro různé intenzity zatížení

Nosník	Zhlaví	Podíl svislé vyvážovací výztuže [%]	Podíl šikmé vyvážovací výztuže [%]	Max. šířka trhlin při zatížení 80 kN [mm]	Max. šířka trhlin při zatížení 140 kN [mm]	Max. šířka trhlin při mezním zatížení [mm]
T1	A1	100	0	0,20	0,60	4,00
T2	B	73	27	0,20	0,30	1,50
T3	C	58	42	0,10	0,25	3,00
	D	44	56	0,10	0,25	2,00
T4	E	28	72	0,10	0,25	1,50
T5	A2	100	0	0,25	0,70	4,00



Obr. 6.7 Porušení zhlaví E (vlevo) a A2 (vpravo)

7 NUMERICKÁ ANALÝZA EXPERIMENTU

7.1 POUŽITÝ SOFTWARE, VÝPOČTOVÉ MODELY A VSTUPNÍ PARAMETRY MATERIÁLŮ

Fyzikálně-nelineární analýza byla provedena v programu ATENA 2D v5 f. Červenka Consulting s.r.o. Úloha byla modelována jako rovinná napjatost a bylo využito symetrie geometrie a zatížení.

Pro beton byl použit *materiálový model SBETA*, viz [64], s vybranými parametry upravenými v závislosti na výsledcích materiálových zkoušek. Vzhledem k tomu, že zkoušky pevnosti v tahu za ohybu a modulu pružnosti nebyly provedeny pro všechny nosníky (zhlaví), byla pro nelineární analýzu uvažována pouze jedna sada, a to průměrných, parametrů betonu shodná pro všechna zhlaví (včetně pevnosti v tlaku), viz Tab. 7.1.

Tab. 7.1 Naměřené průměrné materiálové charakteristiky betonu [69]

Krychelná pevnost v tlaku	$f_{cm,cube}$	78,4	MPa
Hranolová pevnost v tlaku	$f_{cm,prism}$	62,1	MPa
Pevnost v tahu za ohybu	$f_{ctm,fl}$	4,6	MPa
Modul pružnosti	E_c	29750	MPa

Pro stanovení potřebné hodnoty průměrné pevnosti betonu v prostém tahu f_{ctm} byl použit převodní vztah mezi touto pevností a naměřenou průměrnou pevností v tahu za ohybu $f_{ctm,fl}$ z Model-Code 1990 [12]. Pro výpočet lomové energie, která s pevností betonu v tahu přímo souvisí, byl použit výchozí vztah z teoretického manuálu programu ATENA [64]. V Tab. 7.2 jsou uvedeny vybrané parametry modelu SBETA, které byly uvažovány ve výpočtu.

Tab. 7.2 Vybrané parametry materiálového modelu SBETA s označením veličin podle [64]

Krychelná pevnost v tlaku (výchozí)	f_{cu}	78,4	MPa
Tahová pevnost (upravená)	f_t	2,76	MPa
Modul pružnosti (upravený)	E_c	29750	MPa
Lomová energie (upravená)	G_f	69,0	N/m

Výztuž byla modelována pomocí bilineárního pracovního diagramu se zpevněním a omezeným poměrným přetvořením. Jednotlivým položkám výztuže byly přiřazeny parametry odpovídající hodnotám z inspekčních certifikátů od výrobců, viz Tab. 7.3. Poměrné přetvoření na mezi kluzu bylo dopočteno za předpokladu modulu pružnosti betonářské oceli $E = 200$ GPa.

