



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

TERMOMECHANICKÝ MODEL PNEUMATIKY

THERMOMECHANICAL TIRE MODEL

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jan Vaníček

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Petr Porteš, Ph.D.

BRNO 2020

Zadaní diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	Bc. Jan Vaníček
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	doc. Ing. Petr Porteš, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Termomechanický model pneumatiky

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce je zaměřená na matematické modely a měření pro účely predikce teploty a tlaku vzduchu v pneumatikách během jízdy vozidla.

Cíle diplomové práce:

Na základě rešerše matematických modelů pneumatik popsat principy termomechaniky používané pro tepelné modely pneumatik.

Navrhnout matematický model pro určení vztahu teploty a tlaku vzduchu uvnitř pneumatiky při změně její teploty. Dle možností ověřit experimentem.

Rozdělit pneumatiku na jednotlivé části a pro každou část aplikovat termomechanické principy popisující teplotu. Navrhnout experiment pro určení parametrů.

Spojit jednotlivé části modelu a sestavit tepelný model pneumatiky.

Pokud budou k dispozici měřená jízdní data, porovnat výsledky vašeho tepelného modelu s experimentálními daty.

Seznam doporučené literatury:

GILLESPIE, T. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. 1st ed. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. 495 s. ISBN 15-609-1199-9.

INCROPERA, F., DEWITT, D., BERGMAN, T., LAVINE, A. Principles of heat and mass transfer. 7th ed. international student version. Singapore: John Wiley, c2013. xxiii, 1048 s. ISBN 978-0-470-64-15-1.

ÇENGEL, Y. A., BOLES, M. A. Thermodynamics an engineering approach. 8th ed. New York: McGraw-Hill, 2015. 1115 s. ISBN 978-0-07-339817-4.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá problematiku termomechaniky pneumatik osobních vozů. Po rešeršní části řešící již existující modely pneumatik následuje praktická část, která je založena na návrzích termomechanických modelů. První z nich určuje závislost teploty na tlaku vzduchu uvnitř pneumatiky při změně teploty. Druhý termomechanický model vystihuje všechny tepelné toky, které se týkají pneumatiky za jízdy vozidla. Třetí termomechanický model počítá teploty jednotlivých částí pláště v průběhu jízdních zkoušek. Všechny modely jsou naprogramovány v prostředí MATLAB.

KLÍČOVÁ SLOVA

Pneumatika, vedení, proudění, záření, součinitel tepelné vodivosti, součinitel přestupu tepla, emisivita, tepelný tok, podobnostní čísla, teplota, tlak, běhoun, kostra, hustící plyn.

ABSTRACT

This diploma thesis is about thermomechanics of passenger car tires. The research part dealing with existing tire models is followed by the practical part. The practical part is based on the designs of thermomechanical models. The first model determines a dependence of temperature on the air pressure inside a tire when a temperature changes. The second thermomechanical model captures all the heat fluxes which affect a tire while a vehicle is in motion. The third thermomechanical model calculates temperatures of parts of the tire during driving tests. All models are programmed in MATLAB.

KEYWORDS

Tire, conduction, heat flow, radiation, thermal conductivity, heat transfer coefficient, emissivity, heat flux, similarity numbers, temperature, pressure, tread, carcass, inflating gas.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

VANÍČEK, Jan. *Termomechanický model pneumatiky* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132394>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. Vedoucí práce Petr Porteš.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Petra Porteše, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 20. května 2021

.....

Jan Vaníček

PODĚKOVÁNÍ

Chtěl bych poděkovat panu doc. Ing. Petru Portešovi, Ph.D. za všechny jeho cenné rady v průběhu psaní této diplomové práce. Dále děkuji také svým rodičům, kteří mě po celou dobu studia podporovali a dělali vše pro to, abych školu úspěšně zvládnul.

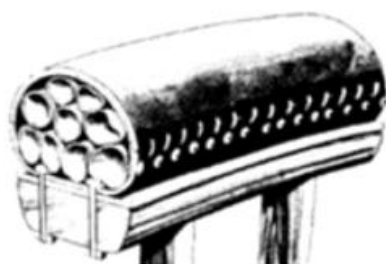
OBSAH

Úvod	10
1 Konstrukce a vlastnosti pneumatik	12
1.1 Hlavní části pneumatik	12
1.2 Značení pneumatik	14
1.3 Materiálové složení pneumatik	15
1.4 Základní vlastnosti pneumatik	16
2 Modely pneumatik	24
2.1 Magic Formula model	25
2.2 Kartáčový model	29
2.3 String model	34
2.4 HSRI model	37
2.5 RMOD-K model	39
2.6 TameTire model	42
2.7 FTire model	45
2.8 TRT model	49
2.9 Tepelný model z Univerzity Loughborough	54
2.10 Další modely pneumatik	57
3 Základy termomechaniky modelů	59
3.1 Přenos tepla vedením (kondukcí)	59
3.2 Přenos tepla prouděním (konvekci)	62
3.3 Přenos tepla zářením (radiací)	65
3.4 Stavová rovnice ideálního plynu	68
3.5 Kalorimetrická rovnice	69
4 Závislost tlaku na teplotě vzduchu v plášti	70
4.1 Vyjádření závislosti	70
4.2 Návrh pokusu v termokomoře	72
5 Návrh termomechanického modelu	76
5.1 Přenos tepla vedením	76
5.2 Přenos tepla konvekci	86
5.3 Přenos tepla zářením	93
5.4 Ostatní tepelné toky	99
5.5 Program pro zjištění důležitosti jednotlivých tepelných toků	101
5.6 Termomechanický model pro určení teploty běhounu, struktury a hustícího plynu 105	
Závěr	113

Seznam použitých zkratek a symbolů	125
Seznam příloh	131

ÚVOD

V dávných dobách před automobily se lidé přemísťovali různými způsoby. Mezi nejčastější varianty patřilo jízdní kolo a koňské spřežení. Cestování těmito dopravními prostředky bylo velmi nepohodlné nejen z důvodu kvality tehdejších cest, ale také kvůli absenci tlumení rázů od nerovností. Bylo tedy nutné vynalézt něco, co by lidem cestování zpříjemnilo. Počátek vývoje pneumatik sahá až do 18. století, kdy skotský chemik Charles McIntosh experimentoval s latexem (surový kaučuk). Tomuto chemikovi se ale nepodařilo vyřešit některé problémy výsledné směsi, například křehnutí materiálu v chladném počasí či lepení v horkém počasí. Roku 1839 Charles Goodyear zjistil, že nežádoucím jevům lze předejít přidáním síry do roztaveného kaučuku. Pláště z vulkanizovaného kaučuku tehdy našly uplatnění například na jízdních kolech či kočárcích. První pneumatiku podobnou těm dnešním navrhl William Thompson roku 1845. Jednalo se o řešení pomocí tenkých nafouklých trubek zobrazených na obrázku 1. [1] Takové pláště byly schopné jízdy za různých podmínek a dobře odolávaly defektům. Vynálezce sám zhotovil několik sad plášťů a nabídl je potenciálním zákazníkům. Jeden z jeho zákazníků je využil na svém kočáru a bez přezouvání ujel 1200 mil, což byl na svou dobu skvělý výsledek. [3] Bohužel výroba byla velice nákladná a problém činil také nízký odbyt. Proto Thompsonův vynález brzy upadl v zapomnění. [1]



Obr. 1 – Plášť vyvinutý W. Thompsonem [1]

Dalším historickým milníkem ve vývoji pneumatik byl rok 1887, kdy John Boyd Dunlop nahradil u tříkolky svého syna ocelové obruče hadicemi z pryže, které poté nafoukl vzduchem. Hlavní motivací bylo zpříjemnit jeho synovi jízdu na tříkolce, neboť při jízdě bez plášťů trpěl bolestmi hlavy. Vzduchem plněné pneumatiky se následně začaly uplatňovat od automobilů až po invalidní vozíky. Využíval je například také Benz Patent Motorwagen, který je považován za první automobil se spalovacím motorem. Pláště našly uplatnění i v prvním automobilovém závodě všech dob na trase z Paříže do Bordeaux a zpět. Další novinkou v tehdejší době byly odnímatelné pneumatiky, které nepotřebovaly lepení. Za jejich vývoj byli zodpovědní bratři Michelinové. [3]

Na počátku 20. století zaznamenaly pneumatiky další velký pokrok v konstrukci. Roku 1905 byla vyrobena první pneumatika s běhounem, který se skládal ze silné vrstvy pryže schopné chránit kostru a nárazník uvnitř pláště. V roce 1931 americká společnost Du Pont vyvinula syntetický kaučuk. Až do této doby byli výrobci pneumatik odkázáni na latex získávaný z kaučukovníku. Zvýšila se tak kvantita i kvalita nabízených pneumatik. Vývoj pokračoval i po druhé světové válce, kdy se začaly poprvé uplatňovat bezdušové pneumatiky. Až do konce čtyřicátých let byly všechny pláště diagonálního typu. Novinkou roku 1949 se staly radiální pneumatiky s vlákny kolmými na obvod. Přinesly s sebou velké zlepšení v oblasti jízdních vlastností, komfortu posádky a ekonomičnosti provozu. I přes všechny výhody se radiálním plášťům podařilo ovládnout trh až začátkem sedmdesátých let. [5]

Další velký pokrok přišel koncem sedmdesátých let, kdy se objevily první run-flat pneumatiky. Tyto pláště umožňují vozidlu v případě defektu jet rychlostí až 80 km/h. Rostoucím schopnostem automobilů bylo nutné přizpůsobit i pláště, a tak v osmdesátých letech vznikly první UHP (Ultra High Performance) pneumatiky. Jedná se o pláště nasazené na ráfku o velikosti 16 či více palců, s poměrem stran rovným nebo menším než 55 a rychlostní kategorií lepší než V (240 km/h). Takovéto pneumatiky vozidlu poskytují výborné jízdní vlastnosti ve vysokých rychlostech a také krátkou brzdnou dráhu. [5]

S novým tisíciletím přišel čas se více zaměřit na to, jak pneumatiky ovlivňují spotřebu paliva a emise. Své místo na trhu našly například pláště se sníženým valivým odporem. Další možností, jak snížit dopad pláštěů na životní prostředí, je vývoj nových materiálů potřebných k jejich výrobě. Již v dnešní době dochází k různým experimentům s plášti vyrobenými z pampelišek. Zaměstnanci Continentalu přišli na fakt, že kořen některých druhů pampelišek obsahuje latex o stejné kvalitě jako ten pocházející z kaučukovníku. Náhrada latexu z kaučukovníku tím z pampelišek by měla pozitivní vliv na životní prostředí, neboť pampelišky lze pěstovat i v mírném pásu v těsné blízkosti továren na pneumatiky. [7] Odpadla by tedy potřeba materiál dopravovat z tropických pralesů do továren. Vývojářům zatím dělá problémy vyvinout zemědělské stroje vhodné pro sběr latexového mléka z pampelišek. Předpokládá se, že takto upravené pláště dorazí do sériové výroby v horizontu pěti až deseti let. [6]

Výčet všech nedávných inovací v oblasti pláštěů by nebyl úplný, kdyby se zapomnělo na bezvzduchový typ. Jedná se například o pláště vyrobené ze syntetického polyuretanu, které zatím nachází uplatnění pouze u nízkorychlostních strojů. Příkladem takovéto pneumatiky může být Michelin Tweel, která je vhodná pro aplikaci v těžkých vojenských či nákladních strojích. Tyto stroje nejlépe využívají silných vlastností bezvzduchových pneumatik, mezi které patří například výborná odolnost a dobré terénní schopnosti. Pro automobily takové pláště zatím nejsou vhodné, neboť za vysokých teplot polyuretan měkne a za nízkých naopak tuhne. Oba tyto jevy mají negativní vliv na jízdní vlastnosti vozu při vysoké rychlosti. [9] Dalším projektem v oblasti bezvzduchových pneumatik jsou pláště NTP (Non Pneumatic Tire) od Hankooku, které jsou zachyceny na obrázku 2. Mezi jejich hlavní přednosti patří ekologická výroba a snadná recyklovatelnost. Takové pláště by mohly najít uplatnění například na budoucích elektromobilech či vozech s vodíkovým pohonem. [5]



Obr. 2 – Koncept pláštěů budoucnosti NTP [5]

Během vývoje pneumatik nachází uplatnění různé matematické modely, které dokáží na základě vstupních parametrů vypočítat požadovanou veličinu. Touto požadovanou veličinou mohou být například síly či momenty působící na pneumatiku, hustící tlak a nebo teploty. Hlavním tématem této diplomové práce je návrh matematického modelu, který dokáže počítat teploty různých částí pláště během jízdy vozidla. Takový model může naléznout praktické uplatnění nejen při vývoji pneumatik, ale také v motorsportu.

1 KONSTRUKCE A VLASTNOSTI PNEUMATIK

Pneumatika je jednou z nejdůležitějších komponent osobního automobilu. Zprostředkovává kontakt automobilu s vozovkou a velkou měrou se podílí na jeho jízdních vlastnostech. Nese více než padesátinásobek své hmotnosti a po celou dobu životnosti je podrobena kolem dvaceti milionům deformací. Na pláště se klade mnoho různých požadavků, které souvisí s aktivní bezpečností, komfortem, hospodárností i vlivem na životní prostředí. [10]

Mezi požadavky na aktivní bezpečnost patří například trvanlivost, odolnost proti průrazu, jízdní bezpečnost na různých površích či rychlostní odolnost. Po stránce komfortu se od pneumatik očekává tlumení nerovností vozovky, nízký přenos hluku či jednoznačnost řízení. Důležitá je také otázka hospodárnosti požadující odolnost proti opotřebení, vysokou životnost, nízký valivý odpor a nízkou cenu. Z hlediska ochrany životního prostředí je nutná možnost recyklace a nízká hlučnost. [19]

1.1 HLAVNÍ ČÁSTI PNEUMATIK

Každá pneumatika je složena ze sedmi základních částí, mezi které patří kostra, nárazník, bočnice, běhoun, vnitřní gumová vrstva, patka a patní lanko.

1.1.1 KOSTRA

Kostra pláště zobrazená na obrázku 3 se skládá z vložek tvořených vlákny, která mohou být bavlněná, plastová, polyesterová či ocelová. Tato vlákna se spojují pryží. Podle vedení pásů vložek se pneumatiky dělí na diagonální a radiální. Diagonální pláště mají pásy vedené od patky k patce a vzájemně se kříží pod úhlem 30° až 40° . U radiálních pneumatik jsou pásy vedeny od patky k patce kolmo na rovinu rotace kola. Jedná se v současnosti o nejrozšířenější typ. Radiální pneumatiky mají lepší adhezi, lépe zachycují boční síly, jsou odolnější proti průrazu, mají menší valivý odpor a nižší opotřebení. Jejich nevýhoda tkví ve vyšší ceně, citlivosti na správné nahuštění a hlučnosti při jízdě po nerovné vozovce. [11]



Obr. 3 – Kostra pneumatiky [14]

1.1.2 NÁRAZNÍK

Jde o část pneumatiky, která tvoří přechod mezi běhounem a kostrou pláště. Jeho umístění je znázorněno na obrázku 4. Nárazník se skládá z vložek vyrobených z různých druhů vláken, která jsou spojena pryží. Je umístěn nad horní částí kostry a přejímá velkou část nárazů od vozovky. Jednotlivé vrstvy nárazníku jsou vedeny tak, aby docházelo k jejich vzájemnému křížení. U osobních vozů nachází uplatnění většinou dvě nárazníkové vrstvy. [11]



Obr. 4 – Nárazník pneumatiky [14]

1.1.3 BOČNICE

Tato část znázorněná na obrázku 5 spojuje běhoun s patkami. Je vyrobena z pryže a má za cíl chránit kostru pneumatiky před mechanickým poškozením. [14]



Obr. 5 – Bočnice pneumatiky [14]

1.1.4 BĚHOUN

Běhoun představuje styčnou plochu mezi pneumatikou a vozovkou. Jeho umístění je zachyceno na obrázku 6. Součástí běhounu je dezén, který se skládá z podélných a příčných drážek předepsané hloubky. Tyto drážky plní různé funkce. Podélné drážky zajišťují přenos bočních sil a ovlivňují směrovou stabilitu vozidla. Příčné drážky zajišťují přenos tažné síly. S hloubkou drážek souvisí adheze mezi vozovkou a pneumatikou. Nedostatečná hloubka dezénu může mít za následek vznik aquaplaningu na mokré vozovce. Kapalina tak nemůže z prostoru mezi pneumatikou a vozovkou dostatečně rychle unikat, což způsobí vznik vodního klínu. Adheze klesne téměř na nulu a vozidlo se stane neovladatelné. Dezén má dále vliv i na hlučnost pneumatiky. [11]



Obr. 6 – Běhoun pneumatiky [14]

1.1.5 VNITŘNÍ GUMOVÁ VRSTVA

Vnitřní gumová vrstva slouží k zabránění úniku vzduchu z vnitřku pláště. U bezdušových pneumatik plní roli duše. [14]

1.1.6 PATKA PLÁŠTĚ A PATNÍ LANKO

Patka je spodní zesílená část pláště, která dosedá na ráfek. Patku na ráfek přitlačuje tlak vzduchu v pneumatice. Jejím hlavním úkolem je přenášet všechny síly mezi pneumatikou a ráfkem. V případě bezdušové pneumatiky musí zajistit utěsnění vzduchu v pneumatice. [11] Patní lanko je v konstrukci pneumatiky přítomno, protože zajišťuje správné dosednutí pneumatiky na ráfek, dále zodpovídá za těsnost spojení s ráfkem a za přenos podélných sil. Patku pláště včetně patního lanka si lze prohlédnout na obrázku 7. [14]



Obr. 7 – Patka pláště včetně patního lanka [14]

1.2 ZNAČENÍ PNEUMATIK

Značení pláště je tvořeno kombinací číslic a písmen a může být doplněno slovním označením.

ROZMĚR – jedná se o číselnou hodnotu průměru ráfku a šířky pneumatiky. Průměr ráfku se obvykle zadává v palcích, šířka pneumatiky může být jak v palcích, tak v milimetrech.

PROFILOVÉ ČÍSLO – jde o poměr výšky profilu pláště k jeho šířce. Hodnoty bývají v rozmezí 0,3 – 0,8. V Evropě se obvykle používají pneumatiky s profilovým číslem 0,6 až 0,7.

NOSNOST PNEUMATIKY – nosnost může být označena například číslem 80, které značí maximální zatížení 450 kg. Více jednotlivých označení nosnosti lze dohledat v tabulkách.

RYCHLOSTNÍ KATEGORIE – mezi tyto symboly se řadí například písmeno U, které značí maximální rychlost 200 km/h. Ostatní symboly rychlostních kategorií lze dohledat v tabulkách.

INDIKÁTOR OPOTŘEBENÍ TWI – jedná se o výstupky umístěné na dně hlavních dezénových drážek. Tyto výstupky mají výšku 1,6 mm a slouží k rychlému zkontrolování stavu opotřebení pneumatiky. Indikátory lze snadno nalézt pomocí šipek vyznačených na boční straně pláště.

RADIÁLNÍ PNEUMATIKY – PŘÍKLAD OZNAČENÍ 205/60 R 15 83 V

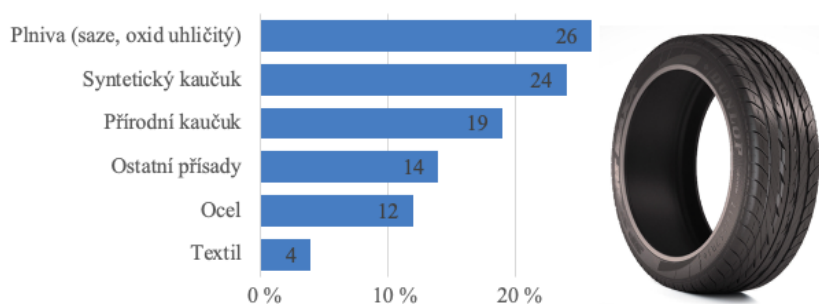
Počáteční číslo 205 značí šířku pneumatiky v milimetrech. Za lomítkem je uvedeno profilové číslo v procentech (60). Písmeno R znamená, že se jedná o radiální pneumatiku. Poté následuje průměr dosedací plochy ráfku v palcích (15), nosnost (83) a rychlostní index (V).

[11]

1.3 MATERIÁLOVÉ SLOŽENÍ PNEUMATIK

Dle grafu na obrázku 8 lze říct, že stěžejním materiálem každého pláště je kaučuk, který existuje v přírodní a syntetické variantě. Přírodní varianta se získává z tropického stromu kaučukovníku, který roste v oblastech Amazonského pralesa. Po citlivém naříznutí kůry je tento strom schopen produkovat surový kaučuk (latex) po několik desítek let. Latex se poté upravuje pomocí srážení, praní a sušení na materiál zvaný krepa. Aby byl tento materiál vhodný pro konstrukci pneumatik, tak je nutné jej upravit pomocí různých plniv, aditiv a vulkanizací. [18] Poté vznikne přírodní kaučuk, který pneumatice dodává dobrou odolnost vůči únavovým trhlinám [17]. Jeho nevýhoda tkví ve velmi proměnlivých vlastnostech závislých na teplotě. Za chladného počasí je tvrdý a křehký a naopak za teplého počasí měkký a mazlavý. Syntetický kaučuk se získává zpracováním koksárenských produktů a ropy. Oproti přírodnímu typu nabízí lepší schopnost čelit velkým výkyvům teplot a dále je chemicky odolný vůči některým ropným produktům. [51] V pláštích nachází uplatnění butadienový, styren-butadienový a halogenovaný butylový syntetický kaučuk. První dva typy velmi ovlivňují výkonnostní vlastnosti pneumatiky, například valivý odpor, opotřebení a trakci. Třetí typ zabezpečuje nepropustnost vnitřní vložky, což pomáhá udržovat pneumatiku ve správně nahuštěném stavu. [17]

Dalšími důležitými materiály jsou oceli a textil. Oceli nachází uplatnění v nárazníku a patce. Ocelový nárazník slouží k vyztužení pláště pneumatiky a snížení opotřebení. Ocelový drát na patce slouží ke spolehlivému ukotvení pláště na ráfku. Mezi nejznámější zástupce textilních materiálů v pneumatice patří polyesterové, nylonové, hedvábné a aramidové kordové tkaniny. Slouží jako výztužný materiál a také pomáhají udržovat tvar pneumatiky při různých situacích. Velké zastoupení v materiálovém složení pneumatiky mají také různá plniva. Pro zlepšení mechanických vlastností kaučuku se z těchto plniv využívají saze a oxid křemičitý. Oxid křemičitý je výhodné používat i z hlediska snížení valivého odporu pláště. Mezi ostatní přísady ve složení pneumatiky lze zařadit antioxidanty, antizonanty a různé vytvrzovací přísady. Antioxidanty brání rozpadu pláště za velmi proměnlivých teplot. Antizonanty chrání plášť před vlivem ozónu. Mezi vytvrzovací přísady se řadí síra a oxid zinečnatý. Uplatnění nachází při vulkanizaci. Tyto přísady urychlují proces vulkanizace a ovlivňují síť v matici. [17]



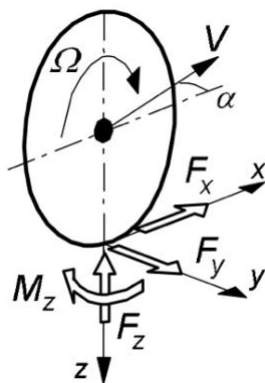
Obr. 8 – Materiálové složení pneumatiky [15], [16]

1.3.1 VULKANIZACE

Jedná se o proces, při kterém za působení vysoké teploty, tlaku a vulkanizačních činidel dochází ke změně struktury materiálu pláště. Lineární struktura se mění na prostorovou. Nejprve je nutno surový plášť vložit do lisovací formy nesoucí podobu budoucí pneumatiky. Poté na tuto formu působí horká tlaková pára o teplotě 140 °C až 180 °C po dobu zhruba deseti minut. Tlakovou parou se surový plášť vytvaruje podle formy a zároveň působením vulkanizačního činidla dojde ke změně struktury. Vulkanizace zlepšuje pevnost v tahu, odolnost proti olejům či odolnost vůči trhání. Zachovává dobrou pružnost výchozího materiálu. [51]

1.4 ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI PNEUMATIK

Během jízdy vozidla lze pohyb pneumatiky charakterizovat pomocí veličin znázorněných na obrázku 9. Počáteční situaci vystihuje kolo rotující volně bez působení točivého momentu od motoru po rovném povrchu vozovky v přímém směru. Není zde přítomen skluz. K překonání valivého odporu je nutná tažná síla F_x . Boční síla F_y a vratný moment M_z vznikají vinou nesymetrie struktury pláště. Síla F_z značí zátěž působící na pneumatiku. [12]



Obr. 9 – Znázornění pohybu pláště [12]

Pneumatika se pohybuje rychlostí valení v , kterou lze rozdělit do dvou složek. Jedna složka působí v ose x (v_x) a druhá v ose y (v_y). Pro další výpočty je dále důležité definovat úhlovou rychlost volně se valícího kola Ω_0 . Poté již lze spočítat efektivní valivý poloměr r_e vztahem (1). [12]

$$r_e = \frac{v_x}{\Omega_0} \quad (1)$$

1.4.1 SKLUZOVÉ VLASTNOSTI PLÁŠTĚ

Během různých jízdních manévřů nastává skluz, při kterém dochází k deformacím pláště a smýkání kontaktních ploch. Rozlišuje se podélný skluz značený κ a příčný skluz značený $\tan(\alpha)$. Vzorec (2) charakterizuje výpočet podélného skluзу κ . Člen Ω značí aktuální úhlovou rychlost otáčení. V případě akcelerace platí nerovnost $\Omega > \Omega_0$ a podélný skluz vyjadřuje kladná hodnota. Při deceleraci je hodnota podélného skluзу naopak záporná. [12]

$$\kappa = -\frac{v_x - r_e \cdot \Omega}{v_x} = -\frac{\Omega_0 - \Omega}{\Omega_0} \quad (2)$$

Příčný skluz $\tan(\alpha)$ lze stanovit vzorcem (3), kde α značí úhel směrové úchyly. [12]

$$\tan(\alpha) = -\frac{v_y}{v_x} \quad (3)$$

1.4.2 TUHOSTNÍ VLASTNOSTI PLÁŠTĚ

Kromě charakteristik skluзу lze vlastnosti pneumatik vystihnout i veličinami, které se týkají různých tuhostí. První z nich může být vratná tuhost $C_{M\alpha}$, která závisí na velikosti zatížení a úhlu směrové úchyly. Značí sklon křivky závislosti M_z na α pro úhel směrové úchyly rovný nule. Vypočítá se rovnicí (4). [27]

$$C_{M\alpha} = \left. \frac{dM_z}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (4)$$

Dále existuje směrová tuhost C_α značící sklon křivky závislosti F_y na α pro úhel směrové úchylky rovný nule. Spočítá se vzorcem (5). Směrová tuhost roste se zvyšujícím se zatížením a velikostí kola. Vliv na tuto veličinu má také hustící tlak a drážky v běhounu. Hluboké drážky směrovou tuhost snižují. Pomocí směrové tuhosti lze spočítat koeficient zatačení CC_α , jehož velikost závisí na konstrukci pneumatiky. [27]

$$C_\alpha = - \left. \frac{dF_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (5)$$

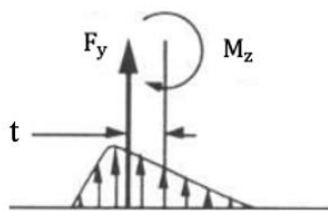
Klopná tuhost pneumatiky C_γ charakterizuje sklon křivky závislosti F_y na γ pro úhel odklonu kola rovný nule. Závisí na konstrukci pláště, neboť diagonální pneumatiky mají až dvakrát větší klopnou tuhost než radiální typ. Tato veličina roste s tuhostí běhounu a dále ji ovlivňuje také vertikální zatížení a tvar dezénu. Povrch vozovky, tlak huštění či rychlost nemají vliv na klopnou tuhost. Pomocí této veličiny lze spočítat takzvaný camber coefficient CC_γ , který vystihuje reakce pneumatiky například na vyjeté koleje ve vozovce. [27]

$$C_\gamma = \left. \frac{dF_y}{d\gamma} \right|_{\gamma=0} \quad (6)$$

1.4.3 ZÁVLEK PNEUMATIKY

Mezi další charakteristiky pneumatik patří závlek označovaný jako t , který je zobrazen na obrázku 10. Pomocí závleku lze spočítat vratný moment dle vztahu (7). Jedná se o rameno boční síly vzhledem k příčné ose kola. Velikost závleku závisí na svislém zatížení kola, úhlu směrové úchylky a skluzových vlastnostech. Při nulovém úhlu skluzu je závlek maximální a klesá s rostoucím úhlem skluzu. Dále platí, že čím větší svislé zatížení, tím větší závlek. [27]

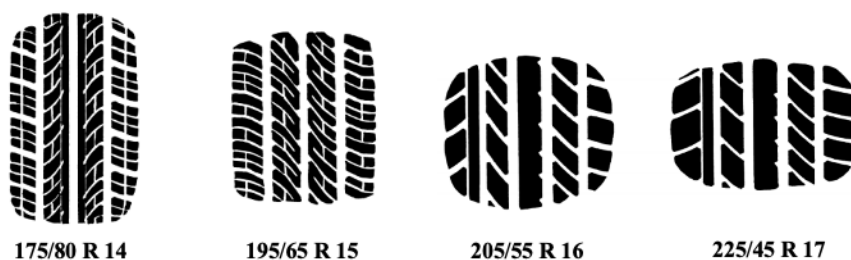
$$M_z = F_y \cdot t \quad (7)$$



Obr. 10 – Závlek pneumatiky [27]

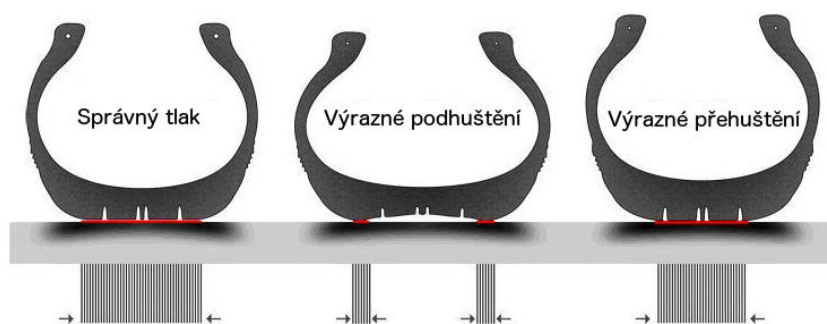
1.4.4 KONTAKTNÍ PLOCHA

Jedná se o část pláště, která je právě v kontaktu s vozovkou. Hraje velmi důležitou roli pro jízdní vlastnosti vozidla, neboť prostřednictvím této plochy se přenáší síly mezi pneumatikou a silnicí. Velikost kontaktní plochy závisí na konstrukci pneumatiky, tlaku huštění či zatížení. Obrázek 11 znázorňuje, jak se dokáže změnit tvar kontaktní plochy při změně konstrukce pneumatiky. [51]



Obr. 11 – Vliv konstrukce pneumatiky na tvar kontaktní plochy [51]

Ke značné změně tvaru kontaktní plochy dále dochází v případě výrazného přehušnění či podhuštění pneumatiky. V případě velmi podhuštěného pláště se kontaktní plocha rozdělí na dvě části umístěné na okraji běhounu. Dochází k výraznému opotřebení běhounu v těchto místech, zatímco střední část zůstává nedotčena. U velmi přehuštené pneumatiky dojde ke zúžení kontaktní plochy a běhoun se více opotřebovává ve střední části. Obě situace jsou vystihnuty na obrázku 12. [69]



Obr. 12 – Vliv tlaku huštění na tvar kontaktní plochy [69]

V neposlední řadě je tvar kontaktní plochy vázán také na to, zda jde o pneumatiku radiální či diagonální konstrukce. Pneumatika radiální konstrukce má tvar kontaktní plochy blízký obdélníku, zatímco diagonální elipse [70]. Velikost kontaktní plochy během jízdy vozidla lze určit pomocí vztahu (8), kde L značí šířku kontaktní plochy a p_{plyn2} aktuální tlak hustícího plynu v barech. [54]

$$S_k = 0,12 \cdot p_{\text{plyn2}}^{-0,7} \cdot \left(\frac{F_z}{3000}\right)^{0,7} \cdot L \quad (8)$$

1.4.5 TLAK V KONTAKTNÍ PLOŠE

Rozložení tlaku v kontaktní ploše má vliv nejen na jízdní vlastnosti vozidla, ale také na opotřebení pláště či spotřebu paliva. Nejprve lze definovat vztah mezi průměrným tlakem v kontaktní ploše a velikostí této plochy. Závislost je možné popsat jednoduchým vzorcem (9). V případě radiální konstrukce pláště platí, že při změně hustícího tlaku se mění jen délka stopy. Šířka stopy zůstává konstantní.

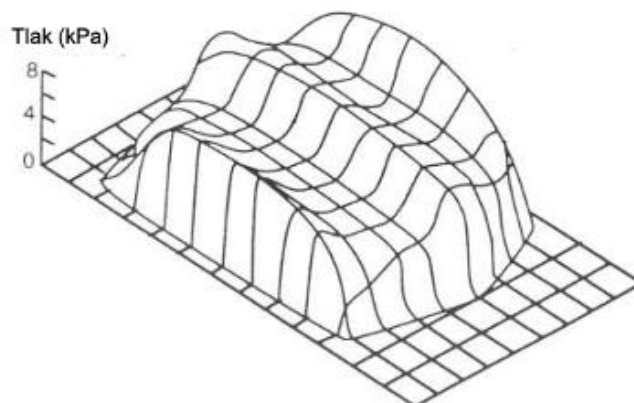
$$p = \frac{F_z}{S_k} \quad (9)$$

Řada literárních pramenů uvádí, že průměrný tlak v kontaktní ploše je shodný s hustícím tlakem. Tento předpoklad ale není příliš přesný. Ve srovnání s realitou se odlišuje až o 30 %. Na základě velkého množství pokusů na pneumatikách určených pro nákladní vozy byl zjištěn

vztah (10) pro tlak v kontaktní ploše, který je funkcí hustícího tlaku p_h . Za hustící tlak je nutné dosazovat hodnoty v kPa. [52]

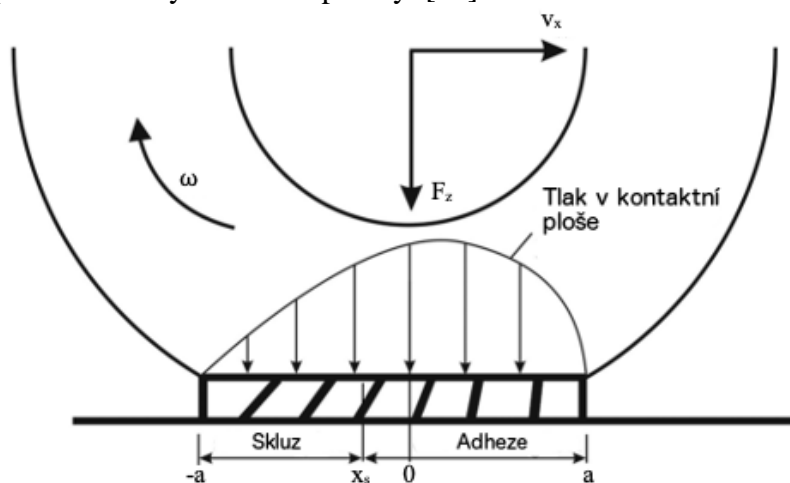
$$p = 0,0003 \cdot p_h^2 + 0,417 \cdot p_h + 175,7 \quad (10)$$

Závislosti dle předešlých rovnic nevystihují reálné rozložení tlaku v kontaktní ploše, neboť reálné rozložení je značně proměnné v podélném i bočním směru. V těchto směrech rozložení tlaku závisí na zatížení, tlaku huštění, konstrukci pláště, úhlu odklonu či sbíhavosti. Příklad reálného rozložení tlaku v kontaktní ploše je zobrazen na obrázku 13.



Obr. 13 – Příklad reálného rozložení tlaku v kontaktní ploše [27]

Pro detailnější analýzy rozložení tlaku v kontaktní ploše lze využít služeb různých matematických modelů pneumatik, kterým je věnována druhá kapitola diplomové práce. Na obrázku 14 je znázorněn příklad rozložení tlaku v kontaktní ploše vypočítaný za pomoci kartáčového modelu. Poloha x_s značí přechod mezi adhezí a skluzem a dále poloha a charakterizuje polovinu délky kontaktní plochy. [68]



Obr. 14 – Rozložení tlaku v kontaktní ploše vypočtené kartáčovým modelem [68]

1.4.6 TŘENÍ V KONTAKTNÍ PLOŠE

Dále je dobré se zmínit také o mechanismech tření mezi pneumatikou a vozovkou. Prvním z nich je adheze, při které vznikají mezi pláštěm a silnicí chemické vazby lepící dva povrchy k sobě. Výborně funguje na suché vozovce. V případě silnice pokryté vodou je účinnost adheze snížena, neboť chemické vazby vznikají mezi pláštěm a vodou a dále mezi vodou a vozovkou.

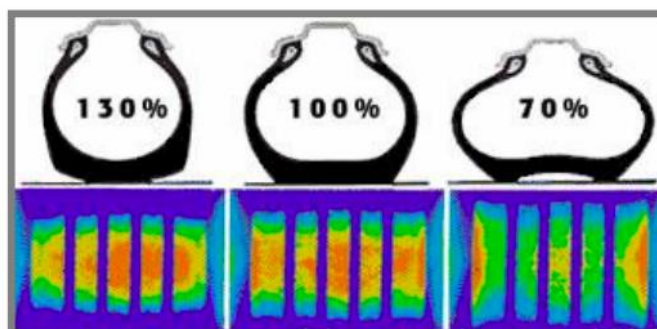
Druhý mechanismus značí hysterezi, kterou charakterizuje ztráta energie při deformaci gumy během klouzání přes kamenivo na vozovce. Tento mechanismus není ovlivněn vodou na povrchu vozovky. Nejlepšího součinitele tření na mokré vozovce lze dosáhnout s běhounem vyrobeným z vysoce hysterezní pryže. Pláště s vysokou hysterezí se ale za suchých podmínek přehřívají. [27] Důsledku tohoto jevu si lze všimnout například při závodech formulí za přechodných povětrnostních podmínek, kdy jezdci obouvající pneumatiky do deště záměrně vybírají takovou závodní stopu, aby v ní byl dostatek vody pro chlazení.

1.4.7 TEPLOTA PNEUMATIKY

Stejně jako v případě hustícího tlaku má teplota pneumatiky zásadní dopad na jízdní vlastnosti vozu či hospodárnost provozu. Závisí na mnoha faktorech, které jsou podrobněji probrány na následujících řádcích.

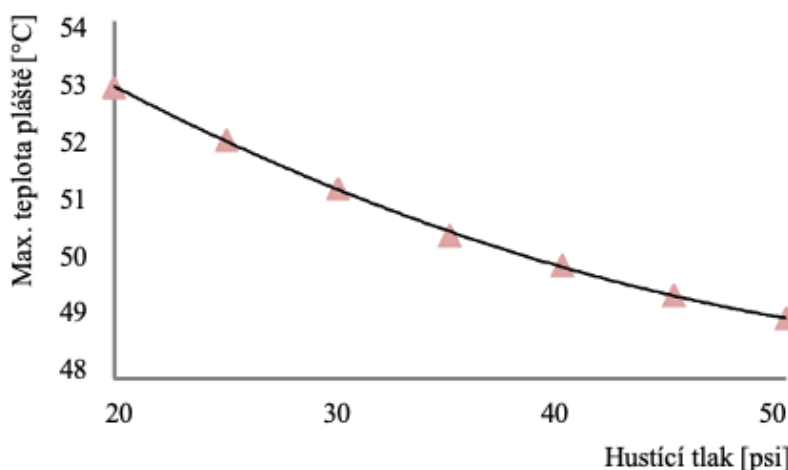
ZÁVISLOST TEPLoty NA HUSTÍCÍM TLAKU

Prvním faktorem ovlivňujícím teplotu pláště je hustící tlak. Co se týče kontaktní plochy, tak lze říci, že v místech největších kontaktních tlaků panují nejvyšší teploty a naopak. Platnost této definice vyjadřuje obrázek 15, kde v případě velmi přehuštěné pneumatiky panují nejvyšší teploty poblíž středu běhounu, v případě správného tlaku je rozložení teploty celkem rovnoměrné a u velmi podhuštěného pláště lze očekávat nejvyšší teploty na okrajích. [71]



Obr. 15 – Rozložení teploty v kontaktní ploše v závislosti na hustícím tlaku [71]

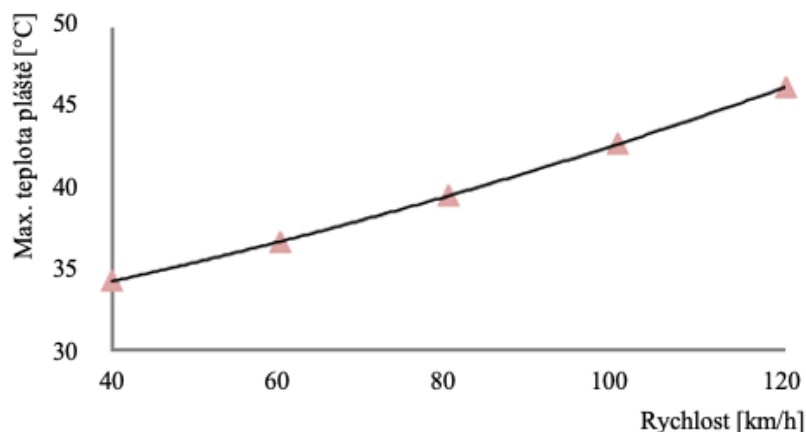
Vliv hustícího tlaku na maximální teplotu dosaženou v plášti si lze prohlédnout na obrázku 16. Podhuštění pneumatiky zvyšuje její maximální teplotu, neboť dochází k velkému průhybu bočnic a z toho vyplívajícího tření kordových vrstev zahřívajících pláště [71].



Obr. 16 – Vliv hustícího tlaku na maximální teplotu pláště [81]

ZÁVISLOST TEPLoty NA RYCHLOSTI

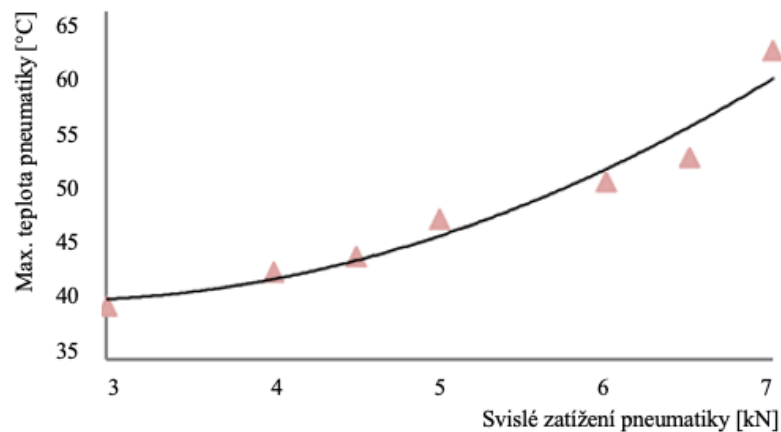
Dalším faktorem silně ovlivňujícím teplotu pneumatiky je rychlost pohybu vozidla. Dle grafu na obrázku 17 lze říci, že se zvyšující rychlostí vozidla roste také maximální teplota pláště. [81]



Obr. 17 – Vliv rychlosti na maximální teplotu pláště [81]

ZÁVISLOST TEPLoty NA SVISLÉM ZATÍŽENÍ

Závislost svislého zatížení pneumatiky na maximální teplotě pláště si lze prohlédnout na obrázku 18. Je možné říci, že s rostoucím zatížením roste také maximální teplota pneumatiky. [81]



Obr. 18 – Vliv svislého zatížení na maximální teplotu pláště [81]

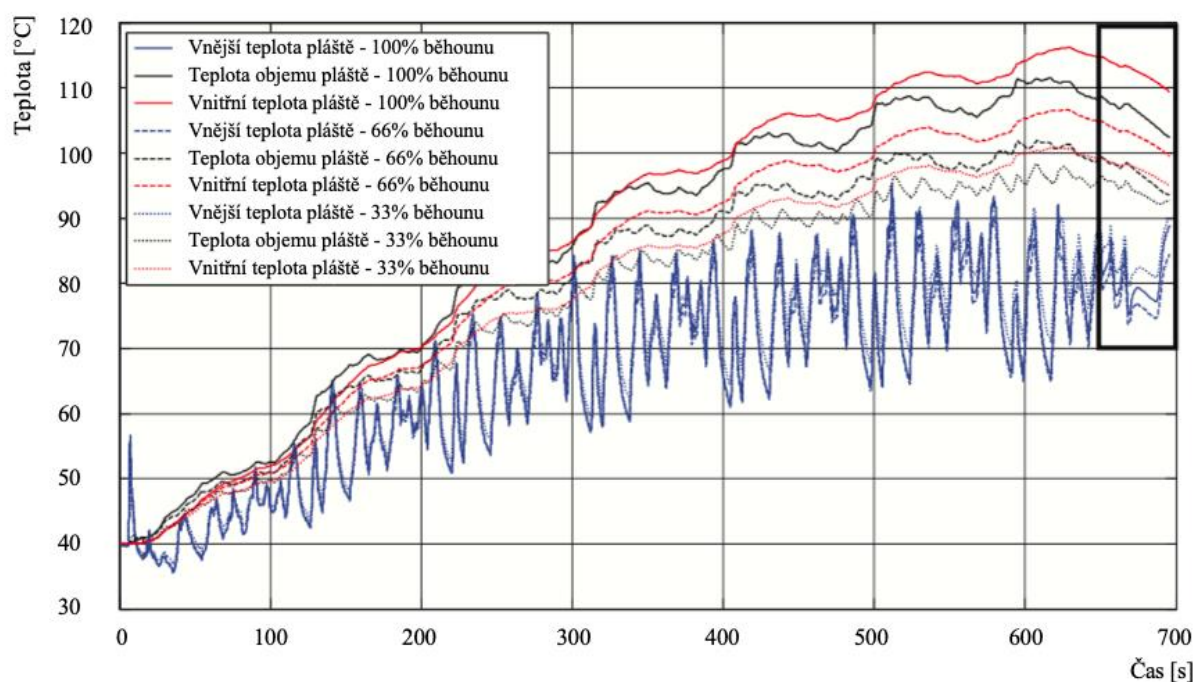
ZÁVISLOST TEPLoty NA ÚHLU ODKLONU A SBÍHAVOSTI

Úhel odklonu má výrazný vliv na rozložení teploty v kontaktní ploše. Pokud dochází ke zvyšování teploty směrem k vnitřnímu okraji, pak mají kola negativní odklon. Zvyšování teploty směrem k vnějšímu okraji značí pozitivní odklon. Pro závodní vozy je ideální takový negativní odklon, který zajišťuje rozdíl teplot mezi vnitřním a vnějším okrajem běhounu v rozmezí 10 °C až 15 °C. [74] V neposlední řadě lze teplotu pneumatiky ovlivnit také sbíhavostí kol. Sbíhavost způsobí deformaci pláště a skluz, čímž dojde k navýšení teploty. Nastavení správné hodnoty sbíhavosti zajistí rychlejší zahřátí pneumatiky do provozních podmínek ve srovnání s nulovou sbíhavostí. Negativem je rychlejší opotřebení. Z toho důvodu běžná silniční vozidla mají nastavenou nulovou sbíhavost na obou nápravách. [75]

ZÁVISLOST TEPLoty NA HYSTEREZI A OPOTŘEBENÍ BĚHOUNU

Mezi další faktory ovlivňující teplotu pláště patří vliv hystereze směsi. Pokud dojde ke stlačení viskoelastického materiálu (pryže), pak je při kompresi ukládáno více energie než je vydáváno při uvolnění. Tato energie se v pneumatice ukládá ve formě tepla. Hystereze je jedním z nejdůležitějších faktorů ovlivňujících přilnavost pláště. K jejímu růstu dochází v případě, že se zvyšuje rychlost vozidla či zatížení. [77]

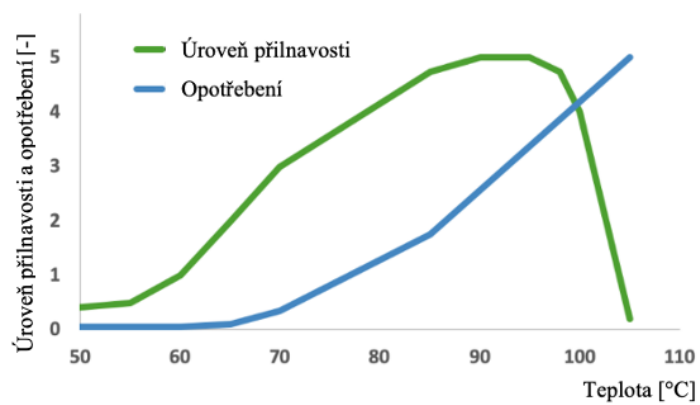
Kromě hystereze je generování tepla ve struktuře závislé také na opotřebením běhounu. Čím více je běhoun opotřebený, tím nižší teploty bude dosaženo ve struktuře pneumatiky. Tento fakt vystihuje obrázek 19. [77]



Obr. 19 – Vliv tloušťky běhounu na teplotu struktury pláště [77]

VLIV TEPLoty NA PŘILNAVOST A OPOTŘEBENÍ

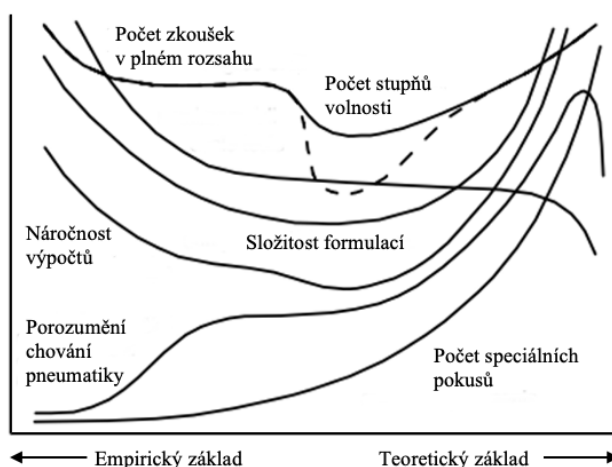
Teplota pneumatiky má zásadní vliv na přilnavost vozidla. Do určitého bodu přilnavost roste s velikostí teploty. Po překročení tohoto bodu přilnavost prudce klesá. Dalším faktorem závislým na teplotě pneumatiky je opotřebením běhounu. Obecně lze říct, že čím vyšší teplota, tím vyšší opotřebením. Obrázek 20 znázorňuje závislost opotřebením běhounu a přilnavosti na teplotě pneumatiky. Z grafu lze vyčíst, že využívat pneumatiku při závodech v oblasti pod 65 °C a v oblasti nad 100 °C je značně neefektivní a dosahované časy na kolo by nebyly konkurenceschopné. V případě kvalifikačního režimu je výhodné využít teplotu lehce nad 90 °C, neboť při této teplotě plášť dosahuje nejlepší úrovně přilnavosti a opotřebením při krátkých jízdách nehraje příliš velkou roli. V závodním režimu již opotřebením hraje výraznou roli a proto je vhodné snížit teplotu na úroveň mezi 80 °C a 90 °C. [72]



