UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Marie Pavlušová

Netradiční počtářské praktiky ve školské matematice – pohled do historie vyučování

Olomouc 2016 vedoucí práce: doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem *Netradiční počtářské praktiky ve školské matematice – pohled do historie vyučování* vypracovala samostatně na základě uvedených pramenů a literatury.

V Olomouci 4. 4. 2016 ……………………………

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala doc. PhDr. Bohumilu Novákovi, CSc., za jeho odbornou pomoc, cenné rady, ochotu a čas, jež mi při tvorbě diplomové práce věnoval.

Velké díky patří Mgr. Miroslavě Poláchové za umožnění předvýzkumu a žákům VII. A ze ZŠ Stupkova, Olomouc. Stejně tak děkuji Mgr. Marii Zetkové za možnost uskutečnění výzkumného šetření a žákům VI. A ze ZŠ a ZUŠ Strání za aktivní spolupráci.

V neposlední řadě moc děkuji mé rodině za veškerou podporu po dobu celého studia.

OBSAH

ÚVOD

Učitelé matematiky jsou dnes možná více než kdy dříve vystaveni nelehké situaci spočívající v zápase o zájem žáků, kdy musí neustále usilovat o získání jejich sympatií pro matematiku. Inspiraci, jak žáky k matematice motivovat, mohou učitelé hledat v její historii. Znalost vývoje matematiky dává učiteli při výuce možnost žákům ukázat zajímavosti týkající se zrodu matematických pojmů, vzniku a vývoje jednotlivých disciplín. Umožňuje také zprostředkovat žákům souvislosti matematiky s jinými vědami a společenskými disciplínami (např. s hudbou) a zpestřit výuku matematiky zmínkou o životě slavných matematiků nebo žákům nastínit dobové řešení nejrůznějších problémů matematiky tak, aby výuka byla pro žáka kvalitní, pestrá a podnětná.

Hlavním cílem diplomové práce je didakticky zpracovat historii matematiky jako motivační prvek využitelný v současné školské matematice na druhém stupni základní školy. Cíl realizujeme splněním dílčích kroků:

- Seznámit se s prameny a literaturou věnující se didaktice a dějinám matematiky, na jejímž podkladu bude vytvořena teoretická základna pro tvorbu didaktických materiálů.
- Vytvořit soubor didaktických materiálů (pracovní listy, přípravy hodin včetně metodických poznámek) inspirovaný počtářskými praktikami ze středověké matematiky.
- Ověřit vytvořený soubor didaktických materiálů v edukační realitě základní školy a podat zpětnou reflexi ve formě kvalitativního šetření.

Uvedeným cílům odpovídá struktura diplomové práce rozdělená do dvou na sebe navazujících bloků – části teoretické a empirické:

Teoretická část diplomové práce vycházející z odborných publikací předkládá charakteristiku středověké matematiky. Zaměřuje se na přehled stavu a struktury školství v této epoše s vyzdvihnutím nejvýznamnějších osobností a jejich děl, jež se výrazně zasloužily o rozvoj vzdělanosti. Stěžejní část práce představuje popis vybraných středověkých početních praktik, které slouží jako ústřední zdroj pro zpracování souboru didaktického materiálu. Teoretickou část završuje kapitola o motivaci vymezující základní pojmy se zřetelem jejího vlivu na školní prostředí.

Empirická část práce nabízí soubor didaktických materiálů určených žákům na druhém stupni základní školy či odpovídajících ročníků víceletého gymnázia.

Součástí práce je i záznam z průběhu předvýzkumu a výzkumného šetření ověřující zpracovaný materiál v edukační realitě školy.

Zaměření diplomové práce se odvíjí od snahy nabídnout učitelům matematiky na základní škole inspiraci, jak motivovat žáky k matematice. Žákům zprostředkovává možnost rozšířit si znalosti z historie matematiky, která je v běžných hodinách spíše opomíjena. Konečně znalost historie matematiky by měla být samozřejmostí pro každého učitele matematiky, což potvrzuje i významný novověký matematik.

„*Kdo chce poznat současnost bez znalostí o minulosti, ten současnost nikdy nepochopí.*‘‘

G. W. Leibniz

I. TEORETICKÁ ČÁST

1 VZDĚLÁVÁNÍ V OBDOBÍ STŘEDOVĚKU

Termín *středověk* vymysleli renesanční myslitelé koncem 15. století. Středověk pro ně označoval dobu temna a barbarství. Nejčastěji je středověk periodizován mezi léty 476 n. l. (rozpad Západořímské říše) a 1492 (objevení Ameriky Kryštofem Kolumbem). Z hlediska vývoje matematiky v Evropě budeme středověk chápat jako období jednoho tisíce let zahrnující 6. až 15. století. (Bečvář, 2001a)

Podle Dvořákové (2015) je typickým rysem středověké kultury universalismus, tedy jakási jednota duchovní (křesťanství), filozofická (scholastika) a jazyková (latina). Mezi další znaky středověku řadíme převládající feudalismus a neomezenou moc církve považující vzdělanost (včetně matematiky) za nežádoucí a pohanskou. S rozvojem feudálního systému se postupně oddělovala řemesla od zemědělství, rostla města, jež si upevňovala svoji společensko-politickou pozici směřující k jejich nezávislosti.

Scholastika byla původně systémem nauk a způsobů vyučování na středověkých školách, později je tak označován filozofický směr středověku. Scholastika navazovala na patristiku, která se snažila racionálně uchopit víru, lišila se však od ní snahou po systematizaci. Ve scholastice se vyvíjel názor na možnost spojení rozumu a víry. Raná scholastika byla přesvědčená, že toto spojení není možné. Vrcholná scholastika zastává názor, že víru a rozum lze propojit. S nutností oddělit svět víry od světa rozumu přichází pozdní scholastika.

Mikulčák (2010) zdůrazňuje, že je žádoucí bádat v historii vyučování matematiky, neboť popis a hodnocení stavu a výsledků vyučování matematice v daných historických obdobích je součástí historie školy, a tím i součástí kulturních dějin národa. Navíc analýza různých matematických a metodických přístupů k jednotlivým tématům nám umožňuje vyzvednout jejich klady, případně poukázat na zápory či dokonce zavrhnout již vývojem překonané postupy. S tím souvisí i snaha o kritický rozbor forem, metod a postupů, jež byly při matematickém vyučování v jednotlivých etapách vývoje užívány, stanovení jejich kladů a nedostatků tak, aby se při tvorbě nových koncepcí vzdělávání již neopakovaly staré chyby.

Nastíníme obecný systém vzdělávání ve středověké Evropě. Všímat si budeme hlavně trendů ve vyučování matematice. Uvedeme konkrétní příklady ze situace v českých zemích ve zmiňované době. Poukážeme na zásadní faktory, které výchovu a vzdělávání v matematice v období středověku ovlivňovaly. Především se budeme zaměřovat na to, čemu matematické vzdělávání v této epoše sloužilo a komu bylo určeno (tj. jakým žákům z hlediska společenského původu, věku, předpokládaného dalšího zapojení do života společnosti, apod.). Všimneme si také typických vyučovacích středověkých metod a vzdělávacího obsahu. Vybrané počtářské praktiky středověké matematiky pak budou popsány v samostatné kapitole. Krátce zmíníme i nelehkou situaci a hlavně nezáviděníhodné podmínky středověkého učitele.

1.1 STŘEDOVĚKÉ ŠKOLY

Výchova ve středověku byla výhradní záležitostí církve. V rukou církve jako zřizovatele vzdělávací instituce bylo stanovení cíle, obsahu a metod vzdělávání. Učitelé byli vybíráni z řad členů církve. Vzdělávání bylo určené pouze pro děti svobodných stavů (panovník, šlechta, později i měšťané). Panovník a šlechta si vydržovali soukromé učitele a vychovatele. Církevní školy navštěvovali výhradně chlapci. Vzdělání žen ve středověku bylo naprosto výjimečné, pokud se ho dívkám ze šlechtických stavů dostalo, zaměřovalo se na ruční práce. Zcela bez vzdělání zůstaly v raném středověku nešlechtické děti. Děti nevolníků byly od útlého věku přidržovány při práci, aby si osvojily potřebné pracovní dovednosti (nápodobou straších či metodou pokus a omyl). Všechny děti bez rozdílu byly vedeny ke zbožnosti a mravnosti (buď při kázání v kostele, nebo ve škole). (Dvořáková, 2015)

Bečvářová (2001a) poznamenává, že vývoj evropského školství zcela závisel na politické a ekonomické situaci v jednotlivých oblastech, rozhodující byl především vztah církve a světské moci. Systém církevních škol se začíná budovat od 6. století.

Mikulčák (2010) dodává, že ačkoliv je období dlouhé několik staletí, o počátcích vzdělanosti našich předků na území českých zemí máme jen málo zpráv. Vycházíme jen z nehmotných písemných záznamů předkládajících organizovanost školství od 10. století. Ještě méně dokladů pak máme přímo o vyučování matematice. Nicméně Mikulčák uvádí, že vyučování matematice v našich zemích bylo v souladu s celoevropským vývojem – dokládá to například využívání stejných učebnic matematiky.

1.1.1 CÍRKEVNÍ ŠKOLY

Církevní školy byly primárně zřizovány pro přípravu duchovenstva. Existovaly školy dvojího typu:

a) **Klášterní školy** – nevzdělávaly jen kleriky (tj. muže určené pro církevní dráhu), ale připravovaly i muže, kteří se rozhodli stát se světskými úředníky[1]. Klášterní knihovny disponovaly velkým množstvím cenných rukopisů a sehrály tak významnou roli při šíření gramotnosti a rozvoji vzdělanosti.

b) **Katedrální školy** – vychovávaly jen kněze a od klášterních se lišily pouze zřizovatelem (biskup). (Dvořáková, 2015)

Vzdělávací obsah

Základem výuky bylo tzv. sedm svobodných umění vycházejících z antické tradice. Školství bylo až do 12. století založené na programu, jehož autorem byl Aurelius Augustinus[2] – ve spise *O křesťanské nauce* zdůrazňuje, že všechny světské vědy mohou a mají sloužit teologii.

Sedm svobodných věd tvořilo trivium a na něj navazující kvadrivium. Trivium sestávalo ze tří humanitně zaměřených disciplín: gramatiky, rétoriky a dialektiky. Kvadrivium složeno ze čtyř matematických disciplín: aritmetiky, geometrie, astronomie a hudby (chápána jako teoretická věda, jen okrajově byla spojena s výukou hry na hudební nástroj či zpěvem). (Bečvář, 2001b)

Vzdělávání obvykle začínalo v sedmi letech výukou gramatiky. Cílem byla dokonalá znalost jazyka církve, tj. latiny, a to slovem i písmem. Latina se obvykle cvičila na četbě textů (antičtí autoři) a předříkáváním latinským žalmů a modliteb.

Velký prostor věnován i rétorice[3], která byla chápána jako nauka o spisování, opisování a skládání listin. Někdy byli žáci obeznámeni i s církevními a světskými zákony.

---

1 Například v českých zemích již za Boleslava I. (934-967), mladšího bratra sv. Václava, podléhalo vybírání daní zvláštnímu úředníkovi – tzv. *berníkovi*. Páni berníci museli ovládat základy aritmetiky a také některé části geometrie, aby mohli odhadovat velikost a výnos pozemků. (Mikulčák, 2010)

2 **Aurelius Augustinus** – sv. Augustin (354 – 430), nejvýznamnější představitel patristiky, který svými filozoficko-náboženskými idejemi vycházejícími z platonismu ovlivňuje celé následující tisíciletí. (Bečvář, 2001a)

3 Oproti tomu ve starověku se rétorikou myslela příprava řečnictví.

Dalších zbylých pět umění bylo však spíše v pozadí. Dialektice se vzdělávalo spíše okrajově – byla pojímána jako logika. Kvadrivium bylo pro většinu žáků obtížné. Aritmetika se omezovala na zvládnutí počítání na prstech a na abaku. Studium astronomie se redukovalo na výpočty církevních svátků. Geometrie seznamovala s některými pojmy z Eukleidových *Základů* a podávala znalosti i o některých dalších přírodních vědách (např. o zeměpisu). A poslední z umění – hudba se omezila jen na kostelní zpěv a hru.

Vzdělávalo se podle tzv. *sum* (tj. encyklopedií). Nejstarší začínají vznikat již v 5. století, mezi autory patří např. Aurelius Augustinus, Isidor Sevillský[4], Alkuin z Yorku[5] nebo Hrabanus Maurus[6]. (Bečvářová, 2001a)

Pro bližší představu o úrovni středověkého vzdělávání v matematice uvedeme krátké úryvky ze spisů Isidora Sevillského a Hrabana Mauruse.

I) Isidor Sevillský ve svém spise definuje matematiku:

„Mathematica se latinsky nazývá teoretická věda, jež má za svůj předmět abstraktní množství. Abstraktní množství je to, o němž pojednáváme pouhým uvažováním, oddělujíce je rozumem od látky či jiných případků, jako je „sudý" a „lichý" apod.

Matematika se skládá ze čtyř oborů, totiž a aritmetiky, hudby, geometrie a astronomie. Aritmetika je nauka o počitatelném množství o sobě. Hudba je nauka, jež pojednává o číslech, která se vyskytují v tónech. Geometrie je nauka o velikosti a tvarech. Astronomie je nauka, jež pozoruje pohyby souhvězdí po nebi i veškeré podoby a polohy hvězd." … (Bečvář, 2001b, str. 83)

II) Hrabanus Maurus a jeho pohled na artimetiku:

„Aritmetika je věda o rozprostraněnosti určitelné číslem; je vědou o číslech, neboť číslo se nazývá v řečtině arithmos. …

---

4 **Isidor ze Sevilly** (asi 560/70 – 636) byl španělským učencem, teologem, filozofem, polyhistorem a encyklopedistou. Prostřednictvím jeho díla se Španělsko seznámilo s antickými poznatky. Jeho spisy výrazně ovlivnily matematické vzdělávání ve středověku i renesanci. (Bečvář, 2001a)

5 **Alkuin z Yorku** (asi 735 – 804) byl učencem a teologem anglosaského původy. Působil na dvoře Karla Velikého. (Bečvář, 2001a)

6 **Hrabanus Maurus** (776 – 856) byl německým teologem a polyhistorem a nejoblíbenějším žákem Alkuina. Bývá označován jako *primus praeceptor Germaniae* (první učitel Německa), jelikož vychoval na klášterní škole mnoho učitelů a usiloval o všestranný rozvoj vzdělanosti. (Bečvář, 2001b)

Dále neznalost čísel brání často porozumění tomu, co v Písmu je vyjádřeno obrazně a má tajný význam. Duchu badatelovu nemůže alespoň být lhostejné, co znamená, že Mojžíš a Eliáš a Pán sám se postili čtyřicet dní. Tak spletitý uzel nelze rozvázat bez důkladné znalosti a uvážení tohoto čísla. Obsahuje totiž číslo deset čtyřikrát, což znamená spojovat znalost všech věcí s časem. Neboť podle čtyřky probíhají denní i roční doby: denní doby jsou ráno, poledne, večer a noc; roční doby jaro, léto, podzim a zima. Od časného uspokojení máme se však, pokud žijeme v čase, pro věčnost, v níž jednou si přejeme žít, se zdržet, tj. postit se, jak už nás sám rychle pomíjivý průběh dob napomíná, abychom si času málo vážili a bažili po nepomíjejícím. Dále pak značí deset znalost stvořitele a stvoření; neboť trojka ukazuje na tvůrce, sedma na stvoření podle života a těla. V onom totiž je obsažena trojice, pročež máme také milovati Boha z celého srdce, z celé duše a z celé mysli; v tělu pak jsou jasně patné čtyři elementy, z nichž se skládá. Když tedy tímto časovým určením desítky, vzaté ovšem čtyřikrát, se nám ukládá, abychom žili čistě a zdrženlivě ve světských radovánkách, znamená to, čtyřicet dní se postit.‘‘ (Bečvář, 2001b, str. 88-89)

Učební metoda

Děti vstupovaly do školy v libovolnou dobu během celého roku. Učitel zpravidla ráno shromáždil žáky do půlkruhu kolem sebe a předříkával, diktoval nebo četl učební látku. Žáci vše opakovali tak dlouho, dokud si nezapamatovali, co bylo třeba. Ptát se nesměli, názorný výklad neexistoval, důraz byl kladen na bezchybném memorování. Znalosti z přírodovědných oborů byly často útržkovité, chybělo vzdělávání v národním jazyce i výuka dějin a tělesné výchovy.

Vzdělávání bylo spjato s tvrdou výchovou – karcery[7], bití a posty byly na denním pořádku. Vyžadovaná kázeň vedla k potlačování osobnosti. Zaměstnáni byli sice všichni žáci, ale učitel pracoval vždy s jedním žákem individuálně, ostatní museli čekat, až na ně přijde řada, proto bylo nesnadné udržet kázeň. (Zormanová, 2012)

Kromě zmíněných dvou druhů církevní škol existovaly při mnohých farách **školy farní**. Farář měl na faře zajistit žáky pro kostelní zpěv, ministrování a pomoc v kostele. (Dvořáková, 2015)

---

[7] Karcer je forma kázeňského trestu spočívající v uzavření žáka ve škole. U nás byl karcer zrušen až v roce 1936. (Dvořáková, 2015)

Tento systém církevního školství fungoval asi do 12. století, kdy došlo k rozvoji měst, obchodu a řemesla. Narůstala také touha po vzdělání, která si vyžádala vznik nových typů škol.

O školskou reformu usiloval již císař franské říše Karel Veliký (742 – 814). Reformuje jednak svoji **dvorskou školu**, která vybočuje ze středověkého universalismu, vyučuje zde Alkuin z Yorku. Dvorská škola byla zaměřena na výchovu synů Karla Velikého, synů šlechticů a rytířů a mimořádně nadaných synů rodičů nižšího stavu. Škola připravovala vysoké dvorské a státní úředníky. Císař Karel Veliký si uvědomoval nedostatky církevních škol, snažil se zvětšit počet škol, jež by umožnily vzdělávání většího množství lidí. Prosadil například zmiňované farní školy, po jeho smrti se však školská reforma rozplynula a farní školy téměř zanikly. (Bečvářová, 2001a)

Pokud jde o situaci na území českých zemí v raném středověku, naši předci si především osvojovali přepočítávání na různé míry, neboť přes naše území procházely důležité obchodní cesty. Poté, co kníže Rostislav roku 863 povolal Konstantina a Metoděje, začaly se zřizovat první školy i na našem území, jejich úkolem bylo vychovat kněze, kteří by šířili křesťanství po vzoru věrozvěstů. (Mikulčák, 2010)

1.1.2 MĚSTSKÉ ŠKOLY

Městské školy se začaly rozvíjet od 12. století, v českých zemích o století později. Zřizovatelem byla města, školy byly nezávislé na církevních institucích. Předpokladem vzniku byl hospodářský stav města. S růstem ekonomického významu uplatňuje měšťanstvo také nárok na moc politickou. K tomu je třeba vzdělaných úředníků, právníků, ale i obchodníků a řemeslníků, jejichž výchovu má právě zajistit městská škola. Výuka se odvozovala od sedmi svobodných umění, přetrvávala jediná učební metoda, a to memorování a výuka v latině. Žáci byli rozděleni do skupin podle znalostí, nejlepší studenti si osvojovali i základy kvadrivia a městská škola pro ně byla přípravou ke studiu na univerzitě.

V čele městské školy stál ředitel. Býval volen městskou radou na jeden rok. Dbal na mravy žáků i učitelů, pečoval o úroveň školy, zajišťoval chrámovou hudbu, kostelní zvonění, atd. Sám zpravidla neučil, ale najímal kantory.

Na městských školách původně vyučovali klerikové, později bakaláři odchovaní některou univerzitou. Při nedostatku učitelů vyučovali vyškolení mniši, studenti, písaři, apod. Nebylo výjimkou, že na škole působil jen jeden učitel. O učitelská místa nebylo pro malé finanční ohodnocení zájem, vystudovaní bakaláři dávali přednost lépe placeným místům (kněz, správce). „*Ekonomická situace učitelů opravdu nebyla příliš dobrá. Od města získávali jen nevelký roční důchod v naturáliích i penězích, od žáků dárky o jarmarcích a svátcích, nevelké finanční obnosy měli za obstarávání křídy, ořezávání per, za hromničky, apod. Od bohatších žáků dostávali příspěvky na otop a štípání dříví, na správu oken, udržování školy atd. Nevelké finance získávali za kostelní zpěv, psaní žádostí a suplik. Často však trávili čas i žebráním.*

Některá města poskytovala učitelům obědy na faře a byt ve škole, který však často býval malý, tmavý a vlhký. Škola totiž nebývala ani krásná ani výstavná. Nejčastěji byla v blízkosti fary nebo hřbitova, měla jednu větší místnost, kde byla katedra, tabule, veliké dřevěné lavice, skříň na knihy a kamna. Často tam však byly i hrnce, lžíce, vana, truhly na obilí a šaty, dříví a domácí zvířata, neboť místnost někdy sloužila i jako byt pro chudé studenty.‘‘ (Bečvářová, 2001a, str. 130)

Kázeň byla udržována tresty potupnými a fyzickými. Výsledky výuky nebyly nijak závratné, pro měšťany byly školy jen finanční přítěží. I přes uvedené negativní znaky vzrostl počet lidí, kteří uměli číst a psát alespoň v národním jazyce. Bylo to hlavně zásluhou městských škol na konci středověku.

Obrázek 1. Procvičování a výklad textu na městské škole

1.1.3 UNIVERZITY

Začaly vznikat na přelomu 11. a 12. století na různých místech Evropy. Vytlačují dosavadní síť škol církevních (klášterních a katedrálních), neboť tyto školy již nevyhovovaly ani svou organizací ani metodou vyučování. Středověká univerzita byla složena ze 4 fakult: artistické, právnické, lékařské a teologické. Artistická fakulta měla až do 19. století pouze propedeutickou funkci – poskytovala latinskou gramotnost a základy všeobecného vzdělání (sedmero). Artistickou fakultu musel absolvovat každý, kdo chtěl dále studovat na některé odborné fakultě, zpravidla šlo o čtyřleté studium. Většina studentů však zakončila studium jako tzv. bakaláři, tedy absolventi prvních dvou ročníků artistické fakulty.

Výuka na univerzitě měla podobu tzv. čtení a disputací, tedy učitelé četli připravené přednášky sestavené z knih schválených církví. Disputace probíhaly v souladu se scholastickou metodou. Učitel vyslovil tezi a studenti hledali argumenty pro a proti. Závěr musel vyznít ve shodě s náboženským dogmatem. Ačkoliv tato forma vedla k pohotovosti studentů v polemikách, šlo čistě jen o formální cvičení, svobodné bádání přístupné nebylo. (Zormanová, 2012)

Univerzity byly zřizovány papeži a panovníky a měly v oblasti správy, práva a ekonomického zajištění značnou autonomii. Avšak co se týče učení, byli studenti a učitelé svázáni pevnými pravidly, která nebylo možné překročit. Učitelé například až do 17. století žili v celibátu. (Dvořáková, 2015)

První univerzitu ve střední Evropě založil v Praze roku 1348 český král a římský císař Karel IV. Pro potřeby studentů této univerzity napsal kolem roku 1400 Křišťan z Prachatic[8] učebnici matematiky pod názvem *Algoritmus prosaycus*. Učebnice zahrnuje numeraci římskými a arabskými číslicemi, sčítání, odčítání, zdvojnásobování, půlení, násobení, dělení a výpočet druhé a třetí odmocniny. Vysvětleny jsou zde i zlomky a výpočet součtu konečné aritmetické a geometrické posloupnosti.

K dosažení titulu bakalář na univerzitě v Praze musel student v rámci studia matematiky absolvovat přednášky ze dvou spisů Jana Sacrobosca[9] – *Algoritmus* (obdobný obsah jako učebnice matematiky Křišťana z Pardubic). Přednáška trvala tři týdny a stála ½ pražského groše. Druhou knihou byl *Tractatus de sphaera seu sphaera materialis* pojednávající o kouli a astronomii. Přednáška opět v rozsahu tří týdnů, platil se za ni 1 groš. (Mikulčák, 2010)

---

[8] **Křišťan z Prachatic** (1367 – 4. 9. 1439) byl matematikem, hvězdářem, botanikem a lékařem. Zprvu byl horlivým stoupencem Jana Husa, později se stal konzervativním odpůrcem důsledných představitelů husitského revolučního hnutí. Kromě latinské učebnice matematiky napsal i české lékařské knihy. (Mikulčák, 2010)

[9] **Jan Sacrobosco** (asi 1195 – 1256) se stal profesorem matematiky. Podporuje metody arabské aritmetiky a algebry. (O´Connor, Robertson, 1996)

2 MATEMATIKA VE STŘEDOVĚKU

Nejprve shrneme stav matematiky v Evropě ve středověku ve stručné charakteristice. Součástí přehledu bude i krátká zmínka o některých učencích a matematicích, jež svým dílem výrazně přispěli k rozvoji matematické vzdělanosti v tomto období.

2.1 CHARAKTERISTIKA MATEMATIKY V EVROPĚ

Počáteční staletí středověku představují hluboký úpadek evropské matematiky – matematika dlouho zaostávala za antickou matematikou i formující se matematikou orientální. Kulturní úpadek v raném středověku zapříčinily i tendence zcela vymýtit pohanskou řeckou a římskou kulturu, z čehož vyplývá, že podmínky pro vývoj přírodních věd včetně matematiky byly nepříznivé. Posléze ale dochází k postupnému shromažďování a osvojování si opomenutých poznatků, šíření antických textů a pronikání poznatků arabské matematiky do Evropy. Děje se tak s rozšiřováním obchodu, čímž docházelo k navazování vědeckých styků s arabskou kulturou, především přes Španělsko a Sicílii. Do Evropy tak začínají pronikat od 10. století indicko-arabské číslice, jež postupně vytlačí do té doby užívané římské číslice. Podstatnou roli v rozvoji matematiky sehrává vznik prvních univerzit. Nejstarší evropská univerzita byla založena v Salernu, o něco mladší je pak univerzita v Bologni. Postupně se tak začíná připravovat půda pro rozvoj matematického myšlení, které přináší své výsledky ale až v navazujícím období renesance. (Juškevič, 1978)

Jedním z prvních, kdo se zasloužil v průběhu středověku o rozvoj matematiky, byl **Boethius**[10] (480 – 524). Jeho vlastní přínos matematice není nikterak významný. Ocenění si však zasluhují jeho latinské knihy *Aritmetika* a *Geometrie,* v nichž shromažďuje výsledky klasické řecké matematiky[11]. Výrazně těmito texty

[10] Vlastním jménem **Anicius Manlius Torquatus Severinus Boethius**. (Mareš, 2008)

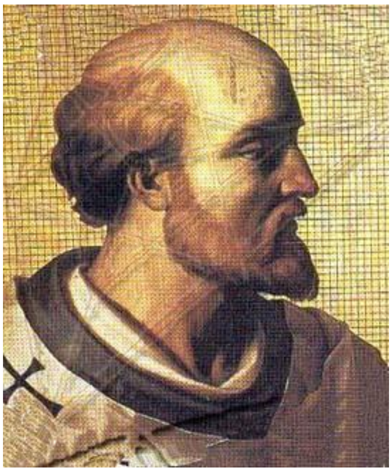
[11] Boethius svými překlady do latiny zachránil alespoň některé antické texty, jež by jinak zanikly. Císař Justinián I. (asi 484 – 565) totiž tvrdě skoncoval s pohanstvím a antikou. Roku 529 vydává zákoník, který například zakazuje státní a vojenské funkce pohanům a stanovuje trest smrti za odpadlictví od křesťanství. Na matematiku se vztahovalo následující ustanovení: *„Zavrženíhodné umění matematické je zakázáno především.*" (Mareš, 2008, str. 74)

ovlivnil evropskou vzdělanost, neboť Boethiovy knihy se staly základem kvadrivia až do novověku. (Mareš, 2008)

Středověkou matematiku ovlivnil také mnich **Alcuin z Yorku** (asi 735 – 804) působící na dvoře Karla Velikého. Sepsal sbírku *Úlohy k ostření rozumu mladých lidí* [12]. Sbírka je inspirována antickými problémy. (Potůček, 2003)

Obrázek 2. Alcuin z Yorku

Při výčtu osobností nelze opomenout **Gerberta z Aurillacu**[13] (asi 955 – 1003), jednoho z nejvzdělanějších mužů své doby. Mareš (2008) popisuje, že Gerbert jako první Evropan zvládl indicko-arabské číslice a práci s nimi. Dále zdokonalil abakus a nechal do latiny překládat díla řeckých matematiků – hlavně ta, která byla potřebná pro výuku kvadrivia.



