

Univerzita Palackého v Olomouci

Přírodovědecká fakulta

Katedra experimentální fyziky



Bakalářská práce

Název práce:

**Kalibrace a justování experimentální sestavy
pro PMD (phase measuring deflectometry)**

Autor:
Studijní program:
Studijní obor:
Forma studia:
Vedoucí práce:
Datum zadání práce:
Datum odevzdání práce:

Vojtěch Svak
B1701 Fyzika
Aplikovaná fyzika
Prezenční
Mgr. Michal Pochmon
říjen 2011
květen 2012

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval sám pod vedením Mgr. Michala Pochmona za použití materiálů uvedených na konci práce.

Podpis autora:

Poděkování

Mnohokrát děkuji svému vedoucímu Mgr. Michalu Pochmonovi za odborné vedení při tvorbě této práce, za trpělivost a čas se mnou trávený v laboratoři.

Bibliografická identifikace

Autor:	Vojtěch Svak
Název práce:	Kalibrace a justování experimentální sestavy pro PMD (phase measuring deflectometry)
Typ práce:	Bakalářská práce
Pracoviště:	Katedra experimentální fyziky
Vedoucí práce:	Mgr. Michal Pochmon
Rok obhajoby práce:	2012
Počet stran:	43
Počet příloh:	0
Jazyk:	Čeština

Abstrakt

Práce se zabývá deflektometrií měřením fáze, což je nekontaktní optická metoda užívaná k měření tvaru opticky odrazných předmětů. První část se věnuje teoretickému rozboru metody, jsou zde také odvozeny některé vztahy nutné k práci s touto metodou. Hlavní část práce tvoří návrh postupu kalibrace experimentální sestavy a také popis některých nezbytných korekcí prvků sestavy. V závěru jsou uvedeny výsledky měření předmětu známého tvaru, čímž je demonstrována funkčnost navrženého kalibračního postupu.

Klíčová slova: deflektometrie měřením fáze, PMD, kalibrace, dírková kamera, 3D metrologie

Bibliographical identification

Author:	Vojtěch Svak
Title:	Calibration and adjustment of experimental setup for PMD (phase measuring deflectometry)
Type of thesis:	Bachelor
Department:	Department of experimental physics
Supervisor:	Mgr. Michal Pochmon
The year of presentation:	2012
Number of pages:	43
Number of appendices:	0
Language:	Czech

Abstract

This thesis deals with phase measuring deflectometry which is an optical incoherent method of measurement of specular free-form surfaces. The first part is dedicated to theoretical analysis of this method and some necessary formulas are derived too. The core of this work consists of design of calibration procedure for calibrating the experimental setup and also necessary corrections of particular components are mentioned there. Finally, an exemplary measurement of object of known shape is carried out in order to verify the functionality of proposed calibration procedure.

Keywords: phase measuring deflectometry, calibration, pinhole camera model, 3D metrology

Obsah

1. Úvod.....	7
1.1 Cíle bakalářské práce.....	8
2. Profilometrie.....	9
3. Deflektometrie měřením fáze.....	11
3.1 Princip PMD.....	11
3.2 Stereo deflektometrie.....	12
3.3 Sinusová mřížka.....	14
3.4 Měření fáze.....	16
3.5 Unwrapping.....	19
4. Kalibrace experimentální sestavy.....	21
4.1 Kalibrace monitoru.....	21
4.2 Kalibrace kamery.....	23
4.2.1 Pinhole model.....	23
4.2.2 Kalibrace kamery.....	27
4.3 Geometrická kalibrace.....	29
5. Výpočet tvaru povrchu.....	32
6. Experimentální část.....	35
6.1 Experimentální sestava a její kalibrace.....	35
6.2 Korekce intenzitního přenosu.....	37
6.3 Měření pomocí nakalibrované sestavy.....	39
7. Závěr.....	41
8. Seznam použité literatury.....	42

1. Úvod

V současnosti se 3D metrologie uplatňuje zejména v průmyslu či zdravotnictví. Pojem 3D metrologie obecně označuje proces zjištění profilu nebo výškového rozložení prostorových objektů. Měření profilu předmětu je využíváno v systémech kontroly kvality výrobků, a to od testování výrobků relativně velkých rozměrů, jako jsou různé optické prvky nebo součástky strojů, až po testování struktur o charakteristických rozměrech v řádech mikrometrů. Ve zdravotnictví je 3D metrologie využívána zejména k posuzování vývoje chorob, které se projevují změnou tvaru určité části těla. Může jít například o choroby kůže nebo různé deformity páteře.

Rozvoj techniky v dnešní době umožňuje efektivní využití různých měřících metod i tam, kde to dříve nebylo možné z důvodu nedostupnosti technických prostředků, nebo nevhodné kvůli zdlouhavému zpracování naměřených dat. Konkrétně PMD je metoda výpočetně relativně náročná, ale pokrok na poli výpočetní techniky umožňuje její využívání například při kontrole kvality přesných optických prvků. Jiná obměna PMD slouží v automobilovém průmyslu k automatizovanému vyhledávání defektů ve sklech (bublinky, zvlnění) nebo na karosériích automobilů (deformace, škrábance). Právě metodou deflektometrie měřením fáze se bude zabývat tato práce. Práce by měla poskytnout dostatek informací k pochopení principů, na kterých tato metoda stojí. Popis cílů této práce je uveden v následující kapitole.

1.1 Cíle bakalářské práce

Tato práce si klade za cíl podat ucelený přehled metody deflektometrie měřením fáze (PMD), což je nekontaktní optická metoda měření tvaru povrchu opticky hladkých předmětů. Práce se bude věnovat zejména postupu kalibrace měřicí sestavy, což je jeden z nejnáročnějších a nejkritičtějších aspektů metody.

První část bude věnována výkladu hlavních myšlenek, které stojí za touto metodou. Bude zaveden pojem sinusové mřížky, její využití v PMD a problémy s tím spojené. Například bude diskutován problém zabalování fáze, který bude doprovázen přehledem nejčastějších přístupů k rozbalování.

Druhá část se bude věnovat samotné kalibraci experimentální sestavy, tzn. zjištění volitelných parametrů sestavy, jako jsou vlastnosti nebo geometrická orientace použitých komponent. Bude navržen a popsán kalibrační postup vycházející z modelu dírkové kamery.

V závěru bude provedena kalibrace sestavy pomocí navrženého postupu. Zde budou také uvedeny některé nutné korekce jednotlivých prvků sestavy. Funkčnost kalibrace bude nakonec ověřena pomocí měření předmětu známého tvaru.

2. Profilometrie

Pod pojmem profilometrie rozumíme měření profilu neboli výškového rozložení trojdimenzionálního předmětu. V principu můžeme rozlišovat dva typy profilometrie, a to kontaktní a nekontaktní. Při kontaktním měření dochází k mechanickému kontaktu měřeného předmětu s měřicí aparaturou. To však s sebou nese riziko jak mechanického poškození předmětu (třeba poškrábání), tak ovlivnění výsledku pružnou deformací předmětu v průběhu měření. Navíc kontaktní měření probíhají sekvenčně, což vede k dlouhým dobám měření. Většinu těchto problémů lze eliminovat metodami optické profilometrie, které spadají do skupiny nekontaktních měření. K měření lze například použít interferenci světla, která tvoří podstatu tzv. koherentních metod. Tyto metody umožňují rozlišit výškové rozdíly velikosti srovnatelné s vlnovou délkou použitého světla, na druhou stranu neumožňují měřit velké a členité předměty. Pro měření takových předmětů lze s výhodou použít nekoherentní optické metody.

Nekoherentní optické metody v podstatě pracují následujícím způsobem. Pomocí projektoru je na zkoumaný objekt promítnuta určitá optická struktura. Předmět s promítnutou strukturou je pozorován kamerou, avšak z pohledu kamery je struktura jistým způsobem deformovaná, což je využito ke zjištění tvaru předmětu. Například v 3D laserové triangulaci je touto optickou strukturou laserová stopa. Jinou používanou strukturou je tzv. sinusová mřížka, což je dvojrozměrná optická struktura, jejíž intenzita vykazuje v jednom směru sinusový průběh. Členitost povrchu předmětu způsobí posun fáze, která je pozorována v jednom pixelu kamery, oproti fázi mřížky pozorované v tomto pixelu na referenční rovině. Tento posun pak reprezentuje vzdálenost bodu povrchu od referenční roviny. Na tomto principu pracují metody jako fourierovská profilometrie [1] (FTP – fourier transform profilometry) nebo phase-shifting profilometrie [2] (PSP – phase shifting profilometry).

Všechny výše zmíněné techniky se používají pro měření tvaru difúzně odrazných předmětů. Komplikace nastávají při měření tvaru opticky hladkých předmětů, jako jsou zrcadla nebo čočky. Na rozdíl od difúzně odrazných předmětů, povrch opticky hladkých předmětů není viditelný, vidíme jeho vliv jen na základě odrazu světla, které na něj dopadá. Metoda, která tento efekt využívá, je obecně nazývána *deflektometrie* a existuje v mnoha podobách. Výhodou těchto metod je jejich jednoduchost, rychlost a fakt, že nevyžadují zdroj koherentního záření. Pro promítání testovacích optických struktur jsou s výhodou využívány LCD monitory, které umožňují velmi dobře definovat, realizovat a kontrolovat požadovanou strukturu. Standardně deflektometricé metody neměří absolutní tvar předmětu, ale změny

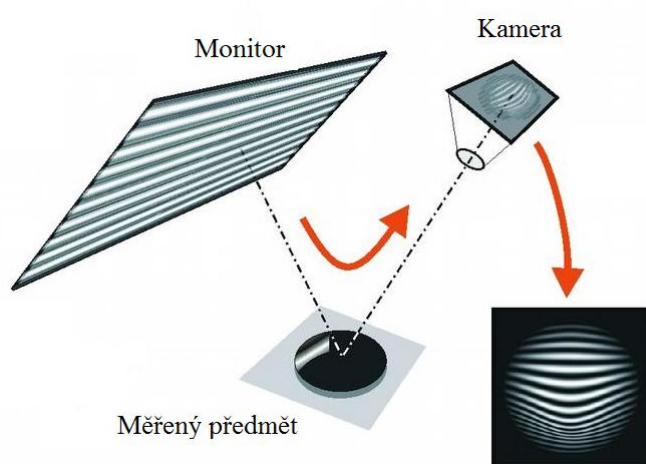
sklonu povrchu a následně křivost. Tato práce se zabývá metodou deflektometrie měřením fáze (PMD – phase measuring deflectometry) v její tzv. stereo variantě, kdy je absolutní měření umožněno na základě pozorování testovaného předmětu dvěma kamerami.

3. Deflektometrie měřením fáze

3.1 Princip PMD

PMD je nekoherentní optická metoda měření profilu opticky hladkých prostorových předmětů. Metoda je založena na zákoně odrazu světla od opticky hladkého povrchu. Mějme bod povrchu a normálu k povrchu v tomto bodě. Světelný paprsek dopadající na povrch v tomto bodě se odráží, přičemž úhel odrazu se rovná úhlu dopadu a odražený paprsek zůstává v rovině dopadu. Rovina dopadu je rovina definovaná dopadajícím paprskem a normálou k povrchu.

Schéma typické měřicí sestavy je na obr. 3.1. Měřicí proces probíhá tak, že se na monitoru promítá série sinusových mřížek a jejich odraz na povrchu testovaného předmětu je zachycen kamerou. Jelikož jsou používány digitální kamery, obrazy povrchu mají konečný počet bodů odpovídající počtu pixelů kamery. Série těchto obrazů je pak algoritmicky zpracována na počítači a výsledkem jsou matice souřadnic bodů na monitoru, které jsou pozorovány v každém pixelu matice čipu kamery.



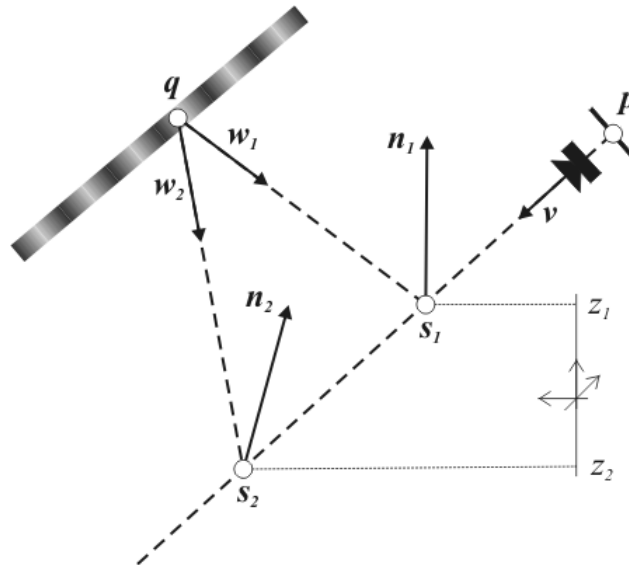
Obrázek 3.1: Schéma měřicí sestavy (www.3d-shape.com).

Když je sestava nakalibrovaná (viz kapitola 4), po měření známe pro každý pixel kamery p pozici bodu q pozorovaného na monitoru a paprsek v , což je množina bodů v prostoru, které se zobrazí do tohoto pixelu. To však není dost informací k tomu, abychom spočítali normálu k povrchu. Situace je znázorněna na obr. 3.2. Vypočtená normála se mění v závislosti na pozici bodu povrchu a tento bod může být kdekoli na paprsku v , třeba v bodě s_1 , nebo v bodě s_2 . Abychom získali správnou normálu, musíme zjistit něco navíc. Například směr dopadajícího paprsku w nebo výšku z .

