UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

Diplomová práce

Stanovení solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny v rámci Solvency II

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Vedoucí bakalářské práce: **RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.**
Vypracoval: **Ondřej Nevídal**
Studijní program: N1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor: Aplikace matematiky v ekonomii
Forma studia: prezenční
Rok odevzdání: 2017

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Ondřej Nevídal

Název práce: Stanovení solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny v rámci Solvency II

Typ práce: diplomová

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

Rok obhajoby: 2017

Abstrakt: Tato diplomová práce se zaměřuje na stanovení solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny dle metodiky Solvency II. Práce nejprve představuje obor pojišťovnictví, následně pak vybraný matematický aparát využívaný v pojišťovnictví a metodice Solvency II. V práci je dále důkladně popsán standardní vzorec pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Na závěr práce jsou popsány a na názorných příkladech ilustrovány některé vlastnosti a možné nedostatky standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku dle metodiky Solvency II.

Klíčová slova: pojišťovnictví, Solvency II, solventnostní kapitálový požadavek, standardní vzorec, neživotní pojištění, Value at Risk, korelační matice

Počet stran: 72

Počet příloh: 1

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHIC IDENTIFICATION

Author: Ondřej Nevídal

Title: Determining of the solvency capital requirement for an insurance company according to Solvency 2

Type of thesis: Master’s

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

The year of presentation: 2017

Abstract: This master thesis is focused on the determination of the Solvency Capital Requirement for an insurance company according to methodology Solvency II. Firstly, the field of insurance is presented. Subsequently, selected mathematical tool used in insurance industry and in Solvency II methodology is introduced. The thesis further thoroughly describes the standard formula for calculating the Solvency Capital Requirement in non-life insurance. At the end of the thesis, several features and possible shortcomings of the standard formula for Solvency Capital Requirement calculation according to the Solvency II are described and illustrated.

Key words: insurance industry, Solvency II, Solvency Capital Requirement, standard formula, non-life insurance, Value at Risk, correlation matrix

Number of pages: 72

Number of appendices: 1

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně pod odborným vedením pana RNDr. Ondřeje Pavlačky, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedl v seznamu literatury.

V Olomouci dne ……………………. ……………………..................

podpis

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce RNDr. Ondřeji Pavlačkovi, Ph.D. za velkou pomoc, ochotu, odborné vedení a za veškerý čas, který mi věnoval při konzultacích.

Úvod

Matematika je veřejností často považována za čistě vědeckou disciplínu. V reálném životě se však dennodenně setkáváme s aplikacemi matematiky prakticky ve všech oblastech lidské činnosti. Jednou z oblastí, ve kterých hraje matematika naprosto zásadní roli, je oblast pojišťovnictví. Právě pojišťovnictví a zejména jeho regulace budou hlavním tématem této diplomové práce. V oblasti regulace pojišťovnictví totiž došlo po mnoha letech k výrazné změně. Metodiku Solvency I, pomocí niž byl pojistný trh v Evropské unii několik desetiletí regulován, nahradila od roku 2016 nová moderní metodika Solvency II.

Metodika Solvency II přináší do oblasti regulace celou řadu změn. Jednou z těch nejzásadnějších je změna výpočtu kapitálových požadavků na pojišťovnu. Zavádí pojem solventnostní kapitálový požadavek, což je dle metodiky taková výše kapitálu, která neumožní ruinování pojišťovny s pravděpodobností nejméně 0,995 během následujících dvanácti měsíců. Pro stanovení výše solventnostního kapitálového požadavku může pojišťovna využít takzvaný standardní vzorec, který je stanoven směrnicí Evropské unie, nebo si může vytvořit svůj vlastní interní model, jenž však musí schválit orgán dohledu. V této diplomové práci se budeme důkladně věnovat vybraným partiím standardního vzorce pro výpočet solvenstnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Toto omezení jsme učinili z důvodu komplexnosti a rozsáhlosti standartního vzorce.

Text diplomové práce je rozdělen do čtyř základních kapitol. První kapitola je věnována představení oboru, kolem kterého se bude točit celá diplomová práce, tedy pojišťovnictví. V rámci první kapitoly se seznámíme se základními pojmy z pojišťovnictví, s nimiž se budeme setkávat a pracovat v dalších kapitolách. Představíme si také rizika, kterým musí pojišťovna během své činnosti čelit. Druhá kapitola se věnuje využitému matematickému aparátu. Jedná se jak o matematický aparát, který se využívá ve standardním vzorci pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku, tak i matematický aparát, který využijeme při konstrukci praktických příkladů.

Ve třetí kapitole se již plně věnujeme metodice Solvency II, jejím hlavním rysům, a zejména pak detailnímu popisu standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Zaměřili jsme se zejména na podmoduly pojistného a technických rezerv a podmodul rizika katastrof, které budeme dále analyzovat v kapitole čtyři. Ta je věnována konstrukci příkladů, pomocí nichž se budeme snažit poukázat na určité vlastnosti standardního vzorce.

1. Pojišťovnictví

První kapitola této diplomové práce bude věnována představení oblasti pojišťovnictví. Nejprve se budeme zabývat základními charakteristikami tohoto oboru a seznámíme se základními pojmy pojišťovnictví, o které se budeme v této diplomové práci dále opírat. Zabývat se budeme také oblastí regulace v pojišťovnictví a představíme si rizika, se kterými se pojišťovna při své činnosti setkává.

1.1 Základní charakteristiky pojišťovnictví

S pojišťovnictvím v moderní podobě, tak jak ho známe dnes, se v Evropě setkáváme zhruba od počátku 19. století. V tomto období již začaly vznikat pojišťovny na komerčním principu namísto dřívějších většinou vzájemných pojišťoven. Nově vznikající pojišťovny měly většinou formu akciových společností a jejich hlavním cílem bylo dosažení zisku. V 19. století se již také setkáváme s pojišťovnictvím na území dnešní České republiky. Z toho je patrné, že pojišťovnictví je obor s hlubokými kořeny, který se stabilně prolíná životy několika generací. Následující část práce je vypracována dle literatury [1], [3].

Základem stavebním kamenem pojišťovnictví je pojem riziko. Pod rizikem rozumíme nejistý jev nebo proces, u kterého známe objektivní rozdělení pravděpodobnosti budoucí události. Při určování rozdělení pravděpodobností výskytů daných jevů a procesů vycházíme z minulosti a předpokládáme, že v budoucnu se tyto jevy a procesy budou chovat přibližně stejně, jako tomu bylo v minulosti. Je nutné si uvědomit, že pojišťovnictví nepracuje se všemi riziky, ale pouze s takovými riziky, která přestavují výhradně negativní odchylku od současného stavu. Takovýmto rizikům říkáme čistá rizika. Pojem pojištění pak definujeme jako nástroj finanční eliminace negativních důsledků nahodilosti. Jako alternativní definici můžeme uvést, že se jedná o efektivní způsob tvorby a rozdělení finančních rezerv na úhradu potřeb, které jsou důsledkem realizace nahodilých skutečností.

Pojišťovnictví a jeho vitalita jsou velmi důležité pro správné fungování ekonomiky a tím i spokojenosti lidí, kteří v ní žijí. Význam pojišťovnictví můžeme spatřovat hned v několika oblastech. První z nich je stabilizace ekonomické úrovně subjektů, které se v ekonomice nacházejí. Těmi jsou zejména podnikatelské subjekty a jednotliví občané, zprostředkovaně pak i stát. Pojišťovnictví také výrazně ovlivňuje fungování tržní ekonomiky, a to zásluhou krytí ztrát v případě realizace pojištěných nahodilých událostí.

Pojištěním totiž můžeme výrazně zmírnit finanční dopad takové nahodilé události a často tak umožnit další pokračování podnikatelské činnosti, nebo udržet stávající úroveň života jednotlivých občanů. V neposlední řadě má komerční pojištění i makroekonomický význam. Ten se projevuje v souvislosti s tvorbou a investováním technických rezerv pojišťoven. Výše technických rezerv totiž rozhodně není zanedbatelná právě ani z makroekonomického hlediska. Co to vlastně technické rezervy jsou a k čemu je pojišťovny využívají, si uvedeme v další části této diplomové práce.

V této části práce se blíže seznámíme se základními pojmy z oblasti pojišťovnictví, které budeme dále v té diplomové práci používat. Nejdříve si pojišťovnictví rozdělíme podle povahy pojišťovaného rizika. Takto dělíme pojišťovnictví na dvě velké skupiny, přičemž první z nich se zabývá *neživotním pojištěním*, druhá potom pojištěním *životním*. V České republice se můžeme setkat jak s pojišťovnami provozujícími oba tyto druhy pojištění současně - tzv. univerzální pojišťovny (např. Česká pojišťovna, Kooperativa pojišťovna), tak s pojišťovnami podnikajícími pouze v jedné z těchto oblastí (např. Slavia pojišťovna – pouze neživotní pojištění). Do skupiny neživotních pojištění řadíme pojištění kryjící pojistná nebezpečí související s finančními ztrátami, pojistná nebezpečí spojená s odpovědností za škodu (odpovědnosti z provozu vozidla, odpovědnosti občana, atd.), pojistná nebezpečí vztahující se k osobám (nemoc, úraz, invalidita, atd.) a v neposlední řadě majetková pojistná nebezpečí (havarijní, živelní, atd.). K typům neživotních pojištění se ještě vrátíme v kapitole věnované metodice Solvency II, kde si přesně uvedeme všechny druhy pojištění, které tato metodika rozlišuje. Životní pojištění se soustřeďuje na riziko smrti a riziko dožití se určitého věku. V této práci se soustředíme především na neživotní pojištění a odborné termíny, které se v něm vyskytují.

Jedním ze základních termínů, se kterými se v pojišťovnictví setkáváme, je pojem *pojistné*. Pojistné představuje peněžní částku stanovenou pojistitelem za pojistnou ochranu, tedy službu poskytovanou pojišťovnou pojištěnému. Pojistné je jinak řečeno cena jednotlivých pojistných produktů pojišťovny. Výši pojistného stanovuje pojišťovna na základě údajů z předchozích let, které má pojišťovna k dispozici, zejména se jedná o výši škod z jednotlivých pojistných smluv a pravděpodobnost (relativní četnost) pojistných událostí. Do kalkulace pojistného dále promítne predikci budoucího vývoje. Pojistné představuje objemově nejvýznamnější položku mezi všemi příjmy pojišťovny. Po sjednání pojistné smlouvy (zaplacení pojistného) začne pojišťovna pojištěné osobě poskytovat pojistnou ochranu na sjednaná pojistná rizika a na dobu sjednanou v pojistné smlouvě. Doba, na kterou je pojištění sjednáno, se nazývá *pojistná doba*. Na základě pojistné doby dělíme pojištění na pojištění *na dobu určitou* a pojištění *na dobu neurčitou*. Pojištění na dobu určitou se liší od pojištění na dobu neurčitou tím, že je u něj sjednán kromě počátku pojištění i konec trvání pojištění. S pojistnou dobou úzce souvisí pojem pojistné období, což je část pojistné doby, za kterou se platí běžné pojistné. U pojistného rozlišujeme dva základní typy, a to *běžné pojistné* (placené opakovaně na jednotlivá pojistná období) a *jednorázové pojistné* (zaplacené na začátku pojištění, stanovené na celou pojistnou dobu).

Pojišťovny v rámci svého účetnictví dále rozlišují pojistné na *předepsané pojistné* a *přijaté pojistné*. Předepsaným pojistným za sledované období rozumíme souhrn pojistného vyplývající ze sjednaných pojistných smluv za sledované období (rok, čtvrtletí), přičemž se bere v potaz jen pojistné vztahující se k takovému pojistnému období, jehož počátek náleží do sledovaného období, a současně není podstatné, zda pojistník pojistné zaplatí nebo nezaplatí. Přijatým pojistným za sledované období potom rozumíme skutečně přijaté pojistné ve sledovaném období. Přijaté pojistné můžeme dále rozdělit na *zasloužené pojistné,* což je pojistné přijaté pojistitelem, jenž náleží k současnému účetnímu období, a na *nezasloužené pojistné,* které se od sebe liší tím, že náleží k budoucím účetním obdobím. Pro nás budou v této diplomové práci klíčové také pojmy *nettopojistné* a *rizikové pojistné,* které využijeme v praktické části. Rizikové pojistné je tvořeno součtem nettopojistného a *bezpečnostní přirážky*. S nettopojistným i rizikovým pojistným se blíže seznámíme v kapitole věnované použité matematické teorii. Nakonec nám ještě zbývá pojem *bruttopojistné,* které je rovno součtu rizikového pojistného, správních nákladů a kalkulovaného zisku pojistitele.

V případě, že dojde k realizaci rizika uvedeného v pojistné smlouvě, hovoříme o takzvané *pojistné události*. Po nahlášení této události pojistiteli má oprávněná osoba nárok buďto na peněžní nebo naturální kompenzaci, a to v rozsahu stanoveném v pojistné smlouvě. Této kompenzaci, kterou lze vyjádřit finančně, říkáme *pojistné plnění*. V závislosti na typu sjednaného pojištění se pak můžeme setkat s různými dalšími pojmy. Například u odpovědnostních pojištění bývá v pojistné smlouvě (všeobecných podmínkách) stanovena maximální výše pojistného plnění na jednu pojistnou událost, mluvíme o *limitu pojistného plnění*. Jako příklad si můžeme uvést pojištění odpovědnosti z provozu vozidla, u kterého je ze zákona stanoven limit pojistného plnění na částku 35 mil. Kč na každou zraněnou nebo usmrcenou osobu a 35 mil. Kč na majetkovou škodu pro všechny poškozené. U majetkových pojištění je zase zásadním pojmem *pojistná částka*, která udává hodnotu pojišťovaného majetku. Pojistná částka má u takových pojištění významný vliv na pojistné, protože jeho výše je obvykle udávána jako procentní část pojistné částky.

U některých pojištění se pojistná částka nahrazuje *pojistnou hodnotou*. Ta je v době uzavření pojistné smlouvy rovna reálné ceně pojišťovaného předmětu. V době pojistné události je potom pojistná hodnota rovna nové nebo časové ceně věci. *Nová cena věci* je částka, za níž lze v době pojistné události v daném místě zničenou věc ke stejnému účelu pořídit znovu, přičemž neuvažujeme amortizaci. *Časová cena věci* je cena, kterou měla věc bezprostředně před pojistnou událostí. Časová cena se stanoví z nové ceny odečtením částky vyjadřující opotřebení. U pojištění majetku se pak setkáváme s *maximální možnou škodou,* která může být menší, větší i rovna pojistné částce.

V hospodaření pojišťovny hrají významnou roli také *technické rezervy*. Technické rezervy tvoří pojišťovny z přijatého pojistného a využívají je tehdy, pokud nemohou využít běžné příjmy na výplaty pojistných plnění v běžném období. Technické rezervy mají jiný charakter u rizikových pojištění a jiný charakter u rezervotvorných pojištění. U rizikových pojištění přichází do pojistně technických rezerv určitá část přijatého pojistného a technické rezervy vyrovnávají časové, věcné a místní výkyvy ve výplatách pojistných plnění. U rezervotvorných pojištění se vytváří technické rezervy z celého přijatého pojistného vyjma spotřebovaných správních nákladů a v technických rezervách se tak akumuluje pojistné za účelem nashromáždění potřebné částky na výplatu sjednaného pojistného plnění. K technickým rezervám se ještě vrátíme na konci této kapitoly. Důvodem jsou zásadní změny v této oblasti, které přináší novela zákona o pojišťovnictví.

V této práci se poměrně často budeme setkávat i s pojmem *zajištění,* a to i navzdory tomu, že v praktické části jej uvažovat nebudeme. Zajištění představuje přenos rizika nebo jeho části, které prostřednictvím pojistné smlouvy předává pojistitel na jiný pojišťovací subjekt, kterým je obecně zajistitel, a který není s původním pojištěným ve smluvním vztahu. Cenou za poskytnutou zajistnou službu je *zajistné.* Zajištění má dvě základní formy. Jsou jimi proporcionální zajištění a neproporcionální zajištění. V případě proporcionálního zajištění se pojistná částka, pojistné a pojistné plnění dělí mezi pojistitele a zajistitele v předem sjednaném stejném poměru, zatímco u neproporcionálního zajištění začíná účast zajistitele až od určité předem stanovené úrovně skutečně vzniklých škod.

Kromě pojišťovny a zajišťovny se ještě můžeme také setkat s tzv. zvláštní účelovou jednotkou. Zvláštní účelovou jednotkou budeme rozumět jakýkoliv jiný podnik, než je existující pojišťovna nebo zajišťovna přebírající rizika od pojišťoven nebo zajišťoven, a který plně financuje jejich vystavení těmto rizikům prostřednictvím výnosů z vydávání dluhopisů nebo jakéhokoli jiného mechanismu financování, kdy jsou práva věřitelů z těchto dluhopisů nebo mechanismu financování podřízena zajistným závazkům tohoto podniku.

1.2 Regulace pojišťovnictví

Pojišťovnictví je v mnoha ohledech specifický způsob podnikání. Primárně je však nutné si uvědomit, že komerční pojištění je pořád ještě podnikání a hlavním cílem podnikání je zisk. Regulace pojišťovnictví probíhá jak ze strany trhu, tak zejména ze strany státu. Nutnost regulace ze strany státu vyplývá z charakteru služeb, které pojišťovnictví poskytuje. Jedním z charakteristických rysů pojišťovnictví je to, že za pojistnou ochranu poskytovanou pojišťovnou klientovi se platí předem. Klient zaplatí pojistné pojistiteli a očekává od něj, že v případě, že nastane pojistná událost, tak pojistitel poskytne klientovi pojistné plnění. Mluvíme o takzvané inverzi platebního cyklu. Na jedné straně vstupuje do hry klient a jeho zodpovědnost při výběru kvalitního a důvěryhodného pojistitele. Z pozice běžného klienta je však nemožné se dokonale orientovat na pojistném trhu a dokonale posoudit schopnosti pojistitelů dostát svým závazkům. Proto na druhé straně vstupuje do hry také stát se svou regulací. V této podkapitole byla využita literatura [2], [3].

První zlom v oblasti regulace pojišťovnictví nastal v s příchodem regulace nazývané Solvency I. Po několika desetiletích fungování Solvency I regulatorní orgány Evropské unie dospěly k názoru, že Solvency I již v současnosti není dostatečně účinná a po velmi dlouhém vývoji byla vytvořena metodika Solvency II. My se Solvency II budeme věnovat v samostatné kapitole, a proto se na tomto místě můžeme seznámit s tím, co může ohrozit správný chod pojišťovny, a co tedy stojí za nutností regulace pojišťovnictví.

1.2.1 Rizika v pojišťovnictví

Pojišťovny se při své činnosti setkávají s velkým počtem různých rizik. V této části práce si představíme jednu z možných klasifikací rizik, která je v této době asi nejužívanější. Současně se také bude jednat o klasifikaci rizik, se kterou pracuje Solvency II. Jedná se o riziko tržní, kreditní, likvidity, operační, pojistné. Důkladné poznání rizik je důležité pro správné porozumění této metodice jako celku. Na konci podkapitoly si také uvedeme možnosti, jakými může pojišťovna na uvedená rizika reagovat.

Tržní riziko

Tržní riziko je riziko, se kterým se setkává prakticky každá organizace. Můžeme jej zjednodušeně charakterizovat jako riziko plynoucí ze změn tržních cen aktiv nebo změn tržních měr. S tímto rizikem se pojišťovna setkává zejména v souvislosti s finančním umístěním svých technických rezerv. U neživotních pojišťoven o tržním riziku také často mluvíme ve spojení s odbytem příslušných pojistných produktů, které pojišťovna nabízí.

Tržní riziko můžeme dále členit do šesti kategorií. První z kategorií jsou úroková rizika plynoucí z cenových změn finančních nástrojů citlivých na úrokové míry. Kromě rizika změn úrokové míry nebo jejich volatility do této kategorie řadíme také riziko změny tvaru výnosové křivky nebo rizik předčasného splacení vypověditelných dluhopisů. Druhou kategorii představují akciová rizika, jež vyplývají z cenových změn nástrojů citlivých na ceny akcií. V této kategorii se dále setkáváme s rizikem spojeným se změnou vztahu mezi různými akciovými indexy či rizikem dividendových změn. Další kategorií je majetkové riziko, které souvisí s volatilitou cen majetku, především pak nemovitostí. Čtvrtá kategorie v sobě zahrnuje riziko kreditního rozpětí, pod čímž se skrývá riziko toho, že výnosové nástroje s různou kreditní kvalitou, likviditou a splatností nevykazují stejnou výnosnost. Předposlední kategorii tvoří měnové riziko, což je riziko vyplývající ze změny ceny finančních nástrojů citlivých na měnové kurzy. Jednoduše řečeno se jedná o riziko změn spotových měnových kurzů či jejich proměnlivosti. Poslední kategorií je riziko koncentrace, které vzniká kumulací investičních aktivit soustředěných do malého geografického území nebo malého počtu ekonomických sektorů.

