UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Fuzzy modely skupinového rozhodování

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Vedoucí bakalářské práce: **RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.**
Vypracoval(a): **Bc. Kristýna Králová**
Studijní program: N1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor: Aplikace matematiky v ekonomii
Forma studia: prezenční
Rok odevzdání: 2021

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Bc. Kristýna Králová

Název práce: Fuzzy modely skupinového rozhodování

Typ práce: Diplomová práce

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

Rok obhajoby práce: 2021

Abstrakt: Skupinovým rozhodováním rozumíme rozhodovací proces, kdy je subjektem rozhodování organizovaný kolektiv rozhodovatelů a kdy je třeba najít konsenzus v preferencích jednotlivých účastníků rozhodování. V praxi se pak setkáváme s požadavkem jazykově ohodnotit významnost jednotlivých rozhodovatelů či hodnocení alternativ. Tento typ informace lze adekvátně modelovat pomocí aparátu teorie fuzzy množin. Obsahem této práce je představení vybraných fuzzy modelů pro vícekriteriální skupinové rozhodování, které jsou popsané v odborné literatuře, a jejich vzájemné srovnání. Problematika je ilustrovaná na příkladu týkajícího se výběru vhodné hry při společně tráveném večeru pěti sourozenců.

Klíčová slova: skupinové rozhodování, fuzzy množiny, konsenzus, rozhodovací proces, fuzzy vážený průměr, hodnocení absolutního typu, model, rozhodovatelé, varianty, kritéria

Počet stran: 76

Počet příloh: 9

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

Author: Bc. Kristýna Králová

Title: Fuzzy models of group decision making

Type of thesis: Master's

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

The year of presentation: 2021

Abstract: By group decision-making, we mean the decision-making process, where the subject of decision-making is an organized group of decision-makers and where it is necessary to find a consensus in preferences of individual participants of decision-making. In practice, we then encounter the requirement to linguistically evaluate the significance of individual decision-makers or the assessment of alternatives. This type of information can be adequately modelled via the appliance of the fuzzy set theory. The content of this thesis is the introduction presentation of selected fuzzy models for multicriteria group decision-making, which are described in literature, and their mutual comparison. This issue is illustrated by the example related to the choice of a suitable game for an evening spent together by five siblings.

Key words: group decision-making, fuzzy sets, consensus, decision-making process, weighted fuzzy average, absolute-type evaluation, model, decision-makers, alternatives, criteria

Number of pages: 76

Number of appendices: 9

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně pod vedením pana RNDr. Ondřeje Pavlačky, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedla v seznamu literatury.

V Olomouci dne ....

podpis

Obsah

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Poděkování

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu RNDr. Ondřeji Pavlačkovi, Ph. D. za velmi vstřícnou komunikaci při psaní práce, trpělivost, spolupráci a pomoc se vším, s čím jsem si nevěděla rady. Dále bych chtěla poděkovat své rodině, příteli Petrovi a svým spolubydlícím za podporu po celou dobu zpracovávání diplomové práce. Speciální poděkování patří mým sourozencům, kteří mi byli nápomocni jako rozhodovatelé v modelovém příkladu v praktické části práce. V neposlední řadě patří mé vřelé poděkování Marii Žváčkové za přeložení abstraktu a sestrám Michaele a Anetě za kontrolu gramatiky.

Úvod

Denně provede každý z nás nespočetné množství rozhodnutí. Většinu z nich si vlastně ani neuvědomujeme. Už při otázkách „Co si dám k snídani?“ nebo „Vstanu dřív a půjdu si před prací zaběhat?“ shromažďujeme jednotlivé důvody pro a proti jednotlivým variantám a ani si nejsme vědomi toho, že občas pomyslně tvoříme kritéria, dle kterých tyto varianty hodnotíme, protože rozhodnutí provedeme vysokou rychlostí v několika sekundách. S podobnými rozhodovacími situacemi se setkáváme každý den.

Některé další rozhodovací situace již vyžadují, abychom se před rozhodnutím dobře zamysleli nad daným problémem a zvážili všechny možnosti. Takovou situací může být například plánování dovolené v zahraničí, kdy se zamýšlíme nad cenou celé dovolené, nad výběrem destinace, nad možnostmi ubytování a dalších. Problém ještě nabírá na složitosti, pokud se nerozhodujeme pouze za sebe, ale pokud třeba dovolenou chceme strávit ještě s přítelem nebo přítelkyní. Rozhodování více lidí je vždy složitější než rozhodování jednotlivce. Učinit rozhodnutí je pak náročnější nejen z důvodu odlišných preferencí jednotlivých rozhodovatelů, ale i z časového hlediska, kdy s každým dalším rozhodovatelem se může spotřeba času na rozhodování navyšovat.

Výběr dovolené je však v celku pro rozhodování ještě jednoduchým problémem. Mnohem složitější situací je například provádění nového podnikatelského záměru firmy, kdy skupina manažerů a dalších expertů řeší mnoho rozhodovacích problémů týkajících se této skutečnosti. Výsledky tohoto rozhodování pak ovlivní chod firmy a její prosperitu.

Pro zjištění optimální varianty jakkoli složitého rozhodování je možné využít celou řadu matematických nástrojů pro rozhodování. Speciálními technikami pro určení optimální varianty se zabývá tato práce.

Cílem diplomové práce je představit modely skupinového rozhodování založené na aparátu teorie fuzzy množin, ukázat praktické využití těchto modelů a následně vzájemně porovnat jejich výsledky. Právě užití teorie fuzzy množin je v těchto modelech zásadní. Jazykové hodnocení, které tato teorie umožňuje, je v praxi značně přínosným faktorem, který představuje jednoznačné usnadnění při udělování hodnocení rozhodovateli a při interpretaci výsledků rozhodování.

Ve firemním prostředí je občas složité již primární rozhodnutí, a tím je rozhodnout o tom, zda je třeba do rozhodování zapojit i více rozhodovatelů než pouze samotného manažera. Často totiž najdeme situace, kdy by rozhodnutí jednotlivce mohlo být pro dobré fungování firmy výhodnější z mnoha hledisek, zejména ke snížení spotřeby času pro učinění rozhodnutí nebo například vyhnutí se možnosti vyhroceného konfliktu mezi rozhodovateli. Tomuto a dalším tématům týkajících se skupinového rozhodování je věnována první kapitola, jejímž vrcholem je představení rozhodovacího stromu Vrooma a Yettona sloužícího k výběru správného stylu rozhodování.

Ve druhé kapitole se zaměříme na základy teorie fuzzy množin. Seznámíme se s funkcí příslušnosti fuzzy množin a se základními pojmy, jako je jádro fuzzy množiny nebo α-řez fuzzy množiny. Nakonec si definujme fuzzy čísla a jazykovou proměnnou.

Náplní třetí kapitoly je podrobné představení dvou fuzzy modelů skupinového rozhodování a modifikace jednoho z modelů. Prvním z modelů je fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu, který autoři Sukač, Talašová a Stoklasa publikovali v článku *A Linguistic fuzzy approach to the consensus reaching in multiple criteria group decision-making problems* [9]. Dále si ukážeme modifikaci tohoto modelu, kterou navrhli Sukač a Pavlačka v článku *Fuzzy consensus in group decision-making model using absolute-type evaluations* [8]. Model založený na fuzzy váženém průměru dílčích cílů je posledním modelem, se kterým se v této práci seznámíme.

Ve čtvrté kapitole modely aplikujeme v ukázkovém příkladu o výběru hry na herní večer trávený pěti sourozenci. Na konci této kapitoly a v závěru práce se pak můžeme dočteme o vyhodnocení výsledků jednotlivých modelů.

Kapitola 1

Rozhodování

Předtím, než se pustíme do problematiky fuzzy skupinového rozhodování, budeme v této kapitole věnovat pozornost možným stylům rozhodování, nastíníme si jejich výhody a nevýhody, a mimo jiné si také ukážeme jednu z možností, jak vybrat ten správný styl rozhodování pro danou rozhodovací situaci, a to ve formě modelu Vrooma a Yettona. Předlohou pro tuto kapitolu převážně byla kniha J. Fotra, J. Dědiny a H. Hrůzové Manažerské rozhodování [4].

1.1 Rozhodovací procesy

Rozhodovací procesy, jinak řečeno rozhodování, jsou marginální složkou plánovacích procesů projektů, podnikání apod. Nekvalitní provedení rozhodovacího procesu bývá jednou z nejvýznamnějších příčin neúspěchu.

Na rozhodování můžeme pohlížet z hlediska meritorního a formálně-logického. Meritorní hledisko se zabývá věcnou a obsahovou stránkou rozhodovacího procesu, díky kterým se dané rozhodovací procesy liší. Záleží tedy na obsahové náplni rozhodování, která se bude odlišovat v případě například plánování podnikové výroby a výběru pracovníků na určité podnikové pozice. [4]

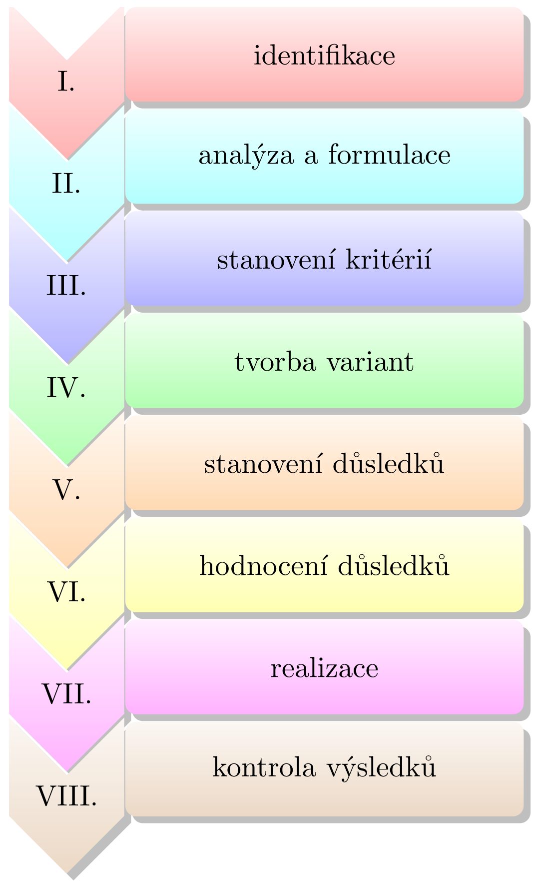
Rozhodně se v této věci nemusíme upínat pouze na podnikové rozhodování. I jednotlivé domácnosti plánují koupi nové ledničky, dovolenou, rozdělení finančních prostředků na příští měsíc apod. Rozhodovací procesy těchto, řekněme, projektů jsou charakteristické svými specifickými rysy, které jsou jádrem odlišností procesů.

Jsme schopni ale najít něco, co jednotlivé rozhodovací procesy spojuje, a tím je daný rámcový postup. Tímto procedurálním postupem může být identifikace problému, zjišťování příčin, stanovení cílů, ohodnocení variant řešení až po následnou volbu optimální varianty. Dalšími podobnostmi mezi rozhodovacími procesy může být i využití určitých konceptů, jako je užitek, resp. utilita variant. Tyto společné rysy charakterizují formálně-logické hledisko, které je předmětem teorie rozhodování. [4]

1.1.1 Fáze rozhodovacích procesů

Proces rozhodování lze rozdělit na navazující činnosti, které můžeme nazvat fázemi rozhodovacího procesu. Takto můžeme rozhodovací proces členit různými způsoby do větších či menších celků. Zde bych ráda uvedla podrobnější rozčlenění, kdy proces rozhodování rozdělíme do osmi fází, které můžete vidět na obrázku 1 ve formě vytvořeného diagramu.

První fáze se zabývá zjištěním, že na základě daných informací existuje problém, který je třeba řešit. Touto fází zahájíme rozhodovací proces. Následuje fáze podrobného poznání problému. Je třeba provést analýzu, a především také formulaci problému, která vznikne na základě poznaných příčin a cílů řešení. Třetí fáze spočívá ve stanovení kritérií hodnocení a čtvrtá v nalezení variant řešení, které zajistí dosažení vymezených cílů. V další fázi zjistíme důsledky, resp. dopady stanovených variant dle kritérií na rozhodování. Poté se zabýváme ohodnocením těchto důsledků. Můžeme se zaměřit na výběr pouze jedné nejlepší varianty, nebo na celkové preferenční uspořádání variant. Následuje samotná realizace vybrané varianty. Důležitá je kontrola dosažených výsledků a porovnání predikovaných výsledků s reálnými. V případě, že došlo k významným odchylkám mezi predikcí a realitou, přistupujeme k nápravným opatřením. [4]



Obrázek 1: Diagram fází rozhodovacího procesu

Fáze identifikace až po hodnocení důsledků je někdy možné považovat za rozhodovací proces a volbu realizované varianty za závěrečnou fázi tohoto procesu, která prezentuje rozhodnutí. Proto je možné nazvat prvních šest fází jako příprava rozhodnutí. Následná fáze realizace je poté považována za samostatný proces. [4]

1.2 Styly rozhodování

Dle subjektu rozhodování můžeme rozhodovací procesy rozdělit na procesy s individuálním subjektem rozhodování, kdy je rozhodovatelem jednotlivec, a procesy s kolektivním/skupinovým subjektem rozhodování. Takové rozčlenění je ale příliš vyhraněné, proto je třeba se zaměřit na míru participace účastníků rozhodování neboli míru zapojení ostatních účastníků projektu do rozhodování. Na jedné straně vystupuje autokratický styl, který odmítá veškeré zapojení dalších účastníků do projektu. Na druhé straně stojí skupinové rozhodování, kdy se účastníci projektu aktivně účastní i volby varianty k realizaci. Mezi těmito dvěma styly rozhodování lze najít kompromisy spočívající v různé míře zapojení dalších členů do přípravné fáze rozhodovacího procesu, kdy nejvyšším stupně takového zapojení dalších účastníků představuje týmová příprava a společné rozhodnutí. [4]

V podnikání je pak míra participace podřízená více faktorům, jako je tradice řízení, která je často ovlivněna i zákonnými normami. Značnou závislost na míru participace mají také dva významné aspekty, a to osobnostní charakteristika manažera a povaha řešeného problému. Obecně je doporučované zvolit vyšší míru participace pro řešení složitých a vysoce strukturovaných rozhodovacích problémů, protože je zapotřebí sjednotit znalosti a zkušenosti více než jednoho subjektu. [4]

1.3 Skupinové rozhodování

Organizované rozhodování jedinců, kteří se společně podílejí na analýze problému, plánování, zjišťování informací, tvorbě kritérií a variant, následném hodnocení důsledků a také na realizaci, můžeme nazvat skupinovým rozhodováním.

1.3.1 Přednosti a nedostatky skupinového rozhodování

Na skupinovém rozhodování můžeme pozorovat mnoho výhod a nevýhod z různých hledisek, ke kterým mimo jiné patří doba trvání rozhodovacích procesů, jejich kvalita a sladění cílů účastníků rozhodování. V následujících bodech si tyto a další aspekty shrneme. Náplň následujících bodů jsem čerpala z [4].

Přednosti skupinového rozhodování

- Více znalostí a zkušeností: Každý jednotlivec přináší do řešení problému své zkušenosti a jiný soubor znalostí. Tato rozmanitost vede k dobře propracovanému plánu na řešení rozhodovacího problému.

- Více pohledů na problém: Na základě zkušeností a informovanosti účastníků rozhodovaní mohou jednotlivci vnést různé pohledy na daný problém, a tak se může skupina zaměřit na problém z více hledisek a tím rozšířit spektrum možných přístupů k řešení problému.

- Upevnění vztahů (v podniku) a získání nových zkušeností: Práce ve skupině podporuje vzájemné vztahy mezi kolegy, učí je spolupracovat a příznivě ovlivňuje postoj k firemním manažerům.

- Přijetí dosaženého řešení: Spolurozhodování zapříčiní úspěšné přijetí řešení všemi účastníky rozhodování a snižuje možnost odmítnutí rozhodnutí.

Nedostatky skupinového rozhodování

- Zvolení nesprávných členů skupiny: Hrozbou je zvolení členů, kteří nemají potřebné znalosti pro řešení problému. Také často není přínosné, pokud jsou členové dané skupiny na odlišných pozicích v hierarchii řízení. Někteří členové se pak mohou cítit dominovaní členy s vyšší hierarchickou pozicí a podřizují tak své názory myšlenkám těchto nadřízených členů, i když by se mohlo ukázat, že jsou jejich názory lepší.

- Mnoho členů skupiny: Čím je skupina početnější, tím složitější je koordinace tohoto týmu, a navíc je obtížné nepřehlédnout všechny informace od členů skupiny a využít je.

- Vysoká konfliktnost mezi členy skupiny: Konfliktnost mezi názory účastníků rozhodování je do určité míry vítána, ba naopak zpochybňování a hledání pravdy významně přispívá k nalezení správného řešení. Pokud by se ale konfliktnost projevovala ve větší míře, nepřinášela by tato situace užitek a způsobila tak disharmonii týmu.

- Časová náročnost: Zvýšená participace nejen prodlužuje rozhodovací procesy, ale i zabírá větší množství času jednotlivým členům týmu, například kvůli pořádaným schůzkám, přičemž by tento čas mohli strávit plněním jiných (firemních) úkolů. Tím se zvyšují (firemní) náklady.

- Sociální nátlak: Touha jednotlivce být přijat týmem a stát se „dobrým“ členem skupiny vyvíjí tlak na zamlčování nesouhlasu. Důsledkem pak není hledání nejlepší varianty, ale dosáhnutí shody (konsensu).

1.3.2 Vedení diskuse

Předlohou pro tuto podkapitolu byl pramen [4].

Při skupinovém rozhodování je kladen důraz na osobnostní vlastnosti a charakteristiky vedoucího skupiny. Vedoucí by měl umět rozvíjet a stimulovat diskusi, ale zároveň ji i v případě potřeby usměrnit. Diskuse je totiž jádrem skupinového rozhodování. Další vhodnou vlastností vedoucího je schopnost sumarizovat výsledky a činit závěry.

Před začátkem diskuse je nutné vhodně formulovat problém k řešení a vyjasnit si cíle rozhodování. Formulace problému by měla být v obecné podobě, a ne jako výběr mezi danými variantami, protože diskusí se varianty teprve vytvoří.

V průběhu diskuse by měl vedoucí diskuse vyžadovat plnou aktivitu všech účastníků, stimulovat a podněcovat komunikaci mezi členy, klást dodatečné otázky, ale zároveň nedominovat diskusi. Také by se měl vyvarovat hodnocení názorů a námětů členů diskuse, což platí i pro ostatní účastníky diskuse, a vyzdvihovat minoritní názory, kterým by se mělo dostat právoplatného slyšení. Každý řečený nápad či myšlenku je vhodné zaznamenávat na tabuli nebo papír. Diskusi nesvědčí, když vedoucí dává větší náklonnost jedné z myšlenek nebo nápadu.

