UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Lenka Hrošová

Zlomky v českých učebnicích matematiky 1918-1955

Olomouc 2015 vedoucí práce: Mgr. Jitka Hodaňová, PhD.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem „Zlomky v českých učebnicích matematiky 1918-1955“ zpracovala samostatně za použití literatury a dalších zdrojů uvedených v seznamu.

V Olomouci dne: Lenka Hrošová

Na tomto místě bych chtěla poděkovat vedoucí své bakalářské práce Mgr. Jitce Hodaňové, PhD. za její odborné vedení, cenné rady a věnovaný čas při vzniku této práce.

OBSAH

ÚVOD

Zlomek je pojem, jehož podstata nám denně zasahuje do běžného života. Často si to vůbec neuvědomujeme. Už malé děti se setkávají se zlomky mnohem dříve než ve škole. Například, chtějí-li ke snídani jen půlku rohlíku nebo tři čtvrtě hrnku čaje. V těchto situacích samozřejmě o zlomcích nepřemýšlí jako o částech nějakého celku, a už vůbec se nepokoušejí s nimi počítat.

Zlomky jsou zařazeny do učiva matematiky sedmých tříd základních škol. Obecně se traduje, že žáci toto učivo nemají příliš v oblibě. Zpočátku čelí obtížím se samotným pochopením zlomků a posléze mají problémy i s počítáním se zlomky. O této skutečnosti jsem měla možnost se přesvědčit během doučování matematiky jedné žákyně, která stěží chápala, co vlastně zlomky představují, co je to část celku, nebo že $\frac{5}{1}$ je vlastně jiný způsob zápisu čísla 5.

Když si vzpomenu na mou 7. třídu, uvědomuji si, že jsem do této skupiny žáků nepatřila. Zlomky a počítání s nimi mě dokonce bavilo, a to je jedním z důvodů, proč jsem si právě zlomky vybrala jako téma bakalářské práce.

Samotná problematika zlomků není tak široká, proto na zlomky nahlížím částečně i z historického hlediska. Konkrétně se v této práci zabývám zlomky v úlohách učebnic matematiky používaných v letech 1918-1955.

Cílem bakalářské práce je stručně popsat historii a teorii zlomků, prostudovat české učebnice matematiky 1918-1955 a z těchto učebnic uvést a vyřešit některé úlohy zaměřené na počítání se zlomky. Dalším cílem bylo vytvořit test pro žáky základní školy a touto cestou ověřit jejich schopnost vypočítat úlohy z výše zmiňovaných učebnic matematiky.

Bakalářská práce má teoretickou a praktickou část. Teoretická část je dále rozdělena na čtyři kapitoly.

První kapitola pojednává o historii zlomků. V jednotlivých podkapitolách jsou shrnuty poznatky o zápisu a počítání se zlomky starověkých a středověkých civilizací.

Druhá kapitola obsahuje teoretické údaje o zlomcích, o způsobu zápisu zlomků, vysvětlení pojmů, jako je pravý a nepravý zlomek, složený zlomek, apod. a v neposlední řadě je zde zmínka o početních operacích se zlomky.

Ve třetí kapitole je vyřešeno 30 příkladů z českých učebnic matematiky z let 1918-1955.

Čtvrtá kapitola se pak zabývá praktickým využitím zlomků a počítáním se zlomky. Dále jsou zde uvedeny příklady úloh z praxe z učebnic matematiky (historických i současných).

V praktické části bakalářské práce jsou zpracovány výsledky testu, který řešili žáci základní školy. Test je sestaven z příkladů z učebnic a početnic matematiky vydaných v letech 1918-1955.

TEOREТICKÁ ČÁST

1 HISTORIE ZLOMKŮ

Vznik zlomků je datován do dávných dob, ze kterých neexistuje příliš velké množství informací a důkazů, jak tento proces probíhal. Lze předpokládat, že zlomky vznikaly především díky hospodářským potřebám tehdejší populace, jako jsou například měření pole, měření objemů nádob, dělení úrody apod.[1]

Do dnešní doby se dochovaly některé poznatky o zápisu a způsobu počítání se zlomky některých starověkých i středověkých národů.

1.1 Mezopotámie

Tabulky s matematickými texty, ze kterých můžeme vyčíst způsob počítání v Mezopotámii, pochází z doby staré babylonské říše, tj. z druhého tisíciletí př. n. l.[2] Z těchto pramenů víme, že obyvatelé Mezopotámie, Sumerové, počítali v šedesátkové číselné soustavě. Pro zápis čísel používali poziční soustavu, ve které se po zjednodušení opakovaly pouze dva symboly  a . Stejným způsobem jako celá čísla zaznamenávali i zlomky, avšak pro zlomky $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ a $\frac{2}{3}$ existovaly speciální symboly.[3]

Ačkoli byl zápis některých čísel i zlomků nejednoznačný, počítalo se v této šedesátkové soustavě dobře. Nebylo potřeba zvláštních pravidel pro počítání se zlomky; početní úkony byly stejné pro počítání se zlomky i pro celá čísla. Pouze ve výsledku se určily řády.[4] Šedesátinný způsob zapisování a počítání se zlomky, se i kromě jiných soustav, udržel po celý středověk. Byl předchůdcem počítání s desetinnými zlomky.[5]

1.2 Egypt

Jak dokazuje Ahmesův papyrus, počítání se zlomky Egypťanů se od Sumerů značně lišilo. Egypťané počítali především se zlomky s čitatelem 1, známy jim byly ale i zlomky $\frac{2}{3}$ a $\frac{3}{4}$. Ostatní zlomky s čitatelem různým od 1 vyjadřovali součtem zlomků právě s čitatelem 1.[6] Zlomky s čitatelem jedna, tzv. kmenné zlomky, byly značeny hieroglyfem „ra“ .[7]

---

[1] BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*, s. 62 – 63.
[2] KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*, s. 43.
[3] Tamtéž, s. 46 - 48.
[4] Tamtéž, s. 49.
[5] BALADA: *Z dějin …*, s. 63.
[6] Tamtéž, s. 63.
[7] KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky…*, s. 37.

Díky kmenným zlomkům a zlomku $\frac{2}{3}$ mohli Egypťané obecně dělit celá čísla podle schématu zdvojnásobování,[8] které bude vysvětleno v kapitole 1.2.1.

V dalších pramenech nacházíme způsoby vyjádření zlomků tvaru $\frac{2}{n}$ pomocí součtu kmenných zlomků. Pro sudé *n*, byl zlomek $\frac{2}{n}$ nahrazen zlomkem zkráceným. Pro lichá *n* byla vyhotovena tabulka, podle které se zlomek rozkládal nejčastěji takto: $\frac{2}{n} = \frac{2}{n+1} + \frac{2}{n*(n+1)}$, např.: $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.[9] Existují i jiné rozklady, jako například v již zmíněném Ahmesově papyru, kde se setkáváme s tabulkou, v níž je poslední zlomek, tj. zlomek $\frac{2}{101}$, vyjádřen takto: $\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + \frac{1}{606}$. Dodnes není objasněno, proč Egypťané dodržovali tento složitý postup a neurčili zlomek $\frac{2}{101}$ jako součet dvou zlomků o stejném jmenovateli a čitateli 1, tedy $\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{101}$.[10]

1.2.1 Způsob dělení ve starém Egyptě

Egypťané používali pro dělení celých čísel schéma zdvojnásobování. To spočívalo ve vytvoření následující tabulky. Např. pro zadání 195 : 13 sestrojili tabulku:

/1	13
/2	26
/4	52
/8	104
15	195

V pravém sloupci tabulky zdvojnásobovali číslo 13, dokud součet těchto čísel nebyl roven 195. Na základě toho, pomocí kterých čísel dostali součet 195, označili šikmou čárkou odpovídající čísla v levém sloupci. Součet označených čísel v levém sloupci odpovídal

[8] KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku,* s. 37 – 38.
[9] Tamtéž, s. 38.
[10] BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky,* s. 64.

hledanému podílu, v našem případě číslu 15. V obecném případě, tedy při dělení se zbytkem, užívali zlomků a nám již známý vzorec pro rozklad zlomku $\frac{2}{n}$.[11]

Příklad: 28 : 5

„Egypťané vytvořili tabulku podle předchozího vzoru:

/1	5
2	10
/4	20.

V ní našli, že 5 + 20 = 25, což je menší než 28. Tedy součet odpovídajících čísel v levém sloupci 1 + 4 = 5 nebyl ještě hledaným výsledkem. Nyní místo dalšího zdvojnásobování v pravém sloupci (což by bylo zbytečné) napsali v levém sloupci $\frac{1}{5}$, pak $\frac{2}{5}$, pro které našli v rozkladu zlomků $\frac{2}{n}$ rozklad $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$. To znamená, že pokračovali v tabulce:

/$\frac{1}{5}$	1
/$\frac{2}{5}$	2.

Když pak sečetli všechna označená čísla v levém sloupci (místo $\frac{2}{5}$ psali $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$), získali hledaný podíl $5 + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$.“[12]

Díky Leonardu Pisánskému a jiným tehdejším matematikům se znalosti a poznatky egyptského národa o počítání se zlomky dostávají i do západní Evropy a objevují se v různých středověkých učebnicích.[13]

1.3 Řím

Pro starověké Římany neměla teoretická matematika význam. Zabývali se především těmi matematickými úlohami, které měly praktické využití. Mezi ně patřily i zlomky, neboť pomocí zlomků dělili mimo jiné jejich tehdejší peněžní jednotku „as“. As se dělil na 12 uncií,

[11] KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*, s. 36.
[12] Tamtéž, s. 38.
[13] BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*, s. 64.

z čehož vyplývá, že počítali se zlomky o jmenovateli 12, případně se zlomky, které měly ve jmenovateli násobky dvanácti. Zlomek $\frac{12}{12}$ tedy představoval jeden as, zlomek $\frac{11}{12}$ se nazýval deunx (de uncia – bez uncie), $\frac{4}{12}$ nesly název triens (třetina), apod. Tyto názvy pro díly asu se postupem času přenesly i na jiné zlomky, vyjadřující části jiných celků než peněžní jednotky asu.[14]

Tento římský způsob počítání byl uznáván v raném středověku až do 12. století, poté už se dál nevyvíjel.[15]

1.4 Řecko

Řečtí matematici využívali zlomků při dělení, zvláště pak při dělení se zbytkem. Zlomky vyjadřovali třemi způsoby:

1. Egyptské kmenné zlomky tvaru $\frac{1}{n}$. Těmto kmenným zlomkům přiřazovali „doplňkový zlomek“ $\frac{n-1}{n}$. Součet kmenného zlomku a jeho doplňkového zlomku se rovnal číslu 1. Zpočátku Řekové zapisovali kmenné zlomky slovně, později pomocí symbolů, např. $\frac{1}{3}$ = γ´´, ale ani tento zápis nebyl jednoznačný; pro $\frac{1}{3}$ existovaly i jiné symboly.[16]
2. Jiným způsobem se zapisovaly zlomky tvaru $\frac{m}{n}$, které Řekové považovali za *m*-násobky kmenných zlomků $\frac{1}{n}$ nebo také za způsob vyjádření operace dělení *m : n*. Ovšem ani zápis obecných zlomků nebyl jednotný.[17]
3. Asi nejdokonalejší zápis zlomků byl ten, že se nad čitatele napsal jmenovatel. Tímto způsobem zápisu zlomků se Řekové přiblížili našemu označování zlomků, které má své kořeny pravděpodobně v Indii.[18]

---

[14] BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*, s. 64.
[15] Tamtéž, s. 64 - 65.
[16] KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*, s. 81.
[17] Tamtéž, s. 81 – 82.
[18] Tamtéž, s. 82.

Ani Řekům nechyběly znalosti počítání se zlomky. Uměli zlomky převádět na společného jmenovatele, krátit i rozšiřovat. Jako pomůcka při sčítání a odčítání kmenných zlomků jim sloužily zvláštní tabulky, které byly zřejmě inspirovány tabulkami starých Egypťanů.[19]

1.5 Indie

Tak jako ostatní národy i Indové počítali nejprve se zlomky s čitatelem 1, ale velmi brzy začali počítat i se zlomky s jinými čitateli, např.: $\frac{3}{8}$ a $\frac{2}{7}$. Z prací indických matematiků z 6. století n. l. se dovídáme, že už v té době shromáždili velké množství poznatků o zlomcích. Způsob jakým Indové zapisovali zlomky je téměř shodný s naším. V zápisu chybí pouze zlomková čára.[20]

V indické matematice byly známy také všechny čtyři početní operace se zlomky. Indický matematik Bráhmagupta učí: „Součin z čitatelů dělený součinem ze jmenovatelů je násobení…“.[21]

Příklady, které Indové zadávali svým žákům, byly zpravidla zadávány tak, aby výsledek vyšel co nejjednodušší. Například matematik Mahavira nechává své žáky sečíst zlomky: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{36} + \frac{1}{180} = 1$. Při převádění zlomků na společného jmenovatele indičtí matematici nehledali společný násobek, nýbrž vynásobili všechny jednotlivé jmenovatele zlomků. Tento nevhodný zvyk můžeme zaznamenat i u některých dnešních žáků.[22]

Znalosti indických matematiků o zlomcích se rozšířili do celé západní Evropy.[23]

1.6 Evropa

Jak už bylo řečeno, nauka o zlomcích se do Evropy dostala prostřednictvím děl matematiků, kteří čerpali ze zápisků arabských, egyptských a indických vědců. Nejvýznamnějšími jsou Leonardo Pisánský a Jordanus Nemorarius.[24]

V díle Leonarda Pisánského se konečně setkáváme se zlomkovou čárou, kterou poznal v dílech arabských matematiků, a nazývá ji „virgula“. Avšak všeobecně zavedena byla až

[19] KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*, s. 82.
[20] BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*, s. 65.
[21] Tamtéž
[22] Tamtéž, s. 67 – 68.
[23] Tamtéž, s. 65.
[24] Tamtéž, s. 64 – 65.

v 16. století, neboť středověcí počtáři kladli důraz spíše na rozšíření a propagaci počtů se zlomky, než na prohlubování teoretických poznatků.[25]

Německý matematik Nemorarius vysvětluje ve svém díle zajímavý způsob, jak dělit zlomek zlomkem. Bylo známo, že při dělení zlomků se „čitatel dělence dělí čitatelem dělitele a výsledek se pak lomí jmenovatelem dělence, děleným jmenovatelem dělitele." Pokud tento postup nebyl možný, tedy pokud čitatel dělence nebyl dělitelný čitatelem dělitele (nebo nastal tento problém u jmenovatelů), doporučuje „násobit čitatele i jmenovatele zlomku, který představuje dělence, součinem utvořeným z čitatele a jmenovatele dělitele." Například: $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3.5.7}{4.5.7} : \frac{5}{7} = \frac{3.7}{4.5}$.[26]

Počítáním se zlomky se zabývali i další evropští matematici. Například Petrus Apianus uvádí schéma, které usnadňovalo studium sčítání, odčítání, násobení a dělení zlomků, poněvadž mezi lidem bylo počítání se zlomky známo jako nejsložitější a tudíž nejméně oblíbené.[27]

V 16. století se evropská (i česká) matematika potýkala s problémem, který představovala nejednotnost v psaní čísel. Ta byla zapisována buď pomocí římských číslic (kterým se u nás říkalo „figury české") nebo číslicemi indickými (ty byly nazývány „figury latinské"). Tato skutečnost vedla českého matematika Jiřího Goerla z Goerlštejna k tomu, aby ve své knize uvedl vzor přepisu z lámání českými figurami na lámání figurami latinskými (lámaná čísla = zlomky). Převedení bylo provedeno takto: $\frac{ij}{iij} = \frac{1}{2}$, $\frac{iiij}{iiiij} = \frac{3}{4}$, $\frac{vj}{vij} = \frac{5}{6}$, atd.[28]

[25] BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*, s. 66.
[26] Tamtéž, s. 65.
[27] Tamtéž, s. 66.
[28] Tamtéž, s.68.