Pak lze normálu vypočítat jako:

$$\mathbf{n} = -\frac{\mathbf{w} + \mathbf{v}}{\|\mathbf{w} + \mathbf{v}\|} \quad (3.1)$$

kde $\mathbf{w} = \mathbf{s} - \mathbf{q}$ a bod povrchu \mathbf{s} je znám.



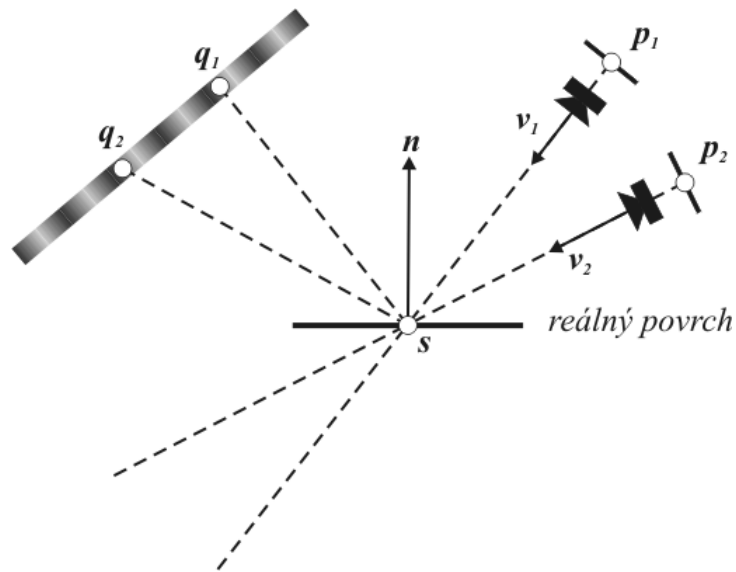
Obrázek 3.2: Nejednoznačnost určení normály k povrchu.

Metodou pro získání směru dopadajícího paprsku \mathbf{w} může být použití telecentrické sestavy [3]. Je použita čočka pro promítnutí monitoru do nekonečna, takže pro všechny body \mathbf{q} je jen jeden společný paprsek \mathbf{w} . Další možností je provést dvě měření pro dvě různé polohy monitoru, čímž se pro každý pixel kamery získají dva body (v každé poloze jeden bod \mathbf{q}), které jednoznačně určí paprsek \mathbf{w} příslušející tomuto pixelu. [4].

3.2 Stereo deflektometrie

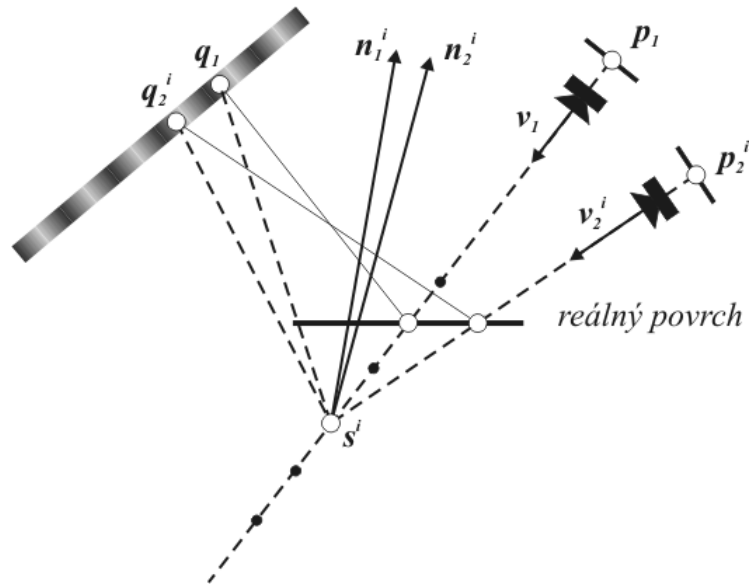
V případě naší experimentální sestavy jsme se vypořádali s nejednoznačností v určení normály způsobem, který navrhli Knauer, Kaminski a Häusler [5]. Reálnou normálu lze identifikovat tak, že budeme pozorovat obrazce odrážející se na předmětu druhou kamerou. Stereo metody jsou běžně používané, avšak v porovnání s měřením difuzních povrchů máme u opticky hladkých povrchů o něco složitější pozici. Nemůžeme totiž použít promítnutý obrazec k určení odpovídajících si pixelů obou kamer, tzn. pixelů, které vidí tentýž bod povrchu (viz obr. 3.3). Ačkoli se pixelem \mathbf{p}_1 díváme na stejný bod povrchu \mathbf{s} jako pixelem \mathbf{p}_2 , v pixelu \mathbf{p}_1 vidíme bod monitoru \mathbf{q}_1 a v pixelu \mathbf{p}_2 vidíme odlišný bod monitoru \mathbf{q}_2 . V odpovídajících si pixelech tedy obecně vidíme rozdílnou fázi. Abychom našli

odpovídající si pixely, musíme se zaměřit na jiný parametr. Parametr, který by měl být samozřejmě identický pro obě kamery, je normála \mathbf{n} v bodě povrchu \mathbf{s} .



Obrázek 3.3: Fáze pozorované v odpovídajících si pixelech jsou obecně různé.

Protože ani v případě stereo měření nám výsledky přímo neříkají nic o absolutní výšce bodu povrchu, který pozorujeme v konkrétním pixelu jedné či druhé kamery, nezbyvá než tuto výšku odhadnout a testovat, zda byl tento odhad správný. Lze postupovat způsobem zachyceným na obr. 3.4. Vybereme si nějaký pixel \mathbf{p}_1 na první kameře a testujeme několik odhadů polohy bodu \mathbf{s} rovnoměrně rozdělených na paprsku \mathbf{v}_1 , který tomuto pixelu přísluší. Odhady testujeme postupně podle výšky z . Pro odhad \mathbf{s}^i nalezneme paprsek \mathbf{v}_2^i a tudíž pixel \mathbf{p}_2^i , do kterého se \mathbf{s}^i zobrazí na druhé kameře. Paprsky \mathbf{v}_1 a \mathbf{v}_2^i známe z kalibrace. Měření určí, které body monitoru \mathbf{q}_1 a \mathbf{q}_2^i se do \mathbf{p}_1 a \mathbf{p}_2^i zobrazily. Normálu \mathbf{n}_1 pro první kameru spočítáme z \mathbf{v}_1 , \mathbf{s}^i a \mathbf{q}_1 , normálu \mathbf{n}_2^i pro druhou kameru spočítáme z \mathbf{v}_2^i , \mathbf{s}^i a \mathbf{q}_2^i . Pokud se normály \mathbf{n}_1 a \mathbf{n}_2^i nerovnají (což je případ na obrázku), odhad \mathbf{s}^i není reálným bodem povrchu a musíme testovat další odhad. Hledáme tedy takový odhad \mathbf{s}^i , který dá shodné normály pro obě dvě kamery. Tento bod je pak reálným bodem povrchu. Protože je mizivá pravděpodobnost, že jakýkoli odhad dá identické normály pro obě kamery, je třeba vzít nejlepší odhad a odhad následující a mezi nimi interpolovat. Výpočet povrchu bude podrobněji diskutován v kapitole 5.



Obrázek 3.4: Při nesprávném odhadu bodu povrchu se normály nerovnají. To je způsobeno skutečností, že pro tento odhad s^i pixely p_1 a p_2^i pozorují odlišné body povrchu.

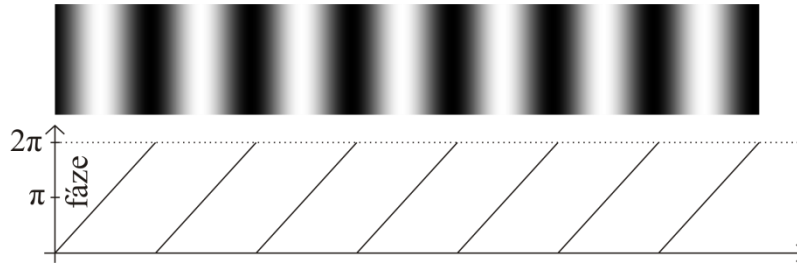
Z uvedeného je patrné, že klíčovým momentem měření je jednoznačné určení toho, který bod monitoru je pozorován kterým pixelem kamery. Navíc jsme limitováni omezenou hloubkou ostrosti objektivu kamery. Abychom získali co nejlepší rozlišení, musíme zaostřit na povrch měřeného objektu. Ale zároveň požadujeme co nejpřesnější určení bodu pozorovaného na monitoru, měli bychom tedy zaostřit na obraz monitoru odražený se na povrchu a na povrch současně, což se na první pohled jeví jako neřešitelný úkol. V následujícím odstavci ukážeme, jak lze takovéto měření provést při použití sinusové mřížky, kdy fáze mřížky pozorovaná v jednom pixelu kamery reprezentuje bod pozorovaný na monitoru.

3.3 Sinusová mřížka

Sinusová mřížka je dvojrozměrná optická struktura, jejíž intenzita vykazuje v jednom směru sinusový průběh, na druhém směru nezávisí. Závislost intenzity na plošných souřadnicích lze zapsat ve tvaru:

$$I(x, y) = I_{max}[1 + \sin(kx)], \quad (3.2)$$

kde I_{max} je maximální intenzita mřížky a k je vlnové číslo dané vztahem $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ pro sinusovou mřížku o vlnové délce λ .



Obrázek 3.5: Sinusová mřížka a její fáze

Ukázka sinusové mřížky je na obr. 3.5. Promítneme-li takovou mřížku na monitoru, každému bodu $[x, y]$ na monitoru lze přiřadit fázi $\phi(x, y)$ tak, aby splňovala rovnici:

$$I(x, y) = I_{max}\{1 + \sin[\phi(x, y)]\}. \quad (3.3)$$

Jinými slovy, fáze mřížky $\phi(x, y)$ může reprezentovat pozici $[x, y]$ na monitoru. Mřížka definovaná rovnicí (3.2) však nedokáže reprezentovat pozici $[x, y]$ jednoznačně. Zřejmě bodům se stejnou souřadnicí x , tedy $[x, y_1]$ a $[x, y_2]$, bude přiřazena stejná fáze mřížky, to znamená $\phi(x, y_1) = \phi(x, y_2)$, protože intenzita mřížky na souřadnici y nezávisí. Abychom dokázali reprezentovat pozici na monitoru jednoznačně, potřebujeme sinusové mřížky dvě.

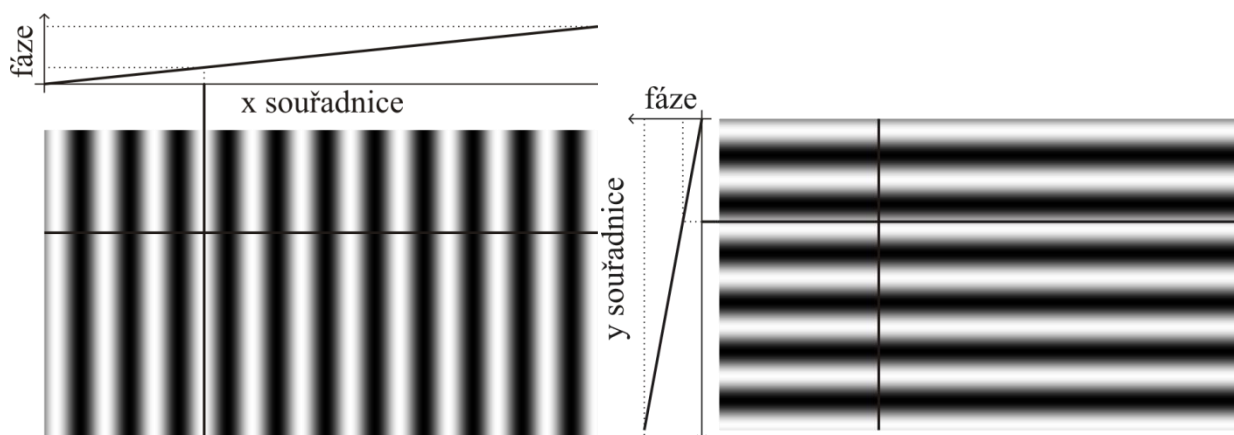
Definujeme souřadný systém monitoru (o, x_m, y_m) takový, že počátek o bude v jednom rohu monitoru a osy (o, x_m) a (o, y_m) budou splývat se stranami monitoru. Dále definujeme dvě na sebe kolmé sinusové mřížky:

$$\begin{aligned} I_x(x_m, y_m) &= I_{max}[1 + \sin(k_x x_m)] \\ I_y(x_m, y_m) &= I_{max}[1 + \sin(k_y y_m)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

kde k_x a k_y jsou vlnová čísla těchto mřížek daná $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}$ a $k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$. Koeficienty λ_x a λ_y jsou vlnové délky mřížek ve směrech x_m a y_m . Pak lze libovolný bod na monitoru jednoznačně popsat dvojicí fází:

$$\begin{aligned} \phi_x(x_m, y_m) &\in \langle 0; 2\pi \frac{l_x}{\lambda_x} \rangle \\ \phi_y(x_m, y_m) &\in \langle 0; 2\pi \frac{l_y}{\lambda_y} \rangle \end{aligned} \quad (3.5)$$

kde l_x a l_y jsou rozměry monitoru. Příklad dvojice mřížek a jejich fáze je na obr. 3.6.