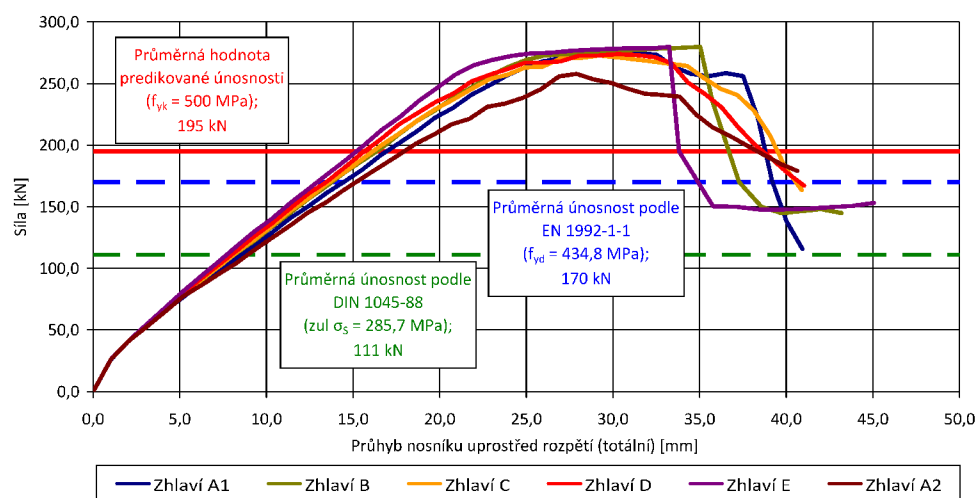
Tab. 7.3 Parametry použité výztuže podle [65], [66], [67] a [68]

Použitá betonářská ocel		Mez kluzu $R_e / R_{p0,2} (f_y / f_{0,2})$ [MPa]	Mez pevnosti v tahu $R_m (f_t)$ [MPa]	Celkové prodloužení při max. zatížení $A_{gt} (\epsilon_u)$ [%]
Průměr	Značka oceli			
Ø 6 mm	B500A	548	597	4,4
Ø 8 mm	B500A	574	614	4,4
Ø 10 mm	B500A	580	626	4,3
Ø 12 mm	B500A	574	626	5,0
Ø 10 mm	B500B	559	631	10,0
Ø 12 mm	B500B	554	636	16,5
Ø 14 mm	B500B	562	622	9,7
Ø 16 mm	B500B	580	651	14,0
Ø 25 mm	B500B	536	629	11,9

Rožnášecí ocelová deska byla modelována jako pružný materiál s modulem pružnosti $E = 210$ GPa a Poissonovým číslem $\mu = 0,3$. Podepření simulující uložení nosníku na elastomerickém ložisku bylo modelováno zjednodušeně pomocí pružiny s lineárním chováním v tlaku a s vyloučeným přenosem tahu. Tuhost pružiny byla stanovena reverzní analýzou na základě pozorovaného chování ložiska během zkoušek a byla uvažována hodnotou $E = 0,03$ GPa (30 MN/m²).

7.2 VÝSLEDKY NUMERICKÉ ANALÝZY A JEJICH SROVNÁNÍ S EXPERIMENTEM

Pro stanovení mezního zatížení bylo použito řízené deformace v místě působící síly, a to s konstantním přírůstkem $1,0$ mm/zatěžovací krok, viz Obr. 7.1.



Obr. 7.1 Velikost působící síly v závislosti na průhybu uprostřed nosníku

Základní výsledky jsou shrnuty v Tab. 7.4 a Tab. 7.5. Hodnoty mezních únosností se velmi dobře shodují s hodnotami naměřenými při zatěžovací zkoušce, viz Tab. 7.6. Nepatrně rozdílné výsledky v porovnání s experimentem byly dosaženy v rámci průhybů a šířek trhlin, viz Tab. 7.7.

Tab. 7.4 Tabulka vypočtených mezních únosností

Nosník	Zhlaví	Podíl svislé vyvážovací výztuže [%]	Podíl šikmé vyvážovací výztuže [%]	Predikovaná hodnota únosnosti V_{pred} [kN]	Mezní únosnost stanovená nel. výpočtem V_{NFEA} [kN]	Poměr V_{NFEA}/V_{pred} [-]
T1	A1	100	0	200	275	1,38
T2	B	73	27	205	280	1,37
T3	C	58	42	186	273	1,47
	D	44	56	186	274	1,47
T4	E	28	72	193	280	1,45
T5	A2	100	0	198	258	1,30