Kreditní riziko

Dalším z řady rizik je kreditní riziko, často také výstižněji označované jako úvěrové riziko. Kreditní riziko vzniká v důsledku změny kreditní kvality partnera pojišťovny. V tom případě hrozí pojišťovně nebezpečí, že takový partner nedostojí závazkům, které vůči pojišťovně má. Tomuto riziku jsou pojišťovny vystaveny zejména z toho důvodu, že jednou ze základních činností pojišťovny, jak již bylo zmíněno výše, je investování technických rezerv. Například při investování do cenných papírů je kvalita protistrany jedním z nejdůležitějších faktorů a její případná negativní změna může znamenat významnou finanční ztrátu. O kreditním riziku také mluvíme v souvislosti s možným neplněním závazků ze strany zajistitelů. Při zajištění tedy musíme kromě pojistného rizika, které se jím snažíme snižovat, brát v úvahu i kreditní riziko, které se tímto nástrojem zvyšuje.

Riziko likvidity

Riziko likvidity je riziko spojené s možnou ztrátou pojišťovny plynoucí ze situace, kdy pojišťovna není schopna efektivně uhradit své finanční závazky v okamžiku, kdy má tyto závazky uhradit (tzv. riziko financování). Riziko likvidity bývá často spojeno se špatnou skladbou aktiv pojišťovny, ztrátou z převodu finančních aktiv nebo náklady na získání dodatečných aktiv. Například při nevhodném finančním umístění technických rezerv může dojít k problémům s likviditou v situacích se zvýšeným škodním průběhem, jakými mohou být povodně, vichřice nebo zemětřesení.

Operační riziko

Operačním rizikem rozumíme možnost potenciální ztráty vzniklé v důsledku nedostatků nebo selhání interních procesů, osob, informačních systémů, případně možnost ztráty v důsledku externích vlivů. Operační riziko má několik základních podob.

První z nich je transakční riziko, což je riziko ztráty z prováděných operací či postupů v důsledku celé řady chyb, ke kterým může při běžném provozu pojišťovny dojít. Mezi takové chyby patří chyby způsobené lidským faktorem včetně možného podvodu, chyby v důsledku přílišné složitosti produktů, dále také chyby v účetnictví nebo chyby ve vypořádání obchodů.

Další podobou, kterou operační riziko má, je riziko operačního řízení. Je to riziko ztráty v důsledku chyb řídících orgánů pojišťovny. Jeho příčinou je velmi často nedostatečná nebo neadekvátní kontrola se špatně definovanými kompetencemi, což může mít za následek provádění obchodů nad limit či neautorizované obchody.

Poslední podobou operačního rizika je riziko systému. Riziko systému souvisí s možnými ztrátami z důvodu nesprávného fungování systému podpory. Velké problémy mohou způsobit chyby v přenosu dat při výpadcích počítačové sítě, či v počítačových programech, a to nevyjímaje jejich nabourání hackerskými útoky. Chyby lze vyprodukovat i při použití nevhodných matematických modelů, potažmo při nesprávném odhadu jejich parametrů.

Zejména v důsledku stále rostoucího významu informačních technologií a automatizovaných systémů v pojišťovnictví roste i význam operačního rizika a pozornost, která by mu měla být věnována.

Pojistné riziko

Posledním z rizik, se kterými v rámci Solvency II pracujeme, je pojistné riziko. Pojistné riziko, jak již název napovídá, velmi úzce souvisí s pojišťovací činností. V rámci pojišťovací činnosti by pojišťovna měla svým klientům garantovat finanční ochranu v případě nastání pojistné události.

Při klasifikaci pojistných rizik máme v zásadě dvě základní možnosti. První z možností je klasifikovat pojistná rizika podle pojistných odvětví. V tomto případě jednotlivá pojistná rizika v podstatě odpovídají příslušným pojistným produktům, které pojišťovny nabízejí. Jako příklad z oblasti neživotního pojištění si můžeme uvést živelní riziko, což je riziko přímých škod na majetku v důsledku živelních událostí, tedy například povodně, vichřice nebo zemětřesení. U pojišťoven zabývajících se životním pojištěním se například setkáváme s osobním rizikem, do nějž řadíme riziko předčasné smrti, nemoci, nedožití se určitého věku či riziko tělesného poškození. Druhou možností, jak klasifikovat rizika, je klasifikace z pohledu pojišťoven a regulátora pojistného trhu. Této klasifikaci se nyní budeme věnovat podrobněji.

Klasifikaci z pohledu pojišťoven (pojistitelů provozujících pojišťovací činnost) a regulátora pojistného trhu (v případě České republiky Česká národní banka) se budeme věnovat podrobněji z toho důvodu, že s touto klasifikací se setkáváme i v Solvency II. Při této klasifikaci termín pojistné riziko označuje obecněji rizika, jímž je pojišťovna v rámci své pojišťovací činnosti vystavena. V této souvislosti se o pojistném riziku často hovoří jako o pojistně technickém riziku nebo upisovacím riziku.

Pojistně technické riziko souvisí s výkyvy v hospodaření pojišťovny, kdy se výdaje pojišťovny mohou vyvíjet jinak, než se předpokládalo při stanovení výše pojistného. Pojistné stanovené pojistitelem má tři základní složky, a to netto pojistné, kalkulované správní náklady a kalkulovaný zisk. Výkyvy jsou pak způsobeny především tím, že netto pojistné, které je určeno pro krytí pojistných plnění, nebylo zvoleno v dostatečné výši. Příčinou tohoto stavu je to, že vývoj četnosti a závažnosti pojistných událostí je vždy ovlivněn náhodou. Odchylky od kalkulovaného stavu mohou být vlivem této nahodilosti jak kladné, tak záporné. V případě kladné odchylky hovoříme o technickém zisku, v případě negativní odchylky potom o ztrátě technické. Podle původu vzniku odchylky skutečnosti od předpokládaného vývoje, potažmo kalkulace, rozlišujeme tři druhy rizik.

Prvním z nich je náhodné riziko, u nějž se jedná o náhodné kolísání skutečného škodního průměru (skutečná výše pojistných plnění) kolem očekávaného škodního průměru (předpokládaná výše pojistných plnění), který je v čase téměř konstantní. Odchylka má v tomto případě náhodný charakter, což z matematického hlediska znamená, že pojišťovna odhadla objem výdajů správně, avšak vlivem nahodilosti došlo k odchýlení od předpokládaného stavu. Náhodné riziko dále dělíme z hlediska rozsahu na normální a katastrofické. Při normálním náhodném riziku vykazuje škodní průběh běžné odchylky od očekávaného škodního průměru. Naopak při katastrofickém náhodném riziku je škodní průběh ovlivňován škodami velkého rozsahu, které je problematické zahrnout do kalkulací. Náhodné pojistně technické riziko znamená, že dojde k výraznější odchylce od průměrné velikosti pojistných plnění, která je ojedinělá a souvisí s náhodným výkyvem, ale dlouhodobý průměr se nemění.

Druhým pojistně technickým rizikem je riziko změn, které vzniká v souvislosti se změnami podmínek, za kterých bylo kalkulováno pojistné. Mění se předpokládaná rizikovost pojistných smluv, přičemž změny mohou být trojího druhu. Jsou to změny cyklické, ke kterým dochází ve spojitosti s hospodářskými cykly, změny nepravidelné, jež souvisejí například s výkyvy počasí a v neposlední řadě také změny trendové, ke kterým dochází například v návaznosti na klimatické změny. U pojistně technického rizika změn tedy dochází ke změně průměrné velikosti pojistných plnění, přičemž tato změna vyplývá ze změněných podmínek, ve kterých pojišťovna pojištění provozuje.

Poslední druhem pojistně technického rizika je riziko omylu, což je riziko nesprávného odhadu škodního průběhu. Pojišťovna se může v zásadě dopustit chyby buďto při stanovení výše pojistného u daného pojistného produktu, nebo při stanovení výše pojistných technických rezerv. Riziko nesprávného stanovením výše pojistného vychází ze skutečnosti, že je třeba jej určit dopředu. Mezi stanovení pojistného a okamžikem uskutečnění pojistné služby se pak může řada věcí změnit. K nejčastějším důvodům nesprávně zvolené výše pojistného můžeme zařadit nedostatek spolehlivých statistických údajů, změny v pojišťovaných rizicích nebo agresivní obchodní politiku pojišťovny v daném segmentu pojištění. Při výpočtu technických rezerv, které představují závazky pojišťovny z pojistných smluv, není možné vždy přesně odhadnout všechny druhy závazků pojišťovny.

1.3 Technické rezervy

Novelou zákona o pojišťovnictví [10] se významně mění oblast technických rezerv. Proto si v této podkapitole představíme současný přístup k technickým rezervám. Dle zákona o pojišťovnictví jsou pojišťovny a zajišťovny povinny vytvářet technické rezervy za účelem vyrovnání závazků z veškeré provozované pojišťovací nebo zajišťovací činnosti, které jsou pravděpodobné nebo jisté, avšak jejich výše nebo okamžik vzniku jsou nejisté. V této kapitole byla využita literatura [1], [10].

Hodnota technických rezerv pojišťovny nebo zajišťovny se určí jako součet hodnoty *nejlepšího odhadu* a *rizikové přirážky* a odpovídá částce, jež by pojišťovna nebo zajišťovna musela zaplatit za okamžitý převod příslušných závazků z pojišťovací a zajišťovací činnosti na jinou pojišťovnu nebo zajišťovnu. Nejlepší odhad a rizikovou přirážku si popíšeme v následujících odstavcích.

Je tedy potřeba zjistit hodnotu nejlepšího odhadu, která se rovná pravděpodobnostmi váženému průměru budoucích peněžních toků při zohlednění časové hodnoty peněz za použití příslušné bezrizikové míry. Zohlednění časové hodnoty peněz jinak řečeno znamená, že budoucí finanční toky je nutno diskontovat, abychom dostali očekávanou současnou hodnotu. Bezrizikové úrokové míry jsou stanoveny předpisem Evropské unie prostřednictvím bezrizikové výnosové křivky. V praxi je možné hodnotu nejlepšího odhadu stanovit pomocí několika různých metod. Ty můžeme rozdělit do tří kategorií, a to na simulační metody, analytické metody a deterministické metody. Mezi simulační metody, které spočívají v generování budoucích scénářů, patří simulace Monte Carlo, metoda bootstrap a Bayesovské metody. Analytické metody zase pracují na základě explicitních vzorců pro pravděpodobnostní rozdělení budoucích peněžních toků. U deterministických metod jsou projekce peněžních toků získány pomocí deterministických postupů, přičemž stochastické aspekty výpočtu jsou zabudovány do předpokladů, z nichž tyto postupy vycházejí.

Hodnotu rizikové přirážky je nutné stanovit tak, aby zajistila, že hodnota technických rezerv skutečně odpovídá částce, kterou by jiná pojišťovna nebo zajišťovna mohla požadovat, aby převzala závazky z pojišťovací nebo zajišťovací činnosti pojišťovny nebo zajišťovny a byla schopná jim dostát.

Na závěr si ještě projdeme některé z obecných zásad, které se při tvorbě rezerv dle této nové zákonné úpravy respektují. První zásada, kterou si uvedeme, je zásada segmentace.

Ta se při výpočtu technických rezerv projevuje rozdělením pojistných závazků pojišťovny do rizikově homogenních skupin, přičemž se preferuje segmentace na základě povahy krytých rizik. Další zásadou je časová hodnota peněz, kterou jsme již zmínili u výpočtu nejlepší hodnoty. S výpočtem nejlepšího odhadu také souvisí zásada, že se tento odhad počítá bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv. Pří výpočtu technických rezerv by měla pojišťovna používat metody, které jsou přiměřené povaze, rozsahu a složitosti rizik. Této zásadě se říká zásada proporcionality. Pojišťovna také může při výpočtu technických rezerv v odůvodněných případech použít některá zjednodušení. V případě neživotního pojištění je možné určitá zjednodušení použít při výpočtu RBNS rezerv i IBNR rezerv. RBNS rezerva slouží ke krytí závazků z pojistných událostí v běžném účetním období hlášených, ale v tomto období nezlikvidovaných. IBNR rezervu vytváří pojišťovna ke krytí závazků pojišťovny z pojistných událostí v běžném účetním období vzniklých, ale v tomto období nenahlášených.

2. Užitý matematický aparát

V této kapitole se seznámíme s matematickým aparátem, který se nám bude hodit v praktické části práce, a se kterým se setkáváme při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku v Solvency II. Nejdříve se podíváme do oblasti pojistné matematiky a představíme si postup, jakým se obvykle stanovuje nettopojistné v neživotním pojištění. V této oblasti se budeme věnovat také rizikovému pojistnému. Dále si představíme jednu z nejpopulárnějších měr rizika současnosti, jíž je Value at Risk (hodnota v riziku). Na závěr se budeme věnovat jednomu z postupů, kterým můžeme z dílčích rizik stanovit celkové riziko. Tomuto postupu odborně říkáme agregace rizik, přičemž my se v této práci zaměříme konkrétně na agregaci pomocí korelační matice.

2.1 Nettopojistné v neživotním pojištění

Možností, jak stanovit nettopojistné u neživotního pojištění, je hned několik, a to v závislosti na formě pojištění. Vzhledem k obsáhlosti problematiky stanovení nettopojistného se v této práci omezíme na výpočet nettopojistného u škodových pojištění. Škodová pojištění jsou typická tím, že pojistné plnění je závislé na výši škody, kterou bude značit X, přičemž vždy platí, že pojistné plnění je menší nebo rovno než škoda X. My si zde uvedeme obecný vzorec pro výpočet nettopojistného, který je možné následně modifikovat pro různé druhy škodových pojištění. Tato a následující podkapitola byla zpracována v souladu s literaturu [1] a [2].

Ještě předtím, než se seznámíme s obecným vzorcem pro výpočet nettopojistného v neživotním pojištění, musíme si ještě definovat následující pojmy. První z nich je *škodní frekvence* q_1, kterou stanovíme poměrem počtu pojistných události ku celkovému počtu smluv. Dalším pojmem je *škodní stupeň* q_2, jenž představuje očekávanou hodnotu podílu průměrné škody k průměrné pojistné částce, respektive k průměrnému limitu pojistného plnění. Ke stanovení škodního stupně se obvykle používají škodní tabulky. Nakonec nám ještě zbývá *diskontní faktor,* který obdržíme pomocí vzorce:

$$v = \frac{1}{1 + i/2},$$

kde i je technická úroková míra.

Výsledný obecný vzorec pro výpočet nettopojistného u neživotních pojištění má potom následující podobu:

$$P = v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot S, \tag{2.1}$$

kde S označuje pojistnou částku. Jednotlivé typy škodových pojištění se od sebe následně liší tím, jak je určen škodní stupeň.

2.2 Rizikové pojistné

Výpočet rizikového pojistného je jedním ze základních úkolů pojistné matematiky. Rizikové pojistné je nejčastěji konstruováno následujícím způsobem [1]:

$$RP = (1 + \lambda_1) \cdot P + \lambda_2 \cdot s + \lambda_3 \cdot s^2,$$

kde jsou s směrodatná odchylka a s^2 rozptyl, které souvisí se statistickým odhadem nettopojistného označeného P. $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ jsou nezáporné koeficienty, z nichž některé mohou být nulové. Podle toho, který z koeficientů zvolíme jako nenulový, rozlišujeme tři různé principy, a to *princip střední hodnoty* (λ_1), *princip směrodatné odchylky* (λ_2) a *princip rozptylu* (λ_3) pro rizikové pojistné. Při praktickém stanovení rizikového pojistného je tedy nezbytný odhad směrodatné odchylky (rozptylu) a numerické nastavení hodnot koeficientů $\lambda_i, i = 1, 2, 3$.

V této diplomové práci se dále zaměříme na princip směrodatné odchylky, který bývá v praxi nečastější. Pro rizikové pojistné dle tohoto principu bude platit:

$$RP = P + \lambda \cdot s.$$

V dalším odvozování budeme potřebovat údaje za jeden rok pro tarifní skupinu o N pojistných smlouvách, které mají všechny stejnou pojistnou částku S a stejné roční nettopojistné p určené na jednotkovou pojistnou částku z údajů pro uvažovanou tarifní skupinu. Pokud jsou v tarifní skupině pojistné smlouvy s různou pojistnou částkou, bere se v praxi jako S průměrná pojistná částka. Dále máme k dispozici pro každou pojistnou smlouvu údaje o výši škody v daném roce vyjádřené jako $z_i \cdot S$, kde z_i je pro $i = 1, \dots, N$ škodní stupeň i-té pojistné smlouvy. V případě, že v daném roce k pojistné události nedošlo, položíme $z_i = 0$. Nyní s využitím principu ekvivalence, který říká, že se příjmy (celkové nettopojistné) rovnají výdajům (celková škoda), musí platit:

$$N \cdot p \cdot S = \sum_{i=1}^{N} z_i \cdot S.$$

Z této rovnice obdržíme po drobné úpravě roční nettopojistné kalkulované na jednotkovou pojistnou částku:

$$p = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} z_i.$$

Vzhledem k tomu, že jsme se rozhodli pro princip směrodatné odchylky, dalším krokem bude právě její odhad. Nejdříve odhadneme směrodatnou odchylku výše škody na jednu pojistnou smlouvu:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} (z_i \cdot S - p \cdot S)^2},$$

tento vztah budeme dále upravovat pomocí vztahu pro výpočet nettopojistného p. Takto dostaneme tvar:

$$s = S \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} z_i^2 - 2 \cdot p \cdot \sum_{i=1}^{N} z_i + N \cdot p^2 \right)} = S \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} z_i^2 - p^2}.$$

Při úpravách ještě využijeme předpokladu malých hodnot nettopojistného p, což použijeme pro aproximaci $p^2 = 0$ a obdržíme tak finální vztah pro směrodatnou odchylku výše škody na pojistnou smlouvu:

$$s = S \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} z_i^2}\,. \tag{2.2}$$

K výpočtu rizikového pojistného však potřebujeme odhadnout směrodatnou odchylku celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v uvažované tarifní skupině. Tuto směrodatnou odchylku budeme značit R. Při jejím výpočtu využijeme jedné z vlastností rozptylu, a to konkrétně tu, že rozptyl součtu nezávislých náhodných veličin je roven součtu rozptylů náhodných veličin. Směrodatnou odchylku celkové škody R potom získáme vynásobením směrodatné odchylky s odmocninou z počtu smluv, tedy:

$$R = \sqrt{N} \cdot s = S \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{N} z_i^2}.$$

Finální vztah pro rizikového pojistného můžeme zapsat hned několika způsoby:

$$RP = P + k \cdot \frac{R}{N} = P + k \cdot \frac{S}{N}\sqrt{\sum_{i=1}^{N} z_i^2} = P + k \cdot \frac{s}{\sqrt{N}}, \tag{2.3}$$

kde za k je kladné číslo obvykle v řádu jednotek.

Na tomto místě je dobré uvést, co nám vlastně rizikové pojistné, které jsme si právě definovali, vyjadřuje. V teorii pravděpodobnosti se setkáváme s centrální limitní větou, kterou využijeme k předpokladu normálního rozdělení celkové škody jakožto součtu velkého počtu stejně rozdělených náhodných veličin. Celkovou škodu znormujeme odečtením celkového nettopojistného a vydělením směrodatnou odchylkou celkové škody. Tím dostáváme náhodnou veličinu s normovaným normálním rozdělením, pro niž platí:

$$P\left(\frac{celkov\acute{a}\ \check{s}koda - celkov\acute{e}\ nettopojistn\acute{e}}{R} < k\right) = \Phi(k).$$

Když tuto pravděpodobnost upravíme na tvar:

$$P(celkov\acute{e}\ nettopojistn\acute{e} + k \cdot R > celkov\acute{a}\ \check{s}koda) = \Phi(k),$$

je ihned patrný smysl předchozích úvah. Jedná se o pravděpodobnost, že rizikové pojistné za celou tarifní skupinu bude dostatečné pro krytí všech škod, které v tarifní skupině nastanou.

Pro představu je dobré si uvést hodnoty distribuční funkce $\Phi(k)$ v bodech $k = 1, \dots 4$: $\Phi(1) = 0{,}841\ 35, \Phi(2) = 0{,}977\ 25, \Phi(3) = 0{,}998\ 65, \Phi(4) = 0{,}999\ 97$. V případě, že tedy zvolíme jako bezpečnostní přirážku čtyřnásobek směrodatné odchylky, bude rizikové pojistné s pravděpodobností téměř stačit na krytí celkových škod. Pokud bychom za k zvolili hodnotu 2,576, dostali bychom hodnotu distribuční funkce 0,995. To úzce souvisí s pojmem Value at Risk na hladině 0,995, a jak dále uvidíme, je to hodnota, která je klíčová pro celou problematiku popisovanou v této diplomové práci. Míře rizika Value at Risk se budeme věnovat hned v následující podkapitole.

