

**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VLIV NASTAVENÍ A KONFIGURACE ROVNAČKY NA  
VÝSLEDKY SIMULACE KOSOÚHLÉHO ROVNÁNÍ**

INFLUENCE OF SETTING AND CONFIGURATION OF STRAIGHTENING MACHINE ON RESULTS OF  
SIMULATION OF CROSS-ROLL STRAIGHTENING

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Bc. Bořek Ščerba

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

doc. Ing. Tomáš Návrat, Ph.D.

BRNO 2019



## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Bořek Ščerba
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	doc. Ing. Tomáš Návrát, Ph.D.
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### Vliv nastavení a konfigurace rovnací na výsledky simulace kosoúhlého rovnání

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při návrhu konstrukce rovnacího stroje se vychází z empirických vztahů a dlouholetých zkušeností výrobce stroje. Cílem práce bude kvantifikovat pomocí výpočtového modelování vliv nastavení průhybových válců (posuv a natočení) na proces rovnání a jeho výsledky. Základní etapy práce budou zahrnovat v první řadě tvorbu výpočtového modelu rovnání tyčí kruhového průřezu na kosoúhlých rovnačkách v programu ABAQUS s využitím explicitního řešiče. Výpočtový model bude následně využit pro opakované výpočty pro různé nastavení vstupních parametrů. Srovnání jednotlivých variant umožní kvantifikovat vliv nastavení na výsledky procesu rovnání.

#### Cíle diplomové práce:

- 1) Vytvořte výpočtový model umožňující simulaci procesu rovnání tyčí kruhového průřezu na kosoúhlých rovnačkách v programu ABAQUS.
- 2) Analyzujte vliv nastavení a konfigurace rovnacího stroje na výsledky rovnání.
- 3) Pro verifikaci výpočtového modelu využijte poskytnuté údaje z rovnacích tabulek.
- 4) Formulujte zobecňující závěry, jak správně nastavit rovnací stroj.

#### Seznam doporučené literatury:

MARCINIAK, Z. Teorie tváření plechů. Praha: SNTL, 1964.

PETRUŠKA, J.; NÁVRÁT, T.; ŠEBEK, F. A New Model for Fast Analysis of Leveling Process. *Advanced Materials Research*. 2012 (586) p. 389 - 393.

NASTRAN, M.; KUZMAN K. Stabilisation of mechanical properties of the wire by roller straightening, J. Mat. Proc. Tech. 125-128 (2002) 711-719.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Doposud prováděné výpočty týkající se procesu rovnání tyčí s kruhovým průřezem na kosoúhlých válcových rovnačkách, buď analytickými metodami nebo pomocí implicitního algoritmu metody konečných prvků (MKP) za použití prutových prvků, jsou efektivní, ovšem obsahují značná zjednodušení. Cílem této práce je proto vytvořit výpočtový model za použití explicitního algoritmu MKP, který umožní modelovat tyč pomocí tělesových prvků bez neúměrného nárůstu výpočetního času, jejichž použití může vést k hlubšímu porozumění procesu rovnání. Následně model verifikovat s použitím rovnacích tabulek výrobce stroje a analýzou procesu kosoúhlého rovnání kvantifikovat vliv nastavení víceválcového rovnacího stroje na výsledky rovnání.

## **Abstract**

Analytical methods or implicit finite element method (FEM) with beam elements to model straightened bar were used to analyze straightening process in multi-staggered cross-roll straighteners up to now. These are effective but require certain simplifications. Aim of this thesis is to create an explicit FEM model allowing usage of solid elements for circular bar without disproportional increase of computational time. This may lead to deeper understanding of the straightening process. The model is to be verified using straightening tables and then used to quantify influence of rollers configuration on results of the straightening process.

## **Klíčová slova**

Kosoúhlé rovnání, proces rovnání, tyč kruhového průřezu, zbytková křivost, zbytkové napětí, elasto-plastické ohýbání, metoda konečných prvků, MKP, explicitní algoritmus, výpočtové modelování, Abaqus

## **Key words**

Cross-roll straightening, straightening process, circular bar, residual curvature, residual stress, elastoplastic bending, finite element method, FEM, explicit algorithm, computational simulation, Abaqus



## **Bibliografická citace**

ŠČERBA, Bořek. *Vliv nastavení a konfigurace rovnáčky na výsledky simulace kosoúhlého rovnání*. Brno, 2020. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125207>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Tomáš Návrat.





## **Čestné prohlášení o původnosti práce**

Prohlašuji, že jsem Diplomovou práci na téma *Vliv nastavení a konfigurace rovnáčky na výsledky simulace kosoúhlého rovnání* vypracoval samostatně s použitím pramenů a odborné literatury uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

20. června 2020

.....

Bořek Ščerba



## **Poděkování**

Děkuji tímto doc. Ing. Tomáši Návratovi, PhD. za odborné vedení mé práce, jeho cenné rady, inspirativní náměty a vstřícnost při konzultacích.

Rovněž děkuji své ženě za trpělivost, vstřícnost a podporu, kterou mi věnovala při tvorbě této práce.

## Obsah

1 Úvod.....	1
2 Problémová situace .....	2
3 Formulace problému .....	2
4 Cíle řešení problému.....	2
5 Současný stav poznání .....	3
5.1 Rešeršní studie .....	3
5.1.1 Články a sborníky z konferencí .....	3
5.1.2 Závěrečné práce na ÚMTMB .....	5
5.1.3 Shrnutí.....	6
5.2 Teoretické základy týkající se rovnání .....	6
5.2.1 Rovnání.....	6
5.2.2 Prostý ohyb .....	7
5.2.3 Pružně-plastický ohyb.....	10
5.2.4 Zbytková napětí .....	11
5.2.5 Modelování plasticity .....	12
5.2.5 Rovnací stroje .....	17
5.2.5 Rovnání na kosoúhlých víceválcových rovnačkách .....	19
5.2.6 Rovnací válce.....	21
6 Komplexní analýza problému.....	23
7 Systém podstatných veličin .....	24
8. Volba metody řešení problému.....	26
8.1 Metoda konečných prvků.....	26
8.1.1 Implicitní a explicitní algoritmus MKP .....	26
8.2 ABAQUS .....	28
8.2.1 Prvky Abaqusu pro explicitní MKP.....	29
8.2.2 Využití funkce Abaqusu.....	31

8.3 Plánování experimentů .....	31
8.3.1 Základní pojmy .....	31
8.3.2 Základní dělení experimentů .....	32
8.4 Použitý hardware .....	32
9. Výběr vstupních parametrů do metody řešení problému .....	33
9.1 Rovnací stroj .....	33
9.2 Rovnané tyče na stroji XRK 10 .....	34
10 Výstupní veličiny a postupy použité pro jejich vyhodnocování.....	35
10.1 Postup vyhodnocení výsledné křivosti .....	35
10.1.1 Způsob vyhodnocení zbytkové křivosti ve společnosti ŽĐAS.....	36
10.2 Postup vyhodnocení hourglassingu .....	37
10.3 Postup vyhodnocení vlivu škálování hmotnosti .....	37
10.4 Postup pro vyhodnocení zbytkového napětí .....	37
10.5 Postup pro vyhodnocení kontaktní plochy .....	38
11. Vývoj výpočtového modelu.....	39
11.1 Kvalitativní vývoj modelu .....	40
11.1.1 Částečný model.....	40
11.1.2 Plný model .....	41
11.2 Kvantitativní vývoj modelu .....	42
11.2.1 Vliv connectorů a koeficient CN .....	43
11.2.2 Vliv škálování hmotnosti a velikosti sítě.....	44
11.2.3 Vliv tuhosti pružin přítlačných válců.....	45
11.2.4 Stanovení tuhosti a tlumení connectorů.....	45
11.2.5 Komplikace při vyhodnocování zbytkového napětí .....	46
11.2.6 Vliv sítě a modelu materiálu na zbytkové napětí.....	48
11.2.7 Ukončení vývoje.....	50
11.2.8 Poznámka k dalším kapitolám .....	50

12 Vytvořený výpočtový model .....	51
12.1 Model materiálu.....	51
12.2 Model geometrie .....	51
12.3 Síť konečných prvků.....	52
12.4 Model interakcí .....	53
12.5 Okrajové podmínky .....	54
12.6 Další nastavení výpočtu.....	55
13 Verifikace modelu.....	56
13.1 Závislost výstupní křivosti na přesazení průhybových válců .....	56
13.2 Elastický průchod rovné tyče rovnačkou.....	56
13.3 Elastický průchod zakřivené tyče rovnačkou .....	57
13.4 Srovnání s experimentem a implicitním MKP .....	58
13.5 Ověření parametrů z rovnic tabulek při extrémních hodnotách meze kluzu a průměru tyčí.....	59
14 Experiment.....	61
14.1 Jednofaktorový experiment.....	61
14.1.1 Jednofaktorový experiment pro průhybové válce.....	62
14.1.2 Jednofaktorový experiment pro poháněcí válce .....	65
14.1.3 Závislosti výsledné křivosti na natočení – přechodová oblast.....	69
14.1.4 Kompenzace vysoké hodnoty výsledné křivosti při maximální velikosti kontaktní plochy.....	71
14.2 Dvoufaktorový experiment .....	72
14.2.1 Výsledky experimentu .....	75
14.2.2 Diskuse výsledků experimentu .....	78
15 Zobecňující závěry.....	79
16 Závěr .....	80
17 Literatura.....	81