Obrázek 3. Gerbert z Aurillacu – Silvestr II.

[12] Dodnes je v učebnicích matematiky pro základní školy často citována úloha o převozníkovi. Převozník má převézt přes řeku svůj majetek – kozu, vlka a hlávku zelí tak, aby neutrpěl újmu, když do loďky se kromě něho vejde jen jedna z věcí. (Potůček, 2003)

[13] Gerberta zvolil Ota III. roku 999 za papeže. Čtyři roky byl tedy hlavou křesťanstva jako Silvestr II.

Za největšího matematika středověku bývá označován **Leonardo z Pisy**, zvaný **Fibonacci** (1170 – 1250). Při svých cestách se seznámil a arabskou matematikou. Roku 1202 vydává svoji nejslavnější knihu *Liber abaci* (*Kniha o počítání*). Stala se základem algebry a aritmetiky po několik století. Přináší do Evropy indicko-arabský poziční systém psaní číslic a algoritmy při počítání s nimi. (Potůček, 2003)

Obrázek 4. Leonardo Pisánský – Fibonacci

2.1.1 ČÍSELNÁ SYMBOLIKA

Pokusíme se nastínit vývoj zápisu čísel v Evropě v období zhruba jednoho tisíce let. Zápis čísel v Evropě prodělal dost složitý a nerovnoměrný vývoj. Jak poznamenávají Bečvář a Bečvářová (2012), v různých dobách a v různých regionech existovalo současně několik typů záznamu čísel, proto podáme náhled pouze na nejdůležitější a nejrozšířenější z nich.

Až do 10. století se v Evropě užívaly pouze číslice římské. Poté začínají pozvolna do Evropy (přes Španělsko) pronikat číslice indicko-arabské. „*Indicko-arabská poziční soustava byla v Evropě přijímána opatrně a s nedůvěrou. Je zajímavé, že o nový způsob měli zájem hlavně obchodníci a pokladníci, kteří prováděli dlouhé výpočty, zatímco v matematice se přidržovali osvědčených římských číslic. I oficiální autority dlouho novoty odmítaly. Například roku 1299 zakázala Florencie používat čísla a nařídila je zapisovat slovy.*‘‘ (Bečvář a Bečvářová, 2012, str. 32)

Až do období renesance spolu oba typy zápisu čísel soupeřily. Od 16. století indicko-arabské číslice definitivně vytlačí římské číslice i ze škol a z běžného života. Bečvář a Bečvářová (2012) uvádí, že k rozšíření indicko-arabského pozičního desítkového systému přispěl i rozvoj knihtisku, který umožnil vydání prvních učebnic aritmetiky.

Připomínáme, že ve středověké Evropě se výhradně pracovalo pouze s přirozenými čísly, kladnými zlomky a smíšenými čísly. Se zápornými čísly se setkáváme vzácně.

2.2 STARÉ POČETNÍ PRAKTIKY

Podle výčtu Bečváře a Bečvářové (2012) shrneme početní pomůcky a postupy, jež se objevovaly ve středověké Evropě. Vzhledem k rozsahu diplomové práce nepůjde o kompletní souhrn početních praktik. Blíže budeme popisovat hlavně ty početní praktiky, které budeme následně využívat v empirické části práce.

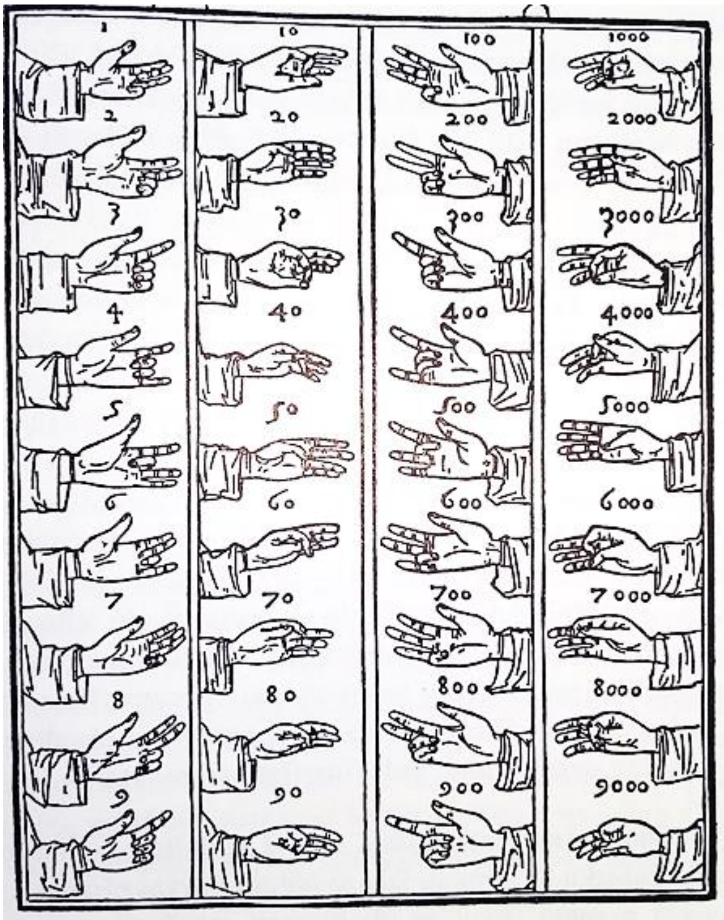
2.2.1 POČÍTÁNÍ NA PRSTECH

Je to jedna z nejstarších a nejjednodušších pomůcek. Znázornění čísel a počítání na prstech se objevovalo již ve starověku ve všech kulturních civilizacích. Tento styl počítání umožňoval překonávat jazykové bariéry zejména při obchodu a právě obchodníci a finančníci ho využívali nejvíce.

Mnich Beda Venerabilis[14] (asi 673 – 735) popsal znázorňování čísel na prstech ve svém díle a právě díky němu se počítání na prstech rozšířilo v celé Evropě. Různé kombinace poloh prstů pravé i levé ruky (ohnutí, natažení) vyjadřovaly jednotky, desítky, stovky, tisíce a zapojením celých paží a trupu umožnil tento způsob vyjádřit čísla až do milionu. (Juškevič, 1978)

Počítáním na prstech se dalo sčítat a odčítat. Na násobení a dělení se již prsty příliš nehodily.

[14] Irský mnich, filozof, teolog, historik, básník a vynikající učitel a kazatel. Je považován za jednoho z nejvýznamnějších učenců raného středověku.



Obrázek 5. Počítání na prstech

2.2.2 ABAKUS

V Evropě se opět rozšířil kolem 10. století. Tuto početní pomůcku znali již staří Řekové, ale znalost abaku byla po zániku řeckého impéria na dlouho zapomenuta a musela být znovu pracně objevována.

Středověký abakus byla dřevěná počítací deska s vyrytými vertikálními linkami vymezující sloupce (obvykle 30 sloupců). První tři sloupce zprava byly určeny pro počítání se zlomky, zbylé pro počítání s přirozenými čísly. Do sloupců se kladly nebo zakreslovaly symboly jednotek odpovídajících řádů. Ve středověku byl za vynálezce chybně označován Pythagoras. (Juškevič, 1978)

Počítání na středověkém abaku objevujícím se kolem 10. století upravil Gerbert. Do sloupců se již nekladly kamínky, ale využívaly se tzv. *apexy* (*apices*), tj. početní známky se speciálními znaky (předchůdce dnešních moderních evropských číslic). Do sloupce tak stačil položit nejvýše jeden apex.

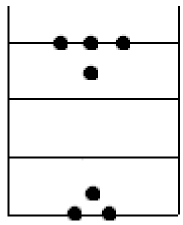
Abakus umožňoval sčítání a odčítání. Násobení bylo komplikovanější a dělit uměli už jen ti nejschopnější počtáři, mezi nimiž byl třeba Gerbert. Gerbertův abakus s apexy se však populárním nestal. Zejména výběrčí daní a kupci až do konce 15. století s oblibou užívali abakus s římskými číslicemi. (Bečvářová, 2001b)

2.2.3 LINY

Koncem 12. století se začalo počítat na linách, které fungovaly na podobných principech jako abakus. Výhodou bylo, že při počítání na linách nebylo potřeba žádných pomůcek. Počtář si vystačil s načrtnutou řadou rovnoběžných linek, na které pokládal kamínky, případně črtal „puntíky".

Každá lina představovala jeden konkrétní řád (jednotky, desítky, stovky, …). Na lině měly kamínky (puntíky) hodnotu jednotky příslušného řádu. V mezeře značil kamínek pět jednotek. Na lině mohly ležet maximálně čtyři kamínky, v mezeře pak nejvýše jeden.

Ukázka: Zápis čísla 3 507 na středověké lině.

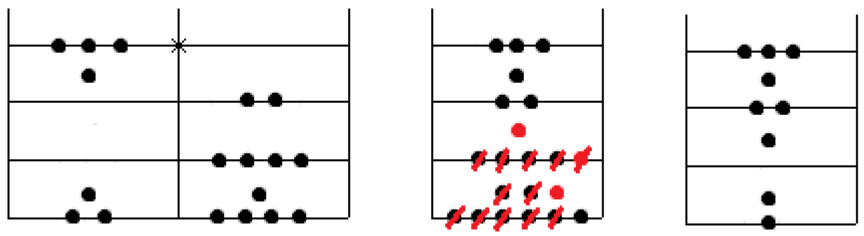


„*Za úvodní početní „operaci" byla ve středověku považována tzv. numerace, tj. vlastní zápis čísel. Začátečníci se nejprve učili počítat na abaku nebo na linách, k čemuž nepotřebovali umět čísla zapisovat. Pro další vzdělání však bylo třeba se naučit zapisovat čísla (nejprve římskými a později indicko-arabskými ciframi) a právě k* tomu *sloužila numerace.*" (Bečvářová, 2001b, str. 243)

Sčítání a odčítání na linách

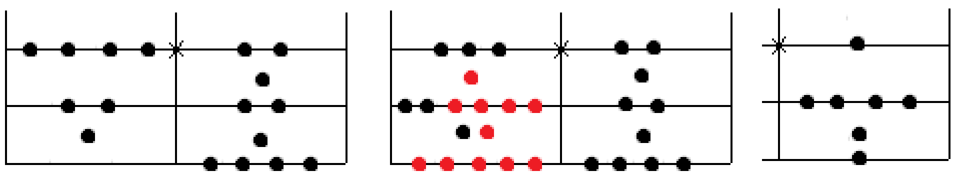
Při sčítání se začínalo zaznamenáním každého sčítance na liny (každý sčítanec v jednom sloupečku). Následně se všechny kamínky (puntíky) přemístily do společného sloupečku (vždy na odpovídající si liny a do příslušných mezer). Součet jsme dostali úpravou podle těchto pravidel. Na každé lině mohly ležet maximálně čtyři kamínky. Pokud na lině počet kamínků přesahoval určený počet, odebralo se pět kamínků a místo nich se jeden kamínek přidal do následující mezery. Obdobně se postupovalo v mezeře. V mezeře byl dovolen nejvýše jeden kamínek. Jestliže kamínků bylo více, odebráním dvou kamínků z mezery jsme získali jeden kamínek na následující lině. Postupovalo se od nejnižších řádů k nejvyšším.

Ukázka: 3 507 + 249 = 3 756



Odčítání se provádělo podobně. Menšenec i menšitel jsme zaznamenali na linu. Oproti sčítání bylo třeba upravit menšence v případě, že počet kamínků na lině (v mezeře) byl menší než počet kamínků u menšitele v příslušné lině (mezeře). Po této úpravě jsme provedli odčítání a podle již známých pravidel upravili konečný rozdíl.

Ukázka: 425 – 279 = 146



Násobení se převádělo na postupné sčítání, dělení pak na postupné odčítání. Nicméně násobení i dělení na linách vyžadovalo již delší manipulaci a nebudeme je zde více rozebírat.

Liny rovněž sloužily jako průprava ke vnímání čísel a byly úspěšně užívány ještě na konci 15. století. Poté je však i společně s abakem začalo vytlačovat počítadlo a písemné počítání. (Bečvář a Bečvářová, 2012)

2.2.4 POČÍTÁNÍ NA CIFRY

Od 10. století pozvolna do Evropy proniká indicko-arabský desítkový poziční systém ovlivňující zdokonalování písemných postupů při provádění početních operací. Mluví se o tzv. počítání na cifrách. *Algoritmikem* je označován každý počtář, který tuto techniku ovládá. Teprve až koncem 15. století začíná tento typ počítání převažovat nad ostatními zmíněnými postupy.

Sčítání

Představuje nejjednodušší početní operaci. Středověký počtář postupoval následovně. Nejprve zapsal všechny sčítance pod sebe. Sčítal zleva doprava, tedy od nejvyšších řádů. Částečné výsledky zapisoval nad sčítance. Součet byl sestaven z nejvyšších nepřeškrtnutých číslic. Na příkladu uvedeme jednotlivé části, které středověký počtář prováděl.

Ukázka: 2 837 + 3 524 + 1 722 = 8 083

	8	**8**	**8 8**
6	~~6~~ **0**	~~6~~ **0 7**	~~6~~ **0** ~~7~~ **3**
2 8 3 7	2 8 3 7	2 8 3 7	2 8 3 7
3 5 2 4	3 5 2 4	3 5 2 4	3 5 2 4
1 7 2 2	1 7 2 2	1 7 2 2	1 7 2 2

Středověký počtář měl po výpočtu před sebou pouze poslední schéma. Zkouška se většinou prováděla opětovným výpočtem.

Odčítání

Středověcí počtáři odčítali podle několika algoritmů. Uvedeme pouze jeden z nich, obdobný našemu dnešnímu algoritmu. Odčítání je založeno na podobném postupu jako při výše uvedeném sčítání. Výpočet se opět prováděl od nejvyšších řádů (tedy zleva doprava). Částečné výsledky se zapisovaly nad menšence. Rozdíl představují nejvyšší nepřeškrtnuté cifry. Opět aplikujeme na konkrétním příkladu.

Ukázka: 8 946 – 6 983 = 1 963

		1 9	**1 9**
2	**2 0**	~~2~~ ~~0~~ **6**	~~2~~ ~~0~~ **6 3**
8 9 4 6	8 9 4 6	8 9 4 6	8 9 4 6
6 9 8 3	6 9 8 3	6 9 8 3	6 9 8 3

Násobení

Algoritmů pro násobení existovalo ve středověku více, všechny však byly založeny na precizní znalosti malé násobilky. Nabídneme dva typy:

a) **Galea**, též **battelo** (v překladu *loď* či *člun*)

Název algoritmu je odvozen od konečného výsledku, který s trochou fantazie symbolizoval loď se stožárem a napjatou plachtou.

Postup násobení galea počínal zapsáním násobitele nad násobence[15] tak, aby poslední cifra násobence byla první cifrou násobitele. Výpočet byl prováděn podobně jako u sčítání nebo odčítání zleva, kdy se první cifrou násobitele postupně vynásobily všechny cifry násobence. Částečné výsledky se zapisovaly nad násobence. Po tomto prvním kroku se cifry násobence přepsaly znovu, tentokrát však posunuté o jedno místo vpravo. A obdobně se zleva postupně druhou cifrou násobitele vynásobily všechny cifry násobence. Stejným postupem se pokračovalo dále. Součin byl sestaven z nejvyšších nepřeškrtnutých cifer. Zkouška byla prováděna opakováním výpočtu. Na příkladu předvedeme násobení algoritmem galea.

[15] Současná terminologie pracuje s pojmy činitelé, nikoliv násobitel a násobenec.

Ukázka: 151 . 327 = 49 377

Zápis příkladu:

3 2 7

1 5 1

První krok:

4 3

~~3~~ 5 3 2 7

1 5 1

Druhý krok:

8

4 ~~7~~ 3 2

~~3~~ ~~5~~ 3 2 7

1 5 1 **1**

1 5

Třetí krok:

9 3

~~8~~ ~~0~~ 7

4 ~~7~~ 3 2 7

~~3~~ ~~5~~ 3 2 7

1 5 1 1 **1**

1 5 **5**

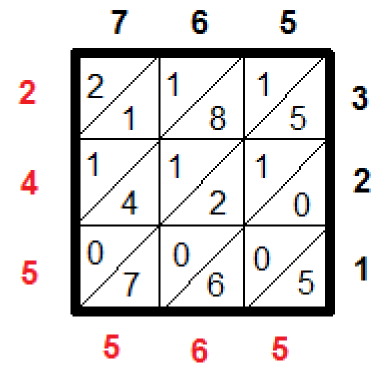
1

b) Gelosia

Tento algoritmus někdy objevíme také pod názvem *multiplicare per quadrilatero* čili *násobení ve čtvercích nebo dlaždicích*. Tvar sítě, se kterým algoritmus pracuje, připomínal italským počtářům mříže v oknech vdaných benátských žen a právě to nejspíše ovlivnilo název algoritmu (z italštiny: *gelosia* = žárlivost). Své kořeny má v Indii.

Nejprve se načrtla čtvercová síť (podle počtu cifer násobence a násobitele). Každý čtverec se rozdělil úhlopříčkou. Cifry násobence se zapsaly zleva doprava nad sloupce. Cifry násobitele se poznamenaly za řádky shora dolů. Poté se začaly počítat jednotlivé součiny. Výsledky se zapisovaly do příslušných čtverečků, jednotky byly zapsány pod úhlopříčku a desítky nad úhlopříčku. Následně se sečetly jednotlivé pásy úhlopříček. Celkový součin se četl zleva, shora dolů a doprava. Algoritmus demonstrujeme na příkladu.

Ukázka: 765 . 321 = 245 565



Dělení

Na závěr ještě ukázka jednoho z algoritmu pro dělení. Nejrozšířenějším typem byl algoritmus *galea* (*battello*) – podobně jako u násobení. Dělení představovalo v tomto období jeden z nejobtížnějších matematických úkonů. Matematické vzdělání ve středověku se právě odvozovalo od toho, zda umí počtář dělit.

Podle algoritmu galea se nejprve zapsal dělitel pod dělence tak, aby jejich cifry byly pod sebou (zleva). Jestliže však byl dělitel větší než číslo utvořené ze stejného počtu cifer dělitele, cifra dělitele se posunula o jedno místo doprava (tedy pod druhou cifru dělence). Nejprve byl proveden odhad podílu (částečný podíl zapsán za svislou čáru). Částečným podílem se pak násobily jednotlivé cifry dělitele a výsledky se odečetly od dělence. Výpočet byl prováděn zleva. Před začátkem druhého kroku se znovu zapsaly cifry dělitele, tentokrát však posunuté o jedno místo doprava. Celý postup se opakoval až do zisku konečného výsledku. Pro bližší představu aplikujeme celý postup na příkladu.

Ukázka: 2 688 : 16 = 168

Zápis příkladu:

2 6 8 8

1 6

První krok:

		1 0	
2 6 8 8		**~~2~~ ~~6~~ 8 8**	
1 6	| **1**	**~~1~~ ~~6~~**	| **1**

Druhý krok:

		1	
		0 ~~4~~	
1 0		**~~1~~ ~~0~~ 2**	
~~2~~ ~~6~~ 8 8		**~~2~~ ~~6~~ ~~8~~ 8**	
~~*1*~~ ~~*6*~~ **6**	| **16**	~~*1*~~ ~~*6*~~ **~~6~~**	| **16**
1		**~~1~~**	

Třetí krok:

		0	
1		**~~1~~ 0**	
0 ~~4~~		**0 ~~4~~ ~~4~~**	
~~1~~ ~~0~~ 2		**~~1~~ ~~0~~ ~~2~~ 0**	
~~2~~ ~~6~~ ~~8~~ 8		**~~2~~ ~~6~~ ~~8~~ ~~8~~**	
~~*1*~~ ~~*6*~~ ~~*6*~~ **6**	| **168**	~~*1*~~ ~~*6*~~ ~~*6*~~ **~~6~~**	| **168**
~~*1*~~ **1**		~~*1*~~ **~~1~~**	

(Bečvářová, 2001b)

3 MOTIVACE VE VYUČOVÁNÍ

Motivace je bezesporu neopominutelný činitel ovlivňující učební činnosti žáků. Chceme-li, aby bylo učení úspěšné, musíme vědět, jak žáky k činnosti přimět. Proč někdo něco dělá a jak mu pomoci, aby něco dělal i v budoucnu? Jistá cesta k nalezení odpovědí na předchozí otázky může vést přes studium teorie motivace.

Jak uvádí Lokša a Lokšová (1999), problematika motivace přesahuje rámec vyučování, jelikož působí i v zájmových činnostech žáků a i při domácích přípravách žáků na vyučování. Motivace má dynamizující, aktivizující a usměrňující funkci. Lze konstatovat, že motivace je zaručeným vodítkem k efektivnímu učení.

3.1 VYMEZENÍ MOTIVACE

Obecně se při vymezování motivace vychází z latinského slova „*movere*", tedy *hýbat*.

Existuje celá řada přístupů snažících se postihnout obsah pojmu motivace. Nabídneme přehled přístupů dle Lokši a Lokšové (1999):

- ***Behaviorální přístup*** – podle této teorie je hlavním zdrojem motivace úsilí o dosažení příjemných důsledků určitého chování. Ústředním motivačním činitelem je zpevnění vnější odměnou.
- ***Humanistický přístup*** – lidská motivace je charakteristická tím, že se snaží překonat současný stav tak, že realizuje své vývojové možnosti.
- ***Kognitivní (poznávací) přístup*** – přístup vychází z předpokladu, že člověk je zpracovatel informací a rozhodovací instituce. Lidské chování je proto logickým výsledkem shromážďování nutných poznatků a výsledného rozhodnutí.

Přeceňování kteréhokoliv přístupu však vede k jednostrannému pohledu na složitý problém motivace. Pro naše účely se zdá nejvýstižnější Hrabalovo pojetí (1989), kdy motivací označuje **souhrn činitelů, jež podněcují, směřují a udržují chování člověka**. Lokšová a Lokša dále Hrabalovu definici doplňují následující myšlenkou: *„Lidé jsou motivováni nejen vnějšími důsledky svých činů (behaviorální přístup), ale rovněž tím, co si uvnitř myslí (kognitivní přístup); nesmíme přehlížet jejich základní potřeby, které máme společné se všemi živými tvory, ani zapomínat na potřeby* *specificky lidské (humanistický přístup).*‘‘ (Lokšová, Lokša, 1999, str. 11). Fulier a Šedivý (2001) vymezují motivaci z hlediska didaktiky. Motivaci chápou jako **činnost, prostřednictvím které vzbuzujeme zájem žáků o učení se, koncentrujeme jejich pozornost a aktivizujeme je k činnostem**.

Motivace chování podle Hrabala (1989) může vycházet:

a) z **vnitřní potřeby**
b) z **vnějšího popudu** (to je často označováno jako **incentiva**).

Potřeby a incentivy jsou tak základními zdroji lidské motivace.

Potřeby se projevují pocitem vnitřního nedostatku nebo přebytku vznikajícího při narušení rovnovážného stavu organismu. Mohou být vrozené nebo získané během života jedince.

Incentivy jsou vnější podněty, jevy či události. Dokáží vzbudit a většinou i uspokojit potřeby člověka.

Vzbuzením potřeby, vzniká **motiv**. Tedy důvod, pro který člověk začíná jednat určitým způsobem. Motivy vznikají ve vzájemné interakci potřeb a incentiv a jsou v těsném vztahu k chování člověka.

Motivace dále pramení ze tří vnějších zdrojů:

1) poznávací potřeby (proces poznání, získání nových poznatků)
2) sociální potřeby (sociální vztahy)
3) výkonové potřeby (úrovně náročnosti, jež má jedinec zvládnout). (Fulier, Šedivý, 2001)

3.2 POTŘEBY

Potřeby člověka neexistují samostatně, vytvářejí složité hierarchicky uspořádané vztahy.

Vývojovým základem osobnostní sféry potřeb člověka jsou **potřeby primární**, které jsou vlastní nejen člověku, ale též živočichům. Mezi tyto potřeby patří: potřeba potravy, tepla, vyhýbání se bolesti, apod.

V průběhu ontogeneze se utvářejí **potřeby sekundární**. Jsou charakteristické pouze pro člověka a jejich rozvoj je společensky podmíněn. Patří sem potřeba poznání, seberealizace, atd. (Lokšová, Lokša, 1999)

3.2.1 MASLOWOVA HIERARCHIE POTŘEB

Abraham Harold Maslow (1908 – 1970) byl zakladatelem humanistické psychologie, psychiatrem a filozofem. Své vědecké bádání zaměřil na lidské potřeby, podle nichž vysvětluje přirozenost člověka. Maslow zastává názor, že existují univerzální potřeby pudového charakteru, o jejichž naplnění usiluje každá bytost. Jestliže není některá z těchto potřeb naplněna, objevuje se často problematické chování.

Obrázek 6. Maslowova pyramida potřeb

Maslow potřeby hierarchicky uspořádal do tvaru pyramidy skládající se z pěti úrovní. V dolní části pyramidy jsou potřeby základní, na ně navazují potřeby vyšší (sociální). Uspokojování potřeb počíná naplněním nižších potřeb. Pakliže jsou naplněny základní potřeby, je to motivace k naplnění vyšších potřeb. Jestliže potřeby nižší úrovně nejsou úplně či jen zčásti uspokojené, potřeby vyšší úrovně nemají motivační účinek. (Mešková, 2012)

Fyziologické potřeby

Patří mezi ně základní potřeby: dýchání, přijímání tekutin, vylučování, rozmnožování, spánek, apod. Neuspokojení základních potřeb způsobuje u žáka motorický neklid, nesoustředěnost. To pak vede k pasivitě nebo agresivitě žáka.