Obr. 20 – Závislost přilnavosti a opotřebení na teplotě [72]

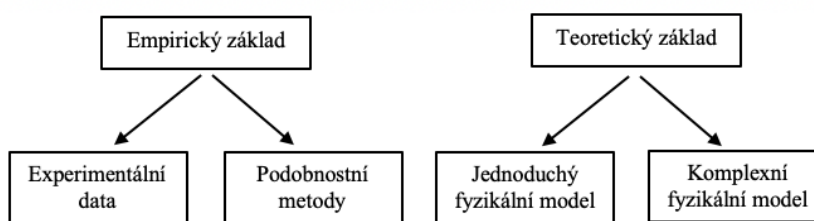
2 MODELY PNEUMATIK

Existuje velké množství různých modelů pneumatik, které se od sebe liší přesností, složitostí či účelem. Lze je rozdělit do dvou primárních kategorií, a to na empirické a teoretické. Hlavní rozdíly mezi oběma přístupy zachycuje graf na obrázku 21. V levé části grafu se vyskytují modely pláště popisující naměřené charakteristiky pomocí tabulek, matematických vzorců či různých interpolací. Matematické vzorce obsahují parametry, které se stanovují na základě regresních postupů z důvodu dobrého přizpůsobení naměřeným datům. Střed grafu značí jednoduché, ale méně přesné modely, které nejsou příliš vhodné pro řešení simulací pohybu vozidla. Můžou ale nalézt uplatnění při zjišťování výkonnostních charakteristik pneumatiky v závislosti na konstrukci. Modely pneumatik nacházející se v pravé části grafu charakterizuje vysoká závislost na teorii chování struktury a nízká závislost na experimentech. [12]



Obr. 21 – Rozdíly mezi modely na empirické a teoretické bázi [12]

Obě primární kategorie modelů pneumatik lze dále rozdělit na dvě podkategorie. Empirické modely mohou být na bázi experimentálních dat či podobnostních metod. Známým empirickým modelem pneumatiky založeným na experimentálních datech je Magic Formula, který pro predikce využívá vzorce goniometrických funkcí odpovídající naměřeným údajům. Modely založené na podobnostních metodách k výpočtům využívají kombinaci naměřených dat a fyzikálního přístupu. Lze je nazývat též jako semi-empirické. Jsou vhodné pro výpočty vlastností pláště v reálném čase. Teoretické modely lze rozčlenit podle složitosti na jednoduché fyzikální a komplexní fyzikální. Mezi jednoduché fyzikální modely se řadí například kartáčový model, který je vhodný pro lepší pochopení chování pneumatiky. Komplexní fyzikální modely se zaměřují na detailní analýzy pláště. Patří sem například modely FTire a RMOD-K, které jsou založeny na metodě konečných prvků. V následujících podkapitolách jsou podrobněji vystihnuty často používané modely pláště. Seřazení probíhá dle obrázku 22 od modelů na bázi experimentálních dat po komplexní fyzikální modely. [12]



Obr. 22 – Rozčlenění modelů na empirické a teoretické bázi [12]

2.1 MAGIC FORMULA MODEL

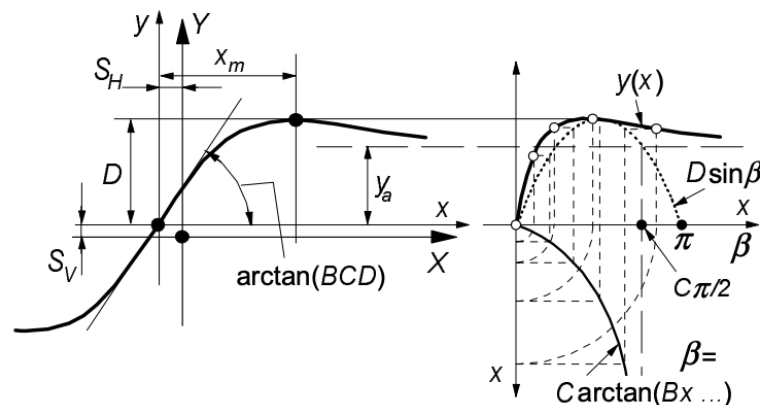
Jedná se o často používaný empirický model založený na experimentálních datech, který slouží k relativně přesným výpočtům silových a momentových charakteristik pneumatiky. Využití nachází při analýzách chování plášťů během různých jízdních situací. Model Magic Formula je reprezentován hlavními vztahy (11) až (13). Hodnota Y značí výstupní proměnnou, která může znázorňovat boční sílu, podélnou sílu či vratný moment. X je vstupní parametr, který může být charakterizován příčným skluzem a nebo podélným skluzem. Bezrozměrné hodnoty B , C , D a E značí faktor tuhosti, tvaru, vrcholu křivky a zakřivení. Hodnoty S_H a S_V označují podélný a příčný posuv. [12]

$$y(x) = D \cdot \sin(C \cdot \arctan(B \cdot x - E \cdot (B \cdot x - \arctan B \cdot x))) \quad (11)$$

$$Y(x) = y(x) + S_V \quad (12)$$

$$x = X + S_H \quad (13)$$

Výstupem těchto výpočtů je křivka, která protíná počátek souřadného systému, poté dosáhne maxima a následně se z ní stane horizontální asymptota. Obrázek 23 znázorňuje také polohu křivky vůči souřadnému systému posunutému o hodnoty S_H a S_V . [12]



Obr. 23 – Výstup řešení modelu Magic Formula [12]

Tvarový faktor C se spočítá vzorcem (14), kde y_a značí výšku asymptoty. [12]

$$C = 1 \pm \left(1 - \frac{2}{\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{y_a}{D}\right)\right) \quad (14)$$

Vliv zakřivení E může být vyjádřen za pomoci známého faktoru tuhosti B , faktoru tvaru C a pozice vrcholu křivky x_m . Podmínkou je, že tvarový faktor C musí být větší než 1. [12]

$$E = \frac{B \cdot x_m - \tan\left(\frac{\pi}{2 \cdot C}\right)}{B \cdot x_m - \arctan(B \cdot x_m)} \quad (15)$$

Pomocí několika úprav základního vzorce lze dosáhnout užitečných vztahů pro výsledné síly a momenty působící na pneumatiku. Například vratný moment M_z lze spočítat vztahem (16) pomocí známé boční síly F_y , závleku pneumatiky t a zbytkového momentu M_{zr} . [12]

$$M_z = -t \cdot F_y + M_{zr} \quad (16)$$

Závlek pláště závisující na úhlu směrové úchylky α_t lze znázornit vztahy (17) a (18). Index t je u členů B , C , D a E zvolen pouze z důvodu odlišení od základní rovnice. Člen S_{Ht} značí podélný posuv, při kterém dochází k největšímu závleku pneumatiky. [12]

$$t(\alpha_t) = D_t \cos(C_t \cdot \arctan(B_t \cdot \alpha_t - E_t(B_t \cdot \alpha_t - \arctan(B_t \cdot \alpha_t)))) \quad (17)$$

$$\alpha_t = \tan(\alpha) + S_{Ht} \quad (18)$$

Zbytkový moment M_{Zr} závisující na úhlu směrové úchylky α_r lze spočítat vzorci (19) a (20). Index r je u členů B a D opět zvolen pouze z důvodu odlišení. S_{Hr} značí podélný posuv, při kterém vzniká maximální zbytkový moment. [12]

$$M_{Zr}(\alpha_r) = D_r \cdot \cos(\arctan(B_r \cdot \alpha_r)) \quad (19)$$

$$\alpha_r = \tan(\alpha) + S_{Hr} \quad (20)$$

Boční síla F_y může být zjištěna ze vztahu (21), kde $G_{y\kappa}$ značí tíhovou funkci, F_{y0} boční sílu při čistém příčném skluzu a $S_{Vy\kappa}$ příčný posuv. [12]

$$F_y = G_{y\kappa} \cdot F_{y0} + S_{Vy\kappa} \quad (21)$$

Pro výpočet tíhové funkce $G_{y\kappa}$ a příčného posuvu $S_{Vy\kappa}$ platí vzorce (22) a (23). Co se týče vzorce pro výpočet tíhové funkce, tak člen $C_{y\kappa}$ značí závislost na svislém zatížení, $B_{y\kappa}$ sklon vozovky ve směru jízdy, κ_s součet podélného skluzu a podélného posuvu a nakonec $S_{Hy\kappa}$ podélný posuv. Ve vzorci pro výpočet příčného posuvu se objevuje člen $D_{Vy\kappa}$, který charakterizuje závislost na příčném skluzu a úhlu odklonu. Členy r_{Vy5} a r_{Vy6} značí korekční koeficienty závislé na boční rychlosti. [12]

$$G_{y\kappa} = \frac{\cos(C_{y\kappa} \cdot \arctan(B_{y\kappa} \cdot \kappa_s))}{\cos(C_{y\kappa} \cdot \arctan(B_{y\kappa} \cdot S_{Hy\kappa}))} \quad (22)$$

$$S_{Vy\kappa} = D_{Vy\kappa} \cdot \sin(r_{Vy5} \cdot \arctan(r_{Vy6} \cdot \kappa)) \quad (23)$$

Jednotlivé členy vzorce pro výpočet tíhové funkce $G_{y\kappa}$ se spočítají rovnicemi (24) až (27). Členy r_{By1} až r_{By3} jsou korekční koeficienty pro sklon vozovky, r_{Cy1} značí korekční koeficient pro svislé zatížení, r_{Hy1} a r_{Hy2} jsou korekční koeficienty pro podélný posuv a df_z charakterizuje přírůstek svislého zatížení. [12]

$$B_{y\kappa} = r_{By1} \cdot \cos\left(\arctan\left(r_{By2} \cdot (\tan(\alpha) - r_{By3})\right)\right) \quad (24)$$

$$S_{Hy\kappa} = r_{Hy1} + r_{Hy2} \cdot df_z \quad (25)$$

$$\kappa_s = \kappa + S_{Hy\kappa} \quad (26)$$

$$C_{y\kappa} = r_{Cy1} \quad (27)$$

Přírůstek svislého zatížení df_z lze spočítat vzorci (28) a (29). Člen F'_{z0} značí adaptivní nominální zatížení, F_{z0} nominální zatížení a λ_{Fz0} měřítko. [12]

$$df_z = \frac{F_z - F'_{z0}}{F'_{z0}} \quad (28)$$

$$F'_{z0} = \lambda_{Fz0} \cdot F_{z0} \quad (29)$$

Člen D_{VyK} , který je potřebný ke správnému výpočtu příčného posuvu S_{VyK} , závisí na parametrech uvedených ve vzorci (30). Hodnota μ_y značí součinitel tření v bočním směru a r_{Vy1} až r_{Vy4} jsou korekční koeficienty závislé na boční rychlosti. [12]

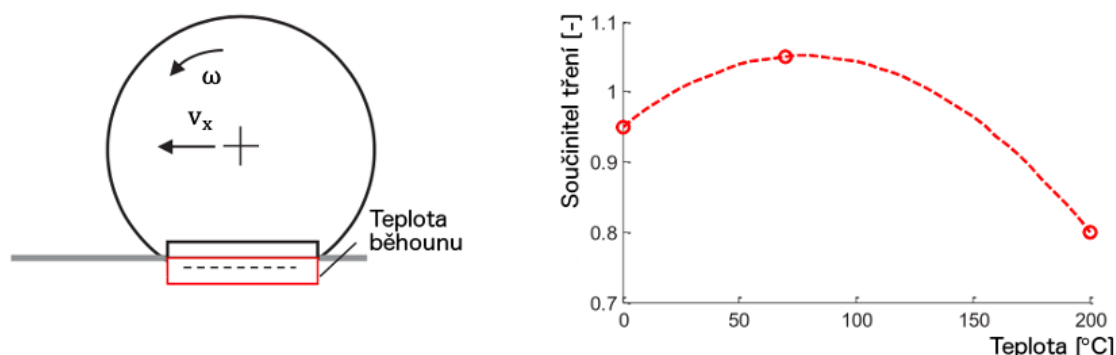
$$D_{VyK} = \mu_y \cdot F_z \cdot (r_{Vy1} + r_{Vy2} \cdot df_z + r_{Vy3} \cdot \gamma) \cdot \cos(\arctan(r_{Vy4} \cdot \tan(\alpha))) \quad (30)$$

2.1.1 VYLEPŠENÍ MODELU O TEPELNÉ ÚČINKY

Základní model Magic Formula může být rozšířen, aby byl schopný si poradit s tepelnými účinky. Toto rozšíření lze zavést, pokud jsou splněny následující předpoklady:

- dochází k valení pneumatiky
- teplo vzniká pouze v kontaktní ploše z důvodu skluzu
- zahřívána kontaktní plocha je ochlazována konvekcí do okolí
- teplota běhounu je stejná po celé kontaktní ploše
- ochlazování kontaktní plochy konvekcí do okolí je úměrné rychlosti vozidla

Jedná se o velice přesný model, který nachází uplatnění například při testování bezpečnostních manévřů. Princip modelu znázorňuje obrázek 24. [25]



Obr. 24 – Vliv teploty běhounu na přilnavost [25]

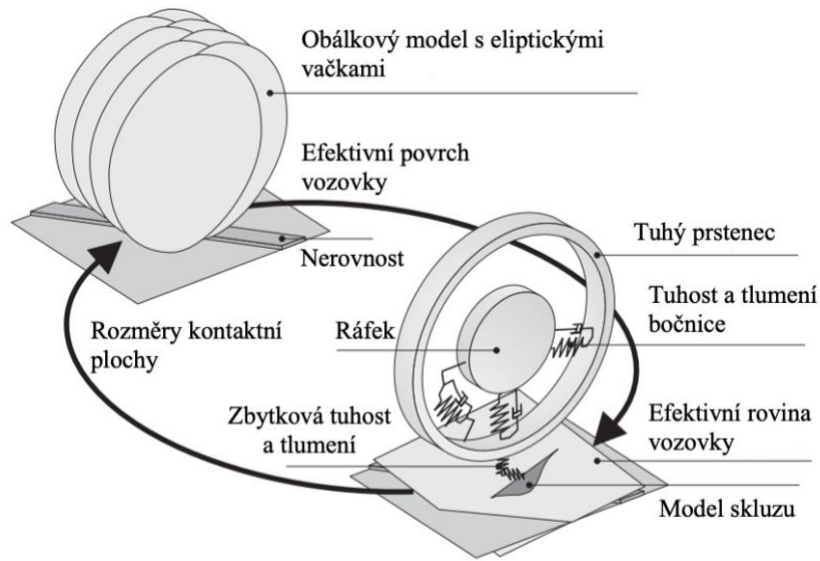
Teplotu běhounu pro všechna čtyři kola lze vyjádřit diferenciální rovnicí prvního řádu uvedenou jako vzorec (31). Člen C značí tepelnou kapacitu, α_{conv} součinitel přestupu tepla, S plochu konvekce, T_o okolní teplotu a T_t teplotu běhounu. [25]

$$C \cdot \frac{dT_{t,i}}{dt} = (F_{y,i} \cdot v_x \cdot \tan(\alpha_i) + F_{x,i} \cdot v_x \cdot \kappa_i) - \alpha_{conv} \cdot (1 + v_x) \cdot S \cdot (T_{t,i} - T_o) \quad (31)$$

$$i = 1 \dots 4$$

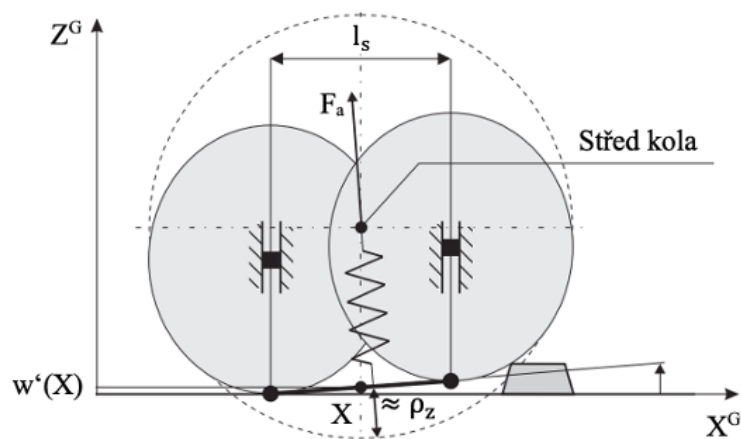
2.1.2 SWIFT MODEL

SWIFT (Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre) model znázorněný na obrázku 25 je dalším známým vylepšením modelu Magic Formula. Oproti tomuto modelu nabízí rozšířenou platnost pro vyšší frekvence (60 Hz až 100 Hz) a krátké vlnové délky. SWIFT využívá modelu Magic Formula pro vystihnutí skluzových vlastností pláště. Navíc obsahuje model tuhého prstence a model kontaktu. [48] SWIFT nachází uplatnění při analýzách jízdního komfortu či vibrační zavěšení kol. Dále se využívá také k vývoji různých asistenčních systémů vozidla, mezi které patří například ABS či ESP. Tento model nabízí nejrychlejší řešení výpočtů parametrů pro trojrozměrné nerovnoměrné silniční simulace. [44]



Obr. 25 – Schéma SWIFT modelu [48]

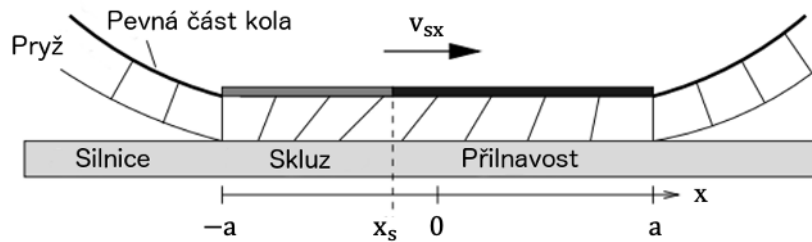
Model SWIFT se vyznačuje schopností samostatně řešit vlastnosti a dynamiku pneumatiky. Pro řešení vlastností pláště zde nachází uplatnění obálkový model s názvem tandem-cam, který se skládá ze dvou tuhých eliptických vaček se středy vzdálenými o hodnotu l_s . Vzdálenost l_s obvykle odpovídá 80 % délky kontaktní plochy. Obě vačky se mohou pohybovat ve svislém směru a dotýkají se povrchu vozovky alespoň v jednom bodě. Parametry efektivní výška w' a sklon β jsou požadovány pro zjištění efektivního povrchu vozovky. Tyto veličiny lze získat pomocí znalosti pozice středu kola a sklonu spojnice spodních bodů vaček. Tandem-cam model dále obsahuje nelineární pružinu, která představuje vertikální tuhost pneumatiky. Obálkový model je zobrazen na obrázku 26. [48]



Obr. 26 – Ukázka principu obálkového modelu tandem-cam [48]

2.2 KARTÁČOVÝ MODEL

Jedná se o jednoduchý fyzikální model pneumatiky s pevnými pásy nárazníku a elastickými elementy běhounu, který se poměrně dobře shoduje s experimentálním chováním pláště. Jednotlivé pásy nárazníku mají nekonečnou boční tuhost a jsou spojeny s pevnou částí kola. Kartáčový model pláště je dále složen z řady elastických štětín dotýkajících se silnice. Deformace těchto štětín se liší dle jízdní situace. Poddajnost štětín reprezentuje elasticitu kostry, běhounu a pásů nárazníku. V případě rotačního pohybu pneumatiky se u prvního elementu v kontaktní zóně předpokládá, že bude v kolmé pozici na povrch vozovky. Model je znázorněn na obrázku 27. [12]



Obr. 27 – Podélný skluz znázorněný na kartáčovém modelu [12]

2.2.1 PŘÍKLADY VÝPOČTŮ

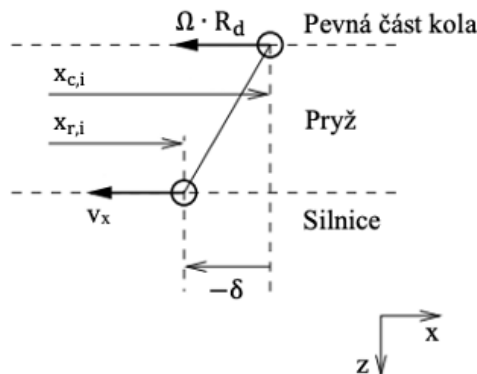
Element běhounu značený i přijde do styku s vozovkou v čase $t = 0$ a pozici $x = a$. Pozici lze definovat podle horního bodu štětiny spojeného s pevnou částí kola $x_{c,i}$ a nebo podle dolního bodu štětiny spojeného se silnicí $x_{r,i}$. Bez přítomnosti skluзу lze pozice znázornit vztahy (32) a (33), kde R_d značí dynamický poloměr kola. [21]

$$x_{c,i} = a - \int_0^t \Omega \cdot R_d \cdot dt \quad (32)$$

$$x_{r,i} = a - \int_0^t v_x \cdot dt \quad (33)$$

Deformace elementu δ_i je znázorněna na obrázku 28 a vypočítá se vztahem (34). [21]

$$\delta_i = x_{c,i} - x_{r,i} = \int_0^t v_x - \Omega \cdot R_d \cdot dt = \int_0^t v_{sx} \cdot dt \quad (34)$$



Obr. 28 – Vysvětlující schéma deformace elementu [21]

Deformace pryže je aproximována lineární funkcí. Sílu potřebnou k dosažení deformace elementu $F_{x,i}$ lze definovat vztahem (35), kde k značí tuhost pryže. [21]

$$F_{x,i} = k \cdot \delta_i \quad (35)$$

Deformace elementu je limitována třením mezi pneumatikou a silnicí. Maximální sílu působící na jeden element lze definovat vztahem (36), kde $F_{z,i}$ je vertikální síla působící na element a μ značí součinitel tření. [21]

$$F_{x,i,max} = \mu \cdot F_{z,i} \quad (36)$$

Kombinací dvou předešlých rovnic lze spočítat maximální deformaci elementu $\delta_{i,max}$. [21]

$$\delta_{i,max} = \frac{\mu \cdot F_{z,i}}{k} \quad (37)$$

Jakmile deformace dosáhne této hodnoty, tak dojde ke skluzu. Na štetiny působí síla $\mu \cdot F_{z,i}$. V kontaktní ploše mohou nastat tři situace. Při první z nich je v celé kontaktní ploše přilnavost a křivka skluzu závisí pouze na vlastnostech pryže. Ve druhé situaci dochází jak k přilnavosti, tak ke skluzu. Kontaktní plocha se rozdělí na dvě sekce. Místo rozdělení těchto dvou sekcí značené $x_{cs,i}$ lze spočítat pomocí vzorce (38). Třetí situaci charakterizuje oblast skluzu po celé kontaktní ploše. V tomto případě závisí brzdná síla pouze na koeficientu tření. [21]

$$x_{cs,i} = a - \frac{\mu \cdot F_{z,i} \cdot \Omega \cdot R_d}{v_{sx} \cdot k} \quad (38)$$

Pomocí integrace po celé délce kontaktu lze zjistit celkovou brzdnu sílu. Musí se ale zavést následující změny: $k = c_p \cdot dx_c$, $F_{z,i} = q_z(x_c) \cdot \mu \cdot dx_c$. Konstanta c_p označuje tuhost na jednotku délky a q_z svislou sílu na jednotku délky mezi pneumatikou a vozovkou. Celková brzdná síla je poté definována rovnicí (39). [21]

$$F_x = \int_{x_{cs}}^a c_p \cdot \frac{v_{sx}}{\Omega \cdot R_d} \cdot (a - x_c) \cdot dx_c + \int_a^{x_{cs}} q_z(x_c) \cdot \mu \cdot dx_c \quad (39)$$

Za pomoci několika úprav se vzorec pro celkovou brzdnu sílu přepíše do tvaru (40). [21]

$$F_x = 2 \cdot c_p \cdot a^2 \cdot \kappa - \frac{4}{3} \cdot \frac{(c_p \cdot a^2 \cdot \kappa)^2}{\mu \cdot F_z} + \frac{8}{27} \cdot \frac{(c_p \cdot a^2 \cdot \kappa)^3}{(\mu \cdot F_z)^2} \quad (40)$$

Vertikální rozložení tlaku lze považovat za parabolické a platí pro něj vztah (41). [21]

$$q_z(x) = \frac{3 \cdot F_z}{4 \cdot a} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \quad (41)$$

2.2.2 VYLEPŠENÍ PŘESNOSTI MODELU

Kartáčový model prezentovaný v předchozích řádcích nachází uplatnění při řešení neznámého součinitele tření mezi pneumatikou a vozovkou. Výhodou je jeho jednoduchost, protože obsahuje pouze dva parametry popisující závislost podélného skluzu na síle, a to brzdnu tuhost ($2 \cdot c_p \cdot a^2$) a maximální třecí sílu ($\mu \cdot F_z$). Parametry lze odhadnout měřením skutečné charakteristiky pneumatiky i při malém podélném skluzu. Přesnost kartáčového modelu ale není vždy dostačující, a proto byl vyvinut modifikovaný kartáčový model, který využívá

kalibračního parametru k dosažení lepších výsledků. Kalibrační parametr je založen na proměnném rozložení tlaku. Klasický kartáčový model využívá parabolické funkce k popisu rozložení tlaku mezi pneumatikou a vozovkou. Rozložení tlaku u modifikovaného kartáčového modelu je definováno vzorcem (42), kde parametr d umožňuje výchylku maximálního tlaku do obou stran. Velikost parametru musí zůstat v rozmezí $|d| < 1$. V opačném případě se v některých částech kontaktní plochy vyskytují hodnoty podtlaku. Parametr d lze zvolit teoretickým i praktickým způsobem. [21]

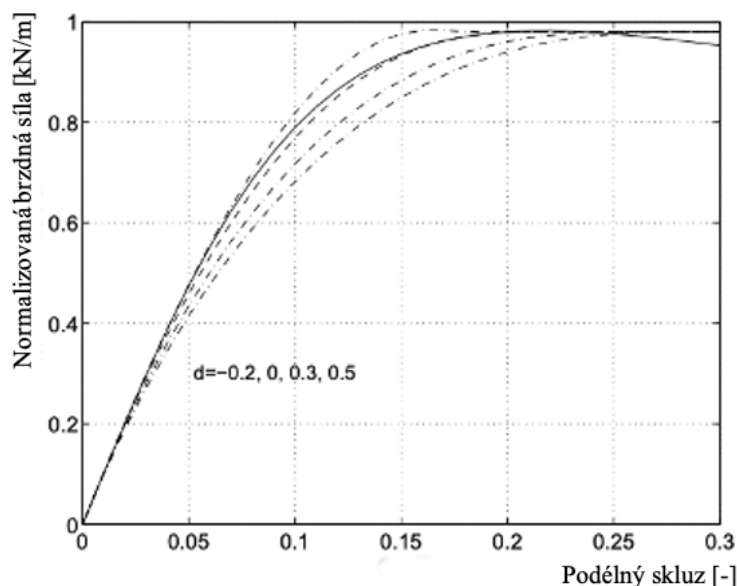
$$q_z(x) = \frac{3 \cdot F_z}{4 \cdot a} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \cdot \left(1 + d \cdot \frac{x}{a}\right) \quad (42)$$

Rozložení tlaku se liší v závislosti na jízdní situaci. Během valení je tlak na přední straně kontaktní plochy větší než na zadní z důvodu nepřetržitých deformací. Střed svislé síly je proto mírně vychýlen dopředu ve směru jízdy. Změna situace nastane například v případě brzdění, kdy dojde k dalšímu posunutí středu svislé síly ve směru jízdy. Kostra pláště se napne v přední části a stlačí v zadní. Obecně lze říct, že střed svislé síly se pohybuje opačným směrem než působí vyvinutá síla pneumatiky. [21]

Pro zjištění maximální brzděné síly při užití modifikovaného kartáčového modelu je nutné spočítat rovnici (43). [21]

$$F_x = \int_{-a}^{x_s} \frac{3 \cdot \mu \cdot F_z}{4 \cdot a} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \cdot \left(1 + d \cdot \frac{x}{a}\right) \cdot dx + \int_{x_s}^a (a - x) \cdot c_p \cdot \kappa \cdot dx \quad (43)$$

Modifikovaný kartáčový model je výhodné použít v případě menších podélných skluzů. V grafu na obrázku 29 si lze všimnout, že při výběru parametru d o hodnotě $-0,2$ je modifikovaný kartáčový model v oblastech nízkého podélného skluzu velmi přesný a téměř se vyrovná modelu Magic Formula. Pro velké hodnoty podélného skluzu je z důvodu přesnosti vhodné zvolit parametr d rovný nule. [21]



Obr. 29 – Porovnání modifikovaného kartáčového modelu (čárkované čáry) s přesnějším modelem Magic Formula (plná čára) [21]

2.2.3 TEPELNÝ MODEL

Kartáčový model je možné vylepšit o výpočty tepelných charakteristik pláště. Pro zjednodušení lze předpokládat, že se pneumatika skládá pouze ze tří částí, a to běhounu, kostry a hustícího plynu. Teplotní změny jsou způsobeny dvěma faktory, a to procesem zahřívání prostřednictvím provedené práce a také přenosem tepla mezi částmi pneumatiky, povrchem silnice a okolním prostředím. K zahřátí běhounu a kostry přispívají deformace při průchodu kontaktní plochou. Předpokládá se, že prohnutí kostry přímo souvisí s rychlostí pneumatiky a celkovými silami působícími na plášť v podélném, bočním a svislém směru. Tepelné toky v těchto směrech značené \dot{Q}_{DPx} , \dot{Q}_{DPy} a \dot{Q}_{DPz} lze charakterizovat vztahy (44) až (46), kde η značí účinnost pneumatiky v jednotlivých směrech. [49]

$$\dot{Q}_{DPx} = \eta_x \cdot v_x \cdot |F_x| \quad (44)$$

$$\dot{Q}_{DPy} = \eta_y \cdot v_x \cdot |F_y| \quad (45)$$

$$\dot{Q}_{DPz} = \eta_z \cdot v_x \cdot |F_z| \quad (46)$$

Celkový tepelný tok \dot{Q}_{DPcelk} se spočítá vztahem (47). [49]

$$\dot{Q}_{DPcelk} = \dot{Q}_{DPx} + \dot{Q}_{DPy} + \dot{Q}_{DPz} \quad (47)$$

Tento celkový tepelný tok je rozdělen mezi běhoun a kostru pomocí konstanty R_{CT} . Platí vzorce (48) a (49), kde člen \dot{Q}_{DPt} značí tepelný tok přijatý běhounem a \dot{Q}_{DPC} tepelný tok přijatý kostrou. [49]

$$\dot{Q}_{DPt} = \dot{Q}_{DPcelk} \cdot R_{CT} \quad (48)$$

$$\dot{Q}_{DPC} = \dot{Q}_{DPcelk} \cdot (1 - R_{CT}) \quad (49)$$

Pro výpočet zahřívání pláště v kontaktní ploše platí rovnice (50). Člen \dot{Q}_{FP} značí tepelný tok způsobený třením, který je přijatý pláštěm. Členy $F_{x,skluz}$ a $F_{y,skluz}$ charakterizují podélné a boční třecí síly. Člen R_{RT} značí konstantu určující podíl tepelného toku, který pneumatika přijímá z celkového tepelného toku vzniklého třením. [49]

$$\dot{Q}_{FP} = \{ |v_{sx}| \cdot |F_{x,skluz}| + |v_{sy}| \cdot |F_{y,skluz}| \} \cdot R_{RT} \quad (50)$$

Co se týče přenosů tepla, tak model bere v úvahu konstantní teploty povrchu vozovky a okolí. Pro stanovení jednotlivých přenosů tepla nachází uplatnění jednoduché termomechanické principy. Tepelný tok mezi běhounem a povrchem vozovky \dot{Q}_{2-1} je vystižen vztahem (51), kde S značí plochu konvekce, T_t teplotu běhounu, T_r teplotu vozovky a α_{2-1} součinitel přestupu tepla mezi běhounem a povrchem vozovky. [49]

$$\dot{Q}_{2-1} = S_{2-1} \cdot \alpha_{2-1} \cdot (T_t - T_r) \quad (51)$$

Tepelný tok mezi běhounem a kostrou \dot{Q}_{2-3} lze vyjádřit vztahem (52), kde T_c značí teplotu kostry a α_{2-3} součinitel přestupu tepla mezi běhounem a kostrou. [49]

$$\dot{Q}_{2-3} = S_{2-3} \cdot \alpha_{2-3} \cdot (T_t - T_c) \quad (52)$$

Tepelný tok mezi kostrou a okolním vzduchem \dot{Q}_{3-5} lze napsat vzorcem (53), kde T_a značí teplotu okolního vzduchu a α_{3-5} součinitel přestupu tepla mezi kostrou a okolním vzduchem. [49]

$$\dot{Q}_{3-5} = S_{3-5} \cdot \alpha_{3-5} \cdot (T_c - T_a) \quad (53)$$

Tepelný tok mezi hustícím plynem a kostrou \dot{Q}_{3-4} lze charakterizovat vzorcem (54), kde T_i značí teplotu hustícího plynu a α_{3-4} součinitel přestupu tepla mezi hustícím plynem a kostrou. [49]

$$\dot{Q}_{3-4} = S_{3-4} \cdot \alpha_{3-4} \cdot (T_c - T_i) \quad (54)$$

Tepelný tok mezi běhounem a okolním vzduchem \dot{Q}_{2-5} je možné vystihnout rovnicí (55), kde α_{2-5} značí součinitel přestupu tepla mezi běhounem a okolním vzduchem. [49]

$$\dot{Q}_{2-5} = S_{2-5} \cdot \alpha_{2-5} \cdot (T_t - T_a) \quad (55)$$

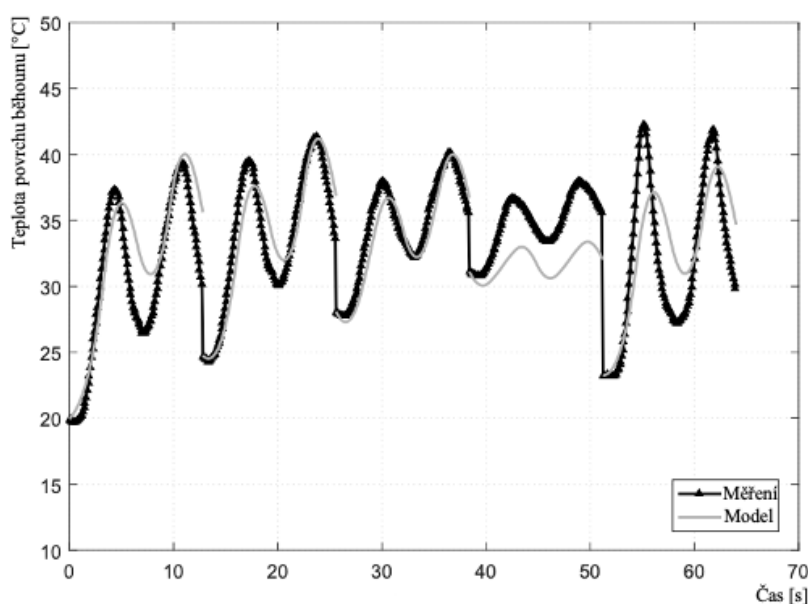
Diferenciální rovnice pod čísly (56) až (58) vyjadřují teplotní změny běhounu, kostry a hustícího plynu. Člen m značí hmotnost složky a c její měrnou tepelnou kapacitu. [49]

$$\frac{dT_t}{dt} = \frac{\dot{Q}_{FP} + \dot{Q}_{DPt} - \dot{Q}_{2-1} - \dot{Q}_{2-3} - \dot{Q}_{2-5}}{c_t \cdot m_t} \quad (56)$$

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{\dot{Q}_{DPc} + \dot{Q}_{2-3} - \dot{Q}_{3-4} - \dot{Q}_{3-5}}{c_c \cdot m_c} \quad (57)$$

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{\dot{Q}_{3-4}}{c_i \cdot m_i} \quad (58)$$

Graf na obrázku 30, který porovnává průběh teploty běhounu v čase pro model a naměřená data, ukazuje poměrně dobrou přesnost výpočtů tepelné modifikace kartáčového modelu. Průměrná odchylka modelu od naměřených dat činí 8,5 %. [49]



Obr. 30 – Porovnání dat získaných z tepelného modelu a pomocí měření [49]

2.2.4 MODELY ZALOŽENÉ NA KARTÁČOVÉM TYPU

FIALA MODEL

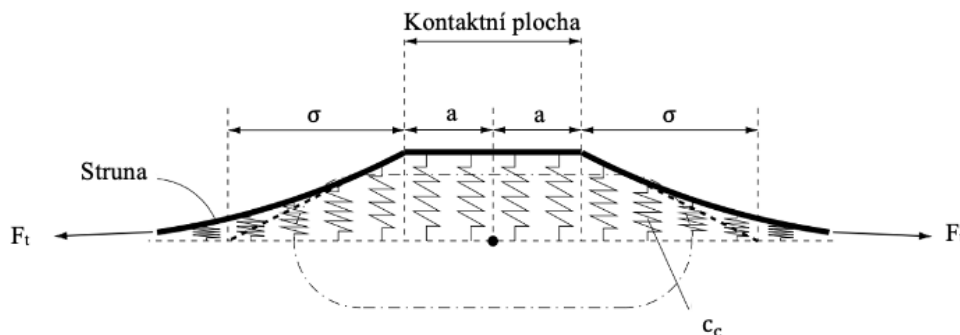
Kostra tohoto modelu je vyjádřena jako nosník umístěný na pružném základě v bočním směru. Ohebné kartáčové prvky zajišťují kontakt mezi kostrou a povrchem vozovky. Fialův model nachází uplatnění při určování sil a momentů v kontaktní ploše. Dále je schopen aproximovat parabolické rozložení tlaku v kontaktní ploše. Při určování okamžité hodnoty koeficientu tření je využito lineární interpolace závislé na skluzu a koeficientu statického tření. Není zohledněn vliv úhlu odklonu a vratný moment. [20]

UA MODEL

Jedná se o model pláště pocházející z Arizonské univerzity. Je schopný spočítat síly v kontaktu pneumatiky s vozovkou jako funkce kinematických stavů pláště. Pro definování jízdních podmínek model využívá známých hodnot rychlostí, skluzových charakteristik, normálového zatížení a úhlu odklonu. K vystihnání parametrů pneumatik je využito vertikální tuhosti, podélné tuhosti, boční tuhosti, klopné tuhosti, koeficientu tření a skluzových charakteristik. [42]

2.3 STRING MODEL

Jde o jednoduchý fyzikální model, ve kterém se pneumatika považuje za nehmotnou strunu. Tato struna je rovnoměrně pružně podepřena v bočním směru a působí na ni konstantní napínací síla. Kontakt struny s vozovkou lze vystihnout konečnou délkou a není zde přítomen skluz. V případě nevalící se pneumatiky a za působení bočního posuvu lze deformaci struny charakterizovat obrázkem 31. Rozměrový parametr σ je závislý na bočním vychýlení a sklonu struny mimo kontaktní oblast. Dále F_t značí napínací sílu a c_c boční tuhost struny na jednotku délky. [30]



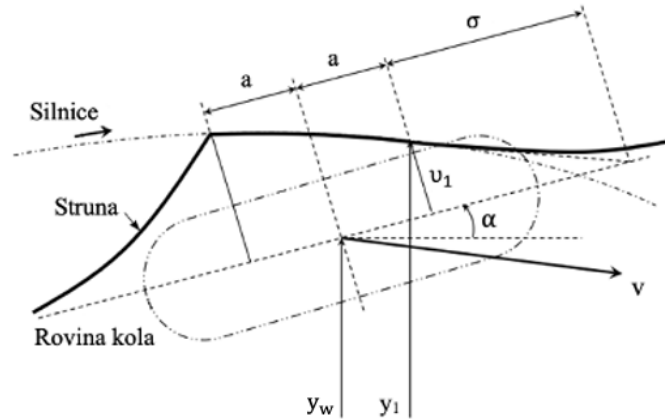
Obr. 31 – String model v případě nevalící se pneumatiky [30]

Rozměrový parametr σ lze spočítat vzorcem (59) pod podmínkou malých deformací a neexistenci skluzu. [30]

$$\sigma = \sqrt{\frac{F_t}{c_c}} \quad (59)$$

V momentě začátku pohybu pneumatiky jednotlivé elementy struny postupně prochází kontaktní oblastí. Situaci znázorňuje obrázek 32. Umístění počátečního bodu y_1 je dáno vztahem (60), kde v_1 značí boční průhyb struny v tomto bodě a y_w umístění středu pneumatiky. [30]

$$y_1 = y_w + a \cdot \alpha + u_1 \quad (60)$$



Obr. 32 – String model v případě valící se pneumatiky [30]

Míru vychýlení počátečního bodu vzhledem k rovině kola lze vypočítat vztahem (61). Vzorec platí pod podmínkou malých deformací a neexistenci skluzu. [30]

$$\dot{u}_1 = v \cdot \left(\alpha - \frac{v_1}{\sigma} \right) - \dot{y}_w - a \cdot \dot{\alpha} \quad (61)$$

Rovnice (62) popisuje boční polohu počátečního bodu v čase. Jedná se o nejdůležitější rovnici tohoto modelu. [30]

$$\frac{\sigma}{v} \cdot \dot{y}_1 + y_1 = y_w + (\sigma + a) \quad (62)$$

Při opouštění kontaktní zóny boční průhyb struny klesá k nule. Kvůli neexistenci tuhosti v ohybu struny dochází k zalomení v posledním kontaktním bodě. [30]

Pro výpočty sil a momentů je nutné provést integraci přes kontaktní a volnou část struny. Využívá se přenosových funkcí označených H. Jako příklad přenosové funkce lze zmínit vztah (63) platný pro boční sílu, kde parametr s značí komplexní Laplaceho proměnnou. [30]

$$H_{F_{y,\alpha}}(s) = c_c \cdot \left(\frac{2 \cdot (\sigma + a)}{\frac{s}{v}} - \left(1 + \frac{\sigma \cdot \frac{s}{v} - 1}{\sigma \cdot \frac{s}{v} + 1} \cdot e^{-\frac{2 \cdot a \cdot s}{v}} \right) \cdot \frac{1}{\left(\frac{s}{v} \right)^2} \right) \quad (63)$$

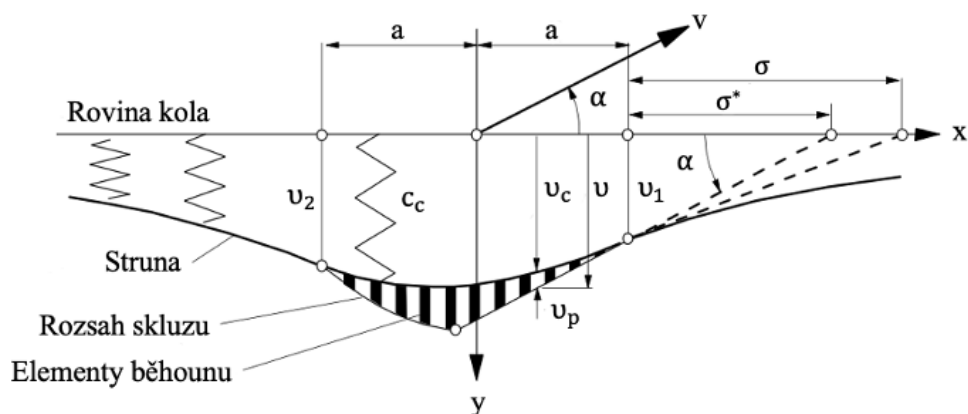
Dále lze definovat také různé parametry pneumatiky. Pro vratnou tuhost platí vztah (64) a pro směrovou tuhost vztah (65). [30]

$$C_{M\alpha} = -2 \cdot c_c \cdot \left(\sigma \cdot (\sigma + a) + \frac{1}{3} \cdot a^2 \right) \quad (64)$$

$$C_{\alpha} = 2 \cdot c_c \cdot (\sigma + a)^2 \quad (65)$$

2.3.1 MODIFIKOVANÝ STRING MODEL

Z důvodu značné odlišnosti některých vypočtených hodnot od reálných je vhodné String model rozšířit o prvky běhounu podobné kartáčovému modelu. Obrázek 33 vystihuje strukturu takového modelu. Celkový boční průhyb u se skládá ze dvou složek, a to z bočního průhybu struny u_c a bočního průhybu elementu běhounu u_p . [12]



Obr. 33 – String model rozšířený o prvky běhounu [12]

Výpočty různých parametrů modifikovaného String modelu znázorňují vztahy (66) až (69), kde ε značí poměr délek, σ_c a σ^* rozměrové parametry a c_p tuhost elementu běhounu na jednotku délky. [12]

$$\sigma = \sqrt{\frac{F_t}{c_c}} \quad (66)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{F_t}{c_c + c_p}} \quad (67)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{\sigma} = \sqrt{\frac{c_c}{c_c + c_p}} \quad (68)$$

$$\sigma^* = \frac{v_1}{\alpha} \quad (69)$$

Vychýlení struny mimo kontaktní plochu závisí na diferenciální rovnici (70). Vztah platí pod podmínkou $|x| > a$. [12]

$$\sigma^2 \cdot \frac{d^2 v_c}{dx^2} - v_c = 0 \quad (70)$$

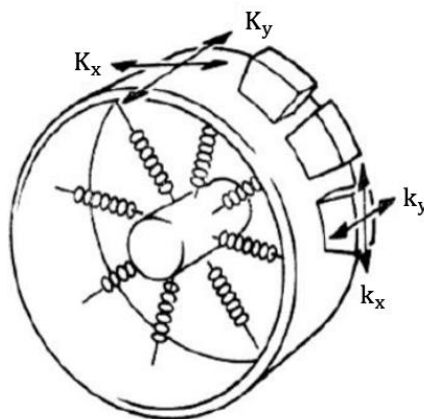
V kontaktní ploše se vychýlení struny řídí diferenciální rovnicí (71). Vztah platí pod podmínkou $|x| \leq a$. [12]

$$\sigma_c^2 \cdot \frac{d^2 v_c}{dx^2} - v_c = -(1 - \varepsilon^2) \cdot v \quad (71)$$

Pro výpočty sil a momentů působících na pneumatiku je stejně jako v případě nemodifikovaného modelu využito přenosových funkcí označených H , které jsou závislé na komplexní Laplaceho proměnné. [12]

2.4 HSRI MODEL

Jedná se o jednoduchý fyzikální model znázorněný na obrázku 34, který aproximuje běhoun pláště jako řadu elastických obdélníkových bloků, které jsou radiálně připojeny k pružnému či tuhému prstenci. [20] Síly působící na pneumatiku se počítají pomocí deformace kontaktní plochy. Deformace má tvar lichoběžníku za předpokladu konstantního rozložení kontaktního tlaku. [26]



Obr. 34 – Princip HSRI modelu [20]

Základní vzorec pro výpočet podélné síly lze zapsat způsobem (72), kde člen $C_{F\lambda}$ značí skluzovou tuhost pláště, λ skluz a $f(K_D)$ funkci bezrozměrné proměnné. [26]

$$F_x = C_{F\lambda} \cdot \frac{\lambda}{1+\lambda} \cdot f(K_D) \quad (72)$$

$$f(K_D) = \begin{cases} K_D \cdot (2 - K_D) & \text{pro } K_D < 1 \\ 1 & \text{pro } K_D \geq 1 \end{cases} \quad (73)$$

Bezrozměrnou proměnnou K_D lze spočítat vzorcem (74), kde μ_{\max} značí maximální koeficient tření. [26]

$$K_D = \frac{\mu_{\max} \cdot F_z \cdot (1+\lambda)}{2 \cdot \sqrt{(C_{F\lambda} \cdot \lambda)^2 + (C_{\alpha} \cdot \tan(\alpha))^2}} \quad (74)$$

Výpočetní náročnost modelu je velice nízká. Bohužel výstupní naměřené charakteristiky mají horší přesnost než ty získané například z empirického modelu Magic Formula. Proto existují různá vylepšení, která zvyšují přesnost modelu. [26]

2.4.1 VYLEPŠENÍ MODELU

Prvním příkladem vylepšení může být vynásobení podélné síly korekčním koeficientem G_{λ} . Tento korekční koeficient lze spočítat rovnicí (75), kde S značí velikost kontaktní plochy. Tato úprava ale nezajišťuje lepší přesnost pro všechny typy pneumatik. [26]

$$G_{\lambda} = (1,15 - 0,75 \cdot \mu_{\max}) \cdot \lambda^2 - (1,63 - 0,75 \cdot \mu_{\max}) \cdot S + 1,27 \quad (75)$$

Další modifikace, kterou lze vylepšit přesnost HSRI modelu, spočívá v úpravě výpočtu koeficientu tření, a to vztahem (76). Člen μ_p je koeficient statického tření a μ_s koeficient kluzného tření. [26]

$$\mu_{\text{mod}} = \mu_p - (\mu_p - \mu_s) \cdot \lambda \quad (76)$$

Do modifikovaného HSRI modelu lze zabudovat také vliv tlaku v pneumatice. Takovýto model byl vyvinut z důvodu slabšího výpočetního výkonu interních řídicích jednotek ve vozidlech. Modifikovaný HSRI model se zahrnutým vlivem tlaku je totiž výpočetně jednodušší než model Magic Formula. Lze dokázat, že vlivem proměnného hustícího tlaku dochází ke změně podélné skluzové tuhosti C_λ a koeficientů tření μ_p a μ_s . Závislost těchto proměnných parametrů na tlaku lze vystihnout polynomy druhého řádu (77) až (79). Vzorci dokáží správně vyřešit i situace, při kterých dochází k velké změně hustícího tlaku. [26]

$$\mu_p = \mu_{px1} + \mu_{pVx1} + \mu_{pPx1} \cdot dp_i + \mu_{px2} \cdot df_z + \mu_{pPx2} \cdot dp_i^2 + \mu_{pPDx1} \cdot dp_i \cdot df_z + \mu_{px3} \cdot df_z^2 \quad (77)$$

$$\mu_s = \mu_{sx1} + \mu_{SVx1} + \mu_{SPx1} \cdot dp_i + \mu_{sx2} \cdot df_z + \mu_{SPx2} \cdot dp_i^2 + \mu_{SPSx1} \cdot dp_i \cdot df_z + \mu_{sx3} \cdot df_z^2 \quad (78)$$

$$C_\lambda = C_{x1} + C_{Vx1} + C_{Px1} \cdot dp_i + C_{x2} \cdot df_z + C_{Px2} \cdot dp_i^2 + C_{PCx1} \cdot dp_i \cdot df_z + C_{x3} \cdot df_z^2 \quad (79)$$

$$dp_i = \frac{p_i - p_{i0}}{p_{i0}} \quad (80)$$

Význam parametrů zmíněných v rovnicích (77) až (80) je následující:

μ_{px1}	koeficient statického tření μ_p při působení F_{z0}
μ_{px2}	změna μ_p při působení zatížení
μ_{px3}	změna μ_p při působení zatížení na druhou
μ_{pPx1}	změna μ_p při působení hustícího tlaku
μ_{pPx2}	změna μ_p při působení hustícího tlaku na druhou
μ_{pPDx1}	lineární závislost hustícího tlaku a zátěžné síly na μ_p
μ_{pVx1}	faktor vertikálního posuvu pro μ_p
μ_{sx1}	faktor podélného tvaru pro μ_s při F_{z0}
μ_{sx2}	změna μ_s při působení zatížení
μ_{sx3}	změna μ_s při působení zatížení na druhou
μ_{SPx1}	změna μ_s při působení hustícího tlaku
μ_{SPx2}	změna μ_s při působení hustícího tlaku na druhou
μ_{SPSx1}	lineární závislost hustícího tlaku a zátěžné síly na μ_s
μ_{SVx1}	faktor vertikálního posuvu pro μ_s
C_{x1}	podélná skluzová tuhost C_λ při působení F_{z0}
C_{x2}	změna C_λ při působení zatížení
C_{x3}	změna C_λ při působení zatížení na druhou
C_{Px1}	změna C_λ při působení hustícího tlaku
C_{Px2}	změna C_λ při působení hustícího tlaku na druhou
C_{PCx1}	lineární závislost hustícího tlaku a zátěžné síly na C_λ
C_{Vx1}	faktor vertikálního posuvu pro C_λ
p_i	hustící tlak
p_{i0}	počáteční hodnota hustícího tlaku
dp_i	normalizovaná změna hustícího tlaku

[26]

Z důvodu zabránění značného opotřebení pneumatik při vysokých hodnotách skluzu bylo nutné maximální skluz limitovat na 30 %. Proto se zavedl normalizovaný skluz λ_{norm} , který ve všech

dříve uvedených vzorcích HSRI modelu nahrazuje skluz λ . Vypočítá se způsobem (81), kde λ_{end} značí požadovaný limit hodnoty skluzu o hodnotě 0,3. Po zavedení normalizovaného skluzu je potřeba vynásobit výpočet skluzové tuhosti C_λ konstantou λ_{end} . [26]

$$\lambda_{\text{norm}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{end}}} \tag{81}$$

2.4.2 PŘESNOST MODELU

Ke zjištění odchylky mezi naměřenými a vypočtenými daty se zavedla veličina ε vyjádřená rovnicí (82). Písmeno i značí každý vzorový bod křivek koeficientů tření a n je celkový počet těchto vzorových bodů. Dolní indexy „model“ a „měření“ znázorňují výsledky přizpůsobení modelu pneumatiky a naměřených dat. [26]

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_{\text{model},i} - \mu_{\text{měření},i})^2}{\sum_{i=1}^n (\mu_{\text{měření},i})^2}} \tag{82}$$

Pomocí veličiny ε lze porovnávat přesnosti napříč jednotlivými modely pláštěů. Například při porovnání modifikovaného HSRI modelu s modelem Magic Formula v2012 se dá dojít k závěru, že modifikovaný HSRI model více odpovídá naměřeným datům. Pokus byl proveden během konkrétní jízdní zkoušky pro tři typy pláštěů, a to sportovní, ekologické a terénní. Odchylka mezi těmito dvěma modely je poměrně malá při testu terénních pláštěů (0,21 %) a také při testu ekologických pláštěů (1,14 %). Výraznější rozdíl v přesnosti nastává až při testování sportovních pláštěů (2,9 %). Porovnání přesnosti modelů v závislosti na zvolených pneumatikách si lze přehledně prohlédnout v tabulce 1. [26]

Tab. 1 – Porovnání přesnosti dvou matematických modelů [26]

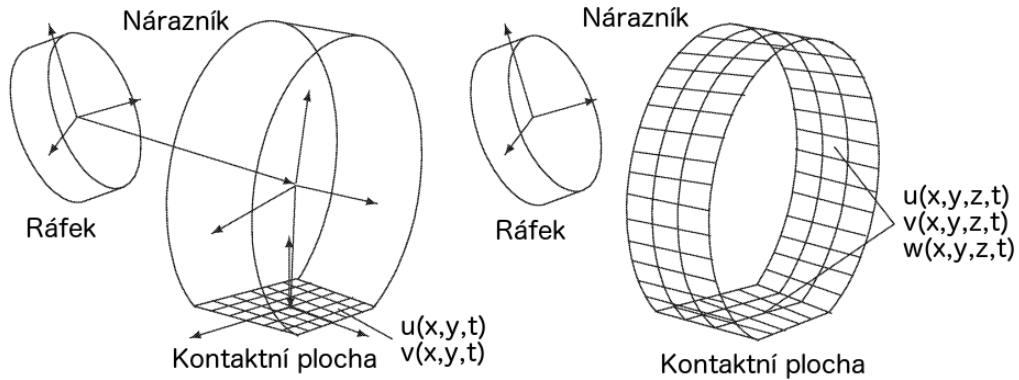
Matematický model	Přesnost – sportovní pláště	Přesnost – ekologické pláště	Přesnost – terénní pláště
M. F. v2012	7,10 %	6,06 %	4,40 %
Modifikované HSRI	4,20 %	4,92 %	4,19 %

2.5 RMOD-K MODEL

Jde o fyzikální model založený na metodě konečných prvků, který nachází uplatnění při různých výpočtech týkajících se cestovního komfortu a životnosti pneumatik. Nabízí výběr z široké škály různých typů pláštěů či terénů. Model je úzce propojen se softwarem ADAMS, kterému stačí pouze dva parametry pro definování pláště. Ty lze získat například pomocí naměřených dat. Výpočty pomocí nástroje RMOD-K jsou založeny na dvou skupinách modelů s odlišným přístupem. Obě skupiny modelů jsou znázorněny na obrázku 35. [29]

Do první skupiny patří modely s diskretizovanou kontaktní plochou, které umožňují simulaci přechodných sil v plášti až do frekvence 80 Hz během jízdy vozidla po hladkém povrchu či povrchu s dlouhými vlnovými délkami. Tyto modely nevyžadují znát jako vstupní parametry hodnoty skluzů. Jsou schopny spočítat síly působící na plášť i při nulové rychlosti vozidla a dále dokáží ve výpočtech zohlednit buzení pocházející od pružícího systému vozu. Tlak působící v kontaktní ploše lze simulovat pomocí známého vertikálního zatížení či úhlu odklonu. [29]

Do druhé skupiny patří modely s diskretizovaným nárazníkem, které umožňují výpočty sil působících na pneumatiku při překonávání různých nerovností vozovky. Tlak, který působí v kontaktní ploše, lze vystihnout pomocí výpočtů dynamiky struktury. Modely patřící do druhé skupiny využívají pouze fyzikálního přístupu. [29]



Obr. 35 – Modely první (nalevo) a druhé (napravo) skupiny [29]

2.5.1 MODEL JÍZDNÍ DYNAMIKY

V tomto případě nachází využití modely patřící do první skupiny. Nárazník je elasticky spojen s ráfkem a zatížen kontaktními silami. Pohybové rovnice nárazníku popisují jeho posuvy vzhledem k ráfku. Pohyby nárazníku a ráfku jsou použity k výpočtu rychlostního pole kontaktní plochy, které je dáno funkcemi $g_x(x,y,t)$ a $g_y(x,y,t)$. Tyto dvě funkce společně s rychlostí nárazníku v_{Tx} tvoří kinematické vstupy modelu. Jednotlivé posuvy v kontaktní ploše $u(x,y,t)$ a $v(x,y,t)$ lze spočítat vztahy (83) a (84). [29]

$$\frac{du(x,y,t)}{dx} \cdot v_{Tx} + \frac{du(x,y,t)}{dt} = g_x(x,y,t) \quad (83)$$

$$\frac{dv(x,y,t)}{dx} \cdot v_{Tx} + \frac{dv(x,y,t)}{dt} = g_y(x,y,t) \quad (84)$$

Pokud se pneumatika přestane otáčet, tak se z parciálních diferenciálních rovnic (83) a (84) stanou obyčejné diferenciální rovnice. [29]

Diskretizace modelu vede k diferenciálním rovnicím (85) a (86). Za předpokladu úplné adheze lze posuvy vypočítat integrací tohoto lineárního systému. Člen Δh značí šířku mřížky, $u_{i,j}(t)$ má stejný význam jako $u(x_i, y_j, t)$ a $v_{i,j}(t)$ jako $v(x_i, y_j, t)$. [29]

$$\dot{u}_{i,j}(t) + \frac{v_{Tx}}{\Delta h} \cdot (u_{i,j}(t) - u_{i-1,j}(t)) = g_x(x_i, y_j, t) \quad (85)$$

$$\dot{v}_{i,j}(t) + \frac{v_{Tx}}{\Delta h} \cdot (v_{i,j}(t) - v_{i-1,j}(t)) = g_y(x_i, y_j, t) \quad (86)$$

Při vysokých vstupních hodnotách funkcí $g_x(x,y,t)$ a $g_y(x,y,t)$ jsou posuvy v kontaktu kola s vozovkou omezeny závislostí na koeficientu tření. Pokud v kontaktní ploše přestane platit předpoklad adheze, tak lze kontaktní sílu v tangenciálním směru F_k vypočítat pomocí součinitele tření závislého na rychlosti skluzu $\mu(v_s)$ a zátěžné síly závislé na čase $F_{z_{i,j}}(t)$. [29]

$$F_k = \mu(v_s) \cdot F_{z_{i,j}}(t) \quad (87)$$

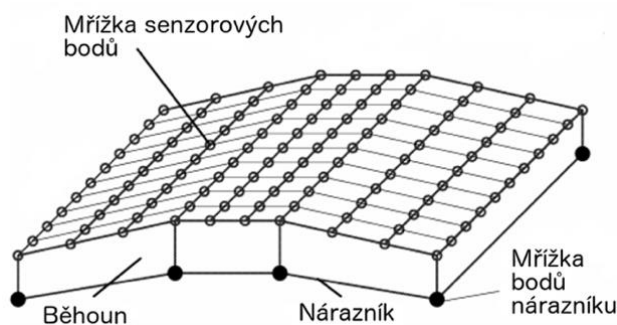
2.5.2 MODEL JÍZDNÍHO KOMFORTU

V případě jízdy po povrchu vozovky, který je charakteristický krátkými vlnovými délkami, je potřeba síly v kontaktní ploše spočítat pomocí modelu, který nelze charakterizovat tuhým nárazníkem. Nárazník je třeba vymodelovat jako deformovatelný. Existuje zde několik přístupů vhodných pro účely simulace od zjednodušeného pružného prutu po modely založené na metodě konečných prvků. Velmi složité modely nemohou být použity z důvodu velké náročnosti výpočtů při testování na dlouhých trasách. Využití zde mohou najít pouze modely, které nabízí dostatečnou přesnost výpočtů a nekladou velké požadavky na výpočetní čas. Modely jízdního komfortu se dělí na dvojrozměrné a trojrozměrné. Oba tyto modely jsou založeny na diskretizaci. Dvojrozměrný model může být použit pouze v situaci, kdy se pneumatika valí v přímém směru přes nerovnost vozovky. Pokud se plášť valí přes nerovnost vozovky pod úhlem, pak je nutné využít trojrozměrný model. Oba modely využívají geometrické nelineární tuhosti způsobené velkými deformacemi v kontaktní ploše. [29]

Pohybové rovnice struktury nárazníku lze odvodit z principu virtuálních prací. Bod o hmotnosti m_i a pozici definované vektorem \vec{r}_i je zatěžován silou $\vec{F}_{i,j}$ závisující na struktuře pláště a dále silou \vec{F}_i závisující na velikosti kontaktní plochy a hustícím tlaku. Vztahem (88) je dán systém obyčejných diferenciálních rovnic charakterizující pohyb. [29]

$$0 = \sum_i (\sum_j \vec{F}_{i,j} + \vec{F}_i - m_i \cdot \ddot{\vec{r}}_i) \cdot \delta \vec{r}_i \quad (88)$$

Modely jízdního komfortu využívají sensorových bodů na povrchu běhounu. Mřížku těchto bodů si lze prohlédnout na obrázku 36. Struktura vrstvy nárazníku je spojena s ráfkem přes membránu a zatěžována silami z vrstvy sensorových bodů a dále silami od hustícího tlaku. Tangenciální síly v kontaktní ploše lze odvodit pomocí posuvů vzhledem k referenčním bodům v nárazníku. Tyto síly závisí na normálové síle v kontaktní ploše a koeficientu tření. K výpočtu normálové síly je nutné znát tuhost běhounu. [29]



Obr. 36 – Ukázka sensorových bodů na povrchu běhounu [29]

2.5.3 VZTAH MEZI RMOD-K A SOFTWAREM ADAMS

Z pohledu uživatele je propojení mezi RMOD-K modelem a softwarem ADAMS definováno dvěma údaji, a to pomocí GFORCE a STRING. Parametry GFORCE charakterizují základnu ráfku, ovládají výběr datových souborů a vybírají vhodnou integrační metodu. Hodnota STRING obsahuje datové soubory pneumatik a terénů. Z pohledu systému je spojení rozděleno na mechanické a numerické rozhraní. Mechanické rozhraní definuje polohu, orientaci, rychlost a zrychlení ráfku jako vstupní data a síly pláště působící na ráfek jako výstupní data. Numerické rozhraní má za úkol synchronizovat dva integrátory. Jak model RMOD-K, tak software ADAMS mají svůj vlastní integrátor. Kroky integrátorů jsou na sobě nezávislé. [29]

2.6 TAME TIRE MODEL

Jde o poměrně nový fyzikální model pneumatiky vyvinutý společností Michelin, který nachází uplatnění především u dynamických simulací. Jeho cílem je co nejpřesněji popsat mechanické a tepelné vlastnosti pláště. Model dokáže předpovídat výkonnostní parametry pneumatiky téměř pro jakýkoliv typ manévru a povrch vozovky. Pomocí tohoto modelu lze spočítat podélné síly, příčné síly a také momenty působící na pneumatiku s ohledem na provozní podmínky, mezi které patří hustíci tlak, svislé zatížení, úhel odklonu, úhel skluzu, rychlost či teplota. TameTire model přináší nové možnosti v dynamických simulacích vozidel, mezi které patří například:

- lepší predikce brzdné dráhy zásluhou integrace rychlostních a teplotních vlivů v modelu
- předpověď časů kola na okruhu zásluhou integrace teplotních vlivů
- předpověď vývoje přilnavosti pláště během testování na okruhu
- získání konzistentní predikce podélné či boční síly pro jakoukoliv simulaci bezpečnostního manévru
- možnost změny tlaku v plášti během simulace a zkoumání vlivu na jízdní vlastnosti
- předpověď různých hodnot charakterizujících jízdní vlastnosti vozidla (vratný moment, odklon kola) s větší přesností zásluhou vlivu svislého zatížení, tlaku a teploty
- dobrá predikce přilnavosti pláště při velkém skluzu zásluhou zahrnutí vlivu rychlosti a teploty

[23]

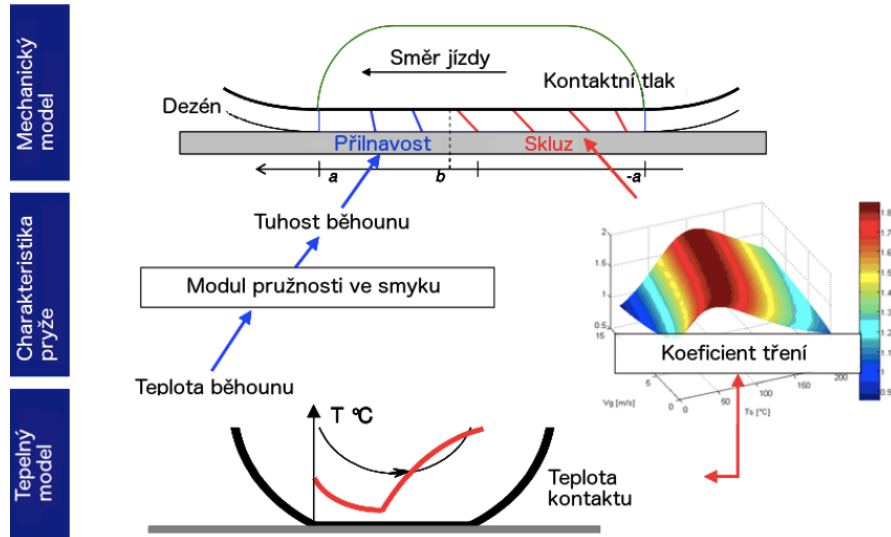
2.6.1 FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI MODELU

Jednotlivé rovnice TimeTire modelu jsou odvozeny při platnosti těchto předpokladů:

- pneumatika je uvažována jako jednotný celek pohybující se po rovném povrchu
- neuvažuje se valivý odpor při přímočarém pohybu
- síly působící v kontaktní ploše jsou počítány za suchých podmínek
- chování pláště se omezuje na rozpětí frekvencí mezi 10 Hz a 20 Hz
- není zahrnut vliv zakřivení silnice na charakteristiky sil a momentů působících na plášť
- výpočty pro síly a momenty působící na pneumatiku probíhají pouze pro kladné hodnoty rychlosti vozidla (k odhadu sil a momentů za klidu se využívá aproximací)
- předpokládá se rovnoměrné rozložení tepelného toku po jednu otáčku pláště (maximální odchylky od této aproximace je dosaženo při velmi nízké rychlosti či zablokování kol)

[23]

Podstatu TameTire modelu znázorňuje obrázek 37. Mechanický model je založen na stejném principu jako kartáčový model. Síly jsou počítány v kontaktní ploše, která se vyznačuje svými rozměry a rozložením zatížení. Okrajové podmínky elementu kartáčového modelu na rozhraní dezénu se zemí vystihuje třecí charakteristika, která závisí na teplotě, tlaku a skluzové rychlosti v kontaktní ploše. Okrajové podmínky na rozhraní dezénu s pevnou částí kola charakterizuje poddajnost kostry a pásů nárazníku. Tuhost dezénu určuje smykovou sílu elementu kartáčového modelu a závisí na teplotě běhounu a modulu pružnosti ve smyku. Pomocí tepelného modelu se počítá teplota panující na rozhraní pryže a silnice po celé kontaktní ploše. [23]



Obr. 37 – Vysvětlení principu TimeTire modelu [23]

2.6.2 PŘÍKLADY VÝPOČTŮ

Efektivní velikost kontaktní plochy S_{ADC} lze spočítat vzorcem (89), kde L_y je šířka kontaktní plochy, L_x průměrná délka kontaktní plochy a člen ent charakterizuje množství otevřeného prostoru v běhounu (pro hladkou pneumatiku je roven 1). [23]

$$S_{ADC} = ent \cdot L_x \cdot L_y \tag{89}$$

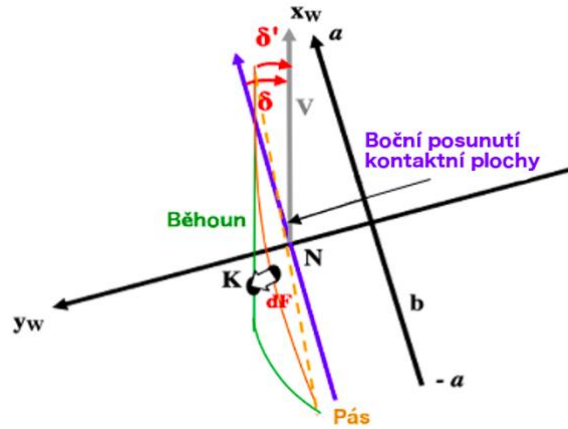
Rozložení tlaku podél kontaktní plochy lze znázornit rovnicí (90), kde člen n značí funkci zatížení a hustího tlaku pláště. Rozložení tlaku podél kontaktní plochy má tvar paraboly, pokud je pneumatika nahuštěna na vysoký tlak či je málo zatížena. Pokud panují opačné podmínky jako například nízký tlak uvnitř pláště, pak je rozložení tlaku více rovnoměrné. [23]

$$p(x) = \frac{2 \cdot n + 1}{2 \cdot n} \cdot \frac{F_z}{S_{ADC}} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{L_x} \right)^{2 \cdot n} \right) \tag{90}$$

Podélné a příčné síly lze odvodit pomocí jednotlivých kartáčových elementů v kontaktní oblasti. V případě vyvážení smykové síly třecí silou lze předpokládat, že kontakt pneumatiky s vozovkou zůstává ve skluzové oblasti až do konce kontaktní plochy. Poté je možné vystihnout podélnou a příčnou sílu vzorci (91) a (92). Člen b značí bod, který odpovídá přechodové oblasti mezi přilnavostí a skluzem v kontaktní ploše. Člen a charakterizuje polovinu průměrné délky kontaktní plochy. K_x a K_y značí tuhosti běhounu v podélném a příčném směru. Dále pomocí souřadnic x_K , y_K a x_N , y_N je definována poloha bodů K a N , které leží na opačných stranách kartáčového elementu. Bod K je umístěn na rozhraní elementu s povrchem vozovky a bod N leží na rozhraní elementu a pevné části kola. Polohu těchto bodů znázorňuje obrázek 38. Člen dS značí povrch jednoho elementu kartáče, $r_{K \cdot K}$ podíl tuhostí běhounu K_x/K_y a β distribuční člen třecí síly v osách x a y . Koeficient tření je závislý na skluzové rychlosti v_s , teplotním profilu v tloušťce dezénu T a kontaktním tlaku p . [23]

$$F_x = \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_b^a K_x \cdot (x_K - x_N) \cdot dS + \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_{-a}^b \frac{r_{K \cdot K}}{\sqrt{(r_{K \cdot K})^2 + (1 + K)^2 \cdot \beta^2}} \cdot \mu(p, v_s, T) \cdot p \cdot dS \tag{91}$$

$$F_y = \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_b^a K_y \cdot (y_K - y_N) \cdot dS + \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_{-a}^b \frac{(1+\kappa) \cdot \beta}{\sqrt{(\Gamma_K \cdot \kappa)^2 + (1+\kappa)^2 \cdot \beta^2}} \cdot \mu(p, v_s, T) \cdot p \cdot dS \quad (92)$$



Obr. 38 – Vysvětlení jednotlivých členů v rovnicích pro podélné a příčné síly [23]

Distribuční člen třecí síly v osách x a y , který ovlivňuje výpočty podélné a příčné síly, lze vyjádřit vztahem (93), kde S_2 značí tuhost pásů nárazníku v ohybu a δ' efektivní úhel skluzu. [23]

$$\beta = \delta' - \frac{1}{2} \cdot S_2 \cdot F_y \cdot (a + x_N) \quad (93)$$

Jak už bylo řečeno, TameTire model pneumatiky obsahuje také tepelný model, který například dokáže aproximovat teplotu v oblasti kontaktní plochy T_C . Výpočet lze provést rovnicemi (94) a (95), kde T_s značí povrchovou teplotu běhounu během jedné otáčky, T_{sil} teplotu silnice, $\dot{Q}(\xi)$ tepelný tok mezi běhounem a povrchem vozovky závislý na rameni valivého odporu, e_{sil} tepelnou efuzivitu silnice a e_{pr} tepelnou efuzivitu pryže. [23]

$$T_C(t) = T_0 + \int_0^t \frac{\alpha}{e_{pr}} \cdot \dot{Q}(\xi) \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \xi}} \cdot d\xi \quad (94)$$

$$T_0 = \frac{T_s \cdot e_{pr} + T_{sil} \cdot e_{sil}}{e_{pr} + e_{sil}} \quad (95)$$

Dále existuje rovnice (96), která znázorňuje teplotu v celé tloušťce běhounu. Parametr x v této rovnici značí radiální směr od povrchu k jádru běhounu, c_p měrnou tepelnou kapacitu za konstantního tlaku, \dot{q} hustotu tepelného toku a nakonec λ součinitel tepelné vodivosti. [23]

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{\rho \cdot c_p} \quad (96)$$

Průměrnou hustotu tepelného toku po obvodu pláště během jedné otáčky lze získat pomocí vztahu (97). Členy t_{vz} a \dot{q}_{vz} charakterizují element pryže v oblasti mimo kontaktní plochu, t_{sil} a \dot{q}_{sil} v oblasti kontaktní plochy a nakonec t_{sk} a \dot{q}_{sk} v oblasti skluzu. [23]

$$\dot{q} = \frac{\dot{q}_{sk} \cdot t_{sk} + \dot{q}_{sil} \cdot t_{sil} + \dot{q}_{vz} \cdot t_{vz}}{t_{sil} + t_{vz}} \quad (97)$$

Hustotu tepelného toku konvekci v oblasti mimo kontaktní plochu \dot{q}_{vz} lze charakterizovat vztahy (98) a (99), kde Re značí Reynoldsovo číslo, Pr Prandtlovo číslo, D průměr pneumatiky,

T_{vz} teplotu vzduchu a α_{vz} součinitel přestupu tepla v oblasti mimo kontaktní plochu. Součinitel C_{vz} je roven jedné v případě konvenčních osobních automobilů. U vozů s odkrytými koly, mezi které patří například různé formule, zohledňuje další výměnu tepla z důvodu příchozího proudu vzduchu. [23]

$$\dot{q}_{vz} = C_{vz} \cdot \alpha_{vz} \cdot (T_S - T_{vz}) \quad (98)$$

$$\alpha_{vz} = 0,025 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,33} \cdot \frac{D}{\lambda} \quad (99)$$

Hustotu tepelného toku v oblasti kontaktní plochy \dot{q}_{sil} lze charakterizovat rovnicemi (100) a (101), kde α_{sil} značí součinitel přestupu tepla v oblasti kontaktní plochy. [23]

$$\dot{q}_{sil} = \alpha_{sil} \cdot (T_S - T_{sil}) \quad (100)$$

$$\alpha_{sil} = -2 \cdot \frac{e_{pr} \cdot e_{sil}}{e_{pr} + e_{sil}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t_{sil} \cdot \pi}} \quad (101)$$

Hustotu tepelného toku ve skluzové oblasti v důsledku tření \dot{q}_{sk} lze vyjádřit rovnicí (102), kde v_s je rychlost skluzu, S_s plocha oblasti skluzu a F_{sk} složka síly pláště generovaná třením. [23]

$$\dot{q}_{sk} = \frac{v_s \cdot F_{sk}}{S_s} \quad (102)$$

2.6.3 PŘESNOST MODELU

Jako statistický indikátor sloužící pro porovnání měření s predikcí modelu TameTire je využívána hodnota jménem TED, která se spočítá vzorcem (103). Parametr Y_{cal} znamená velikost veličiny vypočítané pomocí modelu, což může být například boční síla vypočítaná modelem pro určité podmínky. Člen Y_{mes} značí velikost veličiny měřené během zkoušky, což může být boční síla měřená za stejných podmínek jako v případě parametru Y_{cal} . $\overline{Y_{mes}}$ je průměr naměřených veličin. Hodnota N je počet měření a M počet parametrů modelu. [24]

$$TED = 100 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_{cal}(i) - Y_{mes}(i))^2}{\sum_{i=1}^N (Y_{mes}(i) - \overline{Y_{mes}})^2}} \cdot \sqrt{\frac{N-1}{N-M}} \quad (103)$$

2.7 FTIRE MODEL

Jedná se o fyzikální model pláště, který byl navržen pro přesnou simulaci chování pneumatiky při různých jízdních podmínkách. Zvládne se vypořádat i s velice nestandardními situacemi, mezi které patří například extrémně krátké vlnové délky povrchu vozovky. FTire vysvětluje chování pneumatik pomocí mechanických, termomechanických i tribologických principů. Model lze charakterizovat následujícími vlastnostmi:

- je velmi rychlý a flexibilní
- je vhodný pro frekvenční rozsah do 200 Hz
- zvládne zohlednit nehomogenní rozdělení hmoty a lokální opotřebení běhounu
- má schopnost zohlednit prokluz pláště na ráfku pro velmi velké hnací nebo brzdící síly
- obsahuje model rozložení teploty v nárazníku a vibrační model objemu vzduchu

- zahrnuje i pružný model ráfku
- podporuje uživatelem definované modely opotřebení či pružnosti ráfku
- má integrovanou digitální silniční knihovnu umožňující výpočty i pro poddajné povrchy
- nabízí pokročilé animace týkající se deformace nárazníku či rozložení teploty

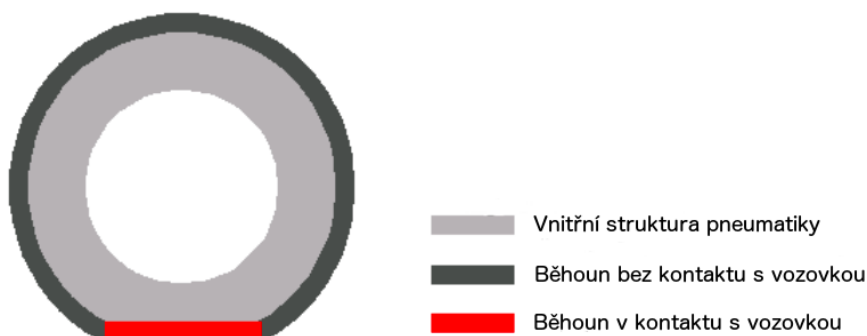
[28]

2.7.1 MECHANICKÝ MODEL

V základním mechanickém modelu je nárazník pláště popsán jako pružný prstenec, který má několik stupňů volnosti umožňujících pohyb. Prstenec je aproximován konečným počtem elementů. Tyto elementy jsou navzájem spojeny tuhými pružinami. Důležité jsou velikosti tuhosti v ohybu působící mezi jednotlivými elementy. Ke každému elementu je přiřazeno určité množství nehmotných částí běhounu, které mají nelineární tuhosti a tlumící vlastnosti v radiálním, tangenciálním a bočním směru. Radiální výchylky částí běhounu závisí například na povrchu vozovky či na samotném uspořádání těchto částí. Tangenciální a boční výchylky jsou závislé na rychlosti skluzu. Pro přesnější aproximaci reakcí na buzení má každý element několik dalších stupňů volnosti. Pomocí těchto stupňů volnosti je popsán úhel podélného natočení každého elementu vzhledem k ráfku a jeho ohyb v bočním směru. Sousední úhly natočení elementů jsou mezi sebou spojeny tuhostí natočení. Všechny síly a momenty v pneumatice působící na ráfek lze spočítat integrací sil do pružného základu nárazníku. Přesnost výsledného modelu je velmi dobrá, a to i za náročných podmínek, mezi které patří například brzdění s ABS na extrémně nerovném povrchu vozovky. [28]

2.7.2 TEPELNÝ MODEL

Tepelný model se skládá ze tří základních komponent. První komponenta značí termomechanický výpočet skutečného hustičího tlaku jako funkci hmotnosti vzduchu v plášti, hustičího tlaku za studena, teploty v plášti a aktuálního vnitřního objemu. Plyn uvnitř pláště je považován za ideální. Druhou složkou tepelného modelu je model vzniku a přenosu tepla. Ten zavádí stavové proměnné pro teplotu struktury pneumatiky včetně hustičího plynu a dále pro teplotu každého prvku běhounu. Poslední ze tří základních komponent charakterizuje teplotu pryže. Tato nezávislá proměnná je zohledněna v případě tepelně závislého korekčního faktoru koeficientu tření. Model vzniku a přenosu tepla je zjednodušen na tři oblasti. Každá tato oblast má různé tepelné vlastnosti. Rozdělení znázorňuje obrázek 39. [28]



Obr. 39 – Model vzniku a přenosu tepla FTire [28]

Pro oblast vnitřní struktury pláště platí určité předpoklady. Struktura pneumatiky je popsána pouze jednou globální teplotou. Součin rychlosti změny této teploty a celkové tepelné kapacity je roven součtu následujících komponent:

- ztrátě síly ve všech tlumících elementech nárazníku a bočních stěn s výjimkou tlumení a tření elementů běhounu
- teplotu, které je přenášeno ze struktury pláště do obou oblastí běhounu
- teplotu, které je přenášeno z bočních stěn do okolního vzduchu

[28]

V místě bez kontaktu s vozovkou je běhoun popsán distribuovanou teplotou, která přiřazuje jednu hodnotu teploty každému elementu běhounu. Součinn rychlosti změny této teploty a tepelné kapacity elementu běhounu je roven součtu následujících komponent:

- ztrátě síly v elementu běhounu kvůli materiálovému tlumení.
- podílu tepla, které je přenášeno ze struktury pláště do konkrétního elementu běhounu
- teplotu, které je přenášeno z elementu běhounu do okolního vzduchu

[28]

V místě kontaktu s vozovkou je běhoun opět charakterizován distribuovanou teplotou, která přiřazuje jednu hodnotu teploty každému elementu běhounu. Součinn rychlosti změny této teploty a tepelné kapacity elementu běhounu je roven součtu následujících komponent:

- určité části energie ztracené v elementu běhounu v důsledku suchého tření
- ztrátě síly v elementu běhounu z důvodu materiálového tlumení
- teplotu, které je přenášeno ze struktury pláště do konkrétního elementu běhounu
- teplotu, které je přenášeno z elementu běhounu na povrch vozovky

[28]

Ke správnému výpočtu tepelného modelu je třeba znát následující data:

C_S	tepelná kapacita struktury pneumatiky
C_T	tepelná kapacita běhounu
α_{ST}	součinitel přestupu tepla mezi běhounem a strukturou pláště
α_{SE}	součinitel přestupu tepla mezi okolím a strukturou pláště
α_{TE}	součinitel přestupu tepla mezi okolím a částí běhounu bez kontaktu s vozovkou
α_{TR}	součinitel přestupu tepla mezi silnicí a částí běhounu v kontaktu s vozovkou
$\kappa(v)$	faktor závislosti součinitelů přestupu tepla α_{SE} a α_{TE} na rychlosti valení

Parametry α_{TR} a $\kappa(v) \cdot \alpha_{TE}$ je nutné definovat jako součinitele přestupu tepla na jednotku délky vynásobené obvodem pneumatiky. Nejsou tedy závislé na skutečné délce kontaktní plochy. [28]

2.7.3 MODEL OPOTŘEBENÍ BĚHOUNU

Pro model opotřebení běhounu lze zavést rovnici (104), kde člen dh/dt značí předpověď okamžitého opotřebení části běhounu a h odpovídá výšce běhounu. Člen dh/dt je funkcí ztrátové energie P_T , termodynamické teploty T a zátěžné síly působící na element běhounu F_z . Ztrátovou energii P_T lze vypočítat vynásobením rychlosti skluzu s třecí silou. [28]

$$\frac{dh}{dt} = -f(P_T, T, F_z) \tag{104}$$

Funkci f lze určit pouze na základě vhodných měření. Výchozím bodem pro její určení je vzorec (105) obsahující dva neznámé parametry opotřebení c_0 a e_0 . Tyto parametry lze identifikovat na základě experimentálních vlastností opotřebení pneumatiky po celou dobu její životnosti. [28]

$$\frac{dh}{dt} = -c_0 \cdot \left(\frac{P_T}{1 \cdot \frac{N \cdot m}{s}} \right)^{e_0} \quad (105)$$

2.7.4 VIBRAČNÍ MODEL OBJEMU VZDUCHU

Tento model charakterizuje proměnnou hustotu, tlak a rychlost proudění vzduchu uvnitř pláště. Kolísání těchto parametrů je způsobeno hlavně změnami plochy průřezu pneumatiky. Rovnice (106) až (108) umožňují stanovit vztahy mezi hustotou vzduchu ρ , tlakem vzduchu p a rychlostí proudění vzduchu v obvodovém směru u . Vztahy vystihují jednorozměrný proud stlačeného vzduchu vnitřním objemem pláště, který je řízený plochou průřezu $S(t,x)$. [28]

$$\frac{d}{dt} \cdot (S \cdot \rho \cdot u) + \frac{d}{dx} \cdot (S \cdot \rho \cdot u^2) = -S \cdot \frac{dp}{dt} \quad (106)$$

$$\frac{d}{dt} \cdot (S \cdot \rho) + \frac{d}{dx} \cdot (S \cdot \rho \cdot u) = 0 \quad (107)$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k \quad (108)$$

Pro vibrační model objemu vzduchu platí počáteční a okrajové podmínky pod čísly (109) až (112), kde r_r značí poloměr ráfku. [28]

$$p(0, x) = p_0 \quad (109)$$

$$u(0, x) = 0 \quad (110)$$

$$p(t, 2 \cdot \pi \cdot r_r) = p(t, 0) \quad (111)$$

$$u(t, 2 \cdot \pi \cdot r_r) = u(t, 0) \quad (112)$$

Tento systém obyčejných diferenciálních rovnic je řešen implicitně a v souladu s řešením strukturálních pohybových rovnic pásu. Výhody tohoto modelu tkví v tom, že není náročný na výpočetní výkon počítače a nevyžaduje znát žádné další parametry. [28]

2.7.5 PODDAJNÝ MODEL RÁFKU

Poddajný model ráfku zohledňuje síly působící od struktury pneumatiky na levou a pravou přírubu ráfku a následně počítá výsledné deformace přírub. Vektory sil a posuvů jsou vyjádřeny ve válcových souřadnicích fixovaných na ráfek z důvodu využití výhod některých vlastností ráfku, mezi které patří například symetrická tuhost. Výpočty deformací lze provést pomocí interního modelu, který využívá Greenovy funkce tuhosti ráfku. Možnost vyjádření této funkce podléhá několika podmínkám, mezi které patří dokonalá osová souměrnost ráfku a lineární charakteristika sil působících na okraje příruby. V tomto případě platí jednoduchá závislost mezi radiálními nebo bočními uzlovými silami f_i a radiálními nebo bočními uzlovými posuvy d_i . Tato závislost je vyjádřena rovnicí (113), kde g_k značí tíhové faktory a n_{seg} počet segmentů. Pro rovnici platí několik zjednodušení:

- zanedbávají se podélné síly a podélné posuvy
- zanedbává se spojení mezi levou a pravou přírubou ráfku
- nezohledňuje se závislost radiálních posuvů na podélných a bočních silách
- nezohledňuje se závislost bočních posuvů na radiálních a podélných silách

[28]

$$d_i = \sum_{\frac{-n_{\text{seg}}}{2}}^{\frac{n_{\text{seg}}}{2}} g_k \cdot f_{\text{mod}(i+k, n_{\text{seg}})} \quad (113)$$

$$i = 0, \dots, n_{\text{seg}} - 1$$

Tíhové faktory g_k jsou diskretizací Greenovy funkce a lze je určit například pomocí měření zatížení či průhybů. Ráfek nelze považovat za dokonale osově souměrný. Výpočet tíhových faktorů lze provést vzorci (114) a (115), kde n_p je počet paprsků kola a člen a_h znamená míru kolísání vyšších řádů harmonické tuhosti. [28]

$$g_{i,k} = \frac{g_{0,k}}{1 + a_h \cdot \sin(n_p \cdot \varphi_i)} \quad (114)$$

$$\varphi_i = 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{n_{\text{seg}}} \quad (115)$$

2.8 TRT MODEL

Jedná se o složitý fyzikální model pláště úspěšně využívaný řadou týmů v různých odvětvích motorsportu, který zohledňuje všechny podstatné tepelné toky v pneumatice. Model umožňuje popsat přenos tepla mezi pneumatikou a vozovkou, pneumatikou a okolním vzduchem či přenos tepla ve struktuře. Vstupy modelu vycházejí z telemetrických dat s výjimkou termomechanických parametrů, které se získávají pomocí literatury či jednoúčelových experimentálních testů. Výstupní data o velmi dobré přesnosti tvoří obvodové rozložení teploty v různých vrstvách pneumatiky a všechny tepelné toky. Přesnost modelu je v oblasti automobilových závodů velmi důležitá, protože teploty panující vně i uvnitř pneumatiky mají velký vliv na síly přenášené pneumatikou a tím pádem i na jízdní vlastnosti vozu. Model je vhodný také pro profesionální simulátory závodů, ve kterých je nutné správné napodobování tepelných vlastností pláště. Kromě toho model nachází uplatnění i při vývoji pneumatik, neboť výpočty výrazně ovlivňuje konstrukce a materiálové složení pláště. [31]

2.8.1 TERMOMECHANICKÝ MODEL

Pneumatika TRT modelu je modelována jako hladký rovnoběžnostěn diskretizovaný pomocí sítě. Pro jednotlivé hmoty příslušící daným uzlům této sítě se následně určuje teplota. Rovnoběžnostěn tvoří tři vrstvy v radiálním směru. Vnější vrstva je v kontaktu s povrchem vozovky, mezivrstva charakterizuje objem v plášti a vnitřní vrstva kontakt s ráfkem. Každou vrstvu tvoří patnáct uzlů v podélném směru a čtyři uzly v příčném směru. Objem přiřazený ke každému uzlu V_i lze vystihnout vzorcem (116), kde Δx je příslušný rozměr v ose x , Δy v ose y a $\Delta z_{m,i}$ v ose z pro i -tou vrstvu. [31]

$$V_i = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z_{m,i} \quad (116)$$

Hmotnost oblasti příslušící danému uzlu m_i lze vyjádřit rovnicí (117), kde K značí koeficient závislý na poloze uzlu v mřížce. [31]

$$m_i = K \cdot V_i \cdot \rho \quad (117)$$

Pro potřeby modelování tepelných toků a teplot jednotlivých vrstev pláště bylo nutné přijmout následující předpoklady:

- silnice má izotropní a homogenní vlastnosti, je bez nerovností a lze ji znázornit jako geometrickou rovinu se známou povrchovou teplotou T_r
- kontaktní plocha má obdélníkový tvar, který lze vystihnout šířkou L_y rovnající se šířce běhounu a délkou L_x závisející na radiální tuhosti pláště a vertikálním zatížení
- během valení si pneumatika zachovává zdeformovaný tvar
- zanedbává se přenos tepla zářením
- úhel odklonu je roven nule
- pneumatika je nehybná

[31]

Využití zde nachází Fourierova difúzní rovnice ve tvaru (118). Člen c_v značí měrnou tepelnou kapacitu při konstantním objemu. [31]

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{q}}{\rho \cdot c_v} + \frac{1}{\rho \cdot c_v} \cdot \left(\frac{d^2\lambda(z,T) \cdot T}{dx^2} + \frac{d^2\lambda(z,T) \cdot T}{dy^2} + \frac{d^2\lambda(z,T) \cdot T}{dz^2} \right) \quad (118)$$

ENERGIE TŘENÍM

První veličinou související se vznikem tepla, kterou termomechanický model umožňuje vypočítat, je energie způsobená třením FP. Jedná se o tepelnou energii, která vzniká v kontaktní ploše na rozhraní silnice a běhounu. Platí vztah (119), kde S značí velikost stykové plochy. [31]

$$FP = \frac{F_x \cdot v_{sx} + F_y \cdot v_{sy}}{S} \quad (119)$$

Část této energie je přenášena na silnici a část na plášť. Podíl těchto složek lze určit pomocí rozdělovacího koeficientu CR, který závisí na součiniteli tepelné vodivosti pneumatiky λ_t , součiniteli tepelné vodivosti silnice λ_r , teplotové vodivosti silnice a_r a teplotové vodivosti pneumatiky a_t . Spočítá se rovnicí (120). [31]

$$CR = \frac{\lambda_t}{\lambda_r} \cdot \sqrt{\frac{a_r}{a_t}} \quad (120)$$

PŘENOS TEPLA

Pomocí TRT modelu lze spočítat výměnu tepelné energie mezi pláštěm a okolním vzduchem, pláštěm a silnicí či pláštěm a hustícím plynem. Při výpočtech je zanedbána výměna tepla konvekcí mezi bočními stěnami pneumatiky a vzduchem a dále se také zanedbává již dříve zmiňovaný přenos tepla zářením. Tepelnou výměnu mezi pláštěm a silnicí lze modelovat pomocí Newtonova vzorce, který celý jev vystihuje vhodným koeficientu tepelné výměny. Výsledek takovýchto tepelných výměn je roven výrazu $\alpha_c \cdot (T_r - T_i) \cdot \Delta x \cdot \Delta y$, kde α_c značí součinitel přestupu tepla mezi pláštěm a silnicí, T_r teplotu silnice a T_i teplotu hmoty příslušící danému uzlu, který se nachází ve vnější vrstvě modelu. [31]

Výměna tepla mezi pláštěm a okolním vzduchem je popsána mechanismem nucené konvekce v případě existence relativního pohybu mezi automobilem a vzduchem. Pokud tento pohyb chybí, tak se výměna tepla popisuje pomocí mechanismu přirozené konvekce. Součinitel přestupu tepla pro nucenou konvekci mezi pneumatikou a okolním vzduchem α_{forc} lze vypočítat způsobem (121), kde λ_{vzd} značí součinitel tepelné vodivosti vzduchu, L charakteristický rozměr teplosměnné plochy (vnější průměr pláště), v podélnou rychlost vozidla a ν kinematickou viskozitu vzduchu. Součinitel přestupu tepla nucené konvekce vypočítaný tímto způsobem je velice přesný a blíží se hodnotám vyjádřeným pomocí CFD simulací. [31]

$$\alpha_{\text{forc}} = \frac{\lambda_{\text{vzd}}}{L} \cdot \left(0,0239 \cdot \left(\frac{v \cdot L}{\nu} \right)^{0,805} \right) \quad (121)$$

Součinitel přestupu tepla u přirozené konvekce α lze vypočítat pomocí rovnice (122), kde Nu značí Nusseltovo číslo závislé na Grashofovu číslu Gr a Prandtlovu číslu Pr . Co se týče vzorce pro výpočet Grashofova čísla, tak β značí součinitel teplotní objemové roztažnosti, g tíhové zrychlení a T_{∞} teplotu vzduchu. Ve vzorci pro Prandtlovo číslo člen η značí dynamickou viskozitu. [31]

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda_{\text{vzd}}}{L} \quad (122)$$

$$Nu = 0,53 \cdot Gr^{0,25} \cdot Pr^{0,25} \quad (123)$$

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot L^3 \cdot (T - T_{\infty})}{\nu^2} \quad (124)$$

$$Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda_{\text{vzd}}} \quad (125)$$

Poslední výměnu tepla charakterizuje ta mezi pláštěm a hustícím plynem. Lze ji vyjádřit pomocí mechanismu přirozené konvekce, protože vnitřní vzduch je při valení považován za stacionární vzhledem k pneumatice. Pro součinitel přestupu tepla mezi pláštěm a hustícím plynem α_{int} lze napsat vztah (126), kde δ značí rozdíl mezi účinným poloměrem valení a poloměrem ráfku. [31]

$$\alpha_{\text{int}} = \frac{\lambda_{\text{vzd}}}{\delta} \cdot \left(0,4 \cdot \left(\frac{g \cdot \beta \cdot \delta^3 \cdot (T - T_{\infty})}{\nu^2} \right)^{0,2} \cdot \left(\frac{\eta \cdot c_p}{\lambda} \right)^{0,2} \right) \quad (126)$$

KONTAKTNÍ PLOCHA

TRT model předpokládá obdélníkový tvar této plochy. Neproměnnou hodnotu rozsahu kontaktní plochy značenou S_0 lze spočítat vztahy (127) a (128), kde člen NEC_x značí počet uzlů v oblasti S_0 podél osy x mínus jedna a NEC_y má stejný význam s tím rozdílem, že se jedná o uzly v ose y . [31]

$$S_0 = NEC \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (127)$$

$$NEC = NEC_x \cdot NEC_y \quad (128)$$

Skutečný počet uzlů v kontaktní zóně NEC_{eff} lze vypočítat způsobem (129). Člen S_{eff} značí efektivní oblast kontaktu, kterou je nutné zjistit z diagramů. Tato oblast závisí na normálové

síle působící na kolo a na takzvaném faktoru drážky. Faktor drážky je koeficient zohledňující přítomnost drážek na běhounu. [31]

$$NEC_{\text{eff}} = \frac{S_{\text{eff}}}{L_y \cdot \Delta x} \cdot NEC_y \quad (129)$$

Pro kontaktní plochu platí rovnice výměny tepla (130) a (131). Člen S_{tot} značí celkovou plochu vnějšího povrchu pláště, S_{conv} plochu vnějšího povrchu pláště bez kontaktní plochy a λ_1 součinitel tepelné vodivosti mezi povrchovou vrstvou a střední vrstvou. [31]

$$\dot{Q} = C_1 \cdot \alpha_c \cdot (T_r - T) \cdot S_0 \quad (130)$$

$$\dot{Q} = C_2 \cdot \alpha_{\text{forc}} \cdot (T_{\infty} - T) \cdot S_{\text{conv}} \quad (131)$$