2.3 Value at Risk

Value at Risk (VaR) je poměrně mladým přístupem sloužícím k řízení rizik ve finančních institucích. Historie Value at Risk sahá do 80. let 20. století, kdy byl poprvé použit ve Spojených státech amerických finančními institucemi za účelem měření rizika jejich portfolií. Tak jak to v historii často bývá, i za vzestupem popularity Value at Risk stojí jeden hořký moment. V pondělí 19. října 1987 došlo k jednomu z největších poklesů akciových trhů v dějinách (černé pondělí), což vyvolalo potřebu po jiném, kvalitnějším přístupu k měření rizik. V následujícím roce vydal Basilejský výbor pro bankovní dohled pravidla kapitálové přiměřenosti, známá pod označením Basel I, která vedla k dalšímu rozšíření metody Value at Risk. V této části práce byla využita literatura [4], [5].

Value at Risk definujeme následujícím způsobem:

Uvažujme náhodnou veličinu X, která vyjadřuje výši ztráty z určité činnosti, při níž se setkáváme s rizikem. Distribuční funkci náhodné veličiny X označíme standardně $F_X(x)$. Výše ztráty popsaná náhodnou veličinou X se vždy vztahuje k určitému období t, které se nazývá horizont Value at Risk. Dále nechť α je libovolné číslo z intervalu $(0,1)$, kterému říkáme hladina spolehlivosti. Pak Value at Risk na hladině α $(VaR_\alpha(X))$ je definovaný jako jednostranný α-kvantil negativních výsledků náhodné veličiny X za dobu t. Matematicky můžeme Value at Risk vyjádřit pomocí následujícího vzorce:

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x|\mathrm{P}(X \leq x) \geq \alpha\} = F_X^{-1}(\alpha).$$

Na tomto místě je důležité si uvědomit, že kladné hodnoty náhodné veličiny X reprezentují ztrátu, zatímco záporné hodnoty představují zisk. Hodnota rizika, kterou takto určíme, slouží ke stanovení ekonomického kapitálu, což je, obecně řečeno, množství vlastního kapitálu potřebné k tomu, aby organizace byla schopna s danou spolehlivostí α splnit převzaté závazky ve stanoveném čase.

Pro lepší představu můžeme uvést například $VaR_{0,995}$ rovný sto milionů korun, jenž organizaci říká, že s pravděpodobností 0,995 hodnota ztráty nepřesáhne hranici sto milionů korun. Z tohoto příkladu je také patrná jedna z vlastností Value at Risk a to ta, že Value at Risk neříká nic o maximální ztrátě, kterou může organizace utrpět.

Ke stanovení hodnoty Value at Risk můžeme v praxi použít několik metod. Mezi v současnosti nejpoužívanější můžeme jednoznačně zařadit metodu Monte Carlo. Dalšími metodami, se kterými se můžeme setkat, je například metoda historické simulace nebo parametrické metody.

2.4 Agregace rizik

V analýze rizika se často setkáváme se situací, kdy nejsme ohroženi pouze jedním rizikem, ale hned několika. V takovém případě přichází na řadu takzvaná *agregace rizik*, která pomocí různých metod odhadne celkové riziko z rizik dílčích. V pojišťovnictví se s agregací rizik můžeme setkat například u provozování různých pojistných odvětví. Z každého pojistného odvětví pak pojišťovně hrozí ztráta, která je reprezentována nezápornými náhodnými veličinami $X_1, \dots, X_n$, kde n je počet provozovaných odvětví. Cílem pojišťovny je následně stanovit *ekonomický kapitál (EK)* k celkovému riziku, které je představováno náhodnou veličinou:

$$S = \sum_{i=1}^{n} X_i,$$

přičemž ekonomickým kapitálem rozumíme rozdíl mezi mírou celkového rizika (nejčastěji Value at Risk) a jeho střední hodnotou. To můžeme zapsat následovně:

$$EK(S) = VaR_\alpha(S) - E(S).$$

Agregaci rizik lze provádět několika různými způsoby. Mezi nejznámější metody patří agregace součtem, agregace pomocí korelační matice a agregace pomocí kopul. My se v této práci blíže seznámíme s agregací pomocí korelační matice, a to jednoduše proto, že tato metoda byla zvolena pro agregaci rizik ve standardním vzorci pro výpočet solventnosního kapitálového požadavku dle metodiky Solvency II. Tato kapitola byla vypracována v souladu s literaturou [6], [11], [12].

2.4.1 Agregace pomocí korelační matice

Jak již název napovídá, agregace pomocí korelační matice využívá pro agregaci rizik koeficienty lineární korelace. Tyto korelační koeficienty mezi náhodnými veličinami (riziky) X_i, X_j, budeme značit $\sigma_{i,j}$, přičemž platí známý vztah:

$$\sigma_{i,j} = \sigma\left(X_{i,}X_j\right) = \frac{Cov(X_i, X_j)}{\sqrt{\sigma(X_i)^2 \cdot \sigma(X_j)^2}}, \quad i,j = 1, \dots, n,$$

kde $\sigma(X_i)$ označuje směrodatnou odchylku náhodné veličiny X_i.

Odhad ekonomického kapitálu se následně určí s pomocí koeficientu lineární korelace jako:

$$\widehat{EK}(S) = \sqrt{\sum_{i,j} \sigma_{i,j} \cdot EK(X_i) \cdot EK(X_j)}.$$

V případě 100% korelace mezi všemi riziky by náhodné veličiny $X_1, \dots, X_n$ byly takzvaně komonotónní a rizika by šla agregovat jejich prostým součtem. Komonotónie je definována následujícím způsobem:

Náhodné veličin $X_1, \dots, X_n$ jsou komonotónní, pokud existuje náhodná veličina Z a neklesající funkce $t_1, \dots, t_n$ takové, že platí:

$$(X_1, \dots, X_n) =_d \big(t_1(Z), \dots, t_n(Z)\big).$$

Pojišťovnictví je nicméně specifické tím, že mezi jednotlivými rizikovými faktory obvykle bývá korelace menší než 100 %. Celkový ekonomický kapitál je pak za této situace menší než při prostém součtu jednotlivých ekonomických kapitálů (za předpokladu splnění subaditivity).

Agregace požadavků na kapitál pomocí korelační matice je korektní metodou agregace pouze tehdy, platí-li:

$$VaR_\alpha\big(S - E(S)\big) = \sqrt{\sum_{i,j} r_{i,j} \cdot VaR_\alpha(X_i - E(X_i)) \cdot VaR_\alpha(X_j - E\big(X_j\big))}$$

Protože je pro rozdělení náhodné veličiny S určující závislostní struktura mezi náhodnými veličinami $X_1, \dots, X_n,$ je tato agregační metoda přesná pouze za předpokladu, kdy je závislostní struktura zcela popsána příslušnou korelační maticí. Tohoto předpokladu je dosaženo v případě vícerozměrného normálního rozdělení nebo obecněji v případě vícerozměrného eliptického rozdělení, ve kterých je koeficient lineární korelace přirozeným nástrojem pro popis závislostí. Pro lepší porozumění si v následujícím odstavci uvedeme definici eliptických rozdělení.

Náhodný vektor $\boldsymbol{X}$ má n-rozměrné eliptické rozdělení s parametry $\boldsymbol{\mu}$, $\sum$ a **s** charakteristickým generátorem ϕ, $\boldsymbol{X} \sim E_n(\mu, \sum, \phi)$, pokud jeho charakteristická funkce má tvar:

$$\phi_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{t}) = \exp(i\boldsymbol{t}'\boldsymbol{\mu})\ \phi(\boldsymbol{t}'\Sigma\boldsymbol{t}), \qquad \boldsymbol{t} \in R^n.$$

Jak již bylo naznačeno výše, eliptická rozdělení jsou zobecněním normálního rozdělení.

Korektnost agregace pomocí korelační matice si můžeme představit na příkladu dvou rizik, představovaných náhodnými veličinami X_1, X_2. Korelační matice, respektive příslušný koeficient lineární korelace se používá k agregaci směrodatných odchylek, protože platí:

$$(\sigma(X_1 + X_2))^2 = \sigma(X_1)^2 + \sigma(X_2)^2 + 2 \cdot \sigma(X_1, X_2) \cdot \sigma(X_1) \cdot \sigma(X_2).$$

Pro náhodné veličiny, které mají normální nebo některé jiné eliptické rozdělení, platí pro výpočet Value at Risk a ekonomického kapitálu následující vztahy:

$$VaR_\alpha(X_i) = E(X_i) + \sigma(X_i) \cdot u_\alpha\,,$$

$$EK(X_i) = VaR_\alpha\big(X_i - E(X_i)\big) = u_\alpha \cdot \sigma(X_i),$$

kde $i = 1, 2$ a u_α je α-kvantil normovaného normálního nebo eliptického rozdělení. V takovém případě lze tedy vyjádřit ekonomický kapitál jako násobek směrodatné odchylky. Jako příklad můžeme uvést Value at Risk na hladině 0,99. Ten je za předpokladu výše zmíněných rozdělení roven součtu střední hodnoty a 2,33násobku směrodatné odchylky. Příslušný ekonomický kapitál je potom přímo roven 2,33násobku směrodatné odchylky.

Vzhledem k tomu, že součet normálně rozdělených náhodných veličin má také normální rozdělení, můžeme psát:

$$X_1 + X_2 \sim N(E(X_1) + E(X_2), (\sigma(X_1 + X_2))^2),$$

a pro výpočet ekonomického kapitálu, tak můžeme použít analogický vztah jako výše:

$$EK(X_1 + X_2) = u_\alpha \cdot \sigma(X_1 + X_2).$$

Pro druhou mocninu ekonomického kapitálu po drobných úpravách obdržíme následující formuli:

$$(EK(X_1 + X_2))^2 = (EK(X_1))^2 + (EK(X_2))^2 + 2 \cdot \sigma(X_1, X_2) \cdot EK(X_1) \cdot EK(X_2).$$

V další podkapitole se seznámíme s určitými specifiky, které použití agregace rizik pomocí korelační matice v Solvency II má.

2.4.2 Agregace rizik v Solvency II

Solvency II, jak již bylo zmíněno výše, používá pro agregaci jednotlivých solventnostních kapitálových požadavků agregaci pomocí korelační matice. Setkáváme se v ní se vzorci tvaru:

$$SCR = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j},$$

kde SCR_i a SCR_j jsou solventností kapitálové požadavky jednotlivých podmodulů a $corr_{i,j}$ je korelační koeficient, který je stanovený příslušnou směrnicí. Tyto korelační koeficienty jsou voleny mezi hodnotami 0 a 1, přičemž pro $i \neq j$ pro korelační koeficienty platí $corr_{i,j} < 1$. Tato volba korelačních koeficientů znamená, že metodika Solvency II uznává diverzifikační efekty mezi dílčími riziky. V další části si představíme princip, podle kterého byly korelační koeficienty v metodice Solvency II určeny.

U korelačních koeficientů v Solvency II se setkáváme s určitými specifiky. V první řadě je nutné zmínit, že korelační koeficienty v tomto případě nejsou lineárními korelačními koeficienty. Při agregaci kapitálových požadavků je tak nutné si uvědomit, že pracujeme se závislostmi, které nejsou lineární. To je způsobeno tím, že v případě pojistných rizik obvykle neplatí předpoklad vícerozměrného normálního ani jiného eliptického rozdělení. Rozdělení, se kterými se v pojišťovnictví setkáváme, jsou obvykle zešikmená nebo useknutá zajištěním nebo hedgováním. V případě použití koeficientů lineární korelace bychom tak nedospěli ke správným výsledkům. Dalším specifikem, se kterým se musíme v této konkrétní aplikaci agregace pomocí korelační matice vypořádat, je agregace hodnot v riziku na vysoké hladině spolehlivosti. Musíme tak volit takové koeficienty, jež zohledňují koncovou závislost.

V Solvency II je hlavním cílem volby korelačních koeficientů nepodcenit agregované riziko a dosáhnout tak pro výsledný solventnostní kapitálový požadavek co možná nejlepší aproximace Value at Risk na hladině 0,995. V případě dvou rizik, jejichž střední hodnoty jsou v obou případech rovny nule a kapitálové požadavky SCR_A a SCR_B, získáme korelační koeficient $corr$ minimalizací výrazu:

$$|(SCR_{A+B})^2 - (SCR_A)^2 - (SCR_B)^2 - 2 \cdot corr \cdot SCR_A \cdot SCR_B|.$$

Nicméně takové zjednodušení není vždy vhodné. Zdroj [6] uvádí, že například v případech, kde se setkáváme s koncovou závislostí mezi riziky, nebo tam, kde je marginální rozdělení pravděpodobnosti značně odlišné od normálního, není tento postup adekvátní pro účely minimalizace agregační chyby. V takovýchto případech je nutné použít jiný způsob stanovení korelačního parametru. Například pokud se setkáváme s koncovou závislostí mezi riziky X a Y, je vhodné korelační koeficient definovat jako:

$$\rho = \lim_{\alpha \to 1-} P(Y > F_Y^{-1}(\alpha) | X > F_X^{-1}(\alpha)),$$

kde F_X a F_Y jsou distribuční funkce rizikových faktorů X a Y. Takto definovaný korelační koeficient měří pravděpodobnost současného výskytu extrémních hodnot u rizik (asymptotický stupeň závislosti na koncích distribučních funkcí).

Na závěr této části se ještě podíváme na nezávislá rizika. Pro agregaci nezávislých rizik bychom intuitivně považovali jako nejlepší volbu korelační parametr rovný nule. Avšak v našem případě tomu tak není vždy. Příčina opět spočívá v možné absenci normálního rozdělení pravděpodobností. Jestliže rizikové faktory nemají normální rozdělení a my zvolíme korelační koeficient rovný nule, může dojít ke špatnému odhadu agregovaného rizika. To si můžeme ilustrovat na následujícím příkladu, který je převzatý z literatury [6].

Uvažujme nezávislé náhodné veličiny X_1 a X_2, které mají rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti na intervalu <-1,1>. Střední hodnota náhodných veličin X_1 a X_2 je při daném rozdělení pravděpodobností rovna nule. Hodnota Value at Risk na hladině 0,995 ($VaR_{0,995}$) se u obou náhodných veličin rovná hodnotě 0,99. Vzhledem k tomu, že náhodné veličiny X_1 a X_2 jsou nezávislé a mají rovnoměrné rozdělení, bude mít jejich součet $X_1 + X_2$ trojúhelníkové rozdělení s parametry $a = -2,\ b = 2,\ c = 0$. V případě součtu náhodných veličin $X_1 + X_2$ je hodnota Value at Risk na hladině 0,995 rovna 1,8. Pokud bychom agregovali kapitálové požadavky pomocí koeficientu lineární korelace, který je vzhledem k nezávislosti nulový, dostaneme:

$$\sqrt{VaR_{0.995}(X_1)^2 + VaR_{0,995}(X_2)^2 + 0} = \sqrt{0,99^2 + 0,99^2 + 0} = 1,4,$$

což znamená, že celkové riziko by v takovémto případě bylo značně podhodnoceno. Ke správné hodnotě korelačního koeficientu se dostaneme vyřešením rovnice:

$$\sqrt{VaR_{0,995}(X_1)^2 + VaR_{0,995}(X_2)^2 + 2 \cdot corr \cdot VaR_{0,995}(X_1) \cdot VaR_{0,995}(X_2)} = VaR_{0,995}(X_1 + X_2).$$

Z předchozí rovnice vyjádříme proměnnou $corr$:

$$corr = \frac{\left(VaR_{0,995}(X_1 + X_2)\right)^2 - VaR_{0,995}(X_1)^2 + VaR_{0,995}(X_2)^2}{2 \cdot VaR_{0,995}(X_1) \cdot VaR_{0,995}(X_2)},$$

a dosadíme za hodnoty Value at Risk, čímž získáme:

$$corr = \frac{1{,}8^2 - 0{,}99^2 - 0{,}99^2}{2 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}99} \cong 0{,}653.$$

Správný korelační koeficient pro agregaci pomocí korelační matice je tedy v tomto případě přibližně 0,653.

Předchozím odstavcem jsme uzavřeli kapitolu věnovanou využitému matematickému aparátu, který se nám bude v dalších částech práce hodit. Nyní se již budeme věnovat oblasti regulace pojišťovnictví, konkrétně pak metodice Solvency II.

3. Solvency II

Projekt označovaný jako Solvency II je v posledních několika letech nejčastěji skloňovaným tématem v oblasti pojišťovnictví. Solvency II se totiž bezprostředně dotýká všech subjektů, které se v tomto oboru pohybují. Upravuje oba segmenty, se kterými se v pojišťovnictví setkáváme, tedy jak oblast pojištění, tak oblast zajištění. V první části této kapitoly se seznámíme se základními charakteristikami Solvency II. Druhá část této kapitoly bude věnována standardnímu vzorci pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Tato kapitola bude vypracována s využitím literatury [2], [8], [9], [14].

3.1 Základní informace o metodice Solvency II

Již v předchozích kapitolách si čtenář mohl povšimnout, že pojem Solvency II byl několikrát použit. Z toho je zřejmé, že se jedná o středobod současného pojišťovnictví. My se s tímto rozsáhlým projektem nyní blíže seznámíme.

Projekt Solvency II představuje moderní přístup v oblasti regulace pojistného trhu v rámci Evropské unie. Jeho vznik byl silně motivován zavedením regulatorního systému Basel II v oblasti bankovnictví, se kterým sdílí řadu společných prvků. Přípravná fáze Solvency II se započala již na začátku tohoto tisíciletí a po několikerém odkládaní došlo ke stanovení termínu 1.1.2016, kdy měl být projekt v Evropské unii spuštěn. K tomu skutečně došlo, avšak s výjimkou České republiky. Směrnice Solvency II měla být do národní legislativy implementována novelou zákona o pojišťovnictví, která však nebyla schválena poslaneckou sněmovnou. Tuto novelu se nakonec podařilo schválit až v září roku 2016.

Metodiku Solvency II můžeme charakterizovat několika základními principy. Jak již bylo zmíněno výše, byla vyvinuta orgány Evropské unie a její zavedení do legislativy jednotlivých státu je povinné. V opačném případě hrozí takovému státu sankce. Cílem tohoto postupu je harmonizace dohledových orgánů a efektivní dohled nad nadnárodními skupinami. Na tomto místě si můžeme připomenout, že v případě České republiky je tímto dohledovým orgánem Česká národní banka.

V první kapitole jsme se důkladně seznámili s riziky, se kterými se může pojišťovna během své činnosti setkat. To souvisí s jedním z hlavních principů Solvency II, což je integrovaný přístup ke všem typům identifikovatelných rizik. Metodika Solvency II postupuje v tomto směru pomocí třípilířové struktury. První pilíř má kvantitativní charakter a je zaměřen na kapitálovou přiměřenost založenou na riziku. V rámci prvního pilíře jsou definovány kapitálové požadavky, které jsou kladeny na pojišťovny a zajišťovny. Jsou jimi solventnostní kapitálový požadavek (SCR) a minimální kapitálový požadavek (MCR). Ty mohou být stanoveny jednak pomocí standardního vzorce a interního modelu. V prvním pilíři je také řešena problematika technických rezerv pojišťoven a zajišťoven. Druhý a třetí pilíř mají na rozdíl od toho prvního kvalitativní charakter. Jsou v nich stanoveny požadavky na vnitřní kontrolní systém řízení rizik, tržní disciplínu a zveřejňování informací.

Dalšími uváděnými principy Solvency II jsou reálné oceňování aktiv a pasiv pojišťovny, dlouhodobá konzistentnost s finančním sektorem a motivace pro tvorbu a aplikaci interních modelů.

Ke krytí kapitálových požadavků, které stanovuje Solvency II, potřebuje pojišťovna kapitál. Ten se v rámci účetnictví pojišťovny člení na primární kapitál a doplňkový kapitál. Primární kapitál tvoří hodnota aktiv převyšující hodnotu závazků oceňovaných v souladu s [9] snížená o hodnotu vlastních akcií držených tuzemskou pojišťovnou a hodnota podřízených závazků. Doplňkový kapitál je tvořen jinými položkami než primární kapitál. Jsou to položky, které si lze vyžádat k absorbování ztrát. Do doplňkového kapitálu lze zařadit nesplacený základní kapitál, k jehož splacení nebyla podána výzva, akreditivy a záruky a také jakékoli další nároky tuzemské pojišťovny. Položky kapitálu se pro účely regulace dále dělí do tří tříd (Tier 1, Tier 2 až Tier 3) v závislosti na tom, zda jde o primární nebo doplňkový kapitál, a na míře jejich stálé dostupnosti a podřízenosti.

