

# **TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI**

Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická



**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**Liberec 2022**

**Bc. Vojtěch Konopa**



# Měření výchylek piezoelektrického transformátoru pomocí Michelsonova interferometru

## Diplomová práce

*Studijní program:*

N1701 Fyzika

*Studijní obory:*

Učitelství fyziky pro střední školy

Učitelství matematiky pro střední školy

*Autor práce:*

**Bc. Vojtěch Konopa**

*Vedoucí práce:*

Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.

Katedra fyziky





## Zadání diplomové práce

# Měření výchylek piezoelektrického transformátoru pomocí Michelsonova interferometru

*Jméno a příjmení:* **Bc. Vojtěch Konopa**  
*Osobní číslo:* P20000045  
*Studijní program:* N1701 Fyzika  
*Studijní obory:* Učitelství fyziky pro střední školy  
Učitelství matematiky pro střední školy  
*Zadávací katedra:* Katedra fyziky  
*Akademický rok:* **2021/2022**

### Zásady pro vypracování:

Seznamte se s piezoelektrickým transformátorem  
Navrhněte vhodný postup pro měření výchylek zvoleného piezo – transformátoru  
Pomocí Michelsonova interferometru proměřte výchylky transformátoru  
Proveďte diskusi výsledků měření

*Rozsah grafických prací: podle potřeby*  
*Rozsah pracovní zprávy: 40-50 stran*  
*Forma zpracování práce: tištěná/elektronická*  
*Jazyk práce: Čeština*



**Seznam odborné literatury:**

Erhart, J. Pulpan, P., Pustka, M. Piezoelectric Ceramic Resonators, Springer, 2017.  
Saleh, B. E. A. – Teich, M. C.: Základy fotoniky I, II,III,IV MATFYZPRESS, Praha, 1994-95.  
Hecht E., Zajac A., Optics, Addison-Wesley Publishing Company, 2003.  
MIKŠ, A. Fyzika 3, ČVUT 2008.  
Časopisecká literatura podle zadání vedoucího

*Vedoucí práce:* Ing. Štěpán Kunc, Ph.D.  
Katedra fyziky  
*Datum zadání práce:* 5. října 2021  
*Předpokládaný termín odevzdání:* 28. dubna 2022

prof. RNDr. Jan Pícek, CSc.  
děkan

L.S.

prof. Mgr. Jiří Erhart, Ph.D.  
vedoucí katedry

V Liberci dne 29. října 2021

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

28. dubna 2022

Bc. Vojtěch Konopa

## Poděkování

Zejména bych chtěl poděkovat panu doktoru Kuncovi jako vedoucímu práce za jeho trpělivost a pomoc při tvorbě. Dále také panu profesoru Erhartovi za konzultace a pomoc při analýze prvku. V neposlední řadě pak musím poděkovat mamce, která věřila, že vše zvládnou naměřit a napsat a tátovi, který mě podporoval, dokud mohl.

## Anotace

Diplomová práce se zaměřuje na využití Michelsonova interferometru a aplikaci metody počítání pruhů. V práci je diskutována výchylka piezoelektrického transformátoru a určení maxima této výchylky v rezonanci. Dále je uvedena teorie piezoelektrického transformátoru, v praktické části je provedena impedanční analýza na zvoleném vzorku a metodou počítání pruhů jsou určeny maximální výchylky v rezonanci.

## Klíčová slova

Piezoelektrina, interferometrie, piezoelektrický transformátor.

## Abstract

This master's thesis focuses on the use of the Michelson interferometer and the application of the fringe counting method. The thesis discusses the displacement of a piezoelectric transformer and the determination of the maximum of this displacement at resonance. The theory of the piezoelectric transformer is discussed, and in the practical part of this thesis, impedance analysis is performed on a selected sample and the maximum deflection at resonance is determined by the fringe counting method.

## Keywords

Piezoelectricity, interferometry, piezoelectric transformer.



# Obsah

Poděkování .....	5
Anotace.....	6
Klíčová slova.....	6
Abstract .....	7
Keywords .....	7
Seznam obrázků, tabulek a grafů .....	10
Seznam symbolů a zkratk.....	11
1. Úvod.....	12
2. Teoretická část.....	13
2.1. Harmonicky buzená vibrace .....	13
2.2. Pohybová rovnice .....	13
2.3. Harmonicky buzená vibrace s tlumením .....	15
2.4. Piezoelektrina .....	15
2.4.1. Úvod do piezoelektriny .....	15
2.4.2. Piezoelektrický efekt.....	17
2.4.3. Piezoelektrické konstanty.....	19
2.5. Piezoelektrické keramické materiály.....	20
2.6. Piezoelektrický transformátor.....	21
2.7. Matematický model .....	21
2.7.1. Obecný model pro transformátor Rosenova typu.....	22
2.7.2. Konkrétní dosazení do matematického modelu.....	24
3. Praktická část.....	28
3.1. Interference .....	28
3.2. Michelsonův interferometr .....	28
3.3. Měření.....	29
3.4. Vliv prostředí.....	31
3.5. Metoda počítání pruhů.....	31
3.6. Experiment.....	32
3.7. Piezoelektrický transformátor SMMTF53P4S50 .....	35
3.8. Impedanční analýza .....	36
3.9. Naměřená data .....	37
4. Závěr.....	44
5. Použité přístroje.....	45
6. Seznam použité literatury .....	46
7. Seznam příloh.....	49

8. Přílohy .....	50
------------------	----

## Seznam obrázků, tabulek a grafů

Obrázek 1: Varianty řešení pohybové rovnice .....	14
Obrázek 2: Vizualizace piezoelektrického jevu .....	17
Obrázek 3: Rozměry a připojení pro transformátor Rosenova typu .....	22
Obrázek 4: Matematický model závislosti výchylky na frekvenci při 40 V <sub>P-P</sub> .....	27
Obrázek 5: Matematický model závislosti transformačního poměru na frekvenci při 40 V <sub>P-P</sub> .....	27
Obrázek 6: Schéma zapojení Michelsonova interferometru .....	33
Obrázek 7: Finální zapojení .....	33
Obrázek 8: Uchycení vzorku .....	34
Obrázek 9: Piezoelektrický transformátor .....	35
Obrázek 10: Náhradní obvod pro piezoelektrický rezonátor .....	36
Obrázek 11: Graf impedanční analýzy .....	37
Obrázek 12: Graf závislosti výchylky na napětí .....	38
Obrázek 13: Graf jednotlivých maximálních výchylek .....	39
Obrázek 14: Graf výchylek pro 40 kHz .....	40
Obrázek 15: Graf výchylek pro 60 kHz .....	41
Obrázek 16: Jednotlivá měření dle napětí .....	42
Obrázek 17: Porovnání pozice rezonance vzhledem ke frekvenci při 40 V <sub>P-P</sub> .....	43

## Seznam symbolů a zkratek

- A, B, C, D = integrační konstanta  
a = amplituda  
b = tloušťka piezoelektrického transformátoru  
 $C_i$  = kapacita  
d = dráhový rozdíl vln  
 $d_{31}$  = složka piezoelektrického (nábojového) koeficientu  
 $d_{33}$  = složka piezoelektrického (nábojového) koeficientu  
 $D_i$  = elektrická indukce  
 $E_i$  = intenzita elektrického pole  
f = frekvence  
F(t) = síla  
j = imaginární jednotka  
 $k_{31}$  = koeficient elektromechanické vazby  
 $k_{33}$  = koeficient elektromechanické vazby  
 $L_i$  = indukčnost  
 $l_1$  = délka vstupního obvodu piezoelektrického transformátoru  
 $l_2$  = délka výstupního obvodu piezoelektrického transformátoru  
m = hmotnost, řád  
 $Q_m$  = faktor mechanické kvality  
 $R_i$  = odpor  
 $R_F$  = počet pruhů  
 $s_{11}^E$  = složka piezoelektrického (deformačního) modulu  
 $s_{33}^E$  = složka piezoelektrického (deformačního) modulu  
 $s_{33}^D$  = složka piezoelektrického (deformačního) modulu  
S = mechanická deformace  
 $S_{ij}$  = mechanická deformace  
T = perioda, mechanický tlak  
 $T_{ij}$  = složka elastického napětí  
u(r, t) = výchylka  
 $u_i^{(n)}$  = n – tý stupeň komponenty mechanické výchylky  
w = dimenze piezoelektrického prvku  
 $x_i$  = prostorová souřadnice  
 $Z_1, Z_2$  = elektrická impedance  
 $\Gamma_1, \Gamma_2$  = transformační koeficienty  
 $\epsilon$  = permitivita prostředí  
 $\epsilon_0$  = permitivita vakua  
 $\epsilon_{33}^T$  = složka permitivity při konstantním napětí  
 $\lambda$  = vlnová délka  
 $\mu$  = permeabilita prostředí  
 $\mu_0$  = permeabilita vakua  
 $\xi(t)$  = harmonická funkce popisující měřený posuv  
 $\xi_0$  = amplituda měřeného vzorku  
 $\xi_1, \xi_2$  = vlnový vektor  
 $\varphi$  = fázový posun (harmonického buzení), elektrický potenciál  
 $\varphi^n$  = n – tý stupeň elektrického potenciálu  
 $\omega$  = úhlová frekvence

# 1. Úvod

Diplomová práce se zabývá problematikou měření výchylky u harmonicky buzených vibrací piezoelektrického transformátoru Michelsonovým interferometrem. V práci je nejprve diskutována matematická stránka harmonicky buzených vibrací a jejich vztah k piezoelektrickému transformátoru. Dále je zmíněna teoretická stránka piezoelektriny, piezoelektrického efektu, piezoelektrického keramického materiálu a v neposlední řadě piezoelektrického transformátoru. Je přiblížen princip metody počítání pruhů a stanovena její chyba. Hluběji je diskutováno samotné měření a jeho vztah a rozdíly s konvenčním použitím interferometrie ke kalibraci referenčních snímačů.

V praktické části je stanoveno několik cílů. Komplexním cílem práce je porovnat mechanické a elektrické vlastnosti piezoelektrického transformátoru společně s matematickým modelem. O mechanických vlastnostech těchto prvků není v literatuře moc informací. Také sběr dat, měření a tvorba matematického modelu bez dalších informací o piezoelektrických koeficientech je nepřesná a neprobádaná. Nejprve pomocí impedanční analýzy stanovíme body rezonance, přesněji tedy frekvence, při kterých lze na piezoelektrickém transformátoru pozorovat největší posunutí. Vytvoří se matematický model závislosti výchylky na frekvenci daného prvku. Dále proběhne samotné měření piezoelektrického prvku pomocí metody počítání pruhů. V závěru bude diskutována závislost naměřené výchylky na vstupním napětí.

## 2. Teoretická část

### 2.1. Harmonicky buzená vibrace

Mechanický nebo strukturální systém podléhá nuceným vibracím, kdykoli je do vibrujícího systému dodávána vnější energie. Externí energie může být dodávána aplikováním síly nebo vynuceným budícím posunem. Aplikovaná síla nebo budící posun může být harmonický nebo neharmonický ale zároveň periodický, neperiodický nebo náhodné povahy. Odezva systému na harmonické buzení se nazývá harmonická odezva. [1]

Neperiodická excitace může mít dlouhé nebo krátké trvání. Odezva dynamiky systému na náhle aplikované neperiodické excitace se nazývá přechodná odezva.

Příklad můžeme uvést dynamickou odezvu systému s jedním stupněm volnosti. V tomto případě nabývá soustava při harmonických buzeních tvaru

$$F(t) = a e^{i(\omega t + \varphi)}, \quad (1.1)$$

nebo

$$F(t) = a \cos(\omega t + \varphi), \quad (1.2)$$

nebo

$$F(t) = a \sin(\omega t + \varphi), \quad (1.3)$$

kde  $a$  je amplituda,  $\omega$  je frekvence a  $\varphi$  je fázový posun harmonického buzení. Hodnota  $\varphi$  závisí na hodnotě  $F(t)$  v  $t = 0$  a obvykle mu přiřazujeme nulovou hodnotu. Při harmonickém buzení systému bude jeho odezva také harmonická. Pokud se frekvence buzení shoduje s vlastní frekvencí systému, bude odezva systému maximální. Tomuto stavu, známému jako rezonance, je třeba se vyhnout, aby se zabránilo selhání systému. Jsou však známé případy systémů, kde je rezonance vhodná a systémy v ní pracují. Vibrace produkované nevyváženým rotujícím strojem, kmitáním vysokého komína, nebo pohybem auta na vlnící se vozovce, která připomíná sinusoidu jsou příklady harmonicky buzených vibrací. [2]

### 2.2. Pohybová rovnice

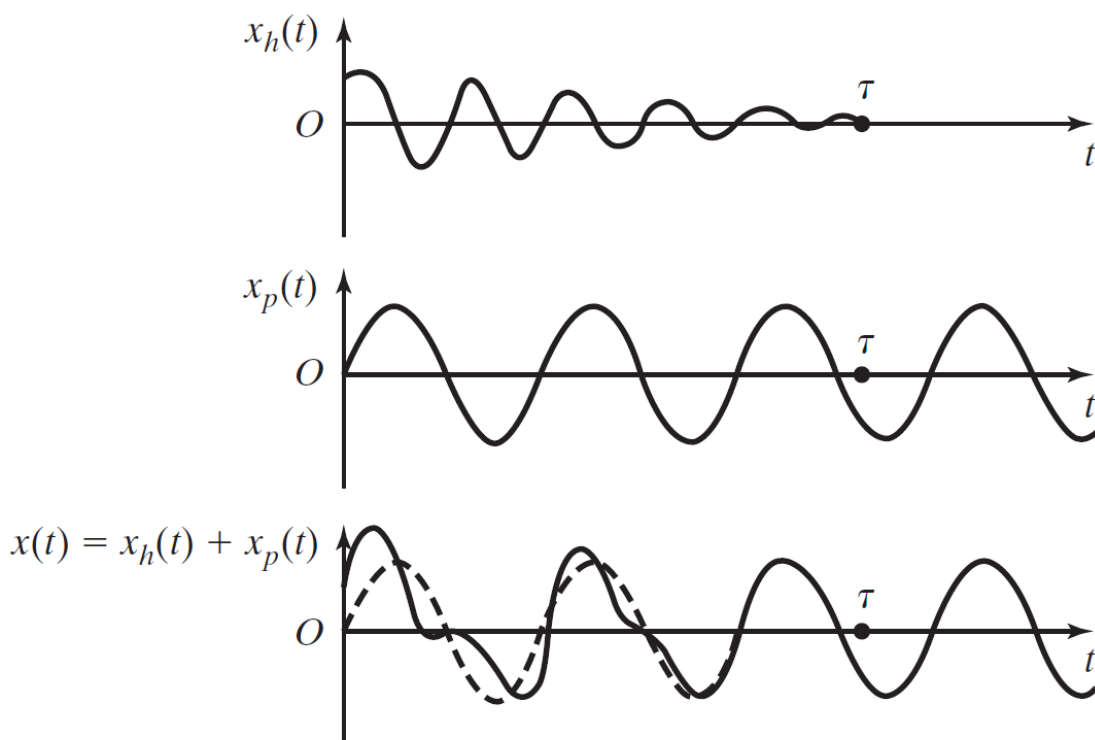
Působí-li na viskózně tlumenou soustavu s pružinou a závažím síla  $F(t)$ , platí, že lze pohybovou rovnici získat pomocí druhého Newtonova zákona:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t). \quad (2.1)$$

Protože je tato rovnice nehomogenní, je její obecné řešení  $x(t)$  dáno součtem rovnic homogenního řešení  $x_h(t)$  a partikulárního řešení  $x_p(t)$ . Homogenní řešení, které je řešením homogenní rovnice

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.2)$$

představuje volné kmitání soustavy. Toto volné kmitání s časem zaniká při každém ze tří možných tlumení (nedostatečné tlumení, kritické tlumení i nadměrné tlumení) a za všech možných počátečních podmínek. Obecné řešení rovnice (2.1) se tak nakonec redukuje na partikulární řešení  $x_p(t)$ , které představuje vibrace v ustáleném stavu. Ustálený pohyb je přítomen, dokud je přítomna budící funkce. Varianty homogenního, partikulárního a obecného řešení jsou znázorněny na Obrázek 1: Varianty řešení pohybové rovnice. Je vidět, že  $x_h(t)$  zanikne a  $x(t)$  se po určité době  $\tau$  stane  $x_p(t)$ . Část pohybu, která zaniká v důsledku tlumení (část volného kmitání), se nazývá přechodná. Rychlost, s jakou přechodný pohyb zaniká, závisí na hodnotách parametrů systému  $k$ ,  $c$  a  $m$ .



Obrázek 1: Varianty řešení pohybové rovnice [3]

Oscilační pohyb se může pravidelně opakovat, jako v případě jednoduchého kyvadla, popřípadě může vykazovat značnou nepravidelnost, jako v případě pohybu země během zemětřesení. Pokud se pohyb opakuje po stejných časových intervalech, nazývá se to periodický pohyb. Nejjednodušším typem periodického pohybu je harmonický pohyb. [2]

### 2.3. Harmonicky buzená vibrace s tlumením

Tlumení, ve fyzice tlumení kmitavého pohybu, jako jsou mechanické oscilace, hluk a střídavé elektrické proudy. Pokud dítě nepomáhá houpačce, její pohyb vlivem tlumení ustane.

Soustava může být tlumena tak, že nemůže kmitat. Kritické tlumení právě zabraňuje vibracím nebo je právě dostatečné k tomu, aby se objekt vrátil do klidové polohy v co nejkratší době. Příkladem kriticky tlumeného zařízení je automobilový tlumič. Dodatečné tlumení způsobuje přetlumení systému, které může být žádoucí, jako například u některých zavíračů dveří. Vibrace nedostatečně tlumeného systému se postupně snižují až k nule.

Kromě vnějších druhů tlumení dochází k energetickým ztrátám uvnitř samotné pohybující se konstrukce, které se nazývají hysterézní tlumení nebo někdy také strukturální tlumení. Při hysterézním tlumení se část energie, která se podílí na opakované vnitřní deformaci a obnově původního tvaru, rozptyluje ve formě náhodných kmitů krystalové mřížky v pevných látkách a náhodné kinetické energie molekul v kapalině [4]. Tento jev můžeme pozorovat v piezoelektrickém prvku který popisujeme a měříme v praktické části.

### 2.4. Piezoelektrina

#### 2.4.1. Úvod do piezoelektriny

V roce 1880 objevili Pierre Curie a Jacques Curie (přímý) piezoelektrický jev v oxidu křemičitém ( $\text{SiO}_2$ ) a dalších monokrystalech, který generuje elektrický náboj úměrný mechanickému napětí. Opačný piezoelektrický jev, mechanické napětí úměrné přiloženému napětí na vzorek, byl objeven krátce poté. Od té doby je křemen jedním z nejznámějších a nejpoužívanějších piezoelektrických materiálů. O mnoho desetiletí později byla objevena polykrystalická piezoelektrická keramika (oxidy). Prvním z nich je  $\text{BaTiO}_3$ , který byl objeven během druhé světové války a byl nejprve používán jako dielektrický materiál pro pevné kondenzátory [5].

V roce 1947 objevil Roberts, že keramika  $\text{BaTiO}_3$  (polykrystaly) vykazuje dobrou piezoelektrickou schopnost, přibližně 100krát vyšší než u křemene pod vysokým napětím [6].