Konečným úkolem vedoucího je dovést členy diskuse k tomu, že určitá myšlenka není vlastnictvím jednotlivce, ale celé skupiny. „Vítězi a poraženými by měly být varianty řešení a ne lidé, kteří za nimi stáli.“ [4, s. 80]

Nakonec by rozlišnost názorů měla spět ke vzájemné shodě mezi účastníky diskuse – to znamená dojít do stavu, kdy se každý člen skupiny ztotožňuje se zvoleným řešením. Pokud přetrvává vysoká diference mezi názory, je vhodné přejít k řešení předností a nedostatků navržených variant. Případ, kdy nelze najít společnou shodu, nelze označit za neúspěch vedoucího, ale za neúspěch celé skupiny. V takové situaci je úkolem skupiny vyřešit, jak se vyrovnat s nedostatkem konsensu, například vybrat variantu hlasováním nebo přijmout za své rozhodnutí vedoucího skupiny.

1.4 Model Vrooma a Yettona

Model Victora H. Vrooma a Philipa W. Yettona vznikl na základě teorie úspěšného výběru stylu rozhodování v USA v roce 1973. Model se tedy zabývá tím, jaký styl rozhodování by měl rozhodovatel (firemní manažer) vybrat v závislosti na povaze problému.

Tento model je založen na třech aspektech.

První aspektem je požadovaná kvalita rozhodnutí. Představme si, že pořádáme firemní večírek k vyhodnocení uplynulého roku, na kterém je v plánu podávat k večeři grilované maso a zeleninu. Bohužel ale několik hodin před začátkem večírku zjistíme, že jeden z našich grilů je rozbitý a je třeba zajistit nový jako náhradu. V této situaci nám nepůjde ani tak o kvalitu výběru nového grilu, ale o rychlost, s jakou nový gril seženeme z důvodu časového presu. Vybereme tedy gril, který je pro nás v tuto chvíli nejdostupnější, bez velkého přemýšlení nad tím, který gril vybereme. Na druhou stranu při plánování tohoto večírku jistě šlo o to například kvalitně rozhodnout o tom, kdy se tento večírek bude konat, abychom vyhověli účastníkům a aby se večírek nekonal v čase jiné akce. Jistě bychom tomuto výběru věnovali více času a projednali všechny varianty termínů konání večírku. V tomto případě je kladen důraz na kvalitu rozhodnutí. Na těchto dvou příkladech můžeme vidět, že na různé rozhodovací problémy může být kladena odlišná míra kvality rozhodování.

Druhým aspektem je požadovaná míra akceptovatelnosti rozhodnutí. Zde si uvedeme příklad nákupu továrního stroje. Je třeba, aby podřízení, kteří budou tento stroj obsluhovat, akceptovali rozhodnutí vedení, že vybralo zrovna tento stroj firmy A, a ne stroj firmy B? Nejspíš není potřeba, aby toto rozhodnutí zaměstnanci akceptovali. Rozhodnutím, které vyžaduje vysokou akceptovatelnost zaměstnanců, může být například rozhodnutí o změně minimálního počtu odpracovaných nočních směn za měsíc.

Třetím aspektem, který je závislý na dvou předchozích, je efektivnost rozhodnutí. Pokud tedy pro řešení problému vyžadujeme například vysokou míru kvality rozhodnutí a zároveň i vysokou kvalitu akceptovatelnosti (u zaměstnanců), pak efektivnost každého ze stylů rozhodování, které si představíme v následující podkapitole, je velmi odlišná. Naším úkolem bude vybrat z těchto stylů rozhodování ten, s jehož pomocí bude efektivnost rozhodnutí maximální.

1.4.1 Představení stylů rozhodování

Výběr vhodného stylu je založen na odpovídání na určité otázky a tyto odpovědi následně určí, který styl rozhodování by měl být použit. V modelu vybíráme z pěti stylů, které zkratkami označujeme A I, A II, K I, K II a S II. Tyto styly rozhodování si nyní představíme.

Autokratický styl A I je nejméně participovaný ze všech stylů. Tento styl rozhodování lze použít, když rozhodovateli pro výběr optimální varianty stačí informace, znalosti a zkušenosti, kterými sám disponuje. [4]

Učiněné rozhodnutí závisí pouze na rozhodovateli, na názorech ostatních (spolupracovníků) nezáleží. Proto je důležité, aby bylo rozhodnutí řečeno skupině jasně a rozhodně. [5]

Následuje autokratický styl A II, při kterém si rozhodovatel může vyžádat další informace od svých spolupracovníků či podřízených – ti ale nejsou rozhodovateli, pouze podají dodatečné informace nebo potvrdí jisté skutečnosti. Konečné rozhodnutí nejsou schopni jinak ovlivnit. [4]

Další ze stylů je konzultativní styl K I. Rozhodovatel se setká s jednotlivci a prodiskutuje s nimi rozhodovací problém. Konečné rozhodnutí, které vydá sám rozhodovatel, nemusí být závislé na konzultacích s jednotlivci. [4]

Na rozdíl od předchozího stylu, předloží rozhodovatel při využití rozhodovacího stylu konzultativního K II rozhodovací problém celé skupině. Ve skupině diskutují o možnostech a jednotlivci předkládají své nápady na řešení. Po ukončení

Název	Typ	Participace	Počet účastníků rozhodování	Společná diskuse	Počet účastníků konečného rozhodnutí
A I	autokratický	nulová	1	ne	1
A II	autokratický	nízká	1+jednotlivci	ne	1
K I	konzultativní	střední	1+jednotlivci	ne	1
K II	konzultativní	vysoká	skupina	ano	1
S II	skupinový	nejvyšší	skupina	ano	skupina

Tabulka 1: Tabulka stylů rozhodování

diskuse provede sám rozhodovatel rozhodnutí, které opět nemusí být závislé na výsledcích diskuse. [4]

Posledním z rozhodovacích stylů, mezi nimiž se v tomto modelu vybírá, a který obsahuje nejvyšší míru participace, je rozhodovací styl skupinového rozhodování S II. Rozhodovací problém je přednesen na schůzi členů rozhodovací skupiny. Rozhodovatel (vedoucí) plní roli moderátora diskuse, jež se účastní aktivně všichni členové. Celá skupina se snaží dojít k nejlepšímu řešení/variantě. Vedoucí také přispívá svými nápady, které nenuceně předkládá k diskusi, a musí být připraven přijmout odpovědnost za rozhodnutí, na kterém se skupina dohodne. [2]

Shrnutí uvedených stylů naleznete v tabulce 1.

1.4.2 Určení stylu rozhodování

Model Vrooma a Yettona poskytuje sedm charakteristik (A až G), pomocí nichž je možné rozpoznat vhodný rozhodovací styl (A I až S II). Rozhodovatel odpovídá na následující otázky odpověďmi „ano“ nebo „ne“ a řídí se rozhodovacím stromem na obrázku 2, jehož větve jsou ukončeny jednotlivými styly rozhodování. Tento strom 2 byl vytvořen na základě [4].

Nyní si zmíněné otázky, k jejichž popisu jsem čerpala z [4], představíme.

A - Požadavek kvality: Jsou jednotlivé varianty různě kvalitní?

Pokud lze porovnat varianty mezi sebou – lze je ordinálně seřadit, tzn. varianty jsou různě kvalitní, pak je odpověď na tuto otázku „ano“. Pokud však jsou dané varianty stejně kvalitně dobré tak, že všechny vedou k přijatelnému výsledku, pak je odpovědí „ne“.

B - Dostatek informací: Disponuje rozhodovatel dostatkem informací k samostatnému kvalitnímu rozhodnutí?

Tato charakteristika pojednává především o posouzení znalostí a osobních vlastností rozhodovatele. Jestliže rozhodovatel ke kvalitnímu rozhodnutí nepotřebuje dodatečné informace jiných spolupracovníků, pak je na tuto otázku odpovědí „ano“. V opačném případě zní odpověď „ne“.

C - Strukturovanost: Zná rozhodovatel varianty řešení, kritéria hodnocení a cíle rozhodování?

Jestliže jsou zmíněné charakteristiky jasné, nebo lze dodatečné informace rychle opatřit, pak je odpovědí „ano“. Pokud jsou charakteristiky nejasné, nebo je složité chybějící informace získat, odpovědí na otázku je „ne“.

D - Důležitost akceptovatelnosti: Je důležité, aby účastníci rozhodování (podřízení) akceptovali rozhodnutí?

V jádru věci se zde ptáme, jestli je realizované rozhodnutí závislé na tom, zda ho účastníci rozhodování akceptují. Může se stát, že nejlepší vybraná varianta není správně zrealizována, protože ji účastníci rozhodování, kteří mají na starost provedení vybraného řešení, nepodporují.

Pokud je tedy žádoucí, aby účastníci rozhodování akceptovali rozhodnutí, je odpověď na tuto otázku „ano“. Jestliže se žádný z účastníků nepodílí na realizaci a není třeba akceptovatelnosti rozhodnutí, pak zvolíme odpověď „ne“.

E - Akceptovatelnost samostatného rozhodnutí: Budou společníci (spolupracovníci, podřízení) akceptovat rozhodnutí, pokud ho sám rozhodovatel učiní?

  Pokud budou společníci akceptovat autoritativní rozhodnutí rozhodovatele, odpovíme „ano“, v opačném případě odpovíme „ne“.

F - Jednota cílů: Jsou sjednocené cíle organizace (v podnikání) a cíle účastníků rozhodování?

  Pokud má rozhodovatel dojem, že by spolupracovníci při rozhodování sledovali spíše vlastní cíle a zájmy, pak je správnou odpovědí na tuto otázku „ne“. Jestliže jsou cíle společnosti a účastníků rozhodování sjednocené, odpovíme „ano“.

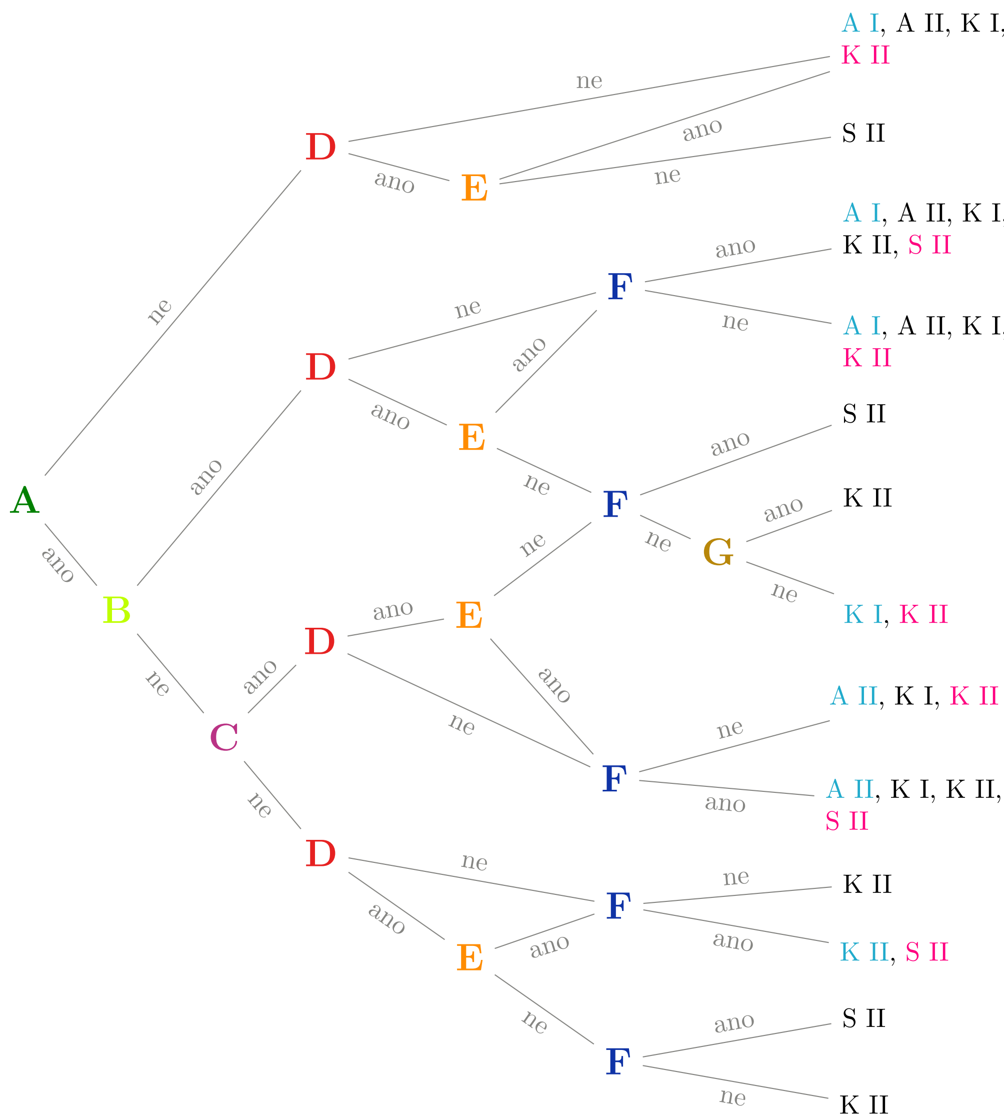
G - Pravděpodobnost konfliktu mezi rozhodovateli: Předpokládáte, že dojde při rozhodování ke konfliktu mezi účastníky rozhodování?

  Pokud se domníváte, že může dojít k velkým rozporům ve věci, jak dosáhnout optimálního řešení problému, pak je odpověď na otázku G „ano“. Jestliže předpokládáte, že se pravděpodobně objeví rozporné názory pouze na začátku rozhodovacího procesu, kdy ještě není vše vyjasněné, a následně dojde k ujasnění a sjednocení názorů, pak je správnou odpovědí „ne“.

Rozhodovací strom 2 modelu Vrooma a Yettona byl vytvořen na základě sedmi pravidel, které zajišťují dostatečnou kvalitu a akceptovatelnost rozhodnutí. Pravidla eliminují výběr nevhodného stylu rozhodování v dané situaci. Více informací o pravidlech se můžete dočíst například v [4] na straně 89–90.

Rozhodovatel se řídí rozhodovacím stromem na obrázku 2, podle kterého postupně odpovídá na otázky A až G. V některých větvích stromu se stane, že rozhodovatel automaticky přeskočí některé z otázek. K této situaci dojde z důvodu toho, že předchozí otázka rovnou zamítla možnost následující otázky (nebo více otázek), které by v danou situaci nebyly relevantní. Takovou situaci vidíme například ve větvi $A = ne$ nebo $A = ano$ a $B = ano$.

Když rozhodovatel odpoví na příslušné otázky, dojde tak ke konci větve rozhodovacího stromu a tím i k jednomu nebo více vhodných rozhodovacích stylů pro řešení daného problému. Model tedy nemusí vést k jednoznačnému závěru. Proto autoři navrhují navíc výběr ze dvou alternativních podmodelů, které se projeví v míře participace.



Obrázek 2: Rozhodovací strom

Prvním podmodelem je tzv. model s preferencí času. Jak už samotný název napovídá, tento model se snaží o co největší úsporu času. Jelikož platí, že čím vyšší míra participace je v rozhodování přítomna, tím je rozhodovací proces pomalejší, tak tento podmodel vybírá z výsledných možných stylů rozhodování na konci větví rozhodovacího stromu ten nejautokratičtější. Druhým podmodelem je tzv. model časově náročný, který na rozdíl od prvního podmodelu upřednostňuje co nejvíce participativní rozhodovací styl, tedy časově náročnější. Obecně můžeme předložit tvrzení, že model s preferencí času klade důraz na úsporu času, ale neklade důraz na rozvoj. Opačně je to pak u modelu časově náročného. [4]

V rozhodovacím stromu na obrázku 2 je model s preferencí času rozlišen světle modrou barvou. Jedná se tedy vždy o první z možných stylů na konci větví rozhodovacího stromu. Model časově náročný je naopak rozlišen růžovou barvou. Zde se jedná vždy jedná o poslední z rozhodovacích stylů na konci větví tohoto stromu. Pokud daná větev končí pouze jedním stylem, pak je tento rozhodovací styl platný pro oba podmodely.

1.4.3 Klady a zápory modelu

Rozhodovací model Vrooma a Yettona je vhodným nástrojem pro zjištění vhodného rozhodovacího stylu. Tento model je možné použít pro mnoho situací jako prvotní pomůcku k rozhodování složitých problémů.

Jednou z nevýhod modelu je, že nebere v potaz osobnostní a charakterní vlastnosti rozhodovatele. Otázky, pomocí nichž se rozhodovatel má dozvědět vhodný styl rozhodování, nemusí být často v různých situacích dostačující a bylo by třeba použití více kritérií. [5]

Zároveň také tento model ve většině případů nedává jasné doporučení, který ze stylů použít. Spíše vyloučí některé ze stylů, které by rozhodovatel neměl použít. Navíc v mnoha případech nelze na dané otázky odpovědět jednoznačně. [4]

Z praktického využití modelu vyplývají různé pochybnosti o funkčnosti při důležitém rozhodování, které ovlivňuje velká skupina. [5]

Kapitola 2

Základní pojmy teorie fuzzy množin

V této kapitole se seznámíme se základy fuzzy množin, s funkcí příslušnosti, fuzzy čísly a dalšími pojmy. K definování pojmů této kapitoly byla využita publikace Jany Talašové [10], pokud není uveden jiný zdroj.

2.1 Motivace

Každý strávník vysokoškolské jídelny ví, že pokud přijde na oběd po 11. hodině, tedy na začátku otevírací doby jídelny, a objedná si jídlo s přílohou smažených hranolek, tyto hranolky budou dobré, a někdy by se dalo říct, že i velmi chutné. Přesně opačnou situaci ale tento strávník zažije, pokud se dostaví na oběd až těsně před ukončením otevírací doby, tedy například čtvrt hodiny po 14. hodině. To je pak nemile překvapen, jak tyto stejné hranolky mohou být vysušené a okoralé. Je složité říct, jestli hranolky mezi 12. a 14. hodinou jsou chutné. Ve 12 hodin budou hranolky ještě docela dobré, spíše chutné a nebudou suché. Ve 14 hodin už budou hranolky suché a nejspíš si na nich strávník moc nepochutná. Jak bychom mohli neurčité pojmy „chutné hranolky“ anebo „suché hranolky“ zapsat matematicky, aby s nimi dále bylo snadné pracovat? Odpověď na tuto otázku můžeme najít v teorii fuzzy množin.

