

## Diplomová práce

# Přístupy k výuce matematiky v učitelské praxi

Studijní program:

M0113A300008 Učitelství pro 1. stupeň základních škol

Autor práce:

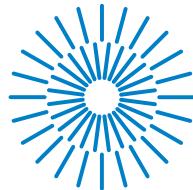
**Kamila Bretfeldová**

Vedoucí práce:

Mgr. Jiří Břehovský, Ph.D.

Katedra matematiky

Liberec 2024



## **Zadání diplomové práce**

### **Přístupy k výuce matematiky v učitelské praxi**

*Jméno a příjmení:*

**Kamila Bretfeldová**

*Osobní číslo:*

P19000442

*Studijní program:*

M0113A300008 Učitelství pro 1. stupeň základních škol

*Zadávající katedra:*

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

*Akademický rok:*

2021/2022

#### **Zásady pro vypracování:**

V teoretické části shrnout základní poznatky související s alternativními výchovně-vzdělávacími programy z pohledu výuky matematiky a možnostmi sběru dat v pedagogickém výzkumu. S tím souvisí rešeršní činnost odborných publikací a periodik (českých a zahraničních). Na základě výsledků rešeršní činnosti vybrat vhodné zástupce alternativních přístupů k výuce matematiky a provést jejich vzájemné srovnání z pohledu jejich přístupu k výuce matematiky. Realizovat náslechy ve výuce matematiky na školách s různými výchovně-vzdělávacími programy, provést jejich rozbor a následné srovnání. Navrhnout a realizovat didaktické testování vědomostí a dovedností žáků z vybraných škol a získaná data vyhodnotit.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování práce:

tištěná/elektronická

Jazyk práce:

čeština

**Seznam odborné literatury:**

CAROLYN, J.: (2015) *An evaluation of an independent study program in six charter alternative schools*. Theses and Dissertations. 647.

PRŮCHA, J.: (2012) *Alternativní školy*. 2. upravené vydání. Portál. ISBN 80-7178-072-3.

PRŮCHA, J.: (2009) *Moderní pedagogika*. Portál. ISBN: 80-7178-170-3.

PRŮCHA, J.: (2009) *Pedagogická encyklopédia*. Portál. ISBN 978-80-7367-546-2.

PRŮCHA, J.: (2001) *Alternativní školy a inovace ve vzdělávání*. Portál. ISBN 978-80-7178-999-4.

RÝDL, K.: (1991) *Principy a pojmy pedagogiky Marie Montessori*. Public History. ISBN 80-902193-7-3.

Vedoucí práce:

Mgr. Jiří Břehovský, Ph.D.

Katedra matematiky

Datum zadání práce:

1. září 2022

Předpokládaný termín odevzdání: 26. dubna 2023

L.S.

prof. RNDr. Jan Picek, CSc.  
děkan

doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.  
garant studijního programu

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

## Anotace

Teoretická část diplomové práce se zabývá popisem tradičních a vybraných alternativních škol. Podrobněji popisujeme tyto školy z hlediska jejich přístupu ke vzdělávání v oblasti matematiky. V praktické části se zabýváme porovnáváním přístupů jednotlivých typů škol k výuce matematiky na prvním stupni základní školy. Nástroji k tomuto porovnání byly pozorování výuky a didaktický text. V rámci náslechů jsme se zaměřili na použité metody, činnost učitele a práci žáků. Kromě výsledků úloh didaktického testu nás zajímaly především přístupy jednotlivých žáků k jejich řešení.

## Klíčová slova

Montessori škola, tradiční škola, inovativní škola, waldorfská škola, výuka matematiky, metody výuky

## Annotation

The theoretical part of the thesis deals with the description of traditional and selected alternative schools. We describe these schools in more detail in terms of their approach to mathematics education. In the practical part we compare the approaches of different types of schools to mathematics education at the first level of primary school. The tools for this comparison were teaching observations and a didactic text. Within the listening sessions we focused on the methods used, the teacher's activity and the pupils' work. In addition to the results of the didactic test tasks, we were particularly interested in the approaches of individual pupils to solving them.

## Keywords

Montessori school, traditional school, innovative school, teaching mathematics, teaching methods

## Obsah

Úvod .....	7
1 TEORETICKÁ ČÁST .....	8
1.1 Sledované aspekty během náslechů.....	8
1.2 Motivace .....	8
1.3 Formativní hodnocení.....	8
1.4 Přístupy ve vzdělávání.....	12
1.4.1 Transmisivní přístup.....	12
1.4.2 Konstruktivistický přístup .....	12
1.5 Vyučovací metody v matematice a jejich dělení .....	13
1.6 Konkrétní vzdělávací metody v matematice .....	18
1.7 Typy škol ve vzdělávacím systému ČR.....	19
1.7.1 Tradiční škola.....	20
1.7.2 Inovativní škola .....	21
1.7.3 Daltonská škola .....	27
1.7.4 Montessori škola .....	28
1.7.5 Waldorfská škola.....	30
1.7.6 Jenská škola.....	32
1.8 Matematika v různých typech škol .....	33
1.8.1 Matematika v daltonské pedagogice .....	33
1.8.2 Matematika ve waldorfské pedagogice .....	35
1.8.3 Matematika v Montessori pedagogice.....	37
1.8.4 Matematika v jenské pedagogice .....	39
1.8.5 Matematika v tradiční pedagogice .....	40
1.8.6 Matematika v inovativní pedagogice .....	42
2 PRAKTICKÁ ČÁST .....	44
2.1 Pozorování a didaktický test v pedagogickém výzkumu.....	44
2.2 Náslechy na vybraných typech škol .....	46
2.2.1 Náslechy v Montessori škole.....	46
2.2.2 Náslechy ve Waldorfské škole .....	54
2.2.3 Náslechy v inovativní škole .....	60
2.2.4 Náslechy v tradiční škole .....	66
2.3 Testová část .....	72
2.3.1 Test.....	72

2.3.2 Rozbor testových úloh.....	73
2.3.3 Testování v Montessori škole.....	75
2.3.4 Testování ve waldorfské škole .....	79
2.3.5 Testování v inovativní škole .....	83
2.3.6 Testování v tradiční škole .....	87
2.3.7 Celkové vyhodnocení testů .....	92
2.3.8 Celková úspěšnost v testech.....	96
Závěr.....	97
Seznam literatury.....	99
Zdroje obrázky .....	101

## Seznam obrázků

Obrázek 1: Formativní hodnocení – schody

Obrázek 2: Formativní hodnocení – terč

Obrázek 3: Formativní hodnocení – barevné karty

Obrázek 4: Matematika v daltonské pedagogice – sada s úkoly

Obrázek 5: Matematika v daltonské pedagogice – geometrická skládanka

Obrázek 6: Matematika v daltonské pedagogice – slovní úloha

Obrázek 7: Matematika ve waldorfské pedagogice – voskové bločky

Obrázek 8: Matematika ve waldorfské pedagogice – mathsticks

Obrázek 9: Matematika v Montessori pedagogice – barevné korálky

Obrázek 10: Matematika v Montessori pedagogice – sčítání

Obrázek 11: Matematika v jenské pedagogice – žákovská zlomková sada

Obrázek 12: Matematika v jenské pedagogice – demonstrační hodiny

Obrázek 13: Matematika v tradiční pedagogice – matematické počítací kostky

Obrázek 14: Matematika v tradiční pedagogice – odčítací karty

Obrázek 15: Matematika v inovativní pedagogice – vláčky

Obrázek 16: Matematika v inovativní pedagogice – zvířátka dědy Lesoně

Obrázek 17: Matematika v inovativní pedagogice – slovní úloha

Obrázek 18: Náčrt sestavených geometrických obrazců v Montessori škole

Obrázek 19: Zápis úlohy v Montessori škole

Obrázek 20: Využití pomůcky k dělení v Montessori škole

Obrázek 21: Pomůcka k velkému dělení Montessori škola

Obrázek 22: Šachovnice

Obrázek 23: Zadání z pracovního sešitu v inovativní škole

Obrázek 24: Trojúhelník zaznamenaný dle zadání

Obrázek 25: Seřazené bilanské groše podle jejich hodnoty

### **Seznam tabulek**

Tabulka 1: Formativní hodnocení

Tabulka 2: Bodové hodnocení testů Montessori škola

Tabulka 3: Bodové hodnocení testů Waldorfská škola 1. část

Tabulka 4: Bodové hodnocení testů Waldorfská škola 2. část

Tabulka 5: Bodové hodnocení testů inovativní škola 1. část

Tabulka 6: Bodové hodnocení testů inovativní škola 2. část

Tabulka 7: Bodové hodnocení testů tradiční škola 1. část

Tabulka 8: Bodové hodnocení testů tradiční škola 2. část

Tabulka 9: Bodové hodnocení testů tradiční škola 3. část

### **Seznam grafů**

Graf 1: Znázorněné rovinné obrazce Montessori škola

Graf 2: Znázorněné rovinné obrazce Waldorfská škola

Graf 3: Znázorněné rovinné obrazce inovativní škola

Graf 4: Znázorněné rovinné obrazce tradiční škola

Graf 5: Vyhodnocení početních operací

Graf 6: Vyhodnocení převodů jednotek času

Graf 7: Vyhodnocení konstrukční úlohy

Graf 8: Vyhodnocení rovinných obrazců

Graf 9: Vyhodnocení slovní úlohy

Graf 10: Celková úspěšnost v jednotlivých úlohách

Seznam použitých zkratek a symbolů (abecedně tříděný)

ČR – Česká republika

DP – Diplomová práce

SVP – speciální vzdělávací potřeby

str., s. – strana

RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

## Úvod

Podnětem k vypracování této diplomové práce byl především záměr zjistit, jak jsou žáci v různých typech škol vzděláváni v oblasti matematiky a zda při této výuce zažívají radost z poznání. Během studia jsem absolvovala několik praxí, při kterých jsem si s žáky povídala a i mimo školu se často setkávám s dětmi, které nemají rády matematiku. Rozhodli jsme se tedy prostřednictvím pozorování během náslechů zjistit, zda a jak se výuka matematiky na těchto tradičních a alternativních školách liší, do jaké míry jsou žáci aktivními činiteli vzdělávacího procesu a jaké pomůcky se při výuce využívají.

Jedním z cílů diplomové práce je provést vzájemné srovnání vybraných typů škol z hlediska jejich přístupu k výuce matematiky. Jako vhodný nástroj pro sběr dat potřebných k tomuto srovnání byl zvolen náslech výuky matematiky. S ohledem na povahu a rozsah diplomové práce byly vybrány čtyři různé typy škol: Montessori škola, waldorfská škola, inovativní škola a tradiční škola, na kterých probíhalo pozorování výuky matematiky.

Dalším cílem bylo porovnat matematické vědomosti a dovednosti žáků těchto škol a popsat jejich přístupy při řešení matematických úloh. K tomuto účelu byl sestaven nestandardizovaný didaktický test. Data získaná tímto testováním byla podrobena kvantitativní i kvalitativní analýze.

Sběry a vyhodnocení dat probíhalo jistou formou případové studie, jejíž výsledky se vztahují ke konkrétním zapojeným školám. Nicméně jako celek poskytují dobrou představu o konkrétních činnostech učitelů a žáků v zastoupených typech škol.

# 1 TEORETICKÁ ČÁST

## 1.1 Sledované aspekty během náslechů

Nejprve podrobněji charakterizujeme jednotlivé oblasti, které budeme během náslechů pozorovat. Jedná se o metody a přístupy používané ve výuce matematiky, motivaci a přítomnost formativního hodnocení žáků.

## 1.2 Motivace

Pro účely DP budeme vycházet z definice Karlovy Univerzity o školní motivaci, konkrétně z desáté kapitoly a zkušeností z pedagogické praxe i přednášek. Dostupné z:

[https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/826069/mod\\_resource/content/1/MOODLE\\_%C5%A0koln%C3%AD%20motivace.pdf](https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/826069/mod_resource/content/1/MOODLE_%C5%A0koln%C3%AD%20motivace.pdf)

Jedná se o vnitřní nebo vnější faktor, který podněcuje k řešení úkolu, dosažení cílů či dokončení aktivit. U mladších žáků převažuje vnější motivace, ale postupně žáci přechází na motivaci vnitřní. Žáci by měli být motivováni vlastním úspěchem, ale mladší žáci si toto většinou neuvědomují, a proto je vhodné k jejich vzdělávání využívat vnější motivaci. Tou mohou být odměny jako jsou body, známky, pochvaly či sladkosti. Avšak při využití vnější motivace, musí být odměna pro žáky dostatečně lákavá a žáci, kteří jsou tímto způsobem motivováni, tím přicházejí o možnost zapojení vnitřní motivace.

Vnitřní motivace se může u každého žáka lišit, což je v pořádku. Pramení totiž z vlastních potřeb žáka, jako je například potřeba úspěchu, uznání či seberealizace. Žák chce dosáhnout pokroku v dané oblasti, pracuje s větším zápalem a záleží mu na výsledku kvůli tomu, aby si ověřil, že pochopil princip jevu a dokáže ho aplikovat. Je tedy vhodné vzbouzet v žácích zejména vnitřní motivaci, která vede žáky k naplnění cíle pomocí touhy po úspěchu. Čím dřív se s vnitřní motivací naučí pracovat, tím jednodušší pro ně bude stanovit si motiv a pokračovat v dosažení cíle i po jejich selhání.

## 1.3 Formativní hodnocení

Pro účely DP využijeme shrnutí formativního hodnocení dle M. Bartošky a A. Sochorové a definici J. Průchy z Pedagogického slovníku. Tyto definice se vzhledem k naplnění cílů DP hodí nejlépe. J Průcha definuje formativní hodnocení takto: „*Hodnocení průběžné, jehož cílem je získat informace o průběhu procesu, jevu, o aktuálním stavu, momentální výkonosti; diagnostikovat případné závady, odchylky, typické chyby tak, aby bylo možné včas poskytnout zpětnou vazbu všem zúčastněným, provést potřebné změny a odstranit případné nedostatky.*“

PRŮCHA, Jan. Pedagogický slovník – 4. vydání. Praha: Portál, 2008. (str. 66)

Formativní hodnocení je uplatňováno na stále větším počtu škol at' už soukromého či veřejného zřizovatele. Je zaměřeno na individuální pokrok každého žáka. Velmi důležitou součástí tohoto hodnocení je zpětná vazba od učitele, stanovení konkrétních cílů, sebereflexe žáka a v neposlední řadě komunikace mezi učitelem a žákem.

Cíle může stanovit učitel, ale také žák by si měl stanovit své vlastní cíle, kterých chce v konkrétním vyučovacím předmětu nebo v určité dovednosti dosáhnout. Výhodou formativního hodnocení je, že se cíle žáků mohou lišit podle toho, co potřebují zlepšit. Každý žák by měl svých cílů dosáhnout, ale měly by ho také posouvat dál. Aby si žák byl schopen stanovit optimální cíle, musí znát své možnosti a umět zhodnotit úroveň svých vědomostí a dovedností. Nestanovovat si nereálné vysoké cíle, ale zlepšovat se postupně. Toto se žák učí zhodnotit pomocí hodnocení od učitele a strukturovaným sebehodnocením. Proto nejdříve musí učitel žáky k sebehodnocení vést. Měl by jim stanovit body či oblasti, ve kterých se žáci zhodnotí. Zprvu by měl také zapojit konkrétní otázky, aby se žáci nad svou prací mohli zamyslet a zhodnotit například řešení úloh. Hodnocení by pro žáky mělo být atraktivní a pochopitelné, proto je dobré zapojit také vizuální stránku.

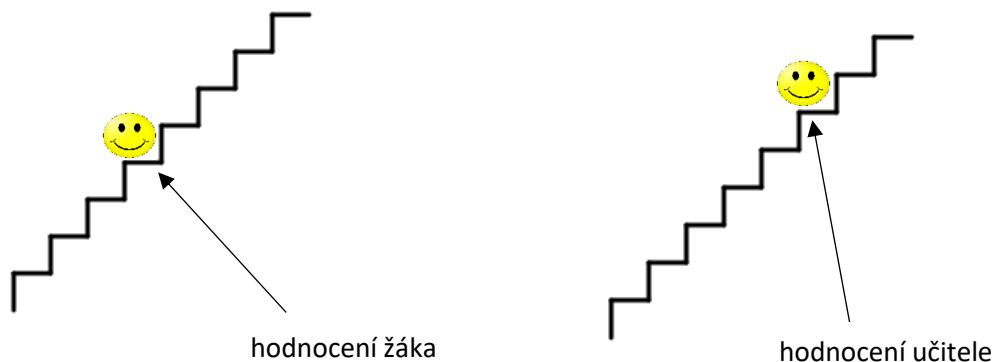
U mladších žáků se často využívá obrázek schodů, pavoučí sítě či terče. Je ovšem možné zapojit do hodnocení také obrázek, který zhotoví učitel, či si ho žák může vytvořit například v hodině výtvarné výchovy. V obrázku mohou být nevyplněné části, které si žák vybarví, pokud má pocit, že dané téma již ovládá. Žák může také nakreslit do obrázku prapory k osvojenému tématu, které symbolizují dobytí dané mety. Obrázky je vhodné dále doplnit ústním či písemným sebehodnocením i hodnocením, aby se žáci nad danou oblastí zamysleli a co nejpřesněji popsali své pokroky v dané oblasti. Pokud žáci opravdu dobře znají své možnosti, dokáží si časem cíle přesně stanovit a naplnit je.

Další vhodnou formou formativního hodnocení je tabulka. Učitel například po dokončení úkolu rozdá tabulky s body, které žáci měli splnit. Žáci zde mohou odpovídat pouze ano či ne, případně svou odpověď doplnit zdůvodněním. Tento způsob není příliš časově náročný, ale umožňuje žákům zpětně se zamyslet nad svou prací a uvědomit si, jaké kroky by měli příště udělat jinak.

Konkrétní příklady grafického záznamu sebehodnocení/ hodnocení žáků:

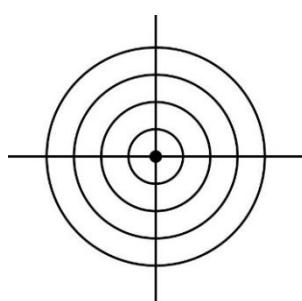
a) Schody

- žák zaznamená úroveň, kterou si myslí, že dosáhl po splnění daného úkolu
- učitel zaznamená úroveň, kterou žák podle jeho názoru dosáhl
- je možné zaznamenat hodnocení každé osoby (žák/učitel) do samostatného obrázku tak, jak je to uvedené v tomto případě a diskutovat o důvodu různých úrovní hodnocení NEBO zaznamenat oba názory do jednoho obrázku



Obrázek 1: Formativní hodnocení – schody (zdroj: konkrétní příklad z mé pedagogická praxe)

b) Terč



Obrázek 2: Formativní hodnocení – terč (zdroj: konkrétní příklad z mé pedagogické praxe)

- záznam obdobný jako u schodů – pro některé žáky je tato forma záznamu atraktivnější (mohou si vést číselné skóre svých výsledků, rozdíl mezi svým hodnocením a hodnocením učitele převést na čísla)

c) Hodnocení tabulkou

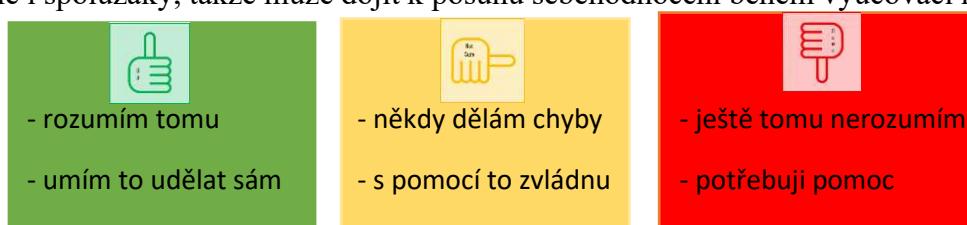
- v příkladu, který uvádíme, tabulka obsahuje otázky s uzavřenou odpovědí (v našem případě 1. – 5.), kde žák jednoznačně vybírá z nabídnutých symbolů a formulací
- také může obsahovat otázky s otevřenou odpovědí, kde jsou žákovi nabídnuta téma k zamýšlení a on se snaží o samostatnou formulaci odpovědi (v našem případě by stačilo u otázky číslo 5 vypustit nabídnuté odpovědi. Tento způsob sebehodnocení je pro žáky náročnější a vyžaduje už určitou zkušenosť v této oblasti

Sebehodnocení v geometrii			
Úkol: Vyznačte dva různé body A, B. Narýsujte úsečku AB.			
1.	Byl pro tebe úkol snadný?		
2.	Vyznačil(a) sis bod křížkem?		
	Podařilo se ti popsat body A, B velkými tiskacími písmeny?		
	Podařilo se ti narýsovávat AB tak, že opravdu prochází bodem A i B?		
3.	Měl(a) jsi ořezanou tužku?		
	Je tvoje pravítko (trojúhelník) v pořádku?		
4.	Jsi se svojí prací spokojen(a)?		
5.	Je něco, co musíš příště vylepšit?		
	Je něco, co ti ještě nejde a potřebuješ více času na procvičení?		

Tabulka 1: Formativní hodnocení (zdvoj: konkrétní příklad z mé pedagogické praxe)

d) Barevné karty

- v tomto případě barevnost připomíná semafory – po domluvě symboliky je možné využít i čisté barevné papíry bez natištěného textu, které mají žáci stále v penále
- je třeba předem vysvětlit žákům, že zveřejněním vlastního hodnocení před celou třídou vystupují někteří žáci ze své komfortní zóny a přiznávají svoje nedostatky kvůli tomu, aby se mohli zlepšit – nikdo by se jim neměl posmívat
- mohou být používány na konci práce žáka nebo v průběhu plnění zadávaného úkolu
- pokud je žáci používají v průběhu plnění úkolů, jsou okamžitou zpětnou vazbou pro učitele i spolužáky, takže může dojít k posunu sebehodnocení během vyučovací hodiny



Obrázek 3: Formativní hodnocení – barevné karty (zdvoj: 8)

## 1.4 Přístupy ve vzdělávání

V této kapitole budeme pro účely DP vycházet definice Hejného a Kuřiny z knihy Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování – 3. vydání a internetového zdroje Transmisivní a formativní hodnocení. In: Konstruktivistický a transmisivní přístup ve výuce. Dostupnéz:([https://www.mendelova.cz/files/posts/150/files/konstruktivni\\_a\\_transmisivni\\_pristup.pdf](https://www.mendelova.cz/files/posts/150/files/konstruktivni_a_transmisivni_pristup.pdf))

### 1.4.1 Transmisivní přístup

Vyučování probíhá obvykle formou frontálního vyučování, které je stejně jako transmisivní vyučování velkou časovou úsporou. Žáci zde získávají již zpracované učivo formou výkladu od učitele, který jim také doporučí literaturu k hlubšímu prozkoumání a uvede vzorové příklady učiva. Prostředkem k získání poznatků bývají také učebnice či elektronické zdroje. Princip ovšem zůstává stejný, protože všichni žáci získají stejné informace, které jsou obecné a více konkrétními se stávají až při jejich ověřování v různých typech úloh či při jejich hlubším zkoumání. Žáci jsou tedy spíše pasivními posluchači a obvykle nevymýšlení vlastní nová řešení či nezkoumají učivo ze svého pohledu. Vzhledem k tomu, že žáci získávají možná více informací, než potřebují, rozvíjí tím svou paměť. Toto ovšem ovlivňuje také zkoušení žáků, které je orientováno na fakta a výsledky. Žáci mohou být v testování úspěšní, ale vzhledem k tomu, že si učivo neosvojují vlastními metodami, mohou mít problém s uplatněním učiva v nezvyklých situacích.

### 1.4.2 Konstruktivistický přístup

V tomto přístupu je kladen velký důraz na aktivitu žáků během získávání nových poznatků. Žáci získává informace pomocí činnostního učení či zamýšlením se nad podstatou věci nebo zkoumáním a zkoušením různých úkolů a hledáním nových řešení. V neposlední řadě žáci přijímají informace kladením otázek, pomocí nichž se snaží učivu porozumět a posuzují smysluplnost a pravdivost názorů ostatních. V konstruktivistickém vyučování je často využívána skupinová práce či kooperativní řešení úkolů. Tímto způsobem žáci přicházejí na další řešení a dochází také k používání nejen matematického jazyka mezi žáky. Žáci tedy rozvíjí svou slovní zásobu, lépe se vyjadřují a rozumí učivu, protože si učivo vysvětlují „vlastním jazykem“. Ovšem i v tomto vzdělávacím procesu hraje důležitou roli učitel, který žákům stanovuje úkoly, vytváří bezpečné a podnětné prostředí a pokládá otázky, aby věděl, zda žáci učivu rozumí či rozvedl jejich uvažování. Ke vzdělávání je často používána induktivní metoda, kdy se analýzou a zkoumáním konkrétních situací, poznatky zobecňují a stávají se z nich

zákonitosti. Nevýhodou tohoto vyučování je velká časová náročnost a příprava učitele. Učitel musí mít také větší přehled, protože zvídavé otázky žáků jsou neúprosné.

## 1.5 Vyučovací metody v matematice a jejich dělení

Vyučovací metody jsou prostředkem ke vzdělávání žáků. Učitel je volí na základě zkušeností, učiva, stanovených cílů a potřeb žáků. Musí brát také v potaz vybavení školy a časovou náročnost metod. Pomocí metod, zvoleného učiva, činnosti a myšlenkových pochodů učitele i pomůcek probíhá vzdělávací proces, který vede k naplnění stanovených cílů, zahrnuje komunikaci mezi učitelem a žákem i práci a myšlenkové pochody žáka. Metody by neměly být příliš náročné na organizaci, měly by brát v potaz individuální zvláštnosti žáků a odpovídat osobnosti učitele.

Metody se dělí do několika kategorií. Jsou rozdeleny například dle uspořádání žáků či způsobu získávání nových vědomostí a dovedností. Pro účely DP nejlépe vyhovuje klasifikace, kterou uvádí Gábor, Ondrej, Kopanev a Karol Križalkovič.

### a) Podle počtu žáků

Počet žáků je nedílnou součástí výběru vzdělávací metody. Učitel by se měl snažit zapojit, co nejvíce forem uspořádání žáků, aby byli schopni pracovat ve skupinách, samostatně, ale také pouze vstřebávat informace a udržet pozornost během výkladu.

#### Metoda hromadného vyučování

Tato metoda je využívána ve většině škol, protože umožňuje předávání velkého množství informací většímu počtu žáků. Tyto metody jsou převážně používány při seznamování žáků s novým učivem. Výhodou této metody je, že není příliš časově náročná a učitel zpravidla dokáže naplánovat, jak dlouho bude učivo přednášet. Nevýhodou je, že se žáci většinou aktivně nezapojují, a proto získávají informace spíše pasivně a pravděpodobně si je budou pamatovat kratší dobu.

#### Metoda skupinového vyučování

Skupiny mohou být věkově i pohlavně heterogenní či homogenní. Skupiny mohou být utvořeny dle různých kritérií (například podle úrovně již získaných vědomostí, zálib) nebo mohou být v rámci třídy vytvořeny nahodile, aby si žáci zkusili práci s jinými spolužáky než obvykle. Žáci mohou dostat úkol, který musí ve skupině vyřešit či musí vytvořit projekt. Často jsou žáci také rozdělováni do skupin při bližším seznámení s novým učivem, kdy mohou s učitelem více komunikovat a klást otázky. Metoda skupinového vyučování tedy využívá menšího počtu žáků

ve skupině, umožňuje učiteli lepší poznání žáků a dbá na sociální interakci. Posiluje zejména kompetenci sociální a personální.

#### Metoda individualizovaného vyučování

V této metodě se učitel soustředí na jednoho žáka a pracuje pouze s ním, což zajišťuje zcela individuální tempo a zodpovězení všech žákových dotazů. Metoda je ovšem velmi náročná z hlediska času, protože se učitel musí věnovat každému žáku zvlášť. Této metody lze také využít pomocí úkolů, které jsou žákovi připraveny na míru, dle jeho schopností, dovedností i vědomostí. Žák se tedy neustále vzdělává a učitel může být pouze poradcem. Zde je velmi důležité, aby žák dostal zpětnou vazbu. Je také vhodné, když si žák může zkonto rolovat úkol sám pomocí užitých pomůcek či klíče s řešením. Může se následně zhodnotit také sám a učitel mu může poskytnout zpětnou vazbu, až bude mít čas. Žák může mezitím pokračovat v plnění dalších úloh.

#### **b) Podle logického postupu**

Metoda je volena na základě konkrétního učiva a již osvojených poznatků žáků.

#### Analytická metoda

Pokud učitel využije této metody, musí žáky nejprve seznámit s celkem, který postupně rozkládá na části a přidává další informace. Tato metoda je využívána u jednoduššího učiva. Lze ji využít u složitějšího učiva, je ale nezbytné, aby žáci nejprve pochopili celý systém a až po porozumění učivu se věnovali jeho částem podrobněji.

#### Syntetická metoda

Tato metoda postupuje od části k celku. Tohoto je využíváno převážně v přírodních vědách, geometrii či jiných složitějších předmětech. Je důležité, aby žák dokázal nejprve porozumět částem a později pochopil lépe učivo jako celek.

#### Analyticko-syntetická metoda

Metoda je spojením analytické a syntetické metody, kdy učitel může žákům učivo prezentovat jako celek a rozdělit jej na části či části spojit v celek. Zvolený postup může přizpůsobit konkrétnímu učivu dle vlastního uvážení a složení třídy. Tím, že se kombinují obě metody, je toto vzdělávání pro žáky zpravidla přirozené a více srozumitelné.

### Deduktivní metoda

Touto metodou se žáci nejprve seznamují se všeobecnými zákonitostmi a až později se setkávají s jednotlivými fakty. Na mnohá fakta si žáci přijdou sami v souvislosti s porozuměním celku. Tato metoda tedy rozvíjí myšlení žáků a pochopení souvislostí a zákonitostí. Aby ovšem mohli žáci pochopit celek a až později se dozvídат o jeho částech, musí mít již nějaké zkušenosti a používat logické myšlení. Tato metoda je tedy vhodná spíše pro starší žáky, kteří toto již ovládají. Metoda je rychlejší než induktivní metoda, protože žáci se seznámí rovnou s celkem a nemusí se postupovat po jednotlivých faktach.

### Induktivní metoda

Postupuje od jednotlivých faktů k celkovému závěru. Pro tuto metodu je důležité, aby žáci faktum porozuměli a byli schopni dojít k závěru. Žáci tedy zkoumají a prověřují nejprve jednotlivé zákonitosti a na základě toho dojdou k závěru. Tato metoda rozvíjí myšlení a žáci by si měli učivo lépe pamatovat, protože znají jednotlivé zákonitosti i závěr.

### Dogmatická metoda

Žák se touto metodou seznamuje s neměnnými fakty, která jsou pouze doplněna jednotlivými poznatkami. Tato metoda se využívá, pokud je potřeba žáky s něčím seznámit, ale jednotlivé poznatky jsou na žáka ještě příliš složité, proto mu jsou předložena fakta.

### Genetická metoda

V této metodě je hlavním činitelem žák, který k jednotlivým poznatkům dochází sám. Učitel je zde spíš v roli průvodce, kdy žákům pokládá otázky či fakta, která je mají navést k pochopení učiva i souvislostí a případně k zvídavým otázkám. Žák je v roli objevitele a učivo si lépe zapamatuje.