Keramika  $\text{BaTiO}_3$  široce používá ve snímačích, senzorech a filtrech, zejména v Japonsku. V roce 1952 Shirane a spol. uvedli, že lze vytvořit pevné roztoky mezi  $\text{PbTiO}_3$  a  $\text{PbZrO}_3$ . O rok později byla zjištěna feroelektrina a antiferoelektrina v pevných roztocích. V roce 1954 studovali Jaffe a spol. piezoelektrické vlastnosti pevných roztoků keramiky  $\text{PbTiO}_3\text{-PbZrO}_3$  a zjistili, že její piezoelektrické konstanty jsou dvakrát vyšší než u  $\text{BaTiO}_3$  a Curieho teploty (nad níž piezoelektrina mizí) jsou vyšší než  $300\text{ }^\circ\text{C}$  [7]. Nyní, jsou pevné roztoky  $\text{PbTiO}_3\text{-PbZrO}_3$ , zkráceně označované jako PZT, nejpoužívanějšími složenými piezoelektrické keramiky. Keramika PZT vykazuje výrazně lepší piezoelektrické a dielektrické vlastnosti, pokud se poměr  $\text{Zr/Ti}$  blíží hodnotě 52/48. Zde existuje a morfortropní fázová hranice (MPB), která odděluje romboedrickou a tetragonální fázi. Obecně se má za to, že zvýšení piezoelektrických vlastností pramení z efektu fázové koexistence, kterou umožňuje existence MPB.

Navzdory skutečnosti, že  $\text{BaTiO}_3$  neobsahuje olovo a jeho objev předchází PZT, na trhu piezokeramických aplikací převládla keramika na bázi PZT, a to především kvůli jejím následujícím výhodám ve srovnání s  $\text{BaTiO}_3$ :

- vynikající a složením laditelné piezoelektrické vlastnosti,
- relativně vysoká Curieho teplota a
- relativně nízká teplota slinování<sup>1</sup>.

V poslední době se ochrana životního prostředí stala jedním z hlavních celosvětových problémů a hledání materiálů a technologií, které jsou šetrné k životnímu prostředí jsou jedním z hlavních úkolů, které je třeba v tomto novém století řešit. Výroba, manipulace a likvidace keramiky PZT, která obsahuje více jak 60 % hmot. olova, představují škodlivé vlivy na bezpečnost pracovníků a půdní prostředí i zásoby vody. Proto mnoho zemí podněcuje vývoj bezolovnatých piezoelektrických materiálů [8].

Pro výzkum a vývoj bezolovnatých piezoelektrických materiálů je velmi důležité získat úplné pochopení piezoelektrických principů a piezoelektrických mechanismů stávajících piezoelektrických materiálů, zejména keramiky PZT. Keramika PZT má však mnoho důležitých aplikací a v určitém smyslu její aplikační výzkum postupoval rychleji ve srovnání se základním výzkumem jejího piezoelektrického mechanismu. Přesto však existuje mnoho nejasností. Například fázový diagram PZT v okolí MPB nebyl ojeven i po půl století od objevu PZT [9] a k jednoznačnému pochopení podílu MPB na piezoelektrické stále chybí jeho rigorózní

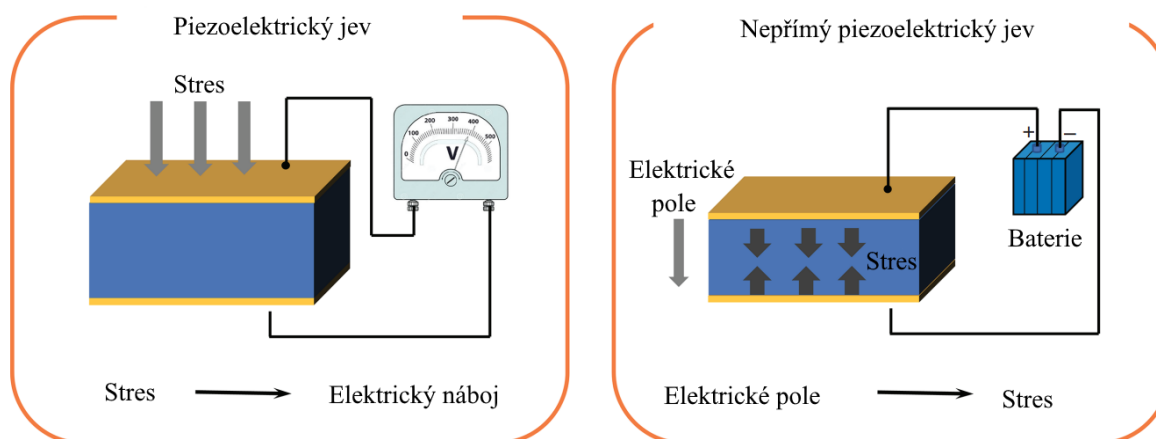
---

<sup>1</sup> Jedná se o metodu výroby předmětů z práškových hmot jejich zahřátím na vysokou teplotu, ale pod jejich teplotu tání.

popisy. Základní mechanismy struktury a vlastností odhalené v piezoelektrických materiálech obsahujících olovo mohou být funkční i v bezolovnatých systémech a měly by být považovány přinejmenším za výchozí vodítko pro vývoj bezolovnatých piezoelektrik z hlediska modifikace složení, přizpůsobení mikrostruktury, charakterizace vlastností, aplikací v zařízeních atd.

### 2.4.2. Piezoelektrický efekt

Piezoelektrický jev nebo piezoelektrina je generování elektrických nábojů na povrchu některých nevodivých materiálů v reakci na působení mechanických sil, nebo naopak (v případě opačného piezoelektrického jevu) vznik mechanického napětí v těchto materiálech, pokud jsou vystaveny elektrickému poli, jak je schematicky znázorněno na Obrázek 2: Vizualizace piezoelektrického jevu [10].



Obrázek 2: Vizualizace piezoelektrického jevu [10]

Piezoelektrický jev je oboustranný proces, materiály, které vykazují přímý piezoelektrický jev vykazují také obrácený piezoelektrický účinek. Jako piezoelektrický jev se proto označuje jak přímý, tak nepřímý účinek, i když termín „piezoelektrický jev“ nás často svádí jen k významu přímého piezoelektrického jevu vnitřní generace elektrických nábojů v důsledku působení mechanické síly. V užším smyslu lze piezoelektrinu chápat jako lineární elektromechanickou interakci mezi mechanickým a elektrickým stavem. Konstanta pro takový lineárně proporcionalní vztah je definována jako piezoelektrický koeficient  $d$ , což je tenzor třetího řádu, který spojuje tenzor prvního řádu nebo vektor prvního řádu (elektrická indukce nebo intenzita elektrického pole) a tenzor druhého řádu (napětí nebo deformace). Z toho vyplývá, že lze piezoelektrické rovnice zapsat v následujícím tvaru ( $i, j, k = 1, 2, 3$ )

$$D_k = d_{kij}T_{ij} \quad (3.1)$$

$$S_{ij} = d_{ikj}^* E_k \quad (3.2)$$

kde  $D_i$  je elektrická indukce ( $C/m^2$ ),  $E_i$  je složka intenzity elektrického pole ( $V/m$ ),  $S_{ij}$  je mechanická deformace,  $T_{ij}$  je mechanické napětí ( $N/m^2$ ) a  $d_{kij}$  nebo  $d_{kij}^*$  je piezoelektrický přímý a obrácený koeficient. Je třeba poznamenat, že indexy piezoelektrické konstanty se běžně vyjadřují pomocí redukované Voigtovy matice  $d_{km}$ , kde  $k$  označuje složku elektrické indukce  $D$  nebo pole  $E$  v kartézské vztahné soustavě  $(x_1, x_2, x_3)$  a index  $m = 1, \dots, 6$  se používá pro definici mechanického napětí nebo deformace. V tomto případě odpovídají  $m = 1, 2$  a  $3$  normálovému napětí podél os  $x_1, x_2, x_3$ , zatímco  $m = 4, 5$ , a  $6$  odpovídají smykovým napětím  $T_{23}, T_{13}$  a  $T_{12}$ . Jak  $d$ , tak  $d^*$  se nazývají piezoelektrická konstanta nebo koeficient, ale mají jiný význam. Konstanta  $d$  vyjadřuje množství náboje vzniklé při aplikaci jednotkového tlaku a pro  $d^*$  posunutí vzniklé aplikací jednotkové intenzity elektrického pole. Z termodynamických úvah vyplývá, že  $d_{km} = d_{km}^*$ , tedy koeficienty, které spojují hodnoty pole a deformace jsou rovny koeficientům spojujícím napětí a polarizaci. [11]

Kromě piezoelektrické nábojové nebo deformační konstanty se ve specializovaných konstrukčních případech používají i jiné formy piezoelektrických konstant. Celkem existují čtyři piezoelektrické konstanty, včetně výše zmíněného piezoelektrického náboje nebo deformace  $d$ , které jsou uvedeny v Tabulka 1: Piezoelektrické konstanty s jejich názvy a definicemi. Tyto piezoelektrické konstanty jsou definovány jako parciální derivace při konstantním napětí  $T$ , konstantním elektrickém poli  $E$ , konstantní elektrické indukci  $D$  nebo konstantní deformaci  $S$ . Tyto podmínky mohou být postupně uváděny jako „mechanicky volné“, „elektricky zkratované“, „elektricky rozpojené“ a „mechanicky volné“.

Symbol	Název	Definice
$d$	Piezoelektrický nábojový koeficient	$d_{ij} = \left( \frac{\partial D_i}{\partial T_j} \right)_E = \left( \frac{\partial S_j}{\partial E_i} \right)_T$
$g$	Piezoelektrický napěťový koeficient	$g_{ij} = - \left( \frac{\partial E_i}{\partial T_j} \right)_D = \left( \frac{\partial S_j}{\partial D_i} \right)_T$
$e$	Piezoelektrický modul	$e_{ij} = - \left( \frac{\partial T_j}{\partial E_i} \right)_S = \left( \frac{\partial D_i}{\partial S_j} \right)_E$
$h$	Piezoelektrický modul	$h_{ij} = - \left( \frac{\partial E_i}{\partial S_j} \right)_D - \left( \frac{\partial T_j}{\partial D_i} \right)_S$

Tabulka 1: Piezoelektrické konstanty

### 2.4.3. Piezoelektrické konstanty

#### Piezoelektrický nábojový koeficient

Koeficient piezoelektrického náboje vyjadřuje elektrický náboj generovaný na jednu jednotku plochy po přiložení jednotkového mechanického tlaku a je vyjádřen v jednotkách Coulomb/Newton ( $C/N$ ) [12]. Tato konstanta se nejčastěji používá k vyhodnocení kvality piezoelektrického materiálu.

$$d = \frac{\text{vyvinutá deformace}}{\text{aplikované pole}} = \frac{\text{hustota náboje}}{\text{aplikované napětí (stres)}}$$

Konstanta  $d$  je spojena se třemi důležitými vlastnostmi materiálů prostřednictvím následující rovnice:

$$d = k\sqrt{\varepsilon_0 k^T s^E} \left(\frac{C}{N}\right), \quad (4.1)$$

kde  $k$  je součinitel elektromechanické vazby,  $k^T$  označuje relativní dielektrickou konstantu při konstantním mechanickém napětí a  $s^E$  je složka elastické poddajnosti modulu při konstantním napětí elektrického pole.

Pro piezoelektrickou keramiku jsou nejdůležitější dvě piezoelektrické konstanty  $d$ :

$$d_{31} = k_{31}\sqrt{\varepsilon_0 k_{33}^T s_{11}^E} \left(\frac{C}{N}\right), \quad (4.2)$$

$$d_{33} = k_{33}\sqrt{\varepsilon_0 k_{33}^T s_{33}^E} \left(\frac{C}{N}\right). \quad (4.3)$$

Je užitečné si uvědomit, že velké konstanty  $d$  souvisejí s velkými mechanickými posuny, které se obvykle hledají v zařízeních s pohybovými snímači. Také lze ale na koeficient pohlížet jako na vztah mezi nábojem nashromážděným na elektrodách a aplikovaným mechanickým tlakem.  $d_{33}$  platí, když síla působí ve směru rovnoběžném se směrem polarizace a působí na stejný povrch, ze kterého je odebráno měření náboje.  $d_{31}$  se uplatní, když se náboj odebírá ze stejného povrchu jako u  $d_{33}$ , ale síla působí kolmo k ose polarizace. Je známo, že pro tyto dvě konstanty u piezoelektrické PZT keramiky platí následující empirický vztah [13]:

$$d_{33} \approx -2,5 \cdot d_{31}. \quad (4.4)$$

### Piezelektrický napěťový koeficient (konstanta $g$ )

Piezelektrický napěťový součinitel se také nazývá napěťová výstupní konstanta, která je definována jako poměr vytvořeného elektrického pole k mechanickému napětí, které na něj působí a vyjadřuje se v jednotkách Voltmetr/Newton ( $Vm/N$ ).

$$g = \frac{\text{vyvinutá deformace}}{\text{hustota aplikovaného náboje}} = \frac{\text{vyvinuté pole}}{\text{použité mechanické napětí}} \quad (4.5)$$

Konstanta  $g$  se vypočítá z piezelektrické nábojové konstanty  $d$  a relativní permitivity  $\varepsilon$  z rovnice:

$$g = \frac{d}{\varepsilon} \left( \frac{Vm}{N} \right) \quad (4.6)$$

V závislosti na typu relativních směrů lze konstantu  $g$  rozdělit do následujících kategorií  $g_{33}$ ,  $g_{31}$  nebo  $g_{15}$ , které odpovídají  $d_{33}$ ,  $d_{31}$ ,  $d_{15}$ , respektive.

### 2.5. Piezelektrické keramické materiály

Piezelektrické keramické materiály, jako je PZT, jsou vyrobeny z polykrystalické keramiky, která je univerzální a snadno se hodí do specifických aplikací. Tato keramika je chemicky inertní, odolná vůči vlhkosti a lze ji vyrábět v různých velikostech a tvarech. Vyrábí se smícháním prášků oxidu olovnatého, oxidu zirkoničitého a oxidu titaničitého v určitém poměru a zahřátím směsi na kalcinační teplotu přibližně 1000 °C. Výsledný prášek PZT se smísí s pojivem a slinuje se do požadovaných tvarů, mezi něž patří: tyč, deska, disk, prstenec nebo válec. Poté se materiál ochladí, přičemž se keramika stane feroelektrickou a její jednotkové buňky se změní z kubické na tetragonální strukturu nebo romboedrickou. V důsledku toho se jednotkové buňky prodlouží v jednom směru a v jednotkové buňce se vytvoří elektrický dipólový moment [14].

Aplikace silného stejnosměrného elektrického pole má za následek vyrovnání většiny jednotkových buněk rovnoběžně s aplikovaným polem. Tento proces se nazývá polarizace a způsobuje, že keramika má trvalou čistou polarizaci, což vede k přímému i obrácenému piezelektrickému jevu v materiálu. Po dokončení polarizace se keramika rozpíná ve směru polarizace a smršťuje v kolmém směru, když se přiloží napětí menší než polarizační napětí. Při změně polarizace je účinek opačný, tj. keramika se smršťuje v polarizačním směru a rozpíná v

kolmém směru. Při opačném působení, kdy je tahová, či tlaková síla přiložena podél osy normální k polarizační, vzniká ve směru polarizace elektrické napětí.

Piezelektrické materiály mohou být přilepeny/lepeny na povrchy dalších struktur nebo do nich zabudovány. Výhodou při povrchovém lepení je snadný přístup a údržba, ale přináší nevýhodu náchylnosti k poškození během provozu. Na druhou stranu zapuštění vede k silnému mechanickému a elektrickému propojení mezi piezelektrickým materiálem a hostitelskou strukturou. Kromě toho nejsou zapotřebí lepidla nutná pro povrchové lepení/lepení.

Místo přímého lepení piezelektrických materiálů na hostitelské struktury je lze lepit prostřednictvím tenkých viskoelastických vrstev. V obou těchto metodách lze mechanické/strukturální vibrace tlumit v omezujících viskoelastických vrstvách. Nalepené piezelektrické materiály v tomto případě fungují jako aktuátory (akční členy) (obrácený piezelektrický efekt), které pomáhají rozptylovat vibrační energii [15].

## 2.6. Piezelektrický transformátor

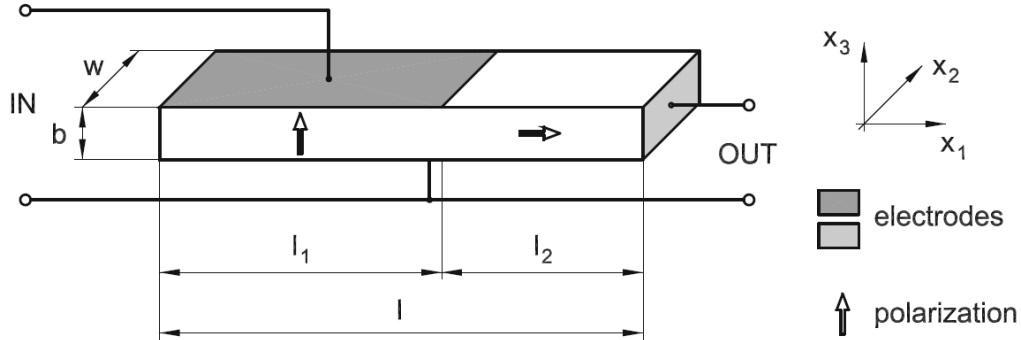
Piezelektrické transformátory jsou alternativou k magnetickým transformátorům s drátovým vinutím. Chovají se jinak a mají řadu výhod, např. jsou lehčí a menší, mají vynikající elektrickou izolaci a nevytvářejí žádné magnetické pole. Z těchto důvodů se piezelektrické transformátory používají v aplikacích, jako jsou generátory vysokého napětí v podsvícení CCFL a měniče pro přenosné počítače. Piezelektrický transformátor je prvek vyrobený z piezelektricky aktivního materiálu s elektrodami nanesenými na jeho povrchu, který je schopen vibrovat v určitém módu (volné nebo nucené vibrace). Mechanická deformace je tvořena harmonickým elektrickým polem přiváděným na elektrody s frekvencí blízkou jeho vlastní rezonanční frekvenci. Vibrující transformátor je také kmitajícím elektrickým obvodem v důsledku přímého piezelektrického jevu. Piezelektrické keramické transformátory se modelují pomocí analytických vzorců pro jejich rezonanční frekvence a parametry elektrického náhradního obvodu. Omezujeme se na výběr piezelektrických transformátorů na základní vibrační módy tyče, desky, kotouče, prstence nebo válce s plochami plně zakrytými elektrodami [11].

## 2.7. Matematický model

Piezelektrické vibrace jsou popisovány lineární teorií piezoelektriny. Vnitřní ztráty, tedy mechanické, elektrické a piezelektrické ztráty spolu s hmotností a mechanickými vlastnostmi elektrod jsou z výpočtů vynechány. Nejprve je uveden obecný model a potřebné vzorce a jejich

význam. Dále v druhé části je definován postup přímo pro zvolený prvek, včetně jeho parametrů a jsou uvedeny výsledky pro zvolený frekvenční rozsah.

### 2.7.1. Obecný model pro transformátor Rosenova typu



Obrázek 3: Rozměry a připojení pro transformátor Rosenova typu [11]

Pro vyhodnocení matematického modelu je nejprve třeba uvažovat piezoelektrický transformátor jako model štíhlé tyče. Kde její příčné rozměry jsou mnohem menší než její délka. Stavové rovnice zahrnují jednu nenulovou složku mechanického napětí a elektrického pole [11].