Druhy neživotních pojištění dle Solvency II

Vzhledem k tomu, že způsobů, jakými můžeme neživotní pojištění dělit, je hned několik, představíme si v tomto odstavci stručně druhy neživotních pojištění tak, jak je rozděluje metodika Solvency II. Solvency II rozlišuje celkem dvanáct typů neživotních pojištění. Ke každému typu neživotního pojištění se navíc vztahuje také proporcionální neživotní zajištění.

Prvními dvěma typy neživotního pojištění, které si zde uvedeme, jsou *pojištění léčebných výloh* a *pojištění ochrany příjmů*. U obou těchto pojištění platí, že mohou být provozovány i v rámci životního pojištění a částečně se prolínají s dalším druhem pojištění, kterým je *pojištění odpovědnosti zaměstnavatele za škodu při pracovním úrazu nebo nemoci z povolání*. Dalšími typy pojištění, se kterými se můžeme setkat, jsou odpovědnostní pojištění. Do této kategorie, kromě již zmíněného pojištění odpovědnosti zaměstnavatele, řadíme *pojištění odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel* (provozovaných na pozemních komunikacích) a *obecné pojištění odpovědnosti.* Další pojištění týkající se motorových vozidel již řadíme do kategorie *ostatních pojištění motorových vozidel.* Řadíme sem i pojištění jiných pozemních motorových vozidel, než jsou automobily, tedy například kolejová vozidla. Dopravy se týká i další typ pojištění, jímž je *pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy.* Do tohoto druhu pojištění řadíme i pojištění odpovědnosti z provozu prostředků používaných pro tento druh dopravy. Velmi významným pojištěním, s nímž se v životě běžně setkáváme, je pak *pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku.* Tato kategorie zahrnuje veškeré pojistné závazky týkající se poškození, zničení nebo ztráty majetku (kromě výše zmíněných dopravních a přepravních prostředků), a to ať už vlivem přírodních sil, nebo působením lidské činnosti. Druhy pojištění, které se týkají finanční činnosti, jsou *pojištění úvěru a záruky* a *pojištění různých finančních ztrát.* Posledními dvěma neživotními pojištěními jsou pak *pojištění právní ochrany,* které kryje výdaje na právní služby a vedení sporů, a *pojištění asistence*, jenž kryje asistenční služby pojištěným osobám při jejich pobytu mimo domov.

3.2 Stanovení solventnostního kapitálového požadavku

V rámci metodiky Solvency II hraje jednu z klíčových rolí takzvaný solventnostní kapitálový požadavek (SCR). Při stanovení solventnostního kapitálového požadavku mají pojišťovny nebo zajišťovny v podstatě dvě základní možnosti. První z těchto možností je výpočet solventnostního kapitálového požadavku pomocí takzvaného standardního vzorce. Postup výpočtu tímto způsobem je přímo stanoven nařízením komise EU. [8] Stanovením solventnostního kapitálového požadavku pomocí standardního vzorce se také budeme primárně zabývat v této diplomové práci. Druhou variantou, kterou mohou pojišťovny nebo zajišťovny využít, je výpočet solventnostního kapitálového provádět pomocí vlastního interního modelu. Před použitím interního modelu je nutné jeho schválení orgánem dohledu, v České republice tedy Českou národní bankou. Obecně se předpokládá, že standardní vzorec budou využívat především menší pojišťovny, zatímco výpočet pomocí interních modelů pojišťovny větší. Tento předpoklad vychází zejména z finanční náročnosti, kterou bude vytvoření interního modelu představovat. Výhodou interního modelu je nepochybně možnost vytvořit tento model pojišťovně tzv. na tělo.

Standardní vzorec je kalibrován tak, aby kapitál pokryl rizika, která pojišťovna podstupuje, se spolehlivostí 99,5 %. Z matematického hlediska se jedná o uplatnění míry rizika Value at Risk. Standardní vzorec musí být schopen pokrýt potřeby širokého spektra pojišťoven s dostatečnou přesností, jednoduchostí a transparentností.

Výpočet základního solventnostního kapitálového požadavku pomocí standardního vzorce

Výpočet základního solventnostního kapitálového požadavku probíhá s využitím vzorce:

$$Z\acute{a}kladn\acute{\imath}SCR = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{neh.aktiv},$$

kde se setkáváme s proměnnými SCR_i, které představují hodnoty solventnostích kapitálových požadavků vypočtené pro jednotlivé moduly. Modulů je celkem pět a rozdělují rizika, se kterými se pojišťovna setkává, do několika sekcí. Moduly jsou následující: modul neživotního upisovacího rizika, modul životního upisovacího rizika, modul zdravotního upisovacího rizika, modul tržního rizika a modul rizika selhání protistrany. Spojujícím prvkem jednotlivých modulů je korelační koeficient $Corr_{i,j}$, který je pevně stanoven korelační maticí, kterou najdeme ve směrnici EU. V neposlední řadě se ve vzorci setkáváme také s kapitálovým požadavkem pro riziko nehmotných aktiv $SCR_{neh.aktiv}$.

3.3 Modul neživotního upisovacího rizika

Vzhledem k zaměření této diplomové práce na neživotní pojištění se v této podkapitole blíže seznámíme s modulem neživotního upisovacího rizika a s výpočtem solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny, který k tomuto modulu náleží. V tomto případě má vzorec stanovený směrnicí Evropské unie [9] následující tvar:

$$SCR_{ne\check{z}ivotn\acute{\imath}} = \sqrt{\sum_{i,j} corrNL_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

kde jsou písmeny i a j označeny jednotlivé podmoduly, se kterými se u neživotního pojištění setkáváme. Těmi jsou podmodul pojistného a rezerv v neživotním pojištění, podmodul pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění, podmodul neživotního katastrofického rizika a podmodul rizika storen v neživotním pojištění. SCR_i v tomto vzorci pak označuje kapitálové požadavky pro jednotlivé podmoduly a $corrNL_{(i,j)}$ korelační parametr pro tento modul. Korelační parametry jsou pevně dány směrnicí EU.

3.3.1 Podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění

Při výpočtu kapitálového požadavku k riziku pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění musíme nejprve určit míru objemu pojistného $V_{pojistné,s}$ a to pro každý z dvanácti segmentů zvlášť. Segmenty do značné míry kopírují jednotlivé druhy pojištění, se kterými jsme se setkali na začátku této kapitoly, navíc jsou k nim zařazeny i proporcionální zajištění. Tři segmenty jsou spojeny s aktivním neproporcionálním zajištěním. S přesným dělením segmentů se blíže seznámíme v praktické části. Jednotlivé segmenty jsou ve vzorci označeny písmenem s. Míru objemu pojistného pro daný segment s stanovíme vzorcem:

$$V_{pojistné,s} = max\{P_s; P_{min,s}\} + FP_{souč.,s} + FP_{bud.,s},$$

v němž se vyskytují čtyři proměnné, které představují různé druhy pojistného. P_s označuje odhad pojistného, které má pojišťovna nebo zajišťovna získat v segmentu s v následujících dvanácti měsících. $P_{min,s}$ označuje pojistné zasloužené pojišťovnou nebo zajišťovnou v segmentu s v posledních dvanácti měsících. $F_{souč.,s}$ a $F_{bud.,s}$ označují očekávanou současnou hodnotu pojistného, které si má pojišťovna zasloužit v segmentu s, v prvním případě pak ze stávajících smluv po uplynutí následujících dvanácti měsíců, v druhém případě z budoucích smluv uzavřených v následujících dvanácti měsících po uplynutí následujících dvanácti měsíců.

Dále je nutné stanovit míru objemu rizika technických rezerv $V_{rezervy,s}$. Tato hodnota je přímo rovna diskontovanému nejlepšímu odhadu nesplaceného pojistného plnění v daném segmentu, a to po odečtení částek, které jsou vymahatelné ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.

Z míry objemu rizika pojistného a míry objemu rizika technických rezerv se určí míra objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění pro jednotlivé segmenty s. V případě, že uvažujeme situaci, kdy pojišťovna působí pouze v České republice, zjednoduší se nám vzorec na následující tvar:

$$V_s = V_{pojistné,s} + V_{rezervy,s}$$

Pro další výpočty je také nezbytné určit směrodatnou odchylku pro riziko pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění σ_s a to opět pro každý segment s zvlášť.

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_{pojistné,s} \cdot V_{pojistné,s})^2 + \sigma_{pojistné,s} \cdot \sigma_{rezervy,s} \cdot V_{pojistné,s} \cdot V_{rezervy,s} + (\sigma_{rezervy,s} \cdot V_{rezervy,s})^2}}{V_{pojistné,s} + V_{rezervy,s}}$$

Hodnoty $\sigma_{pojistné,s}$ a $\sigma_{rezervy,s}$ jsou stanoveny nařízením komise EU [8]. $V_{pojistné,s}$ a $V_{rezervy,s}$, jsou proměnné, se kterými jsme se již setkali výše.

Nyní již máme k dispozici hodnoty, pomocí nichž můžeme určit podstatnou část vzorce pro směrodatnou odchylku rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění σ. Jak se vzápětí ukáže, námi určená část je dostačující pro následný finální výpočet kapitálového požadavku. Ze vzorce:

$$\sigma = \frac{1}{V} \cdot \sqrt{\sum_{s,t} corrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}, \tag{3.1}$$

, kde V označuje míru objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění, kterou získáme sečtením měr objemu rizika pojistného a technických rezerv z jednotlivých segmentů neživotního pojištění, nám stačí spočítat pouze odmocninu:

$$\sqrt{\textstyle\sum_{s,t} corrS_{(s,t)} \cdot \sigma_s \cdot V_s \cdot \sigma_t \cdot V_t}. \tag{3.2}$$

V posledním kroku již pouze dosadíme předchozí výsledek do vzorce:

$$SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 3 \cdot \sigma \cdot V \tag{3.3}$$

a dostaneme požadovaný výsledek solventnostního kapitálového požadavku pro podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění. Z toho je patrné, že při dosazení vzorce za směrodatnou odchylku rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění za proměnnou σ, se proměnná V ve vzorci zkrátí. Směrodatná odchylka σ je vlastně normována na jednotku objemu rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění. My však při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku potřebujeme celkovou směrodatnou odchylku, která je tedy dána odmocninou (3.2). V závěrečném vztahu (3.3) je již patrná souvislost s mírou rizika Value at Risk. Standardní vzorec využívá předpokladu normálního rozdělení a hodnotu Value at Risk určuje pomocí násobku směrodatné odchylky. Je však použit větší násobek než 2,576, což by mělo vést k vyšší hodnotě, než je kvantil 0,995, a tedy pravděpodobnost, že daný kapitál nebude pojišťovně stačit na pokrytí jejich závazků, by tak měla být nižší než 0,005.

3.3.2 Podmodul rizika storen v neživotním pojištění

Podmodulu rizika storen v neživotním pojištění se budeme věnovat pouze v krátkosti, protože ho dále v této práci uvažovat nebudeme. Při výpočtu kapitálového požadavku tohoto podmodulu je klíčovým pojmem tzv. ztráta primárního kapitálu pojišťovny nebo zajišťovny, kterému je kapitálový požadavek přímo roven. V tomto podmodulu se konkrétně jedná o ztrátu primárního kapitálu, jež by vyplynula z kombinace dvou okamžitých událostí. První z nich je ukončení 40 % takových pojistných smluv, jejichž ukončení by vedlo ke zvýšení technických rezerv bez rizikové přirážky. V tomto případě se při výpočtu ztráty primárního kapitálu vychází z takového druhu ukončení, který má nejhorší dopad na primární kapitál pojišťovny. Druhou událostí je snížení počtu budoucích pojistných nebo zajistných smluv, jež se používají k výpočtu technických rezerv, o 40 %.

3.3.3 Podmodul neživotního katastrofického rizika

Podmodul neživotního katastrofického rizika v sobě zahrnuje další čtyři podmoduly. Těmi jsou podmodul rizika přírodních pohrom (SCR_{natCAT}), podmodul katastrofického rizika při neproporciálním zajištění pojištění majetku ($SCR_{NPproperty}$), podmodul rizika katastrof způsobených člověkem (SCR_{mmCAT}) a podmodul jiných katastrofických rizik v neživotním pojištění ($SCR_{otherCAT}$). Solventnostní kapitálový požadavek pro podmodul neživotního katastrofického rizika dostaneme použitím následujícího vzorce:

$$SCR_{katastrofy} = \sqrt{(SCR_{natCAT} + SCR_{NPproperty})^2 + SCR_{mmCAT}^2 + SCR_{otherCAT}^2}.$$

Jednotlivé podmoduly si nyní blíže představíme.

Podmodul rizika přírodních pohrom (katastrof)

Prvním podmodulem, kterým se budeme zabývat, je podmodul rizika přírodních pohrom. Jak již název napovídá, do tohoto podmodulu jsou řazena rizika, u nichž je prvotním činitelem příroda. Podmodul pokrývá riziko vichřice, zemětřesení, povodně, krupobití a také rizika sesuvu nebo poklesu půdy. U prvních čtyř zmíněných rizik je postup výpočtu obecně velmi podobný. My si jej záhy představíme na riziku povodně, a to konkrétně pro Českou republiku. Poslední zmíněné riziko sesuvu nebo poklesu půdy je v tomto podmodulu řešeno pouze pro Francii.

Podmodul rizika povodně

Stejně jako další složky podmodulu rizika přírodních pohrom, má i podmodul rizika povodně svůj specifický postup výpočtu solventnostního kapitálového požadavku. Postup výpočtu, který je pro riziko povodně používán, si představíme na regionu Česká republika. V ostatních regionech je postup obdobný.

Region, v našem případě Česká republika, je rozdělen na několik rizikových pásem, přičemž počet rizikových pásem je region od regionu jiný. Region Česká republika je rozdělen do padesáti devíti rizikových pásem podle poštovních směrovacích čísel, přesněji podle jejich prvního dvojčíslí. Každému rizikovému pásmu je přidělena riziková váha. Jako příklad můžeme uvést rizikovou váhu rizikového pásma 57, jehož poštovní směrovací číslo začíná dvojčíslím 77 (Olomouc). Riziková váha tohoto pásma je 4,8, což je nejvyšší hodnota z celého regionu. Naopak nejnižší riziková váha je přidělena rizikovému pásmu 4, pod kterým se skrývá Praha 3.

Při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku pro riziko povodně nejdříve určíme pojistnou částku pro riziko povodně pro jednotlivé regiony i. Ta je podle vzorce

$$SI_{(flood,CZ,i)} = (SI_{(property,CZ,i)} + SI_{(onshore-prperty,CZ,i)} + 1{,}5 \cdot SI_{(motor,CZ,i)})$$

rovna součtu pojistných částek pojišťovny při pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku včetně proporcionálního zajištění ($SI_{(property,CZ,i)}$), pojištění námořní a letecké dopravy a přepravy ($SI_{(onshore-property,CZ,i)}$) a ostatního pojištění motorových vozidel ($SI_{(motor,CZ,i)}$) vynásobené koeficientem 1,5.

Získané pojistné částky pojišťovny vynásobíme příslušnou rizikovou váhou $W_{(flood,CZ,i)}$ pro riziko povodně

$$WSI_{(flood,CZ,i)} = W_{(flood,CZ,i)} \cdot \left(SI_{(flood,CZ,i)}\right),$$

čímž dostaneme váženou pojistnou částku pro riziko povodně v konkrétním regionu i $WSI_{(flood,CZ,i)}$.

V další fázi výpočtu určíme takzvanou zjištěnou ztrátu $L_{(flood,CZ)}$ podle vzorce

$$L_{(flood,CZ)} = Q_{(flood,CZ)} \cdot \sqrt{\sum_{(i,j)} corr_{(flood,CZ,i,j)} \cdot WSI_{(flood,CZ,i)} \cdot WSI_{(flood,CZ,i)}}.$$

Kromě vážené pojistné částky pojišťovny dále potřebujeme rizikový faktor pro riziko povodně pro Českou republiku $Q_{(flood,CZ)}$ a korelační koeficient pro riziko povodně v rizikových pásmech i a j. Rizikový faktor je pro Českou republiku stanoven na hodnotu 0,3 %. Korelační koeficienty jsou dány korelační maticí, která je uvedena ve směrnici EU.

Zjištěnou ztrátu nyní využijeme k výpočtu solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny při dvou různých scénářích:

V prvním scénáři, který budeme značit písmenem A, se solventnostní kapitálový požadavek ($SCR_{(flood,CZ,A)}$) rovná ztrátě primárního kapitálu pojišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty ve výši 65 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice a ztráty ve výši 45 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice. Obě tyto ztráty jsou bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.

Ve druhém scénáři, který označíme písmenem B, se solventnostní kapitálový požadavek ($SCR_{(flood,CZ,B)}$) rovná ztrátě primárního kapitálu pojišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty ve výši 100 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice a ztráty ve výši 10 % zjištěných ztrát v důsledku povodně v České republice. Obě tyto ztráty jsou opět bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek.

Výslednou hodnotu solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny pro riziko povodně v České republice ($SCR_{(flood,CZ)}$) určíme jako větší z kapitálových požadavků $SCR_{(flood,CZ,A)}$ a $SCR_{(flood,CZ,B)}$. Matematicky můžeme uvedený vztah zapsat takto:

$$SCR_{(flood,CZ)} = \max\left\{SCR_{(flood,CZ,A)}\,, SCR_{(flood,CZ,B)}\right\}.$$

V regionu Česká republika, kterým se v této diplomové práci zabýváme primárně, je výpočet solventnostních kapitálových požadavků pro rizika zemětřesení a vichřice prakticky stejný jako pro riziko povodně. Odlišnost spočívá ve volbě korelačních matic, rizikových vah jednotlivých rizikových pásem a rizikového faktoru Q. Další odlišností je potom výpočet pojistných částek $SI_{(windstorm,CZ,i)}$ a $SI_{(earthquake,CZ,i)}$, do kterých se na rozdíl od podmodulu rizika povodně nezapočítávají pojistné částky ostatního pojištění motorových vozidel. Opačná je situace pro Českou republiku v případě rizika krupobití, a tak se na něj blíže podíváme.

Podmodul rizika krupobití

V případě podmodulu rizika krupobití se pro Českou republiku a některé další regiony pro výpočet okamžité ztráty používá zjednodušený vzorec, a to ve tvaru:

$$L_{(hail,CZ)} = 0{,}3 \cdot P_{hail},$$

kde P_{hail} je odhad celkového pojistného, jež má pojišťovna nebo zajišťovna získat z pojištění pro případ požáru, pojištění námořní a letecké dopravy a přepravy a ostatního pojištění motorových vozidel. Pouze však z takových pojistných smluv, která kryjí riziko krupobití. Solventnostní kapitálový požadavek je potom roven ztrátě primárního kapitálu, která by z této okamžité ztráty vyplynula.

Celkový solventnostní kapitálový požadavek pro podmodul rizika přírodních katastrof následně získáme dosazením do vzorce

$$SCR_{natCAT} = \sqrt{\sum_i SCR_i^2},$$

v němž i je index označující jednotlivé podmoduly podmodulu rizika přírodních pohrom, tedy povodně, vichřice, zemětřesení a krupobití.

Podmodul katastrofického rizika při neproporcionálním zajištění pojištění majetku

Solventnostní kapitálový požadavek tohoto podmodulu určíme jako ztrátu primárního kapitálu pojišťovny nebo zajišťovny, jež by vyplynula z okamžité ztráty z každé zajistné smlouvy pokrývající jiné zajistné závazky z aktivního neproporcionálního zajištění (pojištění majetku) než závazky, jež vyplývají z neproporcionálního zajištění pojistných závazků obsažených v pojištění úvěru a záruky a jemu příslušném proporcionálním zajištění. Výši okamžité ztráty bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek pak získáme pro Českou republiku ze vzorce:

$$L_{nproperty} = 2{,}5 \cdot P_{nproperty},$$

kde $P_{nproperty}$ je odhad zaslouženého pojistného v následujících dvanácti měsících z výše zmíněného pojištění.

Podmodul rizika katastrof způsobených člověkem

Jak již název napovídá, v tomto podmodulu se setkáváme s rizikem katastrof, která jsou tentokrát způsobena lidským faktorem. Tento podmodul se skládá z dalších šesti podmodulů, které si nyní krátce představíme.

Podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel

V tomto podmodulu hraje klíčovou roli počet vozidel pojištěných pojišťovnou v rámci pojištění odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel. Ta jsou rozdělena do dvou skupin, a to na základě limitu pojistného plnění. První skupina je tvořena vozidly, u nichž je limit pojistného plnění vyšší než 24 mil. EUR, druhá skupina potom vozidly s limitem nižším než 24 mil. EUR. Počet vozidel náležejících do první skupiny označujeme N_a, do druhé potom N_b. Kapitálový požadavek pro tento podmodul určíme jako ztrátu primárního kapitálu, která by vyplynula z okamžité ztráty, jež se bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv rovná (v tisících EUR):

$$L_{motor} = \max\left\{6\,000;\ 50 \cdot \sqrt{N_a + 0{,}05 \cdot N_b + 0{,}95 \cdot \min(N_b; 20\,000)}\right\}.$$

Okamžitá ztráta je tedy nejméně rovna 6 miliónům EUR, a to bez ohledu na počet pojištěných vozidel.