Obrázek 3.6: Určení souřadnic bodu monitoru pomocí fáze sinusové mřížky

Při měření tedy zjišťujeme, jakou fázi ϕ_x vidíme v daném pixelu kamery při promítnuté mřížce I_x a následně jakou fázi ϕ_y vidíme v témže pixelu při promítnuté mřížce I_y . Tyto fáze pak určují, který bod monitoru se do tohoto pixelu zobrazil. Proces zpětného zjištění fáze obecně zdeformované mřížky z intenzitního rozložení, které lze měřit, není nikterak jednoduchý. Jak je vidět z (3.3), jedné hodnotě intenzity obecně odpovídá více hodnot fáze a hlavně různé body předmětu mohou mít různou odrazivost. V tom případě dva různé body sinusové mřížky s různou hodnotou intenzity mohou mít stejnou fázi. Fáze tedy bude určena hlavně změnou intenzity, ne její absolutní hodnotou.

3.4 Měření fáze

V zásadě existují dva způsoby rozpoznávání fáze. Jeden způsob při určování fáze v bodě bere v úvahu nejen intenzitu v tomto bodě, ale i okolní body obrazu předmětu. Druhý pracuje s intenzitou jen v daném bodě, ale je zřejmé, že pouze jedna intenzita, tedy jeden obraz scény, není při tomto přístupu postačující. Je potřeba pořídit více obrazů, kdy je mezi jednotlivými obrazy promítaná mřížka posunuta o přesně definovanou hodnotu. Z jednotlivých intenzit v konkrétním bodě pak fázi lze určit.

První způsob používá například tzv. Fourierovská profilometrie. Pořídí se jeden obraz scény s promítnutou mřížkou. Na jednotlivé řádky obrazu se pak aplikuje diskretní Fourierova transformace (FFT – Fast Fourier transform – rychlá Fourierova transformace). Získané spektrum je pak filtrováno tak, aby zbyla jen první harmonická složka. Následně je provedena zpětná FFT, která obecně vrátí řádek komplexních čísel. Fáze v daném bodě je pak argument příslušného komplexního čísla. Výhodou této metody je její rychlost, která umožňuje měření

v podstatě v reálném čase. Ovšem získaná data bývají často zatížena šumem tak velkým, že první harmonická je ve spektrálním obraze prakticky nerozeznatelná.

Pro účely našeho měření, kdy jeho rychlost není důležitý faktor, je daleko výhodnější druhý přístup. Obecně je zachyceno N obrazů scény pro $N \geq 3$, mezi jednotlivými obrazy je sinusová mřížka posunuta vždy o $\frac{1}{N}$ periody. Lze odvodit vztah pro výpočet fáze z obecně N obrazů, ovšem zvolíme-li speciálně $N=4$, odvození a následně i výsledný vztah se značně zjednoduší. Ve většině aplikací se proto volí $N=4$, mluví se tzv. 4-shift algoritmu. Protože tento algoritmus je využit také v naší práci, odvodíme vztah pro výpočet fáze právě pro $N=4$.

Mějme tedy čtyři obrazy měřeného předmětu s promítnutou sinusovou mřížkou. Mezi každým snímáním obrazu je sinusová mřížka posunuta o $\phi = \frac{\pi}{2}$. Pak intenzita na k -tém obrazu v závislosti na plošných souřadnicích bude dána:

$$I_k(x, y) = I_o(x, y) + I_c(x, y) \left\{ 1 + \sin \left[\phi(x, y) + \frac{(k-1)\pi}{2} \right] \right\} \quad (3.6)$$

pro $k = 1, 2, 3, 4$

kde $I_o(x, y)$ je intenzita pozadí, $I_c(x, y)$ je kontrast sinusové mřížky a $\phi(x, y)$ je neznámá fáze. K hodnotě dané sinem fáze je přičtena jednička, protože příspěvek k intenzitě daný osvětlením mřížkou nemůže být záporný (mřížka nemůže mít zápornou intenzitu). Rozepsáním těchto rovnic pro všechny indexy k a použitím součtových vzorců pro funkci sinus dostáváme soustavu čtyř rovnic o třech neznámých:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= I_o(x, y) + I_c(x, y) + I_c(x, y)\sin[\phi(x, y)] \\ I_2(x, y) &= I_o(x, y) + I_c(x, y) + I_c(x, y)\cos[\phi(x, y)] \\ I_3(x, y) &= I_o(x, y) + I_c(x, y) - I_c(x, y)\sin[\phi(x, y)] \\ I_4(x, y) &= I_o(x, y) + I_c(x, y) - I_c(x, y)\cos[\phi(x, y)] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Pro vyjádření hledané fáze $\phi(x, y)$ od první rovnice odečteme třetí a od druhé rovnice odečteme čtvrtou. Dostaneme soustavu:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) - I_3(x, y) &= 2I_c\sin[\phi(x, y)] \\ I_2(x, y) - I_4(x, y) &= 2I_c\cos[\phi(x, y)]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

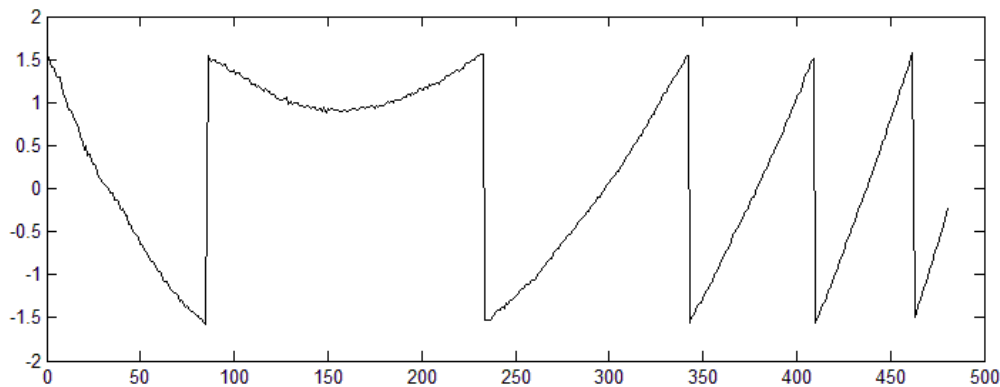
Po vydělení první rovnice rovnicí druhou vyjde:

$$\frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{I_2(x, y) - I_4(x, y)} = \frac{2I_C \sin[\phi(x, y)]}{2I_C \cos[\phi(x, y)]} = \tan(\phi(x, y)) \quad (3.9)$$

Nakonec získáváme finální vztah:

$$\phi(x, y) = \arctan\left(\frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{I_2(x, y) - I_4(x, y)}\right) \quad (3.10)$$

Mřížka pozorovaná na testovaném předmětu (předmět funguje jako nerovné zrcadlo) se jeví sice deformovaná, ale spojitá (mřížka není roztržená a rozposunutá), protože povrch testovaného předmětu je spojitý. Proto by měla být naměřená fáze také spojitá. Avšak obor hodnot funkce arkustangens je interval $\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ a fáze vypočítaná ze vztahu (3.10) nabývá hodnot pouze z tohoto intervalu. Matice fáze je tak tvořena několika spojitými oblastmi, kdy při přechodu z jedné oblasti do druhé se fáze mění skokově vždy o hodnotu π nebo $-\pi$. Tento efekt se obecně nazývá *zabalování fáze* čili *wrapping*. Ukázka jednoho řádku matice obsahující zabalenou fázi je na obrázku 3.7.



Obrázek 3.7: Ukázka zabalené fáze.

Proces, při kterém jsou spojitě oblasti vzájemně posunuty tak, aby na sebe navazovaly a vznikla tak spojitá fáze, je znám jako *rozbalování fáze* neboli *unwrapping*.

Hlavní výhodou sinusové mřížky je fakt, že při rozostření se nemění její fáze, pouze klesá její kontrast. Při měření pak může být kamera zaostřena na měřený předmět, ale sinusová mřížka stále zajistí velmi přesné určení bodu pozorovaného na monitoru, i když je obraz monitoru rozostřen. To je dáno faktem, že se fáze mřížky, která reprezentuje souřadnici bodu na monitoru, při rozostření zachovává.

3.5 Unwrapping

Unwrapping je algoritmický proces, který provádí odstranění nespojitostí ve fázové matici, které vznikají při výpočtu fáze ze získaných obrazů. Cílem je určit rozbalenou fázovou funkci φ ze zjištěné zabalené fáze ψ , to se však jeví jako obtížný úkol. Zaprvé, vztah mezi ψ a φ není lineární. Řešení také může vykazovat skutečné nespojitosti fáze, které se při rozbalování nesnadno rozeznávají od nespojitostí daných výpočtem fáze. Navíc intenzitní obrazy používané pro výpočet fáze nemusí být úplně v tom smyslu, že se v nich mohou obecně vyskytovat stíny či odlesky. V těchto místech je pak fáze náhodná a neodpovídá topografii předmětu. Tyto oblasti náhodné fáze pak bývají zdrojem sekundárních chyb ve zpracování měření, stejně jako šum, kterým je nevyhnutelně zatíženo jakékoli reálné měření.

Elementární rozbalovací algoritmus je možné realizovat tak, že je fázová matice postupně rozbalována po řádcích. Každý řádek je prohlížen z jednoho konce na druhý a hodnota fáze v každém bodě je porovnávána s hodnotou v bodě následujícím. Pokud se obě hodnoty liší přibližně o π , je ke zbytku řádku tato hodnota přičtena (resp. odečtena). Existují však takové fázové matice, které v některých místech jeví nespojitosti pouze ve směru sloupců, ve směru řádků se jeví jako rozbalené. Pro takové fázové matice je tento algoritmus nepoužitelný stejně jako pro fázové matice obsahující náhodné fázové hodnoty.

Je tedy potřeba kvalitnějších algoritmů, které se dokážou vyrovnat s nespojitostmi a oblastmi náhodné fáze a jsou co nejvíce odolné vůči šumu. Podrobný rozbor přístupů k rozbalování fáze je sice nad rámec této práce, ale zmíníme alespoň hlavní myšlenky, které jsou při sestavování unwrap algoritmů používány.

U rozbalovacích algoritmů lze rozeznat dva přístupy. První je lokální. Ten odvozuje své chování od lokálních vlastností fázového obrazu. Takové algoritmy jsou často nazývány „path-following“ algoritmy, protože sice pracují podobně, jako výše uvedený elementární algoritmus, ovšem rozbalování neprobíhá po řádcích nebo sloupcích, ale sleduje předem určenou cestu. Pro určení cesty se nejčastěji používají dvě metody. První metoda pracuje s takzvanou spolehlivostí fázové informace, která je určována podle různých kritérií a v podstatě udává, jak moc je fáze v okolí daného bodu stabilní (jak rychle se mění), popřípadě jak moc připomíná náhodnou veličinu. Rozbalování pak probíhá po cestách daných vysokou spolehlivostí a oblastem s nízkou spolehlivostí se vyhýbá (např. [6]). Druhá metoda vychází z požadavku jednoznačnosti rozbalené fáze (např. [7]). Požaduje se, aby změna fáze při přechodu z jednoho místa na druhé byla nezávislá na cestě, po které přemístění proběhne. Při

návratu zpět pak musí být celková změna fáze nulová. To ve spojitém prostředí odpovídá podmínce nulové rotace, v diskrétním prostředí pak podmínce na rovnost křížových diferencí

$$\left(\Delta_x^\varphi(i, j) - \Delta_x^\varphi(i, j + 1)\right) - \left(\Delta_y^\varphi(i, j) - \Delta_y^\varphi(i + 1, j)\right) = 0, \quad (3.11)$$

kde

$$\begin{aligned} \Delta_x^\varphi(i, j) &= \varphi(i + 1, j) - \varphi(i, j) \\ \Delta_y^\varphi(i, j) &= \varphi(i, j + 1) - \varphi(i, j). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Pokud zabalená fáze splňuje v každém bodě podmínku rovnosti křížových diferencí, rozbalená fáze bude jednoznačná, pokud ne, rozbalená fáze bude záležet na cestě, po které rozbalování proběhne. Protože reálné fázové matice nikdy podmínku rovnosti křížových diferencí nespĺňují, hledají se tzv. *rezidua*, což jsou právě body, kde tato podmínka neplatí. Podle znaménka rezidua Podle znaménka výrazu (3.11) je rozlišováno kladné a záporné reziduum. Následně jsou vytvořeny *zlomy* spojující vždy kladné reziduum se záporným, či jakékoli reziduum s okrajem obrazu. Pokud není při rozbalování přetnut žádný ze zlomů, je rozbalená fáze jednoznačná.