Poprvé přišel s pojmem „fuzzy množiny“ uznávaný matematik, počítačový inženýr a výzkumník umělé inteligence Lotfi A. Zadeh v roce 1965. Díky rozvíjení tohoto pojmu dostaly fuzzy množiny silné teoretické základy. Postupně se začalo zjišťovat, že fuzzy matematika dosahuje doslova neomezeného množství možných aplikací v reálném životě. První aplikací teorie fuzzy množin bylo vylepšení komfortní jízdy japonských podzemních vlaků. Aplikace této nové teorie zažila velký rozmach v mnoha inženýrských a průmyslových oborech, jako je letectví, inteligentní zpracování dat, robotika, seismologie, lékařská diagnostika, navigace a dalších, ve kterých se využívá dodnes. [1]

2.2 Funkce příslušnosti

Množiny, u nichž můžeme jasně rozhodnout, zda daný prvek patří nebo nepatří do této množiny, nazýváme ostré. Příkladem takové množiny je množina neplnoletých lidí. Z hlediska věku můžeme rozhodnout, zda daný člověk do této skupiny patří nebo ne. Takový systém zařazení do množiny můžeme popsat charakteristickou funkcí χ_A definovanou na množině všech prvků X s tímto předpisem:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A. \end{cases}$$

To znamená, že pokud prvek $x \in X$ patří do množiny A, pak je hodnota charakteristické funkce tohoto prvku x rovna 1. Pokud prvek x do množiny A nepatří, pak je hodnota této funkce rovna 0. Formálně lze charakteristickou funkci popsat jako zobrazení prvků $x \in X$ na dvouprvkovou číselnou množinu $\{0, 1\}$:

$$\chi_A : X \to \{0, 1\}.$$

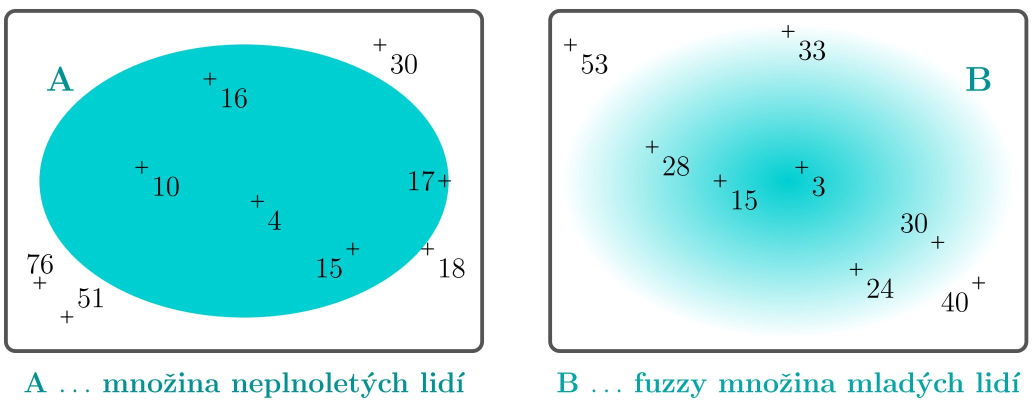
Někdy ale není možné rozhodnout se stoprocentní jistotou, zda daný objekt (prvek) do množiny patří nebo nepatří. Takovou množinu nazveme fuzzy množinou. Z důvodu popsané nejistoty zařazení prvku do množiny je vhodné dichotomickou charakteristickou funkci rozšířit na zobrazení prvků $x \in U$ na interval. Písmeno U značí množinu všech prvků, kterou budeme nazývat univerzum. Nejčastěji se používá zobrazení na interval $\langle 0, 1 \rangle$. Této funkci pak už neříkáme charakteristická, ale funkce příslušnosti, kterou značíme μ_A a kterou můžeme formálně zapsat takto:

$$\mu_A : U \to \langle 0, 1 \rangle.$$

Příkladem fuzzy množiny může být „množina všech mladých lidí“. Neumíme určit přesnou věkovou hranici, kdy je člověk ještě mladý a kdy už není.

Pokud je univerzum fuzzy množiny diskrétní množinou, pak při zápisu této diskrétní množiny můžeme prvky $x_i \in A$, kde $i = 1, \ldots, k$, doplnit stupni příslušnosti k dané fuzzy množině. Obecně tento zápis dle [9] může vypadat takto:

$$A = \{{}^{\mu_A(x_1)}/_{x_1}, \ldots, {}^{\mu_A(x_k)}/_{x_k}\}. \tag{2.1}$$

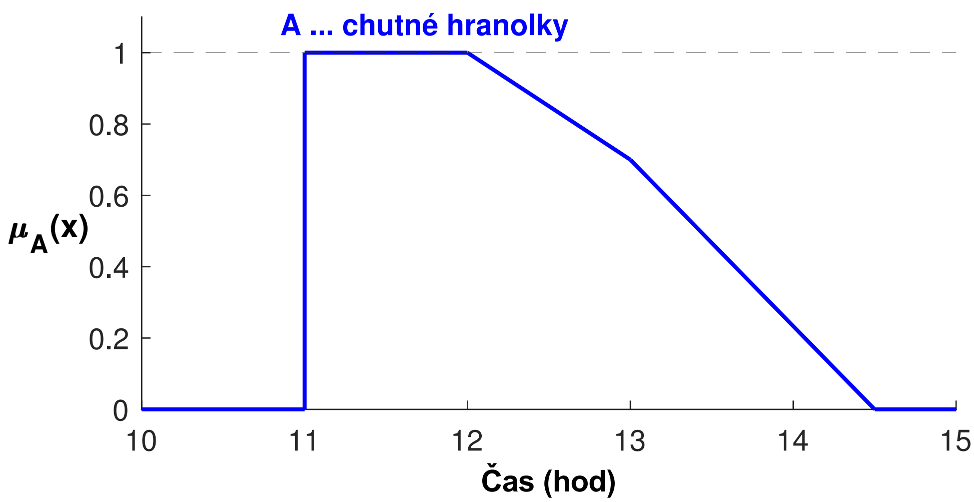


Obrázek 3: Porovnání ostré množiny a fuzzy množiny

Na obrázku 3 je vlevo zobrazena ostrá množina všech neplnoletých lidí, vpravo pak fuzzy množina všech mladých lidí. Čísla zobrazují vybrané příklady věků. Můžeme si všimnout jasné hranice ostré množiny, která představuje věk těch lidí, kterým by zítra bylo 18 let.

Můžeme použít příklad s hranolkami ze začátku této kapitoly (sekce 2.1) a zobrazit si funkci příslušnosti fuzzy množiny A, která představuje množinu chutných hranolek. Graf této funkce příslušnosti bychom mohli vykreslit například tak, jak ho můžeme vidět na obrázku 4.

Z důvodu jednoznačného určení fuzzy množiny svou funkcí příslušnosti budeme pro zjednodušení používat stejné označení (například písmeno A) pro fuzzy množinu i pro její funkci příslušnosti. To znamená, že stupeň příslušnosti prvku $x \in X$ k fuzzy množině A budeme značit $A(x)$.



Obrázek 4: Funkce příslušnosti fuzzy množiny A

2.3 Další základní pojmy

Nosič fuzzy množiny představuje všechny prvky univerza dané fuzzy množiny, pro něž funkce příslušnosti nabývá hodnot větších než nula. Pro nosič fuzzy množiny A, který značíme $Supp(A)$, tedy platí:

$$Supp(A) = \{x \in U | A(x) > 0\}. \tag{2.2}$$

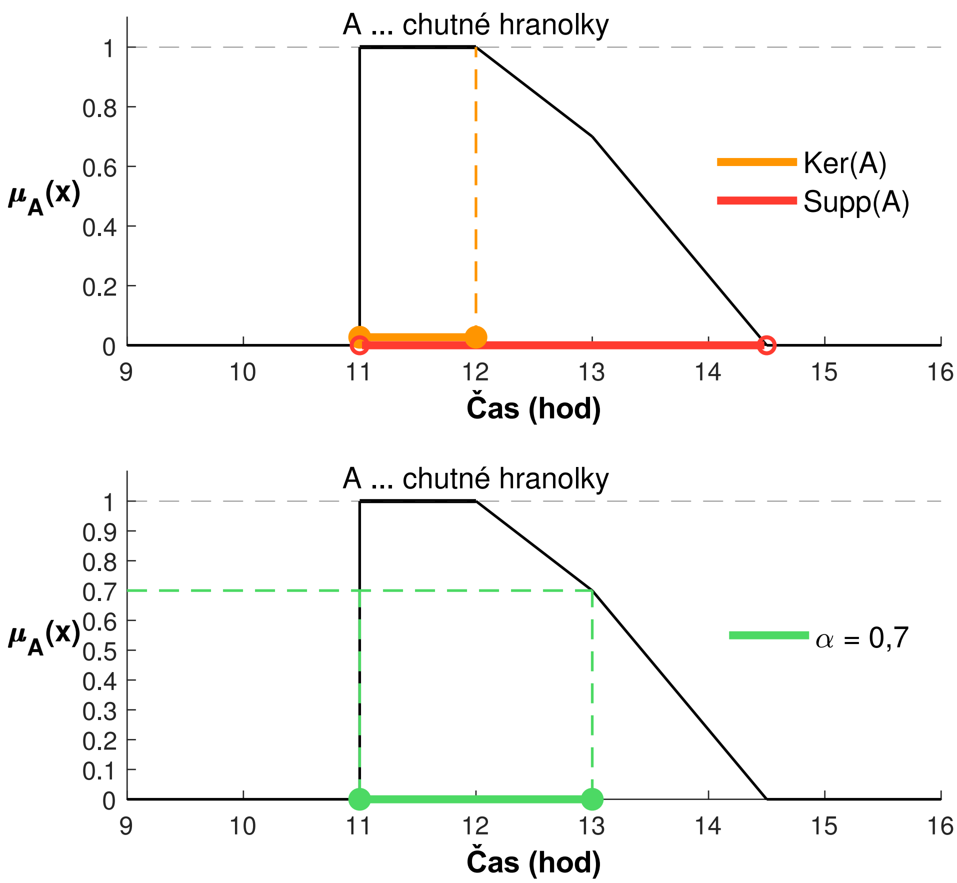
Prvky univerza, jejichž hodnota funkce příslušnosti je rovna jedné, tvoří jádro fuzzy množiny. Jádro fuzzy množiny A budeme značit $Ker(A)$ a platí pro něj tento vztah:

$$Ker(A) = \{x \in U | A(x) = 1\}. \tag{2.3}$$

Množinu A_α, která obsahuje prvky univerza U, pro něž platí, že hodnota funkce příslušnosti těchto prvků je větší nebo rovna hodnotě α, nazveme α-řezem fuzzy množiny A. Číslo α tedy může nabývat pouze hodnot z intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Pro α-řez fuzzy množiny A tedy platí:

$$A_\alpha = \{x \in U | A(x) \geq \alpha\}. \tag{2.4}$$

Na obrázku 5 vidíme v horním grafu nosič a jádro fuzzy množiny A, která představuje množinu chutných hranolek z úvodního příkladu ze sekce 2.1, a v dolním grafu 0,7-řez téže fuzzy množiny.



Obrázek 5: Nosič, jádro a 0,7-řez fuzzy množiny A

2.4 Fuzzy čísla

Fuzzy množiny se speciálními vlastnostmi definované na množině reálných čísel nazýváme fuzzy čísla. Protože je tedy univerzum množinou reálných čísel nebo její podmnožinou, představují fuzzy čísla aproximaci reálných čísel a intervalů. [6] Vlastnosti, které fuzzy množina musí splňovat, aby byla fuzzy číslem, jsou tři. První vlastností je neprázdnost jádra fuzzy množiny (2.3). Druhou vlastností je uzavřenost všech alfa-řezů dané fuzzy množiny (2.4) a třetí je omezenost nosiče (2.2).

Fuzzy číslo se tedy definuje následovně.

Fuzzy množina C, pro jejíž funkci příslušnosti platí μ: $\mathbb{R} \rightarrow \langle 0,1 \rangle$, s vlastnostmi:

1. $Kerr(C) \neq 0$,
2. $\forall \alpha \in (0,1\rangle : C_\alpha$ je uzavřený interval,
3. $Supp(C)$ je omezený,

se nazývá fuzzy číslo. Množinu všech fuzzy čísel na množině reálných čísel pak značíme $\mathcal{F}_N(\mathbb{R})$.

Dle [9] můžeme každé fuzzy číslo zapsat s využitím α-řezů pomocí dvou funkcí $\underline{c}(\alpha)$ a $\overline{c}(\alpha)$ následovně:

$$C = \Big\{ \big\langle \underline{c}(\alpha), \overline{c}(\alpha) \big\rangle \Big\}_{\alpha \in \langle 0,1 \rangle}. \tag{2.5}$$

Hodnota $\underline{c}(\alpha)$ pro dané α značí nejmenší z hodnot funkce příslušnosti daného α-řezu fuzzy čísla C, kdežto $\overline{c}(\alpha)$ pro stejné α značí největší z těchto hodnot, pokud zrovna tyto dvě hodnoty nejsou stejné. Pokud jsou tyto hodnoty pro dané α stejné, pak je interval $\langle \underline{c}(\alpha), \overline{c}(\alpha) \rangle$ roven pouze jednoprvkové množině. Dále platí vztah $\big\langle \underline{c}(0), \overline{c}(0) \big\rangle = \overline{Supp(C)}$, kde $\overline{Supp(C)}$ značí uzávěr nosiče fuzzy čísla C.

Další způsob zápisu fuzzy čísla spočívá ve využití funkcí $L(x)$ a $P(x)$ za předpokladu, že existují čísla $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4$, způsobem:

$$C(x) = \begin{cases} L(x) & x \in (-\infty, x_2), \\ 1 & x \in \langle x_2, x_3 \rangle, \\ P(x) & x \in (x_3, \infty), \end{cases} \tag{2.6}$$

kde $L(x)$ představuje zprava spojitou neklesající funkci, která v intervalu $(-\infty, x_1)$ nabývá hodnoty nula. Funkce $P(x)$ je zleva spojitá nerostoucí funkce, která je v intervalu (x_4, ∞) nulová.

Existuje více druhů fuzzy čísel. Pro naše účely si definujeme dva druhy fuzzy čísel, a to lichoběžníkové a trojúhelníkové. Jak už název napovídá, jedná se o fuzzy čísla, jejichž funkce příslušnoti má tvar lichoběžníku a trojúhelníku. Předpis funkce příslušnosti lichoběžníkového fuzzy čísla s využitím druhé zmíněné formy zápisu (2.6) vypadá následovně:

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < x_1, \\ \frac{x-x_1}{x_2-x_1} & \text{pro } x_1 \leq x < x_2, \\ 1 & \text{pro } x_2 \leq x \leq x_3, \\ \frac{x_4-x}{x_4-x_3} & \text{pro } x_3 < x \leq x_4, \\ 0 & \text{pro } x > x_4. \end{cases} \tag{2.7}$$

Z tohoto předpisu vyplývá, že platí vztahy:

$$\langle x_1, x_4 \rangle = \overline{Supp(C)} \qquad \text{a} \qquad \langle x_2, x_3 \rangle = Kerr(C).$$

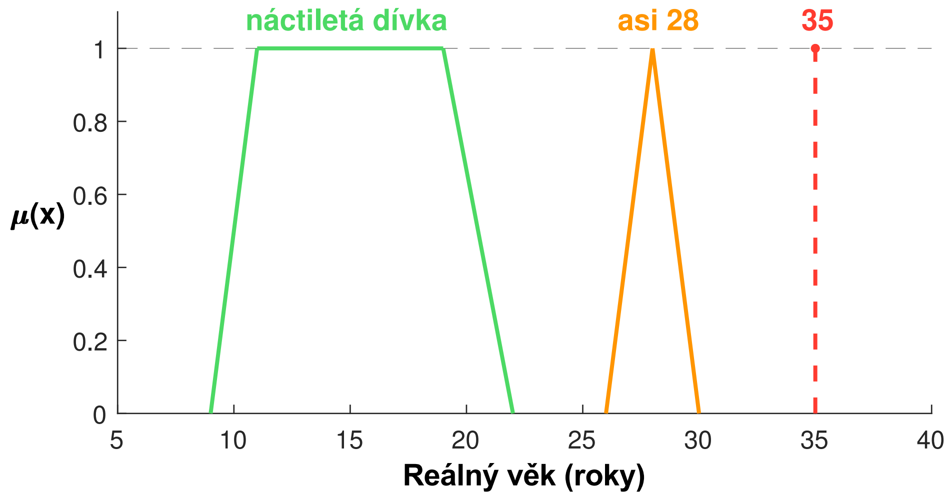
Pokud $x_2 = x_3$, pak se jedná o trojúhelníkové fuzzy číslo.

Lichoběžníkové, resp. trojúhelníkové, fuzzy číslo můžeme zapsat pomocí jeho významných hodnot $C = \langle c_1, c_2, c_3, c_4 \rangle$, kde $c_1 = x_1$, $c_2 = x_2$, $c_3 = x_3$ a $c_4 = x_4$, resp. $C = \langle c_1, c_2, c_3 \rangle$, kde $c_1 = x_1$, $c_2 = x_2 = x_3$ a $c_3 = x_4$.

Představme si, že v dálce vidíme mladou dívku neznámého věku. O této dívce můžeme říct, že je náctiletá, ale reálný věk přesně neznáme. Reálný věk této dívky může být i méně než jedenáct anebo více než devatenáct. Fuzzy množinu "náctiletá dívka" můžeme zobrazit například lichoběžníkovým fuzzy číslem, jak je ukázáno na obrázku 6 zelenou barvou.

Dále můžeme muži stojícímu před námi tipnout věk asi 28 let. Tuto fuzzy množinu můžeme také zobrazit jako fuzzy číslo, ale tentokrát trojúhelníkové, které také vidíme na obrázku 6, nyní oranžovou barvou.

Posledním fuzzy číslem na obrázku 6 je fuzzy množina "35" zobrazena červenou barvou. Toto fuzzy číslo představuje reálný věk 35 let s hodnotou funkce příslušnosti v tomto věku rovno jedné. Jinde je funkce příslušnosti nulová. Znamená to tedy, že víme přesný věk dané osoby. Toto fuzzy číslo můžeme znázornit přesně známou reálnou hodnotou.



Obrázek 6: Lichoběžníkové a trojúhelníkové fuzzy číslo, reálné číslo

2.5 Jazyková proměnná a jazyková škála

Pro účely tématu skupinového fuzzy rozhodování je třeba se seznámit s pojmem jazyková proměnná. K tomu, abychom mohli definovat jazykovou proměnnou, je třeba se seznámit s uspořádáním fuzzy čísel a dvěma dalšími pojmy, kterými jsou fuzzy rozklad a fuzzy škála.

Pro fuzzy čísla A, B platí vztah $B \geq A$ právě tehdy, když:

$$\forall \alpha \in (0, 1\rangle : B_\alpha \geq A_\alpha.$$

Nerovnost α-řezů musíme chápat jako nerovnost intervalů $A_\alpha = \langle a_\alpha^1, a_\alpha^2 \rangle$, $B_\alpha = \langle b_\alpha^1, b_\alpha^2 \rangle$, kterou definujeme způsobem:

$$\langle b_\alpha^1, b_\alpha^2 \rangle \geq \langle a_\alpha^1, a_\alpha^2 \rangle \iff b_\alpha^1 \geq a_\alpha^1 \quad \wedge \quad b_\alpha^2 \geq a_\alpha^2.$$

Pokud $B \geq A$ a zároveň $B \neq A$, pak platí $B > A$.

Fuzzy čísla A_i, $i = 1, \dots, n$, definovaná na U tvoří fuzzy rozklad na U právě tehdy, když platí:

$$\forall x \in U : \sum_{i=1}^{n} A_i = 1.$$

Pokud pro tyto fuzzy čísla $A_1, \dots, A_n$ tvořící fuzzy rozklad nějakého intervalu $\langle a, b\rangle$ platí vztah $A_1 < A_2 < \dots < A_n$, pak tvoří také fuzzy škálu na $\langle a, b\rangle$.