Potřeba bezpečí

Zahrnuje následující potřeby: potřeba ochrany, jistoty, stálosti teritoria, vyhýbání se chaosu, atd. K uspokojení této potřeby vede to, že věci mají řád a strukturu, proto je třeba stanovovat hranice. Naopak neuspokojení potřeby vyvolává pocity ohrožení (strach, lítost, vztek, …).

Potřeba lásky, sounáležitosti

Potřeba dávat a přijímat lásku, potřeba někam patřit, důvěra k přátelům. Učitel se snaží dosáhnout toho, že všichni žáci jsou oceňováni, přijímáni a nikdo není vylučován z kolektivu. Škola však nemůže nahradit rodinu. Neuspokojení potřeby lásky vede k pocitům marnosti, smutku, zbytečnosti. Někdy také dojde k vyvolání hněvu a chuti získat pozornost za každou cenu.

Potřeba uznání, úcty

Zahrnuje touhu po úspěchu, schopnost zvládat věci sám, touhu po uznání, prestiži. Uspokojení potřeby vede k sebevědomí a spokojenosti, jedinci jsou ochotni spolupracovat s jinými lidmi. Učitel zajišťuje, aby všichni žáci zažívali úspěch a dostávalo se jim pochvaly. Neuspokojení se projevuje pocity křivdy, nespravedlnosti, méněcennosti. Strach a frustraci často vyvolávají osoby, příp. instituce, které důstojnost upírají (př. učitelé, škola).

Potřeba seberealizace

Schopnost realizace svých možností. Úkolem učitele je přivést žáky k potřebám seberealizace, jež jsou nasměrovány na pozitivní cíle a hodnoty. Uspokojení potřeby může učitel naplnit tím, že bude podporovat tvůrčí práci, zvídavost a bude vytvářet příležitosti k samotnému přemýšlení. Neuspokojení vede k pocitům zbytečnosti, neschopnosti, lhostejnosti a někdy i ztráty smyslu života.

„Maslow ukázal, že existuje jen jeden způsob, jako motivovat žáky – zajistit, aby jejich potřeby přináležitosti, ocenění a sebeaktualizace byly uspokojovány v průběhu připravených vyučovacích činností. Žádná jiná spouštěcí tlačítka neexistují." (Petty, 2013, str. 65)

3.3 VNITŘNÍ A VNĚJŠÍ MOTIVACE

Pro rozvíjení motivace žáků k učení při vyučování je nutné, aby učitel rozlišoval mezi vnější a vnitřní motivací.

Vnitřní motivace se projevuje zájmem o samotnou činnost. V procesu učení se to projevuje mírou projevu jedince zapojit se do činnosti proto, aby uspokojil svoji zvědavost a zájem o problém.

Oproti tomu **vnější motivace** představuje při učení situaci, kdy se jednotlivec neučí z vlastního zájmu, ale pod vlivem vnějších motivačních činitelů (např. školní známka, odměna, trest, vztah žáka k jiným lidem).

Při školním (řízeném) učení se žáci často učí pod vlivem vnější motivace. Jedním ze základních cílů výchovy a vzdělávání je však rozvíjet především vnitřní motivaci žáků k učení jako formu seberealizace.

Znaky vnitřní a vnější motivace:

Vnitřní motivace:	***Vnější motivace:***
učení motivováno zájmem, zvědavostí	učení motivováno získáváním dobrých známek
snaha pracovat pro vlastní uspokojení	snaha pracovat pro uspokojení učitele, rodiče
preferování nových a flexibilních činností	preferování jednoduchých činností
samostatnost, nezávislost	závislost na pomoci učitele
upřednostňování vnitřních kritérií úspěchu a neúspěchu v práci	orientace na vnější kritéria posouzení výsledků

(Lokšová, Lokša, 1999)

Učitel však nesmí opomíjet i motivační činitele, které ovlivňují školní výkon negativně. Řadíme mezi ně nudu, zklamání z předchozího neúspěchu, ale i přílišnou motivaci, kdy se žáci mohou přepracovat a vyčerpat a jsou pak natolik stresovaní, že jejich výkonnost klesá. (Petty, 2013)

3.4 MOTIVACE V MATEMATICE

„*To, co chceš v jiných zapálit, musí v tobě samém hořet.*‘‘

Augustinus

Podle Fuliera a Šedivého (2001) ve vyučování matematiky nejčastěji užíváme jako motivaci problém – rozumí se tím motivovat zadáním konkrétního problému. Nesmíme zapomenout na povzbuzení při řešení, pochvalu při vyřešení a celkové zhodnocení (vnější motivace).

Při vyučování matematice musíme především zužitkovat motivaci, kterou nám poskytuje její samotný obsah. Jestliže učitel zvolí aktivizující metody a formy práce, nabídne tak žákům možnost objevování. Metody jsou pak prostředkem, jak žáky zaujmout, podnítit jejich činnost, vzbudit u nich zvědavost a zájem, zvýšit jejich aktivitu. Motivace ve vyučování je pro učitele výzvou ke tvořivosti. Možností, jak u žáků probudit zájem o učení, je celá řada. Záleží na učiteli, které metody bude využívat a uplatňovat ve své práci, do jaké míry a jakým způsobem jich využije. Doporučuje se také vhodně propojovat matematiku s praxí a využívat nové technologie (např. internet, multimédia či e-learning). Silným motivačním impulsem vzbuzujícím zájem o matematiku může být řešení rozličných úloh, jež přináší nové podněty k přemýšlení např. řešení různých historických úloh. Činitele ovlivňující motivaci žáků k matematice shrnuje Blažková (2007) do několika kategorií:

I) ***Činitelé související s obsahem učiva***. Impulzem pro žáky je uvědomění si potřebnosti matematiky při dalším vzdělávání (na středních či vysokých školách) nebo význam matematiky v praktickém životě.

II) ***Činitelé týkající se osobnosti učitele***. Kategorii vystihuje úvodní citát podkapitoly. Značný podíl na podnícení žáků k činnosti v matematice má učitelova osobnost a jeho pedagogické umění, odborná úroveň, všeobecný přehled a především schopnost předat vědomosti. Důležité také je, aby učitel respektoval individualitu každého žáka při utváření vlastního světa matematiky a neopomíjel na pochvalu, jež žáka pozitivně ladí k další práci.

III) ***Činitelé vyplývající z osobnosti žáka***. Touha žáka uspět, naplnit očekávání rodičů, být uznán spolužáky.

IV) ***Společenské postavení předmětu***. Podle Blažkové je činitelem i docenění matematického vzdělávání společností.

Je nutné brát v potaz také činitele demotivující. Mezi ty Blažková řadí: obavu ze zkoušení, frustrace z opětovného neúspěchu, pocit nepotřebnosti matematiky, nepochopení některé části učiva, lhostejný přístup učitele, strach ze svazující povinnosti uspět, atd.

3.4.1 PROSTŘEDKY MOTIVACE

Nabídneme přehled několika konkrétních prostředků motivace v matematickém vyučování, které uvádí Novák (2004).

a) Didaktická hra

Didaktická hra je jedním z nejúčinnějších zdrojů aktivizace žáků ve vyučování, jež buduje pozitivní vztah žáků k matematice. ,,*Didaktické hry mohou být zařazeny do různých částí vyučovací hodiny matematiky, vyžadují však patřičnou přípravu učitele i žáků a vhodnou organizaci. Jejich promyšlené a cílevědomé zakomponování do vyučování může žáky nejen vhodně motivovat, ale také vytvářet prostor pro uplatnění kognitivního parametru hry, formulaci otázek, generování nových situací a úloh, často se značnou mírou divergence*.ʻʻ (Novák, 2004, str. 26)

Smysluplnost didaktické hry podpoříme, jestliže dopředu promyslíme didaktický cíl, tedy zda se matematické poznatky budou v průběhu hry uplatňovat nebo aplikovat, utvářet či upevňovat. Je potřeba v předstihu zajistit potřebné materiály a pomůcky. Žáky seznámíme s pravidly hry, která jsou objektivní a jednoznačná. Základem úspěchu je dokonalá organizace žákovských činností. Na konci hry by nemělo chybět zhodnocení, respektive vyhlášení vítězů.

b) Matematické soutěže

Novák (2004) matematické soutěže dělí do dvou kategorií:

I. ***Matematické soutěže uvnitř vyučovací hodiny*** – tzv. ,,pětiminutovkaʻʻ sloužící k zafixování základních počtářských dovedností realizovaná buď jako jednorázová aktivita, nebo jako etapová soutěž.

II. ***Matematické soutěže vně vyučovacího procesu*** – myslíme tím celostátně vyhlašované soutěže MŠMT, kterými jsou **Matematická olympiáda**, **Pythagoriáda** a **Matematický klokan**. Jedním z dalších typů individuálních soutěží jsou **matematické korespondenční semináře** probíhající bez přímé interakce mezi organizátorem a účastníkem. Organizátoři seminářů pravidelně rozesílají účastníkům sérii úloh, nejúspěšnější řešitelé jsou zváni na společná soustředění.

Významem matematických soutěží není pouze hledání matematických talentů. Úlohy ze soutěží můžeme zařazovat do vyučovacích hodin. Společná analýza těchto úloh může ve vyučování vytvářet prostor pro diskuzi, hledání i objevování žákovských řešení, apod.

Výsledky žáků v soutěžích nemusí být úměrné jejich hodnocení a klasifikaci v matematice. Soutěže mohou být významným diagnostickým zdrojem pro učitele, jež napomůže odhalit žákovský potenciál.

Motivační náboj může mít úloha svým netradičním námětem nebo prezentací. Prezentací úlohy se myslí, např. grafické znázornění jako nezbytná součást úlohy (obrázek, diagram, apod.). Vybízí se také možnost zapojení interdisciplinárních vztahů a souvislostí. (Novák, 2004)

c) Projektově orientované vyučování

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání klade důraz na využívání mezipředmětových vztahů ve výuce. Předmětovou integraci lze v podmínkách školy uskutečňovat právě v projektově orientovaném vyučování. Projektová metoda jako vyučovací metoda má své kořeny v pragmatické pedagogice a je spojována se jmény J. Dewey a W. Kilpatrick. „*Žáci jsou jí vedeni k řešení komplexních problémů, získávají zkušenosti praktickou činností a experimentováním, učí se samostatně rozhodovat a plánovat, organizovat a kooperovat svou činnost, formulovat a objevovat vlastní řešení. Ke splnění úkolu, kterým je vytvoření projektu, potřebují vyhledat mnoho nových informací, zpracovat a použít dosavadní poznatky z různých vyučovacích předmětů. Jejich práce ve škole není samoúčelná – výsledky projektů mají konkrétní podobu, jsou součástí reálného života*.“ (Novák, 2004, str. 36)

Tvorba projektu zahrnuje několik fází:

I. ***Úvodní etapa*** spočívá ve výběru vhodných témat (nejlépe vysoce motivačních), formulaci cíle a organizaci činností žáků včetně časového předpokladu.

II. ***Vlastní realizace*** projektu má podobu samostatné práce žáků (shromažďování a zpracování informací) a vhodné prezentace výsledků.

III. ***Vyhodnocení výsledků*** a zhodnocení metod a postupů se zdůrazněním přínosu pro jednotlivce, třídu či školu.

d) Historie matematiky

Seznámení se s dějinami matematiky může učiteli umožnit lépe poznat a pochopit tzv. didaktickou transformaci matematiky, jejímž výsledkem je školská matematika v kurikulárních dokumentech a učebnicích. Vhodně vybraná a věku žáků přiměřená historická poznámka může být vhodným prostředkem pro získání zájmu žáků o matematiku, jež současně přispěje k oblíbenosti tohoto školního předmětu. (Novák, 2004)

Historické úlohy mohou žáky přitáhnout jak svými náměty, tak způsobem řešení. Při řešení žáci vycházejí ze současného matematického aparátu, avšak je zajímavé nabídnout žákům dobové řešení pocházející z období formulace úlohy, pokud je řešení k dispozici. Formulace zadání historických úloh obsahují často archaické obraty a matematizace těchto úloh vyžaduje určitou matematickou zručnost. Úlohy pak mohou podnítit také zájem žáků o historii matematiky či významné osobnosti matematiky jednotlivých vývojových období. (Novotná, 2012)

Závěrem naznačíme konkrétní náměty z historie matematiky doporučené Novákem (2004) k využití ve školské matematice:

- ***Seznámení žáků s jinými (nedekadickými) číselnými soustavami*** (římské číslice, zápisy čísel starověkých národů, …).
- ***Převádění jednotek délky, hmotnosti a objemu*** (s využitím staročeských délkových měr, …).
- ***Ukázky zajímavých počtářských praktik minulosti*** (viz druhá kapitola diplomové práce).
- ***Slavné matematické úlohy a objevy minulosti*** (problém čtyř barev, magické čtverce, atd.).

Letmo jsme nastínili několik osvědčených prostředků motivace v matematickém vyučování. Navazující empirická část práce se specializuje právě na motivaci žáků prostřednictvím historie matematiky, kdy (nejen) žákům nabídneme zajímavé počtářské praktiky, jež mají své kořeny ve středověké matematice.

II. EMPIRICKÁ ČÁST

4 SOUBOR DIDAKTICKÉHO MATERIÁLU

Následující soubor didaktického materiálu byl zpracován za účelem nabídnout žákům druhého stupně základní školy pohled na matematiku z jiné stránky, než z pohledu, který znají z běžných hodin matematiky. Záměrem bylo seznámit žáky s historií matematiky tak, aby měli možnost sami si vyzkoušet počtářské praktiky, především ze středověké matematiky. Důraz byl kladen i na mezipředmětové vztahy. Didaktické materiály totiž navazují na dějepisné a geografické znalosti žáků a umožňují tak žákům zařadit poznatky do širších souvislostí. Současně jsou žákům poskytovány zajímavosti o význačných matematicích, o nichž se dozvídají v hodinách matematiky.

Didaktický materiál je tvořen čtyřmi přípravami vyučovacích hodin poskytujících konkrétní náměty pro matematickou edukaci. Každá příprava obsahuje doporučené metodické pokyny a možné řešení úloh. Časový odhad jednotlivých fází vyučovacích hodin je zcela orientační a vychází pouze ze zkušeností autora práce. Snahou bylo také zapojit co nejvíce aktivizujících metod, a proto byly vytvořeny dvě didaktické hry, jejichž šablony nalezneme v příloze diplomové práce. Čtvrtá příprava je zpracována pro účely výzkumu. Pro žáky byly vytvořeny pracovní listy odpovídající jednotlivým přípravám. Soubor pracovních listů bude součástí přílohy této práce.

Přípravy vyučovacích hodin byly vytvářeny v souladu s *Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání*. Pokrývají především tematický okruh *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Svým obsahem se snaží o rozvoj klíčových kompetencí:

- ***k učení*** – snaha o to, aby byl žák schopen získat, zpracovat, hodnotit a integrovat nové znalosti a schopnosti
- ***k řešení problémů*** - žákovi jsou nabídnuty netradiční podněty k přemýšlení např. porovnání současného a dobového řešení úloh
- ***komunikativní*** – žák je veden k samostatné práci s pracovními listy a má možnost formulovat vlastní myšlenky a prosazovat své názory
- ***kompetence sociální a personální*** – důraz na aktivní spolupráci žáka ve skupině
- ***občanské*** – žák si prohloubí znalosti o dědictví matematiky z hlediska historie
- ***pracovní*** – žák je schopen účinně využít předložené materiály a zužitkovat poznatky z dalších vzdělávacích oblastí.

4.1 PŘÍPRAVY VYUČOVACÍCH HODIN

Přípravy byly přednostně vytvořeny pro žáky 6. – 7. ročníku základní školy příp. odpovídající ročníky víceletého gymnázia. Všechny přípravy počítají s klasickou délkou vyučovací hodiny, tedy 45 minutami. Současně je ke každé přípravě vytvořen pracovní list pro žáka (příloha práce). Pro učitele byly celkem vytvořeny čtyři přípravy na vyučovací hodiny, přičemž první dvě vyučovací hodiny na sebe navazují, je nutné je realizovat v uvedeném pořadí.

Přípravy pro učitele jsou složeny z úvodu, ve kterém jsou vytyčeny cíle dané hodiny. Dále jsou uvedeny potřebné pomůcky a mezipředmětový přesah hodiny. Jejich součástí je i výčet požadovaných znalostí žáka nutných k absolvování připravené hodiny. Následně je detailně popsána organizace a struktura každé hodiny. Jednotlivé části hodiny jsou obohaceny o četné metodické poznámky, podrobný popis vyžadovaných aktivit a rozbor zadání úlohy včetně možného řešení úloh v pracovním listu pro žáky. Údaje v přípravě vycházejí pouze ze zkušeností autora práce, každý kdo by chtěl materiály využít, si je může modifikovat podle vlastní potřeby.

Záměrem každé hodiny je naučit žáka nové dovednosti inspirované středověkou matematikou a umožnit mu dostatečně si osvojit nově nabytou dovednost. Do pracovního listu jsou vždy včleněny další zajímavosti z historie matematiky, každý pracovní list obsahuje také krátkou zmínku o některém významném matematikovi, s jehož tvorbou se žáci setkávají v běžných hodinách matematiky.

4.1.1 PRVNÍ HODINA

TÉMA HODINY: **Římské číslice a liny**

CÍLE:

- Upevnit dovednost záznamu čísel prostřednictvím římských číslic.
- Uvést příklady, kde je možné se setkat s římskými číslicemi.
- Seznámit se se zápisem čísel na liny.
- Vlastními slovy shrnout přínos starověkého matematika pro další rozvoj matematiky.

POMŮCKY: **Pracovní list 1**, psací potřeby

MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY: Dějepis, výchova k občanství

PŘEDPOKLÁDANÉ ZNALOSTI: Římské číslice

ORGANIZACE A STRUKTURA HODINY:

1) **Motivace** (15 min)

<u>*Realizace:*</u>

Didaktická hra – *pexeso s římskými číslicemi*. Žáci pracují ve dvojicích. Po společné kontrole následuje shrnutí poznatků o římských číslicích (pracovní list – *Úloha 1*).

<u>*Metodická poznámka*</u>:

Římské číslice jsou asi nejznámější nepoziční soustavou. Chajda (2012) doporučuje následující pomůcku pro zapamatování římských číslic: **I**van **v**edl **X**énii **l**esní **c**estou **d**o **m**ěsta. Ostatní hodnoty se pak vyjadřují opakováním těchto znaků.

Jsou-li čísla zapsána postupně od největší po nejmenší hodnotu, jednotlivé hodnoty se sčítají. Ukázka:

VII: 5 + 1 + 1 = 7

Je-li však před větší hodnotou menší hodnota, menší hodnota se se od větší odečte. Ukázka:

IV: 5 - 1 = 4

Vývoj římských čísel byl ovlivněný počítáním na prstech. Římská čísla I, II, III ztvárňují natažené prsty. Znak V vyjadřuje celou dlaň. Symbol X představuje dvě dlaně u sebe. Písmeno C je odvozeno z latinského „*centum*‘‘ (= sto). Znak L symbolizuje padesát, jelikož L je polovinou znaku C. Podobně i písmeno M je odvozeno z latinského „*mille*‘‘ (= tisíc). Symbol D je pak s trochou fantazie polovinou znaku M při svislém půlení. Symbol nuly sice neexistuje, ale Římané ji znali. Zapisovali ji slovem „*nullae*‘‘ (v překladu „*nic*‘‘).

Ve středověku se začaly používat i symboly pro větší čísla: $\bar{X}$ = 10 000, $\bar{C}$ = 100 000, $\bar{M}$ = 1 000 000.

<u>*Možné řešení úlohy*</u>:

1918:	MCMXVIII	(28. 10. 1918 – vznik Československa)
2004:	MMIV	(1. 5. 2004 – vstup České republiky do Evropské unie)
1348:	MCCCXLVIII	(založena Karlova univerzita Karlem IV.)
1740:	MDCCXL	(Marie Terezie se na základě pragmatické sankce ujímá vlády)

MCMXCIII:	1993	(1. 1. 1993 – vznik České republiky)
MCMXLV:	1945	(8. 5. 1945 – konec 2. světové války v Evropě)
MDXCII:	1592	(28. 3. 1592 – narození J. A. Komenského)
MCDXV:	1415	(6. 7. 1415 – upálení Jana Husa)

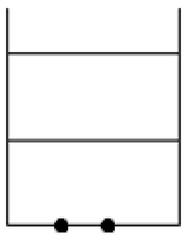
2) **Expozice** (10 min)

Realizace:

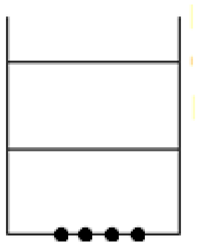
Vysvětlení principu zápisu čísel na liny. Procvičit nově nabytou schopnost mohou žáci v *Úloze 2*.

Možné řešení úlohy:

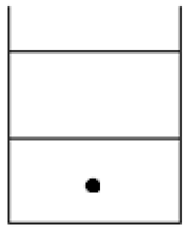
2:



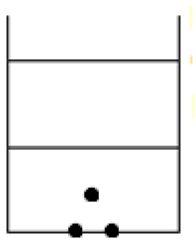
4:



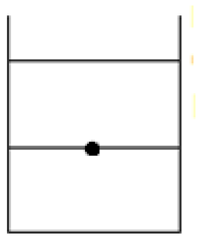
5:



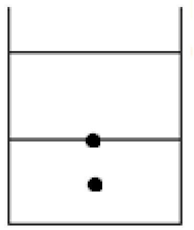
7:



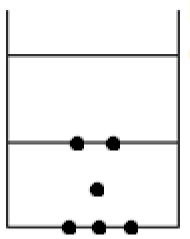
10:



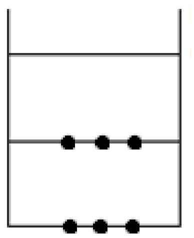
15:



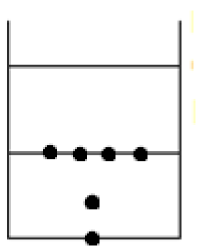
28:



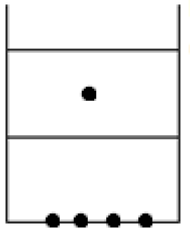
33:



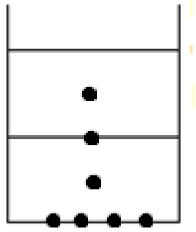
46:



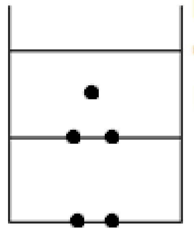
54:



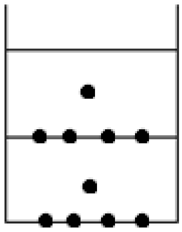
69:



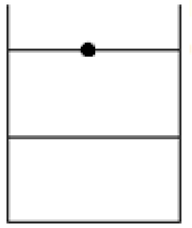
72:



99:



100:



Metodická poznámka:

Římské číslice nebyly k matematickým výpočtům vhodné, proto se s rozvojem matematiky přešlo na číslice arabské, které používáme dodnes. Existoval však způsob, jak výpočet s římskými číslicemi provést. Mluvíme o počítání na linách. První krok, jež musíme zvládnout, abychom mohli sčítat a odčítat, je tzv. numerace neboli zaznamenání čísla na liny. (Chajda, 2012)

Pro žáky byla vytvořena pomůcka pro snadnější představu zaznamenávání čísel na liny. V příloze diplomové práce je k dispozici šablona liny. Tu může učitel žákům vytisknout a nachystat jim „vystřižená kolečka‘‘ z papíru (představují kamínky, s nimiž ve středověku na linách počítali). Učitel si na místo kamínků může vystačit s magnetkami, které přikládá na magnetickou tabuli, kde má linu načrtnutou.

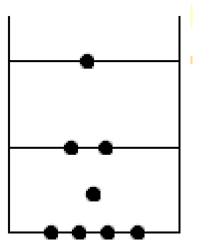
3) Fixace (15 min)

Realizace:

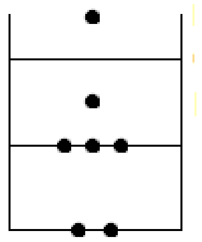
Upevnění zápisu čísel na liny vyřešením *Úlohy 3* v pracovním listu. Na závěr doporučujeme společnou práci s textem, díky níž se žáci seznámí s životopisem slavného matematika. Zároveň žáci aplikují užití zápisu čísel na liny.

Možné řešení úlohy 3:

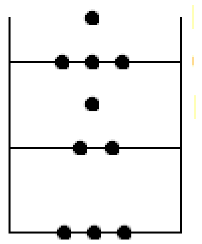
129: CXXIX



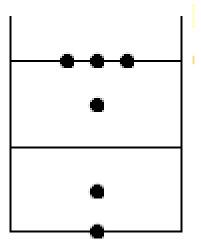
582: DLXXXII



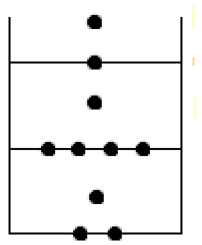
873: DCCCLXXIII



356: CCCLVI



697: DCXCVII



Možné řešení úlohy 4:

I) Eratosthenés se narodil roku 276 př. n. l. → Pravda.

II) Alexandrijskou knihovnu spravoval od roku 225 př. n. l. → Pravda.

III) Eratosthenés zemřel v 71 letech. → Nepravda. Správná odpověď: 81 let.

4) Aplikace (5 min)

Využijeme kartičky pexesa z části motivace. Žáci vyjádří zadaná čísla na kartičkách pexesa zápisem na liny.

4.1.2 DRUHÁ HODINA

TÉMA HODINY: **Počítání na linách**

CÍLE:

- Objasnit postup počítání na linách.
- Aplikovat sčítání a odčítá na linách.
- Seznámit se s významným starověkým matematikem.

POMŮCKY: **Pracovní list 2**, psací potřeby

MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY: Dějepis, výchova k občanství

PŘEDPOKLÁDANÉ ZNALOSTI: Záznam čísel na liny

ORGANIZACE A STRUKTURA HODINY:

1. **Motivace** (10 min)

Realizace:

S využitím didaktické hry – *domino: arabské číslice, římské číslice, liny* si žáci ve skupinách zopakují znalosti a dovednosti z předcházející hodiny.

2. **Expozice** (10 min)

Realizace:

Obeznámení žáků s postupem při sčítání na linách. Lze využít i průvodní text uvedený v pracovním listě.

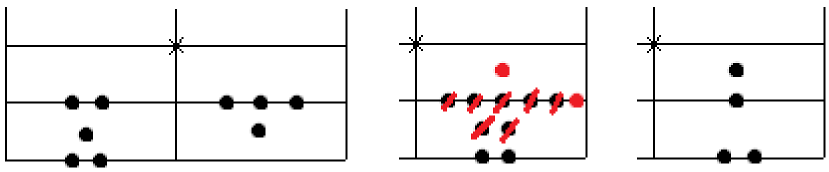
3. **Fixace** (5 min)

Realizace:

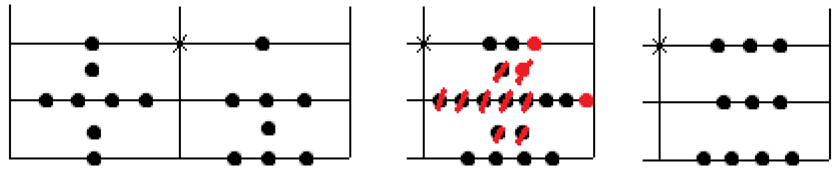
Vyřešení *Úlohy 1* zaměřené na dovednost sčítání na linách.