### **c) podle zdroje informací**

#### Metoda slovního vyjádření

Žáci poslouchají výklad od učitele či jsou součástí rozhovoru.

#### Metoda knižního ponaučení

Žáci samostatně získávají informace z psaného textu (v současné době využívají více než knihu internetové zdroje). Využití této metody předpokládá, bud' doporučení konkrétní literatury

u mladších žáků, nebo vyšší úroveň kritického myšlení a ověřování zdroje informací u starších žáků.

#### Pracovní metoda

Žáci se vzdělávají pomocí práce, hledáním různých řešení (tedy i zapojení pokusů o vyřešení úkolu) či praktického zapojení již získaných vědomostí.

#### Metoda pozorování objektů

V této metodě žáci nejvíce využívají vizuálních materiálů, kdy se nové informace dozvídají z filmů, exkurzí či demonstrací.

#### **d) podle aktivity žáka**

##### Metoda podávání hotových faktů

Žák je pouze pasivním příjemcem. Jsou využívány různé druhy předávání informací. Žákovi mohou být předávány prostřednictvím učitele, který přednáší, knihou, filmem či dalšími prostředky.

##### Metoda hledání faktů, pracovní metoda

Žák je do vzdělávání aktivně zapojen a získává informace formou výzkumu, či si je aktivně vyhledává. Tímto se učivo stává pro žáka zábavnějším a žák zažívá radost z objevení nových poznatků.

#### **e) podle převládajícího procesu**

##### Metoda vnímaní jevů

Tato metoda zapojuje do vyučování mnoho smyslů. Žáci vnímají učivo více smysly. Tento způsob výuky se často využívá, pokud se žáci věnují novému učivu, či se jedná o učivo, které žákům činí problémy. Je dokázáno, že žáci si takto osvojované učivo lépe zapamatují.

##### Metoda myšlení

Žáci pomocí zkoušení a objevování přichází na nové poznatky. Některé jsou pro ně zcela nové, jiné vycházejí z již získaných vědomostí.

##### Metoda činnostní

Žáci se učí převážně formou hry či práce. Tato metoda se využívá především v první třídě, kdy děti přestupují z mateřské školy a byly zvyklé na to, že pro ně byla hra hlavní náplní dne. Tento

postup je pro děti tedy přirozenější a zábavnější. Pomocí hry se také učí sociálním vztahům a pravidlům.

#### Metoda memorování

Žáci získávají již zpracované informace a snaží se zapamatovat si co nejvíce informací. Často se tímto způsobem musí žáci naučit data, fakta, vyjmenovaná slova či významná místa.

#### Metoda tvorivé aktivity

Žáci se tímto způsobem učí převážně v uměleckých předmětech. Do vyučování zapojují svou představivost a snaží se vytvořit originální díla či příběhy. Své představy mohou žáci také využít k vyhodnocení situace a hledání originálních řešení.

#### **f) podle míry vědomostí a samostatnosti žáka**

##### Heterodidaktická metoda

Hlavním cílem vyučování je učitel, který žákům zprostředkovává učivo. Žáci jsou v roli posluchačů.

##### Autodidaktická metoda

Tato metoda je časově více náročná, ale pro žáky i učitele má velký přínos. Žáci se nejprve dozvídají informace od učitele a později je učitel provází sebevzděláváním i sebehodnocením. V první fázi ukazuje učitel žákům, jak samostatně pracovat a zhodnotit své výsledky. Ve druhé fázi žáci pracují samostatně a dodržují zásady sebevzdělávání. Učitel dohlíží na správný proces učení a poskytuje žákům zpětnou vazbu, ale v menší míře než v první fázi. V poslední fázi se žák sám vzdělává a hodnotí, protože má již osвоjené metody sebevzdělávání.

#### **g) podle předmětu, ve kterém se používá**

Metody jsou rozděleny dle předmětů, ve kterých se nejvíce využívají.

GÁBOR, Ondrej a Oleg KOPANEV a Karol KRIŽALKOVIČ. Teória vyučovania matematiky, 1989, (str. 153-155)

## **1.6 Konkrétní vzdělávací metody v matematice**

Pro klasifikaci a definice konkrétních výukových metod využijeme popisy uvedené v publikaci Gábor a kol., 1989, s. (str. 153-157). Tato klasifikace zcela vyhovuje povaze a cílům DP.

### **Heuristická metoda**

Učitel vznáší problémové otázky a žáci odpovídají. Tyto otázky jsou koncipovány tak, aby se žáci zamysleli a využili již získaných vědomostí. Později učitel pokládá takové otázky, aby žáci museli nad svými odpověďmi více přemýšlet. Mnohdy jsou správné odpovědi v rozporu s tím, co již žáci znají. Učitel žáků nepředkládá správné odpovědi, ale pokládá jim další zvídavé otázky, aby si řešení nalezli sami. Často také získávání a objevování nových informací probíhá formou diskuze. Mnohdy si žáci mohou správnost svých úvah ověřit manipulací s předměty a využitím vhodných pomůcek. Při využití této metody se posiluje schopnost komunikace, argumentace a diskuze se spolužáky i učitelem.

### **Samostatná práce, cvičení**

Tato metoda je velmi důležitá pro budoucí studium. Pokud se žák umí efektivně naučit nové učivo a osvojit si nové informace, je pro něj škola i fungování v běžném životě jednodušší. Samostatná práce je důležitá také pro samostudium. Aby se ho ovšem žáci naučili, je potřeba zařazovat samostatnou práci do vyučovacích hodin. Výhodou této metody je, že žák může postupovat individuálním tempem, případně mu může učitel úkoly upravit přiměřeně úrovni jeho znalostí a dovedností.

### **Přednáška**

Je využívána při vyučování nového učiva, kdy učitel prezentuje fakta. Žáci jsou v roli posluchačů. Tato metoda se používá spíše u starších žáků a měla by být zakončena otázkami žáků, týkajícími se nejasností či zajímavostí. Přednáška umožňuje předat žákům velké množství učiva a následující vzdělávací blok navázat na ten předešlý. Při poskytnutí prezentace posluchačům umožňuje tato metoda soustředění pouze na výklad, systematizaci učiva a zopakování si učiva.

### **Povídání**

Tento metodou se v matematice vyučuje převážně historii geometrie či matematiky. Tyto informace žáci obvykle prakticky nevyužijí, ale pomáhají jim ujasnit si souvislosti a pochopit využití jednotlivých matematických nástrojů v kontextu s poznáním dané doby.

## Laboratorní a praktické cvičení

Tato metoda se dělí na poznávací laboratorní práce a praktické laboratorní práce. V poznávacím typu se žáci zpravidla seznamují s novými poznatky a třída plní úkoly stejným tempem podle pokynů učitele nebo na základě písemného zadání. V praktickém typu žáci využívají teoretické informace z matematiky k řešení konkrétních úloh. Žáci mají obvykle předem zadané úkoly různé obtížnosti a plní je individuálním tempem v libovolném pořadí.

## 1.7 Typy škol ve vzdělávacím systému ČR

Základním dokumentem vzdělávání v ČR je školský zákon č. 561/2004 Sb. Ve znění účinném od 1. 7. 2023. Tento zákon se věnuje předškolnímu, základnímu, střednímu, vyššímu odbornému a jinému vzdělávání. Zabývá se systémem vzdělávacích programů, rámcově vzdělávacími programy a školními vzdělávacími programy. Naleznete zde také informace o vzdělávacích soustavách, školách a školských zařízeních, právním postavení škol a školských zařízení, dlouhodobých záměrech a výročních zprávách, hodnocení škol a vzdělávací soustavy. Věnuje se i vzdělávání příslušníků národnostních menšin, vyučování náboženství a vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a nadaných žáků. Zákon vymezuje práva a povinnosti žáků, studentů, zákonných zástupců nezletilých žáků a pedagogických pracovníků. Týká se organizace vzdělávání ve školách a školských zařízeních, školního roku, forem vzdělávání a vyučovacích hodin. Dále se zabývá učebnicemi, učebními texty, školními pomůckami, dokumentací škol a školních zařízení, bezpečností a ochranou zdraví ve školách a školských zařízeních, školním rádem, vnitřním školním rádem a stipendijním rádem, výchovnými opatřeními. Vymezuje spolupráci škol a školských zařízení. Zakazuje činnosti a propagaci politických stran a hnutí, dále zakazuje reklamu. Školský zákon doplňují vyhlášky, které jsou průběžně aktualizovány.

Dalším důležitým dokumentem, kterým se musí řídit všechny typy škol, je Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV), ve kterém je podána charakteristika základního vzdělávání, pojetí a cíle ZV, klíčové kompetence, jednotlivé vzdělávací oblasti a průřezová téma. Ve vzdělávacích oblastech jsou stanoveny povinné výstupy pro jednotlivá vzdělávací období, které musí školy zapracovat do svých školských vzdělávacích programů.

S ohledem na cíle diplomové práce se zaměříme pouze na výstupy prvního stupně ve vzdělávací oblasti matematika a její aplikace. Ve vzdělávacích oblastech se sledují výstupy na konci

3. ročníku (1. období) a 5. ročník (2. období). V očekávaných výstupech jsou zmiňovány také tzv. minimální výstupy, které jsou určeny pro žáky se speciálními vzdělávacími potřebami na základě doporučení školských poradenských zařízení a stanovují minimální doporučenou úroveň očekávaných výstupů.

Na školy v České republice můžeme pohlížet z hlediska několika aspektů. Vzhledem k zaměření naší práce vycházíme z rozdělení dle Průchy z roku 2004, (strana 24 - 28).

- a) školskopolitický aspekt – školy rozdělujeme na státní a nestátní (legislativně stanovuje Vyhláška MŠMT ČR)
- b) ekonomický aspekt – souvisí s financováním škol (soukromé školy jsou financovány zcela nebo z části jejich zřizovateli, popřípadě rodiče platí určité školné, státní školy jsou financovány z veřejných prostředků)
- c) pedagogický a didaktický aspekt – zde se nejčastěji setkáváme s pojmem standardní škola, ve které jsou uplatňovány běžné pedagogické a didaktické koncepce a s pojmem alternativní škola ve smyslu netradiční, inovativní, reformní či nezávislá škola

Všechny aspekty se mohou prolínat. Dále se blíže zaměříme na pedagogický a didaktický aspekt škol a vymezíme základní pojmy této oblasti. Ve školském systému ČR existují vedle tradičních škol i školy alternativní. V následujícím textu tyto pojmy vysvětlíme v následujících kapitolách.

### 1.7.1 Tradiční škola

Pod pojmem tradiční škola rozumíme typ instituce, která zajišťuje vzdělávání na určité úrovni a využívá k tomu tradičního způsobu uspořádání a vyučování. Vyučování je rozčleněno do vyučovacích hodin (jedna vyučovací hodina trvá zpravidla 45 minut) a přestávek (ty si škola může upravit dle svého uvážení). Učivo je rozděleno do jednotlivých předmětů v souladu s RVP ZV. Pojem tradiční škola chápeme školu, která vychází ze sociálně historického vývoje České republiky, v určitém smyslu z jejích tradic ve vzdělávání.

Školní třídy bývají barevně vymalované a vyzdovené obrazy, výrobky žáků a vzdělávacími materiály. Uskupení lavic se může lišit, protože jejich postavení záleží především na učiteli, jím stanovených výchovně vzdělávacích cílech a využívaných metodách. Nejčastěji se ovšem setkáváme s frontálním uspořádáním třídy – lavicemi v řadách, kdy v jedné lavici sedí dva žáci a mezi lavicemi jsou mezery. Na nižším stupni bývají ve třídách koberce, kde žáci tráví své

přestávky, či je učitel využívá jako prostor pro výuku. Učitel zadává žákům úkoly a vyžaduje jejich splnění. Žáci plní úkoly ve stejném čase a jejich kontrola obvykle probíhá vzápětí či po krátkém časovém úseku. Způsoby kontroly se liší (společné přečtení řešení, promítnutí řešení dataprojektorem na plochu, využití interaktivní tabule k vytvoření správného řešení, nebo vzájemná kontrola ve dvojici či větší skupině).

Převládá frontální vyučování, samostatná práce podle vzoru, ale často se zde také setkáváme se skupinovou prací či prací ve dvojicích. Uvedené formy vyučování se mohou lišit v jednotlivých vyučovacích předmětech a souvisí často s vyšším počtem žáků ve třídě v tradiční škole.

V tomto typu školy se využívají zejména učebnice, pracovní sešity a názorné pomůcky, které se dají zakoupit. Tyto učební materiály jsou zpravidla koncipovány tak, že předpokládají, že všichni žáci v daném ročníku mají stejnou úroveň poznatků. Některé učebnice obsahují rozšiřující učivo určené pro rozvíjení nadaných žáků, ale většinou chybí opakování dřívějších poznatků a úlohy přizpůsobené žákům s minimálními výstupy. V současné době jsou v některých učebnicích a pracovních sešitech na vnitřních deskách nebo na dvojlistech uprostřed pracovního sešitu zařazeny přehledy poznatků, které se má podle autorů textů, žák v daném ročníku naučit.

Odstupňování náročnosti práce pro jednotlivé žáky podle úrovně jejich vědomostí a dovedností zcela zůstává na učiteli, jeho empatii a zkušenostech. Někteří učitelé si tedy vytvářejí vlastní pracovní listy, které mají slabší žáky rozvíjet v počáteční fázi řešeného tématu nebo poskytnout nadstavbu nadaným žákům. Vzhledem k počtu žáků ve třídě je však toto respektování individuálních potřeb žáků velmi těžko uskutečnitelné. Pomoci k tomu může přítomnost asistenta pedagoga ve výuce.

### 1.7.2 Inovativní škola

V této kapitole budeme pro účely DP vycházet definice Průchy z knihy Alternativní školy a inovace ve vzdělávání – 2. vydání. A z webového portálu: Inovace výuky matematiky Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/artefact/file/download.php?file=71225&view=11003>.

Inovativní školy mohou být soukromé i státní a vznikají převážně kvůli nespokojenosti učitelů, rodičů či zřizovatelů s tradičním vyučováním. Cílem inovativních škol je zavádění nových prvků do výchovného a vzdělávacího systému, které vycházejí z jednotlivých typů škol, z učitelského sboru, od vedení školy, z nových vědeckých poznatků, závěrů odborných pracovišť nebo požadavků školských institucí.

Pro účely DP jsme zvolili rozdělení z knihy Alternativní školy a inovace ve vzdělávání od Průchy. Inovace se mohou týkat struktury školy, jejího obsahu, využívaných metod pro vzdělávání, popř. změn hodnot, na které se výchovně vzdělávací systém orientuje. Inovace tedy můžeme rozdělit na moderní a pedagogické.

Konkrétně moderní inovace jsou realizovány v tradičních, ale i v alternativních školách. Jedná se o modernizaci vzdělávacích pomůcek pro výuku. Zmodernizována může být například tabule která je nahrazena interaktivní tabulí. Může se jednat také o nové vzdělávací programy, které žákům umožňují vzdělávání hravou formou. V této oblasti jsou velmi důležitým prostředkem finance, které do určité míry stanovují rozsáhlost modernizace.

Pedagogické inovace obměňují pouze některé prvky vzdělávacího procesu. Může se jednat o rozdělení žáků do tříd (například spojení více ročníků), zapojení další vzdělávací metody či jejích prvků (například konstruktivistická nebo heuristická metoda výuky, využití kritického myšlení) i o způsob hodnocení (například vynechání známek a jejich nahrazení slovním hodnocením, popř. využití formativního hodnocení ve vzdělání).

V inovativních školách je kladen důraz na propojování poznatků z různých oblastí a na využívání kooperativních strategií učení (mnoho škol zařazuje do vzdělávacího procesu tzv. projektové dny), otevřenou partnerskou komunikaci uvnitř školy (školní parlamenty, ve kterých jsou zástupci jednotlivých ročníků), spolupráci školy s rodinou a místní komunitou (v radě školy, která se schází několikrát do roka, jsou volení zástupci rodičů, jmenovaní zástupci zřizovatele a učitelským sborem volení učitelé).

### 1.7.2.1 Hejněho metoda

Pro účely DP jsme přejali z Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně od M. Hejněho a z webového portálu: Hejněho metoda, 2023 Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda>

Hejněho metoda je jednou z inovací, která nevyužívá pouze inovativní prvky, ale celý koncept. Ten přispěl do matematického světa metodou, která využívá výše popsaný konstruktivistický přístup k výuce řešení matematických problémů a úloh.

Vychází z poznatků psychologa Vítě Hejněho (1904 – 1977), který shledal, že výrazně efektivnější je vyučování založené na autonomním řešení úloh žáky. Úlohy musí být vhodně volené tak, aby žáci k poznání matematiky dospěli vlastním úsilím.

Závěry svých pozorování začal aplikovat při výuce matematiky svých dětí. Jeho syn Milan (narozený v roce 1936 v Martině) vzpomínal, že školská matematika ho na základní škole nebabila a neměl zde zpočátku vynikající výsledky, ale úlohy, které mu zadával otec, řešil se zájmem a radostí.

V letech 1975–1979 a 1983–1989 experimentálně vyučoval matematiku na ZŠ (od prvního až po druhý stupeň), dále byl náměstkem slovenského ministra školství a od roku 1991 je profesorem na Pedagogické fakultě UK v Praze. Zde začal spolu s Doc. RNDr. Darinou Jirotkovou, Ph.D. a PhDr. Janou Slezákovou, Ph.D. vytvářet soubor učebnic matematiky pro první stupeň ZŠ pro nakladatelství Fraus. Tyto učebnice byly pilotovány na několika základních školách. Od roku 2018 vychází v rámci H-mat, o.p.s. nové učebnice pro první stupeň prof. Hejněho a jeho kolektivu.

Tento způsob výuky má zpracovanou metodiku i pro předškolní vzdělávání, ve kterém se věnuje budování předmatematických představ dětí nejmladšího školního věku.

Od roku 2013 byly v rámci H-matu pilotovány učebnice pro druhý stupeň ZŠ na školách v celé ČR (pilotáže se zúčastnili vyučující matematiky ze standardních škol, Montessori školy, inkluzivní ZŠ i několika víceletých gymnázií). Tito vyučující referovali svoje poznatky z výuky a připomínky k jednotlivým úlohám. Tyto zkušenosti pak byly zakomponovány do definitivní verze učebnic, a hlavně do příruček učitele, které vycházely v nakladatelství současně s učebnicemi. Pilotující učitelé se navíc pravidelně vzdělávali i v historii matematiky, psychologii a didaktice matematiky. Také se podíleli na organizaci vzdělávání učitelů pořádaném H-matem (letní školy, semináře pro učitele 1. a 2. stupně ZŠ). Z mnohých z nich se stali pod vedením mentorů certifikovaní lektori Hejněho metody. Několik let také probíhal projekt Kolegiální podpory, kde zkušení učitelé (mnohdy i lektori H-matu) z prvního i druhého stupně procházeli s učiteli na jejich školách jednotlivá téma.

Celá koncepce vzdělávání matematice Hejněho metodou na všech stupních je postavena na dvacáti principech:

## **1. Budování schémat**

Schéma je chápáno jako souhrn navzájem propojených znalostí, které se týkají známého prostředí. Každé z takových prostředí obsahuje mnoho objektů, různých vztahů nebo podschémat.

V Hejného metodě se využívají například schémata autobusu, krokování, rodiny apod., která děti objevily už dříve v běžném životě. Pro vytvoření přesnější představy schématu jsou rozhodující okamžiky objevení se vnitřního rozporu. V praxi se vnitřní rozpor objevuje nejčastěji ve třídě v důsledku diskuze, ve které se projevují různé pohledy a názory žáků k danému problému. Žák pomocí diskuze pozná více pohledů na problém a může je převzít.

## **2. Práce v prostředích**

Systém prostředí je motivačně nastaven tak, aby zachytíl všechny styly učení se a fungování dětské mysli. Jsou zde nabízeny úlohy, ve kterých lze pozorovat prolínání několika matematických jevů. Tento systém pak motivuje dítě k dalším experimentům a objevování.

Jak již bylo řečeno, některá prostředí vycházejí ze zkušeností dětí a z běžného života – například krokování, schody, rodina, autobus. Jiná prostředí využívají činnosti, které děti baví – řešení rébusů, hlavolamů, doplňovaček, hraní her.

S náměty jednotlivých prostředí se žáci seznamují v jednoduchých úlohách, postupně pak úlohy gradují, rozšiřují se a prostředí se obohacuje. Jednotlivá prostředí se v pracovních materiálech objevují opakováně, tím se dětem stávají známými.

## **3. Prolínání témat**

Žáci nezískávají informace izolovaně, ale mají je uloženy ve schématech, které si díky reálné zkušenosti dokáží lépe vybavit.

Při řešení zadaných úloh v různých prostředích poznávají jednotlivé pojmy, procesy, jevy a vazby, využívají různé strategie řešení, které si samy vybírají podle toho, co jim nejvíce vyhovuje. Mnoho různých aktivit tak přispívá k tvorbě jednoho pojmu (např. základní početní operace v různých prostředích), ale také se stává, že jedna aktivita prolíná do mnoha oblastí (např. manipulativní překládání papíru lze využít při tvoření geometrických pojmu, geometrických vztahů mezi rovinnými útvary, ale i aritmetických pojmu jako zlomek a jeho porovnávání s celkem či jinou částí celku).

## **4. Rozvoj osobnosti**

Učitel ve výuce nepředává hotové poznatky, ale učí děti především argumentovat, diskutovat a vyhodnocovat. Stává se hlavně organizátorem duševní práce dětí, která probíhá především prostřednictvím komunikace. Děti kultivovaně a věcně diskutují, respektují druhého a umí se

rozhodovat. Naučí se nést i důsledky svého konání. Každý z žáku si volí směr, tempo i rozsah práce samostatně, tak se neustále rozvíjí a zdokonalují.

## **5. Skutečná motivace**

Dítě s vnitřní potřebou poznávat, poznává intenzivněji, hlouběji a komplexněji než to, které je k poznávání donuceno. Dítě je zvídavé, má potřebu poznávání věcí, které ho obklopují. Při řešení úloh tak zažívá radost z vlastního úspěchu. Díky atmosféře ve třídě nezáleží na tom, zda k vyřešení problému došlo dříve nebo později.

## **6. Reálné zkušenosti**

Výuka matematiky orientovaná na budování schémat vychází především z vlastních zkušeností dětí, které si vybudovaly ve svém dosavadním životě. Z těch si pak dokáží udělat obecný úsudek. Při řešení úloh získávají děti další různé matematické zkušenosti. Diskutují s kamarádem, jak to dělá on, až najednou svůj poznatek zobecní. Rozumí novému abstraktnímu pojmu, nový poznatek zařadí do své struktury znalostí a nadále ho používá. Přechází od konkrétní zkušenosti přes generický model (u žáka prvních ročníků prvního stupně to mohou být například prsty rukou) až k abstrakci.

## **7. Radost z matematiky**

Radost z přemýšlení vzniká na základě vlastních objevů. Matematická prostředí v učebnicích a pracovních sešitech H-matu jsou navržena tak, aby objevy umožňovala. Různá prostředí umožňují uspět různým typům dětí. Obtížnost úloh je nastavena tak, aby i slabší žáci mohli prožít radost z úspěchu. Tato radost je motivací k dalšímu objevování.

## **8. Vlastní poznatek**

Žák díky vlastnímu objevování a diskuzím chápe smysluplnost svého konání, proč to dělá a proč věci fungují právě takto. Jeho poznání se tak stává trvalým.

## **9. Role učitele**

Učitel plánuje a organizuje vyučovací hodinu, sleduje, zda mají žáci zadané úlohy své obtížnosti a umožňuje práci jednotlivě i ve skupinách. Také vytváří prostor pro prezentaci návrhů řešení žáků, ale nehodnotí je. Obrací se na kolektiv žáků, nechá je analyzovat chyby (vlastní i spolužáků). Pomáhá podle potřeby s odbornou terminologií, ale nic nevysvětluje, neurychluje proces řešení.

Pokud učitel začíná s vyučováním Hejného metodou, měl by věnovat čas i získání znalostí o zkušenostech žáků z nižšího stupně vzdělávání a přesahu této metody do vyššího stupně vzdělávání.

## **10. Práce s chybou**

Chyby jsou považovány za prostředek k učení, které jsou jeho běžnou součástí. Jejich následná analýza vede k hlubší zkušenosti, díky které si žáci učivo lépe zapamatují. Chyba by neměla žáka odradit, pouze by mocí ní měl sbírat užitečné zkušenosti.

## **11. Přiměřené výzvy**

Vzhledem k tomu, že východiskem metody jsou práce psychologa Vítá Hejného, jsou v učebnicích vždy respektovány vývojové fáze dítěte, jsou zde vždy jen přiměřené skoky v obtížnosti úloh. Úlohy v učebnicích a pracovních sešitech H-matu jsou obvykle odstupňovány podle obtížnosti.

Pro hodnocení žáků tvoří učitelé tzv. gradované testy, které obsahují úlohy různé obtížnosti. Žáci si pak při testu zvolí přiměřenou obtížnost úlohy (v různých prostředích si mohou zvolit různou obtížnost, což je vede k sebehodnocení svých znalostí). Učitel pak opravuje testy různě sestavené žáky, které mu poskytují zpětnou vazbu o zvládnutí a oblíbenosti jednotlivých prostředí.

## **12. Podpora spolupráce**

Výsledek vzniká na základě vzájemné diskuze, kterou žáci potřebují ve fázi nabývání nového poznatku i ve fázi ověřování svých závěrů. I když někdo preferoval samostatnou práci, do diskuze se zapojí. V diskuzi se objevuje řada různých názorů, podnětů, postupů, někdy i chybných představ, které motivují žáky k hledání správného řešení. Vystoupit může kdokoliv, někdy tzv. slabší žáci překvapí třídu jednoduchým postupem, který je velmi efektivní. Učitel v tomto případě není rozhodující autoritou, ale pouze přihlíží procesu hledání. Nechává žáky formulovat své řešení a argumentovat před spolužáky, podporuje přirozenou, kultivovanou a věcnou komunikaci mezi žáky.

### 1.7.3 Daltonská škola

Pro účely DP jsme přejali informace z Matematiky v Daltonské škole z webového portálu: The dalton school. Dostupné z: <https://www.dalton.org/first-program-curriculum-detail?LevelNum=248&DepartmentId=4533>

Je to škola, která má soukromého zřizovatele. Zakladatelkou tohoto typu školy byla Helen Parkhurstová, která v roce 1919 založila experimentální školu v Daltonu. Její principy byly inspirovány Marií Montessori, která byla její učitelkou. Hlavními principy školy jsou samostatnost, volnost a spolupráce. Uspořádání třídy se liší dle potřeb učitele a žáků. Mnohdy jej mění také v průběhu roku. Stoly jsou připraveny k samostatné i skupinové práci a na chodbách jsou mnohdy nachystána centra dění. Ve třídě se vzdělávají věkově heterogenní skupiny žáků, v kterých si žáci v případě potřeby pomáhají. Tato skutečnost umožňuje učiteli, aby byl spíše v roli průvodce. Jedním z jeho hlavních úkolů je stanovit úkoly a bonusové úkoly pro žáky, kteří si mohou zvolit pořadí úkolů i jejich řešení. Jedinou podmínkou je dodržení předem stanovených pravidel. Žáci mohou využívat pouze povolené pomůcky. Žák musí nejprve splnit úkoly povinné a až následně úkoly, které mají zadané navíc či volné aktivity (například puzzle). Plnění úkolů probíhá obvykle v tzv. daltonském bloku, který trvá zpravidla 90 minut. Jeho trvání není ohraničeno žádným společným zvukovým signálem – délka bloku závisí na konkrétní pracovní skupině. Žáci tak do svého každodenního života zahrnují také čas, učí se rozplánovat si své činnosti. Poté následuje přestávka a další blok.

Škola používá ke vzdělávání žáků vytvořené pracovní listy s řešením, encyklopedie, speciální pomůcky a nástěnku zájmové činnosti. Každý žák si vytváří vlastní portfolio splněných úkolů a využívaných pomůcek.

Na začátku týdne žáci dostanou seznam úkolů a samostatně si vytvoří rozvrh jejich plnění. Mladším žákům pomáhá s rozvržením průvodce. Sebehodnocení žáka probíhá bezprostředně po dokončení úkolu a následně je doplněno hodnocením průvodce. Poté co žák práci odevzdá, průvodce ji bodově ohodnotí. Tyto body si žák znázorní na daltonském metru, takže jeho úspěchy jsou vizualizovány. Každý metr má jinou hranici bodů (čím je žák starší, tím je výše je hranice bodů. Toto znázornění pomáhá dětem k lepšímu přehledu o splnění úkolů. Za naplnění metru žák dostane odměnu (například samolepicí nálepku).

#### 1.7.4 Montessori škola

Pro účely DP jsme využili informace z knihy: Montessori do každé rodiny od Seldin, Tim a Lorna McGrath, (2022).

Tato škola využívá ke vzdělávání žáků metodu doktorky Marie Montessori, která se narodila v roce 1870 v Itálii a zemřela v roce 1952 v Nizozemí. Snažila se zapojovat do vzdělávání, co nejvíce smyslů. Přitom se inspirovala poznatky francouzských psychiatrů Jeana Marca Itarda a Edouarda Seguina a začala sama vytvářet pomůcky, které stimulovaly její žáky. Podporovala učení prostřednictvím konkrétních činností, které umožňují dětem rozvíjení praktických dovedností a hlubší porozumění určitým pojmem. Nejprve vyučovala žáky na psychiatrické klinice a později zkoušela tento způsob vzdělávání v běžné škole. Zkušenosti, které získala během této praxe, ji vedly v roce 1907 k otevření tzv. domu dětí v Římě, kde vzdělávala děti ve věku 3 – 6 let, jejichž matky pracovaly. Zde vytvořila vlastní systém vzdělávání pro různé věkové kategorie a již o dva roky později uspořádala první kurz pro studenty. Dnes Montessori škola zahrnuje zařízení všech věkových kategorií – od nejmenších dětí až po středoškoláky.

Filozofie tohoto pedagogického směru se týká organizace tříd, metod učení a zejména způsobu vztahového uvažování, který se následně uplatňuje doma, na pracovišti i jinde.

Montessori metoda se snaží rozvíjet individualitu dítěte, podporuje samostatnost a učení se reálnou situací či s použitím pomůcek při zapojení více smyslů. Skupiny pro vzdělávání jsou rozdeleny dle trojročí (1. trojročí = 6 – 9 let, 2. trojročí = 10 - 12 let). Mezilidské vztahy jsou ve třídě rozvíjeny vzájemným učením se a vzájemnou pomocí. Vzhledem k věkově heterogenní třídě se mladší žáci učí od starších a ti je učí pochopení a ohleduplnosti. Ve skupině je menší počet žáků než v běžné škole, proto je zde dostatek prostoru na zpětnou vazbu. Žáci se hodnotí vzájemně, dostávají písemné i slovní hodnocení od učitele a v neposlední řadě je zde kladen velký důraz na sebereflexi.

Učitel zde má opět spíše roli průvodce, kdy se snaží žáky nasměrovat či je podpořit ve správném řešení. Také jim stanovuje úkoly, které musí žáci během týdne splnit. Montessori učitelé zpravidla absolvují nejméně rok trvající školení, ve kterém si osvojují dovednost vedení Montessori třídy, systematické postupy při tvorbě Montessori kultury a rutiny. Ty pak učitelům pomáhají budovat kooperativní třídní komunitu.