Pro vstup platí:

$$S_1^{(1)} = u_{1,1}^{(1)} = s_{11}^E T_1^{(1)} + d_{31} E_3^{(1)}, \quad (5.1)$$

$$D_3^{(1)} = d_{31} T_1^{(1)} + \varepsilon_{33}^T E_3^{(1)}. \quad (5.2)$$

Pro výstup platí:

$$S_1^{(2)} = u_{1,1}^{(2)} = s_{33}^E T_1^{(2)} + d_{33} E_1^{(2)}, \quad (5.3)$$

$$D_1^{(2)} = d_{31} T_1^{(2)} + \varepsilon_{33}^T E_1^{(2)}, \quad (5.4)$$

kde elektrická pole pro vstup a výstup jsou:

$$E_3^{(1)} = -\frac{V_1}{b} e^{j\omega t}, \quad (5.5)$$

$$E_1^{(2)} = -\varphi_{1,1}^{(2)}. \quad (5.6)$$

Mechanické okrajové podmínky obsahují jak mechanicky volné konce transformátoru, tak spojitost podélné složky mechanického napětí a elastického posunutí na rozhraní mezi segmenty transformátoru:

$$T_1^{(1)} = 0, \quad x_1 = -l_1, \quad (6.1)$$

$$T_1^{(2)} = 0, \quad x_1 = +l_2, \quad (6.2)$$

$$T_1^{(1)} = T_1^{(2)}, u_1^{(2)} = u_1^{(1)}, x_1 = 0 \quad (6.3)$$

Řešením rovnic (5.1) a (5.3) pro komponenty mechanického napětí a dosazením do pohybové rovnice:

$$\rho \ddot{u} = T_{kj,k}, j = 1,2,3, \quad (7.1)$$

dostáváme vlnové rovnice:

$$\ddot{u}_1^{(1)} = \frac{1}{\rho s_{11}^E} u_{1,11}^{(1)}, \quad (7.2)$$

$$\ddot{u}_1^{(2)} = \frac{1}{\rho s_{33}^D} u_{1,11}^{(2)}, \quad (7.3)$$

s analytickým řešením:

$$u_1^{(1)}(x, t) = [A^{(1)} \sin(\xi_1 x_1) + B^{(1)} \cos(\xi_1 x_1)] e^{j\omega t}, \quad (8.1)$$

$$u_1^{(2)}(x, t) = [A^{(2)} \sin(\xi_2 x_1) + B^{(2)} \cos(\xi_2 x_1)] e^{j\omega t}, \quad (8.2)$$

kde vlnové vektory  $\xi_1$  a  $\xi_2$  jsou definovány následovně:

$$\xi_1 = 2\pi f \sqrt{\rho s_{11}^E}, \quad \xi_2 = 2\pi f \sqrt{\rho s_{33}^D}, \quad (9.1), (9.2)$$

Okrajové podmínky (6.1 – 6.3) dávají hodnoty pro integraci konstant  $A^{(1)}, A^{(2)}, B^{(1)}, B^{(2)}$  a  $C^{(2)}$ .

$$A^{(1)} = \frac{1 - k_{33}^2}{k_{33}^2} \frac{d_{33} B \sin(\xi_1 l_1)}{(s_{33}^D l_2 C D - B^2) \cos(\xi_1 l_1)} V_2 + \frac{d_{31} A C s_{33}^D \xi_1 l_2 \sin(\xi_1 l_1) - d_{31} s_{11}^E (s_{33}^D l_2 C D - B^2)}{s_{11}^E b \xi_1 \cos(\xi_1 l_1) (s_{33}^D l_2 C D - B^2)} V_1, \quad (10.1)$$

$$A^{(2)} = \frac{1 - k_{33}^2}{k_{33}^2} \frac{d_{33} (s_{33}^D D - B \xi_2 \sin(\xi_2 l_2))}{(s_{33}^D l_2 C D - B^2) \xi_2 \cos(\xi_2 l_2)} V_2 + \frac{d_{31} A s_{33}^D (B - \xi_2 l_2 C \sin(\xi_2 l_2))}{s_{11}^E b \xi_2 \cos(\xi_2 l_2) (s_{33}^D l_2 C D - B^2)} V_1, \quad (10.2)$$

$$B^{(1)} = B^{(2)} = -\frac{1 - k_{33}^2}{k_{33}^2} \frac{d_{33} B}{s_{33}^D l_2 C D - B^2} V_2 - \frac{d_{31} A C s_{33}^D l_2}{s_{11}^E b (s_{33}^D l_2 C D - B^2)} V_1, \quad (10.3)$$

$$C^{(2)} = s_{33}^E \frac{d_{33} (1 - k_{33}^2) s_{11}^E b D V_2 + d_{31} k_{33}^2 A B V_1}{s_{11}^E b d_{33} k_{33}^2 (s_{33}^D l_2 C D - B^2)}. \quad (10.4)$$



S využitím hodnot integračních konstant můžeme vyjádřit transformační parametry následovně:

$$\Gamma_1 = j\omega Z_2 \left( \varepsilon_{33}^T \frac{wb}{l_2} \right) (1 - k_{33}^2) \frac{d_{31} s_{33}^E A B l_2}{d_{33} s_{11}^E b (s_{33}^D l_2 C D - B^2)}, \quad (11.1)$$

$$\frac{1}{Z_2} = -j\omega \left( \varepsilon_{33}^T \frac{wb}{l_2} \right) (1 - k_{33}^2) \frac{s_{33}^D l_2 D}{k_{33}^2 (s_{33}^D l_2 C D - B^2)}, \quad (11.2)$$

$$\Gamma_2 = j\omega Z_L w \frac{d_{31} d_{33} (1 - k_{33}^2) A B}{s_{11}^E k_{33}^2 (s_{33}^D l_2 C D - B^2)}, \quad (11.3)$$

$$\frac{1}{Z_1} = j\omega \left( \varepsilon_{33}^T \frac{w l_1}{b} \right) \left\{ 1 - k_{31}^2 + k_{31}^2 \left[ \frac{\sin(\xi_1 l_1)}{\xi_1 l_1 \cos(\xi_1 l_1)} - \frac{s_{33}^D l_2 A^2 C}{s_{11}^E l_1 (s_{33}^D l_2 C D - B^2)} \right] \right\}. \quad (11.4)$$

Proměnné v těchto rovnicích jsou definovány takto:

$$A = \frac{1 - \cos(\xi_1 l_1)}{\cos(\xi_1 l_1)}, B = \frac{1 - \cos(\xi_2 l_2)}{\cos(\xi_2 l_2)} \quad (12.1), (12.2)$$

$$C = \frac{\sin(\xi_2 l_2)}{\xi_2 l_2 \cos(\xi_2 l_2)} - \frac{1}{k_{33}^2}, D = \frac{\xi_1 \sin(\xi_1 l_1)}{s_{11}^E \cos(\xi_1 l_1)} + \frac{\xi_2 \sin(\xi_2 l_2)}{s_{33}^D \cos(\xi_2 l_2)}. \quad (12.3), (12.4)$$

### 2.7.2. Konkrétní dosazení do matematického modelu

Nejprve je třeba uvést konstanty piezoelektrického transformátoru SMMTF53P4S50 od společnosti Steiner & Martins, INC USA.

Velikost prvku a hustota:

$$b = 0,0021 \text{ m},$$

$$w = 0,0061 \text{ m},$$

$$l_1 = 0,0228 \text{ m},$$

$$l_2 = 0,030 - l_1 \text{ m},$$

$$\rho = 7750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Složky piezoelektrického (nábojového) koeficientu:

$$d_{31} = -140 \cdot 10^{-12} \text{ C/N},$$

$$d_{33} = 320 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}.$$

Faktor mechanické kvality:

$$Q_m = 220.$$

Složky elastických poddajností:

$$s_{11}^E = 13 \cdot 10^{-12} \text{ V/m},$$

$$s_{11}^E = s_{11}^E \left(1 - \frac{j}{1,2 Q_m}\right), \quad (13.1)$$

$$s_{33}^E = 17 \cdot 10^{-12} \frac{\text{V}}{\text{m}},$$

$$s_{33}^E = s_{33}^E \left(1 - \frac{j}{0,83 Q_m}\right). \quad (13.2)$$

Složka permitivity při konstantním mechanickém napětí:

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m},$$

$$\varepsilon_{33}^T = 1250 \cdot \varepsilon_0 \text{ F/m}.$$

Pro koeficient elektromechanické vazby platí:

$$k_{31} = \sqrt{\frac{d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}}, \quad (14.1)$$

$$k_{33} = \sqrt{\frac{d_{33}^2}{\varepsilon_{33}^T s_{33}^E}}. \quad (14.2)$$

A tedy pro poslední složku elastické poddajnosti:

$$s_{33}^D = s_{33}^E (1 - k_{33}^2). \quad (15)$$

Nyní je možné dosadit do vztahů (9.1) a (9.2) pro výpočet vlnových vektorů  $\xi_1$  a  $\xi_2$ :

$$\xi_1 = 2\pi f \sqrt{\rho s_{11}^E}, \quad \xi_2 = 2\pi f \sqrt{\rho s_{33}^D}.$$

Následuje dosazení do vztahů (8.1 – 8.4). Elektrické napětí volíme  $V_1 = 40 \text{ V}_{p-p}$ . V tento moment máme všechny veličiny pro výpočet transformačních koeficientů  $\Gamma_1, \Gamma_2$  a elektrické impedance  $Z_1, Z_2$  (11.1 – 11.4):

$$Z_2 = \frac{1}{-j2\pi f \left(\varepsilon_{33}^T \frac{wb}{l_2}\right) (1 - k_{33}^2) \frac{s_{33}^D l_2 D}{k_{33}^2 (s_{33}^D l_2 CD - B^2)}}, \quad (16.1)$$

$$\Gamma_1 = j2\pi f \left( \varepsilon_{33}^T \frac{wb}{l_2} \right) (1 - k_{33}^2) \frac{d_{31}s_{33}^E AB l_2}{d_{33}s_{11}^E b(s_{33}^D l_2 CD - B^2)}, \quad (16.2)$$

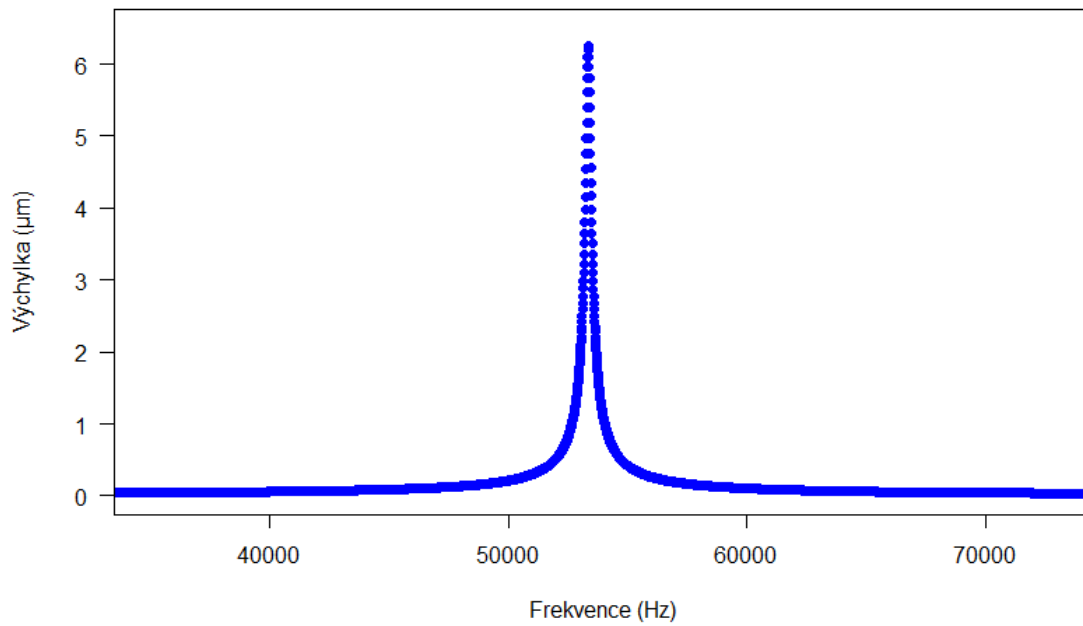
$$V_2 = V_1 \Gamma_1, \quad (17)$$

Zbývá dosadit do okrajových podmínek za  $A^{(2)}$  (10.2),  $B^{(2)}$  (10.3) a dosadit do upravené rovnice analytického řešení (8.2):

$$u_2 = A^{(2)} \sin(\xi_2 l_2) + B^{(2)} \cos(\xi_2 l_2). \quad (19)$$

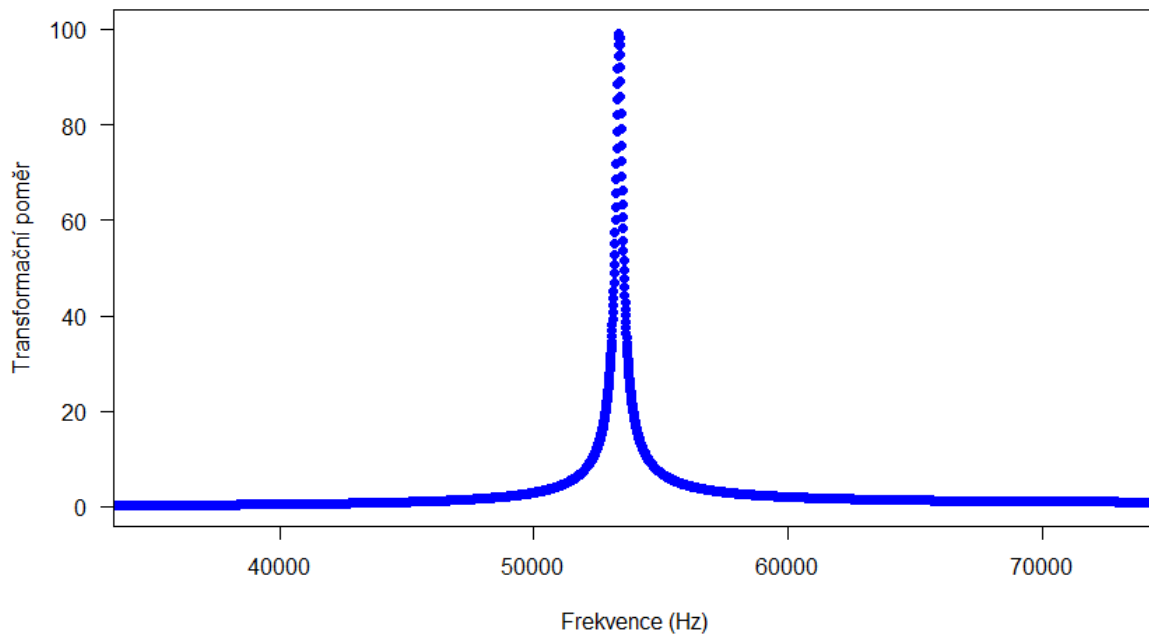
Příslušné rovnice byly přepsány do programu Mathematica a po simulaci frekvence v rozmezí 35 kHz až 75 kHz byl rovnicí (19) vykreslen graf závislosti výchylky na frekvenci při vstupním napětí 40 V<sub>p-p</sub>.

Matematický model závislosti výchylky na frekvenci při 40 V<sub>P-P</sub>



Obrázek 4: Matematický model závislosti výchylky na frekvenci při 40 V<sub>P-P</sub>

Matematický model závislosti transformačního poměru na frekvenci při 40 V<sub>P-P</sub>



Obrázek 5: Matematický model závislosti transformačního poměru na frekvenci při 40 V<sub>P-P</sub>

### 3. Praktická část

Cílem praktické části je ověřit pravdivost matematického modelu výchylky prvku v rezonanci, ověřit frekvenci maximální výchylky získanou impedanční analýzou a stanovit závislost výchylky na napětí v rezonanci a mimo rezonanci. Výchylka pozorovaného piezoelektrického transformátoru je měřena metodou počítání pruhů Michelsonovým interferometrem. V následujících kapitolách je uvedena problematika této metody a samotné měření.

#### 3.1. Interference

Světlo je příčné vlnění. Když dvě vlny stejné vlnové délky a amplitudy procházejí stejným prostředím, jejich amplitudy se sečtou. Výsledkem je vlna s větší nebo menší amplitudou než původní. Sčítání amplitud v důsledku superpozice dvou vln se nazývá interference. Setká-li se maximum jedné vlny s minimem druhé, bude výsledná intenzita nulová a říká se, že vlny interferují destruktivně. Naopak, pokud se hřeben jedné vlny setká s hřebenem druhé vlny, výsledná intenzita bude maximální a říká se, že vlny interferují konstruktivně. [16]

Předpokládejme, že dvě koherentní (tj. jejich fázový vztah zůstává konstantní) vlny vycházejí ze stejného bodu a putují různými cestami, než se opět setkají a vzájemně interferují. Předpokládejme také, že znovu zkombinované vlny osvětlují stínítko, kde poloha na stínítku závisí na rozdílu délek drah, které obě vlny urazily. Pak se výsledné střídající se světlé a tmavé pruhy na obrazovce nazývají interferenční pruhy.

Při konstruktivní interferenci se na obrazovce vytvoří jasný okraj (pás). Aby došlo ke konstruktivní interferenci, musí být rozdíl drah mezi dvěma paprsky celočíselným násobkem  $m\lambda$  vlnové délky  $\lambda$ , kde  $m$  je řád, přičemž  $m = 0,1,2 \dots$ . Pokud je rozdíl drah mezi dvěma vlnami  $(m + \frac{1}{2})\lambda$ , je interference mezi nimi destruktivní a na obrazovce se objeví tmavý lem [17].

#### 3.2. Michelsonův interferometr

Michelsonův interferometr je nejlepším příkladem tzv. interferometru s amplitudovým dělením. Vynalezl jej v roce 1893 Albert Michelson k měření etalonu<sup>2</sup> v jednotkách vlnové délky červené čáry kadmiového spektra. Pomocí optického interferometru lze měřit vzdálenosti přímo z hlediska vlnové délky použitého světla, a to tak, že se počítají interferenční pruhy, které se pohybují při pohybu jednoho nebo druhého ze dvou zrcadel. V Michelsonově interferometru se

---

<sup>2</sup> Standard jednoho metru

koherentní paprsky získávají rozdělením paprsku světla, který vychází z jednoho zdroje, pomocí částečně odražejícího (polopropustného) zrcadla, kterému se říká dělič paprsků. Výsledné odražené a vysílané vlny se pak pomocí běžných zrcadel přeměrují na stínítko, kde se paprsky překrývají a vytvářejí pruhy. Tento postup se nazývá interference dělením amplitudy. Tento interferometr, použitý v roce 1817 ve slavném Michelsonově a Morleyho experimentu, prokázal neexistenci éteru přenášejícího elektromagnetické vlny, a připravil tak půdu pro speciální teorii relativity [18].

### 3.3. Měření

Od výrobců a uživatelů přístrojů pro měření vibrací a rázů se stále častěji vyžaduje, aby stanovili a zajistili návaznost na národní normu, která reprezentuje příslušnou fyzikální veličinu. Běžné termíny vibrace a (mechanické) rázy jsou definovány jako zvláštní změny fyzikální veličiny v čase, které popisují pohyb nebo buzení mechanického systému. Veličiny, jejichž realizace a šíření jsou rozsáhle vyžadovány pro stanovení sledovatelnosti, jsou lineární pohybové veličiny zrychlení, rychlost a posunutí a kruhové pohybové veličiny úhlové zrychlení, úhlová rychlost a úhel natočení. Aby bylo dosaženo požadované úrovně návaznosti, musí být kalibrace referenčních nebo pracovních etalonů (např. referenčního etalonu akcelerometru) a zkoušky běžných měřících přístrojů prováděny s časovými odchylkami, které odpovídají podmínkám použití (např. sinusové vibrace nebo rázové zrychlení), a s dostatečnou přesností, která je vyjádřena nejistotou měření. Nejistotou měření se v tomto článku rozumí rozšířená nejistota (faktor pokrytí 2).