2 TEORIE ZLOMKŮ

Zlomek je způsob zápisu racionálního čísla ve tvaru $\frac{p}{q}$, kde p je celé číslo a q je celé číslo různé od nuly. Racionální číslo je třída všech ekvivalentních zlomků, což znamená, že totéž racionální číslo může být zapsáno několika zlomky. Tyto zlomky jsou si rovny.[29]

Zlomek je také chápán jako část nějakého celku, která je menší než celek. Uvažujeme ale i zlomky, které jsou větší než celek.[30] Takové zlomky nazveme nepravé (viz kapitola 2.4).

2.1 Zápis zlomků

Zlomky zapisujeme následujícím způsobem:

čitatel

$$\frac{a}{b}$$ zlomková čára

jmenovatel

Jmenovatel zlomku udává, na kolik stejných částí je celek rozdělen.

Čitatel sděluje, kolik těchto částí zlomek obsahuje.[31]

2.2 Zlomek v základním tvaru

Zlomek v základním tvaru je zlomek, jehož čitatel a jmenovatel jsou nesoudělná čísla.[32] Např.: $\frac{2}{3}, \frac{11}{21}, \frac{3}{7}, \dots$

2.3 Nula ve zlomku

1. Pokud je v čitateli zlomku nula, tedy zlomek obsahuje 0 částí, na které byl celek rozdělen, je zlomek roven nule. Např. $\frac{0}{4}, \frac{0}{6}, \dots$[33]
2. Ve jmenovateli nula být nesmí, neboť dělit celek na nula částí nemá smysl.[34]

[29] KOPECKÝ, Milan. *Aritmetika*, s. 36.
[30] HERMAN, Jiří, CHRÁPAVÁ, Vítězslava, JANČOVIČOVÁ, Eva a ŠIMŠA, Jaromír. *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií: Racionální čísla. Procenta*, s. 11.
[31] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 1. díl*, s. 3.
[32] Tamtéž, s. 12.
[33] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÙLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 14.

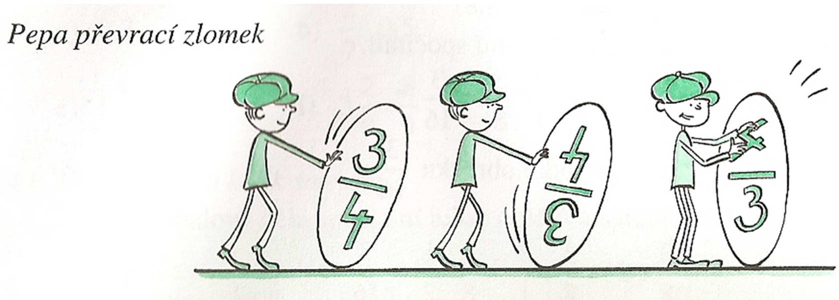
2.4 Pravý a nepravý zlomek

Zlomek nazýváme pravý, jestliže je jeho čitatel menší než jeho jmenovatel. (Zlomek je menší než 1). Označení nepravý zlomek používáme pro zlomky, jejichž čitatel je větší než jmenovatel. (Zlomek je tedy větší než 1). Nepravé zlomky lze zapsat celým číslem a zlomkem. Takovému zápisu říkáme smíšené číslo, které se skládá z celého čísla a zlomkové části.[35] Např.: $2\frac{1}{4}$, $3\frac{3}{5}$, …

2.5 Opačné a převrácené zlomky

Opačný zlomek ke zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomek $-\frac{a}{b}$. Zlomek $-\frac{a}{b}$ je záporný zlomek. Záporné zlomky jsou čísla opačná ke kladným zlomkům. Např. Zlomek $-\frac{4}{7}$ je záporné číslo opačné k číslu $\frac{4}{7}$. Záporné zlomky lze zapsat těmito způsoby: $-\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b}$ nebo $\frac{a}{-b}$.[36]

Převrácený zlomek ke zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomek $\frac{b}{a}$. Čili převrácený zlomek ke zlomku dostaneme tak, že zaměníme ve zlomku čitatele a jmenovatele.[37]



Obrázek 1: Pepa převrací zlomek. Převzato z: Odvárko, O. Matematika pro 7. Ročník základní školy.

2.6 Desetinný zlomek

Desetinné zlomky jsou zlomky, v jejichž jmenovateli jsou čísla 10, 100, 1000, atd.[38] (10^1, 10^2,…, 10^n, kde $n \in$ N).

[34] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÜLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 14.
[35] ŠAROUNOVÁ, Alena, ed. *Matematika 7, 1. Díl*, s. 93.
[36] Tamtéž, s. 112-113.
[37] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 1. díl*, s. 34.
[38] Tamtéž, s. 18.

Desetinný zlomek lze zapsat ve tvaru desetinného čísla:

$\frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad \frac{47}{100} = 0{,}47 \qquad \frac{52}{10} = 5{,}2.$ [39]

Chceme-li vyjádřit zlomek desetinným číslem, je třeba jej převést na desetinný zlomek a ten zapsat jako desetinné číslo nebo vydělit čitatele jmenovatelem. Např.: $\frac{17}{50} = \frac{17.2}{50.2} = \frac{34}{100} = 0{,}34$ nebo $17 : 50 = 0{,}34.$[40]

2.7 Porovnávání zlomků

a) Porovnávání zlomků se stejnými jmenovateli

Jestliže mají zlomky stejného jmenovatele, je větší ten, který má v čitateli větší číslo.[41] Např.: $\frac{2}{7} < \frac{4}{7}, \frac{8}{11} > \frac{6}{11}, \dots$

b) Porovnávání zlomků se stejnými čitateli

Ze dvou zlomků se stejnými čitateli je větší ten, který má ve jmenovateli menší číslo.[42] Např.: $\frac{3}{2} > \frac{3}{4}, \frac{6}{13} < \frac{6}{7}, \dots$

c) Porovnávání zlomků s různými jmenovateli

Zlomky s různými jmenovateli nejprve převádíme na společného jmenovatele.[43] Společným jmenovatelem zlomků může být jakýkoliv společný násobek jmenovatelů, ovšem nejvýhodnější je zvolit nejmenší společný násobek čísel ve jmenovateli.[44] Poté lze jednoduše porovnat tyto rozšířené zlomky se stejným jmenovatelem.[45]

Např.: $\frac{1}{5} \quad \frac{2}{3} \longrightarrow \frac{3}{15} \quad \frac{10}{15} \longrightarrow \frac{3}{15} < \frac{10}{15}$

[39] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÜLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 28.
[40] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 1. díl*, s. 19.
[41] PŮLPÁN: *Matematika pro základní …*, s. 24-25.
[42] Tamtéž
[43] ODVÁRKO: *Matematika…*, s. 15.
[44] Tamtéž, s. 24.
[45] Tamtéž, s. 15.

Obrázek 2: Porovnávání zlomků. Převzato z: Odvárko, O. Matematika pro 7. Ročník základní školy.

2.8 Operace se zlomky

2.8.1 Rozšiřování a krácení zlomků

Zlomek rozšíříme, když čitatele i jmenovatele zlomku vynásobíme stejným přirozeným číslem. Hodnota zlomku se při jeho rozšiřování nezmění.[46]

$\frac{a}{b} = \frac{a.x}{b.x}$, $b \neq 0$, $x \neq 0$ [47]

Zlomek zkrátíme, když čitatele i jmenovatele zlomku vydělíme stejným přirozeným číslem, které je společným dělitelem čitatele a jmenovatele. Hodnota zlomku se při jeho krácení nezmění.[48] $\frac{a}{b} = \frac{a:x}{b:x}$, $b \neq 0$, $x \neq 0$ [49]

2.8.2 Sčítání zlomků

1. Sčítání zlomků se stejnými jmenovateli

   Součet zlomků se stejnými jmenovateli je definován jako součet čitatelů lomený jmenovatelem (ten se pouze opíše).[50] Např.: $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{3+5}{11} = \frac{8}{11}$

2. Sčítání zlomků s různými jmenovateli

   Pro součet zlomků s různými jmenovateli je třeba nejprve zlomky převést na společného jmenovatele a poté zlomky se stejným jmenovatelem sečíst.[51]

   Např.: $\frac{1}{6} + \frac{5}{9} = \frac{3}{18} + \frac{10}{18} = \frac{3+10}{18} = \frac{13}{18}$

---

[46] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 1. díl*, s. 9.
[47] ŠAROUNOVÁ, Alena, ed. *Matematika 7, 1. Díl*, s. 98.
[48] ODVÁRKO: *Matematika*…, s. 11.
[49] ŠAROUNOVÁ: *Matematika*…, s. 98.
[50] ODVÁRKO: *Matematika*…, s. 22.

3. Sčítání smíšených čísel

Smíšená čísla lze sečíst tak, že provedeme zvlášť součet celků a zvlášť součet zlomkové části, nebo převedeme smíšená čísla na nepravé zlomky a ty pak sečteme.[52]

Např.: $2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8} = 2 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = 3 + \frac{2+3}{8} = 3\frac{5}{8}$ nebo

$2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8} = \frac{9}{4} + \frac{11}{8} = \frac{18+11}{8} = \frac{29}{8} = 3\frac{5}{8}$

2.8.3 Odčítání zlomků

1. Odčítání zlomků se stejnými jmenovateli

Zlomky se stejnými jmenovateli odčítáme tak, že odečteme jejich čitatele a jmenovatele opíšeme.[53] Např.: $\frac{5}{13} - \frac{1}{13} = \frac{5-1}{13} = \frac{4}{13}$

2. Odčítání zlomků s různými jmenovateli

Při odčítání zlomků s různými jmenovateli postupujeme takto: nejprve zlomky převedeme na společného jmenovatele a poté zlomky se stejným jmenovatelem odečteme.[54] Např.: $\frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{6-5}{20} = \frac{1}{20}$

3. Odčítání smíšených čísel

Smíšená čísla nejprve převedeme na zlomky, ty případně převedeme na společného jmenovatele, a poté zlomky odečteme.[55]

Např.: $3\frac{2}{7} - 1\frac{3}{14} = \frac{23}{7} - \frac{17}{14} = \frac{46-17}{14} = \frac{29}{14} = 2\frac{1}{14}$

2.8.4 Násobení zlomků

1. Násobení zlomku přirozeným číslem

Při násobení zlomku přirozeným číslem vynásobíme čitatele zlomku tímto číslem a jmenovatele opíšeme.[56] Např.: $5 . \frac{3}{8} = \frac{5.3}{8} = \frac{15}{8}$

---

[51] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 1. díl*, s. 23.
[52] ŠAROUNOVÁ: Alena, ed. *Matematika 7, 1. Díl,* s. 131.
[53] ODVÁRKO: *Matematika…*, s. 26
[54] Tamtéž, s. 27.
[55] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÜLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 37.
[56] ODVÁRKO: *Matematika…*, s. 28.

Vzhledem k faktu, že každé přirozené číslo lze zapsat jako zlomek, v jehož čitateli je toto přirozené číslo a ve jmenovateli je číslo 1 (např.: 5 = $\frac{5}{1}$),[57] lze násobení zlomku přirozeným číslem chápat také jako speciální případ násobení zlomku zlomkem.

2. Násobení zlomku zlomkem

   Pro násobení zlomku zlomkem platí, že násobíme čitatele čitatelem a jmenovatele jmenovatelem.[58] Např.: $\frac{2}{3} . \frac{5}{7} = \frac{2.5}{3.7} = \frac{10}{21}$

   Násobení zlomků je početní operace, díky které lze vypočítat nějakou část z celku. Například $\frac{2}{5}$ ze 3 vypočítáme jako součin $\frac{2}{5}$. 3, tedy $\frac{2}{5}$ ze 3 je $\frac{6}{5}$.[59]

2.8.5 Dělení zlomků

Číslo dělíme zlomkem tak, že je vynásobíme převráceným zlomkem. Např.: $\frac{9}{2} : \frac{3}{4} = \frac{9}{2} . \frac{4}{3}$.[60]

Při násobení (i dělení) zlomků je vhodné zlomky nejprve zkrátit.[61]

2.8.6 Umocňování zlomků

Zlomek umocníme tak, že umocníme čitatele i jmenovatele zlomku.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \text{ pro } a,b \in \mathrm{R},\ b \neq 0,\ n \in \mathrm{Z}$$ [62]

V případě, že je exponent pouze u čitatele $\frac{a^n}{b}$, umocňujeme pouze čitatele. Pokud se exponent vztahuje ke jmenovateli $\frac{a}{b^n}$, umocňujeme pouze jmenovatele.[63]

[57] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy*, s. 13.
[58] Tamtéž, s. 31.
[59] Tamtéž, s. 29.
[60] Tamtéž, s. 34.
[61] Tamtéž, s. 31.
[62] VOŠICKÝ, Zdeněk. *Matematika v kostce - pro střední školy*, s. 21.
[63] MACHÁŇOVÁ, Šárka. Mocniny - mocnina zlomku. *Metodický portál : Digitální učební materiály* [online]. 20. 04. 2010, [cit. 2015-02-10]. Dostupný z WWW: <http://dum.rvp.cz/materialy/mocniny-mocnina-zlomku.html>.