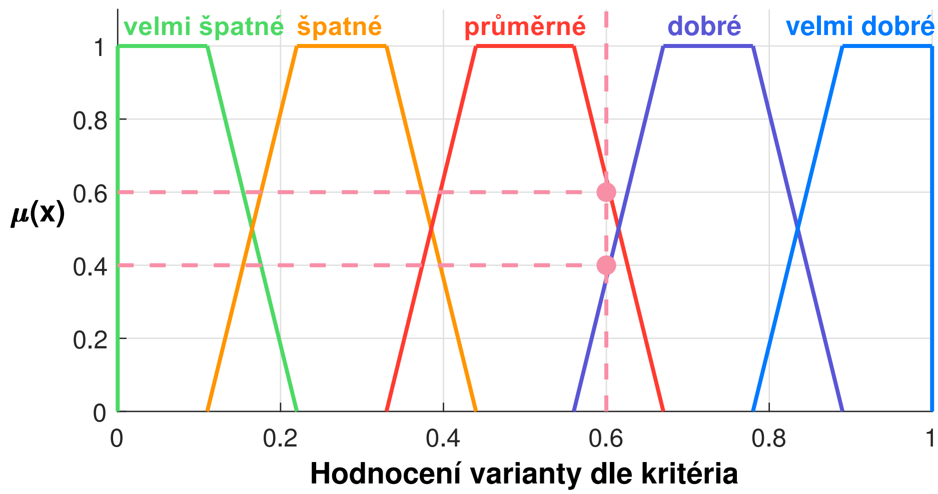
Jazyková proměnná je uspořádaná pětice

$$(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), U, G, M),$$

kde $\mathcal{V}$ značí jméno jazykové proměnné, $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ je množina jazykových hodnot (tj. jazykových termů), $\mathcal{T}(\mathcal{V}) = \{\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_n\}$, a U je univerzum jazykové proměnné. Písmeno G představuje syntaktické pravidlo pro vytváření jazykových hodnot $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ a M je sémantické pravidlo, které přiřazuje jazykovým hodnotám $\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_n$ jejich význam ve formě fuzzy čísel $T_1, \dots, T_n$.

Jestliže navíc $U = \langle a, b\rangle$ a fuzzy čísla, významy jazykových termů, $T_1, \dots, T_n$ tvoří fuzzy škálu na $\langle a, b\rangle$, pak jazyková proměnná tvoří jazykovou škálu na $\langle a, b\rangle$.

Jazykové škály hojně využijeme v modelech skupinového fuzzy rozhodování. Jako příklad jazykové škály si uvedeme hodnocení varianty dle kritéria, s jazykovými termy „velmi špatné“, „špatné“, „průměrné“, „dobré“, „velmi dobré“. Jak by mohly vypadat významy těchto termů ukazuje obrázek 7. Jako univerzum této jazykové škály bychom mohli zvolit například interval $\langle 0, 100\rangle$, které by ukazovalo procentní spokojenost s danou variantou dle zvoleného kritéria. Toto univerzum můžeme jednoduše převést na interval $\langle 0, 1\rangle$. Pokud jsme pak s danou variantou dle zvoleného kritéria spokojení ze 60 %, to odpovídá hodnotě 0,6 na univerzu $\langle 0, 1\rangle$, pak je hodnocení této varianty průměrné ve stupni 0,6 a dobré ve stupni 0,4. Tento případ je zobrazen také na obrázku 7 růžovou barvou.



Obrázek 7: Významy termů jazykové proměnné „hodnocení varianty dle kritéria“

Existují různé odvozené struktury jazykových škál, z kterých si pro naše účely představíme rozšířenou jazykovou škálu.

Mějme k dispozici jazykovou proměnnou

$$(\mathcal{V}, \mathcal{T}(\mathcal{V}), \langle a, b\rangle, G, M),$$

která na intervalu $\langle a, b\rangle$ tvoří jazykovou škálu s množinou jazykových termů $\mathcal{T}(\mathcal{V}) = \{\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_n\}$ a jejich významy $M(\mathcal{T}_i) = T_i$, $i = 1, \dots, n$. Jazyková proměnná

$$(\mathcal{V}', \mathcal{T}'(\mathcal{V}), \langle a, b\rangle, G, M),$$

tvoří rozšířenou jazykovou škálu na intervalu $\langle a, b\rangle$, jestliže základní jazykové termy $\mathcal{T}(\mathcal{V})$ tvoří množinu $\mathcal{T}_0(\mathcal{V}')$ a další odvozené jazykové termy proměnné $\mathcal{V}'$ jsou definovány jako jazykové popisy fuzzy čísel:

$$T_1 \cup_L T_2,\ T_2 \cup_L T_3,\ \dots,\ T_{n-1} \cup_L T_n,$$

$$T_1 \cup_L T_2 \cup_L T_3,\ T_2 \cup_L T_3 \cup_L T_4,\ \dots,\ T_{n-2} \cup_L T_{n-1} \cup_L T_n,$$

$$\vdots$$

$$T_1 \cup_L T_2 \cup_L \dots \cup_L T_{n-1} \cup_L T_n,$$

kde $\cup_L$ značí sjednocení fuzzy množin pomocí Lukasiewiczovy disjunkce a tedy platí:

$$\forall x \in \langle a,b\rangle : (T_i \cup_L T_{i+1})(x) = \min\{1, T_i(x) + T_{i+1}(x)\},\ i \in \{1,\dots,n-1\}.$$

Tvorba jazykových termů se pak pro všechna i, $j \in \{1,\dots,n\}$, $i < j$, pro něž současně platí $i \neq 1$ a $j \neq n$, řídí následujícími pravidlem:

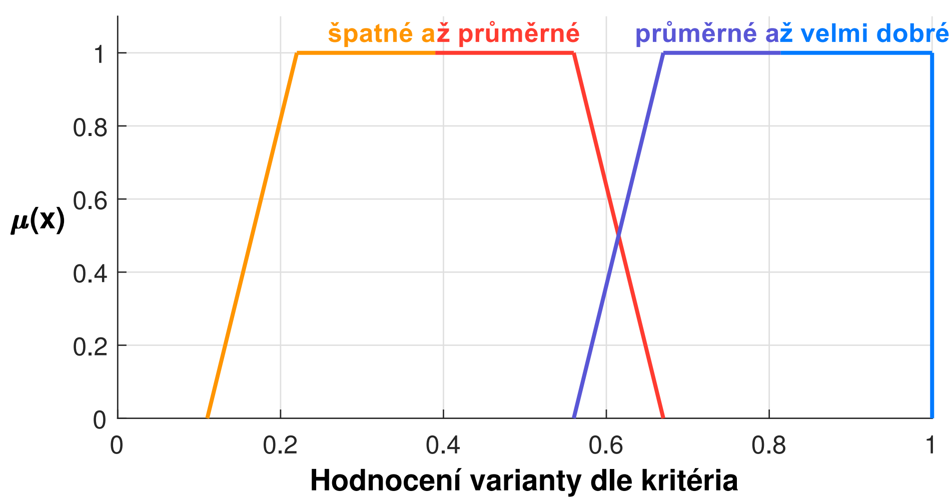
$$M(T_i \cup_L T_{i+1} \cup_L \cdots \cup_L T_j) = \mathcal{T}_i \text{ až } \mathcal{T}_j.$$

Pokud $i = 1$ a zároveň $j = n$, pak platí:

$$M(T_1 \cup_L T_{i+1} \cup_L \cdots \cup_L T_n) = M(\langle a,b\rangle) = \text{neurčeno}.$$

a toto sjednocení představuje maximálně neurčitou fuzzy hodnotu. Každá číselná hodnota z intervalu $\langle a,b\rangle$ je tedy zcela možná.

Jako příklad rozšířené jazykové škály si uvedeme neurčité hodnocení varianty dle dvou kritérií. Dle prvního kritéria ohodnotil rozhodovatel variantu hodnocením „špatné až průměrné“ a dle druhého kritéria hodnocením „průměrné až velmi dobré“. Tato hodnocení jsou zobrazena v grafu na obrázku 8. Neurčitost vykreslených fuzzy čísel můžeme porovnat s obrázkem 7.



Obrázek 8: Zobrazení hodnocení varianty rozhodovatelem dle dvou kritérií

Kapitola 3

Aplikace aparátu teorie fuzzy množin ve vícekriteriálním skupinovém rozhodování

Jak už název napovídá, v této části práce si představíme modely skupinového rozhodování založené na teorii fuzzy množin. Budeme chtít vybrat optimální variantu nebo více variant za předpokladu, že se rozhodování účastní více rozhodovatelů, kteří dané varianty posuzují dle mnoha kritérií.

Zaměříme se na dva modely vícekriteriálního fuzzy skupinového rozhodování.

Prvním, a zároveň hlavním, modelem bude model Sukače, Talašové a Stoklasy, který je popsán v článku *A Linguistic Fuzzy Approach to the Consensus Reaching in Multiple Criteria Group Decision-making Problems* pod číslem [9] v použité literatuře. Zároveň si také představíme úpravu tohoto modelu Sukače a Pavlačky dle článku s titulkem *Fuzzy consensus in group decision-making model using absolute-type evaluations* [8].

Druhým, jednodušším, modelem bude model založený pouze na fuzzy váženém průměru dílčích cílů.

3.1 Fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu

Tento model je založen na poznatcích dvou celosvětově uznávaných matematiků Janusze Kacprzyka a Maria Fedrizziho, kteří se proslavili vědeckou činností v oboru fuzzy množin a jejich aplikací. Model je v následujících podkapitolách popsán na základě článku Sukače a spol. [9].

Situace jednomyslné volby varianty skupinou rozhodovatelů je v praxi při řešení složitých problémů velmi nepravděpodobná. Právě tento rozkol názorů bývá velkým negativem při snaze dosáhnout určitého konsensu mezi experty. Tento model se snaží najít variantu, která by dostatečně vyhovovala preferencím většiny významných expertů.

Výběr nejvhodnější varianty nebo více variant probíhá následovně. Každý expert ohodnotí každou variantu dle všech kritérií fuzzy číslem, a tak vzniknou dílčí hodnocení. Celkové hodnocení každé varianty je vytvořeno pomocí těchto dílčích hodnocení expertů metodou fuzzy váženého průměru s váhami, které představují významnosti kritérií. Díky tomu představuje hodnocení varianty dle experta stupeň naplnění celkového cíle. Jedná se o hodnocení absolutního typu, proto jsou jednotlivá hodnocení nezávislá na souboru variant a reprezentují přijatelnost dané varianty. Poté pomocí speciálního postupu zjišťujeme, které z variant jsou pro dané množství významných expertů optimální. Na dílčí hodnocení těchto variant aplikujeme opět metodu fuzzy váženého průměru, tentokrát s váhami způsobilostí expertů. Nejlepší variantu daného problému hledáme na základě defuzzifikování celkového fuzzy ohodnocení vybraných variant, které se provádí určením těžiště.

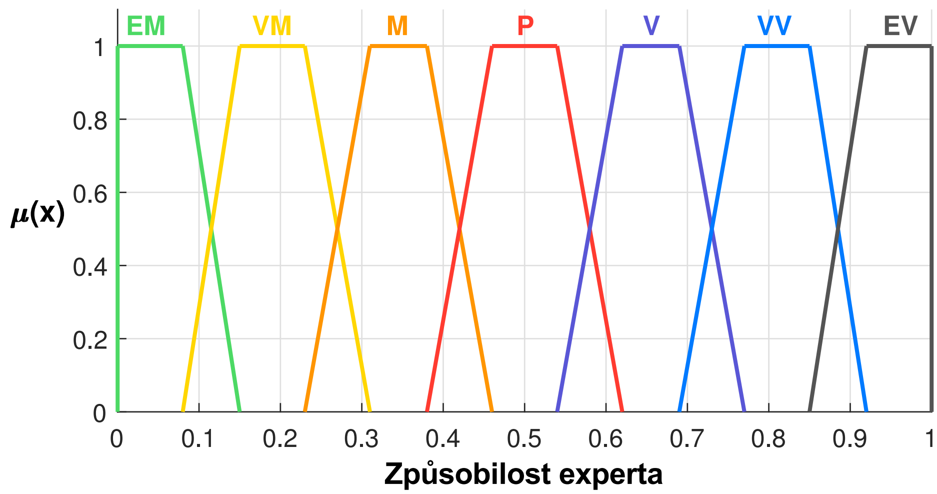
Všechny grafy významů jazykových termů a tabulky jazykových termů byly inspirovány grafy a tabulkami z článku Sukače a spol. [9].

3.1.1 Způsobilost expertů

Budeme pracovat s množinou variant $X = \{X_1, \dots, X_n\}$, kde $n \geq 2$. Každou variantu $X_i \in X$, $i = 1, \dots, n$, ohodnotí každý ze skupiny expertů, kterou vytváří $p \geq 2$ expertů, podle $m \geq 2$ kritérií. Každého experta můžeme charakterizovat určitou mírou způsobilosti k řešení daného problému. Pokud se například jedná o skupinu manažerů firmy, pak na způsobilost jednotlivých manažerů bude mít vliv odvětví firmy, kterou daný manažer řídí, jeho zkušenosti a kompetentní znalosti potřebné k řešení problému a jiné. Způsobilosti expertů budou reprezentovány fuzzy čísly $L^k \in \mathcal{F}_N\big(\langle 0, 1\rangle\big)$, $k = 1, \dots, p$. Tyto fuzzy čísla budou představovat významy jazykových termů jazykové proměnné „způsobilost experta“. Způsobilost zcela nekompetentního experta bude nulová. S rostoucí kompetentností experta pro daný problém bude růst i hodnota způsobilosti experta. Jazykové termy způsobilosti expertů jsou sepsány v tabulce 2 a významy těchto termů jsou zobrazeny fuzzy čísly v grafu na obrázku 9.

značka	**způsobilost experta**
0	nulová
EM	extrémně malá
VM	velmi malá
M	malá
P	průměrná
V	vysoká
VV	velmi vysoká
EV	extrémně vysoká
1	naprostá

Tabulka 2: Jazykové termy způsobilosti experta



Obrázek 9: Významy termů způsobilosti experta

3.1.2 Váhy kritérií a ohodnocení variant

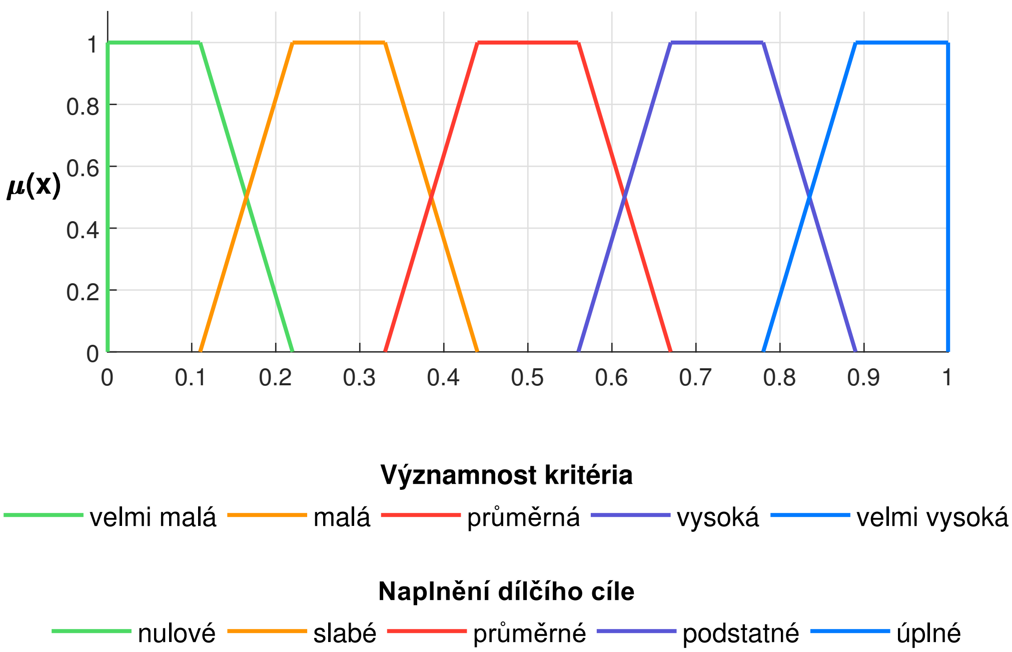
K vyjádření významností kritérií, které se mohou podle jednotlivých expertů lišit, použijeme váhy kritérií ve formě fuzzy čísel. Jednotlivým kritériím C_j, $j = 1, \ldots, m$, každý expert E_k, $k = 1, \ldots, p$, přiřadí váhu $W_j^k \in \mathcal{F}_N\big(\langle 0, 1\rangle\big)$, která bude reprezentovat významnost kritéria C_j podle experta E_k. Nulová váha kritéria bude značit naprosto nevýznamné kritérium, naopak hodnota váhy rovna jedné bude představovat naprosto nepostradatelné kritérium.

Dále je třeba, aby každý expert $E_1, \ldots, E_p$ ohodnotil varianty $X_1, \ldots, X_n$ podle jednotlivých kritérií $C_1, \ldots, C_m$. Toto hodnocení bude uděleno také formou fuzzy čísla. Kritéria zde plní roli dílčích cílů, kterých bychom chtěli výběrem nejlepší varianty, resp. nejlepších variant, dosáhnout. Hodnocení $H_{ij}^k \in \mathcal{F}_N(\langle 0, 1\rangle)$, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$, $k = 1, \ldots, p$, bude prezentovat stupeň naplnění dílčího cíle. Čím blíže je hodnocení nule, tím nižší je stupeň naplnění dílčího cíle, a čím blíže je jedné, tím vyšší je i stupeň naplnění dílčího cíle.

Je možné využít jazykové termy vah kritérií a hodnocení variant ve společné tabulce 3 a významy termů ve společném grafu na obrázku 10.

významnost kritéria	**naplnění dílčího cíle**
velmi malá	nulové
malá	slabé
průměrná	průměrné
vysoká	podstatné
velmi vysoká	úplné

Tabulka 3: Jazykové termy významnosti kritéria a naplnění dílčího cíle



Obrázek 10: Významy termů významnosti kritéria a naplnění dílčího cíle

3.1.3 Agregace hodnocení variant

Poté, co zjistíme hodnocení variant dle kritérií podle jednotlivých expertů, bychom rádi agregovali toto hodnocení na hodnocení i-té varianty dle k-tého experta. K této agregaci dílčích cílů použijeme fuzzy vážený průměr.