Tab. 7.5 Tabulka vypočtených šířek trhlin pro různé intenzity zatížení

Nosník	Zhlaví	Podíl svislé vyvážovací výztuže [%]	Podíl šikmé vyvážovací výztuže [%]	Max. šířka trhlin při zatížení 80 kN [mm]	Max. šířka trhlin při zatížení 140 kN [mm]	Max. šířka trhlin při mezním zatížení [mm]
T1	A1	100	0	0,40	0,55	3,10
T2	B	73	27	0,15	0,40	3,20
T3	C	58	42	0,15	0,35	3,30
	D	44	56	0,15	0,35	3,60
T4	E	28	72	0,10	0,30	1,90
T5	A2	100	0	0,45	1,40	4,40

Tab. 7.6 Srovnávací tabulka vypočtených a naměřených mezních únosností

Nosník	Zhlaví	Podíl svislé vyvážovací výztuže [%]	Podíl šikmé vyvážovací výztuže [%]	Mezní únosnost stanovená nel. výpočtem V_{NFEA} [kN]	Mezní únosnost stanovená experimentem V_{exp} [kN]	Poměr V_{NFEA}/V_{exp} [-]
T1	A1	100	0	275	266	1,03
T2	B	73	27	280	282	0,99
T3	C	58	42	273	277	0,99
	D	44	56	274		0,99
T4	E	28	72	280	274	1,02
T5	A2	100	0	258	252	1,02

Tab. 7.7 Srovnávací tabulka vypočtených a naměřených průhybů a šířek trhlin při mezním zatížení

Nosník	Zhlaví	Nelineární výpočet		Experiment	
		Průhyb při mezním zatížení – relativní [mm]	Max. šířka trhlin při mezním zatížení [mm]	Průhyb při mezním zatížení – relativní [mm]	Max. šířka trhlin při mezním zatížení [mm]
T1	A1	20,2	3,10	19,4	4,00
T2	B	25,1	3,20	26,2	1,50
T3	C	19,0	3,30	25,7	3,00
	D	19,7	3,60		2,00
T4	E	24,9	1,90	22,2	1,50
T5	A2	16,1	4,40	17,1	4,00

Mírnou neshodu mezi výsledky experimentu a numerické analýzy bylo však možné pozorovat v rámci srovnatelných naměřených a vypočtených poměrných přetvoření na vybraných položkách výztuže. Přestože použité tenzometry měly být svými parametry pro experiment dostačující, většina z nich selhala mnohem dříve, než vůbec bylo dosaženo mezního zatížení. Nelineární analýza však prokázala, že z praktického hlediska je možné prohlásit, že předpoklad výpočtu o namáhání veškeré vyvšovací výztuže a vodorovné výztuže ozubu v mezním stavu napětím na mezi kluzu je splněn. Zatímco u zhlaví A2 se způsob porušení při experimentu a při nelineární analýze shodoval, u zhlaví E se způsob porušení při experimentu nelineární analýzou prokázat nepodařilo.

8 ZÁVĚR

Disertační práce se zabývá analýzou *detailu uložení prvku ozubem*, který je jedním z nejvíce používaných detailů v oblasti prefabrikovaných konstrukcí pozemních staveb.

V úvodní části disertační práce (kap. 2) byl popsán současný stav řešené problematiky. Byly shrnuty známé způsoby konstrukčního a statického řešení výše uvedeného detailu a stručně popsán dosavadní experimentální výzkum v této oblasti. Cílem úvodní části bylo také představit *metodu příhradové analogie* jako vhodný nástroj pro konzistentní řešení detailu, prvku nebo celé konstrukce.

V druhé části disertační práce (kap. 4) byl prezentován teoretický základ výše uvedené metody, který lze využít jako komentář pro praxi. Jedná se o syntetickou kompilaci informací ze zahraniční odborné literatury doplněnou autorovým komentářem. Byla popsána základní koncepce metody a její začlenění v poměrně početné skupině teorií využívajících příhradové analogie při svém popisu chování prvků namáhaných smykem, příp. kroucením. Uvedena byla obecná metodika navrhování a posuzování včetně popisu jednotlivých komponent příhradového modelu. Autor práce si je vědom českých publikací na toto téma, viz např. [29], [50], [51], [52], [53], [54], [55], [56], [57] a [58], přesto se domnívá, že text podobného charakteru u nás zatím chybí.