Při vzdělávání se využívají ukázky, které jsou v mateřském nebo v cizím jazyce. Tyto ukázky mají dětem pomoci při zvládání nového nebo složitějšího učiva. Některé ukázky jsou pro žáky pevně stanovené, plnění úkolů si ovšem musí zakomponovat do svého rozvrhu samostatně

(mladším žákům s touto činností mohou pomáhat starší žáci nebo učitelé). Žáci mají v tomto směru úplnou volnost, takže každý žák může mít odlišné rozvržení jednotlivých činností. Žáci ve svém každodenním životě zohledňují čas, který berou v úvahu při plánování svých činností. Zapisují si, jak dlouho jim daný úkol trval.

Vyučování probíhá v blocích, kdy jeden blok trvá 90 minut, následuje přestávka a poté je další blok. Jednou týdně je den zaměřený na projekty a prezentaci žáků. Uspořádání učeben se liší dle potřeb učitele a žáků, ale vždy zde je dostatek prostoru, kde žáci mohou plnit své úkoly. Ohraničení prostoru pro plnění svého úkolu si žáci zajišťují podložkou. Takto mají jistotu, že jim náčiní pomůcky nikdo neuklidí, či je nevytrhne ze soustředění. Mnoho úkolů si mohou žáci zkонтrolovat samostatně, protože pomůcky jim dávají zpětnou vazbu. I tak ovšem nesmí chybět podpis do denního rozvrhu od učitele, který tím potvrzuje, že žák úkol plnil a získává přehled o práci jednotlivých žáků.

V tomto typu školy se klade velký důraz na propojení školy s rodinou – rodiče se podílejí na různých akcích školy. Mnozí z těchto rodičů uplatňovali filozofii Marie Montessori už v raném věku svých dětí. Vzhledem k tomu, že Montessori vyučování přímo navazuje na principy výchovy dětí v předškolním věku, rozhodli jsme se je v této práci také zmínit.

- a) Zásada konzistentnosti – rodič musí stanovit hranice a dbát na jejich dodržování.  
Také dítěti ukazuje správný směr pravidly, které sám dodržuje.
- b) Zásada vzájemného respektu – rodič musí dítě vnímat jako sobě rovnou osobu a jednat s ním s pochopením a respektem.
- c) Zásada jedinečnosti – rodič dítě neporovnává s ostatními a respektuje jeho individualitu.
- d) Zásada smyslu pro pořádek – uspořádané prostředí podporuje logické myšlení.
- e) Zásada více povzbuzovat než chválit – příliš časté chválení dítě omrzí. Pokud je rodiče budou povzbuzovat, dítě ví, že jsou si jeho úspěchů vědomi, ale má touhu pokračovat dál.
- f) Zásada vnitřní motivace – je velmi důležité, aby dítě vědělo, že se plněním úkolů posouvá dál a odměnou je mu dobře odvedená práce.
- g) Zásada svobody – pokud má dítě jasně stanovené hranice, které mu dávají jistotu, je více kreativní v řešení různých situací.
- h) Zásada podpory celoživotního vzdělávání – rodiče dětem na otázky neodpovídají, ale pokládají jim další otázky. Děti jsou tak nuceni nad otázkami přemýšlet a informace si dohledávat.

- i) ch) Zásada budování autonomie – cílem je vychovat dítě, které si osvojí fyzické, intelektuální a sociální dovednosti a bude mladým členem dospělé komunity.
- j) Zásada ladnosti a zdvořilosti – rodiče u dětí rozvíjí fyzickou i sociální zdatnost.
- k) Zásada osobní zodpovědnosti – dítě si je vědomo svých činů a nese za následky.

Jde o uplatňování těchto zásad od nejmladšího věku.

Doktorka Montessori došla k závěru, že prvních šest let života je nejdůležitějším obdobím ve vzdělávání, protože se dětský mozek a nervový systém vyvíjí nejúplněji). Tento přístup pomáhá lidem různého věku spolupracovat a vzájemně se podporovat, pomáhá dětem osvojit si sociální dovednosti, pracovní návyky, hodnoty, myšlení a hledání řešení problémů, které je dovedou k cíli. Díky tomu bývají děti, které prošly tímto způsobem vzdělávání spokojené a propojené s ostatními lidmi doma a později i na pracovišti.

SELDIN, Tim a Lorna MCGRATH. Montessori do každé rodiny. 2022.

### 1.7.5 Waldorfská škola

Autorem waldorfské pedagogiky byl Rudolf Steiner (narodil se v roce 1861 v Kraljevcu v dnešním Chorvatsku, zemřel v roce 1925). Byl mimořádně inteligentním a vnímatelným dítětem, studoval na Vysoké škole technické ve Vídni matematiku a fyziku. Poté se zaměřil na studium filozofie v Rostocku, které ukončil v roce 1890 dizertační prací „Pravda a věda“. V dalších letech pracoval ve Výmaru jako vydavatel Goethových přírodovědných spisů. Rudolf Steiner byl přesvědčen, že duchovní poznání je ze svého principu stejně vědecky ověřitelné jako fyzikální realita (hovoří o tzv. „duchovním vědomí“ neboli „anthroposofii“). Pojem anthroposofie doslovně znamená „moudrost o člověku“, Rudolf Steiner používá spíše vysvětlení „vědomí svého lidství“. Svět nechápe jako něco objektivního, nezávislého na člověku, ale jako jeho vlastní bytostnou součást. Je zajímavé, že nepočítá pouze s pěti smysly, ale s dvacáti, které dělí do tří skupin na smysly fyzické (hmat, životní smysl, smysl pro pohyb, smysl pro rovnováhu), smysly duševní (zrak, čich, chut', smysl pro teplo) a smysly sociální nebo také duchovní (sluch, smysl pro slovo, smysl pro myšlenky, smysl pro lidské já).

Již v roce 1919 začala vznikat první pedagogická zařízení, kde měly získat děti všech tříd stejný základ vzdělání, i když se později budou živit různým způsobem. Tento sociální pohled na vzdělávání, stejně jako společné vzdělávání chlapců a dívek, byl v Německu na začátku 20. století velmi pokrovkovou novinkou. Předpokládalo se, že děti se vyvíjejí v sedmiletích a výuka má respektovat tuto teorii vývoje.

Waldorfská škola se snaží o celostní přístup k dítěti – jde o harmonický rozvoj všech sfér jeho osobnosti. Tato pedagogika se snaží udržovat rovnováhu mezi racionální inteligencí (IQ) a emocionální inteligencí (EQ), která souvisí s ovládáním emocí, empatií a sociálními dovednostmi. Od počátku se kladl důraz na vzdělávání dětí s ohledem na jejich jedinečnost, rozvoj individuálních schopností a dovedností. Žáci mají svobodu v řešení úkolů, výběru pomůcek i způsobu ztvárnění svých myšlenek.

Tato škola dbá na soulad pravdy (vědy), krásy (umění) a dobra (to představují duchovní hodnoty). Waldorfská škola se snaží o rozvoj předpokládaného duchovního potenciálu dětí, ale není náboženskou školou, která by byla vázána na určitou náboženskou instituci. Také chce žákům poskytnout základy ve všech oblastech jejich života, aby byli v tomto světě úspěšní. Příkladem takových činností jsou práce se dřevem či vyšívání, které v dalším životě uplatní a mohou je využít k trávení volného času. Škola usiluje o to, aby v žácích probudila touhu se neustále vzdělávat, s čímž jí jistě pomáhají různorodé pomůcky i vlastnoručně vyrobené vzdělávací materiály, které tvoří žáci i učitelé. Motivací ke zlepšení je žákům slovní hodnocení od učitele, které získávají v průběhu roku i na závěr, jako zhodnocení své dlouhodobé práce. Velký důraz je ve waldorfské pedagogice kladen na rozvoj osobnosti učitele. Jde o rozvíjení pedagogických schopností jako je vlastní iniciativa, fantazie, pravdivost, humor a zejména osobně zodpovědný život.

Škola klade důraz také na mezilidské vztahy – toto je jedním z důvodů, proč jsou některé waldorfské třídy věkově heterogenní. Žáci si s prací pomáhají a předávají si poznatky jazykem, který je jim blízký. Pokud jde o prostorové uspořádání třídy, žáci pracují převážně v lavicích, kde sedí po dvojicích. Je zde ovšem také prostor, kde může třída pracovat společně (například na koberci). Každý vyučovací předmět nese své jméno, ale učitelé se snaží o jejich maximální propojení, aby dětem nevznikaly v učivu mezery.

Žáci se jednotlivé předměty učí v epochách, což je dvouhodinový vyučovací blok. Takové bloky mají během dne dva až tři. V epochách jsou vyučovány předměty, jako je matematika, čtení či psaní. Každá epocha trvá dva až čtyři týdny. Epochy se opakují po třech až šesti týdnech (uspořádání závisí na škole). S epochami souvisí také epochové sešity, které si žáci vytvářejí. Ty jim slouží jako zápisu učiva. Žáci si také podílem vlastní práce vše lépe zapamatují a mohou si podobu sešitu přizpůsobit vlastním potřebám.

Dalším termínem používaným ve waldorfské pedagogice je eurytmie, která se soustředí na tělesnou a duševní stránku žáka. V eurytmii je kladen důraz na hudbu, tělesnou výchovu,

propojení hemisfér a rozvoj jedinečnosti žáka. Eurytmie obvykle trvá 45 minut a čas je věnován také učivu či předmětům, které potřebují častější procvičování (např. matematika či český jazyk). Eurytmie bývají pouze jednou denně a jsou v rozvrhu zakomponovány po epoše.

Celé vyučování má určitý rytmus. Den začíná písni, následuje pozdrav a průpovídka, aby se žákům pracovalo lépe a s radostí. Rytmus dává žákům jistotu a zahrnuje rituály, na které se žáci těší. Hlavní vyučování probíhá ve výše zmíněných epochách a týká se vyučovacích předmětů – matematika, Český jazyk, fyzika, chemie, přírodopis, zeměpis, historie apod. Po hlavním vyučování mnohdy následuje odborné vyučování, které trvá 45 minut a soustředí se na předměty, u kterých je třeba stálé opakování (cizí jazyky, náboženství, eurytmie, praktické činnosti a některé oblasti hlavních předmětů).

### 1.7.6 Jenská škola

Zakladatelem této školy byl univerzitní pedagog Peter Petersen, který žil v letech 1884 - 1952. Napsal několik pedagogických spisů, ale jeho hlavním posláním bylo založit školu, která by děti vzdělávala po všech stránkách a poskytovala jim zázemí podobné tomu rodinnému. Roku 1923 založil v Jeně v Německu experimentální školu, kde uplatňoval své představy o vzdělávání. V jenské škole je kladen velký důraz na společenství a pocity dětí. Do vzdělávání jsou také zapojeni jejich rodiče, kteří se pravidelně účastní slavností a akcí školy. Některé tyto akce probíhají i během víkendů – jsou zařazeny do vzdělávání dětí a zaměřeny zejména na jejich spolupráci.

Škola je navržena tak, aby se co nejvíce podobala domovu a děti se zde cítily příjemně. Třídy jsou barevné a velmi podobné dětskému pokoji. Nalezneme zde židle a kulaté stolky (místo lavic), poličky, skříňky, v nich hračky a pomůcky. Aby se zde žáci cítili ještě lépe, mohou si třídu společně vyzdobit.

Žáci jsou rozděleni do kmenových skupin. Tyto skupiny jsou heterogenní a jsou rozděleny na dolní (1. – 3. ročník), střední (4. – 6. ročník) a vyšší (7. – 9. ročník). Díky tomuto rozdělení se děti neustále rozvíjejí v sociálních vztazích a učí se od sebe. Tyto skupiny se v průběhu vzdělávání rozdělují na menší skupiny. Vznikají tzv. stolní a pracovní skupiny, ve kterých žáci na zadaném projektu pracují společně. Je zde kladen velký důraz na spolupráci, porozumění a respektování pravidel.

Dalším rozdělením jsou tzv. výkonnostní skupiny, kdy si žáci sami volí úroveň svého vzdělávání. Toto dělení probíhá převážně v oblasti mateřského jazyka a matematiky. Patersen jej doporučoval až od 9. roku života.

Poslední možné dělení pro vzdělávání v této škole je vytváření tzv. výběrových skupin. Zde se žáci setkávají, pokud si zvolili z nabídky stejnou vzdělávací aktivitu. Na těchto aktivitách se významně podílejí rodiče a jsou zde nejčastěji vyučovány šachy, tanec, ruční práce a nejrůznější sporty či umění.

Čas dětí je zorganizován v týdenním pracovním plánu. Jak již bylo řečeno, jenská škola úzce spolupracuje s rodinou, proto se v tomto pracovním plánu objevují veškeré aktivity dětí během celého týdne včetně zájmových kroužků, vzdělávacích aktivit i rodinných plánů. Ve škole se děti mohou ráno zúčastnit úrovnových kurzů v oblasti jazyka či matematiky. Dopoledne navštěvují úvodní či procvičující kurzy pro kmenové skupiny. Čas mezi dopoledním a odpoledním vyučováním je proložen školním volnem. Tento blok trvá 45 minut a je organizovaný. Děti se nejprve rozhýbou pomocí rozvíčky či jiné pohybové aktivity, poté nastává zklidňující část a na závěr mohou žáci čas využít dle svého uvážení. Každá z těchto částí trvá 15 minut. Takto probíhá skoro každý den v jenské škole, ale poslední vyučovací den se liší. Děti mají prostor k dokončení prací a důležitou součástí je také shrnutí celého týdne, sebereflexe a zpětná vazba od učitele. Tu samozřejmě žáci dostávají i v průběhu týdne – převážně se zde uplatňuje ústní hodnocení. Žáci tedy vždy ví, jaké jsou jejich úspěchy a na čem by měli ještě zpracovat. Pro účely DP jsme využili také definici Jenské školy, 2017. Dostupné z: *Alternativní školy*. Dostupné z: <https://alternativniskoly.cz/jenske-skoly/>, Jenský plán. Dostupné z: *Alternativy a inovace ve školním vzdělávání MUNI*. Dostupné z: [https://is.muni.cz/el/ped/jaro2011/SZ7MP\\_ALP1/um/Jensky\\_plan.pdf](https://is.muni.cz/el/ped/jaro2011/SZ7MP_ALP1/um/Jensky_plan.pdf) a z knihy *Alternativní školy a inovace ve vzdělávání*, 2004 od J. Průchý.

## 1.8 Matematika v různých typech škol

### 1.8.1 Matematika v daltonské pedagogice

Daltonská pedagogika učí děti základům matematiky již v mateřské škole, kdy vzdělávání probíhá formou hry a děti mají k dispozici barevné pomůcky, které se používají také na základní škole. Zde žáci přicházejí k novým poznatkům zapojením předchozích zkušeností a postupně si díky otázkám, které si kladou, rozšiřují své znalosti a dovednosti. Daltonská pedagogika se snaží učivo žákům co nejvíce zkonkrétnit, aby základ pochopili všichni. Učitel ovšem tvoří úlohy tak, aby každý žák získával přiměřené výzvy a naplňoval své cíle. Zapojení konkrétních předmětů či využití známých situací žákům usnadňuje řešení úloh. Zde mají žáci určený směr, ale tempo a způsob řešení úloh je na jejich možnostech a představách. Po řešení matematických úloh by měly přicházet na řadu otázky, které žákům pomáhají pochopit souvislosti, objevit jev,

který se v řešení úloh opakuje a upevnit si ho. Daltonská pedagogika si je vědoma důležitosti matematiky a snaží se v dětech probudit touhu vzdělávat se v tomto oboru dál. Často jsou také ve vzdělávacím procesu zařazeny projektové dny s určitým tématem. Žáci se mohou zapojit také do matematických workshopů či seminářů. Mohou si také zvolit vzdělávací skupinu. Téma projektového dne nebo semináře je zapojeno i do slovních úloh a dalších matematických úkolů, jednotlivé vyučovací předměty se při tom prolínají. Daltonská škola také ve značné míře podporuje environmentální výchovu a zapojuje přírodniny i přírodu kolem žáků do vyučování nejen matematiky. Nezapomíná ovšem ani na technologie, které žáci v hodinách využívají. Daltontonské školy nejsou v České republice příliš rozšířené a nachází se pouze v Brně. Školy ovšem nejsou příliš rozšířeny ani ve světě, proto o nich nemáme mnoho informací.

Pomůcky:



Obrázek 4: Sada s úkoly

Multifunkční pomůcka na třídění, přiřazování, modelaci zadání úloh a početních operací, plnění úkolů a vytváření dalších rozvíjejících úloh

(zdroj: 34)

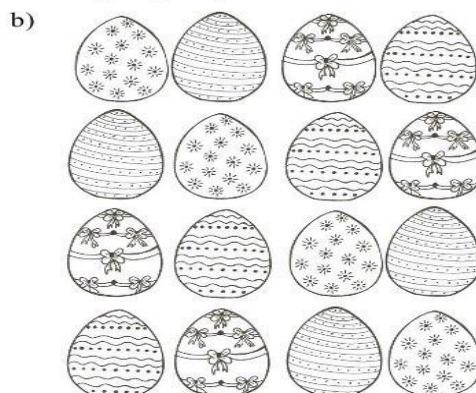
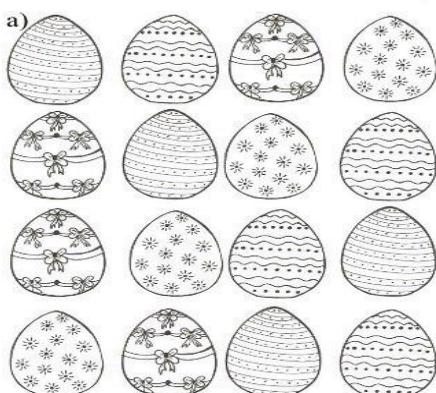


Obrázek 5: Geometrická skládanka

Žáci dle šablony či vlastního uvážení tvoří rovinné obrazce sestavené z geometrických obrazců, které mají k dispozici (zdroj: 34)

*Ukázka slovní úlohy:*

3. Na kterém tácu se v žádném sloupci ani řádku neopakuje stejně zdobení?



4. Jaký by byl nejnižší počet tahů k přesunutí kraslic na nesprávně uloženém tácu?

- a) 3                    b) 2                    c) 1                    d) 5

Obrázek 6: slovní úloha (zdroj: 16)

### 1.8.2 Matematika ve waldorfské pedagogice

Začátek vzdělávání ve waldorfské škole je věnovaný prohlubování předmatematických představ – zejména porovnávání množství (větší počet, menší počet, rovnost počtu prvků různých skupin), poznávání geometrických útvarů (trojúhelník, čtverec, obdélník, konkrétní mnnohoúhelník, kruh) a seznamování s jejich vlastnostmi (délka stran, velikost obvodu a obsahu konkrétních rovinných útvarů pomocí porovnávání). Žáci se naučí poznávat tvary číslic, zapsat je a přiřadit je ke konkrétnímu počtu předmětů. Výuka matematiky je velmi intenzivní, učitelé se snaží o přesah do dalších předmětů.

S početními operacemi se žáci seznamují pomocí příběhů a pohádek, mnoho času je věnováno popisu vzájemných vztahů. Waldorfská škola zapojuje do vzdělávání matematiky také hodně pohybu a snaží se aktivizovat všechny smysly (těchto smyslů pojmenovává dokonce dvanáct). Početní dovednosti jednotlivých žáků jsou velmi individuální – někteří žáci první třídy počítají v řádu jednotek, někteří v řádu nižších desítek (do 20), někteří dokážou provádět základní početní operace až do sta. Už v první třídě je vyvozována početní operace násobení. Ve druhé třídě si žáci prohlubují znalosti ve všech početních operacích v oboru do 100. Seznamují se se závorkami a učí se násobit a dělit jednociferným číslem. Všemi operacemi je provází skřítci. Zabývají se také předností jednotlivých početních operací. Velká pozornost je věnována orientaci v čase (jednotlivé vyučovací hodiny, vzhledem k individuálnímu postupu

v jednotlivých třídách, nejsou oddělovány zvoněním, takže využití hodin pomáhá žákům v orientaci v režimu dne) a měření (využívají provázek, list papíru, ale i pravítka nebo metr). Ve třetím ročníku si žáci stále prohlubují své znalosti a jsou neustále motivováni známými předměty či místy. Také se více věnují geometrii, kde ale nevyužívají rýsovací pomůcky a geometrické obrazce načrtávají od ruky, zkoušejí si různé formy geometrických obrazců (kružnice, přímk, oválů, čtyřúhelníků, trojúhelníků apod.), aby získali větší jistotu při náčrtech obrazců a pochopili souvislosti a zákonitosti tohoto oboru. Ve druhém pololetí třetího ročníku pak rýsuji s využitím pravítka. Na konci třetí třídy by měli žáci splňovat výstupy prvního období vzdělávání podle RVP ZV. Ve čtvrtém ročníku se žáci seznamují se zlomky opět pomocí názorných pomůcek, učí se násobilku, násobí a dělí vícečiferná čísla, seznamují se s dělením se zbytkem, výsledky zaokrouhlují s požadovanou přesností, pracují více se závorkami. V geometrii se věnují prostorovým útvarům (krychle, kvádr, koule), geometrickým konstrukcím jednodušších rovinných útvarů a konstrukcím základních souměrností (práce s osově a středově souměrnými útvary, jejich rozpoznávání a doplňování). V posledním ročníku prvního stupně se žáci věnují operacím se zlomky i desetinnými čísly (porovnávání čísel, sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem, sčítání a odčítání desetinných čísel stejného rádu). Také prohlubují své znalosti v práci se závorkami a převody jednotek (používané jednotky délky, hmotnosti a času).

Pomůcky:



Obrázek 7: Voskové bločky  
Žáci je využívají pro označení papíru na zápis učiva dle stanovené barvy vyučovacího předmětu (zápis si ukládají na konci vyučování do jednotlivých portfolií stejné barvy)  
(zdroj: 39)



Obrázek 8: Mathstick  
Žáci staví dle plánu či vlastního uvážení z dřívek  
- využití např. při modelování geometrických obrazců a popisu jejich vlastností, vzájemné poloze přímek (rovnoběžky, různoběžky, kolmice)  
(zdroj: 31)

*Ukázka slovní úlohy:*

*V pátek 19. října jsme jeli na výlet. Celkem nás jelo 14 dětí. Kačenka zůstala u Filipa v Radobylu, který s námi nejel, ani se s námi nevracel. Ten byl patnáctý.*

*Každý z vás dal 130Kč na dopravu.*

*Cesta z Příbrami do Dobříše stála každého 16Kč.*

*Cesta z Dobříše do Radobyl stála každého 21Kč.*

*Cesta z Kamýku do Višňového stála každého 26Kč.*

*Cesta z Višňového do Příbrami stála každého 13Kč.*

1. *Kolik bylo vybráno peněz celkem?*
2. *Kolik každého stála cesta?*
3. *Kolik stála cesta Filipa?*
4. *Kolik stála cesta Kačenky?*
5. *Kolik Ti mám vrátit peněz?*
6. *V jakých mincích o nejvyšších hodnotách (a kolik jich bude) Ti mám vrátit?*

Slovní úloha (zdroj: 15)

### 1.8.3 Matematika v Montessori pedagogice

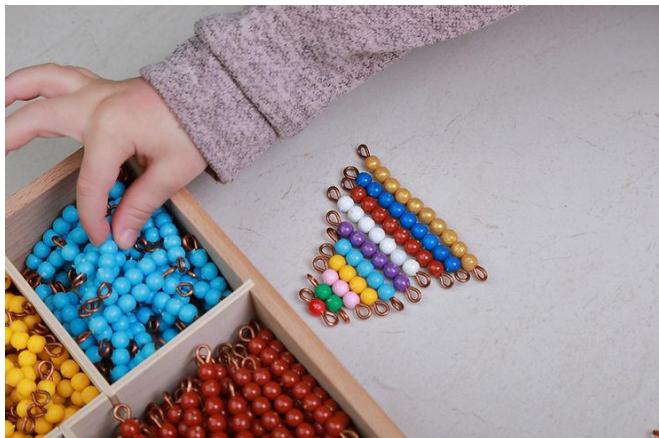
Hlavním prostředkem ve vzdělávání matematice jsou specifické pomůcky, které jsou využívány při společném i samostatném vzdělávání. Tyto pomůcky jsou promyšlené, velmi pěkné, hmatově příjemné, takže žáci se pomocí nich chtějí vzdělávat. Další výhodou Montessori pomůcek je, že většina z nich poskytuje zpětnou vazbu – dítě se tedy může přesvědčit, zda úkol splnilo správně. Montessori využívá ucelené řady pomůcek, kdy žák dle svých znalostí pomůcky postupem času mění. Tyto řady jsou zhotoveny od nejkonkrétnějších po abstraktní. Pomůcky jsou využívány převážně při zavádění nových pojmu a jejich procvičování. Žáci je využívají hlavně v prvním období základního vzdělávání, tedy v tzv. prvním trojročí. Pomůcky jsou žákům volně přístupné ve třídách nebo ve vymezených prostorách. Vzhledem k heterogenitě třídy a proměnlivosti jejího složení dosahuje každý jednotlivec různých výstupů v různé době (pomůcky využívá podle svého uvážení).

Ve druhém období se v matematice s žáky pracuje více abstraktně a žáci využívají spíše psací potřeby. Znalosti jednotlivých žáků mohou být velmi rozdílné. Vzhledem ke členění základního vzdělávání v Montessori školách do tří trojročí, seznamují se v tomto období žáci nižšího

stupně s učivem prvního ročníku vyššího stupně. V Montessori matematice se průvodci snaží žáky podněcovat k hledání nových řešení, diskusi, kritice a logickému uvažování. Ve vzdělávání se také využívá návaznost a žáci ji trénují s pomůckami, slovně, písemně i graficky. Žáci by měli být schopni rozložit si složitější úlohu na jednoduché části. Vzhledem k tomu, že logické myšlení ve velké míře rozvíjí slovní úlohy, jsou ve vzdělávání hojně využívány.

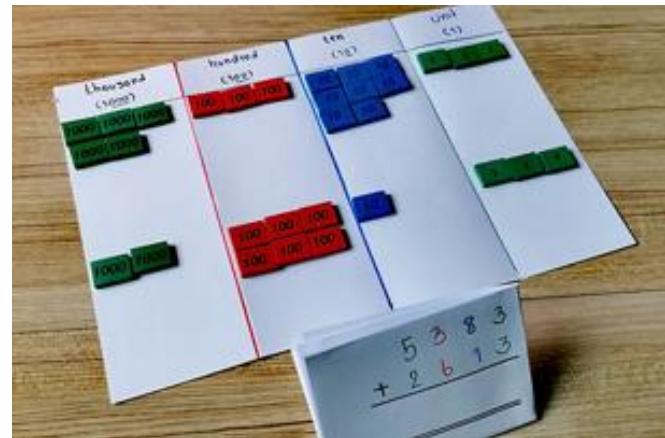
Žáci v Montessori školách si již v prvním období plánují a zapisují aktivity do svého diáře, včetně času, který je zadán v rozvrhu s ukázkami. Žáci si také zapisují čas svačiny, dalších úkolů i jak dlouho jim úkol trval. Hodiny jsou přirozenou součástí jejich životů, jelikož už v mateřské škole se žáci sházejí na aktivity v určitý čas, který poznají dle digitálních hodin ve třídě. Tyto hodiny jsou umístěny i ve školních třídách (mnohdy víckrát), aby žáci věděli, kolik času jim zbývá a měli přehled o čase.

#### Pomůcky:



Obrázek 9: Barevné korálky  
Pro každý počet korálků je v Monessori pedagogice zvolena jedna barva, žák se takto učí spojit 2 kritéria (počet a barva) a využít je.

(zdroj: 21)

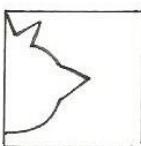


Obrázek 10: Sčítání  
Žáci používají malé žetony s čísly k sestavení vlastní úlohy – jednotlivé řady čísel jsou opět označeny různými barvami  
(zdroj: 21)

*Ukázka slovní úlohy:*

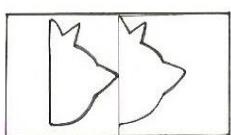
*Kačka přeložila výkres a pak vystříhla kuřátko.*

*Přáníčko pak vypadalo takto:*

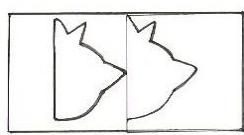


*Jak bude vypadat přáníčko po rozložení?*

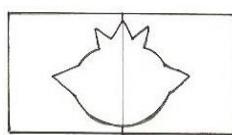
*a)*



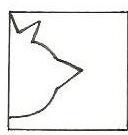
*b)*



*c)*



*d)*



Slovní úloha (zdroj: 16)

#### 1.8.4 Matematika v jenské pedagogice

V jenské škole se snaží žáky vzdělávat pomocí konkrétních situací a navazují na předešlé zkušenosti žáků. Důležitá je zde samostatná zpětná vazba. Ta je realizována pomocí pomůcek, které žákům umožňují kontrolu svých výsledků. Díky těmto pomůckám žáci zapojují také více smyslů a matematika je pro ně zajímavější. Jenská škola nemá vyvinutý žádný zvláštní pracovní materiál, ale velmi často jsou při vzdělávání využívány pomůcky z jiných alternativních škol (Montessori). Jednoduché pomůcky si obvykle připravují učitelé sami, často při tom spolupracují s rodiči. Učební pomůcky jsou pro žáky dostupné přímo v učebně, pokud se nejedná o hračky, musí mít jednoznačný didaktický charakter, aby s nimi děti mohly svobodně a samostatně pracovat a rozvíjet se. Matematika je zde vyučována pomocí různých typů kurzů. Žáci si mohou zvolit úroveň kurzů na základě svých schopností. Kurzy jsou rozčleněny dle jednotlivých předmětů a žáci si volí úroveň kurzů na základě svých vlastností. Žáci se vzdělávají samostatnou či skupinovou prací, nebo jsou jim od učitele prezentovány ukázky. Jenské školy jsou zastoupeny v České republice pouze prvním stupněm a je jich zde poskrovnu.

Pomůcky:



Obrázek 11: Žákovská zlomková sada

Žáci ji využívají ke sčítání a porovnávání zlomků (zdroj: 40)



Obrázek 12: Demonstrační hodiny  
Žáci zapisují čas a manipulují s hodinami  
(zdroj: 28)

Vzhledem k malému zastoupení jenských škol v naší zemi, nebylo možné konkrétní slovní úlohu dohledat. Z informací a náslechů ovšem vyplývá, že využívají podobné slovní úlohy jako Montessori pedagogika.

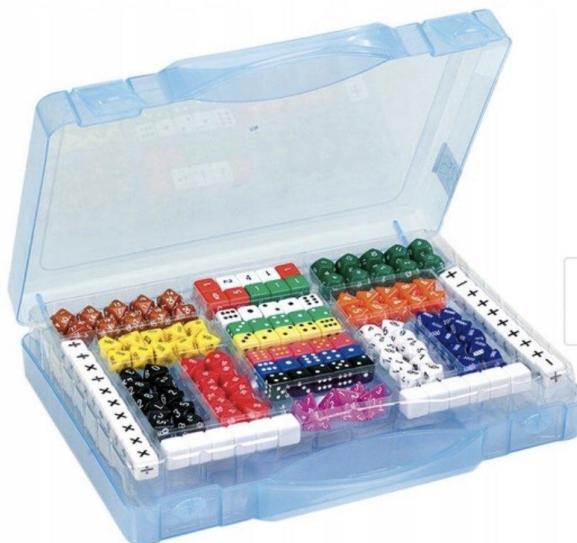
### 1.8.5 Matematika v tradiční pedagogice

Žáci jsou vzděláváni ve vyučovacích hodinách trvajících 45 minut, které probíhají zpravidla v dopoledních hodinách. Žáci se obvykle účastní jedné hodiny matematiky denně, pokud škola neuzpůsobí rozvrh žáka odlišně vyučovací hodina mívala obvykle tři hlavní části: úvod, hlavní část a závěr. V úvodu bývá žákům sdělen cíl hodiny, připomenuto učivo předchozích hodin, na které se bude navazovat, někdy jsou zopakovány základní početní operace nebo pojmy, které se prolínají daným tématem. K motivaci jsou často využívány různé hry, především soutěžního charakteru, kdy učitel využívá mazacích tabulek, interaktivní tabule nebo vyrobených karet (například s úlohami). V hlavní části učitel žáky seznamuje s novým učivem a jeho terminologií, nebo se věnuje opakování již žákům známého učiva. Převažuje zde frontální výuka, ale učitel se také snaží žáky podněcovat je k hledání různých postupů řešení či souvislostí.