Agregované hodnocení varianty X_i, $i = 1, \dots, n$, dle experta E_k, $k = 1, \dots, p$, budeme značit $H_i^k \in \mathcal{F}_N\big(\langle 0, 1\rangle\big)$. Fuzzy číslo H_i^k představuje stupeň naplnění celkového cíle variantou X_i, $i = 1, \dots, n$, podle experta E_k, $k = 1, \dots, p$. Toto fuzzy číslo můžeme přepsat s využitím vztahu (2.5) následovně:

$$H_i^k = \left\{ \left\langle \underline{H}_i^k(\alpha), \overline{H}_i^k(\alpha) \right\rangle \right\}_{\alpha \in \langle 0,1 \rangle}. \tag{3.1}$$

Hodnoty $\underline{H}_i^k(\alpha)$ a $\overline{H}_i^k(\alpha)$ pro dané α spočítáme pomocí následujících vztahů:

$$\underline{H}_i^k(\alpha) = \min_{w_j^k \in \langle \underline{W}_j^k(\alpha), \overline{W}_j^k(\alpha) \rangle,\ j=1,\dots,m} \frac{\sum_{j=1}^m w_j^k \cdot \underline{H}_{ij}^k(\alpha)}{\sum_{j=1}^m w_j^k},$$

$$\overline{H}_i^k(\alpha) = \max_{w_j^k \in \langle \underline{W}_j^k(\alpha), \overline{W}_j^k(\alpha) \rangle,\ j=1,\dots,m} \frac{\sum_{j=1}^m w_j^k \cdot \overline{H}_{ij}^k(\alpha)}{\sum_{j=1}^m w_j^k}.$$

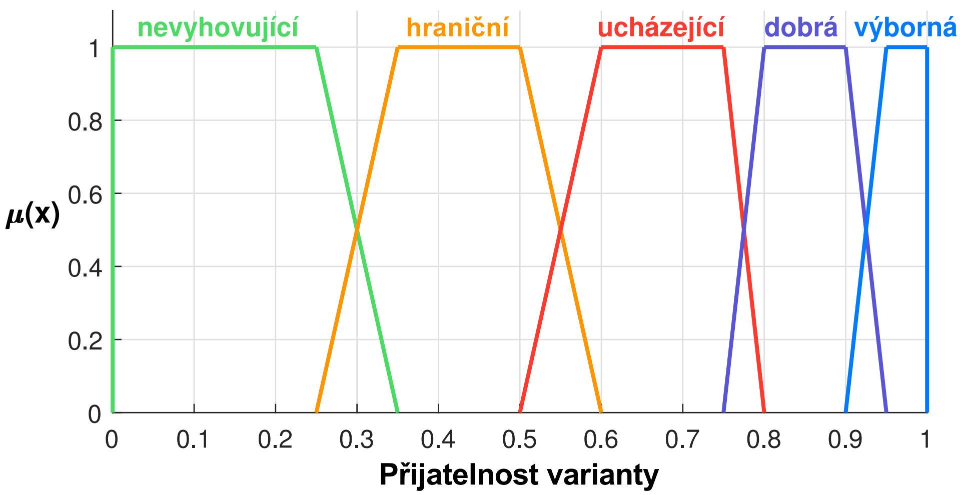
V praxi ale není třeba počítat maximalizace a minimalizace pro stovky různých α-řezů, abychom dostali co nejvěrohodnější pohled na získané hodnocení. Místo toho stačí zvolit několik α-řezů, například dva až pět, pro které vypočítáme příslušné body pomocí algoritmu, které proložíme úsečkami, a tak celkové hodnocení nahradíme po částech lineárním fuzzy číslem, jako tomu je v přiloženém matlabovském skriptu *celkova_Hik*, který použijeme pro počítání praktického příkladu v poslední kapitole této práce.

Nyní by se zdálo vhodné dále pokračovat analogicky v agregaci pomocí fuzzy váženého průměru a následně varianty porovnat pomocí těžiště. Takový postup by ale mohl vést k nízkému stupni naplnění celkového cíle, například v případě, že by byly varianty ohodnoceny nízkým hodnocením podle všech expertů. My ale chceme dosáhnout konsensu, tedy vybrat variantu, která bude dostatečně dobrá dle uspokojivého množství významných expertů.

Proto tedy vytvoříme jazykovou proměnnou $\widehat{\mathcal{A}}$ s množinou jazykových termů $\{\widehat{\mathcal{A}}_1, \dots, \widehat{\mathcal{A}}_5\}$ popsané v tabulce 4, která bude reprezentovat stupeň přijetí varianty experty. Významy jazykových termů nalezneme v grafu na obrázku 11. Funkce příslušnosti fuzzy čísel představujících významy jazykových termů stupně přijetí varianty budou mít stejný předpis, jako je předpis funce příslušnosti pro lichoběžníková fuzzy čísla ve vztahu (2.7), pouze s významnými hodnotami $\widehat{a}_r^1 \le \widehat{a}_r^2 \le \widehat{a}_r^3 \le \widehat{a}_r^4$ pro $r = 1, \dots, 5$.

značka	přijatelnost varianty
$\widehat{\mathcal{A}}_5$	nevyhovující
$\widehat{\mathcal{A}}_4$	hraniční
$\widehat{\mathcal{A}}_3$	ucházející
$\widehat{\mathcal{A}}_2$	dobrá
$\widehat{\mathcal{A}}_1$	výborná

Tabulka 4: Jazykové termy přijatelnosti varianty



Obrázek 11: Významy termů přijatelnosti varianty

Jazykové termy této jazykové proměnné můžeme modifikovat na množinu $\{\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_5\}$, kterou budeme slovně reprezentovat „alespoň $\widehat{\mathcal{A}}_r$“, pro $r = 1, \ldots, 5$. Funkce příslušnosti r-tého modifikovaného jazykového termu pak vypadá takto:

$$\mu_{A_r}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < \widehat{a}_r^1, \\ \frac{x - \widehat{a}_r^1}{\widehat{a}_r^2 - \widehat{a}_r^1} & \text{pro } \widehat{a}_r^1 \leq x < \widehat{a}_r^2, \\ 1 & \text{pro } x \geq \widehat{a}_r^2. \end{cases} \tag{3.2}$$

Na základě funkcí příslušnosti hodnocení i-té varianty dle k-tého experta a funkcí příslušnosti (3.2) můžeme vypočítat čísla θ_{ri}^k, $r = 1, \ldots, 5$, $i = 1, \ldots, n$,

$k = 1, \ldots, p$, tímto vztahem:

$$\theta_{ri}^{k} = \sup_{x \in \langle 0,1 \rangle} \min\{\mu_{A_r}(x), \mu_{H_i^k}(x)\}. \tag{3.3}$$

Tato čísla interpretujeme jako pravdivostní hodnotu výrazu „přijatelnost varianty X_i podle experta E_k je A_r“.

Můžeme definovat fuzzy množiny F_{ri}, pro $r = 1, \ldots, 5$, $i = 1, \ldots, n$, na diskrétním univerzu tvořící množinu expertů $E_1, \ldots, E_p$, které ukazují postoj expertů k přijatelnosti A_r varianty X_i, tímto způsobem:

$$F_{ri} = \{{}^{\theta_{ri}^{1}}/{}_{E_1}, \ldots, {}^{\theta_{ri}^{p}}/{}_{E_p}\}. \tag{3.4}$$

3.1.4 Skupinová agregace

V tomto modelu bychom rádi vybrali tu variantu, která bude dostatečně vyhovující podle daného množství významných expertů. Zavedeme tedy jazykovou proměnnou tohoto množství expertů, jejíž množinu termů $\{\widehat{Q}_1, \ldots, \widehat{Q}_4\}$ vidíme v tabulce 5 a významy těchto termů na obrázku 12. Funkce příslušnosti významů termů pro $s = 1, \ldots, 4$ jsou stejné, jako funkce příslušnosti lichoběžníkových fuzzy čísel v předpisu (2.7), kde významné hodnoty označíme $\widehat{q}_s^1 \leq \widehat{q}_s^2 \leq \widehat{q}_s^3 \leq \widehat{q}_s^4$.

značka	**množství expertů**
$\widehat{\mathcal{Q}}_4$	menšina
$\widehat{\mathcal{Q}}_3$	asi polovina
$\widehat{\mathcal{Q}}_2$	více než polovina
$\widehat{\mathcal{Q}}_1$	téměř všichni

Tabulka 5: Jazykové termy množství expertů

Jazykové termy této jazykové proměnné můžeme opět modifikovat na množinu $\{Q_1, \ldots Q_4\}$ se slovní reprezentací „alespoň $\widehat{Q}_s$“, pro $s = 1, \ldots, 4$. Pro zjednodušení značení nahradíme jazykové termy „alespoň $\widehat{Q}_s$“ termy „téměř všichni“,

Obrázek 12: Významy termů množství expertů

„většina“, „alespoň polovina“, „někteří“. Funkce příslušnosti modifikovaného jazykového termu Q_s, $s = 1, \ldots, 4$, pak vypadá takto:

$$\mu_{Q_s}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < \widehat{q}_s^1, \\ \frac{x - \widehat{q}_s^1}{\widehat{q}_s^2 - \widehat{q}_s^1} & \text{pro } \widehat{q}_s^1 \leq x < \widehat{q}_s^2, \\ 1 & \text{pro } x \geq \widehat{q}_s^2. \end{cases}$$

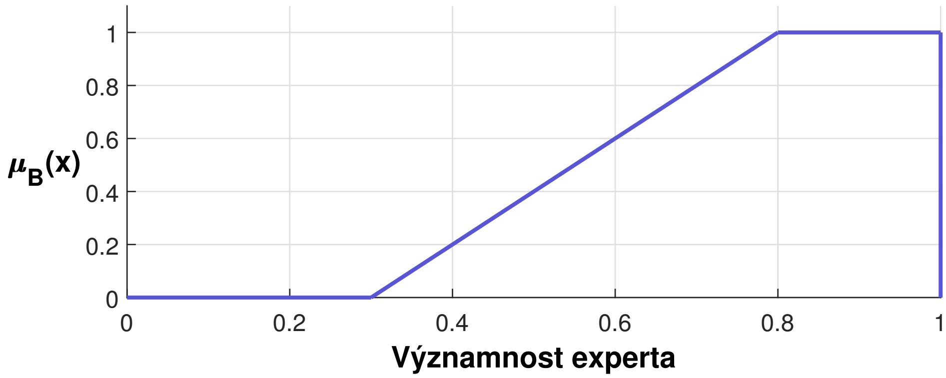
Významnost experta budeme značit fuzzy číslem B s funkcí příslušnosti:

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } 0 \leq x < 0{,}3, \\ 2x - 0{,}6 & \text{pro } 0{,}3 \leq 0{,}8, \\ 1 & \text{pro } 0{,}8 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Graf tohoto fuzzy čísla nalezneme v obrázku 13.

Stupeň významnosti každého z expertů budeme značit písmenem ζ_k, pro $k = 1, \ldots, p$, spočítáme s využitím jazykové proměnné „způsobilost experta“, se kterou jsme se seznámili již v podkapitole 3.1.1, následujícím způsobem:

$$\zeta_k = \sup_{x \in \langle 0,1 \rangle} \min\{\mu_B(x), \mu_{L^k}(x)\}. \tag{3.5}$$



Obrázek 13: Funkce příslušnosti významnosti experta

Nyní můžeme definovat fuzzy množinu $I \in \mathcal{F}\big(\{E_1, \ldots, E_p\}\big)$ významných expertů s tímto zápisem:

$$I = \{{}^{\zeta_1}/_{E_1}, \ldots, {}^{\zeta_p}/_{E_p}\}.$$

Sukač, Talašová a Stoklasa [9] se inspirovali dílem dvou vědců Kacprzyka a Fedrizziho, kteří se zabývali teorií „‚soft‘ degrees of consensus“, volně přeloženo jako teorie „‚neurčitých‘ stupňů shody“. Dle této teorie můžeme slovní výraz „většina expertů je přesvědčena“ zapsat symbolickým zápisem:

„Q expertů jsou F“,

kde Q značí jazykové množství (zde „většina“) a F značí nějakou vlastnost expertů (zde „jsou přesvědčení“). Do tohoto výrazu ještě můžeme přidat další vlastnost expertů, která bude vypovídat o jejich významnosti. Zápis, který vypadá takto:

$$„QI \text{ expertů jsou } F\text{“}, \tag{3.6}$$

pak můžeme přeložit jako „množství Q expertů s významností I jsou F“.

Nyní je třeba zjistit pravdivostní hodnotu tohoto tvrzení. Zjišťování pravdivostní hodnoty tvrzení probíhá ve dvou krocích. V prvním kroku vypočítáme číslo r' za předpokladu, že existuje expert s nenulovou významností, a to následujícím způsobem:

$$r' = \frac{\sum_{k=1}^{p} \big[\mu_I(E_k) \wedge \mu_F(E_k)\big]}{\sum_{k=1}^{p} \mu_I(E_k)}. \tag{3.7}$$

Ve druhém kroku zjistíme pravdivostní hodnotu tvrzení (3.6) tak, že určíme hodnotu funkce příslušnosti množství Q v bodě r', tedy $\mu_Q(r')$.

Na základě těchto myšlenek je skupinová agregace tohoto modelu vedena následovně. Množství Q nahradíme jazykovou proměnnou „množství expertů“ s termy Q_s, $s = 1, \dots, 4$. Hodnotu funkce příslušnosti proměnné I experta E_k nahradíme hodnotou ζ_k z předpisu (3.5). Vlastnost F nahradíme fuzzy množinou F_{ri} z (3.4), která značí „$\mathcal{A}_r$ přijatelnost varianty X_i“, a tak místo hodnoty $\mu_{F_{ri}}(E_k)$ můžeme použít hodnotu θ^k_{ri}, $r = 1, \dots, 5$, $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, p$.

Pravdivostní hodnotu slovního tvrzení „varianta X_i je $\mathcal{A}_r$ podle názoru množství Q_s expertů s významností (I)“ se symbolickým zápisem:

$$„Q_s I \text{ expertů navrhuje } \mathcal{A}_r“$$

budeme značit $\xi_i^{r,s}$. Tyto pravdivostní hodnoty $\xi_i^{r,s}$ pro $i = 1, \dots, n$, $r = 1, \dots, 5$ a $s = 1, \dots, 4$ vypočítáme s využitím (3.7) vzorcem:

$$\xi_i^{r,s} = \mu_{Q_s}\left(\frac{\sum_{k=1}^{p}[\zeta_k \wedge \theta^k_{ri}]}{\sum_{k=1}^{p}\zeta_k}\right). \tag{3.8}$$

Dohromady se bude se jednat o $n \cdot 5 \cdot 4$, tj. $20n$, hodnot. Ve vzorci $\xi_i^{r,s}$ odpovídá i číslu varinty, r odpovídá r-tému jazykovému termu jazykové proměnné „přijatelnost varianty“ a písmeno s odpovídá s-tému termu jazykové proměnné „množství expertů“. Jako příklad si uvedeme pravdivostní hodnotu $\xi_2^{1,3}$, která bude značit pravdivostní hodnotu tvrzení „varianta X_1 je výborná dle názoru alespoň poloviny významných expertů“.

Dále vytvoříme množiny variant $\Upsilon_{r,s}$ pro všechna r a s. Do množiny $\Upsilon_{r,s}$ zařadíme všechny varianty, pro které bude platit, že jsou $\mathcal{A}_r$ podle Q_s významných expertů, tedy bude platit:

$$\Upsilon_{r,s} = \{X_i \in X | \xi_i^{r,s} = 1\}. \tag{3.9}$$

Tyto množiny tvoříme v daném pořadí $\mathcal{K}$, které řadí varianty od přijatelných po nepřijatelné. Pořadí $\mathcal{K}$ vyjádříme jako posloupnost uspořádaných dvojic:

$$\mathcal{K} = \big\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (1,3), (2,3), \dots\big\}, \tag{3.10}$$

kde první místo každé z dvojic značí index r a druhé místo index s množiny $\Upsilon_{r,s}$. Toto pořadí můžeme přepsat s pomocí slovních vyjádření následovně:

$\mathcal{K} = \big\{$(výborná dle téměř všech), (výborná dle většiny), (alespoň dobrá dle téměř všech), (alespoň dobrá dle většiny), (alespoň ucházející dle téměř všech), (alespoň ucházející dle většiny), (výborná dle alespoň poloviny), (alespoň dobrá dle alespoň poloviny),$\ldots\big\}$.

Postupně zjišťujeme, které varianty vyhovují první dvojici r, s. Pokud žádná varianta této dvojici nevyhovuje, pak pokračujeme s další dvojicí dle pořadí $\mathcal{K}$. První neprázdná množina $\Upsilon_{r,s}$ obsahuje favority pro dosažení nejúspěšnějšího konsensu mezi experty. Není třeba zjišťovat množiny $\Upsilon_{r,s}$ pro všechny dvojice r a s, protože pořadí $\mathcal{K}$ nám zaručí, že první neprázdná množina $\Upsilon_{r,s}$ nám určí nejlépe hodnocené varianty, jaké můžeme získat dle nejuspokojivějšího množství významných expertů. Každá další množina $\Upsilon_{r,s}$ již většinou bude obsahovat varianty z první neprázdné množiny $\Upsilon_{r,s}$ a navíc se do ní přidají varianty s již horšími hodnoceními dle míry konsenzu. Pokud jsou množiny $\Upsilon_{r,s}$ pro relevantní dvojice r a s prázdné (například nechceme vybírat z množiny variant, které obsahují varianty s hodnocením hraniční dle většiny expertů), pak na základě názorů expertů není žádná z variant dostatečně dobrá.

3.1.5 Výběr nejlepší varianty

K výběru nejlepší varianty nám poslouží první neprázdná množina $\Upsilon_{r,s}$, kterou si označíme Υ^*. Fuzzy vážený průměr s váhami L_k, $k = 1, \ldots, p$, které značí způsobilost expertů, aplikujeme na hodnocení expertů těch variant, které patří do množiny Υ^*, tedy na H_i^k, $\forall i : X_i \in \Upsilon^*$. Hodnocení i-té varianty budeme značit takto:

$$H_i = \Big\{ \big\langle \underline{H}_i(\alpha), \overline{H}_i(\alpha) \big\rangle \Big\}_{\alpha \in \langle 0,1 \rangle}, \; i : X_i \in \Upsilon^*, \tag{3.11}$$

kde

$$\underline{H}_i(\alpha) = \min_{l^k \in \langle \underline{L}^k(\alpha), \overline{L}^k(\alpha) \rangle,\ k=1,\ldots,p} \frac{\sum_{k=1}^p l^k \cdot \underline{H}_i^k(\alpha)}{\sum_{k=1}^p l^k},$$

$$\overline{H}_i(\alpha) = \max_{l^k \in \langle \underline{L}^k(\alpha), \overline{L}^k(\alpha) \rangle,\ k=1,\ldots,p} \frac{\sum_{k=1}^p l^k \cdot \overline{H}_i^k(\alpha)}{\sum_{k=1}^p l^k}.$$

Varianty, které náleží množině Υ^* porovnáme mezi sebou pomocí těžišť T_{H_i}, které vypočítáme pomocí vzorce:

$$T_{H_i} = \frac{\int_0^1 x \mu_{H_i}(x) dx}{\int_0^1 \mu_{H_i}(x) dx}. \tag{3.12}$$

Pokud bude hodnocení H_i lichoběžníkové fuzzy číslo s významnými hodnotami $\langle h_1, h_2, h_3, h_4 \rangle$, můžeme dle [7] využít pro výpočet těžiště vzorec:

$$T_{H_i} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h_4^2 + h_3^2 - h_2^2 - h_1^2 + h_4 h_3 - h_2 h_1}{h_4 + h_3 - h_2 - h_1}.$$

Varianta s největší hodnotou těžiště se stává optimální variantou pro řešení našeho rozhodování, tj.

$$X_{opt} : T_{H_{opt}} = \max_{i: X_i \in \Upsilon^*} T_{H_i}.$$

Pokud najdeme více variant se stejnými největšími hodnotami těžišť, pak můžeme jako optimální variantu vybrat jakoukoli z nich.

3.1.6 Postup aplikace modelu

Nyní je třeba si shrnout, jak postupovat při řešení vícekriteriálního fuzzy skupinového rozhodování při použití modelu fuzzy skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu.