Možné řešení úlohy:

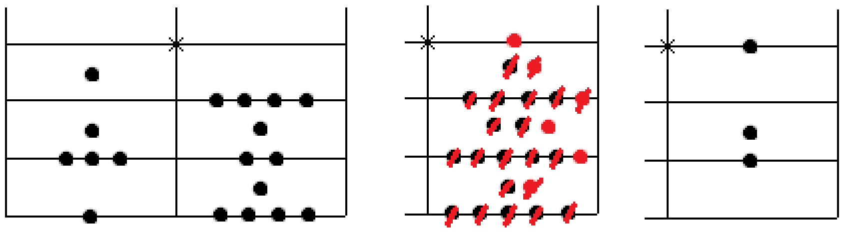
27 + 35 = 62



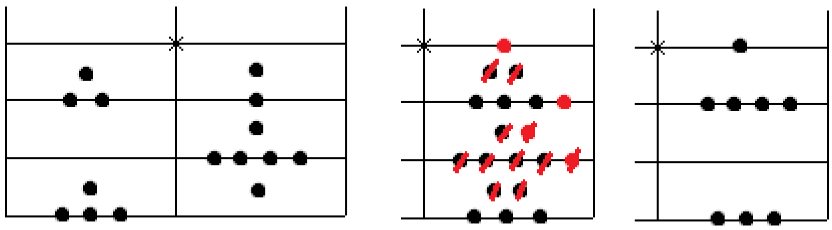
196 + 138 = 334



581 + 479 = 1 060



708 + 695 = 1 403



4. **Expozice** (10 min)

Realizace:

Žákům je objasněn postup při odčítání na linách. Žáci mohou paralelně sledovat řešenou úlohu, jež je součástí pracovního listu.

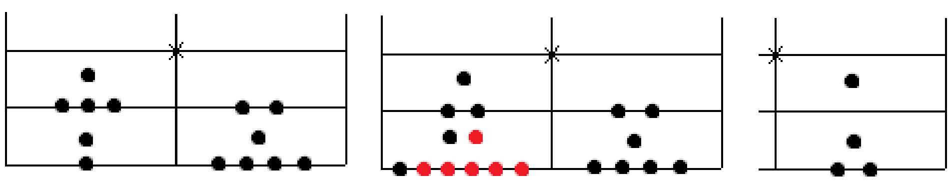
5. **Fixace** (5 min)

Realizace:

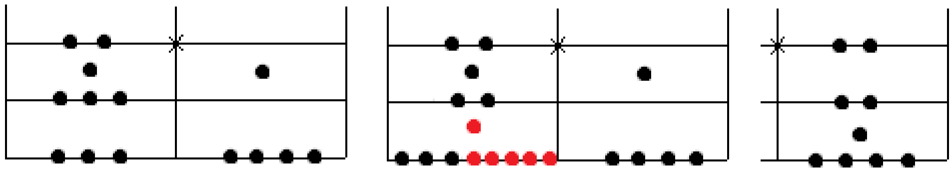
Řešením *Úlohy 2* a si žáci procvičí odčítání na linách.

Možné řešení úlohy:

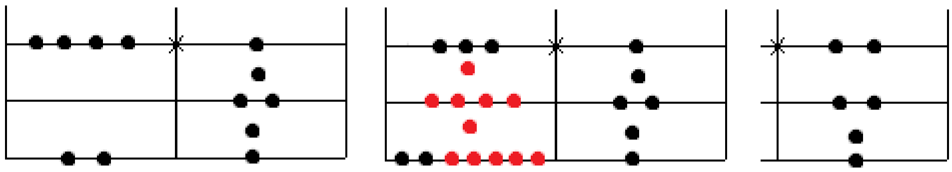
86 – 29 = 57



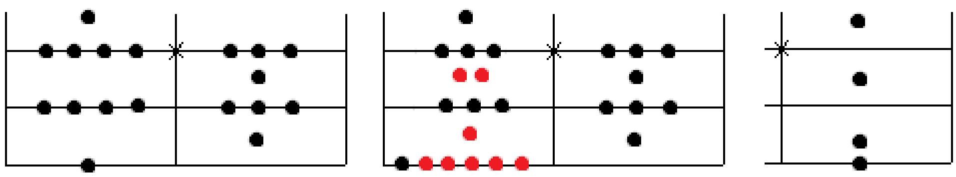
283 – 54 = 229



402 – 176 = 226



941 – 385 = 556



6. **Aplikace** (5 min)

Realizace:

Žáci na základě textu získají informace o životopise dalšího slavného matematika. Současně aplikují nabytou dovednost, kterou je počítání na linách (pracovní list – *Úloha 3*).

Možné řešení úlohy:

1	39 + 9 = 48	XLVIII	**S**
2	347 – 299 = 48	XLVIII	**S**
3	145 + 242 = 387	CCCLXXXVII	**E**
4	94 + 758 = 852	DCCCLII	**T**
5	243 + 609 = 852	DCCCLII	**T**
6	561 + 291 = 852	DCCCLII	**T**
7	328 + 206 = 534	DXXXIV	**H**
8	148 + 523 = 671	DCLXXI	**P**
9	306 + 365 = 671	DCLXXI	**P**

10	209 + 178 = 387	CCCLXXXVII	**E**
11	84 + 42 = 126	CXXVI	**A**
12	738 + 207 = 945	CMXLV	**O**
13	485 + 128 = 613	DCXIII	**Y**
14	57 + 69 = 126	CXXVI	**A**
15	287 + 384 = 671	DCLXXI	**P**
16	231 – 105 = 126	CXXVI	**A**
17	794 – 181 = 613	DCXIII	**Y**

4.1.3 TŘETÍ HODINA

TÉMA HODINY: **Násobení - gelosia**

CÍLE:

- Řešit úlohu metodou gelosia.
- Vlastními slovy reprodukovat přínos starověkého matematika pro další rozvoj matematiky.

POMŮCKY: **Pracovní list 3**, psací potřeby

MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY: Dějepis

PŘEDPOKLÁDANÉ ZNALOSTI: Násobilka

ORGANIZACE A STRUKTURA HODINY:

1) **Motivace** (5 min)

Realizace:

Uvedení metody gelosia.

Metodická poznámka:

Jeden ze středověkých algoritmů pro násobení je označován jako *gelosia* (italsky *žárlivost*). Metoda je též známá pod názvem *násobení ve čtvercích* či *násobení v dlaždicích*. Gelosia má své kořeny v indické matematice. (Bečvářová, 2001b)

2) **Expozice** (5 min)

Realizace:

Vysvětlení principu metody gelosia.

Metodická poznámka:

Postup řešení:

- Nakresli čtvercovou síť (počet čtverců udávají cifry násobence a násobitele).
- Každý čtvereček v síti rozděl úhlopříčkou.
- Cifry násobence napiš zleva doprava nad sloupce; cifry násobitele zapiš za řádky shora dolů.
- Vypočítej jednotlivé součiny (desítky vepiš nad úhlopříčku a jednotky pod úhlopříčku).
- Sečti čísla v jednotlivých pásech ve směru úhlopříček.
- Zapiš výsledek násobení (zleva – shora dolů a doprava). (Bečvář a Bečvářová, 2012)

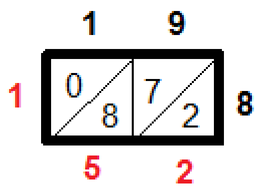
3) **Fixace** (5 min)

Realizace:

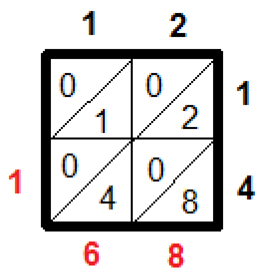
Fixace nové dovednosti řešením *Úlohy 1* v pracovním listě.

Možné řešení úlohy:

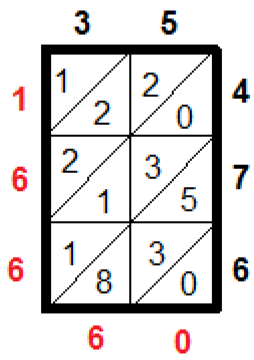
A) 19 . 8 = 152



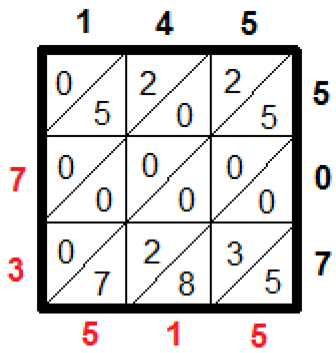
B) 12 . 14 = 168



C) 35 . 476 = 16 660



D) 145 . 507 = 73 515



4) Aplikace (30 min)

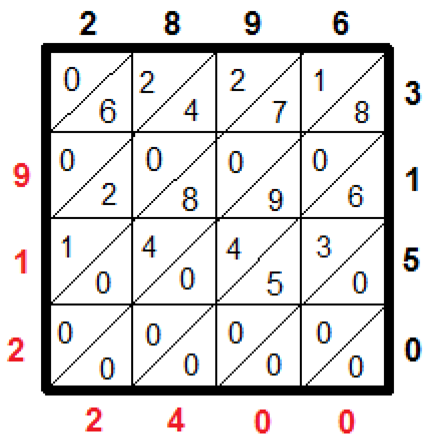
<u>*Realizace*</u>:

Řešením *Úlohy 2* metodou gelosia si žák doplní vědomosti o dalším ze starověkých matematiků. Vypracováním *Úlohy 3* a *4* si žáci upevní počítání tímto algoritmem.

<u>*Možné řešení úlohy 2*</u>:

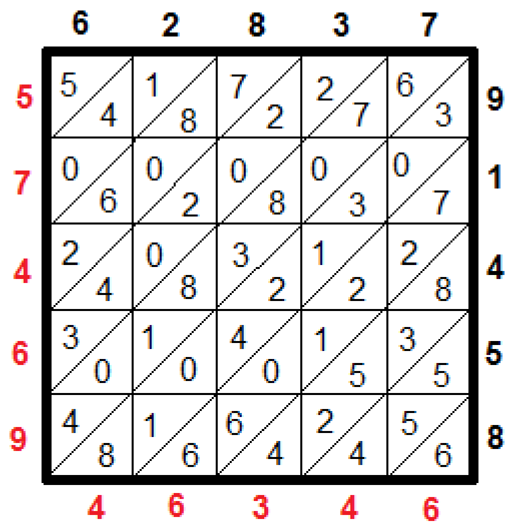
1	1 863 = E
2	80 967 = U
3	570 = K
4	8 148 = L
5	954 = E
6	3 448 662 = I
7	3 268 = D
8	224 = E
9	5 963 = S

<u>Možné řešení úlohy 3</u>:



<u>Možné řešení úlohy 4</u>:

62 837 . 91 458 = 5 746 946 346



4.1.4 ČTVRTÁ HODINA

TÉMA HODINY: **Jsem matematik-historik?**

CÍLE:

- Získat zpětnou vazbu o matematicko-historických dovednostech a znalostech žáků.
- Sesbírat informace o náročnosti úloh.

POMŮCKY: **Pracovní list 4**, psací potřeby

MEZIPŘEDMĚTOVÉ VZTAHY: Dějepis

PŘEDPOKLÁDANÉ ZNALOSTI: Římské číslice, počítání na linách, metoda gelosia

STRUKTURA A ORGANIZACE HODINY:

Žáci samostatně vypracují pracovní list.

<u>*Možné řešení pracovního listu*</u>:

1. **ŘÍMSKÉ ČÍSLICE**

I)

2 409 = MMCDIX

986 = CMDCCCVI

3 745 = MMMDCCXLV

II)

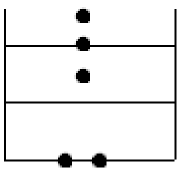
MMDCV = 2 605

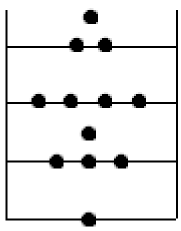
DCCCXLVII = 847

MMMCDXCIV = 3 494

2. **LINY**

I)

a) 

b) 

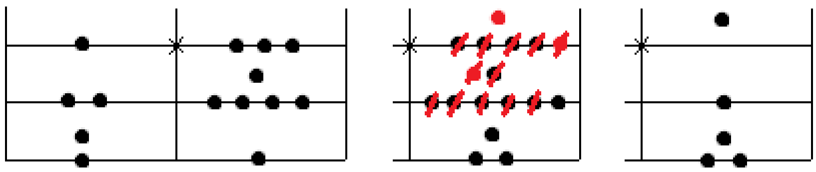
II)

a) 297

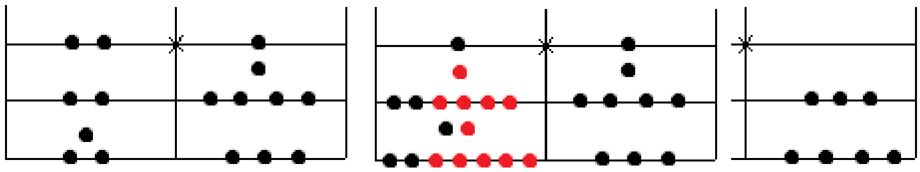
b) 2 574

3. **POČÍTÁNÍ NA LINÁCH**

I) výsledek: 517

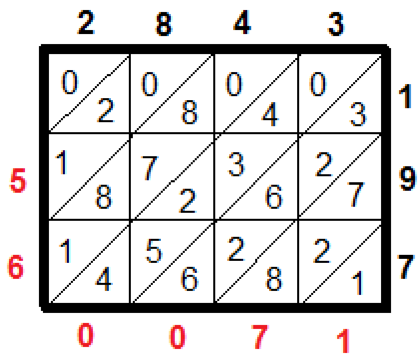


II) výsledek: 34

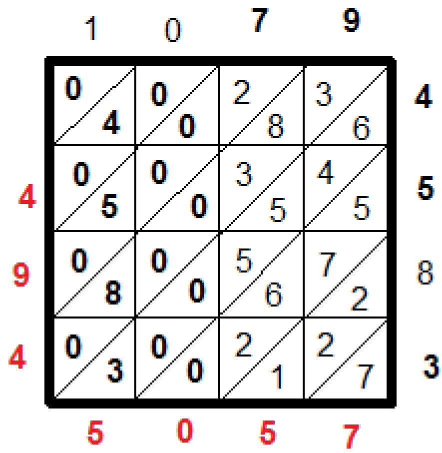


4. NÁSOBENÍ GELOSIA

I) výsledek: 560 071



II) 1 079 . 4 583 = 4 945 057



5. PO STOPÁCH SLAVNÝCH MATEMATIKŮ

I)

a) **N**epravda. Správná odpověď: Eukleidés z Alexandrie

b) **P**ravda.

c) **N**epravda. Správná odpověď: Eratosthenés z Kyrény

II)

Viz úryvky v pracovních listech.

5 PŘEDVÝZKUM

Hlavní úlohou předvýzkumu je prověření, jak budou žáci na historicky zaměřené vyučovací hodiny matematiky a vytvořené materiály reagovat. Cílem je vyzkoušet jednu z připravených hodin a získat podněty pro tvorbu definitivní verze souboru didaktického materiálu, jenž bude ověřován ve výzkumném šetření. Výzkumník bude sledovat, zda formulace zadání úloh v pracovních listech je srozumitelná žákům druhého stupně a jak je pro ně náročná vybraná počtářská praktika. V neposlední řadě budou zjišťovány subjektivní reakce žáků na hodinu matematiky se zaměřením na historii. Výsledky předvýzkumu budou pro výzkumníka zdrojem pro zaměření samotného výzkumného šetření.

Šetření předvýzkumu bylo uskutečněno 1. prosince 2015 na fakultní škole Univerzity Palackého v Olomouci. Základní škola Olomouc, Stupkova 16 poskytuje žákům druhého stupně možnost rozšířené výuky matematiky. Předvýzkumu se zúčastnilo 26 žáků třídy VII. A, ve složení 19 chlapců a 7 děvčat. Ve třídě VII. A s rozšířenou výukou matematiky byla realizována hodina na téma *Násobení – gelosia*. Vyučovací hodinu jsem odučila podle zpracované přípravy.

Během předvýzkumu byly ke sběru dat využity metoda zúčastněného pozorování a dotazník. Cílem pozorování bude popsat průběh hodiny věnované metodě gelosia, včetně aktivity žáků. Dotazník je složen ze dvou částí. V první části se žáci pokusí samostatně vyřešit dvě úlohy principem gelosia. Současně se vyjádří, jak náročná to pro ně byla úloha. Ve druhé části dotazníku se ve čtyřech otázkách pokusí žáci hodinu zhodnotit.

5.1 PRŮBĚH HODINY – NÁSOBENÍ GELOSIA

Pokusíme se interpretovat data, která výzkumník vypozoroval ve třídě VII. A.

Úvodní část hodiny byla věnována představení diplomové práce. V rámci motivace následovalo krátké uvedení hlavních charakteristik středověké matematiky, pro kterou bylo násobení způsobem gelosia typické. Se žáky jsme si také připomněli významné události středověku v rámci světových i českých dějin.

Prostřednictvím demonstračního výkladu byl žákům objasněn středověký algoritmus gelosia. Žáci zároveň sledovali pracovní list, který obsahoval detailní postup. *Úloha 1* v pracovním listě byla řešena na tabuli, do řešení byli zapojeni žáci.

Před začátkem řešení *Úlohy 2* jsme si společně přečetli medailonek o významném matematikovi. Úlohu jednak řešil každý samostatně a také byl vždy jeden ze žáků vyzván k tabuli, kde bylo správné řešení komentováno. Po odhalení jména matematika byly žákům pokládány otázky ověřující poznatky ze čteného medailonku.

Společně byla vyřešena *Úloha 3* v pracovním listu. *Úlohu 4* již žáci vypracovali samostatně, výsledek byl zkontrolován společně. Žáci VII. A se během celé hodiny aktivně zapojovali do vyučování, výborně se s nimi spolupracovalo. V závěru hodiny žáci vyplnili krátkou reflexi, ve které jsem si ověřovala splnění cíle předvýzkumu a případné chyby v pracovním listě.

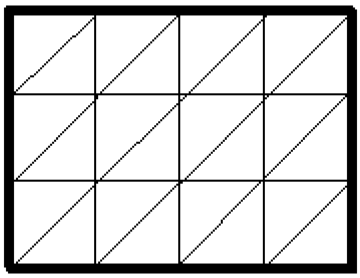
5.2 REFLEXE ŽÁKŮ VII. A

Hlouběji analyzujeme data, která jsme získali prostřednictvím dotazníku. První část reflexe zjišťovala, do jaké míry si žáci osvojili naučenou dovednost gelosia. Žáci také hodnotili náročnost úlohy.

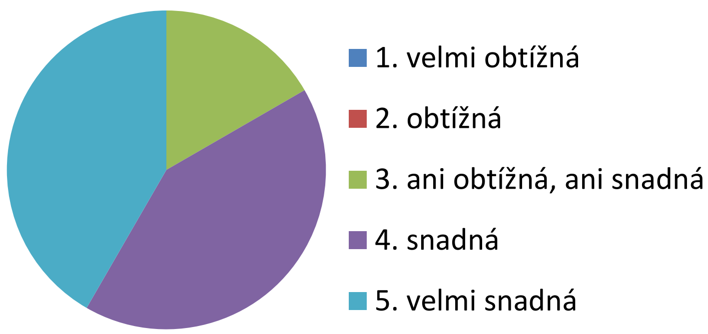
I. ÚLOHA:

Vypočítej metodou gelosia.

2 843 . 197 =



Úloha byla pro žáky VII. A:

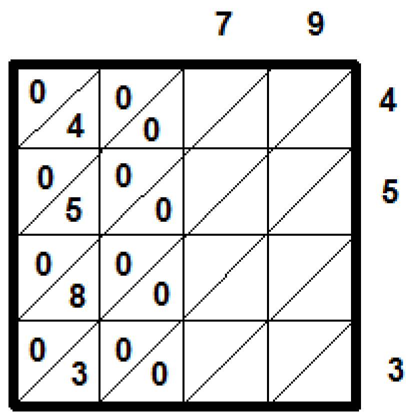


Dva žáci náročnost úlohy neuvedli. Z grafu jasně vyplývá, že užití algoritmu gelosia je pro žáky snadné. Úspěšnost správného řešení byla 58%. Chyby nejčastěji vznikaly při sčítání jednotlivých pásů úhlopříček.

II. ÚLOHA:

Dopočítej metodou gelosia.

_ _ 7 9 . 4 5 _ 3 =



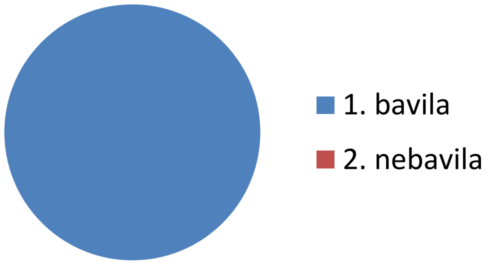
Úloha byla pro žáky VII. A:

Dva žáci opět neohodnotili náročnost úlohy. I pozměněný typ úlohy byl pro žáky snadný. Dokonce byla vyšší úspěšnost správného řešení. Hned 17 žákům se podařilo úlohu bezchybně spočítat (tedy 65 %). Dva žáci chybovali v malé násobilce, dalších 7 žáků při sčítání pásů úhlopříček.

Druhá část reflexe dávala žákům možnost vyjádřit své subjektivní dojmy z absolvované hodiny.

OTÁZKA 1.

Dnešní hodina matematiky mě:



Výsledek byl nad očekávání kladný. Jeden žák uvedl, že je mu tento způsob lhostejný. Žáci měli příležitost uvést důvod, proč tak volili. Níže přikládám některé reakce žáků VII. A. Při podrobnější analýze lze odpovědi žáků shrnout do těchto kategorií:

a) Hodina je bavila, protože se tak **vyhnuli** běžné hodině matematiky, ve které hrozilo **zkoušení**. (2x)

b) Hodina žáky bavila, protože se **naučili něco nového**. (11x)

„S tím, co jsem se naučil, mi matematika půjde líp!“
„Naučili jsme se něco nového a ani to nebylo moc těžké.“
„Dozvěděl jsem se něco z historie matematiky a zároveň se naučil novému způsobu počítání.“
„Dozvěděl jsem se více o násobení a ulehčilo mi to počítání.“
„Bylo skvělé získat nové vědomosti.“

c) Hodina žáky bavila pro **zajímavější a zábavnější průběh**. (13x)

„Nové, zajímavé učivo.“
„Nový způsob počítání je zábavný a lehký, proto mě hodina bavila.“
„Bylo to udělané zábavnou formou.“
„Protože jsem ještě neviděl takový zajímavý způsob počítání.“

OTÁZKA 2.

Byla pro tebe formulace úloh v pracovním listě srozumitelná? Nebo jsi něčemu nerozuměl/a?

Nikdo ze žáků VII. A se nevyjádřil záporně. U žáků se opakují následující výpovědi:

„*Všemu jsem rozuměl.*‘‘
„*Od té doby, co jste nám to vysvětlila, bylo všechno v pořádku. Možná jen malé chyby z nepozornosti.*‘‘
„*Bylo to přehledné a srozumitelné.*‘‘

OTÁZKA 3.

Napadlo tě, čím bych mohla hodinu (případně pracovní list) oživit?

Většina žáků by průběh hodiny ponechala v této podobě. Ti, co se vyjádřili, by doporučovali více úloh, historie a zajímavostí.

„*Ničím, hodina byla super.*‘‘
„*Více výtažků z historie matematiky.*‘‘

OTÁZKA 4.

Chtěl/a bys mi k tomu ještě něco sdělit?

Nabízím odpovědi těch žáků, kteří na otázku odpovídali:

„*Dnešní hodina mě bavila a jsem ráda, že jsme si oživili hodinu něčím novým.*‘‘
„*Nedokázal bych si představit počítat deseticiferné číslo.*‘‘
„*Velice se mi ta hodina líbila. Usnadnila jste mi násobení. Děkuji.*‘‘
„*Dobrá, zábavná hodina.*‘‘
„*Metoda gelosia se mi líbí!*‘‘

5.3 SHRNUTÍ PŘEDVÝZKUMU

Na závěr shrneme výsledky šetření předvýzkumu.

S ohledem na druhou otázku dotazníku i z pozorování hodiny se ukázalo, že formulace úloh v pracovním listě je žákům srozumitelná. Pracovní listy pro účely výzkumného šetření již není třeba zásadně upravovat.

Na základě výpovědí žáků můžeme říci, že počtářská praktika je pro věkovou kategorii 12 – 13 let snadná. Nabízí se tedy vyzkoušení metody gelosia i u mladších žáků (výzkumné šetření je plánováno pro žáky šestého ročníku). Nicméně i přesto, že pro žáky sedmého ročníku byl princip metody snadný, úspěšnost správného řešení byla jen lehce nadpoloviční.

Z velmi pozitivního hodnocení žáků se zdá, že počtářské praktiky z historie matematiky mohou naznačovat cestu, jak žáky zaujmout a motivovat k matematice.

Předvýzkum poskytl výzkumníkovi možnost vyzkoušet si šetření nanečisto a zajistit vše potřebné k hlavnímu šetření. Především volba metod ve výzkumném šetření se odvíjela od zkušenosti z předvýzkumu.

6 VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ

Výzkumné šetření úzce navazuje na teoretické poznatky z první části diplomové práce. Ústřední úlohou empirické části je ověření možností využití vytvořeného didaktického souboru v edukační realitě za pomoci kvalitativně orientovaného výzkumu.

Při využití kvalitativního přístupu je snahou proniknout do hloubky zkoumaných jevů. Jeho užití je vhodné tehdy, kdy nám jde především o zjištění, jak určité jevy vnímají a hodnotí samotní aktéři. Umožňuje přinést nové poznatky o tom, jak se sledované jevy reálně odehrávají přímo v přirozeném prostředí. Získané závěry však není možné zobecňovat, jsou platné pouze pro zkoumaný vzorek. Tento typ výzkumu je do jisté míry zatížen subjektivitou výzkumníka. Hendl (2012) mezi charakteristické rysy kvalitativního šetření řadí:

- Kvalitativní výzkum se provádí pomocí delšího a intenzivního kontaktu s terénem.
- Výzkumník se snaží získat integrovaný pohled na předmět studie.
- Typické jsou relativně málo standardizované metody získávání dat, např. poznámky z pozorování a rozhovorů, osobní komentáře a dokumenty, … a všechno to, co nám přibližuje každodenní život zkoumaných lidí.
- Získaná data se induktivně analyzují a interpretují. Výzkumník sestavuje obraz, který získává na základě sběru dat a vlastního pozorování tak, aby nevynechal nic, co by mohlo pomoci objasnit situaci.