Několik národních metrologických institutů v současné době poskytuje kromě jiných kalibračních služeb ustálenou sinusovou kalibraci snímačů pomocí laserové interferometrie s využitím metod uvedených v ISO 5347-0:1987. Kalibrace se provádí měřením amplitudy posunutí a frekvence. Pro měření amplitudy posunutí normy ISO specifikují „metodu počítání pruhů“ (počítání průchodů nulou signálu Michelsonova interferometru) v kmitočtovém rozsahu 20 Hz – 800 Hz a „metodu minimálního bodu“ (nastavení vibrací na úroveň, při které je n-tá harmonická složka nulová) při kmitočtech od 800 Hz do 5 kHz. Je nutné poznamenat, že se jedná o starou normu ISO, která byla revidována v roce 1998 a znovu potvrzena v roce 2020 (ISO 16063-1:1998). Norma určuje rozsah frekvencí, ve kterých jsme schopni pozorovat kvantifikovatelné jevy. Norma ISO také hovoří primárně o kalibraci referenčních snímačů, a ne o měření neprozkoumaných piezoelektrických prvků. [19]

Obě metody se v různých testech typu round-robin<sup>3</sup> akcelerometrů ukázaly jako nejpřesnější kalibrační metody. Zejména celosvětový „round-robin“ uspořádaný a uvedený v [20] mimo jiné ukázal, že současný stav techniky při použití metody počítání pruhů umožňuje dosáhnout nejistoty měření 0,1 % při měření amplitudy zrychlení a kalibraci akcelerometru při středních frekvencích (referenční podmínky: radiánová frekvence  $\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$  a amplituda zrychlení  $10 \text{ m/s}^2$ , což odpovídá amplitudě posunutí  $10 \mu\text{m}$ ). Při metodě počítání pruhů může chyba způsobená kvantizací dosahovat až  $\pm\lambda/4$  (vlnová délka  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  pro laser Ne-He), pokud se měří jedna perioda kmitání. Velikost a znaménko kvantizační chyby závisí (kromě jiných parametrů) na počáteční fázi interferometrického signálu, která je dána rozdílem optických drah v interferometru (Michelsonův interferometr podle ISO 5347-1). Obvykle dochází k pomalým změnám rozdílu optických drah. Využívá se jich při metodě počítání pruhů k průměrování jednotlivých kvantizačních chyb během integrujícího procesu počítání pruhů ve velkém počtu vibračních period (např. 1 000). Tímto způsobem umožňuje konvenční metoda počítání měřit malé amplitudy až do  $5 \mu\text{m}$ . Bylo ukázáno [21], že metodu počítání pruhů lze modifikovat tak, aby (výsledná) chyba způsobená kvantizací byla zcela potlačena, pokud se během integračního procesu počítání pruhů vhodně řídí změny počáteční fáze signálu interferometru. Pomocí této modifikované metody počítání pruhů se spodní mez měření amplitud posunutí snížila o tři řády (na  $5 \text{ nm}$ ). Tyto možnosti byly demonstrovány na kruhovém akcelerometru použitím (modifikované) metody počítání pruhů v širokém frekvenčním rozsahu  $0,5 \text{ Hz} - 20 \text{ kHz}$  pokrývajícím amplitudy posunutí od  $0,5 \text{ m}$  do  $5 \text{ nm}$ ).

Posunutí přibližně  $10 \text{ nm}$  je obvykle považováno za dolní mez posunutí měřitelnou konvenční metodou počítání pruhů, protože chyba měření amplitudy může dosahovat až  $\lambda/4$ . K překvapení některých odborníků však výše zmíněná kruhová metoda prokázala použitelnost v modifikované verzi v širokém frekvenčním rozsahu  $0,5 \text{ Hz} - 20 \text{ kHz}$  při amplitudách posunutí od  $0,5 \text{ m}$  do  $5 \text{ nm}$ .

Výkonnost možnosti metody počítání pruhů byla autory rozpoznána a využita právě kvůli známým nevýhodám druhé metody, a to metody minimálních bodů (např. kolísání úrovně zrychlení při měření citlivosti akcelerometru v závislosti na frekvenci).

Hierarchické schéma pro realizaci a šíření jednotky fyzikální veličiny zrychlení, založené na interferometrii dvou paprsků a technice počítání, bylo představeno v [22].

---

<sup>3</sup> „každý s každým“

### 3.4. Vliv prostředí

Interferometrická technika akumuluje celkovou změnu v počtu pruhů vzhledem k nulové poloze. Metoda počítání pruhů měří změnu délky optické dráhy. Změny v prostředí způsobují buď změnu refraktivity nebo se změní počet pruhů, a to i v případě že je celková změna optické dráhy nulová. Korekce na změny prostředí se nazývá kompenzace. Kompenzace je například klíčovým aspektem metrologie ve vzduchu. Refraktivita vzduchu je velká a silně závisí na teplotě a tlaku. Kromě toho se tepelná vodivost vzduchu je nízká, což ztěžuje dosažení homogenního tepelného prostředí. Optické součásti dráhy paprsku, jako jsou děliče paprsku, a retroreflektory, mají rovněž špatnou tepelnou vodivost. Tyto vlastnosti, jsou překážkou opakovatelného a přesného měření. Tradiční metody kompenzace předpokládají, že prostředí je homogenní a mění se pomalu s ohledem na tepelné časové konstanty optiky. Vzhledem k vysokým frekvencím použitých v našem zapojení se tyto jevy neprojeví ve větší míře, mimo jiné jsou také zcela pokryté chybou měření. [23]

### 3.5. Metoda počítání pruhů

Metoda počítání pruhů je založena na principu měření dvou lišících se frekvencí při známém harmonickém buzení. Jako první frekvenci bereme v potaz frekvenci excitační, které je tvořena generátorem. Tato frekvence vstupuje přímo do piezoelektrického prvku. Zde je využit princip interference, aplikace harmonické excitace na měřenou plochu piezoelektrického transformátoru je ve výsledku pozorována jako přechod interferenčních pruhů mezi světlou a tmavou stranu. Tento posun je výsledkem rozdílu drah jednotlivých světlených paprsků. Je známo, že frekvence změny pruhů se rovná počtu pruhů vynásobené mechanickou frekvencí. Lze tedy odvodit, že počet pruhů je úměrný úrovni posunutí.

V rámci bakalářské práce [24] byl odvozen vztah pro výpočet amplitudy měřeného vzorku  $\xi_0$ :

$$R_F = \frac{8 \xi_0}{\lambda}, \quad (20)$$

kde pro  $R_F$  platí:

$$R_F = \frac{\text{frekvence pruhů}}{\text{frekvence budícího systému}}. \quad (21)$$

Vzorec pro výpočet amplitudy měřeného vzorku po dosazení:

$$\xi_0 = \frac{\lambda R_F}{8}. \quad (22)$$



kde  $R_F$  je poměr mezi frekvencí pruhů a frekvencí generátoru. Do tohoto vzorce lze tedy již jednoduše dosadit vstupní hodnotu a hodnotu naměřenou. Vlnová délka je známá veličina.

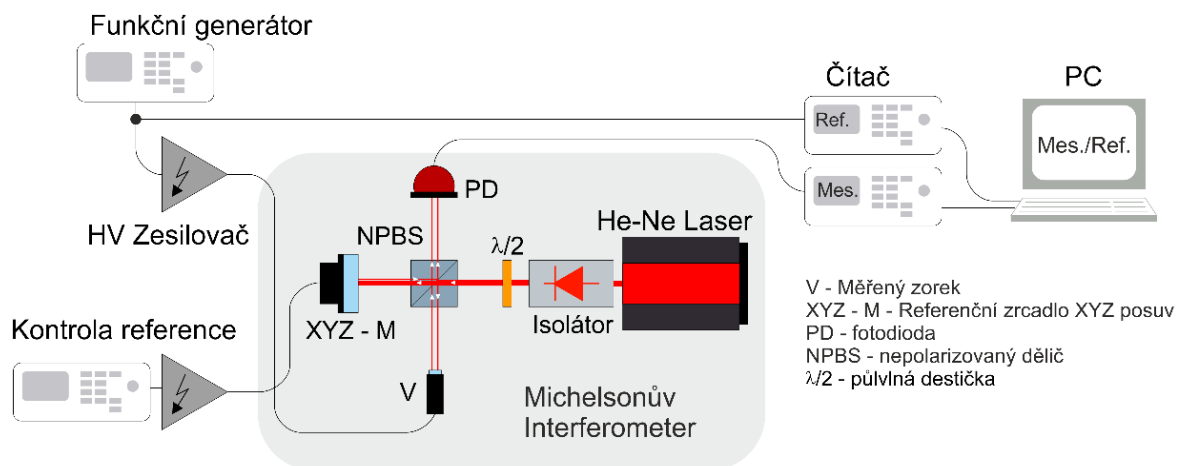
V rámci bakalářské práce [24] byla také diskutována chyba, která byla v případě námi zvolené metody matematicky stanovena na jednu osminu vlnové délky laseru:

$$\Delta\xi_0 = \frac{\lambda}{8} (R_{F(n+1)} - R_{F(n)}) = \frac{\lambda}{8} (1) = \frac{\lambda}{8}. \quad (23)$$

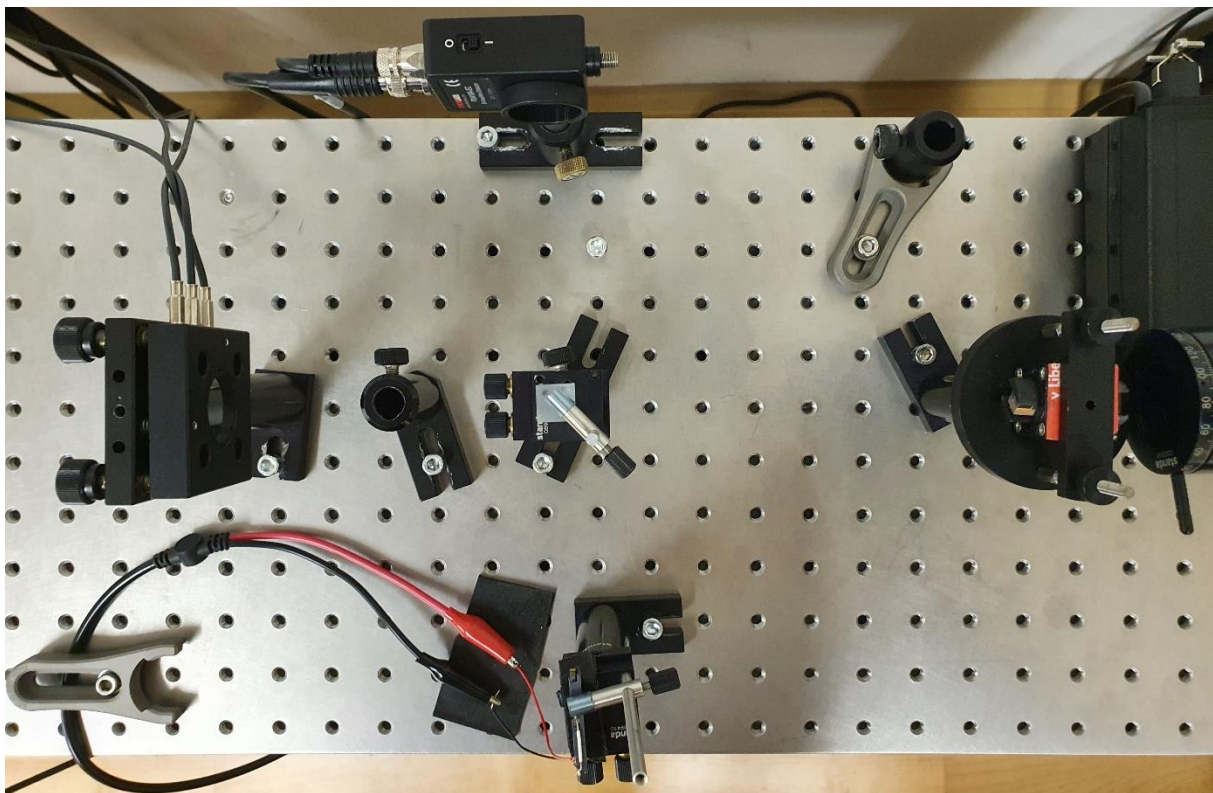
Dále byla relativní chyba ověřena přímo na vzorku. Chyba nabývala hodnoty 0,128 vlnové délky. Taková chyba v našem případě odpovídá  $81 \text{ nm} = 0,081 \mu\text{m} \cong 0,09 \mu\text{m}$ . Hodnota naměřená tak odpovídala hodnotě spočtené teoretickou úvahou.

### 3.6. Experiment

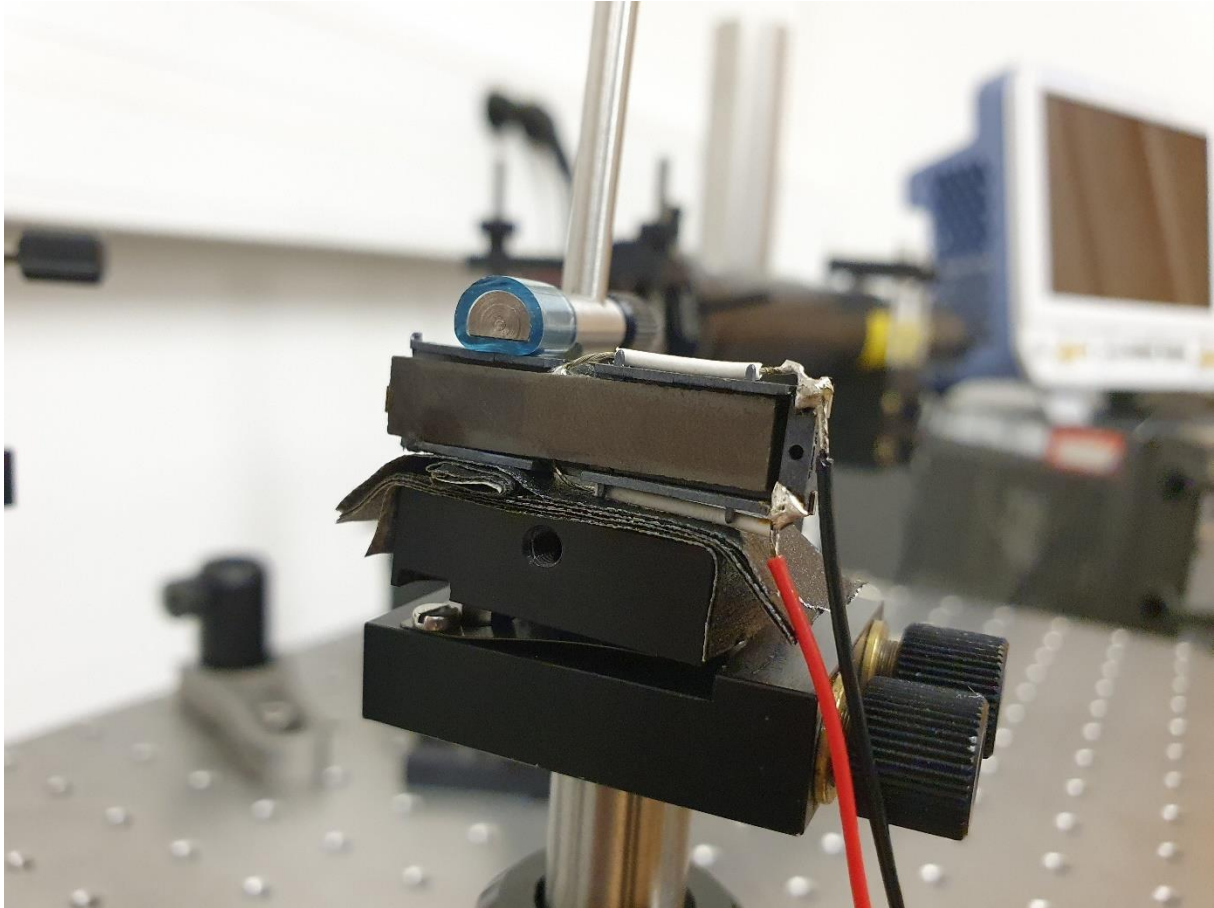
V našem experimentu je využito Michelsonova interferometru v upraveném zapojení s nepolarizovaným děličem. Zapojení experimentu se ve větší míře podobá realizaci v bakalářské práci [24]. Je využito He-Ne laseru s pevnou vlnovou délkou. Z laseru putuje vlnění skrze půlvlnovou destičku do děliče, který je umístěn v pomyslném středu interferometru. Z děliče světlo dále putuje rovnoběžně a kolmo na původní dráhu, tedy dále ve stejném rameni a v kolmém. V prvním rameni, rovnoběžném s původní dráhou laseru, se nachází regulovatelné x,y,z zrcadlo. Toto zrcadlo je mimo jiné využíváno jako kontrola interferenčních pruhů mezi jednotlivými měřeními vzorku. Vzorek se pod přiloženým napětím značně chvěje a rozpíná. Tento jev způsobí v rámci několika opakování měření posun paprsků v interferometru a je zapotřebí systém kalibrovat. V druhém rameni, kolmém na původní dráhu laseru nalezneme na jedné straně zkoumaný vzorek a na druhé stínítko, v našem případě ve formě křemíkové diody. Vzorek byl uchycen přitlačením jeho obalu na vrstvy elektrikářské pásky. Toto uchycení se může zdát vratké, ale vzorek tím byl izolován a vytvořil se tím prostor pro dráty, které vzorek napájí. Na následujících obrázcích je znázorněno zapojení Michelsonova interferometru, fotka finálního zapojení a uchycení vzorku.



Obrázek 6: Schéma zapojení Michelsonova interferometru



Obrázek 7: Finální zapojení



Obrázek 8: Uchycení vzorku

Je užito generátoru funkcí, osciloskopu a dvou čítačů, které zaznamenávají referenční hodnoty na vstupu a změnu počtu pruhů interference na výstupu. Tato data jsou čtena pomocí programu v prostředí LabVIEW a dále upravena v MATLABu a exportována do tabulkového editoru. Zde je proveden výpočet amplitudy měřeného vzorku.

Na vzorek je přivedeno napětí ze zesilovače tvořené generátorem. Musí se tedy určit v závislosti na maximálním vstupním napětí do jakých mezí napětí se musíme vejít. Zesilovač zesiluje 20krát napětí ve Voltech peak-to-peak. Maximální hodnota na vzorku je však uvedena ve Voltech root-mean-square. Pro přepočítání platí:

$$V_{rms} = \frac{1}{2\sqrt{2}} * V_{P-P} \cong 0,353 * V_{P-P}. \quad (24.1)$$

Tedy pro maximální vstupní napětí  $18 V_{rms}$  je možné na vzorek přivést:

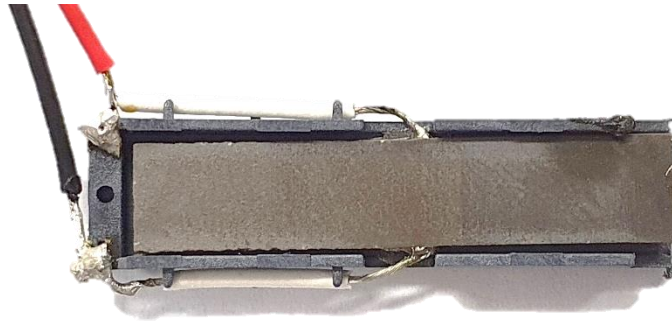
$$18 V_{rms} * 2\sqrt{2} = 36\sqrt{2} V_{P-P}^{(max)} \cong 50,9117 V_{P-P}^{(max)}. \quad (24.2)$$

Vzhledem k tomu, že ze výstupní napětí zesilovače je 20krát zvětšené, maximální napětí generátoru lze získat jednoduchou rovnicí:

$$V_{in}^{(max)} = \frac{V_{P-P}^{(max)}}{20} = \frac{36\sqrt{2}}{20} = \frac{18\sqrt{2}}{10} = 2,5456. \quad (24.3)$$

### 3.7. Piezoelektrický transformátor SMMTF53P4S50

Námi použitý piezoelektrický transformátor nese označení SMMTF53P4S50 od společnosti Steiner & Martins, INC USA. Jedná se vícevrstvý piezoelektrický transformátor z titaničitanu zirkoničnanu olovnatého [25].



Obrázek 9: Piezoelektrický transformátor

Následuje seznam specifikací této součástky:

- Transformační poměr napětí: 50
- Statická vstupní kapacita:  $130 \text{ nF} \pm 15 \%$
- Pracovní rezonanční frekvence:  $53 \text{ kHz} \pm 3\%$
- Maximální vstupní napětí:  $18 V_{rms}^4$
- Maximální výstupní napětí:  $1800 V_{rms}$
- Maximální výstupní výkon:  $4 \text{ W}$
- Rozměry:  $35 \times 8,5 \times 3,6 \text{ mm}$
- Testovací podmínky:  $23 \pm 3 \text{ }^\circ\text{C}$  při 40~70% relativní vlhkosti
- Použití, mimo jiné jsou: Měnič pro CCFL podsvícení LCD, které lze využít v notebooku, LCD monitoru, chytrém telefonu atd.