Nejprve zrealizujeme první čtyři fáze rozhodovacího procesu, které jsou znázorněny v diagramu na obrázku 1 v podkapitole 1.1.1. Analýzu a řešení rozhodovacího problému s využitím tohoto modelu provedeme poté v následujících deseti krocích:

1. Od každého experta získáme dílčí hodnocení všech variant dle všech kritérií H_{ij}^k a významnosti kritérií W_j^k, například s využitím jazykových termů z tabulky 3.

2. Ohodnotíme způsobilosti expertů pomocí fuzzy čísel L^k, například dle jazykových termů z tabulky 2.

3. Agregujeme hodnocení H_{ij}^k na celkové hodnocení varianty dle experta H_i^k pomocí fuzzy váženého průměru vztahem (3.1).

4. Pomocí vztahu (3.5) spočítáme hodnoty ζ_k pro $k = 1, \dots, p$.

5. Vypočítáme pravdivostní hodnoty θ_{ri}^k pro všechna $r = 1, \dots, 5$, $i = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, p$ vztahem (3.3).

6. Postupně vypočítáváme pravdivostní hodnoty $\xi_i^{r,s}$ dle (3.8) pro r a s určené pořadím $\mathcal{K}$ podle 3.10 a tím tvoříme množiny variant $\Upsilon_{r,s}$ dle (3.9).

7. První neprázdná množina $\Upsilon_{r,s}$ obsahuje nejslibnější varianty. Tuto množinu si označíme Υ^*.

8. Variantám z Υ^* vypočítáme jejich celková hodnocení H_i dle vztahu (3.11).

9. Vypočítáme těžiště celkových hodnocení H_i s využitím vztahu (3.12).

10. Optimální varianta X_{opt} je ta s největší hodnotou těžiště.

3.2 Modifikovaný fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu

Sukač a Pavlačka nabízejí nový přístup k tomuto modelu v článku [8]. Při výpočtu (3.3) pravdivostní hodnoty výrazu „přijatelnost varianty X_i podle experta E_k je A_r“, kterou značíme v tomto modelu θ_{ri}^k, dochází ke ztrátě nejistoty získané prostředictvím fuzzy hodnocení varianty dle experta, které značíme H_i^k. Pokud máme dvě různé varianty A, B s rozdílnými nejistotami, jejichž hodnocení

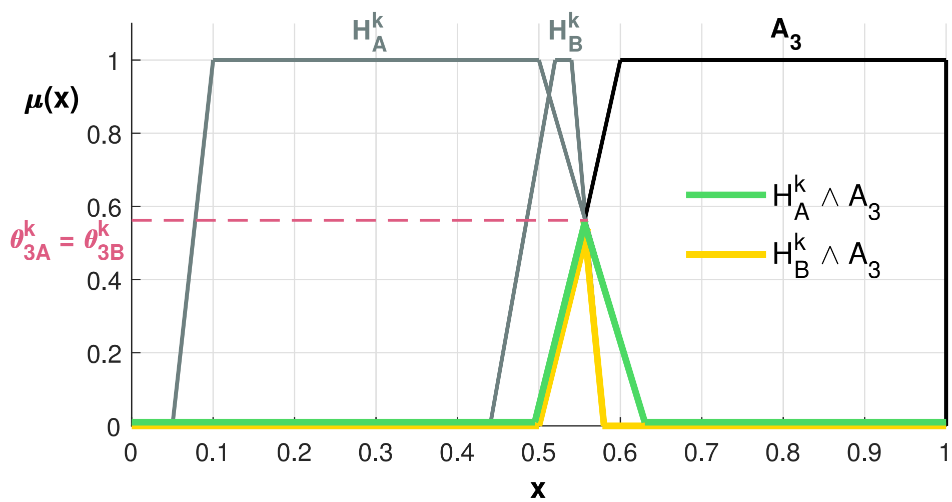
H_A^k, H_B^k a zvolené přijetí varianty $\mathcal{A}_r$ dosáhne stejného suprema průniku těchto fuzzy čísel, pak nastane situace, kdy se hodnoty θ_{rA}^k a θ_{rB}^k rovnají, a tyto varianty se budou tvářit jako rovnocenné i přes rozdílnost nejistot v jejich hodnocení.

Výše popsaný problém vidíme na obrázku 14, inspirovaným z [8], mezi hodnoceními H_A^k, H_B^k a stupněm přijetí varianty $\mathcal{A}_3$, tj. alespoň ucházející.

Sukač a Pavlačka tedy navrhují transformaci vztahu pro výpočet θ_{ri}^k následovně:

$$\theta_{ri}^k = \frac{\int_0^1 \min\left\{\mu_{\mathcal{A}_r}(x), \mu_{H_i^k}(x)\right\} dx}{\int_0^1 \mu_{H_i^k}(x) dx}, \; i = 1, \dots, n, \; r = 1, \dots, 5, \; k = 1, \dots, p, \tag{3.13}$$

za předpokladu, že fuzzy hodnocení H_i^k není pouze reálné číslo. Kdyby totiž toto hodnocení bylo reálným číslem, pak je obsah plochy pod křivkou funkce příslušnosti tohoto reálného čísla roven nule. V případě reálného čísla tedy postupujeme ve výpočtu podle původního modelu (3.3).



Obrázek 14: Zobrazení suprema průniků hodnocení H_A^k, H_B^k s přijatelností $\mathcal{A}_3$

Díky podílu dvou integrálů ve vzorci (3.13) vztahujeme obsah plochy pod křivkou minima funkce příslušnosti fuzzy hodnocení a dané přijatelnosti varianty k samotnému obsahu plochy pod křivkou funkce příslušnosti fuzzy hodnocení, čímž zohledníme nejistotu hodnocení dané varianty. Méně neurčitým hodnocením H_i^k pak přiřadíme větší hodnotu θ_{ri}^k a naopak více neurčitým hodnocením přiřadíme menší hodnotu θ_{ri}^k.

Stejnou transformaci vzorce použijeme i pro výpočet stupně významnosti experta, označený písmenem ζ_k ve vztahu (3.5), za předpokladu, že způsobilost experta L^k není vyjádřena reálným číslem. Upravený vzorec vypadá takto:

$$\zeta_{ri}^k = \frac{\int_0^1 \min\left\{\mu_B(x), \mu_{L^k}(x)\right\} dx}{\int_0^1 \mu_{L^k}(x) dx}, \; k = 1, \ldots, p. \tag{3.14}$$

3.3 Model založený na fuzzy váženém průměru dílčích cílů

Posledním modelem, který si představíme je model založený na fuzzy váženém průměru dílčích cílů. Dalo by se říci, že tento model je takovým zjednodušením modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu popsaného v předchozí kapitole. Z tohoto již představeného modelu totiž vynecháme některé kroky a tím vznikne model, o kterém si povíme v této kapitole.

Budeme pracovat se sepsaným postupem modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu v podkapitole 3.1.6. Pokud z postupu vynecháme čtvrtý až sedmý krok a následně celkové hodnocení variant H_i vypočítáme pro všechny dané varianty, které porovnáme dle těžiště, pak provádíme postup modelu založeného na fuzzy váženém průměru dílčích cílů.

Podrobněji tedy postupujeme následovně. Každý expert E_k, $k = 1, \ldots, p$, ohodnotí varianty X_i, $i = 1, \ldots, n$, podle všech kritérií C_j, $j = 1, \ldots, m$, jazykovým termem, například z tabulky 3 v pravém sloupci. Významy těchto dílčích hodnocení jsou fuzzy čísla $H_{ij}^k \in \mathcal{F}_N(\langle 0, 1\rangle)$. Každý expert přiřadí každému kritériu jazykový term, například opět z tabulky 3, ale v levém sloupci, který bude značit váhu kritéria neboli subjektivní významnost kritéria podle daného experta. Význam tohoto jazykového termu tvoří fuzzy číslo, které označíme W_j^k. Způsobilost každého experta ohodnotíme jazykovým termem, například z tabulky

2, jehož význam představuje fuzzy číslo L_k. Pomocí vztahu (3.1) aplikujeme na hodnocení H_i^k fuzzy vážený průměr s váhami W_j^k a vypočítáme hodnocení všech variant dle expertů H_i^k, $i = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, p$. Následně na všechna tato hodnocení znovu aplikujeme fuzzy vážený průměr dle vzorce (3.11), nyní s váhami L_k a tím získáme celkové hodnocení variant H_i. Hodnocení H_i defuzzifikujeme pomocí těžiště vztahem (3.12). Varianta s největší hodnotou těžiště se stává optimální variantou.

Výsledek při použití tohoto modelu není konsenzem mezi rozhodovateli. Tímto modelem se nesnažíme najít shodu mezi experty, ale snažíme se najít pouze variantu s nejlepším hodnocením pomocí metody fuzzy váženého průměru.

Hodnocení variant experty s vysokým hodnocením způsobilosti často převáží hodnocení variant méně způsobilých expertů a u výsledné varianty se pak už neptáme na míru shody, jako tomu bylo v případě modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu.

Kapitola 4

Srovnání modelů na praktickém příkladu

V této části práce si ukážeme aplikaci modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu, modifikovaného modelu a modelu založeného na fuzzy váženém průměru dílčích cílů na praktickém příkladě. Výpočty budou provedeny pomocí programu MATLAB. Matlabovské skripty s naprogramovanými výpočty jsou přiloženy k diplomové práci.

4.1 Představení příkladu

Pět sourozenců se ve 20 hodin sejde v obývacím pokoji ke společnému hraní hry. Mají na výběr z šesti společenských a dvou počítačových her. Pokaždé je pro ně velmi náročné vybrat hru, kterou by chtěli hrát všichni, protože jsou jejich preference příliš odlišné. S pomocí fuzzy modelů z teoretické části se pokusíme vybrat hru, kterou by si měli zahrát.

Nejprve si stručně představíme osm her, tj. variant, ze kterých budou sourozenci vybírat.

X_1: Activity – Je to komunikativní kooperativní hra, nenáročná na rychlost, vědomosti nebo strategii, kterou většinou sourozenci hrají asi 90 minut.

X_2: Krycí jména – Opět se jedná o komunikativní kooperativní hru, náročnější na slovní zásobu a sladění týmu. Doba hry se pohybuje kolem 40 minut.

X_3: Bang! – Bang! je strategicky náročná karetní kompetitivní hra s dobou hraní 50 minut.

X_4: Osadníci z Katanu – Jedná se o rodinnou společenskou hru s mírnou strategickou náročností. Sourozenci tuto hru hrají asi 90 minut.

X_5: Ligretto – Tato hra je postřehově náročná a čistě kompetitivní. Hra trvá asi 15 minut.

X_6: Z pohádky do pohádky – Toto je desková hra, při které hráči hází kostkou a postupují figurkami po hracích polích, proto jde o velmi nenáročnou hru s dobou hraní asi 45 minut.

X_7: Need for speed – Počítačová hra se závoděním aut, kde náročnost záleží na schopnostech hráče. Hru mohou sourozenci hrát, jak dlouho chtějí, ale většinou ji hrají kolem 75 minut.

X_8: Half life – Jedná se o akční počítačovou hru s vysokou náročností na hráčův postřeh. Opět lze hrát libovolně dlouhý čas, nejčastěji ji sourozenci hrají asi 90 minut.

Skupinu rozhodovatelů $E_1, \ldots, E_5$ tvoří tito sourozenci: Kristýna, Michaela, Dominik, Veronika, Daniela. Nyní si představíme preference jednotlivých sourozenců.

Kristýna by si dnes ráda zahrála delší hru, přičemž nejvíce zábavy si užije při hře Activity a počítačových her. Není zběhlá v postřehových hrách a disponuje menší slovní zásobou.

Michaela se dnes večer již cítí unavená, proto by si ráda zahrála některou z kratších her a nenáročných na přemýšlení. Nejvíce by se bavila u her Krycí jména a Activity.

Dominik neoplývá komunikačními schopnostmi a dostatkem postřehu ke hraní her, jako je například Ligretto. Z nabízených her ho v minulosti nejvíce bavila hra Bang! a počítačové hry.

Veronika by si ráda zahrála spíše delší hru s vyšší náročností na přemýšlení. Nejzábavnější hry jsou pro ni Krycí jména, Bang! a Half life.

Daniela by si dnes chtěla zahrát středně dlouhou hru, spíše společenskou než počítačovou. Nejvíce se baví u Krycích jmen.

Rozhodovatelé budou varianty hodnotit dle následujících třech kritérií. Prvním kritériem je zábava při hře. Rozhodovatelé ohodnotí každou hru dle toho, jak moc se u dané hry baví. Druhým kritériem je délka hry. Hodnocení variant dle tohoto kritéria závisí především na tom, jak se dnes večer rozhodovatel cítí, například jestli je unavený nebo ne. Posledním kritériem je náročnost hry. Každého rozhodovatele naplňuje rozlišná náročnost hry. Jde především o kladenou náročnost na přemýšlení, strategii, logiku, rychlost a postřeh, slovní zásobu, komunikaci a další.

Hodnocení jednotlivých variant dle kritérií všech rozhodovatelů můžeme vidět v tabulce 7. K tomuto hodnocení byly využity jazykové termy z tabulky 3 v pravém sloupci a jim odpovídající fuzzy čísla zobrazené v grafu na obrázku 10. V tabulce 6 se pak nachází ohodnocení kritérií dle každého experta, ke kterým byly také využity jazykové termy z teoretické části práce, tedy z tabulky 3 v levém sloupci, kterým odpovídají fuzzy čísla v grafu na obrázku 10.

rozhodovatelé\kritéria	**zábava při hře**	**délka hry**	**náročnost hry**
Kristýna	vysoká	velmi malá	průměrná
Michaela	velmi vysoká	průměrná	vysoká
Dominik	vysoká	vysoká	průměrná
Veronika	velmi vysoká	průměrná	velmi malá
Daniela	velmi vysoká	průměrná	malá

Tabulka 6: Významy kritérií dle rozhodovatelů

Poslední záležitostí, kterou je třeba provést před aplikováním modelů z teoretické části práce, je přiřadit způsobilosti jednotlivým expertům. Jelikož Michaela nechce s ostatními hrát hry, které ji nebaví, přiřadíme ji vysokou způsobilost.

	varianty\kritéria	zábava při hře	délka hry	náročnost hry
Kristýna	Activity	úplné	úplné	úplné
	Krycí jména	průměrné	podstatné	nulové
	Bang!	podstatné	úplné	průměrné
	Osadníci z Katanu	podstatné	podstatné	úplné
	Ligretto	slabé	slabé	nulové
	Z pohádky do pohádky	průměrné	úplné	nulové
	Need for speed	úplné	úplné	úplné
	Half life	úplné	úplné	průměrné
Michaela	Activity	úplné	nulové	podstatné
	Krycí jména	úplné	podstatné	úplné
	Bang!	průměrné	slabé	slabé
	Osadníci z Katanu	slabé	nulové	slabé
	Ligretto	podstatné	úplné	podstatné
	Z pohádky do pohádky	podstatné	slabé	úplné
	Need for speed	průměrné	podstatné	úplné
	Half life	slabé	průměrné	průměrné
Dominik	Activity	průměrné	nulové	podstatné
	Krycí jména	podstatné	slabé	průměrné
	Bang!	úplné	průměrné	podstatné
	Osadníci z Katanu	úplné	slabé	podstatné
	Ligretto	nulové	podstatné	nulové
	Z pohádky do pohádky	průměrné	nulové	podstatné
	Need for speed	úplné	podstatné	úplné
	Half life	úplné	slabé	průměrné
Veronika	Activity	průměrné	průměrné	podstatné
	Krycí jména	úplné	úplné	úplné
	Bang!	úplné	úplné	úplné
	Osadníci z Katanu	podstatné	podstatné	úplné
	Ligretto	průměrné	průměrné	slabé
	Z pohádky do pohádky	průměrné	průměrné	nulové
	Need for speed	průměrné	podstatné	podstatné
	Half life	úplné	úplné	úplné
Daniela	Activity	podstatné	nulové	úplné
	Krycí jména	úplné	úplné	úplné
	Bang!	nulové	slabé	podstatné
	Osadníci z Katanu	průměrné	slabé	podstatné
	Ligretto	podstatné	slabé	podstatné
	Z pohádky do pohádky	podstatné	úplné	úplné
	Need for speed	podstatné	úplné	průměrné
	Half life	průměrné	podstatné	slabé

Tabulka 7: Hodnocení variant dle kritérií podle všech rozhodovatelů

Kristýna na druhou stranu hraje hry ráda a zahraje si tu hru, kterou vyberou ostatní, proto jí přidělíme malou způsobilost. Dominikovi přidělíme vysokou způsobilost, protože je s ním při hraní velká zábava, proto je důležité, aby se dobře bavil a tím bavil ostatní hráče. Veronice a Daniele přiřadíme průměrnou způsobilost.

4.2 Agregace dílčích hodnocení

Kroky jedna až tři dle postupu popsaného v podkapitole 3.1.6 jsou společné pro fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu, modifikovaný model i pro model založený na fuzzy váženém průměru dílčích cílů. Kroky jedna a dvě jsme se již zabývali, proto nyní provedeme třetí krok z postupu, který bude platný pro všechny popsané modely. Tímto krokem je agregace hodnocení H_{ij}^k, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, $k = 1, \dots, p$, fuzzy váženým průměrem s váhami W_j^k představující významy kritérií dle expertů podle vztahu (3.1).

K této agregaci využijeme matlabovský skript *celkova_Hik.m* se stejnojmenně vytvořenou funkcí s třemi vstupními parametry.

Prvním parametrem s názvem *Wj* je sdružená matice významností kritérií dle expertů. Obecně vypadá tato matice takto:

$$Wj = \begin{pmatrix} W_1^1 & \dots & W_1^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_m^1 & \dots & W_m^p \end{pmatrix}.$$

Druhým parametrem je *Hij*, který představuje velkou sdruženou matici s hodnoceními H_{ij}^k, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$, $k = 1, \dots, p$. Obecná matice vypadá následovně:

$$
Hij = \left(\begin{array}{ccc}
H^1_{11} & \dots & H^1_{1m} \\
\vdots & \ddots & \vdots \\
H^1_{n1} & \dots & H^1_{nm} \\
\hdashline
H^2_{11} & \dots & H^2_{1m} \\
\vdots & \ddots & \vdots \\
H^2_{n1} & \dots & H^2_{nm} \\
\hdashline
\vdots & \ddots & \vdots \\
\hdashline
H^p_{11} & \dots & H^p_{1m} \\
\vdots & \ddots & \vdots \\
H^p_{n1} & \dots & H^p_{nm}
\end{array}\right).
$$

Tabulka 7 je navrhnuta stejně jako tato matice, proto ji můžeme považovat za matici *Hij*.

Posledním parametrem je *pocet_variant*, který dle názvu značí celkový počet variant.

Obě matice zadáme pomocí zkratek jazykových termů vysvětlených v matlabovském skriptu.

Při počítání budeme pracovat s α-řezy pro $\alpha = 1$, tzn. s jádry fuzzy čísel, a pro $\alpha = 0$, kde ale vždy použijeme pouze uzávěry nosičů. Tak budeme v modelu počítat pouze s lichoběžníkovými fuzzy čísly. Minimalizace a maximalizace provedeme pomocí funkce *fmincon*.