Druhý přístup k rozbalování fáze je globální. Ten v každém okamžiku uvažuje celý fázový obraz. Zde se jedná o tzv. *minimal norm* algoritmy, kdy je hledána hladká funkce, která by nejlépe odpovídala rozbalené fázové matici (např. [8]). Matematicky jde o minimalizaci L^p normy dané

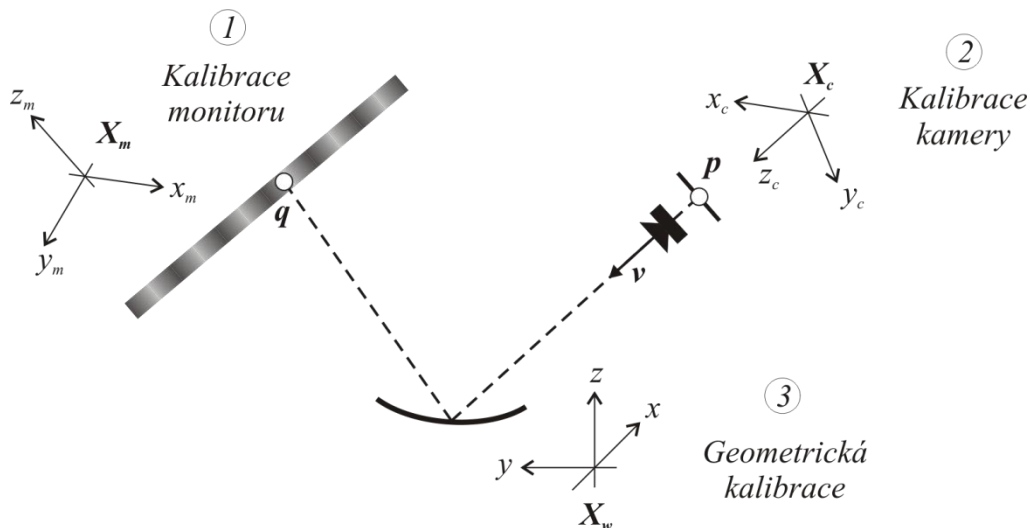
$$\varphi = \operatorname{Argmin} \sum_{i=1, j=1}^{i=M-1, j=N-1} \left| g_x(i, j) \left(\Delta_x^\psi(i, j) - \Delta_x^\varphi(i, j) \right) + g_y(i, j) \left(\Delta_y^\psi(i, j) - \Delta_y^\varphi(i, j) \right) \right|^p \quad (3.13)$$

a kde $g_x(i, j)$ a $g_y(i, j)$ jsou váhové koeficienty. Zatímco u path-following metod se rozbalená matice liší od té zabalené vždy o násobek 2π , u minimal norm metod tomu tak není a po rozbalení je potřeba provést „zaokrouhlení“ na nejbližší „povolenou“ hodnotu fáze.

Co se týče naší konkrétní aplikace, kdy je měřen tvar opticky hladkých a spojitých povrchů, lze zde použít i jistou variantu elementárního unwrap algoritmu. Protože je povrch spojitý a neobsahuje žádné hrany ani díry, v intenzitních obrazech, ze kterých je počítána fáze, se nevyskytují žádné stíny a ve fázové matici nejsou žádné oblasti náhodné fáze. Rozbalování pak probíhá po řádcích a následně po sloupcích s tím, že se nezačíná od okraje fázové matice, ale od středu předmětu a postupuje se na strany k jeho okrajům.

4. Kalibrace experimentální sestavy

Cílem kalibrace je určit jednak paprsky \mathbf{v}_j^i příslušející jednotlivým pixelům obou kamer, jednak polohy bodů monitoru \mathbf{q}^i v prostoru. Proto je kalibrace rozdělena do tří samostatných kroků. Prvním krokem je kalibrace monitoru, kdy se ustanoví vztah mezi fázovými souřadnicemi $[\phi_x \phi_y]$ a souřadnicemi monitoru $[x_m y_m]$. Následuje kalibrace kamer, která určí paprsky \mathbf{v}_j^i v souřadných soustavách kamer. Ve třetím kroku je provedena geometrická kalibrace všech částí sestavy, což znamená přenést všechny souřadné soustavy, monitoru \mathbf{X}_m a obou kamer \mathbf{X}_c , do jedné společné globální souřadné soustavy \mathbf{X}_w (viz obr. 4.1). Při kalibraci využíváme Camera calibration toolbox [9] pro výpočetní software Matlab. Náš kalibrační postup je proto speciálně upraven tak, aby ho bylo možné s pomocí tohoto toolboxu provést.



Obrázek 4.1: Postup kalibrace sestavy.

4.1 Kalibrace monitoru

Jak bylo popsáno výše (odstavec 3.3), na monitoru promítáme vertikální a horizontální mřížky. Jsme schopni určit fázi ϕ_x pro vertikální mřížku a fázi ϕ_y pro horizontální mřížku, takže každý bod \mathbf{q} na monitoru je jednoznačně určen dvojicí fází. Definujeme souřadný systém monitoru $\mathbf{X}_m = (o, x_m, y_m)$ takový, že počátek o bude v jednom rohu monitoru a osy (o, x_m) a (o, y_m) splývají s jeho stranami. Nyní hledáme funkci

$$\mathbf{f}: \begin{bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

která ustanoví správnou pozici naměřeného bodu.

Při reálném měření je sinusová mřížka promítána na LCD monitoru, což je v podstatě konečná matice diskretních bodů, v kterých jsme schopni definovat intenzitu. Výsledná optická struktura je tedy jen diskretní aproximací ideální sinusové mřížky. Podle rovnice 3.2 lze intenzitu v n -tém bodě jednoho řádku monitoru při promítnuté vertikální mřížce vyjádřit jako:

$$I(n) = \frac{I_{max}}{2} \left(1 + \sin \frac{2\pi n}{\lambda_{pix}} \right), \quad (4.2)$$

kde $n = 1, 2, 3, \dots, N$ (N je horizontální rozlišení monitoru). Veličina λ_{pix} představuje vlnovou délku mřížky v pixelech, tedy kolik pixelů řádku je potřeba na zobrazení jedné vlny sinusového průběhu. Ze znalosti velikosti jednoho pixelu pak lze určit délku jedné vlny v metrických jednotkách:

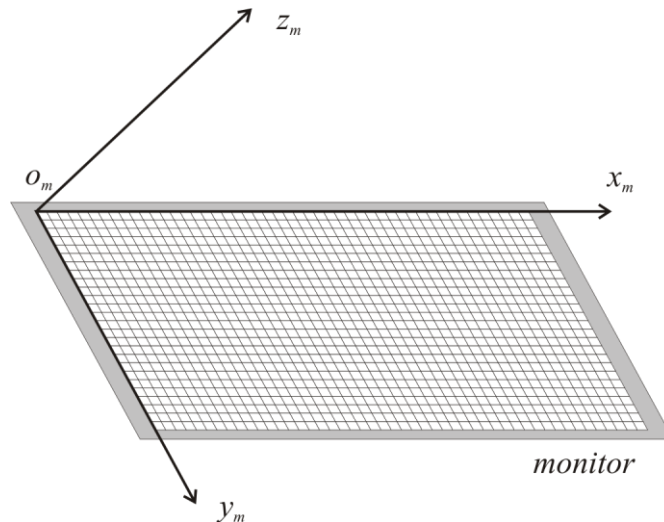
$$\lambda_m = dX \cdot \lambda_{pix} \quad (4.3)$$

kde λ_m je vlnová délka jedné vlny v jednotkách metrů a dX je horizontální rozměr jednoho pixelu monitoru.

Dále předpokládejme, že pixely jsou obdélníkové a všechny stejně velké. To znamená, že řady pixelů na monitoru jsou kolmé na sloupce. Souřadný systém \mathbf{X}_m volíme tak, že počátek je v levém horním rohu levého horního pixelu, osa (o, x_m) prochází vrchními stranami vrchní řady pixelů a osa (o, y_m) prochází levými okraji prvního sloupce pixelů. Funkci (4.1) pak lze vyjádřit takto:

$$\begin{aligned} x_m &= \frac{dX \cdot \lambda_{xpix}}{2\pi} \phi_x - \frac{dX}{2} \\ y_m &= \frac{dY \cdot \lambda_{ypix}}{2\pi} \phi_y - \frac{dY}{2} \end{aligned} \quad (4.4)$$

kde λ_{xpix} a λ_{ypix} jsou vlnové délky vertikální a horizontální mřížky, dX a dY jsou horizontální a vertikální rozměr jednoho pixelu monitoru (viz obr. 4.2). Dvojice fází odpovídající konkrétnímu pixelu tak dá metrické souřadnice středu tohoto pixelu.



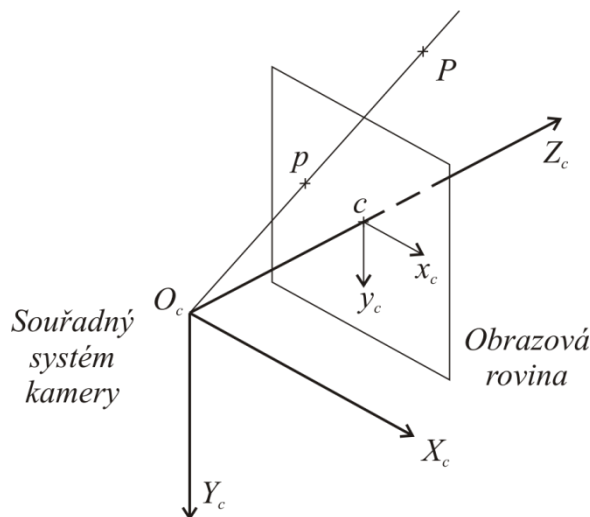
Obrázek 4.2: Souřadný systém monitoru.

4.2 Kalibrace kamery

Pro určení paprsků \mathbf{v}_j^i obou kamer je možné použít model dírkové kamery (*pinhole model*). Tento model definuje parametry kamery takovým způsobem, že z jejich znalosti lze určit pixel $\mathbf{p} = [p_x \ p_y]^T$, do kterého se zobrazí konkrétní bod $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^T$ předmětového prostoru. Lze najít množinu takových bodů v předmětovém prostoru, které se zobrazí do jednoho konkrétního pixelu, tedy paprsek \mathbf{v}_j^i tomuto pixelu přísluší. V následujících odstavcích bude tento model popsán a dále bude představena na něm založená metoda kalibrace.

4.2.1 Pinhole model

Pinhole model kamery je založen na principu kolinearity, kdy je každý bod P z objektového prostoru promítnut do roviny obrazu přímkou, která prochází projekčním centrem. Počátek souřadného systému kamery O_c klademe do tohoto projekčního centra, osa (O_c, Z_c) je kolmá na rovinu obrazu. Souřadnicovou soustavu obrazu definujeme jako (c, x_c, y_c) , kde c je průsečík roviny obrazu a optické osy (O_c, Z_c) , (c, x_c) a (c, y_c) jsou dvě souřadnicové osy obrazu (paralelní s osami (O_c, X_c) a (O_c, Y_c) , viz obr. 4.3). Bod c se nazývá *hlavní obrazový bod*.



Obrázek 4.3: Projekce na obrazovou rovinu podle pinhole modelu kamery.

Mějme obecný bod P o souřadnicích $\mathbf{X} = [X \ Y \ Z]^T$ a jeho projekci p o souřadnicích $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ v obrazové rovině. Pak jsou tyto dva vektory \mathbf{X} a \mathbf{x} spojeny následující rovnicí:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

a bodu p lze přiřadit normalizovaný vektor souřadnic $\mathbf{x} = [x \ y \ 1]^T$.

Protože v praxi pracujeme s digitálními fotografiemi a máme přístup jen k souřadnicím vyjádřeným v pixelech $\mathbf{p} = [p_x \ p_y]^T$, musíme ustanovit vztah mezi \mathbf{x} a \mathbf{p} . Při práci s digitálním obrazem je standardně položen počátek pixelových souřadnic do levého horního rohu obrazu. Protože počátek souřadnicové soustavy obrazu je v hlavním obrazovém bodě c , je třeba znát pozici tohoto bodu v obraze: $\mathbf{c} = [c_x \ c_y]^T$ (v pixelech). Necht' f_0 je ohnisková vzdálenost optiky kamery a dx a dy rozměry pixelu na čipu snímacího prvku. Pro jednoduchost definujme $f_x = f_0/dx$ a $f_y = f_0/dy$. U moderních senzorů lze pokládat pixely za čtvercové, tedy $dx=dy$ a $f_x=f_y$. V obecném případě se však f_x a f_y mohou lišit.

Poté lze pixelové souřadnice $\mathbf{p} = [p_x \ p_y]^T$ bodu v obrazové rovině vypočítat z jeho normalizovaného vektoru souřadnic $\mathbf{x} = [x \ y \ 1]^T$ pomocí následujícího vztahu:

$$\begin{aligned} p_x &= f_x x + c_x \\ p_y &= f_y y + c_y. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Tento model předpokládá, že osy obrazového senzoru jsou na sebe kolmé. V případě, že osy kolmé nejsou, lze toto zobrazení zobecnit do tvaru:

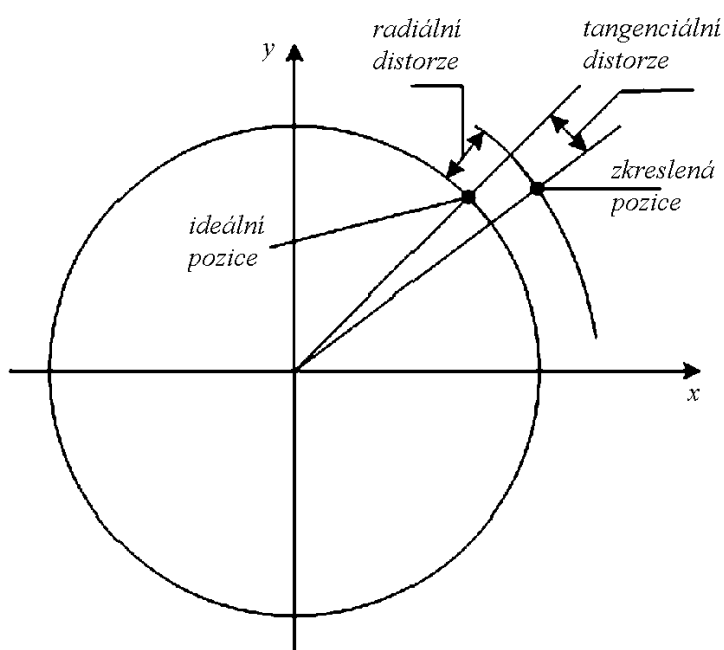
$$\begin{aligned} p_x &= f_x x + \alpha f_x y + c_x \\ p_y &= f_y y + c_y \end{aligned} \quad (4.7)$$

kde α je skalární koeficient, který určuje míru sklopení mezi osami, tzn. když $\alpha=0$, osy jsou na sebe kolmé.