# 1 Úvod

S rostoucím důrazem na kvalitu (nejen) strojírenských výrobků rostou i nároky zákazníků hutních závodů na jakost válcovaného materiálu (plechy, profily, trubky, kulatiny). Jedním z parametrů, podle kterých se hodnotí jakost polotovaru, je jeho křivost. Ta je důsledkem předchozích technologických nebo výrobních operací. Proces, který minimalizuje křivost, se nazývá rovnání a provádí se na rovnacích strojích. Rovnací stroj sestává ze soustavy válců, které polotovar při rovnání ohýbají tak, že v některých částech jeho příčného průřezu vznikají plastické deformace, které přispívají k přerozdělení zbytkových napětí. [1]

Jedním z výrobců rovnacích strojů je i firma ŽĎAS, a.s. Při návrhu konstrukce rovnacího stroje se často vychází z empirických vztahů a dlouholetých zkušeností. Návrh stroje je nutné provést tak, aby spolehlivě plnil svou funkci při provozních zatíženích. Tato zatížení nejsou předem známa. Dále je nutné pro správnou funkci stroje jeho vhodné nastavení. Parametry nastavení jsou zejména velikost přesazení rovnacích válců a jejich úhlové natočení. Ty závisí na průměru rovnaného polotovaru a materiálu, ze kterého je vyroben. Tato závislost je zákazníkovi spolu s rovnacím strojem dodávána v podobě rovnacích tabulek.

Výše zmíněné parametry je nutné nějakým způsobem získat. S rozvojem výpočetní technologie a možností řešení nelineárních úloh pomocí MKP (metody konečných prvků) se objevila snaha využít této metody k jejich získání a k hlubšímu porozumění celé problematice. Tento přístup je ovšem v inženýrské praxi stále obtížně použitelný kvůli jeho vysokým časovým a kapacitním nárokům. Proto byl na ÚMTMB vyvinut rychlý algoritmus pro stanovení základních parametrů rovnání [1], díky kterému je možné zredukovat čas potřebný na výpočet z hodin až dnů na minuty. Algoritmus je založen na metodě konečných prvků a na Eulerovském pojetí kontinua. Byl verifikován na základě provedeného experimentu a použit ke korekci rovnacích tabulek stávajících strojů.

Cílem práce je kvantifikovat pomocí výpočtového modelování vliv nastavení válců (posuv a natočení) na proces rovnání a jeho výsledky. To zahrnuje vytvoření výpočtového modelu za použití komerčního softwaru. Výsledky z tohoto řešení budou sloužit k verifikaci výsledků dosažených použitím rychlého algoritmu, který bude následně využit k optimalizaci procesu rovnání za použití neuronových sítí v práci autora (Hluška, 2020, [15]).



## **2 Problémová situace**

Doposud prováděné výpočty byly prováděny buď analyticky, nebo metodou konečných prvků s využitím implicitního algoritmu. První přístup je sice velice rychlý, ovšem obsahuje mnoho zjednodušení. Druhý přístup je při použití prutových prvků stále dostatečně rychlý, ovšem neposkytuje uspokojivé výsledky. Při použití prostorových prvků výpočet trvá neúměrně dlouho (1-3 týdny [26]).

Jako vhodnější se jeví využití explicitního algoritmu MKP pro simulaci procesu rovnání, což umožní využít k výpočtu prostorové prvky při výrazně nižších časových nárocích.

## **3 Formulace problému**

Na základě problémové situace byl formulován následující problém:

Kvantifikace vlivu nastavení průhybových válců rovnacího stroje na proces rovnání a jeho výsledky pomocí výpočtového modelování.

## **4 Cíle řešení problému**

- 1) Vytvořit výpočtový model umožňující simulaci procesu rovnání tyčí kruhového průřezu na kosoúhlých rovnačkách v programu ABAQUS.
- 2) Analyzovat vliv nastavení a konfigurace rovnacího stroje na výsledky rovnání.
- 3) Pro verifikaci výpočtového modelu využít poskytnuté údaje z rovnačích tabulek.
- 4) Formulovat zobecňující závěry, jak správně nastavit rovnací stroj.

## 5 Současný stav poznání

### 5.1 Rešeršní studie

#### 5.1.1 Články a sborníky z konferencí

V této studii jsou uvedeny poznatky o kosoúhlém rovnání tyčí za studena a přístupech k jeho výpočtovému modelování nalezené zejména v recenzovaných časopisech a sbornících z konferencí.

- V článku (Tokunaga, 1961, [28]) studuje autor rozložení zbytkových napětí při rovnání a jejich souvislost s výslednou křivostí tyče pomocí analytických vztahů pružnosti a pevnosti. Dále navrhuje metodu pro měření zbytkových napětí vyrovnané tyče a stanovuje výkon stroje potřebný pro rovnání.
- Autoři článků (Taklander 1990 [42], 1991 [43][32]) nejprve studují výhody a nevýhody jednotlivých typů rovnacích strojů. Dále analyticky zjišťují vliv parametrů nastavení rovnaček, jako jsou rozteč mezi válci, jejich průměr a velikost stoupání šroubovice, která je trajektorií bodů na tyči, na průběh ohybového momentu, který působí na rovnanou tyč během průchodu strojem, a který má dominantní vliv na výslednou křivost polotovaru. Navrhují vylepšení designu válců dvouválcové rovnačky.
- Autoři v článku (Wu, 2000, [18]) navrhli nový analytický přístup k predikci výstupní křivosti tyče, který může být snadno využit v inženýrské praxi při návrhu geometrie rovnacích válců. Výsledky práce jsou ověřeny experimentálně. Rovnání uvažují jako střídavý ohyb a berou v úvahu odpružení tyče po opuštění rovnacího stroje. Kontakt mezi válci a tyčí je liniový. Je použit izotropní model plastického zpevnění.
- Autoři příspěvků (Mutrux, 2008 – 2011, [19][20][21]) analyzují rovnání na dvouválcové rovnačce za použití konečnoprvkového systému LS-DYNA. Nejdříve [19] přistupují k řešení problému za použití „plného modelu“. Používají kinematický model zpevnění, jehož parametry byly určeny experimentálně. Tento přístup hodnotí jako výpočtově náročný s omezenou přesností, přestože jsou schopni zahrnout jak ohyb tyče, tak její posuv, rotaci i přitlačení mezi válci. Vyhodnocují výslednou křivost tyče. Následně [20] přistupují k problému s využitím submodelingu, kde počítají numericky pouze ohyb tyče a rotace je následně dopočítávána analyticky. Přitlačení válců lze v tomto přístupu zahrnout jen omezeně. Takto zredukovali výpočtový čas a zvýšili přesnost. V posledním příspěvku [21]

neuvažují rotaci ani posuv tyče. Tyč je pouze přitlačena mezi válci. Tímto získají pole přetvoření. Analytický výpočet je použit pro zohlednění trajektorie uzlů sítě a kvantifikování historie zatěžování, z čehož je následně za požití Chabocheho konstitutivního modelu (experimentálně získané parametry) dopočítáno zbytkové napětí a srovnáno s experimentálními daty.

- Autoři příspěvku (Belhadj, 2013, [16]) se zabývají rovnáním konců dlouhých tyčí, které prodělají rovnání na rovnacím stroji. Délka nevyrovnaných konců podle nich závisí na délce tyče a rozteči mezi rovnacími válci. Aby se předešlo snížení produktivity jejich odříznutím, dodatečně se redukuje křivost rovnáním pomocí trojbodového ohybu. Autoři navrhli způsob měření křivosti poskytující vstupní údaje do analytického modelu, založeném na elasto-plastickém ohybu prutů, pomocí kterého jsou navrženy parametry rovnání. Navržený postup byl ověřen experimenty.
- V článku (Kato, 2014, [17]) se autoři zabývají nastavením parametrů rovnání (úhel natočení a rychlost válců, mezera ponechaná pro tyč) dvouválcové rovnačky pro minimalizaci výstupní křivosti a povrchových vad. Při analýze se vychází z analytické analýzy prostého třibodového ohybu a provedeného experimentu. Autoři uvádějí, že pro vyrovnání tyče je nezbytné, aby bylo dosaženo plastické deformace ve 40 % obsahu příčného průřezu.
- V příspěvku (Petruška, 2016, [22]) autoři popisují nový přístup k rovnání založený na Eulerova pojetí kontinua používaném zejména v mechanice tekutin. Materiál zde prochází pevnou sítí konečných prvků narozdíl od Lagrangeova pojetí typického pro konečnoprvkové systémy, kde je síť pevně svázána s materiálem. Vyvinutý algoritmus umožní zredukovat čas výpočtu z hodin až dnů na minuty, díky čemuž provedli velké množství výpočtů, které použili pro optimalizaci nastavení rovnacího stroje. Algoritmus byl verifikován provedeným experimentem.