Součástka lze také pro simulace, či jiné účely nahradit ekvivalentním obvodem s těmito hodnotami [26]:

$$R_0 = 0,4 \Omega$$

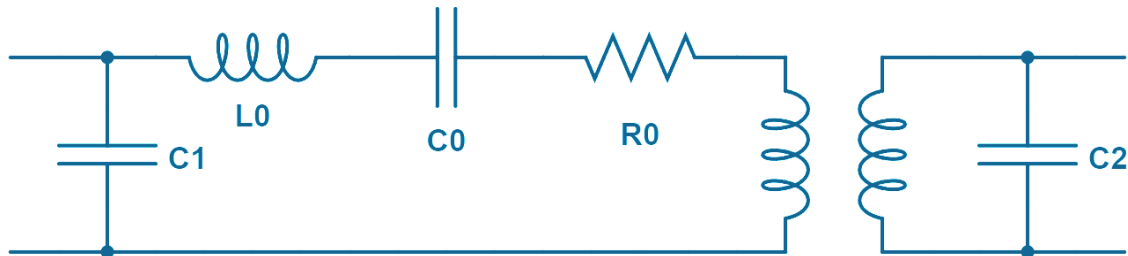
$$L_0 = 0,939 \text{ mH}$$

<sup>4</sup> Zkratka RMS (root mean square) vyjadřuje druhou odmocninu aritmetického průměru druhých mocnin získaných hodnot.

$$C_0 = 8600 \text{ pF}$$

$$C_1 = 110000 \text{ pF}$$

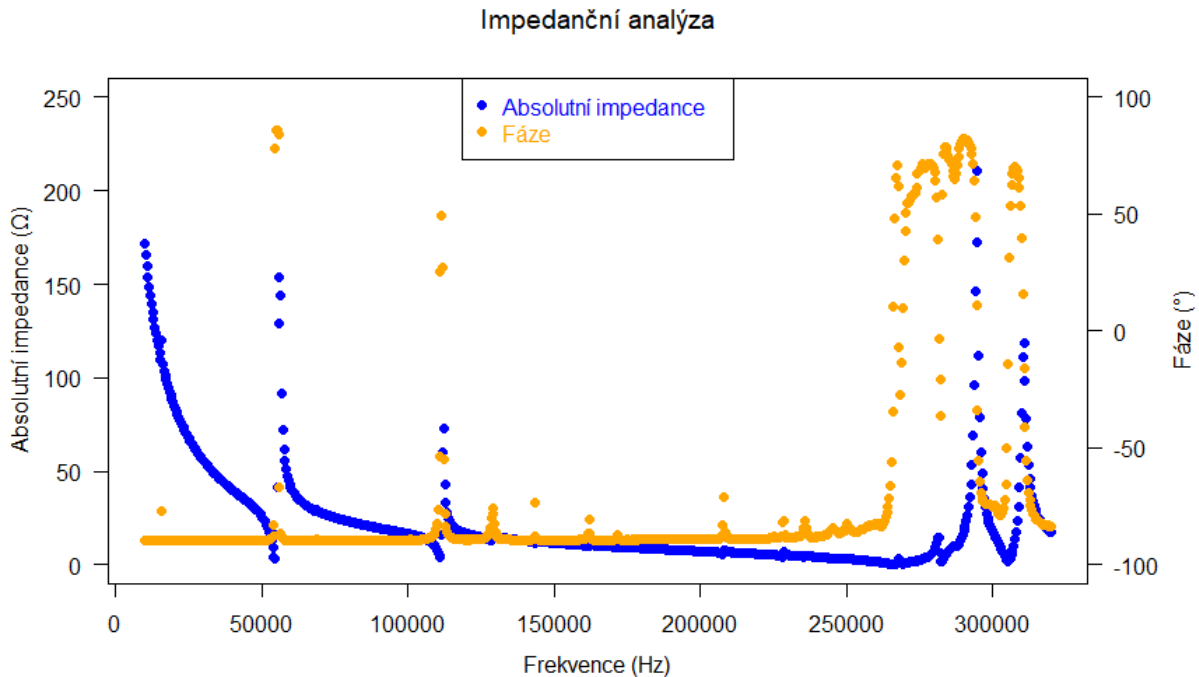
$$C_2 = 24 \text{ pF}$$



Obrázek 10: Náhradní obvod pro piezoelektrický rezonátor

### 3.8. Impedanční analýza

Vzorek byl nejprve zapojen do spektrálního analyzátoru Agilent 4294A a byla na něm provedena impedanční analýza. Impedance ( $Z$ ) obvodu je jeho odpor vůči proudu, tedy například v obvodu složeném pouze z rezistorů je impedance přesně rovna odporu obvodu. Když se ale například do obvodu obsahujícího součástky, jako jsou kondenzátory a cívky, přivede sinusové napětí, proudová odezva je také sinusová, ale s určitým fázovým posunem. V těchto situacích musíme kvantifikovat jak velikost signálu, tak fázový vztah mezi napětím a proudem. Impedance tedy popisuje souhrnný „zdánlivý odpor“ prvků obvodu při průchodu harmonického střídavého proudu určité frekvence. Mimo jiné lze také v závislosti na fázovém posunu získat závislost impedance na frekvenci. Hodnotu pracovní rezonanční frekvence určuje výrobce, ale je vhodné ji ověřit. Dále je také nutno podotknout, že výrobce neuvádí rezonance na frekvencích vyšších, než je pracovní frekvence prvku. Tyto hodnoty lze vyčíst z grafu impedanční analýzy. Analýza byla provedena na rozsahu 10 kHz až 160 kHz.



Obrázek 11: Graf impedanční analýzy

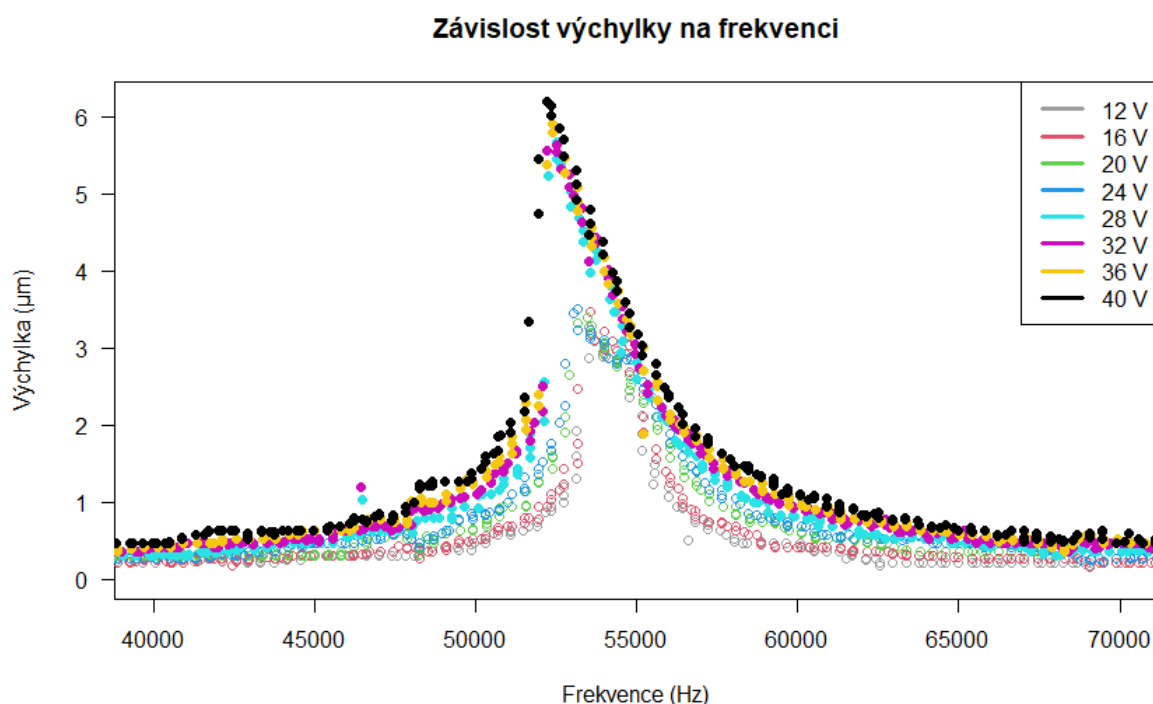
Mechanickou rezonanci lze tedy očekávat při vstupních frekvencích  $f_{in}^{(1)} = 54,56 \text{ kHz}$  a  $f_{in}^{(2)} = 110,75 \text{ kHz}$  a  $f_{in}^{(3)} = 294,43 \text{ kHz}$ . Harmonické frekvence způsobují mají za následek nalezení rezonancí na násobcích primární rezonanční frekvence. Zvláštním jevem je ale fakt, že místo klasického trojnásobku a pětinasobku primární frekvence vidíme rezonance na dvojnásobku a pětinasobku. Jev by mělo být možné vysvětlit tím, že se piezoelektrický transformátor rozpíná nejen v podélné části, ale také do šířky.

### 3.9. Naměřená data

Při měření vzorku bylo zvoleno metody opakovaného měření. Frekvenční rozsah byl stanoven od  $35 \text{ kHz}$  do  $75 \text{ kHz}$ . V tomto rozsahu se nachází námi zkoumaná první rezonance na frekvenci  $f_{in}^{(1)} = 54,56 \text{ kHz}$ , která byla nalezena impedanční analýzou. Rozsah napětí generátoru byl zvolen od  $600 \text{ mV}$  do  $2000 \text{ mV}$ , kde napětí bylo odstupňováno po  $200 \text{ mV}$ . V rámci napětí přicházejícího do vzorku po zesílení se tak jedná o rozsah od  $12 V_{p-p}$  do  $40 V_{p-p}$  respektive, s odstupňováním  $4 V_{p-p}$ . Na zvoleném napětí byla vždy provedena tři měření.

Rezonance byly nalezeny pro různá napětí na různých frekvencích. Během operace prvku se mění mechanické faktory. V našem případě při vyšších napětích klesá frekvence, při které

dochází k rezonanci. Následující graf ukazuje posun rezonance mezi jednotlivými vstupními napětími. Napětí je uvedeno ve  $V_{p-p}$ .



Obrázek 12: Graf závislosti výchylky na napětí

Dále pozorujeme předpokládaný jev, a to růst výchylky v rezonanci v závislosti na růstu napětí. K růstu dochází, a to nejen v rezonanci ale v celém průběhu měření. Mezi napětím  $12 V_{p-p}$  a  $40 V_{p-p}$  je rozdíl mezi maximálními výchylkami v rezonanci  $2,7 \mu m$ . Závislost maximální výchylky na napětí však neodpovídá lineární závislosti. Naměřené maximální výchylky pro daná napětí a frekvenci kde byla naměřena jsou v následující tabulce:

Napětí ( $V_{p-p}$ )	Maximální výchylka ( $\mu m$ )	Frekvence (Hz)
<b>12</b>	3,47	54357
<b>16</b>	3,47	53560
<b>20</b>	3,50	53180
<b>24</b>	3,51	53163
<b>28</b>	5,67	52523
<b>32</b>	5,63	52496
<b>36</b>	5,91	52367
<b>40</b>	6,19	52193

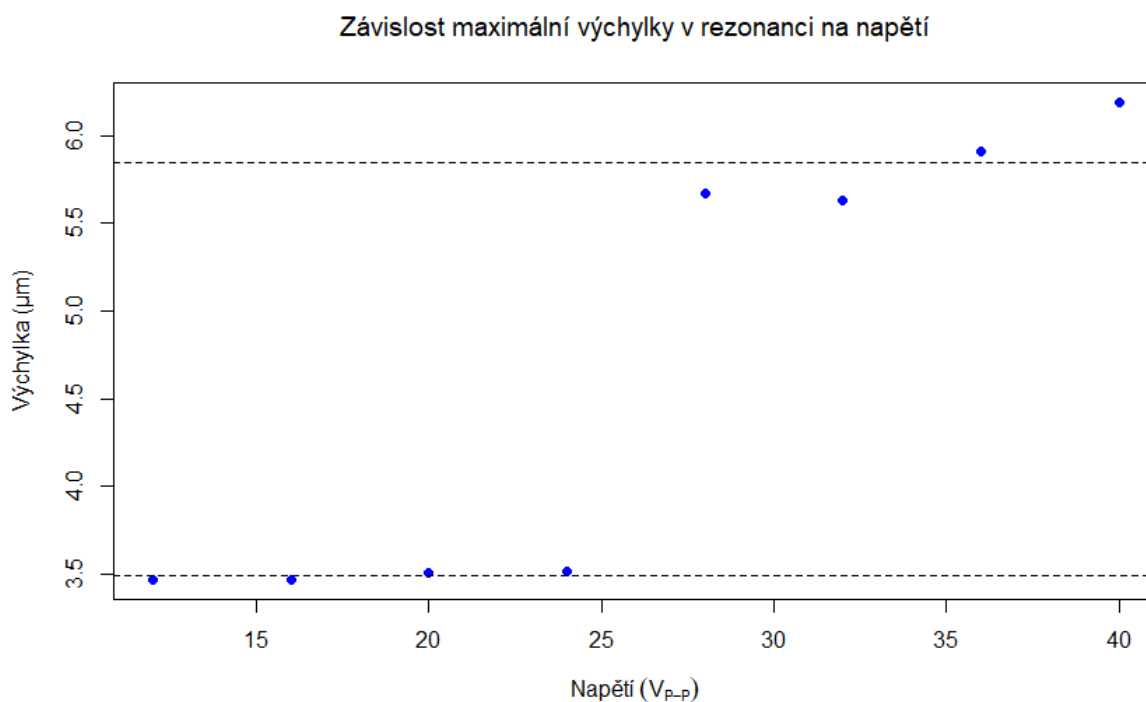
Tabulka 2: Tabulka maximálních výchylek



Jedná se o hodnoty peak to peak, tedy užitý vzorec pro výchylku je následující:

$$\xi = \frac{\lambda R_F}{4}. \quad (25)$$

Pro první 4 zvolené napětí, tedy  $12 V_{P-P}$ ,  $16 V_{P-P}$ ,  $20 V_{P-P}$ ,  $24 V_{P-P}$  je mezi naměřenými hodnotami rozdíl 2,4 % z jejich průměru a u druhé skupiny, tedy pro  $28 V_{P-P}$ ,  $32 V_{P-P}$ ,  $36 V_{P-P}$ ,  $40 V_{P-P}$  je rozdíl 13,8 % z jejich průměru. V druhé skupině je vidět i vyšší skok mezi  $36 V_{P-P}$ ,  $40 V_{P-P}$ . Mezi těmito skupinami, konkrétně mezi napětími  $24 V_{P-P}$  a  $28 V_{P-P}$  dochází ke skoku o velikosti  $2,1 \mu\text{m}$  v maximální výchylce v rezonanci. Tento skokový nárůst zasahuje cca 78 % z celkového naměřeného rozdílu maximální výchylky v rezonanci. Následující graf ukazuje jednotlivé maximální výchylky a skok mezi skupinami. Přerušovaná čára značí průměr první a druhé skupiny.

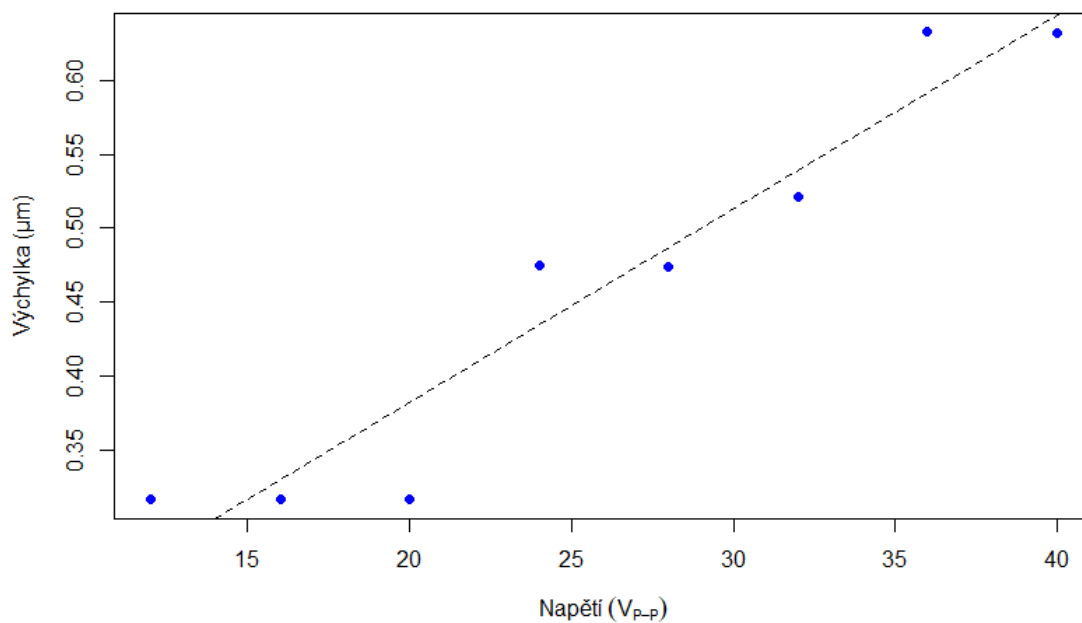


Obrázek 13: Graf jednotlivých maximálních výchylek

Je tedy zřejmé, že v rezonanci není závislost výchylky na napětí lineární. V jiných místech měření, tedy mimo rezonanci se závislost právě jako lineární jeví. Zvolené frekvence pro ověření této závislosti mimo rezonanci byly  $40 \text{ kHz}$  a  $60 \text{ kHz}$ . Při frekvenci  $40 \text{ kHz}$  lze pozorovat podobné chování jako v rezonanci, ale objevuje se nám jakási „střední“ skupina. Je vidět, že se data více podobají lineárnímu charakteru. Z následujícího grafu je vidět, že se data stále dělí do skupin, mezi kterými výchylka „skáče“. S největší pravděpodobností se jedná o kvantizační chybu samotného měření, která se dle výpočtu (23) pohybuje kolem  $0,09 \mu\text{m}$ .