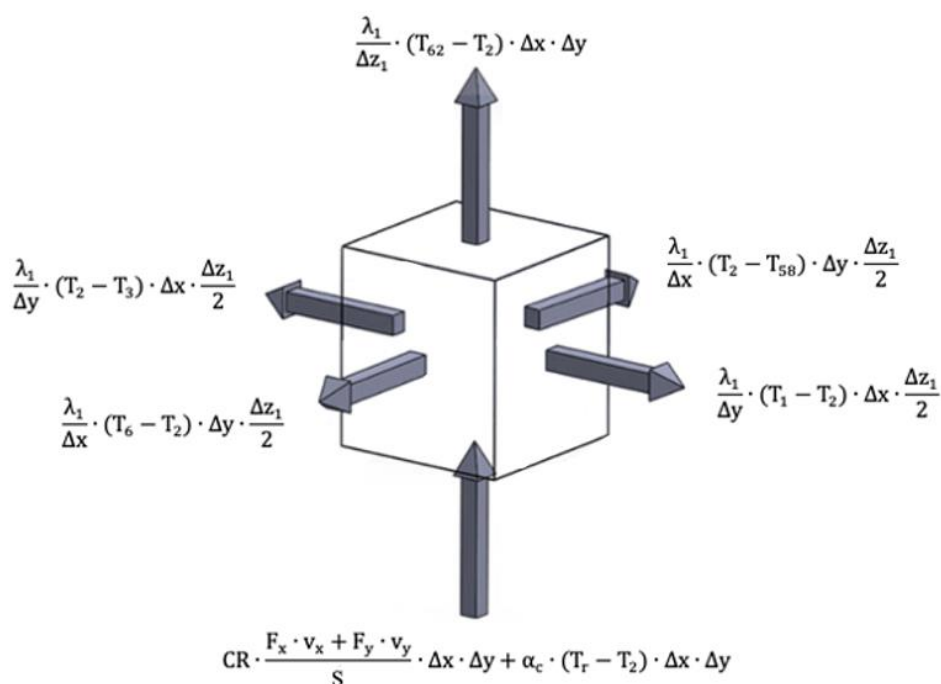
$$C_1 = \frac{S_{\text{eff}}}{S_0} \quad (132)$$

$$C_2 = 1 + \frac{(1 - \lambda_1) \cdot S_0}{S_{\text{conv}}} \quad (133)$$

$$S_{\text{conv}} = S_{\text{tot}} - S_0 \quad (134)$$

KONSTITUTIVNÍ ROVNICE

Pro každou hmotu přiřazenou k jednotlivým uzlům lze napsat rovnici energetické rovnováhy na základě přenosů tepla. Tato rovnice je různá pro každý uzel v mřížce z důvodu jejich odlišné polohy. Pro zjednodušení metody výpočtů je nyní nutné si vybrat jeden uzel v diskretizované mřížce. Byl zvolen uzel označený číslem 2, který se nachází ve vnější vrstvě tohoto modelu. Obrázek 40 znázorňuje tepelné energie vyměňované hmotou příslušící uzlu 2 s okolím v případě kontaktu této hmoty s povrchem vozovky. Na vybranou hmotu o teplotě T_2 působí teploty sousedních hmot příslušících k daným uzlům $T_1, T_3, T_6, T_{58}, T_{62}$ a teplota silnice T_r . [31]

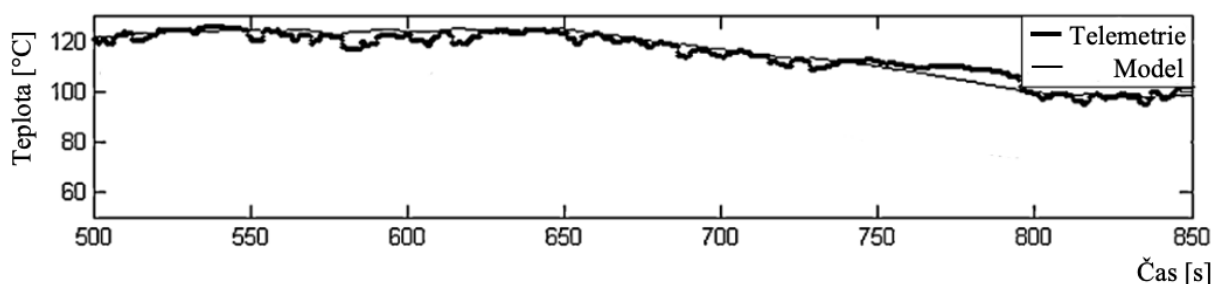


Obr. 40 – Tepelné energie vyměňované hmotou příslušící uzlu číslo 2 s okolím [31]

Vztah (135) vystihuje konečnou rovnici tepelné bilance, která je platná pro hmotu příslušící uzlu 2. Člen \dot{Q}_{SEL} značí tepelný tok rozptýlený cyklickou deformací pláště. [31]

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta t} = \frac{1}{\rho \cdot c_{v1}} \cdot \left(\frac{2 \cdot \dot{Q}_{SEL}}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z_1} + \left(-\frac{2 \cdot \lambda_1}{\Delta x^2} - \frac{2 \cdot \lambda_1}{\Delta y^2} - \frac{2 \cdot \lambda_1}{\Delta z_1^2} - \frac{2 \cdot \alpha_c}{\Delta z_1} \right) \cdot T_2 + \frac{\lambda_1}{\Delta y^2} \cdot T_1 + \frac{\lambda_1}{\Delta y^2} \cdot T_3 + \frac{\lambda_1}{\Delta x^2} \cdot T_6 + \frac{\lambda_1}{\Delta x^2} \cdot T_{58} + \frac{2 \cdot \lambda_1}{\Delta z_1^2} \cdot T_{62} + \frac{2 \cdot FP}{\Delta z_1} + \frac{2 \cdot \alpha_c}{\Delta z_1} \cdot T_r \right) \quad (135)$$

Tepelné bilance pro všechny hmoty se následně spojí dohromady a vytvoří rozsáhlou maticovou rovnici, pomocí které lze vyjádřit přenos tepla v jakémkoliv místě pláště. Pro správnou funkci řešení je nutné jako vstupní údaje zadat několik veličin, mezi které patří například normálové, podélné a boční síly v kontaktní ploše, dále skluzové charakteristiky, podélná rychlost působící ve středu kola, teplota vzduchu a teplota vozovky. Dále se požaduje znát některé tepelné a konstrukční vlastnosti pneumatiky a tepelnou vodivost silnice. Výsledná přesnost modelu je velmi dobrá. Na obrázku 41 si lze porovnat vývoj teploty pro vnitřní vrstvu levé přední pneumatiky z pohledu modelu a z pohledu reálných naměřených dat. [31]



Obr. 41 – Porovnání dat z TRT modelu a telemetrie [31]

2.8.2 GRETA MODEL PŘILNAVOSTI

Model přilnavosti GrETA využívá výstupů z TRT modelu a zahrnuje vliv směsi pláště a drsnosti povrchu vozovky na výkon přenášený pneumatikou na silnici. Asfalt se modeluje jako součet sinusových vln rozložených v prostoru. Základní objem běhounu je definován jako rovnoběžnostěn. Výška tohoto rovnoběžnostěnu se rovná tloušťce běhounu pneumatiky a šířka vlnové délce nerovností silnice. Do spolupráce mezi modely TRT a GrETA lze zapojit také již dříve zmiňovaný model Magic Formula. Existuje mnoho výhod propojení těchto tří modelů:

- lze předpovědět chování pláštěů na různých okruzích, ze kterých každý má odlišný povrch a povětrnostní podmínky
- je možné hodnotit vliv změny směsi pláště na výkonnostní vlastnosti
- možnost optimálního nastavení vozu pro dosažení co nejlepší přilnavosti během závodů

[33]

2.8.3 TRICK MODEL

Jedná se o nástroj úzce svázaný s TRT modelem, který se využívá pro odvození výkonnostních charakteristik pneumatiky z telemetrických dat. Nástroj sestává z modelu čtyřkolového vozidla o osmi stupních volnosti, který bere v úvahu efekty valení či aerodynamické efekty. Data, která jsou užitečná pro zjištění interakce mezi pneumatikou a vozovkou, se získávají během vyhrazených testovacích jízd a poté se zpracovávají z důvodu odstranění šumu a chyb způsobených vychýlením senzorů. Cílem testovacích jízd je vyšetřit chování pneumatiky v co nejširším rozsahu pracovních podmínek. [33]

2.9 TEPELNÝ MODEL Z UNIVERZITY LOUGHBOROUGH

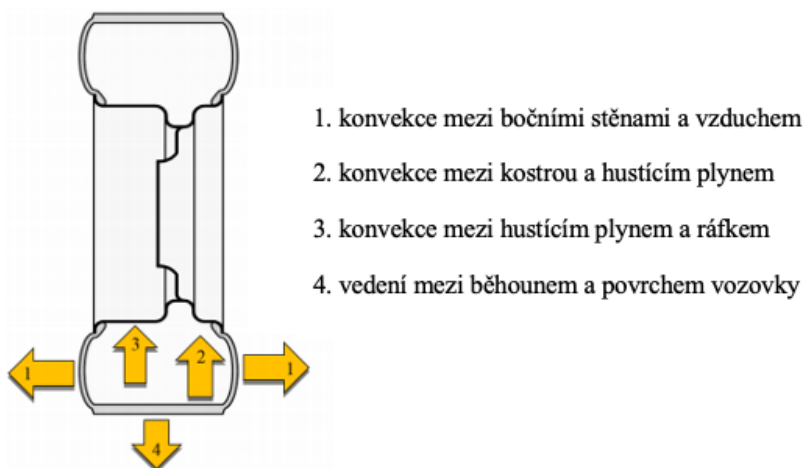
Tento model pneumatiky obsahuje dva řešiče přenosu tepla. První řešič vypočítává trojrozměrnou distribuci teploty na běhounu a boční stěně. Druhý řešič vypočítává lokální místa se zvýšenou teplotou. Tyto dva řešiče jsou spojeny s modelem pro výpočet sil působících na plášť. Model je vhodný pro identifikaci třecích podmínek a optimálního teplotního rozsahu pneumatiky. Využití nachází například v motorsportu. [65]

2.9.1 PRVNÍ ŘEŠIČ

První řešič tohoto matematického modelu lze charakterizovat následovně:

- jde o trojrozměrný model přenosu tepla se zahrnutím běhounu a bočnice
- zohledňuje vytváření tepla v důsledku tření v kontaktní ploše a deformace pláště
- obsahuje přenos tepla vedením mezi pneumatikou a vozovkou
- obsahuje přenos tepla konvekcí a radiací z kostry do hustícího plynu
- obsahuje přenos tepla konvekcí a radiací do okolního vzduchu
- zohledňuje ohřev ráfku

[65]



Obr. 42 – Princip prvního řešiče termomechanického modelu [65]

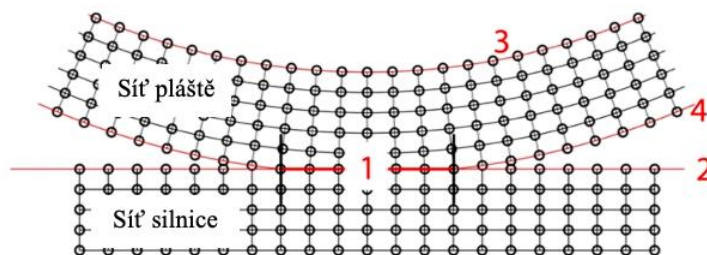
Rovnice přenosu tepla pro běhoun a bočnici se zapisují do válcových souřadnic dle vztahu (136). [65]

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = \lambda_r \cdot \frac{d^2T}{dr^2} + \lambda_r \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \lambda_\varphi \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2T}{d\varphi^2} + \lambda_z \cdot \frac{d^2T}{dz^2} + \Phi \quad (136)$$

Odpovídající rovnice pro silnici má tvar (137). [65]

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = \lambda_x \cdot \frac{d^2T}{dx^2} + \lambda_y \cdot \frac{d^2T}{dy^2} + \lambda_z \cdot \frac{d^2T}{dz^2} \quad (137)$$

Parametry se určují pro jednotlivé uzly, které se nachází ve vrstvách dle obrázku 43. Vrstva označená číslem 1 se nachází mezi pneumatikou a vozovkou, vrstva 2 mezi vozovkou a okolním vzduchem, vrstva 3 na vnitřní straně kostry a vrstva 4 mezi běhounem a vzduchem. [65]



Obr. 43 – Uzly modelu, ve kterých se počítají parametry [65]

Pro hustotu tepelného toku uzlů pod číslem 4 platí rovnice (138), kde T_∞ značí teplotu vzduchu, T_s teplotu běhounu, α_{conv} součinitel přestupu tepla mezi vzduchem a běhounem, ε emisivitu pryže a nakonec σ_{SB} Stefan-Boltzmannovu konstantu. [65]

$$\dot{q}_s = \alpha_{\text{conv}} \cdot (T_\infty - T_s) - \varepsilon \cdot \sigma_{\text{SB}} \cdot T_s^4 \quad (138)$$

Tato hustota tepelného toku se musí rovnat přenosu tepla vedením na povrchu. Platí vztah (139), kde h značí radiální vzdálenost uzlů pláště, λ_r tepelnou vodivost v radiálním směru a T_{aux} teplotu uzlů v interakci se vzduchem. [65]

$$\dot{q}_s = -\lambda_r \cdot \frac{T_s - T_{\text{aux}}}{h} \quad (139)$$

Pokud se vztahy (138) a (139) dají dohromady, tak vznikne vzorec pro teplotu všech uzlů, které jsou v interakci se vzduchem. [65]

$$T_{\text{aux}} = \frac{\alpha_{\text{conv}} \cdot (T_\infty - T_s) \cdot h}{\lambda_r} - \frac{h \cdot \varepsilon \cdot \sigma_{\text{SB}} \cdot T_s^4}{\lambda_r} + T_s \quad (140)$$

Pro výpočet teploty v kontaktu pláště se silnicí (uzly označené jako 1) se předpokládá, že vzdálenost mezi pneumatikou a vozovkou je nekonečně malá. Teplota uzlu, který se nachází v této oblasti, lze spočítat rovnicí (141), kde T_{Sr} značí teplotu silnice, T_{St} teplotu běhounu a λ_y tepelnou vodivost ve směru osy y . [65]

$$T_{\text{aux}} = \frac{\lambda_y \cdot T_{\text{Sr}} + \lambda_r \cdot T_{\text{St}}}{\lambda_y + \lambda_r} \quad (141)$$

Změny teploty vzduchu v pneumatice lze vystihnout vztahem (142), kde m_{vz} značí hmotnost vzduchu, c_{vz} měrnou tepelnou kapacitu vzduchu za konstantního objemu a \dot{Q}_s celkový tepelný tok ovlivňující teplotu vzduchu v plášti. [65]

$$\dot{Q}_s = m_{\text{vz}} \cdot c_{\text{vz}} \cdot \frac{dT}{dt} \quad (142)$$

Celkový tepelný tok generovaný pneumatikou v důsledku skluzů \dot{Q}_{skluz} je vystihnout rovnicí (143). Člen v_r značí rychlost valení. [65]

$$\dot{Q}_{\text{skluz}} = |F_x \cdot \kappa \cdot v_r| + |F_y \cdot \tan(\alpha) \cdot v_r| \quad (143)$$

Součinitel valivého odporu lze vypočítat vztahem (144), kde členy r , r_a a r_b jsou experimentálně stanovené koeficienty. [65]

$$C_{RR} = r \cdot r_a \cdot v_r + r \cdot r_b \cdot v_r^2 \quad (144)$$

Rozložení tepelného toku v důsledku odklonu kola je dáno vzorcem (145), kde \dot{Q} značí celkový tepelný tok, γ úhel odklonu, γ_{ref} referenční úhel odklonu a \bar{z} normalizovanou boční polohu podél běhounu. [65]

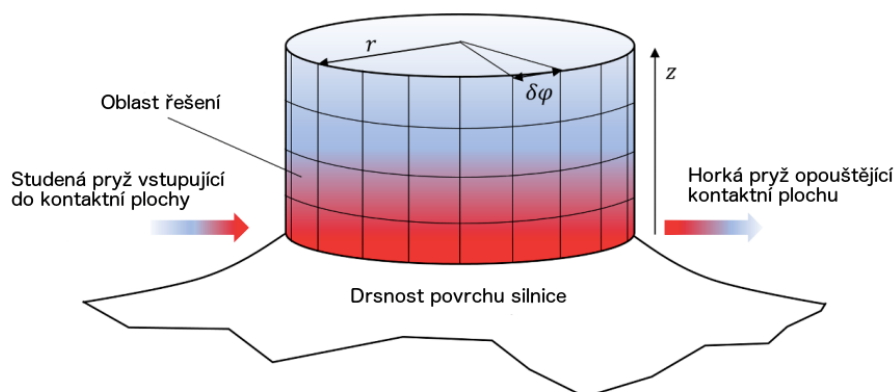
$$\dot{Q}(z, \gamma) = \dot{Q} \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_{ref}}\right) + 2 \cdot \dot{Q} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_{ref}} \cdot \bar{z} \quad (145)$$

K výpočtu vnějších účinků chlazení v důsledku konvekce se využívá jeden průměrný součinitel přestupu tepla, který je lineárně závislý na rychlosti valení. Vypočte se vzorcem (146), kde α_a a α_b jsou experimentálně změřené konstanty. [65]

$$\alpha_{konv} = \alpha_a + \alpha_b \cdot v_r \quad (146)$$

2.9.2 DRUHÝ ŘEŠIČ

Pro zohlednění lokálních míst se zvýšenou teplotou je první řešič příliš hrubý. Druhý řešič znázorněný na obrázku 44 detailně zkoumá kontakt běhounu s vozovkou a zahrnuje také vliv nerovností. Zásadou kontaktu nerovností dochází k tvorbě míst o vysokých teplotách, kde se koncentruje teplo získané třením. Očekává se, že nerovnosti o větších vlnových délkách zahřejí gumu ve větší hloubce a naopak. [65]



Obr. 44 – Princip druhého řešiče termomechanického modelu [65]

Pro řešení lokálních maxim teploty byl zaveden vztah (147) ve válcových souřadnicích, kde člen v_s značí rychlost skluzu a H Heavisideovu funkci. [65]

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt} = \lambda_r \cdot \frac{d^2T}{dr^2} + \lambda_r \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \lambda_\varphi \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2T}{d\varphi^2} + \lambda_z \cdot \frac{d^2T}{dz^2} - v_s \cdot \cos\varphi \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{v_s}{r} \cdot \sin\varphi \cdot \frac{dT}{d\varphi} + \dot{Q} \cdot H \cdot (R - r) \quad (147)$$

Rozložení teploty ve válci se spočítá vztahem (148), kde q značí vektor vlnové délky. [65]

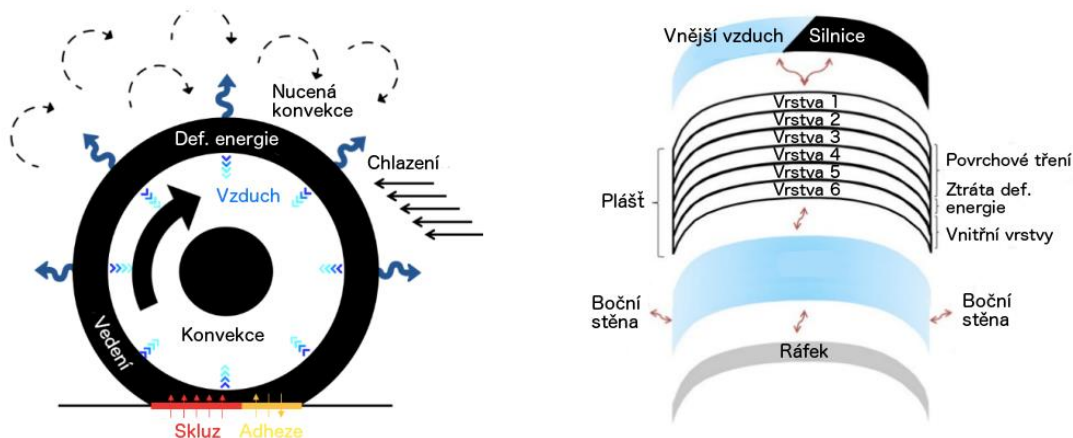
$$T_q(t) = \frac{\int_0^R r \cdot dr \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^\infty dz \cdot T(r, \varphi, z, t) \cdot e^{(-2 \cdot q \cdot z)}}{\int_0^R r \cdot dr \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^\infty dz \cdot e^{(-2 \cdot q \cdot z)}} \quad (148)$$

2.10 DALŠÍ MODELY PNEUMATIK

V této kapitole jsou ve stručnosti zachyceny některé další zajímavé modely pneumatik.

2.10.1 THERMORIDE MODEL

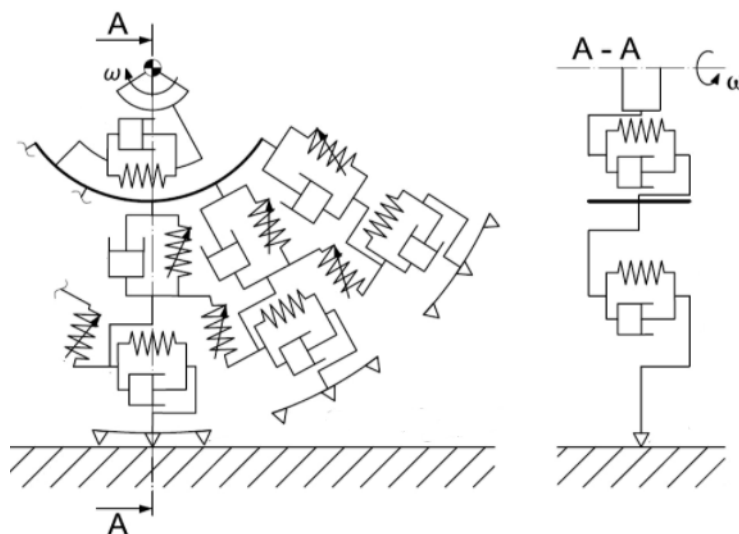
ThermoRIDE je fyzikální model pneumatiky vhodný pro aplikaci ve světě motocyklů. Zabývá se tvorbou tepla ve struktuře pneumatiky, výměnou tepla s vnějším prostředím či přenosem tepla mezi vrstvami pláště. Termomechanický model je založen na použití Fourierovy difúzní rovnice aplikované na trojrozměrnou doménu. Princip modelu ThermoRIDE si lze prohlédnout na obrázku 45. [38]



Obr. 45 – Ukázka principu modelu ThermoRIDE [38]

2.10.2 HOHENHEIM MODEL

Jde o model pláště vhodný pro zemědělské stroje, který je založen na fyzikálním principu. Vyznačuje se numerickou robustností a krátkým výpočetním časem. Síly přenášené pneumatikou se počítají na základě jejího průhybu. Ke správným výpočtům je potřeba zadat šest vstupů, a to podélnou a boční rychlost náboje kola, vzdálenost mezi nábojem kola a povrchem vozovky, úhlové rychlosti kolem vodorovné a svislé osy a úhel odklonu. Ukázku Hohenheim modelu znázorňuje obrázek 46. [39]



Obr. 46 – Ukázka principu modelu Hohenheim [39]

2.10.3 TMEASY MODEL

Jedná se o fyzikální model pláště vhodný pro použití ve všech jízdních situacích. Dokáže s dobrou přesností predikovat síly a momenty působící v kontaktní ploše. Model je platný pro různé druhy plášťů, například pro motocyklové, traktorové či automobilové. [46]

2.10.4 LUGRE MODEL

LuGre je jednoduchý fyzikální model, který se zabývá třecími vlastnostmi. Velkou výhodou tohoto modelu je schopnost dát do souvislosti vliv rychlosti, svislého zatížení a povrchových vlastností na třecí sílu. Praktické využití nachází při návrzích kontroly prokluzu kol. [47]

2.10.5 SMAC MODEL

SMAC je empirický model, který při řešení brzdění nepotřebuje znát velikost skluzu. Místo toho pracuje s brzdou silou. [40]

2.10.6 BURCKHARDT MODEL

Jde o empirický model vhodný pro řešení neznámého součinitele tření. [41]

3 ZÁKLADY TERMOMECHANIKY MODELŮ

Z provedené rešerše matematických modelů je zřejmé, že termomechanické modely jsou založeny na principech přenosu tepla vedením, prouděním a zářením. Dále se ve výpočtech uplatňuje také stavová rovnice ideálního plynu a kalorimetrická rovnice. Přenos tepla vedením lze uplatnit při řešení tepelných toků strukturou pneumatiky a dále probíhá také mezi pneumatikou a ráfkem. Přenos tepla prouděním se uplatňuje při interakci běhounu a povrchu vozovky, běhounu a okolního vzduchu, vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy a hustícího plynu, disku a hustícího plynu, bočnic a hustícího plynu a nakonec bočnic a okolního vzduchu. Přenos tepla zářením je možné využít pro interakci běhounu s okolními povrchy a vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy s okolními povrchy.

3.1 PŘENOS TEPLA VEDENÍM (KONDUKČÍ)

Tento druh přenosu tepla se může dít jen mezi bezprostředně sousedícími částicemi hmoty. Kinetická energie molekul je předávána srážkami na sousední molekuly. Při přenosu tepla vedením částice prostředí s vyšší kinetickou energií přenáší část své energie částicím s nižší kinetickou energií. Kondukce existuje v pevných látkách, kapalinách i plynech. Lze ji zintenzivnit volnými elektrony. [67]

Tepelný tok při přenosu tepla vedením je vystižen Fourierovým zákonem. Platí vztah (149) vyjadřující tepelný tok \vec{Q} , kde S značí plochu kolmou k tepelnému toku a \vec{n} jednotkový vektor normály k izotermické ploše, který směřuje z místa o nižší teplotě do místa o vyšší teplotě. Záporné znaménko v tomto vztahu značí přenos tepla vedením z teplejšího místa do chladnějšího. [67]

$$\vec{Q} = -\lambda \cdot S \cdot \vec{n} \cdot \frac{dT}{dn} \quad (149)$$

Součinitel tepelné vodivosti je konstantní pro ideální plyny. Pro pevné látky a kapaliny dochází ke změně součinitele při změně teploty a pro reálné plyny při změně teploty či tlaku. Tento součinitel vyjadřuje schopnost látky vést teplo. Vysokou hodnotu součinitele tepelné vodivosti mají například kovy (měď $402 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), nižší kapaliny (voda $0,56 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) a nejnižší plyny (suchý vzduch $0,0258 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). [62]

Tab. 2 – Typické hodnoty součinitele tepelné vodivosti [67]

Součinitel tepelné vodivosti - plyny	Součinitel tepelné vodivosti - kapaliny	Součinitel tepelné vodivosti - pevné látky
$\lambda = 0 - 0,1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$\lambda = 0 - 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$\lambda = 0 - 400 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

3.1.1 OBECNÁ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE VEDENÍ TEPLA

Obecnou diferenciální rovnici vedení tepla vystihuje vztah (150), kde Q^* značí teplo, které zůstane v elementu dV v důsledku vnitřních zdrojů. [61]

$$\frac{dT}{dt} = a \cdot \left(\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2} \right) + \frac{Q^*}{c_p \cdot \rho} \quad (150)$$

Teplotová vodivost lze spočítat vztahem (151). [61]

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \quad (151)$$

Pro tuhá tělesa obecná diferenciální rovnice vedení tepla přejde do tvaru Fourierovy diferenciální rovnice vedení tepla (152). Jde o 1. zákon termodynamiky pro vedení tepla. [61]

$$\frac{dT}{dt} = a \cdot \left(\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2} \right) \quad (152)$$

Pro řešení této diferenciální rovnice je nutné znát počáteční a okrajové podmínky. Počáteční podmínky určují rozložení teplot na počátku děje pro čas rovný nule. Co se týče okrajových podmínek, tak těch existuje několik druhů. Okrajová podmínka prvního druhu (Dirichletova) určuje rozložení teplot na povrchu tělesa v čase. Okrajová podmínka druhého druhu určuje rozložení hustot tepelného toku na povrchu tělesa v čase. Třetí druh okrajové podmínky (Newtonova) vystihuje rozložení součinitelů přestupu tepla na povrchu tělesa v čase. Okrajová podmínka čtvrtého druhu se týká styku dvou těles. Při dokonalém styku těles platí rovnice (153), kde index w značí povrch. Nedokonalý styk těles charakterizuje rovnice (154), kde R_K značí kontaktní tepelný odpor závisící na drsnosti materiálu, druhu plynu v kontaktu a tlaku mezi tělesy. [61]

$$-\lambda_1 \cdot \left(\frac{dT_1}{dy} \right)_w = -\lambda_2 \cdot \left(\frac{dT_2}{dy} \right)_w \quad (153)$$

$$\dot{q}_H = \frac{1}{R_K} \cdot (T_{w1} - T_{w2}) \quad (154)$$

Rovnice vedení tepla lze řešit analytickou metodou, teorií podobnosti, analogií s vedením elektrického proudu či dnes nejčastěji numerickými metodami. [61]

3.1.2 STACIONÁRNÍ VEDENÍ TEPLA VÁLCOVOU STĚNOU

Při řešení termomechanických vlastností pláště nachází praktické uplatnění stacionární vedení tepla válcovou stěnou. Pro odvození této problematiky je nutné vyjít z diferenciální rovnice vedení tepla ve válcovém souřadném systému (155). [61]

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \left(\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2T}{d\varphi^2} + \frac{d^2T}{dz^2} \right) \quad (155)$$

Teplotní profil válcové stěny má tvar logaritmické křivky (156). [61]

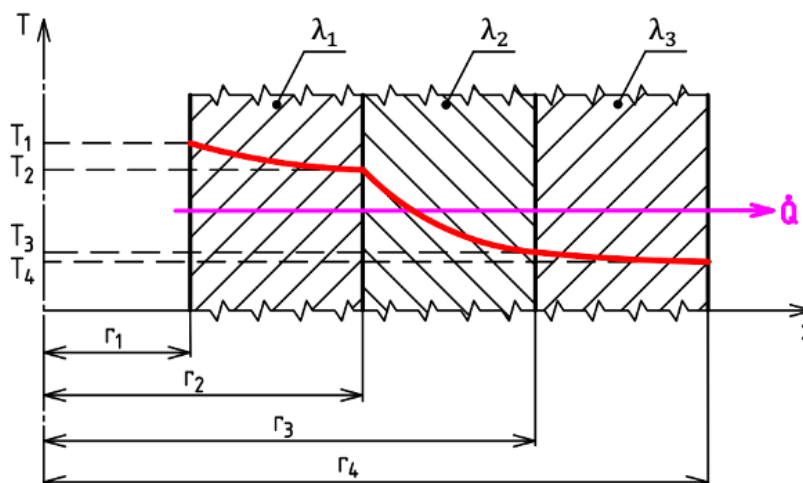
$$T = T_{w1} + \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \ln(r_1) - \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \ln(r) \quad (156)$$

Derivací teplotního profilu dle souřadnice r je možné získat vztah pro tepelný tok (157), kde L značí délku válcové stěny. [61]

$$\dot{Q} = \frac{L \cdot (T_{w1} - T_{w2})}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (157)$$

Tepelný tok složenou válcovou stěnou dle obrázku 47 lze vystihnout rovnicí (158). [61]

$$\dot{Q} = \frac{L \cdot (T_{w1} - T_{w,n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i} \cdot \ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)} = \frac{L \cdot (T_1 - T_4)}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2} \cdot \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3} \cdot \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} \quad (158)$$



Obr. 47 – Přenos tepla vedením složenou válcovou stěnou

3.1.3 STACIONÁRNÍ VEDENÍ TEPLA ROVINNOU STĚNOU

Kromě dříve zmíněného vedení tepla válcovou stěnou může nalézt využití při řešení termomechaniky plášťů také vedení tepla rovinnou stěnou. Řešení této problematiky vychází z diferenciální rovnice vedení tepla v kartézském souřadném systému (159). [61]

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \left(\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2} \right) \quad (159)$$

Teplotní profil rovinné stěny má tvar přímky. Člen δ ve vzorci (160) značí tloušťku stěny. [61]

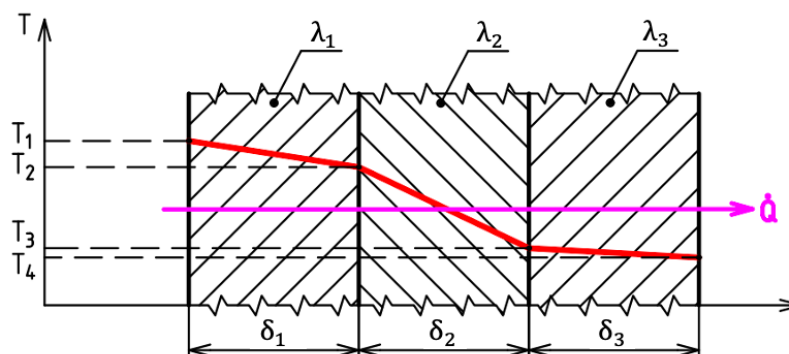
$$T = T_{w1} - \frac{T_{w1} - T_{w2}}{\delta} \cdot x \quad (160)$$

Derivací teplotního profilu dle souřadnice x je možné získat vztah pro tepelný tok (161), kde S značí plochu rovinné stěny. [61]

$$\dot{Q} = \frac{S \cdot (T_{w1} - T_{w2})}{\frac{\delta}{\lambda}} \quad (161)$$

Tepelný tok složenou rovinnou stěnou dle obrázku 48 je charakterizován rovnicí (162). [61]

$$\dot{Q} = \frac{S \cdot (T_{w1} - T_{w,n+1})}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{S \cdot (T_1 - T_4)}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} \quad (162)$$



Obr. 48 – Přenos tepla vedením složenou rovinnou stěnou

3.2 PŘENOS TEPLA PROUDĚNÍM (KONVEKČÍ)

Konvekci lze charakterizovat tím, že části hmoty mění své umístění a přenáší přitom svoji tepelnou energii. Probíhá v tekutinách či v pevných látkách. Konvekci lze rozdělit na volnou a nucenou. Volnou neboli přirozenou konvekci charakterizuje, že pohyb kapaliny či plynu je způsoben pouze rozdíly v hustotě látky, které jsou vyvolány rozdílnou teplotou. Nucenou konvekci se rozumí vynucený tok způsobený například rozdílem tlaků či působením čerpadel. [56] Pro výpočet přenosu tepla prouděním platí Newtonův vztah (163), kde S značí plochu obtékaného povrchu, T_w teplotu povrchu a T_∞ teplotu tekutiny. [67]

$$\dot{Q} = \alpha \cdot S \cdot (T_w - T_\infty) \quad (163)$$

Součinitel přestupu tepla α určuje tepelnou ztrátu povrchu pevné látky při proudění okolní tekutiny. Nehledá se v tabulkách. Jeho velikost závisí na vlastnostech tekutiny, tvaru obtékaného povrchu, rychlosti proudění či konkrétním místě na povrchu. Nezávisí na materiálu stěn. Lze jej stanovit několika způsoby, například z tvaru tepelné mezní vrstvy, experimentálně, výpočtem z diferenciálních rovnic či z teorie podobnosti. [67]

Tab. 3 – Typické hodnoty součinitele přestupu tepla [56]

Volná konvekce		Nucená konvekce	
Plyny	$\alpha = 2 - 20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$	Plyny	$\alpha = 25 - 300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
Kapaliny	$\alpha = 50 - 1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$	Kapaliny	$\alpha = 100 - 20000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

V případě výpočtu součinitele přestupu tepla z tvaru tepelné mezní vrstvy je rovnice založena na rovnováze tepelného toku konvekci s tepelným tokem vedením v molekulové vrstvě tekutiny, která ulpívá na povrchu. Platí rovnice (164). [67]

$$\alpha \cdot (T_w - T_\infty) = -\lambda \cdot \left(\frac{dT}{dy} \right)_w \quad (164)$$

3.2.1 ENERGETICKÁ ROVNICE PRO KONVEKCI

Při odvozování energetické rovnice pro konvekci se vychází z obecné diferenciální rovnice vedení tepla bez vnitřních zdrojů. Energetickou rovnici pro stacionární konvekci bez vnitřních zdrojů lze charakterizovat tvarem (165), kde w značí rychlost. [60]

$$w_x \cdot \frac{dT}{dx} + w_y \cdot \frac{dT}{dy} + w_z \cdot \frac{dT}{dz} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \cdot \left(\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2} \right) \quad (165)$$

Pro nestacionární 3D konvekci platí vztah (166). [60]

$$\frac{d(\rho \cdot w_x)}{dx} + \frac{d(\rho \cdot w_y)}{dy} + \frac{d(\rho \cdot w_z)}{dz} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (166)$$

Stacionární 2D konvekci lze vystihnout vztahem (167). [60]

$$\frac{d(\rho \cdot w_x)}{dx} + \frac{d(\rho \cdot w_y)}{dy} = 0 \quad (167)$$

3.2.2 PODOBNOST PŘI NUCENÉ KONVEKCI

Podobnost je nejjednodušším způsobem pro získání rozložení teplotních polí. K aplikaci teorie podobnosti je nutné splnit několik předpokladů, mezi které patří:

- fyzikální děje musí být stejného druhu a musí být popsány rovnicemi o stejných tvarech
- porovnávat lze jen veličiny, které mají stejný fyzikální význam
- podobné musí být všechny veličiny charakterizující děj

[60]

NUSSELTOVO ČÍSLO

Prvním podobnostním číslem využívaným při nucené konvekci je Nusseltovo číslo, které vyjadřuje, že podobný přestup tepla je pro $\alpha \cdot L/\lambda$ stejný na modelu i díle. Platí vztah (168), kde L značí charakteristický rozměr. [60]

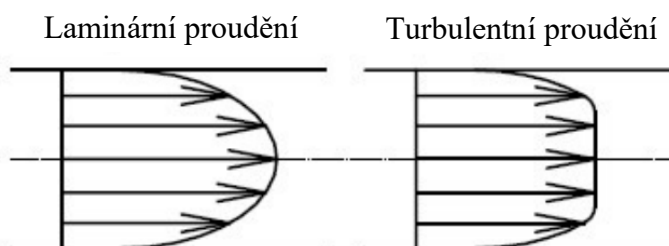
$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \quad (168)$$

REYNOLDSOVO ČÍSLO

Z pohybových diferenciálních rovnic lze získat podobnostní číslo zvané Reynoldsovo, které značí bezrozměrnou rychlost. Toto podobnostní číslo je vyjádřeno vztahem (169), kde v značí kinematickou viskozitu. [60]

$$Re = \frac{w \cdot L}{\nu} \quad (169)$$

Reynoldsovo číslo se využívá pro odlišení laminárního a turbulentního proudění. Kritická hodnota tohoto čísla pro proudění vody trubici s kruhovým průřezem se pohybuje kolem hodnoty 2320. Pod touto hodnotou lze proudění považovat za laminární a nad touto hodnotou za turbulentní. Typ proudění má výrazný vliv na tvar křivky rychlostního profilu. Při laminárním proudění má křivka rychlostního profilu tvar paraboly, zatímco u turbulentního proudění je tvar blízký přímce. Obě křivky jsou znázorněny na obrázku 49. [60]



Obr. 49 – Rozdíl mezi laminárním a turbulentním prouděním [57]

EULEROVO ČÍSLO

Dalším podobnostním číslem při nucené konvekci je Eulerovo číslo, které značí bezrozměrný tlakový rozdíl. Platí vztah (170), kde Δp znamená tlakový rozdíl a ρ hustotu tekutiny. [60]

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot w^2} \quad (170)$$

PECLETovo ČÍSLO

Z energetické diferenciální rovnice lze získat Pecletovo číslo, které značí poměr přenosu tepla prouděním a vedením při konvekci. Pro toto podobnostní číslo platí vzorec (171). [60]

$$Pe = \frac{w \cdot L}{a} \quad (171)$$

PRANDTLOVO ČÍSLO

Reynoldsovo a Pecletovo číslo jsou navzájem vázány Prandtlovým číslem, které je funkcí jen fyzikálních vlastností a lze ho nalézt v tabulkách. Jedná se o měřítko podobnosti rychlostních a teplotních polí. Pro vzduch má hodnotu 0,72. Platí vztah (172). [60]

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (172)$$

Kriteriální rovnici pro nucenou konvekci v podobné geometrické konfiguraci vystihuje tvar (173). [60]

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (173)$$

3.2.3 PODOBNOST PŘI PŘIROZENÉ KONVEKCI**ARCHIMEDOVO ČÍSLO**

Z pohybové diferenciální rovnice lze získat Archimédovo číslo, které vyjadřuje poměr vztlačkových a setrvačných sil. Toto číslo je vyjádřeno vzorcem (174), kde člen β značí součinitel teplotní objemové roztažnosti. [60]

$$Ar = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L}{w^3} \quad (174)$$

GRASHOFOVO ČÍSLO

Archimédovo číslo nelze při přirozené konvekci využívat, neboť rychlost proudění je velice malá. Proto je třeba vynásobit Archimédovo číslo Reynoldsovým číslem umocněným na druhou. Vznikne číslo zvané Grashofovo, které vyjadřuje vztah vztlačkových, třecích a setrvačných sil. Vypočte se vzorcem (175). [60]

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_w - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2} \quad (175)$$

Kriteriální rovnice pro přirozenou konvekci má tvar (176). [60]

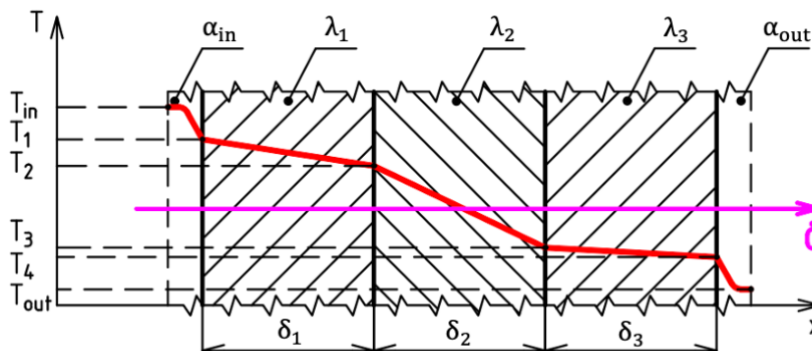
$$Nu = f(Gr, Pr) \quad (176)$$

Tuto rovnici lze upravit do podoby (177), kde Ra je takzvané Rayleighovo číslo, které se vypočte jako součin Grashofova čísla a Prandtlova čísla. [60]

$$Nu = f(Ra) \quad (177)$$

3.2.4 KOMBINACE PŘENOSU TEPLA PROUDĚNÍM A VEDENÍM

Kombinace těchto druhů přenosu tepla může najít praktické uplatnění při výpočtech termomechaniky plášťů. Modelovou situaci lze vystihnout následujícím příkladem, který charakterizuje přenos tepla vedením přes složenou rovinnou stěnu kombinovaný se sdílením tepla do okolí na obou koncích stěn. Příklad je schematicky znázorněn na obrázku 50.



Obr. 50 – Kombinace přenosu tepla prouděním a vedením pro složenou rovinnou stěnu

Celkový tepelný tok zobrazený na obrázku 50 lze vystihnout rovnicí (178). [96]

$$\dot{Q} = \frac{S \cdot (T_{in} - T_{out})}{\frac{1}{\alpha_{in}} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_{out}}} \quad (178)$$

V případě nahrazení složené rovinné stěny složenou válcovou stěnou by se vztah (178) upravil do podoby (179). [96]

$$\dot{Q} = \frac{L \cdot (T_{in} - T_{out})}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot \alpha_{in}} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2} \cdot \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3} \cdot \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_4 \cdot \alpha_{out}}} \quad (179)$$

3.3 PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM (RADIACÍ)

Záření je elektromagnetické vlnění, které sestává z vyzařování, pohlcování a propouštění zářivé energie. Množství vyzařené energie výrazně stoupá s rostoucí teplotou objektu. Energie tepelného záření je přenášena elektromagnetickými vlnami, které se šíří rychlostí světla. Kromě vln je tato energie přenášena i pohybujícími se částicemi (fotony). Tepelným zářením se obvykle označuje rozsah infračerveného záření o vlnové délce od 0,8 μm do 360 μm . Přenos tepla radiací je výrazně odlišný od zbylých dvou forem přenosu tepla, neboť toto šíření energie nepředpokládá existenci zprostředkující látky. Může tedy probíhat i ve vakuu. [67]

Pomocí Stefan-Boltzmanova zákona je definována vlastní zářivost černého tělesa. Tuto veličinu vystihuje vzorec (180). [67]

$$E_o = \sigma_o \cdot T^4 \quad (180)$$

$$\sigma_o = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

Hustotu tepelného toku radiací černého tělesa lze zapsat vztahem (181). [67]

$$\dot{q}_o = \sigma_o \cdot T^4 \quad (181)$$

Pro hustotu tepelného toku radiací šedého tělesa platí vzorec (182), kde ε značí poměrnou zářivost šedého tělesa (emisivitu) o hodnotě od 0 do 1. Hodnota emisivity materiálů není konstantní a závisí na teplotě, kvalitě povrchu či úhlu pozorování. Tabulka 4 znázorňuje typické hodnoty emisivity pro různé materiály. [67]

$$\dot{q} = \sigma_0 \cdot \varepsilon \cdot T^4 \quad (182)$$

Tab. 4 – Typické hodnoty emisivity vybraných materiálů [97]

Materiál	Emisivita [-]
Asfalt (300 K)	0,85 až 0,93
Dřevo (300 K)	0,82 až 0,92
Papír (300 K)	0,92 až 0,97
Leštěný hliník (300 K)	0,04
Očištěná nerezová ocel (300 K)	0,22

Pro přenos tepla zářením platí dva Kirchhoffovy zákony. První Kirchhoffův zákon je vyjádřen vzorcem (183), kde A značí absorptanci (poměrnou pohltivost), R reflektanci (poměrnou odrazivost) a T transmitanci (poměrnou průteplivost). Pro dokonale černé těleso platí hodnota absorptance rovna jedné. Dokonale bílé těleso má hodnotu reflektance rovnu jedné. Pro dokonale průteplivé těleso platí hodnota transmitance rovna jedné. [66]

$$A + R + T = 1 \quad (183)$$

Druhý Kirchhoffův zákon vyjadřuje, že v tepelné rovnováze je objekt tak dokonalým zářičem, jak dokáže záření pohlcovat. Proto je emisivita povrchu tohoto objektu rovna absorptanci. Platí vztah (184). [66]

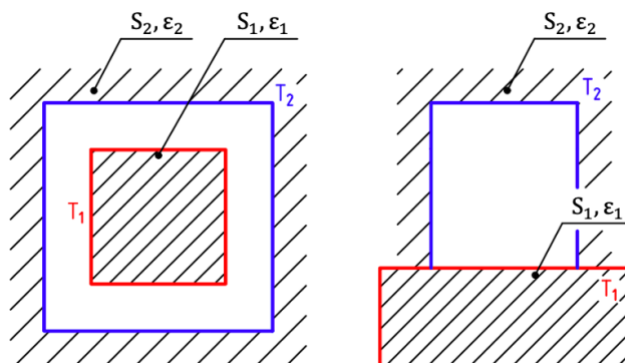
$$\varepsilon = A \quad (184)$$

3.3.1 ZÁŘENÍ MEZI OBKLOPUJÍCÍMI SE POVRCHY

Při výpočtech termomechanických vlastností pneumatiky nachází praktické uplatnění tepelný tok zářením mezi povrchy, které se obklopují. Tento tok lze vyjádřit vzorci (185) a (186). Platí, že povrch S_2 obklopuje povrch S_1 a zároveň povrch S_1 musí být vypouklý. Teplota T_1 je větší než teplota T_2 . Modelovou situaci zachycuje obrázek 51. [66]

$$\dot{Q}_{12} = S_1 \cdot \sigma_0 \cdot \varepsilon_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (185)$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad (186)$$

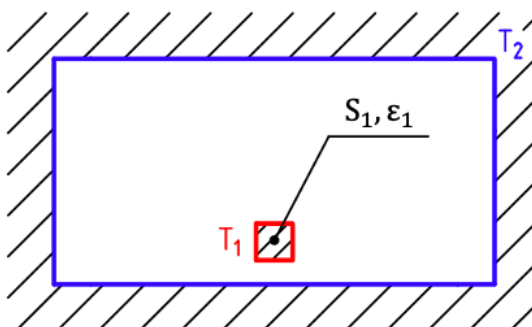


Obr. 51 – Záření mezi obklopujícími se povrchy [66]

3.3.2 ZÁŘENÍ MALÉHO PVRCHU VE VELKÉM PROSTORU

Praktické uplatnění při řešení termomechaniky pneumatik nachází také výpočet tepelného toku zářením malého povrchu ve velkém prostoru. Platí vztah (187). Teplota T_1 je i v tomto případě větší než teplota T_2 . Situaci znázorňuje obrázek 52. [66]

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_1 \cdot \sigma_0 \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (187)$$



Obr. 52 – Záření malého povrchu ve velkém prostoru [66]

3.3.3 KOMBINACE PŘENOSU TEPLA PROUDĚNÍM A ZÁŘENÍM

U termomechanických modelů pneumatik se lze v praxi setkat s problematikou kombinace přenosu tepla prouděním a zářením. Výsledný tepelný tok je možné určit prostým sečtením příspěvku od tepelného toku prouděním s příspěvkem od tepelného toku zářením. Platí vztah (188). [66]

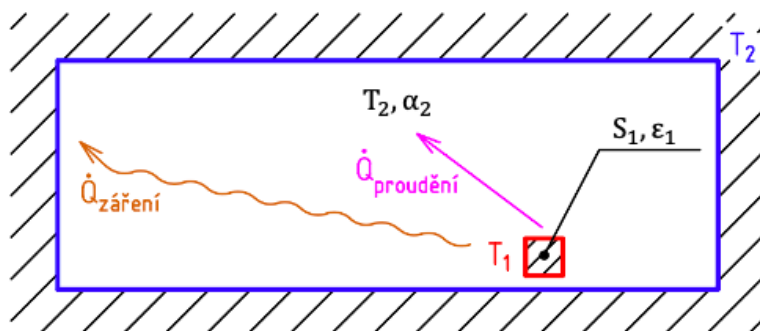
$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{záření}} + \dot{Q}_{\text{proudění}} \quad (188)$$

Tepelný tok prouděním pro situaci znázorněnou na obrázku 53 lze spočítat vztahem (189). Platí, že teplota T_1 je větší než teplota T_2 . Teplota T_2 charakterizuje stěnu i okolní vzduch.

$$\dot{Q}_{\text{proudění}} = \alpha_2 \cdot S_1 \cdot (T_1 - T_2) \quad (189)$$

Tepelný tok zářením platný pro obrázek 53 je možné spočítat rovnicí (190).

$$\dot{Q}_{\text{záření}} = \varepsilon_1 \cdot \sigma_0 \cdot S_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (190)$$



Obr. 53 – Kombinace přenosu tepla prouděním a zářením [66]

3.4 STAVOVÁ ROVNICE IDEÁLNÍHO PLYNU

Při výpočtech tepelných vlastností plášťů se hodí znát také stavovou rovnici ideálního plynu, která spojuje základní termomechanické veličiny popisující chování pneumatiky. Těmito veličinami jsou tlak p , objem V , termodynamická teplota T a látkové množství n . Dále se v rovnicích vyskytuje také měrná plynová konstanta r a univerzální plynová konstanta R_m . [63]

Pro ideální plyn platí několik předpokladů:

- rozměry molekul jsou zanedbatelné vzhledem k jejich vzdálenostem
- molekuly plynu na sebe působí jen při srážkách
- všechny srážky jsou dokonale pružné

[63]

Důsledky těchto předpokladů jsou následující:

- kinetická energie plynu je přímo úměrná termodynamické teplotě
- potenciální energie plynu je nulová
- ideální plyn je dokonale stlačitelný, lze jej stlačit až na nulu

[63]

Stavová rovnice pro 1 kg ideálního plynu má tvar (191). [63]

$$p \cdot v = r \cdot T \quad (191)$$

Stavovou rovnici pro m kg ideálního plynu charakterizuje vzorec (192). [63]

$$p \cdot V = m \cdot r \cdot T \quad (192)$$

Pro rozšířenou všeobecnou stavovou rovnici platí vztah (193). [63]

$$p \cdot V = n \cdot R_m \cdot T \quad (193)$$

Plynovou konstantu r je možné vypočítat vztahem (194), kde M značí molární hmotnost. [63]

$$r = \frac{R_m}{M} \quad (194)$$

3.5 KALORIMETRICKÁ ROVNICE

Předávané teplo mezi teplejším a chladnějším tělesem lze vystihnout kalorimetrickou rovnicí, pro kterou platí vztah (195). Důležitou roli zde hraje měrná tepelná kapacita. Pro plyny se rozlišuje měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku c_p či konstantního objemu c_v . Kapaliny a pevné látky lze charakterizovat jednou hodnotou tepelné kapacity. [80]

$$Q_{12} = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1) \quad (195)$$

Rovnici (195) je možné pro účely termomechanického modelu pneumatiky upravit do podoby (196). [80]

$$\dot{Q}_{12} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (196)$$

Podílem měrné tepelné kapacity za konstantního tlaku s měrnou tepelnou kapacitou za konstantního objemu vznikne Poissonova konstanta κ . Tříatomové plyny lze charakterizovat Poissonovou konstantou rovnou hodnotě 1,3. Pro dvouatomové plyny platí hodnota 1,41 a pro jednoatomové 1,67. [80]

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (197)$$

Další rovnicí, která dává do souvislosti tepelné kapacity za konstantního tlaku a objemu, je takzvaný Mayerův vztah (198). [80]

$$c_p = c_v + r \quad (198)$$

Tabulka 5 zachycuje příklady měrných tepelných kapacit vybraných materiálů.