V následujících bodech jsou uvedeny nalezené poznatky týkající se procesu rovnání, získané ovšem pro jiný polotovar než tyč s kruhovým průřezem (drát, trubka...).

- Autoři v článku (Nastran, 2002, [23]) zkoumali vliv různých faktorů na mechanické vlastnosti rovnaného drátu a experimentálně potvrdili, že přesazení průhybových válců má na ně zásadní vliv. Vyvinutý algoritmus umožňuje kvantifikovat nastavení průhybových válců tak, aby mechanické vlastnosti byly v průběhu rovnání konstantní.

- V článku (Kaiser, 2014, [24]) se autoři zabývají analýzou rovnání obdélníkového profilu na devítiválcové rovnačce následně aplikovatelnou např. na kolejnice. Simulace jsou prováděny 1D a 2D v Abaqus/Standard. Polotovár se neotáčí. Autoři tvrdí, že veškeré nastavení související s rovnáním je jednoznačně charakterizováno vývojem křivosti v průběhu rovnání a lze tak porovnávat rozdílné procesy rovnání mezi sebou.

### 5.1.2 Závěrečné práce na ÚMTMB

Dále byly studovány práce provedené na ÚMTMB týkající se daného tématu

- Autor (Šťourač, 2013, [25]) se zabývá v první části své diplomové práci vlivem úhlového nastavení válců na velikost a rozložení kontaktního tlaku mezi tyčí a válci za použití komerčního systému Ansys. V další části zkoumá vliv některých parametrů (průhyby válců, průměr, počáteční křivost, mez kluzu a modul pružnosti tyče) na výslednou křivost tyče za použití rychlého algoritmu rovnání [22]. Autor na závěr své práce formuluje některé zobecňující závěry týkající se nastavení rovnacího stroje.
- Autor (Benešovský, 2015, [26]) se ve své práci věnuje návrhu algoritmu pro simulaci kosoúhlého rovnání založeném na Lagrangeově pojetí kontinua (v práci ho nazývá „L-algoritmus“) s programem Ansys. K tvorbě sítě používá v jednom případě prutové prvky a v druhém případě prostorové prvky. V druhém případě poukazuje na velkou časovou náročnost výpočtu (1-3 týdny). Z toho důvodu používá model s prutovými prvky (8 h výpočtu) k analýze vlivu zpevnění materiálu, počátečního zbytkového napětí, natočení válců, vstupní křivosti, meze kluzu na výslednou křivost. Dále se zabývá kontaktním tlakem na válce a rozložením zbytkového napětí. Následně porovnává výsledky dosažené pomocí prutových prvků s rychlým algoritmem („E-algoritmus“) a prezentuje odchylky (okolo 20 %). Autor doporučuje použít prostorové prvky a řešit úlohu znovu explicitním algoritmem MKP.
- V práci (Meňhert, 2019, [27]) se autor zabýval případem, kdy nejsou v inženýrské praxi k dispozici dostatečné znalosti týkající se mechanických vlastností rovnacího materiálu. K problému přistupoval s využitím metody konečných prvků v softwaru Ansys. Autor na závěr shrnuje, že ke správnému vyrovnání dojde při odchylce 20 % od předpokládané meze kluzu, a dodává, že izotropní model zpevnění je nevhodný k popisu děje s opakovanou plastickou deformací a doporučuje kinematický.

### 5.1.3 Shrnutí

Na závěr této rešeršní studie lze konstatovat, že prací zabývajících se kosoúhlým rovnáním tyčí je velmi málo. V těchto pracích se často objevuje analytický přístup, jelikož je snadno a efektivně uplatnitelný v inženýrské praxi. Pro hlubší porozumění procesu rovnání byly vyvinuty přístupy využívající metody konečných prvků za použití komerčních softwarů, ty jsou ovšem výpočtově značně náročné. Výjimkou je rychlý algoritmus založený na Eulerově pojetí kontinua. Většina nalezených článků se věnovala dvouválcovým rovnačkám. Práce na ÚMTMB se věnují rovnání na víceválcových rovnačkách.

Článků zabývajících se rovnáním trubek byl podobný nedostatek jako těch týkajících se tyčí. Naproti tomu o rovnání profilů s nekrhovým průřezem (kolejnice, H-profil, plechy...) bylo nalezeno podstatně větší množství textů. U nich se ovšem proces rovnání významně liší od kruhových profilů tím, že nedochází ke kontinuální rotaci rovnaného polotovaru.

Problém formulovaný v této práci již byl na ÚMTMB řešen, ovšem autor (Benešovský, 2015, [26]) na závěr své práce doporučuje, aby byla problematika kosoúhlého rovnání věnována další pozornost a byl vytvořen nový L-algoritmus s prostorovými prvky řešený explicitně.

Je tedy možno konstatovat, že není nutná reformulace problému a že jeho vyřešení bude přínosné pro lepší pochopení problematiky rovnání.

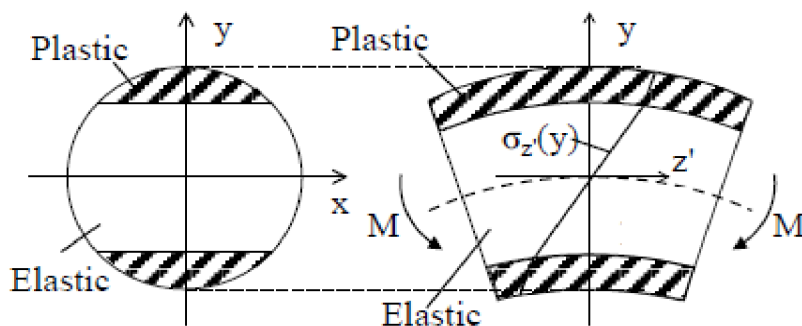
## 5.2 Teoretické základy týkající se rovnání

### 5.2.1 Rovnání

Rovnáni je jedním z technologických procesů, u kterých se využívá ohýbání. Ohýbáním se mění tvar podélné osy tvářené součásti. Pokud je cílem dát původně rovnému materiálu požadované zakřivení, mluví se o ohýbání. V opačném případě, kdy se ohýbáním získává z ohnutého materiálu součást s rovnou osou, se mluví o rovnání. [29] Aby při ohýbání došlo k trvalé změně tvaru, je nutné zatížením vyvolat v rovnaném materiálu napětí vyšší, než je jeho mez kluzu.

Výše zmíněná situace je naznačená na obr. 1. Po zatížení se nejprve celý průřez deformuje elasticky, deformace jsou vratné. Po překročení meze kluzu vznikají v krajních vláknech nevratné plastické deformace. Po odstranění vnějšího zatížení vzniká nesoulad mezi oblastí příčného průřezu, která zplastizovala, a oblastí elastickou, kde plastická deformace nenastala. Zplastizovaný materiál má tendenci setrvat ve svém nově nabytém stavu, kdežto ten ve stavu

elastickeu usiluje o návrat do svého původního stavu (odpružení). V příčném průřezu tak vznikají zbytková napětí. [28] Vyrovnání polotovaru spočívá v optimálním rozložení těchto napětí. [24]



Obrázek 1: Rozložení vratných (elastických) a nevratných (plastických) deformací při ohybu spolu s průběhem napětí ( $\sigma$ ) při zatížení ohybovým momentem ( $M$ ). [28] - upraveno

Je vhodné zmínit, že rovnání lze provádět za tepla a za studena. Tato práce se bude zabývat pouze rovnáním za studena, které probíhá hluboko pod rekrystalizační teplotou  $T_r \geq 0,4T_t$ , kde  $T_t$  je absolutní teplota tavení. [1]

### 5.2.2 Prostý ohyb

Jelikož ohyb hraje v procesu rovnání podstatnou roli, bude v této kapitole podrobněji rozebrán. Kapitola vychází převážně ze skript Pružnost a pevnost I [30].