Podmodul námořních rizik

Tento podmodul v rámci České republiky uvažovat nebudeme vzhledem k tomu, že se vztahuje pouze k riziku srážky tankeru a k riziku výbuchu těžební plošiny.

Podmodul leteckých rizik

U podmodulu leteckých rizik určí pojišťovna nebo zajišťovna požadavek na kapitál jako ztrátu primárního kapitálu plynoucí z okamžité ztráty, jež je v tomto případě bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv rovna maximu ze všech pojistných částek SI_a:

$$L_{aviation} = \max_a (SI_a),$$

kde SI_a je pojistná částka letadla a pojištěného v rámci pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy a také proporciálního a neproporciálního zajištění vztahujícího se k tomuto druhu pojištění.

Podmodul požárních rizik

Stejně jako tomu bylo u předchozích podmodulů je i zde základem pro výpočet kapitálového požadavku okamžitá ztráta. Okamžitou ztrátu u podmodulu požárních rizik určíme jako součet pojistného z jednotlivých pojistných smluv (bez částek vymahatelných ze zajistných smluv), které se vztahuje k takzvané největší koncentraci požárního rizika. Největší koncentrací požárního rizika rozumíme soubor budov s nejvyšším pojistným, přičemž pro tyto budovy musí platit, že jsou zčásti nebo zcela v okruhu dvou set metrů a současně má pojistitel nebo zajistitel závazky ke každé z budov z pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku a k němu příslušného proporciálního neživotního zajištění. Solventnostní kapitálový požadavek je potom roven ztrátě primárního kapitálu, který plyne z takovéto okamžité ztráty.

Podmodul odpovědnostních rizik

Oproti předchozím podmodulům je výpočet solventnostního kapitálového požadavku u podmodulu odpovědnostních rizik o něco komplikovanější. Metodika Solvency II rozděluje odpovědnostní rizika do 5 různých skupin, které jsou detailně popsány v [8]. Pro každou skupinu zvlášť se nejdříve určí okamžitá ztráta, která je rovna:

$$L_{(liability,i)} = f_{(liability,i)} \cdot P_{(liability,i)},$$

a to opět bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv. Ve vzorci se setkáváme s proměnnou $P_{(liability,i)}$, což je hrubé pojistné bez odečtení pojistného ze zajistných smluv, jež má pojistitel či zajistitel získat během následujících 12 měsíců ve spojitosti s pojistnými a zajistnými závazky z dané skupiny odpovědnostních rizik i. $f_{(liability,i)}$ je označení rizikového koeficientu dané skupiny odpovědnostních rizik i. Tyto rizikové koeficienty jsou opět pevně stanoveny směrnicí EU.

Solventnostní kapitálový požadavek pro jednotlivé skupiny odpovědnostních rizik i následně dostaneme už nám dobře známým postupem, a to jako ztrátu primárního kapitálu vyplývající z okamžité ztráty $L_{(liability,i)}$. Přičemž se předpokládá, že ztráta primárního kapitálu ze skupiny odpovědnostních rizik i je způsobena počtem n_i pojistných plnění a ztráty způsobené těmito pojistnými plněními můžeme považovat za reprezentativní pro činnost daného pojistitele nebo zajistitele a v součtu představují ztráty ze skupiny odpovědnostních rizik i. V předchozí větě jsme označili počet pojistných plnění jako n_i. Nyní nám ještě zbývá uvést, jak tento počet určíme. Poslouží nám k tomu vztah:

$$n_i = \frac{f_{(liability,i)} \cdot P_{(liability,i)}}{1{,}15 \ \cdot Lim_{(i,1)}},$$

kde $P_{(liability,i)}$ a $f_{(liability,i)}$ již byly definovány výše a $Lim_{(i,1)}$ je nejvyšší hranice odškodnění, které poskytuje pojišťovna nebo zajišťovna v rámci odpovědnostního pojištění v i-té skupině odpovědnostních rizik. Protože tento výpočet nezaručuje, že dospějeme k celému číslu, je nutné jej ještě zaokrouhlit nahoru na celé číslo.

Nakonec ještě solventnostní kapitálové požadavky získané pro každou ze skupin odpovědnostních agregujeme pomocí vztahu:

$$SCR_{liability} = \sqrt{\sum_{(i,j)} corr_{(liability,i,j)} \cdot SCR_{(liability,i)} \cdot SCR_{(liability,j)}},$$

čímž získáme celkový solventnostní kapitálový požadavek k odpovědnostnímu riziku. Korelační koeficienty $corr_{(liability,i,j)}$ mezi skupinami odpovědnostních rizik i a j jsou opět pevně dány směrnicí EU.

Podmodul úvěrových rizik a rizik spojených se zárukou

Předposlední podmodulem, se kterým se můžeme v podmodulu katastrof způsobených člověkem setkat, je podmodul úvěrových rizik a rizik spojených se zárukou. V tomto podmodulu se setkáváme se dvěma typy rizik, a to rizikem velkého úvěrového selhání a rizikem recese. Pro obě tyto rizika musíme samostatně stanovit kapitálové požadavky a z nich následně určit celkový solventností kapitálový požadavek pro celý podmodul.

Nejdříve se podíváme na kapitálový požadavek k riziku recese $SCR_{recession}$. Ten získá pojišťovna nebo zajišťovna jako ztrátu primárního kapitálu, která by vyplynula z okamžitého selhání dvou jejich největších expozic, z nichž vyplývají závazky z pojištění úvěru a záruky a k němu příslušnému proporcionálnímu neživotnímu pojištění. Při výpočtu se využívá předpoklad, podle kterého ztráta ze selhání každé expozice bez odečtení částek ze zajistných smluv činí deset procent pojistné částky vztahující se k dané expozici.

Druhý z kapitálových požadavků v tomto podmodulu, který nám ještě zbývá určit, je kapitálový požadavek k riziku recese $SCR_{default}$. Tento požadavek je roven ztrátě primárního kapitálu pojišťovny nebo zajišťovny, která by vyplynula z okamžité ztráty, jež je bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv rovna celkové hodnotě pojistného, jež má pojišťovna nebo zajišťovna získat během následujících dvanácti měsíců v rámci pojištění úvěru a záruky a k němu se vztahujícímu proporcionálnímu zajištění.

Celkový solventnostní kapitálový požadavek za podmodul rizika katastrof způsobených člověkem získáme použitím následujícího vzorce:

$$SCR_{mmCAT} = \sqrt{\sum_i SCR_i^2},$$

kde SCR_i představuje jednotlivé solventnostní kapitálové požadavky podmodulů, které se vztahují k podmodulu rizika katastrof způsobených člověkem.

Podmodul jiných katastrofických rizik v neživotním pojištění

V tomto podmodulu se setkáváme s pěti skupinami pojistných a zajistných závazků. Pro každou skupinu budeme označovat P_i odhad hrubého pojistného, jenž má pojišťovna nebo zajišťovna bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv získat v následujících dvanácti měsících k pokrytí závazků z příslušných pojistných a zajistných závazků. Pro každou z těchto pěti skupin je také stanoven rizikový faktor, který budeme označovat jako c_i.

Kapitálový požadavek tohoto podmodulu je potom roven ztrátě primárního kapitálu pojistitele nebo zajistitele, jež by vyplynula z okamžité ztráty, kterou bez odečtení částek vymahatelných ze zajistných smluv a od zvláštních účelových jednotek určíme následujícím způsobem:

$$L_{other} = \sqrt{(c_1 \cdot P_1 + c_2 \cdot P_2)^2 + (c_3 \cdot P_3)^2 + (c_4 \cdot P_4)^2 + (c_5 \cdot P_5)^2},$$

přičemž konkrétní hodnoty rizikových faktorů pro jednotlivé skupiny a detailní popis těchto skupin je možné nalézt v literatuře [8].

Standardní vzorec je konstruován tak, že se nejdříve určí solventnostní kapitálové požadavky na nejnižší úrovni a z nich se následně určují solventnostní kapitálové požadavky na vyšších úrovních. Struktura vzorce tak připomíná kořenový systém, v němž postupujeme směrem vzhůru. V každém kroku vzhůru je nutné vytvořit z dílčích kapitálových požadavků jeden celkový. Dochází tak vlastně k agregaci rizik, kterou jsme si již představili v kapitole věnované užitému matematickému aparátu.

Nyní již máme dostatečné teoretické podklady k tomu, abychom se mohli v závěrečné kapitole věnovat konstrukci ilustrativních příkladů.

4. Analýza vybraných vlastností standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění

V závěrečné kapitole této diplomové práce se budeme věnovat konstrukci příkladů souvisejících s výpočtem solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny v neživotním pojištění dle standardního vzorce metodiky Solvency II. Zaměříme se přitom především na možné problémy související s jeho aplikací. V první podkapitole se budeme zabývat analýzou standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Nejdříve stanovíme solventnostní kapitálový požadavek pro zvolená vstupní data, přičemž budeme respektovat parametry stanovené nařízením komise EU [8]. Následně budeme měnit vstupní data i parametry modelu, a budeme sledovat, jaký vliv mají tyto změny na výši solventnostního kapitálového požadavku. V druhé podkapitole se vrátíme k podmodulu pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění a ukážeme si, že solvetnostní kapitálový požadavek tohoto podmodulu je rostoucí funkcí pojistného. V závěrečné podkapitole budeme porovnávat dva pojistné kmeny, které se od sebe liší počtem smluv, avšak solventnostní kapitálový požadavek stanovený standardní vzorcem je stejný. V této kapitole byla využita literatura [1], [2], [6], [7], [8], [13].

4.1 Analýza standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění

Pro účely analýzy standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění bylo nutné nejdříve tento vzorec zpracovat v některém ze softwarů. My jsme se rozhodli pro tabulkový procesor Microsoft Excel, a to z toho důvodu, že se ve standardním vzorci setkáváme s rozsáhlými korelačními maticemi (tabulkami), které například u podmodulů živelních pohrom mají rozměr 59x59. Zpracovaný model může čtenář najít v příloze této diplomové práce pod názvem *Standardní vzorec pro výpočet SCR v neživotním pojištění.* V modelu je možné si vyzkoušet, kromě příkladů, které budou v této kapitole prezentovány, také libovolné vlastní nastavení.

V naší analýze jsme vycházeli z upravených dat získaných z výroční zprávy jedné z menších českých pojišťoven. Je třeba podotknout, že spoustu údajů, které při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku potřebujeme, z výročních zpráv vyčíst nelze. Proto bylo nutné některé parametry zvolit takzvaně „od oka“ a proto také nebudeme název dané pojišťovny uvádět. V hospodaření pojišťovny hraje významnou roli také zajištění, které má následně významný vliv i na výši solventnostního kapitálového požadavku. My ho v naší analýze brát v úvahu nebudeme, protože jeho forma a výše jde odhadnout jen velmi obtížně. Do modelu jej nicméně není obtížné zahrnout.

Nejprve si uvedeme vstupní data a úvahy, pomocí kterých jsme získali základní hodnotu solventnostního kapitálového požadavku pojišťovny. Dále se budeme věnovat chování a citlivosti vzorce při změnách prvotních údajů, jimiž bude například změna pojistného pojišťovny. Závěrečná část bude věnována změnám parametrů standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Smyslem tohoto kroku je zjistit, do jaké míry závisí kapitálový požadavek právě na volbě těchto parametrů.

4.1.1 Vstupní data a výpočet SCR v neživotním pojištění

Vstupní data si nyní uvedeme v tabulce. Pomocí $P_{min,s}$ budeme značit zasloužené pojistné v předchozích dvanácti měsících pro každý pojistný segment zvlášť a uvedeme si jej ve druhém sloupci. Dalším údajem, jejž využijeme, bude diskontovaný nejlepší odhad nesplaceného pojistného plnění. Pojišťovny ve svých výročních zprávách bohužel obvykle udávají pouze celkovou hodnotu za celé odvětví neživotního pojištění. Její výše bude v našem případě rovna 265 665 000 Kč. Protože však ve vzorci potřebuje znát diskontovaný nejlepší odhad nesplaceného pojistného plnění pro jednotlivé segmenty, označíme jej $V_{rezervy,s}$, je nutné tuto hodnotu nějakým způsobem rozdělit. V našem případě jsme zvolili rozdělení proporciálně podle výše zaslouženého pojistného v jednotlivých segmentech $P_{min,s}$. Slibované vstupní hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

	segment	$P_{min,s}$ (Kč)	$V_{rezervy,s}$ (Kč)
1	Pojištění odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel	391 359 000	182 610 829
2	Ostatní pojištění motorových vozidel	27 655 000	12 904 015
3	Pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy	3 054 000	1 425 018
4	Pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku	77 389 000	36 110 245
5	Obecné pojištění odpovědnosti	41 458 000	19 344 591
6	Pojištění úvěru a záruky	10 704 000	4 994 561
7	Pojištění právní ochrany	-	-
8	Pojištění asistence	4 043 000	1 886 492
9	Pojištění různých finančních ztrát	13 693 000	6 389 249

Tabulka 1: Vstupní údaje pro analýzu standardního vzorce v neživotním pojištění

K uvedeným pojištěním standardně patří i proporcionální zajištění, jak jsme již uvedli, my ho v našem případě uvažovat nebudeme. Ze stejného důvodu zde nejsou uvedeny poslední tři segmenty, které se týkají neproporcionálního zajištění (pojištění odpovědnosti, pojištění námořní a letecké dopravy a pojištění přepravy, pojištění majetku).

Pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku pro podmodul pojistného a technických rezerv dále potřebujeme odhad pojistného, které má pojišťovna získat v segmentu s během následujících dvanácti měsíců P_s a očekávanou současnou hodnotu pojistného, které si pojišťovna zaslouží v segmentu s ze stávajících pojistných smluv po uplynutí následujících dvanácti měsíců $FP_{souč.,s}$. Obě tyto proměnné pro jednoduchost u všech segmentů položíme rovny zaslouženému pojistnému v jednotlivých segmentech $P_{min,s}$. Poslední proměnnou v tomto podmodulu je očekávaná současná hodnota pojistného, které si pojišťovna zaslouží v segmentu s z budoucích smluv uzavřených v následujících 12 měsících po uplynutí následujících 12 měsíců $FP_{bud.,s}$. Tu jsme se rozhodli nastavit pevně na 2 % z předchozích proměnných, což představuje dvouprocentní růst objemu obchodu pojišťovny. Ve zpracovaném vzorci, který najdete v příloze, je možné tyto proměnné jednoduše nastavit jiným způsobem. S těmito vstupním údaji již můžeme stanovit solventnostní kapitálový požadavek za podmodul pojistného a technický rezerv $SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 270\ 461\ 968$ Kč.

Dalším podmodulem modulu neživotního upisovacího rizika je podmodul rizika storen v neživotním pojištění. Ten není z hlediska naší analýzy zajímavý, a proto jeho solventnostní kapitálový požadavek stanovovat nebudeme a přesuneme se přímo k podmodulu neživotního katastrofického rizika.

V podmodulu neživotního katastrofického rizika se nejdříve podíváme na podmodul rizika přírodních pohrom. Jak jsme již uvedli v popisu standardního vzorce, v případě podmodulů povodně, vichřice a zemětřesení není vstupem pojistné, nýbrž celkové pojistné částky. Tyto částky je třeba stanovit pro každé z 59 rizikových pásem individuálně. Vzhledem k tomu, že pojišťovny údaje o pojistných částkách nezveřejňují, bylo třeba je stanovit jiným způsobem. V modelu jsme se s tím vypořádali pomocí dvou volitelných parametrů, a to sazby pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku a sazby ostatního pojištění motorových vozidel. Tyto sazby vyjadřují poměr mezi pojistným a pojistnou částkou. K výpočtu celkové pojistné částky tedy můžeme využít hodnoty pojistného, které jsme si již uvedli v podmodulu pojistného a technických rezerv. Stačí je pouze vydělit příslušnou sazbou a dostaneme celkovou pojistnou částku pojišťovny. Pro základní výpočet základní hodnoty solventnostního kapitálového požadavku jsme stanovili sazbu pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku ve výši 1 % a sazbu ostatního pojištění motorových vozidel ve výši 2 %. Dále je nutné tuto částku nějakým způsobem rozdělit mezi riziková pásma. My se v této fázi rozhodli pro rovnoměrné rozdělení celkové pojistné částky mezi všechna riziková pásma. Předpokládáme tedy, že pojistná částka v každém rizikovém pásmu bude rovna celkové pojistné částce vydělené jejich počtem, to znamená 59. U podmodulu rizika přírodních pohrom se ještě musíme vypořádat s podmodulem rizika krupobití, u nějž je vstupem v případě České republiky pojistné za druhý, třetí a čtvrtý segment. Po dosazení všech těchto hodnot do vzorce dostaneme výsledný solventnostní kapitálový požadavek pro podmodul rizika přírodních pohrom ve výši 47 600 367 Kč.

Podmodul katastrofického rizika při neproporcionálním zajištění a podmodul jiných katastrofických rizik v neživotním pojištění výrazně souvisí se zajištěním, a proto je do našich výpočtů zahrnovat nebudeme.

Dostáváme se tak k podmodulu rizika katastrof způsobených člověkem. Prvním podmodulem, se kterým se zde setkáváme, je podmodul rizika odpovědnosti za škodu z provozu motorových vozidel. Zde je vstupem počet pojištěných vozidel se smluvním limitem vyšším než 24 000 000 EUR, označujeme N_a, a se smluvním limitem menším než 24 000 000 EUR, označujeme N_b. My budeme uvažovat pouze vozidla se smluvním limitem nižším než 24 000 000 EUR, jejichž počet bude z námi získaných údajů roven 141 984.

Podmodul námořních rizik uvažovat nebudeme, vzhledem k poloze České republiky a vzhledem k tomu, že tento podmodul se týká výhradně těžebních plošin a tankerů. Přesuneme se dále k podmodulu leteckých rizik, kde je klíčová nejvyšší pojistná částka ze všech pojištění letadel v dané pojišťovně. V našem případě budeme uvažovat tuto pojistnou částku ve výši 10 000 000 Kč. V podmodulu rizika požáru je situace odlišná. Je v něm potřeba stanovit pojistné vztahující se k největší koncentraci rizika požáru. Odhadem bylo toto pojistné pro základní odhad celkového solventnostního kapitálového požadavku stanoveno na 2 000 000 Kč. A tak jsme se dostali k poslednímu podmodulu, jímž je podmodul odpovědnostních rizik. V tomto podmodulu je nutné zvolit pojistné pro pět různých skupin odpovědnostních rizik. My se pro jednoduchost rozhodli získat pojistné v každé z pěti skupin vydělením pojistného z obecného pojištění odpovědnosti pěti. Takto jsme stanovili pojistné na jednotlivé skupiny na 8 291 600 Kč. Solventnostní kapitálový požadavek za celý podmodul rizika katastrof způsobených člověkem je potom roven 221 280 487 Kč.

Před samotným výpočtem celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění je nutné uvést, že v některých podmodulech je standardně pracuje s měnou euro. Pro převod na českou měnu byl proto použit kurz 27 Kč/EUR. Celkový solventnostní kapitálový požadavek, za předpokladu výše popsaných vstupních dat, byl vypočten na hodnotu 373 744 261 Kč. Pro přehlednost a lepší srovnání si výsledky jednotlivých podmodulů budeme uvádět pomocí tabulek (v Kč). Výsledky základního nastavení jsou uvedeny v tabulce 2.

$SCR_{neživotní} = 373\,744\,261$		
$SCR_{poj.\ a\,rez.} = 373\,744\,261$	$SCR_{katastrofy} = 226\,342\,327$	
	$SCR_{natCAT} = 47\,600\,367$	$SCR_{mmCAT} = 221\,280\,487$

Tabulka 2: Solventnostní kapitálové požadavky pro základní data

4.1.2 Citlivost standardního vzorce na změnu vstupních dat

V této části práce se zaměříme na citlivost standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění na změny v rozložení pojistných částek v podmodulu rizika přírodních katastrof a na změny vstupních dat.