Výsledná matice *sdruzena_Hik* obsahuje v řádcích významné hodnoty lichoběžníkových fuzzy čísel hodnocení H_i^k. V každém řádku se tedy nachází hodnocení varianty dle daného experta. Tuto matici získáme ve tvaru:

$$
sdruzena\_Hik = \begin{array}{c} H_1^1 \\ \vdots \\ H_n^1 \\ \hdashline \vdots \\ \hdashline H_1^p \\ \vdots \\ H_n^p \end{array} \left(\begin{array}{cccc} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ \hdashline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hdashline c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{array} \right),
$$

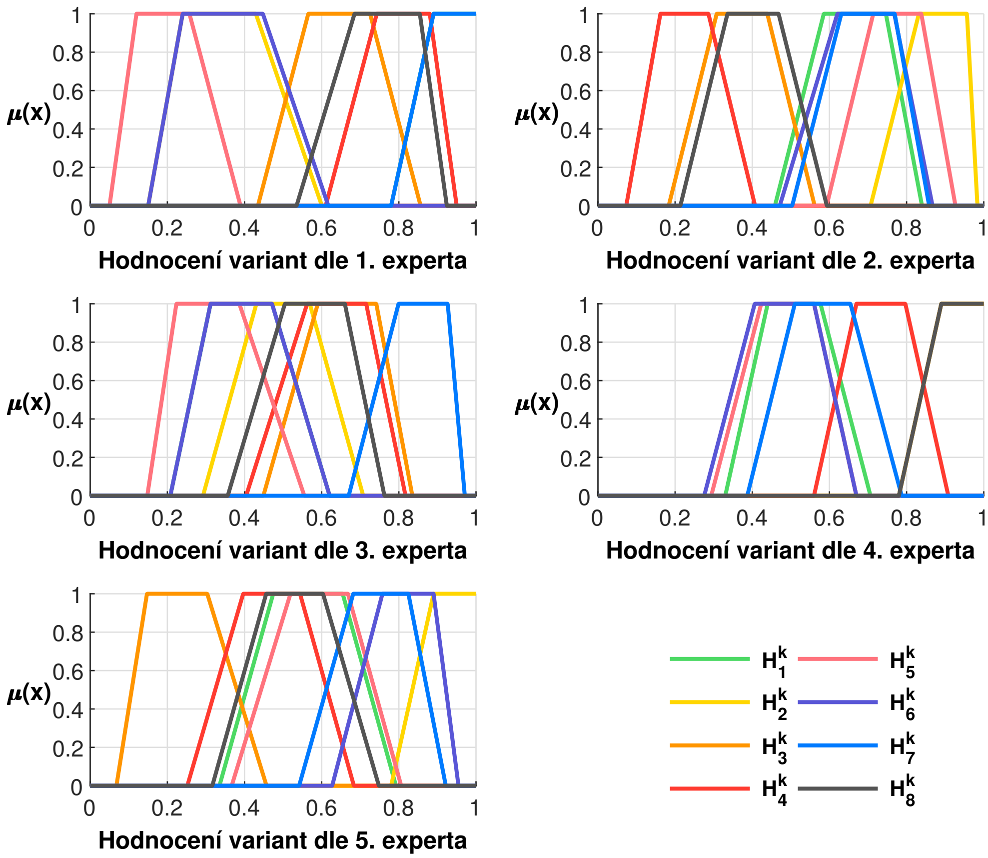
kde c_1, c_2, c_3, c_4 jsou významné hodnoty lichoběžníkových fuzzy čísel H_i^k, $i = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, p$.

Jelikož má výsledná matice *sdruzena_Hik* pro tento příklad 40 řádků (8 variant $\cdot$ 5 rozhodovatelů), ukážeme si zde jen část této matice:

$$
sdruzena\_Hik = \begin{array}{c} H_1^1 \\ H_2^1 \\ H_3^1 \\ \vdots \\ H_8^1 \\ \hdashline \vdots \\ \hdashline H_1^5 \\ \vdots \\ H_6^5 \\ H_7^5 \\ H_8^5 \end{array} \left(\begin{array}{cccc} 0{,}7800 & 0{,}8900 & 1{,}0000 & 1{,}0000 \\ 0{,}1502 & 0{,}2397 & 0{,}4293 & 0{,}6005 \\ 0{,}4347 & 0{,}5653 & 0{,}7254 & 0{,}8564 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0{,}5349 & 0{,}6851 & 0{,}8544 & 0{,}9244 \\ \hdashline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hdashline 0{,}3350 & 0{,}4743 & 0{,}6545 & 0{,}7924 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0{,}6272 & 0{,}7575 & 0{,}8900 & 0{,}9546 \\ 0{,}5415 & 0{,}6818 & 0{,}8248 & 0{,}9217 \\ 0{,}3165 & 0{,}4562 & 0{,}6035 & 0{,}7483 \end{array} \right).
$$

Grafy hodnocení $H_i^1, \ldots, H_i^5$, pro $i = 1, \ldots, 8$ jsou znázorněny na obrázku 15, který byl inspirován obrázkem 6 z [9].

Poznámka 1: Některé funkce příslušnosti se v grafech na obrázku 15 vzájemně překrývají. V grafu Hodnocení variant dle 1. experta se překrývá hodnocení H_1^1 s H_8^1 a hodnocení H_2^1 s H_7^1. V grafu Hodnocení variant dle 3. experta se překrývají hodnocení H_1^3 a H_6^3 a v grafu Hodnocení variant dle 4. experta se pak vzájemně překrývají křivky hodnocení H_2^4, H_3^4 a H_8^4.



Obrázek 15: Hodnocení variant dle expertů

4.3 Aplikace fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu

Kroky jedna až tři z postupu, který je sepsán v podkapitole 3.1.6, jsme již provedli. Budeme tedy pokračovat krokem čtyři.

Náplní čtvrtého kroku je výpočet hodnot ζ_k pro $k = 1, \ldots, p$ dle vztahu (3.5), pro který použijeme matlabovský skript *vypocet_zeta.m* se stejnojmennou funkcí, jejímž vstupním parametrem je vektor l, který obsahuje hodnocení způsobilostí expertů. Tento vektor v obecné formě vypadá následovně:

$$l = \left(L^1 \ L^2 \ \ldots \ L^p \right).$$

Do tohoto vektoru dosadíme hodnoty platné pro náš příklad pomocí zkratek, které jsou vysvětlené v daném skriptu:

$$l = \Big(\text{"}m\text{"}\ \text{"}v\text{"}\ \text{"}v\text{"}\ \text{"}prum\text{"}\ \text{"}prum\text{"} \Big).$$

Z funkce *vypocet_zeta* pak dostaneme hodnoty ζ_k ve formě vektoru *zeta*:

$$zeta = \Big(\zeta_1\ \ldots\ \zeta_p \Big) = \Big(0{,}2759\ 0{,}8103\ 0{,}8103\ 0{,}5517\ 0{,}5517 \Big).$$

Nyní již můžeme přejít k výpočtům pravdivostních hodnot θ_{ri}^k, $r = 1, \ldots, 5$, $i = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, p$ vztahem (3.3) a současně k výpočtům pravdivostních hodnot $\xi_i^{r,s}$ dle (3.8). K tomu využijeme matlabovský skript *vypocet.m* se vstupními parametry *sdruzena_Hik*, r, s, *zeta*, *pocet_variant*, *pocet_expertu*. Parametry *sdruzena_Hik*, *zeta* a *pocet_variant* jsme si již představili. Parametr *pocet_expertu* dle názvu značí hodnotu počtu expertů. Hodnota r značí index přijatelnosti varianty a s značí index množství významných expertů. Pro určitou hodnotu r funkce *vypocet* vypočítá pravdivostní hodnoty θ_{ri}^k, pro $i = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, p$ a uloží je do matice *theta*, která vypadá takto:

$$theta = \begin{pmatrix} \theta_{r1}^1 & \ldots & \theta_{r1}^p \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{rn}^1 & \ldots & \theta_{rn}^p \end{pmatrix}.$$

Stejná funkce zároveň pro zvolené hodnoty r a s vypočítá pravdivostní hodnoty $\xi_i^{r,s}$, pro $i = 1, \ldots, n$, a ty pak uloží do vektoru *xi* následovně:

$$xi = \begin{pmatrix} \xi_1^{r,s} \\ \vdots \\ \xi_n^{r,s} \end{pmatrix}.$$

Postupně vkládáme do funkce *vypocet* hodnoty r a s dle pořadí $\mathcal{K}$ uvedeného v předpisu 3.10 a tvoříme množiny $\Upsilon_{r,s}$, pro které platí vztah 3.9. Pro názornost si do tabulky 8 zaznamenáme, které varianty patří do těchto množin, a to pro více kombinací r a s, než je ve skutečnosti potřeba. Tato tabulka byla inspirována tabulkou 9 z [9].

kombinace (r,s)	slovní ohodnocení variant	$\Upsilon_{r,s}$
$(1,1)$	výborné dle téměř všech	$\emptyset$
$(1,2)$	výborné dle většiny	$\emptyset$
$(2,1)$	**alespoň dobré dle téměř všech**	$\boldsymbol{\{X_7\}}$
$(2,2)$	alespoň dobré dle většiny	$\{X_7\}$
$(3,1)$	alespoň ucházející dle téměř všech	$\{X_1, X_2, X_6, X_7, X_8\}$
$(3,2)$	alespoň ucházející dle většiny	$\{X_1, X_2, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8\}$
$(1,3)$	výborné dle alespoň poloviny	$\{X_2\}$
$(2,3)$	alespoň dobré dle alespoň poloviny	$\{X_2, X_3, X_4, X_6, X_7\}$
$(3,3)$	alespoň ucházející dle alespoň poloviny	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$(4,1)$	alespoň hraniční dle téměř všech	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$(4,2)$	alespoň hraniční dle většiny	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Tabulka 8: Znázornění množin $\Upsilon_{r,s}$ pro fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu

Dle tabulky 8 obsahuje množina Υ^* pouze jednu variantu, a tou je varianta X_7. Protože je v této množině pouze jedna varianta, stává se tak optimální variantou.

My si ale ještě popíšeme, jak bychom postupovali dál, pokud by množina Υ^* obsahovala více variant. Pro agregaci hodnocení těchto variant dle vztahu (3.11) bychom použili skript *finalni_hodnoceni.m* se stejnojmennou funkcí s parametry *sdruzena_Hik*, l, *upsilon*, *pocet_variant*. Všechny parametry až na *upsilon* již známe. Tento parametr značí varianty, které patří do množiny Υ^*, a to následujícím způsobem. Pokud by například platilo, že $\Upsilon^* = \{X_1, X_4, X_8\}$, pak by parametr *upsilon* byl následujícím vektorem *upsilon* $= (1, 4, 8)$. Výsledkem funkce *finalni_hodnoceni* by pak byla matice:

$$\mathit{matice\_hodnoceni} = \begin{array}{c} H_1 \\ H_4 \\ H_8 \end{array} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{pmatrix} = \begin{array}{c} H_1 \\ H_4 \\ H_8 \end{array} \begin{pmatrix} 0{,}3595 & 0{,}4992 & 0{,}6719 & 0{,}7950 \\ 0{,}3087 & 0{,}4629 & 0{,}6268 & 0{,}7614 \\ 0{,}3807 & 0{,}5383 & 0{,}7030 & 0{,}8117 \end{pmatrix},$$

kde ve sloupcích nalezneme významné hodnoty pro lichoběžníková fuzzy čísla, protože tuto agregaci opět provedeme pouze pro dva α-řezy, $\alpha = 0$ a $\alpha = 1$, jako v agregaci předchozí, která je popsána v podkapitole 4.2.

Potom bychom už jen chtěli porovnat varianty X_1, X_4, X_8 vzájemně podle těžiště. K tomu bychom využili matlabovský skript *defuzzifikace.m*, v němž najdeme funkci *defuzzifikace* s parametrem *matice_hodnoceni*, kterou jsme získali z předešlé funkce, a s parametrem *upsilon*. Jako výsledek dostaneme *teziste*, tedy vektor těžišť pro varianty z *upsilon*, a větu, která nám řekne, která varianta má nejvyšší hodnotu těžiště. Výsledek funkce *defuzzifikace* v ukázkovém příkladu aplikovaný na příklad výběru hry pro *upsilon* $= (1, 4, 8)$ je takový:

Nejlepší varianta je X_1.

$$teziste = \begin{array}{c} T_{H_1} \\ T_{H_4} \\ T_{H_8} \end{array} \begin{pmatrix} 0{,}5993 \\ 0{,}5243 \\ 0{,}5933 \end{pmatrix}.$$

V našem případě, kdy máme jednoprvkovou množinu Υ^*, je *upsilon* $= 7$ a výsledky funkcí *finalni_hodnoceni* a *defuzzifikace* jsou takové:

$$matice\_hodnoceni = \begin{pmatrix} 0{,}5430 & 0{,}6900 & 0{,}8407 & 0{,}9224 \end{pmatrix},$$

Nejlepší varianta je X_7.

$$teziste = 0{,}7467.$$

4.4 Aplikace modifikovaného fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu

Při aplikaci modifikovaného modelu postupujeme stejně jako u původního modelu, pouze s malými změnami.

Pro výpočet ζ_k použijeme matlabovský skript *vypocet_zeta_modif.m* s funkcí *vypocet_zeta_modif* se stejným parametrem l, jako u funkce *vypocet_zeta*. Výsledný vektor *zeta_modif*, který obsahuje ζ_k, pro $k = 1, \ldots, p$, vypočtené modifikovaným způsobem dle vztahu 3.14, vypadá pro příklad výběru hry takto:

$$zeta\_modif = \begin{pmatrix} 0{,}1471 & 0{,}8124 & 0{,}8124 & 0{,}5041 & 0{,}5041 \end{pmatrix}.$$

Pro výpočet θ^k_{ri} a $\xi^{r,s}_i$ použijeme vypočtený vektor *zeta_modif*, který s dalšími parametry vložíme do funkce *vypocet_modif* ve stejnojmenném matlabovském skriptu, která funguje stejně jako funkce *vypocet*, až na způsob výpočtu matice *theta*, kterou nyní označíme jako *theta_modif*. Tento výpočet se řídí modifikovaným vztahem 3.13.

Opět můžeme sestavit tabulku, která nám zobrazí množiny $\Upsilon_{r,s}$ pro kombinace (r, s) dle pořadí $\mathcal{K}$. Tuto tabulku nalezneme pod číslem 9.

kombinace (r,s)	**kombinace slovně**	$\boldsymbol{\Upsilon_{r,s}}$
$(1,1)$	výborné dle téměř všech	$\emptyset$
$(1,2)$	výborné dle většiny	$\emptyset$
$(2,1)$	alespoň dobré dle téměř všech	$\emptyset$
$\mathbf{(2,2)}$	**alespoň dobré dle většiny**	$\boldsymbol{\{X_2\}}$
$(3,1)$	alespoň ucházející dle téměř všech	$\{X_7\}$
$(3,2)$	alespoň ucházející dle většiny	$\{X_1, X_2, X_7\}$
$(1,3)$	výborné dle alespoň poloviny	$\{X_2\}$
$(2,3)$	alespoň dobré dle alespoň poloviny	$\{X_2, X_7\}$
$(3,3)$	alespoň ucházející dle alespoň poloviny	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$(4,1)$	alespoň hraniční dle téměř všech	$\{X_1, X_2, X_3, X_5, X_6, X_7, X_8\}$
$(4,2)$	alespoň hraniční dle většiny	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$(4,3)$	alespoň hraniční dle alespoň poloviny	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Tabulka 9: Znázornění množin $\Upsilon_{r,s}$ pro modifikovaný fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu

Množina Υ^* obsahuje dle tabulky 9 pouze jednu variantu, a tou je varianta X_2. Tato varianta je tedy dle tohoto modifikovaného modelu optimální variantou.

Pro zjištění agregovaného hodnocení a těžiště bychom postupovali stejně jako je popsáno v předešlé podkapitole 4.3.

4.5 Aplikace modelu založeného na fuzzy váženém průměru dílčích cílů

Po agregaci dílčích hodnocení H_{ij}^k, kde $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$ a $k = 1, \ldots, p$, fuzzy váženým průměrem na hodnocení variant dle rozhodovatelů H_i^k budeme dále v případě aplikace tohoto modelu založeného na fuzzy váženém průměru dílčích cílů postupovat následovně.

Budeme chtít agregovat hodnocení H_i^k pomocí fuzzy váženého průměru s váhami způsobilostí expertů $L_1, \ldots, L_p$, kde pro náš příklad platí $p = 5$, na hodnocení variant H_i. Použijeme vytvořenou funkci *finalni_hodnoceni* v již zmíněném matlabovském souboru *finalni_hodnoceni.m*. Uměle vytvoříme množinu Υ^*, která bude obsahovat všechny varianty. Parametr *upsilon* bude tedy vypadat takto:

$$upsilon = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Tento parametr *upsilon* i s parametry *sdruzena_Hik*, *l*, *počet_variant* vložíme do funkce *finalni_hodnoceni*. Výsledná matice *matice_hodnoceni* obsahuje lichoběžníková fuzzy čísla, která představují všechna hodnocení H_i, $i = 1, \ldots, n$. Matice pro náš příklad je taková:

$$matice\_hodnoceni = \begin{pmatrix} 0{,}3595 & 0{,}4992 & 0{,}6719 & 0{,}7950 \\ 0{,}5014 & 0{,}6601 & 0{,}8244 & 0{,}9056 \\ 0{,}3376 & 0{,}4891 & 0{,}6596 & 0{,}7823 \\ 0{,}3087 & 0{,}4629 & 0{,}6268 & 0{,}7614 \\ 0{,}2798 & 0{,}4121 & 0{,}5786 & 0{,}7312 \\ 0{,}3222 & 0{,}4680 & 0{,}6485 & 0{,}7840 \\ 0{,}5412 & 0{,}6853 & 0{,}8340 & 0{,}9176 \\ 0{,}3807 & 0{,}5383 & 0{,}7030 & 0{,}8117 \end{pmatrix}.$$

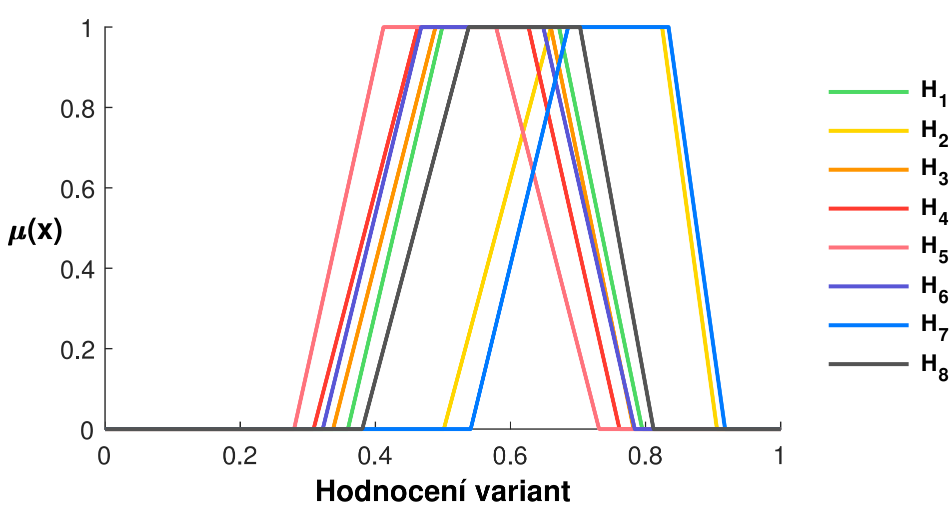
Nyní již stačí aplikovat na matici *matice_hodnoceni* a vektor *upsilon* funkci *defuzzifikace* ve stejnojmenném matlabovském skriptu. Výsledkem této funkce je věta popisující variantu s nejvyšší hodnotou těžiště a hodnoty těžišť:

Nejlepší varianta je X_7.

$$teziste = \begin{pmatrix} 0{,}5808 \\ 0{,}7202 \\ 0{,}5661 \\ 0{,}5392 \\ 0{,}5012 \\ 0{,}5553 \\ 0{,}7424 \\ 0{,}6066 \end{pmatrix}.$$

Optimální variantou dle tohoto modelu je varianta X_7.