Třetí část disertační práce (kap. 5) byla věnována statickému řešení detailu uložení prvku ozubem metodou příhradové analogie. Byly popsány vybrané praktické problémy plynoucí ze známého řešení podle německého přístupu a teoreticky zpracována jeho autorem navržená modifikace zohledňující způsob vyztužování v praxi.

Čtvrtá část disertační práce (kap. 6) se zabývala experimentálním ověřením analyzovaného detailu, které mělo za úkol především verifikovat výpočetní postup používaný pro jeho návrh, vliv použitého poměru svislé a šikmé vyvšovací výztuže na únosnost a chování detailu během zatěžování a také oprávněnost empirického požadavku na rozmístění vyvšovacích třmínků podle kap. 2.3. Zatěžovací zkoušky úspěšně ověřily výpočet používaný pro dimenzování prezentovaného detailu. Z jejich výsledků také vyplývá, že volba poměru svislé a šikmé vyvšovací výztuže nemá v rámci praktického vyztužování zásadní vliv na mezní únosnost, ale pouze na vznik, rozvoj a výslednou šířku trhlin. Obecně lze prohlásit, že s rostoucím poměrem šikmé vyvšovací výztuže klesá šířka a hustota trhlin ve všech stádiích zatěžování. S ohledem na jejich omezení v provozním stadiu se doporučuje navrhovat alespoň konstrukční šikmou výztuž. Výrazně negativní vliv nedodržení požadavku na rozmístění svislých třmínků podle kap. 2.3 se v tomto případě neprokázal. Nicméně, u zhlaví A2, které tento požadavek nesplňovalo, bylo dosaženo nejnižší únosnosti a také nebylo možné pozorovat prakticky žádné duktilní chování. Z tohoto důvodu se doporučuje výše uvedený požadavek pokud možno dodržovat.

V poslední části disertační práce (kap. 7) byla provedena numerická simulace experimentu pomocí fyzikálně-nelineární analýzy programem ATENA [64]. Při výpočtech se vycházelo z reálných

materiálových charakteristik betonu a výztuže vycházejících z doprovodných materiálových zkoušek betonu provedených v rámci experimentu a z inspekčních certifikátů výztuže od jejich dodavatelů. Provedené výpočty ukázaly velmi dobrou shodu s experimentem v rámci stanovených mezních únosností. Nepatrně rozdílné výsledky byly dosaženy v rámci průhybů a šířek trhlin. Lze však konstatovat, že veškeré výše uvedené závěry plynoucí z výsledků zatěžovacích zkoušek byly nelineární analýzou potvrzeny. Na rozdíl od experimentu, kde bylo použito pouze omezené množství tenzometrů pro sledování deformace výztuže a u kterých navíc došlo k jejich předčasnému selhání, bylo při numerické analýze možné detailně zkoumat stav napětí a přetvoření na všech položkách výztuže. Z praktického hlediska je možné prohlásit, že předpoklad výpočtu o namáhání veškeré vyvేశovací výztuže a vodorovné výztuže ozubu napětím na mezi kluzu v mezním stavu únosnosti byl splněn.

V dnešní době již nečiní příliš velké potíže provádět poměrně rozsáhlé nelineární výpočty vybraných částí nebo dokonce celých konstrukcí a vývoj jde v této oblasti neustále vpřed. Při praktickém navrhování může být však překážkou nejen nutnost postupovat přes globální součinitel spolehlivosti, ale také zvýšený nárok na teoretické znalosti uživatele oproti „běžným“ normovým výpočetním postupům každodenní inženýrské praxe. Tyto problémy se v současné době snaží odstranit nový a pravděpodobně zcela ojedinělý software pro řešení detailů betonových konstrukcí IDEA StatiCa Detail [41], který byl uveden na trh v samotném závěru zpracování předkládané disertační práce. Na základě autorovi dostupných informací má tento program oprávněné ambice nahradit metodu příhradové analogie v podobě, v jaké je prezentována v této práci. Přesto se autor této práce domnívá, že „zjednodušené“ metody mají stále svoji nezastupitelnou roli v portfoliu každého statika.