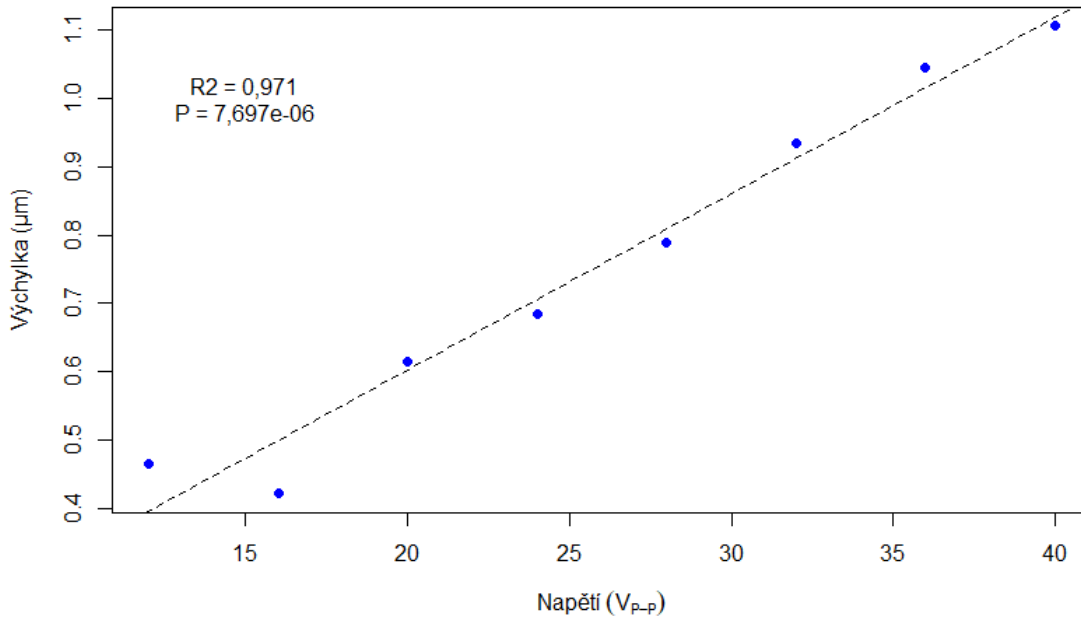
Závislost maximální výchylky při 40 kHz na napětí



Obrázek 14: Graf výchylek pro 40 kHz

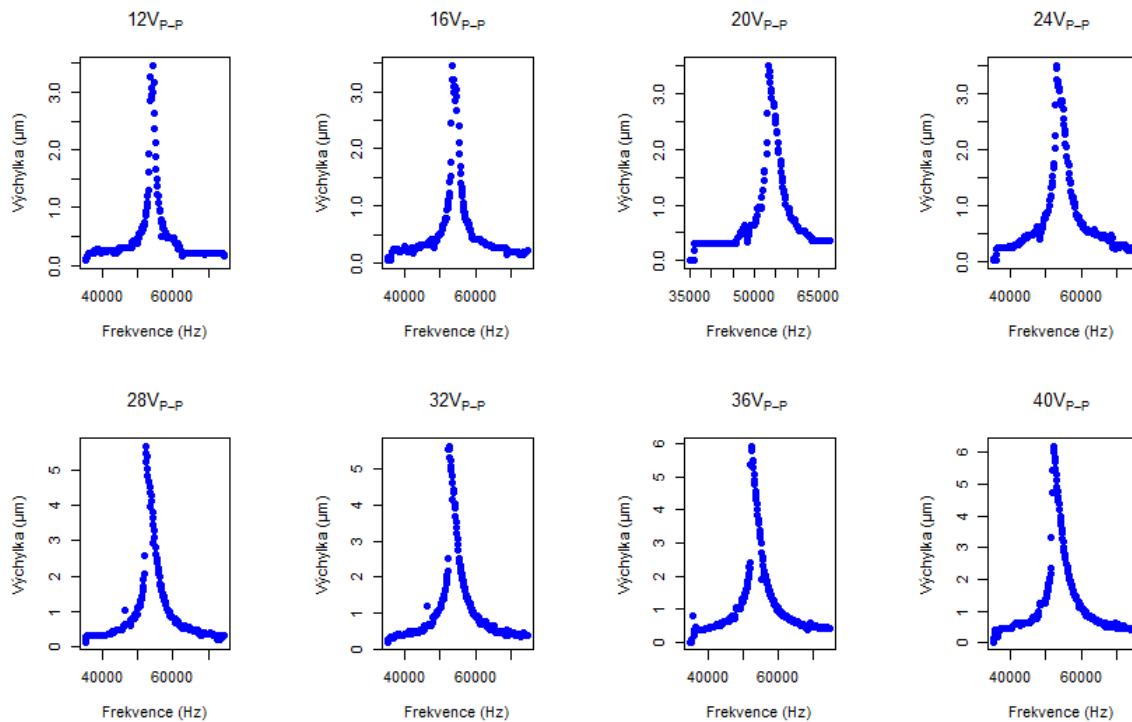
Při zvolené frekvenci 60 kHz dostáváme v podstatě ideální lineární závislost. Nejsou zde žádné skupiny a data lze velmi dobře proložit lineární funkcí. Jedinou nesrovnalost můžeme pozorovat v druhém měření, kde se výchylka mírně zmenšila.

Závislost maximální výchylky při 60 kHz na napětí



Obrázek 15: Graf výchylek pro 60 kHz

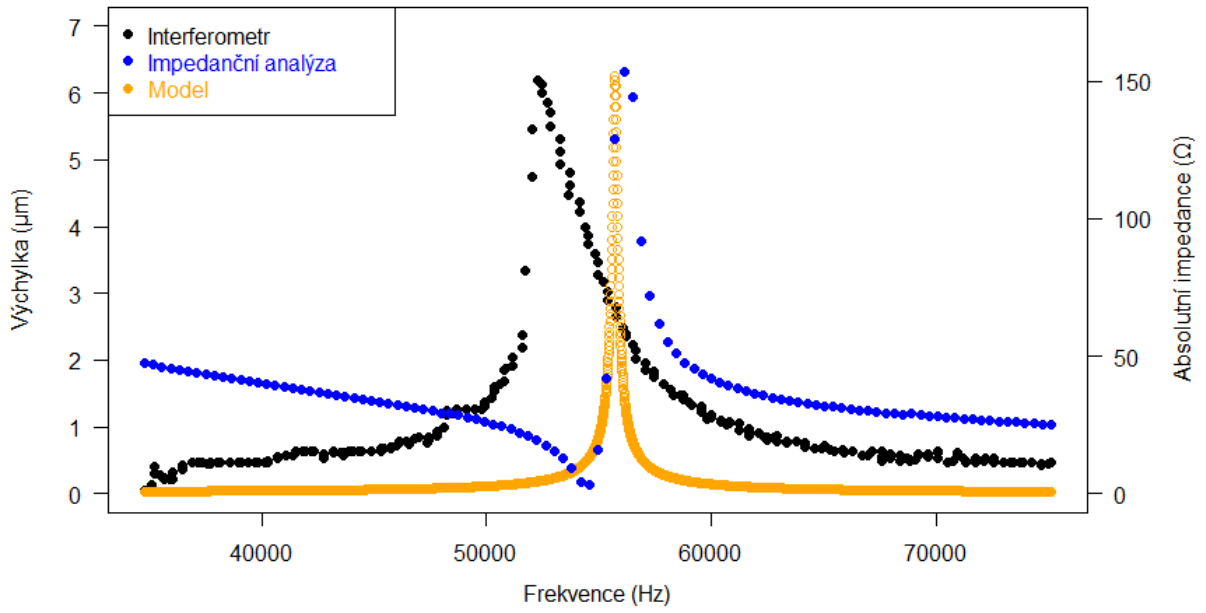
Zajímavým jevem je také skok prvku do rezonance při větších napětích. Jak lze pozorovat na následujícím grafu u vyšších napětí, tedy i u vyšších maximálních výchylek se vzorek do rezonance dostává „skokem“, zatímco u nižších napětí je náběh postupnější. Tento jev může být způsoben tím, že pro vyšší napětí se zvyšuje výchylka, a tedy rozdíl mezi minimální a maximální naměřenou hodnotou. Systém zřejmě nestihne na rychlost této změny zareagovat a nestihne data změřit. Na grafech je vidět pomalý náběh a poté zdánlivý chybějící blok před maximální výchylkou.



Obrázek 16: Jednotlivá měření dle napětí

V neposlední řadě je třeba diskutovat vzájemný vztah frekvencí ve kterých nastává rezonance a postupů, jak jsme tyto frekvence získali. Matematický model určil rezonanci na frekvenci  $53,35 \text{ kHz}$  v závislosti na proměnných (viz dále), impedanční analýza určila rezonanci na frekvenci  $f_{in}^{(1)} = 54,56 \text{ kHz}$  a námi provedená měření určila rezonanci při frekvenci  $54,4 \text{ kHz}$ . Matematický model i naměřená data zkoumáme při napětí  $40 \text{ V}_{P-P}$ . Je zde vidět nesrovnalost mezi všemi třemi údaji. Z hlediska matematického modelu se jedná o nedostatek proměnných. Během modelování se můžeme soustředit buď na přesnost frekvence nebo na transformační koeficient a amplitudu. V následujícím grafu lze pozorovat rozdílné pozice rezonancí vzhledem k použitým metodám analýzy.

Porovnání pozice rezonance vzhledem ke frekvenci při  $40V_{P-P}$



Obrázek 17: Porovnání pozice rezonance vzhledem ke frekvenci při  $40 V_{P-P}$

## 4. Závěr

Diplomová práce uvedla problematiku měření harmonicky buzených vibrací piezoelektrického transformátoru Michelsonovým interferometrem pomocí metody počítání pruhů. V teoretické části byl diskutován matematický model piezoelektrického transformátoru a byla vypočítána maximální odchylka v rezonanci  $6,25 \mu\text{m}$  při frekvenci  $53,35 \text{ kHz}$ . V praktické části pak byla tato frekvence znovu ověřena pomocí impedanční analýzy a byla stanovena na  $f_{in}^{(1)} = 54,56 \text{ kHz}$ . Následně bylo provedeno měření pomocí Michelsonova interferometru, které ukázalo frekvenci výskytu rezonanci v rozmezí  $52,2 \text{ kHz}$  až  $54,4 \text{ kHz}$ . Dále byla uskutečněna analýza závislosti maximální výchylky na napětí. Při vstupním napětí  $12 V_{p-p}$  byla zaznamenána výchylka  $3,47 \mu\text{m}$  a při pracovním napětí  $40 V_{p-p}$  výchylka  $6,19 \mu\text{m}$ . Byla pozorována opačná závislost vztahu výchylky k frekvenci. Pro vyšší napětí, a tedy i větší výchylku se frekvence, při které docházelo k rezonanci, zmenšovala. V dalším bodě byl prozkoumán vztah napětí k velikosti výchylky. V místě rezonance nelze jednoznačně určit vztah mezi napětím a výchylkou. Mimo rezonanci se tento vztah blíží vztahu lineárnímu, kde při frekvenci  $60 \text{ kHz}$  nabývala lineární regrese korelačního koeficientu  $R^2 = 0,971$  a p-hodnota nabývala  $7,697 \cdot 10^{-6}$ .

Mezi další otázky a prostor pro příští výzkum patří neprobádané rozměry piezoelektrického prvku. Tedy svrchní, dolní a boční strany. Dále by stálo za uváženou diskutovat nad vztahem mezi výchylkou a tlumením, které způsobuje úchyt. Stejně tak poloha samotného prvku. Zda při snímání leží na boku, či na spodní straně. Jako poslední by bylo zajímavé překročit hranici pracovního napětí prvku a pozorovat jaké jevy se objeví.

## 5. Použité přístroje

Impedanční analyzátor Agilent 4294A.

Silikonová dioda PDA10A-EC od firmy Thorlabs.

Osciloskop od firmy Rohde & Schwarz RTB 2004.

He-Ne Laserový systém HNL050L od firmy Thorlabs

Zesilovač NF Wave Factory HSA 4052.

Měřicí přístroje pro odečet dat od firmy Metex.

Generátor syntetizovaných funkcí.

## 6. Seznam použité literatury

- [1] PAIN, H. John. *The Physics of Vibrations and Waves*. 4th ed. John Wiley and Sons, 1997. ISBN 978-0-470-01295-6.
- [2] SALEH, Bahaa E. A. a Malvin Carl TEICH. *Základy fotoniky: Fundamentals of photonics*. Neuvedeno. Praha: Matfyzpress, 1994-1996. ISBN 80-858-6301-4.
- [3] FERDJANI, Hicheme. *Introduction aux vibrations mécaniques: (Physique 03)*. [online]. [cit. 2022-04-26]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/323243128\\_Introduction\\_aux\\_vibrations\\_mecaniques\\_Physique\\_03](https://www.researchgate.net/publication/323243128_Introduction_aux_vibrations_mecaniques_Physique_03)
- [4] MIKŠ, Antonín. *Fyzika 3*. Vyd. 1. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2008. ISBN 9788001040003.
- [5] COURSEY, PHILIP R. a K. G. BRAND. Dielectric Constants of Some Titanates. *Nature* [online]. 1946, **157**(3984), 297-298 [cit. 2022-03-19]. ISSN 0028-0836. Dostupné z: doi:10.1038/157297c0
- [6] ROBERTS, Shepard. Dielectric and Piezoelectric Properties of Barium Titanate. *Physical Review* [online]. 1947, **71**(12), 890-895 [cit. 2022-03-19]. ISSN 0031-899X. Dostupné z: doi:10.1103/PhysRev.71.890
- [7] JAFFE, B., R. S. ROTH a S. MARZULLO. Piezoelectric Properties of Lead Zirconate-Lead Titanate Solid-Solution Ceramics. *Journal of Applied Physics* [online]. 1954, **25**(6), 809-810 [cit. 2022-03-19]. ISSN 0021-8979. Dostupné z: doi:10.1063/1.1721741
- [8] RÖDEL, Jürgen, Wook JO, Klaus T. P. SEIFERT, Eva-Maria ANTON, Torsten GRANZOW a Dragan DAMJANOVIC. Perspective on the Development of Lead-free Piezoceramics. *Journal of the American Ceramic Society* [online]. 2009, **92**(6), 1153-1177 [cit. 2022-03-19]. ISSN 00027820. Dostupné z: doi:10.1111/j.1551-2916.2009.03061.x

- [9] GUO, R., L. E. CROSS, S-E. PARK, B. NOHEDA, D. E. COX a G. SHIRANE. Origin of the High Piezoelectric Response in  $\text{PbZr}_{1-x}\text{Ti}_x\text{O}_3$ . *Physical Review Letters* [online]. 2000, **84**(23), 5423-5426 [cit. 2022-03-19]. ISSN 0031-9007. Dostupné z: doi:10.1103/PhysRevLett.84.5423
- [10] RÖDEL, Jürgen a Jing-Feng LI. Lead-free piezoceramics: Status and perspectives. *MRS Bulletin* [online]. 2018, **43**(8), 576-580 [cit. 2022-03-19]. ISSN 0883-7694. Dostupné z: doi:10.1557/mrs.2018.181
- [11] ERHART, Jiří, Petr PŮLPÁN a Martin PUSTKA. *Piezoelectric Ceramic Resonators* [online]. Cham: Springer International Publishing, 2017 [cit. 2022-03-19]. Topics in Mining, Metallurgy and Materials Engineering. ISBN 978-3-319-42480-4. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-319-42481-1
- [12] DURAN, P. a C. MOURE. Piezoelectric ceramics. *Materials Chemistry and Physics* [online]. 1986, **15**(3-4), 193-211 [cit. 2022-03-19]. ISSN 02540584. Dostupné z: doi:10.1016/0254-0584(86)90001-5
- [13] LI, Jing Feng. *Lead-Free Piezoelectric Materials*. 1st ed. John Wiley & Sons, 2020. ISBN 3527817077.
- [14] SUNAR, Mehmet. 2.22 Piezoelectric Materials. *Comprehensive Energy Systems* [online]. Elsevier, 2018, s. 696-719 [cit. 2022-03-19]. ISBN 9780128149256. Dostupné z: doi:10.1016/B978-0-12-809597-3.00248-0
- [15] REGTIEN, Paul a Edwin DERTIEN. Acoustic sensors. *Sensors for Mechatronics* [online]. Elsevier, 2018, s. 267-303 [cit. 2022-03-19]. ISBN 9780128138106. Dostupné z: doi:10.1016/B978-0-12-813810-6.00009-4
- [16] SALEH, Bahaa E. A. a Malvin Carl TEICH. *Fundamentals of photonics*. New York: Wiley, 1991. ISBN 0-471-83965-5.
- [17] SCHRÖDER, Gottfried. *Technická optika*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1981.
- [18] MICHELSON, Albert Abraham. *LIGHT WAVES AND THEIR USES*. 2nd ed. Chicago: The University of Chicago Press, 1903.



- [19] ČSN ISO 16063-21 (011417): *Metody kalibrace snímačů vibrací a rázů - Část 21: Kalibrace vibracemi porovnáním s referenčním snímačem*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2004.
- [20] VON MARTENS, Hans-Jürgen. Investigations into the Uncertainties of Interferometric Measurements of Linear and Circular Vibrations. *Shock and Vibration* [online]. 1997a, **4**(5-6), 327-340 [cit. 2022-03-19]. ISSN 1070-9622. Dostupné z: doi:10.1155/1997/183527
- [21] MARTENS, H-J von. Interferometric Counting Methods for Measuring Displacements in the Range 10<sup>-9</sup> m to 1 m. *Metrologia* [online]. 1987, **24**(4), 163-170 [cit. 2022-03-19]. ISSN 0026-1394. Dostupné z: doi:10.1088/0026-1394/24/4/002
- [22] VON MARTENS, Hans-Jürgen. Investigations into the Uncertainties of Interferometric Measurements of Linear and Circular Vibrations. *Shock and Vibration* [online]. 1997b, **4**(5-6), 327-340 [cit. 2022-03-19]. ISSN 1070-9622. Dostupné z: doi:10.1155/1997/183527
- [23] HECHT, Eugene. *Optics*. Fifth edition, global edition. Boston: Pearson Education Limited, 2017. ISBN 978-1-292-09693-3.
- [24] KONOPA, Vojtěch. *Měření vibrací pomocí Michelsonova interferometru* [online]. Liberec, 2020 [cit. 2022-03-19]. Dostupné z: <https://dspace.tul.cz/handle/15240/158037>. Bakalářská práce. Technická univerzita v Liberci, Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická, Katedra Fyziky.
- [25] MULTI LAYER PIEZO TRANSFORMER 53 KHZ 4W. In: *STEMINC* [online]. USA [cit. 2022-03-19]. Dostupné z: <https://www.steminc.com/PZT/en/multi-layer-piezo-transformer-53-khz-4w>
- [26] Equivalent circuit parameters. In: *STEMINC* [online]. USA [cit. 2022-03-19]. Dostupné z: <http://www.steminc.com/piezo/EquipCircuitPT.asp>

## 7. Seznam příloh

Příloha A: Matematický model závislosti výchylky na frekvenci při 40 V

Příloha B: Matematický model závislosti transformačního koeficientu na frekvenci při 40 V

Příloha C: Graf impedanční analýzy

Příloha D: Graf závislosti výchylky na napětí

Příloha E: Graf jednotlivých maximálních výchylek

Příloha F: Graf výchylek pro 40 kHz

Příloha G: Graf výchylek pro 60 kHz

Příloha H: Jednotlivá měření dle napětí

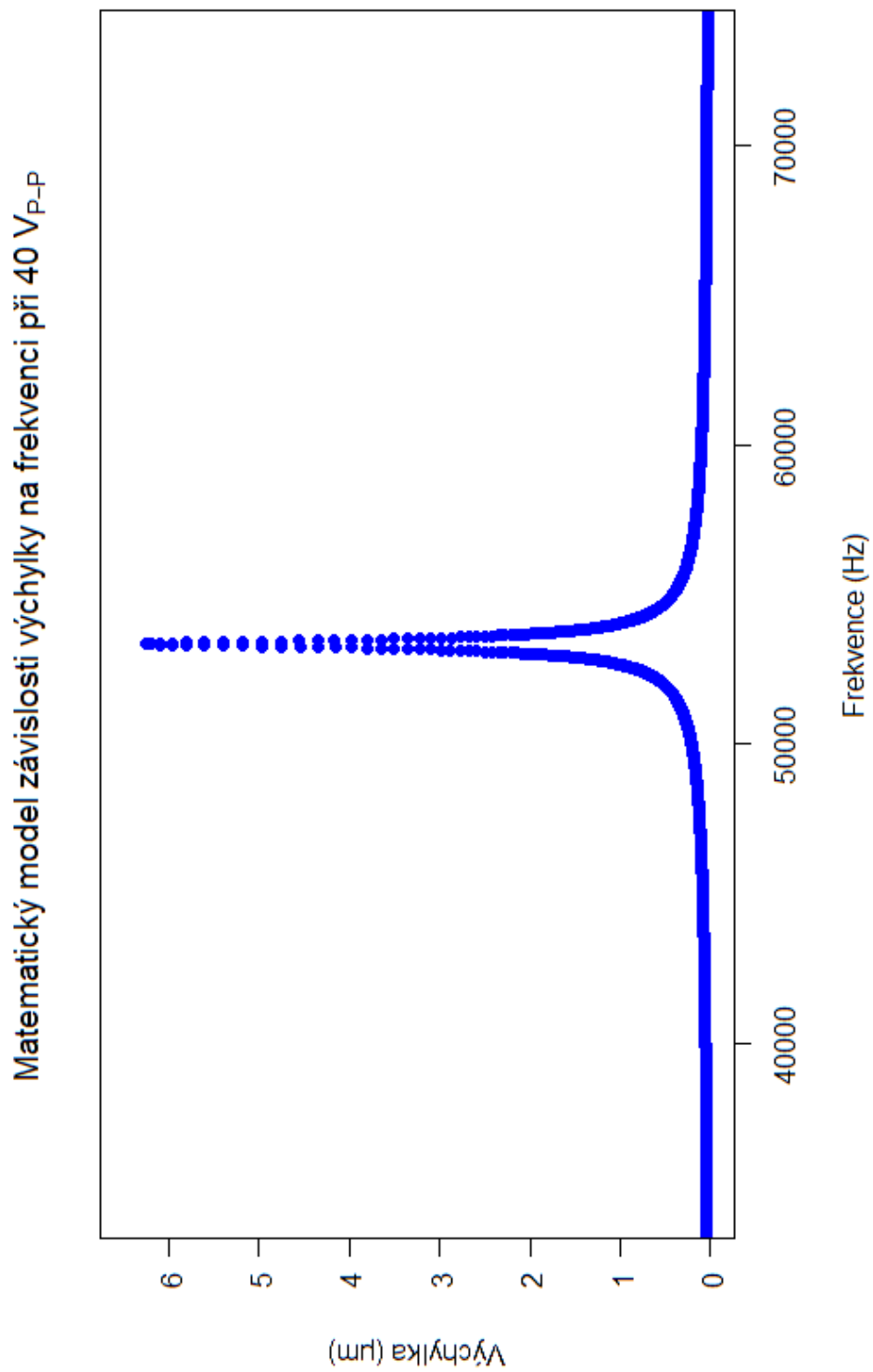
Příloha I: Porovnání pozice rezonance vzhledem ke frekvenci při 40 V