Učitel přednáší učivo a zadává žákům úkoly, které musí plnit okamžitě. V plnění těchto úkolů převažuje samostatná práce s následnou společnou kontrolou (převážně na tabuli nebo na interaktivní tabuli). Žáci s pomalejším pracovním tempem mohou výsledky podle tabule doplnit či mají upravený počet úkolů, protože vzhledem k velkému počtu dětí zde obvykle není jejich možnost individuálního tempa. Při výuce jsou využívány pracovní sešity, učebnice či názorné pomůcky. Většinu těchto materiálů si učitelé mohou zakoupit. Nejčastějším prostředím pro vzdělávání matematiky je lavice či koberec ve třídě.

V závěru hodiny vyučující provede shrnutí (zhodnotí splnění cíle hodiny a pracovní nasazení žáků), popřípadě naznačí další směr dalšího vývoje tématu, aby probudil zvídavost žáků.

Pomůcky:



Obrázek 13: Matematické počítací kostky  
Kufřík obsahuje mnoho druhů kostek s různým počtem teček či znamének. Žáci či učitelé je využívají k tvorbě příkladů.  
(zdroj: 30)



Obrázek 14: Odčítací karty  
Jsou využívány k zadání příkladu či soutěžím.  
(zdroj: 29)

Ukázka slovní úlohy:

*Matěj objevoval podmořský svět a pečlivě si vše zaznamenával. Při potápění viděl 4 hvězdice a 3krát více škeblí. Dále pozoroval 9 mořských koníků a 3krát méně krabů.*

*Kolik viděl škeblí a kolik krabů?*

(zdroj: <https://www.zskladnovasatova.cz/files/2018/08/10/slovni-ulohy-3-rocnik-leto.pdf>)

### 1.8.6 Matematika v inovativní pedagogice

Pro účely DP budeme vycházet z metodického portálu RVP, který se zabývá inovativní matematikou z internetového zdroje Inovace výuky matematiky. Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/artefact/file/download.php?file=71225&view=11003>

Všechny typy škol můžeme považovat za inovativní, pokud využívají inovativní metody. Jednou z těchto metod je například převrácená třída, kdy učitel vysvětlí učivo, zadá žákům úkol a ti jej vyřeší doma. Další den si žáci vypracovaný úkol přinesou a společně jej zkонтrolují a pokládají dotazy k nejasnostem. Výhodou domácí práce je, že žáci mají dostatek času na řešení úkolu a jeho pochopení. Dalším prostředkem je malý problém, kdy žáci dostanou zadání a očekává se od nich řešení, nejsou jim ovšem sděleny další informace. Žáci tedy postupně pokládají otázky, pomocí nichž úkol rozebírají a hledají souvislosti. Žáci se také setkávají s prací s chybou, kdy učitel promítne například grafické řešení problému a zadání. Žáci následně dle zadání úlohu vyřeší a zjistí, že původní grafické řešení je chybné. Pokládají tedy otázky, pomocí nichž zjišťují, v čem se řešením liší a kde mohla nastat chyba. Ke snadnějšímu uspořádání učiva se využívá myšlenková mapa či technologie. Ty jsou využívány také k tvorbě a čtení QR kódů. My budeme jako inovaci ve vzdělávání matematiky vnímat Hejněho metodu, jelikož se nejedná pouze o prvky, ale celý koncept. Její prvky na sebe navazují a jsou zahrnutы ve výukových materiálech pro první, druhý i třetí stupeň.

Pomůcky:



Obrázek 15: Vláčky  
Slouží k porovnávání vztahů mezi jednotlivými vlaky (zdroj: 38)

Ѡ	=	Ѷ	Ѷ
Ԉ	=	Ѿ	Ѷ
ߡ	=	Ԉ	Ѷ
ߛ	=	ߡ	Ѷ
ߜ	=	ߛ	Ѷ
ܰ	=	ܰܰ	ܰܰ
ܻ	=	ܻܻ	ܻܻ
ܼ	=	ܼܼ	ܼܼ

Obrázek 16: Zvířátka dědy Lesoně  
Také slouží k porovnávání vztahů (zdroj: 41)

*Ukázka slovní úlohy:*

**5**

Terka a Aneta šly s rodiči na odpolední procházku. Vyrazili ve 13:30 a vrátili se v 17:45. Děvčata měla s sebou koloběžku, na které se střídala po 15 minutách. V 15:30 si dali všichni půlhodinovou přestávku u stánku s občerstvením. V 16:05 Aneta spadla z koloběžky, ale hned vyskočila a jela dál.

- a) Které z děvčat jelo první na koloběžce?
- b) Kolik minut najela na koloběžce Terka a kolik Aneta?

Bylo střídání koloběžky spravedlivé?



Obrázek 17: slovní úloha (zdroj: 36)

## 2 PRAKTICKÁ ČÁST

V praktické části popíšeme činnosti, ve kterých jsme se zaměřili na zkoumání pedagogické reality, čímž chápeme situace a prostředí, ve kterém se dějí výchovné i vzdělávací jevy a procesy. Ty převážně obsahují výuku žáka a jeho řešení konkrétních úloh a situací. Předmětem našeho zájmu bylo porovnání výuky matematiky ve vybraných typech škol. Data potřebná k porovnání jsme získávali dvojím způsobem. Prvním byly náslechy vyučování matematiky v různých typech škol a druhým bylo testování vědomostí a dovedností žáků pomocí didaktického testu.

### 2.1 Pozorování a didaktický test v pedagogickém výzkumu.

Pro sběr a analýzu dat v pedagogických výzkumech lze využít kvalitativní nebo kvantitativní výzkum. Pro účely DP budeme vycházet z definic výzkumů z Pedagogického slovníku (Průcha 2008). Kvantitativní výzkum vychází z pozitivismu a jeho cílem je objasňování jevů na základě vědecké teorie a ověřování hypotéz. Kvantitativní výzkum se vyznačuje objektivností a snahou o nejpřesnější vnímání reality, což je jeho značnou nevýhodou, protože jsme lidé a oprostit se od sebemenšího subjektivního názoru, je velmi náročné. Pokud se to všem povede, můžeme čtenáři poskytnout fakta a ten si může stanovit vlastní závěr, což je výhoda kvantitativního výzkumu. Kvalitativní výzkum je nazývaný postpozitivistickým a data jsou přijímána z přirozených prostředí jako je například školní třída. Jeho výhodou je detailní popis jednotlivých situací, avšak pouze očima samotných aktérů, což můžeme považovat za nevýhodu. Nyní popíšeme pouze dvě techniky, které jsme při sběru dat používali (Průcha, 2008).

Technik a typů pozorování je celá řada, v kontextu našeho průzkumu se zaměříme na dělení technik tzv. přímého krátkodobého standardizovaného pedagogického pozorování (Chrásky, 2007). Ten podrobněji popsal čtyři techniky a to techniku A. A. Bellacka, techniku frekvenční a sekvenční analýzy, rating v pedagogickém pozorování a pozorovací techniku S. Rysa. My jsme pro pedagogické pozorování využili prvky techniky S. Rysa, která spočívá v zapsání jednotlivých oblastí, které budeme pozorovat. S. Rys rozdělil pozorování do 19 oblastí činnosti učitele, které jsou samostatně posuzovány. Každé oblasti je přidělen jeden čtverec, po jehož obvodu (ve vrcholech a středech stran) jsou rozmístěna písmena A – H a pozorovatel křížkem zaznamenává příslušné písmeno. K tomuto pozorování je nutné vytvořit tabulku s posuzovací stupnicí, kde jsou písmena A – H zaznamenána také číslem, které znázorňuje počet bodů

náležící daným písmenům a každé písmeno má jiný počet bodů. V neposlední řadě je nutné písmenům přiřadit také slovní charakteristiku.

Pro splnění cílů DP jsme využili pouze prvky této metody, kdy jsme sestrojili tabulku s jednotlivými oblastmi pozorování dle Rysa, ale vzhledem k účelům DP jsme pozorovali pouze deset oblastí, které jsme mohli posoudit i bez rozhovoru s učitelem. Zaměřili jsme se na prostředky řízení, motivaci, způsob zadání učiva, užití učebních pomůcek, aktivitu žáků, kontrolu, učitelovy otázky, časový plán, organizaci podmínek a závěr. K jednotlivým oblastem jsme připravili do záznamového archu několik možností, které mohou ve vyučování nastat a následně jsme je v něm označili kroužkem. Archy jsme doplnili o písemné záznamy pozorování vyučování. Také jsme zvolili další oblasti pozorování a ty zapsali. Jednalo se o téma hodiny, čas náslechu a výhody i nevýhody zvolené metody. Tento záznamový arch nám sloužil k efektivnímu pozorování a získané informace byly zapsány zjednodušeně do diplomové práce.

Pro ověření kognitivních znalostí žáků lze velmi dobře využít didaktický test. Didaktických testů existuje více druhů, Chráska (2007) popisuje tyto druhy:

- a) testy rychlosti
- b) testy úrovně
- c) testy standardizované
- d) testy nestandardizované
- e) testy kognitivní a testy psychomotorické
- f) testy výsledků výuky a testy studijních předpokladů
- g) testy rozšiřující (testy relativního výkonu)
- h) testy ověřující (testy absolutního výkonu)
- i) testy vstupní, průběžné a výstupní
- j) testy monotematické a polytematické
- k) testy objektivně skórovatelné
- l) testy subjektivně skórovatelné

Pro účely našeho výzkumu jsme sestavili nestandardizovaný didaktický test, kterému se říká také učitelský či neformální. K těmto testům není potřeba vytvářet příručku a slouží k mapování vědomostí žáků. Do didaktického testu jsme zařadili otevřené úlohy se stručnou odpovědí, které se vyznačují žákovou tvorbou krátké odpovědi či zápisem řešení. Žák tedy nemá k dispozici připravené různé odpovědi, ale musí je sám vymyslet, zformulovat a zaznamenat (Chráska, 2007).

## 2.2 Náslechy na vybraných typech škol

Při násleších výuky matematiky jsme zaměřili na analýzu použitých metod, práci učitele a žáků a pozorovali jsme výchovné jevy i procesy. Předmětem našeho zájmu byly způsoby „předávání“ učiva žákům, využité pomůcky a interakce mezi všemi aktéry. Naším cílem bylo popsat pedagogickou realitu daných typů škol a podchytit výhody i nevýhody pozorovaných aktivit. Metodou bylo přímé strukturované pozorování, které sloužilo ke sběru dat. Pro záměry diplomové práce jsme zvolili kvalitativně orientovaný výzkum, který se zaměřuje pouze na malý vzorek škol a jsme si vědomi, že výsledky testů i využití metod se může na školách lišit.

Všechny náslechy byly absolvovány ve třetích ročnících základních škol, které se nacházejí v Ústeckém kraji, konkrétně v Mostě a Litvínově. Náslechy probíhaly v roce 2022 a 2023. Naším záměrem bylo účastnit se náslechů výuky geometrie i aritmetiky. Při pozorování jsme se zaměřili především na dobu výuky, využité pomůcky, a další z našeho pohledu podstatné věci, kterým se budeme podrobněji věnovat při popisu výuky v jednotlivých typech škol. Na každé ze škol jsme absolvovali tři náslechy, ze kterých jsme pořídili písemný záznam. S ohledem na přání vyučujících nebyly pořizovány žádné audiovizuální záznamy. Náslechy se podařilo uskutečnit v Montessori Waldorfské, inovativní a tradiční škole.

### 2.2.1 Náslehy v Montessori škole

Náslechy probíhaly v únoru 2023 v AMA SCHOOL – základní škole a mateřské škole Montessori v Mostě. Tato škola má rozdelené třídy do trojročí a vyučování je rozčleněno do bloků. Třídy jsou vyzdobeny obrázky žáků či vzdělávacími plakáty, které mohou žáci využívat k řešení zadaných úkolů. Třída je rozdělena do sekcí s úložnými prostory, které obsahují pomůcky z různých vzdělávacích oblastí. Uprostřed třídy se také nachází rozvrh na celý týden, kde jsou zapsány ukázky nového učiva včetně času konání a další úkoly, které by měli žáci během týdne splnit. Žáci si dle rozvrhu do diáře zapisují vlastní plán týdne a průvodce jim zde podepisuje splněné úkoly. V centru třídy se nachází i kolo školních povinností. Na něm jsou uprostřed napsána jména žáků a kolem nich povinnosti. Kolem se pravidelně otáčí, takže se žáci v povinnostech střídají. Žáci mohou své úkoly plnit na koberci či u stolů, které jsou uspořádány do hnízd.

Do navštěvované třídy chodilo celkem 28 žáků, z nichž 10 bylo ve věku od 8 do 10 let. Jejich věk tedy odpovídal žákům třetího ročníku. Jedním z žáků byl také žák se speciálními vzdělávacími potřebami. Vzhledem k menšímu počtu žáků byla výuka individualizovaná a otevřená. Po personální stránce byl ve třídě jeden stálý průvodce, asistent pedagoga a anglicky mluvící učitel. Dále třídu v případě potřeby navštěvovali další asistenti či anglicky mluvící

učitelé, případně paní ředitelka. Některé ukázky nového učiva tedy probíhají v cizím jazyce a žáci s průvodcem komunikují stejným jazykem. Žákům bylo řečeno, že anglicky mluvící učitelé neumí český jazyk, proto s nimi žáci komunikují pouze pomocí angličtiny. Na ukázky jsou žáci rozděleni do dvou skupin, aby měli větší prostor k vyjádření a komunikaci.

## 1. Náslech

**Téma:** mnohoúhelníky (ukázka)

**Vyučující:** průvodce (paní ředitelka)

**Využité pomůcky:**

korková deska s dřívky – zakoupená pomůcka, pro žáky nová  
karty s názvy a mnohoúhelníky – vyrobená pomůcka, pro žáky nová

**Čas náslechu:** 8:00 – 8:40 pátek

**Přítomní žáci:** 5 (ve věku od 8 do 10 let)

**Zadání úloh:** ústně, obrázkem

**Uspořádání žáků:** samostatná práce, práce se spolužáky

**Postup práce žáků při řešení úloh:** grafické řešení

**Záznam práce žáků:** pomocí dřivek

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ne

**Průběh vyučování:**

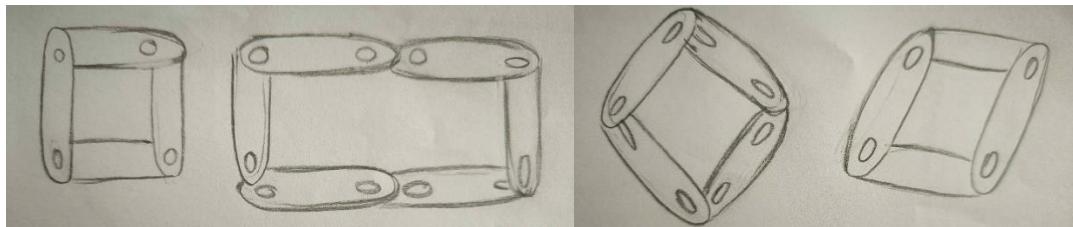
**Úvod (5 minut)**

Paní ředitelka si připravila podložku a na ni položila pomůcky k vyučování (korkovou desku, dřívka, provázky, špendlíky, karty s obrázky mnohoúhelníků, karty s názvy mnohoúhelníků). Následně se žáků zeptala: „Jaké mnohoúhelníky znáte? Dokážete mi o nich něco říct?“ Žáci si vzpomněli na trojúhelníky a následně si zopakovali jejich druhy i vlastnosti.

**Hlavní část (30 minut)**

Paní ředitelka a jeden z žáků postavili z dřivek mnohoúhelníky. Následně žáci tyto mnohoúhelníky popisovali a porovnávali. Paní ředitelka poté žákům ukazovala karty se čtyřúhelníky a žáci je charakterizovali a vzájemně se v informacích doplňovali. Následně si každý žák pomocí dřevěných dřivek postavil čtyřúhelník a řekl o něm základní informace. Poté paní ředitelka rozložila na koberec karty s mnohoúhelníky a každý žák dostal kartu s názvem mnohoúhelníku. Jejich úkolem bylo přiřadit název k příslušnému mnohoúhelníku.

Po zkontrolovaní pokládala paní ředitelka žákům otázky týkající se mnohoúhelníků a žáci odpovídali či pokládali další otázky.



Obrázek 18: Náčrt sestavených geometrických obrazců v Montessori škole, které vytvářeli žáci

### Závěr (5 minut)

Každý žák sestavil z dřívek mnohoúhelník, popsal jeho vlastnosti, zhodnotil svou práci i porozumění novému učivu.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky samostatně vyvozovat závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii

**Role žáků:** posluchači, aktivně se zapojují do výuky, samostatně vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují názor a argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** vzhledem k menšímu počtu žáků, byli všichni aktivně zapojeni, žáci se hodně dozvěděli díky svým zvídavým otázkám (například: „Když budu mít deset dřívek, sestavím desetiúhelník?“), žáci seděli na zemi, takže mohli měnit polohu dle uvážení, žáci si mohli mnohoúhelníky „ohmatat“

**Nevýhody:** žáci nemají práci nikde zapsanou, takže se nemohou k tématu samostatně vrátit

## 2. Náslech

**Téma:** tělesa v anglickém jazyce, math adventure, práce s kružítkem

**Vyučující:** průvodce a anglicky mluvící průvodkyně

**Využité pomůcky:** tablet, kružítko, pravítko, tužka, papíry, obrázky a modely těles, modelína, špejle – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 8:30 – 9:00 pátek

**Přítomní žáci:** 10 (ve věku od 8 do 10 let)

**Zadání úloh:** ústně, obrázkem

**Uspořádání žáků:** samostatná práce

**Postup práce žáků při řešení úloh:** grafické řešení

**Zážnam práce žáků:** pomocí špejlí a modelíny, na papíře, v tabletu

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ano (u těles žáci počítali vrcholy)

**Průběh vyučování:**

#### Úvod (5 minut)

Žáci si zvolili, jaké práci se budou věnovat - 2 žáci dělali na tabletu Zorbith's math adventure, 4 žáci trénovali s kružítkem za asistence pana průvodce, 4 žáci měli ukázku těles v anglickém jazyce.

*Zorbith's math adventure:* Žáci si na tabletu otevřeli aplikaci Zorbith's math adventure a plnili v ní úkoly, které se lišily dle toho, co žáci potřebovali procvičovat. Některí žáci tedy v aplikaci trénovali sčítání a odčítání a jiní násobení.

*Práce s kružítkem:* Žáci zopakovali průvodci pravidla pro práci s kružítkem a zkoušeli pomocí něj vytvářet různé ornamenty. Průvodce na žáky dohlížel a případně jim poradil, také jim byl vzorem a vytvářel vlastní ornamenty.

*Ukázka v anglickém jazyce:* Průvodkyně říkala vlastnosti těles a žáci říkali jejich názvy a hledali rozdíly mezi nimi, které poté také popisovali.

#### Hlavní část (20 minut)

*Zorbith's math adventure:* Žáci pokračovali ve své práci, tedy v procvičování početních operací.

*Práce s kružítkem:* Žáci charakterizovali osu úsečky jako přímku, která prochází středem úsečky a je k ní kolmá. Následně ji pomocí pravítka a kružítka sestrojili. Poté žáci tvořili pomocí kružítka mandalu.

*Ukázka v anglickém jazyce:* Žáci přiřazovali anglické názvy těles k jejich obrázku. Každý žák si sestavil těleso ze špejlí, které tvořili hrany těles a modelíny, která byla využita jako spoj špejlí znázorňovala vrcholy, poté každý žák řekl vlastnosti i název tělesa. Žáci sestavili model kvádru, krychle a kuželes, kdy u kuželes využili k tvorbě podstavy modelínu.

#### Závěr (5 minut)

*Zorbith's math adventure:* Žáci písemně zhodnotili svou práci zážnamem do deníku.

*Práce s kružítkem:* Žáci zhodnotili svou práci ústně i písemně.

*Ukázka v anglickém jazyce:* Žáci zhodnotili svou práci slovně i pomocí gest (palcem směřujícím nahoru, do boku či dolů) – tedy využili formativního hodnocení.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky samostatně vyvozovat závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii v jazyce používaném během výuky

**Role žáků:** posluchači, aktivně se zapojují do výuky, samostatně vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují názor a argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** vzhledem k menšímu počtu žáků, byli všichni aktivně zapojeni, žáci seděli na zemi, takže mohli měnit polohu dle uvážení, žáci si mohly tělesa „ohmatat“, žáci se učili matematiku pomocí technologií

**Nevýhody:** žáci nemají práci či postup práce, která probíhala v anglickém jazyce, zapsaný, takže se nemohou k tématu samostatně vrátit

### 3. Náslech

**Téma:** dělení a násobení

**Vyučující:** průvodce

**Využité pomůcky:** zkumavky s korálky a dřevěnou deskou, šachovnice, čtverečkovaný papír – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 9:00 – 9:30 pátek

**Přítomní žáci:** 3 (ve věku od 8 do 10 let)

**Zadání úloh:** ústně

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky

**Postup práce žáků při řešení úloh:** grafické řešení

**Záznam práce žáků:** zápis výsledků na čtverečkovaný papír

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ne

**Průběh vyučování:**

Úvod (5 minut)

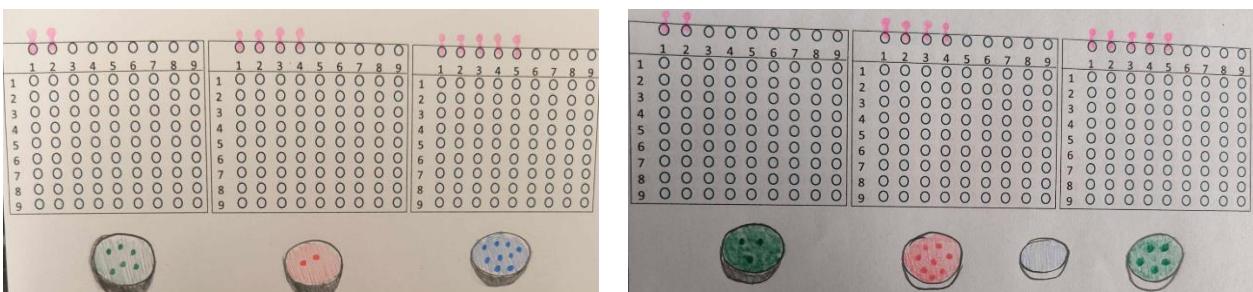
Pan průvodce řekl žákům, že budou dělit trojciferným číslem a následně násobit jiné číslo dvojciferným číslem. Žáci si tedy donesli pomůcky, které budou potřebovat a položili je na podložku. K dělení si zvolili dřevěné tabulky s čísly, korálky ve zkumavkách (různé barvy korálků – podle cifer, 10 korálků v jedné zkumavce), kalíšky a dřevěné figurky.

## Hlavní část (20 minut)

Žáci spolupracovali a řešili zadaný příklad  $6\ 293\ 805 : 245 =$  který si zapsali na čtverečkovaný papír. Poté si položili tři dřevěné desky vedle sebe a na jejich barevný okraj postavili určitý počet figurek. Na první postavili 2 figurky, na druhou 4 figurky a na třetí 5 figurek, takto si znázornili dělitele. Poté si vedle sebe poskládali 7 kalíšků, jelikož dělenec má 7 cifer. Barvy uvnitř kalíšků se lišily dle cifer, stejně jako barvy korálků. Jelikož se v čísle vyskytovala nula a příklad řešili tři žáci, každý žák přiřadil příslušný počet korálků do dvou kalíšků. Poté si ke každé desce položili jeden kalíšek, takže pracovali pouze se třemi ciframi a další čtyři cifry si nechali bokem.



Obrázek 19: Zápis úlohy v Montessori škole



Obrázek 20: Využití pomůcky k dělení v Montessori škole

Z kalíšků umisťovali korálky pod figurky, první žák tedy pokládal 2 korálky a spolužáci pokračovali na dalších tabulkách. Využívali tedy princip spravedlivého dělení. Pokud žákovi s menším číselným řádem, než měl jeho spolužák, došli korálky, tak jeho spolužák vrátil jeden korálek do zkumavky a žák si mohl vysypat deset korálků do svého kalíšku. Takto žáci udělali dvě kola, poté odsunuli první cifru bokem a zapsali si řešení, jelikož první cifra již nemohla dostat korálky. Za znaménko rovnosti si zapsali číslice z levého okraje libovolné tabulky, po níž byly vyskládány korálky. Pod dělence zapsali míinus a každý žák si spočítal korálky na své tabulce a jejich počet pod příslušnou cifru zapsal a společně čísla podtrhli a odečetli, výsledkem byl počet korálků, který jim zbyl v jednotlivých cifrách. Následně žáci uklidili použité korálky a směrem doleva si posunuli kalíšky s korálky a jeden kalíšek přidali. Rozdelení tabulek si žáci nechali stejné a pokračovali v řešení příkladu. Došli k výsledku 25 689, který si podrhlí.

Správnost výsledku si ověřili zkouškou, tedy vynásobením výsledku číslem, jenž bylo původně dělitelem.



Obrázek 21: Pomůcka k velkému dělení Montessori škola (zdroj: 34)

Následně žáci společně násobili příklad  $(324\ 563 \cdot 32 =)$ , jehož činitele si zapsali pod sebe na čtverečkový papír. Jako pomůcku k řešení zvolili šachovnici, číslice a korálky na drátku. Pod cifry si umístili číslice, a tak sestavili prvního činitele, poté si vedle cifer na pravé straně postavili druhého činitele. Žáci nejprve vynásobili jednotky s jednotkami, poté násobili čísla diagonálně a pokládali určitý počet korálků. Když roznásobili všechna čísla, začali se sčítáním korálků, které také probíhalo diagonálně. Žáci zapsali na papír pouze výsledek.



Obrázek 22: Šachovnice (zdroj: 33)

### Závěr (5 minut)

Žáci zhodnotili svou práci i spolupráci a vyzdvihli jejich silné stránky. Všichni žáci se shodli, že dělení dvojciferným číslem by zvládli i bez pomůcky, ale pokud by měli opět vyřešit příklad,

kdy je dělitel trojciferný, pomůcku by použili. Žáci zhodnotili, že pro ně bylo jednodušší násobení a dva ze tří žáků by již dokázali vyřešit příklad na násobení bez pomůcky, jeden z žáků by pomůcku použil.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky samostatně vyvozovat závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii

**Role žáků:** aktivní účastníci řešení, kteří spolupracovali a využívali při řešení doporučené pomůcky

**Výhody:** Vzhledem k menšímu počtu žáků, byli všichni aktivně zapojeni, žáci spolupracovali a průvodce mohl důkladněji zkoumat jejich práci.

**Nevýhody:** žáci nemají postup práce nikde zapsaný, takže se nemohou k tématu samostatně vrátit, slabší žáci se zapojovali méně než zkušenější

### 2.2.1.1 Shrnutí pozorování v konkrétní Montessori škole

Prezentace nového učiva

Žáci mají během týdne dvě až tři ukázky, kdy se seznamují s novým učivem. Každá ukázka má průvodcem stanovené dva termíny, které zahrnují přesný čas i den. Žáci si mohou sami zvolit, na který termín se dostaví. Důležité ovšem je, aby jim jejich časový rozvrh vycházel a ukázky v týdnu stihli. Časový rozvrh jednotlivých vyučovacích předmětů v rámci týdne si totiž už od první třídy sestavují sami. Nové učivo prezentoval průvodce velmi přátelským způsobem. Posadil se na koberec, před sebe položil pracovní plochu s pomůckami a žáci se posadili tak, aby seděli naproti průvodci a mezi nimi byla pracovní plocha či se s nimi usadil ke stolu. Průvodce žákům nejprve pokládal otázky, aby zjistil, co vše o daném učivu již žáci vědí a dále jejich úvahy rozváděl. Následně jim dodal další informace a představil pomůcky, které mohou při řešení využívat. Poté se žáků zeptal, zda mají další otázky. Po jejich zodpovězení zadal žákům konkrétní práci.

Způsob zadání úkolu

Průvodce zadával žákům úkoly ústní či písemnou formou. Také žákům vždy doporučil, zda mají úkol řešit samostatně, ve skupině či ve dvojici. Mnohdy ovšem nechal rozhodnutí na žácích. Ti mohli k řešení využívat libovolné pomůcky. V případě, že žáci nevěděli, jak úlohu řešit, mohli požádat o pomoc spolužáky či průvodce. Žáci neměli pevně stanovený čas, kdy museli úkol dokončit.

## Zpětná vazba

Po dokončení úkolu žáci svou práci odevzdali průvodci. Při tom podali průvodci sebereflexi k řešení úkolu i osobních pocitů z daného úkolu. Následně dostali zpětnou vazbu od průvodce, a to nejen o správnosti výsledku, ale také o způsobu jejich řešení a radu pro příští řešení úkolu. Pokud se jednalo o složitější úkol, žáci dostali zpětnou vazbu dodatečně.

### 2.2.2 Náslechy ve Waldorfské škole

Náslechy probíhaly v listopadu 2022 v Základní a Mateřské škole Jeřabinka v Litvínově Hamru. Zde byly třídy uspořádány v závislosti na počtu žáků. Do této třídy chodili žáci třetího i čtvrtého ročníku, ale například od září 2023 byl třetí ročník vzděláván samostatně. Třída byla vymalována barevně a zdobili ji malby na zdi od paní učitelky. Také zde bylo hodně doplňků v přírodním stylu. Škola se snaží rozvíjet také duševní stránku žáků, proto bylo ve třídě několik citátů. Ve třídě se samozřejmě nacházelo také mnoho knih a příjemné koutky či barevné koberce, kde mohli žáci číst. U stěny byly úložné prostory, ve kterých byly desky, kam si žáci zakládali materiály z výuky. Všechny lavice byly uspořádány v řadách a žáci seděli po dvou. Na stole byla vždy položená svíčka, jejíž barva se odvíjela od dne v týdnu. Ta byla na začátku hodiny zapálena a byl k ní řečen citát. Každé ráno ve škole začínalo společným setkáním všech žáků a učitelů prvního stupně na schodech školy, kde si společně zazpívali několik písni.

Do navštěvované třídy chodilo 13 žáků, z nichž 7 bylo ve věku od 8 do 10 let, který odpovídá žákům třetího ročníku. Jeden ze sedmi žáků měl speciální vzdělávací potřeby. Ve třídě byl jeden průvodce a jeden asistent pedagoga, který pomáhal všem žákům, kteří ho zrovna potřebovali. Žáci byli vzděláváni v blocích a v průběhu nich průvodce zařazoval relaxační prvky a kratší pauzy.