Tab. 5 – Typické hodnoty měrné tepelné kapacity vybraných materiálů [97]

Materiál	Měrná tepelná kapacita [J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]
Asfalt (300 K)	920
Pryž (300 K)	2010
Titan (300 K)	522
Zlato (300 K)	129
Slitina hliníku Alloy 2024 T6 (300 K)	875

4 ZÁVISLOST TLAKU NA TEPLITĚ VZDUCHU V PLÁŠTI

Prvním tématem praktické části diplomové práce je vytvořit jednoduchý termomechanický model pro určení vztahu teploty a tlaku vzduchu uvnitř pneumatiky při změně teploty a následně tento model ověřit pokusem.

4.1 VYJÁDŘENÍ ZÁVISLOSTI

Tento jednoduchý termomechanický model byl navrhnout s pomocí zdroje [76]. K vyjádření problematiky je nejprve nutné znát stavovou rovnici ideálního plynu. Její rozšířenou verzi vystihuje již dříve zmíněný vztah (193).

Nyní je třeba naměřit teplotu a tlak plynu v pneumatice při klidové poloze (označení indexem 1). Teplotu hustícího plynu uvnitř pláště lze považovat za stejnou jako teplotu okolního vzduchu. Pro co nejpřesnější určení této teploty se dá využít služeb měřicího přístroje IRTPTMS V3, který bude podrobněji charakterizován v následující kapitole. Do stavové rovnice je nutné dosazovat naměřenou teplotu v kelvinech. Klidový hustící tlak lze změřit také přístrojem IRTPTMS V3 a nebo méně přesně pomocí klasického manometru. Do stavové rovnice se musí dosazovat absolutní tlak, což znamená, že je nutné k naměřené hodnotě připočítat atmosférický tlak. Atmosférický tlak se měří pomocí rtuťových tlakoměrů. Méně přesnou možností je určení tohoto tlaku s využitím pravidla, které říká, že rozdíl 100 m v nadmořské výšce způsobí tlakový rozdíl 800 Pa [98]. Pravidlo lze využít pouze pro oblasti s nižší nadmořskou výškou, neboť pokles atmosférického tlaku se s rostoucí nadmořskou výškou neustále zpomaluje [98]. Pomocí naměřených veličin lze spočítat podíl tlaku a teploty, který je roven podílu $n \cdot R_m / V$. Platí rovnice (199).

$$\frac{p_{\text{plyn1}}}{T_{\text{plyn1}}} = \frac{n \cdot R_m}{V} \quad (199)$$

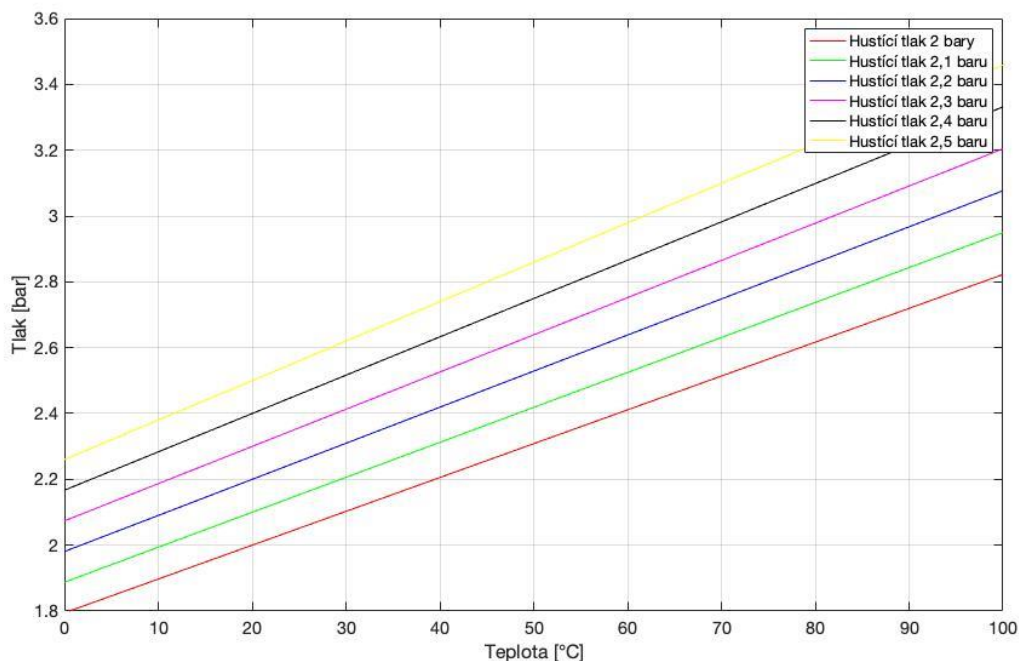
Podíl $n \cdot R_m / V$ je pro všechny zkoumané stavy pláště konstantní a lze ho označit jako k . Pro závislost tlaku vzduchu na teplotě uvnitř pláště v průběhu jízdy vozidla následně platí vztah (200). Indexem 2 jsou označeny parametry charakterizující zahřátý stav.

$$p_{\text{plyn2}} = k \cdot T_{\text{plyn2}} \quad (200)$$

Závislost vyjádřená vzorcem (200) odpovídá zákonu o chování plynu za konstantního objemu. Jedná se o takzvaný Charlesův zákon. Slovní formulace tohoto zákona zní, že za konstantního objemu roste tlak plynu lineárně s teplotou [80]. Platí, že hodnota rozpínavosti označovaná symbolem β je pro všechny plyny stejná [80]. Výsledná rovnice charakterizující zkoumanou problematiku má tvar (201).

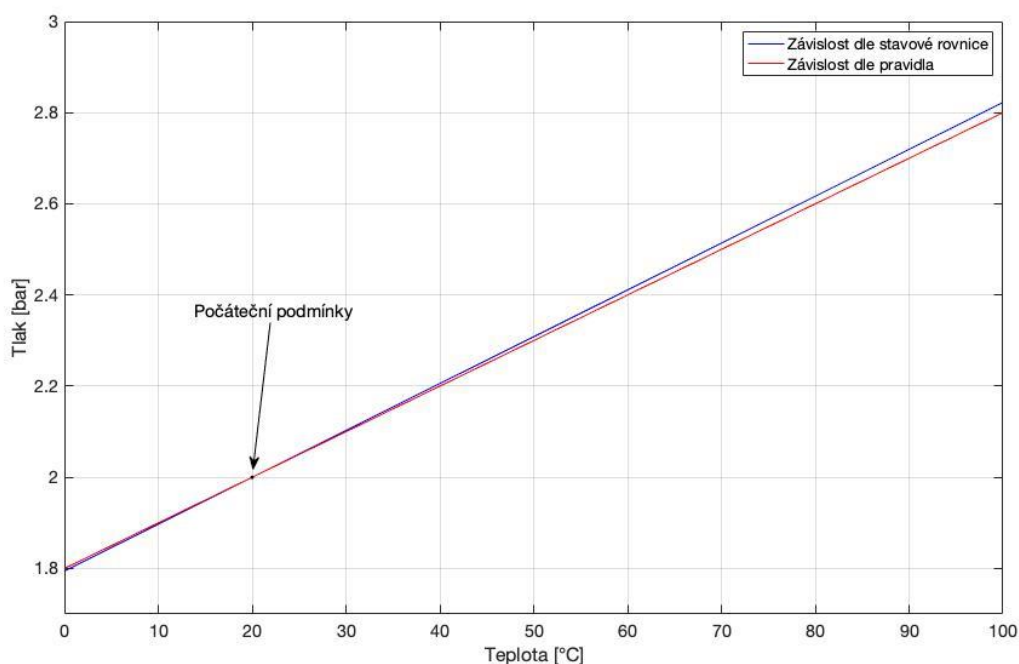
$$\frac{p_{\text{plyn1}}}{T_{\text{plyn1}}} = \frac{p_{\text{plyn2}}}{T_{\text{plyn2}}} \quad (201)$$

Daná závislost se výrazně mění s počátečním tlakem huštění. Citlivost této závislosti na klidovém hustícím tlaku (přetlaku) v rozmezí 2 bary až 2,5 baru při počáteční teplotě 20 °C znázorňuje graf na obrázku 54.



Obr. 54 – Závislost tlaku na teplotě vzduchu v plášti pro různé hustící tlaky

Dále existuje pravidlo, které říká, že s nárůstem teploty o 10 °C se tlak v plášti zvýší o 0,1 baru [76]. Odlišnost tohoto pravidla od vypočtené závislosti dle stavové rovnice vystihuje graf na obrázku 55, který platí pro počáteční stav charakterizovaný tlakem 2 bary a teplotou 20 °C. Lze si všimnout, že s rostoucí vzdáleností od počátečního stavu stoupá rozdíl mezi oběma závislostmi. Při změně teploty o 10 °C tento rozdíl dosahuje pouze několika tisícín baru. Navýšením změny teploty na 80 °C vzroste rozdíl mezi oběma závislostmi, který v tomto případě činí 0,022 baru.



Obr. 55 – Porovnání obou přístupů k řešení daného problému

Existují dva způsoby, jakými lze změnit teplotu vzduchu v pneumatice. Prvním z nich je změna teploty okolního vzduchu. V případě změny teploty okolí o 10 °C dojde ke změně teploty vzduchu v plášti také o 10 °C. Dalším způsobem je mechanická změna, která může být způsobena například slunečním zářením, deformací v kontaktní ploše nebo třením brzd. Při dopadu slunečního záření na pneumatiku se přirozeně zvýší její teplota. Deformace v kontaktní ploše způsobují tření, které navyšuje teplotu pneumatiky. Využívání brzd generuje teplo, které se přenáší na plášť. [53]

4.2 NÁVRH POKUSU V TERMOKOMOŘE

Nyní je potřeba navrhnout realizovatelný pokus, který by ověřil oba přístupy k řešení problematiky závislosti teploty na tlaku vzduchu uvnitř pláště. Vzhledem k nemožnosti využít přístroj IRTPTMS V3 se jako nejvhodnější varianta jeví pokus v termokomoře. Před samotným měřením je třeba zkontrolovat, zda daná termokomora vyhovuje velikosti disku s obutou pneumatikou a zda má dostatečný teplotní rozsah. Dále se před měřením zjistí počáteční teplota a tlak vzduchu v pneumatice a také čas, za který se sestava pneumatiky s diskem zahřeje na požadovanou teplotu. K výpočtu času zahřátí sestavy je nutné stanovit následující parametry:

- příkon termokomory (P_{0t})
- účinnosti termokomory (η_t)
- měrnou tepelnou kapacitu sestavy (c_k)
- hmotnosti sestavy (m_k)
- zahřívací teplotu (T_{plyn2}) a počáteční teplotu (T_{plyn1})

Z těchto parametrů je zdaleka nejobtížnější určit měrnou tepelnou kapacitu sestavy.

4.2.1 STANOVENÍ MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY SESTAVY

Měrnou tepelnou kapacitu sestavy lze s relativně dobrou přesností určit pomocí experimentu, který byl navržen za pomoci literatury [13]. Pro úspěšné dokončení pokusu se musí sehnat směšovací kalorimetr, varná konvice, teploměr, váha, dva odměrné válce, vzorek pneumatiky a vzorek materiálu disku (nepovinný).

STANOVENÍ TEPELNÉ KAPACITY KALORIMETRU

Nejprve se zjišťuje tepelná kapacita kalorimetru označovaná jako C_k . Kalorimetr je nástroj složený ze dvou od sebe oddělených a tepelně izolovaných nádob, víčka, teploměru a míchačky. Pro výpočet tepelné kapacity tohoto nástroje je třeba vyjádřit zákon zachování energie izolované soustavy v kalorimetru. Platí vztah (202), kde Q_c značí teplo přijaté studenou vodou v kalorimetru, Q_k teplo přijaté kalorimetrem a Q_h teplo odevzdané zahřátou vodou.

$$Q_c + Q_k = Q_h \quad (202)$$

Rovnici (202) lze pro potřeby výpočtu tepelné kapacity kalorimetru rozvést do podoby (203), kde c_{v1} značí měrnou tepelnou kapacitu chladné vody, c_{v2} měrnou tepelnou kapacitu zahřáté vody, T_{v1} teplotu chladné vody, T_{v2} teplotu zahřáté vody, m_{v1} hmotnost chladné vody, m_{v2} hmotnost teplé vody a T teplotu po dosažení tepelné rovnováhy.

$$c_{v1} \cdot m_{v1} \cdot (T - T_{v1}) + C_k \cdot (T - T_{v1}) = c_{v2} \cdot m_{v2} \cdot (T_{v2} - T) \quad (203)$$

Z rovnice (203) se vyjádří tepelná kapacita kalorimetru.

$$C_k = \frac{c_{v2} \cdot m_{v2} \cdot (T_{v2} - T) - c_{v1} \cdot m_{v1} \cdot (T - T_{v1})}{T - T_{v1}} \quad (204)$$

Měrnou tepelnou kapacitu vody o různých teplotách lze určit pomocí tabulkových hodnot například ze zdroje [97]. Poté je možné přejít k samotnému pokusu. Nejprve dojde k nalití připravené horké vody o známé hmotnosti do kalorimetru. Po zamíchání se změří její teplota. Poté se změří teplota a hmotnost studené vody, kterou je následně třeba nalít do kalorimetru a zamíchat. Po ustálení tepelné rovnováhy je nutné změřit výslednou teplotu směsi teplé a studené vody. Následně již nic nebrání vypočtení tepelné kapacity kalorimetru.

STANOVENÍ MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY PNEUMATIKY

V následující fázi dojde k výpočtu měrné tepelné kapacity zahřáté struktury pneumatiky. Nejprve je třeba stanovit zákon zachování energie izolované soustavy v kalorimetru. Platí rovnice (205), kde Q_p značí teplo odevzdané zahřátým vzorkem pneumatiky.

$$Q_c + Q_k = Q_p \quad (205)$$

Rovnici (205) lze upravit do podoby (206), kde m_p značí hmotnost vzorku pláště, T_p jeho teplotu a c_p jeho měrnou tepelnou kapacitu.

$$c_{v1} \cdot m_{v1} \cdot (T - T_{v1}) + C_k \cdot (T - T_{v1}) = c_p \cdot m_p \cdot (T_p - T) \quad (206)$$

Z rovnice (206) se následně vyjádří měrná tepelná kapacita pneumatiky.

$$c_p = \frac{c_{v1} \cdot m_{v1} \cdot (T - T_{v1}) + C_k \cdot (T - T_{v1})}{m_p \cdot (T_p - T)} \quad (207)$$

Nyní je třeba nachystat vhodný vzorek struktury pneumatiky. Nejprve se vytvoří tenký řez struktury o konstantní tloušťce a ten lze poté rozdělit na dvě stejné poloviny. Vzorek pneumatiky se nechá asi pět minut zahřívát v horké vodě uvnitř varné konvice či pomocí termokomory. Teplota horké vody by měla být stejná jako v případě stanovování tepelné kapacity kalorimetru. V průběhu zahřívání vzorku se připraví studená voda o známé hmotnosti a teplotě, která by měla odpovídat teplotě z předešlé podkapitoly. Tato studená voda se poté naleje do kalorimetru. Jakmile bude vzorek zahřátý, tak se rychle vyjme z teplé vody či termokomory a následně vloží do kalorimetru. Poté se naměří teplota horké vody, ve které byl ohříván vzorek. V případě měření pomocí termokomory stačí jen opsat hodnotu nastavené teploty zahřívání. Po vložení vzorku do kalorimetru a počkání na ustálení tepelné rovnováhy se změří výsledná teplota směsi studené vody a horkého vzorku pneumatiky. Poté lze spočítat měrnou tepelnou kapacitu pneumatiky.

STANOVENÍ MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY DISKU

Měrná tepelná kapacita disku c_d se dá určit stejným způsobem jako měrná tepelná kapacita pneumatiky. V případě, že není k dispozici vhodný vzorek materiálu disku, tak je možné danou veličinu zjistit pomocí tabulkových hodnot z [97].

$$c_d = 875 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \text{ při } 300 \text{ K [97]}$$

STANOVENÍ MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY VZDUCHU ZA KONSTANTNÍHO OBJEMU

Měrnou tepelnou kapacitu vzduchu za konstantního objemu $c_{v,v}$ v závislosti na teplotě lze zjistit například pomocí zdroje [43]. Poté je třeba vypočítat průměrnou hodnotu této veličiny v rozmezí teplot horké a studené vody z předešlých pokusů.

$$c_{v,v} = 1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \text{ při } 300 \text{ K [43]}$$

VÝSLEDNÁ HODNOTA MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY SESTAVY

Pro stanovení měrné tepelné kapacity sestavy je třeba určit, jaký podíl na celkovém objemu kola má disk (p_d), pneumatika (p_p) a vzduch ($p_{v,v}$). Nejjednodušší možností je využití nádrže s vodou, do které se postupně ponoří sestava kola s diskem, samotný disk a nakonec samotná pneumatika. Pomocí sledování růstu hladiny se vypočítá objem sestavy, objem kola a objem disku a následně lze určit požadované podíly disku, pneumatiky a hustícího plynu na celkovém objemu. Tyto podíly se následně vynásobí s příslušnou měrnou tepelnou kapacitou dané komponenty. Vznikne vztah pro určení průměrné měrné tepelné kapacity kola (208).

$$c_k = c_d \cdot p_d + c_p \cdot p_p + c_{v,v} \cdot p_{v,v} \quad (208)$$

Celý postup výpočtu měrné tepelné kapacity kola je vhodný například při následném použití méně výkonné termokomory, které dlouho trvá zahřátí materiálu. Konzervativní určení hodnoty c_k by znamenalo výrazné prodloužení tohoto času. Termokomora o výkonu 400 W by 17 kg vážící kolo zahřivala z 20 °C na 80 °C přibližně 50 min. V případě konzervativního určení hodnoty c_k , za kterou se dosazuje měrná tepelná kapacita materiálu kola o nejvyšší hodnotě, by došlo k prodloužení času potřebného na zahřátí o více než půl hodiny.

VÝSLEDNÁ HODNOTA MĚRNÉ TEPELNÉ KAPACITY SESTAVY PRO VÝKONNÉ TERMOKOMORY

V případě následného využití termokomory o výkonu například 9000 W by se čas potřebný k zahřátí kola zkrátil z 50 min (termokomora o výkonu 400 W) asi na 2 min. Z tohoto důvodu je zbytečné provádět výše zmíněný postup vedoucí ke stanovení průměrné měrné tepelné kapacity kola. Za tuto hodnotu se ve výpočtech dosadí měrná tepelná kapacita materiálu kola o nejvyšší hodnotě. Jedná se o pryž, jejíž měrná tepelná kapacita při teplotě 300 K je vystihnuta v tabulce 5. Pomocí této hodnoty lze velmi konzervativně určit čas, za který dojde k dostatečnému zahřátí kola. Čas vychází delší pouze v řádech desítek sekund.

$$c_k = 2010 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \text{ při } 300 \text{ K [97]}$$

4.2.2 STANOVENÍ ČASU ZAHŘÁTÍ KOLA

Po určení všech požadovaných parametrů lze vypočítat množství tepla, které přijme celek pneumatiky s diskem od okolí. Platí vztah (209). [99]

$$Q_k = m_k \cdot c_k \cdot (T_{\text{plyn2}} - T_{\text{plyn1}}) \quad (209)$$

Výkon termokomory lze určit vztahem (210). [99]

$$P_t = \eta_t \cdot P_{ot} \quad (210)$$

Čas, za který dojde k zahřátí kola, se dá vypočíst vztahem (211). [99]

$$t = \frac{Q_k}{P_t} \quad (211)$$

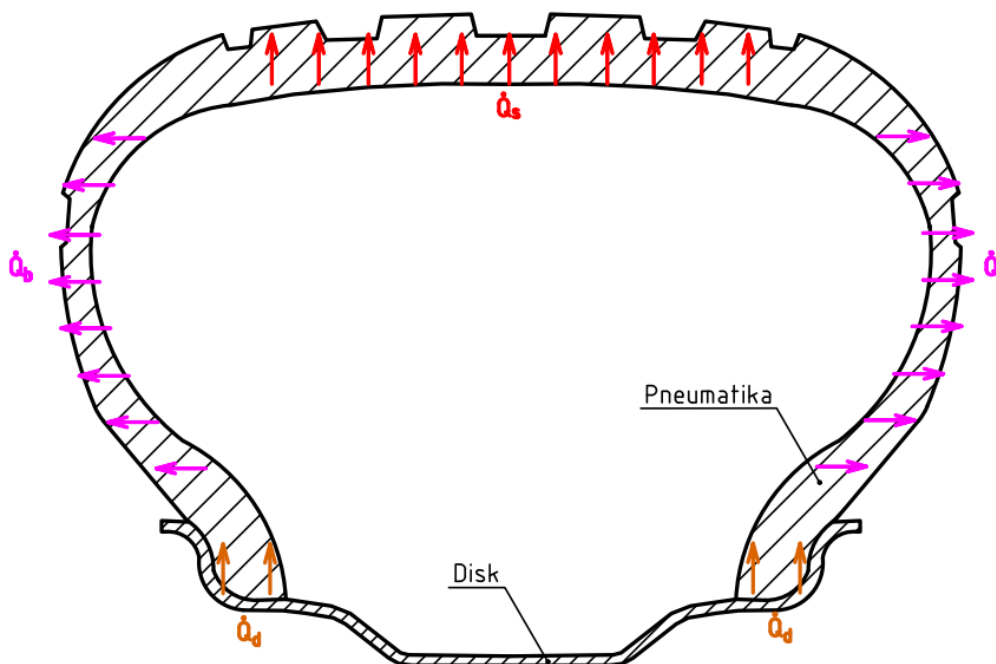
Po uplynutí tohoto času dojde k zahřátí kola z počáteční teploty T_{plyn1} na teplotu v termokomoře T_{plyn2} . Po zahřátí se změří tlak vzduchu v plášti a naměřená hodnota se zapíše do tabulky. Měření je vhodné provést vícekrát pro různé hodnoty teploty T_{plyn2} . Vzhledem k tomu, že se tlak v pneumatice měří ručně pomocí manometru, tak je z bezpečnostních důvodů lepší využít rozsah teplot pouze mezi 0 °C a 50 °C. Po dokončení všech měření lze vykreslit všechny naměřené body do grafu závislosti tlaku na teplotě a aproximovat je vhodnou funkcí. Poté se výsledný graf může porovnat s již určenými závislostmi.

5 NÁVRH TERMOMECHANICKÉHO MODELU

Druhým úkolem praktické části diplomové práce je navrhnout kompletní termomechanický model pneumatiky vhodný pro použití při reálném testování automobilů. Obsahem této části je nejprve definice všech tepelných toků, které působí na pneumatiku během jízdy vozidla (podkapitoly 5.1 až 5.4). Následně se za pomoci programu v softwaru MATLAB zjistí, které tepelné toky jsou pro návrh termomechanického modelu stěžejní a které není velkou chybou zanedbat (podkapitola 5.5). Poslední část páté kapitoly se zabývá návrhem termomechanického modelu pro výpočet teplot během jízdy a jeho naprogramování do prostředí MATLAB.

5.1 PŘENOS TEPLA VEDENÍM

Přenos tepla vedením probíhá mezi vnitřní a vnější částí pneumatiky a dále mezi pneumatikou a ráfkem. V následujících podkapitolách bude podrobněji popsán přenos tepla strukturou v oblasti šířky kontaktní plochy, v oblasti bočnic a nakonec v oblasti kontaktu disku s pláštěm. Obrázek 56 znázorňuje všechny tři zmíněné přenosy tepla vedením. Směry některých tepelných toků mohou být také obrácené, protože záleží na konkrétní jízdní situaci.



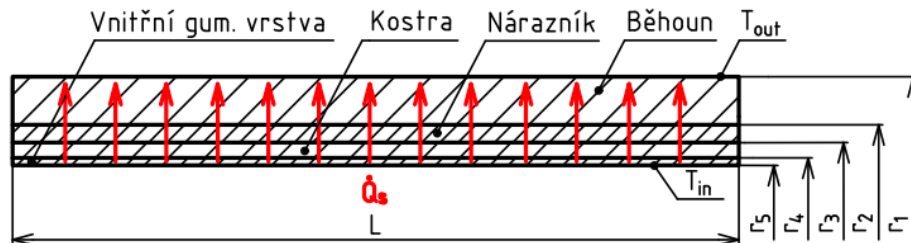
Obr. 56 – Oblasti, kde se lze setkat s přenosem tepla vedením

5.1.1 PŘENOS TEPLA VEDENÍM V OBLASTI ŠÍŘKY KONTAKTNÍ PLOCHY

Ke stanovení přenosu tepla vedením mezi vnější a vnitřní stranou pláště v oblasti šířky kontaktní plochy je třeba vytvořit řez dle obrázku 57, který lze ve výpočtech aproximovat jako složenou válcovou stěnu. Pro výpočet tepelného toku složené válcové stěny se dá využít již dříve zmíněný obecný vztah (158), který je odvozen za platnosti ustáleného stavu a jednorozměrného vedení [61]. Tento vztah se pro účely termomechanického modelu upraví do podoby (212), kde λ_1 značí součinitel tepelné vodivosti odpovídající běhounu, λ_2 nárazníku, λ_3 kostře a λ_4 vnitřní gumové vrstvě. Poloměr r_1 charakterizuje polohu vnější části běhounu, r_2 vnější části nárazníku, r_3 vnější části kostry, r_4 vnější části vnitřní gumové vrstvy a r_5 vnitřní

části vnitřní gumové vrstvy. T_{out} symbolizuje teplotu vnější strany pláště v oblasti šířky kontaktní plochy, T_{in} teplotu vnitřní strany a L šířku kontaktní plochy. Jednotlivé parametry potřebné k výpočtu tepelného toku jsou pro lepší přehlednost znázorněny také na obrázku 57.

$$\dot{Q}_s = \frac{L \cdot (T_{in} - T_{out})}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2} \ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3} \ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_4} \ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} \quad (212)$$



Obr. 57 – Celková hustota tepelného toku řezem pláště

Pomocí veličiny s názvem tepelný odpor R_λ lze získat finální verzi vztahu pro přenos tepla vedením v oblasti šířky kontaktní plochy (213).

$$\dot{Q}_s = \frac{L \cdot (T_{in} - T_{out})}{R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3} + R_{\lambda 4}} \quad (213)$$

TEPLOTNÍ PROFIL

Pomocí vzorců (214) až (218) je možné spočítat jednotlivé teploty na hranicích vrstev, které jsou znázorněny na obrázku 58. Člen T_1 značí teplotu na pomezí běhounu a nárazníku, T_2 na pomezí nárazníku a kostry a nakonec T_3 na pomezí kostry a vnitřní gumové vrstvy.

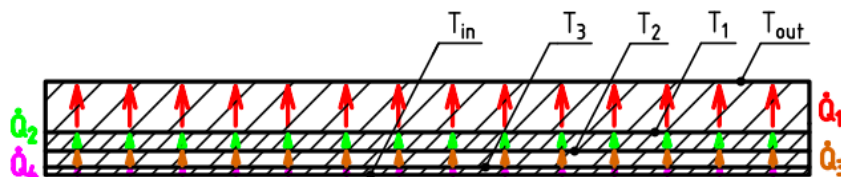
$$\dot{Q}_1 = \frac{L \cdot (T_1 - T_{out})}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1} \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \quad (214)$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{L \cdot (T_2 - T_1)}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2} \ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} \quad (215)$$

$$\dot{Q}_3 = \frac{L \cdot (T_3 - T_2)}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_3} \ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} \quad (216)$$

$$\dot{Q}_4 = \frac{L \cdot (T_{in} - T_3)}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_4} \ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} \quad (217)$$

$$\dot{Q}_s = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}_3 = \dot{Q}_4 \quad (218)$$



Obr. 58 – Tepelné toky odpovídající daným vrstvám

Po vypočtení všech požadovaných teplot lze vyjádřit jednotlivé teplotní profily, které mají pro všechny vrstvy tvar logaritmické křivky. Platí již dříve zmíněný vztah (156). Následující vztahy (219) až (222) vystihují reálné použití rovnice teplotního profilu pro případ vedení tepla strukturou pláště o šířce kontaktní plochy.

$$T_{\text{out-1}} = T_1 + \frac{T_1 - T_{\text{out}}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \cdot \ln(r_2) - \frac{T_1 - T_{\text{out}}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \cdot \ln(r_{1-2}) \quad (219)$$

$$T_{1-2} = T_2 + \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} \cdot \ln(r_3) - \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_3}\right)} \cdot \ln(r_{2-3}) \quad (220)$$

$$T_{2-3} = T_3 + \frac{T_3 - T_2}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} \cdot \ln(r_4) - \frac{T_3 - T_2}{\ln\left(\frac{r_3}{r_4}\right)} \cdot \ln(r_{3-4}) \quad (221)$$

$$T_{3-\text{in}} = T_{\text{in}} + \frac{T_{\text{in}} - T_3}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} \cdot \ln(r_5) - \frac{T_{\text{in}} - T_3}{\ln\left(\frac{r_4}{r_5}\right)} \cdot \ln(r_{4-5}) \quad (222)$$

Výpočet teplotního profilu touto metodou je přesný pouze při platnosti ustáleného stavu, jednorozměrného vedení a absenci vnitřních zdrojů tepla [61]. Ustálený stav znamená, že se teplota v libovolném místě struktury pneumatiky s časem nemění [61]. Je zřejmé, že tohoto stavu se dá v průběhu jízdy vozidla stěží dosáhnout. Dalším problémem je přítomnost vnitřních zdrojů tepla ve struktuře pneumatiky. Z předešlých vět vyplývá, že teplotní profil spočítaný touto metodou nebude příliš přesný.

Přesnější možností vedoucí ke zjištění teplotního profilu je uplatnění hloubkového měření pyrometrem. Takovýto typ měření ale není možné provádět za jízdy vozidla a vede pouze ke zjištění teplotního profilu v tloušťce běhounu. Nejpresněji lze teplotní profil vypočítat obecnou diferenciální rovnicí vedení tepla upravenou do podoby (96). Tento vztah byl již dříve zmíněn u TameTire modelu. K úspěšnému vyřešení diferenciální rovnice je nutné vyjádřit závislost teploty na čase, závislost teploty na poloze, dále určit vhodné počáteční a okrajové podmínky a hustoty tepelných toků [22]. Řešení této rovnice je matematicky velmi obtížné a v některých případech ji analyticky ani nelze vyřešit [22].

5.1.2 PŘENOS TEPLA VEDENÍM V OBLASTI BOČNIC A OBLASTI KONTAKTU DISKU S PLÁŠTĚM

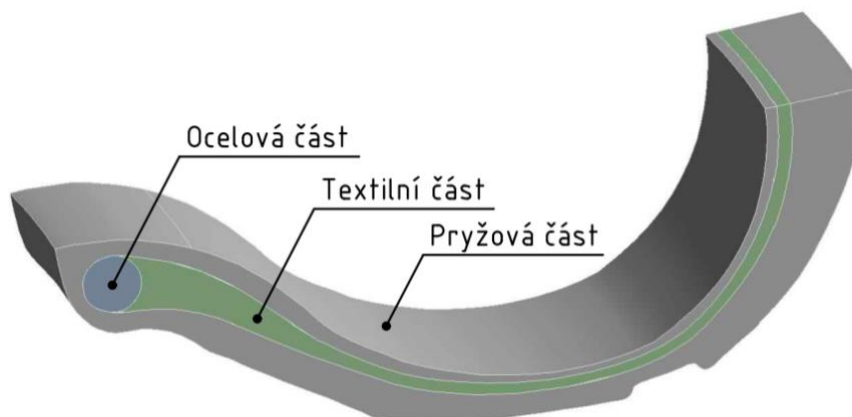
Vzhledem k velmi složitému tvaru bočnic lze jako nejvhodnější možnost pro vyjádření tepelného toku vedením využít numerické řešení pomocí programu ANSYS. Dále se dá uplatnit také aproximace v podobě složené rovinné stěny, která je ale v tomto případě značně nepřesná.

Disk je při jízdě vozidla zahříván generováním tepla z brzd. Jedná se o součást, která se většinou vyrábí z oceli či slitiny hliníku, což jsou materiály o vysoké tepelné vodivosti. Teplo se diskem snadno šíří a ovlivňuje také teplotu pneumatiky. Dochází k přenosu tepla vedením v místech styku pneumatiky a disku. Tento přenos tepla je velmi žádoucí například při závodech Formule 1, neboť pomáhá udržovat pneumatiku v zahřátém stavu [88]. Pro zlepšení absorpce tepla z brzd závodní týmy využívají černý nátěr ráfku [88]. Přenos tepla vedením v důsledku zahřívání disku lze nejpresněji určit numericky pomocí programu ANSYS.

MODEL V PROGRAMU ANSYS

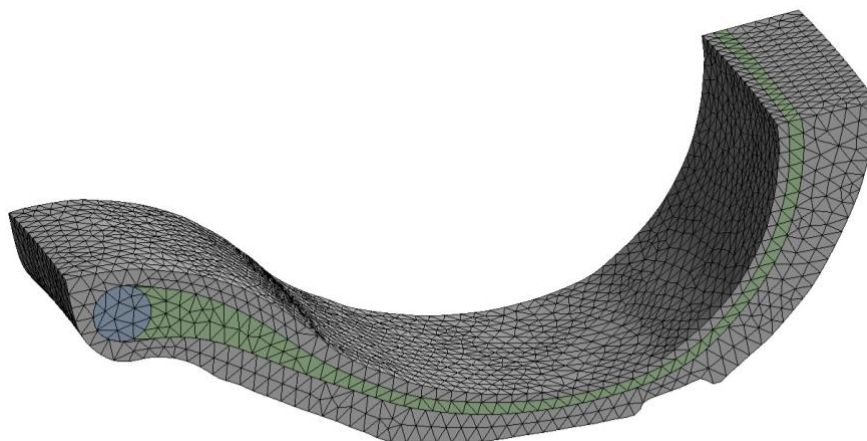
Model na následujících řádcích se týká určení celkového tepelného toku kondukcí v oblasti bočnice. Zahrnuje jak vedení mezi vnitřní a vnější stranou bočnice, tak vedení v důsledku zahřívání disku

Nejprve je třeba vymodelovat řez bočnice v programu Creo Parametric. Sestava bočnice se skládá z pryžové části, textilní části a ocelové části (obrázek 59). Rozměry všech částí bočnice jsou smyšlené, ale blíží se reálným hodnotám. Tento model se následně importuje do programu ANSYS Workbench.



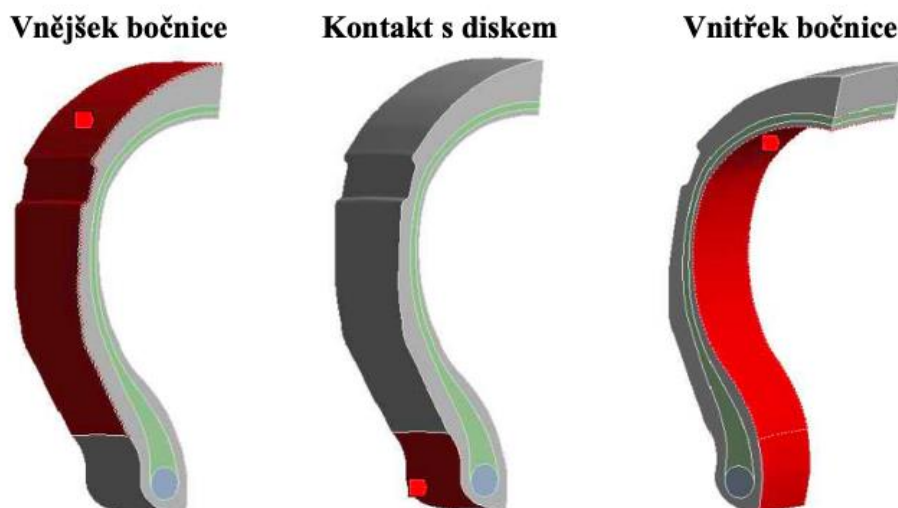
Obr. 59 – Sestava bočnice složená z jednotlivých částí

V termální analýze programu ANSYS Workbench je nejprve třeba určit materiálové vlastnosti jednotlivých částí. Do programu se zadají součinitele tepelné vodivosti všech segmentů v závislosti na teplotě. Data pochází z programu v softwaru MATLAB, který je charakterizován v podkapitole 5.5. Poté je třeba materiály správně přiřadit k jednotlivým částem a následně vytvořit síť. K tvorbě sítě byly využity prvky typu TETRAHEDRON a velikost sítě byla nastavena na hodnotu 1,5 mm. Síť je zobrazena na obrázku 60.



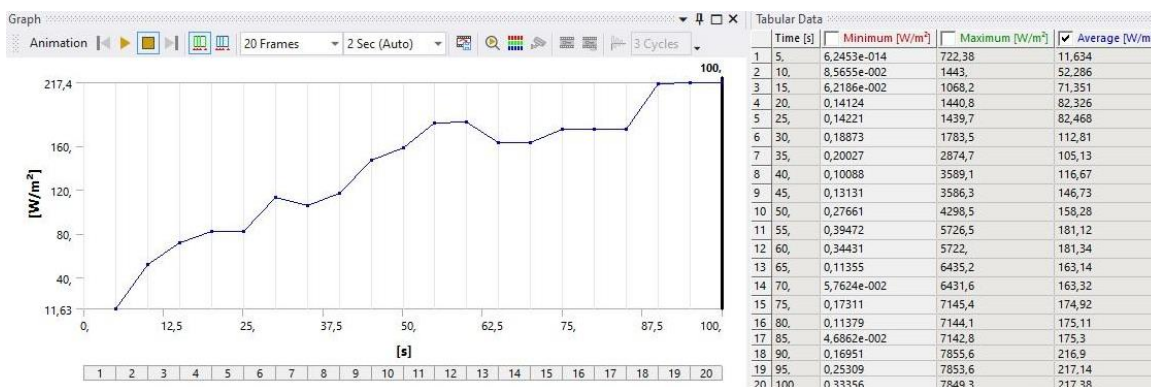
Obr. 60 – Výpočtová síť pro sestavu bočnice

Následně se nastaví parametry související s teplotou. V programu je třeba zadat tepelné podmínky pro kontakt disku s pláštěm, vnější část bočnice a vnitřní část bočnice (obrázek 61). Data opět pochází z programu v části 5.5. Dále se nastaví vhodné časování dané analýzy. Co se týče nastavení řešení, tak předmětem zájmu je celková hustota tepelného toku v oblasti bočnice.



Obr. 61 – Definice tepelných podmínek pro sestavu bočnice

Poté, co proběhne výpočet, tak je třeba v numerickém řešení nalézt hodnoty průměrné hustoty tepelného toku v oblasti bočnice. Příklad řešení je znázorněn na obrázku 62.



Obr. 62 – Příklad řešení průměrné hustoty tepelného toku v oblasti bočnice (odhadnutá data)

Ze získaného řešení měrného tepelného toku vedením v oblasti jedné bočnice si lze vytvořit představu, zda je nutné tento tepelný tok uvažovat či nikoliv. Z důvodu náročnosti řešení, nutnosti vlastnit software ANSYS a nepřiliš velké velikosti tohoto tepelného toku je lepší ho zanedbat.

5.1.3 MĚŘENÍ POŽADOVANÝCH PARAMETRŮ

Pro účely vyjádření všech tepelných toků zobrazených na obrázku 56 je potřeba naměřit mnoho požadovaných parametrů. V případě tepelného toku v oblasti šířky kontaktní plochy je nutné zjistit následující data:

- teplotu vnějšího (T_{out}) a vnitřního (T_{in}) povrchu pneumatiky v této oblasti
- součinitel tepelné vodivosti běhounu (λ_1), nárazníku (λ_2), kostry (λ_3) a vnitřní gumové vrstvy (λ_4),
- poloměry jednotlivých vrstev pláště (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5)
- šířku kontaktní plochy (L)
- čas uplynulý od začátku měření

Pro tepelné toky v oblasti bočnic a v oblasti kontaktu disku s pláštěm je třeba zjistit následující parametry:

- teplotu vnějšího (T_{bo}) a vnitřního (T_{bi}) povrchu pneumatiky v oblasti bočnice
- součinitel tepelné vodivosti kostry (λ_3), vnitřní gumové vrstvy (λ_4), bočnice (λ_5), patky pláště (λ_6) a patního lanka (λ_7)
- teplotu povrchu disku (T_{disk})
- geometrii bočnice a velikost kontaktu disku s pláštěm
- čas uplynulý od začátku měření

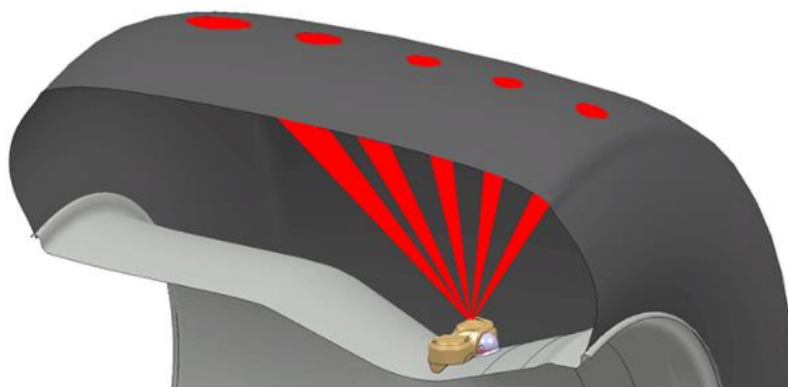
MĚŘENÍ TEPLOT

Existuje velké množství různých přístrojů, které jsou vhodné pro měření teplot povrchů pneumatiky. První z nich je IRN-RC (obrázek 63). Jedná se o vnější snímač teploty pneumatiky o tří až osmi kanálech, který pracuje na bázi infračervených paprsků. Tyto paprsky vychází ze senzorů, které od sebe musí být ve vzdálenosti alespoň jednoho palce. Mezi senzory se nachází upevňovací otvory o průměru 3 mm. Teplotní rozsah senzorů je od $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Měření lze provádět i u pohybujícího se vozidla. Jedná se o velkou výhodu tohoto měřiče, neboť se tak dají určit konkrétní místa závodní tratě, ve kterých pneumatika nefunguje optimálně. [34] Na bázi infračervených paprsků existují také ruční zařízení pro měření teploty. Takováto zařízení obvykle měří teplotu běhounu u stojícího vozu na jednom místě, nicméně najdou se také varianty, které umožňují měřit teplotu na více místech současně. Jde o neefektivnější způsob měření teploty pláště z hlediska financí. Kromě přístrojů na bázi infračervených snímačů existují také teplotní pyrometry, které umožňují měřit teplotu struktury pláště. Měření probíhá v hloubce 3 mm až 5 mm. Jejich nevýhodou je, že měří teplotu jen u stojícího vozidla a až po vpichu jehly do pláště. To dává pneumatice více času na vychladnutí. [73]



Obr. 63 – Měřič teploty pneumatiky IRN-RC [34]

Velmi užitečným pomocníkem třeba při závodech může být také snímání teploty pryže uvnitř pneumatiky. Toto umí například měřič IRTPTMS V3, který k měření využívá infračerveného paprsku o zorném poli 35° . Tento senzor lze libovolně naklonit podle toho, zda chceme měřit vnitřní teplotu běhounu či bočnice. Výstupem měření je kromě teploty pryže také tlak v pneumatice a vnitřní teplota vzduchu. Zařízení měří teplotu vzduchu v pneumatice od $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $125\text{ }^{\circ}\text{C}$ s přesností $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Teplota vnitřku pláště je měřena v rozmezí $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $215\text{ }^{\circ}\text{C}$ s přesností, která se pohybuje od $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hodnoty možného rozpětí a přesnosti naměřeného tlaku závisí na druhu senzoru. Senzor s nejlepšími parametry umožňuje měřit tlak od 0 bar do 5,375 bar s přesností 25 mbar. Dále existuje vylepšená varianta tohoto měřiče s názvem IRTPTMS V2 5 Pixel, která umožňuje měřit teplotu vnitřku pneumatiky v pěti bodech o zorném poli 96° . Snímač je zobrazen na obrázku 64. [35]



Obr. 64 – Snímač teploty a tlaku IRTPTMS V2 5 Pixel [35]

Kombinací vnějšího a vnitřního snímače teploty lze získat rozsáhlá data o chování pneumatiky na všech částech okruhu. Toto řešení je ale finančně velmi nákladné, a proto se vyplatí pouze profesionálním závodníkům či vývojovému oddělení automobilek.

Aplikace pro konkrétní měření

Pro účel výpočtu tepelného toku v oblasti šířky kontaktní plochy lze použít přístroj IRN-RC ke snímání vnější teploty a přístroj IRTPTMS V2 5 Pixel ke snímání vnitřní teploty. Pokud dané přístroje zjistí velký rozdíl mezi teplotou vnější a vnitřní strany, tak má pneumatika sníženou schopnost přilnavosti k silnici a více se opotřebovává [73]. Co se týče teplot v oblasti bočnic, tak vnitřní teplotu lze změřit vhodným nakloněním senzoru přístroje IRTPTMS V3. Vnější teplota se dá zjistit vhodným ohnutím přístroje IRN-RC. Možnosti ohybu tohoto přístroje ilustruje obrázek 65. Poměrně obtížné je měření vnitřní teploty disku, protože senzor přístroje IRTPTMS V3 lze naklonit maximálně o úhel 35° a není tedy možné ho pro danou situaci použít. Vzhledem k vysokému součiniteli tepelné vodivosti slitiny hliníku se ale nemusí měřit povrchová teplota uvnitř disku, neboť lze předpokládat velmi malý rozdíl mezi jeho vnější a vnitřní teplotou. Vnější teplotu disku je možné zjistit například vhodným ohnutím přístroje IRN-RC. Všechny požadované teploty s výjimkou těch uvnitř pláště lze naměřit také ručními přístroji. Nevýhoda tohoto postupu spočívá v tom, že není možné sledovat tyto teploty během jízdy vozidla.



Obr. 65 – Příklad možné změny tvaru měřicího přístroje IRN-RC [95]

MĚŘENÍ SOUČINITELŮ TEPELNÉ VODIVOSTI

Mezi hlavní materiály, ze kterých se skládá pneumatika, patří pryž, tkanina a ocel. Pro účely termomechanického modelu se předpokládá, že všechny tyto materiály mají homogenní a izotropní vlastnosti. Typické hodnoty součinitele tepelné vodivosti běhounu (λ_1), nárazníku (λ_2), kostry (λ_3), vnitřní gumové vrstvy (λ_4), bočnice (λ_5), patky pláště (λ_6) a patního lanka (λ_7) jsou následující:

$$\lambda_1 = 0,293 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_2 = 60,5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_3 = 0,293 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_4 = 0,293 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_5 = 0,293 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_6 = 0,293 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\lambda_7 = 60,5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

[78]

Při výběru měřicího přístroje vhodného k přesnému měření součinitele tepelné vodivosti je nejprve nutné ověřit, jaké má daný přístroj omezení z hlediska rozsahu naměřených dat. Některými přístroji totiž nelze změřit součinitel tepelné vodivosti například pro ocel či slitinu hliníku. Dále je vhodné vybrat takový přístroj, který umožňuje naměřit závislost součinitele tepelné vodivosti na teplotě. Některé materiály, mezi které patří například pryž, mají tuto závislost v provozním rozsahu teplot poměrně nevýraznou a není proto důležité ji řešit. Důkazem jsou data v tabulce 6 zachycující vliv teploty pryže na její součinitel tepelné vodivosti. U kovů je lepší danou závislost zohlednit, neboť dochází k výraznějším změnám součinitele v provozním rozsahu teplot.

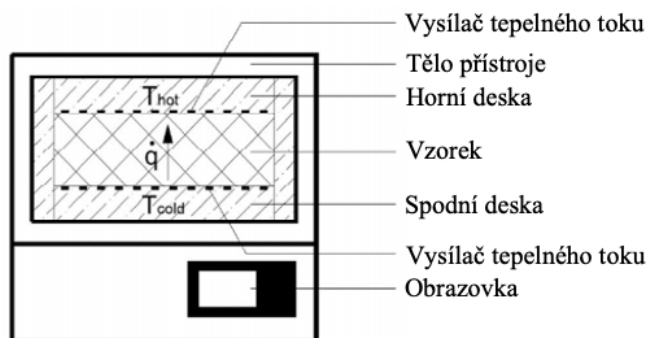
Tab. 6 – Vliv teploty pryže na její součinitel tepelné vodivosti [79]

Teplota [°C]	37,75	148,95	204,45
λ [W · m⁻¹ · K⁻¹]	0,255	0,238	0,197

LaserComp FOX 314

Prvním příkladem laboratorního přístroje vhodného pro měření součinitele tepelné vodivosti je LaserComp FOX314, který obsahuje měřicí komoru se dvěma deskami o různých teplotách. Schéma si lze prohlédnout na obrázku 66. Tloušťce vzorku se přístroj přizpůsobí pomocí pohybu spodní desky. Na obou deskách je nainstalován vysoce citlivý vysílač tepelného toku. Signály z těchto vysílačů jsou úměrné tepelnému toku, který protéká vzorkem. Pomocí tohoto tepelného toku se následně počítá součinitel tepelné vodivosti. Měření probíhá za ustálených podmínek a nezahrnuje proměnlivou vlhkost vzduchu a ani sluneční vliv. [89]

Před samotným měřením je třeba upravit vzorek do přístrojem požadovaného tvaru a následně z něj odstranit veškeré nečistoty. Od nečistot se musí očistit také samotné desky přístroje. Přístroj dokáže měřit součinitel tepelné vodivosti mezi teplotami -20 °C a 75 °C s přesností 1 %. Naměřená data mohou být v rozsahu od 0,005 W · m⁻¹ · K⁻¹ do 0,35 W · m⁻¹ · K⁻¹. [90] Přístroj je tedy vhodný ke zjištění součinitelů tepelné vodivosti pro běhoun, kostru, vnitřní gumovou vrstvu, bočnici a patku. Nelze s ním změřit data pro patní lanko a nárazník.