Zlomky využíváme také v případě, kdy je exponentem záporné číslo. Pro libovolné reálné číslo $a \neq 0$ a libovolné celé číslo k platí: $a^{-k} = \frac{1}{a^k}$.[64]

2.8.7 Odmocňování zlomků

Pro odmocňování zlomků platí: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, pro $a \in R_0^+$, $b > 0$, $n \in N$, (pro lichá n: $a \in R$).[65]

Pro odstranění odmocnin ze jmenovatele provádíme tzv. usměrňování zlomků. Při usměrňování zlomků násobíme zlomek vhodným zlomkem, který má hodnotu 1. Např.: a) Zlomek $\frac{1}{\sqrt{2}}$ usměrníme takto: $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) Zlomek $\frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})-(\sqrt{3})}$ usměrníme takto: $\frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})-(\sqrt{3})} \cdot \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})+(\sqrt{3})} =$

$= \frac{2\sqrt{2}+4+2\sqrt{6}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{2}+4+2\sqrt{6}}{1+2\sqrt{2}+2-3} = \frac{2\sqrt{2}+4+2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (opět usměrňujeme) =

$= \frac{4+4\sqrt{2}+2\sqrt{12}}{4} = \frac{4+4\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{4} = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}$.[66]

2.9 Složené zlomky

Složený zlomek je zlomek, který má v čitateli nebo ve jmenovateli zlomek.[67] Složený zlomek je vlastně způsob zápisu dělení zlomku zlomkem.[68]

vedlejší zlomková čára

Zápis složeného zlomku: $$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$ hlavní zlomková čára

vedlejší zlomková čára

A platí: $b \neq 0$, $d \neq 0$, $c \neq 0$.[69]

[64] ŠEDIVÝ, Ondřej a kol.. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 2. Díl*, s. 29.
[65] VOŠICKÝ, Zdeněk. *Matematika v kostce - pro střední školy*, s. 20.
[66] Tamtéž, s. 21
[67] ŠAROUNOVÁ, Alena, ed. *Matematika 7, 1. Díl*, s. 155.
[68] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MŮLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 48.
[69] Tamtéž, s. 48-49.

2.9.1 Úprava složeného zlomku na zlomek jednoduchý

Vzhledem k tomu, že se jedná o dělení zlomku zlomkem, upravíme složený zlomek takto: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}$. Zjednodušení složeného zlomku se tedy dá shrnout jako součin vnějších členů složeného zlomku lomený součinem vnitřních členů složeného zlomku:

vnější člen

vnitřní člen

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

vnitřní člen

vnější člen

Dostáváme tedy rovnou výsledek: $\frac{a.d}{b.c}$.[70]

[70] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÜLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 48-49.

3 ÚLOHY Z ČESKÝCH UČEBNIC MATEMATIKY 1918-1955

Tato kapitola obsahuje 30 vyřešených příkladů z českých učebnic matematiky vydaných v letech 1918-1955. V těchto učebnicích a početnicích je kromě značného množství příkladů na procvičování počítání se zlomky také teorie zlomků. Teoretické poznatky tehdejší autoři zpracovali velmi přehledně a obsahem se téměř neliší od dnešních učebnic matematiky.

Z těchto učebnic jsem vybrala zajímavé slovní úlohy výhradně z kapitol, které se zabývají zlomky. Je nutné podotknout, že tyto úlohy vycházejí z tehdejší reality, která se v mnohém liší od dnešního světa. V následujících příkladech se setkáme se slovy jako je například čeledín, chasa, podruhyně, apod.

Příklad 1

V zahradnickém kalendáři byly srovnávány ovocné stromy. Jabloň dosahuje stáří 60 let, dává za celý život 1650 kg ovoce, q po 220 K. Hruška žije 80 let, dává za celý život 2450 kg ovoce, q po 150 K. Vypočtěte: a) úhrnný výtěžek v K za celý život, b) průměrný roční výtěžek v K! [71]

<u>Řešení:</u>

a) Jabloň vydá 1650 kg ovoce, 1 q se prodává za 220 korun. 1 kg = $\frac{1}{100}$ q, tedy jabloň vydá 1650 . $\frac{1}{100}$ q = 16,50 q ovoce. Toto množství se prodá za 16,50 . 220 K = = 3630 K.

Hruška vydá 2450 kg ovoce, 1 q se prodává za 150 korun. 1 kg = $\frac{1}{100}$ q, tedy hruška vydá 2450 . $\frac{1}{100}$ q = 24,50 q ovoce. Toto množství se prodá za 24,50 . 150 K= 3675 K.

Úhrnný výtěžek za celý život jabloně činí 3630 K a za celý život hrušky činí 3675 K.

b) Jestliže jabloň vydá za 60 let 1650 kg ovoce, pak za 1 rok vydá $\frac{1}{60}$ tohoto množství, čili 1650 . $\frac{1}{60}$ = 27,50 kg, což je 27,50 . $\frac{1}{100}$ q = 0,275 q. Průměrný roční výtěžek tedy činí 0,275 . 220 K = 60,50 K.

[71] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*, s.68.

Jestliže jabloň vydá za 80 let 2450 kg ovoce, pak za 1 rok vydá $\frac{1}{80}$ tohoto množství, čili 2450 . $\frac{1}{80}$ = 30,625 kg, což je 30, 625 . $\frac{1}{100}$ q = 0,30625q. Průměrný roční výtěžek tedy činí 0,30625 . 150 K = 45,9375 K.

Příklad 2

$^1/_{16}$ kg holandského kakaa byla za 2´25 K, $^1/_4$ kg kakaa z české továrny byla za 4´70 K. Oč byl kg cizího kakaa dražší?[72]

Řešení:

Nejprve vypočítáme, kolik stojí 1 kg holandského a českého kakaa a poté tyto ceny porovnáme. Jestliže $\frac{1}{16}$ kg holand. kakaa stojí 2,25 K, pak $\frac{16}{16}$ kg (= 1 kg) stojí 16 . 2,25 K = = 36 K.

Jestliže $\frac{1}{4}$ kg čes. kakaa stojí 4,70 K, pak $\frac{4}{4}$ kg (= 1 kg) stojí 4 . 4,70 K = 18,8 K.

Holandské kakao je tedy o 36 – 18,8 = 17,2 K dražší než české kakao.

Příklad 3

Rychlíky jezdí u nás průměrnou rychlostí 45 km za hodinu. V Německu jezdí o $^1/_9$ rychleji, v Anglii o $^4/_9$, v Americe o $^1/_3$ rychleji, ale v Rusku o $^1/_6$ pomaleji. Vypočtěte kolik km za hodinu projíždějí asi rychlíky v těchto zemích? [73]

Řešení:

Německo: vlaky jezdí o $\frac{1}{9}$ rychleji, $\frac{1}{9}$ z 45 = $\frac{1}{9}$. 45 = 5 km/h. Vlaky v Německu tedy jezdí o 5 km/h rychleji než u nás, což je 45 km/h + 5 km/h = 50 km/h. Rychlíky v Německu jezdí rychlostí asi 50 km/h.

Stejným způsobem vypočítáme rychlosti rychlíků v Anglii, Americe a v Rusku (v Rusku jezdí vlaky pomaleji, budeme tedy odčítat) a zjistíme, že v Anglii jezdí vlaky rychlostí asi 65 km/h, v Americe 60 km/h a v Rusku 37,5 km/h.

---

[72] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*, s. 71.
[73] Tamtéž.

Příklad 4

Podle zápisů rolníkových pracovala podruhyně v 5 týdnech žní $3\,{}^{1}\!/_{2}$, $4\,{}^{2}\!/_{5}$, $5\,{}^{1}\!/_{4}$, $3\,{}^{1}\!/_{6}$ *a* $2\,{}^{2}\!/_{3}$ *dne. Kolik K dostala za žně, byla-li denní mzda 18 K? Přepočítejte také po hodinách, pracovalo-li se ve žních 12 hodin denně!* [74]

<u>Řešení</u>:

Podruhyně pracovala celkem $3\frac{1}{2} + 4\frac{2}{5} + 5\frac{1}{4} + 3\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3}$ dne = $\frac{7}{2} + \frac{22}{5} + \frac{21}{4} + \frac{19}{6} + \frac{8}{3}$ dne =

= $\frac{210+264+315+190+160}{60}$ dne = $\frac{1139}{60}$ dne. Za 1 den byla mzda 18 K, tedy za $\frac{1139}{60}$ dne byla mzda $\frac{1139}{60}$. 18 K = 341,70 K. Podruhyně dostala za práci 341,70 K.

První týden se pracovalo $3\frac{1}{2}$ dne, což je 84 hodin (jeden den má 24 h, $3\frac{1}{2}$ dne mají $3\frac{1}{2}$. 24 hodin). Týden má 7 dní (předpokládáme, že ve žních pracovali každý den), tedy jeden den pracovali průměrně 84:7= 12 hodin. Stejným způsobem zjistíme, že druhý týden pracovali 15 hodin denně, třetí týden 18 hodin denně, čtvrtý týden 11 hodin denně a pátý týden 9 hodin denně.

Příklad 5

Pakfonk je slitina mědi zinku a niklu. Slévá-li se podle váhy ${}^{3}\!/_{5}$ *mědi a* ${}^{1}\!/_{4}$ *zinku, kolik je podle váhy niklu? Kolik kterého kovu je třeba vzíti na 40 kg pakfonku?* [75]

<u>Řešení</u>:

Sléváme-li $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20}$, do celku nám chybí $\frac{20}{20} - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$. Podle váhy sléváme $\frac{3}{20}$ niklu. Na 40 kg slitiny sléváme $\frac{3}{5}$ ze 40 mědi, $\frac{1}{4}$ ze 40 zinku a $\frac{3}{20}$ ze 40 niklu. Tedy $\frac{3}{5}$. 40 = 24 kg mědi, $\frac{1}{4}$. 40 = 10 kg zinku a $\frac{3}{20}$. 40 = 6 kg niklu.

[74] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*, s.75.
[75] Tamtéž, s. 76.

Příklad 6

Cihla ležela delší čas ve vodě a vážila 5 $^{1}/_{2}$ kg, před tím však jen 4 $^{5}/_{6}$ kg. Kolik kg vody pohltila? [76]

Řešení:

Abychom zjistili, kolik kg vody cihla pohltila, musíme vypočítat rozdíl mezi hmotností cihly ve vodě a hmotností před tím. Tedy $5\frac{1}{2} - 4\frac{5}{6} = \frac{11}{2} - \frac{29}{6} = \frac{33-29}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ kg. Cihla pohltila $\frac{2}{3}$ kg vody.

Příklad 7

Na jedno šlápnutí ujede cyklista 5 $^{4}/_{5}$ m. *Kolik km ujede za $^{1}/_{4}$ hodiny, šlápne-li levou nohou za minutu 28krát?* [77]

Řešení:

Cyklista šlápnul 28krát levou nohou za minutu, přepokládáme, že 28krát šlápnul i pravou nohou. Na jedno šlápnutí (např. levou nohou) ujede $5\frac{4}{5}$ m, poté šlápne i druhou nohou a ujede opět $5\frac{4}{5}$ m. Za minutu tedy ujel (28 + 28) . $5\frac{4}{5}$ = 56 . $\frac{29}{5} = \frac{1624}{5}$ = 324,8 m. Abychom zjistili, kolik km ujel za $\frac{1}{4}$ hodiny, vyjádříme nejprve $\frac{1}{4}$ hodiny v minutách, což je 15 min (1 hodina trvá 60 minut a $\frac{1}{4}$ z 60 je $\frac{1}{4}$. 60 = 15). Jestliže za 1 minutu ujel 324,8 m, pak za 15 minut ujel 15 . 324,8m = 4872 m, což je 4, 872 km.

Příklad 8

Václavské náměstí v Praze přešel dospělý 908 kroky po $^{3}/_{4}$ m, hoch 1020 kroky po $^{2}/_{3}$ m. vypočtěte průměrnou délku náměstí v m! [78]

[76] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké,* s. 77.
[77] Tamtéž, s. 78.
[78] Tamtéž, s. 79.

Řešení:

Abychom zjistili délku náměstí, musíme vypočítat, jakou vzdálenost ušel dospělý a jakou vzdálenost ušel hoch. Poté spočítáme průměrnou hodnotu těchto vzdáleností. Dospělý ušel vzdálenost 908 . $\frac{3}{4}$ m = 681 m. Hoch ušel vzdálenost 1020 . $\frac{2}{3}$ m = 680 m. Průměrná hodnota je (681 + 680) : 2 = 680,5 m. Průměrná délka náměstí je 680,5 m.

Příklad 9

Hoch šel s otcem do města 4 $^1/_2$ km vzdáleného. Otcův krok byl $^3/_4$ m, hochův $^2/_3$ m. O kolikrát vykročil hoch na cestě do města a zpět více než otec?[79]

Řešení:

Cesta do města a zpět je dlouhá 2 . $4\frac{1}{2}$ km = 9 km = 9000 m. Abychom zjistili kolik kroků udělal otec vydělíme tuto vzdálenost délkou jeho kroku, tedy $\frac{9000}{\frac{3}{4}}$ = 9000 . $\frac{4}{3}$ = 12000 kroků. Obdobným způsobem vypočteme, kolikrát vykročil hoch. $\frac{9000}{\frac{2}{3}}$ = 9000 . $\frac{3}{2}$ = 13500 kroků. Hoch vykročil o 13500 – 12000 = 1500 vícekrát než otec.