#### 1. Náslech

**Téma:** násobení, slovní úlohy, písemné sčítání i odčítání, geometrické obrazce

**Vyučující:** průvodce (žena)

**Využité pomůcky:** tabule, křídy, papíry, voskovky, vodové barvy – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 8:30 – 9:25 pátek

**Přítomní žáci:** 7 (ve věku od 8 do 10 let)

**Zadání úloh:** ústně, písemně

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky, samostatná práce

**Postup práce žáků při řešení úloh:** podle vzoru – schématu, grafické řešení, aritmetické řešení

**Zážnam práce žáků:** papír A3, čtverečkovaný papír

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ano

**Průběh vyučování:**

#### Úvod (5 minut)

Průvodce říkal postupně čísla od nuly do dvaceti. Pokud se jednalo o násobek čísla 2, děti vyskočili, takto průvodce pokračoval i s násobky čísel 3 a 4. Žáci tedy násobky doprovázeli naučenými pohyby, aby si je lépe zapamatovali. V průběhu cvičení průvodce pokládal doplňující otázky (například: Kolikrát se vejde 4 do 20?).

#### Hlavní část (35 minut)

Průvodce rozdělil žáky do dvou skupin a řad. Před každou skupinu položil papíry, které symbolizovaly dlaždice. Následně dával žákům příklady (například:  $2 \cdot 4, 3 \cdot 5, 4 \cdot 3, \dots$ ), první žáci z řady řekli výsledek, kdo byl rychlejší, položil před sebe „dlaždici“ a šel dozadu stejně jako soupeř, další člen týmu se již postavil na „dlaždici“, takto souboj pokračoval, dokud jeden tým nebyl na druhé straně třídy. Tento tým souboj vyhrál. Následně každý žák dostal papír A3 a posadil se s ním na koberec, aby viděl na všechny spolužáky. Poté si žáci charakterizovali obdélník a v návaznosti na tvar papíru ho popsali jako geometrický obrazec, který má dvě strany delší a dvě strany kratší, zdůraznili také, že obdélník může mít pouze dva rozměry stran a musí svírat úhel  $90^\circ$ . Když se průvodce zeptal na další geometrické obrazce žáci charakterizovali čtverec, který má všechny strany stejně dlouhé a svírající úhel  $90^\circ$ , zmínili také vzorečky pro výpočet obvodu a obsahu. Když se průvodce žáků zeptal, zda existuje geometrický obrazec v rovině či prostoru, který nesvírá žádné úhly žáci zmínili kruh a kružnice a také je popsali. Toto průvodci stačilo a činnost ukončil. Poté se žáci usadili do lavic i s papírem velikosti A3 a začali pomocí různých pastelek kreslit poměrně souměrné kružnice, které se překrývali, protože žáci se snažili vyplnit, co nejvíce prostoru na papíře. Později využili voskovek a vodových barev. Tato cvičení se ve waldorfské škole nazývají formy, o kterých jsme se zmiňovali již teoretické části v matematice ve waldorfské škole. Žáci tedy znázorňují rovinné obrazce bez použití pravítka či kružítka, protože tyto pomůcky používají až ve vyšších ročnících.

V popisu hlavní části jsme zaznamenali její průběh tak, jak se stal, včetně komunikace žáků s průvodcem. Jsme si vědomi nedostatků a nepřesností v terminologii jak žáků, tak průvodce, který se dopouštěl stejných nepřesností v geometrické terminologii, jako žáci. Z tohoto pozorování nebudeme vyvozovat žádné závěry, protože nevíme, jak se s daným tématem bude dále pracovat.

### Závěr (15 minut)

Žáci si z desek na matematiku vyndali čtverečkovaný papír a přepsali na něj příklady na písemné odčítání a sčítání z tabule. Žáci třetího ročníku opisovali příklady pro svůj ročník. Jeden z žáků byl ovšem v počtech dobrý, proto počítal příklady pro 4. ročník. Žáci pracovali samostatně a když byli hotoví, odevzdali práci průvodci. Ten jim práce opravil a poskytl zpětnou vazbu. Žáci se také sami zhodnotili a následně průvodce zhodnotil práci celé třídy.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii, hodnotí práci žáků i celé třídy

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, které odpovídají jejich matematickým dovednostem, obhajují svůj názor, argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** vzhledem k menšímu počtu žáků byli všichni aktivně zapojeni, žáci se hodně dozvěděli díky svým zvídavým otázkám (například: „Jaký úhel svírají jiné čtyřúhelníky?“), žáci v průběhu řešení problémů diskutovali, žáci měnili místa během vzdělávání (koberec, lavice)

**Nevýhody:** méně aktivní žáci se nechtěli příliš vyjadřovat, žáci používali nepřesnou terminologii

## 2. Náslech

**Téma:** násobení, dělení, pyramida

**Vyučující:** průvodce (žena)

**Využité pomůcky:** házecí sáček – vyrobená pomůcka, čtverečkovaný papír, psací potřeby, tabule, křídy – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 8:30 – 9:10 pátek

**Přítomní žáci:** 7 (ve věku od 8 do 10 let)

**Zadání úloh:** ústně, písemně

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky

**Postup práce žáků při řešení úloh:** podle vzoru – schématu, grafické řešení, aritmetické řešení

**Záznam práce žáků:** čtverečkovaný papír

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ne

**Průběh vyučování:**

### Úvod (5 minut)

Průvodce řekl žákům, co se dnes budou učit. Poté se přesunuli na koberec, kde si společně zopakovali násobilku. Průvodce tvoril příklady na násobení, poté hodil žákovi sáček, žák řekl výsledek a hodil mu sáček zpět. Všichni žáci počítali z paměti. Pokud byl výsledek správný,

průvodce hodil sáček dalšímu žákovi a řekl mu jiný příklad. Pokud výsledek nebyl správný, hodil průvodce sáček chybujícímu žákovi opakovaně. Žák zkoušel vypočítat příklad znovu a opět hodil sáček a řekl výsledek. Pokud byl výsledek opět chybný, tak si s ním paní učitelka zopakovala násobilku a zkoušela se ho zeptat znovu. Také se zeptala, proč si myslí, že chyboval. Na základě toho mu doporučila, co by měl doma či ve volných chvílích procvičovat.

### Hlavní část (30 minut)

Žáci se posadili do dvou řad naproti sobě a průvodce zadal číslo. Jeden žák vytvořil příklad na dělení, hodil sáček žákovi proti sobě a ten mu řekl výsledek.

Poté se žáci postavili do kruhu a zahráli si pohybovou aktivitu, kdy tleskali a dupali dle příslušného násobku spojeného se zvukem.

Následně se průvodce s žáky posadil na koberec a ukázal jim, jak na čtverečkovaném papíru vytvoří matematickou pyramidu s 5 patry, do pyramidy také zapsal 3 čísla

Žáci si pyramidu také překreslili a zapsali do ní tři zadaná čísla. Následně žáci do pyramidy zapsali další čísla, aby byla zaplněna všechna políčka a odpovídalo to pravidlům pyramidy, kdy součet dvou spodních polí generuje pole nad nimi. Žák, který měl práci hotovou, šel před tabuli, kde řešení zapsal a zdůvodnil. Průvodce jejich vyjadřování upřesňoval, aby bylo v souladu s matematickým jazykem.

Žáci s ohledem průvodce vyplnili 2 řádky pyramidy na tabuli, poté se přesunuli do lavic a pyramidy samostatně dopsali. Poté žáci dopsali čísla do pyramidy na tabuli a zdůvodnili své úvahy.

### Závěr (5 minut)

Žáci řekli, zda pyramidě rozumí a co jim činilo největší obtíže. Následně průvodce zapsal na tabuli příklady na písemné sčítání a odčítání a žáci je vypočítali pod pyramidu na svém papíře.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují svůj názor, argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** vzhledem k menšímu počtu žáků, byli všichni aktivně zapojeni, žáci vystřídali různé uspořádání

**Nevýhody:** méně aktivní žáci se nechtěli příliš vyjadřovat

### 3. Náslech

**Téma:** slovní úlohy

**Vyučující:** průvodce (žena)

**Využité pomůcky:** čtverečkovaný papír, psací potřeby, tabule, křídy – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 9:20 – 10:05 pátek

**Přítomní žáci:** 7 (ve věku od 8 do 10 let)

**Zadání úloh:** ústně, písemně

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky, samostatná práce

**Postup práce žáků při řešení úloh:** podle vzoru – schématu, grafické řešení, aritmetické řešení

**Záznam práce žáků:** čtverečkovaný papír

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ano

**Průběh vyučování:**

#### Úvod (5 minut)

Průvodce se s žáky posadil do kruhu a povídali si o slovních úlohách. Proč je používáme a jak bychom s nimi měli pracovat. Žáci řekli, že je používáme k vyřešení nějakého problému a aby nás matematika více bavila. Také došli k závěru, že slovní úlohy jsou nějaké příběhy, ze kterých si musíme vypsat důležité informace i hodnoty, sestavit příklad a zapsat slovní odpověď s výsledkem, aby bylo konečné sdělení jasné. Žáci po celou dobu aktivně diskutovali.

#### Hlavní část (30 minut)

Průvodce četl žákům slovní úlohy z karet a ti je řešili (například: Jeden míč stojí 30 Kč. Kolik stojí šest míčů?) Vzhledem k tomu, že se jednalo o jednodušší slovní úlohy, žáci je řešili zepaměti. Po vyřešení některý z žáků sdělil postup a výsledek.

Následně se žáci usadili do lavic a průvodce zapsal na tabuli tři slovní úlohy, na kterých žáci samostatně pracovali (příklad slovní úlohy: Na závodišti se sešlo 48 dětí. V běhu soutěžilo 17 dětí, ve skoku 19 dětí. Kolik dětí soutěžilo v hodu?) Řešení zahrnovalo slovní zápis úlohy, postupu, výsledku i odpovědi.

#### Závěr (5 minut)

Žáci znázornili zápis slovních úloh na tabuli, okomentovali ho a zapsali výsledek. Následně žáci diskutovali o různých postupech při řešení úlohy. Na závěr se každý žák zhodnotil.

**Role učitele:** vede žáky volbou zadání slovních úloh k uvědomění si provázání matematiky s každodenním životem, podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují svůj názor, argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** žáci vymýšleli různé způsoby řešení a sdíleli je se spolužáky

**Nevýhody:** méně aktivní žáci se nechtěli příliš vyjadřovat

### 2.2.2.1 Shrnutí pozorování v konkrétní Waldorfské škole

Prezentace nového učiva

Průvodce předkládal žákům nové učivo formou hry či ho spojil s příběhem. Žáci poté rozebírali podstatu daného příběhu a vyvozovali si nové učivo. Například jak by mohl pastvec spočítat ovce rychleji, pokud by stály ve stejně početných řadách. Příběhy jsou ve výuce využívány velmi často a jsou používány k rozvoji duševní stránky žáků, podpoře dobrých vztahů ve třídě i ve vzdělávání. Dalším prostředkem k pochopení nového učiva byla diskuze, při které spolupracovala celá třída a žáci si tak vzájemně osvětlovali učivo. Učitel žáky pouze doplňoval či upřesňoval terminologii. Tento způsob učení byl možný, protože třídu navštěvují i žáci z vysšího ročníku, kteří učivo již znají a ví, jak ho mladším žákům přiblížit.

Způsob zadání úkolu

Úkoly byly zadávány nejčastěji ústní formou, kdy průvodce předložil problém, případně se zajímal o pohled žáků na dané téma. Využívána byla také tabule, kam průvodce zapisoval dvě zadání, jedno pro třetí ročník a jedno pro čtvrtý ročník. Pokud si žák myslel, že zvládne úlohu pro vyšší ročník, mohl vypracovat tu. Žáci převážně pracovali společně či samostatně, takže skupinová práce se zde vyskytovala spíše výjimečně. Na splnění úkolu měli žáci omezený čas. Pokud jej nestihli splnit, opsali si řešení z tabule či ho vypracovali později, záleželo na důvodu nesplnění, zda to bylo omezeným časem či úlohy činí žákovi potíže – v tomto případě úlohu dokončil později.

Zpětná vazba

Žáci získávali okamžitou zpětnou vazbu ústní formou, ale pokud se jednalo o náročnější úkol, žáci získali odezvu později písemnou formou. Průvodce požadoval od žáků průběžně sebereflexi i reflexi ostatních. Žáci ji podávali ústní formou.

### 2.2.3 Náslechy v inovativní škole

Jak již bylo řečeno dříve, inovace se na školách mohou projevovat v různých oblastech. My jsme se zaměřili na nejrozšířenější inovaci v oblasti matematiky, a to Hejného metodu. Vzhledem k četnosti setkání s touto metodou během mých praxí, jsem byla zaskočena, jak málo škol v okolí Mostu využívá Hejného metodu jako celek. Většina škol totiž využívá pouze její prvky, což by pro náš výzkum nebylo dostačující. Nakonec jsem našla Sportovní soukromou základní školu v Litvínově, kde v červnu 2023 probíhaly náslechy a testování.

Škola byla moderně zařízená a chodby zdobili výrobky žáků. Podobě tomu bylo také ve třídě, jejíž zdi byly doplněny o vzdělávací plakáty a úložné prostory pro pomůcky učitelů, žáků i jejich portfolia. Lavice byly uspořádány v řadách za sebou, kdy v jedné lavici seděli dva žáci. Většina pomůcek, které třída využívala, byly zakoupené. Třídu navštěvovalo 21 žáků ve věku od 8 do 9 let, z nichž jeden měl speciální vzdělávací potřeby. Žáky vzdělávala paní učitelka a ve vyučovacích hodinách a o přestávkách byla přítomná také asistentka pedagoga. Škola má učivo rozdělené do jednotlivých vyučovacích předmětů, kdy na jeden předmět je vyhrazeno 45 minut.

#### 1. Náslech

**Téma:** rýsování ve čtvercové síti

**Vyučující:** paní učitelka

**Využité pomůcky:** interaktivní tabule, interaktivní učebnice, pracovní sešit, učebnice, čtvercová síť – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 8:55 – 9:40 pátek

**Přítomní žáci:** 18

**Zadání úloh:** písemně v pracovním sešitě

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky, samostatná práce

**Postup práce žáků při řešení úloh:** grafické řešení

**Záznam práce žáků:** pracovní sešit, tabule

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ano

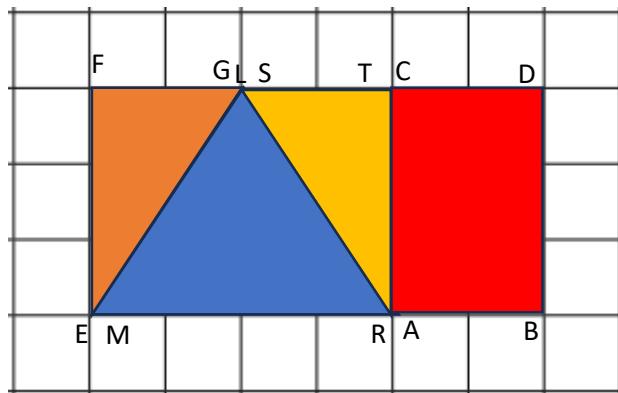
**Průběh vyučování:**

**Úvod (5 minut)**

Paní učitelka řekla žákům téma hodiny a zeptala se jich, co si pod rýsováním do čtvercové sítě představí. Ti si přečetli zadání z pracovního sešitu a zjistili, že ke splnění úkolu potřebují učebnici.

### Hlavní část (30 minut)

Žáci si do čtvercové sítě v pracovním sešitě narýsovali stejný obrázek jako byl v učebnici (včetně pojmenování vrcholů). Poté v něm hledali trojúhelníky a popsali je pomocí jejich vrcholů. Také zjistili jejich obvody a pomocí šipek je zaznamenali do čtvercové sítě.



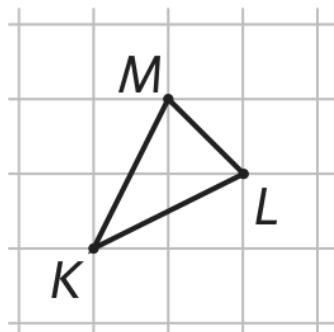
Obrázek 23: Zadání z pracovního sešitu v inovativní škole

### Závěr (10 minut)

Žáci vlastními slovy zformulovali zadání z pracovního sešitu. Paní učitelka zobrazila na interaktivní tabuli čtvercovou síť a žákyně dle pokynů spolužáků znázornila pomocí šipek do čtvercové sítě jeden z trojúhelníků, poté ji vystrídal spolužák. Takto žáci postupně znázornili všechny trojúhelníky. Žáci zhodnotili svou práci, kdy jim cvičení připadalo poměrně složité, ale některé žáky práce velmi bavila právě z důvodu netradičního zadání a možnosti nalezení různých řešení úlohy. Různá řešení spočívala v popisu tvorby trojúhelníku různými písmeny (později názvy vrcholů).

Zadání:  $K \rightarrow \rightarrow \uparrow L \uparrow \leftarrow M \leftarrow \downarrow \downarrow K$

Znázornění:



Obrázek 24: Trojúhelník zaznamenaný dle zadání (zdroj: 37)

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii, chyby neopravuje, ale pouze chybu zopakuje a vede žáky k zamýšlení a diskuzi, pomocí které žáci nalézají správné řešení

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy odpovídající úrovni jejich znalostí, jsou obohacováni pochopením postupu řešení zdatnějších spolužáků, vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují svůj názor, argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** práce s více žáky najednou, malá náročnost vybavení, žáci spolupracovali, pokud žáci něčemu nerozuměli, mohli se zeptat

**Nevýhody:** žáci byli stále na stejném místě v lavicích, neodpovídali všichni žáci, ačkoliv mnozí z nich v hodině aktivně řešili úlohy, pouze nechtěli své odpovědi prezentovat, toto se týkalo také pomalejších žáků, kteří řešení opisovali, tudíž neměli, co prezentovat

## 2. Náslech

**Téma:** Obsah a obvod

**Vyučující:** paní učitelka

**Využité pomůcky:** interaktivní tabule, interaktivní učebnice, pracovní sešit, čtvercová síť – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé

**Čas náslechu:** 10:00 – 10:45 pátek

**Přítomní žáci:** 17

**Zadání úloh:** písemně v pracovním sešitě

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky

**Postup práce žáků při řešení úloh:**

**Záznam práce žáků:** pracovní sešit, tabule

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ano

**Průběh vyučování:**

**Úvod (5 minut)**

Paní učitelka zobrazila na tabuli čtvercovou síť s trojúhelníkem (stejně zadání jako v pracovním sešitě). Žáci říkali, co vše by mohli o trojúhelníku z obrázku zjistit (druh, názvy vrcholů, obvod, obsah). Každý žák musel své tvrzení zdůvodnit.

**Hlavní část (30 minut)**

Úkolem žáků bylo určit obvod a obsah zadaného trojúhelníku narýsovaného ve čtvercové síti. Žáci si s paní učitelkou zopakovali, co je obvod a co obsah i jak se počítají. Společně si vyvodili

vzorec pro počítání obvodu trojúhelníku. Při určování obsahu trojúhelníku využívali čtvercovou síť. Žáci věděli, že strana čtverce měří 1 centimetr. Vzhledem k tomu, že trojúhelník obsahoval celé čtverce či jejich polovinu (ve tvaru trojúhelníku), získali žáci po spočítání čtverců délky stran trojúhelníku. Následně se žáci ve dvojicích pustili do počítání obvodu i obsahu trojúhelníku z tabule. Nejprve si výsledky zapisovali k sobě a později na tabuli. Jelikož se výsledky na tabuli lišily, diskutovala třída i paní učitelka s autory výsledku o způsobu řešení a dalších aspektech, které mohly jejich řešení ovlivnit. Následně žáci pracovali samostatně na počítání obvodu a obsahu dalších geometrických obrazců, které byly na tabuli. Zpětná vazba o úspěšnosti jejich řešení probíhala stejně jako u první úlohy.

### Závěr (10 minut)

Žáci si shrnuli svou práci a řekli, co jim činilo potíže či pro ně bylo jednoduché. Následně posadili s paní učitelkou do kroužku a každý se zhodnotil, poté jim dala zpětnou vazbu paní učitelka. V případě, že byli úspěšní, dostali také fazolku, kterou si uschovali do třídního bodování.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii, moderuje diskuzi žáků

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují svůj názor, argumentují, vyvozují závěry

**Výhody:** práce s více žáky najednou, malá náročnost vybavení, žáci spolupracovali, pokud žáci něčemu nerozuměli, mohli se zeptat, žáci pracovali ve dvojicích, žáci vyzdvihovali své silné stránky

**Nevýhody:** žáci byli převážně pouze v lavicích, toto vnímáme jako nevýhodu, protože žáci se po chvíli v lavicích ošívali a hráli si s pomůckami, také spolupracovali pouze se spolužákem, který seděl vedle nich, což znamenalo, že blíže nepoznali úvahy dalších žáků a neprobíhali mezi žáky nové interakce

### 3. Náslech

**Téma:** názorné počítání s bilanskými groši

**Vyučující:** paní učitelka

**Využité pomůcky:** magnetické bilanské groše, tabule, pracovní sešit

**Čas náslechu:** 10:00 – 10:45 pátek

**Přítomní žáci:** 15

**Zadání úloh:** graficky na tabuli, písemně v pracovním sešitě

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky, samostatná práce

**Postup práce žáků při řešení úloh:** grafické řešení

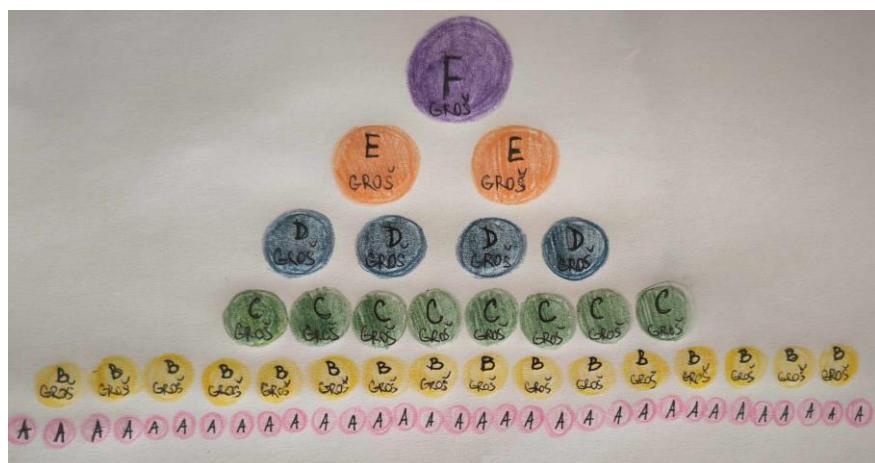
**Záznam práce žáků:** tabule, pracovní sešit

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ne

**Průběh vyučování:**

#### Úvod (5 minut)

Paní učitelka řekla žákům, že dnes budou počítat bilandské groše. Měla na tabuli nachystané barevné bilandské groše a chtěla po žácích, aby je sestavili do tvaru trojúhelníku od nejvyšší hodnoty po nejnižší. Žáky tyto úlohy bavily, takže měli radost a začali řešit úkol od paní učitelky.



Obrázek 25: Seřazené bilandské groše podle jejich hodnoty

#### Hlavní část (35 minut)

Bilandské groše jsou pro žáky poměrně nové, takže některým trvalo vypracování úkolu déle. Následně několik žáků zdůvodnilo řešení úkolu a zodpovídalo dotazy spolužáků. Paní učitelka pokládala žákům otázky na hodnoty grošů (například: „Kolik A grošů se vejde do jednoho C groše?“) a žáci jí na otázky odpovídali i se zdůvodněním („Čtyři, protože do jednoho C groše se vejdu dva B groše a do jednoho B dva A groše“). Žáci dokázali odpovědět, protože s binadskými groši pracovali v předchozích hodinách. Poté paní učitelka připravila úlohy na sčítání grošů a žáci je vypočítali, výsledek zapsali na tabuli a zdůvodnili. Žáci poté plnili slovní úlohy s groši v pracovním sešitě (například: V Bilandu jsem koupil v prvním obchodě limonádu, ve druhém míč a ve třetím kuličku. Pokaždé jsem dal prodavači Eg. V prvním obchodě mi prodavač vrátil Dg, ve druhém Cg + Ag, ve třetím Cg + Eg. Kolik A-grošů jsem

zaplatil za limonádu, kolik za míč a kolik za kuličku?), kdo měl výsledek, zapsal ho na tabuli a zdůvodnil, pokud si nebyli žáci řešením jisti, zeptali se spolužáka, který zapsal výsledek. Paní učitelka se stále ptala slabších žáků, zda úlohám rozumí.

#### Závěr (10 minut)

Žáci si shrnuli svou práci a řekli, co pro ně bylo komplikované či jednoduché. Paní učitelka pochválila děti, které se aktivně zapojovali do řešení příkladů.

**Role učitele:** podněcuje žáky k samostatnému řešení, nechává žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, vytvářejí hypotézy a ty ověřují, obhajují svůj názor, argumentují, vyvozují závěry, provádějí sebehodnocení

**Výhody:** práce s více žáky najednou, malá náročnost vybavení, žáci spolupracovali, pokud žáci něčemu nerozuměli, mohli se zeptat, při řešení úloh mohli žáci využít manipulaci s konkrétními prvky

**Nevýhody:** žáci byli převážně pouze v lavici, slabší žáci se příliš neprezentovali, protože jim řešení trvalo déle než zdatnějším žákům, kteří si byli svým řešením jistí a chtěli jej ukázat ostatním, proto se slabší žáci nezapojovali do diskuzí a prezentace řešení

#### **2.2.3.1 Shrnutí pozorování v konkrétní inovativní škole**

Prezentace nového učiva

Paní učitelka k vyvození nového učiva používala názorné pomůcky a interaktivní učebnici. Učivo vyvozovala paní učitelka, ale žáci se mohli k učivu vyjadřovat, či se doptávat na bližší informace. Paní učitelka se v průběhu výkladu ujišťovala, zda žáci učivu rozumějí a pokládala jim doplňující otázky či po nich požadovala zformulování závěrů řešení u nového učiva.

Způsob zadání úkolu

Úkoly byly zadávány převážně písemnou formou v pracovním sešitě a promítnuty na tabuli. Občas žáci dostávali zadání ústní formou. Žáci obvykle pracovali na úkolu samostatně a následně jeho řešení prezentovali před třídou, která o něm dále diskutovala. Žáci měli na plnění úkolu omezený čas, proto si pomalejší žáci spíše zapisovali řešení z tabule. U všech žáků bylo předpokládáno, že zvládnou stejnou úroveň úloh. Paní učitelka trvala na prezentaci postupu při řešení. K tabuli chodili převážně žáci, kteří o to stáli, avšak občas paní učitelka

vypovídala i méně aktivní žáky. Žáci se zde nebáli odpovídat či prezentovat odpovědi před spolužáky, protože na chybu není v Hejněho metodě pohlíženo negativně a žáci se vzájemně podporují.

#### Zpětná vazba

Žáci získávaly zpětnou vazbu okamžitě, nejen od paní učitelky, ale také od ostatních žáků. Pokud se jednalo o rozsáhlejší úkol, žáci získali slovní hodnocení později. Byl zde také kladen velký důraz na sebehodnocení žáků a porozumění učivu.

#### 2.2.4 Náslechy v tradiční škole

Náslechy probíhaly na základní škole v Mostě v listopadu 2023. Jednalo se velmi dobře vybavenou základní školu, která byla zaměřena na rozvoj jazyků, tělesné a hudební výchovy. Škola byla barevná stejně jako její třídy, které byly vyzdobeny výtvary žáků a vzdělávacími plakáty. Lavice byly v řadách za sebou a byly dlouhé, takže v každé lavici sedělo pět žáků, ale po levé straně se ve třídě nacházely i lavice po dvou místech. Paní učitelka učila 21 žáků ve věku od 8 do 10 let, z nichž jeden měl speciální vzdělávací potřeby, takže ve třídě pracovala také asistentka pedagoga, ale pouze při výuce některých předmětů.

#### 1. Náslech

**Téma:** rovnoběžky a různoběžky

**Vyučující:** paní učitelka, přítomná asistentka pedagoga pracovala pouze se žákem s SVP

**Využité pomůcky:** pracovní sešit se zadáním, rýsovací náčiní – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé, tablet – zakoupená pomůcka, pro žáky neobvyklá

**Čas náslechu:** 10:00 – 10:45 pátek

**Přítomní žáci:** 21

**Zadání úloh:** ústně, písemně v pracovním sešitě

**Uspořádání žáků:** samostatná práce, práce ve skupinách, práce dle přesných pokynů

**Postup práce žáků při řešení úloh:** podle vzoru – schématu, grafické řešení

**Záznam práce žáků:** pracovní sešit, školní sešit, interaktivní tabule, mazací tabulka, tablet

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ano

**Průběh vyučování:**

**Úvod (3 minuty)**

Paní učitelka dávala žákům jasné pokyny a ty podle nich postavili čepici z papíru (slovní pokyny doprovázela činností synchronizovanou se žáky). Jednalo se o jednoduché origami čepice do špičky.

### Hlavní část (32 minut)

Žáci čepici rozložili a vyznačili vzniklé rovnoběžky pomocí pravítka a pastelek. Poté je spočítali. Žáci vyznačili další přímky jinou pastelkou a také je spočítali. Následně hledali žáci vztahy mezi různými přímkami a sdíleli své myšlenky se třídou. Žáci nalezli v rozloženém origami rovnoběžky, různoběžky a kolmice. Vztahy mezi přímkami určili na základě předešlých zkušeností a znalostí. V určování jim pomohlo také pravítko s ryskou. Vztahy poté zapsali do školního sešitu a paní učitelka jim poskytla zpětnou vazbu. Žáci si narýsovali libovolný trojúhelník a měřili jeho strany proužkem papíru. Poté zapsali vztahy mezi stranami.

### Závěr (10 minut)

Žáci byli rozděleni do skupin a vyplnili si vědomostní kvíz online (téma úsečky, přímky, polopřímky). Poté řekli paní učitelce počet chyb a kde chybu udělali. Paní učitelka dala žákům reflexi a rozebrala úlohy, ve kterých se vyskytl největší počet chybných odpovědí. Tyto úlohy se týkaly definice polopřímky a rozdílem mezi přímkou určenou dvěma body a úsečkou.

**Role učitele:** předkládá fakta a postupy, podněcuje žáky k samostatnému řešení, necházá žáky vyvozovat samostatně závěry, upřesňuje žáky používanou terminologii, shrnuje poznatky, hodnotí práci žáků v hodině

**Role žáků:** pracují přesně podle pokynů, po vyzvání se aktivně zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, společně vyvozují závěry

**Výhody:** práce s více žáky najednou, malá náročnost vybavení, různé uspořádání žáků, procvičování učiva zajímavou formou

**Nevýhody:** žáci pracovali přesně dle zadání, takže nevymýšleli nové postupy řešení

## 2. Náslech

**Téma:** dělení a násobení

**Vyučující:** paní učitelka, přítomná asistentka pedagoga pracovala pouze se žákem s SVP

**Využité pomůcky:** pracovní sešit se zadáním, školní sešit, mazací tabulka – zakoupené pomůcky, pro žáky obvyklé, hrací kostky – zakoupená pomůcka pro žáky neobvyklá, karty s příklady – vytvořená pomůcka, pro žáky neobvyklá

**Čas náslechu:** 10:00 – 10:45 pátek

**Přítomní žáci:** 20

**Zadání úloh:** ústně, pomocí karet, písemně v pracovním sešitě

**Uspořádání žáků:** samostatná práce, práce ve dvojicích

**Postup práce žáků při řešení úloh:** podle vzoru – schématu

**Záznam práce žáků:** pracovní sešit, školní sešit, mazací tabulka

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ne

**Průběh vyučování:**

#### Úvod (5 minut)

Paní učitelka vysvětlila pravidla výběru karet s úlohami, protože tuto aktivitu dělali žáci v hodinách matematiky v tomto školním roce zatím pouze dvakrát. Rozřazení karet: žluté = nejjednodušší úlohy, zelené = náročnější úlohy, modré = nejnáročnější úlohy. Na každé kartě bylo více úloh.