Pinhole model kamery je jen aproximace reálného zobrazení kamerou. Je to vhodná matematická formulace vztahu mezi soustavou souřadnic objektu a jeho projekce do obrazové roviny. Ovšem není vhodný pro přesná měření, je tedy třeba zavést model komplexnější. Většinou pinhole model tvoří základ celkového modelu, který je doplněn korekcemi systematického zkreslení obrazových souřadnic. Nejpoužívanější korekcí je korekce *radiální distorze* obrazového pole. Tímto zkreslením je způsoben posun obrazového bodu p v radiálním směru od jeho ideální polohy v obrazové rovině (viz obr. 4.4). Toto zkreslení lze aproximovat následujícím způsobem:

$$\begin{aligned} \delta x^{(r)} &= x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \\ \delta y^{(r)} &= y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \end{aligned} \quad (4.8)$$

kde k_1, k_2, \dots jsou koeficienty radiální distorze a $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Typicky jeden nebo dva koeficienty stačí na kompenzaci této distorze.



Obrázek 4.4: Model distorze objektivu.

Dále se zavádí korekce *tangenciální distorze*. Tato distorze posouvá obrazový bod od jeho ideální polohy v tečném směru, vzdálenost od hlavního obrazového bodu se zachovává (obr. 4.4). Výraz pro tangenciální distorzi se obvykle píše v tomto tvaru:

$$\begin{aligned}\delta x^{(t)} &= 2t_1xy + t_2(r^2 + 2x^2) \\ \delta y^{(t)} &= t_1(r^2 + 2y^2) + 2t_2xy\end{aligned}\tag{4.9}$$

kde t_1 a t_2 jsou koeficienty tangenciální distorze. Tento model byl poprvé navrhnut Brownem [10] v roce 1966. Toto zkreslení má původ v nedokonalém návrhu a výrobě jednotlivých komponent optické soustavy a v jejím nedokonalém sestavení a centrování, což se dá modelovat zavedením tenkého hranolu do optické soustavy [11].

Model kamery vhodný pro přesná měření získáme spojením pinhole modelu a korekcí na radiální a tangenciální zkreslení. Opravené souřadnice průmětu bodu P v obrazové rovině dostaneme jako:

$$\mathbf{x}_d = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \delta x^{(r)} + \delta x^{(t)} \\ y + \delta y^{(r)} + \delta y^{(t)} \end{bmatrix},\tag{4.10}$$

pak pro opravený normalizovaný vektor a vektor pixelových souřadnic platí:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ 1 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{K}} \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{bmatrix}\tag{4.11}$$

kde $\hat{\mathbf{K}}$ je *matice kamery* daná předpisem:

$$\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} f_x & \alpha f_x & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.\tag{4.12}$$

Konstanty f_x , f_y , c_x , c_y , k_1, \dots , t_1, \dots se označují jako *intrinsické parametry* (vnitřní parametry) kamery a pokud známe přesnou pozici bodu P v souřadné soustavě kamery, můžeme pomocí těchto parametrů spočítat jeho přesnou projekci do obrazové roviny. Tato operace se nazývá *přímá projekce* a můžeme jí značit:

$$\mathbf{p} = \Pi(\mathbf{X}).\tag{4.13}$$

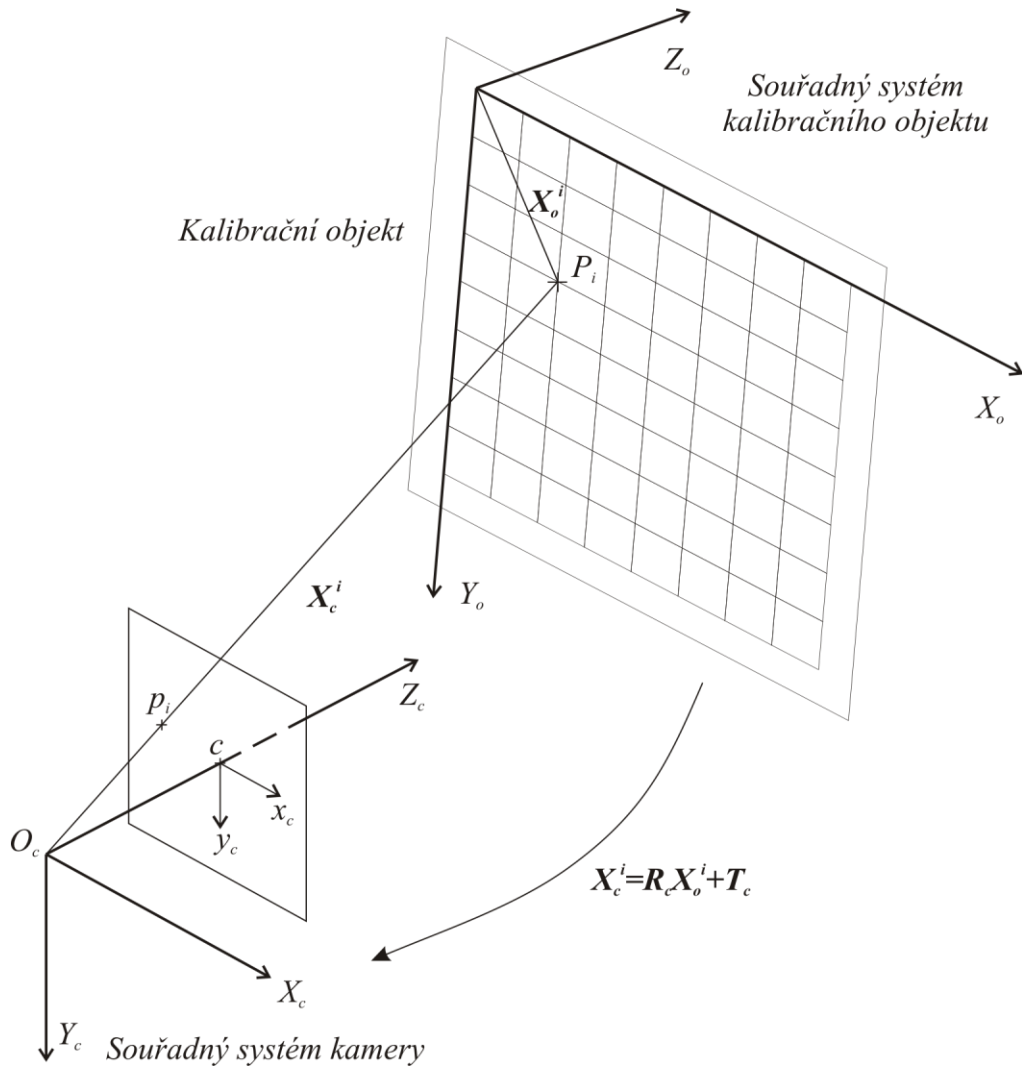
4.2.2 Kalibrace kamery

Kalibrace kamery spočívá v určení jejích intrinsických parametrů. Standardní postup je takovýto: Je nafocen předmět známého tvaru (šachovnice známých rozměrů, krabice známého tvaru). Následně je provedena teoretická přímá projekce objektu do obrazové roviny a výsledný obraz této projekce je porovnán s reálně pořízeným obrazem. Cílem je najít takový systém parametrů, který při přímé projekci nejlépe zreprodukuje reálný obraz. Protože jsou intrinsické parametry získány na základě obrazu kalibračního objektu, někdy se říká tomuto postupu *vizuální kalibrace*. Tuto techniku původně navrhli Tsai [13] a Brown [12]. Algoritmus pro odhad parametrů navrhli Abdel-Aziz a Karara [14].

Ačkoli známe geometrii kalibračního objektu (vzdálenosti rohů všech čtverců šachovnice, velikost čtverců), jeho absolutní pozice vzhledem ke kameře je neznámá. Tudíž ještě než je možné použít rovnice (4.13), je potřeba nalézt souřadnice například jednotlivých rohů čtverců šachovnice v souřadné soustavě kamery. To se provádí následujícím způsobem. S kalibračním objektem je spojen nový souřadný systém (souřadný systém objektu) a v něm jsou vyjádřeny známé souřadnice X_o^i všech rohů $P^i \forall i = 1, \dots, N$. Souřadnice rohů P^i v souřadném systému kamery jsou dány rotací a translací souřadného systému objektu:

$$\forall i = 1, \dots, N \quad X_c^i = \widehat{R}_c X_o^i + T_c \quad (4.14)$$

kde \widehat{R}_c a T_c definují polohu kalibračního objektu vzhledem ke kameře. Tímto jsou však do výpočtu zaváděny další neznámé: \widehat{R}_c a T_c . Tyto parametry se nazývají *extrinsické parametry* (vnější parametry), protože zjevně závisí, na rozdíl od intrinsických parametrů, na pozici kalibračního objektu vzhledem ke kameře.



Obrázek 4.5: Systém kalibrace kamery, případ s planárním kalibračním objektem.

Proces výpočtu vnitřních parametrů pak spočívá v tom, že se hledá takový systém parametrů, který minimalizuje chybu při projekci, jinými slovy takový systém parametrů, při jehož použití bude vzdálenost vypočítané projekce bodu a jeho reálné projekce minimální. Mějme tedy p_i ($i = 1, \dots, N$) skutečné projekce bodů P_i kalibračního objektu do obrazové roviny a $\bar{p}_i = [p_x^i \ p_y^i]$ jejich pixelové souřadnice. Problém, který se řeší, lze zapsat jako

$$\{f_x, f_y, c_x, c_y, k_1, \dots, p_1, \dots, R_c, T_c\} = \underset{i=1}{\operatorname{Argmin}} \sum_{i=1}^N \|p_i - \Pi(\hat{R}_c X_o^i + T_c)\|, \quad (4.15)$$

kde $\Pi(\cdot)$ je operátor projekce (funkce intrinsických parametrů, viz rovnice (4.13)) a $\|\cdot\|$ je standardní eukleidovská norma v jednotkách pixelů. Takovýto optimalizační problém je řešitelný pomocí klasických gradientních technik, které na druhou stranu vyžadují dobrý počáteční odhad. Podrobné zkoumání řešení však není tématem této práce.

V naší aplikaci jsme využili Camera calibration toolbox pro výpočetní software Matlab [9]. Jako kalibrační předmět tento toolbox používá šachovnici. Při vložení rozměrů šachovnice a několika jejích kalibračních snímků toolbox automaticky vypočítá vnitřní i vnější parametry kalibrované kamery, popřípadě při znalosti vnitřních parametrů kamery a vložení jednoho obrazu kalibrační šachovnice najde vnější parametry kamery vzhledem k zadané šachovnici. V následujícím výkladu bude popsán postup kalibrace využívající právě tyto dvě pomůcky.

Je užitečné ještě zmínit, za jakých podmínek je možné odhadnout kompletní model. Za zmínku například stojí, že při použití planárního kalibračního objektu nelze z jediného obrazu určit polohu hlavního bodu (c_x a c_y). V takovém případě se hlavní bod klade do středu snímku. Pro dobrý odhad modelu je většinou potřeba použít 5 a více snímků planárního kalibračního objektu v různých polohách [15].

4.3 Geometrická kalibrace

Po provedení předcházejících kroků jsou kamery a monitor zkalibrovány v rozdílných souřadných systémech. Monitor je zkalibrován v systému \mathbf{X}_m , první kamera v systému \mathbf{X}_{c1} a druhá kamera v systému \mathbf{X}_{c2} . Cílem geometrické kalibrace je převést tyto souřadné systémy do jednoho společného *globálního* souřadného systému \mathbf{X}_w (world coordinate system).

Za tímto účelem je nejprve potřeba najít transformaci ze souřadnic kamery do globálních souřadnic ($\mathbf{X}_c \rightarrow \mathbf{X}_w$). To je provedeno postupem v podstatě opačným ke kalibraci kamery. Rovnice (4.14) ukazuje, že při kalibraci se mimo jiné hledá podobná transformace, a to transformace ze souřadnic kalibrační šachovnice \mathbf{X}_O do souřadnic kamery \mathbf{X}_c . Kalibrační šachovnici lze tedy použít k definování globálního souřadného systému a z dříve zjištěných vnitřních parametrů kamery dopočítat danou transformaci.