Název této kapitoly lze vymezit větou: „Prostý ohyb je označení pro namáhání přímého prizmatického prutu.“ [30] V této větě je skryta i oblast použitelnosti předložené teorie:

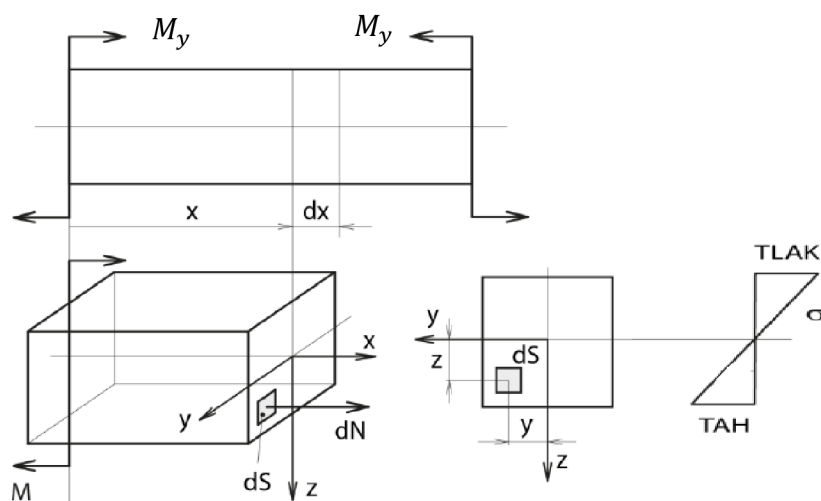
- Pojem prostý se vztahuje k případu, kdy určení napjatosti a deformace tělesa jsou na sobě nezávislé procesy. To platí v oblasti použitelnosti Hookova zákona.
- Prizmatický poukazuje na neměnnost příčného průřezu po délce tělesa.
- Prut je těleso, které má jeden rozměr významně delší než ostatní, je vymezen střednicí a příčným průřezem. Střednice zůstává při deformaci spojitá a hladká a příčné průřezy si zachovávají rovinnost a zůstávají kolmé na střednici (tzv. Bernoulliho hypotéza). Vazby a zatížení jsou soustředěny na střednici a omezují posuvy a natočení. Napjatost je dána normálovým a smykovým napětím.

V dalších úvahách budeme uvažovat ohyb pouze kolem jedné osy, jak je naznačeno na obr. 2.

Prut je zatížen silovou dvojicí  $M_y$ . Při představě, že prut je složen z dlouhých vláken, lze tvrdit, že při ohnutí se vlákna nad osou příčného průřezu zkrátí a pod osou prodlouží. Tato osa, na které je nulové osově napětí, se nazývá neutrální. Deformaci ve směru osy  $x$  lze na základě předpokladu rovinnosti příčného průřezu popsat posuvem  $u$ , pro který platí

$$du(z) = a_1 + b_1 z$$

kde  $a_1$ ,  $b_1$  jsou neznámé parametry.



Obrázek 2: Ohyb prutu zatíženého silovou dvojicí [1] - upraveno

Tomuto odpovídá délkové přetvoření  $\varepsilon_x$ , které je při prostém ohybu základní deformační charakteristikou

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = a_2 + b_2 z \quad (2)$$

Úhlová přetvoření jsou nulová, jelikož při deformaci nedochází ke změně pravých úhlů v příčném průřezu. Z toho plyne, že i smyková napětí jsou nulová.

S využitím Hookova zákona pak pro osově napětí platí

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E(a_2 + b_2 z) \quad (3)$$

Dále je nutné získat další rovnice pro získání neznámých parametrů. Budeme vycházet z toho, že pokud je prut ve statické rovnováze, je ve statické rovnováze i každá jeho část. Úsek prutu, daný řezem ve vzdálenosti  $x$  od kraje prutu (obr. 2), je v rovnováze s vnějším zatížením díky elementárním silám  $dN$  působícím na ploše příčného průřezu  $dS$ . Podíl těchto dvou veličin dává napětí  $\sigma$ . Nyní je možné pro tuto část prutu vyjádřit silovou rovnováhu

$$\int_S \sigma_x dS = 0 \quad (4)$$

a momentovou rovnováhu

$$\int_S \sigma_x z dS = M_y \quad (5)$$

Dosazením (3) do rovnic (4), (5) a řešením soustavy dostaneme vztah pro osově napětí

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_y} z \quad (6)$$

kde  $J_y$  je osový kvadratický moment průřezu. Veličiny  $M_y$  a  $J_y$  dále nemusí být indexované, protože se předpokládá, že zatížení působí jen v jedné rovině.

Rovnice (6) platí pouze v hlavní centrálním souřadném systému. To je souřadný systém, který má počátek totožný s těžištěm příčného průřezu a deviační kvadratický moment je v něm roven nule:  $J_{yz} = 0$ . To platí, pokud aspoň jedna z os souřadnicového systému je zároveň osou symetrie příčného průřezu.

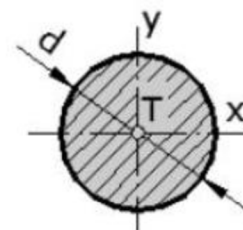
Z rovnice (6) jasně vyplývá, že průběh napětí je lineární a maximální hodnoty nabývá pro krajní vlákna příčného průřezu.

Připomeňme ještě, že osový kvadratický moment je průřezová charakteristika závislá na souřadném systému. Definiční vztah k ose  $y$  je následující

$$J_y = \int_S z^2 dS \quad (7)$$

Pro úplnost si doplníme i výsledný vztah, který vznikne po aplikaci definičního vztahu na kruhový průřez na obr. 3, jenž je předmětem zájmu této práce.

$$J_y = \frac{\pi d^4}{64} \quad (8)$$



Obrázek 3: Kruhový průřez [31] - upraveno

Jelikož se výsledná křivost tyče při rovnání často řeší v závislosti na ohybovém momentu [28],[29],[32], uveďme si, jaká je mezi nimi závislost. Osově přetvoření lze rovněž vyjádřit

$$\varepsilon_x = \frac{a}{r} \quad (9)$$



kde  $a$  je vzdálenost od neutrální osy a  $r$  je poloměr oskulační kružnice v daném bodě střednice. Dosazením Hookova zákona a (9) do rovnice (6) získáme po úpravě závislost mezi křivostí a ohybovým momentem.

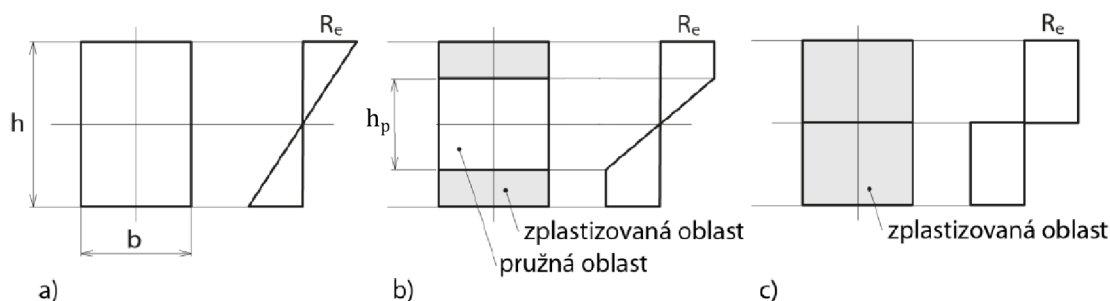
$$k = \frac{1}{r} = \frac{M}{EJ} \quad (10)$$

Křivost v daném bodě střednice se často interpretuje jako převrácená hodnota poloměru oskulační kružnice. Ovšem je vhodné už nyní zmínit, že ve společnosti ŽĎAS se výsledná křivost interpretuje jiným způsobem, který bude popsán v kap. 10.1.1.

### 5.2.3 Pružně-plastický ohyb

Jak je zřejmé z úvodu kapitoly, při procesu rovnání jsou podstatné plastické deformace, proto je nutné předloženou teorii rozšířit i do plastické oblasti, což je jedna z nelinearit, která znesnadňuje proces řešení. Kapitola je zpracována podle [30] a přednášek předmětu Nelineární úlohy mechaniky v MKP prof. Petrušky.

Nyní si popíšeme pružně plastický ohyb původně rovné tyče nebo prutu na případech a), b) a c) na obr. 4. Uvažujeme ideálně elasto-plastický materiál se stejnou mezí kluzu  $R_e$  v tahu i tlaku – bližší přiblížení tohoto modelu materiálu je v dalších kapitolách. Dále uváděné vztahy a hodnoty platí pro kruhový průřez.



Obrázek 4: Pružně-plastický ohyb prutu [1] upraveno

Do plastické oblasti se dostáváme, pokud napětí v příčném průřezu dosáhne meze kluzu, čemuž odpovídá případ a). To nastane při zatížení prutu ohybovým momentem o velikosti

$$M_k = \frac{\pi d^3 R_e}{32} \quad (11)$$

čemuž odpovídá napětí

$$\sigma_e = \frac{2R_e z}{h} \quad (12)$$

Zvětší-li se ohybový moment, rozšíří se plastická oblast do hloubky  $(h - h_p)/2$ . Část příčného průřezu zplastizuje a zbytek zůstane v pružném stavu, jak je vidět na obr. 4 b). Ohybový moment potřebný pro dosažení tohoto stavu lze odvodit podobným způsobem jako rovnicí (5), tedy z momentové rovnováhy řezu prutem:

$$M_{epl} = 2 \int_0^{h_p/2} \sigma_e z dS + 2 \int_{h_p/2}^{h/2} R_e z dS \quad (13)$$