#### Hlavní část (25 minut)

Každý žák si odnesl kartu, kterou si zvolil na základě svých znalostí do lavice a vypočítal úlohy na dělení a násobení. Žáci zapisovali výsledky úloh do sloupců ve školním sešitě. Po vypočítání všech úloh z karty se žák přesunul před tabuli, kde spolužákovi, který stál také před tabulí, řekl barvu své karty a ten si vzal výsledky stejné barvy a zkontoval jeho práci, druhý žák udělal totéž. Chyby žáci označovali červenou pastelkou, když žáci měli opraveno, počkali na místě spolužáka. Spolužák si opravené výsledky prohlédl a usadil se na své místo. Dále se chyby rozebírali pouze pokud žák nesouhlasil s jejich opravou, v tom případě se o opravě pobavil s žákem, který jeho práci kontroloval. Vyučující musela žákům pomáhat s organizací práce (řešení úloh zvládali samostatně).

Poté se hromadně vrátili na svá místa, odevzdali paní učitelce karty s výsledky spolužáků a podívali se na svou opravenou práci. Paní učitelka požádala žáky, kteří měli výsledky bez chyby, aby se postavili před tabuli a utvořili skupiny dle barvy karty, kterou si vybrali. Paní učitelka žáky postupně pochválila a pokládala jim další otázky, aby získala sebereflexi těchto žáků. Následně se paní učitelka ptala všech žáků, kolik měli chyb (říkala počet a žáci zvedali ruce).

#### Závěr (15 minut)

Paní učitelka reflektovala domácí úkol žáků a oznámila, ve kterém cvičení žáci dělali nejčastěji chyby. Opravené úkoly jim poskytla k nahlédnutí. Paní učitelka se žáků zeptala, zda ví, kde udělali chybu a nabídla jim doučování. V domácím úkolu žáci v pracovním sešitě dělili trojciferné číslo jednociferným číslem, proběhla společná oprava domácího úkolu – dvě žákyně se střídaly v řešení tohoto příkladu u tabule. Žáci, kteří měli úlohy hotové, se střídali v házení

hracích kostek, které jim tvořily příklady (žák hodil 2 kostkami, což byl dělenec, poté hodil pouze 1 kostkou, což byl dělitel), úlohy žáci zapisovali na mazací tabulky a ukazovali je paní učitelce. Ta poté pomocí kostek vytvořila úlohu a žáci její výsledek zapsali na mazací tabulku. Kdo měl správný výsledek, položil tabulku na stůl. Paní učitelka následně reflektovala práci žáků a jejich chyby ústní formou, kdy se žáků doptávala, proč chybovali. Žáci své chyby odůvodnili případně se paní učitelky doptali. Rozhovor probíhal klidně a přirozeně, protože jsou žáci na tento způsob opravy zvyklí.

**Role učitele:** předkládá fakta a postupy, organzuje průběh výuky, zadává žákům úkoly, podněcuje žáky k samostatnému řešení

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, kontrolují si výsledky řešení úloh se spolužáky i vyučující

**Výhody:** práce s více žáky najednou, malá náročnost vybavení, procvičování učiva zajímavou formou, žáci si mohou volit náročnost úkolu, žáci si mohou vzájemně či samostatně kontrolovat výsledky práce

**Nevýhody:** i když žáci pracovali dle přesně zadání, zadané úlohy neumožňovaly hledat nové způsoby řešení (ale účel opakování splnily)

Náslech

**Téma:** čas, slovní úlohy

**Vyučující:** paní učitelka, přítomná asistentka pedagoga pracovala pouze se žákem s SVP

**Využité pomůcky:** interaktivní tabule, pracovní sešit – zakoupená pomůcka, pro žáky obvyklá

**Čas náslechu:** 10:00 – 10:45 pátek

**Přítomní žáci:** 21

**Zadání úloh:** ústně, písemně v pracovním sešitě,

**Uspořádání žáků:** práce se spolužáky

**Postup práce žáků při řešení úloh:** podle vzoru – schématu, grafické řešení

**Záznam práce žáků:** ústně, písemně v pracovním sešitě a na tabuli

**Propojení aritmetiky a geometrie:** ne

**Průběh vyučování:**

Úvod (7 minut)

Paní učitelka se zeptala žáků, jak dle analogových hodin zjistíme čas. Žáci četli čas z obrázků analogových hodin v pracovním sešitě a spojovali analogické a digitální hodiny se stejným časovým údajem. Paní učitelka zjišťovala zkušenost žáků a strategii při zapsání stejného času ráno a odpoledne (například: 7:00 a 19:00), ukázalo se, že někteří žáci si k číslu uvedenému na

ciferníku analogových hodin připočtou 12 hodin, jiní si k číslu připočtou 10 hodin a následně další 2 hodiny, protože jim to připadá jednodušší a lépe se jim to počítá.

### Hlavní část (32 minut)

Na začátku paní učitelka vymýšlela a zapisovala úlohy s převodem hodin na minuty a minut na sekundy, žáci se hlásili a říkali paní učitelce výsledky, která je korigovala a zapisovala na tabuli pouze správné výsledky. Poté žáci převáděli jednotky času v pracovním sešitě. Po společné kontrole výsledků úloh, kdy si žáci mohli opravit ve svém pracovním sešitě opravit, přešla paní učitelka ke slovním úlohám. Určený žák přečetl zadání slovní úlohy z pracovního sešitu. (Zadání: Za 5 velkých sešitů zaplatil Petr 80 Kč. Kolik korun stál jeden sešit? Kolik korun zaplatíme za 3 takové sešity?). Paní učitelka se zeptala žáků, jakým způsobem budou úlohu řešit, ti došli k závěru, že k řešení si vytvoří tabulku, kam zaznamenají kolik stálo 5 sešitů a následně vytvoří příklady, aby zjistili, kolik stojí jeden sešit a zapsali to do tabulky. Takto také zapsali, kolik stojí dva sešity, tři sešity a čtyři sešity. Tabulku si vytvořili pro přehlednější zápis. Pokud měl žák úlohu hotovou, přihlásil se a paní učitelka mu ji zkontovala. Poté psala paní učitelka řešení na tabuli a žáci popisovali jednotlivé kroky řešení. Připomenuta byla i formální úprava zápisu slovní úlohy.

### Závěr (6 minut)

Byl věnovaný procvičování pamětného počítání, nesouvisel s tématy v hlavní části vyučovací hodiny. Žáci se postavili a paní učitelka jim říkala čísla, řada u okna říkala polovinu čísla, prostřední řada říkala třetinu čísla a řada u dveří čtvrtinu čísla, pokud žák odpověděl správně, posadil se. Paní učitelka poté dávala nová čísla pouze žákům, kteří zůstali stát.

**Role učitele:** předkládá fakta a postupy, zadává žákům úkoly, podněcuje žáky k samostatnému řešení, upřesňuje žáky používanou terminologii, koriguje výsledky úloh, poskytuje žákům okamžitou zpětnou vazbu

**Role žáků:** aktivně se zapojují do výuky, samostatně řeší úlohy, kontrolují si výsledky řešení, učí se nové strategie řešení slovních úloh, upevňují si dovednost formálního zápisu slovní úlohy

**Výhody:** práce s více žáky najednou, malá náročnost vybavení, snadná kontrola řešení

**Nevýhody:** žáci stále seděli v lavicích

## 2.2.4.1 Shrnutí pozorování v konkrétní tradiční škole

### Prezentace nového učiva

Paní učitelka prezentovala učivo a žáci se mohly zeptat až po skončení výkladu či ve vymezeném čase na dotazy. K výkladu používala názorné pomůcky pouze v geometrii.

### Způsob zadání úkolu

Nejčastěji byl zadáván písemně v pracovním sešitě či promítnut na interaktivní tabuli. Občas ovšem paní učitelka použila i ústní zadání. Žáci řešili úlohy zpravidla samostatně, ve dvojicích či ve skupině, uspořádání bylo vždy dle zadání učitele. Časový limit na plnění úkolu byl pevně stanoven, takže pokud slabší žáci nestíhali, opisovali výsledky z tabule či jim byl poskytnut čas navíc. Redukce počtu zadaných úloh neprobíhala, žák s SVP měl k dispozici asistentku pedagoga.

### Zpětná vazba

Paní učitelka podávala zpětnou vazbu okamžitě, pouze v případě většího úkolu ji žáci dostali dodatečně.

## 2.3 Testová část

Druhým nástrojem pro porovnání výuky matematiky vybraných typů škol byl didaktický test, který byl vytvořen s ohledem na očekávané výstupy uvedené v RVP. Jeho cílem bylo získat data vhodná k porovnání nejen znalostí a dovedností žáků, ale také jejich přístupy a šikovnost při řešení jednotlivých úloh. Didaktický test obsahoval pouze otevřené úlohy. Důvodem bylo dát žákům prostor k využití a záznamu různých způsobů řešení a získali jsme tak podrobnější výsledky.

### 2.3.1 Test

Test byl žákům zadán při poslední návštěvě školy. Na jeho vyplnění měli žáci maximálně 35 minut. O jeho psaní nebyli žáci předem informováni. Testové úlohy jsme vytvořili tak, aby v nich byly zastoupeny různé oblasti matematiky (početní dovednosti, převody jednotek, konstrukční a slovní úloha) a aby korespondovaly s předpokládanými výstupy tohoto vzdělávacího období. Hodnotili jsme je pomocí bodů – v každém řešení byly sledovány různé aspekty, které jsou popsány v tabulce hodnocení v dalším textu.

Žáci dostali testy nakopírované, po rozdání testů byli seznámeni s tématy úloh. Vyplnění testů bylo anonymní a každému žákovi i testu bylo přiděleno jedno shodné číslo. Žáci k vyplnění testu nepoužívali žádné speciální pomůcky a odpovědi zaznamenávali přímo do testu. Žákům nebyli k řešení testových úloh podány žádné informace, ale někteří učitelé jim testové otázky během řešení blíže vysvětlovali, i když jsme byli domluveni na stejných podmínkách pro všechny. V průběhu testování jsme museli přístup vyučujících respektovat. Jsme si vědomi že kdybychom testovali početnější vzorek mohla by být získaná data odlišná.

Uvědomujeme si, že všichni učitelé či průvodci nevzdělávají své žáky totožně a nevyužívají stejné vyučovací metody. Proto budeme výsledky testu vztahovat ke konkrétnímu vzorku a zaměříme se na případné odlišnosti v jednotlivých typech škol. Při vyhodnocování testů jsme se soustředili nejen na úspěšnost řešení úloh, ale především na způsoby řešení, které jednotlivý žáci použili.

Nyní charakterizujeme testové úlohy a popíšeme záměr, se kterým jsme každou úlohu vytvářeli a zařadili do testu.

### 2.3.2 Rozbor testových úloh

1. Úloha – 2 příklady na odčítání a 4 příklady na sčítání trojciferných čísel do 1000

#### 1. Vypočítej příklady

$$\begin{array}{r} 725 \\ - 313 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 332 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 156 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ - 212 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 829 \\ - 135 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 345 \\ - 288 \\ \hline \end{array}$$

Jedná se o uzavřenou algebraickou úlohu, kdy je pouze jeden správný výsledek, avšak postup řešení se u žáků může lišit. Zajímalo nás, zda si žáci budou znázorňovat postup řešení do testu či využijí k řešení pomůcky (jako například pastelky). Vzhledem k tomu, že se jedná o první úlohu, zvolili jsme pouze dva příklady na odčítání, které žákům obvykle činí větší potíže než sčítání. Hlavním důvodem bylo vytvoření pozitivní motivace žáků k dalším úlohám, protože se tím může zvýšit úspěšnost v řešení celého testu.

2. Úloha – 2 převody hodin na minuty a 2 převody minut na sekundy

#### 3. Převod jednotek času.

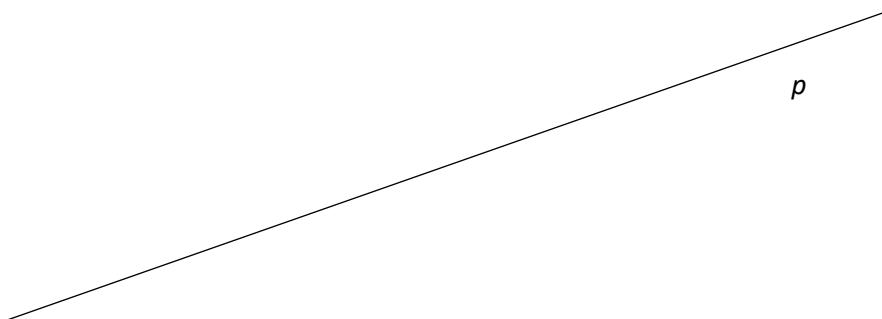
$$3 \text{ h} = \quad \text{min} \qquad \qquad 10 \text{ min} = \quad \text{s}$$

$$5 \text{ h} = \quad \text{min} \qquad \qquad 7 \text{ min} = \quad \text{s}$$

Opět se jedná o uzavřenou úlohu, která má pouze jeden správný výsledek. Zajímalo nás, zda žáci, použijí k řešení pomůcku a jak rychle napíší výsledek. Tuto úlohu jsme do testu zařadili, protože patří k matematickým úlohám, které jsou provázány s každodenním životem žáků a také jsme si vědomi využívání a zapisování času v Montessori pedagogice. Zajímalo nás tedy, zda bude úloha pro tyto žáky jednodušší než pro žáky vzdělávané v matematice jiným způsobem.

3. Úloha – sestrojení a pojmenování kolmice s důrazem na přesnost rýsování a dobrou grafickou úroveň

**3. Sestroj kolmici k přímce p.**



Tato úloha je geometrická a má jednoznačné řešení, kdy žáci použijí trojúhelník s ryskou a zaznamenají do testu kolmici k přímce  $p$ . Či použijí kružítko a pravítko a pomocí konstrukce osy úsečky sestrojí kolmici k přímce  $p$ . Žáci si tedy musí uvědomit, jak kolmice vypadá a jaké pomůcky k jejímu sestrojení potřebují. V hodnocení řešení úlohy jsme se zaměřili také na geometrickou přesnost, pojmenování kolmice a grafickou úroveň. Zjišťovali jsme tak mimo jiné i to, zda si žáci uvědomují, že se také jedná o přímku a že jednotlivé prvky v úloze by měly být označeny.

4. Úloha – sestrojení a pojmenování rovinného obrazce s důrazem i na přesnost rýsování a dobrou grafickou úroveň

**4. Sestroj rovinný obrazec.**

V tomto případě se jedná o otevřenou geometrickou úlohu, která může mít mnoho správných řešení. Proto jsme ji také do tohoto testu zařadili, abychom mohli pozorovat rozličnosti případných řešení. Při řešení této úlohy se u žáků může projevit vysoká míra jejich kreativity. Svou náročností odpovídá znalostem žáka třetího ročníku. Netradiční, je pro žáky třetího ročníku, formulace jejího zadání. Ta byla zvolena záměrně. Cílem bylo zjištění, jak žáci rozumí pojmu rovinný obrazec a zda učitelé či průvodci nechají žáky vymyslet vlastní řešení, nebo jim zadání nějakým způsobem přeformulují, nebo se žáky pokusí dalšími otázkami dovést k pochopení zadání.

5. Úloha – slovní úloha

**5. Na kopci lyžovalo 9 dětí a 4krát více dětí jezdilo na bobech. Kolik dětí bylo na kopci?**

Zadání této úlohy je takto formulováno záměrně. Jsme si vědomi toho, že na otázku: „Kolik dětí bylo na kopci?“ nelze z informací podaných v úloze korektně odpovědět. Cílem bylo zjištění, jakým způsobem žáci úlohu řešili – zda si vytvořili zápis, jakým způsobem popisovali řešení, jak úlohu vyřešili. Tedy zda a jaké jejímu řešení použili údaje ze zadání. Dále také, zda se nad úlohou zamysleli v širším kontextu (nehledali pouze správnou odpověď na základě naučených postupů, ale snažili se hledat jiná a originální řešení). Dalším pozorovaným jevem byla případná slovní odpověď a způsob její formulace. Zaměřili jsme se také na nejčastější chyby (úvahové i početní) a způsoby řešení.

Nejprve uvedeme a okomentujeme výsledky testů v jednotlivých školách. Poté porovnáme úspěšnost řešení jednotlivých úloh žáky různých typů škol.

### 2.3.3 Testování v Montessori škole

Každému žákovi i testu bylo přiděleno jedno shodné číslo. V této třídě psalo test 9 dětí, každému z nich bylo přiděleno jedno z čísel 1 – 9. V levém sloupci tabulky jsou vypsány jednotlivé úlohy a jejich čísla. Ve vedlejším sloupečku je uveden maximální počet bodů z jednotlivých oblastí v úloze. Test byl psán v pátek v dopoledních hodinách, ale jelikož si zde mohou žáci plánovat práci samostatně, nepsali ho všichni ve stejný čas. Test vyplnil každý žák sám a žákům nebyly poskytnuty bližší informace k jednotlivým úlohám. Průvodce byl pouze v roli přihlížejícího.

Typ školy: Montessori Počet žáků: 9		Číslo žákova testu								
Úloha	(maximální počet bodů)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	2	2	1	2	2	2	2	2
	sčítání ( <b>4 body</b> )	4	4	2	4	4	4	4	4	4
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	1	0	1	1	0	1	1	0	1
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	1	0	0	0	0	1	1	0	1
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	0	0	1	0	1
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	1	1	1	0	0	0	1
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Celkové hodnocení	<b>(23 bodů)</b>	20	18	18	19	18	19	20	17	21

Bodové hodnocení testů Montessori škola

### Úloha 1

Tuto úlohu si všichni žáci zvolili jako první, většina s ní neměla problém a získala plný počet bodů. V odčítání jeden žák v jedné úloze v řádu jednotek sčítal místo odčítal, ve sčítání jiný žák chyboval také v řádu jednotek ve dvou dílčích úlohách. Pět žáků si do zadání písemného sčítání doplnilo znaménka plus před druhý sčítanec, jeden žák si toto znaménko umístil mezi první a druhý sčítanec. Plný počet bodů v celé úloze získalo sedm žáků.

### Úloha 2

Převody jednotek času zvládli všichni žáci na plný počet bodů. Tři žáci řešili převod postupným sčítáním čísla 60, dva žáci využili násobení čísla 60 počtem hodin (popř. minut) podle zadání, ostatní žáci počítali z paměti a psali do testu rovnou správné výsledky. Je možné, že na výborný

výsledek této úlohy má významný vliv zkušenost s plánováním časového rozvrhu, kterou žáci získávají už od raného dětství.

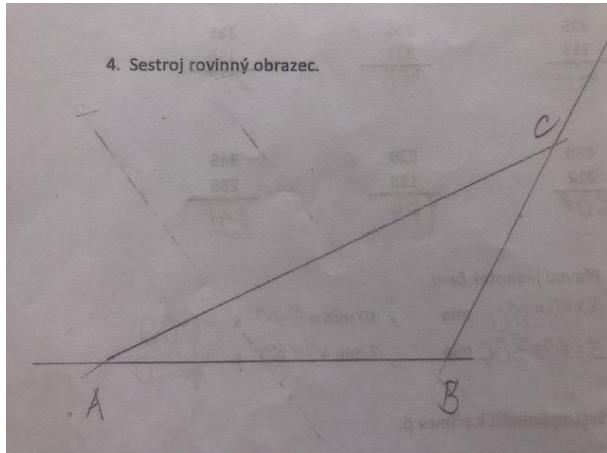
### Úloha 3

Všichni žáci sestrojili přímku různoběžnou se zadanou přímkou p. Tři sestrojili přímku, která nebyla k zadané přímce kolmá. Čtyři žáci navíc v konstrukci označili pravý úhel. Kolmici popsali pouze čtyři žáci. Grafická úroveň rýsování byla dobrá – pouze u tří žáků byla narýsovaná čára zdvojená.

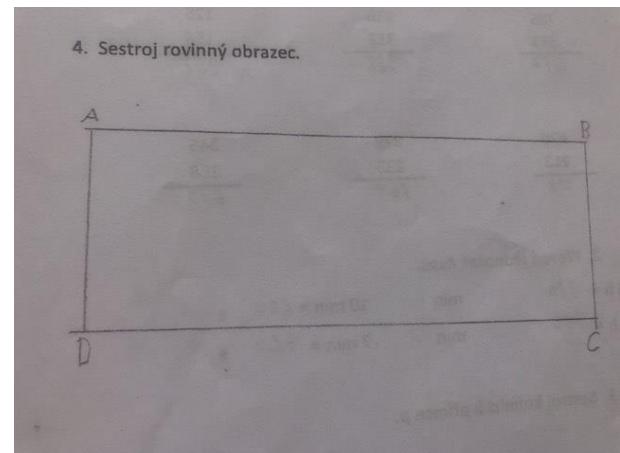
### Úloha 4

Všichni žáci sestrojili rovinný obrazec – zvolili si mnohoúhelník (trojúhelník, obdélník nebo jiný čtyřúhelník). Všichni žáci označili vrcholy mnohoúhelníku. Tři žáci měli horší grafickou úroveň – zdvojené čáry, přepisovaná písmena nebo ne zcela kolmé sousední strany v pravoúhelníku. Dva žáci použili ke konstrukci rovinného obrazce přímky a sedm žáků úsečky. V grafu číslo 1 uvádíme zastoupení jednotlivých rovinných obrazců v testu a na obrázcích vybraná žákovská řešení.

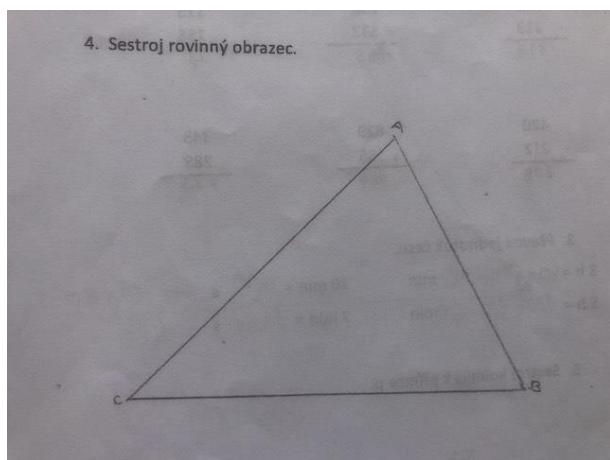
Dále přikládáme fotografie některých rovinných obrazců.



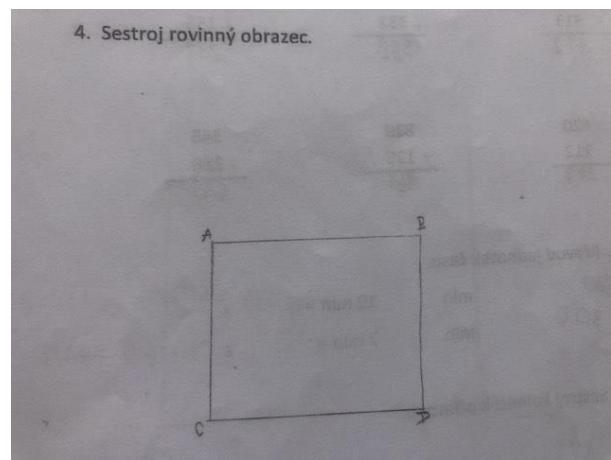
Rovinný obrazec Montessori škola 1



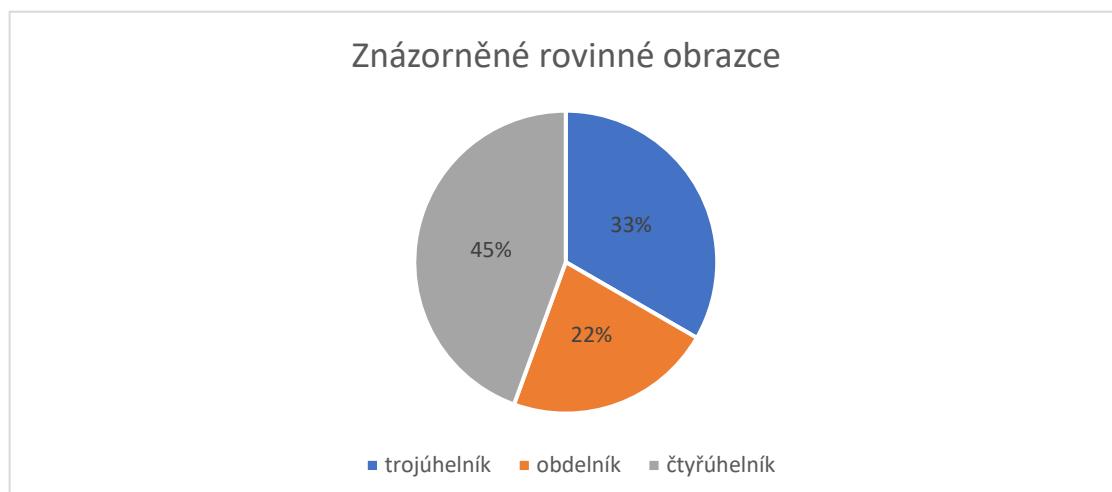
Rovinný obrazec Montessori škola 2



Rovinný obrazec Montessori škola 3



Rovinný obrazec Montessori škola 4



Graf 1: Znázorněné rovinné obrazce Montessori škola

### Úloha 5

Zde je zajímavé, že žádný žák si neudělal zápis slovní úlohy – zřejmě nejsou zvyklí takto postupovat při řešení slovních úloh. Všichni sestavili početní příklad, který vedl ke správnému řešení úlohy – většina řešila postupným scítáním, které pak zapsali násobením, jeden žák řešil pouze násobením a dva žáci kombinovali scítání a násobení. Odpovědi byly zformulovány například takto: Bylo tam 45 dětí. Pokud se na odpovědi podíváme podrobněji, zjistíme, že dva žáci napsali – bylo tam, dva žáci napsali – dohromady bylo, čtyři žáci – na kopci bylo a jeden žák napsal – je tu.

### 2.3.4 Testování ve waldorfské škole

V této třídě psalo test 12 dětí, každému žáku bylo přiděleno jedno z čísel 1 – 12. V levém sloupci tabulky jsou vypsány jednotlivé úlohy a jejich čísla. Ve vedlejším sloupečku je uveden maximální počet bodů z jednotlivých oblastí v úloze. Žáci test vypracovali v pátek druhou hodinu a k jednotlivým testovým otázkám jim nebyly poskytnuty bližší informace. Průvodce byl pouze v roli přihlížejícího.

Typ školy: Waldorfská Počet žáků: 12		Číslo žákova testu								
Úloha	(maximální počet bodů)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	1	1	2	1	0	1	1	0
	sčítání ( <b>4 body</b> )	3	1	4	4	4	4	4	3	1
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	1	2	2	2	2	2	2	2	0
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	0	2	2	2	2	2	1	2	0
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	1	0
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	0	2	2	0	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	0	0	0	1	0	0	2	0	1
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	0	1	1	1	1	0	1	0	0
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	0	1	1	1	1	0	1	0	0
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	8	8	13	15	11	11	14	12	4

Bodové hodnocení testů Waldorfská škola 1. část

Typ školy: Waldorfská Počet žáků: 12		Číslo žákova testu		
Úloha	(maximální počet bodů)	10	11	12
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	1	1
	sčítání ( <b>4 body</b> )	0	0	1
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	0	0	2
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	0	0	2
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	0	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	1	1	1
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	2	2	1
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	1	1	0
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	5	7	10

Bodové hodnocení testů Waldorfská škola 2. část

### Úloha 1

Tuto úlohu si všichni žáci zvolili jako první a do testu zapisovali pouze výsledky. V odčítání žáci chybovali v řádu jednotek či splnili úlohu bez chyby. Dva žáci nevyřešili v odčítání ani jednu úlohu, tři žáci vypočítali bez chyby obě úlohy. Při sčítání žáci zapisovali do testu pouze výsledky a nejčastěji se chyby vyskytovaly v řádu desítek. Dva žáci nevyřešili ani jednu ze čtyř úloh, ale pět žáků zvládlo všechny úlohy na sčítání. Obě části úlohy vyřešil na plný počet bodů pouze jeden žák.

## Úloha 2

Převody jednotek zvládlo šest žáků na plný počet bodů, ovšem někteří nezískali bod žádný či pouze jeden bod. Žáci do testu zapisovali výsledky bez výpočetních postupů, které dělali z paměti. Ve třídě se nachází hodiny, ale žáci na ně nejsou v průběhu vyučování běžně odkazováni. Hodiny zde mají spíše estetickou funkci.

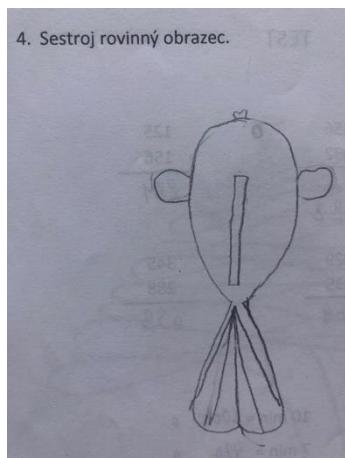
## Úloha 3

Žádný z žáků nesestrojil kolmici, což bylo jistě způsobeno tím, že žáci ve třetím ročníku ve Waldorfské škole ještě nevyužívají rýsovací potřeby. Většina žáků úlohu neřešila, avšak čtyři žáci se o sestrojení kolmice pokusili. Grafická úroveň rýsování byla dobrá pouze u jednoho z žáků. Další žáci, kteří kolmici rýsovali, využili pero či udělali příliš širokou a obtahovanou čáru, proto jsem jim při hodnocení grafické úrovně jejich práci nemohla přidělit žádné body.

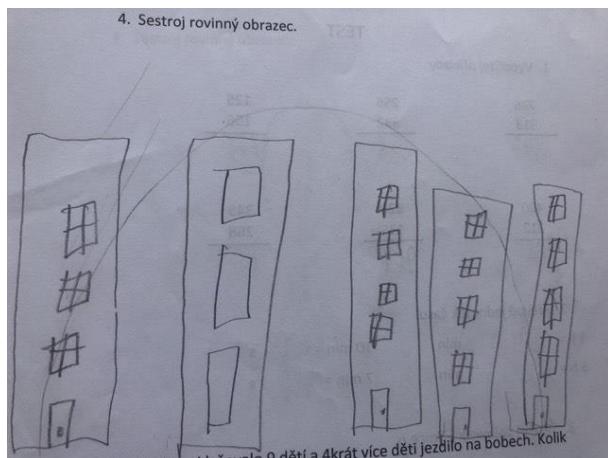
## Úloha 4

Devět žáků sestrojilo rovinný obrazec – nejčastěji se jednalo o čtyřúhelníky, ale vyskytl se také ovál či konvexní rovinný obrazec, jeden z žáků sestrojil nekonvexní rovinný obrazec. Tyto výsledky přisuzuji tomu, že žáci se učí rovinné obrazce spíše formou hry a místo rýsování zakreslují formy, jak jsem již zmínila v teoretické části o matematice ve Waldorfské pedagogice. Žáci, kteří nesestrojili rovinný obrazec, ale znázornili křivku. V grafu číslo 2 uvádíme zastoupení jednotlivých rovinných obrazců v testu a na obrázcích vybraná žákovská řešení.