Obr. 66 – Schéma měřicího přístroje LaserComp FOX 314 [89]

TK04

Jedná se o přístroj pracující za neustálených podmínek, který je schopný měřit součinitel tepelné vodivosti libovolně velkého vzorku v rozsahu od $0,1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ do $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ při teplotách vzorku od $-25 \text{ }^\circ\text{C}$ do $125 \text{ }^\circ\text{C}$ s přesností 2 %. K tomuto přístroji je možné připojit různé typy sond, které se vždy skládají z topného zařízení a snímače teploty zabudovaného v kovové trubici. Přístroj s měřicí sondou je zobrazen na obrázku 67. [91]



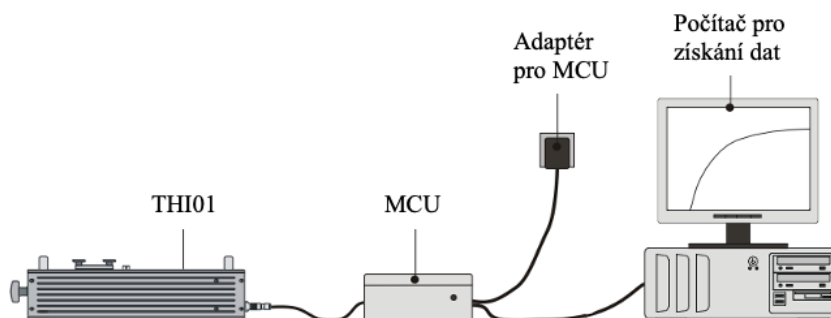
Obr. 67 – Měřicí přístroj TK04 se sondou [91]

Při užití sondy typu VLQ (standardní jehlové sondy) je její kovová trubice plně obklopena materiálem vzorku. Příprava vzorku vyžaduje vyvrtání otvoru odpovídajícímu průměru (2 mm) a délce (70 mm) jehlové sondy a následné použití kontaktní kapaliny. Taková sonda není vhodná pro měření požadovaných dat struktury pláště z důvodu příliš velké délky otvoru. Sondy typu HLQ jsou založeny na principu měření dat pomocí povrchového kontaktu se součástí. Povrch součásti musí být rovný. Měl by být použit mírný kontaktní tlak. [91] Taková sonda by byla vhodná pro měření vlastností běhounu, kostry, vnitřní gumové vrstvy a bočnice. Nelze ji ale využít pro měření dat pro patní lanko či nárazník, neboť tyto části mají vyšší součinitel tepelné vodivosti než limitních $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Další nevýhodou tohoto přístroje je nutnost před každým měřením manuálně upravit vzorek na požadovanou teplotu.

THISYS

THISYS je poměrně přesný laboratorní přístroj vhodný k měření materiálů o vysokém součiniteli tepelné vodivosti až do hodnoty $200 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Spočívá na principu měření teplotního gradientu napříč vzorkem při zahřívání známým tepelným tokem. Pomocí známého tepelného toku, rozdílu teplot ve vzorku a tloušťky vzorku lze určit součinitel tepelné vodivosti.

Měření se provádí ve vztahu k určitému referenčnímu materiálu o tloušťce 5 mm. Přístroj využívá dvou hliníkových chladičů a každý z nich obsahuje ohříváč namontovaný na vzduchem naplněné izolační dutině. Vzorek se umísťuje přes tyto dutiny. Součást přístroje se vzorkem označovaná TH101 je spojena s kontrolní a měřicí jednotkou označovanou MCU, která ústí do počítače. Schéma zapojení je znázorněno na obrázku 68. THISYS umožňuje měřit tenké vzorky do 6 mm v teplotním rozsahu od $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. [92] Je vhodný například pro změření součinitele tepelné vodivosti nárazníku či patního lanka.



Obr. 68 – Měřicí přístroj THISYS [92]

Pokus v domácích podmínkách

Součinitele tepelné vodivosti lze experimentálně určit také v případě, že nejsme vybaveni speciálními laboratorními přístroji. Následující pokus určující průměrnou hodnotu tohoto součinitele mezi teplotami $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ je poměrně snadno proveditelný i v domácích podmínkách. Co se týče potřebné výbavy, tak k úspěšnému provedení pokusu je potřeba mít nachystaný led, zdroj tepla, parní komoru, dvě hadice pro přívod a odvod páry, část pneumatiky, stopky, váhu a dvě kádinky pro zachytávání vody. Uspořádání těchto komponent znázorňuje obrázek 69. [82]



Obr. 69 – Uspořádání jednotlivých komponent pokusu pro určení λ [82]

Při tomto pokusu nachází uplatnění již dříve zmíněný vztah (161), který vystihuje vedení tepla rovinnou stěnou. Tento vzorec lze pro zadané podmínky upravit do podoby (223) a poté je z něj nutné vyjádřit součinitel tepelné vodivosti λ_{celk} (224). Člen S značí plochu ledu v kontaktu s pláštěm. Jediným neznámým parametrem potřebným k výpočtu součinitele je tepelný tok $\dot{Q}_{\text{s,pokus}}$, který se zjišťuje pokusem. [82]

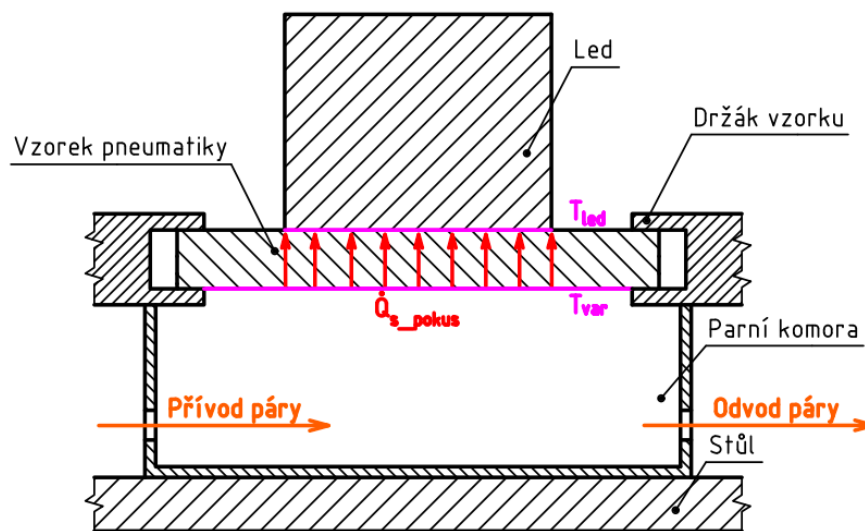
$$\dot{Q}_{\text{s,pokus}} = \frac{\lambda_{\text{celk}} \cdot S \cdot (T_{\text{var}} - T_{\text{led}})}{r_1 - r_5} \quad (223)$$

$$\lambda_{\text{celk}} = \frac{\dot{Q}_{s_pokus} \cdot (r_1 - r_5)}{S \cdot (T_{var} - T_{led})} \quad (224)$$

Pokus, který je schematicky znázorněn na obrázku 70, spočívá v tom, že struktura pneumatiky o šířce kontaktní plochy je z jedné strany ochlazována ledem o teplotě 0 °C a z druhé strany zahřívána parní komorou na teplotu 100 °C. Tepelný tok \dot{Q}_{s_pokus} lze zjistit pomocí množství vody z rozpuštěného ledu. Měří se hmotnost této vody m_v za daný čas Δt . Dále je třeba znát měrné skupenské teplo tání vody l_t . Před začátkem měření se musí počkat na ustálení teplot obou povrchů. [82]

$$l_t = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\dot{Q}_{s_pokus} = \frac{l_t \cdot m_v}{\Delta t} \quad (225)$$



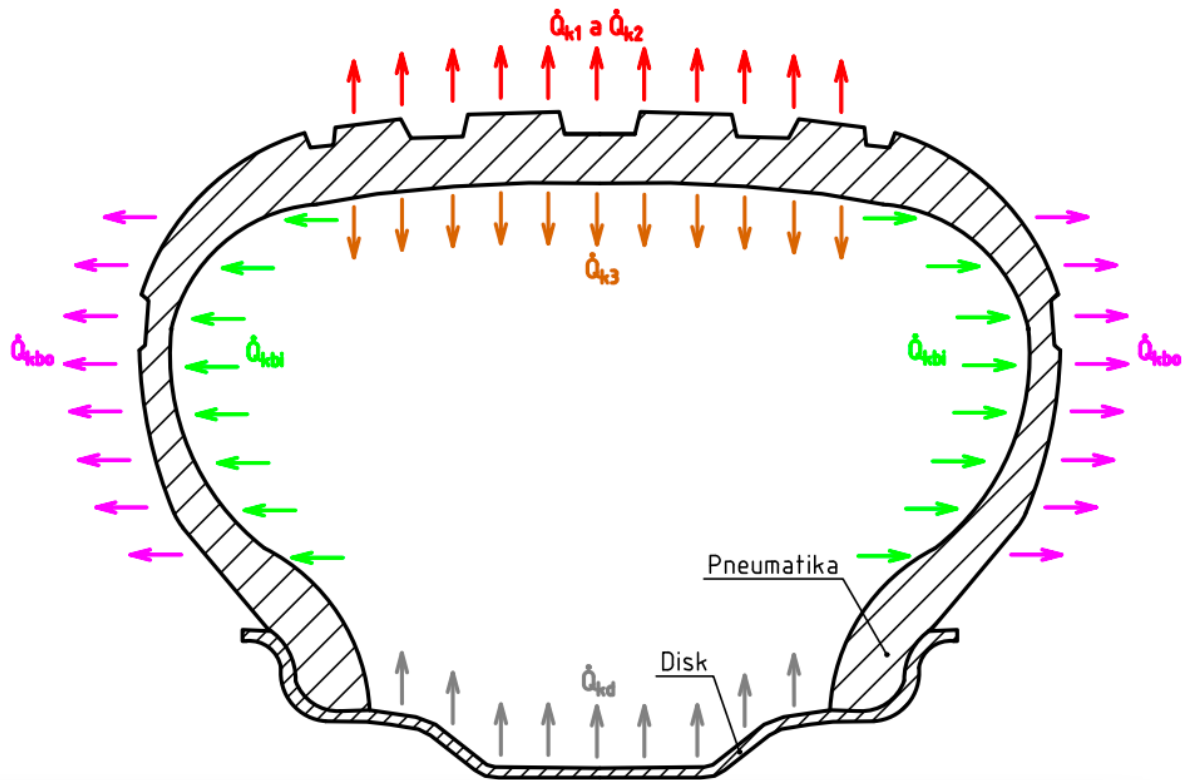
Obr. 70 – Schéma měření tepelného toku strukturou pláště [82]

Po výpočtu tepelného toku \dot{Q}_{s_pokus} a dosazení všech známých parametrů do rovnice (224) lze získat průměrný součinitel tepelné vodivosti struktury pneumatiky mezi teplotami 0 °C a 100 °C. Mezi nevýhody tohoto pokusu patří nemožnost získat závislost součinitele tepelné vodivosti na teplotě a nižší přesnost. [82]

5.2 PŘENOS TEPLA KONVEKČÍ

V následujících řádcích bude charakterizován přenos tepla konvekcí mezi běhounem a okolím, vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a hustícím plynem, bočnicemi a okolím, bočnicemi a hustícím plynem a nakonec mezi diskem a hustícím plynem. Postupy výpočtů jsou mírně inspirovány již existujícími modely z literatury [23], [31] a [49]. Všechny výpočty přenosů tepla konvekcí lze vystihnout už dříve zmíněným Newtonovým vztahem (163).

Obrázek 71 znázorňuje všechny přenosy tepla konvekcí týkající se pneumatiky. Směry některých tepelných toků mohou být také obrácené, neboť záleží na konkrétní jízdě situaci.



Obr. 71 – Oblasti, kde se lze setkat s přenosem tepla konvekcí

5.2.1 KONVEKCE MEZI BĚHOUNEM A OKOLNÍM VZDUCHEM

Tepelný tok nucenou konvekcí mezi běhounem a okolním vzduchem se vypočítá pomocí vztahu (226). Člen T_{vzd} značí teplotu vzduchu, $S_{bĕh}$ plochu běhounu bez kontaktu s vozovkou a α_{k1} součinitel přestupu tepla mezi běhounem a okolním vzduchem. Plochu běhounu, která není v kontaktu s vozovkou, lze vyjádřit rovnicí (227). Velikost kontaktní plochy S_k je možné určit již dříve zmíněným vztahem (8). Podmínkou k úspěšnému vyřešení tohoto tepelného toku je existence pohybu mezi běhounem a okolním vzduchem. V případě, že tento pohyb chybí, se musí uplatnit mechanismus přirozené konvekce.

$$\dot{Q}_{k1} = \alpha_{k1} \cdot S_{bĕh} \cdot (T_{out} - T_{vzd}) \quad (226)$$

$$S_{bĕh} = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L - S_k \quad (227)$$

5.2.2 KONVEKCE MEZI BĚHOUNEM A PVRCHEM VOZOVKY

Tepelný tok mezi běhounem a povrchem vozovky lze vypočítat vztahem (228), kde T_{sil} značí teplotu silnice a α_{k2} součinitel přestupu tepla mezi běhounem a povrchem vozovky.

$$\dot{Q}_{k2} = \alpha_{k2} \cdot S_k \cdot (T_{out} - T_{sil}) \quad (228)$$

5.2.3 KONVEKCE MEZI VNITŘNÍ GUMOVOU VRSTVOU A HUSTÍCÍM PLYNEM

Přenos tepla mezi vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a hustícím plynem lze charakterizovat mechanismem přirozené konvekce, neboť platí, že hustící plyn je stacionární vzhledem k pneumatice. Ve vztahu (229) člen S_{vgv} značí celkový povrch vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy, T_{plyn} teplotu hustícího plynu a α_{k3} součinitel přestupu tepla mezi vnitřní gumovou vrstvou a hustícím plynem. Pro celkový povrch vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy platí rovnice (230).

$$\dot{Q}_{k3} = \alpha_{k3} \cdot S_{vgv} \cdot (T_{in} - T_{plyn2}) \quad (229)$$

$$S_{vgv} = 2 \cdot \pi \cdot r_5 \cdot L \quad (230)$$

5.2.4 KONVEKCE MEZI DISKEM A HUSTÍCÍM PLYNEM

Také tento přenos tepla lze vystihnout mechanismem přirozené konvekce. Platí vztah (231), kde S_{disk} značí vnitřní plochu disku s probíhající konvekcí a α_{kd} součinitel přestupu tepla mezi diskem a hustícím plynem.

$$\dot{Q}_{kd} = \alpha_{kd} \cdot S_{disk} \cdot (T_{disk} - T_{plyn2}) \quad (231)$$

5.2.5 KONVEKCE MEZI BOČNICEMI A HUSTÍCÍM PLYNEM

Přirozená konvekce mezi bočnicemi a hustícím plynem se vypočte vztahem (232), kde S_{bi} značí vnitřní plochu bočnice a α_{kbi} součinitel přestupu tepla mezi bočnicemi a hustícím plynem.

$$\dot{Q}_{kbi} = \alpha_{kbi} \cdot 2 \cdot S_{bi} \cdot (T_{plyn2} - T_{bi}) \quad (232)$$

5.2.6 KONVEKCE MEZI BOČNICEMI A OKOLNÍM VZDUCHEM

Nucenou konvekci mezi bočnicemi a okolním vzduchem lze vypočítat vztahem (233), kde S_{bo} značí vnější plochu bočnice a α_{kbo} součinitel přestupu tepla mezi bočnicemi a okolním vzduchem. Podmínkou k úspěšnému vyřešení tohoto tepelného toku je existence pohybu mezi bočnicemi a okolním vzduchem. V opačném případě se musí uplatnit přirozená konvekce.

$$\dot{Q}_{kbo} = \alpha_{kbo} \cdot 2 \cdot S_{bo} \cdot (T_{bo} - T_{vzd}) \quad (233)$$

5.2.7 MĚŘENÍ POŽADOVANÝCH PARAMETRŮ

Aby šlo vyjádřit všechny tepelné toky znázorněné na obrázku 71, tak je potřeba zjistit následující parametry:

- součinitel přestupu tepla mezi běhounem a okolním vzduchem (α_{k1}), běhounem a povrchem vozovky (α_{k2}), vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a hustícím plynem (α_{k3}), diskem a hustícím plynem (α_{kd}), bočnicemi a hustícím plynem (α_{kbi}) a bočnicemi a okolním vzduchem (α_{kbo})
- teplotu běhounu (T_{out}), teplotu vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy (T_{in}), teplotu okolí (T_{vzd}), teplotu disku (T_{disk}), teplotu vnitřní části bočnice (T_{bi}), teplotu vnější části bočnice (T_{bo}), počáteční teplotu hustícího plynu (T_{plyn1}) a teplotu silnice (T_{sil})
- vnější poloměr pneumatiky (r_1) a vnitřní poloměr pneumatiky (r_5)
- plochu disku v kontaktu s hustícím plynem (S_{disk}), plochu vnější části bočnice (S_{bo}), plochu vnitřní části bočnice (S_{bi})
- aktuální tlak hustícího plynu (p_{plyn2}) a počáteční tlak hustícího plynu (p_{plyn1})
- zátěžnou sílu působící na dané kolo (F_z)
- šířku kontaktní plochy (L)
- čas uplynulý od začátku měření

Zátěžnou sílu působící na dané kolo lze zjistit pomocí přístroje s názvem 6-Component Wheel Force Transducer (WFT), který je charakterizován v podkapitole 5.4.3. V nadcházející části bude podrobněji vysvětlena problematika zjišťování součinitelů přestupu tepla.

ZJIŠŤOVÁNÍ SOUČINITELŮ PŘESTUPU TEPLA

Existuje několik možností vedoucích k určení součinitele přestupu tepla. První a nejjednodušší možností je vyhledání tohoto součinitele v odborných člancích zaměřených na zkoumání termomechaniky pneumatik. Tabulka 7 znázorňuje příklady hodnot tohoto součinitele využitelné pro termomechanický model. Tato metoda určení součinitele samozřejmě není přesná a slouží spíše jen pro přibližnou kontrolu vypočtených hodnot. Součinitel přestupu tepla lze s lepší přesností zjistit pomocí podobnostních čísel, tvaru tepelné mezní vrstvy či experimentálně [67]. Z uvedených možností byl vybrán postup pomocí podobnostních čísel.

Tab. 7 – Příklady hodnot součinitelů přestupu tepla z odborných článků [36]

Místo konvekce	Součinitel přestupu tepla [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
Běhoun – povrch vozovky	12000
Běhoun – okolní vzduch	16,18
Bočnice – okolní vzduch	16,18

Součinitel přestupu tepla pomocí podobnostních čísel – nucená konvekce

Nucenou konvekcí lze charakterizovat interakci mezi běhounem a okolním vzduchem a dále interakci mezi bočnicemi a okolním vzduchem. V následujících řádcích je znázorněn postup výpočtu součinitele přestupu tepla pro oba případy nucené konvekce týkající se pneumatiky za jízdy vozu. Výpočet byl navržen s pomocí literatury [97]. První krok se zabývá vyjádřením součinitele přestupu tepla z již dříve zmíněného vzorce (168), který se týká výpočtu Nusseltova čísla. Tento vztah lze pro danou situaci upravit do podoby (234), kde λ_{vzd_out} značí součinitel tepelné vodivosti vzduchu. Velikost členu λ_{vzd_out} se mění při změně teploty a tlaku. Vhodný součinitel tepelné vodivosti pro panující povětrnostní podmínky je nutné najít například v tabulkách. Vliv tlaku na hodnotu tohoto součinitele je velmi malý a není třeba ho uvažovat. Hodnota charakteristického rozměru L se rovná vnějšímu průměru pneumatiky.

$$\alpha_{k1} = \frac{Nu_{k1} \cdot \lambda_{vzd_out}}{2 \cdot r_1} \quad (234)$$

$\lambda_{vzd_out} = 0,025 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ při 20 °C a normálním tlaku [50]

Nyní se musí vypočítat Nusseltovo číslo, které je funkcí Reynoldsova čísla a Prandtlova čísla. Reynoldsovo číslo vystihuje již dříve zmíněná rovnice (169), kterou lze pro konkrétní aplikaci upravit do podoby (235). Rychlost v_c bere v úvahu rychlost kola a rychlost větru ve směru jízdy. V případě bezvětrí je tato rychlost rovna rychlosti kola.

$$Re_{k1} = \frac{v_c \cdot 2 \cdot r_1}{\nu_{vzd_out}} \quad (235)$$

Kinematickou viskozitu vzduchu je možné určit vztahem (236) pomocí známé hodnoty dynamické viskozity vzduchu η_{vzd_out} a známé hustoty vzduchu ρ_{vzd_out} . [45] Kinematická viskozita se mění se změnou teploty a tlaku. Vliv tlaku lze zanedbat z důvodu velmi drobné změny výsledné hodnoty. Vhodnou velikost této veličiny pro dané podmínky je možné nalézt v tabulkách.

$$v_{\text{vzd_out}} = \frac{\eta_{\text{vzd_out}}}{\rho_{\text{vzd_out}}} \quad (236)$$

$$v_{\text{vzd_out}} = 15,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \text{ při } 20 \text{ }^\circ\text{C a normálním tlaku [50]}$$

Prandtlovo číslo lze vypočítat již dříve zmíněnou rovnicí (172), která se pro konkrétní aplikaci upraví do podoby (237). Tato veličina se mění se změnou teploty i tlaku. Vliv tlaku jde opět zanedbat. Vhodnou velikost Prandtlova čísla je možné najít v tabulkách.

$$\text{Pr}_{k1} = \frac{v_{\text{vzd_out}} \cdot c_{p_vzd_out} \cdot \rho_{\text{vzd_out}}}{\lambda_{\text{vzd_out}}} \quad (237)$$

$$\text{Pr}_{k1} = 0,709 \text{ při } 20 \text{ }^\circ\text{C a normálním tlaku [97]}$$

V momentě, kdy jsou známy hodnoty obou podobnostních čísel, tak je potřeba z tabulek zvolit správný vztah pro výpočet Nusseltova čísla. V případě interakce běhounu s okolním vzduchem lze využít rovnici platnou pro nucenou konvekci tělesa ve tvaru válce (238). Tento vztah platí pro všechny hodnoty Reynoldsova čísla a je limitován pouze velikostí Prandtlova čísla, které musí být větší než 0,2. V případě jízdy vozidla je tento předpoklad vždy splněn.

$$\text{Nu}_{k1} = 0,3 + \frac{0,62 \cdot \text{Re}_{k1}^{0,5} \cdot \text{Pr}_{k1}^{0,33}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{\text{Pr}_{k1}}\right)^{0,66}\right]^{-0,25}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\text{Re}_{k1}}{282000}\right)^{0,625}\right]^{0,8} \quad (\text{Pr}_{k1} \geq 0,2) \quad (238)$$

Výsledný vztah pro určení součinitele tepelné vodivosti při interakci běhounu s okolním vzduchem má tvar (239).

$$\alpha_{k1} = \frac{0,3 + \frac{0,62 \cdot \text{Re}_{k1}^{0,5} \cdot \text{Pr}_{k1}^{0,33}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{\text{Pr}_{k1}}\right)^{0,66}\right]^{-0,25}} \cdot \left[1 + \left(\frac{\text{Re}_{k1}}{282000}\right)^{0,625}\right]^{0,8} \cdot \lambda_{\text{vzd_out}}}{2 \cdot r_1} \quad (239)$$

Rovnice (239) platí také pro případ interakce bočnic s okolním vzduchem. Výsledný součinitel tepelné vodivosti je totožný s předcházejícím.

$$\alpha_{kbo} = \alpha_{k1} \quad (240)$$

Součinitel přestupu tepla pomocí podobnostních čísel – přirozená konvekce

Jak už bylo jednou zmíněno, hustící plyn lze při valení považovat za stacionární vzhledem k pneumatice. Mechanismem přirozené konvekce je tudíž možné charakterizovat interakci mezi vnitřní gumovou vrstvou o širší kontaktní plochy a hustícím plynem, dále mezi bočnicemi a hustícím plynem a nakonec mezi diskem a hustícím plynem. Na následujících řádcích bude odvozen vztah k určení součinitele přestupu tepla pro případ interakce vnitřní gumové vrstvy o širší kontaktní plochy a hustícího plynu. Výpočet byl opět navržen s pomocí literatury [97]. K vyjádření součinitele přestupu tepla lze znovu využít vztah (168), který je upraven do podoby (241). Člen $\lambda_{\text{vzd_in}}$ značí součinitel tepelné vodivosti hustícího plynu.

$$\alpha_{k3} = \frac{\text{Nu}_{k3} \cdot \lambda_{\text{vzd_in}}}{2 \cdot r_5} \quad (241)$$

Poté se musí vypočítat Nusseltovo číslo, které je v tomto případě funkcí Grashofova čísla a Prandtlova čísla. Grashafovo číslo lze vystihnout již dříve zmíněným vzorcem (175), který se upraví do podoby (242). Člen $\nu_{\text{vzd_in}}$ značí kinematickou viskozitu hustícího plynu a $\beta_{\text{vzd_in}}$ součinitel teplotní objemové roztažnosti hustícího plynu. Tento součinitel opět není konstantní při různých okolních podmínkách a jeho vhodnou hodnotu je nutné vyhledat v tabulkách. Jeho závislost na tlaku lze opomenout.

$$\text{Gr}_{k3} = \left| \frac{g \cdot \beta_{\text{vzd_in}} \cdot (T_{\text{in}} - T_{\text{plyn2}}) \cdot (2 \cdot r_5)^3}{\nu_{\text{vzd_in}}^2} \right| \quad (242)$$

$$\beta_{\text{vzd_in}} = 3,419 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \text{ při } 20 \text{ }^\circ\text{C a normálním tlaku [50]}$$

Prandtlovo číslo lze určit podobným způsobem jako minule. Jednotlivé parametry se týkají hustícího plynu.

$$\text{Pr}_{k3} = \frac{\nu_{\text{vzd_in}} \cdot c_{p_vzd_in} \cdot \rho_{\text{vzd_in}}}{\lambda_{\text{vzd_in}}} \quad (243)$$

Poté, co je zjištěna velikost obou potřebných podobnostních čísel, tak lze spočítat Rayleighovo číslo (244) a následně Nusseltovo číslo. Nusseltovo číslo pro přirozenou konvekci tělesa ve tvaru válce je možné spočítat vztahem (245). Vztah platí pod podmínkou $\text{Ra}_{k3} \leq 10^{12}$. Tato podmínka je během jízdy vozu vždy splněna.

$$\text{Ra}_{k3} = \text{Gr}_{k3} \cdot \text{Pr}_{k3} \quad (244)$$

$$\text{Nu}_{k3} = \left(0,6 + \frac{0,387 \cdot \text{Ra}_{k3}^{\frac{1}{4}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{\text{Pr}_{k3}} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right) \cdot \lambda_{\text{vzd_in}} \quad (\text{Ra}_{k3} \leq 10^{12}) \quad (245)$$

Po dosazení do rovnice (241) lze napsat finální vztah pro výpočet součinitele přestupu tepla mezi vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a hustícím plynem (246).

$$\alpha_{k3} = \frac{\left(0,6 + \frac{0,387 \cdot \text{Ra}_{k3}^{\frac{1}{4}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{\text{Pr}_{k3}} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right) \cdot \lambda_{\text{vzd_in}}}{2 \cdot r_5} \quad (246)$$

V případě interakce bočnic s hustícím plynem se výše zmíněný postup liší pouze ve výpočtu Grashafova čísla. Do rozdílu teplot je nutné dosadit teplotu bočnice a teplotu hustícího plynu. Platí kroky (247) až (252). Podmínka $\text{Ra}_{kbi} \leq 10^{12}$ je opět bez problému splněna.

$$\alpha_{kbi} = \frac{\text{Nu}_{kbi} \cdot \lambda_{\text{vzd_in}}}{2 \cdot r_5} \quad (247)$$

$$\text{Gr}_{kbi} = \left| \frac{g \cdot \beta_{\text{vzd_in}} \cdot (T_{\text{plyn2}} - T_{\text{bi}}) \cdot (2 \cdot r_5)^3}{\nu_{\text{vzd_in}}^2} \right| \quad (248)$$

$$Pr_{kbi} = Pr_{k3} = \frac{v_{vzd_in} \cdot c_{p_vzd_in} \cdot \rho_{vzd_in}}{\lambda_{vzd_in}} \quad (249)$$

$$Ra_{kbi} = Gr_{kbi} \cdot Pr_{kbi} \quad (250)$$

$$Nu_{kbi} = \left(0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra_{kbi}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr_{kbi}} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 \quad (Ra_{kbi} \leq 10^{12}) \quad (251)$$

$$\alpha_{kbi} = \frac{\left(0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra_{kbi}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr_{kbi}} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 \cdot \lambda_{vzd_in}}{2 \cdot r_5} \quad (252)$$

Nakonec je třeba ještě určit přirozenou konvekci mezi diskem a hustícím plynem. Postup výpočtu se příliš neliší od předcházejících. Úpravu vyžaduje změna členů v rozdílu teplot a charakteristický rozměr. Do Grashafova čísla je třeba dosadit teplotu disku a teplotu hustícího plynu. Charakteristickým rozměrem je v tomto případě střední hodnota průměru disku v místě probíhající konvekce označená jako $2 \cdot r_d$. Platí postup (253) až (258). Podmínku $Ra_{kd} \leq 10^{12}$ lze vždy bez problému splnit.

$$\alpha_{kd} = \frac{Nu_{kd} \cdot \lambda_{vzd_in}}{2 \cdot r_d} \quad (253)$$

$$Gr_{kd} = \left| \frac{g \cdot \beta_{vzd_in} \cdot (T_{disk} - T_{plyn2}) \cdot (2 \cdot r_d)^3}{v_{vzd_in}^2} \right| \quad (254)$$

$$Pr_{kd} = Pr_{k3} = \frac{v_{vzd_in} \cdot c_{p_vzd_in} \cdot \rho_{vzd_in}}{\lambda_{vzd_in}} \quad (255)$$

$$Ra_{kd} = Gr_{kd} \cdot Pr_{kd} \quad (256)$$

$$Nu_{kd} = \left(0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra_{kd}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr_{kd}} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 \quad (Ra_{kd} \leq 10^{12}) \quad (257)$$

$$\alpha_{kd} = \frac{\left(0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra_{kd}^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{Pr_{kd}} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 \cdot \lambda_{vzd_in}}{2 \cdot r_d} \quad (258)$$

Součinitel přestupu tepla mezi běhounem a povrchem vozovky

Tento součinitel přestupu tepla lze vystihnout již dříve zmíněnou rovnicí (101), která pochází z TameTire modelu a pro účely konkrétních výpočtů je upravena do podoby (259). Tento vztah se dá odvodit z teorie dvou uniformních polo nekonečných médií, která jsou v dokonalém tepelném styku [23]. Není zde možné uplatnit metodu pomocí podobnostních čísel a ani výpočet dle tvaru tepelné mezní vrstvy.

$$\alpha_{k2} = 2 \cdot \frac{e_{b\dot{e}h} \cdot e_{sil}}{e_{b\dot{e}h} + e_{sil}} \cdot \frac{1}{\sqrt{t_{sil} \cdot \pi}} \quad (259)$$

Hodnota tepelné efuzivity se mění s teplotou a tlakem. Pro silnici a běhoun lze tuto hodnotu spočítat pomocí vztahů (260) a (261). Není velkou chybou vliv tlaku úplně zanedbat. Ve vztahu (260) člen ρ_1 značí hustotu běhounu a c_1 měrnou tepelnou kapacitu běhounu. Co se týče vztahu (261), tak ρ_{sil} značí hustotu silnice a c_{sil} měrnou tepelnou kapacitu silnice. [64]

$$e_{b\dot{e}h} = \sqrt{\rho_1 \cdot c_1 \cdot \lambda_1} \quad (260)$$

$$e_{sil} = \sqrt{\rho_{sil} \cdot c_{sil} \cdot \lambda_{sil}} \quad (261)$$

Pro výpočet času stráveného běhounem v kontaktní ploše je nejprve třeba určit periodu T , která se dá vyjádřit vztahem (262). Člen v_x značí podélnou rychlost kola.

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{v_x} \quad (262)$$

Po vypočtení periody lze čas strávený běhounem v kontaktní ploše t_{sil} vystihnout rovnicí (263).

$$t_{sil} = T \cdot \frac{S_k}{S_k + S_{b\dot{e}h}} \quad (263)$$

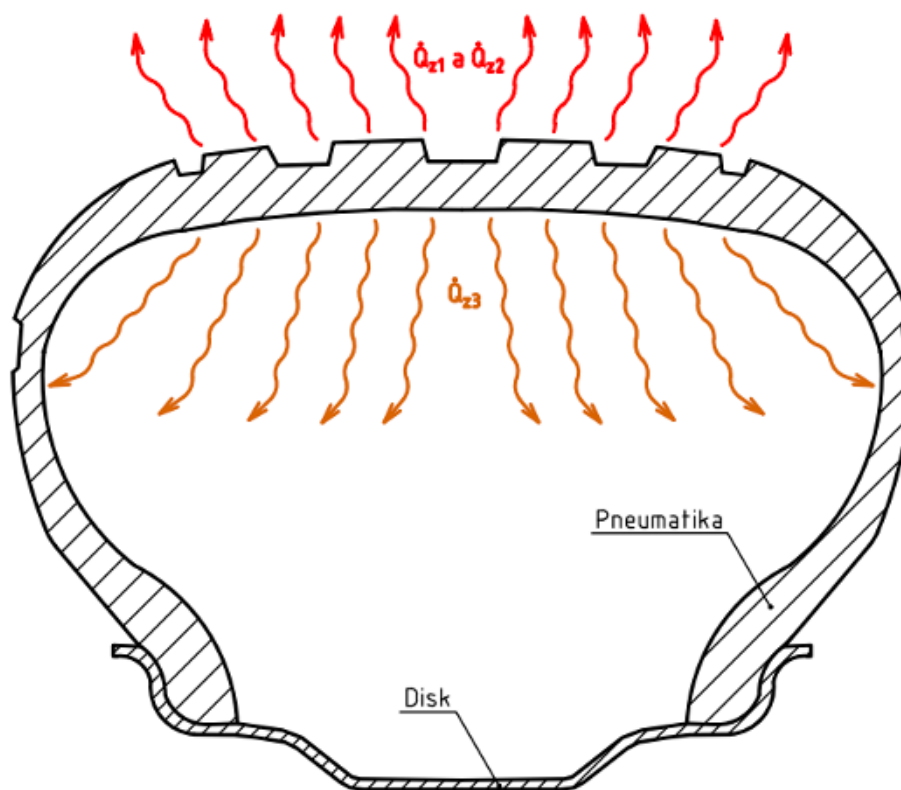
5.3 PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM

Tepelný tok zářením je významný pouze v případě, že teplota některé části pneumatiky překročí 100 °C [77]. V běžném provozu se s takto vysokými teplotami nelze setkat, a tak není velkou chybou tuto problematiku úplně zanedbat. V případě motorsportu se ale jedná o relativně důležitou část výpočtů termomechaniky pneumatiky, neboť například při závodech Formule 1 je běžně dosahováno teploty běhounu nad 100 °C. Optimální provozní teplota pneumatik pro Formuli 1 se značně liší s tvrdostí směsi. Lze říci, že čím tvrdší směs, tím vyšší optimální provozní teplota [84]. Pláště střední směsi označované bílou barvou nejlépe pracují v provozním okně mezi 110 °C a 140 °C, zatímco pláště superměkké směsi označované červenou barvou podávají nejlepší výkony mezi 110 °C a 90 °C [84]. Závodní týmy sledují teplotu pneumatik pomocí termokamer umístěných na monopostu. Na obrázku 72 pořízeným z takové termokamery si lze všimnout, že nejvyšší teploty panují v oblasti běhounu. Teploty bočnic či disku dosahují mnohem menších hodnot. V těchto oblastech se nepředpokládají větší tepelné toky zářením a tudíž není třeba se zde zabývat touto problematikou.



Obr. 72 – Termokamera při závodech Formule 1 [83]

Přenos tepla zářením je důležité řešit pro případ interakce běhounu s okolím a vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy s husticím plynem. Tyto tepelné toky jsou znázorněny na obrázku 73. Při jejich vyjadřování nalezneme uplatnění již dříve zmíněný vztah pro záření malého povrchu ve velkém prostoru (187) a také vztah pro záření mezi obklopujícími se povrchy (185), (186).



Obr. 73 – Oblasti, kde je nutné počítat s přenosem tepla zářením

Následující výpočty jednotlivých tepelných toků jsou mírně inspirovány již existujícím modelem z literatury [65].

5.3.1 PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM MEZI BĚHOUNEM A JEHO OKOLÍM MIMO KONTAKTNÍ PLOCHU

Tepelný tok zářením mezi běhounem a okolím v oblasti mimo kontaktní plochu lze aproximovat jako záření malého povrchu ve velkém prostoru. Platí vztah (264), kde T_{oko} značí teplotu okolních ploch a $\varepsilon_{b\acute{e}h}$ emisivitu pryže. K vystižení teploty okolních ploch je třeba změřit teplotu silnice (T_{sil}) a teplotu podběhů (T_{pod}) a následně vypočítat průměr těchto hodnot.

$$\dot{Q}_{z1} = \varepsilon_{b\acute{e}h} \cdot \sigma_0 \cdot S_{b\acute{e}h} \cdot (T_{out}^4 - T_{oko}^4) \quad (264)$$

$$T_{oko} = \frac{T_{sil} + T_{pod}}{2} \quad (265)$$

Takto vyjádřený přenos tepla platí pro automobily se zakrytými koly, u kterých všechen zářivý tok dopadá na okolní plochy a následně se přemění na tepelný tok. U vozů s odkrytými koly je nutné vzít v úvahu, že část záření nedopadne na žádný povrch.

5.3.2 PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM MEZI BĚHOUNEM A JEHO OKOLÍM V KONTAKTNÍ PLOŠE

Tepelný tok zářením mezi běhounem a okolím v kontaktní ploše lze aproximovat jako záření mezi obklopujícími se povrchy. Platí vztahy (266) a (267), kde ε_{sil} značí emisivitu silnice.

$$\dot{Q}_{z2} = \varepsilon_{celk2} \cdot \sigma_0 \cdot S_k \cdot (T_{out}^4 - T_{sil}^4) \quad (266)$$

$$\varepsilon_{celk2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{b\acute{e}h}} + \frac{1}{\varepsilon_{sil}} - 1} \quad (267)$$

5.3.3 PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM MEZI VNITŘNÍ GUMOVOU VRSTVOU A JEJÍM OKOLÍM

Tento přenos tepla je možné aproximovat jako záření mezi obklopujícími se povrchy. Ve vztazích (268) až (270) člen T_{oko_in} značí teplotu okolních povrchů uvnitř pláště, S_{oko_in} plochu okolních povrchů uvnitř pláště, ε_{vgv} emisivitu vnitřní gumové vrstvy a ε_{oko_in} emisivitu okolních povrchů uvnitř pláště.

$$\dot{Q}_{z3} = \varepsilon_{celk3} \cdot S_{vgv} \cdot \sigma_0 \cdot (T_{in}^4 - T_{oko_in}^4) \quad (268)$$

$$\varepsilon_{celk3} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{vgv}} + \frac{S_{vgv}}{S_{oko_in}} \left(\frac{1}{\varepsilon_{oko_in}} - 1 \right)} \quad (269)$$

$$\varepsilon_{vgv} = \varepsilon_{b\acute{e}h} \quad (270)$$

Průměrná teplota okolních povrchů uvnitř pláště se dá zjistit se znalostí vnitřní teploty bočnic T_{bi} , vnitřní teploty disku T_{disk} , podílu vnitřní plochy bočnic na celkové ploše okolních povrchů p_b a podílu vnitřní plochy disku na celkové ploše okolních povrchů p_{d_in} .

$$T_{oko_in} = T_{bi} \cdot p_b + T_{disk} \cdot p_{d_in} \quad (271)$$

Podobným způsobem lze vypočítat průměrnou emisivitu okolních povrchů. Platí vztah (272), kde ε_{oko_b} značí emisivitu bočnic a ε_{oko_d} emisivitu materiálu disku.

$$\varepsilon_{oko_in} = \varepsilon_{oko_b} \cdot p_b + \varepsilon_{oko_d} \cdot p_{d_in} \quad (272)$$

$$\varepsilon_{oko_b} = \varepsilon_{b\acute{e}h} \quad (273)$$

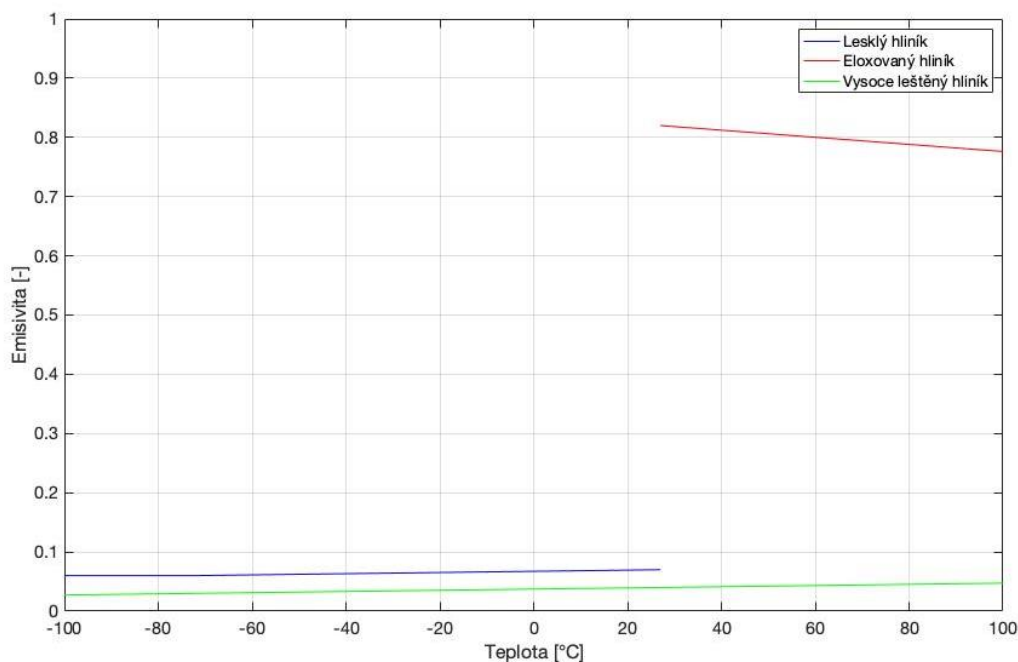
5.3.4 MĚŘENÍ POŽADOVANÝCH PARAMETRŮ

Pro vyjádření všech tepelných toků zobrazených na obrázku 73 je potřeba naměřit následující parametry:

- emisivitu pryže ($\varepsilon_{b\acute{e}h}$, ε_{vgv} , ε_{oko_b}), emisivitu silnice (ε_{sil}) a emisivitu disku (ε_{oko_d})
- teplotu běhounu (T_{out}), teplotu silnice (T_{sil}), teplotu podběhů (T_{pod}), teplotu vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy (T_{in}), teplotu bočnic (T_{bi}), teplotu disku (T_{disk}) a počáteční teplotu hustícího plynu (T_{plyn1})
- vnější poloměr pneumatiky (r_1) a vnitřní poloměr pneumatiky (r_5)
- plochu bočnice zevnitř (S_{bi}) a plochu disku zevnitř (S_{disk})
- zátěžnou sílu působící na dané kolo (F_z)
- aktuální tlak hustícího plynu (p_{plyn2}) a počáteční tlak hustícího plynu (p_{plyn1})
- šířku kontaktní plochy (L)
- čas od začátku měření

MĚŘENÍ EMISIVITY

První možností, jak určit požadované hodnoty emisivity materiálů, je vyhledání hodnot v tabulkách. Hodnota emisivity pryže velmi závisí na tvrdosti směsi, kdy tvrdší směs dosahuje vyšší emisivity než měkčí [85]. Typická hodnota této veličiny pro pneumatiku osobního vozu za provozní teploty se pohybuje kolem hodnoty 0,94 [65]. Asfaltová silnice vykazuje rozmezí emisivity od 0,85 do 0,93 při teplotě 300 K [97]. Co se týče hliníku a jeho slitin, tak tyto materiály vykazují velkou závislost emisivity na zpracování povrchu. Graf této závislosti si lze prohlédnout na obrázku 74. Dále se z grafu dá vyčíst závislost emisivity na teplotě. Emisivitu duralu při 24 °C charakterizuje hodnota 0,09 [55]. Kromě teploty a zpracování povrchu tato veličina závisí také na úhlu pozorování či vlnové délce [97].

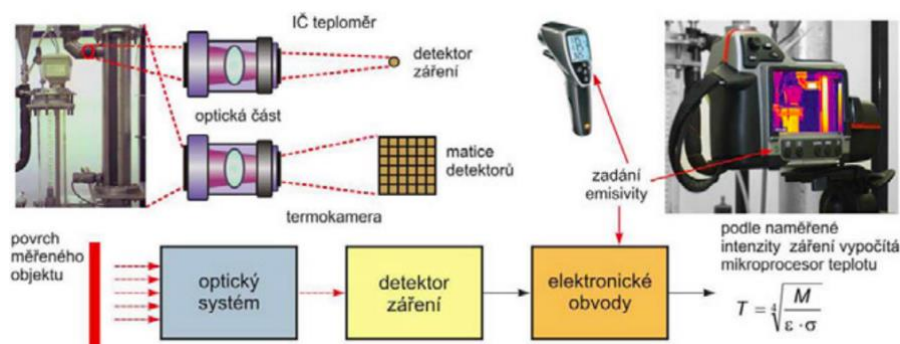


Obr. 74 – Vliv opracování povrchu a teploty na emisivitu hliníku [97]

Využití termokamery či pyrometru

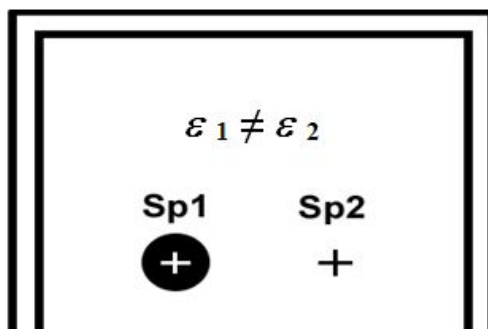
Mezi nejběžněji používané přístroje sloužící ke změření emisivity objektu patří termokamery a pyrometry. Na následujících řádcích je vysvětleno, jak tyto přístroje fungují. Měřený objekt vydává do okolí tepelné záření, které se soustřeďuje optickým systémem na detektor infračerveného záření přístroje. Dalším úkolem optického systému je propouštět záření požadovaných vlnových délek. Princip funkce termokamery i pyrometru je shodný. Tyto dva přístroje se ale výrazně liší v tom, že termokamera vyhodnocuje teplotní pole, zatímco pyrometr pouze průměrnou teplotu v dané oblasti. Jak si lze všimnout na obrázku 75, tak pyrometr využívá pouze jeden detektor záření, zatímco termokamera matici detektorů. [87]

Objektiv termokamery propouští jen záření požadovaných vlnových délek (dnes nejčastěji 8 μm až 14 μm). Této funkce je dosaženo výrobou objektivu z germánia a následným nanesením antireflexní vrstvy. Záření je promítáno na matici detektorů, která vytváří obraz povrchu měřené součásti. Současné detektory obsahují potřebné elektronické obvody pro úpravu signálů ze senzorů maticového detektoru. Výstupem je barevný obraz (termogram), který se zobrazuje na monitoru termokamery. [87]



Obr. 75 – Princip funkce termokamery a pyrometru [87]

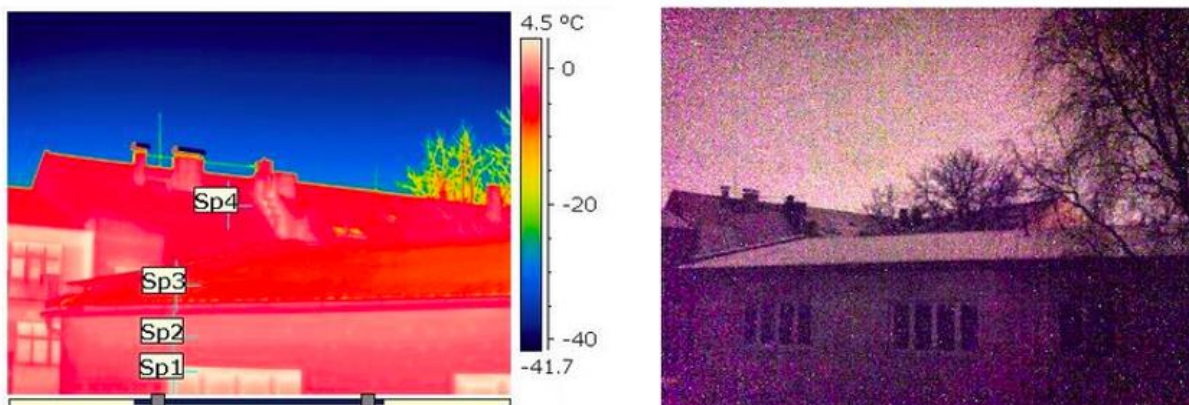
Dle dané normy jsou pro měření emisivity v terénu doporučeny dvě metody. Jedná se o kontaktní metodu a metodu využívající materiál s referenční emisivitou [87]. V následujících řádcích bude podrobněji vysvětlena druhá metoda měření. Metoda využívající materiál s referenční emisivitou spočívá na principu opatření části povrchu zkoumaného objektu materiálem se známou hodnotou emisivity [93]. Opatření lze provést například pomocí samolepící fólie a nebo sprejem [93]. Následně je třeba vzorek zahřát či ochladit na teplotu odlišnou od teploty okolí [86]. Poté se zjistí povrchová teplota upravené části o známé emisivitě. Následně je třeba zaměřit termokameru či pyrometr na neupravený povrch a v termografickém systému měnit emisivitu tak dlouho, dokud se povrchové teploty upraveného (Sp1) a neupraveného (Sp2) materiálu nevyrovnejí. Platí obrázek 76. [93] Body určené k vyhodnocení emisivity je vhodné vybrat blízko sobě [86]. Tuto metodu lze úspěšně aplikovat například pro měření emisivity asfaltu či pryže. Není ale příliš vhodná k měření emisivity disku, neboť se jedná o lesklý materiál. Termogram měřené části lesklého materiálu je ovlivňován infračerveným zářením okolních objektů. Aby se tento problém vyřešil, tak lze aplikovat metodu čtyř bodů. [93]



Obr. 76 – Princip metody využívající materiál s referenční emisivitou [93]

Metoda čtyř bodů je založena na následujícím postupu:

1. Nejprve se musí pořídit termografický snímek objektů, které se odrážejí na měřeném lesklém materiálu. Jedná se o takzvanou přímou metodu určování zdánlivě odražené teploty. S pomocí tohoto snímku se vyberou čtyři referenční body s rozdílnou teplotou. Příklad takového výběru znázorňuje obrázek 77. K přesnějšímu stanovení emisivity měřeného povrchu je vhodné vybrat dva objekty o vyšší teplotě ve srovnání s teplotou měřeného povrchu a dva objekty o nižší teplotě.
2. V tomto kroku se provádí měření na lesklém povrchu. Termokamerou je třeba zaostřit obraz tím způsobem, aby zrcadlově odpovídal termogramu okolí určeného v prvním kroku. Na tomto termogramu se vyberou čtyři totožné a zrcadlově obrácené referenční body. Mezi podmínky k úspěšné aplikaci metody patří schopnost zaostřit odrazy infračerveného záření na měřeném povrchu a dále je třeba, aby měla plocha se zvolenými čtyřmi body všude stejnou hodnotu emisivity a stejnou povrchovou teplotu.
3. Pomocí termokamery se pak u čtyř měřených bodů simulují výsledky měření povrchových teplot v závislosti na odlišných hodnotách emisivity povrchů a odražené teploty. Za konečnou povrchovou teplotu lesklého materiálu lze považovat takové hodnoty povrchových teplot, které termografický systém vyhodnotil jako stejné. Konečné povrchové teplotě lesklého materiálu odpovídá příslušná hodnota emisivity.