V případě dvou kamer je postup analogický. Po umístění kamer do sestavy je globální souřadný systém definován kalibrační šachovnicí položenou do objemu, který „vidí“ obě kamery zároveň. Hrany šachovnice definují osy (O_w, X_w) a (O_w, Y_w) globálního systému a plocha šachovnice definuje rovinu $Z_w = 0$. Následně je oběma kamerami pořízen obraz této šachovnice a s využitím dříve zjištěných vnitřních parametrů kamer jsou určeny jejich vnější parametry vzhledem ke kalibrační šachovnici. Pak platí transformace

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{c1} &= \widehat{\mathbf{R}}_{c1} \mathbf{X}_w + \mathbf{T}_{c1} \\ \mathbf{X}_{c2} &= \widehat{\mathbf{R}}_{c2} \mathbf{X}_w + \mathbf{T}_{c2} \end{aligned} \tag{4.16}$$

a inverzní transformace

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_w &= \widehat{\mathbf{R}}_{c1}^{-1}(\mathbf{X}_{c1} - \mathbf{T}_{c1}) \\ \mathbf{X}_w &= \widehat{\mathbf{R}}_{c2}^{-1}(\mathbf{X}_{c2} - \mathbf{T}_{c2}) \end{aligned} \quad (4.17)$$

kde $\widehat{\mathbf{R}}_{c1}$, \mathbf{T}_{c1} jsou vnější parametry první kamery a $\widehat{\mathbf{R}}_{c2}$, \mathbf{T}_{c2} jsou vnější parametry druhé kamery. Při použití formalizmu normalizovaných vektorů lze tyto transformace psát jako

$$\begin{bmatrix} X_{c1} \\ Y_{c1} \\ Z_{c1} \\ 1 \end{bmatrix} = \widehat{\mathbf{M}}_{c1w} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

kde platí

$$\widehat{\mathbf{M}}_{c1w} = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{R}}_{c1} & \mathbf{T}_{c1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

a pro druhou kameru podobně.

Tyto transformace jsou následně použity pro nalezení transformace ze souřadnic monitoru do globálních souřadnic ($\mathbf{X}_m \rightarrow \mathbf{X}_w$) tím způsobem, že je nejprve nalezena transformační matice $\widehat{\mathbf{M}}_{cm}$ ze souřadnic monitoru do souřadnic jedné z kamer a s pomocí známé transformační matice $\widehat{\mathbf{M}}_{cw}$ je určena konečná transformace $\widehat{\mathbf{M}}_{wm}$ ze souřadnic monitoru do globálních souřadnic.

Postupuje se následujícím způsobem: šachovnice, která definuje globální souřadný systém, je nahrazena rovinným zrcadlem, které je umístěno tak, aby se jeho povrch nacházel v rovině $Z_w = 0$ dříve definované kalibrační šachovnicí. Na monitor je promítnuta šachovnice, jejíž hrany splývají se stranami monitoru. Tím je definován souřadný systém monitoru \mathbf{X}_m tak, jak byl popsán v odstavci 4.1. Obraz šachovnice odražený od zrcadla je pak pozorován jednou kamerou. Ze znalosti pixelové velikosti jednoho políčka promítané šachovnice a znalosti velikosti pixelů monitoru je dopočítána reálná velikost políček šachovnice. Ta je využita k nalezení transformace $\widehat{\mathbf{M}}_{cm}$ ze souřadnic monitoru do souřadnic jedné kamery. Výsledná transformace je pak určena pomocí

$$\widehat{\mathbf{M}}_{wm}^* = \widehat{\mathbf{M}}_{cw}^{-1} \widehat{\mathbf{M}}_{cm}, \quad (4.20)$$

kde

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{M}}_{cw}^{-1} &= \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{R}}_c^{-1} & -\mathbf{T}_c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \\ \widehat{\mathbf{M}}_{cm} &= \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{R}}_m & \mathbf{T}_m \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.21}$$

Protože kamera pozoruje monitor přes zrcadlo, matice $\widehat{\mathbf{M}}_{wm}^*$ neodpovídá pozici monitoru, ale pozici jeho virtuálního obrazu za zrcadlem. Povrch zrcadla však splývá s rovinou $Z_w = 0$, a tak platí

$$\begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ -Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \widehat{\mathbf{M}}_{wm}^* \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \\ 1 \end{bmatrix},\tag{4.22}$$

správná transformační matice $\widehat{\mathbf{M}}_{wm}$ se tak získá změnou znaménka z-komponent v $\widehat{\mathbf{M}}_{wm}^*$.

5. Výpočet tvaru povrchu

Po měření na zkalibrované sestavě je známa geometrická orientace monitoru a kamer v prostoru globálních souřadnic a jsou známy body monitoru \mathbf{q} , které jsou pozorovány v každém pixelu jak první, tak druhé kamery. Nakonec jsou spíše než paprsky \mathbf{v} v jednotlivých pixelech známa pravidla daná rovnicí (4.13), která říkají, které body měřeného objemu se promítají do kterého pixelu (ačkoli paprsky lze dopočítat). Těmto údajům je pak podřízena filozofie samotného výpočtu tvaru povrchu, daného množinou bodů $\mathbf{s}_j = [x_j \ y_j \ z_j]^T$. Výpočet probíhá v globálním souřadném systému, tato skutečnost nebude dále zdůrazňována.

Nejprve je v měřeném objemu zvolena rovnoměrná mříž bodů $[x_j \ y_j]$ rovnoběžná s rovinou $z = 0$. Následně probíhá v každém jednotlivém bodě $[x_j \ y_j]$ hledání souřadnice z_j , tedy výšky povrchu. Postup nalezení souřadnice z_j v jednotlivých bodech mříže je pro všechny body totožný, proto bude předveden pro jeden libovolný bod.

Mějme tedy bod mříže $[x \ y]$. Zvolme výškový krok, s kterým bude odhad skutečné výšky navyšován postupně od zvolené počáteční do zvolené koncové výšky. Vzniká množina potenciálních bodů povrchu $\mathbf{s}^i = [x \ y \ z^i]^T$, který z těchto bodů je reálným bodem povrchu je rozhodnuto pomocí kritéria rovnosti potenciálních normál (viz odstavec 3.2). Potenciální normály příslušející odhadu \mathbf{s}^i se určí následujícím způsobem. Pixely, do kterých se zobrazí \mathbf{s}^i v první a druhé kameře, jsou dány

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1^i &= \Pi_1(\widehat{\mathbf{M}}_{c1w}\mathbf{s}^i) \\ \mathbf{p}_2^i &= \Pi_2(\widehat{\mathbf{M}}_{c2w}\mathbf{s}^i) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Protože jsou známy fáze $\boldsymbol{\phi}_1^i = [\phi_{x1}^i \ \phi_{y1}^i]^T$ pozorované v \mathbf{p}_1^i a fáze $\boldsymbol{\phi}_2^i = [\phi_{x2}^i \ \phi_{y2}^i]^T$ pozorované v \mathbf{p}_2^i , lze určit body monitoru, které jsou v těchto pixelech pozorovány jako $\mathbf{q}_{k,m}^i = \mathbf{f}(\phi_k^i)$. Funkce \mathbf{f} definovaná jako v (4.1) však dává souřadnice bodu monitoru v souřadném systému monitoru a tak je potřeba ještě souřadnice $\mathbf{q}_{k,m}^i$ transformovat do souřadného globálního systému. Výsledné vztahy jsou pak:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1^i &= \widehat{\mathbf{M}}_{wm}\{\mathbf{f}[\boldsymbol{\phi}(\mathbf{p}_1^i)]\} \\ \mathbf{q}_2^i &= \widehat{\mathbf{M}}_{wm}\{\mathbf{f}[\boldsymbol{\phi}(\mathbf{p}_2^i)]\}. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Ze znalosti pozorovaných bodů monitoru lze dopočítat dopadající paprsky:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_1^i &= \frac{\mathbf{s}^i - \mathbf{q}_1^i}{\|\mathbf{s}^i - \mathbf{q}_1^i\|} \\ \mathbf{w}_2^i &= \frac{\mathbf{s}^i - \mathbf{q}_2^i}{\|\mathbf{s}^i - \mathbf{q}_2^i\|} \end{aligned} \quad (5.3)$$

a odražené paprsky

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1^i &= \frac{\mathbf{s}^i - \mathbf{C}_1}{\|\mathbf{s}^i - \mathbf{C}_1\|} \\ \mathbf{v}_2^i &= \frac{\mathbf{s}^i - \mathbf{C}_2}{\|\mathbf{s}^i - \mathbf{C}_2\|}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Vektory \mathbf{C}_1 a \mathbf{C}_2 jsou pozice projekčních center první a druhé kamery dané vztahy

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= -\widehat{\mathbf{R}}_{c1} \mathbf{T}_{c1} \\ \mathbf{C}_2 &= -\widehat{\mathbf{R}}_{c2} \mathbf{T}_{c2}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Potenciální normály se nakonec určí jako

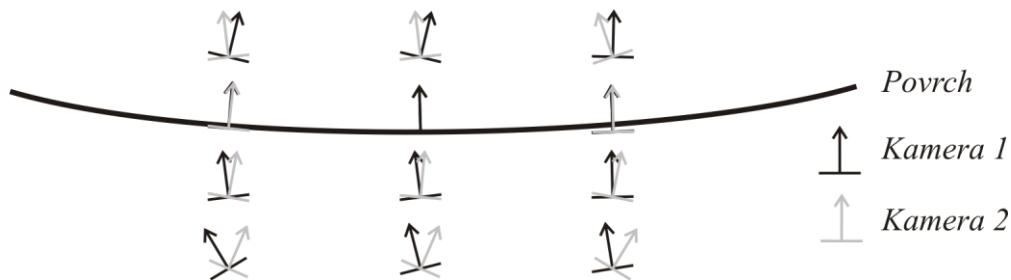
$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1^i &= -\frac{\mathbf{w}_1^i + \mathbf{v}_1^i}{\|\mathbf{w}_1^i + \mathbf{v}_1^i\|} \\ \mathbf{n}_2^i &= -\frac{\mathbf{w}_2^i + \mathbf{v}_2^i}{\|\mathbf{w}_2^i + \mathbf{v}_2^i\|} \end{aligned} \quad (5.6)$$

a jejich odchylka

$$\varphi^i = \arccos \left(\frac{|\mathbf{n}_1^i \cdot \mathbf{n}_2^i|}{\|\mathbf{n}_1^i\| \cdot \|\mathbf{n}_2^i\|} \right). \quad (5.7)$$

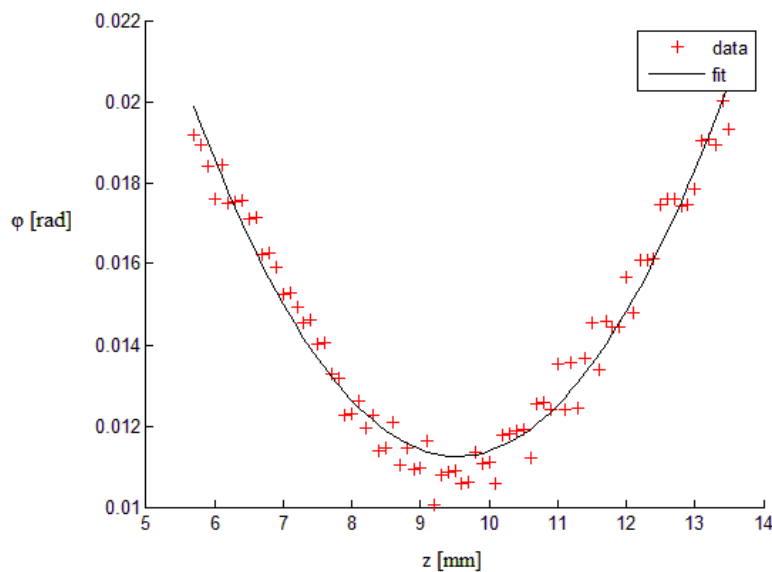
Testováním všech odhadů z^i v daném bodě $[x \ y]$ mříže je získána závislost odchylky potenciálních normál na souřadnici z , tedy $\varphi = \varphi(z)$. Tato závislost klesá, blíží-li se odhad výšky k reálné výšce povrchu a stoupá, pokud se odhad od reálné výšky vzdaluje. Pro reálnou výšku je odchylka normál nulová. Protože je mizivá pravděpodobnost, že jakýkoli odhad dá identické normály pro obě kamery, reálně naměřená závislost nikdy neklesne přesně k nule. To je způsobeno jednak konečně velkým krokem mezi testovanými výškami, jednak šumem

kamery a nedokonalostí kalibrace. Kvůli těmto faktorům nelze za správnou výšku považovat ani minimum získané závislosti, ale tuto závislost je potřeba aproximovat vhodnou funkcí (dobře funguje např. polynom druhého stupně) a najít minimum až této aproximační funkce, které představuje nejlepší odhad reálné výšky povrchu (reálné souřadnice z) v jednom bodě $[x, y]$ mříže. Po provedení stejného postupu ve všech bodech mříže je získán celkový odhad povrch $S = f(x, y)$.



Obrázek 5.1: Potencionální normály se liší všude kromě bodů povrchu.