Příklad 10

Ze 3 $^1/_2$ q syrových švestek je q sušených. Kolik sušených švestek je z q syrových švestek? Kolik čerstvých švestek je potřebí na 25 kg sušených?[80]

Řešení:

Poznámka: Tento příklad je možné vyřešit pomocí trojčlenky, ale vzhledem k tomu, že trojčlenka je v této početnici vysvětlena až v další kapitole (tedy žáci tento příklad řešit trojčlenkou nemohli, neboť ji ještě neznali), budu řešit úlohu následující úvahou:

[79] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*, s.84.
[80] Tamtéž, s. 85.

Víme, že z $3\frac{1}{2}$ q syrových švestek je 1 q sušených. Máme-li k dispozici 1 q syrových švestek, což je 3,5krát méně než v původním případě, sušených švestek musí být také 3,5krát méně, tedy dělíme $\frac{1}{\frac{7}{2}} = 1 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$ q. Z 1 q syrových švestek je $\frac{2}{7}$ q sušených.

Máme zjistit, kolik čerstvých švestek je potřeba na 25 kg sušených. 25 kg je $\frac{1}{4}$ q, tedy má vzniknout pouze $\frac{1}{4}$ toho, co v původním případě, tudíž nám stačí $\frac{1}{4}$ původního množství čerstvých švestek, což je $\frac{1}{4} \cdot 350$ kg (= $3\frac{1}{2}$ q) = 87,5 kg. Na 25 kg sušených švestek potřebujeme 87,5 kg čerstvých.

Příklad 11

Slepice 2 ⅓ kg těžká snesla za měsíc 14 vajec po $^{1}/_{20}$ kg. Za kterou dobu nanesla vajec do vlastní své váhy?[81]

<u>Řešení:</u>

Slepice snesla za měsíc $14 \cdot \frac{1}{20}$ kg = $\frac{14}{20}$ kg = $\frac{7}{10}$ kg vajec. Slepice vážila $\frac{7}{3}$ kg. Abychom zjistili, za kolik měsíců snesla $\frac{7}{3}$ kg vajec, musíme dělit $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{10}} = \frac{7}{3} \cdot \frac{10}{7} = \frac{10}{3}$ měsíce = $3\frac{1}{3}$ měsíce. Slepice nanesla vajec do své vlastní váhy za $3\frac{1}{3}$ měsíce.

Příklad 12

Mlynářská chasa dostávala mimo stravu K 2´20 od q obilí. Ve mlýně semleli za týden 400 q obilí. Byl tam stárek, 2 starší mládkové a 2 mladší mládkové. Podle úmluvy dostával stárek $^{3}/_{10}$ mzdy, každý ze starších mládků po ⅕ mzdy a o zbytek dělili se mladší mládkové rovným dílem. Kterak se rozdělili o týdenní mzdu?[82]

[81] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké,* s. 85.
[82] Tamtéž.

Řešení:

Týdenní mzda činila 2,20 K . 400 = 880 K. Stárkovi náležely $\frac{3}{10}$ z celkové mzdy, tedy $\frac{3}{10}$ z 880 K, což je $\frac{3}{10}$. 880 K = 264 K. Každý ze starších mládků dostal $\frac{1}{5}$ mzdy, tedy $\frac{1}{5}$. 880 K = 176 K. Zbytek mzdy činí 880 – (264 + 2 . 176) = 264 K. Dva mladší mládkové se dělí o 264 K, čili každý dostane 264 : 2 = 132 K.

Příklad 13

Od nalámání m^3 stavebního pískovce platilo se $^3\!/_4$ denní mzdy lamačské a $^9\!/_{20}$ denní mzdy nádenické. Kolik stálo nalámání 24 m^3 pískovce, měli-li lamači po 28´80 K a nádeníci po 24´ - K mzdy denně?[83]

Řešení:

Za m^3 se platilo: $\frac{3}{4}$. 28,80 K = 21,60 K a $\frac{9}{20}$. 24 K = 10,80 K, tedy 21,60 K + 10,80 K = 32,40 K. Nalámání 24 m^3 pískovce stálo 24krát víc, čili 24 . 32,40 K = 777,60 K.

Příklad 14

Z dědictví a K obdržela vdova $\frac{1}{3}$, prvý syn $\frac{1}{3}$ zbytku, druhý syn opět $\frac{2}{5}$ zbytku, syn třetí to, co zbylo. Kolik obdržel?[84]

Řešení:

Vdova obdržela $\frac{1}{3}$ z a K, což je $\frac{1}{3}$. a K = $\frac{a}{3}$ K. Zbývají tedy $\frac{2}{3}$ z a K, to je $\frac{2}{3} a$ K. Z tohoto zbytku obdržel první syn $\frac{1}{3}$, což je $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} a = \frac{2}{9} a$ K. Z celku jsme už odebrali $\frac{1}{3}$ a $\frac{2}{9}$, zbývají tedy $\frac{4}{9} a$ K (= $a - \frac{1}{3} a - \frac{2}{9} a$). Druhý syn obdržel $\frac{2}{5}$ z $\frac{4}{9} a$ K, to je $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} a$ K =

[83] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*, s. 80.
[84] BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Sbírka úloh z mathematiky pro vyšší třídy středních škol*, s. 39.

$= \frac{8}{45} a$ K. Z celé částky a K jsme rozdali $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{8}{45} = \frac{33}{45}$. Pro třetího syna tedy zbylo $\frac{12}{45}$ z a K = $\frac{12}{45} a$ K.

Příklad 15

Dokažte, že součet čísel 1 + x, 1 + $\frac{1}{x}$ *rovná se jejich součinu!* [85]

Řešení:

$$1 + x + 1 + \frac{1}{x} = (1 + x) \cdot (1 + \frac{1}{x})$$

$$\frac{x + x^2 + x + 1}{x} = (1 + x) \cdot \frac{x+1}{x}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x} = \frac{x + 1 + x^2 + x}{x} \qquad / \cdot x$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2x + 1$$

$$0 = 0 \qquad \text{cbd.}$$

Příklad 16

V republikánském kalendáři (jehož se užívalo ve Francii v l. 1793-1805) doba od poledne do půlnoci se dělila na 10 hod., každá hodina na 100 min., minuta na 100 vteřin. Kolik by ukazovaly hodiny sestrojené podle této soustavy ve $3^h 36^m$ *odpoledne? Kolik by bylo hodin podle našeho měření, kdyby ony hodiny ukazovaly* $8^h 15^m$ *večer?* [86]

Řešení:

Poznámka: Tento příklad lze jednoduše vyřešit pomocí trojčlenky. V tom případě ale neužijeme počítání se zlomky. Proto tento příklad řeším jiným způsobem, s užitím zlomků:

3h 36min „našeho" času je $3\frac{3}{5}$ h = $\frac{18}{5}$ h. Doba od poledne do půlnoci našeho času trvá 12 hodin. Nyní musíme zjistit jakou částí odpoledne je $\frac{18}{5}$ h. Pro výpočet části z celku platí, že vynásobíme „celek . část". Pro tento případ platí 12 h . x = $\frac{18}{5}$ h, tedy x = $\frac{\frac{18}{5}}{12} = \frac{18}{5} \cdot \frac{1}{12} =$

[85] BYDŽOVSKÝ, Bohumil a VOJTĚCH, Jan. *Sbírka úloh z mathematiky pro vyšší třídy středních škol*, s. 40.
[86] Tamtéž, s. 43.

$= \dfrac{18}{60} = \dfrac{3}{10}$. 3h 36min tvoří $\dfrac{3}{10}$ odpoledne. Pokud v „republikánské soustavě“ trvalo 1 odpoledne 10 hodin, pak $\dfrac{3}{10}$ odpoledne trvají $\dfrac{3}{10}$. 10h = 3 hodiny. Tyto hodiny by ukazovaly 3 hodiny odpoledne. Obdobně vyřešíme druhou otázku. 8h 15min „republikánského“ času je $\dfrac{815}{100}$h, což je $\dfrac{163}{200}$celého odpoledne (odpoledne trvá 10 hod., $\dfrac{815}{100} : 10 = \dfrac{163}{200}$). Jedno odpoledne je podle našeho času 12 hod. $\dfrac{163}{200}$ z 12h je $\dfrac{163}{200}$. 12 = 9,78 hodin, a to je 9h 47min. Naše hodiny by ukazovaly 9 hodin a 47 minut.

Příklad 17

Dokažte, že $\dfrac{a+1}{b+1} > \dfrac{a}{b}$ *, je-li* $\dfrac{a}{b}$ *zlomek pravý;* $\dfrac{a+1}{b+1} < \dfrac{a}{b}$*, je-li* $\dfrac{a}{b}$ *zlomek nepravý!*[87]

<u>Řešení:</u>

Zlomek $\dfrac{a}{b}$ je pravý, když $a < b$; b si tedy vyjádříme jako $a + x$, $x > 0$. Dostaneme:

$\dfrac{a+1}{a+x+1} > \dfrac{a}{a+x}$. Abychom mohli porovnat dva zlomky, musíme je převést na společného jmenovatele. Tedy $\dfrac{(a+1).(a+x)}{(a+x+1).(a+x)} > \dfrac{a.(a+x+1)}{(a+x+1).(a+x)}$, upravíme

$\dfrac{(a^2+ax+a)+x}{(a+x+1).(a+x)} > \dfrac{a^2+ax+a}{(a+x+1).(a+x)}$. První zlomek je větší, protože jeho čitatel je větší o číslo x, $x > 0$.

Zlomek $\dfrac{a}{b}$ je nepravý, když $a > b$; b si tedy vyjádříme jako $a - x$, $x > 0$. Dostaneme:

$\dfrac{a+1}{a-x+1} < \dfrac{a}{a-x}$. Opět převedeme na společného jmenovatele:

$\dfrac{(a+1).(a-x)}{(a-x+1).(a-x)} < \dfrac{a.(a-x+1)}{(a-x+1).(a-x)}$, upravíme $\dfrac{(a^2-ax+a)-x}{(a-x+1).(a-x)} < \dfrac{a^2-ax+a}{(a-x+1).(a-x)}$.

První zlomek je menší, protože jeho čitatel je menší o číslo x, $x > 0$.

[87] BYDŽOVSKÝ, Bohumil a VOJTĚCH, Jan. *Sbírka úloh z mathematiky pro vyšší třídy středních škol*, s. 38.

Příklad 18

Na letecké trati 920 km dlouhé jsou 4 letiště (která si označíme písmeny A, B, C, D). Letiště A a B jsou od sebe vzdálena $\frac{3}{8}$ *celé trati, letiště C a D* $\frac{3}{10}$ *celé trati. Jak dalekou jsou od sebe letiště B a C?*[88]

<u>Řešení:</u>

Letiště A a B jsou vzdálena $\frac{3}{8}$. 920 km = 345 km, letiště C a D $\frac{3}{10}$. 920 km = 276 km. Na vzdálenost mezi letišti B a C připadá 1 – ($\frac{3}{8}$ + $\frac{3}{10}$) trati, což je 1 - $\frac{30+24}{80}$ = $\frac{26}{80}$ trati. $\frac{26}{80}$ z 920 km je $\frac{26}{80}$. 920 km = 299 km.

Příklad 19

V JZD zkrmili do poloviny zimy $\frac{1}{3}$ *zásoby sena. Zůstalo jim ještě o 182 q sena víc, než zkrmili. Jak velkou zásobu sena připravili na zimu?*[89]

<u>Řešení</u>:

Množství sena, které připravili, označíme x. Už zkrmili $\frac{1}{3}$ z x, což je $\frac{1}{3}x$. Zůstalo jim ještě 182 q + $\frac{1}{3}x$. Vytvoříme rovnici: $x - \frac{1}{3}x = 182 + \frac{1}{3}x$, a upravujeme: $\frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x + 182$, to dále upravíme: $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x = 182$, z toho plyne: $\frac{1}{3}x = 182$, a odtud: $x = 546$. Na zimu připravili 546 q sena.

Příklad 20

Na stavbu obytných domů přivezli 75000 obyčejných cihel a dvacet pětkrát méně dutých cihel. K tomu bylo třeba dovézti ještě $\frac{7}{8}$ *potřebného množství cihel. Kolik cihel potřebovali na stavbu obytných domů?*[90]

---

[88] PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích,* s. 101.

[89] Tamtéž, s. 103.

[90] Tamtéž.

Řešení:

Dutých cihel přivezli 75000 : 25 = 3000 kusů. Celkem tedy dovezli 75000 + 3000 = 78000 cihel. Musíme dovézt ještě $\frac{7}{8}$ množství, což znamená, že na již dovezených 78000 cihel připadá $\frac{1}{8}$ potřebného množství. Musíme tedy dovézt ještě 7 . 78000 cihel = 546000 cihel. Celkem potřebujeme na stavbu 78000 + 546000 = 624000 cihel.