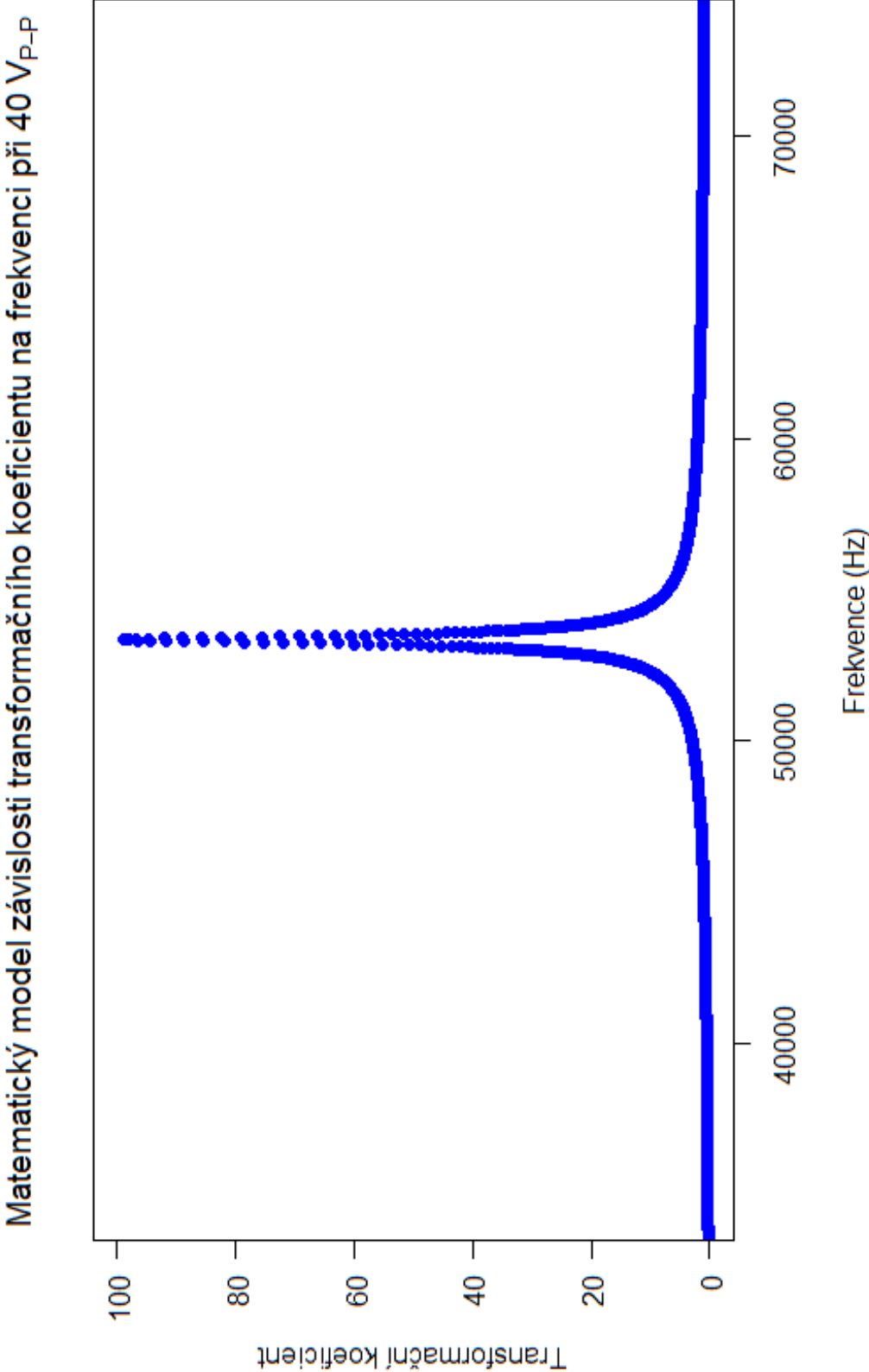
Příloha J: Program v prostředí Matlab na převod dat z interferometru do použitelného formátu v tabulkovém kalkulátoru

Příloha K: Kód pro tvorbu matematického modelu piezoelektrického transformátoru

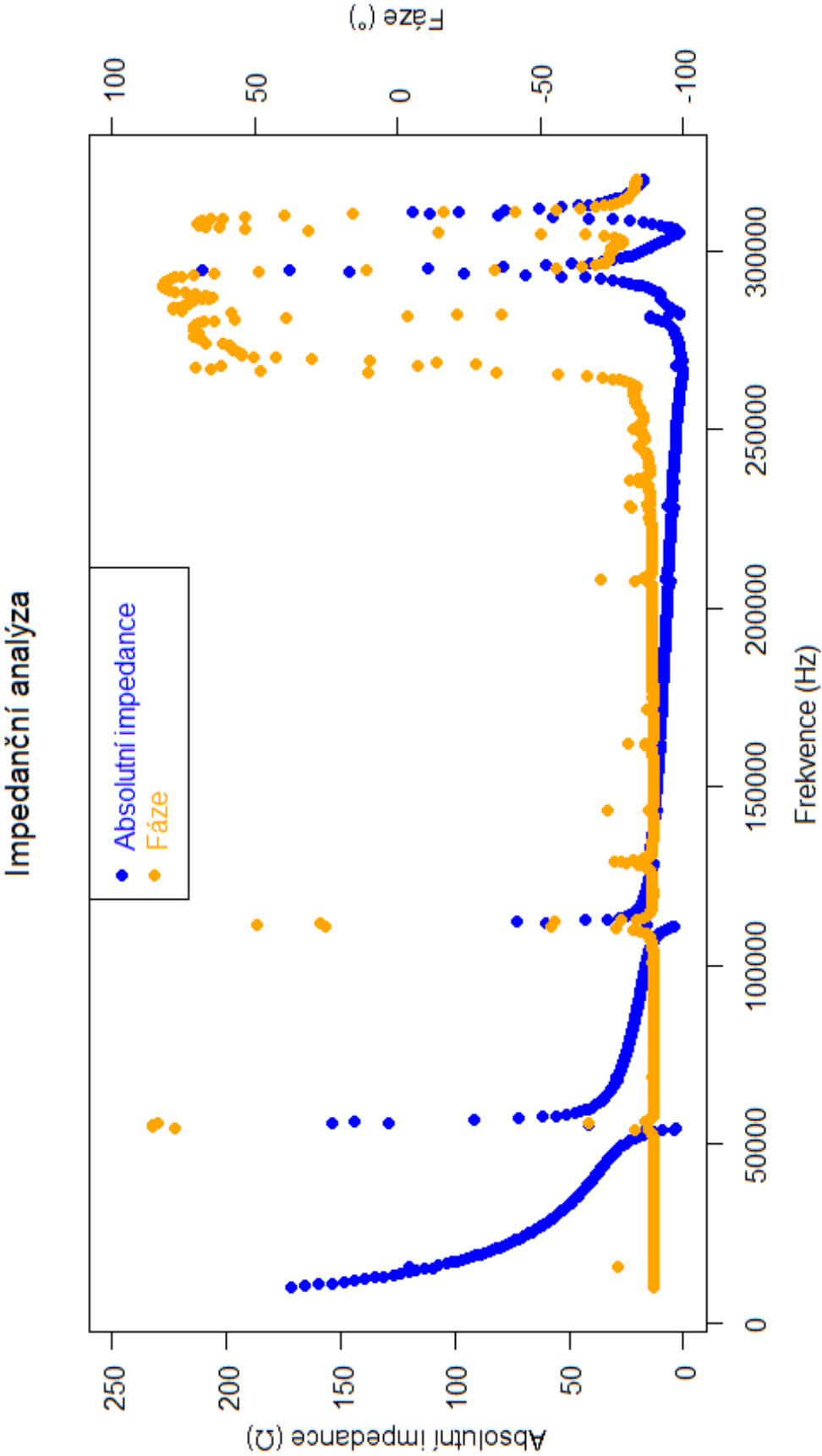
## 8. Přílohy

Příloha A: Matematický model závislosti výchylky na frekvenci při 40 V<sub>P-P</sub>