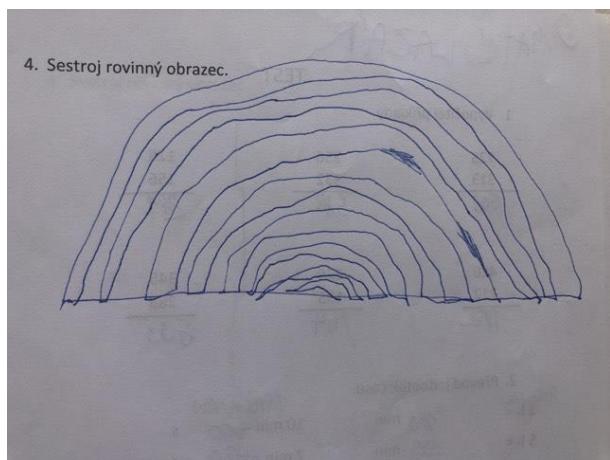
Dále přikládáme fotografie některých rovinných obrazců, které žáci sestrojili.



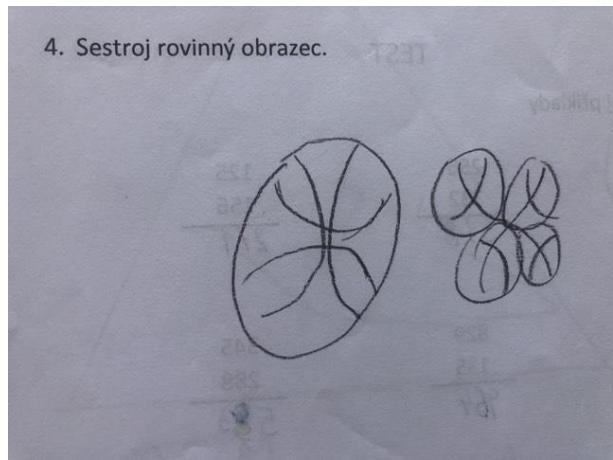
Rovinný obrazec Waldorfská škola 1



Rovinný obrazec Waldorfská škola 2



Rovinný obrazec Waldorfská škola 2



Rovinný obrazec Waldorfská škola 3



Graf 2: Znázorněné rovinné obrazce Waldorfská škola

### Úloha 5

Někteří žáci zápis slovní úlohy vůbec nevytvořili. Jiní se o to pokusili, avšak zápis nebyl kompletní, protože zapsali pouze počet lyžujících dětí. Početní operace byly správné a kompletní pouze u dvou žáků, osm žáků vytvořilo pouze část příkladu, ale zapomněli přičíst lyžující děti. Sedm žáků napsalo odpověď a pět žáků odpověď nezapsalo. Z náslechů vím, že žáci jsou vyučujícími vedeni k formulování slovních odpovědí, takže žáci na to pravděpodobně při samostatném zpracování testu zapomněli. Odpovědi žáků, kteří ji zapsali začínaly takto: tři žáci napsali celkem – na kopci, dva žáci napsali – bobovalo a lyžovalo, jeden žák napsal – dohromady jich bylo a jeden žák vypočítal pouze děti na bobech a také zapsal – na bobech bylo.

### 2.3.5 Testování v inovativní škole

V této třídě psalo test 15 dětí, každému žáku bylo přiděleno jedno z čísel 1 – 15. V levém sloupci tabulky jsou vypsány jednotlivé úlohy a jejich čísla. Ve vedlejším sloupečku je uveden maximální počet bodů z jednotlivých oblastí v úloze. Test byl psán v pátek druhou vyučovací hodinu. Test vyplnil každý žák sám a žákům nebyly poskytnuty bližší informace k jednotlivým úlohám. Učitel byl v roli přihlížejícího, pouze potvrdil, že žáci se sestrojení kolmice ještě neučili.

Typ školy: inovativní škola s Hejněho metodou Počet žáků: 15		Číslo žákova testu								
Úloha	(maximální počet bodů)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	2	1	1	1	0	2	1	2
	sčítání ( <b>4 body</b> )	3	4	4	4	4	0	2	0	4
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	2	0	2	1	2	2	0	0	1
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	0	0	2	1	0	1	0	1	0
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	0	0	2	0	0	0	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	0	1	0	0	1	0	1	0
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	0	0	2	0	2	0	0	0	0
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	0	1	2	0	1	1	1	1	1
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	0	0	1	0	0	0	1	0	1
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	10	9	19	9	12	7	8	6	11

Bodové hodnocení testů inovativní škola 1. část

<b>Typ školy:</b> inovativní škola s Hejněho metodou <b>Počet žáků:</b> 15		<b>Číslo žákova testu</b>					
<b>Úloha</b>	<b>(maximální počet bodů)</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	1	2	2	1	1
	sčítání ( <b>4 body</b> )	4	4	4	3	0	4
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	2	2	1	2	2	2
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	2	2	1	2	1	2
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	0	0	0
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	0	0	0	0	0	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	1	0	0	1	0
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	2	0	0	2	0	0
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	0	0	1	2	2	1
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	1	0	1	1	1	1
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	16	12	12	16	10	13

Bodové hodnocení testů inovativní škola 2. část

### Úloha 1

Tuto úlohu žáci řešili jako první, někteří začali sčítáním a jiní odčítáním. Sedm žáků mělo odčítání bez chyby a sedm žáků s jednou chybou v rádu desítek. Sčítání mělo osm žáků bez chyby a dva žáci neměli žádný z výsledků správně. Ostatní žáci dělali chyby, které se nacházely v různých rádech.

### Úloha 2

Převody jednotek zvládlo pět žáků na plný počet bodů, přičemž dva žáci nezískali bod žádný a další dva žáci pouze po jednom bodu. Žáci do testu zapisovali výsledky bez výpočetních postupů, které dělali z paměti.

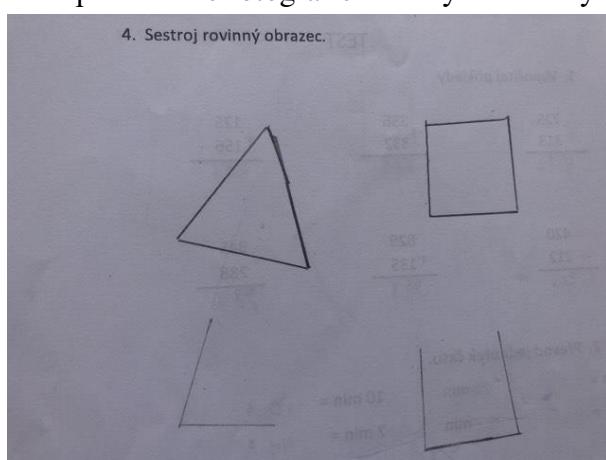
### Úloha 3

Žádný z žáků nesestrojil kolmici a nikdo se o to ani se nepokoušel. Podle sdělení vyučující žáci kolmici pomocí rýsovacích potřeb ještě nikdy nekonstruovali.

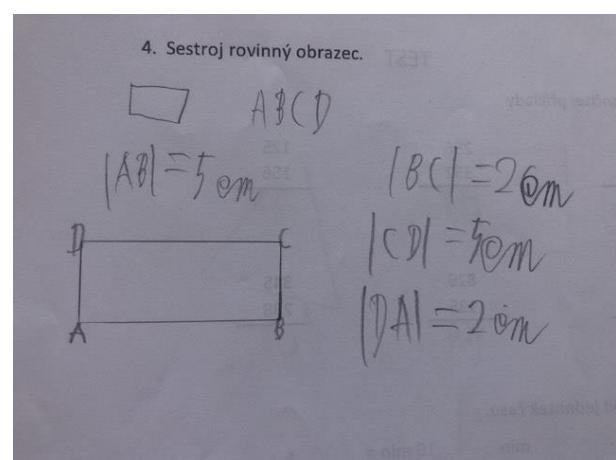
### Úloha 4

Rovinný útvar sestrojili všichni žáci, kteří se zúčastnili testu, ale pouze jeden žák ho popsal. Grafická úroveň byla u jedenácti žáků nevyhovující, protože měli neořezané tužky, dělali dvojitě čáry či obtáhli konec pravítka. Žáci narýsovali převážně čtyřúhelníky, ale také čtyři trojúhelníky a jednu kružnici. Jeden z žáků použil ke konstrukci rovinného obrazce přímky a čtrnáct žáků úsečky. V grafu číslo 3 uvádíme zastoupení jednotlivých rovinných obrazců v testu a na obrázcích vybraná žákovská řešení. Za zvážení stojí fakt, že žáci ještě nerýsovali kolmici (což potvrdila jejich vyučující) a přitom „umí“ narýsovat čtverec či obdélník.

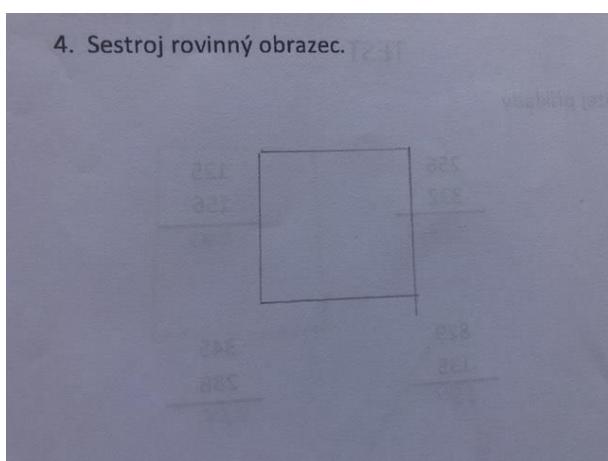
Dále přikládáme fotografie některých rovinných obrazců.



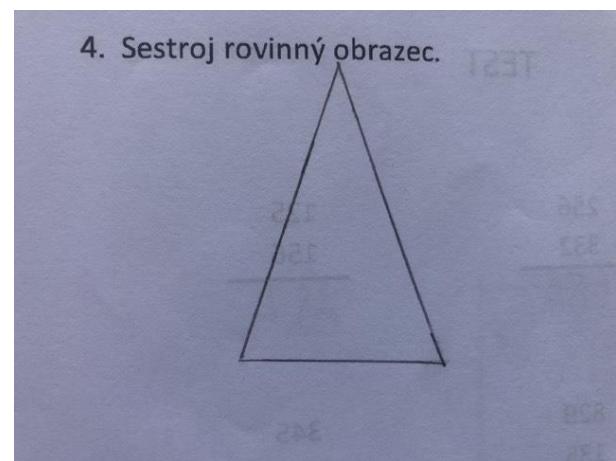
Rovinný obrazec inovativní škola 1



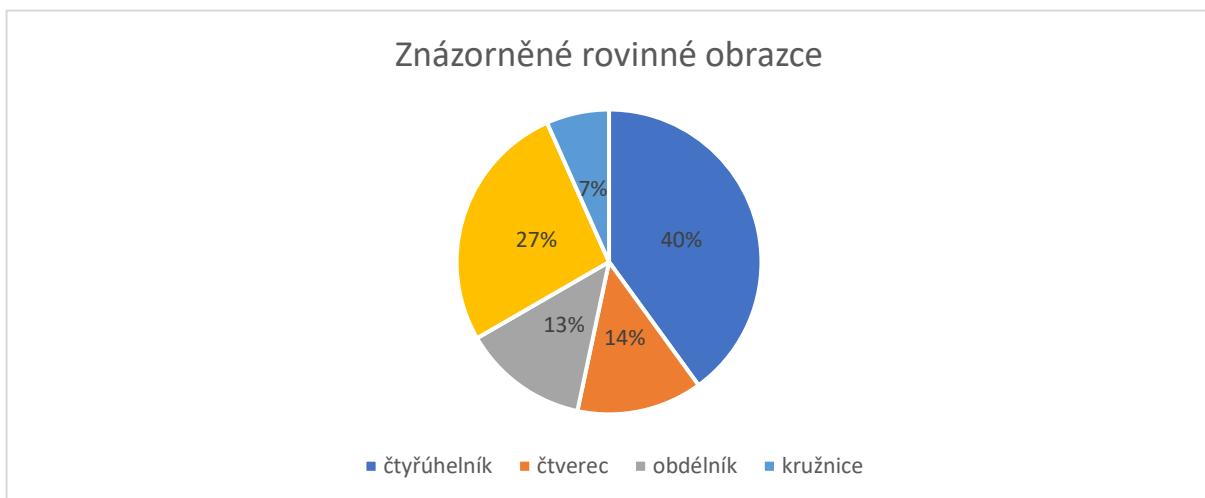
Rovinný obrazec inovativní škola 2



Rovinný obrazec inovativní škola 3



Rovinný obrazec inovativní škola 4



Graf 3: Znázorněné rovinné obrazce inovativní škola

### Úloha 5

Jedenáct žáků zápis slovní úlohy nevytvořilo, ale čtyři žáci ho sestavili bezchybně. Je tedy zřejmé, že o formálním zápisu slovní úlohy se ve třídě při výuce matematiky hovoří. Co se týče početních operací, tři žáci získali plný počet bodů, osm žáků sestavilo a vypočítalo pouze polovinu úlohy, tedy kolik dětí jezdilo na bobech. Tři žáci úlohu vůbec neřešili. Osm žáků zformulovalo slovní odpověď odpovídající jejich výsledku řešení, ostatní ji nezapsali. Pokud si blíže rozebereme slovní odpovědi žáků šest žáků zapsalo – na kopci bylo, dva žáci zapsali – na kopci je.

### 2.3.6 Testování v tradiční škole

V této třídě psalo test 24 dětí, každému žáku bylo přiděleno jedno z čísel 1 – 24. V levém sloupci tabulky jsou vypsány jednotlivé úlohy a jejich čísla. Ve vedlejším sloupečku je uveden maximální počet bodů z jednotlivých oblastí v úloze. Test byl psán v pátek třetí vyučovací hodinu. Test vyplnil každý žák sám, ale paní učitelka před testem žákům připomněla princip převodu jednotek času. Také jí řekla, že rovinným obrazcem je myšlen geometrický obrazec, který znají a požádala je o vyjmenování jejich názvů. Nejsme schopni určit, zda a jakým způsobem činnost paní učitelky ovlivnila výsledky žáků.

Typ školy: tradiční škola Počet žáků: 24		Číslo žákova testu								
Úloha	(maximální počet bodů)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	1	2	2	2	1
	sčítání ( <b>4 body</b> )	3	3	3	4	4	4	4	2	4
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	1	2
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	2	2	0	2	2	2	2	2	2
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	1	1	0	0	1	0	1	1	0
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	1	1	0	0	1	1	1	1
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	0	1	1	1	1	1
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	1	2	2	2	2	2	2	2	1
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	0	0	1	1	1	1	1	0
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	1	1	1	1	2	1	1	1	1
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	19	20	17	19	21	21	22	19	18

Bodové hodnocení testů tradiční škola 1. část

<b>Typ školy:</b> tradiční škola <b>Počet žáků:</b> 24		<b>Číslo žákova testu</b>								
<b>Úloha</b>	<b>(maximální počet bodů)</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	sčítání ( <b>4 body</b> )	4	4	3	3	2	4	4	4	4
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	2	2	0	1	2	2	2	2	2
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	2	2	0	0	0	2	2	1	2
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	0	1	1	1
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	1	1	0	1	1	0	0	0	1
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	0	1	1	1
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	1	0	2	2	2	0	2	2
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	0	1	1	1	1	1	0	1
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	0	2	2	2
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	2	1	1	2	1	2	2	2	2
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	23	20	14	19	18	18	20	20	23

Bodové hodnocení testů tradiční škola 2. část

Typ školy: tradiční škola Počet žáků: 24		Číslo žákova testu					
Úloha	(maximální počet bodů)	19	20	21	22	23	24
1	odčítání ( <b>2 body</b> )	2	1	1	1	2	2
	sčítání ( <b>4 body</b> )	4	4	4	4	4	3
2	Převod hodin na minuty ( <b>2 body</b> )	2	2	2	0	2	2
	Převod minut na sekundy ( <b>2 body</b> )	2	2	2	0	2	0
3	Sestrojení kolmice ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	0*	0*	1
	Popis kolmice ( <b>1 bod</b> )	0	0	1	0	1	0
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	1
4	Sestrojení geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2
	Popis geometrického obrazce ( <b>2 body</b> )	0	0	2	2	2	2
	Grafická úroveň ( <b>1 bod</b> )	0	0	0	1	1	1
5	Zápis zadání slovní úlohy ( <b>2 body</b> )	2	2	2	2	2	2
	Početní operace ( <b>2 body</b> )	2	1	2	1	2	2
	Slovní odpověď ( <b>1 bod</b> )	1	1	1	1	1	1
Celkové hodnocení	<b>23 bodů</b>	19	17	21	15	22	19

Bodové hodnocení testů tradiční škola 3. část

### Úloha 1

Z odčítání získalo pouze pět žáků jeden bod, ostatní získali plný počet. Ve sčítání dva žáci ztratili dva body a šest žáků jeden bod, ostatní měli všechny výsledky správné. Žáci zapisovali pouze výsledky. Žáci se řešení tohoto typu úloh věnují často, což z našeho pohledu má mít vliv na úspěšnost žáků.

### Úloha 2

Převody jednotek času nečinily většině žákům potíže, šestnáct žáků získalo plný počet bodů, na druhé straně dva žáci nevyřešili žádnou úlohu a jeden žák získal pouze jeden bod. To přisuzujeme také tomu, že zapisovali pouze výsledky bez postupu řešení, takže docházelo k numerickým chybám. Paní učitelka se žáků před testem zeptala na princip převodů času,

takže žáci si ho zopakovali. Pravděpodobně takto jednala, protože znala otázky testu a chtěla žákům „pomoci“. Čímž do testu zasáhla, a to mohlo ovlivnit celkovou úspěšnost třídy v této úloze.

### Úloha 3

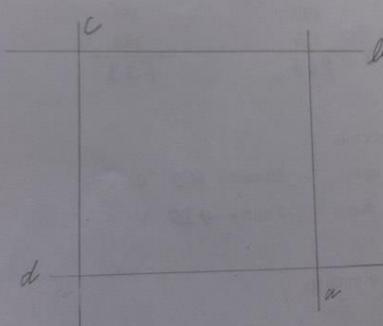
Narýsovat kolmici se nepodařilo pouze sedmi žákům, ostatní byli úspěšní. Třináct žáků ji také pojmenovalo a až na dva žáky měli všichni velmi dobrou grafickou úroveň práce.

### Úloha 4

Všichni žáci úspěšně narýsovali rovinný obrazec, to ovšem přisuzujeme také tomu, že paní učitelka nechala žáky před testem vyjmenovat několik konkrétních rovinných obrazců, čímž zasáhla do plnění testu. Pouze čtyři žáci nepojmenovali vrcholy narýsovaného rovinného obrazce, tři žáci jeho vrcholy popsali malými písmeny, a ostatní žáci vrcholy pojmenovaly velkými tiskacími písmeny. Pouze pět žáků mělo zhoršenou grafickou úroveň, protože měli neořezanou tužku a příliš na ni tlačili či dělali dvojité čáry. Ostatní rýsovali úhledně. Pokud se na konstrukční úlohu podíváme podrobněji, zjistíme že devatenáct žáků použilo ke konstrukci rovinného obrazce přímky a pět žáků úsečky.

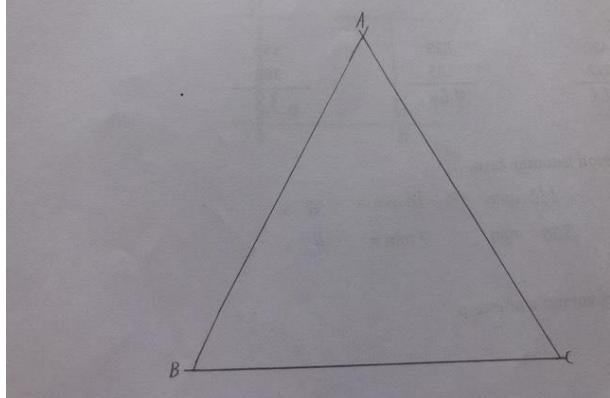
V grafu číslo 4 uvádíme zastoupení jednotlivých rovinných obrazců v testu a na obrázcích vybraná žákovská řešení.

4., Sestroj rovinný obrazec.

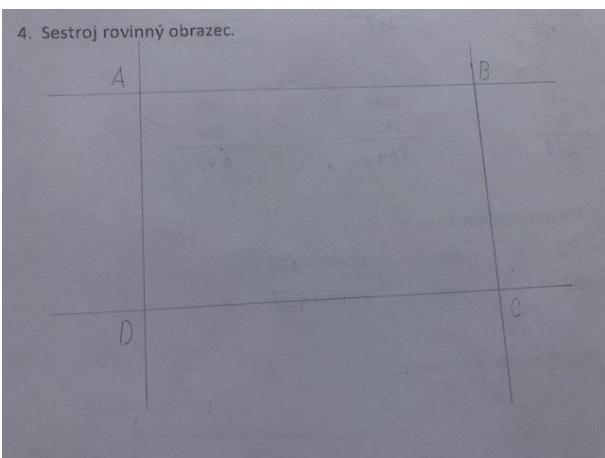


Rovinný obrazec tradiční škola 1

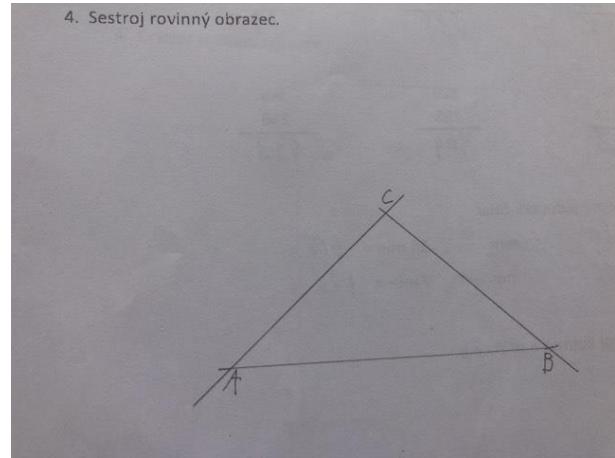
4. Sestroj rovinný obrazec.



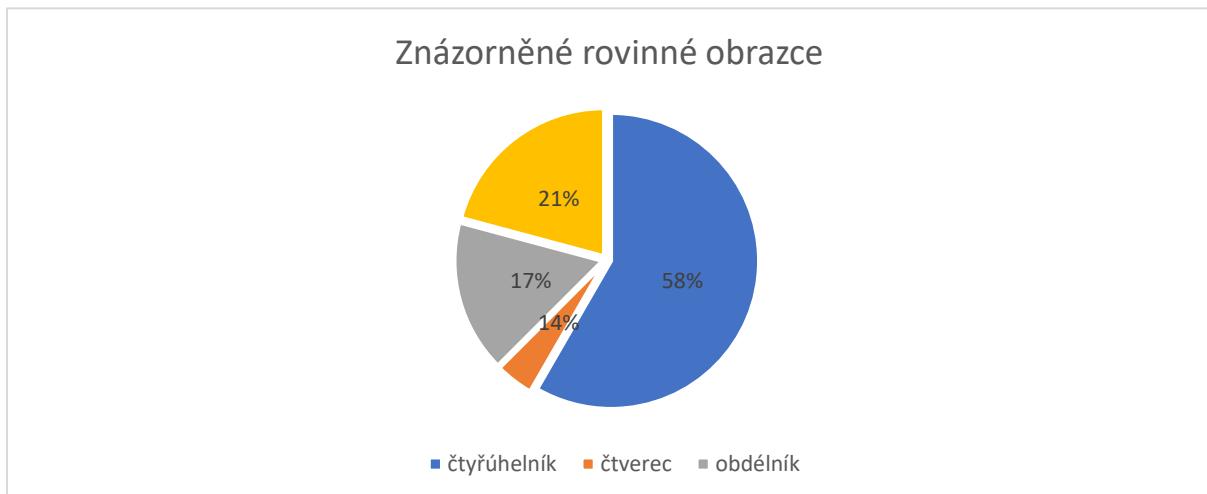
Rovinný obrazec tradiční škola 2



Rovinný obrazec tradiční škola 3



Rovinný obrazec tradiční škola 4



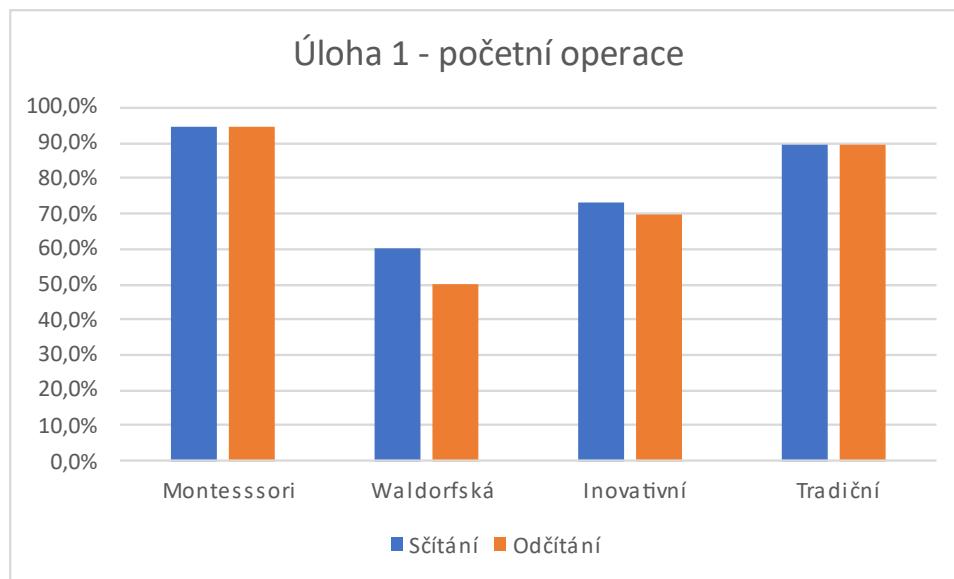
Graf 4: Znázorněné rovinné obrazce tradiční škola

### Úloha 5

Zde vytvořili zápis slovní úlohy skoro všichni žáci, pouze jeden žák jej nezapsal. Jedenáct žáků poté vytvořilo početní příklad, který vedl k řešení úlohy a vypočítali jej správně. Třináct žáků vypočítalo pouze první část úlohy, tedy kolik dětí jezdilo na bobeche. Slovní odpověď zformulovali všichni s výsledky svého řešení. Pokud se zaměříme na konkrétní odpovědi žáků, zjistíme, že dva žáci zapsali – celkem bylo na kopci a dvacet-dva žáků zapsalo – na kopci bylo.

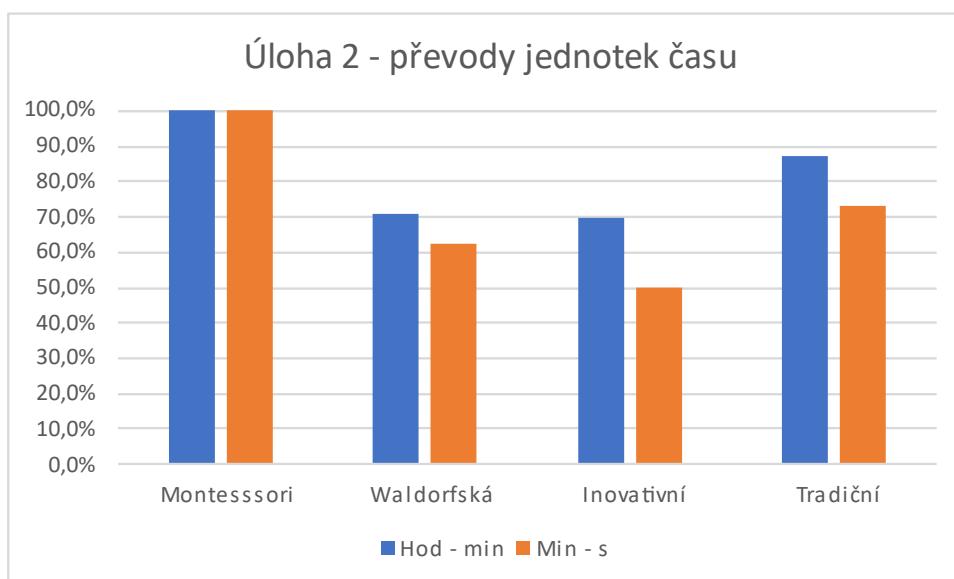
### 2.3.7 Celkové vyhodnocení testů

Zde budeme pohlížet na zvládnutí jednotlivých úloh, přičemž znázorníme výsledky jednotlivých škol v grafu. Nejprve se zaměříme na úspěšnost řešení jednotlivých úloh. V grafech budeme uvádět relativní četnosti žáků z jednotlivých škol, kteří úspěšně vyřešili danou úlohu. Důvodem jsou samozřejmě různé počty žáků v daných typech škol.



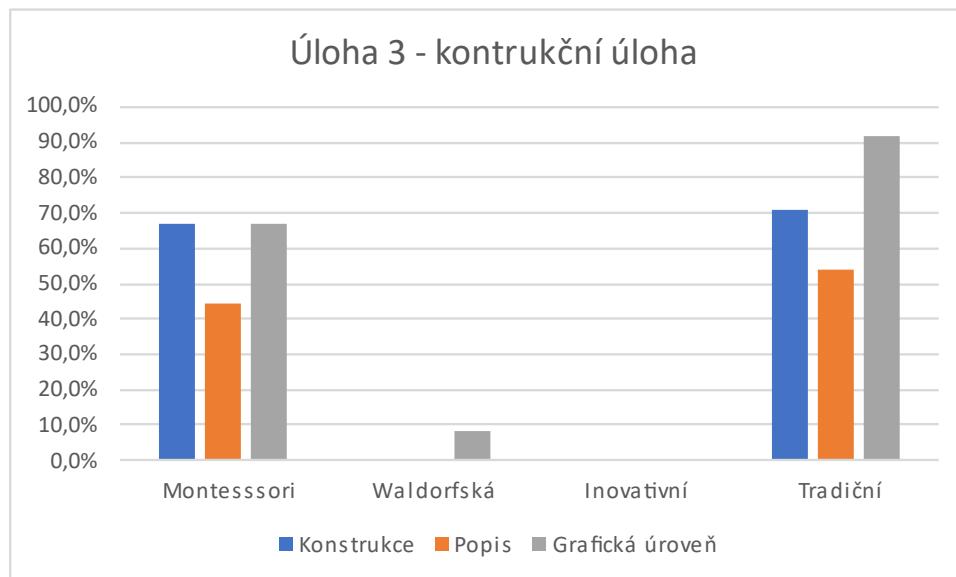
Graf 5: Vyhodnocení početních operací

Jak můžeme vidět, v této úloze byla nejúspěšnější Montessori škola. To přisuzujeme tomu, že žáci sčítají a odčítají již od první třídy s využitím pomůcek, které jim pomáhají učivo lépe uchopit. Druhou nejúspěšnější školou byla tradiční škola, důvodem může být časté opakování a procvičování tohoto učiva. Ve Waldorfské a inovativní škole není písemnému sčítání a odčítání věnováno tolik času.