Vzhledem k významu detailů u prefabrikovaných konstrukcí, které se na rozdíl od konstrukcí monolitických nevyznačují příliš vysokou statickou neurčitostí a s ní spojenou možnou rezervou, je třeba dále věnovat pozornost této problematice, a to nejen po stránce teoretického modelování, ale také po stránce experimentálního ověřování.

9 LITERATURA

- [1] ČSN 73 1201: 1976 *Navrhování betonových konstrukcí*. Praha: Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření, říjen 1967.
- [2] ČSN 73 1201: 1986 *Navrhování betonových konstrukcí*. Praha: Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření, srpen 1986.
- [3] ČSN P ENV 1992-1-1: 1994 *Navrhování betonových konstrukcí, Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, prosinec 1994.
- [4] ČSN EN 1992-1-1: 2011 *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Ed. 2. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, červenec 2011.
- [5] DIN 1045-1: 2008 *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion*. Berlin: Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V., August 2008.
- [6] ACI 318-14: 2014 *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-14) and Commentary*. Farmington Hills (Michigan): American Concrete Institute, September 2014 (First Printing). ISBN 978-0-87031-930-3.
- [7] ACI 445R-99: 1999 *Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete*. Farmington Hills (Michigan): American Concrete Institute, November 1999. ISBN 978-0-87031-467-4.

- [8] CSA A23.3-14: 2014 *Design of concrete structures*. Mississauga (Ontario): Canadian Standard Association, June 2004. ISBN 978-1-77139-390-4.
- [9] FIP Recommendations: 1996 *Practical Design of Structural Concrete*. London: SETO, September 1999. ISBN 1-874266-48-4.
- [10] PCI Design Handbook: 2010 *Precast and Prestressed Concrete*. 7th edition. Chicago: Precast/Prestressed Concrete Institute, 2010. ISBN 978-0-937040-87-4.
- [11] CPCI Design Manual 4: 2007 *Precast and Prestressed Concrete*. 4th edition. Ottawa: Canadian Precast/Prestressed Concrete Institute, 2007. ISBN 978-0-9691816-8-2.
- [12] CEB-FIP Model Code: 1990 *Design Code*. London: Thomas Telford, 1993. ISBN 0-7277-1696-4.
- [13] DIN EN 1992-1-1: 2011 *Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Berlin: Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Januar 2011.
- [14] Elliott, K. S. – Jolly, C. K.: *Multi-storey Precast Concrete Framed Structures*. Second Edition. Chichester (West Sussex, UK): Wiley Blackwell, 2013. ISBN 978-1-4051-0614-6.
- [15] Hsu, T.T.C.: *Unified Theory of Reinforced Concrete*. Boca Raton (Florida): CRC Press, 1993. ISBN 0-8493-8613-6.
- [16] Muttoni, A. – Schwarz, J. – Thürlimann, B.: *Design of Concrete Structures with Stress Fields*. Basel: Birkhäuser Verlag, 1997. ISBN 3-7643-5491-7.
- [17] Collins, M. P. – Mitchell, D.: *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs (New Jersey): Prentice-Hall, 1991. ISBN 0-13-691635-X.
- [18] Reineck, K.-H. (Editor): *SP-208: Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models*. Farmington Hills (Michigan): American Concrete Institute, 2002. ISBN 0-87031-086-0.
- [19] Reineck, K.-H. – Novak, L. C. (Editors): *SP-273: Further Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models*. Farmington Hills (Michigan): American Concrete Institute, February 2011 (Second Printing). ISBN 978-0-87031-392-9.
- [20] Hawkins, N. M. – Kuchma, D. A. – Mast, R. F. – March, M. L. – Reineck, K.-H.: *Simplified Shear Design of Structural Concrete Members: Appendixes: NCHRP Web-Only Document 78* [online]. Transportation Research Board of the National Academies, July 2005 [cit. 2017-12-31]. Dostupné z: <http://www.trb.org/>
- [21] Duthinh, D. – Carino, N. J.: *Shear Design of High-Strength Concrete Beams: A Review of the State-of-the-Art*. [online]. National Institute of Standards and Technology, August 1996 [cit. 2017-12-31]. Dostupné z: <http://www.nist.gov/>
- [22] Jirásek, M. – Zeman, J.: *Přetváření a porušování materiálů: Dotvarování, plasticita, lom a poškození*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, prosinec 2008 (dotisk prvního vydání). ISBN 978-80-01-03555-9.
- [23] Thürlimann, B. – Marti, P. – Pralong, J. – Ritz, P. – Zimmerli, B.: *Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton*. Zürich: ETH Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion, März 1983.
- [24] Leonhardt, F. – Mönning, E.: *Vorlesungen über Massivbau. Dritter Teil: Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau*. Berlin: Springer Verlag, 1977 (3. Auflage). ISBN 3-540-08121-6.
- [25] Eligehausen, R. – Gerster, R.: *Das Bewehren von Stahlbetonbauteilen: Erläuterungen zu verschiedenen gebräuchlichen Bauteilen*. (DafStb-Heft 399). Berlin: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1993. ISBN 3-410-65599-9.
- [26] Deutscher Beton-Verein e. V.: *Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045*. Wiesbaden: Bauverlag, 1991 (5. neubearbeitete und erweiterte Auflage). ISBN 3-7625-2652-4.