Změny v podmodulu přírodních pohrom

V prvním případě tedy zachováme pojistné i celkové pojistné částky, se kterými jsme se setkali v předchozí části práce. Budeme měnit pouze rozmístění pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem. Připomeňme si, že v předchozí části jsme předpokládali rovnoměrné rozložení pojistných částek do jednotlivých rizikových pásem, což by znamenalo, že pojišťovna v každém rizikovém pásmu pojišťuje stejný majetek v rámci pojištění pro případ požáru a jiných škod na majetku, v případě povodní potom i v rámci ostatního pojištění motorových vozidel. Je také vhodné poznamenat, že v podmodulu přírodních pohrom standardního vzorce se dále nezohledňuje různá rizikovost pojištěného majetku v rámci jednotlivých rizikových pásem. Přitom například u rizika povodně existují i v rámci rizikových pásem značné rozdíly, které pojišťovna zohledňuje při výpočtu pojistného pomocí povodňových map.

Nejprve vyzkoušíme situaci, kdy veškerá pojistná částka v rámci výše zmíněných pojištění bude náležet do rizikového pásma s nejvyšší hodnotou rizikové váhy dle podmodulu rizika povodní. Rizikové váhy podle podmodulu povodní jsme zvolili z toho důvodu, že tento podmodul hraje v podmodulu přírodních katastrof nejvýznamnější roli. Nejrizikovějším pásmem je rizikové pásmo označené 57, což je část České republiky s poštovním směrovacím číslem začínajícím dvojčíslím 77 (Olomouc). Výsledky při daném nastavení jsou uvedeny v tabulce 3, přičemž červenou budeme označovat měnící se výsledky.

<table>
<tr><td colspan="3">$SCR_{neživotní} = 407\,214\,073$</td></tr>
<tr><td>$SCR_{poj.\ a\,rez.} = 373\,744\,261$</td><td colspan="2">$SCR_{katastrofy} = 270\,461\,968$</td></tr>
<tr><td></td><td>$SCR_{natCAT} = 159\,010\,112$</td><td>$SCR_{mmCAT} = 221\,280\,487$</td></tr>
</table>

Tabulka 3: Solventnostní kapitálové požadavky při nejrizikovějším pásmu

Vzhledem k tomu, že změny proběhly pouze v rámci podmodulu rizika přírodních pohrom, mění se pouze jím dotčené hodnoty solventnostního kapitálového požadavku. Je patrný drastický nárůst solventnostního kapitálového požadavku v podmodulu rizika katastrof, který se více než ztrojnásobil, v absolutních číslech to znamená nárůst o více než 111 mil. Kč. V celkovém solventnostním kapitálovém požadavku za podmodul neživotního pojištění se tato změna projevila výrazným navýšením přibližně o 34,5 mil. Kč.

V předchozím odstavci jsme se věnovali nejrizikovějšímu možnému nastavení, nyní se podíváme na opačný pól, tedy na nejméně rizikové pásmo. Nejméně rizikovým pásmem z hlediska podmodulu rizika povodní je rizikové pásmo 4, odpovídající poštovnímu směrovacímu číslu začínajícímu dvojčíslím 13 (část Prahy). Výsledné solventnostní kapitálové požadavky při této situace jsou uvedeny v tabulce 4.

$SCR_{neživotní} = 372\,235\,401$		
$SCR_{poj.\ a\, rez.} = 373\,744\,261$	$SCR_{katastrofy} = 224\,169\,929$	
	$SCR_{natCAT} = 35\,876\,226$	$SCR_{mmCAT} = 221\,280\,487$

Tabulka 4: Solventnostní kapitálové požadavky při nejméně rizikovém pásmu

Z výsledků je patrný pokles o necelých 12 mil. Kč v solventnostním kapitálovém požadavku rizika přírodních pohrom oproti základnímu nastavení. Znamená to tedy, že malá riziková váha převažuje nad rizikem možné vysoké koncentrace škod, které je právě u rizika povodní, vichřice a zemětřesení poměrně výrazné. Co se týče celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění, ten poklesl o 1,5 mil. Kč, což není příliš velká změna.

Z hlediska analýzy nejvíce a nejméně rizikového pásma by nás také mohlo zajímat, jak se liší hodnota solventnostního kapitálového požadavku na jednotkovou pojistnou částku u těchto dvou rizikových pásem. V případě nejméně rizikového pásma je hodnota solventnostního kapitálového požadavku rovna přibližně 0,003 47 Kč, zatímco v případě nejvíce rizikového pásma je rovna přibližně 0,039 61 Kč.

Další volba padla na porovnání kapitálových požadavků v případě, že budeme uvažovat nejprve deset nejvíce rizikových pásem a následně deset nejméně rizikových pásem. Mezi těchto deset rizikových pásem vždy rozdělíme rovnoměrně celkovou pojistnou částku, to znamená, že ji vydělíme deseti. Výsledky shrneme v tabulkách 5 a 6.

$SCR_{neživotní} = 380\,617\,046$		
$SCR_{poj.\ a\, rez.} = 373\,744\,261$	$SCR_{katastrofy} = 236\,199\,166$	
	$SCR_{natCAT} = 82\,613\,512$	$SCR_{mmCAT} = 221\,280\,487$

Tabulka 5: Solventnostní kapitálové požadavky při deseti nejrizikovějších pásmech

$SCR_{neživotní}$ = 372 259 094		
$SCR_{poj.\ a\ rez.}$ = 373 744 261	$SCR_{katastrofy}$ = 224 204 115	
	SCR_{natCAT} = 36 089 213	SCR_{mmCAT} = 221 280 487

Tabulka 6: Solventnostní kapitálové požadavky při deseti nejméně rizikových pásmech

Dle očekávání můžeme vidět, že v případě deseti nejrizikovějších rizikových pásem jsou kapitálové požadavky vyšší, a to jak oproti deseti nejméně rizikovým pásmům, tak i oproti základnímu nastavení. Oproti základnímu nastavení vzrostl kapitálový požadavek podmodulu rizika katastrof o znatelných 35 mil. Kč. Na druhou stranu, když srovnáme volbu deseti nejrizikovějších s volbou pouze jednoho nejrizikovějšího, rozdíl je propastný. Nedostaneme se ani na polovinu solventnostního kapitálového požadavku v podmodulu rizika katastrof. Když porovnáme celkový solventnostní kapitálový požadavek deseti nejrizikovějších pásem s původním nastavením, vidíme, že rozdíl už zdaleka není takový, pouze 7 mil. Kč. U deseti nejméně rizikových pásem se z hlediska solventnostních kapitálových požadavků dostáváme na téměř stejné hodnoty jako v případě, že jsme uvažovali pouze nejméně rizikové pásmo. Z uvedených příkladů je patrné, že z hlediska solventnostního kapitálového požadavku podmodulu přírodních katastrof lze při provozování majetkových pojištění pouze v určitých částech České republiky dosáhnout velmi odlišných hodnot. Z hlediska celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění při daných vstupních datech již změny zdaleka nejsou tak zásadní. K významnému nárůstu i z hlediska celkového požadavku došlo pouze v situaci, kdy jsme uvažovali jediné, nejvíce rizikové pásmo z hlediska podmodulu rizika povodně.

Změny ve vstupních datech standardního vzorce

V předchozích odstavcích jsme se zabývali pouze přesuny pojistných částek při zachování jejich celkového objemu. Nyní se zaměříme na modifikaci vstupních dat (pojistného a rezerv), které se však díky našemu nastavení standardního vzorce, jež ponecháme stejné, jako jsme uvedli na začátku této podkapitoly, promítnou i ve výši pojistných částek. Tentokrát se již budeme zajímat pouze o změny celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění $SCR_{neživotní}$.

Nejprve zkusíme navyšovat původní pojistné ve všech segmentech i s návazností na další proměnné, tak jak jsme to popsali ze začátku podkapitoly. Zvýšení provedeme o deset, padesát, a nakonec i o sto procent původního zadaného pojistného a rezerv. Výsledky si uvedeme v tabulce 7.

zvýšení vstupního pojistného a rezerv	$SCR_{neživotní}$ (Kč)	procentní růst celkového $SCR_{neživotní}$
původní	373 744 261	-
o 10 %	396 795 760	6,67 %
o 50 %	494 167 839	32,22 %
o 100 %	623 026 172	66,70 %

Tabulka 7: Solventností kapitálové požadavky při nárůstu pojistného

V tabulce vidíme, že navyšujeme-li vstupní pojistné a rezervy, navyšuje se i solventnostní kapitálový požadavek v neživotním pojištění. Navýšení se však neprojeví v plné výši, což můžeme vidět v posledním sloupci, který srovnává původní kapitálový požadavek s požadavkem po navýšení pojistného. To je způsobeno mimo jiné i tím, že některé podmoduly nejsou přímo vázány na provedené změny. Vzhledem k důkazu provedenému v podkapitole 4.2, by došlo k navýšení i v případě, že bychom neměli pojistné svázané s pojistnými částkami.

Pozorný čtenář si již mohl povšimnout, že při našich vstupních datech hraje důležitou roli podmodul rizika katastrof způsobených člověkem, konkrétně potom podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel. Na podmodul rizika odpovědnosti z provozu motorových vozidel se nyní blíže podíváme. Použijeme-li opět převodní kurz 27 Kč/EUR, je ze vzorce pro výpočet tohoto solventnostního kapitálového požadavku patrné, že pokud pojišťovna tento typ pojištění provozuje, vyplývá z něj solvetnostní kapitálový požadavek nejméně 162 mil. Kč. V našem případě při základním nastavení je tento kapitálový požadavek roven dokonce více než 218 mil. Kč.

My vyzkoušíme tři různé druhy změn v tomto podmodulu a budeme studovat, jak se tyto změny projeví v solventnostních kapitálových požadavcích. První dvě změny se budou týkat navýšení počtu pojištěných vozidel o 50 tisíc, tedy na 191 984 vozidel. V prvním případě navýšíme úměrně i celkové pojistné za tento modul. Provedeme to tak, že si nejdříve spočítáme pojistné na jedno vozidlo v původním nastavení. Zjednodušeně to můžeme provést tím způsobem, že vydělíme hodnotu celkového pojistného tohoto segmentu počtem pojištěných vozidel. Následně pak tuto hodnotu vynásobíme novým počtem vozidel, čímž získáme nové celkové pojistné tohoto segmentu. Současně přepočítáme hodnoty proměnných, které máme na toto pojistné navázáno. V druhém případě pouze navýšíme počet pojištěných vozidel bez zvýšení pojistného za tento segment. Tato situace vlastně představuje snížení pojistného na jedno pojištěné vozidlo v tomto segmentu. Nakonec ještě provedeme zvýšení pojistného o 100 Kč na jedno vozidlo při zachování původního počtu vozidel. Výsledné solventnostní kapitálové požadavky jsou uvedeny v tabulce 8.

	SCR_{motor}	$SCR_{poj.\ a\, rez.}$	$SCR_{neživotní}$
základní vstupní data	218 095 832	270 461 968	373 744 261
+ 50 tisíc vozidel, včetně zvýšení celkového pojistného	228 302 523	335 638 987	433 888 830
+ 50 tisíc vozidel, při zachování původního celkového pojistného	228 302 523	270 461 968	380 666 620
původní počet vozidel, zvýšení dílčího pojistného o 100 Kč	218 095 832	277 132 529	379 097 604

Tabulka 8: Solventnostní kapitálové požadavky při změnách v pojištění odpovědnosti z provozu mot. vozidel

V prvním případě vidíme znatelný nárůst kapitálového požadavku zejména v celkovém solventnostním kapitálovém požadavku za neživotní pojištění. Ten je způsoben z velké většiny nárůstem kapitálového požadavku z podmodulu pojistného a technických rezerv, v němž se projevilo zvýšení celkového pojistného v příslušném segmentu. V druhém případě, kdy by pojišťovna pojišťovala vozidla výrazně levněji, by celkový kapitálový požadavek oproti základním vstupním datům nevzrostl tak výrazně. Avšak opět se dostáváme k tomu, že v případě větší opatrnosti pojišťovny, což představuje první případ, by po pojišťovně byl požadován výrazně vyšší kapitál, než pokud by se pojišťovna chovala „nezodpovědně“, což by představoval druhý případ. S tím souvisí i poslední případ s navýšením pojistného na jedno pojištěné vozidlo o 100 Kč, který se projeví výhradně v podmodulu pojistného a technických rezerv a bude pro pojišťovnu znamenat podobný celkový solventnostní kapitálový požadavek v neživotním pojištění, jako u druhého případu.

4.1.3 Citlivost standardního vzorce na změnu parametrů

V závěru této diplomové práce se ještě podíváme na citlivost vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění na změny provedené v korelačních maticích. Budeme používat základní vstupní data a sledovat, jak výrazná bude změna jednotlivých solventnostních kapitálových požadavků. Nejdříve se zaměříme na korelační matice v podmodulu neživotního katastrofického rizika, následně potom na korelační koeficient mezi podmodulem pojistného a technických rezerv a podmodulem rizika katastrof.

U korelačních matic v podmodulu katastrofických rizik jsme se zaměřili na dvě extrémní situace. V prvním případě jsme zvolili u podmodulů rizika povodně, rizika vichřice i rizika zemětřesení korelační matice tvořené pouze jedničkami. Jednalo by se tedy o situaci, kdy by všechna riziková pásma byla maximálně korelovaná. V tabulce 9 označíme červenou barvou hodnoty, které se změnily.

<table>
<tr><td colspan="3">$SCR_{neživotní} = 377\ 866\ 420$</td></tr>
<tr><td>$SCR_{poj.\ a\ rez.} = 373\ 744\ 261$</td><td colspan="2">$SCR_{katastrofy} = 232\ 230\ 445$</td></tr>
<tr><td></td><td>$SCR_{natCAT} = 70\ 469\ 323$</td><td>$SCR_{mmCAT} = 221\ 280\ 487$</td></tr>
</table>

Tabulka 9: Solventnostní kapitálové požadavky při korelační matici jedniček

Z logiky věci vyplývá, že muselo dojít k nárůstu jak solventnostního kapitálového požadavku jednotlivých podmodulů, tak i celkového za celé odvětví neživotního pojištění. Při bližším pohledu můžeme vidět, že zatímco v podmodulu přírodních katastrof tato změna korelační matice vedla k růstu solventnostního kapitálového požadavku zhruba o 23 mil. Kč, celkový solventnostní kapitálový požadavek vzrostl již pouze o něco více než 4 mi. Kč. To je způsobeno použitím agregace pomocí korelační matice, když spojujeme jednotlivé podmoduly. Například za předpokladu použití agregace prostým součtem by se tato změna projevila i celkově v plné výši.

V druhém případě jsme zkusili zvolit všechny zmíněné korelační matice jako jednotkové. To reprezentuje situaci, kdy by byla všechna riziková pásma nekorelovaná. Uvedená situace vede k následujícím výsledkům uvedeným v tabulce 10.

<table>
<tr><td colspan="3">$SCR_{neživotní} = 372\ 007\ 193$</td></tr>
<tr><td>$SCR_{poj.\ a\ rez.} = 373\ 744\ 261$</td><td colspan="2">$SCR_{katastrofy} = 223\ 840\ 540$</td></tr>
<tr><td></td><td>$SCR_{natCAT} = 33\ 756\ 975$</td><td>$SCR_{mmCAT} = 221\ 280\ 487$</td></tr>
</table>

Tabulka 10: Solventnostní kapitálové požadavky při jednotkových kor. maticích

Můžeme si všimnout, že podle očekávání dotčené solventnostní kapitálové požadavky poklesly. Pro podmodul přírodních katastrof nastal pokles přibližně o 14 mil. Kč, zatímco u celkového kapitálového požadavku můžeme mluvit o zanedbatelném poklesu o méně než 2 mil Kč.

Závěrem tedy lze říct, že při takto nastavených vstupních datech nemá volba korelačních matic v podmodulech přírodních pohrom nijak významnou roli z hlediska celkového solventnostního kapitálového požadavku v neživotním pojištění. Je navíc nutné brát v úvahu, že matice jsou pevně stanoveny směrnicí a pojišťovna si je nemůže sama od sebe měnit.

4.2 SCR podmodulu pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění je rostoucí funkcí pojistného

Podmodulem pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění jsme se již zabývali v kapitole věnované stanovení solventnostního kapitálového požadavku. Zde si ukážeme jednu z vlastností, kterou uvedený postup výpočtu disponuje. Bez újmy na obecnosti nyní budeme předpokládat, že pojišťovna provozuje pojištění pouze jednoho typu. Jinými slovy budeme uvažovat pouze jeden segment s. Pro přehlednější zápis tentokrát označíme $pojistné$ zkratkou p a $rezervy$ zkratkou r.

Při použití tohoto zápisu dostaneme pro výpočet směrodatné odchylky rizika pojistného a technický rezerv daného segmentu s, vztah:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{(\sigma_p \cdot V_p)^2 + \sigma_p \cdot \sigma_r \cdot V_p \cdot V_r + (\sigma_r \cdot V_r)^2}}{V_p + V_r}.$$

Po následné dosazení do vzorce (3.1) pro směrodatnou odchylku rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění σ obdržíme:

$$\sigma = \frac{1}{V} \cdot \left(\sigma_p^2 \cdot V_p^2 + \sigma_p \cdot V_p \cdot \sigma_r \cdot V_r + \sigma_r^2 \cdot V_r^2\right).$$

Jak již bylo uvedeno v kapitole věnované popisu vzorce, pro velikost výsledného kapitálového požadavku není hodnota proměnné V podstatná. Pro solventnostní kapitálový požadavek podmodulu pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění v případě pouze jednoho segmentu platí vztah:

$$SCR_{pojistné\ a\ rezervy} = 3 \cdot \left(\sigma_p^2 \cdot V_p^2 + \sigma_p \cdot V_p \cdot \sigma_r \cdot V_r + \sigma_r^2 \cdot V_r^2\right).$$

$SCR_{pojistné\ a\ rezervy}$ je tedy funkcí dvou proměnných, a to míry objemu rizika pojistného V_p a míry objemu rizika rezerv V_r. Zafixujeme-li například míru objemu rizika rezerv, dostaneme funkci jedné proměnné, pro niž platí, že je rostoucí funkcí pro všechny kladné hodnoty míry objemu rizika pojistného. To si můžeme ověřit derivací:

$$\frac{\mathrm{d}\, SCR_{pojistné\ a\ rezervy}}{\mathrm{d}\, V_p} = 3 \cdot \left(2 \cdot \sigma_p^2 \cdot V_p + \sigma_p \cdot \sigma_r \cdot V_r\right) \geq 0,$$

přičemž uvedená nerovnost platí pro libovolné kladné hodnoty proměnné a parametrů, což je očekávatelný předpoklad. Když si navíc připomeneme, že míra objemu rizika pojistného je definována jako součet různých typů pojistného, je zřejmé, že s růstem objemu pojistného poroste i kapitálový požadavek. V případě, že tedy pojišťovna bude stejná rizika pojišťovat za vyšší cenu (bude opatrnější), bude po pojišťovně požadován i větší kapitálový požadavek.

Z toho, co jsme již uvedli o výpočtu solventnostního kapitálového požadavku v podmodulu pojistného a technických rezerv, je zřejmé, že se nebere v potaz pojištěné riziko jako takové, ale jen výše pojistného. S podobným přístupem, kdy kapitálový požadavek vycházel z velikosti předepsaného pojistného a nebral v potaz velikost rizika přijatého do pojištění, jsme se přitom setkávali v nahrazované metodice Solvency I, která za něj byla často kritizována. Z příkladů z podkapitoly 4.1 je navíc zřejmé, že z hlediska agregace dílčích kapitálových požadavků, je solventnostní kapitálový požadavek tohoto podmodulu co do velikosti klíčovou komponentou.

4.3 Srovnání rizikovosti různých pojistných kmenů se stejným rizikovým pojistným

Závěrečná podkapitola této diplomové práce bude věnována porovnání rizikovosti dvou pojistných kmenů, jejichž celkové rizikové pojistné (součet rizikového pojistného ze všech pojistných smluv) bude stejné, pojistné kmeny se však budou lišit počtem pojistných smluv. Motivací ke zkoumání této situace je podmodul rizika pojistného a technických rezerv v neživotním pojištění, který jsme již popsali v kapitole věnované standardnímu vzorci pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku v rámci Solvency II. Při výpočtu tohoto solventnostního kapitálového požadavku pro podmodul se používá hodnota celkového pojistného za jednotlivé pojistné segmenty. Nebere se v potaz velikost (počet smluv) pojistného kmene ani jeho struktura. Setkáváme se pouze s velmi obecným požadavkem na homogenitu pojistného kmene.

Vzhledem k výše popsanému se budeme snažit ukázat, že při zachování výše celkového pojistného nejsou pojistné kmeny s různým počtem stejně rizikových pojistných smluv stejně rizikové. K vyjádření rizikovosti pojistného kmene budeme používat míru rizika Value at Risk, a to i s ohledem na to, že je na ní založen i standardní vzorec Solvency II. Ještě, než se pustíme do ukázkových příkladů této problematiky, musíme vyřešit otázku výpočtu pojistných částek jednoho pojistného kmene na základě charakteristik druhého pojistného kmene. Jak jsme již uvedli, budeme se snažit zachovat výši celkového pojistného u pojistných kmenů s různým počtem smluv, což však povede k tomu, že se nám změní pojistné částky.