Ačkoli velmi nepřímo, PMD je stále jistá metoda triangulace, což v konečném důsledku znamená, že odhad povrchu je dosti zašumělý s absolutní nejistotou až 0,1 mm [5]. Na druhou stranu, tento odhad je dostatečný k velmi přesnému určení normál. Konečný povrch lze pak získat různými metodami rekonstrukce povrchu. Tyto metody většinou pracují tak, že se nejprve vezme rovina a ta je podle jistého iteračního schématu spojitě deformována tak, ať výsledný povrch co nejlépe odpovídá naměřeným normálám.



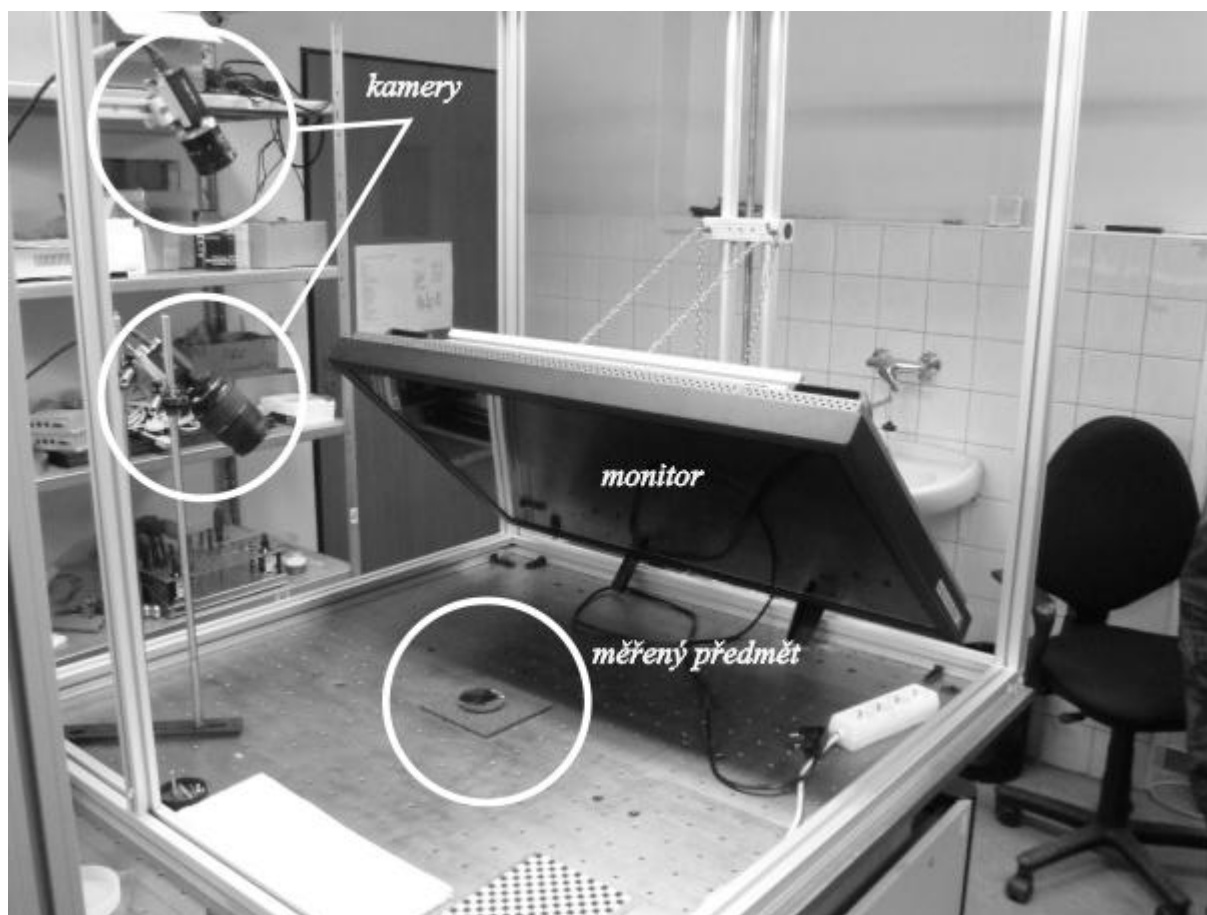
Obrázek 5.2: Příklad závislosti odchylky normál na odhadované výšce z .

6. Experimentální část

V této kapitole bude podán popis námi používané experimentální sestavy a kalibračního postupu. Na závěr budou uvedeny výsledky ukázkového měření předmětu známého tvaru.

6.1 Experimentální sestava a její kalibrace

Zobrazovací prvek byl v této konkrétní sestavě realizován LCD monitorem AG Neovo XR-W42 s rozlišením 1920 x 1080 Full HD a velikostí jednoho pixelu 0,48455 mm. Jako snímací prvky byly použity dvě černobílé CMOS kamery MARLIN F-131B od firmy Allied Vision Technologies s rozlišením 1024 x 1280. Rozmístění prvků sestavy je patrné z obrázku 6.1.

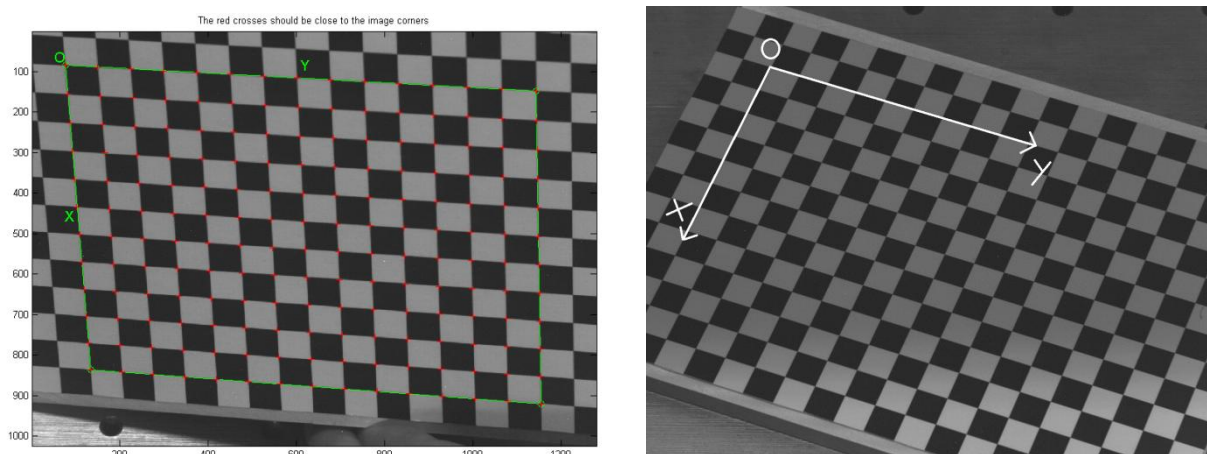


Obrázek 6.1: Rozmístění prvků měřící sestavy.

Při kalibraci bylo použito rovinné zrcadlo a speciálně vyrobený kalibrační objekt. Ten sestával z aluminiové desky, na které byla nalepena na počítači připravená a vytištěná šachovnice. Velikost jednoho políčka šachovnice byla 10 mm. Protože rovina zrcadla a rovina

kalibrační šachovnice definují globální souřadný systém, musela být tloušťka desky taková, aby po nalepení šachovnice a položení desky na stůl byla tato deska přesně stejně vysoká jako na stůl položené zrcadlo.

Takto připravená kalibrační šachovnice byla nejprve použita ke kalibraci obou kamer samostatně, kdy každou kamerou bylo pořízeno pět snímků šachovnice v různých polohách, a tyto snímky byly použity k nalezení vnitřních parametrů obou kamer. Následně byla šachovnice položena na stůl tak, aby byla viditelná z obou kamer, a každou kamerou byl pořízen jeden snímek šachovnice v této konkrétní poloze. Tím byl definován globální souřadný systém a tyto snímky byly použity pro nalezení vnějších parametrů kamer vzhledem k tomuto systému. Následně byla kalibrační šachovnice nahrazena rovinným zrcadlem, na monitor byla promítnuta jiná šachovnice a každou kamerou byl pořízen jeden snímek zrcadla, ve kterém se odrazil obraz monitoru se šachovnicí. Každý snímek samostatně byl využit k nalezení transformační matice ze souřadnic monitoru do globálních souřadnic, čímž vznikly dvě transformační matice (4.22). Výsledná transformační matice byla určena jako aritmetický průměr těchto dvou. K určení všech parametrů kamer a transformací z pořízených snímků byl použit Camera calibration toolbox [9]. Ukázky pořízených snímků jsou na obrázku 6.2. Po takto provedené kalibraci ovšem ještě nebylo možné přistoupit k měření, nejprve bylo nutné zajistit správnou funkci zobrazovacího prvku.



Obrázek 6.2: Vlevo je ukázka snímku pro kalibraci kamery zpracovávaného pomocí Camera calibration toolboxu. Vpravo je snímek šachovnice pro definování globálního souřadného systému, osy X a Y jsou naznačeny jen na tomto obrázku, aby byl viditelný způsob, jak je tento systém určen.

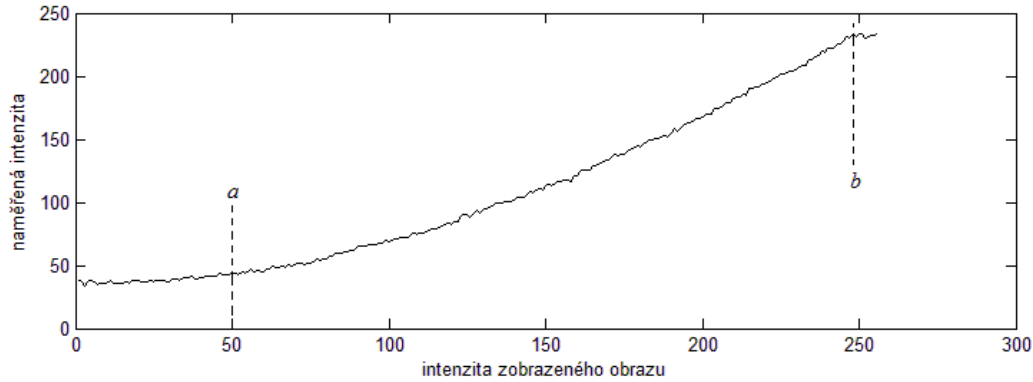
Jako prvek zobrazující sinusové mřížky v reálných experimentálních sestavách nejčastěji slouží LCD monitor připojený na výstup grafické karty počítače. Příslušné sinusové mřížky jsou v počítači generovány jako černobílé bitmapy s 256 stupni šedi a v rozlišení,

kteřé odpovídá rozlišení použitého monitoru. Následně jsou promítány na monitoru a jejich obraz odražený od měřeného objektu je zachycen kamerou. Používané monitory však nejsou primárně konstruovány pro účely měření. Proto je potřeba korigovat některé jejich charakteristiky. Následující odstavec je věnován korekci zavedené v našem měření.

6.2 Korekce intenzitního přenosu

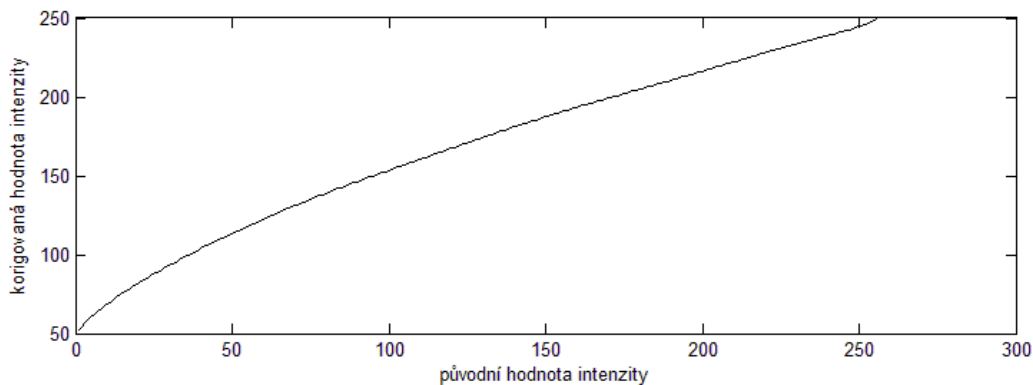
Klíčovou charakteristikou, kterou je potřeba korigovat, je přenosová funkce monitoru. Je-li například na monitoru zobrazen obraz, jehož intenzita v jednom směru lineárně roste, a tento promítnutý obraz je zachycen kamerou, pak obdržený obraz již tuto lineární závislost obecně nevykazuje. Monitor není schopen reálně promítnout obraz tak, jak byl v počítači nadeřinován. Tato nelinearita přenosu znamená deformaci sinusového intenzitního průběhu promítaných mřížek, která se projevuje zvlněním naměřené fáze. Protože pomocí fáze jsou měřeny souřadnice bodu monitoru pozorovaného v každém pixelu kamery, vede nelineární přenos k chybnému určení těchto souřadnic. Cílem korekce je získat vztah vystihující inverzní efekt k efektu, který působí nelineární přenosová funkce. Podle tohoto jsou přepočítány hodnoty intenzit bodů původního obrazu a takto uměle zavedená deformace pak přesně kompenzuje deformaci danou nelineárním přenosem.