Vyhodnocení posledních mezinárodních šetření (PISA[16], TIMSS[17]) přichází s neuspokojivou zprávou o výkonech žáků v matematice. Státy Evropské unie

---

[16] PISA (Programme for International Student Assessment) vyhodnocuje znalosti a dovednosti patnáctiletých žáků ve čtení, matematice a přírodních vědách, přičemž každý cyklus výzkumu je zaměřen na jednu z těchto oblastí. Cílem studie je zjistit, jak dokážou žáci využívat svých znalostí. Výzkum PISA pokrývá téměř všechny evropské vzdělávací systémy. (EACEA Eurydice, 2011)

[17] TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) podává závěry o výsledcích, jichž v matematice dosahují žáci čtvrtých a osmých tříd v různých zemích. Studie se soustředí na obsah výuky – učitelé vyplňují dotazníky o vyučovacích metodách a svém profesním rozvoji; žáci jsou tázáni i na postoj k matematice, škole. Výzkum se provádí každé čtyři roky, ale jen málo evropských zemí se zúčastnilo všech šetření TIMSS. (EACEA Eurydice, 2011)

si vytyčují za cíl neprodleně tuto nepříznivou situaci napravit do roku 2020. Možnost nápravy vidí například v zaměření se na motivaci žáků k matematice. Může to být jedna z cest, která bude směřovat ke kvalitnímu a účelnému vzdělávání, jež povede ke zlepšení zaměstnatelnosti, čímž by si Evropa i do budoucna mohla udržet celosvětové silné postavení. Jeden z důležitých úkolů, o jehož splnění usilují všechny evropské země, je zajistit vysoký počet absolventů přírodovědných oborů, kteří mohou výrazně ovlivnit hospodářství a ekonomiku daného státu. I zde hraje motivace k matematice rozhodující úlohu. Školy, a hlavně samotní učitelé matematiky, tak mohou hrát významnou roli v oblasti zvýšení zájmu. Je v jejich silách učinit výuku matematiky smysluplnější a oprostit tak širokou veřejnost od negativního postoje k matematice. (EACEA Eurydice, 2011)

Výuka matematiky ve škole by měla žáky povzbudit k aktivní účasti v hodinách matematiky. Charakter úloh má velký vliv na to, zda se žáci do učebního procesu zapojí. To je také předmětem této diplomové práce. Ptáme se, zda počtářské praktiky ze středověké matematiky žáky zaujmou natolik, že je aktivují k činnosti. Podaří se díky historii matematiky žákům vyvrátit, že matematika není jen složitým a abstraktním předmětem?

6.1 CÍLE VÝZKUMU

Výše uvedené důvody jsou jasným opodstatněním, proč je důležité se této problematice věnovat. Ačkoliv cíle diplomové práce nejsou tak velké jako ty, ke kterým se zavázaly státy Evropy, je snahou alespoň dílčími výsledky přispět ke zlepšení situace v postojích žáků k matematice.

Cílem výzkumu je ověřit zpracovaný soubor didaktických materiálů v edukační realitě základní školy a podat zpětnou reflexi v podobě kvalitativního šetření včetně doporučení případných úprav souboru didaktických materiálů tak, aby se mohly stát kvalitním zdrojem pro každého učitele (nejen) matematiky, jenž se rozhodne pro jejich využití ve svých hodinách.

Výsledky šetření budou sloužit také jako impuls pro zaměření pedagogické kariéry výzkumníka, v tom smyslu, že pokud žáci kladně zareagují na historické hodiny matematiky, bude to do budoucna motivace pro autora práce tématu se nadále věnovat a hledat v historii matematiky podněty, jež by zkvalitnily vyučování matematiky a podnítily žáky k činnosti a především k zájmu o matematiku.

6.2 VÝZKUMNÁ OTÁZKA

Kvalitativně zaměřené výzkumné šetření diplomové práce se zabývá výzkumnou otázkou: **Jsou úlohy a ukázky z historie matematiky cestou, jak žáky druhého stupně motivovat k matematice?** Výzkumnou otázku rozštěpíme na dílčí podotázky, které nám napomůžou nalézt odpověď.

První dílčí soubor podotázek zkoumá **postoje a motivaci žáků** účastnících se výzkumu. Zajímá nás, jak se žáci staví k samotnému předmětu matematika, je to pro ně předmět oblíbený či neoblíbený? Oslovily či neoslovily žáky hodiny matematiky s historickým obsahem? V kladném případě vyhodnocujeme, jakou frekvenci zařazení historie do hodin matematiky by žáci uvítali? Zapojovali se žáci do řešení historických úloh aktivně či pasivně?

Druhá baterie podotázek studuje **efektivnost** vytvořeného souboru **didaktických materiálů** a snaží se odhalit **poutavé partie historie matematiky** pro žáky sekundárního vzdělávání. Je žákům srozumitelný jazyk užitý v pracovních listech? Která z početních praktik je pro žáky nejatraktivnější a proč? Které z úloh jsou pro žáky náročné – v čem je potíž?

Hledání odpovědi na výzkumnou otázku realizujeme prostřednictvím vhodně zvolených metod sběru dat.

6.3 METODY SBĚRU DAT

Celému šetření předcházelo povolení ředitelky školy k realizaci výzkumu a souhlas se zpracováním získaných dat pro účely diplomové práce.

Data výzkumu jsou jednak sbírána metodou **zúčastněné pozorování**. Hlaďo (2011) zúčastněné pozorování definuje jako dlouhodobé, systematické a reflexivní sledování probíhajících aktivit v terénu s cílem objevit a nalezené zprostředkovat. Účelem pozorování je deskriptivně zachytit, co se děje a jak vypadá daná situace. Pozorování umožňuje postihnout rutinní situace, o kterých respondenti zřídka vyprávějí, protože si je neuvědomují. Badatel si může udělat vlastní názor na pozorované jevy.

Před užitím metody probíhala důkladná příprava zahrnující tvorbu veškerých didaktických materiálů. Promýšleny jsou také cíle, kterých má být metodou dosaženo tak, aby přispěly k vyřešení výzkumné otázky. Pozorování je zaměřeno na chování žáků (sledována spolupráce s učitelem; spolupráce mezi žáky navzájem; atmosféra ve třídě), učební činnost žáků (schopnost žáka pracovat s připravenými materiály; myšlenkové postupy při řešení úloh), vyučovací činnost učitele (sledování okolností, které vedou ke změně naplánovaných příprav; reakce žáků na průběh hodiny) a okolnosti těchto činností (všechny další situace, které ovlivnily průběh hodiny).

Další získání dat vyplyne z metody **analýza dokumentů**. V pedagogickém výzkumu je nejčastější analýza písemných záznamů. Tato analýza se opírá o studium hmotných záznamů lidské činnosti, v nichž jsou skryty osobní postoje, hodnoty a ideje. Kvalitativní analýzou zjišťujeme srozumitelnost, obtížnost, emocionální důraz, vzájemné vztahy a souvislosti, apod. (Hlaďo, 2011)

Prostřednictvím této metoda rozebíráme žákovské práce. Cílem rozboru je odhalení náročnosti jednotlivých témat a úloh. Současně se sleduje postup žákovského řešení a příčiny nejčastějších chyb. Cílům je uzpůsobena forma pracovního listu. Pracovní list je rozložen do pěti částí – každá část pokrývá jedno téma. Na každé téma jsou zpracovány dvě úlohy, na nichž žák ověřuje své nově nabyté dovednosti. Každá úloha je završena tabulkou, prostřednictvím které žák hodnotí obtížnost úlohy.

Využita je i metoda **dotazníku.** Dotazníkem jsou písemně zjišťovány informace od respondentů. Výhodou dotazníku je jednodušší zpracování i vyhodnocení dat. Je nutné, aby měl respondent dost času na jeho vyplnění. Dotazník bývá složen z otevřených nebo uzavřených otázek. U otevřených otázek nejsou respondentovi nabídnuty varianty odpovědí, dotazovaná osoba se vyjadřuje vlastními slovy. Výpověď umožňuje výzkumníkovi hlouběji proniknout do zkoumaného problému. Kvalita odpovědi je však limitována vyjadřovacími schopnosti respondenta. Naopak u otázek uzavřených respondent volí jednu z nabízených odpovědí, se kterou se nejvíce ztotožňuje. Nevýhodou uzavřených otázek může být fakt, že nabízené odpovědi nemusí obsahovat všechny varianty či odpovědi, mohou být příliš sugestivní. (Hlaďo, 2011)

V našem případě nám dotazník umožňuje vystihnout subjektivní postoje žáků k absolvovaným hodinám. Dotazník tvoří úvodní hlavička a osm otázek. Z toho je prvních šest otázek uzavřených a dvě otázky jsou otevřené. U dvou uzavřených otázek může respondent doplnit jednu z vybraných odpovědí ještě svým podrobnějším komentářem. První dvě otázky se zaměřují na oblíbenost či neoblíbenost matematiky jako školního předmětu. Třetí až pátá otázka se snaží zachytit zaujetí či nezaujetí žáků o historii matematiky. Zároveň odhalujeme, které téma na žáky nejvíce zapůsobilo a naopak, která početní praktika byla pro ně nejsložitější. Šestá otázka odpovídá na to, zda by žáci podobné aktivity uvítali v běžných hodinách matematiky. Pokud ano, mají příležitost vyjádřit se, jak často by to mělo být. Předposlední otázka se věnuje srozumitelnosti jazyka v pracovních listech. A konečně závěrečná osmá otázka dává žákům prostor vyjádřit svoje pocity, popř. doplnit vlastní postřehy, poznámky.

6.4 VÝZKUMNÝ VZOREK

Výzkumné šetření probíhalo v období od 18. – 22. prosince 2015 ve čtyřech vyučovacích hodinách na Základní škole a Základní umělecké škole Strání. K šetření byla vybrána třída VI. A.

Třídu VI. A tvoří 18 žáků, z toho je 9 chlapců a 9 děvčat. Třída VI. A byla zvolena záměrně, protože to byla jedna z tříd, s níž jsem se setkávala během souvislé praxe v říjnu 2015. Třídu hodnotím jako výsledkově spíše jako průměrnou. Ve třídě pracují dva podle žáci individuálního vzdělávacího plánu.

Všechny čtyři vyučovací hodiny věnované historii matematiky jsem odučila podle zpracovaných příprav. Výzkum byl zahájen v pátek 18. prosince, kdy třída VI. A absolvovala hned dvě vyučovací hodiny. První z nich byla na téma *Římské číslice a liny*, druhá vyučovací hodina navazovala na první hodinu tématem *Počítání na linách*. Třetí hodina zaměřená na *Násobení gelosia* proběhla v pondělí 21. prosince. Zda se žáci stali matematiky-historiky, si ověřili v úterý 22. prosince. V tento den též v krátkém dotazníku žáci subjektivně ohodnotili absolvované hodiny.

6.5 ANALÝZA A INTERPRETACE DAT

Získaná data, jež vyplynula ze zvolených metod, budeme podrobněji analyzovat prostřednictvím kódování tak, abychom postupně získávali odpověď na stanovenou výzkumnou otázku. Každá z metod přinesla baterii dat, proto budeme analyzovat a interpretovat získaná data nejprve za každou metodu samostatně. Z toho vyplývá rozdělení tohoto analyzování do třech částí. Nejprve popíšeme průběh výzkumného šetření, kde výzkumník získal data na základě zúčastněného pozorování. Dále detailně rozebereme pracovní listy *Jsem matematik-historik?*, které žáci samostatně vypracovávali. Nakonec interpretujeme data dotazníku vyplněného žáky. Ve všech případech bude zachována anonymita žáků.

6.5.1 PRŮBĚH OVĚŘOVÁNÍ SOUBORU DIDAKTICKÉHO MATERIÁLU

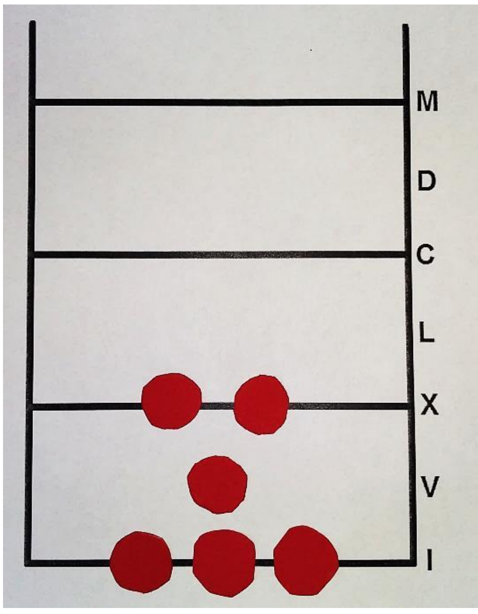
Blíže shrneme průběh čtyř vyučovacích hodin z pohledu výzkumníka. Podrobný popis obsáhne jednotlivé fáze hodiny, zhodnotí naplánované časové možnosti, zdůrazní kritická místa didaktického materiálu a navrhne doporučení, jež by vedla k zefektivnění výuky. Všímat si budeme také reakcí žáků a pracovní atmosféry.

PRVNÍ HODINA: Římské číslice a liny

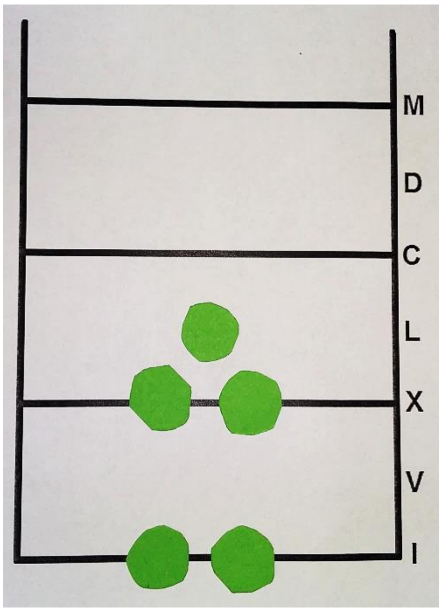
První hodina zahajující výzkumné šetření byla realizována v pátek 18. prosince 2015 pátou vyučovací hodinu. Účastnilo se jí 15 žáků VI. A třídy.

V úvodu hodiny byli žáci seznámeni s cíli výzkumného šetření. Každý žák obdržel pracovní list. Motivační část hodiny spočívala v nastínění některých důležitých znaků středověké matematiky prostřednictvím frontálního vyučování. Výklad byl završen společným opakováním významných momentů českých i světových dějin v období středověku, kdy žáci velmi zaujatě uváděli příklady. Motivační část hodiny vyvrcholila opakováním římských číslic. Žáci se s římskými číslicemi setkali v matematice během 5. ročníku. Opakování proběhlo vyplněním *Úlohy 1* v pracovním listě. Žáci velmi aktivně propojovali dané letopočty s historickými událostmi.

Od římských číslic jsme postupně přešli k hlavní části hodiny - přepisu čísel na liny. Žákům byl za pomoci demonstračního výkladu vysvětlen princip. Místo kamínků jsme na linu načrtnutou na tabuli přikládali magnetky. Žáci si nově nabytou dovednost procvičili v *Úloze 2*. Žákům byla do dvojic rozdána předloha liny, na kterou přikládali papírová kolečka (na místo kamínků). Teprve poté si řešení zaznamenali do pracovního listu. Jeden z žáků vždy současně zaznamenal řešení na tabuli.



Obrázek 7. Záznam čísla 28 na lině



Obrázek 8. Záznam čísla 72 na lině

Ve dvojicích žáci obdobně vypracovávali *Úlohu 3*. Poté proběhla společná kontrola. V závěru hodiny jsme přešli od skupinové práce zpět k frontálnímu vyučování společným řešením *Úlohy 4*. Nejprve se žáci seznámili se životem Eratosthena z Kyrény na základě textu uvedeného v pracovním listě. Následně vyplnili kontrolní otázky, čímž byla opět procvičena nabytá dovednost – záznam čísel na liny. Závěrem se žáci pokusili vlastními slovy převyprávět život zmíněného matematika na základě poznatků, které si o něm zapamatovali.

Žáci se do výuky aktivně zapojovali, většině z nich nedělal záznam čísel na liny problémy. Odhadovaný čas v přípravě odpovídal realizaci – vynechána byla pouze původně plánovaná didaktická hra (pexeso s římskými číslicemi) v úvodu hodiny, kdy byli žáci seznamováni s průběhem výzkumu.

DRUHÁ HODINA: Počítání na linách

Druhá hodina ihned navazovala na první hodinu. Proběhla tedy 18. prosince 2015, šestou vyučovací hodinu za přítomnosti 15 žáků VI. A.

Motivační část hodiny byla započata prací ve skupinkách. Žáci si ve dvojicích ověřovali své znalosti didaktickou hru domino.

Následně byla žákům podrobně vysvětlena řešená úloha na sčítání na linách obsažená v pracovním listě. Lepší pochopení a zafixování dovednosti umožňovala *Úloha 1*. Vybraný žák úlohu řešil na tabuli, všechny kroky byly detailně komentovány. Pro lepší představivost se opět postup zaznamenával na tabuli pomocí magnetek. Zbylí žáci se snažili úlohu plnit samostatně.

Podle plánu přípravy bylo prostřednictvím demonstračního výkladu žákům vysvětleno odčítání na linách. Podobně jako u sčítání následovalo procvičování odčítání (*Úloha 2*). Odčítání bylo pro žáky již obtížnější. Navíc upadala i pozornost a aktivita žáků. Stěží jsme úlohu dokončili. Výsledek však nebyl moc uspokojivý, protože odčítání si osvojila pouze menšina žáků ve třídě. Cvičení nás časově zdrželo natolik, že už jsme stihli pouze začátek poslední úlohy v pracovním listě (*Úloha 3*).

Po této zkušenosti bych doporučovala přípravu pozměnit. Rozložila bych ji do dvou hodin (po 45 minutách), kde první hodina by byla věnována čistě sčítání na linách a druhá hodina by byla zaměřena na odčítání na linách. U odčítání bych pak nejprve volila úlohy, kde by nebylo zapotřebí menšence rozkládat. Až poté bych přešla k úloze, ve které se nejprve musí menšenec rozložit.

Jistý podíl na neúspěchu jistě sehrálo i to, že žáci absolvovali dvouhodinovku a bylo jim podáno mnoho nových informací. Projevila se také únava žáků vzhledem k tomu, že šlo o poslední vyučovací hodinu.

TŘETÍ HODINA: Násobení – gelosia

Násobit středověkým algoritmem gelosia se žáci VI. A naučili v pondělí 21. prosince 2015 druhou vyučovací hodinu. Hodiny se účastnilo 16 žáků.

V motivační části byl žákům objasněn význam slova gelosia. Každý žák obdržel pracovní list. Za pomoci výkladu proběhlo podrobné vysvětlení principu algoritmu. Žáci paralelně s výkladem sledovali řešenou úlohu v pracovním listě.

Poté již měli žáci možnost si nově naučenou dovednost upevnit řešením úloh. Vyvolaný žák u tabule vždy popisoval své řešení (*Úloha 1*). Zbylí žáci se snažili výsledek zjistit samostatně.

Následně jsme si společně přečetli medailonek slavného matematika (*Úloha 2*). Podobně jako u řešení předchozí úlohy vyvolaný žák u tabule komentoval svůj postup. Po odhalení jména matematika bylo ještě ověřeno, co si žáci zapamatovali o jeho životě tím, že se pokusili převyprávět informace, které byly v pracovním listu uvedeny.

Zbývající úlohy (*Úloha 3, 4*) žáci řešili samostatně, na konci hodiny byl zkontrolován správný výsledek.

Žáci byli v celé hodině aktivní, ukáznění a bylo na nich poznat, že je algoritmus zaujal. Hodina z časového hlediska proběhla podle naplánované přípravy.

HODINA ČTVRTÁ: Jsem matematik – historik?

Závěrečná hodina proběhla třetí vyučovací hodinu v úterý 22. prosince 2015 za přítomnosti 17 žáků VI. A.

V úvodu hodiny žáci vyplnili krátký dotazník hodnotící jejich subjektivní pocity z absolvovaných hodin o historické matematice, jehož interpretace proběhne níže.

Ve druhé části hodiny žáci samostatně vyplňovali pracovní list. Vzhledem k tomu, že v průběhu ověřování didaktických materiálů vždy někdo z žáků chyběl a poslední hodinu byli přítomni téměř všichni, jsem byla nucena vynechat některé části pracovního listu. První část (římské číslice) vyplňovali všichni žáci. Druhou a třetí část (záznam čísel na liny a počítání na linách) řešili žáci, kteří se účastnili prvních dvou hodin (18. prosince). Čtvrtou část (násobená gelosia) se pokoušeli vyřešit všichni, kteří absolvovali hodinu 21. prosince. Pátou část zaměřenou na slavné matematiky jsme s žáky zopakovali společně ústní formou po odevzdání pracovního listu. S učitelkou matematiky třídy VI. A bylo domluveno, že jedničkou budou odměněni žáci, kterým se podaří vyplnit pracovní list nejlépe.

Ve zbývající části hodiny se žáci rozdělili do skupinek a zahráli si pexeso s římskými číslicemi – didaktickou hru, kterou jsme nestihli v rámci první hodiny.

Obrázek 9. Žáci VI.A při hře pexeso.

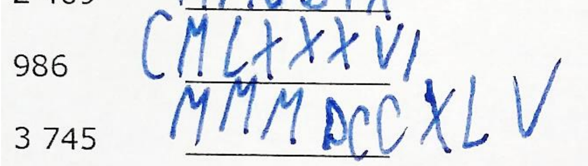
Obrázek 10. Žáci VI. A při hře pexeso

6.5.2 ROZBOR ŽÁKOVSKÝCH PRACÍ

Podrobněji nyní rozebereme žákovské řešení pracovního listu *Jsem matematik-historik*?, jež žáci samostatně řešili 22. prosince 2015. Zveřejněno bude vždy správné řešení některého žáka VI. A. Cílem rozboru je zjištění náročnosti úloh pro žáky do té míry, aby učitel, který se rozhodne v budoucnu využít didaktické materiály ve svých hodinách, měl přehled, co bude pro žáky složitější a mohl tomu přizpůsobit svou výuku.

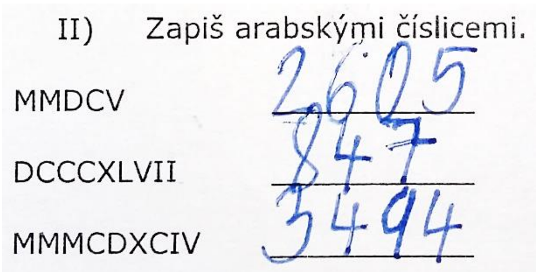
Římské číslice

Římské číslice byly pro žáky opakováním učiva 5. ročníku. Žáci řešili dva typy úloh – jednak přepis z arabských na římské číslice a naopak přepis z římských na arabské číslice.



Úloha byla pro žáky:

Žáci vyhodnotili úlohu spíše jako obtížnou.

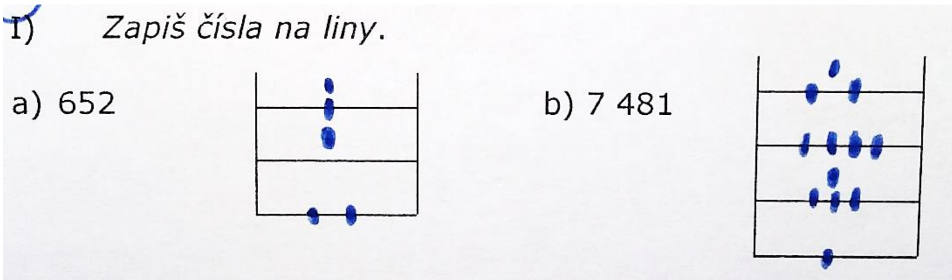


Úloha byla pro žáky:

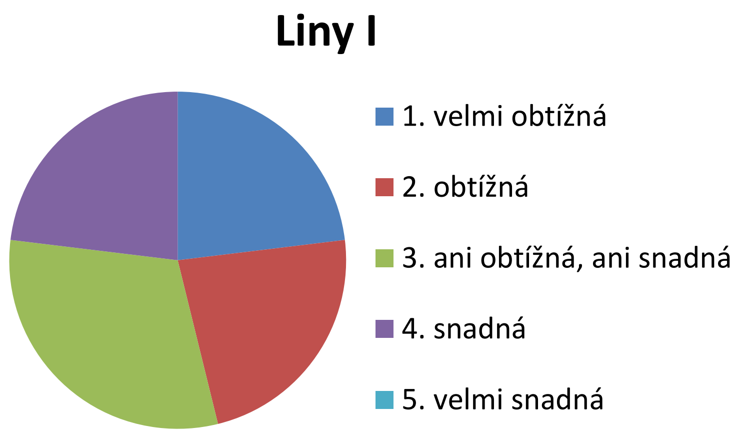
Z grafu vyplývá, že druhý typ úlohy byl pro žáky snadnější. Potvrdila to i úspěšnost řešení. Přestože římské číslice žáci znali z hodin matematiky, jevila se jim úloha jako obtížná a žádnému žákovi se nepodařilo oba typy úlohy vyřešit úplně bezchybně.

Liny

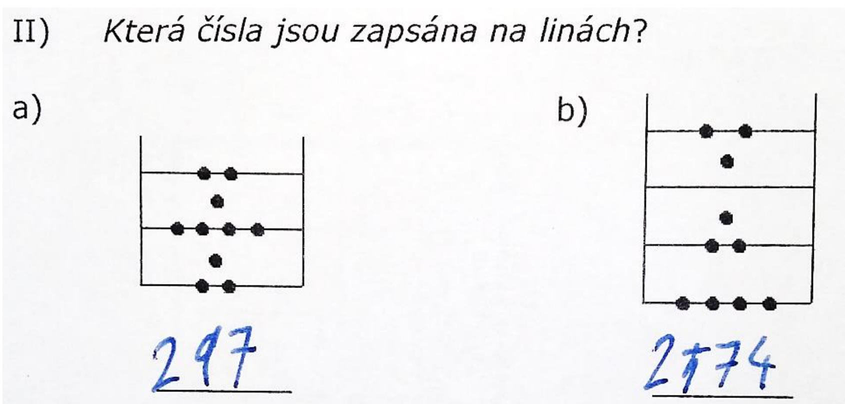
Ve druhé úloze si žáci ověřovali, zda umí číslo zaznamenat na liny a zároveň, jestli dokáží vyčíst, jaké číslo je na linĕ zapsáno.



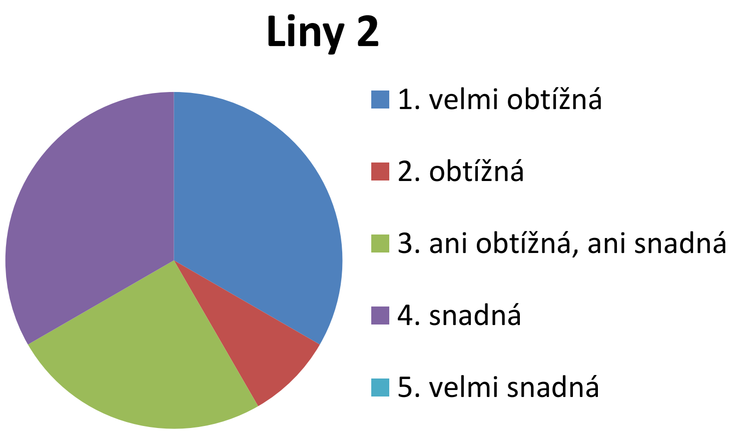
Úloha byla pro žáky:



Nejvíce žáků zvolilo neutrální možnost, tedy úloha pro ně nebyla ani obtížná, ani snadná. Nikomu ze žáků se úloha nejevila jako velmi snadná.