- [27] Bachmann, H. – Steinle, A.: *Precast concrete structures*. Berlin: Ernst&Sohn, 2011. ISBN 978-3-433-02960-2.
- [28] Tilmann, M.: *Knotenverbindungen für Betonfertigteile. Hinweise für Bemessung und Konstruktion*. Bonn: Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteiltbau e.V., 2011.
- [29] Navrátil, J.: *Předpjaté betonové konstrukce*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, květen 2004. ISBN 80-214-2649-7.
- [30] Schäfer, K.: Nodes. In: Fédération Internationale du Béton (fib). *Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance: Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990: Volume 2*. Lausanne: fib, July 1999. s. 257-275. ISBN 2-88394-042-8.
- [31] Schäfer, K.: Deep beams and discontinuity regions. In: Fédération Internationale du Béton (fib). *Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance: Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990: Volume 3*. Lausanne: fib, December. s. 141-184. ISBN 2-88394-043-6.
- [32] Kuchma, D. A. – Foster, S. – Tjhin, T.: Strut-and-tie modelling. In: Fédération Internationale du Béton (fib). *Practitioners' guide to finite element modelling of reinforced concrete structures*. Lausanne: fib, June 2008. s. 265-306. ISBN 978-2-88394-085-7.
- [33] Schlaich, J. – Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau. In: J. Eibl (Hrsg.). *Beton-Kalender 2001*. Berlin: Ernst&Sohn, 2001. Teil II, Abschnitt E, s. 311-492. ISBN 3-433-01583-X.
- [34] Reineck, K.-H.: Modellierung der D-Bereiche von Fertigteilen. In: K. Bergmeister und J.-D. Wörner (Hrsg.). *Beton-Kalender 2005: Fertigteile – Tunnelbauwerke*. Berlin: Ernst&Sohn, 2005. Band 2, Abschnitt XI, s. 243-296. ISBN 3-433-01670-4.
- [35] Reineck, K.-H. – Lourenço, M. S. – Almeida J. F. – Haugerud S. A.: Gaining experience with strut-and-tie models for the design of concrete structures. In: Fédération Internationale du Béton (fib). *Design Examples for Strut-and-tie Models*. Lausanne: fib, September 2011. s. 197-216. ISBN 978-2-88394-101-4.
- [36] Sigrist, V. – Alvarez, M. – Kaufmann, W.: Shear and Flexure in Structural Concrete Beams. Comité Euro-International du Béton (CEB). *CEB Bulletin d'Information No. 223: Ultimate Limit State Design Models: A state-of-art report by CEB Task Group 2.3*. Lausanne: CEB, June 1995, s. 7-49. ISBN 2-88394-026-0.
- [37] Fingerloos, F. – Stenzel, G.: Konstruktion und Bemessung von Details nach DIN 1045. In: K. Bergmeister und J.-D. Wörner (Hrsg.). *Beton-Kalender 2007: Verkehrsbauten – Flächentragwerke*. Berlin: Ernst&Sohn, 2007. Band 2, Abschnitt XI, s. 323-374. ISBN 3-433-01833-2.
- [38] Schlaich, J. – Schäfer, K. – Jennewein, M.: Towards a Consistent Design of Structural Concrete. *PCI Journal*. May-June 1987, Vol. 32, No. 3, s. 74-150.
- [39] Schlaich, J. – Schäfer, K.: Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models. *The Structural Engineer*. March 1991, Vol. 69, No. 6, s. 113-125.
- [40] Marti, P.: Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. *ACI Journal*. January-February 1985, Vol. 82, No. 1, s. 46-56.
- [41] Navrátil, J. – Ševčík, P. – Michalčík, L. – Foltyn, P. – Kabeláč, J.: Řešení stěn a detailů betonových konstrukcí. In: *24. Betonářské dny 2017: Sborník ke konferenci*. Litomyšl: Česká betonářská společnost ČSSI, 2017. ISBN 978-80-906759-0-2.
- [42] Steinle, A. – Rostásy, F. S.: Zum Tragverhalten ausgeklingter Trägerenden. *Betonwerk + Fertigteil-Technik*. Heft 6/1975, s. 270-277. Heft 7/1975, s. 337-341.
- [43] Mattock, A. H. – Chan, T., C.: Design and Behaviour of Dapped-End Beams. *PCI Journal*. November-December 1979, Vol. 24, No. 6, s. 28-45.
- [44] Mattock, A. H. – Theyo, T., S.: Strength of Precast Prestressed Concrete Members with Dapped-End. *PCI Journal*. September-October 1986, Vol. 31, No. 5, s. 58-75.