Příklad 21

Dokažte, že rozdíl zlomku (zkráceného co nejvíce) a jeho převrácené hodnoty je zlomek, jehož čitatel je dělitelný součtem i rozdílem čitatele a jmenovatele zlomku daného![91]

Řešení:

Máme zlomek $\frac{a}{b}$, podle zadání odčítáme: $\frac{a}{b}$ - $\frac{b}{a}$ = $\frac{a^2-b^2}{b.a}$. Čitatel tohoto zlomku má být dělitelný výrazy (a + b) a (a – b). Tedy: = $\frac{a^2-b^2}{a+b}$= $\frac{(a-b).(a+b)}{a+b}$ = a – b. Po dělení vyšlo celé číslo, čitatel (a^2 – b^2) je dělitelný výrazem a + b. Stejným způsobem dokážeme, že (a^2 – b^2) je dělitelné a – b, neboť $\frac{(a-b).(a+b)}{a-b}$ = a + b

Příklad 22

Králové jedné dynastie měli jen devět jmen. První jméno nesla třetina všech králů, druhé čtvrtina, třetí osmina, čtvrté dvanáctina. Pět ostatních jmen měl vždy jen jeden král. Kolik králů měla tato dynastie?[92]

Řešení:

Počet králů označíme číslem x. Víme, že první jméno nesla $\frac{1}{3}$ králů, tedy $\frac{1}{3}$ z x, to je $\frac{x}{3}$. Druhé jméno $\frac{x}{4}$, třetí $\frac{x}{8}$, čtvrté $\frac{x}{12}$, páté až deváté jméno měl vždy jen král, tedy 5 jmen = 5 králů. Abychom zjistili počet králů, sestavíme rovnici: $\frac{x}{3}$ + $\frac{x}{4}$ + $\frac{x}{8}$ + $\frac{x}{12}$ + 5 = x. A vypočítáme:

[91] BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Aritmetika: Pro 4. – 7. tř. šk. stř.*, s. 82.
[92] Tamtéž., s. 92.

$$\frac{8x + 6x + 3x + 2x}{24} + 5 = x$$

$$x - \frac{19x}{24} = 5$$

$$\frac{5x}{24} = 5 \qquad / \,.\, 24$$

$$5x = 120$$

$$x = 24.$$

Tato dynastie měla 24 králů.

Příklad 23

V kinematografu promítají se obrázky rychle po sobě tak, že jeden obrázek vidíme $\frac{1}{30}$ vteřiny; kolik jich tedy se vystřídá za minutu? Obrázky na filmu mají délku asi 2 cm. Kolik obrázků má film trvající nepřetržitě 5 minut a jak je tento film dlouhý? Na kolik minut stačí film dlouhý 1 km?[93]

<u>Řešení:</u>

Minuta má 60 vteřin. Pokud vidíme 1 obrázek za $\frac{1}{30}$ vteřiny, pak za 60 vteřin uvidíme $\frac{60}{\frac{1}{30}}$ obrázků, což je 60 . 30 = 1800 obrázků. Jestliže vidíme 1800 obrázků za 1 minutu, za 5 minut vidíme 5krát více obrázků, tedy 1800 . 5 = 9000 obrázků. Jeden obrázek má asi 2 cm; 9000 takových obrázků má 9000 . 2 cm = 18000 cm = 180 m. Film trvající 5 minut má délku 180 m. Na filmu dlouhém 1 km = 1000 m = 100000 cm je 100000 cm : 2cm = 50000 obrázků. 1 obrázek trvá $\frac{1}{30}$ vteřiny; 50000 obrázků bude trvat 50000 . $\frac{1}{30}$ vteřiny = $\frac{5000}{3}$ vteřiny, a to je $\frac{\frac{5000}{3}}{60}$ minut = $\frac{5000}{3} \cdot \frac{1}{60}$ minut = $27\frac{8}{10}$ minut. Film dlouhý 1 km stačí na 27,8 minut.

Příklad 24

Karel má tři jablka, Jarka má 5 jablek; než se dají do jídla, přijde k nim Toník a slibuje jim 8 haléřů, které u sebe má, dají-li mu také. Hoši svolí a všichni tři se rozdělí stejným dílem o jablka (kolik dostal každý?) Při dělení o těch 8 haléřů však vznikne mezi Karlem a Jarkou

[93] ČERVENKA, Ladislav. *Aritmetika pro 2. třídu středních škol*, s. 14.

spor. Karel, poněvadž přinesl 3 jablka, chce 3 haléře a nechává Jarkovi za jeho 5 jablek pět haléřů. Ale Jarka chce 7 haléřů a tvrdí, že Karlovi náleží jen jeden haléř. Kdo měl pravdu?[94]

Řešení:

Tři chlapci se dělí celkem o 8 jablek. Každý tedy dostane $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ jablka. Karel přinesl 3 jablka, což jsou $\frac{3}{8}$ z celkového počtu jablek, Jarka přinesl $\frac{5}{8}$. Karlovi tedy náleží $\frac{3}{8}$ z 8 haléřů, což je $\frac{3}{8} \cdot 8 = 3$ haléře a Jarkovi $\frac{5}{8} \cdot 8 = 5$ haléřů. Pravdu měl Karel.

Příklad 25

Chlapec přešel chodbu 18 m dlouhou za 10 vteřin; po druhé šel přes dvůr 48 m dlouhý 28 vteřin; kdy šel rychleji (kolik m ušel pokaždé za vteřinu)?[95]

Řešení:

Chlapec šel přes chodbu rychlostí $\frac{18}{10} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ metrů za vteřinu. Přes dvůr $\frac{48}{28} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ metrů za vteřinu. Zlomky převedeme na společného jmenovatele a porovnáme: přes chodbu šel $\frac{18}{10}$ m/v, přes dvůr $\frac{15}{10}$ m/v; $\frac{18}{10} > \frac{15}{10}$, proto šel chlapec rychleji přes chodbu.

Příklad 26

Byl jsem $9\frac{1}{4}$ hod. na cestě; z toho jsem $1\frac{3}{4}$ hod. šel, $\frac{3}{4}$ hod. jel povozem a $6\frac{1}{4}$ hod. vlakem; jak dlouho jsem čekal na vlak?[96]

Řešení:

Nejdříve určíme, kolik hodin dotyčný strávil chůzí, jízdou povozem a vlakem:

$\frac{7}{4} + \frac{3}{4} + \frac{25}{4} = \frac{35}{4}$ hodiny. Celkem cestoval $\frac{37}{4}$ hodiny, na vlak tedy čekal $\frac{37}{4} - \frac{35}{4} =$

$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ hodiny.

Příklad 27

Myslím si číslo: zmenším-li jeho polovinu o jeho třetinu a zbytek ještě o desetinu toho čísla, zbude mi 6. Které je to číslo?[97]

[94] ČERVENKA, Ladislav. *Aritmetika pro 2. třídu středních škol*, s. 15-16.
[95] Tamtéž, s. 19.
[96] Tamtéž s. 21.
[97] Tamtéž, s. 23.

Řešení:

Toto číslo označíme x. Jeho polovina je $\frac{x}{2}$, třetina $\frac{x}{3}$ a desetina $\frac{x}{10}$. Jeho polovinu zmenším o jeho třetinu: $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{3x-2x}{6} = \frac{x}{6}$. $\frac{x}{6}$ je zbytek, který zmenším o $\frac{x}{10}$; $\frac{x}{6} - \frac{x}{10} = \frac{2x}{30} = \frac{x}{15}$. $\frac{x}{15}$ se má rovnat 6. Jestliže $\frac{x}{15} = 6$, pak $x = 6 \cdot 15 = 90$. Myslím si tedy číslo 90.

Příklad 28

Školní síň jest $9\frac{3}{4}$ m dlouhá, $7\frac{1}{2}$ m široká a $4\frac{2}{5}$ m vysoká. Kolik m^2 má podlaha, kolik stěna, na níž visí tabule? Kolik m^3 vzduchu jest v ní? Kolik m^3 přijde na jednoho žáka, jestliže patnáctinu prostoru vyplňuje nábytek a žáci sami a jsou-li ve třídě té 33 žáci?[98]

Řešení:

Podlaha má $9\frac{3}{4} \cdot 7\frac{1}{2} = \frac{39}{4} \cdot \frac{15}{2} = \frac{585}{8} = 73\frac{1}{8}$ m^2. Předpokládáme, že tabule visí na kratší stěně, a ta má $7\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5} = \frac{15}{2} \cdot \frac{22}{5} = 33$ m^2. Abychom zjistili, kolik je ve třídě vzduchu, musíme vypočítat její objem: $9\frac{3}{4} \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5} = 321\frac{3}{4}$ m^3. Patnáctinu prostoru zabírají žáci a nábytek, na 33 žáků tedy připadá $\frac{14}{15}$ z $321\frac{3}{4}$, to je $\frac{14}{15} \cdot 321\frac{3}{4} = 300\frac{3}{10}$ m^3. Na jednoho žáka připadne $\frac{1}{33}$ z toho množství vzduchu a to je $\frac{1}{33} \cdot 300\frac{3}{10} = 9\frac{1}{10}$ m^3.

Příklad 29

Křemen ztrácí ve vodě zdánlivě $\frac{3}{8}$ své váhy; co váží tedy pod vodou kus křemene, vážící na vzduchu $3\frac{1}{5}$ kg? Kolik váží na vzduchu kus křemene, který pod vodou ztratil na váze 15 kg? Jak těžký kámen unese pod vodou chlapec, který na vzduchu unese 25 kg?[99]

Řešení:

Jestliže kámen zdánlivě ztrácí $\frac{3}{8}$ své váhy, bude pod vodou vážit pouze $\frac{5}{8}$ své váhy. Kámen, který na vzduchu váží $3\frac{1}{5}$ kg, bude tedy vážit $\frac{5}{8} \cdot \frac{16}{5}$ kg = 2 kg.

---

[98] ČERVENKA, Ladislav. *Aritmetika pro 2. třídu středních škol*, s. 39.
[99] Tamtéž.

Jestliže křemen ztratil pod vodou 15 kg, znamená to, že 15 kg jsou $\frac{3}{8}$ jeho váhy, $\frac{1}{8}$ je tedy $15 : 3 = 5$ kg a $\frac{8}{8}$ je $8 . 5$ kg $= 40$ kg.

Chlapec unese 25 kg. Hledáme tedy kámen, který váží pod vodou 25 kg, tedy 25 kg je $\frac{5}{8}$ jeho váhy. Potom $\frac{1}{8}$ je $25 : 5 = 5$ kg a $\frac{8}{8}$ je $8 . 5$ kg $= 40$ kg. Chlapec unese pod vodou kámen, který na vzduchu váží 40 kg.

Příklad 30

Které číslo je takové, že jeho třem osminám se do 500 právě tolik nedostává, oč jeho dvě třetiny 500 převyšují?[100]

Řešení:

Toto číslo si označíme *x*. $\frac{3}{8}$ z x určíme jako $\frac{3}{8} . x = \frac{3x}{8}$, stejně tak $\frac{2}{3}$ z *x* je $\frac{2x}{3}$. Pro výpočet sestavíme rovnici:

$500 - \frac{3x}{8} = \frac{2x}{3} - 500$

$\frac{3x}{8} + \frac{2x}{3} = 500 + 500$

$\frac{9x+16x}{24} = 1000 \qquad / . 24$

$25x = 24000 \qquad / :25$

$x = 960$

[100] BYDŽOVSKÝ, Bohumil a VOJTĚCH, Jan. *Sbírka úloh z mathematiky pro vyšší třídy středních škol*, s. 47.

4 VYUŽITÍ ZLOMKŮ V PRAXI

„A k čemu to budu v životě potřebovat?“ - to je otázka, kterou dnešní žáci pokládají nejen sobě, ale i svým vyučujícím. Velmi často tato otázka zazní v souvislosti s matematikou, tudíž i se zlomky. Proto je důležité, aby se v učebnicích vyskytovaly příklady z praxe. Díky nim si žák uvědomí, že se se zlomky setkává v každodenním životě a schopnost počítat se zlomky je tedy nezbytná. Například v učebnici *Matematika pro základní školy: aritmetika* (vydané v roce 2008) je v úvodu kapitoly o zlomcích uveden řešený příklad: *„Maminka měla 12 stejných bonbonů. Chtěla je spravedlivě rozdělit mezi Kláru, Jendu a Kristýnu. Kolik bonbonů dala každému z nich? Jakou část z 12 bonbonů dostane každý z této trojice?*“.[101] Hned na úvod je tedy žákům nastolena situace, ve které by mohli zlomky využít.

Se zlomky se setkáváme každý den, i když si to možná neuvědomujeme. Když se podíváme na hodinky a řekneme: „Je půl čtvrté.“ nebo „Je čtvrt na osm.“ Když si s někým domlouváme schůzku: „Sejdeme se o tři čtvrtě na šest.“ apod. Při pečení nebo vaření máme v receptu $\frac{1}{4}$ litru mléka nebo $\frac{1}{2}$ kila mouky. Navíc ne vždy pečeme „z celé dávky“, ale někdy jen z „půlky“. V tomto případě dělíme množství, které máme v receptu a využijeme tedy dělení zlomků. Někdy naopak pečeme „ze dvou dávek“ a v tom případě množství násobíme. Máme-li v receptu $\frac{1}{4}$ litru mléka, pak použijeme $2 \cdot \frac{1}{4}$ l = $\frac{1}{2}$ litru. Další situace, v nichž využíváme zlomky, jsou například: cestování „Ještě $1\frac{1}{2}$ kilometru a budeme tam.“, v hodině tělocviku „Pepa skočil $3\frac{3}{4}$ m daleko.“, stolař potřebuje $\frac{1}{2}$ metru dlouhou desku na výrobu poličky, apod.

Situací, při nichž potřebujeme zlomky je tedy mnoho. Tyto situace se pak stávají základem pro tvorbu především slovních úloh v učebnicích matematiky.

4.1 Úlohy z praxe v učebnicích matematiky 1918-1955

V učebnicích matematiky z let 1918-1955 se téměř nesetkáme s příkladem, který by nějak nesouvisel s praktickým životem. Setkáme se i s příklady, kdy autor nabádá žáky, aby sami jmenovali situace, v nichž se se zlomky setkali. (viz úloha 1)

[101] PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÜLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika*, s. 11.