Úloha byla pro žáky:

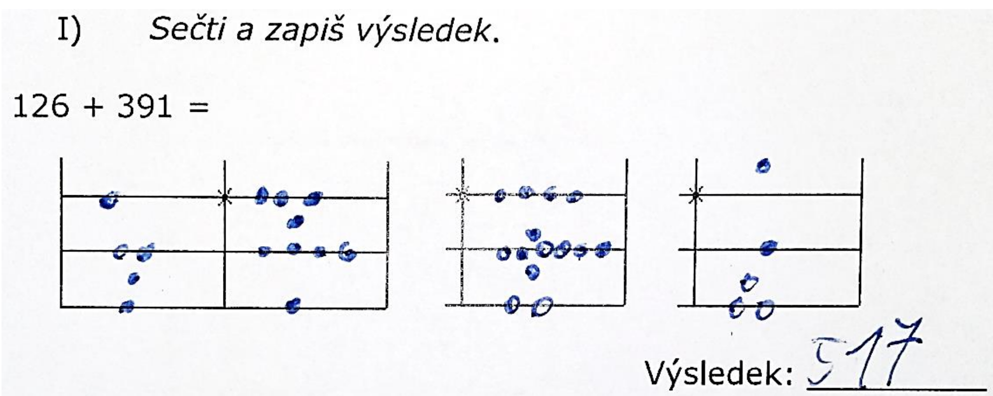


Stejnou četnost měla možnost velmi obtížná a snadná. Opět nikdo ze žáků neohodnotil úlohu jako velmi snadnou.

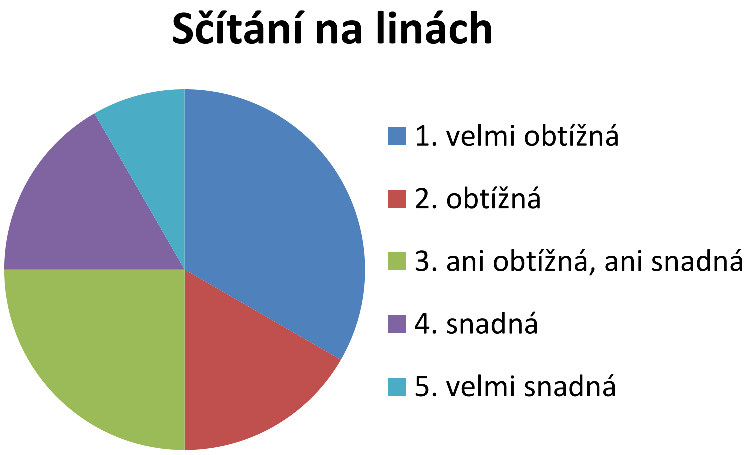
I přesto, že liny byly pro žáky úplně novou dovedností, hodnotili tento typ úlohy jako méně obtížný s porovnáním s římskými číslicemi. Potvrzovala to i větší úspěšnost řešení.

Počítání na linách

Ve třetí úloze žáci předkládali, jak si osvojili počítání na linách. Původně byla naplánovaná jedna úloha na sčítání a druhá na odčítání. Odčítání však žákům nebylo zadáno, v důsledku toho, že se tato dovednost v hodině nepodařila úplně procvičit. Žákovské řešení úlohy na sčítání:



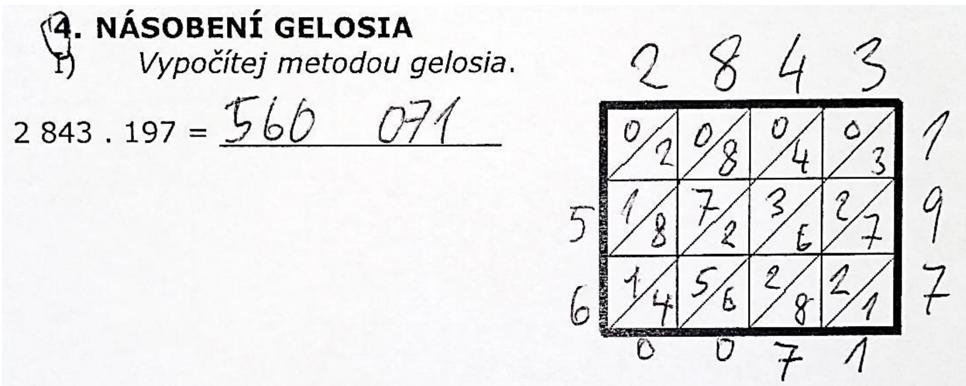
Úloha byla pro žáky:



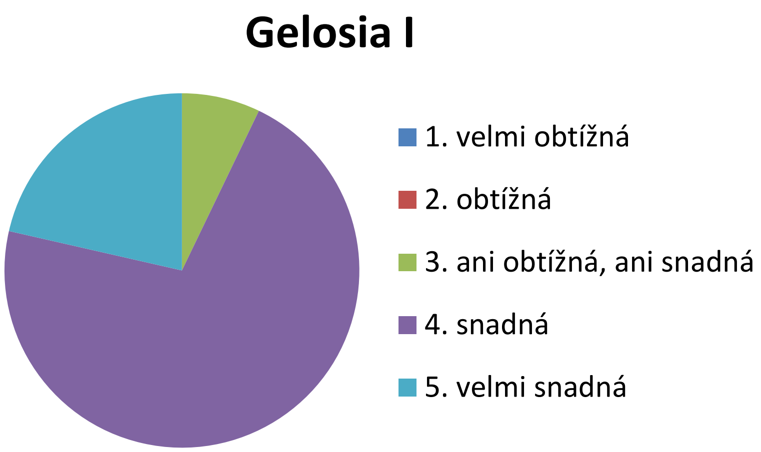
Lze říci, že počítání na linách, konkrétně sčítání, je pro žáky už o něco náročnější než pouhé zaznamenávání na liny. I přes tuto skutečnost, byla úspěšnost řešení úlohy stejná jako u předcházející úlohy.

Násobení gelosia

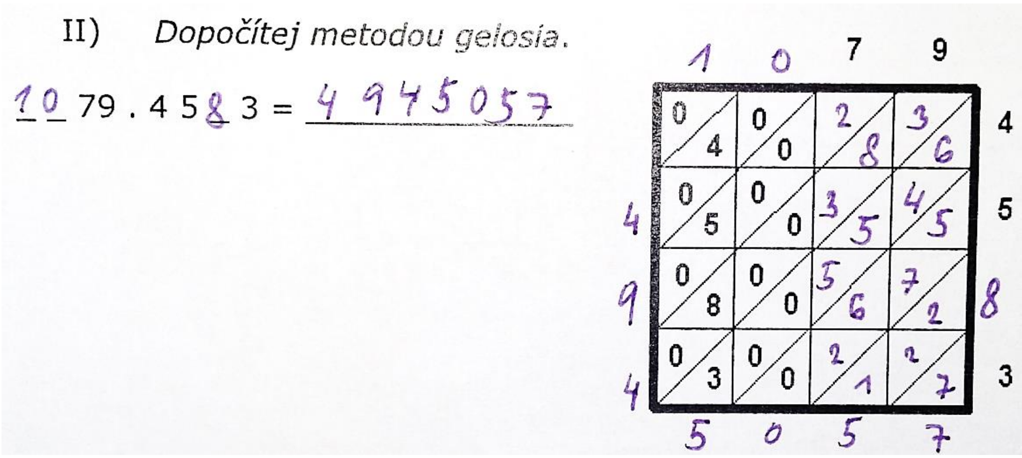
Poslední úloha se také skládala se ze dvou částí. První typ úlohy byl čistě na užití algoritmu gelosia. Druhá úloha byla založena také na metodě gelosia, ale její zadání bylo nepatrně obměněné.



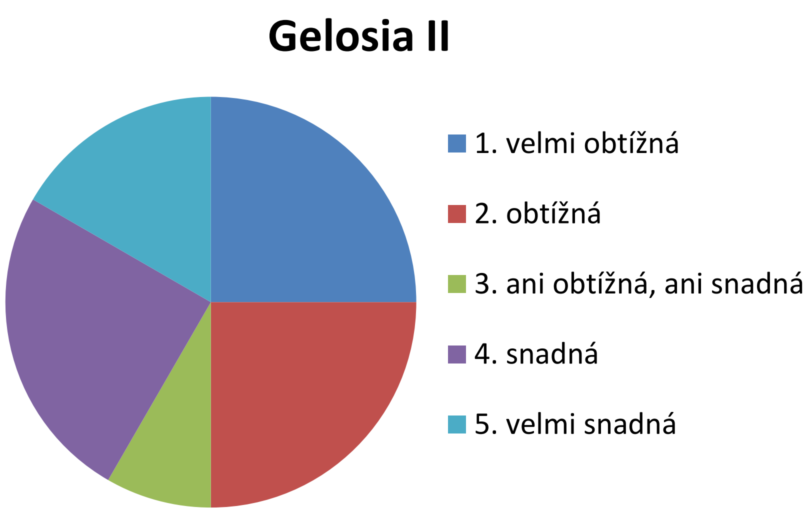
Úloha byla pro žáky:



Graf ukazuje, že tento typ úlohy byl pro žáky nejsnadnější. Úspěšnost řešení však nepřesáhla 50%. Nejvíce žáků (podobně jako u předvýzkumu) chybovalo při sčítání pásů úhlopříček. Jeden žák se zmýlil v malé násobilce.



Úloha byla pro žáky:



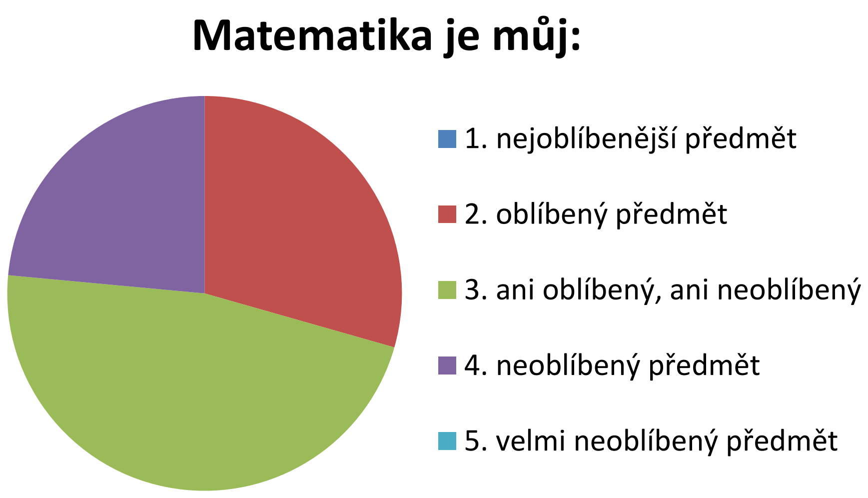
Obměněný typ už byl pro žáky složitější. Opakovaly se však stejné chyby jako u předchozí úlohy.

6.5.3 SUBJEKTIVNÍ HODNOCENÍ ŽÁKŮ VI. A

Každý žák VI. A vyjádřil své hodnocení, hodiny matematiky zaměřené na historii vyplněním krátkého dotazníku. Dotazování proběhlo 22. prosince 2015 za účasti 17 žáků (z toho bylo 8 chlapců a 9 děvčat).

OTÁZKA 1.

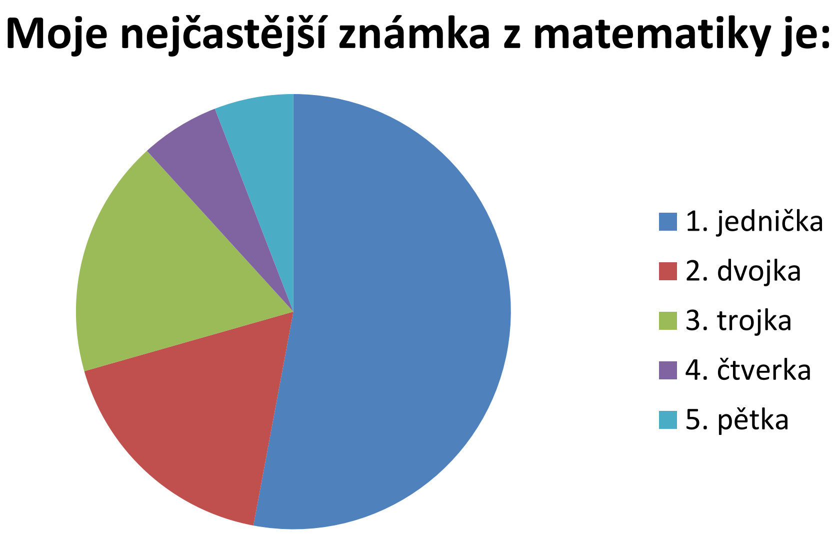
První otázka zjišťovala samotný postoj třídy VI. A k předmětu matematika.



Jak vidíme, největší počet žáků se přiklonil k neutrální variantě, kdy pro ně matematika není ani oblíbený, ani neoblíbený předmět. Pozitivní však je zjištění, že ve třídě VI. A je početnější skupinka těch, pro které je matematika oblíbeným předmětem než těch, pro něž je tento předmět neoblíbený.

OTÁZKA 2.

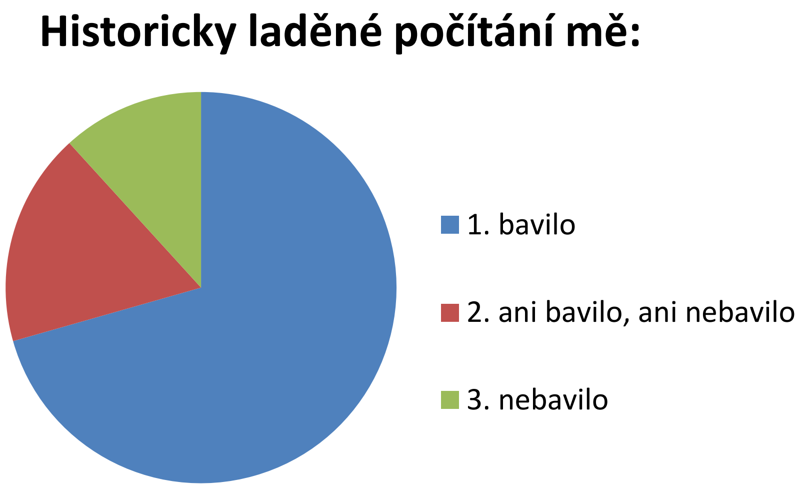
Otázka byla do šetření začleněna, aby nastínila matematickou úroveň výzkumného vzorku.



Z dotazníku vyplývá, že průměrná známka třídy je přibližně 1,9. Myslím si však, že tato otázka nesplnila svůj účel, protože se žáci hodně přecenili a nedokázali situaci objektivně posoudit. Mé přesvědčení vyplývá z měsíční zkušenosti, kterou jsem získala se třídou VI. A při souvislé praxi. Během ní se totiž nestalo, aby výrazně převažovaly jedničky nad ostatními známkami z písemného zkoušení. Moje mínění potvrzuje také učitelka matematiky VI. A, která třídu hodnotí jako průměrnou.

OTÁZKA 3.

Třetí otázka zachycuje souhrnné hodnocení hodin absolvovaných žáky.



Graf vykazuje pozitivní výsledek, že asi 71 % žáků historické počítání oslovilo. Žáci měli možnost zdůvodnit, proč se tak rozhodli. Opakovali se velmi podobné myšlenky, jaké se objevují v předvýzkumu. Nabízím výpovědi těch, kteří na otázku odpověděli:

a) <u>Kladně</u>:

„Dozvěděla jsem se něco nového. Bylo to snadné.‘‘

„Protože to bylo velmi zajímavé.‘‘

„Paní učitelka nám to zábavně vysvětlila.‘‘

„Zaujalo mě, jak dříve počítali a bavilo mě to.‘‘

b) <u>Záporně</u>:

„Moc mi to nešlo.‘‘

„Bylo to těžké.‘‘

„Sčítání a odčítání mě nebavilo, násobení mě bavilo.‘‘

Podle odpovědí lze konstatovat, že žáci volili zápornou odpověď, protože si dostatečně neosvojili danou dovednost, a tím zažili neúspěch.

OTÁZKA 4.

Následující otázka již byla konkrétnější a cílem bylo zjistit, které téma žáky nejvíce zaujalo.

Shrneme-li výsledek grafu, je patrné, že žáky jednoznačně zaujalo násobení algoritmem gelosia. Druhé místo pak překvapivě zaujalo počítání na linách i přesto, že si žáci nestihli dostatečně osvojit odčítání a úlohu hodnotili jako jednu z nejnáročnějších. Je zajímavé, že počítání na linách žáky oslovilo více než samotný záznam čísel na liny (bez hlasu), který je předpokladem pro počítání a byl žáky hodnocen jako snazší než počítání na linách. Pouze tři žáci hlasovali pro římské číslice. Nikoho ze třídy pak neoslovil medailonek slavného matematika.

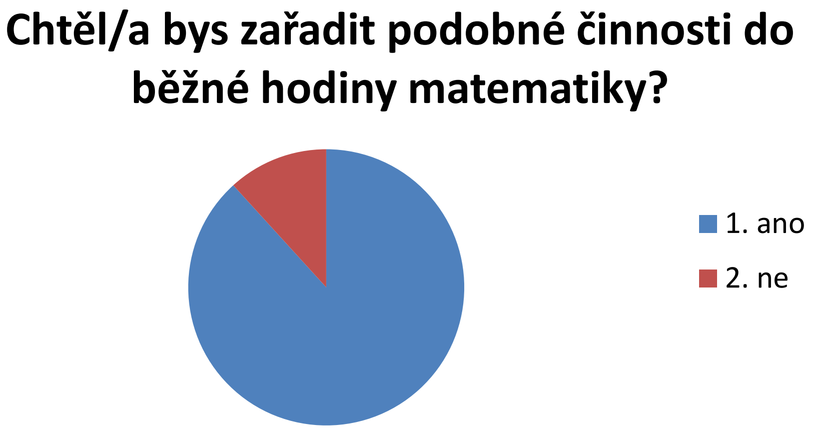
OTÁZKA 5.

Pátá otázka pak byla téměř protikladem předchozí. Snažila se vystihnout, co bylo pro žáky nejobtížnější.

Z odpovědí vyplývá, že nejobtížnější pro ně bylo počítání na linách. Jak vidíme, snadný pro žáky nebyl ani samotný záznam čísel na liny. Pro jednoho žáka pak bylo obtížné násobení gelosia. Nejméně obtížné byly pro žáky římské číslice, pro které nehlasoval žádný žák VI. A.

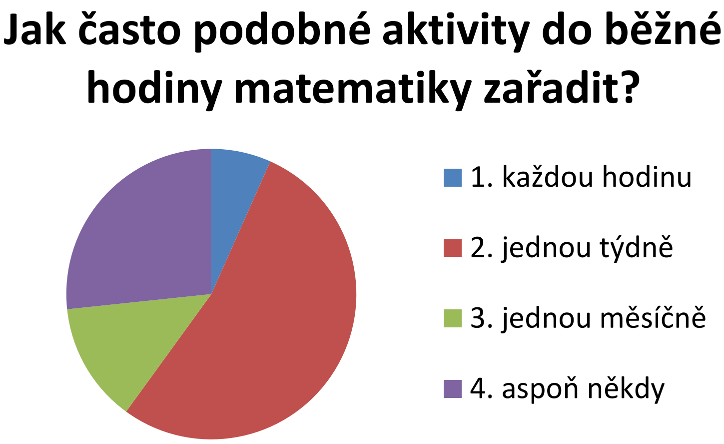
OTÁZKA 6.

Poslední uzavřená otázka se snaží zachytit to, zda historické počítání zaujalo žáky natolik, že by si přáli jejich pravidelné zařazování do hodin matematiky.



Téměř 88% žáků by chtělo zařadit podobné aktivity do běžných hodin matematiky. Pouze dva žáci byli proti.

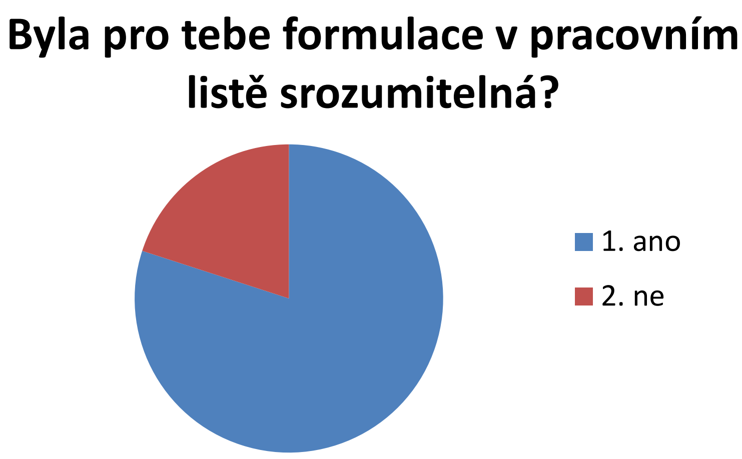
Žáci, kteří by chtěli historické počítání v hodinách matematiky, dále rozhodovali o tom, jaká by měla být jejich frekvence.



Žáci by nejvíce uvítali, kdyby se historická počtářská praktika objevovala ve výuce jednou za týden.

OTÁZKA 7.

Předposlední otázka se zaměřila na to, zda jsou pracovní listy žákům srozumitelné.



Přestože šlo o otevřenou otázku, žáci se vyjadřovali velmi stručně, většinou volili strohou odpověď ano/ne, jak je zaznačeno v grafu. Pro většinu žáků byly pracovní listy srozumitelné. Nutno podotknout, že 7 žáků ze 17 se k otázce vůbec nevyjádřilo.

OTÁZKA 8.

Závěrečná otevřená otázka nabízela žákům vyjádřit se ke všemu, co nebylo zahrnuto v předchozích otázkách. Nabízím odpovědi těch žáků, kteří se vyjádřili:

„*Bylo to celkem těžké.*‘‘
„*Počítání na linách bylo moc složité.*‘‘
„*Moc mě bavilo počítání gelosia.*‘‘
„*Násobení bylo vcelku dobré.*‘‘

Dá se tedy říct, že žáky nejvíce bavilo násobení gelosia, protože bylo snadné, a naopak je kvůli obtížnosti nebavilo počítání na linách.

Vzhledem k tomu, že odpovědi žáků VI. A byly velmi stručné a mnohdy pouze jednoslovné na rozdíl od žáků VII. A v předvýzkumu, byla jsem nucena si při interpretaci dat více vypomoci kvantitativní metodou grafického znázornění.

6.6 SHRNUTÍ VÝSLEDKŮ VÝZKUMU

Výzkumné šetření hledalo pojítko mezi tím, zda je téma historie matematiky pro žáky natolik poutavé, že je zaujme a motivuje k činnosti a potažmo to povede i k tomu, že si žáci najdou vztah i k samotnému školnímu předmětu - matematika. V teoretické části práce byly rozebrány hlavní rysy středověké matematiky a blíže představeny vybrané počtářské praktiky této epochy. Na základě těchto podkladů byl vypracován soubor didaktických materiálů, jenž byl následně aplikovaný v edukační realitě. Než shrneme výsledná data našeho šetření, uveďme, s jakými závěry přichází Eurydice[18] (2011), která se ve výzkumech zabývala motivací k matematice. Zdůrazňuje, že když se děti učí látku, která je zajímá, učí se efektivněji. V souvislosti s matematikou platí, jestliže žáky tento předmět baví, posiluje to jejich vnitřní motivaci učit se. Žáci motivováni matematikou tráví nad matematickými úlohami více času a získávají větší vytrvalost při řešení matematických úloh. Nutno podotknout, že motivace ke studiu matematiky není u žáků stabilní, ale jedná se o dynamický a proměnlivý proces. Ukazuje se, že motivace žáků v průběhu sekundárního vzdělávání se snižuje. Zjištění apeluje na úlohu učitele, která spočívá ve využívání různorodých vyučovacích metod podporujících motivaci žáků.

Volba kvalitativního výzkumu souvisela s tím, že soubor didaktických materiálů byl vytvořen autorem této práce na základě předchozího studia literatury zabývající se středověkou matematikou. Snahou tedy bylo pečlivě otestovat materiály na menším výzkumném vzorku a ověřit jejich funkčnost, případně upozornit na sporné stránky, které by bylo nutné při opětovném využití v edukační realitě poopravit tak, aby soubor didaktických materiálů přispěl ke kvalitnějšímu matematickému vzdělávání.

Na základě výsledků metod výzkumného šetření konstatujeme následující závěry vztahující se na výzkumný vzorek:

Ve třídě VI. A je pro většinu žáků matematika neutrálním předmětem. Jistý optimismus plyne z údaje, že ve třídě nalezneme více žáků, kteří volí matematiku za svůj oblíbený předmět. Je tedy žádoucí žáky k matematice prostřednictvím různých metod motivovat, aby se i pro nevyhraněné žáky stala matematika oblíbeným předmětem. Je nutné ještě jednou zdůraznit výše zmíněný ukazatel, že motivace žáků

[18] **Eurydice** poskytuje informace o evropských vzdělávacích systémech a o vzdělávací politice a zpracovává jejich analýzu.

se v průběhu sekundárního vzdělávání snižuje a je třeba usilovat o to, aby se počet žáků, pro něž je matematika neoblíbená, alespoň nezvyšoval.

Velmi pozitivní ohlas u žáků VI. A stejně tak i u žáků VII. A (předvýzkum) vyvolalo zaměření hodin matematiky na historii této vědy. Zaujetí žáků bylo znatelné i ve výuce, žáci se aktivně zapojovali do řešení úloh. Podle jejich přání by bylo ideální zařadit podobnou aktivitu do běžných hodin matematiky aspoň jednou týdně.

Vytvořený soubor didaktických materiálů je podle výpovědí přiměřený věkové úrovni žáků, pro niž byl sestavován. Modifikací některých částí je soubor didaktického materiálu bezesporu použitelný i ve vyšších ročnících druhého stupně základní školy, případně v odpovídajících ročnících víceletého gymnázia (modifikací se rozumí např. ztížení zadání některých úloh, apod.).

Z počtářských praktik středověku bylo pro žáky nejnáročnější počítání na linách (sčítání i odčítání). To se projevilo i při realizaci hodiny *Počítání na linách* ve třídě VI. A, kdy nových informací bylo na žáky příliš a to vedlo k rezignaci žáků tvrzením, že je to moc těžké. Při opětovném využití uvedených příprav této práce v edukační realitě je třeba tyto skutečnosti zohlednit a například rozložit aktivitu sčítání a odčítání na linách alespoň do dvou vyučovacích hodin, aby měli žáci dostatečný prostor k osvojení a upevnění dovednosti.