- [45] Nagrodzka-Godycka, K. – Piotrkowski, P.: Experimental Study of Dapped-End Beams Subjected to Inclined Load. *ACI Journal*. January-February 2012, Vol. 109, No. 1, s. 11-20.
- [46] Lu, W.-Y. – Chen, T.-C. – Lin, I.-J.: Shear Strength of Reinforced Concrete Dapped-End Beams with Shear Span-To-Depth Ratios Larger than Unity. *Journal of Marine Science and Technology*. Vol. 23, No. 4, s. 431-442 (2015).
- [47] Desnerck, P. – Lees, J. M. – Morley, Ch. T.: Impact of the Reinforcement Layout on the Load Capacity of Reinforced Concrete Half-Joints. *Engineering Structures*. Vol. 127, s. 227-239 (2016).
- [48] Botros, W. A. – Klein, G. J. – Lucier G. W. – Rizkalla S. H. – Zia, P.: Dapped Ends of Prestressed Concrete Thin-Stemmed Members: Part 1, Experimental Testing and Behaviour. *PCI Journal*. March-April 2017, Vol. 62, No. 2, s. 61-82.
- [49] Klein, G. – Botros, A. – Andrews, B. – Holloway, K.: Dapped Ends of Prestressed Concrete Thin-Stemmed Members: Part 2, Design. *PCI Journal*. March-April 2017, Vol. 62, No. 2, s. 83-100.
- [50] Kohoutková, A. – Vašková, J.: Zavádění EN 1992: „Navrhování betonových konstrukcí“ do praxe – Poruchové oblasti. *Beton TKS*. 6/2004, s.32-36.
- [51] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 5/2009, s. 80-85.
- [52] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování konzol s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 6/2009, s. 48-53.
- [53] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování nepřímě uložených a složených konzol s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 1/2010, s. 46-53.
- [54] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování ozubů nosníků a desek s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 2/2010, s. 102-106.
- [55] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování prostupů nosníků s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 3/2010, s. 48-56.
- [56] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování rámových rohů s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 5/2010, s. 66-73.
- [57] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování stěnových nosníků s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 6/2010, s. 52-59.
- [58] Procházka, J. – Šmejkal, J.: Navrhování základových konstrukcí s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*. 2/2011, s. 76-86.
- [59] Cook, W. D.: *Studies of Reinforced Concrete near Discontinuities*. Montreal: McGill University, 1987. PhD Thesis, Faculty of Graduate Studies and Research, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics.
- [60] So, K. M. P.: *The Behaviour of Thin Stemmed Precast Prestressed Concrete Members with Dapped Ends*. Montreal: McGill University, 1989. M.Eng. Thesis, Faculty of Graduate Studies and Research, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics.
- [61] Barton, D. L. – Anderson, R. B. – Bouadi, A. – Jirsa, J. O. – Breen, J. E.: *An Investigation of Strut-and-Tie Models for Dapped Beam Details*. Research Report No. 1127-1. Austin: The University of Texas at Austin, Center for Transportation Research, 1991.
- [62] Peng, T.: *Influence of Detailing on Response of Dapped End Beams*. Montreal: McGill University, 2009. M.Eng. Thesis, Faculty of Graduate Studies and Research, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics.
- [63] Falcón, J. M.: *Estudio del comportamiento en servicio y rotura de los apoyos a media madera*. València : Universitat Politècnica de València, 2015. PhD Thesis, Universitat Politècnica de València, Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil. Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil. ISBN 978-84-9048-436-4.