Úloha 1:

Říkejme sami, kde se v praktickém životě užívá obyčejných zlomků (čas, peníze, míry, váhy apod.)! Připojme vždy správné množství měnných jednotek a vyslovme je i desetinným číslem! Např.:

a) Vstal jsem o …. ($^1/_2$ 7 hod. = 6 hod. 30 min. = 65 hod.).

b) Do školy jsem přišel ….

c) Kupoval jsem $^1/_4$ kg = …. dkg = ….kg (čeho?).

d) Zaplatil jsem (2 $^1/_2$ Kč = …. Kč …. h = …. Kč).

e) Máme …. (2 $^1/_4$ ha) luk, …. ha polí atp.

f) $^1/_2$ kg rýže se prodává za 2 $^1/_5$ Kč, $^1/_4$ kg máku za 2 $^1/_2$ Kč, $^1/_4$ kg povidel za 1 $^3/_4$ Kč, 1 $^1/_2$ kg tvarohu za 9 Kč atd. (Dneš. ceny!)[102]

Další ukázky úloh z praxe:

Úloha 2:

Ukaž na metru kolik cm je $\frac{1}{2}$ m ($\frac{1}{4}, \frac{1}{10}, \frac{3}{4}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{5}$ m)! [103]

Úloha 3:

Dva přespolní žáci měli domů $1\frac{1}{2}$ km = · m daleko, tři jiní $3\frac{1}{4}$ km = · m. První dva došli domů za $\frac{1}{3}$ hodiny = · minut, druzí tři asi za $\frac{3}{4}$ hodiny = · minut.[104]

Úloha 4:

Cyklista ujel dopoledne $\frac{3}{8}$ cesty, odpoledne do 18. hodiny $\frac{4}{8}$ cesty. Jaká část cesty mu ještě zbývá?[105]

[102] KOZÁK, Jan. *Početnice: Pro 6., 7., a 8. šk. r. všech šk. obecných*, s. 10.
[103] TRAJER, Josef, PÁTEK, František a KNÍŽE, Gustav. *Početnice pro 4. postupný ročník národních škol*, s. 163.
[104] Tamtéž, s. 162.
[105] PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích*, s. 97.

Úloha 5:

Doplň!

$\frac{1}{4}$ hod. = . min.	$\frac{1}{3}$ dne = . hod.	$\frac{1}{4}$ roku = . měsíce
$\frac{3}{4}$ hod. = . min.	$\frac{1}{2}$ dne = . hod.	$\frac{3}{4}$ roku = . měsíců
$\frac{1}{2}$ min. = . vteř.	$\frac{1}{2}$ roku = . měsíců	$\frac{1}{3}$ roku = . měsíce[106]

4.2 Úlohy z praxe v současných učebnicích matematiky

Ve srovnání s historickými učebnicemi, je v těch současných mnohem více příkladů, jejichž zadání zní: „sečti zlomky“, „vypočítej“, „vynásobte“, apod. Žáci si v těchto příkladech sice procvičí početní operace se zlomky, ale nemají možnost vidět jejich využití v praktickém životě. Avšak současné učebnice a sbírky úloh samozřejmě obsahují také slovní úlohy, které už z praxe vycházejí. Například tyto:

Úloha 1:

Jendovi trvá cesta do školy pěšky 20 minut. Jakou část cesty ujde za 5 minut?[107]

Úloha 2:

Jaký zlomek počtu žáků vaší třídy tvoří dívky?[108]

Úloha 3:

Krok dospělého člověka měří průměrně $3/4$ m. Kolik metrů ujde člověk sto kroky?[109]

Úloha 4:

Krejčí koupil $2\,3/4$ m látky a zaplatil 638 Kč. Urči cenu za 1 m látky.[110]

---

[106] TRAJER, Josef, PÁTEK, František a KNÍŽE, Gustav. *Početnice pro 4. postupný ročník národních škol*, s. 162.
[107] HERMAN, Jiří, CHRÁPAVÁ, Vítězslava, JANČOVIČOVÁ, Eva a ŠIMŠA, Jaromír. *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií: Racionální čísla. Procenta*, s. 17.
[108] Tamtéž, s. 16.
[109] Tamtéž, s. 80.
[110] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Pracovní sešit z matematiky pro 7. ročník základní školy*, s. 29.

Úloha 5:

Vyjádři v jednotkách uvedených v závorce:

8 dkg (kg)	25 l (hl)	25 g (kg)
250 g (kg)	75 kg (t)	1500 m (km)[111]

Na závěr uvedu ještě úlohu 6, která je zajímavým propojením obou podkapitol. Tato úloha je ze současné učebnice, ale jak autor sám uvádí, původně pochází z učebnice z roku 1954.

Úloha 6:

Ze staré učebnice (z roku 1954)

Vyjádřete,

a) Jaký zlomek tuctu je 9, 10, 20, 66 kusů,

b) Jaký zlomek dne je 12, 6, 8, 4, 16, 20, 50, 90 hodin,

c) Jaký zlomek kopy je 15, 20, 36, 41, 50, 65, 98 kusů.[112]

---

[111] ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Pracovní sešit z matematiky pro 7. ročník základní školy*, s. 10.
[112] Tamtéž, s. 11.

PRAKTICKÁ ČÁST

5 TEST

V praktické části bakalářské práce zpracovávám výsledky testu, který jsem sestavila z vybraných úloh z českých učebnic matematiky používaných v letech 1918-1955. Tento test jsem zadala žákům 7. ročníku Základní školy Luhačovice, konkrétně žákům matematické třídy 7. A a žákům klasické (běžné) třídy 7. D. Cílem není srovnat výsledky žáků jednotlivých tříd, neboť lze předpokládat, že žáci matematické třídy dosáhnou lepších výsledků. Cílem toho testu bylo zjistit, zda si vůbec žáci s danými příklady poradí a jak budou při řešení tohoto testu úspěšní.

Nejprve jsem zadání testu poskytla k nahlédnutí učitelkám matematiky ZŠ Luhačovice. Všechny byly toho názoru, že dnešní žáci nejsou na takový způsob zadání příkladů zvyklí, a tudíž budou mít problémy zadaní porozumět, natož pak příklady správně vyřešit. K jejich (ale i k mému) překvapení, neměly tak úplně pravdu.

Obě třídy řešily test ve stejný den, 7. A ve druhé vyučovací hodině a 7. D v páté vyučovací hodině. Žáky jsem upozornila na fakt, že jednotlivé příklady v testu pochází z učebnic z let 1918-1955, je tedy možné, že tyto příklady řešili jejich prababičky (babičky), což žáky zaujalo. Dále jsem podotkla, že je pravděpodobně překvapí způsob zadání jednotlivých úloh. Nejasné bylo žákům zadání 1., 2. a 3. příkladu, u slovních úloh zadání porozuměli, ale ne vždy si věděli rady s řešením. Některé žáky zaskočila zkratka Kčs v pátém příkladu, ale ostatní spolužáci jim ochotně vysvětlili, že to znamená „korun československých“.

Test obsahuje šest příkladů. V prvním příkladu mohli žáci získat maximálně 4 body, ve druhém max. 4 body, ve třetím max. 3 body, ve čtvrtém max. 1 bod, v pátém max. 2 body a v šestém max. 3 body. Celkem tedy 17 bodů.

V 7. A řešilo test celkem 24 žáků a stejně tak v 7. D řešilo test celkem 24 žáků.

V 7. A (matematická třída) získalo plný počet bodů 8 žáků, tedy 33 % žáků celé třídy. Žáci 7. A na tento test nepotřebovali ani celou vyučovací hodinu (45 minut), všichni žáci odevzdali test asi 10 minut před koncem hodiny. Jeden žák dokonce odevzdal test už po 10-15 minutách a dosáhl maximálního počtu bodů. Na konci testu se třída shodla, že tento test nebyl příliš těžký.

V 7. D nedosáhl 100% výsledku, 17 bodů, ani jeden žák. Avšak jeden žák získal 16 bodů; ztratil pouze jeden bod, a to jen kvůli malé početní chybě. V této třídě se žáci na test nesoustředili tolik jako žáci třídy 7. A, měli i více dotazů ohledně jednotlivých příkladů. Testem jsme strávili celou vyučovací hodinu. Třída se shodla, že test byl pro ně těžký.

Na následujících stránkách jsou uvedeny a vyřešeny jednotlivé úlohy testu. Dále jsou zde uvedeny také výsledky žáků tříd 7. A a 7. D v jednotlivých příkladech. Výsledky jsou zpracovány podle bodového hodnocení 1. – 6. příkladu.

5.1 Příklad 1

1. Kolik pětin je $\frac{1}{10}+\frac{7}{10}$ **?**

Kolik polovin je $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$ **?**

Kolik třetin je $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$ **?**

Kolik polovin je $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$ **?**[113]

Řešení příkladu 1:

Zlomky nejprve sečteme a poté zkrátíme (převedeme na jmenovatele, který je v zadání):

$\frac{1}{10}+\frac{7}{10}=\frac{8}{10}$, tento zlomek máme vyjádřit v pětinách: $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}$, máme vyjádřit v polovinách: $\frac{4}{4}=\frac{2}{2}$

$\frac{1}{6}+\frac{3}{6}=\frac{4}{6}$, máme vyjádřit ve třetinách $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{6}+\frac{5}{6}=\frac{6}{6}$, máme vyjádřit v polovinách $\frac{6}{6}=\frac{2}{2}$

Výsledky žáků:

Žáci mohli v tomto příkladu získat maximálně 4 body, 1 bod za každou správnou odpověď.

Následující tabulka ukazuje, jak si žáci ze tříd 7. A a 7. D vedli.

V prvním sloupci tabulky jsou napsány body, které mohli žáci získat (0 – 4). Ve druhém a čtvrtém sloupci je uveden počet žáků (zvlášť ze 7. A a ze 7. D), kteří získali daný počet bodů. Třetí a pátý sloupec představují procentuální vyjádření 2. a 4. sloupce.

[113] PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích*, s. 96.

Body	7. A (celkem 24 žáků)		7. D (celkem 24 žáků)	
	Počet žáků s danými body	v procentech	Počet žáků s danými body	v procentech
4	15	62,5 %	7	29,2 %
3	7	29,1 %	11	45,8 %
2	1	4,2 %	5	20,8 %
1	0	0 %	1	4,2 %
0	1	4,2 %	0	0 %

V obou třídách žáci chybovali nejčastěji v poslední otázce: „Kolik polovin je $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$?" Ve většině případů žáci správně spočítali $\frac{1}{6}+\frac{5}{6} = \frac{6}{6}$, ale na otázku kolik je to polovin už odpověděli chybně. Ve třídě 7. A celkem 5 žáků odpovědělo, že $\frac{6}{6} = \frac{3}{2}$ a ve třídě 7. D uvedlo 13 žáků jako odpověď $\frac{3}{3}$, čili vůbec neodpověděli na otázku kolik je to polovin.

5.2 Příklad 2

2. Kolik celků jest: 8 čtvrtin, 20 pětin, 48 dvanáctin, 75 pětadvacetin?[114]

Řešení příkladu 2:

$\frac{8}{4}$ = 2 => 2 celky; $\frac{20}{5}$ = 4 => 4 celky; $\frac{48}{12}$ = 4 => 4 celky; $\frac{75}{25}$ = 3 => 3 celky

Výsledky žáků:

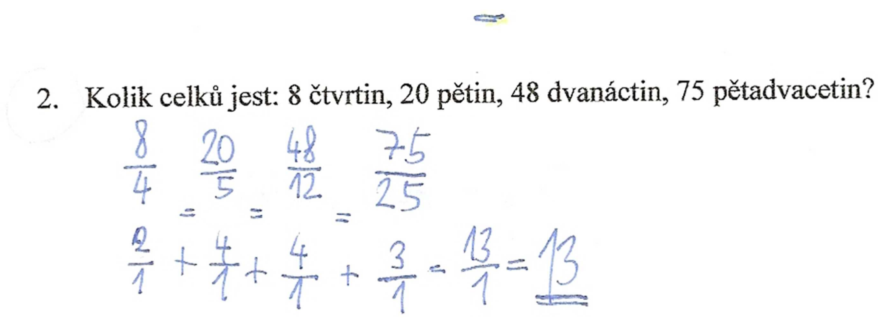
Maximální počet bodů v tomto příkladu byly opět 4 body, 1 bod za každý správný výsledek.

[114] BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*, s. 67.

	7. A (celkem 24 žáků)		7. D (celkem 24 žáků)	
Body	**Počet žáků** **s danými body**	**v procentech**	**Počet žáků** **s danými body**	**v procentech**
4	20	83 %	13	54,1 %
3	0	0 %	4	16,7 %
2	0	0 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
0	4	17 %	7	29,2 %

V 7. A tuto úlohu vyřešili bezchybně téměř všichni žáci. Pouze 4 žáci dostali 0 bodů, protože si špatně vyložili zadání. Příklad řešili tak, že všechny zlomky sečetli a odpověděli: „Je to 13 celků."

Ukázka:


2. Kolik celků jest: 8 čtvrtin, 20 pětin, 48 dvanáctin, 75 pětadvacetin?

$$\frac{8}{4} \quad \frac{20}{5} \quad \frac{48}{12} \quad \frac{75}{25}$$

$$\frac{2}{1} + \frac{4}{1} + \frac{4}{1} + \frac{3}{1} = \frac{13}{1} = \underline{\underline{13}}$$

V 7. D měli žáci s tímto příkladem jiný problém. Žáci, kteří získali 0 bodů, tento příklad vůbec nepochopili a 4 žáci, kteří ztratili jeden bod, udělali všichni početní chybu v určení kolik celků je $\frac{48}{12}$.

5.3 Příklad 3

3. Vypočítejte, jaký je celek, když[115]

a) $\frac{2}{3}$ jsou 8   b) $\frac{3}{5}$ jsou 27   c) $\frac{3}{4}$ jsou 99

[115] PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích*, s. 103.

Řešení příkladu 3:

a) $\frac{2}{3} = 8 \Rightarrow \frac{1}{3} = 4 \Rightarrow \frac{3}{3} = 12$ b) $\frac{3}{5} = 27 \Rightarrow \frac{1}{5} = 9 \Rightarrow \frac{5}{5} = 45$

c) $\frac{3}{4} = 99 \Rightarrow \frac{1}{4} = 33 \Rightarrow \frac{4}{4} = 132$

Výsledky žáků:

Třetí příklad byl v obou třídách považován za jeden z nejsložitějších. Avšak v 7. A tento příklad žáci brzy pochopili a vypočítali, byl tedy pro ně spíše záludný než složitý.

Celkem mohli žáci získat 3 body, jeden bod za každou správnou odpověď.

	7. A (celkem 24 žáků)		**7. D (celkem 24 žáků)**	
Body	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**
3	18	75 %	6	25 %
2	1	4,2 %	0	0 %
1	0	0 %	0	0 %
0	5	20,8 %	18	75 %

V 7. A řešilo špatně 5 žáků, jedna žákyně ztratila 1 bod kvůli početní chybě. 75 % žáků získalo maximální počet bodů. Naopak v 7. D získalo 75 % žáků 0 bodů - 7 žáků řešilo příklad špatně a 11 žáků (téměř polovina třídy) neřešilo příklad vůbec.