Obr. 77 – Výběr čtyř referenčních bodů s rozdílnou teplotou [93]

[93]

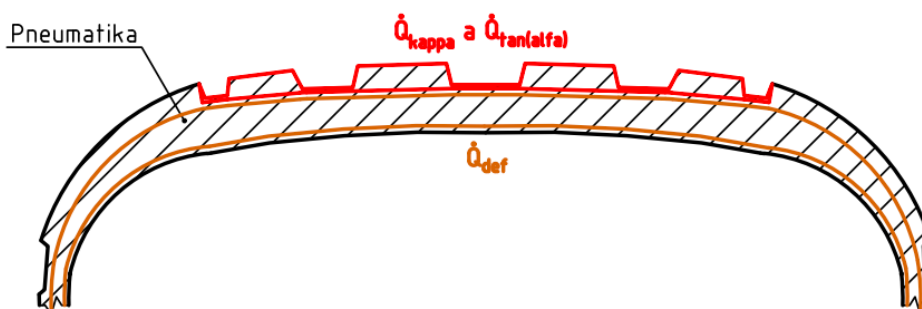
Mezi ostatní metody založené na použití termokamery patří například metoda s využitím termoelektrického článku. Tento způsob zjišťování je více náročný na potřebné vybavení. Mezi jeho hlavní výhody patří absence nanášení materiálu s referenční emisivitou. Další známá metoda ke zjištění emisivity využívá vytvoření otvoru ve vzorku. Vzhledem k potřebě vyvrtání delšího otvoru do materiálu tato metoda není vhodná pro zjišťování emisivity disku či pryže. Navíc dochází k vážnému poškození dané součásti. [86]

Využití spektrometru

Spektrometr je zařízení, které měří závislost emisivity materiálu na vlnové délce [59]. Vzhledem k tomu, že pro účely termomechanického modelu pneumatiky tato závislost není příliš užitečná, tak není potřeba se tímto způsobem měření zabývat.

5.4 OSTATNÍ TEPELNÉ TOKY

Mezi další tepelné toky, které se vyskytují v pneumatice při jízdě vozu, patří generování tepla v důsledku skluzů a v důsledku deformace struktury. Znázornění těchto tepelných toků je zobrazeno na obrázku 78. Návrhy výpočtů jsou inspirovány již existujícími modely z literatury [2] a [54].



Obr. 78 – Oblasti, kde je nutné počítat s generováním tepla v důsledku skluzů a deformace struktury

5.4.1 TEPELNÝ TOK V DŮSLEDKU SKLUZŮ

Generování tepla při podélném skluzu vystihuje vztah (274), kde F_x značí podélnou sílu, v rychlost kola a κ podélný skluz. Podélný skluz lze vypočítat již dříve zmíněným vztahem (2). Efektivní valivý poloměr se spočítá již dříve zmíněným vztahem (1).

$$\dot{Q}_{\text{kappa}} = |F_x \cdot v \cdot \kappa| \quad (274)$$

Generování tepla při příčném skluzu charakterizuje vztah (275), kde $\tan(\alpha)$ značí příčný skluz a F_y boční sílu. Příčný skluz lze vypočítat již dříve zmíněným vztahem (3).

$$\dot{Q}_{\text{tan(alfa)}} = |F_y \cdot v \cdot \tan(\alpha)| \quad (275)$$

5.4.2 TEPELNÝ TOK V DŮSLEDKU DEFORMACE STRUKTURY

Změna tvaru pneumatiky během jízdy vozidla způsobuje tepelný tok, který je možné vystihnout jako funkci sil působících v kontaktní ploše. Platí vztah (276), kde členy E_x , E_y a E_z značí faktory silové účinnosti v jednotlivých směrech.

$$\dot{Q}_{\text{def}} = v \cdot (E_x \cdot |F_x| + E_y \cdot |F_y| + E_z \cdot |F_z|) \quad (276)$$

5.4.3 ZJIŠŤOVÁNÍ POŽADOVANÝCH PARAMETRŮ

K vystižení tepelných toků z této podkapitoly je potřeba naměřit či zjistit následující parametry:

- rychlost kola (v), podélnou rychlost kola (v_x) a příčnou rychlost kola (v_y)
- aktuální úhlovou rychlost otáčení kola (Ω), a úhlovou rychlost volně se valícího kola (Ω_o)
- faktory silové účinnosti v jednotlivých směrech (E_x , E_y a E_z)
- podélnou sílu (F_x), boční sílu (F_y) a zátěžnou sílu (F_z)

Faktory silové účinnosti v jednotlivých směrech lze určit za pomoci odborné literatury ze zdroje [2]. Zjišťování zbývajících veličin je podrobněji vysvětleno na následujících řádcích.

MĚŘENÍ SIL

Ke zjištění podélné, boční a zátěžné síly lze využít služeb měřících přístrojů. Jedná se například o přístroj s názvem 6-Component Wheel Force Transducer (WFT), který poskytuje data o silách a momentech působících na pneumatiku v osách x , y a z . Přístroj se vyrábí ve třech materiálových provedeních. V případě varianty ze slitiny hliníku činí rozsah naměřených dat pro podélnou a zátěžnou sílu na kolo ± 45 kN a pro boční sílu ± 25 kN. Varianty tohoto přístroje z titanu či oceli dokáží naměřit data v ještě větším rozsahu hodnot. Sestava pro měření sil a momentů se skládá z komponent, které jsou znázorněny na obrázku 79. Pod číslem 1 je zobrazen adaptér náboje, který spojuje WFT s vozidlem. Číslo 2 značí adaptér ráfku, který slouží jako úchyt pro pneumatiku. Číslo 3 představuje pouzdro snímače WFT, které spojuje adaptér náboje a adaptér ráfku k sobě. [101]



Obr. 79 – 6-Component Wheel Force Transducer [101]

MĚŘENÍ SKLUZOVÝCH VLASTNOSTÍ

Skluzové vlastnosti potřebné k vyřešení tepelných toků lze vyjádřit pomocí kombinace následujících měřičů:

- IMU (Inertial Measurement Unit)
- GPS (Global Positioning System)
- Aicon WheelWatch

S využitím dvojice měřičů IMU a GPS lze velice přesně zjistit rychlost i směr kol jedoucího vozidla. Systém IMU je namontován v kabině automobilu. Dále se na vozidlo musí umístit kamerový systém s názvem Aicon WheelWatch pro přímé měření poloh a úhlů kol. Tento systém je složen ze čtyř vysokorychlostních kamer, které jsou umístěny vně vozidla a směřují ke kolům. [8] Kamera se musí zaměřit takovým způsobem, aby v ní byla viditelná také část okolního blatníku [4]. Definuje se tím souřadnicový systém vozidla [4]. Přesnost kamerového systému činí 0,1 mm a 0,015 °. Mezi další výhody tohoto typu měření patří nezávislost naměřených hodnot na vibracích a pohybech kamer. [8] Systém Aicon WheelWatch namontovaný na vozidle je znázorněn na obrázku 80.



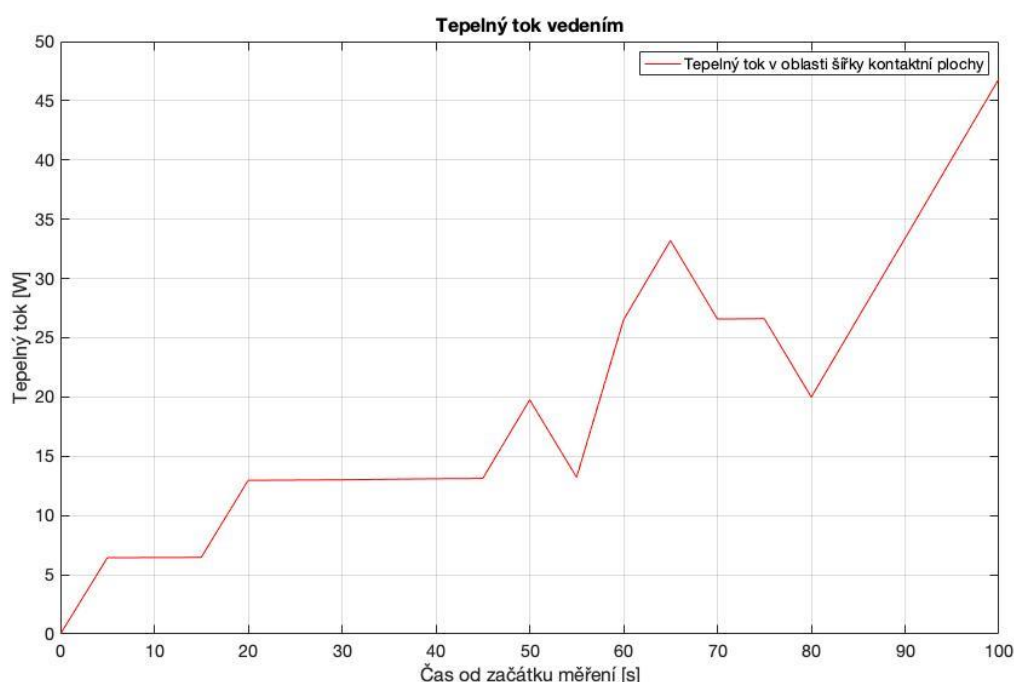
Obr. 80 – Systém IMU namontovaný ve vozidle [8]

5.5 PROGRAM PRO ZJIŠTĚNÍ DŮLEŽITOSTI JEDNOTLIVÝCH TEPELNÝCH TOKŮ

Tento program v softwaru MATLAB slouží ke zjištění, které tepelné toky jsou při výpočtech termomechaniky pneumatik stěžejní a které není velkou chybou zanedbat. Není příliš vhodný pro aplikaci při reálném měření, neboť počítá pouze velikosti tepelných toků a za jízdy potřebuje snímat velké množství hodnot. Program, který by byl užitečný i při reálných jízdních zkouškách, je navržen v podkapitole 5.6.

5.5.1 PŘENOS TEPLA VEDENÍM

K vystižení přenosu tepla vedením v oblasti šířky kontaktní plochy je nejprve třeba zadat potřebné parametry dle podkapitoly 5.1.3. Hodnoty součinitelů tepelné vodivosti byly určeny pomocí tabulek. Součinitele tepelné vodivosti pryžových částí (λ_1, λ_4) lze pro požadovaný rozsah teplot 0 °C až 100 °C určit pomocí [79]. Součinitel tepelné vodivosti nárazníku (λ_2) je určen dle [97] a nakonec součinitel tepelné vodivosti kostry (λ_3) dle [37]. Rozměrové parametry pneumatiky byly zjištěny na základě reálného měření. Teploty byly pouze odhadnuty za pomoci různých odborných článků. Program dokáže pomocí polynomů druhého stupně aproximovat data z tabulek pro získání součinitele tepelné vodivosti vhodného pro konkrétní teplotu struktury v daném čase. Pro kontrolu správnosti aproximací je každá aproximace vykreslena společně s tabulkovými údaji. Následně program vypočítá tepelný tok vedením v oblasti šířky kontaktní plochy. Poté je vykreslena závislost tohoto tepelného toku na čase od začátku měření (obrázek 81).

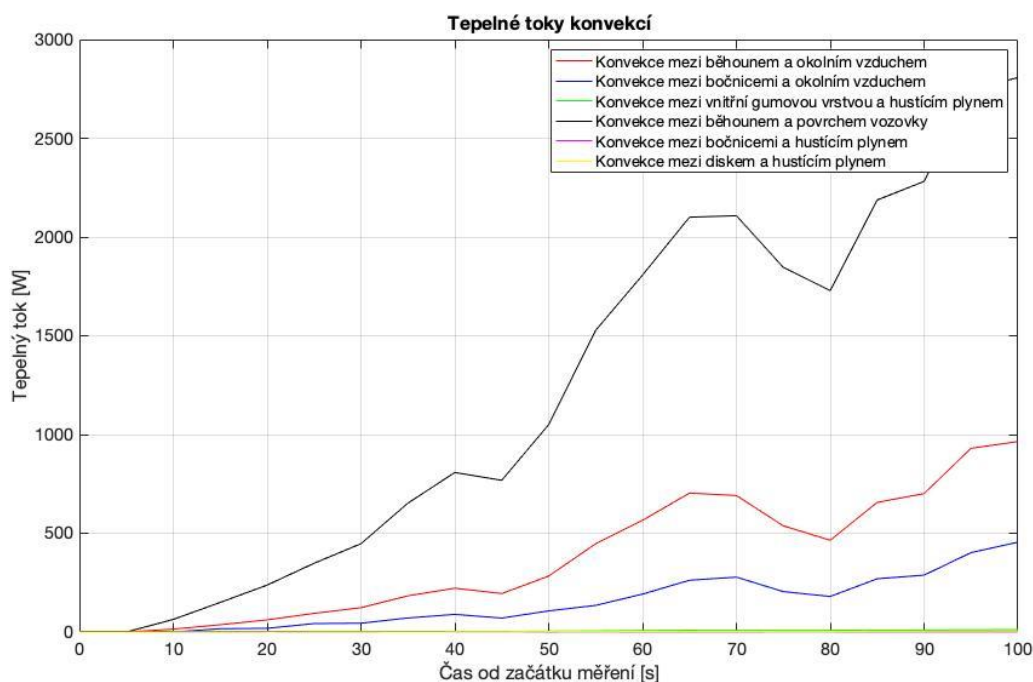


Obr. 81 – Tepelný tok vedením vykreslený v závislosti na čase od počátku měření (odhadnutá data)

5.5.2 PŘENOS TEPLA KONVEKČÍ

Pro účely výpočtů přenosů tepla konvekcí je potřeba nejprve definovat potřebné parametry dle podkapitoly 5.2.7. K úspěšnému vyřešení součinitelů přestupu tepla se musí z tabulek vyhledat některé fyzikální veličiny. Kinematická viskozita vzduchu pro rozsah teplot od 0 °C do 100 °C byla určena s pomocí [50] a vliv tlaku lze zanedbat. Prandtlovo číslo vzduchu pro určitý rozsah teplot bylo zjištěno s pomocí [97] a vliv tlaku nebyl uvažován. Součinitel tepelné vodivosti vzduchu a součinitel teplotní objemové roztažnosti vzduchu byly zjištěny dle [50]. Vliv tlaku není třeba uvažovat z důvodu velmi drobné změny výsledných hodnot. Dále se musela určit hustota silnice a pryže podle [97], měrná tepelná kapacita silnice [94] a pryže [58] a nakonec součinitel tepelné vodivosti silnice [97]. Součinitel tepelné vodivosti silnice je brán pro daný rozsah teplot jako konstantní z důvodu nenalezení vyhovujících dat. Rozměrové parametry kola byly změřeny a ostatní parametry jako aktuální hustící tlak, teploty či zátěžná síla byly pouze odhadnuty na základě různých odborných článků. Program dokáže aproximovat polynomem

vybrané závislosti fyzikálních veličin na teplotě a dále vykreslit všechny tepelné toky konvekcí i součinitele přestupu tepla v závislosti na době od začátku jízdny zkoušky. Příklad závislosti tepelných toků konvekcí na čase od začátku měření je znázorněn na obrázku 82.

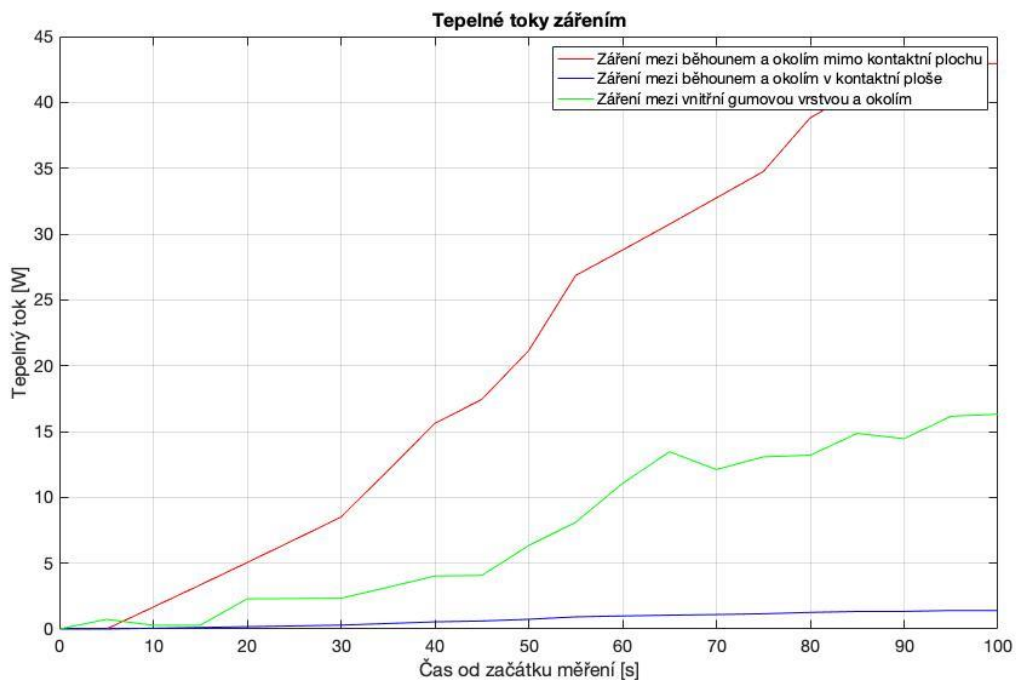


Obr. 82 – Tepelné toky prouděním vykreslené v závislosti na čase od počátku měření (odhadnutá data)

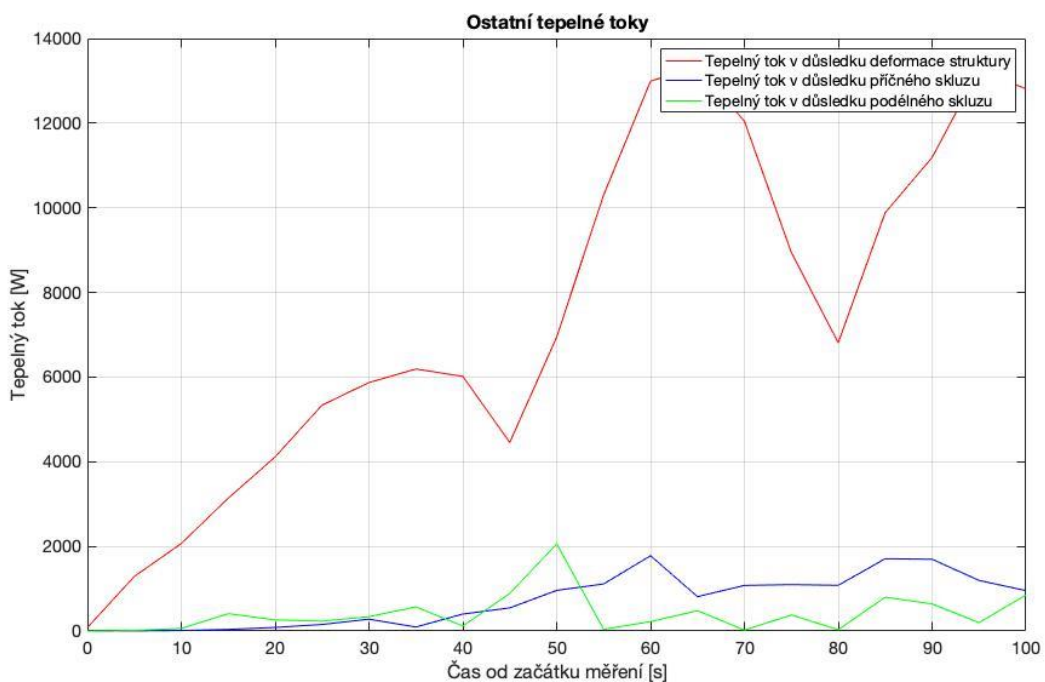
5.5.3 PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM A OSTATNÍ TEPELNÉ TOKY

V naprogramovaném modelu je nejprve třeba definovat parametry dle podkapitoly 5.3.4. Z důvodu nenalezení vhodných dat pro vytvoření závislosti emisivity na teplotě jsou všechny emisivity určeny jako konstantní hodnoty podle [65], [97] a [55]. Požadované rozměrové parametry byly naměřeny na reálné pneumatice. Ostatní parametry, mezi které patří teploty, hustící tlak či zátěžná síla, byly pouze odhadnuty dle různých odborných článků. Program následně dokáže vypočítat a vykreslit všechny tepelné toky zářením v průběhu jízdny zkoušky (obrázek 83).

Pro určení všech ostatních tepelných toků je třeba do programu zadat parametry dle podkapitoly 5.4.3. Parametry rychlostí, úhlových rychlostí a sil v kontaktní ploše byly pouze odhadnuty na základě odborných článků. Faktory silové účinnosti byly zjištěny pomocí literatury [2]. Po zadání požadovaných hodnot program vypočítá průběh tepelných toků v důsledku deformace struktury a v důsledku skluzů během jízdny zkoušky. Příklad takového výstupu znázorňuje obrázek 84.



Obr. 83 – Tepelné toky zářením vykreslené v závislosti na čase od počátku měření (odhadnutá data)



Obr. 84 – Ostatní tepelné toky vykreslené v závislosti na čase od počátku měření (odhadnutá data)

5.5.4 VYHODNOCENÍ DAT Z PROGRAMU

Pomocí odhadů naměřených dat dle různých odborných článků si lze vytvořit představu, které tepelné toky jsou při posuzování termomechaniky pneumatik důležité a které nikoliv. Mezi nejdůležitější tepelné toky v průběhu jízdy vozidla patří:

- tepelný tok v důsledku deformace struktury (\dot{Q}_{def})
- tepelný tok v důsledku příčného skluzu ($\dot{Q}_{\text{tan(alfa)}}$)
- tepelný tok v důsledku podélného skluzu (\dot{Q}_{kappa})
- konvekce mezi běhounem a okolním vzduchem (\dot{Q}_{k1})
- konvekce mezi běhounem a povrchem vozovky (\dot{Q}_{k2})
- konvekce mezi bočnicemi a okolním vzduchem (\dot{Q}_{kbo})

Pro zlepšení přesnosti je dále vhodné brát v potaz:

- záření mezi běhounem a okolím mimo kontaktní plochu (\dot{Q}_{z1})
- vedení v oblasti šířky kontaktní plochy (\dot{Q}_{s})
- záření mezi vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a jejím okolím (\dot{Q}_{z3})
- konvekci mezi vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a hustícím plynem (\dot{Q}_{k3})

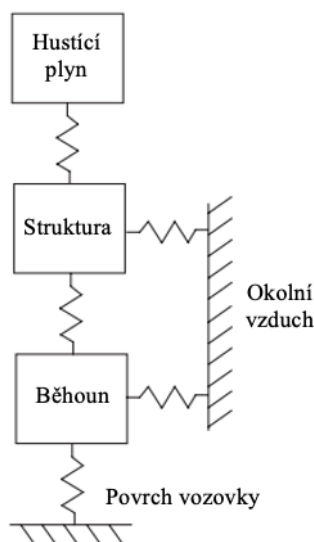
Následující tepelné toky jsou pravděpodobně velmi malé a není velkou chybou je zanedbat:

- konvekce mezi diskem a hustícím plynem (\dot{Q}_{kd})
- záření mezi běhounem a okolím v kontaktní ploše (\dot{Q}_{z2})
- konvekce mezi bočnicemi a hustícím plynem (\dot{Q}_{kbi})

5.6 TERMOMECHANICKÝ MODEL PRO URČENÍ TEPLoty BĚHOUNU, STRUKTURY A HUSTÍCIHO PLYNU

Tato podkapitola se týká návrhu termomechanického modelu sloužícího pro počítání teplot různých částí pneumatiky v průběhu jízdní zkoušky. Řešení bere v potaz informace zjištěné z předešlých částí diplomové práce. Navrhnutý model je vhodné použít v případě, kdy nejsou k dispozici žádné měřiče teploty a tlaku (IRN-RC či IRTPTMS V3). Byl vytvořen s požadavkem na co nejmenší počet parametrů nutných k měření během jízdy.

Obrázek 85 znázorňuje schéma tohoto termomechanického modelu. Každá část modelu je charakterizována jen jednou teplotou. Pro celý běhoun platí teplota označována jako $T_{\text{běh}}$, pro hustící plyn T_{plyn} a pro strukturu T_{str} . Strukturou je myšlena celá pneumatika bez běhounu. Patří sem tedy kostra, vnitřní gumová vrstva, nárazník či bočnice. Rozdělení je inspirováno modelem ze zdroje [2].



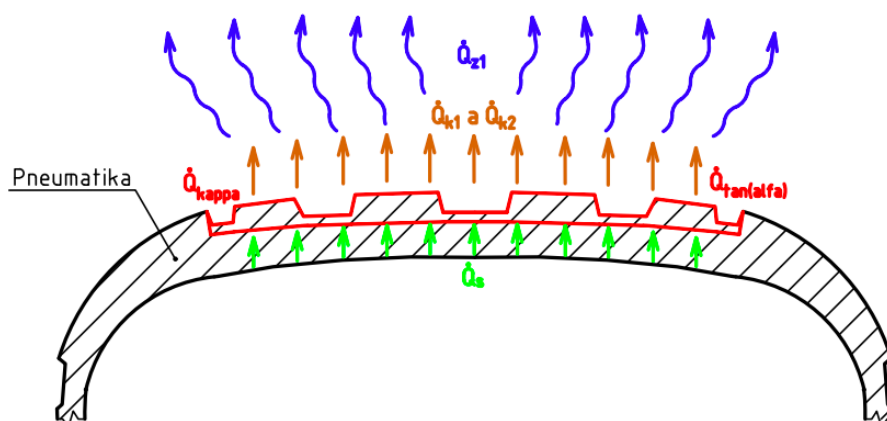
Obr. 85 – Schéma termomechanického modelu [2]

5.6.1 VZOREC PRO URČENÍ TEPLoty BĚHOUNU

Při návrhu vztahu pro určení teploty běhounu během jízdy vozidla je nejprve třeba vyjít z již dříve zmíněné upravené kalorimetrické rovnice (196). Tato rovnice se následně upraví do podoby (277), kde $\sum \dot{Q}_{\text{běh},i}$ značí součet všech tepelných toků, které působí na běhoun pneumatiky při jízdě (obrázek 86). Tento součet zahrnuje vliv skluzů, konvekce, radiací či vedení. Člen i značí konkrétní pneumatiku, $m_{\text{běh},i}$ hmotnost běhounu a $c_{\text{běh},i}$ měrnou tepelnou kapacitu běhounu. Měrná tepelná kapacita běhounu může být určena pokusem s kalorimetrem charakterizovaným v části 4.2.1.

$$\sum \dot{Q}_{\text{běh},i} = m_{\text{běh},i} \cdot c_{\text{běh},i} \cdot \frac{dT_{\text{běh},i}}{dt} \quad (277)$$

$$i = 0, \dots, 4$$



Obr. 86 – Tepelné toky ovlivňující teplotu běhounu

TEPELNÉ ZTRÁTY KONVEKCE

Nyní je potřeba vypočítat člen $\sum \dot{Q}_{\text{běh},i}$. Nejprve se určí tepelné ztráty vinou konvekce. Musí se zohlednit tepelné ztráty konvekce do okolního vzduchu a do vozovky. Vztahy (278) a (279) se

velmi podobají již dříve zmíněným vztahům (226) a (228) z podkapitoly 5.2. Součinitele přestupu tepla pro dané kolo lze určit stejným způsobem jako v podkapitole 5.2.7.

$$\dot{Q}_{k1,i} = \alpha_{k1,i} \cdot S_{b\dot{e}h,i} \cdot (T_{b\dot{e}h,i} - T_{vzd}) \quad (278)$$

$$\dot{Q}_{k2,i} = \alpha_{k2,i} \cdot S_{k,i} \cdot (T_{b\dot{e}h,i} - T_{sil}) \quad (279)$$

Velikost kontaktní plochy během jízdy vozidla se vypočte vztahem (280), což je jen mírně upravený vztah (8). Tlak $p_{plyn2,i}$ lze vystihnout úpravou již dříve zmíněné rovnice (201) do tvaru (281). Plochu běhounu, která je v kontaktu se vzduchem, lze vypočíst úpravou rovnice (227) do tvaru (282).

$$S_{k,i} = 0,12 \cdot p_{plyn2,i}^{-0,7} \cdot \left(\frac{F_{z,i}}{3000}\right)^{0,7} \cdot L_i \quad (280)$$

$$p_{plyn2,i} = \frac{p_{plyn1,i}}{T_{plyn1,i}} \cdot T_{plyn,i} \quad (281)$$

$$S_{b\dot{e}h,i} = 2 \cdot \pi \cdot r_{1,i} \cdot L_i - S_{k,i} \quad (282)$$

TEPELNÉ ZTRÁTY ZÁŘENÍM

Dále je třeba zohlednit tepelné ztráty zářením mezi běhounem a okolním vzduchem. Záření mezi běhounem a povrchem vozovky lze zanedbat z důvodu jeho velmi malé velikosti. Výsledný vztah (283) je jen mírně upravenou verzí rovnice (264). Teplota okolí se vypočte již dříve zmíněným vztahem (265).

$$\dot{Q}_{z1,i} = \varepsilon_{b\dot{e}h,i} \cdot \sigma_0 \cdot S_{b\dot{e}h,i} \cdot (T_{b\dot{e}h,i}^4 - T_{oko}^4) \quad (283)$$

ZAHŘÍVÁNÍ OD STRUKTURY

Vzhledem ke skutečnosti, že tepelné toky generované deformací struktury jsou pravděpodobně mnohem větší než tepelné toky v důsledku skluzů, tak lze mezi běhounem a strukturou očekávat tepelný tok vedením směřující směrem ze struktury do běhounu. Platí vztah (284), který je jen mírně upravenou verzí dříve zmíněného vztahu (212). Tepelné odpory vrstev lze rozdělit dle obrázku 85 a nebo se může ponechat původní dělení dle obrázku 57. Ve výpočtech je využito původní dělení z důvodu již určených hodnot součinitelů tepelné vodivosti jednotlivých vrstev.

$$\dot{Q}_{s,i} = \frac{L_i \cdot (T_{str,i} - T_{b\dot{e}h,i})}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{1,i}} \cdot \ln\left(\frac{r_{1,i}}{r_{2,i}}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{2,i}} \cdot \ln\left(\frac{r_{2,i}}{r_{3,i}}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{3,i}} \cdot \ln\left(\frac{r_{3,i}}{r_{4,i}}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{4,i}} \cdot \ln\left(\frac{r_{4,i}}{r_{5,i}}\right)} \quad (284)$$

TVORBA TEPLA V DŮSLEDKU SKLUZŮ

Nyní je potřeba zjistit generování tepla v důsledku skluzů. Tepelný tok při podélném skluzu daného kola vystihuje vztah (285), který je jen mírně upravenou verzí vztahu (274). Podélný skluz daného kola lze vypočíst vztahem (286), který je velmi podobný již dříve zmíněnému vztahu (2). Efektivní valivý poloměr pro konkrétní kolo se spočítá pomocí úpravy vztahu (1) do podoby (287).

$$\dot{Q}_{kappa,i} = |F_{x,i} \cdot v_i \cdot \kappa_i| \quad (285)$$

$$\kappa_i = -\frac{v_{x,i} - r_{e,i} \cdot \Omega_i}{v_{x,i}} = -\frac{\Omega_{o,i} - \Omega_i}{\Omega_{o,i}} \quad (286)$$

$$r_{e,i} = \frac{v_{x,i}}{\Omega_{o,i}} \quad (287)$$

Generování tepla při příčném skluzu charakterizuje vztah (288), což je jen lehce upravený vztah (275). Příčný skluz lze vyjádřit modifikací rovnice (3) do tvaru (289).

$$\dot{Q}_{\tan(\alpha)} = |F_{y,i} \cdot v_i \cdot \tan(\alpha)_i| \quad (288)$$

$$\tan(\alpha)_i = -\frac{v_{y,i}}{v_{x,i}} \quad (289)$$

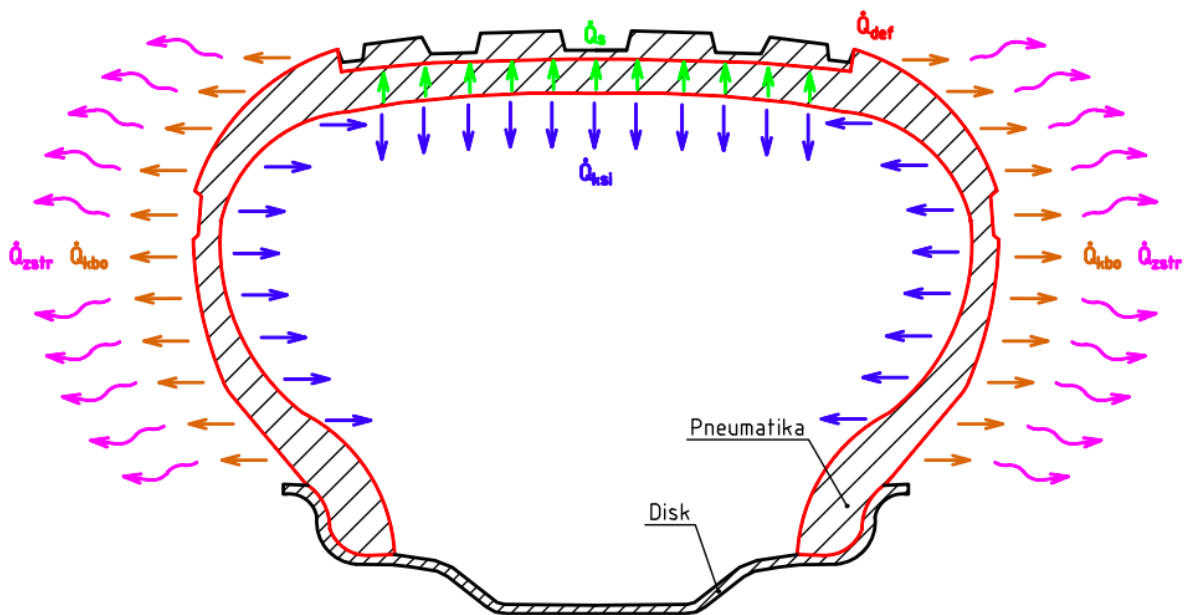
VÝSLEDNÝ VZTAH

Výsledný vztah pro určení teploty běhounu konkrétního kola má tvar (290). Tepelné toky, které se podílí na tvorbě tepla v běhounu, mají kladné znaménko. Záporným znaménkem je třeba označit ty tepelné toky, které odvádí teplo z běhounu.

$$\dot{Q}_{\kappa,i} + \dot{Q}_{\tan(\alpha),i} + \dot{Q}_{s,i} - \dot{Q}_{k1,i} - \dot{Q}_{k2,i} - \dot{Q}_{z1,i} = m_{\text{b\u011bh},i} \cdot c_{\text{b\u011bh},i} \cdot \frac{dT_{\text{b\u011bh},i}}{dt} \quad (290)$$

5.6.2 VZTAH PRO URČENÍ TEPLoty STRUKTURY

K určení teploty struktury každého kola během jízdy vozidla je zapotřebí opět vyjít z modifikované kalorimetrické rovnice (196). Tento vztah se pro konkrétní účely přepíše do podoby (291). Člen $\sum \dot{Q}_{\text{str},i}$ vyjadřuje součet všech tepelných toků, které působí na strukturu pneumatiky při jízdě (obrázek 87). Je zde zahrnut tepelný tok vinou deformace struktury a tepelné ztráty konvekci, zářením a vedením. Člen $m_{\text{str},i}$ značí hmotnost struktury a $c_{\text{str},i}$ měrnou tepelnou kapacitu struktury. Tato měrná tepelná kapacita může být opět určena pokusem s kalorimetrem charakterizovaným v části 4.2.1.



Obr. 87 – Tepelné toky ovlivňující teplotu struktury

$$\sum \dot{Q}_{\text{str},i} = m_{\text{str},i} \cdot c_{\text{str},i} \cdot \frac{dT_{\text{str},i}}{dt} \quad (291)$$

$$i = 0, \dots, 4$$

TVORBA TEPLA V DŮSLEDKU DEFORMACE STRUKTURY

Tento tepelný tok lze vystihnout rovnicí (292), která vznikla drobnou úpravou vztahu (276).

$$\dot{Q}_{\text{def},i} = v_i \cdot (E_{x,i} \cdot |F_{x,i}| + E_{y,i} \cdot |F_{y,i}| + E_{z,i} \cdot |F_{z,i}|) \quad (292)$$

TEPELNÉ ZTRÁTY VEDENÍM

Tento tepelný tok již byl vypočítán v části 5.6.1. Platí vztah (284). Ve výsledné rovnici má záporné znaménko, neboť odvádí teplo ze struktury do běhounu.

TEPELNÉ ZTRÁTY KONVEKČÍ

V této části výpočtu jsou zohledněny tepelné ztráty konvekcí do okolního vzduchu a do hustíciho plynu. Pro případ nucené konvekce mezi strukturou a okolním vzduchem platí vztah (293), který vznikl úpravou již dříve zmíněného vztahu (233). Součinitel přestupu tepla pro nucenou konvekci mezi bočnicemi a okolním vzduchem lze vypočítat dle již dříve zmíněného postupu v podkapitole 5.2.7.

$$\dot{Q}_{\text{kbo},i} = \alpha_{\text{kbo},i} \cdot 2 \cdot S_{\text{bo},i} \cdot (T_{\text{str},i} - T_{\text{vzd}}) \quad (293)$$

Interakce struktury a hustíciho plynu je vystižena mechanismem přirozené konvekce. Postup výpočtu je nutné oproti části 5.2 výrazněji upravit, neboť v tomto případě platí jedna teplota pro celou strukturu pneumatiky s výjimkou běhounu. Výsledný vztah má podobu (294), kde $\alpha_{\text{ksi},i}$ značí součinitel přestupu tepla mezi strukturou a hustícím plynem. Plochu $S_{\text{vgv},i}$ lze určit již dříve zmíněným vztahem (230)

$$\dot{Q}_{\text{ksi},i} = \alpha_{\text{ksi},i} \cdot (2 \cdot S_{\text{bi},i} + S_{\text{vgv},i}) \cdot (T_{\text{str},i} - T_{\text{plyn},i}) \quad (294)$$

Ve výpočtu součinitele přestupu tepla $\alpha_{\text{ksi},i}$ je potřeba oproti postupu v části 5.2.7 (interakce vnitřní gumové vrstvy o širší kontaktní plochy a hustíciho plynu) udělat jednu výraznější úpravu. Při počítání Grashafova čísla se musí upravit rozdíl teplot. Platí vztah (295). Jinak je postup výpočtu stejný a není třeba ho znovu vypisovat.

$$Gr_{\text{ksi},i} = \frac{g \cdot \beta_{\text{vzd},i} \cdot (T_{\text{str},i} - T_{\text{plyn},i}) \cdot (2 \cdot r_{s,i})^3}{\nu_{\text{vzd},i}^2} \quad (295)$$

TEPELNÉ ZTRÁTY ZÁŘENÍM

Vzhledem k tomu, že struktura pneumatiky je popsána jednou teplotou, tak pro zachování dobré přesnosti modelu není možné zanedbat záření mezi bočnicemi a okolními plochami vně pláště. Platí vztah (296). Záření mezi strukturou a diskem uvnitř pneumatiky je zanedbáno z důvodu nemožnosti měřit teplotu disku během jízdni zkoušky.

$$\dot{Q}_{\text{zstr},i} = \varepsilon_{\text{str},i} \cdot \sigma_0 \cdot 2 \cdot S_{\text{bo},i} \cdot (T_{\text{str},i}^4 - T_{\text{vzd}}^4) \quad (296)$$

VÝSLEDNÝ VZTAH

Konečný tvar vztahu pro určení teploty struktury je uveden pod číslem (297).

$$\dot{Q}_{\text{def},i} - \dot{Q}_{s,i} - \dot{Q}_{\text{kbo},i} - \dot{Q}_{\text{ksi},i} - \dot{Q}_{\text{zstr},i} = m_{\text{str},i} \cdot c_{\text{str},i} \cdot \frac{dT_{\text{str},i}}{dt} \quad (297)$$

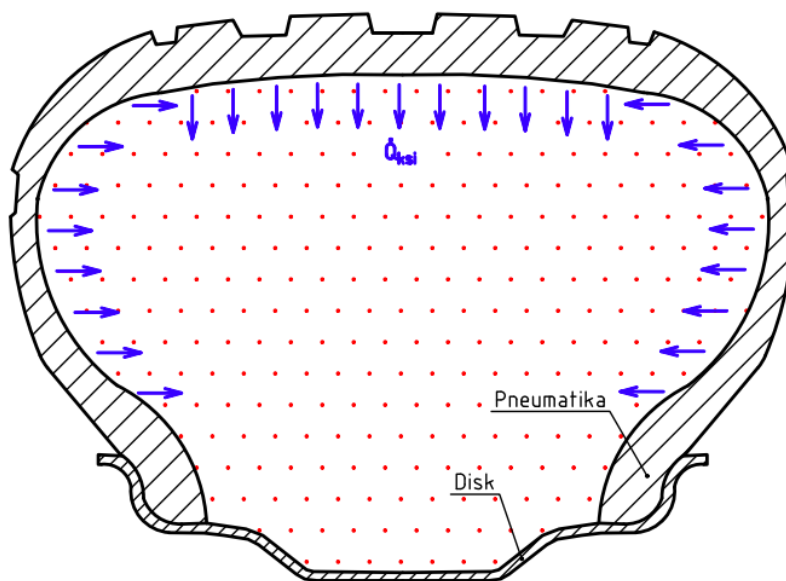
5.6.3 VZTAH PRO URČENÍ TEPLoty HUSTÍCIHO PLYNU

Také v tomto případě je potřeba vyjít z modifikované kalorimetrické rovnice (196), která se pro účely výpočtu teploty hustícího plynu přepíše do podoby (298). Člen $\sum \dot{Q}_{\text{plyn},i}$ vyjadřuje součet všech tepelných toků působících na hustící plyn, dále $m_{\text{plyn},i}$ hmotnost hustícího plynu a $c_{\text{plyn},i}$ jeho měrnou tepelnou kapacitu, kterou je potřeba určit z tabulek. Hmotnost hustícího plynu lze zjistit snadno pomocí vztahu (299).

$$\sum \dot{Q}_{\text{plyn},i} = m_{\text{plyn},i} \cdot c_{\text{plyn},i} \cdot \frac{dT_{\text{plyn},i}}{dt} \quad (298)$$

$$m_{\text{plyn},i} = \rho_{\text{plyn},i} \cdot V_{\text{plyn},i} \quad (299)$$

$$i = 0, \dots, 4$$



Obr. 88 – Tepelný tok ovlivňující teplotu hustícího plynu

TEPLO VZNIKLÉ KONVEKČÍ

Hustící plyn je ohříván konvekcí mezi strukturou a hustícím plynem ($\dot{Q}_{\text{ksi},i}$). Tento tepelný tok již byl vypočítán dříve v podkapitole 5.6.2. Platí vztah (294).

VÝSLEDNÝ VZTAH

Výsledný vztah pro určení teploty hustícího plynu je uveden pod číslem (300).

$$\dot{Q}_{\text{ksi},i} = m_{\text{plyn},i} \cdot c_{\text{plyn},i} \cdot \frac{dT_{\text{plyn},i}}{dt} \quad (300)$$

5.6.4 ZJIŠŤOVÁNÍ POŽADOVANÝCH PARAMETRŮ

K vystíhnutí teploty běhounu, struktury a hustícího plynu během jízdy vozidla je potřeba naměřit či zjistit následující parametry:

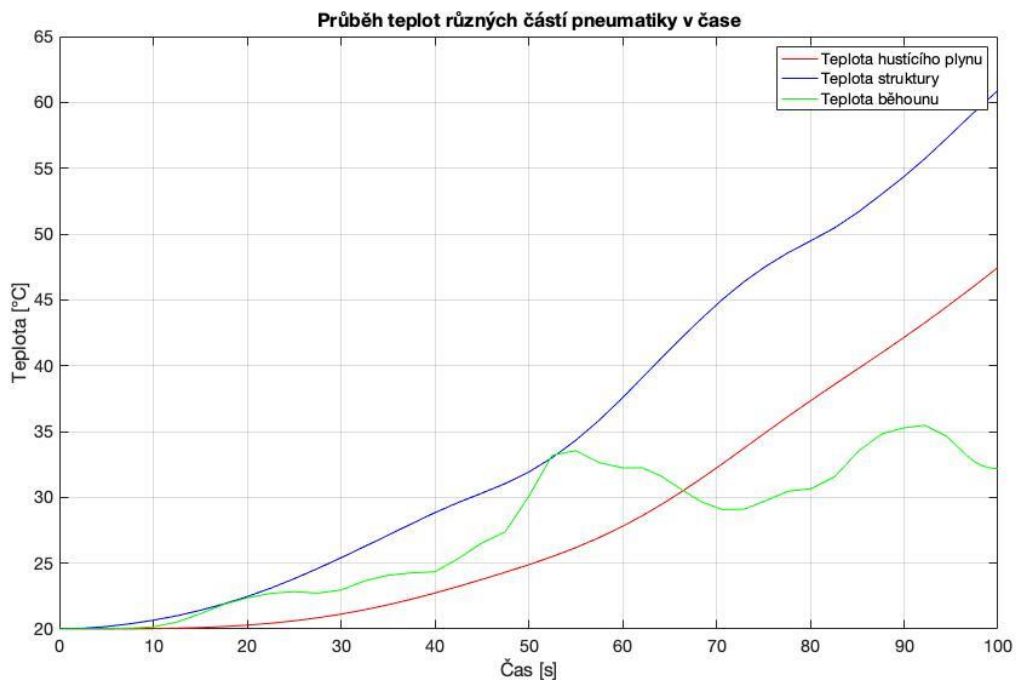
- rychlost kola (v), podélnou rychlost kola (v_x) a příčnou rychlost kola (v_y)
- aktuální úhlovou rychlost otáčení kola (Ω) a úhlovou rychlost volně se valícího kola (Ω_0)
- faktory silové účinnosti v jednotlivých směrech (E_x , E_y a E_z)
- podélnou sílu (F_x), boční sílu (F_y) a zátěžnou sílu (F_z)
- teplotu silnice (T_{sil}), teplotu podběhů (T_{pod}), teplotu vzduchu (T_{vzd}), teplotu hustícího plynu v klidovém stavu (T_{plyn1})
- plochu bočnice zevnitř (S_{bi}), plochu bočnice zvenku (S_{bo}), plochu vnitřní gumové vrstvy o šířce kontaktní plochy (S_{vgv})
- součinitele tepelné vodivosti jednotlivých vrstev pláště ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$), součinitele tepelné vodivosti vzduchu ($\lambda_{vzd_in}, \lambda_{vzd_out}$), součinitel tepelné vodivosti silnice (λ_{sil})
- kinematické viskozity vzduchu ($\nu_{vzd_in}, \nu_{vzd_out}$)
- Prandtlova čísla vzduchu (Pr_{k1}, Pr_{ksi})
- měrnou tepelnou kapacitu běhounu (c_1), silnice (c_{sil}), hustícího plynu (c_{plyn}) a struktury (c_{str})
- poloměry jednotlivých vrstev pláště (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5)
- šířku kontaktní plochy (L)
- emisivitu pryže ($\epsilon_{b\acute{e}h}, \epsilon_{str}$)
- objem hustícího plynu v pneumatice (V_{plyn})
- hmotnost struktury (m_{str}), hmotnost běhounu ($m_{b\acute{e}h}$)
- hustotu vzduchu (ρ_{plyn}), hustotu silnice (ρ_{sil}) a hustotu pryže (ρ_1)
- součinitel teplotní objemové roztažnosti vzduchu (β_{vzd_in})
- hustící tlak pneumatiky při klidovém stavu (p_{plyn1})
- čas od začátku měření
- rychlost větru

Určování parametrů již bylo probráno v minulých částech práce.