Než se pustíme do samotného odvozovaní, zavedeme si nejprve proměnné, se kterými budeme dále pracovat. Pojistnou částku výchozího pojistného kmene budeme značit S_1. Jak později uvidíme, pojistných částek odvozených pojistných kmenů bude více, a to v závislosti na tom, jaký násobek bezpečnostní přirážky jsme zvolili při výpočtu rizikového pojistného v základním pojistném kmeni. Směrodatnou odchylku z jedné pojistné smlouvy v základním kmeni označíme stejně jako ve druhé kapitole písmenem s a směrodatnou odchylku celkové škody písmenem R. Písmenem k označíme násobek směrodatné odchylky celkové škody, což tvoří bezpečnostní přirážku. Pro pojistné částky odvozených pojistných kmenů použijeme označení S_{2k}. Důležitou roli bude hrát počet pojistných smluv v základním pojistném kmeni, který budeme značit N. Střední škodu z jedné pojistné smlouvy (nettopojistné) v základním kmeni označíme P. Nakonec ještě pomocí písmena d označíme násobek počtu pojistných smluv základního pojistného kmene v odvozeném pojistném kmeni. Počet pojistných smluv v odvozeném pojistném kmeni tedy bude roven $d \cdot N$.

V následujícím odvození využijeme obecný vzorec pro výpočet nettopojistného (2.1). Pojistné je tedy s využitím vzorce (2.1) přímo úměrné pojistné částce. Dle vzorce (2.2) platí totéž i pro směrodatnou odchylku. Ve vzorci (2.3) pro výpočet rizikového pojistného se tak v případě pojistného kmene s jinou pojistnou částkou změní nettopojistné P i směrodatná odchylka z jedné pojistné smlouvy s v poměru S_{2k} ku S_1. Při odvození pojistné částky pro pojistný kmen s d–násobným počtem pojistných smluv oproti výchozímu pojistnému kmeni, při zachování celkového rizikového pojistného, nám tedy musí platit rovnost:

$$d \cdot N \cdot {}^{S_{2k}}\!/_{S_1} \cdot P + k \cdot \sqrt{d \cdot N} \cdot {}^{S_{2k}}\!/_{S_1} \cdot s = N \cdot P + k \cdot \sqrt{N} \cdot s, \qquad (4.1)$$

která nám zaručí, že celkové rizikové pojistné bude stejné pro základní (pravá strana rovnice) i odvozené pojistné kmeny (levá strana rovnice).

My z uvedené rovnice (4.1) potřebujeme vyjádřit pojistné částky pro odvozené pojistné kmeny S_{2k}. Nejdřív vytkneme pojistnou částku S_{2k} na levé straně rovnice a dostaneme rovnici:

$$S_{2k} \cdot \left(d \cdot N \cdot {}^{P}\!/_{S_1} + k \cdot \sqrt{d \cdot N} \cdot {}^{s}\!/_{S_1} \right) = N \cdot P + k \cdot \sqrt{N} \cdot s,$$

kterou ještě celou vydělíme výrazem v závorce, který nám vzniknul na pravé straně rovnice a obdržíme vztah pro výpočet pojistné částky S_{2k}:

$$S_{2k} = \frac{N \cdot P + k \cdot \sqrt{N} \cdot s}{d \cdot N \cdot {}^{P}\!/_{S_1} + k \cdot \sqrt{d \cdot N} \cdot {}^{s}\!/_{S_1}}. \qquad (4.2)$$

Vzorec pro výpočet pojistné částky S_{2k} (4.2) můžeme dále upravit vytknutím výrazu $1/S_1$ v čitateli, čímž obdržíme finální vztah:

$$S_{2k} = S_1 \cdot \frac{N \cdot P + k \cdot \sqrt{N} \cdot s}{d \cdot N \cdot P + k \cdot \sqrt{d \cdot N} \cdot s}. \qquad (4.3)$$

Z tohoto tvaru je dobře vidět, že pokud bychom uvažovali pouze nettopojistné (rizikové pojistné s nulovým násobkem směrodatné odchylky celkové škody), byla by pojistná částka S_{20} pojistných smluv odvozeného pojistného kmene rovna přímo pojistné částce základního pojistného kmene poděleného hodnotou d. Pokud však uvažujeme rizikové pojistné, takto snadno pojistnou částku S_{2k} již určit nemůžeme.

Nyní si výše popsanou situaci budeme ilustrovat na dvojici příkladů.

Příklad 1

U prvního příkladu částečně využijeme zadání příkladu 16.6.1 z literatury [1]. Nejprve budeme uvažovat pojistný kmen, který obsahuje 44 500 smluv. Pojistná částka (S_1), kterou budeme považovat rovněž za pojistnou hodnotu, je u všech smluv tohoto pojistného kmene stanovena na 300 000 Kč. V rámci pojistného kmene došlo během roku k pojistné události u 890 pojistných smluv. Škodní frekvence je odhadována na 20 ‰ a technická úroková míra je rovna 2,4 %. Pro odhad škodního stupně použijeme škodní tabulku (tabulka 11) z literatury [1].

z	T_z	Y_z	$T_z \cdot (z\text{-}0{,}05)^2$
0,10	49 742	0,024 871	124,36
0,20	8 619	0,012 929	193,93
0,30	4 735	0,011 838	295,94
0,40	3 801	0,013 304	465,62
0,50	3 822	0,017 199	773,96
0,60	4 268	0,023 474	1 291,07
0,70	4 947	0,032 156	2 090,11
0,80	5 763	0,043 223	3 241,69
0,90	6 670	0,056 695	4 819,08
1,00	7 633	0,072 514	6 888,78
Celkem	100 000	0,308 200	20 184,52

Tabulka 11: Škodní tabulka

Ve škodní tabulce označuje z intervalový škodní stupně (např. z = 0,20 označuje intervalový škodní stupeň v rozsahu <10 %, 20 %)), T_z počet škod ve škodním intervalu z a Y_z vážený škodní stupeň ve škodním intervalu z. V posledním sloupci tabulky 11 je uveden součet čtverců škodního stupně z. Nyní již máme dostatek informací pro stanovení rizikového pojistného, budeme přitom předpokládat, že se jedná o ryzí zájmové pojištění.

Prvním krokem stanovení rizikového pojistného je výpočet ročního nettopojistného na jednu pojistnou smlouvu:

$$P = v \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot H = 0{,}988\,1 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}308\,2 \cdot 300\,000 = 1\ 827{,}2.$$

Vzhledem k tomu, že v pojistném kmeni máme celkem 44 500 smluv, pro výpočet celkového nettopojistného za pojistný kmen (NP) musíme nettopojistné na jednu smlouvu vynásobit počtem smluv, tedy:

$$NP = N \cdot P = 44\,500 \cdot 1827{,}2 = 81\,310\,400.$$

Dále je nutné stanovit směrodatnou odchylku výše škod na jednu pojistnou smlouvu. Přitom opět využijeme výše uvedenou tabulku 11, ze které využijeme součet čtverců škodních stupňů. Tento součet je roven hodnotě 20 184,52. Vzhledem k tomu, že se škodní tabulka týká fiktivního souboru 100 000 pojistných událostí, je v našem případě nutné hodnotu 20 184,52 ještě transformovat tak, že ji vynásobíme skutečným počtem pojistných smluv, u nichž došlo během roku k pojistné události, vyděleným 100 000. Výsledný součet čtverců škodních stupňů je tedy roven 179,64. S jeho pomocí nyní určíme směrodatnou odchylku výše škody na jednu pojistnou smlouvu:

$$s = S \cdot \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} z_i^2} = 300\,000 \cdot \sqrt{\frac{1}{44\,500} \cdot 179{,}64} = 19\,060{,}9,$$

kterou můžeme snadno rozšířit na směrodatnou odchylku celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v pojistném kmeni:

$$R = \sqrt{N} \cdot s = \sqrt{44\,500} \cdot 19\,060{,}87 = 4\,020\,894{,}9.$$

V prvním příkladu budeme přepokládat normální rozdělení celkových škod, v základním pojistném kmeni pak se střední hodnotou NP a směrodatnou odchylkou R.

V dalším kroku budeme generovat celkové škody ($CŠ_1$) v pojistném kmeni. K tomu využijeme předdefinovanou funkci *random* softwaru MATLAB. Jako parametry použijeme „Normal", protože budeme chtít generovat hodnoty z normálního rozdělení, a to se střední hodnotou NP a směrodatnou odchylkou R, což budou další dva parametry funkce *random*. Poslední parametr vyjadřuje počet iterací. V našem případě bude nastaven na hodnotu 500 000, takže dostaneme 500 000 vygenerovaných celkových škod z normálního rozdělení se zadanými parametry.

Nyní si zavedeme proměnné v_{1k}, pro $k = 0, 1, 2, 3, 4$, které definujeme tak, že:

$$v_{1k} = CŠ_1 - NP - k \cdot R.$$

Proměnné v_{1k} mají význam buďto přebytku rizikového pojistného nad celkovou škodou v případě záporného výsledku, nebo v opačném případě nedostatku rizikového pojistného, tedy pokud celková škoda převyšuje inkasované rizikové pojistné, nabývají proměnné v_{1k} kladných hodnot. Tyto proměnné budeme označovat jako *technickou ztrátu*. Vzhledem k počtu přednastavených iterací obdržíme pro každou proměnnou v_{1k} celkem 500 000 výsledných hodnot. Z výsledných hodnot proměnných v_{1k} určíme Value at Risk na hladině 0,995 (VaR_{1k}) jako 0,995-kvantil. VaR_{1k} můžeme vnímat jako teoretickou výši kapitálu, kterou by regulátor po pojišťovně při dané volbě k požadoval. Výsledné hodnoty tohoto kvantilu uvedeme pro lepší srovnání až na závěr tohoto příkladu. Tímto je práce na základním pojistném kmeni hotova a můžeme přejít na odvozený pojistný kmen.

V odvozených pojistných kmenech se budeme snažit, jak již bylo zmíněno výše, zachovat celkový objem rizikového pojistného za pojistný kmen. V našem příkladu jsme se rozhodli v odvozených kmenech pro dvojnásobný počet pojistných smluv oproti základnímu, tedy N_2 bude rovno 89 000. Prvním krokem bude určení pojistných částek S_{2k} pro pojistné smlouvy odvozených pojistných kmenů. Je dobré si uvědomit, že výsledem teď nebude pouze jedna pojistná částka, nýbrž hned pět. Pojistná částka totiž bude závislá na volbě násobku směrodatné odchylky celkové škody v prvním pojistném kmeni. K výpočtu pojistných částek využijeme jeden ze vztahů uvedených na začátku kapitoly. Dosadíme například do vztahu (4.3):

$$S_{2k} = 300\,000 \cdot \frac{44\,500 \cdot 1827{,}2 + k \cdot \sqrt{44\,500} \cdot 19\,060{,}9}{2 \cdot 44\,500 \cdot 1\,827{,}2 + k \cdot \sqrt{2 \cdot 44\,500} \cdot 19\,060{,}9},$$

čímž dostáváme postupným dosazováním za k následující pojistné částky: $S_{20} = 150\,000$, $S_{21} = 152\,099$, $S_{22} = 154\,061$, $S_{23} = 155\,899$, $S_{24} = 157\,624$. Právě vypočítané pojistné částky použijeme pro přepočet celkového nettopojistného v odvozených pojistných kmenech (NP_2). Použijeme k tomu následující vzorec:

$$NP_{2k} = \frac{N_2 \cdot S_{2k} \cdot P}{S} = \frac{89\,000 \cdot S_{2k} \cdot 1827{,}2}{300\,000},$$

a dostaneme přibližně následující celkové nettopojistné za odvozené pojistné kmeny: $NP_{20} = 81\,310\,400$, $NP_{21} = 82\,448\,304$, $NP_{22} = 83\,511\,830$, $NP_{23} = 84\,508\,041$, $NP_{24} = 85\,443\,131$. Pro úplnost si můžeme uvést, jak se nám změnilo nettopojistné na jednu pojistnou smlouvu: $P_0 = 913{,}6$; $P_1 = 926{,}4$; $P_2 = 938{,}3$; $P_3 = 949{,}5$ a $P_4 = 960{,}0$. Toto pojistné však při dalších výpočtech potřebovat nebudeme.

Abychom opět mohli provést simulace celkových škod, tentokrát odvozených pojistných kmenů, zbývá nám ještě určit směrodatné odchylky celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v těchto kmenech (R_{2k}). Nejdříve ovšem vypočítáme směrodatné odchylky výše škody na jednu pojistnou smlouvu (s_{2k}). Můžeme to provést stejně jako u základního pojistného kmene, my však použijeme jinou možnost, kterou je vynásobení původní směrodatné odchylky s poměrem nové pojistné částky k původní pojistné částce. Tedy takto:

$$s_{2k} = \frac{S_{2k}}{S} \cdot s = \frac{S_{2k}}{300\,000} \cdot 19\,060{,}9.$$

Výsledkem jsou pak směrodatné odchylky $s_{20} = 9\,530{,}4$; $s_{21} = 9\,665{,}3$; $s_{22} = 9\,791{,}3$; $s_{23} = 9\,909{,}2\; a\; s_{24} = 10\,019{,}8$. Vynásobením směrodatných odchylek výše škody na jednu pojistnou smlouvu druhou odmocninou z počtu smluv se dostaneme ke směrodatným odchylkám celkové škody pro všechny pojistné smlouvy: $R_{20} = 284\,320{,}4$; $R_{21} = 288\,344{,}4$; $R_{22} = 292\,102{,}7$; $R_{23} = 295\,620{,}6$; $R_{24} = 298\,920{,}4$.

Nyní provedeme simulaci celkové škody z odvozených pojistných kmenů ($CŠ_{2k}$) stejným způsobem jako pro základní pojistný kmen. Lišit se budou pouze parametry normálního rozdělení, kterými tentokrát bude nettopojistné NP_{2k}, pro $k = 0, \dots, 4$, a k nim příslušné směrodatné odchylky celkové škody pro všechny pojistné smlouvy R_{2k}.

U základního pojistného kmene jsme zavedli proměnnou technická ztráta. V případě odvozených pojistných kmenů její hodnotu vypočítáme obdobně:

$$v_{2k} = CŠ_{2k} - NP_{2k} - k \cdot R_{2k},$$

kde $CŠ_{2k}$ jsou celkové škody vygenerované pro odvozený pojistný kmen s pojistnou částkou S_{2k}. Z výsledných hodnot proměnných v_{2k} opět odhadneme Value at Risk na hladině 0,995 (VaR_{2k}) jako empirický 0,995-kvantil.

V následující tabulce si uvedeme vypočtené hodnoty VaR_{1k} a VaR_{2k} pro základní a odvozené pojistné kmeny.

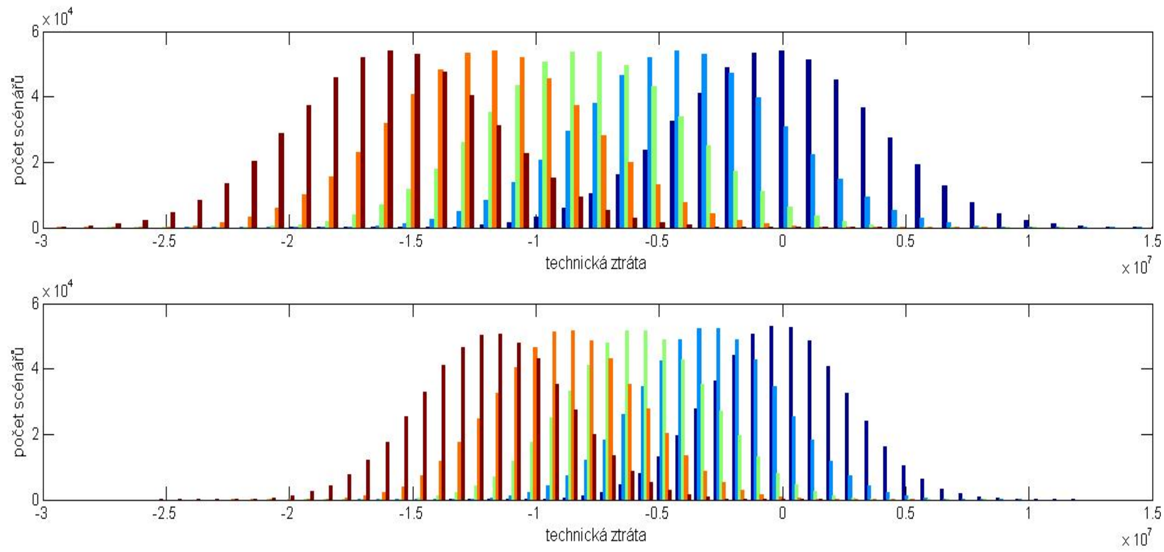
	k				
VaR_{ik}	0	1	2	3	4
VaR_{1k}	10 338 283,4	6 317 388,0	2 296 492,6	-1 724 402,8	-5 745 298,2
VaR_{2k}	7 324 116,1	4 538 590,2	1 676 498,0	-1 292 638,2	-4 255 327,7

Tabulka 12: Srovnání Value at Risk u příkladu 1

Z tabulky lze vyčíst několik důležitých informací. První, čeho si můžeme na první pohled všimnout, je, že hodnota Value at Risk s rostoucím násobkem bezpečnostní přirážky klesá. To je poměrně očekávatelné vzhledem k tomu, jakým způsobem jsme si definovali technickou ztrátu a jaký způsobem je konstruováno rizikového pojistné. Bezpečnostní přirážku jsme si definovali jako k-násobek směrodatné odchylky celkové škody pro všechny pojistné smlouvy, která je vždy kladná a k je současně nezáporné.

Druhou věcí, na kterou se zaměříme, je vzájemné porovnání hodnot Value at Risk mezi základním kmenem a odvozenými pojistnými kmeny. Pro lepší orientaci si ještě zopakujeme, že ve sloupci jsou vždy uvedeny hodnoty Value at Risk na hladině 0,995 pro dva pojistné kmeny, které jsou rovnocenné z hlediska rizikového pojistného (stejná riziková přirážka), avšak liší se svojí skladbou (počet smluv, pojistné částky). U prvních tří případů, tedy v případě, že by pojišťovna uvažovala pouze nettopojistné nebo rizikové pojistné s jednonásobkem či dvojnásobkem směrodatné odchylky, je hodnota Value at Risk na hladině 0,995 větší u pojistného kmene s menším počtem pojistných smluv (44 500) než u pojistného kmene větším počtem pojistných smluv (89 000). Podle míry rizika Value at Risk je za těchto předpokladů více rizikový menší pojistný kmen. Opačná je situace u poslední dvojice případů, u nichž uvažujeme, že pojišťovna stanovuje rizikové pojistné s trojnásobkem nebo čtyřnásobkem směrodatné odchylky. V tomto případě je Value at Risk na hladině 0,995 větší u pojistného kmene s větším počtem smluv. Z toho, co jsme si právě uvedli, je zřejmé, že celkový objem pojistného není ideálním ukazatelem rizikovosti pojistného kmene, a to z toho důvodu, že různě rizikové pojistné kmeny mohou mít stejný objem pojistného, a tudíž stejný kapitálový požadavek. Například v knize [1] je uvedeno, že riziko pojistného se s růstem aktuálního počtu pojistných smluv v pojistném kmeni zmenšuje, což však není zohledněno v objemu pojistného, který se bere jako jediný faktor.

Celá problematika popsaná v předchozím odstavci je znázorněna i na obrázku 1. Histogramy nejvíce vpravo (tmavě modrá barva) v obou grafech náleží situaci, kdy se rizikové pojistné rovná nettopojistnému. Další histogramy jsou již pro případ, kdy uvažujeme bezpečnostní přirážku, přičemž platí, že čím více nalevo se histogram nachází, tím vyšší je její násobek, tedy k. Vzhledem ke stejnému měřítku obou grafů můžeme srovnávat i tvary histogramů, z nichž je patrné, že odvozené pojistné kmeny s dvojnásobným počtem smluv mají výrazně menší rozptyl, potažmo směrodatnou odchylku. Tvary histogramů také prozrazují, že jsme pracovali s normálním rozdělením celkových škod, čehož ještě využijeme v dalším odstavci.



Obrázek 1: Histogramy technické ztráty u základního a odvozených pojistných kmenů v závislosti na násobku bezpečnostní přirážky (příklad 1)

Nakonec si v uvedené tabulce 12 ještě můžeme všimnout záporných hodnot u poslední dvojice případů. To je způsobeno tím, že rizikové pojistné v těchto případech převyšuje 0,995-kvantil celkových škod. Z tohoto hlediska je důležitá hodnota $k = 2{,}576$, kterou jsme zmínili již při představování rizikového pojistného. Právě při této volbě k se za předpokladu normálního rozdělení vyrovnají hodnoty Value at Risk na hladině 0,995 celkové škody a rizikové pojistné, které bude v tomto případě rovno celkovému nettopojistnému a 2,576 násobku směrodatné odchylky celkové škody pro všechny pojistné smlouvy. Zmíněná vlastnost je podstatná i z toho důvodu, že v této situaci je z hlediska Value at Risk na hladině 0,995 rovnocenný základní pojistný kmen a odvozený pojistný kmen a nezáleží tedy na počtu smluv v pojistném kmenu při stejné hodnotě celkového rizikového pojistného za pojistný kmen.