Když  $h_p = 0$ , nastane případ c). Plastická oblast se rozšíří do celého průřezu prutu, vzniká tzv. plastický kloub a křivost v daném bodě roste nade všechny meze. Vznik plastických kloubů může vést až ke stavu, kdy se původně tvarově určitá konstrukce změní v mechanismus. Tento stav se nazývá mezní stav ideálně plastické únosnosti. Průřez tedy nedokáže přenést vyšší zatížení než

$$M_U = \frac{R_e d^3}{6} \quad (14)$$

„Pro výpočet smluvní únosnosti nosníku se využívá součinitel plasticity  $\xi$ , který charakterizuje rezervu skrytou v možném rozvíjení plastických deformací v průřezu“ [1]

$$\xi = \frac{M_U}{M_k} \doteq 1.7 \quad (15)$$

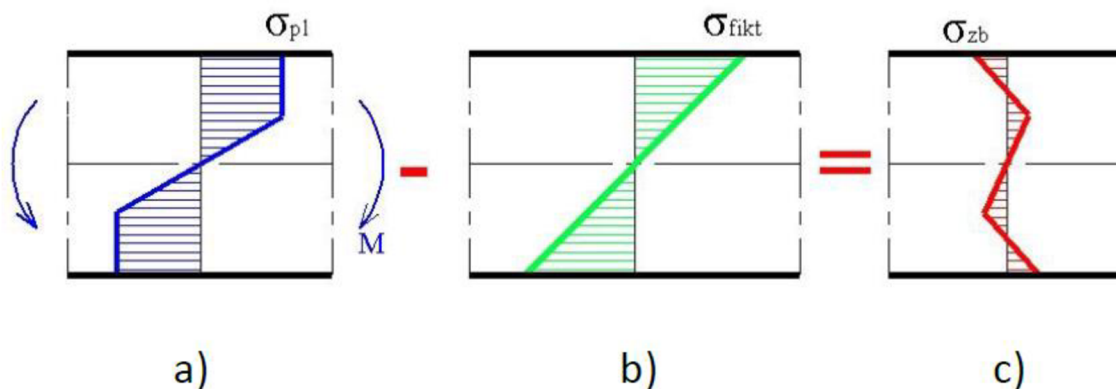
#### 5.2.4 Zbytková napětí

Nyní uvažujme stav z obr. 4 b). Po odstranění vnějšího zatížení se ohnutá tyč již zcela nenarovná, jelikož došlo v povrchových vrstvách k trvalé deformaci. Ovšem zbytek příčného průřezu usiluje o návrat do původní konfigurace, jak již bylo naznačeno v kap. 5.2.1. To je příčinou vzniku zbytkových (remanentních, reziduálních) napětí, která se vypočtou podle vztahu

$$\sigma_{zb} = \sigma_{epl} - \sigma_{fikt} \quad (16)$$

kde  $\sigma_{epl}$  je napětí, které skutečně vznikne při zatížení prutu z ideálně elasto-plastického materiálu momentem  $M_{epl}$ , a  $\sigma_{fikt}$  je napětí, které by vzniklo při zatížení týmž momentem,

kdybychom uvažovali pouze lineární chování materiálu, jak je ukázáno na obr. 5 b). Případy a) a b) jsou staticky ekvivalentní, proto se zbytkovým napětím říká samorovnovážná.



Obrázek 5: Určení zbytkového napětí [25]

### 5.2.5 Modelování plasticity

Pešina [33] ve své publikaci uvádí, že plasticita je schopnost těles nabývat za působení vnějších sil trvalé, nevratné deformace. Popsat plastické přetvoření během zatěžování je mnohem složitější než přetvoření elastické, které je jednoznačně popsáno Hookovým zákonem. Proto byla navržena řada teorií, jejichž rozmanitost spočívá na jedné straně ve snaze o jednoduchost, na straně druhé ve snaze o co možná nejdokonalejší popis skutečnosti. [33] Jsou to například teorie malých pružně plastických deformací, Henckyova-Nádaiova teorie, Lévy-Misesova teorie, Prandtlova-Reussova teorie a Pragerova teorie, o kterých lze více zjistit v publikaci [33].

I dnes, kdy jsou k dispozici komplexnější modely (např. Chabocheho model kinematického zpevnění [34]) než v době, kdy vydal prof. Pešina svou publikaci [33], jsme mnohdy v průmyslové praxi omezeni úrovní znalostí, které jsou o daném materiálu k dispozici, jelikož získávání parametrů do složitějších konstitutivních modelů, které zohledňují vliv teploty, rychlosti zatěžování, backstress a/nebo poškození, je nákladný a zdlouhavý proces. A právě taková je situace, ve které se nacházíme v této práci, proto se další text zabývá jen těmi nejjednoduššími modely.

Teorie zabývající se plasticitou lze rozdělit na deformační („total theory“) a inkrementální („flow theory“). Deformační teorie plasticity předpokládá, že výsledek pružně plastického zatěžování je určen a ovlivněn pouze napětím v daném okamžiku. Inkrementální teorie plasticity ovšem vychází z toho, že výsledek pružně plastického zatěžování v každém

časovém okamžiku závisí na celé historii zatěžování od výskytu prvních plastických deformací. [36] Ve výpočetních softwarech je zpravidla implementována inkrementální teorie plasticity, proto jsou v následující kapitole stručně rozebrány její základy.

### 5.2.5.1 Inkrementální teorie plasticity

V inkrementální teorii plasticity se řeší elastická a plastická složka deformace odděleně, což lze zapsat přírůstkově podobě takto [39]

$$d\varepsilon = d\varepsilon_{el} + d\varepsilon_{pl} \quad (17)$$

Jak již bylo zmíněno, elastická složka deformace se u většiny technických materiálů řídí Hookovým zákonem, tzn. mezi zatížením a elastickou deformací je lineární závislost (výjimkou jsou např. gumy či pryže [38]).

Řešení plastické složky deformace vychází ze tří základních pilířů inkrementální teorie plasticity

- Podmínka plasticity
- Zákon tečení
- Zákon zpevnění

**Podmínka plasticity** rozhoduje o úrovni napjatosti, při které je iniciován proces plastifikace [35]. Obecně ji lze zapsat jako

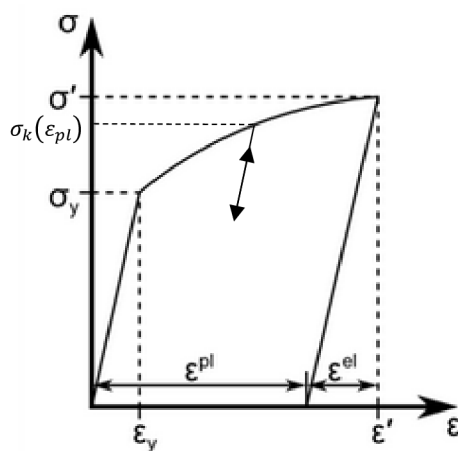
$$F(\sigma, \sigma_k(\varepsilon_{pl})) = 0 \quad (18)$$

což je ekvivalentní se zápisem

$$\bar{\sigma} - \sigma_k(\varepsilon_{pl}) = 0 \quad (19)$$

kde  $\bar{\sigma}$  je redukované napětí, které popisuje aktuální stav napjatosti. Spočítá se podle Misesa následovně

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad (20)$$



Obrázek 6: Křivka napětí-deformace pro elastoplastický materiál [39] upraveno

A  $\sigma_k(\varepsilon_{pl})$  je následná mez kluzu, což odpovídá mezi kluzu po odlehčení a opětovném zatížení, pokud už materiál předtím plastizoval, jak je naznačeno na obr. 6.

Materiálové charakteristice  $R_e$  odpovídá tzv. počáteční mez kluzu, která se dá vyjádřit jako

$$R_e = \sigma_y = \sigma_{k0} = \sigma_k(\varepsilon_{pl} = 0) \quad (21)$$

a která je zároveň i poloměrem válce, který tvoří plochu plasticity v prostoru hlavních napětí zobrazené na obr. 7.

Pro rovnici (18) v souvislosti s plochou plasticity platí:

- pro  $F < 0$  se pohybujeme uvnitř plochy plasticity a deformace jsou elastické
- pro  $F = 0$  jsme na povrchu plochy plasticity a je aktivní proces plastizace
- $F > 0$  nemůže nastat

**Zákon tečení** určuje velikost přírůstku plastického přetvoření v závislosti na přírůstku napětí. [35] Lze zapsat jako

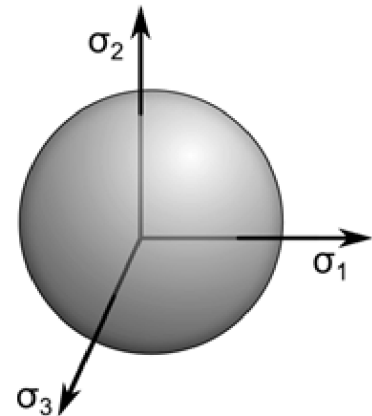
$$d\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (22)$$

kde  $\lambda$  je plastický multiplikátor, který rozhoduje o velikosti přírůstku a  $Q$  je plastický potenciál. Ten se obvykle pro kovy ztotožňuje s plochou plasticity a lze psát tzv. asociovaný zákon tečení ve tvaru

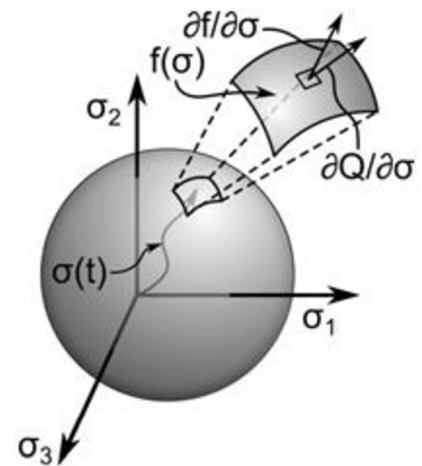
$$d\varepsilon_p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (23)$$

Z rovnice (23) lze konstatovat, že přírůstek plastického přetvoření je přímo úměrný přírůstku napětí ve směru kolmém na plochu plasticity, což ilustruje obr. 8.