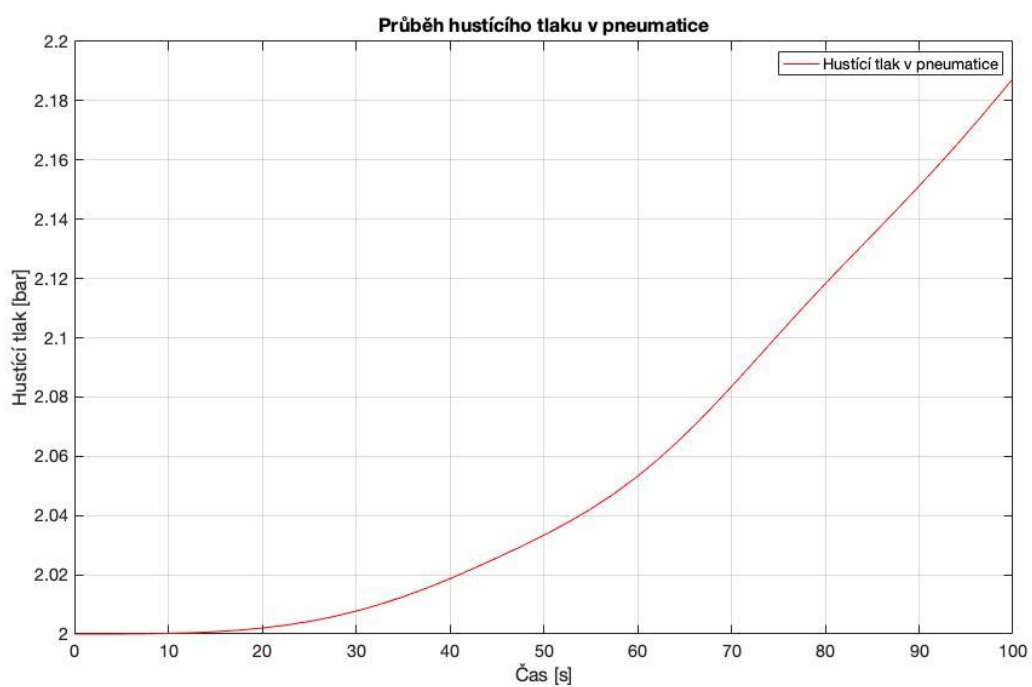
5.6.5 PROGRAM MODELU V MATLAB

Navrženou soustavu diferenciálních rovnic bylo následně nutné naprogramovat v softwaru MATLAB. K vyřešení soustavy lze využít numerické funkce ode45. Údaje pro výpočty pochází z minulého programu, který byl navržen pro účel zjištění důležitosti všech tepelných toků v pneumatice. Oproti minulému programu bylo navíc třeba určit hmotnost struktury a běhounu dle zdroje [2], dále měrnou tepelnou kapacitu struktury dle [2], hustotu vzduchu podle [50] a měrnou tepelnou kapacitu vzduchu podle [50].

Po zadání potřebných údajů program vypočte teplotu běhounu, struktury a hustícího plynu konkrétní pneumatiky v průběhu celé jízdni zkoušky (obrázek 89). Dále řešení zahrnuje také průběh hustícího tlaku (obrázek 90). Je důležité, aby od začátku po konec jízdni zkoušky bylo vozidlo alespoň v mírném pohybu, neboť nulou nelze dělit a soustava diferenciálních rovnic by tím pádem neměla řešení. Nulová rychlost vozidla by mohla činit potíže také výpočtům součinitelů přestupu tepla, neboť pro řešení nucené konvekce je nutný pohyb mezi pneumatikou a vzduchem.



Obr. 89 – Průběh teploty běhounu, struktury a hustícího plynu (odhadnutá data)



Obr. 90 – Průběh hustícího tlaku v pneumatice (odhadnutá data)

ZÁVĚR

Hlavním cílem této diplomové práce bylo vytvořit termomechanický model pneumatiky, který dokáže počítat teplotu různých částí pláště v průběhu jízdních zkoušek. Ke splnění cíle zadání bylo nejprve nutné nastudovat konstrukci pneumatiky a pochopit její základní vlastnosti (první kapitola). Následně byla zpracována rešerše již existujících matematických modelů za účelem dobré představy o tvorbě takových modelů (druhá kapitola). Pomocí této rešerše byly v následující kapitole vystihnuty všechny termomechanické principy, které se uplatňují při tvorbě modelů.

Čtvrtá kapitola se zabývá jednoduchým termomechanickým modelem, který zkoumá vliv teploty na tlak v pneumatice během jízdy vozidla. Tento vliv lze poměrně jednoduše vystihnout pomocí stavové rovnice ideálního plynu či jednoduchým pravidlem. Pravidlo říká, že s nárůstem teploty o 10 °C se tlak v plášti zvýší o 0,1 baru. Výsledky obou těchto postupů se příliš neodlišují. Pro ověření tohoto jednoduchého termomechanického modelu byl následně navrhnout pokus v termokomoře. V případě, že je k dispozici termokomora o nízkém výkonu, tak se musí přesněji zjistit měrná tepelná kapacita sestavy kola s diskem. Nepřesné určení této veličiny by znamenalo výrazné prodloužení doby potřebné k realizaci pokusu. Pokud je k dispozici výkonná termokomora, tak nepřesné určení měrné tepelné kapacity sestavy prodlouží čas potřebný k realizaci pokusu pouze v řádu desítek sekund.

Nejdůležitější částí diplomové práce je pátá kapitola. Pro návrh kompletního termomechanického modelu pneumatiky sloužícího k počítání teplot bylo nejprve nutné pochopit, které tepelné toky jsou při jízdě vozidla stěžejní a které není velkou chybou zanedbat. Pátá kapitola se nejprve zabývá vyjádřením všech tepelných toků konvekcí, kondukcí, zářením, v důsledku skluzů a v důsledku deformace struktury. Vzhledem k velké náročnosti měření všech parametrů potřebných k přesnému vyjádření tepelných toků byla řada dat pouze odhadnuta za pomoci mnoha různých odborných článků zaměřených na dané téma. Tepelné toky kondukcí probíhají mezi vnější a vnitřní částí pneumatiky a dále mezi pneumatikou a ráfkem. Tyto tepelné toky nejsou příliš velké a například termomechanický model v podkapitole 2.1.1 je zcela zanedbává. Hodnoty tepelného toku vedením mezi vnější a vnitřní částí pneumatiky v oblasti šířky kontaktní plochy se pohybují pouze v řádu desítek wattů. Mírně nižších hodnot nabývají tepelné toky vedením v oblasti bočnic, které nelze s dobrou přesností řešit analyticky a je nutné využít například numerického řešiče ANSYS. Tepelné toky v oblasti bočnic byly prohlášeny za zanedbatelné z důvodu jejich poměrně malé velikosti a nutnosti využít k řešení software ANSYS. Co se týče měření požadovaných dat, tak jako nejobtížnější se jeví zjišťování tepelných vodivostí jednotlivých materiálů. Pro co nejpřesnější hodnoty v provozním rozsahu teplot je vhodné zvolit některý z laboratorních přístrojů dle podkapitoly 5.1.3. Méně přesnou alternativu tvoří například vyhledání dat v tabulkách či jednoduchý pokus proveditelný v domácích podmínkách dle části 5.1.3.

Pro termomechaniku pneumatiky jsou mnohem podstatnější tepelné toky konvekcí. Zanedbatelných hodnot dosahuje konvekce mezi běhounem a povrchem vozovky, běhounem a okolním vzduchem a bočnicemi a okolním vzduchem. Nejvyšších hodnot v řádu tisíců wattů nabývá konvekce mezi běhounem a povrchem vozovky, zbylé dvě konvekce charakterizují nižší hodnoty v řádu stovek wattů. Ke zlepšení přesnosti je dále vhodné brát v potaz konvekci mezi vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a hustícím plynem, která je v řádu desítek wattů. Ostatní přenosy tepla konvekcí nabývají velice nízkých hodnot a lze je proto zanedbat. Součinitele tepelné vodivosti je možné určit velkým množstvím různých postupů.

V diplomové práci byla zvolena metoda pomocí podobnostních čísel z důvodu relativně dobré přesnosti a jednoduchosti řešení. Metodu podobnostních čísel ale nelze uplatnit pro výpočet součinitele přestupu tepla mezi běhounem a povrchem vozovky. Zde byl využit jeden vztah pocházející z TameTire modelu. Vypočítané velikosti součinitelů přestupu tepla přibližně odpovídají teoretickým hodnotám.

Problematika přenosu tepla zářením se u řady termomechanických modelů zcela ignoruje, neboť příspěvky těchto tepelných toků jsou poměrně malé a většího významu nabývají pouze v případě, kdy teplota některé části pneumatiky překročí 100 °C. Největší tepelný tok zářením lze očekávat mezi běhounem a okolními povrchy mimo kontaktní plochu. Hodnoty se pohybují v řádu desítek wattů. Dále je vhodné pro zlepšení přesnosti vzít v úvahu tepelný tok zářením mezi vnitřní gumovou vrstvou o šířce kontaktní plochy a jejím okolím. Záření v kontaktní ploše lze zanedbat. Co se týče měření emisivity, tak jako nejvhodnější možnost se jeví využití služeb termokamery. Méně přesnou možností vedoucí ke zjištění emisivity je využití tabulek. Velmi významných tepelných toků v řádu tisíců wattů je dosaženo v důsledku skluzů a deformace struktury. Různé veličiny potřebné pro výpočet těchto tepelných toků se měří pomocí vybavení charakterizovaného v části 5.4.3.

S poznatky zjištěnými pomocí modelu určujícího důležitost všech tepelných toků lze snadněji vytvořit závěrečný model pro počítání teplot různých částí pneumatiky, který je užitečný i při reálných jízdních zkouškách. Z důvodu zjednodušení je pneumatika rozdělena do tří částí, a to na běhoun, strukturu a hustící plyn. Výsledné rovnice pro teplotní změny v jednotlivých oblastech vždy vychází z upravené kalorimetrické rovnice. Soustava diferenciálních rovnic byla následně vyřešena pomocí numerické funkce ode45 v programu MATLAB. Z hodnot vypočtených programem lze usoudit, že by měl fungovat správně. Navržený program není náročný na potřebné měřicí vybavení během jízdy vozidla, neboť stačí snímat pouze následující parametry:

- rychlost kola (v), rychlost kola v ose x (v_x) a rychlost kola v ose y (v_y)
- aktuální úhlovou rychlost otáčení kola (Ω) a úhlovou rychlost volně se valícího kola (Ω_o)
- podélnou sílu (F_x), boční sílu (F_y) a zátěžnou sílu (F_z)
- čas od začátku měření

Ostatní potřebná data lze zjistit z tabulek či měřením při klidovém stavu. Vzhledem k nedostatku času bohužel nebylo provedeno vyzkoušení modelu při reálných testech. Navržený model je relativně podobný tomu v kapitole 2.2.3, který se od naměřených dat průměrně odchyluje o 8,5 %. Přesnost tohoto modelu by měla být trochu lepší, neboť jsou brány v úvahu přenosy tepla zářením a řada dílčích výpočtů je výrazněji upravena.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

1. www.pneu-jenda.cz [online]. [cit. 2020-09-23]. Historie pneumatiky, dějiny a vývoj pneu technologií. Dostupné z WWW: <<https://www.pneu-jenda.cz/historie-pneumatiky>> [webová stránka]
2. KELLY, D. P. SHARP, R. S. www.tandfonline.com [online]. 20.12.2011 [cit. 2021-04-19]. Time-optimal control of the race car: influence of a thermodynamic tyre model. Dostupné z WWW: <<https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/00423114.2011.622406?needAccess=true>> [webová stránka]
3. AutoTIP klasik. Praha: CZECH NEWS CENTER a.s., 2017, 4. 1210-1087. [časopis]
4. www.tbts.co.th [online]. 2016 [cit. 2021-04-21]. AICON Wheel Watch. Dostupné z WWW: <<https://www.tbts.co.th/en/product/aicon-wheel-watch-en>> [webová stránka]
5. www.hankooktire.com [online]. [cit. 2020-09-24]. Evolution of Tires. Dostupné z WWW: <<https://www.hankooktire.com/global/tires-services/tire-guide/history-of-tires.html>> [webová stránka]
6. Continental pneumatiky CZ / SK. www.youtube.com [online]. 2.11.2015 [cit. 2020-09-24]. Pneumatiky budoucnosti - pneumatiky z pampelišek. Dostupné z WWW: <<https://www.youtube.com/watch?v=ni3O6dYAZEA>> [webová stránka]
7. SEMRÁD, Ivo. www.auto.cz [online]. 24.9.2018 [cit. 2020-09-24]. Kaučuk a pneumatiky: Počátky i současnost. Dostupné z WWW: <<https://www.auto.cz/kaucuk-a-pneumatiky-pocatky-i-soucasnost-124757>> [webová stránka]
8. JONSON, Axel. OLSSON, Eric. publications.lib.chalmers.se [online]. 2016 [cit. 2021-04-19]. A Methodology for Identification of Magic Formula Tire Model Parameters from In-Vehicle Measurements. Dostupné z WWW: <<https://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/239258/239258.pdf>> [webová stránka]
9. KRÁL, Jiří. www.pneumatiky.cz [online]. 5.2.2018 [cit. 2020-09-24]. Závod o pneumatiky bez vzduchu. Kdy se projedeme na prvních? Dostupné z WWW: <<https://www.pneumatiky.cz/zavod-pneumatiky-bez-vzduchu-t4>> [webová stránka]
10. www.rezulteo-pneumatiky.cz [online]. [cit. 2020-09-24]. 6 funkcí pneumatiky. Dostupné z WWW: <<http://www.rezulteo-pneumatiky.cz/pruvodce-pneumatik/technologie-a-pneumatiky/6-funkci-pneumatiky-6785>> [webová stránka]
11. JAN, Zdeněk. ŽDÁNSKÝ, Bronislav. ČUPERA, Jiří. Automobily 1. Podvozky. 4. vydání. Brno: Avid, spol. s r. o., 2012. ISBN 978-80-87143-24-7.
12. PACEJKA, Hans B. Tire and vehicle dynamics. 3. vydání. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012. ISBN 978-0-08-097016-5.

13. www.vernier.cz [online]. [cit. 2021-02-18]. Určení měrné tepelné kapacity pevného tělesa. Dostupné z WWW: <<https://www.vernier.cz/experimenty/gml/fyzika/f23.pdf>> [webová stránka]
14. SAJDL, Jan. www.autolexicon.net [online]. [cit. 2020-09-26]. Konstrukce pneumatiky. Dostupné z WWW: <<https://www.autolexicon.net/cs/articles/konstrukce-pneumatiky>> [webová stránka]
15. 2015.igem.org [online]. 2015 [cit. 2020-09-27]. Tire's Composition. Dostupné z WWW: <<http://2015.igem.org/Team:Brasil-USP/Project/TireComposition>> [webová stránka]
16. img1.cgtrader.com [online]. [cit. 2020-09-28]. Dostupné z WWW: <<https://img1.cgtrader.com/items/311842/570494614a/photorealistic-car-tire-3d-model-max-obj-fbx.jpg>> [webová stránka]
17. www.ustires.org [online]. 2020 [cit. 2020-09-28]. WHAT'S IN A TIRE. Dostupné z WWW: <<https://www.ustires.org/whats-tire-0>> [webová stránka]
18. POSPÍŠIL, Ladislav. <https://slideplayer.cz> [online]. 1.11.2010 [cit. 2020-09-29]. RECYKLACE TERMOPLASTŮ, TERMOSETŮ A PRYŽÍ. Dostupné z WWW: <<https://slideplayer.cz/slide/5620624>> [webová stránka]
19. DOČKAL. KOVANDA. HRUBEC. Pneumatiky. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1998. ISBN: 80-01-01882-2.
20. www.iith.ac.in [online]. [cit. 2020-10-02]. TIRE-SOIL INTERACTION. Dostupné z WWW: <https://www.iith.ac.in/~ashok/VD/GroupF_Tire.pdf> [webová stránka]
21. SVENDENIUS, Jacob. WITTENMARK, Bjorn. www.researchgate.net [online]. 6.2003 [cit. 2020-10-02]. Brush tire model with increased flexibility. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/228729763_Brush_tire_model_with_increased_flexibility> [webová stránka]
22. home.zcu.cz [online]. [cit. 2021-01-29]. Přenos tepla. Dostupné z WWW: <<http://home.zcu.cz/~adp/PrenosTepla.pdf>> [webová stránka]
23. Michelin. *TameTire User Manual* [disk].
24. Michelin. *Michelin Energy Saver* [disk]. 9.6.2017
25. MANIOWSKI, Michał. www.researchgate.net [online]. 3.2016 [cit. 2020-10-17]. Optimisation of driver actions in RWD race car including tyre thermodynamics. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/299346874_Optimisation_of_driver_actions_in_RWD_race_car_including_tyre_thermodynamics> [webová stránka]

26. HOPPING, Kristian. AUGSBURG, Klaus. BUCHNER, Florian. core.ac.uk [online]. 9.2017 [cit. 2020-10-09]. EXTENDING THE HSRI TYRE MODEL FOR LARGE INFLATION PRESSURE CHANGES. Dostupné z WWW: <<https://core.ac.uk/download/pdf/224746018.pdf>> [webová stránka]
27. PORTEŠ, Petr. Přednášky předmětu Vehicle dynamics. FSI VUT v Brně. 2011
28. www.cosin.eu [online]. [cit. 2020-10-13]. FTire - Flexible Structure Tire Model. Dostupné z WWW: <https://www.cosin.eu/wp-content/uploads/ftire_model.pdf> [webová stránka]
29. OERTEL, Christian. FANDRE, Andreas. www.researchgate.net [online]. 11.2001 [cit. 2020-10-15]. RMOD-K tyre model system. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/257278088_RMOD-K_tyre_model_system> [webová stránka]
30. RAN, Shenhai. pure.tue.nl [online]. 2016 [cit. 2020-10-17]. Tyre Models for Shimmy Analysis: from linear to nonlinear. Dostupné z WWW: <https://pure.tue.nl/ws/portalfiles/portal/12001024/20160111_Ran.pdf> [webová stránka]
31. FARRONI, Flavio. GIORDANO, Daniele. TIMPONE, Francesco. RUSSO, Michelle. www.researchgate.net [online]. 10.2013 [cit. 2020-10-24]. TRT: Thermo racing tyre a physical model to predict the tyre temperature distribution. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/258226051_TRT_Thermo_racing_tyre_a_physical_model_to_predict_the_tyre_temperature_distribution> [webová stránka]
32. MCCABE, Gordon. mccabism.blogspot.com [online]. 9.4.2016 [cit. 2020-10-24]. Ferrari and thermal tyre modelling. Dostupné z WWW: <<http://mccabism.blogspot.com/2016/04/ferrari-and-thermal-tyre-modelling.html>> [webová stránka]
33. FARRONI, Flavio. SAKHNEVYCH, Alexandr. TIMPONE, Francesco. www.researchgate.net [online]. 4.2015 [cit. 2020-10-26]. DEVELOPMENT OF A GRIP AND THERMODYNAMICS SENSITIVE PROCEDURE FOR THE DETERMINATION OF TYRE/ROAD INTERACTION CURVES BASED ON OUTDOOR TEST SESSIONS. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/282325346_DEVELOPMENT_OF_A_GRIP_AND_THERMODYNAMICS_SENSITIVE_PROCEDURE_FOR_THE_DETERMINATION_OF_TYREROAD_INTERACTION_CURVES_BASED_ON_OUTDOOR_TEST_SESSIONS> [webová stránka]
34. www.texense.com [online]. [cit. 2020-10-02]. IRN-RC- IR tyre temp sensor. Dostupné z WWW: <<https://www.texense.com/en/irn-rc-ir-tyre-temp-sensor-1-70.html>> [webová stránka]
35. www.bf1systems.com [online]. [cit. 2020-10-02]. TYRE PRESSURE & TEMPERATURE MONITORING. Dostupné z WWW: <<https://www.bf1systems.com/product/irtptms>> [webová stránka]

36. TANG, Tian. JOHNSON, Daniel. SMITH, Robert E. FELICELLI, Sergio D. www.sciencedirect.com [online]. 27.9.2013 [cit. 2021-02-23]. Numerical evaluation of the temperature field of steady-state rolling tires. Dostupné z WWW: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X1300560X>> [webová stránka]
37. LAUMER, Tobias. AMEND, Philipp. WUDY, Katrin. www.researchgate.net [online]. 11.2014 [cit. 2021-02-26]. Fundamental investigation of laser beam melting of polymers for additive manufacture. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/273256163_Fundamental_investigation_of_laser_beam_melting_of_polymers_for_additive_manufacture> [webová stránka]
38. FARRONI, Flavio. MANCINELLI, Nicolo. TIMPONE, Francesco. www.researchgate.net [online]. 28.2.2020 [cit. 2020-10-28]. A Real-Time Thermal Model for the Analysis of Tire/Road Interaction in Motorcycle Applications. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/339624390_A_Real-Time_Thermal_Model_for_the_Analysis_of_TireRoad_Interaction_in_Motorcycle_Applications> [webová stránka]
39. reifenmodell.uni-hohenheim.de [online]. [cit. 2020-10-25]. Hohenheimer Reifenmodell. Dostupné z WWW: <<https://reifenmodell.uni-hohenheim.de/en/model>> [webová stránka]
40. www.brachengineering.com [online]. 2009 [cit. 2020-10-15]. Tire-Road Friction Coefficient Estimation and Experimental Setup Design of Electric Vehicle. Dostupné z WWW: <<https://www.brachengineering.com/content/publications/SAE-2009-01-0102-Brach-Engineering.pdf>> [webová stránka]
41. ELMAS, Cetin. GUVENC, Ugur. DOGAN, Mushin Ugur. dergipark.org.tr [online]. 2015 [cit. 2020-10-11]. Tire-Road Friction Coefficient Estimation and Experimental Setup Design of Electric Vehicle. Dostupné z WWW: <<https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/458531>> [webová stránka]
42. CHOI, Yongul. GIM, Gwangun. www.yumpu.com [online]. 6.2000 [cit. 2020-10-08]. A LuGre Tire Friction Model With Exact Aggregate Dynamics. Dostupné z WWW: <<https://www.yumpu.com/en/document/read/41022420/improved-ua-tire-model-as-a-semi-empirical-model>> [webová stránka]
43. www.cambridge.org [online]. [cit. 2021-02-25]. Ideal Gas Properties of Air. Dostupné z WWW: <https://www.cambridge.org/us/files/9513/6697/5546/Appendix_E.pdf> [webová stránka]
44. tass.plm.automation.siemens.com [online]. 2021 [cit. 2020-11-24]. MF-Tyre/MF-Swift. Dostupné z WWW: <<https://tass.plm.automation.siemens.com/delft-tyre-mf-tyremf-swift>> [webová stránka]
45. fyzika.jreichl.com [online]. 2021 [cit. 2021-01-25]. Reynoldsovo číslo. Dostupné z WWW: <<http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/555-reynoldsovo-cislo>> [webová stránka]

46. www.tmeasy.de [online]. [cit. 2020-11-18]. TMeasy Tire Model easy to use. Dostupné z WWW: <<http://www.tmeasy.de>> [webová stránka]
47. TSIOTRAS, Panagiotis. SORINE, Michel. VELENIS, Efstathios. www.researchgate.net [online]. 25.5.2004 [cit. 2020-11-27]. A LuGre Tire Friction Model With Exact Aggregate Dynamics. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/260123999_A_LuGre_Tire_Friction_Model_With_Exact_Aggregate_Dynamics> [webová stránka]
48. SCHMEITZ, A. J. C. BESSELINK, Igo. NIJMEIJER, Henk. www.researchgate.net [online]. 1.2015 [cit. 2020-11-29]. Extending the Magic Formula and SWIFT tyre models for inflation pressure changes. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/252060616_Extending_the_Magic_Formula_and_SWIFT_tyre_models_for_inflation_pressure_changes> [webová stránka]
49. OZEREM, Ozdemir. MORREY, Denise. journals.sagepub.com [online]. 4.1.2018 [cit. 2020-12-02]. A brush-based thermo-physical tyre model and its effectiveness in handling simulation of a Formula SAE vehicle. Dostupné z WWW: <<https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/0954407018759740>> [webová stránka]
50. www.tzb-info.cz [online]. 2021 [cit. 2021-04-08]. Fyzikální hodnoty pro suchý vzduch při tlaku 100 kPa. Dostupné z WWW: <<https://www.tzb-info.cz/tabulky-a-vypocty/38-fyzikalni-hodnoty-pro-suchy-vzduch-pri-tlaku-100-kpa>> [webová stránka]
51. BLAŽÁK, Ondřej. moodle.vutbr.cz [online]. [cit. 2021-02-19]. Pneumatiky. Dostupné z WWW: <https://moodle.vutbr.cz/pluginfile.php/274644/mod_resource/content/1/Pneumatiky_2020_V02.pdf> [webová stránka]
52. VUUREN, D. J. van. onlinepubs.trb.org [online]. [cit. 2021-02-17]. RELATIONSHIP BETWEEN TIRE INFLATION PRESSURE AND MEAN TIRE CONTACT PRESSURE. Dostupné z WWW: <<http://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/trr/1974/523/523-009.pdf>> [webová stránka]
53. THORNAM, Chris. flocycling.com [online]. 18.12.2014 [cit. 2021-02-01]. FLO Cycling – Tire Pressure and Temperature. Dostupné z WWW: <<https://flocycling.com/blogs/blog/flo-cycling-tire-pressure-and-temperature-1>> [webová stránka]
54. HARSH, Diwakar. SHYROKAU, Barys. pdfs.semanticscholar.org [online]. 6.12.2019 [cit. 2021-03-14]. Tire Model with Temperature Effects for Formula SAE Vehicle. Dostupné z WWW: <https://pdfs.semanticscholar.org/5681/ddcf3a3d72de36a8b579b650f7385c2e37c9.pdf?_ga=2.258752010.1059619827.1612100201-1481583440.1612100201> [webová stránka]
55. www.engineeringtoolbox.com [online]. 2003 [cit. 2021-03-30]. Emissivity Coefficient Materials. Dostupné z WWW: <https://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d_447.html> [webová stránka]

56. uchi.vscht.cz [online]. [cit. 2021-01-29]. Sdílení tepla prouděním (konvekce). Dostupné z WWW: <<https://uchi.vscht.cz/files/uzel/53360/00111~MzRQ8Pb3C3P1dnYFAA.pdf?redirected>> [webová stránka]
57. STROMSKÝ, O. *Optimalizace geometrie výměníku pomocí CFD*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 57 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Richard Nekvasil, Ph.D.
58. BEKKEDAHL, Norman. MATHESON, Harry. nvlpubs.nist.gov [online]. 9.1935 [cit. 2021-04-02]. HEAT CAPACITY, ENTROPY, AND FREE ENERGY OF RUBBER HYDROCARBON. Dostupné z WWW: <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/15/jresv15n5p503_A1b.pdf> [webová stránka]
59. ttp.zcu.cz [online]. [cit. 2021-03-27]. Infračervená spektrometrie. Dostupné z WWW: <https://ttp.zcu.cz/www/files/projects/frvs-3892007/skripta_kap3_irspektrometrie.pdf> [webová stránka]
60. ŠTĚTINA, Josef. drive.google.com [online]. 31.8.2020 [cit. 2021-01-29]. PŘENOS TEPLA KONVEKČÍ. Dostupné z WWW: <https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1BAdOzrBpNiV3ZYp_jzCzj1K1-OMOa6Ev> [webová stránka]
61. ŠTĚTINA, Josef. drive.google.com [online]. 31.8.2020 [cit. 2021-01-28]. PŘENOS TEPLA VEDENÍM. Dostupné z WWW: <https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1BAdOzrBpNiV3ZYp_jzCzj1K1-OMOa6Ev> [webová stránka]
62. tpm.fsv.cvut.cz [online]. [cit. 2021-01-28]. Přenos tepla. Dostupné z WWW: <<http://tpm.fsv.cvut.cz/vyuka/main/cviceni5.pdf>> [webová stránka]
63. www1.cuni.cz [online]. [cit. 2021-01-31]. IDEÁLNÍ PLYN. Dostupné z WWW: <https://www1.cuni.cz/~rubesz/idealni_plyn.pdf> [webová stránka]
64. https://cs.qaz.wiki/wiki/Main_Page [online]. 31.3.2021 [cit. 2021-04-02]. Tepelná efuzivita - Thermal effusivity. Dostupné z WWW: <https://cs.qaz.wiki/wiki/Thermal_effusivity> [webová stránka]
65. MAVROS, Georgios. core.ac.uk [online]. 2018 [cit. 2021-01-26]. A thermo-frictional tyre model including the effect of flash temperature. Dostupné z WWW: <<https://core.ac.uk/download/pdf/288360356.pdf>> [webová stránka]
66. ŠTĚTINA, Josef. drive.google.com [online]. 31.8.2020 [cit. 2021-01-29]. PŘENOS TEPLA ZÁŘENÍM. Dostupné z WWW: <https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1BAdOzrBpNiV3ZYp_jzCzj1K1-OMOa6Ev> [webová stránka]
67. ŠTĚTINA, Josef. drive.google.com [online]. 31.8.2020 [cit. 2021-01-28]. ZÁKLADY PŘENOSU TEPLA. Dostupné z WWW: <https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1BAdOzrBpNiV3ZYp_jzCzj1K1-OMOa6Ev> [webová stránka]

68. HUANG, Haibo. [www.researchgate.net](https://www.researchgate.net/publication/273170056_Three-dimensional_global_pattern_prediction_for_tyre_tread_wear) [online]. 1.2014 [cit. 2021-02-25]. Three-dimensional global pattern prediction for tyre tread wear. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/273170056_Three-dimensional_global_pattern_prediction_for_tyre_tread_wear> [webová stránka]
69. www.tyreleader.co.uk [online]. [cit. 2021-02-17]. CONTACT PATCH - THE RISKS DUE TO UNDER AND OVER INFLATION. Dostupné z WWW: <<https://www.tyreleader.co.uk/tyres-advice/tyre-contact-patch>> [webová stránka]
70. bloga350.blogspot.com [online]. 14.10.2012 [cit. 2021-02-17]. A350 XWB tires include safety- lessons learnt from Concorde accident and weight optimization. Dostupné z WWW: <<http://bloga350.blogspot.com/2012/10/a350-xwb-tires-include-safety-lessons.html>> [webová stránka]
71. GREPLOVÁ, K. *Pneumatika jako rozhodující prvek podvozku závodního automobilu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2006. 37 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. František Pražák, Ph.D.
72. www.yourdatadriven.com [online]. 2021 [cit. 2021-02-20]. What Temperature Should Your Race Tyres Be? Dostupné z WWW: <<https://www.yourdatadriven.com/what-should-the-temperature-of-your-racing-car-tyres-be>> [webová stránka]
73. www.yourdatadriven.com [online]. 2021 [cit. 2021-02-20]. Ways To Measure Racing Car Tyre Temperatures. Dostupné z WWW: <<https://www.yourdatadriven.com/ways-to-measure-racing-car-tyre-temperatures>> [webová stránka]
74. suspensionsecrets.co.uk [online]. [cit. 2021-02-12]. How tyre data can make you fast. Dostupné z WWW: <<https://suspensionsecrets.co.uk/how-tyre-data-can-make-you-fast>> [webová stránka]
75. suspensionsecrets.co.uk [online]. [cit. 2021-02-12]. Adjust tune toe. Dostupné z WWW: <<https://suspensionsecrets.co.uk/adjust-tune-toe>> [webová stránka]
76. www.arden.org [online]. [cit. 2021-01-27]. How Tire Pressure Varies with Temperature. Dostupné z WWW: <<https://www.arden.org/misc/pressure.html>> [webová stránka]
77. HOLLOWAY, Caleb. izzeracing.com [online]. [cit. 2021-02-01]. Influence of Temperature on Tire Grip. Dostupné z WWW: <https://izzeracing.com/ewExternalFiles/Izze_Racing_White_Paper_Tire_Temperature.pdf> [webová stránka]
78. LIN, Yeong-Jyh. HWANG, Sheng-Jye. home.cis.rit.edu [online]. 8.10.2004 [cit. 2021-02-21]. Temperature prediction of rolling tires by computer simulation. Dostupné z WWW: <<https://home.cis.rit.edu/~cnspci/references/lin2004.pdf>> [webová stránka]
79. en.wikipedia.org [online]. 14.1.2021 [cit. 2021-03-23]. List of thermal conductivities. Dostupné z WWW: <https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_thermal_conductivities> [webová stránka]

80. ŠTĚTINA, Josef. drive.google.com [online]. 31.8.2020 [cit. 2021-01-29]. ZÁKLADNÍ TERMODYNAMICKÉ VELIČINY A VZTAHY MEZI NIMI. Dostupné z WWW: <https://drive.google.com/drive/u/1/folders/1BAdOzrBpNiV3ZYp_jzCzj1K1-OMOa6Ev> [webová stránka]
81. NAMJOO, Moslem. GOLBAKHSI, Hossein. www.researchgate.net [online]. 12.2014 [cit. 2021-03-10]. Finite Element Analysis for Estimating the Effect of Various Working Conditions on the Temperature Gradients Created Inside a Rolling Tire. Dostupné z WWW: <https://www.researchgate.net/publication/268806919_Finite_Element_Analysis_for_Estimating_the_Effect_of_Various_Working_Conditions_on_the_Temperature_Gradients_Created_Inside_a_Rolling_Tire> [webová stránka]
82. www.tec-science.com [online]. 23.1.2020 [cit. 2021-02-25]. Experimental setup for determining thermal conductivity. Dostupné z WWW: <<https://www.tec-science.com/thermodynamics/heat/experimental-setup-for-determining-the-thermal-conductivity>> [webová stránka]
83. LESILE, Jack. www.carthrottle.com [online]. 2013 [cit. 2021-03-21]. F1's New Thermal Imaging Cameras Are The Ultimate In Cool. Dostupné z WWW: <<https://www.carthrottle.com/post/f1s-new-thermal-imaging-cameras-are-the-ultimate-in-cool>> [webová stránka]
84. www.reddit.com [online]. 2018 [cit. 2021-03-20]. The exact working ranges of the 2018 Pirelli tyres. Dostupné z WWW: <https://www.reddit.com/r/formula1/comments/86ajnd/the_exact_working_ranges_of_the_2018_pirelli_tyres> [webová stránka]
85. www.optotherm.com [online]. 2018 [cit. 2021-03-27]. Emissivity Values. Dostupné z WWW: <<https://www.optotherm.com/emiss-table.htm>> [webová stránka]
86. BRZOBOHATÝ, T. *Měření emisivity vlhkých a suchých povrchů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojíního inženýrství, 2012. 52 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Milan Pavelek, CSc.
87. SOVA, Jan. KADLEC, Karel. old.allforpower.cz [online]. 1.2014 [cit. 2021-04-03]. Termokamery a pyrometry – princip měření, vlastnosti a využití. Dostupné z WWW: <http://old.allforpower.cz/UserFiles/file/termokamery_1.pdf> [webová stránka]
88. www.engineeringtoolbox.com [online]. 2005 [cit. 2021-03-25]. Thermal Conductivity of Metals, Metallic Elements and Alloys. Dostupné z WWW: <https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-metals-d_858.html> [webová stránka]
89. RADOMSKI, Bartosz. DROJETZKI, Lawrence. www.e3s-conferences.org [online]. 2018 [cit. 2021-03-24]. Application of Poensgen apparatus for determining the thermal conductivity of reflective insulations. Dostupné z WWW: <https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2018/24/e3sconf_solina2018_00086.pdf> [webová stránka]

90. storage.by.prom.st [online]. [cit. 2021-03-04]. THERMAL CONDUCTIVITY INSTRUMENTS. Dostupné z WWW: <https://storage.by.prom.st/157555_fox.pdf> [webová stránka]
91. www.te-ka.de [online]. 25.10.2019 [cit. 2021-03-05]. TK04. Dostupné z WWW: <<https://www.te-ka.de/images/teka/download/TK04-ThermalConductivityMeter.pdf>> [webová stránka]
92. www.hukseflux.com [online]. [cit. 2021-03-04]. THISYS. Dostupné z WWW: <<https://www.hukseflux.com/uploads/product-documents/THISYS%20v0817.pdf>> [webová stránka]
93. SOLAŘ, Jaroslav. ČMIEL, Filip. stavba.tzb-info.cz [online]. 12.1.2015 [cit. 2021-03-28]. Termografické měření povrchové teploty a emisivity u lesklých materiálů pomocí metody čtyř bodů. Dostupné z WWW: <<https://stavba.tzb-info.cz/prostup-tepla-stavebni-konstrukci/12219-termograficke-mereni-povrchove-teploty-a-emisivity-u-lesklych-materialu-pomoci-metody-ctyr-bodu>> [webová stránka]
94. ZHAO, Yanjing. JIANG, Jiwang. DAI, Yiqing. ZHOU, Lan. NI, Fujian. www.mdpi.com [online]. 2.3.2020 [cit. 2021-03-29]. Thermal Property Evaluation of Porous Asphalt Concrete Based on Heterogeneous Meso-Structure Finite Element Simulation. Dostupné z WWW: <<https://www.mdpi.com/2076-3417/10/5/1671>> [webová stránka]
95. CAHILL, Patrick. www.compsystems.com [online]. 17.3.2015 [cit. 2021-02-28]. Multi channel tyre temperature from Texense. Dostupné z WWW: <<https://www.compsystems.com.au/index.php/latest-news/9-news-products/62-multi-channel-tyre-temperature-from-texense>> [webová stránka]
96. VOLF, Ivo. JAREŠOVÁ, Miroslava. OUHRABKA, Miroslav. fyzikalniolympiada.cz [online]. [cit. 2021-02-03]. Přenos tepla. Dostupné z WWW: <<http://fyzikalniolympiada.cz/texty/texttz.pdf>> [webová stránka]
97. BERGMAN, Theodore L. LAVINE, Adrienne S. INCROPERA, Frank P. DEWITT, David P. Fundamentals of heat and mass transfer. 7. vydání. Jefferson City: John Wiley & Sons, Inc., 2011. ISBN 978-0470-50197-9.
98. www.meteocentrum.cz [online]. [cit. 2021-02-21]. Atmosférický tlak. Dostupné z WWW: <<https://www.meteocentrum.cz/encyklopedie/atmosfericky-tlak>> [webová stránka]
99. www.priklady.eu [online]. 2021 [cit. 2021-02-25]. VNITŘNÍ ENERGIE. Dostupné z WWW: <<https://www.priklady.eu/cs/fyzika/vnitri-energie.alej>> [webová stránka]
100. ERHART, Jiří. www.otevrenaveda.cz [online]. [cit. 2021-02-20]. TEPLŮ, TEPELNÁ KAPACITA TĚLES. Dostupné z WWW: <https://www.otevrenaveda.cz/export/sites/otevrenaveda/.content/files/metodiky-laboratornich-cviceni/fyzika/10_Teplo-tepelna-kapacita_web.pdf> [webová stránka]

101. [www.imcdataworks.com](https://www.imcdataworks.com/products/sensor-solutions/6-component-wheel-force-transducer) [online]. 2021 [cit. 2021-04-22]. 6-Component Wheel Force Transducer. Dostupné z WWW: <<https://www.imcdataworks.com/products/sensor-solutions/6-component-wheel-force-transducer>> [webová stránka]

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

\rightarrow r_i	[m]	Pozice bodu
\dot{q}_G	$[W \cdot m^{-3}]$	Hustota tepelného toku na jednotku objemu
\dot{q}_L	$[W \cdot m^{-1}]$	Hustota tepelného toku na jeden metr délky
\overline{Y}_{mes}	[-]	Průměr naměřených veličin
a_h	[-]	Míra kolísání vyšších řádů harmonické tuhosti
A_r	[-]	Archimédovo číslo
$B_{y\kappa}$	[-]	Sklon vozovky ve směru jízdy
c_0	[-]	Parametr opotřebení
c_c	$[N \cdot m^{-1}]$	Boční tuhost struny na jednotku délky
$C_{F\lambda}$	$[N \cdot m^{-1}]$	Sklužová tuhost
$C_{M\alpha}$	$[N \cdot m \cdot rad^{-1}]$	Vratná tuhost
c_p	$[N \cdot m^{-1}]$	Tuhost elementu běhounu na jednotku délky
C_{PCx1}	[-]	Lineární závislost hustícího tlaku a zátěžné síly na C_λ
C_{Px1}	[-]	Změna C_λ při působení hustícího tlaku
C_{Px2}	[-]	Změna C_λ při působení hustícího tlaku na druhou
C_{RR}	$[m \cdot s^{-1} + m^2 \cdot s^{-2}]$	Součinitel valivého odporu
C_{Vx1}	[-]	Faktor vertikálního posuvu pro C_λ
C_{VZ}	[-]	Součinitel závislý na odkrytí kol
C_{x1}	[-]	Podélná sklužová tuhost C_λ při působení F_{z0}
C_{x2}	[-]	Změna C_λ při působení zatížení
C_{x3}	[-]	Změna C_λ při působení zatížení na druhou
$C_{y\kappa}$	[-]	Závislost na svislém zatížení
C_α	$[N \cdot rad^{-1}]$	Směrová tuhost
C_γ	$[N \cdot rad^{-1}]$	Klopná tuhost
C_λ	$[N \cdot m^{-1}]$	Sklužová tuhost
CC_α	$[rad^{-1}]$	Koeficient zatáčení
CC_γ	$[rad^{-1}]$	Camber coefficient
d_i	[m]	Radiální či boční uzlové posuvy
$D_{Vy\kappa}$	[-]	Závislost na příčném skluzu a úhlu odklonu
df_z	[N]	Přírůstek svislého zatížení
e_0	[-]	Parametr opotřebení
E_0	$[J \cdot K^{-1}]$	Vlastní zářivost černého tělesa
f_i	[N]	Radiální či boční uzlové síly
$G_{y\kappa}$	[-]	Tíhová funkce
G_λ	[-]	Korekční koeficient

K_D	[-]	Bezrozměrná proměnná
l_s	[m]	Vzdálenost 80 % délky kontaktní plochy
l_t	[J · kg ⁻¹]	Měrné skupenské teplo tání
\vec{n}	[-]	Jednotkový vektor normály k izotermické ploše
P_0	[W]	Příkon
P_T	[J]	Ztrátová energie
Q^*	[J]	Teplo zůstávající v elementu v důsledku vnějších zdrojů
q_z	[N · m ⁻¹]	Svislá síla na jednotku délky mezi pláštěm a vozovkou
\dot{Q}	[W]	Tepelný tok
\dot{q}	[W · m ⁻²]	Hustota tepelného toku
r_{By}	[-]	Korekční koeficient pro sklon vozovky
R_{CT}	[-]	Rozdělení tepelného toku mezi běhoun a kostru
r_{Cy1}	[-]	Korekční koeficient pro svislé zatížení
R_d	[m]	Dynamický poloměr kola
r_e	[m]	Efektivní valivý poloměr
r_{Hy}	[-]	Korekční koeficient pro podélný posuv
r_K	[-]	Podíl tuhostí běhounu K_x/K_y
R_K	[m ² · K · W ⁻¹]	Kontaktní tepelný odpor
R_m	[J · K ⁻¹ · mol ⁻¹]	Univerzální plynová konstanta
r_r	[m]	Poloměr ráfku
R_{RT}	[-]	Tep. tok přijímaný z celkového tep. toku vzniklého třením
r_{Vy}	[-]	Korekční koeficient závislý na boční rychlosti
R_λ	[m ² · K · W ⁻¹]	Tepelný odpor
S_2	[Pa · m ³]	Tuhost pásů nárazníku v ohybu
S_H	[m]	Podélný posuv
S_V	[m]	Příčný posuv
\bar{z}	[m]	Normalizovaná boční poloha podél běhounu
δ'	[rad]	Efektivní úhel skluzu
δ_i	[m]	Deformace elementu
κ_s	[-]	Součet podélného skluzu a podélného posuvu
λ_{end}	[-]	Požadovaný limit hodnoty skluzu
λ_{Fz0}	[-]	Měřítka
λ_{norm}	[-]	Normalizovaný skluz
μ_{pDx1}	[-]	Lineární závislost hustícího tlaku a zátěžné síly na μ_p
μ_{pPx1}	[-]	Změna μ_p při působení hustícího tlaku
μ_{pPx2}	[-]	Změna μ_p při působení hustícího tlaku na druhou
μ_{pVx1}	[-]	Faktor vertikálního posuvu pro μ_p

μ_{px1}	[-]	Koeficient statického tření μ_p při působení F_{z0}
μ_{px2}	[-]	Změna μ_p při působení zatížení
μ_{px3}	[-]	Změna μ_p při působení zatížení na druhou
μ_{SPSx1}	[-]	Lineární závislost hustícího tlaku a zátěžné síly na μ_s
μ_{SPx1}	[-]	Změna μ_s při působení hustícího tlaku
μ_{SPx2}	[-]	Změna μ_s při působení hustícího tlaku na druhou
μ_{SVx1}	[-]	Faktor vertikálního posuvu pro μ_s
μ_{Sx1}	[-]	Faktor podélného tvaru pro μ_s při F_{z0}
μ_{Sx2}	[-]	Změna μ_s při působení zatížení
μ_{Sx3}	[-]	Změna μ_s při působení zatížení na druhou
Ω_0	[rad · s ⁻¹]	Úhlová rychlost volně se valícího kola
Δh	[m]	Šířka mřížky
A	[-]	Absorptance
a	[m ² · s ⁻¹]	Teplotová vodivost
a	[m]	Polovina délky kontaktní plochy
a	[m]	Pozice, kdy přijde element běhounu do styku s vozovkou
ABS	[-]	Anti-lock Brake System
Ar	[-]	Archimedovo číslo
B	[-]	Bezrozměrná hodnota vlivu tuhosti
b	[m]	Bod odpovídající přechodu mezi přilnavostí a skluzem
C	[-]	Bezrozměrná hodnota vlivu tvaru
C	[-]	Koeficient pro výpočet tepelného toku
C	[J · K ⁻¹]	Tepelná kapacita
c	[J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]	Měrná tepelná kapacita
CFD	[-]	Computational Fluid Dynamics
CR	[-]	Rozdělovací koeficient
D	[-]	Bezrozměrná hodnota vlivu vrcholu křivky
d	[-]	Kalibrační parametr kartáčového modelu
D	[m]	Průměr pneumatiky
E	[-]	Bezrozměrná hodnota zakřivení
e	[J · m ⁻² · K ⁻¹ · s ^{-0,5}]	Efuzivita
ent	[-]	Množství otevřeného prostoru v běhounu
ESP	[-]	Electric Stability Program
Eu	[-]	Eulerovo číslo
F	[N]	Síla
g	[-]	Funkce rychlostního pole kontaktní plochy
g	[m · s ⁻²]	Tíhové zrychlení
Gr	[-]	Grashofovo číslo

GrETA	[-]	Grip Estimation for Tyre Analyses
H	[-]	Heavisideova funkce
H	[-]	Přenosová funkce
h	[m]	Radiální vzdálenost uzlů pláště
h	[m]	Výška
HSRI	[-]	Highway Safety Research Institute
i	[-]	Konkrétní pneumatika
K	[-]	Koeficient závislý na poloze uzlu v mřížce
k	[J · K · m ⁻³]	Konstanta
k	[N · m ⁻¹]	Tuhost
K	[N · m ⁻¹]	Tuhost
L	[m]	Rozměrový parametr
M	[-]	Počet parametrů modelu
m	[kg]	Hmotnost
M	[kg · mol ⁻¹]	Molární hmotnost
M	[N · m]	Moment
MCU	[-]	Measurement and Control Unit
n	[-]	Funkce zatížení a hustícího tlaku pláště
n	[-]	Počet
N	[-]	Počet
n	[mol]	Látkové množství
NEC	[-]	Součin NEC _x a NEC _y
NEC	[-]	Počet uzlů
NTP	[-]	Non Pneumatic Tyre
Nu	[-]	Nusseltovo číslo
p	[Pa]	Tlak
Pe	[-]	Pecletovo číslo
Pr	[-]	Prandtlovo číslo
r	[-]	Experimentálně stanovené koeficienty
R	[-]	Radiální pneumatika
R	[-]	Reflektance
r	[J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]	Měrná plynová konstanta
r	[m]	Poloměr
R	[m]	Volný poloměr valení
Ra	[-]	Rayleighovo číslo
Re	[-]	Reynoldsovo číslo
s	[-]	Komplexní Laplaceho proměnná
S	[m ²]	Plocha

SWIFT	[-]	Short Wavelength Intermediate Frequency Tyre
T	[-]	Transmittance
T	[K]	Teplota
t	[m]	Závlek pneumatiky
t	[s]	Čas
T	[s]	Perioda
tan(α)	[-]	Příčný skluz
TED	[%]	Statistický indikátor pro porovnání měření s predikcí
THI01	[-]	Thin Sample Instrument
TRICK	[-]	Tyre/Road Interaction Characterization and Knowledge
TRT	[-]	Thermo Racing Tyre
TWI	[-]	Tread Wide Indicator
U	[-]	Rychlostní kategorie pneumatiky
u	[-]	Substituce za dT/dr
u	[m]	Posuv
u	[m · s ⁻¹]	Rychlost proudění vzduchu v obvodovém směru
UHP	[-]	Ultra High Performance
V	[-]	Rychlostní kategorie pneumatiky
v	[m]	Posuv
v	[m · s ⁻¹]	Rychlost
V	[m ³]	Objem
P	[W]	Výkon
w'	[m]	Efektivní výška
X	[-]	Vstupní proměnná Magic Formula
x	[m]	Souřadnice
X	[m]	Souřadnice
y	[m]	Souřadnice
Y	[m]	Souřadnice
Y	[N] či [N · m]	Výstupní proměnná Magic Formula
z	[m]	Souřadnice
Z	[m]	Souřadnice
α	[-]	Experimentálně změřená konstanta
α	[rad]	Úhel směrové úchyly
α	[W · m ⁻² · K ⁻¹]	Součinitel přestupu tepla
β	[-]	Distribuční člen třecí síly v osách x a y
β	[rad]	Sklon
β	[K ⁻¹]	Součinitel teplotní objemové roztažnosti
γ	[rad]	Úhel odklonu

γ	[K ⁻¹]	Součinitel teplotní objemové roztažnosti
δ	[m]	Rozdíl mezi účinným poloměrem valení a pol. ráfku
δ	[m]	Tloušťka stěny
δ	[rad]	Úhel skluzu na ráfku
ε	[-]	Emisivita
ε	[-]	Poměr rozměrových parametrů modelu
ε	[-]	Přesnost modelu
η	[-]	Účinnost pneumatiky
η	[Pa · s]	Dynamická viskozita
κ	[-]	Podélný skluz
$\kappa(v)$	[-]	Faktor závislosti α_{SE} a α_{TE} na rychlosti valení
λ	[-]	Skluz
λ	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	Součinitel tepelné vodivosti
μ	[-]	Koeficient tření
ν	[m ² · s ⁻¹]	Kinematická viskozita
ν	[m]	Boční průhyb
ξ	[m]	Rameno valivého odporu
ρ	[kg · m ⁻³]	Hustota
σ	[m]	Rozměrový parametr
τ	[-]	Propustnost
φ	[rad]	Úhel ve válcovém souřadném systému
ω	[rad · s ⁻¹]	Úhlová rychlost
Ω	[rad · s ⁻¹]	Úhlová rychlost

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHA I	Termomechanický model v MATLAB (tepelné toky)
PŘÍLOHA II	Termomechanický model v MATLAB (teploty)