Z předchozích odstavců je tedy patrné, že míra rizika Value at Risk velmi výrazně závisí na počtu smluv v pojistném kmeni a na velikosti bezpečnostní přirážky, kterou si pojišťovna při výpočtu rizikového pojistného přidává k nettopojistnému. Solventnostní kapitálový požadavek, který by měl z míry rizika Value at Risk vycházet, však počet smluv v pojistném kmeni při daném pojistném nezohledňuje.

Příklad 2

V příkladu 2 se zaměříme na stejný problém jako v prvním příkladu. Rozdílnost příkladu bude spočívat v tom, že pro simulace tentokrát nebudeme využívat předdefinovanou funkci softwaru MATLAB, ale využijeme simulačního modelu vytvořeného na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci v rámci projektu Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik, jenž byl finančně podpořen Nadačním fondem pro podporu vzdělávání v pojišťovnictví. Použitý model si nejdříve v krátkosti představíme. Podrobnější popis modelu může čtenář najít například v literatuře [7].

Popis použitého modelu

Vstupními daty v modelu jsou počet pojistných smluv v jednotlivých pojistných kmenech a pro každou pojistnou smlouvu daného pojistného kmene hodnota maximální možné ztráty. V našem případě budeme pro jednoduchost předpokládat, že se maximální možná ztráta bude rovnat pojistné částce u všech pojistných smluv. Dalším vstupním údajem je zvolená riziková kategorie pro každý pojistný kmen, která je dána kombinací stupně četnosti škod a stupně závažnosti škod. Stupně četnosti rozlišujeme tři a jsou modelovány pomocí Poissonova rozdělení pravděpodobnosti s parametry $\lambda = 0{,}07; \lambda = 0{,}12\ a\ \lambda = 0{,}17$. Vygenerované hodnoty u dané smlouvy v jednotlivých scénářích představují počet škod, které nastanou během jednoho roku. Taktéž stupně závažnosti rozlišujeme tři, avšak v tomto případě je pro modelování použito beta rozdělení s modifikovanými mezemi. V modelu tak lze volit celkem z devíti různých rizikových kategorií.

Pro nás bude pro další analýzu důležitá celková výše škody. Při jejím generování se nejdříve vygeneruje počet škod na základě nastaveného stupně škod. Následně se určí výše jednotlivých škod, a to v závislosti na námi zvoleném stupni závažnosti. Vygenerovanou hodnotou se nakonec vynásobí pojistná částka u dané smlouvy.

Pro snazší a rychlejší práci jsou simulační procesy naprogramovány v softwaru MATLAB. Postupovalo se následujícím způsobem. Pro všechny rizikové kategorie byly vygenerovány vzorové roční škodní průběhy s jednotkovými pojistnými částkami. Vygenerováno bylo celkem 500 tisíc scénářů. Scénáře škodních průběhů pro konkrétní smlouvy získáme načtením vzorových ročních průběhů pro stanovenou rizikovou kategorii, ty se náhodně přeuspořádají a následně vynásobí hodnotou pojistné částky u dané pojistné smlouvy. Scénáře škodního průběhu celého pojistného kmene za daný rok (500 tisíc) získáme sečtením škodních průběhů jednotlivých pojistných smluv. Z takto získaných scénářů můžeme určit charakteristiky potřebné pro naši analýzu, kterými jsou nettopojistné za celý pojistný kmen, směrodatná odchylka celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v pojistném kmeni a celková škoda za pojistný kmen. Za nettopojistné budeme považovat průměr ze všech vygenerovaných celkových škod.

Vlastní příklad

Ve druhém příkladu, stejně jako v prvním, budeme rozlišovat dva typy pojistných kmenů, kterými budou opět základní pojistný kmen a odvozené pojistné kmeny. Vzhledem k časové náročnosti výpočtu bude základní pojistný kmen v tomto příkladu tvořen pěti tisíci pojistných smluv ($N = 5000$) se stejnou pojistnou částkou, která byla tentokrát nastavena na hodnotu jeden milión korun ($S = 1\,000\,000$). Jak jsme již uvedli v popisu modelu, je u pojistného kmene nutné dále zvolit rizikovost. V naší analýze tato volba nehraje zásadní roli, a tak nám nic nebrání zvolit například nejvyšší stupeň četnosti i nejvyšší stupeň závažnosti.

Stejně jako v prvním příkladu budeme mít pět odvozených pojistných kmenů, které budou obsahovat každý deset tisíc pojistných smluv ($N_2 = 10\,000$). Pět odvozených pojistných kmenů vznikne díky volbě $k = 0, \dots, 4$. Opět se budeme snažit stanovit pojistné částky těchto pojistných kmenů tak, aby zůstalo zachováno celkové rizikové pojistné. Pro odvozené pojistné kmeny zachováme stejnou rizikovost jako u základního pojistného kmene.

Hlavní údaje, které potřebuje simulační model pro svoji práci, jsme již stanovili, a tak se můžeme vrhnout na výsledky, které nám tento model poskytne. Vzhledem k tomu, že pro odvozené pojistné kmeny platí, že jsou odvozeny od základního, je nutné se nejdříve podívat na něj. Prvním výsledkem, který nám model poskytne, je nettopojistné na jednu pojistnou smlouvu. V našem případě je $P = 1\,711{,}5$, přičemž zachováváme značení použité v příkladu 1. Z toho vyplývá celkové nettopojistné za základní pojistný kmen $NP = 8\,557\,570$, které jsme jednoduše získali vynásobením nettopojistného na jednu smlouvu počtem smluv v pojistném kmeni. Směrodatnou odchylku výše škody na jednu pojistnou smlouvu $s = 17\,432{,}4$, určenou modelem, můžeme znovu snadno rozšířit na směrodatnou odchylku celkové škody pro všechny smlouvy v uvažovaném pojistném kmeni $R = 1\,232\,654{,}6$ tak, že jsme ji vynásobili odmocninou z počtu smluv v pojistném kmeni.

V dalším kroku se již odchýlíme od postupu aplikovaného v prvním příkladu. V něm jsme v tomto okamžiku museli generovat scénáře celkových škod, k čemuž jsme používali funkci *random* v softwaru MATLAB. To už v tomto případě nemusíme, protože použitý simulační model generuje celkové škody přímo z hodnot pojistných částek a rizikovosti, které jsme stanovili na samotném začátku. Celkových škod budeme mít opět vygenerováno 500 000 a využijeme je standardně k výpočtu technických ztrát:

$$v_{1k} = CŠ_1 - NP - k \cdot R,$$

kterých bude rovněž 500 000 a to pro každou volbu k. Nyní již nám nic nebrání pro každé k určit empirický kvantil 0,995, tedy $VaR_{0,995}$ (VaR_k). Jako v předchozím případě si pro lepší porovnání s odvozenými kmeny uvedeme tyto výsledky VaR_k až v souhrnné tabulce ke konci příkladu.

V tomto okamžiku se již přesuneme k odvozeným pojistným kmenům. Aby mohl simulační model provést potřebné úkony pro tyto kmeny, musíme nejdříve dopočítat pojistné částky stejně jako v příkladu jedna s využitím vztahů z počátku kapitoly. Pojistné částky potom pro $k = 0, \dots, 4$ budou následující: $S_{20} = 500\,000$, $S_{21} = 519\,145$, $S_{22} = 535\,049$, $S_{23} = 548\,472$, $S_{24} = 559\,953$. Vstupy modelu již tedy máme a můžeme spustit simulaci. Ještě předtím ale přepočítáme celkové nettopojistné pro odvozené kmeny, které bude pro první odvozený pojistný kmen opět totožné, jako v případě základního pojistného kmene, tedy $NP_{20} = 8\,557\,570$. Celkové nettopojistné u dalších odvozených pojistných kmenů potom bude následující: $NP_{21} = 8\,885\,232$, $NP_{22} = 9\,157\,444$, $NP_{23} = 9\,387\,182$, $NP_{24} = 9\,583\,668$. I zde si uvedeme, jakých hodnot nabývá nettopojistné, náležející na jednu smlouvu: $P_0 = 855{,}8$; $P_1 = 885{,}2$; $P_2 = 915{,}7$; $P_3 = 938{,}7$ a $P_4 = 958{,}4$.

Nyní necháme simulační model vygenerovat hodnoty celkové škody pro odvozené pojistné kmeny, které budou obsahovat 10 000 pojistných smluv s právě zjištěnými pojistnými částkami S_{2k}. Dostaneme k dispozici 500 000 tisíc scénářů celkové škody pro každý z odvozených pojistných kmenů. Abychom se dostali k tomu, co nás zajímá prioritně, tedy technická ztráta, musíme nejdřív určit rizikové pojistné.

Při stanovení rizikového pojistného se nám kromě celkového pojistného budou hodit také směrodatné odchylky. Nejprve si opět uvedeme směrodatné odchylky výše škody na jednu pojistnou smlouvu, ze kterých nám již známým způsobem určíme směrodatné odchylky celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v pojistném kmeni. Směrodatnou odchylku výše škody na jednu pojistnou smlouvu pro každý z odvozených pojistných kmenů můžeme získat přepočtem ze směrodatné odchylky základního kmene, nebo můžeme využít výsledků poskytnutých simulačním modelem. Její hodnoty jsou v našem případě rovny: $s_{20} = 8\,716{,}2$; $s_{21} = 9\,050{,}0$; $s_{22} = 9\,327{,}2$; $s_{23} = 9\,561{,}2\ a\ s_{24} = 9\,761{,}3$. Spočítat směrodatnou odchylku celkové škody pro všechny pojistné smlouvy v pojistném kmeni pak lze znovu prostým vynásobením směrodatných odchylek s_{2k} druhou odmocninou počtu smluv, to v případě odvozených kmenů znamená hodnotou sto. Dostáváme následující směrodatné odchylky: $R_{20} = 871\,618{,}4$; $R_{21} = 904\,992{,}0$; $R_{22} = 932\,717{,}7$; $R_{23} = 956\,117{,}3$; $R_{24} = 976\,130{,}1$.

Teď už nám nic nebrání v určení technických ztrát odvozených pojistných kmenů. Asi nikoho nepřekvapí, že k tomu použijeme vztah:

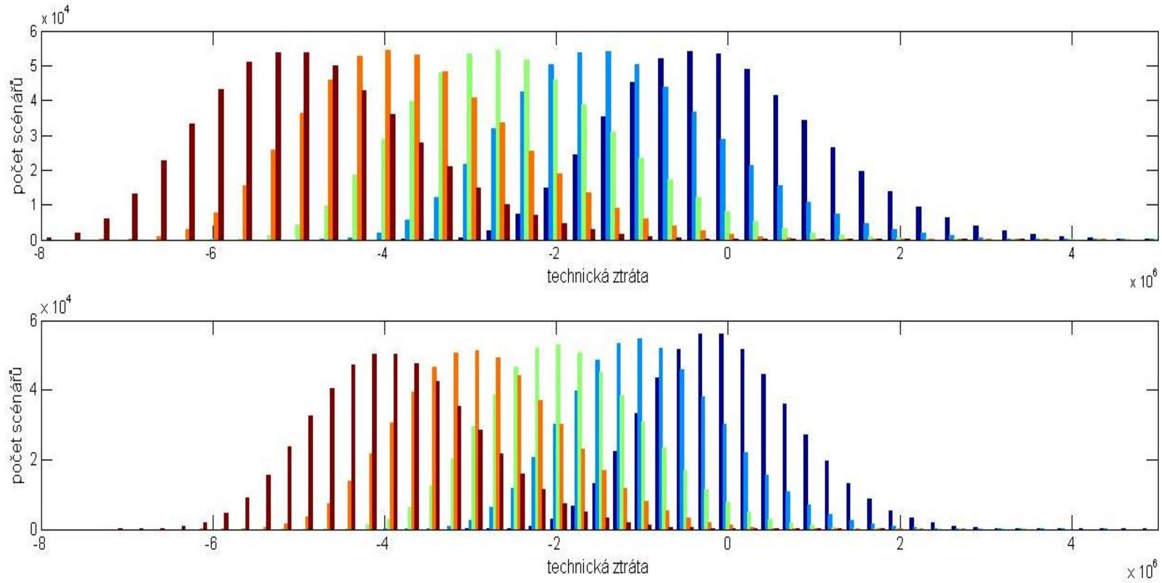
$$v_{2k} = C\check{S}_{2k} - NP_{2k} - k \cdot R_{2k}.$$

Pro kmeny $k = 0, \dots, 4$ dostaneme 500 000 výsledků, ze kterých můžeme potřebné hodnoty v riziku $VaR_{0,995}$ (VaR_{2k}) určit. Společně se slíbenými hodnotami VaR_{1k} ze základního pojistného si je nyní uvedeme v Tabulce 13.

	k				
$\mathrm{VaR}_{\mathrm{ik}}$	0	1	2	3	4
$\mathrm{VaR}_{1\mathrm{k}}$	3 684 923,5	2 452 268,9	1 219 614,3	-13 040,4	-1 245 695,0
$\mathrm{VaR}_{2\mathrm{k}}$	2 496 185,0	1 692 953,9	813 773,4	-128 602,1	-1 100 988,9

Tabulka 13: Srovnání Value at Risk u příkladu 1

Při popisu výsledků se zaměříme zejména na odlišnosti oproti prvnímu příkladu. Už na první pohled si můžeme všimnout, že zatímco v prvním příkladu byly hodnoty v riziku VaR_{1k} základního pojistného kmene vyšší než hodnoty v riziku odvozených pojistných kmenů pro k rovno 0, 1 a 2, u druhého příkladu můžeme tuto nerovnost pozorovat navíc i pro $k = 3$. Tento jev je způsoben tím, že v druhém příkladu, na rozdíl od toho prvního, nemají celkové škody normální rozdělení. To se projevuje zejména u základního pojistného kmene, což je patrné i z obrázku číslo 2. V horním grafu, kde jsou zobrazeny histogramy patřící základnímu pojistnému kmeni, si můžeme povšimnut určité asymetrie histogramů. Tu můžeme pozorovat i u histogramů odvozených pojistných kmenů, avšak v menší míře. Je to způsobeno větším počtem smluv, které odvozený pojistný kmen tvoří, což vede k většímu uplatnění centrální limitní věty. V tomto příkladu jsou tedy z hlediska Value at Risk rizikovější základní pojistné kmeny pro $k = 0, 1, 2$ a 3, zatímco pro $k = 4$ je více rizikový odvozený pojistný kmen. Pojistitel tak musí pro $k = 0, 1, 2$ a 3 mít větší kapitál u základního pojistného kmene než u odvozených, aby s pravděpodobností 0,995 pokryl škody, které z těchto kmenů vzniknou. Pro $k = 4$ je pak situace přesně opačná.



Obrázek 2: Histogramy technické ztráty u základního a odvozených pojistných kmenů v závislosti na násobku bezpečnostní přirážky (příklad 2)

U příkladu jedna jsme uvedli, že za předpokladu normality celkových škod bude platit, že Value at Risk na hladině 0,995 pro $k = 2{,}576$ se bude rovnat 0. V předchozím odstavci jsme již zmínili, že v tomto případě však s normalitou celkové škody počítat nemůžeme. Proto nám ani zmíněné tvrzení v tomto případě platit nebude. Value at Risk na hladině 0,995 se dostane na hodnotu 0 až pro větší k než je 2,576 a to jak u základních, tak i u odvozených pojistných kmenů. Museli bychom tedy zvolit větší násobek rizikové přirážky, abychom splnili požadavek na kapitál.

Závěr

V první části diplomové práce jsme se věnovali pojišťovnictví a jeho základním charakteristikám. Představili jsme si základní pojmy, se kterými jsme dále v diplomové práci pracovali. Vzhledem k tomu, že jsme se v dalším průběhu práce omezili na oblast neživotního pojištění, byl kladen důraz právě na tuto část pojišťovnictví. Uvedli jsme rizika, se kterými se pojišťovna při své činnosti setkává a základní informace o regulaci pojišťovnictví, na něž jsme v dalším průběhu práce navázali. Prostor dostaly také technické rezervy, které hrají významnou roli v hospodaření pojišťovny, a to zejména proto, že u nich dochází v současnosti k poměrně významným změnám.

Druhá část práce byla věnována matematickému aparátu, jenž jsme v dalším průběhu práce využívali. Uvedli jsme vztahy používané v pojistné matematice pro výpočet nettopojistného a rizikového pojistného v neživotním pojištění. V krátkosti jsme si představili míru rizika Value at Risk, jež hraje klíčovou roli v metodice Solvecny II. Pro stanovení solvenstnostního kapitálového požadavku v rámci Solvency II je také důležitá agregace rizik. Konkrétně pak agregace pomocí korelační matice, jíž jsme si podrobně představili.

V třetí části práce jsem se zaměřili na popis metodiky Solvency II. Uvedli jsme základní informace a charakteristiky této metodiky. Detailně jsme se seznámili s postupem výpočtu solvetnostního kapitálového požadavku pomocí standardního vzorce v neživotním pojištění.

Závěrečná část byla věnována praktickému použití standardního vzorce pro výpočet solventnostního kapitálového požadavku a snaze poukázat na jeho možné nedostatky. Nejprve jsme stanovili základní solventností kapitálový požadavek pomocí modifikovaných dat jedné z českých pojišťoven. S tím jsme následně porovnávali kapitálové požadavky získané při provedení změn, ať už v rámci vstupních dat, nebo parametrů standardního vzorce. Ukázalo se, že na solventnostní kapitálový požadavek má poměrně významný vliv to, v jakém rizikovém pásmu České republiky je pojišťovna aktivní. Naopak volba korelačních matic v podmodulu přírodních katastrof nehraje příliš významnou roli.

Podařilo se nám dokázat, že podmodul rizika pojistného a technických rezerv je rostoucí funkcí pojistného i technických rezerv. U tohoto podmodulu jsme také zkonstruovali příklady, z nichž je patrné, že pojistné kmeny se stejným celkovým rizikovým pojistným nejsou z hlediska Value at Risk stejně rizikové.

Při tvorbě mé diplomové práce jsem si rozšířil a zdokonalil své vědomosti u oblasti pojišťovnictví a jeho regulace. Velkým přínosem pro mne byla také práce s matematickým softwarem MATLAB a tabulkovým procesorem Microsoft Excel. Věřím, že tyto získané znalosti budu schopen využít také v praxi.

Literatura

[1] Cipra, T.: *Pojistná matematika – teorie a praxe*, 2. vydání, vydavatelství Ekopress, Praha, 2006

[2] Cipra, T.: *Riziko ve financích a pojišťovnictví: Basel III a Solvency II*, 1. vydání, vydavatelství Ekopress, Praha, 2015

[3] Ducháčková, E.: *Principy pojištění a pojišťovnictví*, 3. vydání, vydavatelství Ekopress, Praha, 2009

[4] Hnilica, J., Fotr, J.: Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování. GRADA Publishing, Praha, 2009

[5] Hron, K., Kunderová, P.: Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky, 1. vydání, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2013

[6] Mandl, P., Mazurová, L., Justová, I.: *Matematika a řízení rizik*, 1. vydání, vydavatelství MatfyzPress

[7] Pavlačka, O., Rotterová, P., Nevídal, O.: *Problems Connected with Applying VaR for Determining Solvency Capital Requirement of Insurance Companies*. Mathematical Methods in Economics 2015. 612-617

[8] Nařízení komise v přenesené pravomoci (EU) č. 35/2015 ze dne 10. října 2014

[9] Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2009/138/ES o přístupu k pojišťovací a zajišťovací činnosti a jejím výkonu (Solventnost II)

[10] Zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví, v platném znění

[11] *CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR STANDARD FORMULA, Article 111(d), Correlations*, dostupné z: https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPS-L2-Advice-Correlation-Parameters.pdf, [citováno dne 5. 2. 2017]

[12] *Kvantitativní řízení rizik* [online], dostupné z: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~mazurova/QRMrijen15.pdf,

[13] *Počet pojištěných vozidel v databázi ČKP* [online], dostupné z: http://www.ckp.cz/statistiky/pocet-pojistenych-vozidel, [citováno dne 8. 11. 2016]

[14] *V EU začala platit Solvency II. U nás nikoli.* [online], dostupné z: http://www.opojisteni.cz/pojistny-trh/v-eu-zacala-platit-solvency-ii-u-nas-nikoli/, [citováno dne 24. 2. 2016]