5.4 Příklad 4

4. Milan řekl: „Mám to do školy $\frac{1}{2}$ hodiny cesty.“ Jeník: „Já jsem tam o 7 minut dříve.“ Jak dlouho šel do školy Jeník?[116]

Řešení příkladu 4:

Milan to má do školy $\frac{1}{2}$ hodiny, což je 30 minut cesty. Jeník je ve škole o 7 minut dříve, tedy 30 – 7 = 23 minut. Jeník šel do školy 23 minut.

Výsledky žáků:

Tento příklad byl asi nejjednodušší z celého testu, žáci mohli získat 1 bod za správnou odpověď.

[116] TRAJER, Josef, PÁTEK, František a KNÍŽE, Gustav. *Početnice pro 4. postupný ročník národních škol*, s. 164.

	7. A (celkem 24 žáků)		7. D (celkem 24 žáků)	
Body	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**
1	22	92 %	19	79 %
0	2	8 %	5	21 %

V 7. A tento příklad řešila špatně pouze 1 žákyně a jedna žákyně udělala početní chybu. V 7. D získalo 0 bodů 5 žáků; všech 5 žáků řešilo příklad špatným způsobem.

5.5 Příklad 5

5. **Petřík dostal od rodičů 30 Kčs na učební pomůcky. Když se vrátil ze školy, odpověděl na sestřinu otázku, kolik Kčs mu zbylo, takto: „$\frac{1}{2}$ peněz jsem dal za knihy, $\frac{1}{3}$ za sešity a $\frac{1}{6}$ za tužky a pera. Vypočítej, kolik Kčs mi zbylo.“ Pomozte Petříkově sestře při výpočtu.**[117]

Řešení příkladu 5:

Petřík utratil $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6}$ z 30 Kčs, to znamená, že utratil 30 Kčs a nezbylo mu nic.

Výsledky žáků:

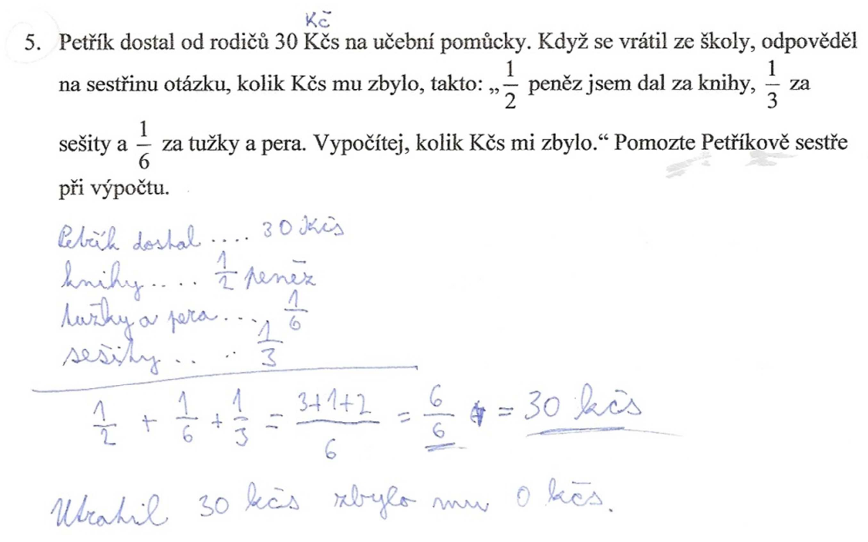
V této úloze mohli žáci získat 2 body; 1 bod za výpočet kolik Kčs Petřík utratil a 1 bod za správnou odpověď (tedy výpočet kolik mu zůstalo).

	7. A (celkem 24 žáků)		7. D (celkem 24 žáků)	
Body	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**
2	19	79 %	10	41,6 %
1	0	0 %	1	4,2 %
0	5	21 %	13	54,2 %

Ke správnému výsledku došli žáci obou tříd dvěma způsoby. Někteří sečetli zlomky $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6}$ a zjistili, že utratil všechny peníze. Jiní zase počítali $\frac{1}{2}$ z 30 Kčs, $\frac{1}{3}$ z 30 Kčs a $\frac{1}{6}$ z 30 Kčs, a odtud dostali 15 + 10 + 5 = 30 Kčs a tím také zjistili, že utratil všechny peníze.

[117] PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích*, s. 99.

Ukázka č. 1:



Kč

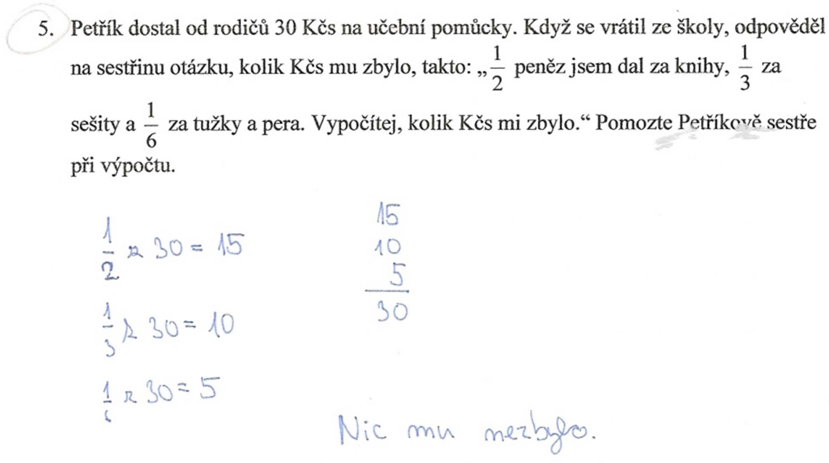
5. Petřík dostal od rodičů 30 Kčs na učební pomůcky. Když se vrátil ze školy, odpověděl na sestřinu otázku, kolik Kčs mu zbylo, takto: „$\frac{1}{2}$ peněz jsem dal za knihy, $\frac{1}{3}$ za sešity a $\frac{1}{6}$ za tužky a pera. Vypočítej, kolik Kčs mi zbylo.“ Pomozte Petříkově sestře při výpočtu.

Petřík dostal .... 30 Kčs
knihy .... $\frac{1}{2}$ peněz
tužky a pera .... $\frac{1}{6}$
sešity .... $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3+1+2}{6} = \frac{6}{6} = 30$ kčs

Utratil 30 kčs zbylo mu 0 kčs.

Ukázka č. 2:



5. Petřík dostal od rodičů 30 Kčs na učební pomůcky. Když se vrátil ze školy, odpověděl na sestřinu otázku, kolik Kčs mu zbylo, takto: „$\frac{1}{2}$ peněz jsem dal za knihy, $\frac{1}{3}$ za sešity a $\frac{1}{6}$ za tužky a pera. Vypočítej, kolik Kčs mi zbylo.“ Pomozte Petříkově sestře při výpočtu.

$\frac{1}{2}$ z 30 = 15
$\frac{1}{3}$ z 30 = 10
$\frac{1}{6}$ z 30 = 5

15
10
5
30

Nic mu nezbylo.

U nesprávných řešení dělali žáci v obou třídách tu chybu, že počítali $\frac{1}{2}$ z 30 Kčs, vyšlo jim 15 a potom $\frac{1}{3}$ z 15, což je 5 a nakonec $\frac{1}{6}$ z 5. Počítali tedy $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{6}$ ze zbytku, ne z celé částky 30 Kčs. Jiný problém nastal u žáků, kteří správně vypočítali $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$ $= \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6}$, ale potom nevěděli, co vlastně vypočítali a co to vlastně těch $\frac{6}{6}$ znamená.

Ukázka č. 1:

5. Petřík dostal od rodičů 30 Kčs na učební pomůcky. Když se vrátil ze školy, odpověděl na sestřinu otázku, kolik Kčs mu zbylo, takto: „$\frac{1}{2}$ peněz jsem dal za knihy, $\frac{1}{3}$ za sešity a $\frac{1}{6}$ za tužky a pera. Vypočítej, kolik Kčs mi zbylo.“ Pomozte Petříkově sestře při výpočtu.

dostal ...... 30 Kčs
za knihy ...... $\frac{1}{2}$
za sešity ... $\frac{1}{3}$
za tužky a pera ... $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}$ z $30 = 15$ $\frac{1}{3}$ z $15 = 5$ $\frac{1}{6}$ z $5 = 0{,}8\overline{3}$

5 : 6 = 0,8 ...

Petříkovi zbylo 0,83 Kčs

Ukázka č. 2:

5. Petřík dostal od rodičů 30 Kčs na učební pomůcky. Když se vrátil ze školy, odpověděl na sestřinu otázku, kolik Kčs mu zbylo, takto: „$\frac{1}{2}$ peněz jsem dal za knihy, $\frac{1}{3}$ za sešity a $\frac{1}{6}$ za tužky a pera. Vypočítej, kolik Kčs mi zbylo.“ Pomozte Petříkově sestře při výpočtu.

Petřík dostal .... 30 Kčs
za knihy .... $\frac{1}{2}$
sešity .... $\frac{1}{3}$
tužky a pera ... $\frac{1}{6}$
Petříkovy zbylo .... ?

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = \frac{6}{6}$

$\frac{30}{1} - \frac{6}{6} = \frac{180-6}{6} = \frac{173}{6}$

Petříkovy zbylo $\frac{173}{6}$ Kčs.

5.6 Příklad 6

6. V knize je 1080 úloh. V prvém čtvrtletí vyřešili žáci $\frac{1}{5}$ všech úloh, v druhém čtvrtletí $\frac{1}{3}$ zbytku. Kolik nevyřešených úloh jim zůstalo na druhé pololetí?[118]

Řešení příkladu 6:

V prvním čtvrtletí vyřešili $\frac{1}{5}$ z 1080 úloh, zbyly tedy $\frac{4}{5}$ a z nich vyřešily v druhém čtvrtletí $\frac{1}{3}$, tedy $\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$. Celkem tedy vyřešili $\frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$ úloh. Na druhé pololetí tedy zbylo $\frac{15}{15} - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$ z 1080 úloh, a to je $1080 \cdot \frac{8}{15} = 576$ úloh.

Výsledky žáků:

Šestý příklad byl nejsložitější z celého testu. Maximální počet bodů v tomto příkladu jsou 3 body, 1 bod za výpočet $\frac{1}{5}$ ze všech úloh, 1 bod za vypočítání $\frac{1}{3}$ zbytku a 1 bod za správný výsledek (tedy kolik nevyřešených úloh zbylo na druhé pololetí).

Bodování je nastaveno tímto způsobem, protože všichni žáci (kteří příklad řešili/vyřešili), jej řešili tak, že nejprve vypočítali $\frac{1}{5} \cdot 1080 = 216$, zbývá $1080 - 216 = 864$ úloh, $\frac{1}{3}$ ze zbytku je tedy $\frac{1}{3} \cdot 864 = 288$. Celkem tedy vypočítali $216 + 288 = 504$ úloh a na druhé pololetí zbývá $1080 - 504 = 576$ úloh.

Nikdo z žáků 7. A a 7. D neřešil 6. příklad stejným způsobem, jaký uvádím já.

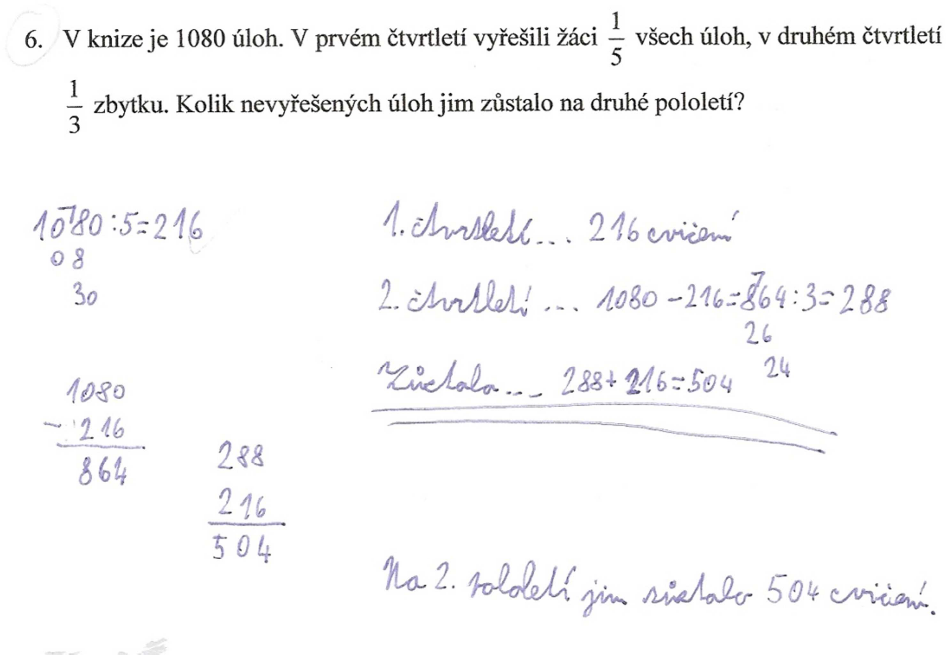
	7. A (celkem 24 žáků)		**7. D (celkem 24 žáků)**	
Body	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**	**Počet žáků s danými body**	**v procentech**
3	13	54,2 %	2	8,3 %
2	3	12,5 %	1	4,2 %
1	6	25 %	6	25 %
0	2	8,3 %	15	62,5 %

Žáci, kteří ztratili 1 bod, byli schopni vypočítat $\frac{1}{5}$ ze všech úloh = 216 i $\frac{1}{3}$ zbytku = = 288, ale pak udělali početní chybu, anebo správně sečetli 216 + 288 = 504 úloh, ale toto

[118] PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích*, s. 99.

číslo uvedli jako výsledek. Neuvědomili si, že 504 je počet vyřešených úloh, nikoli těch, které je ještě potřeba vyřešit v druhém pololetí.