Největší úspěch u žáků zaznamenalo násobení metodou gelosia, které se žákům zdálo nejméně náročné v porovnání s ostatními počtářskými praktikami. Pokud však sjednotíme data z výzkumného šetření i z předvýzkumu, dojdeme sice shodně k závěru, že žáky obou tříd nejvíce zaujala metoda gelosia, nicméně žákovské hodnocení náročnosti úlohy a úspěšnost řešení se již značně liší. Ačkoliv hodina, kdy se žáci VI. A i VII. A seznamovali s násobením gelosia, probíhala podle jedné přípravy vedené stejnou osobou, v každé ze tříd panovala jiná pracovní atmosféra i jiná míra zaujatosti. Můžeme zde potvrdit výše uvedené tvrzení platící zejména pro třídu s rozšířenou výukou matematiky účastnící se předvýzkumu, že pokud se žáci učí to, co je zajímá, učí se efektivněji a posiluje to jejich vnitřní motivaci.

S ohledem na uvedené závěry výzkumného šetření si můžeme dovolit odpovědět na výzkumnou otázku sdělením: Historie matematiky je cestou, jak žáky motivovat k samotné matematice. Poznatky z dějin matematiky by měly bít nabídnuty každému žákovi, zejména pak žákům matematicky nadaným, protože je to způsob, jak je pro matematiku zaujmout a podnítit k hlubšímu studiu.

ZÁVĚR

Volba tématu diplomové práce nebyla nahodilá. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* ukládá učiteli matematiky pracovat s tematickým okruhem *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Vytvořený soubor didaktických materiálů je možným námětem, jak jmenovaný tematický okruh pokrýt. Svým pojetím se snaží o „zlidštění" matematiky žákům realizací mezipředmětových vztahů. Zvolená témata se prolínají především se vzdělávací oblastí *Člověk a společnost*.

Cílem práce bylo zpracovat historii matematiky jako vhodný prostředek motivace žáků sekundárního vzdělávání k matematice. Práce současně nabízí oporu učitelům matematiky umožňující rozšíření znalostí o poznatky ze středověké matematiky. Zároveň je inspiruje nápady, jak žákům zpestřit hodiny matematiky. Teoretická část práce nejprve pojednává obecně o stavu školství ve středověku. Poté se blíže specifikujeme na vyučování a úroveň matematiky v této epoše. Součástí je výběr některých dobových početních praktik. Teoretická část je završena psychologickou stránkou motivace. Soustředíme se hlavně na informace, které by mohly pomoci učiteli zefektivnit vzdělávací proces.

Empirická část navazuje na teoretický základ vypracováním didaktického souboru, jenž je následně ověřen v edukační realitě školy. Soubor didaktického materiálu nabízí zpracování čtyř vyučovacích hodin. V každé vyučovací hodině je žákovi nabídnuto osvojit si dovednost jedné z početních praktik středověku. Příprava pro učitele obsahuje možnou strukturu hodiny doplněnou řadou metodických poznámek. Paralelně je pro každého žáka sestaven pracovní list, který navíc obsahuje krátký medailonek některého slavného matematika, s jehož tvorbou se žáci setkávají v hodinách matematiky.

Kvalitativní šetření mapuje reakce výzkumného vzorku. Na základě získaných dat můžeme konstatovat, že historie matematiky zaznamenala u žáků úspěch. Nejvíce žáky oslovilo násobení metodou gelosia. Z uvedeného výzkumu lze usoudit, že jednou z cest, jak žáky motivovat, je zařazení témat z historie matematiky. Samozřejmě to má i své limity. Důležitým předpokladem je, aby samotný učitel jevil o problematiku zájem. Závěry kvalitativního šetření nelze zobecnit, nicméně můžou být pro učitele impulsem, jak výuku matematiky obohatit.

Ačkoliv se téma specializovalo jen na jedno historické období, není zdaleka po teoretické stránce vyčerpáno a nebylo to ani účelem práce. Empirickou část práce lze rozšířit tvorbou dalších didaktických materiálů. Nabízí se tak projektové zpracování problematiky. Práce mi otevřela cestu k dalším podnětům, jimiž bych se ráda v budoucnu zabývala a především je aplikovala do výuky matematiky.

SEZNAM POUŽITÝCH PRAMENŮ A LITERATURY

Knižní zdroje:

BEČVÁŘ, J. Středověk. 2001a. In BEČVÁŘ, J. (ed), *Matematika ve středověké Evropě*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001. s. 7 – 64. ISBN 80-7196-232-5

BEČVÁŘ, J. Sedm svobodných umění. 2001b. In BEČVÁŘ, J. (ed), *Matematika ve středověké Evropě*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001. s. 65 – 102. ISBN 80-7196-232-5

BEČVÁŘOVÁ, M. Středověké školy. 2001a. In BEČVÁŘ, J. (ed), *Matematika ve středověké Evropě*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001. s. 121 – 140. ISBN 80-7196-232-5

BEČVÁŘOVÁ, M. Středověké početní algoritmy. 2001b. In BEČVÁŘ, J. (ed), *Matematika ve středověké Evropě*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2001. s. 231 – 264. ISBN 80-7196-232-5

BEČVÁŘ J., BEČVÁŘOVÁ, M. *Vývoj matematiky jako popularizující stimul*. 1. vyd. Praha: P3K, 2012. 59 s. ISBN 978-80-87186-77-0

DVOŘÁKOVÁ, M. *Základní učebnice pedagogiky*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2015. 248 s. ISBN 978-80-247-5039-2

FULIER, J., ŠEDIVÝ, O. *Motivácia a tvorivosť vo vyučovaní matematiky*. 1 vyd. Nitra: Fakulta prírodných vied UKF, 2001. 270 s. ISBN 80-8050-445-8

HENDL, J. *Kvalitativní výzkum*. 3. vyd. Praha: Portál, 2012. 407 s. ISBN 978-80-262-0219-6

HRABAL, V., PAVELKOVÁ, I. *Psychologické otázky motivace ve škole*. 2. vyd. Praha, 1989

CHAJDA, R. *Hravá matematika: Hříčky s plochami i křivkami, úhly, čísly a šiframi*. 1. vyd. Brno: Edika, 2012. 126 s. ISBN 978-80-266-0055-8

JUŠKEVIČ, A. P. *Dějiny matematiky ve středověku*. 1. vyd. Praha: Academia, 1978. 446 s.

LOKŠOVÁ I., LOKŠA, J. *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole.* 1. vyd. Praha: Portál, 1999. 208 s. ISBN 80-7178-205-X

MAREŠ, M. *Příběhy matematiky*. 1. vyd. Příbram: Pistorius & Olšanská, 2008. 336 s. ISBN 978-80-87053-16-4

MEŠKOVÁ, M. *Motivace žáků efektivní komunikací.* 1. vyd. Praha: Portál, 2012. 136 s. ISBN 978-80-262-0198-4

MIKULČÁK, J. *Nástin dějin vzdělávání v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918*. 1. vyd. Praha: MATFYZPRESS, 2010. 312 s. Dějiny matematiky, 42. svazek. ISBN 978-80-7378-112-5

NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2004. 66 s. ISBN 80-244-0916-X

NOVOTNÁ, J. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2012. 262 s. ISBN 978-80-210-6144-6

PETTY, G. *Moderní vyučování.* 6. vyd. Praha: Portál, 2013. 568 s. ISBN 978-80-262-0367-4

POTŮČEK, J. *Historie matematiky pro učitele I. díl*. 1. vyd. Plzeň: Pedagogické centrum, 2003. 82 s. ISBN 80-7020-127-4

WILLERS, M. *Algebra bez (m)učení: od arabských matematiků k tajným šifrám: matematika v každodenním životě: fascinující čísla a rovnice*. 1. vyd. Praha: Grada, 2012. 176 s. ISBN 978-80-247-4123-9.

ZORMANOVÁ, L. *Výukové metody v pedagogice*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, 2012. 160 s. ISBN 978-80-247-4100-0

Internetové zdroje:

BLAŽKOVÁ, R. *Motivace žáků v matematice* [online]. 2007, [cit. 2016-03-08]. Dostupné z: http://is.muni.cz/el/1441/podzim2007/MA2MP_PDM1/kolokv07motivace.pdf

EACEA EURYDICE. *Matematické vzdělávání v Evropě: společná úskalí a politiky jednotlivých zemí* [online]. Brusel: Eurydice, 2011. 180 s. [cit. 2016-02-19]. Dostupné z: http://eacea.ec.europa.eu/Education/eurydice/documents/thematic_reports/132CS.pdf ISBN 978-929201-247-2

FUCHS, E. *Biografie významných matematiků* [online]. 2000, [cit. 2015-09-14]. Dostupné z: http://www.math.muni.cz/~fuchs/Efuchs/historie_pdf/BM.PDF

HLAĎO, P. *Úvod do pedagogického výzkumu pro učitele středních škol* [online]. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2011. 123 s. [cit. 2016-02-19]. Dostupné z: http://www.vychova-vzdelavani.cz/pedagogickyvyzkum.pdf ISBN 978-80-7375-544-7

O´CONNOR, J. J., ROBERTSON, E. F. *Johannes de Sacrobosco* [online]. 1996, [cit. 2016-02-19]. Dostupné z: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Sacrobosco.html

O´CONNOR, J. J., ROBERTSON, E. F. *Leonardo Pisano Fibonacci* [online]. 1998, [cit. 2016-02-20]. Dostupné z: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Fibonacci.html

O´CONNOR, J. J., ROBERTSON, E. F. *Alcuin of York* [online]. 1999a, [cit. 2016-02-20]. Dostupné z: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/PictDisplay/Alcuin.html

O´CONNOR, J. J., ROBERTSON, E. F. *Pythagoras of Samos* [online]. 1999b, [cit. 2016-02-27]. Dostupné z: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Pythagoras.html

O´CONNOR, J. J., ROBERTSON, E. F. *Gerbert of Aurillac* [online]. 2012, [cit. 2016-02-20].
Dostupné z: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Gerbert.html

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. 2016, [cit. 2016-01-22]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1. PRACOVNÍ LIST: **ŘÍMSKÉ ČÍSLICE A LINY**

ŘÍMSKÉ ČÍSLICE

V Evropě se až do 10. století k zápisu čísel výhradně používaly jen římské číslice.

I	
V	
X	
L	
C	
D	
M	

Obrázek 1. Sluneční hodiny na zámku ve Valticích z roku 1728

ÚLOHA 1

A) *Zapiš římskými číslicemi*.

1918 __________

2004 __________

1348 __________

1740 __________

B) *Zapiš arabskými číslicemi*.

MCMXCIII __________

MCMXLV __________

MDXCII __________

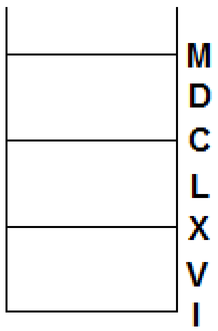
MCDXV _________

Obrázek 2. J. A. Komenský (1592 - 1670)

C) Podaří se ti k výše uvedeným letopočtům přiřadit historickou událost, která souvisí s dějinami naší země?

LINY

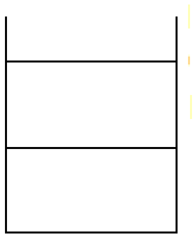
Počítání na linách se začalo v Evropě užívat od 12. století. K výpočtu stačilo načrtnout řadu rovnoběžných linek. Každá linka představovala konkrétní řád (jednotky, desítky, stovky atd.). Kamínek umístěný na lince určoval hodnotu jednotky příslušného řádu. Kamínek ležící v mezeře značil pět jednotek. Na každé lině mohly ležet nejvýše čtyři kamínky. V každé mezeře mohl být kamínek pouze jeden. Postupovalo se od nejnižších řádů k řádům nejvyšším. (Bečvářová, 2001b)



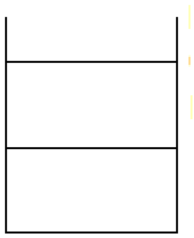
ÚLOHA 2

Zapiš čísla na liny.

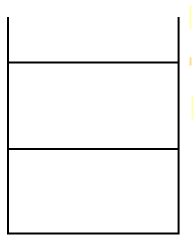
2:



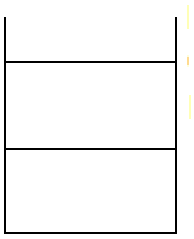
4:



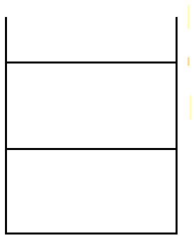
5:



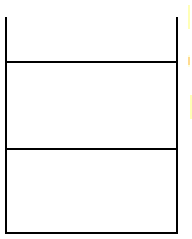
7:



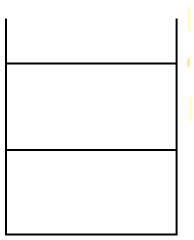
10:



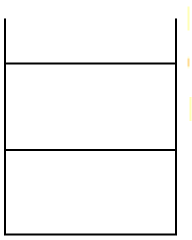
15:



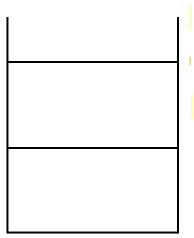
28:



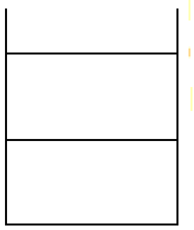
33:



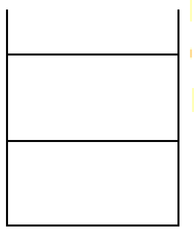
46:



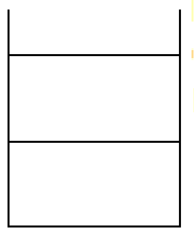
54:



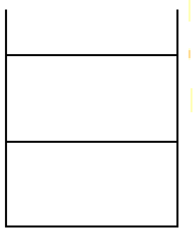
69:



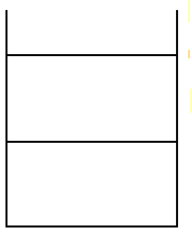
72:



99:



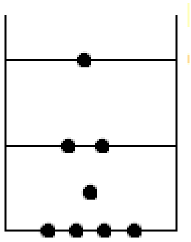
100:



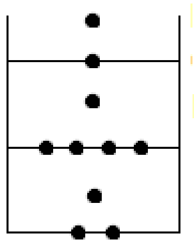
ÚLOHA 3

Spoj odpovídající si čísla.

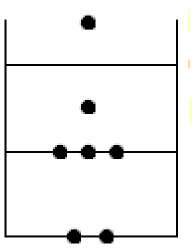
CCCLVI



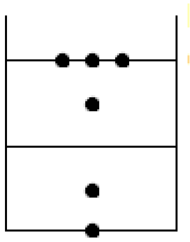
DLXXXII



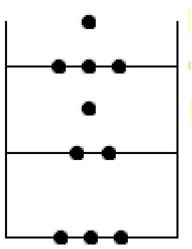
CXXIX



DCXCVII



DCCCLXXIII



ÚLOHA 4 Po stopách slavných matematiků

ERATOSTHENÉS Z KYRÉNY

Obrázek 3.
Eratosthenés z Kyrény
(Fuchs, 2000)

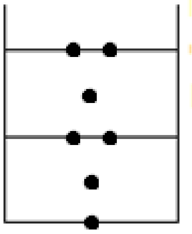
Eratosthenés byl řeckým matematikem a astronomem, současníkem a přítelem Archiméda.

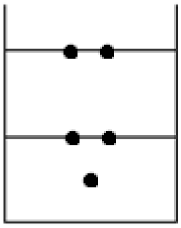
Narodil se v Kyréně (dnešní Libye) roku 276 př. n. l.

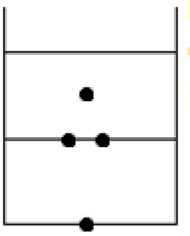
Od roku 225 byl správcem slavné alexandrijské knihovny. Jako první vyčíslil téměř přesně délku zemského poledníku. V matematice je známý metodou určování prvočísel – tzv. ,,*Eratosthenovo síto*‟.

Ke konci života oslepl a roku 195 př. n. l. zemřel dobrovolnou smrtí hladem. (Fuchs, 2000)

Na základě textu urči, zda je tvrzení pravdivé (P) či nepravdivé (N).

1) Eratosthenés se narodil roku př.  n. l.
P – N

2) Alexandrijskou knihovnu spravoval od roku 
P – N

3) Eratosthenés zemřel v  letech.
P – N

Obrázek 1:
Sluneční hodiny na valtickém zámku. In: Vodak [online]. 2010, [cit. 2016-02-26]. Dostupné z: http://vodak.eu/wordpress/wp-content/gallery/valtice/008-zamek-valtice-slunecni-hodiny-na-vnitrnim-nadvori.jpg

Obrázek 2:
J. A. Komenský. In: Eknihyzdarma [online]. 2015, [cit. 2016-02-26]. Dostupné z: http://www.eknihyzdarma.cz/eshop-znacka-jan-amos-komensky.html

Příloha 2. PRACOVNÍ LIST: **POČÍTÁNÍ NA LINÁCH**

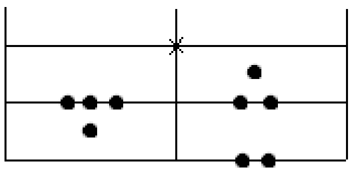
Sčítání

ŘEŠENÁ ÚLOHA

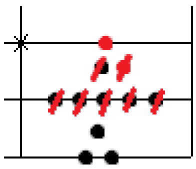
Pomocí lin vypočítej.

35 + 72= ?

1) Každý sčítanec zaznamenej na liny do sloupečku.

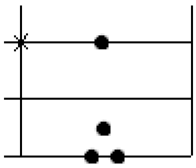


2) Všechny kaménky přemísti do jednoho společného sloupečku na odpovídající si liny a do odpovídajících si mezer.



Dále uprav podle pravidel, které už u lin znáš. Tj., na každé lině můžou ležet pouze čtyři kamínky. Pokud je jejich počet na lině větší, odebere se pět kamínků a jeden kamínek se přidá do následující mezery. V každé mezeře může být pouze jeden kamínek. Pokud je počet kamínků v mezeře větší, odeberou se dva kamínky z mezery a přidá se jeden kamínek na následující linu. Postupuje se od nejnižších řádů k nejvyšším.

3) Zaznamenej konečný součet.



35 + 72 = 107

(Bečvář a Bečvářová, 2012)

ÚLOHA 1

Vypočítej.

1) 27 + 35=

2) 196 + 138=

3) 581 + 479=

4) 708 + 695=

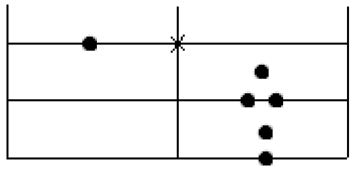
Odčítání

ŘEŠENÁ ÚLOHA

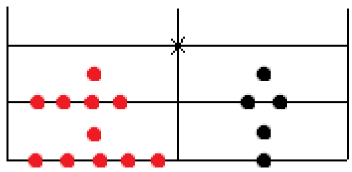
Pomocí lin vypočítej.

100 – 76=

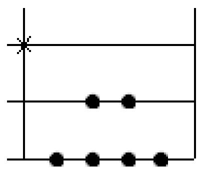
1) Menšence i menšitele zaznamenáme na liny.



2) Menšence upravíme tak, že kamínek rozložíme a zapíšeme na předcházející liny. Postupujeme od nejvyšších řádů k nejnižším. Menšitele pouze opíšeme.



3) Odečteme menšence od menšitele. Odečítáme kamínky na příslušných linách a v příslušných mezerách. Zapíšeme konečný rozdíl.



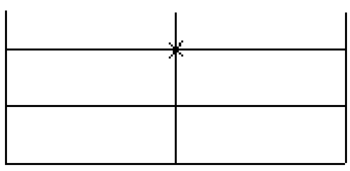
100 – 76= 24

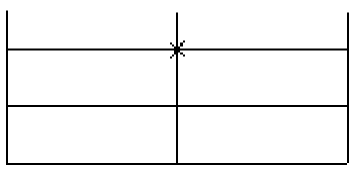
(Bečvář a Bečvářová, 2012)

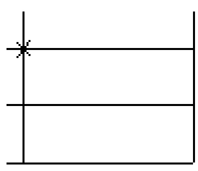
ÚLOHA 2

Vypočítej.

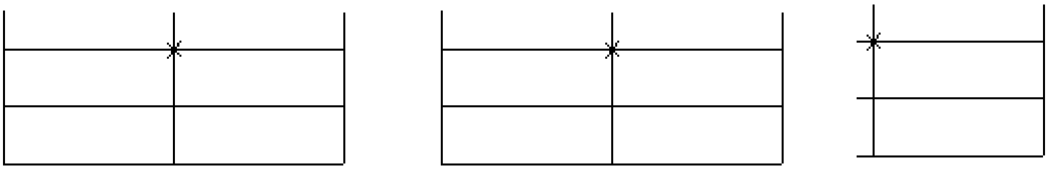
1) 86 – 29=



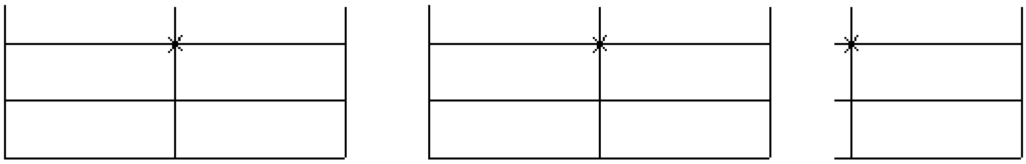




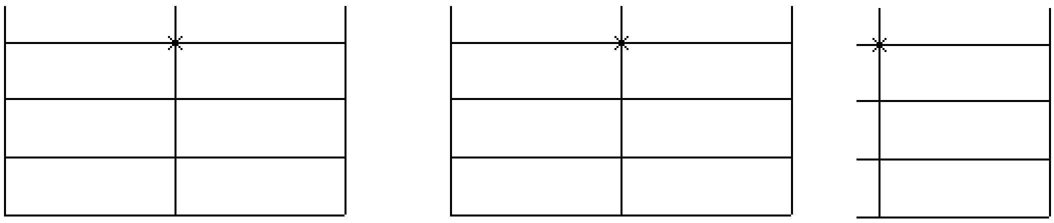
2) 283 – 54=



3) 402 – 176=



4) 941 – 385=



Obrázek 1. Početní deska s linami pro výpočet směny mincí (Bečvářová, 2001b, str. 236)

ÚLOHA 3 Po stopách slavných matematiků

Níže uvedený text popisuje život Pythagora. Text však není úplný. Podaří se ti, pomocí sčítání a odčítání na linách, text rozšifrovat?

PYTHAGORAS ZE [1]AMU

Pythagoras byl starověkým matematikem. Narodil se roku 570 př. n. l. na řeckém ostrově [2]amos v [3]gejském moři (poblíž dnešního [4]urecka).

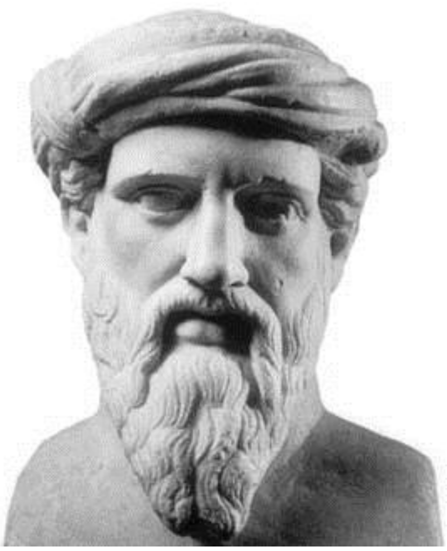
Během svého života se setkal v Milé[5]u s [6;7]alétem. Založil [8]ythagorejskou školu, tzv. [9]ythagorejci. Zajímali se jak o matematiku, tak o náboženství. Pythagorejci se rozdělovali do dvou skupin. První žila s Pythagorem a řídila se [10]tickým životem, druhá skupina chodila do školy pouze během dne. Jedno z nejpodivnějších pravidel, kterými se řídili, byl zákaz pojídání f[11]z[12]lí. V matematice se Pythagorejci proslavili řadou věcí – např. Pythagorovou větou nebo matematikou hudb[13].

Roku 508 př. n. l. na pythagorejskou školu z[14]útočil šlechtic z Krotónu. Pythagoras utekl do Meta[15]onti[16] a o osm let později zemřel. Po jeho smrti se žáci definitivně rozdělili na dvě skupin[17] – jednu matematickou a druhou náboženskou.

(Willers, 2012)

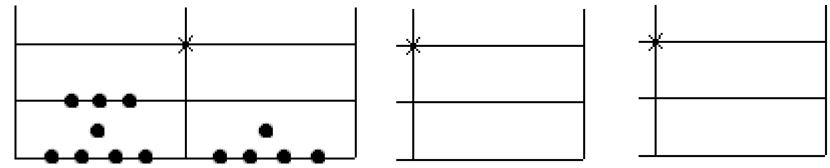
Podle výsledků z níže uvedených příkladů dosaď písmenka do textu o Pythagorovi.