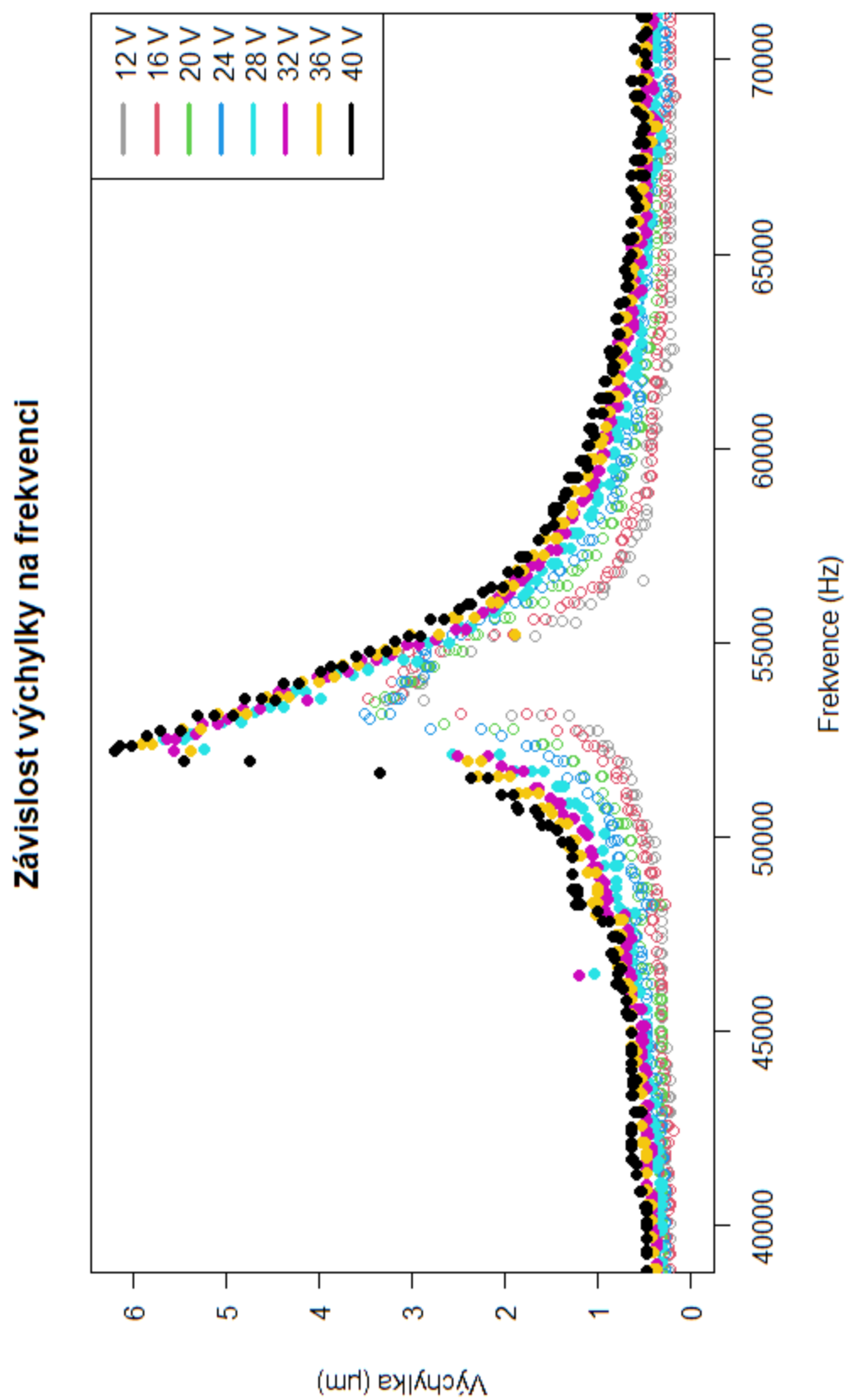


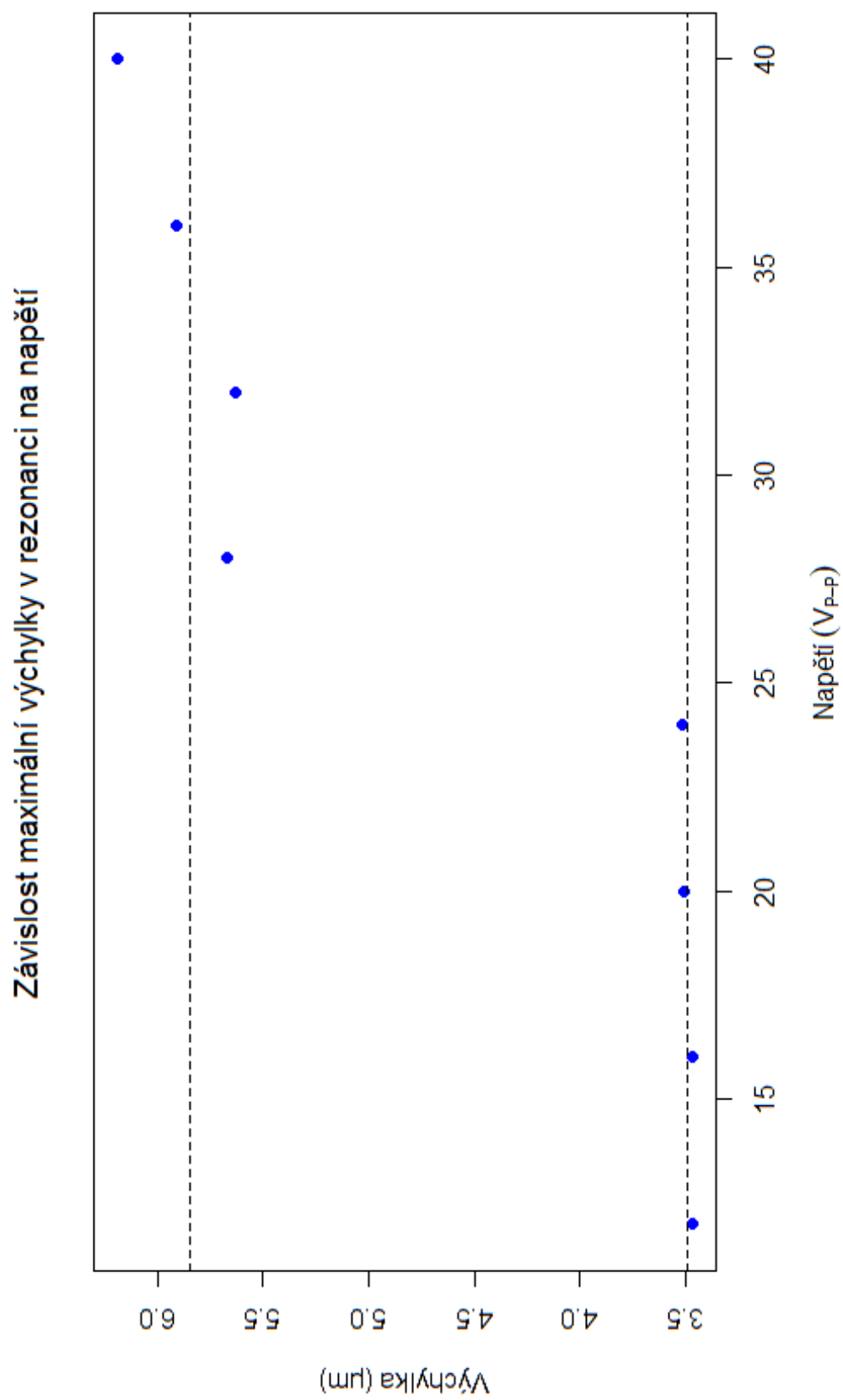


Příloha C: Graf impedanční analýzy

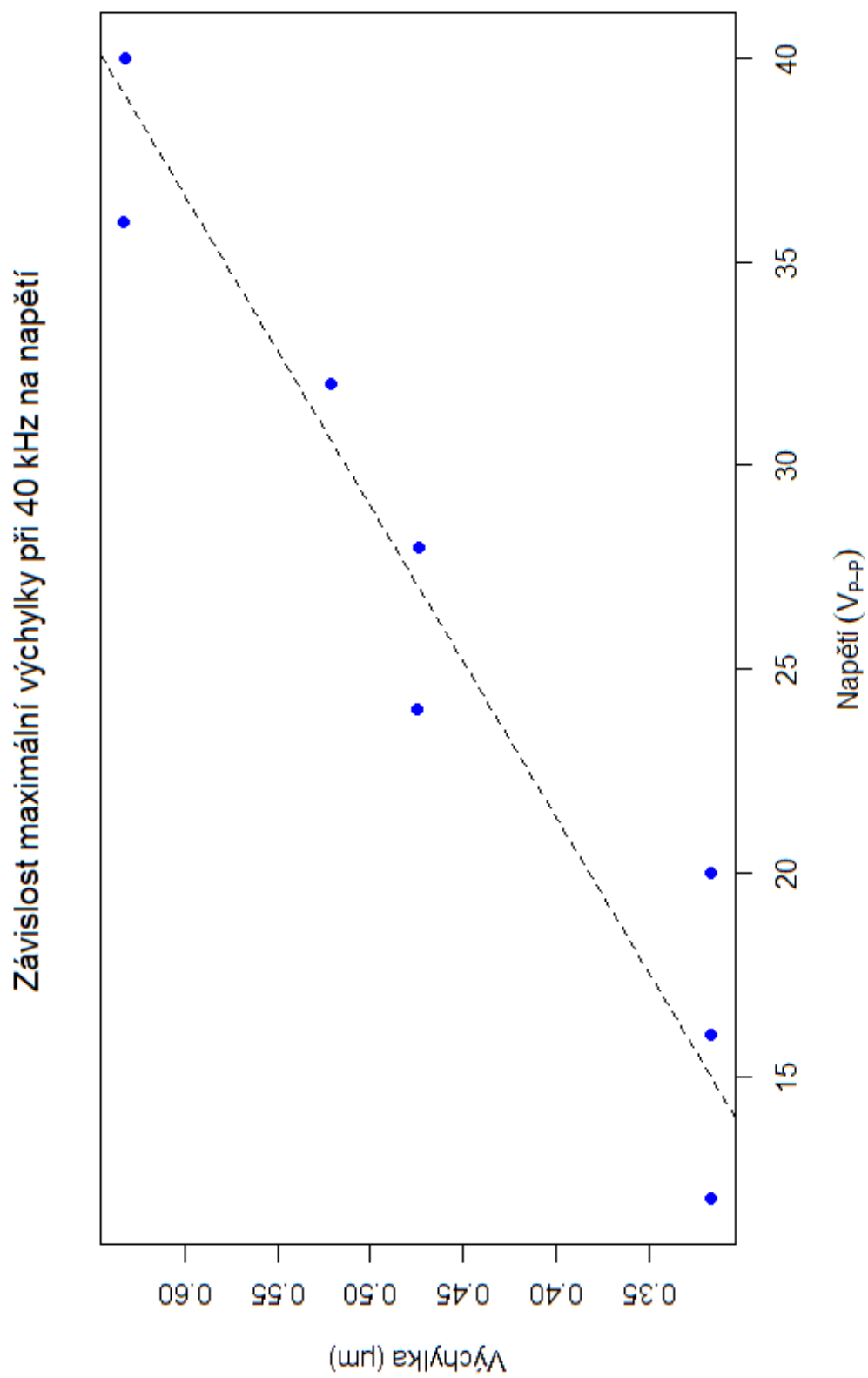


Příloha D: Graf závislosti výchylky na napětí

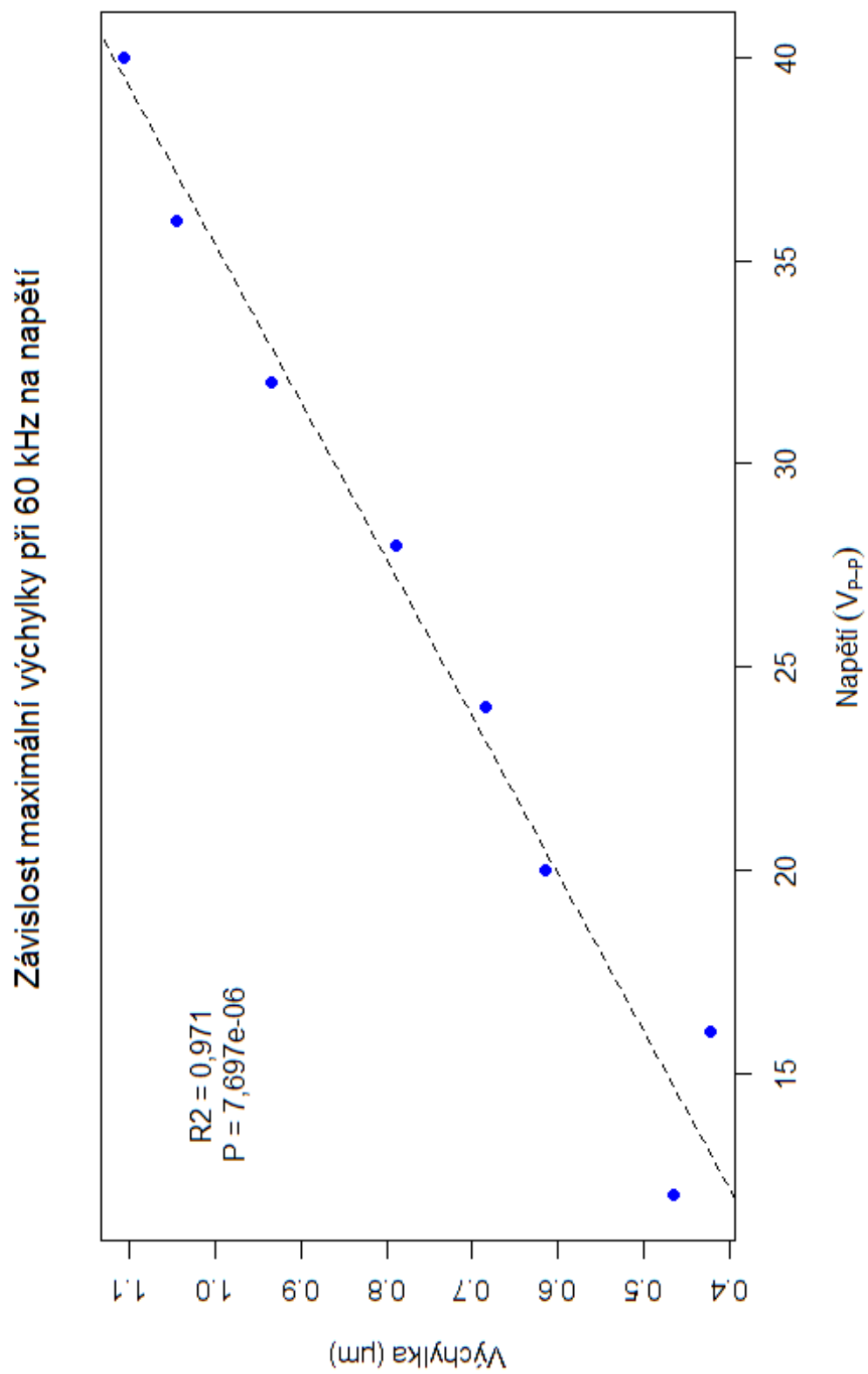




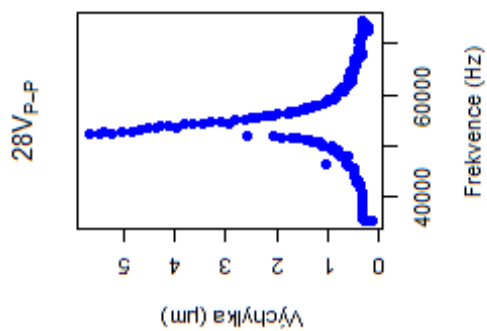
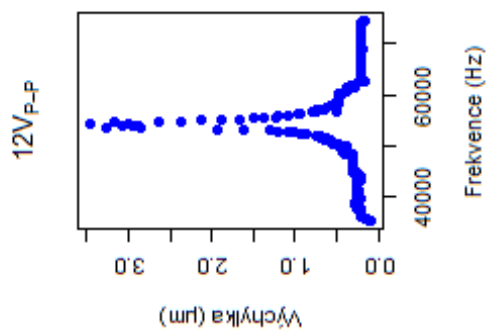
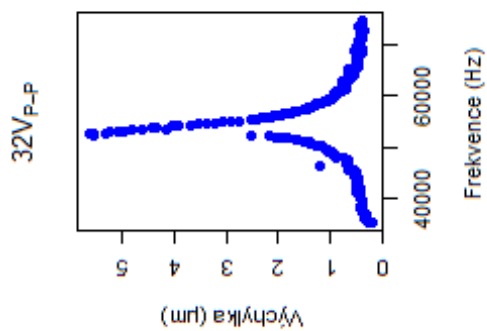
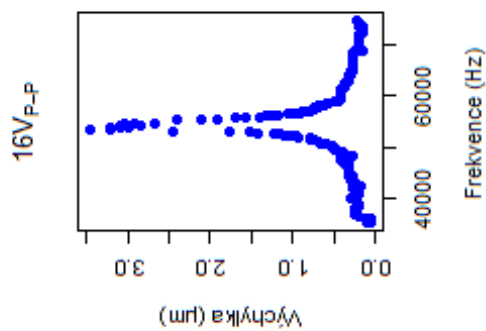
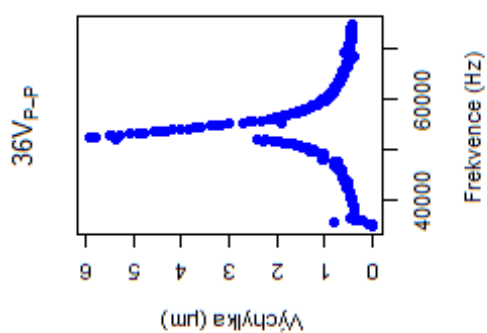
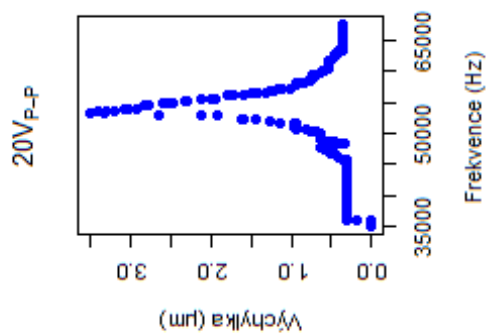
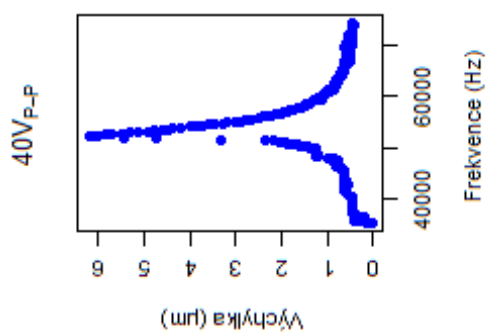
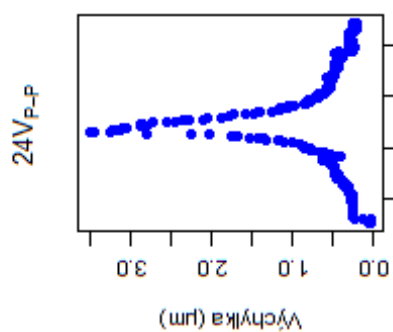
Příloha F: Graf výchylek pro 40 kHz



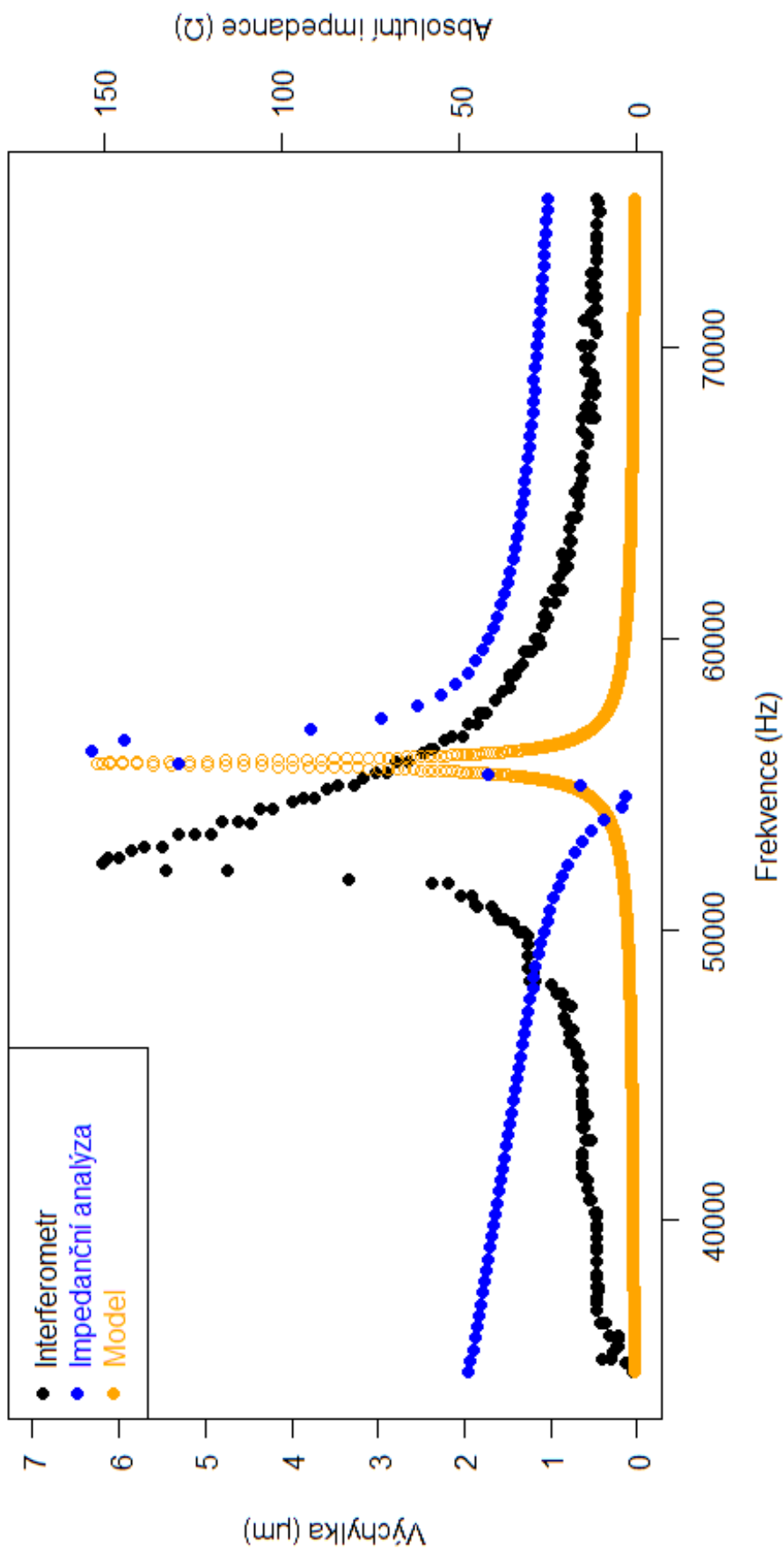




# Příloha H: Jednotlivá měření dle napětí



Porovnání pozice rezonance vzhledem ke frekvenci při 40V<sub>P-P</sub>



Příloha J: Program v prostředí Matlab na převod dat z interferometru do použitelného formátu v tabulkovém kalkulátoru

```

1. function txt_converter_NEW_two_inputs(graph)
2. %creates new txt file and cell file with numbers extracted from input.txt
3. %file
4. %input int graph
5. %output new txt file and cell file
6.
7. %get the user input
8. prompt = {'Enter file name to import:', 'Enter "1" for freq or "2" for numbers:'};
9. dlgtitle = 'Input';
10. dims = [1 35];
11. definput = {'1000mV (3)', '1'};
12. answer = inputdlg(prompt,dlgtitle,dims,definput);
13. %load the txt file into cells
14. nameOfFile=answer{1};
15. file=fopen(strcat(nameOfFile, '.txt')); %here comes the file name
16. line = fgetl(file);
17. cellOfLines = cell(0,1);
18. while ischar(line) %while there are chars on next line, put the whole line
19.     cellOfLines(end+1,1) = line; %into a cell, that expand on each iteration
20.     line = fgetl(file);
21. end
22. fclose(file);
23. %now the txt file is loaded into a cell array
24. %deleting all empty cells
25. cellOfLines(strcmp('', cellOfLines)) = [];
26. [m,~]=size(cellOfLines);
27. epsilon=1:m;
28. %here comes the wavelength of laser in interferometer in meters
29. lambda=6.33*10^(-7);
30. %creating new cell with 2 columns
31. %puts every other line into second column
32. n=m/2;
33. newCell=cell(n,2);
34. for i=1:n
35.     newCell{i,1}=cellOfLines{i*2-1,1};
36.     newCell{i,2}=cellOfLines{i*2,1};
37. end
38. %either this one or the next for, depends on frequency or ADIVB
39. %"1" for frequency or "2" for numbers
40. if str2num(answer{2})==1
41.     for i=1:1:n
42.         newCell{i,1}=frequence_analyzer(newCell{i,1},10);
43.     end
44.     for i=1:1:n
45.         newCell{i,2}=frequence_analyzer(newCell{i,2},10);
46.     end
47. elseif str2num(answer{2})==2
48.     for i=1:1:n
49.         newCell{i,1}=number_analyzer(newCell{i,1},12);
50.     end
51.     for i=1:1:n
52.         newCell{i,2}=number_analyzer(newCell{i,2},12);
53.     end
54. end
55. helpCell=cell2mat(newCell);
56. for i=1:1:m
57.     %now calculating epsilon as a dynamic displacement
58.     epsilon(i)=(lambda.*helpCell(i)/8);
59. end
60. % i am not using print to file, cause it wont creater two columns
61. % endFile=fopen(strcat(nameOfFile, 'OUT', '.txt'), 'w');
62. % fprintf(endFile, '%E\r\n', newCell{:});
63. % fclose(endFile);
64. %and excell file

```

```

65. xlsxwrite(strcat(nameOfFile, '_OUT'), newCell);
66. %if i want a graph 1 in input means yes; 0 no
67. %if graph==0
68. %    graph_of_frequencies(newCell, epsilon);
69. %end
70. end

```

```

1. function f = frequency_analyzer(string, g)
2. %finds if number in string is given in Hz, kHz or Mhz
3. %takes that number from an input string and gives it equivalent factor
4. %can be changed to reflect Ghz or other frequencies
5. %input string string
6. %output f number
7. if ~isreal(g) || ~isscalar(g)
8.     f=0;
9. end
10. if string == ""
11.     f=0;
12. end
13. refHertz='H';
14. hertzLocation=strfind(string, refHertz);
15. %refNumber=[0:9];
16. %numberLocation=strfind(string, refNumber) %TODO
17. try
18.     characterBeforeHz=string(hertzLocation(1)-1);
19. catch MException
20.     disp(MException)
21.     f=0;
22. end
23. format long g
24. switch characterBeforeHz
25.     case 'G'
26.         product=10^9;
27.         i=1;
28.         k=0;
29.     case 'M'
30.         product=10^6;
31.         i=1;
32.         k=0;
33.     case 'm'
34.         product=10^6;
35.         i=1;
36.         k=0;
37.     case 'k'
38.         product=10^3;
39.         i=1;
40.         k=0;
41.     case 'K'
42.         product=10^3;
43.         i=1;
44.         k=0;
45.     case ''
46.         product=1;
47.         i=0;
48.         k=1;
49.     otherwise
50.         product=1;
51.         i=0;
52.         k=1;
53. end
54. %the g is the number of characters the converter starts before 'Hz'
55. %eq. 371.495 Hz is g=8, i am inserting it as a parameter when calling this
56. %function
57. number=str2double(string(hertzLocation(1)-g-i:hertzLocation(1)-1-i-k));
58. f=number*product;
59. end

```

Příloha K: Kód pro tvorbu matematického modelu piezoelektrického transformátoru

```

ln[364]= b = 0.0021;
w = 0.0061;
l1 = 0.0228;
l2 = 0.030 - l1;
d31 = -140 * 10^-12;
d33 = 320 * 10^-12;
e0 = 8.854 * 10^-12;
Ro = 7750;
Qm = 220;
e33T = 1250 e0;
S11E = 13 * 10^-12;
S11E = S11E (1 - (1 / (1.2 Qm)));
S33E = 17 * 10^-12;
S33E = S33E (1 - (1 / (0.83 Qm)));

k31 = sqrt((d31^2) / (e33T S11E));

k33 = sqrt((d33^2) / (e33T S33E));

S33D = S33E (1 - k33^2);

V1 = 40;

f1 = 2 pi f sqrt(Ro S11E);
f2 = 2 pi f sqrt(Ro S33D);

AA = (1 - Cos[f1 l1]) / Cos[f1 l1];

BB = (1 - Cos[f2 l2]) / Cos[f2 l2];
CC = (Sin[f2 l2]) / (f2 l2 Cos[f2 l2]) + 1 / k33^2;
DD = (f1 Sin[f1 l1]) / (S11E Cos[f1 l1]) + (f2 Sin[f2 l2]) / (S33D Cos[f2 l2]);

Z2 = 1 / (-i 2 pi f (e33T (wb / l2) (1 - k33^2) (S33D l2 DD) / (k33^2 (S33D l2 CC DD - BB^2)));

T1 = i 2 pi f Z2 (e33T (wb / l2) (1 - k33^2) (d31 S33E AA BB l2) / (S11E d33 b (S33D l2 CC DD - BB^2)));

V2 = V1 T1;

A2 = (1 - k33^2) / k33^2 (d33 (S33D DD - BB f2 Sin[f2 l2]) / ((S33D l2 CC DD - BB^2) f2 Cos[f2 l2]) V2 +

```

$$\frac{d31 AA S33D (BB - f2 l2 CC \sin[f2 l2])}{S11E b f2 \cos[f2 l2] (S33D l2 CC DD - BB^2)} V1;$$

$$B2 = -\frac{1 - k33^2}{k33^2} \frac{d33 BB}{S33D l2 CC DD - BB^2} V2 - \frac{d31 AA CC S33D l2}{S11E b (S33D l2 CC DD - BB^2)} V1;$$

$$u2 = A2 \sin[f2 l2] + B2 \cos[f2 l2];$$

In[304]=

In[300]= Plot[Abs[u2], {f, 52000, 55000}, PlotRange -> {10^-10, 7 x 10^-6}]