Ukázka:



6. V knize je 1080 úloh. V prvém čtvrtletí vyřešili žáci $\frac{1}{5}$ všech úloh, v druhém čtvrtletí $\frac{1}{3}$ zbytku. Kolik nevyřešených úloh jim zůstalo na druhé pololetí?

1080 : 5 = 216
08
30

1080
− 216
864

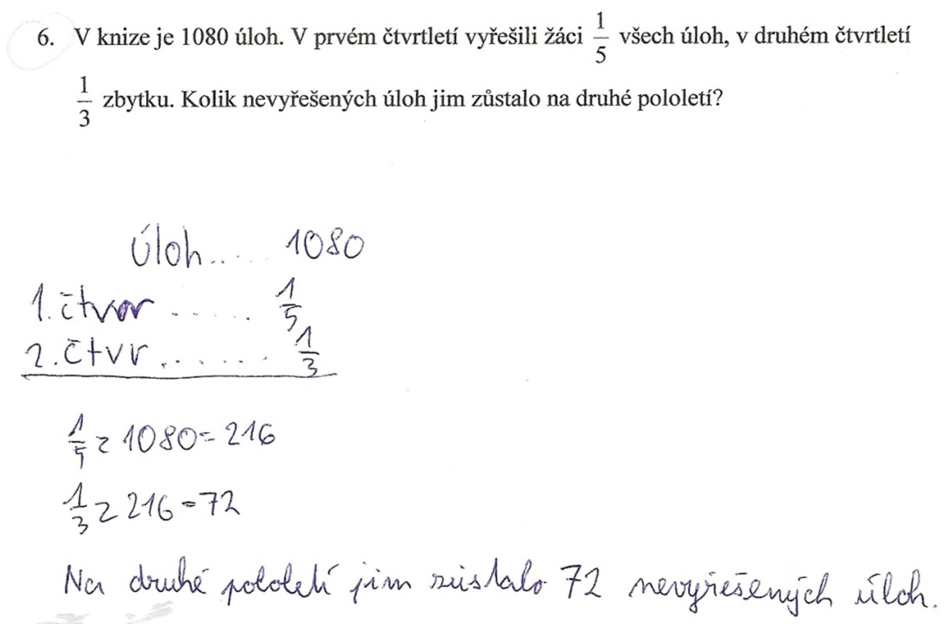
288
216
504

1. čtvrtletí ... 216 cvičení
2. čtvrtletí ... 1080 − 216 = 864 : 3 = 288
26
24
Zůstalo ... 288 + 216 = 504

Na 2. pololetí jim zůstalo 504 cvičení.

Téměř všichni žáci, kteří ztratili 2 body, udělali stejnou chybu. Správně vypočítali $\frac{1}{5}$ z 1080 úloh (= 216), ale poté už nebyli schopni správně určit $\frac{1}{3}$ zbytku – vypočítali $\frac{1}{3}$ z 216, což jim vyšlo 72 a toto číslo už považovali za výsledek.

Ukázka:



6. V knize je 1080 úloh. V prvém čtvrtletí vyřešili žáci $\frac{1}{5}$ všech úloh, v druhém čtvrtletí $\frac{1}{3}$ zbytku. Kolik nevyřešených úloh jim zůstalo na druhé pololetí?

Úloh ... 1080
1. čtvr ..... $\frac{1}{5}$
2. čtvr ..... $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$ z 1080 = 216
$\frac{1}{3}$ z 216 = 72

Na druhé pololetí jim zůstalo 72 nevyřešených úloh.

Většina žáků s 0 body si s tímto příkladem vůbec nevěděla rady. Tito žáci měli špatný postup nebo příklad neřešili vůbec. Bohužel, 0 bodů získala většina žáků 7. D.

5.7 Závěr praktické části

Žáci mohli v testu dosáhnout maximálně 17 bodů. V prvním sloupci tabulky jsou uvedeny počty bodů, které žáci v testu celkem získali. Ve druhém sloupci tabulky je počet žáků, kteří tohoto počtu bodů dosáhli. Ve třetím sloupci je uvedena úspěšnost žáků v testu.

Nejprve tabulka pro třídu 7. A (matematická třída):

TŘÍDA 7. A		
Body celkem max. 17	**Počet žáků** **s danými body**	**Úspěšnost v testu** v %
17	8	100%
16	1	94%
15	3	88,2%
14	4	82,3%
13	1	76,5%
12	1	70,5%
11	1	65%
10	2	58,8%
9	1	52,9%
6	2	35,3%

PRŮMĚR:

Třída 7. A dosáhla v průměru celkem 13,75 bodů (ze 17 bodů). Průměrná úspěšnost této třídy v testu je tedy 80,9 %.

Tabulka pro třídu 7. D (běžná třída):

TŘÍDA 7. D		
Body celkem max. 17	**Počet žáků** **s danými body**	**Úspěšnost v testu** v %
16	1	94%
15	1	88,2%
14	2	82,3%
13	1	76,5%
12	2	70,5%
11	1	65%
10	1	58,8%
9	3	52,9%
8	3	47%
7	2	41,2%
6	1	35,3%
5	2	29,4%
4	1	23,5%
2	3	11,8%

PRŮMĚR:

Třída 7. D dosáhla celkem v průměru 8,7 bodu (ze 17 bodů). Průměrná úspěšnost této třídy v testu je tedy 51,1 %.

ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce bylo shrnout historii a teorii pojmu zlomek. Prostudovat historické učebnice matematiky, které se zabývají zlomky a vyřešit vybrané úlohy z těchto učebnic. Tyto cíle jsou naplněny v první, druhé a třetí kapitole teoretické části bakalářské práce. Dalším cílem bylo ověřit, zda je dnešní žák schopen vyřešit úlohy z českých učebnic matematiky 1918-1955. Tohoto cíle bylo dosaženo prostřednictvím testu, který obsahoval tyto úlohy.

Po prostudování historických i současných učebnic matematiky, mohu konstatovat, že učebnice vydané v letech 1918-1955 jsou více zaměřeny na praktické využití zlomků. Tyto učebnice a početnice obsahují značné množství slovních úloh, které vycházejí z běžných situací. Příkladů, které slouží pouze k procvičování jednotlivých početních operací se zlomky je podstatně méně. V tomto ohledu se současné učebnice od těch historických velmi liší. Do dnešních učebnic jsou zařazeny hlavně příklady k procvičování právě početních operací se zlomky na úkor slovních úloh.

Výsledky testu, který řešili žáci ZŠ Luhačovice, ukazují, že žáci matematické třídy 7. A byli schopni vyřešit celý test bez větších obtíží. V běžné třídě 7. D nastaly problémy s pochopením jednotlivých příkladů i s jejich řešením. Jednotlivé příklady byly zadány jiným způsobem, než jsou žáci zvyklí. Můžeme říci, že každý příklad byl svým způsobem slovní úlohou, neboť u všech příkladů si žák musel nejprve uvědomit „na co se ho ptají“ a „co má vypočítat“. Ani v jedné z úloh testu se nejednalo pouze o mechanické počítání se zlomky. Nejproblematičtější byl pro žáky obou tříd bezpochyby poslední, 6. příklad. Byla to poměrně komplikovaná slovní úloha, ve které žáci museli uvažovat nad tím, jakou cestou se dopracují k výsledku, jaké početní operace využijí a co vlastně vypočítali dílčími výpočty. Obtíže při řešení tohoto příkladu nenastaly z důvodu neznalosti počítání se zlomky, nýbrž kvůli nesprávnému vyhodnocení nastolené situace. Tento fakt může být důsledkem výše zmiňovaného nedostatku slovních úloh v současných učebnicích matematiky. Žáci si z hodin matematiky odnášejí schopnost mechanického počítání se zlomky, často však bez porozumění dané problematice.

Studium odborné literatury mne obohatilo o nové poznatky především z oblasti historie zlomků. Zajímavou zkušeností bylo také studium historických učebnic matematiky. Doufám, že tyto nové informace využiji při svém dalším studiu i v budoucí pedagogické praxi.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

BALADA, František. *Z dějin elementární matematiky*. 1. Vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1959. 238 s.

BUZEK, Kamil. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké*. 5. vyd. Praha, 1926

BYDŽOVSKÝ, Bohumil a VOJTĚCH, Jan. *Sbírka úloh z mathematiky pro vyšší třídy středních škol*. 2. vyd. Praha: nákl. Jednoty čes. mathematiků a fyziků, 1920. 332 s.

BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Aritmetika: Pro 4. – 7. tř. šk. stř.* 4. vyd. Praha, 1920

ČERVENKA, Ladislav. *Aritmetika pro 2. třídu středních škol*. 5.upr.vyd. Praha: Jednota čsl. matematiků a fysiků, 1923. 94 s. Učebnice pro stř. šk., vydávané Jedn. čsl. matematiků a fysiků v Praze; č.110.

HERMAN, Jiří, CHRÁPAVÁ, Vítězslava, JANČOVIČOVÁ, Eva a ŠIMŠA, Jaromír. *Matematika pro nižší třídy víceletých gymnázií: Racionální čísla. Procenta.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995.

KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku.* Praha: Academia nakladatelství Československé akademie věd, 1968. 221 s.

KOPECKÝ, Milan. *Aritmetika*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2002. 68 s. ISBN 80-244-0546-6

KOZÁK, Jan. *Početnice: Pro 6., 7., a 8. šk. r. všech šk. obecných*. 1. vyd. Praha, 1927.

ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Pracovní sešit z matematiky: pro 7. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1999. 180 s. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-162-0

ODVÁRKO, Oldřich a KADLEČEK, Jiří. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 1. díl. Zlomky, celá čísla, racionální čísla*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998. 88 s. ISBN 80-7196-111-6

PINDROCH, Šimon, RAKUŠANOVÁ, Anna a TESAŘ, Karel. *Početnice pro pátý postupný ročník škol všeobecně vzdělávacích*. 1. vyd. Praha: SPN, 1954. 170, [3] s.

PŮLPÁN, Zdeněk, ČIHÁK, Michal, MÜLLEROVÁ, Šárka. *Matematika 7 pro základní školy: aritmetika.* 1. vyd. Praha: SPN –pedagogické nakladatelství, 2008. 2 sv. ISBN 978-80-7235-398-9

ŠAROUNOVÁ, Alena, ed. *Matematika 7, 1. Díl.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-106-X.

ŠEDIVÝ, Ondřej a kol. *Matematika pro 7. Ročník základní školy, 2. Díl*, 1. vyd. Praha: státní pedagogické nakladatelství, 1987

TRAJER, Josef, PÁTEK, František a KNÍŽE, Gustav. *Početnice pro 4. postupný ročník národních škol*. 4. vyd. Praha: Státní nakladatelství učebnic, 1952. 198, [2] s.

VOŠICKÝ, Zdeněk. *Matematika v kostce - pro střední školy*, Opravený dotisk 2. vyd. Havlíčkův Brod: Fragment, 2003. 124 s. V kostce. ISBN 80-7200-964-8

SEZNAM ELEKTRONICKÝCH ZDROJŮ

MACHÁŇOVÁ, Šárka. Mocniny - mocnina zlomku. *Metodický portál : Digitální učební materiály* [online]. 20. 04. 2010, [cit. 2015-02-10]. Dostupný z WWW: <http://dum.rvp.cz/materialy/mocniny-mocnina-zlomku.html>. ISSN 1802-4785.

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1: **TEST – ZLOMKY**

Příloha č. 1:

TEST - ZLOMKY

Škola: Třída: Jméno a příjmení:

1. Kolik pětin je $\frac{1}{10}+\frac{7}{10}$?

Kolik polovin je $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$?

Kolik třetin je $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}$?

Kolik polovin je $\frac{1}{6}+\frac{5}{6}$?

2. Kolik celků jest: 8 čtvrtin, 20 pětin, 48 dvanáctin, 75 pětadvacetin?

3. Vypočítejte, jaký je celek, když

a) $\frac{2}{3}$ jsou 8 b) $\frac{3}{5}$ jsou 27 c) $\frac{3}{4}$ jsou 99

4. Milan řekl: „Mám to do školy $\frac{1}{2}$ hodiny cesty." Jeník: „Já jsem tam o 7 minut dříve." Jak dlouho šel do školy Jeník?

5. Petřík dostal od rodičů 30 Kčs na učební pomůcky. Když se vrátil ze školy, odpověděl na sestřinu otázku, kolik Kčs mu zbylo, takto: „$\frac{1}{2}$ peněz jsem dal za knihy, $\frac{1}{3}$ za sešity a $\frac{1}{6}$ za tužky a pera. Vypočítej, kolik Kčs mi zbylo." Pomozte Petříkově sestře při výpočtu.

6. V knize je 1080 úloh. V prvém čtvrtletí vyřešili žáci $\frac{1}{5}$ všech úloh, v druhém čtvrtletí $\frac{1}{3}$ zbytku. Kolik nevyřešených úloh jim zůstalo na druhé pololetí?

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Lenka Hrošová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Jitka Hodaňová, PhD.
Rok obhajoby:	2015

Název práce:	Zlomky v českých učebnicích matematiky 1918-1955
Název v angličtině:	Fractions in Czech mathematics textbooks 1918-1955
Anotace práce:	Bakalářská práce se zabývá zlomky obecně i z historického hlediska. Obsahem teoretické části je historie a teorie zlomků, dále jsou zde vyřešeny úlohy z českých učebnic matematiky 1918-1955. V praktické části jsou zpracovány výsledky testu, který ověřoval schopnost žáků 7. tříd vyřešit příklady z historických učebnic matematiky.
Klíčová slova:	Zlomek, historie zlomku, teorie zlomku, české učebnice matematiky 1918-1955, test
Anotace v angličtině:	The bachelor thesis deals with fractions generally and from historical point of view. The history and theory of fractions are defined in the theoretical part. There are also solved exercises from Czech mathematics textbooks 1918-1955. The results of the test are processed in the practical part. This test checked the ability of seventh grade pupils to solve the exercises from historical textbooks of mathematics.
Klíčová slova v angličtině:	Fraction, history of fraction, theory of fraction, Czech mathematics textbooks 1918-1955, test
Přílohy vázané v práci:	1
Rozsah práce:	62 stran
Jazyk práce:	český