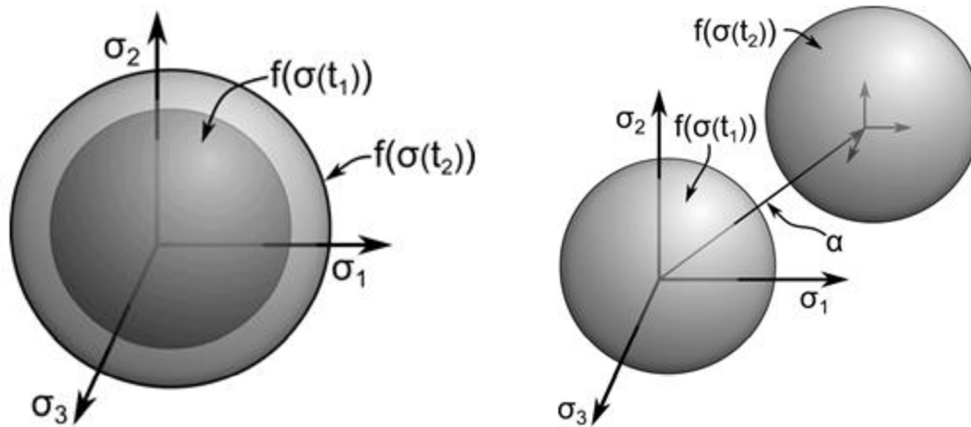
**Zákon zpevnění** popisuje změnu plochy plasticity během procesu plastické deformace, aby bylo možné formulovat následné podmínky plasticity při opakované deformaci. [35]



Obrázek 7: Plocha plasticity v prostoru hlavních napětí [39]



Obrázek 8: Zákon tečení v prostoru hlavních napětí [39]

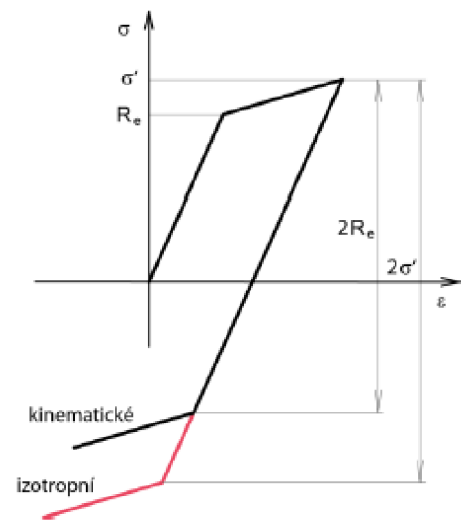


Obrázek 9: Modely zpevnění; vlevo – izotropní; vpravo - kinematičtý [39]

Základními modely zpevnění jsou izotropní a kinematičtý. Při izotropním zpevnění se plocha plasticity rovnoměrně zvětšuje (obr. 9 vlevo), zatímco u kinematičtého se pouze posouvá (obr. 9 vpravo).

Obrázek 10 ukazuje v souřadnicích  $\sigma - \varepsilon$  chování při odlehčování pro oba výše zmíněné modely zpevnění. Pro izotropní model zpevnění se materiál chová elasticky až do okamžiku, kdy rozdíl napětí  $\sigma'$  a aktuálního napětí dosáhne velikosti  $2\sigma'$ . Pro kinematičtý zpevnění to platí pouze do velikosti  $2R_e$ . [1]

Kinematičtý model zpevnění je bližší reálnému chování materiálu, jelikož dokáže popsat zmenšení meze kluzu v tlaku po předchozím tahovém zatížení. Tento experimentálně prokázaný jev se nazývá Baushingerův efekt. [35]



Obrázek 10: Modely zpevnění při odlehčování [1]

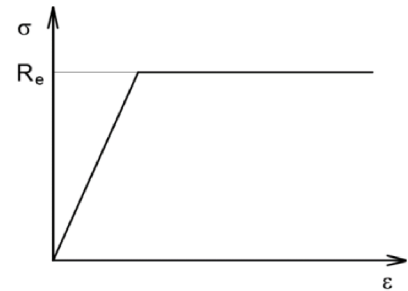
Kinematičtý model zpevnění je tedy vhodný pro modelování cyklického zatěžování, například plastického ratchetingu. [39] Izotropní model zpevnění se doporučuje používat pouze pro monotónní (neklesající) zatěžování.

Mnoho materiálů vykazuje izotropní i kinematičtý zpevnění. K jejich popisu se používá kombinovaných modelů zpevnění. [39]

## 5.2.5.2 Konstitutivní modely

Experimentálně zjištěné chování materiálu je obvykle k dispozici v podobě tahového diagramu. Ovšem pro účely výpočtového modelování je tento tahový diagram potřeba popsat pomocí matematického aparátu. Takovému popisu se říká konstitutivní model materiálu.

Jednou z nejjednodušších aproximací tahového diagramu je ideálně pružně plastický model, který je vidět na obr. 11. V tomto modelu nedochází po dosažení meze kluzu ke zpevnění, tj. počáteční mez kluzu je shodná s následnou mezí kluzu pro jakoukoliv hodnotu plastického přetvoření. [1] Model nabízí jednoduchý, ale velice omezený popis deformační odezvy materiálu. [37]



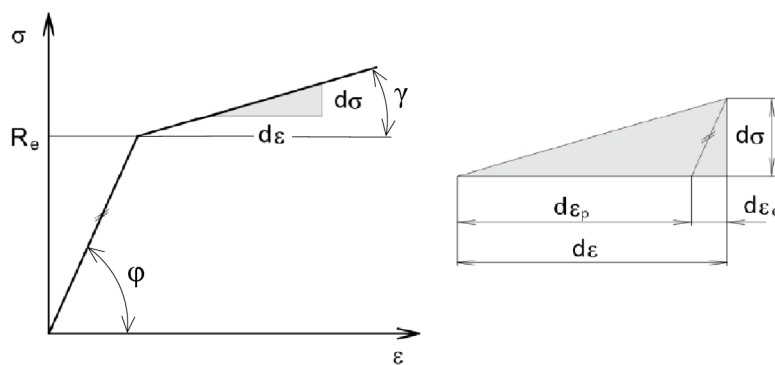
Obrázek 11: Ideálně pružně plastický model materiálu [1]

Další možností, jak aproximovat tahový diagram, je bilineární model materiálu. Jeho část, kde dochází ke zpevnění materiálu, se nahradí přímkou, která svírá s vodorovnou osou úhel  $\gamma$ , jak je naznačeno na obr. 12 vlevo. Pak nad mezí kluzu  $R_e$  platí, že modul pružnosti v tahu lze napsat jako [1]

$$E = \tan \varphi = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_e} \quad (24)$$

a tečný modul zpevnění jako [1]

$$E_T = \tan \gamma = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (25)$$



Obrázek 12: Bilineární model materiálu [1]

V některých konečnoprvkových systémech (např. v Abaqusu, jenž je použit v této práci) si nevystačíme pro specifikaci tohoto chování se znalostí tečného modulu zpevnění

(jako např. v Ansys Workbench), ale plastické chování se definuje pomocí tzv. „flow curve“ v souřadnicích  $\sigma - \varepsilon_p$ . Proto je vhodné znát modul plasticity [1]

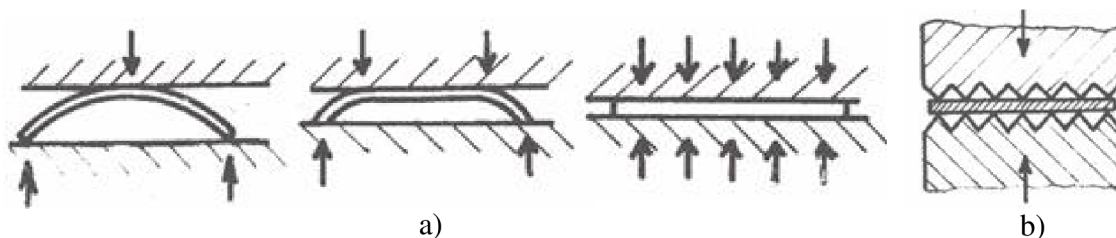
$$H = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} \quad (26)$$

a jeho vztah se dvěma výše zmíněnými moduly. Ten lze odvodit tak, že rovnici (17) podělíme  $d\sigma$ , dosadíme z rovnic (24), (25) a (26) a upravíme. [1] Výsledkem je

$$H = \frac{E \cdot E_T}{E - E_T} \quad (27)$$

### 5.2.5 Rovnací stroje

Rovnácí stroje (dále rovnačky) lze rozdělit podle toho, jestli k rovnání používají čelisti nebo válce. Čelisti k rovnání na lisech mohou být buď rovné (obr. 13 a) nebo např. jehlanovité (obr. 13 b), které se používají ke snížení lisovací síly u tenkých polotovarů nebo tvrdých materiálů tím, že je materiál uveden do plastického stavu jen v určitých pravidelně rozložených místech. [40]