Pro korekci nelineárního intenzitního přenosu je nejprve nutné zjistit jeho přesný průběh. Ten byl měřen v krocích, kdy v každém kroku byla nejprve na monitoru promítnuta šedá plocha definované intenzity. Tato plocha byla podobně jako sinusové mřížky generována v počítači jako bitmapa, její intenzita byla dána stupněm šedi od 0 do 255. Následně byl pořízen obraz této plochy a byla zaznamenána hodnota zachycené intenzity, tj. hodnota, kterou zobrazil monitor, respektive hodnota, kterou naměřila kamera. V dalším kroku pak byla o jednotku navýšena intenzita šedé plochy zobrazované na monitor. Takovýmto postupem byly zobrazeny a měřeny plochy všech stupňů šedi postupně od 0 do 255. Výsledná přenosová funkce je na obrázku 6.3.



Obrázek 6.3: Přenosová funkce monitoru.

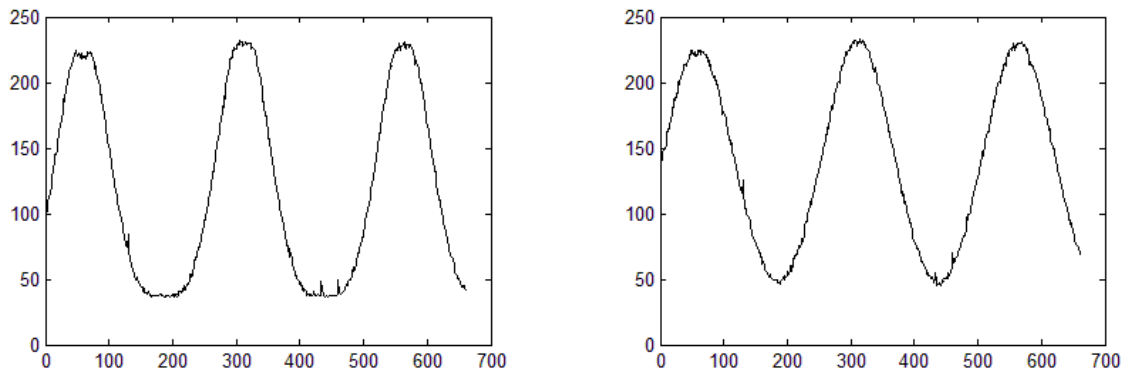
Z naměřené funkce je patrné, že pro několik prvních hodnot intenzit promítnutého obrazu byla zachycená intenzita stejná. Sestava není schopna tyto hodnoty intenzit od sebe rozlišit a proto je nelze použít pro generování mřížek. Totéž platí pro několik hodnot intenzit na konci průběhu. Proto byly určeny prahové hodnoty a a b , mezi nimiž byl průběh dostatečně strmý. Hodnoty menší než a a větší než b dále nebyly při určování korekce použity. Následně byla provedena lineární změna měřítka osy y tak, aby intenzita prahové hodnoty a byla nulová a intenzita prahové hodnoty b byla maximální. Hledaná korekční funkce byla určena jako inverzní funkce k takto upravené přenosové funkci a to tak, že průběh přenosové funkce byl aproximován polynomem stupně 9, přičemž jako vstupní byly brány hodnoty na ose y a jako výstupní hodnoty na ose x . K aproximaci byl využit Curve Fitting Toolbox prostředí Matlab. Uvedenou aproximací byla získána konečná korekční funkce, která pracuje tak, že hodnotu intenzity každého pixelu promítaného obrazu změní tak, aby měl obraz po promítnutí a zachycení kamerou požadovaný průběh.



Obrázek 6.4: Korekční funkce.

Na obrázku 6.4 je získaná korekční funkce. Efekt nelineárního přenosu a následné korekce demonstruje obrázek 6.5, kde je vykreslen jeden řádek obrazu rovinného zrcátka, ve kterém se odráží monitor se zobrazenou sinusovou mřížkou. Vlevo na obrázku je průběh

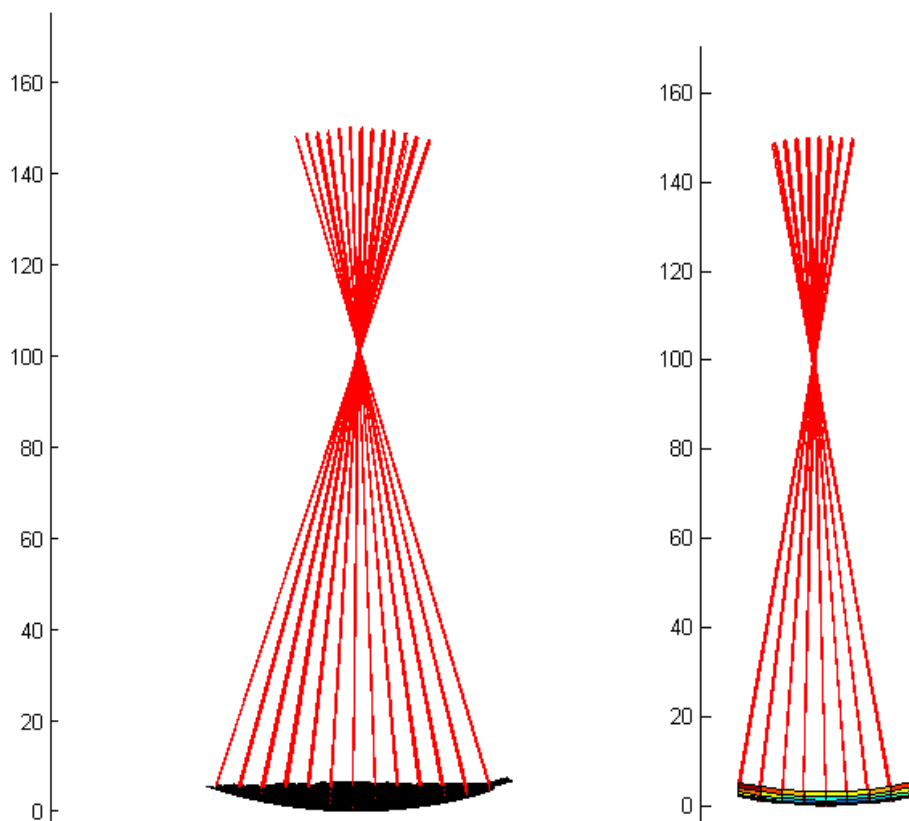
mřížky, u které nebyla použita korekce, zatímco vpravo je průběh při použití mřížky korigované. Průběh při použití korekce zjevně více připomíná sinusový průběh.



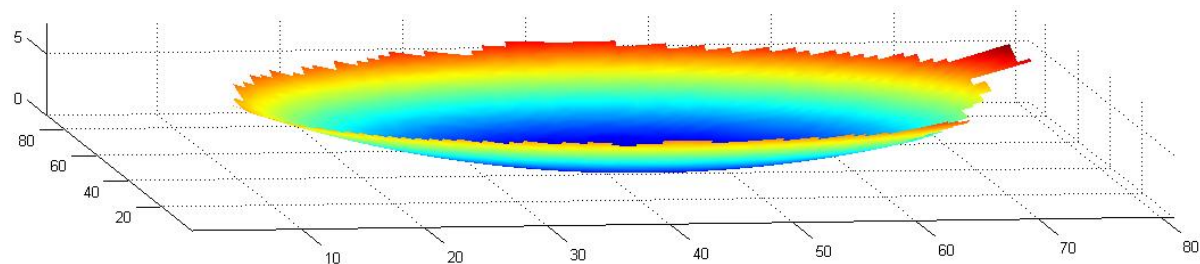
Obrázek 6.5: Kamerou získaný obraz sinusového průběhu před (vlevo) a po korekci (vpravo).

6.3 Měření pomocí nakalibrované sestavy

Pro otestování nakalibrované sestavy byl měřen tvar kulového zrcátka. Skutečný tvar zrcátka byl změřen pomocí indukčního profilometru *Form Talysurf Series 2*. Na obrázku 6.6 je vlevo zobrazen tvar získaný měřením na nakalibrované sestavě pro PMD, vpravo pak skutečný tvar. Povrch je zobrazen z bočního pohledu, přímkou představují směr normál k povrchu. Z obrázků je patrné, že získaný tvar měřeného kulového zrcátka vykazuje přibližně stejný poloměr křivosti jako reálný tvar (asi 100 mm) a všechny normály se protínají v malém okolí středu křivosti. Tento výsledek ukazuje na funkčnost navrhovaného kalibračního postupu.



Obrázek 6.6: Vlevo je výsledek měření pomocí PMD, vpravo skutečný tvar zrcátka. Na obrázku skutečného tvaru vypadá zrcátko menší v porovnání s naměřeným tvarem. To je dáno skutečností, že na profilometru byla měřena jen centrální část zrcátka (čtverec 4x4 cm), kdežto pomocí PMD byl získán tvar celého zrcátka (průměr přibližně 7cm).



Obrázek 6.7: Výsledný povrch, jednotky na osách jsou milimetry. Osy grafu odpovídají osám globálního souřadného systému,

7. Závěr

V bakalářské práci byla řešena deflektometrie měřením fáze (PMD), což je metoda pro měření 3D profilu opticky hladkých předmětů. V první části byl vyložen princip, na kterém metoda pracuje. Byl ukázán postup měření a zpracování naměřených dat. V krátkosti byl také komentován problém zabalování fáze, přičemž fázové matice jsou produktem měření a nositelem informace o tvaru předmětu.

Velká část práce byla věnována návrhu procedury pro kalibraci měřicí sestavy pro PMD, zde bylo využito postupů známých z fotogrammetrie. Pro popis kamer byl zvolen model dírkové kamery doplněné o korekce radiální a tangenciální distorze, který je plně popsán jistou množinou vnitřních parametrů. Pro určení těchto vnitřních parametrů se jako velmi efektivní ukázala tzv. vizuální kalibrace, kdy jsou vnitřní parametry kamery určeny na základě obrazů kalibračního objektu známých rozměrů pořízených tou konkrétní kamerou. Jako kalibrační objekt byla použita šachovnice. Pro správnou kalibraci sestavy pro PMD je však ještě potřeba určit geometrickou orientaci jednotlivých komponent, tedy dvou kamer a monitoru. To bylo provedeno opět vizuálním způsobem, a to na základě dříve určených vnitřních parametrů kamer.

V závěru byl nastíněn způsob, jak z naměřených dat získat tvar měřeného povrchu a bylo provedeno měření kulového zrcátka známého tvaru. Protože se jako nezbytné ukázalo provést korekci nelinearity intenzitního přenosu monitoru, byl zde také uveden postup, jak tuto nelinearitu odstranit. Srovnání tvaru získaného pomocí PMD s reálným tvarem mluví ve prospěch navržené kalibrační procedury. Na tuto práci by měla navazovat práce diplomová zabývající se mimo jiné také kvantitativním zkoumáním přesnosti PMD a navržené metody kalibrace.

8. Seznam použité literatury

- [1] M. Takeda, K. Mutoh: Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shape, *Applied Optics*, Vol. 22, 3977-3982, 1983
- [2] H. J. Su, J. L. Li, , X. Y. Su: Phase algorithm without the influence of carrier frequency, *Optical Engineering*, Vol. 36, 1799-1804, 1997
- [3] R. Seßner: Phasenmessende Deflektometrie (PMD) – ein hochgenaues Verfahren zur Vermessung spiegelnder Oberflächen, Zulassungsarbeit, University of Erlangen-Nuremberg, 2000
- [4] Y. Tang, X. Su, F. Wu, Y. Liu: A novel phase measuring deflectometry for aspheric mirror test, *Optics Express*, Vol. 17, Issue 22, pp. 19778-19784, 2009
- [5] M. Knauer, J. Kaminski, G. Häusler: Phase Measuring Deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces, *Proc. SPIE*, 5457, 366-376, 2004
- [6] Sikun Li, Wenjing Chen, Xianyu Su: Reliability-guided phase unwrapping in wavelet-transform profilometry, *Applied Optics*, Vol. 47, 3369-3377, 2008
- [7] D. J. Bone: Fourier fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem, *Applied Optics*, Vol. 30, 3627-3632, 1991
- [8] D. C. Ghiglia, L. A. Romero: Minimum L^p -norm two-dimensional phase unwrapping, *Journal of the Optical Society of America A*, Vol. 13, 1999-2013, 1996
- [9] J. Y. Bouguet: Camera calibration toolbox for matlab, Computer Vision Research Group, Department of Electrical Engineering, California Institute of Technology <http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html#ref>
- [10] D. C. Brown: Decentering distortion of lenses, *Photogrammetric Engineering*, Vol. 32, Issue 3, 444-462, 1966
- [11] J. Heikkilä, O. Silvén: A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction, *Proceedings of the 1997 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, p. 1106, 1997
- [12] D. C. Brown: Calibration of close range camera, *Photogrammetric Engineering*, Vol. 37, Issue: 8, p. 855-866, 1971
- [13] R. Y. Tsai: A versatile camera calibration technique for high accuracy 3d machine vision metrology using off-the-shelf tv cameras and lenses, *IEEE J. Robotics Automatization*, Vol. RA-3(4), p. 323-344, 1987
- [14] Y. I. Abdel, H. M. Karara: Direct linear transformation into object space coordinates in close-range photogrammetry, *Proceedings of the Symposium on Close-Range photogrammetry*, Vol. 1, 1971

- [15] J. Y. Bouguet: Visual methods for three dimensional modeling. Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, 1999
- [16] R. Baránek: Nastavení a kalibrace experimentální sestavy pro optickou phase-shifting profilometrii, Bakalářská práce, PřF UP Olomouc, 2009