A	CXXVI
E	CCCLXXXVII
Y	DCXIII
O	CMXLV
P	DCLXXI
T	DCCCLII
S	XLVIII
H	DXXXIV

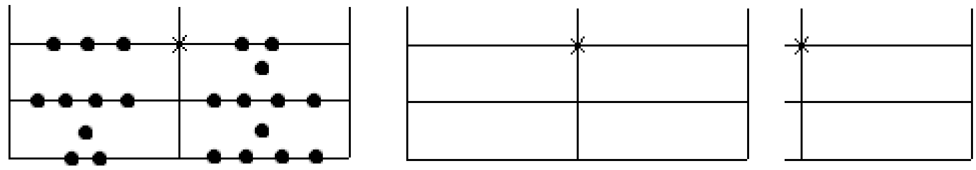


Obrázek 2. Pythagoras ze Samu (O´Connor, Robertson, 1999b)

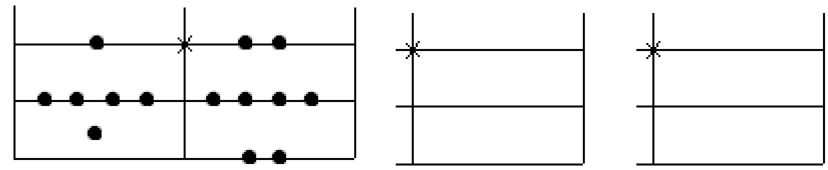
1) Sečti:



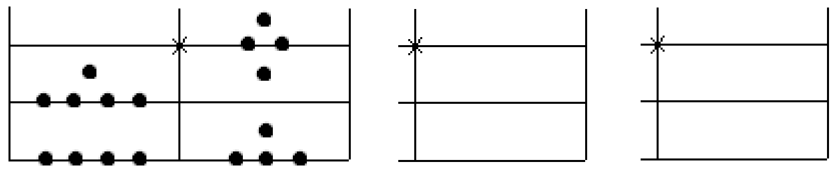
2) Odečti:



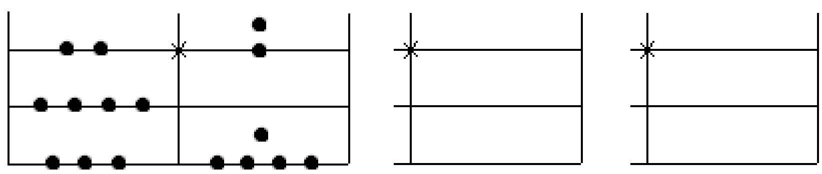
3) Sečti:



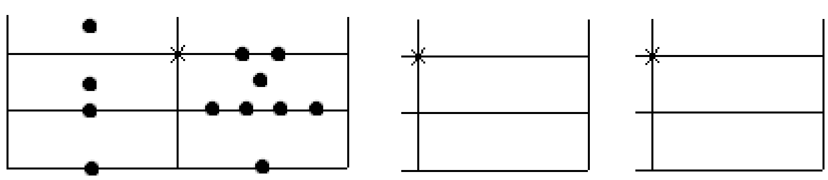
4) Sečti:



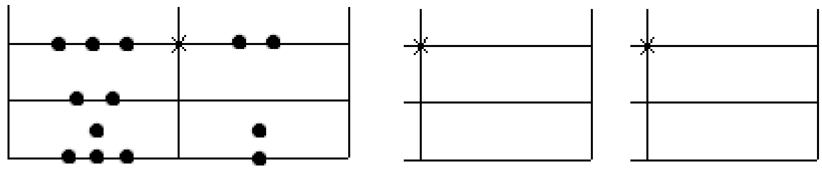
5) Sečti:



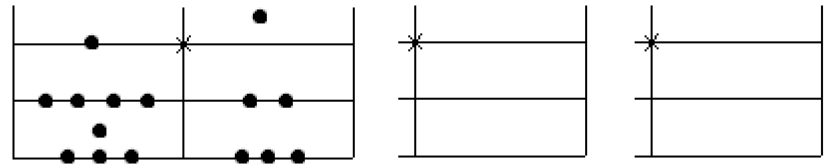
6) Sečti:



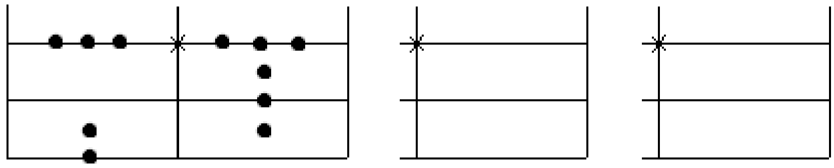
7) Sečti:



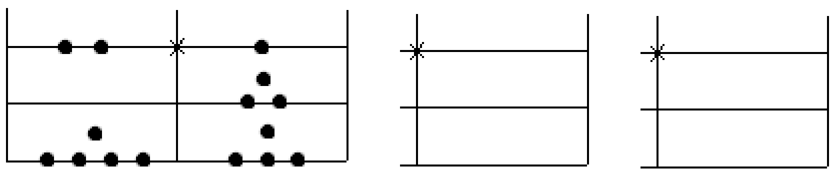
8) Sečti:



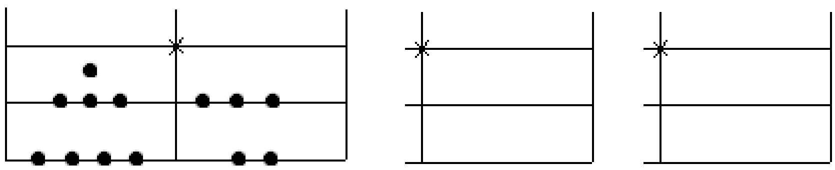
9) Sečti:



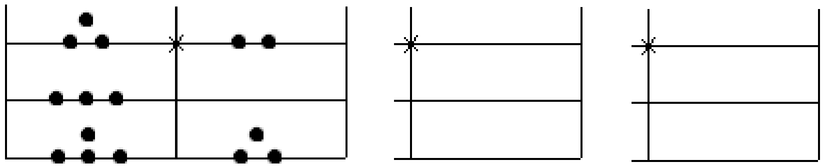
10) Sečti:



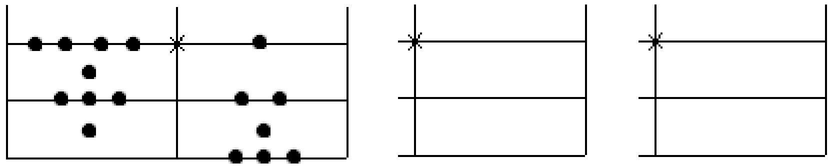
11) Sečti:



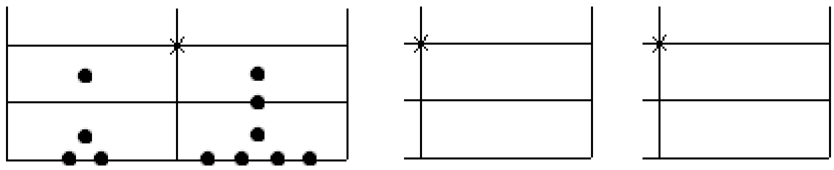
12) Sečti:



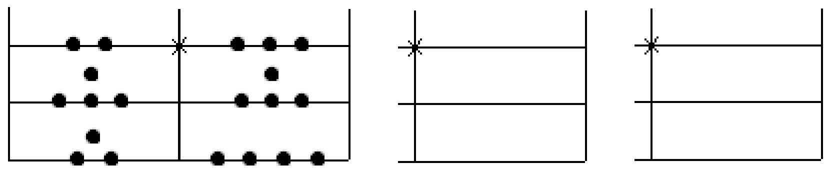
13) Sečti:



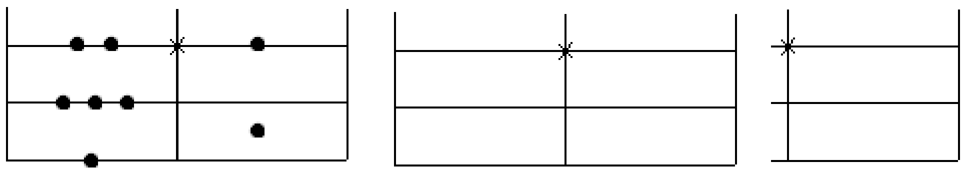
14) Sečti:



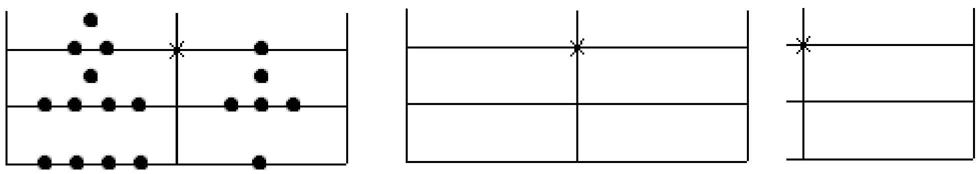
15) Sečti:



16) Odečti:



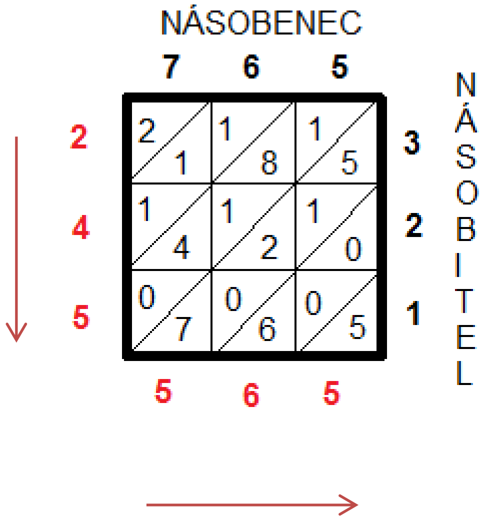
17) Odečti:



Příloha 3. PRACOVNÍ LIST: **NÁSOBENÍ – GELOSIA**

ŘEŠENÁ ÚLOHA

765 . 321 = ?



765 . 321 = 245 565

ÚLOHA 1

Vynásob středověkým algoritmem gelosia.

A) 19 . 8 =

B) 12 . 14 =

C) 35 . 476 =

D) 145 . 507 =

ÚLOHA 2 Po stopách slavných matematiků

Starořecký matematik pochází z Alexandrie a je označován za otce geometrie.

Narodil se kolem roku 325 př. n. l., není však známo kde.

Proslavil se knihou *Základy* (řecky *Stoicheia*) skládající se ze 13 kapitol. Kniha se zabývá nejen geometrií, ale i teorií čísel. Dílo *Základy* tvořilo více než 2 000 let stěžejní učebnici geometrii.

Zemřel kolem roku 265 př. n. l.

(Willers, 2012)

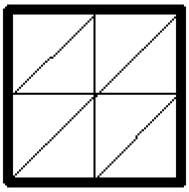
Obrázek 1. Autor díla *Základy* (Fuchs, 2000)

Podaří se ti odhalit jméno starořeckého matematika, jemuž je věnován medailonek? Řeš metodou gelosia.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

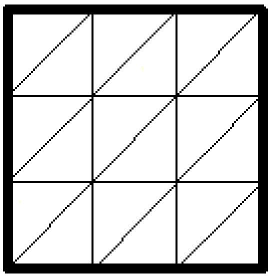
1 81 . 23 =

A) 1 863 = E
B) 1 963 = P
C) 863 = T



2 411 . 197 =

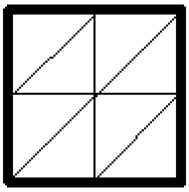
A) 70 967 = H
B) 81 867 = Y
C) 80 967 = U



Obrázek 2. Kvadrivium – aritmetika (Bečvář, 2001a, str. 64)

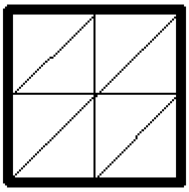
3 19 . 30 =

A) 5 070 = A
B) 670 = T
C) 570 = K



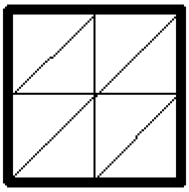
4 97 . 84 =

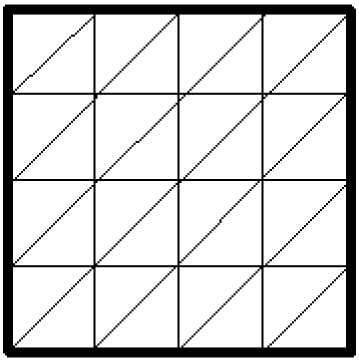
A) 7 148 = H
B) 8 148 = L
C) 7 048 = M



5 18 . 53 =

A) 954 = E
B) 964 = U
C) 9 064 = O





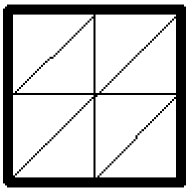
6 1 046 . 3 297 =

A) 3 448 662 = I
B) 3 448 762 = Y
C) 3 457 662 = O

Obrázek 3. Kvadrivium – geometrie
(Bečvář, 2001a, str. 64)

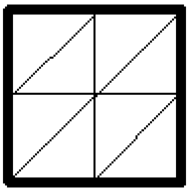
7 76 . 43 =

A) 3 368 = T
B) 3 268 = D
C) 2 268 = P



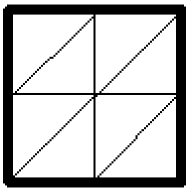
8 14 . 16 =

A) 124 = A
B) 224 = É
C) 2 204 = O



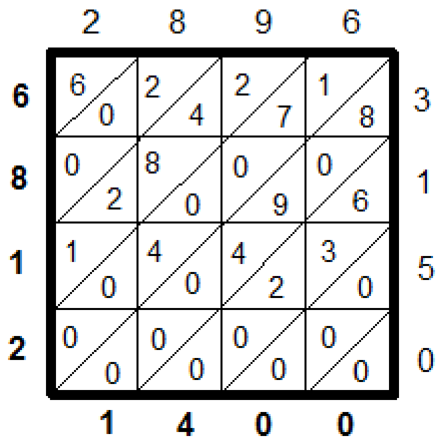
9 89 . 67 =

A) 5 863 = M
B) 4 863 = Z
C) 5 963 = S



ÚLOHA 3

Odhalíš všechny chyby v následujícím výpočtu? Barevně úlohu oprav.

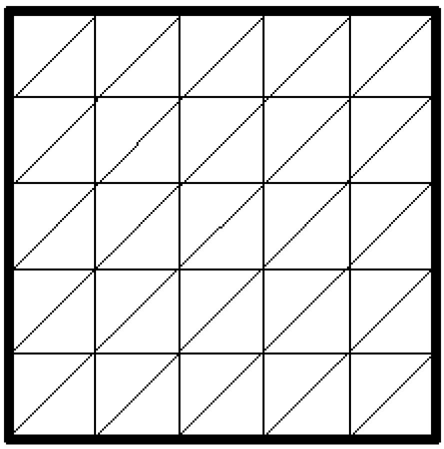


Zapiš správný výsledek:

ÚLOHA 4*

Metodou gelosia vypočítej:

62 837 . 91 458 =



Příloha 4. # JSEM MATEMATIK-HISTORIK?

Jméno, příjmení: ____________________

1. ŘÍMSKÉ ČÍSLICE

I) *Zapiš římskými číslicemi.*

2 409 ____________

986 ____________

3 745 ____________

Úloha je pro mě: a) velmi obtížná
b) obtížná
c) ani obtížná, ani snadná
d) snadná
e) velmi snadná.

II) *Zapiš arabskými číslicemi.*

MMDCV ____________

DCCCXLVII ____________

MMMCDXCIV ____________

Úloha je pro mě: a) velmi obtížná
b) obtížná
c) ani obtížná, ani snadná
d) snadná
e) velmi snadná.

2. LINY

I) *Zapiš čísla na liny.*

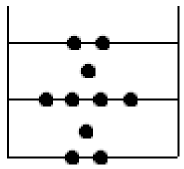
a) 652

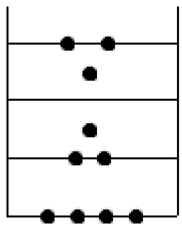
b) 7 481

Úloha je pro mě: a) velmi obtížná
b) obtížná
c) ani obtížná, ani snadná
d) snadná
e) velmi snadná.

II) *Která čísla jsou zapsána na linách?*

a) b)





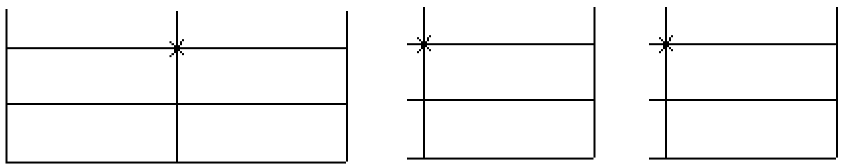
________ ________

Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

3. POČÍTÁNÍ NA LINÁCH

I) *Sečti a zapiš výsledek.*

126 + 391 =

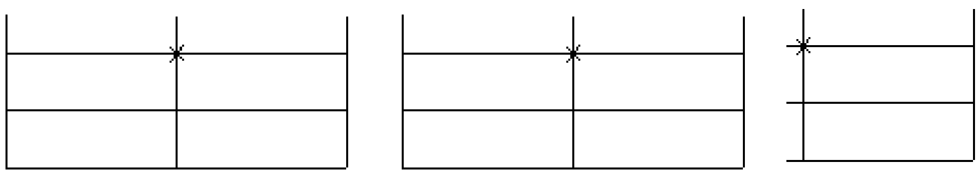


Výsledek: __________

Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

II) *Odečti a zapiš výsledek.*

227 – 193 =



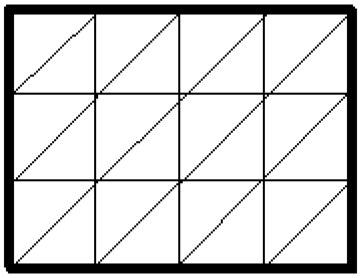
Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

Výsledek: __________

4. NÁSOBENÍ GELOSIA

I) *Vypočítej metodou gelosia*.

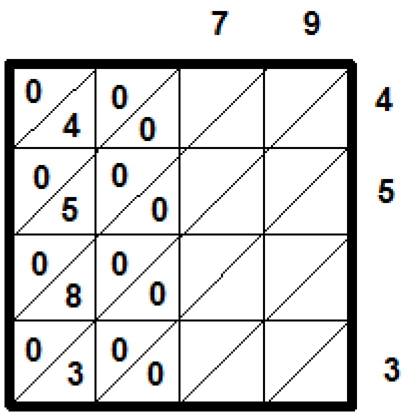
2 843 . 197 = ________________



Úloha je pro mě:
a) velmi obtížná
b) obtížná
c) ani obtížná, ani snadná
d) snadná
e) velmi snadná.

II) *Dopočítej metodou gelosia*.

_ _ 79 . 4 5 _ 3 = _______________



Úloha je pro mě:
a) velmi obtížná
b) obtížná
c) ani obtížná, ani snadná
d) snadná
e) velmi snadná.

5. PO STOPÁCH SLAVNÝCH MATEMATKŮ

I) U každého tvrzení zakroužkuj, zda je pravdivé (**P**) *či nepravdivé* (**N**).

a) Za otce geometrie je považován Eratosthenés z Kyrény. Proslavil se dílem *Základy*.

P – N

b) Pythagoras ze Samu založil svoji školu, která se zajímala o matematiku i náboženství.

P – N

c) Eukleidés z Alexandrie našel metodu určování prvočísel. Zemřel dobrovolnou smrtí.

P – N

Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

II) Dokonči větu. Zapiš o matematikovi všechno, co o něm víš.

ERATOSTHENÉS Z KYRÉNY ______________________________________

____

____ .

EUKLEIDÉS Z ALEXANDRIE ______________________________________

____

____ .

PYTHAGORAS ZE SAMU ____

____

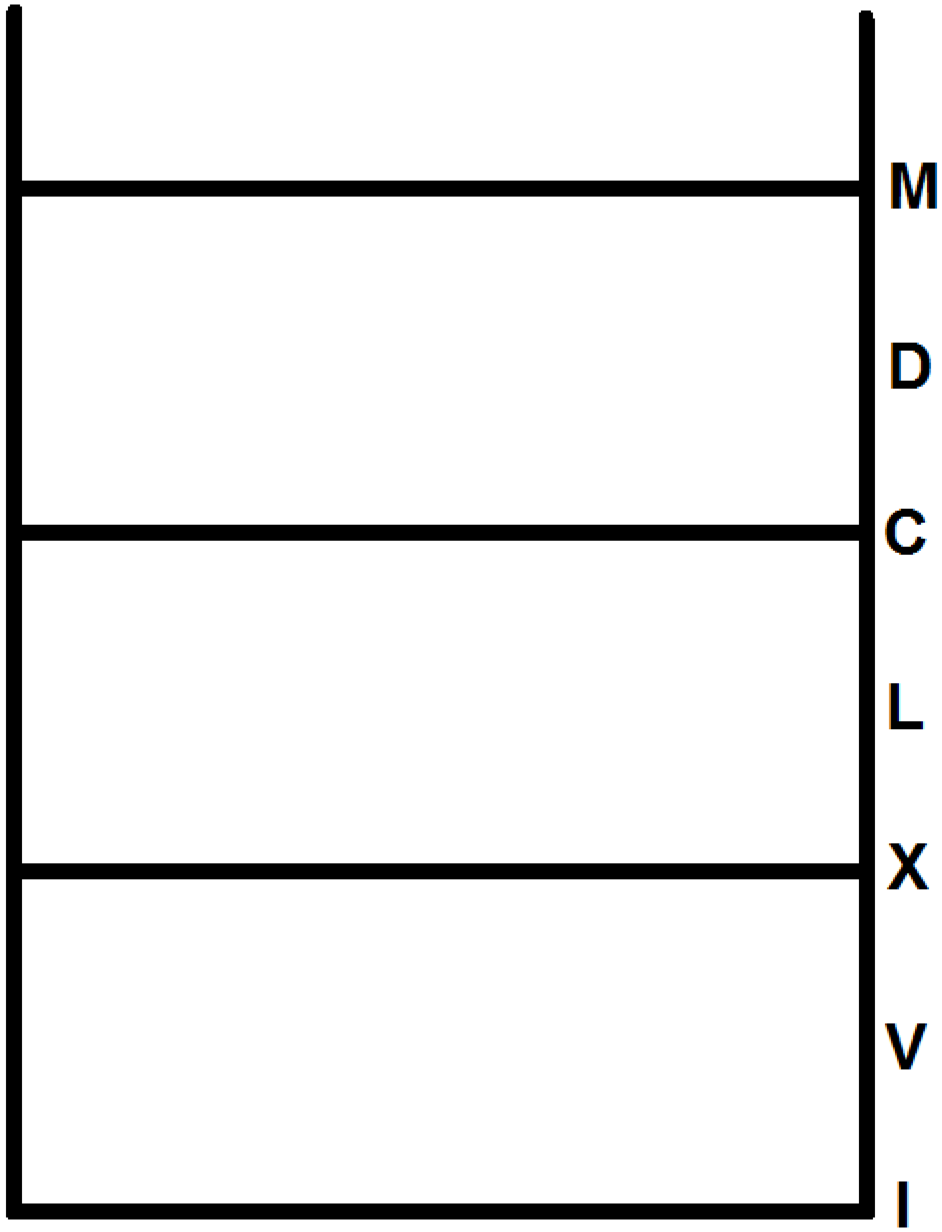
____ .

Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

Prostor pro Tvůj komentář.

DĚKUJI TI ZA SPOLUPRÁCI!

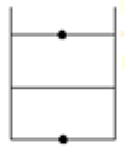
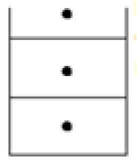
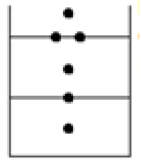
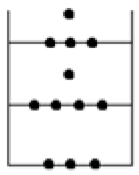
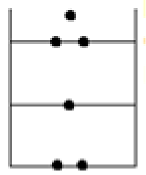
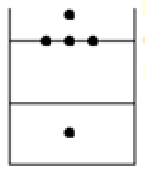
Příloha 5. **ŠABLONA - LINA**



Příloha 6. **ŠABLONA - PEXESO**

134	CXXXIV	**287**	CCLXXXVII
449	CDXLIX	**508**	DVIII
892	DCCCXCII	**995**	CMXCV
1 074	MLXXIV	**1 750**	MDCCL
2 910	MMCMX	**3 926**	MMMCMXXVI

Příloha 7. **ŠABLONA - DOMINO**

17	DXXIII	523	
CI	MMXCI	2 091	
DLV		DCCLXV	893
		DCCXII	MDCXIV
1 614		DCCCV	431
CDXXXI	MDCIX	1 609	XVII

Příloha 8. **REXLEXE: ZŠ STUPKOVA, OLOMOUC**

Datum:

Jsem:

a) chlapec

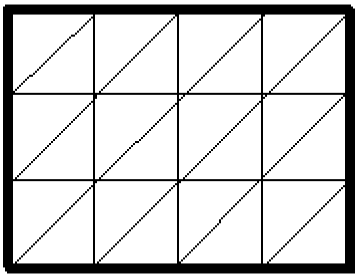
b) dívka

Třída:

METODA GELOSIA

I) Vypočítej metodou gelosia.

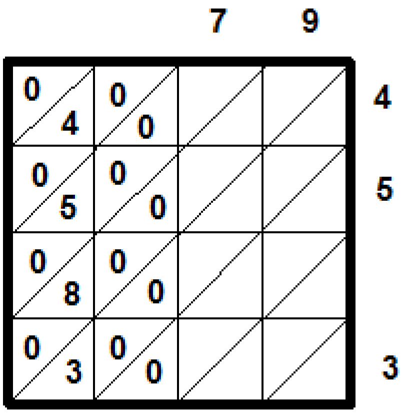
2 843 . 197 = ________________



Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

II) Dopočítej metodou gelosia.

_ _ 79 . 4 5 _ 3 = ______________



Úloha je pro mě:	a) velmi obtížná b) obtížná c) ani obtížná, ani snadná d) snadná e) velmi snadná.

HODNOCENÍ

1)

Dnešní hodina matematiky mě:

a) bavila
b) nebavila.

PROČ?

2)

Byla pro tebe formulace úloh v pracovním listě srozumitelná? Nebo jsi něčemu nerozuměl/a?

3)

Napadlo tě, čím bych mohla hodinu (případně pracovní list) oživit?

4)

Chtěl/a bys mi k tomu ještě něco sdělit?

Děkuji za spolupráci!

Marie Pavlušová

Příloha 9. **DOTAZNÍK – ZŠ A ZUŠ STRÁNÍ**

Datum:

Třída:

Jsem: a) chlapec
b) dívka

---

1. ***Matematika je můj***:
a) nejoblíbenější předmět
b) oblíbený předmět
c) ani oblíbený, ani neoblíbený předmět
d) neoblíbený předmět
e) velmi neoblíbený předmět

2. ***Moje nejčastější známka z matematiky je***:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

3. ***Historicky laděné počítání mě***:
a) bavilo
b) ani bavilo, ani nebavilo
c) nebavilo

***Proč*?**

4. ***Která část tě v hodinách oslovila nejvíce*?**
a) římské číslice
b) záznam čísel na liny
c) počítání na linách (sčítání a odčítání)
d) násobení gelosia
e) medailonek slavného matematika

5. ***Která početní aktivita pro tebe byla obtížná?***
a) římské číslice
b) záznam čísel na liny
c) počítání na linách (sčítání a odčítání)
d) násobení gelosia

V čem byla potíž?

6. ***Chtěl/a bys zařadit podobné činnosti do běžné hodiny matematiky? Pokud ano, zakroužkuj jak často?***
a) ano
   I. každou hodinu
   II. jednou týdně
   III. jednou měsíčně
   IV. aspoň někdy
b) ne

7. ***Byla pro tebe formulace v pracovním listě srozumitelná? Nebo jsi něčemu nerozuměl/a?***

8. ***Chtěl/a bys mi k tomu ještě něco sdělit?***

Děkuji za spolupráci!

Marie Pavlušová

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Marie Pavlušová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Doc. PhDr. Bohumil Novák, CSc.
Rok obhajoby:	2016

Název práce:	Netradiční počtářské praktiky ve školské matematice – pohled do historie vyučování
Název v angličtině:	Unusual arithmetical practices in school Mathematics – A look into the history of teaching
Anotace práce:	Cílem diplomové práce „*Netradiční počtářské praktiky ve školské matematice – pohled do historie vyučování*“ je didakticky zpracovat historii matematiky jako prostředek motivace ve školské matematice sekundárního vzdělávání. Teoretická část práce nabízí přehled stavu školství se zaměřením na vyučování matematiky v evropském středověku. Ústřední částí je popis vybraných počtářských praktik této epochy. Navazující empirická část je tvořena souborem zpravovaných didaktických materiálů, které může učitel využít ke zpestření výuky matematiky. Práce je završena kvalitativním výzkumem ověřujícím vytvořené materiály v edukační realitě.
Klíčová slova:	Středověká matematika, motivace, kvalitativní výzkum, pracovní list.
Anotace v angličtině:	The aim of the thesis entitled „*Unusual arithmetical practices in school Mathematics - A look into the history of teaching*“ is to work out the history of Mathematics by a didactical way as a tool of motivation in school Mathematics in secondary education. The theoretical part provides a status overview of education focusing on the teaching of Mathematics in the European Middle Ages. The central part describes selected algebraic practices of this era. The following empirical part consists of a set of elaborated didactic materials that teachers can use to diversify the way of teaching Mathematics. The work is completed by a qualitative research verifying

	the created materials in the educational reality.
Klíčová slova v angličtině:	Medieval Mathematics, motivation, qualitative research, Worksheet.
Přílohy vázané v práci:	CD ROM
Rozsah práce:	84 s.
Jazyk práce:	Český jazyk