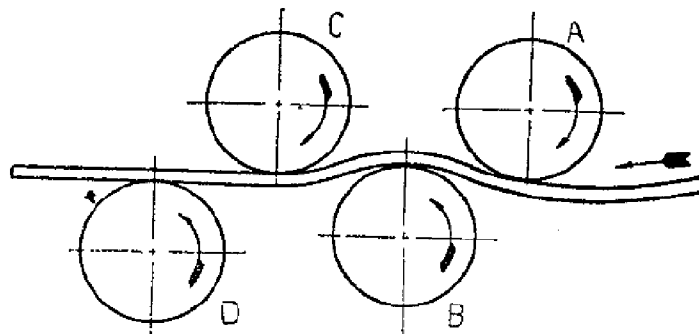
Obrázek 13: Rovnání v lisech pomocí čelistí a) rovných b) jehlanovitých [40]

Naproti tomu při rovnání ve válcích se využívá opakovaného ohybu při kontinuálním průchodu materiálu. To je výhodné zejména u rovnání drátů, pásů nebo tyčí.

Princip rovnání ve válcích lze demonstrovat schématem na obr. 14. Šipky naznačují směry pohybu. Nejdříve dochází k ohybu na válcích A, B, C nezávisle na vstupní křivosti. Následuje ohyb v opačném směru na válci D tak, aby po odpružení byla výstupní křivost minimální. Obecně bývají válce rozmístěny střídavě nad a pod osou rovnaného polotovaru a jsou nastavitelné ve vertikálním směru. [41]

Tyče lze dále rozdělit podle příčného průřezu na tyče s nekruhovým průřezem, pro které se používají paralelně umístěné válce (jako na obr. 14), a na tyče s kruhovým nebo mezikruhovým (trubky) průřezem, které můžou kromě translačního pohybu navíc rotovat.



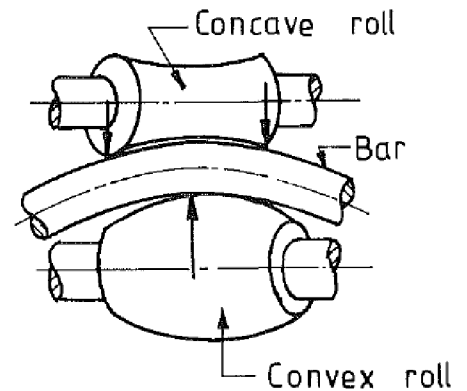


Obrázek 14: Rovnačí stroj s válci [40]

Rotace je dosahováno natočením rovnacích válců o určitý úhel. Takovýmto strojům se říká kosoúhlé rovnačky.

Kosoúhlé rovnačky lze rozdělit následovně do tří základních skupin [42]:

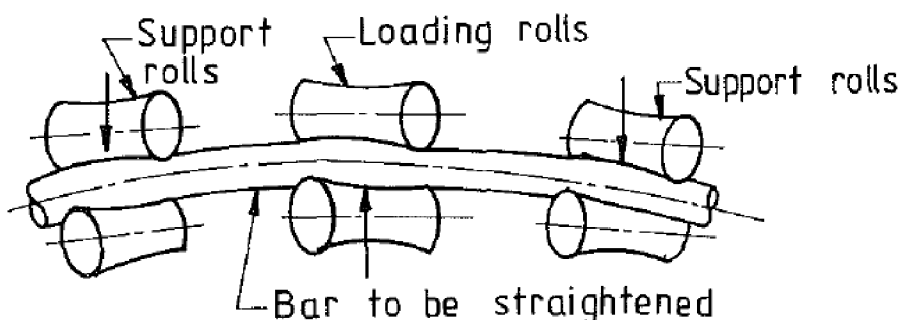
- Dvouválcové rovnačky, kde tyč prochází konvexním a konkávním válcem. Situaci lze přirovnat k ohybu oboustranně podepřeného nosníku. Zatížení konvexním válcem může být v závislosti na jeho tvaru buď lokální uprostřed nosníku, jak je naznačeno na obr. 15, nebo liniové po celé délce nosníku. [42] Tyč bývá vedena mezi válci dvěma pravítky, které se při nesprávném nastavení rovnacího stroje intenzivně opotřebovávají [17]. Tyto rovnačky bývají velice přesné, ovšem kvůli malému úhlu natočení válců bývá rychlost rovnání malá, a tedy i nízká produktivita.



Obrázek 15: Dvouválcová rovnačka [32] upraveno

- Šestiválcové rovnačky, ve kterých jsou dvojice konkávních válců rozmístěny podle schématu na obr. 16. Znovu jde o tříbodový ohyb oboustranně podepřeného nosníku pouze s tím rozdílem, že podpory jsou od sebe ve větší vzdálenosti než u předchozího případu. [42] To způsobuje (u této i následující skupiny) delší nevyrované konce než u dvouválcové rovnačky. [16] Naopak jejich výhodou (této i následující skupiny)

je vyšší produktivita díky vyšší rychlosti rovnání, které se dosahuje větším úhlovým natočením válců. [1]



Obrázek 16: Šestiválcová rovnačka [32] upraveno

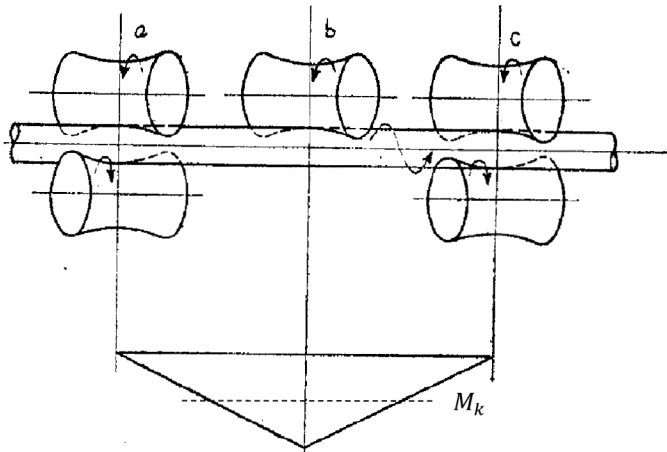
- Rovnačky s vícenásobným ohybem, z jejichž pojmenování vyplývá rozdíl od předchozích dvou skupin. Mohou mít sedm nebo dokonce deset válců, které jsou rozmístěny podle schématu na obr. 17. Charakter zatížení je stejný jako v předchozích případech. [42]

V dalším rozboru se věnujme pouze poslední zmíněné skupině rovnaček, právě ona je předmětem zájmu této práce.

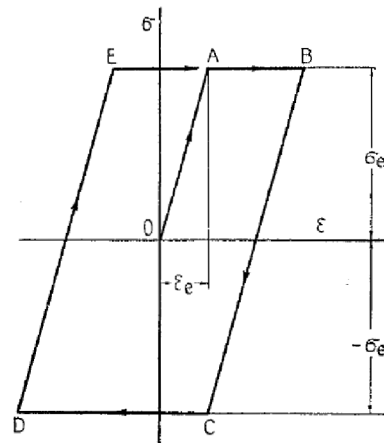
### 5.2.5 Rovnání na kosoúhlých víceválcových rovnačkách

Jak již bylo zmíněno v předchozím textu, dochází při rovnání k vícenásobnému ohybu, který lze popsat křivkou na obr. 18. Takto vykreslená závislost (BCDE) odpovídá průběhu napětí v bodě X (obr. 19) na okraji příčného průřezu v případě, že dochází pouze k rotaci tyče a bod se nachází pod válcem *b* (obr. 17). Ovšem tyč v rovnačce koná kromě rotačního i pohyb translační. Proto je nutné vzít v úvahu celý průběh ohybového momentu (obr. 17), který působí na sledovaný příčný průřez při průchodu rovnačkou. Následující popis je pouze pro variantu s pěti válci. Ovšem při sedmi nebo desíti válcích se bude situace lišit pouze tím, že se celý proces několikrát zopakuje.