Pro zajímavost přikládáme graf hodnocení H_i všech variant na obrázku 16, který byl inspirován obrázkem 7 z [9].



Obrázek 16: Celkové hodnocení variant

Poznámka 2: V přiložených matlabovských skriptech jsou také skripty *hry.m* a *hry_modif.m*, které jsou připraveny pro přímý výpočet všech proměnných, které jsou třeba spočítat ke zjištění optimální varianty.

4.6 Transformace příkladu

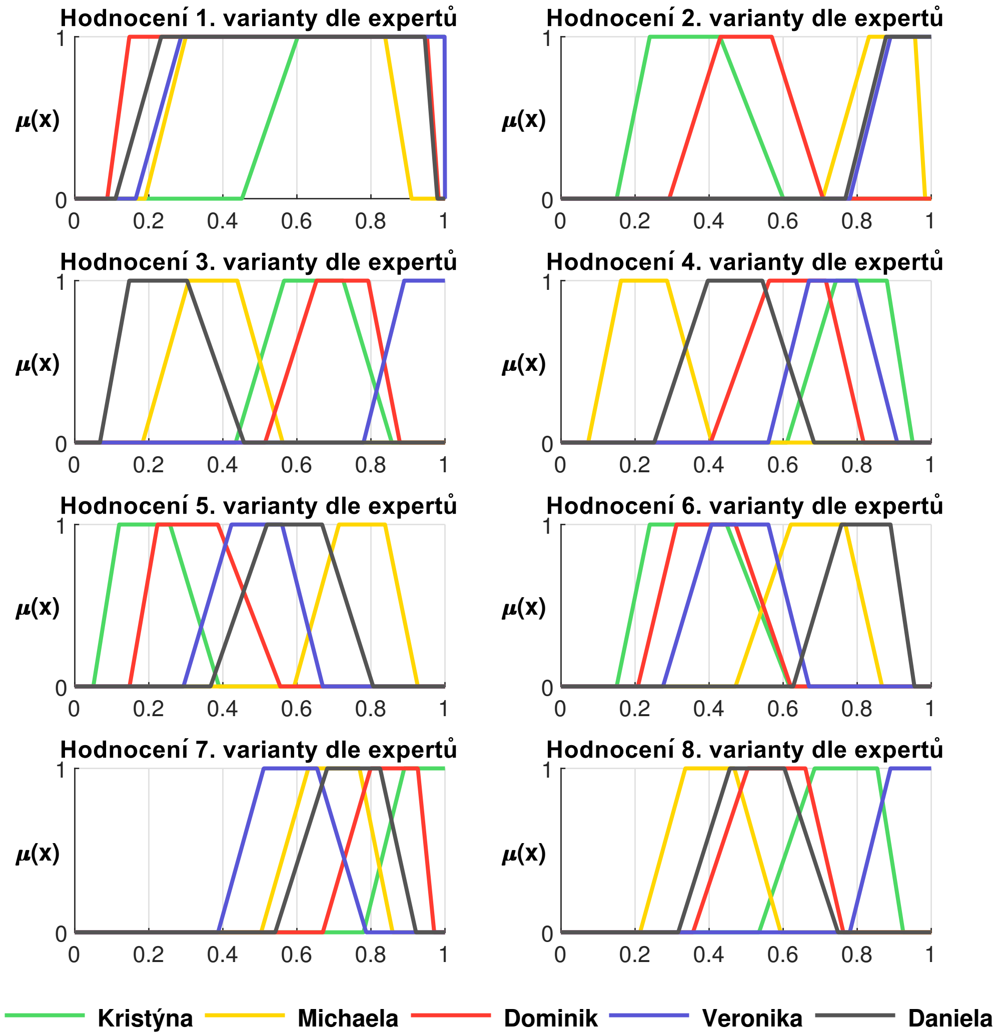
Nyní s inspirací příkladu z článku Sukače a Pavlačky [8] transformujeme příklad o výběru hry tím, že využijeme rozšířenou jazykovou škály, kterou jsme si představili v podkapitole 2.5 o jazykové proměnné a jazykové škále, a použijeme ji na hodnocení variant dle kritérií a expertů H_{ij}^k.

Představme si, že se sourozenci shodli na tom, že zábava u hry Activy a hodnocení délky hraní této hry záleží na tom, jestli mají všichni správnou náladu na takovou aktivní komunikační hru. Proto se rozhodli použít termy rozšířené jazykové škály pro hodnocení této varianty. Změny v hodnocení můžeme vidět v tabulce 10.

	nové hodnocení H_{1j}^k		
rozhodovatel k	C_1	C_2	C_3
Kristýna	průměrné až úplné	podstatné až úplné	úplné
Michaela	slabé až úplné	nulové až průměrné	podstatné
Dominik	nulové až úplné	nulové až úplné	podstatné
Veronika	slabé až úplné	průměrné až úplné	podstatné
Daniela	slabé až úplné	nulové až podstatné	úplné

Tabulka 10: Změna hodnocení první varianty dle kritérií podle rozhodovatelů

Hodnocení H_{ij}^k agregujeme pomocí vztahu (3.1) na hodnocení variant dle expertů H_i^k. Fuzzy čísla těchto hodnocení jsme vykreslili do grafů na obrázku 17. Na tomto obrázku můžeme vidět osm grafů, které představují osm stanovených variant, a v každém z nich hodnocení dané varianty dle rozhodovatelů. První graf ukazuje hodnocení hry Activity. Můžeme zřetelně vypozorovat zvýšenou neurčitost v hodnocení této varianty experty oproti hodnocení ostatních variant.



Obrázek 17: Grafy hodnocení variant dle expertů

Dále postupujeme jako v původním příkladě a aplikujeme všechny tři modely. Nyní už jen porovnáme výsledky modelů.

Použijeme tabulku 11 k porovnání výsledků fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu (v tabulce jako původní model) a modifikovaného fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu (v tabulce jako modifikovaný model), ve které jsou zobrazeny množiny variant $\Upsilon_{r,s}$ pro daná r a s.

	$\Upsilon_{r,s}$	
kombinace (r,s)	**původní model**	**modifikovaný model**
$(1,1)$	$\emptyset$	$\emptyset$
$(1,2)$	$\boldsymbol{\{X_1\}}$	$\emptyset$
$(2,1)$	$\{X_1, X_7\}$	$\emptyset$
$(2,2)$	$\{X_1, X_7\}$	$\boldsymbol{\{X_2\}}$
$(3,1)$	$\{X_1, X_2, X_6, X_7, X_8\}$	$\{X_7\}$
$(3,2)$	$\{X_1, X_2, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8\}$	$\{X_1, X_2, X_7\}$
$(1,3)$	$\{X_1, X_2\}$	$\emptyset$
$(2,3)$	$\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_7\}$	$\{X_2, X_7\}$
$(3,3)$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$(4,1)$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$	$\{X_1, X_2, X_3, X_5, X_6, X_7, X_8\}$
$(4,2)$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$(4,3)$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$	$\{X_1, \ldots, X_8\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Tabulka 11: Porovnání výsledků původního a modifikovaného modelu

Optimální variantou dle fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu je nyní varianta X_1, která představuje hru Activity. Optimální variantou dle modifikovaného fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu je opět varianta X_2 představující Krycí jména. Dle modelu založeného na fuzzy váženém průměru dílčích cílů je optimální variantou varianta X_7, kterou je počítačová hra Need for speed.

4.7 Vyhodnocení výsledků

Na základě tří modelů jsme v původním příkladu došli ke dvěma různým výsledkům.

Po aplikaci fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu jsme došli k tomu, že optimální variantou je varianta X_7. Z toho vyplývá, že by si hráči měli zahrát počítačovou hru Need for speed. Varianta podle tohoto modelu je ohodnocena jako alespoň dobrá dle téměř všech hráčů.

Stejná optimální varianta vychází také z aplikace modelu založeného na fuzzy váženém průměru dílčích cílů.

Z aplikace modifikovaného fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu vychází jako optimální varianta X_2. Touto variantou je hra Krycí jména a podle modelu je tato varianta alespoň dobrá dle většiny.

Výsledek modifikovaného modelu by měl být podle slovního vyjádření o trochu menším konsenzem mezi rozhodovateli, než je to u fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu. Jak vidíme v grafu na obrázku 16 je hodnocení variant X_2 a X_7 získané metodou váženého průměru velmi podobné, a navíc vzdálené od hodnocení ostatních variant, tudíž souboj mezi těmito dvěma variantami je oprávněný.

Můžeme nyní podrobněji porovnat výsledky fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu (dále původní model) a modifikovaného fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu (dále modifikovaný model).

Tabulka 12 ukazuje srovnání stupňů významnosti expertů ζ^k původního modelu a modelu modifikovaného. Můžeme vidět, že modifikovaný model přiřazuje méně způsobilým expertům menší stupně významnosti než původní model, a je tedy v tomto ohledu o něco přísnější než původní model. Na druhou stranu vysoce způsobilým expertům přiřazuje modifikovaný model vyšší stupně významnosti než původní model.

	Kristýna	**Michalea**	**Dominik**	**Veronika**	**Daniela**
způsobilost slovně	malá	vysoká	vysoká	průměrná	průměrná
ζ^k **původní**	0,2759	0,8103	0,8103	0,5517	0,5517
ζ^k **modifikovaná**	0,1471	0,8124	0,8124	0,5041	0,5041

Tabulka 12: Srovnání ζ^k původního a modifikovaného modelu

Původní model našel optimální variantu v jednoprvkové množině $\Upsilon_{2,1}$ a modifikovaný model v jednoprvkové množině $\Upsilon_{2,2}$. Podívejme se tedy na hodnoty, které jsou generované zlomkem

$$\frac{\sum_{k=1}^{p}[\zeta_k \wedge \theta_{ri}^k]}{\sum_{k=1}^{p}\zeta_k} \tag{4.1}$$

pro $r = 2$ a ve kterých následně zjišťujeme stupeň příslušnosti k danému množství expertů Q_s, čímž pak získáme pravdivostní hodnoty $\xi_i^{r,s}$ z předpisu (3.8). Hodnoty zlomku pro $r = 2$ dle původního a modifikovaného modelu vidíme v tabulce 13. Můžeme vidět, že hodnoty pro druhou variantu nejsou zásadně odlišné. To ale nelze říct o hodnotách sedmé varianty, které si liší celkem o 0,3269. Vidíme, že se hodnoty druhé a sedmé varianty dle původního a modifikovaného modelu liší i v pořadí. V původním modelu je nejvyšší hodnota u sedmé varianty, v modifikovaném modelu je pak nejvyšší hodnota u druhé varianty. To zapříčinilo, že optimální variantou původního modelu je varianta X_7 a modifikovaného modelu varianta X_2.

	hodnota zlomku (4.1) pro $r = 2$	
varianta	**původní model**	**modifikovaný model**
X_1	0,3759	0,0957
$\boldsymbol{X_2}$	**0,6379**	**0,6549**
X_3	0,5460	0,3066
X_4	0,4235	0,1893
X_5	0,3696	0,1787
X_6	0,4459	0,2423
$\boldsymbol{X_7}$	**0,8734**	**0,5465**
X_8	0,3035	0,2349

Tabulka 13: Srovnání hodnot generovaných předpisem (4.1) v původním a modifikovaném modelu

Nyní se podíváme na výsledky transformovaného příkladu, kdy byly hodnocení první varianty, představující hru Activity, dle kritérií zábava při hře a délka hry změněny pomocí rozšířené jazykové škály.

Optimální varianta dle modifikovaného modelu nebyla ve srovnání s původním příkladem změněna. Touto variantou je tedy varianta X_2. Můžeme také porovnat tabulku 9 s množinami $\Upsilon_{r,s}$ původního příkladu dle modifikovaného modelu s tabulkou 11, ve které nalezneme množiny $\Upsilon_{r,s}$ transformovaného příkladu dle modifikovaného modelu. Vidíme, že až na jednu výjimku se tyto množiny nezměnily. Transformace první varianty na výsledky modifikovaného modelu neměla vliv.

Optimální variantou transformovaného příkladu dle původního modelu se stala varianta X_1, která je součástí množiny $\Upsilon_{1,2}$ obsahující varianty, které jsou výborné dle většiny významných expertů. Právě zde můžeme vidět selhání tohoto modelu, protože hodnocení první varianty dle expertů jsou oproti ostatním hodnocením velmi neurčitá. Tuto neurčitost zaznamenává obrázek 17. Za selhání může princip původního modelu, a to právě především ve výpočtech θ_{ri}^{k} dle předpisu (3.3), kde se porovnává funkce příslušnosti přijatelnosti varianty s funkcí příslušnosti hodnocení varianty dle experta. Nedostatkem výpočtu je nevyužití informace o neurčitosti fuzzy čísla představujícího hodnocení varianty dle experta. Tento nedostatek je v principu modifikovaném modelu potlačen.

Nedostatkem popsaným v předchozím odstavci netrpí model založený na fuzzy váženém průměru dílčích cílů, ve kterém se neurčitost hodnocení variant projeví při porovnání těžišť fuzzy čísel. Optimální variantou dle tohoto modelu v transformovaném příkladu je opět varianta X_7.

Závěr

Na počátku diplomové práce jsme si představili rozhodování a fáze rozhodovacích procesů. Zjistili jsme rozdíl mezi rozhodováním skupiny a rozhodováním jednotlivců a zaměřili se na skupinové rozhodování. Ukázali jsme si model Vrooma a Yettona, který pomůže manažerovi vyloučit nevhodné styly rozhodování pro daný rozhodovací problém na základě rozhodovacího stromu a postupného odpovídání na otázky.

Následně jsme si představili základní pojmy teorie fuzzy množin a poté se pustili do podrobného popisu fuzzy modelu skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu, který se snaží ukázat míru hodnocení jednotlivých variant dle určitého množství významných expertů.

Dalším modelem, kterým jsme se zabývali, byl modifikovaný fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu, kde oproti původnímu modelu došlo k modifikaci vzorců pro výpočet pravdivostních hodnot θ_{ri}^k a významností expertů ζ^k.

Posledním pak byl model založený na fuzzy váženém průměru dílčích cílů, který míru shody mezi experty nebere v úvahu a pouze pomocí metody fuzzy váženého průměru dílčích cílů označí variantu, která má nejvyšší hodnotu těžiště celkového hodnocení, jako variantu optimální.

Fungování představených modelů fuzzy skupinového rozhodování jsme pak v kapitole 4 vyzkoušeli při aplikaci na modelový příklad o výběru hry pro společně trávený večer pěti sourozenců. Z osmi zvažovaných variant se těmi nejslibnějšími staly varianty X_2 a X_7, které představují hry Krycí jména a Need for speed.

Příklad o výběru hry jsme poté transformovali využitím rozšířené jazykové škály na hodnocení první varianty dle kritérií podle rozhodovatelů. Ukázalo se, že fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu může snadno selhat z důvodu pomíjení neurčitosti fuzzy čísel představujících hodnocení variant dle kritérií podle rozhodovatelů.

Příklad výběru hry pěti sourozenci byl reálným rozhodovacím problémem mě a mých sourozenců. Z vlastní zkušenosti vím, že nejčastěji se ubíráme ke hře Krycí jména, ale jak u této hry, tak u počítačové hry Need for speed, se všichni společně dobře bavíme. Jsem tedy velmi spokojená s výsledky všech tří modelů. Pokud bych se ale mohla přiklonit k jednomu z modelů, tak bych jako nejlepší, dle subjektivního názoru, vybrala modifikovaný fuzzy model skupinového rozhodování s hodnocením absolutního typu, jehož princip mě nejvíce oslovil.

Přínos této diplomové práce spatřuji v porovnání fungování představených modelů, které se mohou snadno využít při rozhodování skupiny rozhodovatelů v nepřeberném množství rozhodovacích situacích. Také naprogramované skripty vytvořené v programu MATLAB jsou využitelné k dalším aplikacím.

Dále by bylo možné v tomto oboru prostudovat další fuzzy modely skupinového rozhodování, které se zabývají konsenzem mezi rozhodovateli.

Tato diplomová práce mě velmi obohatila o další znalosti v oboru teorie a metod rozhodování a také mě utvrdila v nesčetném množství použití teorie fuzzy množin v praktickém životě. Práci jsem psala s nadšením a proto doufám, že pro čtenáře, který se zajímá o problematiku skupinového rozhodování s využitím teorie fuzzy množin, bude diplomová práce přínosná.

Literatura

[1] ASHFAQ, M. S.: *A Tribute to Father of Fuzzy Set Theory and Fuzzy Logic (Dr. Lotfi A. Zadeh)*. International Journal of Swarm Intelligence and Evolutionary Computation. Září 2018. ISSN 2090-4908.
Dostupné z: doi: 10.4172/2090-4908.1000170.

[2] DĚDINA, J., ODCHÁZEL, J.: *Management a moderní organizování firmy*. Praha: Grada Publishing, 2007. ISBN 978-80-247-2149-1.

[3] ERFFMEYER, E. S.: *The Vroom-Yetton Model of Decision Making: an Empirical Evaluation in Applied Settings*. [online] Louisiana, 1983. Disertační práce. Louisiana State University and Agricultural Mechanical College.
Dostupné z: https://digitalcommons.lsu.edu/gradschooldisstheses/3884

[4] FOTR, J., DĚDINA, J., HRŮZOVÁ, H.: *Manažerské rozhodování*. 3. upravené a rozšířené vydání. Praha: EKOPRESS, 2003. ISBN 80-86119-69-6.

[5] JANSE, B.: Vroom Yetton Jago Decision Model [online]. 2018. [cit. 2021-02-19]. Dostupné z: https://www.toolshero.com/decision-making/vroom-yetton-jago-decision-model/

[6] KLIR, G. J., YUAN, B.: *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. 1. vydání. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995. ISBN 0-13-101171-5.

[7] NOVOSÁDOVÁ, L.: *Metody porovnávání fuzzy čísel*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2011.

[8] SUKAČ, V., PAVLAČKA, O.: *Fuzzy consensus in group decision-making model using absolute-type evaluations*. Praha: MatFyzPress, MFF Univerzity Karlovy, 2018, s. 527-532. ISBN 978-80-7378-371-6.

[9] SUKAČ, V., TALAŠOVÁ, J., STOKLASA, J.: *A Linguistic Fuzzy Approach to the Consensus Reaching in Multiple Criteria Group Decision-making Problems*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2016.

[10] TALAŠOVÁ, J.: *Fuzzy metody vícekriteriálního hodnocení a rozhodování*. 1. vydání. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003. ISBN 80-244-0614-4.