- [64] Červenka, V. – Jendele, L. – Červenka, J.: *ATENA Program Documentation. Part 1. Theory*. Prague: Červenka Consulting, 2016.
- [65] *Inspekční certifikát č. 924/13/a, 1104/13/a, 1143/13/a a 1169/13/a. Železářny-Annahütte, spol. s r.o.*, 2013.
- [66] *Inspection certificate no. 1000086550, 1000134024 a 1000123215*. ArcelorMittal Ostrava a.s., 2013.
- [67] *Inspection certificate no. 73525009*. CELSA Huta Ostrowiec Sp. z o.o, 2013.
- [68] *Inspection certificate no. 80995165 125800E726*. CMC Poland Sp. z o.o., 2013.
- [69] Zich, M. – Daněk, P. – Slánský, B.: *Experimentální ověření únosnosti smykových ozubů prefabrikovaných nosníků. Výzkumná zpráva*. Brno: VUT v Brně. Fakulta stavební. Ústav betonových a zděných konstrukcí, 2014.
- [70] *PFEIFER-Stahlaufleger PS-A*. PFEIFER Seil- und Habetechnik GmbH, 11/2015.

PUBLIKACE AUTORA

- [71] Hasa, M. – Zich, M.: Experimentální ověření únosnosti ozubů prefabrikovaných nosníků. In.: *21. Betonářské dny 2014: Sborník ke konferenci*. Hradec Králové: Česká betonářská společnost ČSSI, 2014. ISBN 978-80-903806-7-7.
- [72] Hasa, M. – Zich, M.: Experimental Verification of Precast Dapped-End Beams. In.: *Advanced Materials Research, Volume 1106, Proceedings from 21st Czech Concrete Day 2014*. Pfaffikon: Trans Tech Publications, 2014. ISBN 978-0-00003-132-7.
- [73] Zich, M. – Hasa, M.: Vyztužování ozubů prefabrikovaných nosníků. In.: *Betonárske dni 2016. Zborník príspevkov*. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislavě, 2016. ISBN 978-80-227-4622-9.
- [74] Hasa, M. – Zich, M.: Nelineární analýza únosnosti ozubů prefabrikovaných nosníků. In.: *23. Betonářské dny 2016: Sborník ke konferenci*. Litomyšl: Česká betonářská společnost ČSSI, 2016. ISBN 978-80-906097-6-1.
- [75] Hasa, M. – Zich, M.: Nonlinear Analysis of Precast Dapped-End Beams. In.: *23rd Concrete Days 2016, Solid State Phenomena, Vol. 259*. Zurich: Trans Tech Publications, 2016. ISBN 978-3-0357-1105-9, ISSN 1012-0394.

10 CV AUTORA

Ing. Michal Hasa

Narozen 8.3.1979 v Prostějově

Vzdělání

1997–2002 Stavební fakulta VŠB - Technické univerzity v Ostravě
Obor: Průmyslové a pozemní stavitelství

1993–1997 Střední průmyslová škola v Prostějově
Obor: Pozemní stavitelství

Praxe

2002–dosud IP systém a.s., Olomouc (dříve IP systém spol. s r.o.)
Práce na pozici projektant – statik železobetonových konstrukcí
Od roku 2011 autorizovaný inženýr pro obor statika a dynamika staveb ČKAIT