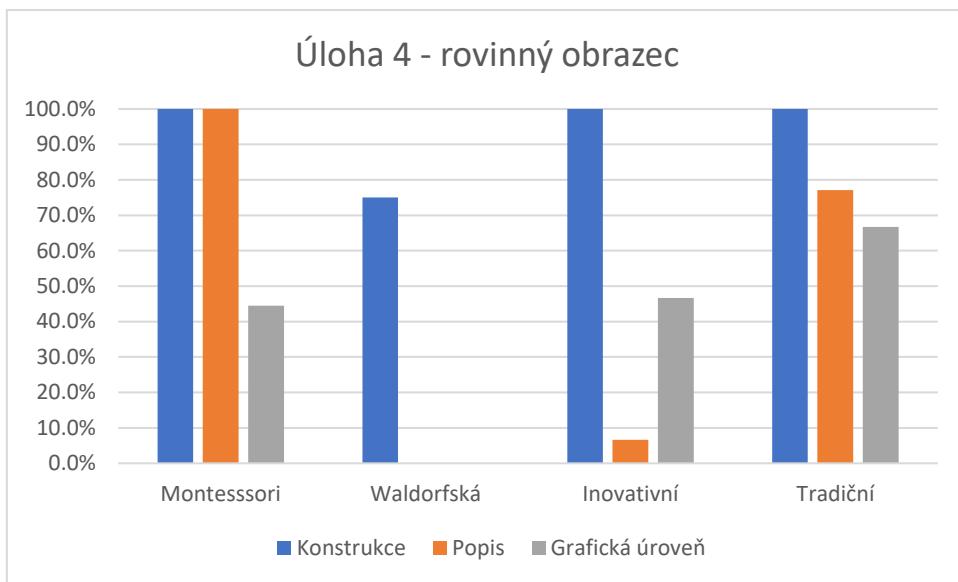
Graf 6: Vyhodnocení převodů jednotek času

Nejlépe úlohu zvládli žáci z Montessori školy, což je pravděpodobně způsobeno zejména tím, že si žáci již od první třídy plánují svůj čas. Žáci z tradiční školy zvládli úlohu také velmi dobře (jak jsme již dříve uvedli, před vypracováním testu si tento typ převodů zopakovali), ale stejně jako žákům z dalších škol jim činilo větší potíže převod minut na sekundy než z hodin na minuty. Pravděpodobně je to způsobeno tím, že žákům je převod z hodin na minuty bližší a setkávají se s těmito jednotkami častěji.



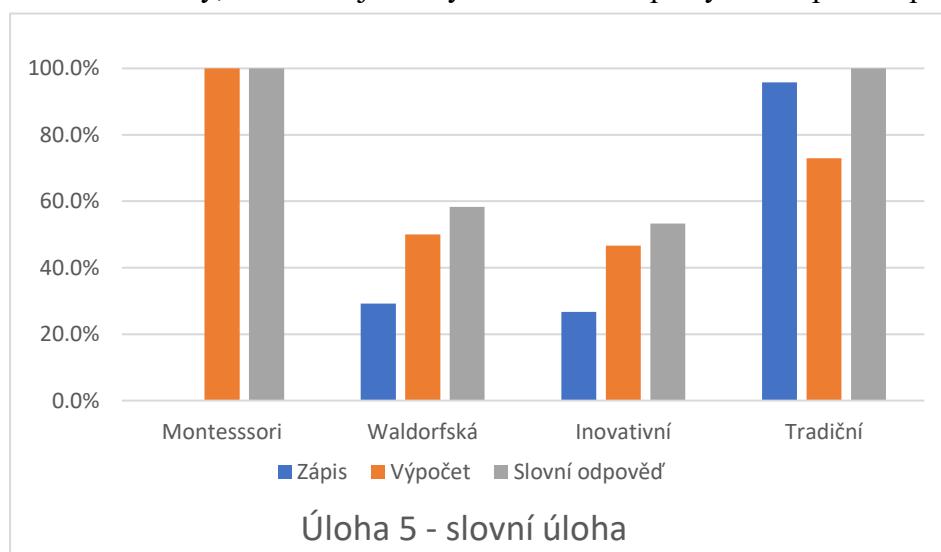
Graf 7: Vyhodnocení konstrukční úlohy

V této úloze byli nejúspěšnější žáci z tradiční školy, kteří měli také velmi dobrou grafickou úroveň, Přisuzuji to tomu, že úloha byla zadána pro ně obvyklým způsobem, žáci jsou zvyklí pracovat s rýsovacími pomůckami a ty jim jsou před hodinou kontrolovány. Také je to jistě zapříčiněno pravidelnými hodinami geometrie a prací s pravítka již od prvního ročníku. Druhou nejúspěšnější školou byla Montessori škola. Zde mají žáci mají spíše praktické hodiny geometrie, ale práci s pravítka také znají. Žáci z inovativní školy tuto úlohu vyneschali, protože se ještě neučili, co je kolmice a jak se konstruuje. Přesto byli relativně úspěšní při řešení 4. úlohy, ve které byli někteří schopni zkonstruovat čtverec, nebo obdélník. Žáci z Waldorfské školy sice nepoužívají pravítka, ale pojem kolmice znají, proto někteří žáci zkusili úlohu vyřešit.



Graf 8: Vyhodnocení rovinných obrazců

Sestrojit rovinný obrazec zvládli téměř všichni žáci, pouze někteří žáci z Waldorfské školy nesplnili zadání úlohy, protože místo rovinného obrazce zkonstruovali do testu křivku. Pokud se týká pojmenování obrazců, pouze všichni žáci z Montessori školy pojmenovali vrcholy rovinného obrazce. Někteří žáci z tradiční školy si to také uvědomili a splnili celé zadání úlohy. V inovativní škole obrazec pojmenovalo velmi málo žáků. A ve Waldorfské škole obrazec nepojmenoval nikdo, ale domníváme se, že je to zapříčiněno také tím, že volili většinou rovinné obrazce, které se v geometrii zpravidla neobjevují. Grafická úroveň byla nejlepší u žáků z tradiční školy, ale i žáci z inovativní či Montessori školy dosáhli velmi dobrých výsledků. Naopak u žáků z Waldorfské školy byla grafická úroveň na dosti špatné úrovni, protože používali neořezané tužky, dělali dvojité čáry a někteří žáci při rýsování použili pero.



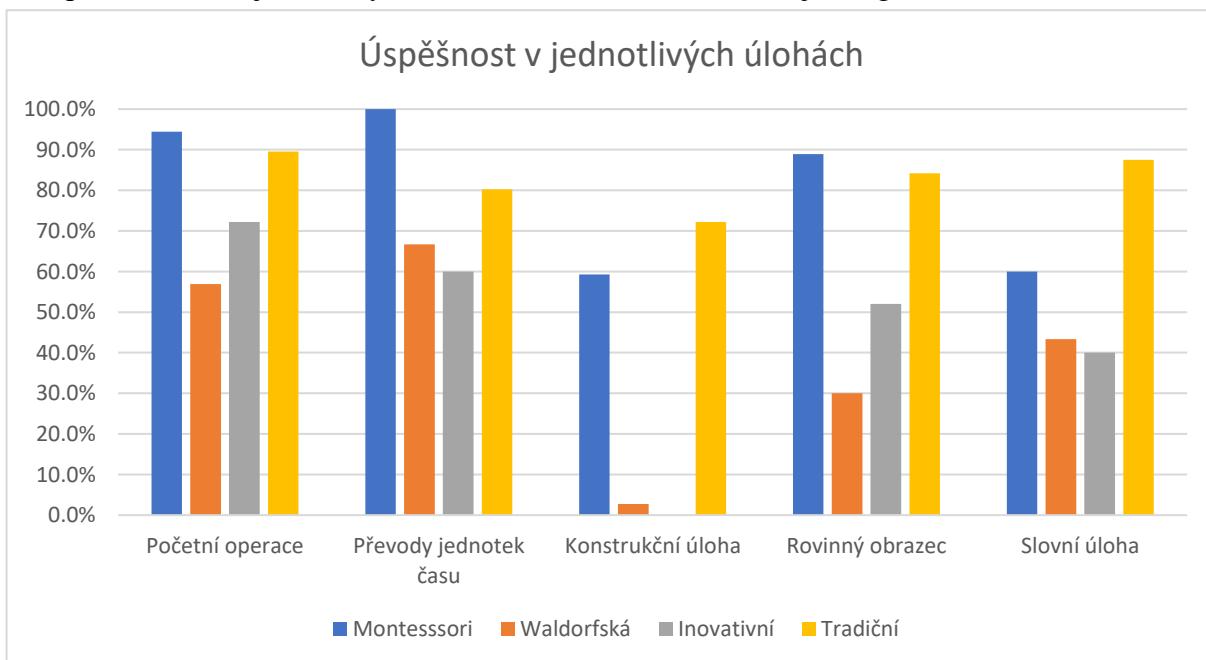
Graf 9: Vyhodnocení slovní úlohy

Co se týče zápisu, dopadli u slovní úlohy nejlépe žáci z tradiční školy. Příčinou je jistě to, že při řešení úloh je kladen důraz na formální úpravu, žáci zápis zaznamenávají v každé slovní úloze, protože slovní úlohy řeší vždy písemně a paní učitelka na zápisu trvá. Ve Waldorfské škole někteří žáci zápis slovní úlohy vytvořili, protože paní učitelka jim to při řešení úlohy doporučuje pro lepší přehlednost, ale netrvá na tom. V inovativní škole řeší žáci slovní úlohy převážně ústně, diskutují o různých strategiích řešení, ale zápis slovních úloh nedělají tak často.

Nejúspěšnější v zápisu početních operací a jejich řešení byli žáci z Montessori školy. Ostatní žáci chybovali, a to převážně tak, že vypočítali pouze první část úlohy – tedy kolik žáků bolovalo, ale zapomněli úlohu dokončit (tj. přičíst lyžující děti). Na správné řešení slovních úloh má významný vliv čtenářská gramotnost žáků.

Slovní odpověď zapsali všichni žáci z Montessori a tradiční školy, můžeme se tedy domnívat, že učitelé a průvodci zformulování odpovědi po žácích požadují a ukazují žákům její důležitost. Ačkoliv je tomu takto i v inovativní a Waldorfské škole, žáci těchto vzdělávacích směrů odpověď nezapsali. To může být způsobeno tím, že žáci mnohdy říkají slovní odpověď pouze ústně – v tomto typu škol není kladen tak velký důraz na formální stránku zápisu řešení slovních úloh. Žádný žák se nad otázkou úlohy nezamyslel v širším kontextu, tedy že na otázku „Kolik dětí bylo na kopci?“ nelze z informací podaných v úloze korektně odpovědět. Všichni žáci použili k řešení pouze číselné údaje obsažené v úloze a správnou odpověď hledali na základě naučených postupů.

Úspěšnost škol v jednotlivých úlohách srovnávám v následujícím grafu.



Graf 10: Celková úspěšnost v jednotlivých úlohách

V grafu jsou celkové výsledky úspěšnosti u každé úlohy a pro každou třídu. Graf tak slouží k přehledné orientaci v tom, jak si žáci různých škol vedli při řešení jednotlivých úloh jako celku, tedy kolik bodů z jednotlivých úloh získávali.

### 2.3.8 Celková úspěšnost v testech

Pokud bychom udělali průměrný zisk bodů z testu v jednotlivých školách, zjistili bychom, že nejúspěšnější žáci byli z tradiční školy, jejichž úspěšnost byla 84,1 %. Jedním z ovlivňujících faktorů může být vysvětlení zadání úloh od paní učitelky. Podle našeho názoru zde svoji roli hraje i fakt, že je škola umístěna v dobré čtvrti města, čemuž odpovídá také složení žáků a jejich podpora při vzdělávání ze strany rodičů.

Na druhém místě s velmi malým rozdílem se umístili žáci z Montessori školy, jejichž úspěšnost byla 82,1 %. Zabodovali zejména v úlohách, které obsahovaly převody jednotek času a početní operace, jejichž úspěšnost převyšovala ostatní typy škol. Jak jsme již dříve popsali, orientaci žáků v čase je v tomto typu školy věnována velká pozornost.

Jako další se umístili žáci z inovativní školy, jejichž úspěšnost byla 49,3 %. Zde celkové výsledky žáků velmi ovlivnila konstrukční úloha, kdy žádný z žáků nezískal ani jeden bod.

Nejméně bodů získali žáci z Waldorfské školy. Jejichž úspěšnost byla 42,8 %. V tomto případě žákům snížila úspěšnost konstrukční úloha a také úloha, která požadovala sestrojení a pojmenování rovinného obrazce. Tyto výsledky jsme po násležích předpokládali, protože žáci tohoto školního věku se zatím věnují geometrii spíše formou hry.

## Závěr

Cílem teoretické části bylo shrnout základní poznatky související s alternativními výchovně-vzdělávacími programy z pohledu výuky matematiky na prvním stupni základní školy a možnostmi sběru dat v pedagogickém výzkumu. S tím souviselo také vybrání vhodných zástupců alternativních přístupů k výuce matematiky a jejich vzájemného srovnání. To zahrnovalo realizování náslechů ve výuce matematiky na školách s různými výchovně-vzdělávacími programy, provedení jejich rozboru a následné srovnání. Byly navrženy testy pro prověřování konkrétních vědomostí a dovedností žáků, které byly na všech typech škol zadány. Získaná data byla kvalitativně i kvantitativně vyhodnocena.

Na každé z vybraných škol (Montessori škola, Waldorfská škola, Inovativní škola a tradiční škola) jsme absolvovaly tři náslechy v hodinách matematiky, při kterých jsme zaznamenali využité pomůcky, průběh vyučování, role žáků i učitelů a jevy, které vnímáme jako výhodné či nevýhodné v rámci výuky matematiky. Při násleších se potvrdilo, jak důležitá je osobnost učitele při výuce matematiky, jak dokáže ovlivnit motivaci žáků k práci, radost z poznávání a přístup žáků k řešení problémů. Některé alternativní školy, proto staví učitele spíše do role průvodců, kteří žákům pomáhají k nalezení řešení a podporují jejich tvůrčí aktivitu. Ukázalo se, že využití různých názorných pomůcek probouzí v žácích touhu po vzdělávání a pomáhá jim při řešení zadaných úkolů. Největší rozdíly ve výuce matematiky jsme zpozorovali v pomůckách, které žáci ke vzdělávání používali. V Montessori škole byly pomůcky velmi konkrétní a žáci si vše mohli vyzkoušet i pomocí hmatu. Žáci byli velmi aktivní a vzhledem k jejich menšímu počtu mohli pokládat více otázek a vyjadřovat se k probíhajícím aktivitám. Vzhledem k tomu, že výuka matematiky probíhala i v angličtině žáci znají matematické názvosloví i v tomto jazyce. Jako skvělou inovaci hodnotíme i zapojení technologií do výuky, kdy se žáci vzdělávali pomocí online hry, ve které jim průvodce stanovoval učivo k procvičení. Jako nevýhodu v Montessori matematice vnímáme finanční náročnost pomůcek, takže žáci pravděpodobně nemohou procvičovat matematiku i v domácím prostředí, avšak ve třídě mají k pomůckám neomezený přístup a mohou si nácvik začlenit do svého rozvrhu. Ve waldorfské škole vnímáme jako pozitivní především formy nácviku zaznamenání geometrických obrazců, při kterých žáci po dlouhou dobu tvoří pomocí voskových bločků rovné linie a poměrně souměrné geometrické obrazce. K žákům je přistupováno velmi individuálně a bystřejší žáci mohou plnit úlohy pro vyšší ročník. Vzhledem k propojení nového učiva s příběhem, zažívali žáci radost z poznání. Jako nevýhodu bychom mohli vnímat, časovou náročnost propojení matematiky s pohybem a hrami, avšak i toto buduje u žáků kladný vztah k matematice. Pokud

pohlédneme na inovativní školu s Hejného metodou, tak spatříme, že zde byli žáci velmi aktivní, diskutovali o řešení a bylo zde dostatek prostoru pro prezentaci různých řešení. Žáci si navzájem učivo vysvětlovali, čímž rozvíjeli slovní zásobu a sociální vztahy. Jako nevýhodu můžeme vnímat neaktivnost pomalejších či introvertnějších žáků. Oproti tomu v tradiční škole pracovali žáci podobným tempem, avšak neprobíhala zde ve velké míře diskuse a učivo prezentovala převážně paní učitelka.

Předmětem našeho zájmu byly také možné rozdíly mezi matematickými vědomostmi a dovednostmi žáků těchto škol. K tomuto účelu jsme vytvořili nestandardizovaný didaktický test, který obsahoval pouze otevřené úlohy různého charakteru. Vyhodnocovali jsme nejen správná řešení, ale také metody a postupy, kterými žáci dané úlohy řešili. Pokud pohlédneme na jednotlivé testové úlohy, zjistíme, že největší odchylinky vnikly v konstrukční úloze a znázornění rovinného obrazce. Ačkoliv jsme při vytvoření testu vycházeli z výstupů 1. období RVP ZV a test byl zadáván po pololetí třetí třídy, někteří žáci nedokázali některé úlohy vyřešit, protože podle školního vzdělávacího programu se žáci s pojmy ještě nesetkali. Toto se týkalo například konstrukční úlohy v inovativní a waldorfské škole. Další rozdíly můžeme zpozorovat ve znázornění rovinného obrazce, kdy žáci z waldorfské školy vzhledem k velmi alternativnímu přístupu k matematice, znázorňovali neobvyklé rovinné obrazce. Z hlediska kvantitativního výzkumu v podobě didaktického testu dosáhli nejlepších výsledků žáci tradiční školy, avšak tato škola se nejvíce drží osnov RVP ZV a paní učitelka žákům vysvětlila testové úlohy. Pouze o pár procent hůře dopadli žáci z Montessori školy, jejich výsledky tedy byly také velmi dobré. Větší propad nastal v případě inovativní školy, zde zahrála velkou roli konstrukční úloha. S nejhoršími výsledky z testu vyšla waldorfská škola, to bylo pravděpodobně způsobeno velmi alternativním vzděláváním v oblasti matematiky. Naopak z hlediska kvalitativního výzkumu podporuje waldorfská škola žáky v radosti z poznání, propojuje hry a příběhy s výukou a žáci mají prostor k vyjádření. Toto můžeme říci také o Montessori škole, kde se žáci na úlohy z matematiky velmi těšili a krásné pomůcky využívali i ve volném čase. Také v inovativní škole se žáci zapojovali do výuky a zkoušeli hledat různá řešení i pohlížet na problém z mnoha pohledů. Průbojnější žáci také ve značné míře prezentovali své myšlenky a učitel pouze upřesňoval jejich názvosloví a pokládal doplňující otázky. V tradiční škole se žákům líbili některé aktivity, avšak většina žáků se na matematiku netěšila, což je jistě způsobeno také velkým počtem žáků ve třídě, tedy i názorů.

## Seznam literatury

- [1] BARTOŠEK M., SOCHOROVÁ A., 2021. Formativní hodnocení. Dostupné z: Metodická příručka hodnocení [online]. [vid.1.10.2023]. Dostupné z:  
[https://www.projektsypo.cz/dokumenty/Metodicka\\_pirucka\\_SYPO\\_MAT\\_Formativni\\_hodnoceni.pdf?fbclid=IwAR1GIHE1LiXTCqUSTgge3R907tzWSyG4Acel5LmwKWMZEnCNzzU6AlZ67ro](https://www.projektsypo.cz/dokumenty/Metodicka_pirucka_SYPO_MAT_Formativni_hodnoceni.pdf?fbclid=IwAR1GIHE1LiXTCqUSTgge3R907tzWSyG4Acel5LmwKWMZEnCNzzU6AlZ67ro)
- [2] CHRÁSKA, Miroslav. Metody pedagogického výzkumu – 1. vydání. Praha: Grada Publishing, a. s., 2007. 272 stran. ISBN 978-80-247-1369-4.
- [3] GÁBOR, Ondrej a Oleg KOPANEV a Karol KRIŽALKOVIČ. Teória vyučovania matematiky 1 – 1. vydání. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel'stvo v Bratislavě, 1989. 328 stran. ISBN 80-08-00285-9.
- [4] Hejného metoda, 2023 [online]. [vid. 8. 10. 2023]. Dostupné z: <https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda>
- [5] HEJNÝ, Milan. Vyučování v matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně – 1. vydání. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2014. 230 stran. ISBN 978-80-7290-776-2.
- [6] HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování – 3. vydání. Praha: Portál, 2015. 240 stran. ISBN 978-80-262-0901-0.
- [7] Inovativní matematika. In: Inovace výuky matematiky [online]. [vid. 20.12. 2023]. Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/artefact/file/download.php?file=71225&view=11003>
- [8] Hodnocení. In: Univerzita Karlova [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z:  
[https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/660562/mod\\_resource/content/1/Hodnocen%C3%AD.pdf](https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/660562/mod_resource/content/1/Hodnocen%C3%AD.pdf)
- [9] JANČAŘÍKOVÁ, Kateřina a kolektiv. Didaktické zásady v přírodovědném vzdělávání – 1. vydání. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2022. 158 stran. ISBN 978-80-7603-289-7.
- [10] Jenský plán. In: Alternativy a inovace ve školním vzdělávání MUNI [online]. [vid. 10. 9. 2023]. Dostupné z: [https://is.muni.cz/el/pej/jaro2011/SZ7MP\\_ALP1/um/Jensky\\_plan.pdf](https://is.muni.cz/el/pej/jaro2011/SZ7MP_ALP1/um/Jensky_plan.pdf)
- [11] Jenské školy, 2017. In: Alternativní školy [online]. [vid. 10. 9. 2023]. Dostupné z:  
<https://alternativniskoly.cz/jenske-skoly/>
- [12] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. Výukové metody – 148. publikace. Brno: Paido – edice pedagogické literatury, 2003. 219 stran. ISBN 80-7315-039-5.
- [13] Matematika v Daltonske škole. In: The dalton school [online]. [vid. 20.12. 2023]. Dostupné z: <https://www.dalton.org/first-program-curriculum-detail?LevelNum=248&DepartmentId=4533>
- [14] Motivace. In: Univerzita Karlova kapitola desátá, motivace ve škole [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z:  
[https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/826069/mod\\_resource/content/1/MOODLE\\_%C5%A0koln%C3%AD%20motivace.pdf](https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/826069/mod_resource/content/1/MOODLE_%C5%A0koln%C3%AD%20motivace.pdf)

[15] Nestandardní úlohy. In: Sbírka nestandardních úloh [online]. [vid. 20.12. 2023]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/n0fa17/402096>

[16] Netradiční slovní úlohy. In: Velikonoční jarmark – netradiční slovní úlohy [online]. [vid. 20.12. 2023]. Dostupné z: [https://dum.rvp.cz/materialy/velikonocni-jarmark-netradicni-slovní-ulohy.html?fbclid=IwAR0wgXEzfpfC3KsBmTZQdP91dwgfWK\\_gRw\\_DkbPKEZ---O9kDgV2KfCjC8Y](https://dum.rvp.cz/materialy/velikonocni-jarmark-netradicni-slovní-ulohy.html?fbclid=IwAR0wgXEzfpfC3KsBmTZQdP91dwgfWK_gRw_DkbPKEZ---O9kDgV2KfCjC8Y)

[17] PIAGET, J. The Psychology of Intelligence. Routledge and Kegan Paul. London: Routledge, 1950. 216 stran. Ebook ISBN 9780203164730

[18] PRŮCHA, Jan. Moderní pedagogika – 6. vydání. Praha: Portál, 2017. 488 stran. ISBN – 978-80-262-1228-7.

[19] PRŮCHA, Jan. Alternativní školy a inovace ve vzdělávání – 2. vydání. Praha: Portál, 2004. 141 stran. ISBN 80-7178-977-1.

[20] PRŮCHA, Jan. Pedagogický slovník – 4. vydání. Praha: Portál, 2008. 322 stran. ISBN – 978-80-7367-416-8.

[21] Pomůcky v Montessori matematice. In: Teaching Elementary Math with Montessori Materials [online]. [vid. 20.12. 2023]. Dostupné z:

<https://www.blocksandbeads.com/post/using-montessori-materials-to-teach-elementary-math>

[22] Rámcový vzdělávací program pro vzdělávací obor matematika a její aplikace – M/01 Informační služby [online]. Praha: MŠMT, 2008 [cit. 2018-03-19]. Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=10289>

[23] RONOVSKÝ, Vít. Anthroposofické pojetí světa a člověka jako základní východisko waldorfské pedagogiky – 99. publikace. Hranice na Moravě: FABULA, 2011. 113 stran. ISBN 978-80-86600-83-3.

[24] SELDIN, Tim a Lorna MCGRATH. Montessori do každé rodiny – 1. vydání. Praha: Euromedia Group, a. s., 2022. 191 stran. ISBN 978-80-242-8080-6.

[25] Transmisivní a formativní hodnocení. In: Konstruktivistický a transmisivní přístup ve výuce [online]. [vid. 20. 12. 2023]. Dostupné z:

[https://www.mendelova.cz/files/posts/150/files/konstruktivni\\_a\\_transmisivni\\_pristup.pdf](https://www.mendelova.cz/files/posts/150/files/konstruktivni_a_transmisivni_pristup.pdf)

[26] Waldorfská škola, 2008. Dostupné z: stránky Asociace waldorfských škol České republiky [online]. [vid. 20.9. 2023]. Dostupné z: [https://www.iwaldorf.cz/wald\\_ped.php?menu=ped-owa](https://www.iwaldorf.cz/wald_ped.php?menu=ped-owa)

[27] Waldorfská škola. Dostupné z: Waldorf Pardubice [online]. [vid. 30. 9. 2023]. Dostupné z: <https://waldorfpardubice.cz/zakladni-skola/zakladni-skola-copy/>

## Zdroje obrázky

[28] Demonstrační hodiny. In: baargroup [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z: <https://baargroup.cz/produkt/demonstracni-hodiny-sada-10-ks/>

[29] Karty na odčítání. In: allegro [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z: <https://allegro.cz/nabidka/educo-matematicke-karty-odcitani-math-flash-c-13929457884>

[30] Matematické počítací kostky. In: allegro [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z: [https://allegro.cz/nabidka/matematicke-pocitaci-kostky-v-plastovem-valci-8496633778?utm\\_feed=712e6653-4749-4512-b084-b6e297fc9e0b&utm\\_source=google&utm\\_medium=cpc&utm\\_campaign=CZ%3EHome%3EOffice%3EP%3EPMAX&ev\\_campaign\\_id=20027778147&gad\\_source=1&gclid=CjwKCAjwwr6wBhBcEiwAfMEQs2-JPR\\_QfMfvXbaMWXSYNuodnX5QD448L1F4CcPyrie1CGgAJWNpmRoCYXgQAvD\\_BwE](https://allegro.cz/nabidka/matematicke-pocitaci-kostky-v-plastovem-valci-8496633778?utm_feed=712e6653-4749-4512-b084-b6e297fc9e0b&utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=CZ%3EHome%3EOffice%3EP%3EPMAX&ev_campaign_id=20027778147&gad_source=1&gclid=CjwKCAjwwr6wBhBcEiwAfMEQs2-JPR_QfMfvXbaMWXSYNuodnX5QD448L1F4CcPyrie1CGgAJWNpmRoCYXgQAvD_BwE)

[31] Mathsticks. In: JOOM [online] [vid. 2. 4. 2024]. Dostupné z: [https://www.joom.com/cs/products/64c7ca59fc678f01108395bf?currency=CZK&variant\\_id=64c7ca59fc678f26108395c1&utm\\_ticket=79018e77-8d4e-41ec-8522-1aedebd6b930&utm\\_productid=64c7ca59fc678f01108395bf&gsAttrs=eyJyZWdpb24iOiJDWij9&utm\\_source=google&utm\\_medium=cpc&utm\\_campaign=20913882699&utm\\_term=cid-20913882699%2Cagi-156845671625%2Cadi-686732821602%2Ctid-pla-296303633664%2Cdev-c%2Creg-9062909%2Ccmd-64c7ca59fc678f26108395c1&gad\\_source=1&gclid=CjwKCAjwwr6wBhBcEiwAfMEQs7ITMMKowgteLSG6WjcScMIJBOaK1vlRx1f3lAyE2-2T\\_JVY50P1hoC7y0QAvD\\_BwE](https://www.joom.com/cs/products/64c7ca59fc678f01108395bf?currency=CZK&variant_id=64c7ca59fc678f26108395c1&utm_ticket=79018e77-8d4e-41ec-8522-1aedebd6b930&utm_productid=64c7ca59fc678f01108395bf&gsAttrs=eyJyZWdpb24iOiJDWij9&utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=20913882699&utm_term=cid-20913882699%2Cagi-156845671625%2Cadi-686732821602%2Ctid-pla-296303633664%2Cdev-c%2Creg-9062909%2Ccmd-64c7ca59fc678f26108395c1&gad_source=1&gclid=CjwKCAjwwr6wBhBcEiwAfMEQs7ITMMKowgteLSG6WjcScMIJBOaK1vlRx1f3lAyE2-2T_JVY50P1hoC7y0QAvD_BwE)

[32] Pomůcky Daltonská škola. In: insgraf [online] [vid. 2. 4. 2024]. Dostupné z: <https://insgraf.cz/69/Didakticke-pomucky>

[33] Pomůcka k násobení Montessori škola. In: Montessori hračky [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z: <https://montessorihracky.cz/cs/montessori-matematika/4538-sla-k-barevne-tabuli-pro-nasobeni-vicecifernym-initelem-8596027002070.html>

[34] Pomůcka k velkému dělení Montessori škola. In: Montessori e-shop [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z: <https://www.montessori-eshop.cz/Deleni-velka-sada-d85.htm>

[35] Slovní úloha. In: Slovní úlohy [online] [vid. 1.3. 2024]. Dostupné z: <https://www.zskladnovasatova.cz/files/2018/08/10/slovni-ulohy-3-rocnik-leto.pdf>

[36] Slovní úloha. In: matematika slovní úlohy [online] [vid. 1.3. 2024]. Dostupné z: <https://matematika-slovni-ulohy.projektsypo.cz/slovni-ulohy-nejen-resime/>

[37] Ukázka zadání Hejného metoda. In: Blog h-mat [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z: <https://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi/geoboard-mriz>

[38] Vláčky. In: h-učebnice [online] [vid. 1.3. 2024]. Dostupné z: <https://www.h-uecbebnice.cz/product/didakticke-pomucky/vlacky-a-deda-leson/vlacky---pro-zakladni-skoly/90>

[39] Voskové bločky. In: duhový motýl [online] [vid. 2. 4. 2024]. Dostupné z: <https://www.duhovymotyl.cz/voskove-blocky-stockmar-16-barev-m-85035000/>

[40] Zlomková sada. In: baargroup [online] [vid. 2.4. 2024]. Dostupné z:  
[https://baargroup.cz/produkt/zakovska-zlomkova-rada/?gad\\_source=1&gclid=CjwKCAjwwr6wBhBcEiwAfMEQsw8LdaMsvom5RZaj7h3CE9Rcn0j3ZQUOal9zwNhpd9hGPnzyET21hoCwgUQAvD\\_BwE](https://baargroup.cz/produkt/zakovska-zlomkova-rada/?gad_source=1&gclid=CjwKCAjwwr6wBhBcEiwAfMEQsw8LdaMsvom5RZaj7h3CE9Rcn0j3ZQUOal9zwNhpd9hGPnzyET21hoCwgUQAvD_BwE)

[41] Zvířátka dědy Lesoně. In: bomerova [online] [vid. 1.3. 2024]. Dostupné z:  
<http://www.bomerova.cz/deda-leson>