Sledujme tedy celý průchod bodu X od válce *a* k válci *b* (od *b* k *c* to bude platit přesně obráceně) a předpokládejme ideálně pružně plastický materiál. Nejprve se budeme pohybovat po úsečce OA, narůstá pouze amplituda elastické složky deformace  $\varepsilon_e$  až do bodu A, který odpovídá dosažení meze kluzu. To nastane v místě, kde hodnota ohybového momentu dosáhne  $M_k$  (naznačeno čárkovaně na obr. 17). Dále dochází k rozvoji plastických deformací, které narůstají až do okamžiku, kdy se příčný průřez nachází pod válcem *b*). Tento nárůst plastických deformací se projeví vznikem úzkého cyklu



Obrázek 17: Průběh ohybového momentu [28] - upraveno

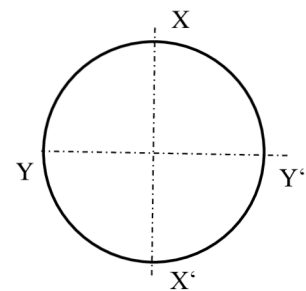


Obrázek 18: Chování ideálně pružně plastického materiálu při opakovaném ohybu [41]

podobajícího se cyklu BCDE. Během průchodu tyče se cyklus rozšiřuje a pod válcem *b* se s cyklem BCDE ztotožní. [28]

Trajektorie sledovaného bodu je šroubovice. Proto není překvapivé, že tvar střednice vyrovnaného polotovaru je rovněž šroubovice (spirála). Její stoupání závisí na úhlu odklonu válců, průměru tyče a skluzu v kontaktu mezi válcem a povrchem tyče. [1]

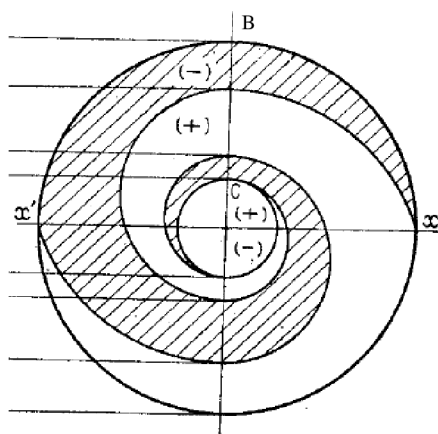
Ohybový moment s maximální hodnotou, jenž je úměrná přesazení průhybového válce, ovlivní pouze body *X* a *X'*, které se nacházejí v rovině procházející středy válců. Na body *Y* a *Y'*, jenž se v tomto okamžiku nacházejí v rovině kolmé, bude při otočení tyče o  $90^\circ$  působit moment o něco nižší, jelikož se vlivem translace příčný průřez posunul. To způsobuje kolísání výsledné křivosti, které přímo souvisí se velikostí stoupání šroubovice. [42]



Obrázek 19: Uvažované body příčného průřezu

Důsledkem proměnného ohybového momentu působícího na příčný průřez během průchodu rovnačkou za jeho rotace je i charakteristický průběh zbytkového napětí na obr. 20 připomínající spirálu. Zbytkové napětí ve zplastizované oblasti (mezi body B a C) vytváří zbytkový ohybový moment, který je zodpovědný za vyrovnání tyče. Tento ohybový moment je ve statické rovnováze s momentem vznikajícím ve zbytku příčného průřezu, kde ke zplastizování nedošlo. [28]

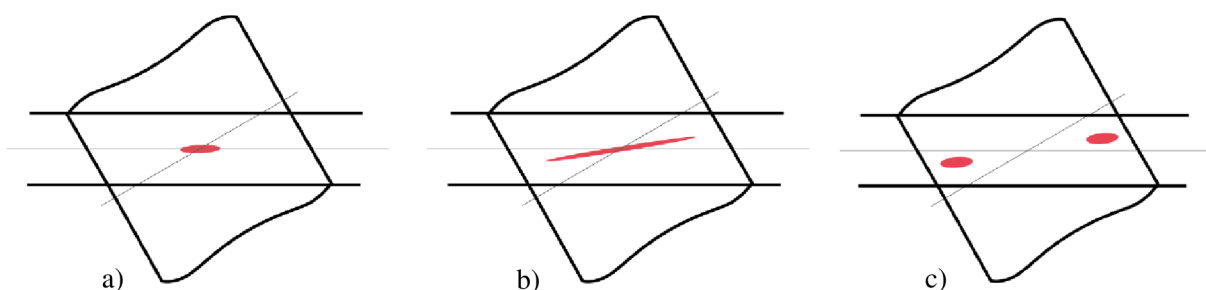
Vícenásobný ohyb a větší plastická zóna v příčném průřezu podle Tokunagy [28] způsobují lepší vyrovnání tyče.



Obrázek 20: Rozložení zbytkových napětí [28] - upraveno

### 5.2.6 Rovnací válce

Rovnací válce jsou navrhovány tak, aby byl zajištěn co nejdelší styk s rovnanou tyčí (obr. 21 b) „Většinou mají válce konkávní tvar a jejich povrch je tvořen jednodílným hyperboloidem.“ [1] Takovýto profil lze ideálně navrhnout pouze pro jeden průměr tyče, ovšem na stroji se zpravidla rovná více různých průměrů tyčí, které vytváří určitý interval. Proto se často uvažuje nejvyšší hodnota z tohoto intervalu a pro ostatní průměry se provádí korekce úhlovým natočením válců. [1]



Obrázek 21: Stykové útvary při různém úhlovém nastavení válců [1]

Při nevhodném natočení válců vzniká jednobodový kontaktní útvar (obr. 21 a) nebo dvojbodový na krajích válce (obr. 21 c). Dochází tak k nárůstu kontaktního tlaku, což se projeví nižší živostností válců v důsledku zvýšeného opotřebovávání. [1]

Síly působící na válce (zodpovědné za jejich opotřebovávání) během procesu rovnání jsou podle Talukdera [42] nepřímo úměrné rozteči mezi válci, zatímco délka nevyrovnaných konců je přímo úměrná rozteči mezi válci. Proto je nutné v praxi najít jakýsi kompromis

mezi mírou opotřebení rovnicích válců a množstvím nevyrovnaného materiálu, jinak řečeno produktivitou. [1]

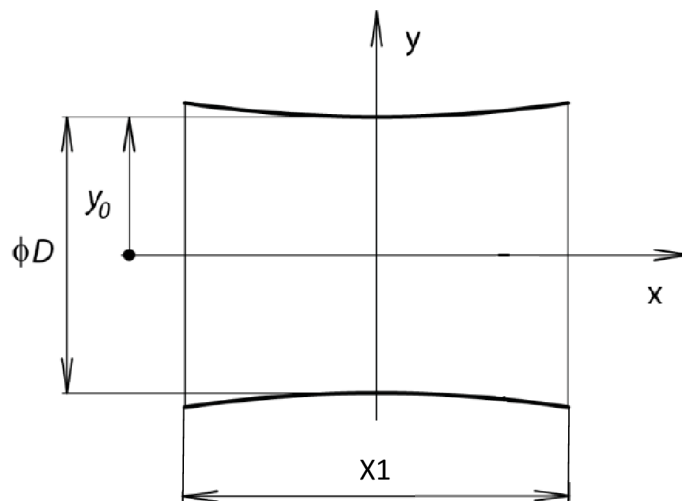
Funkční plocha válců, které využívá společnost ŽĎAS, je ve tvaru jednodílného hyperboloidu daného rovnicí [1]

$$\frac{y^2}{y_0^2} + \frac{z^2}{y_0^2} - \frac{x^2}{C^2} = 1 \quad (28)$$

který vznikne rotací hyperboly [1]

$$\frac{y^2}{y_0^2} - \frac{x^2}{C^2} = 1 \quad (29)$$

Význam jednotlivých symbolů je patrný z obr. 22; C je parametr hyperboly.



Obrázek 22: Funkční plocha válce - rotační hyperboloid [1]; upraveno

## 6 Komplexní analýza problému

Pro korektní řešení problému v systémovém pojetí je nutné zvážit jeho dynamičnost, stochastičnost a možnost výskytu deterministického chaosu. Dále je potřeba zhodnotit ostrost problému a nadřazené restriktce. [45]

Dynamičnost (časová závislost) je důležitá zejména u opotřebení válců, protože v jeho důsledku se mění parametry rovnání [1] a tím i výsledná křivost a zbytkové napětí v tyči. Jelikož ale uvažujeme při řešení tohoto problému válece jako dokonale tuhé, jsou všechny veličiny uvažovány jako statické (časově nezávislé).

Veličiny jako průměr, modul pružnosti, mez kluzu a počáteční křivost tyče mají stochastický charakter. Důsledkem toho mají že stochastický charakter i veličiny, které sledujeme na výstupu – výsledná křivost, zbytkové napětí, případně velikost kontaktní plochy. Všechny veličiny při řešení problému v této práci jsou ovšem uvažovány deterministicky z důvodu nedostatku vstupních údajů.

Zbytkové napětí v polotovarech, které vstupují do rovnicího stroje, není uvažováno, přestože mají vliv na proces rovnání [1]. V první řadě pro jednoduchost a v druhé řadě proto, že při rovnání v inženýrské praxi nejsou hodnoty této veličiny známy.

Stejně tak nejsou známy hodnoty počáteční křivosti polotovaru ani tvar střednice před rovnáním. Počáteční křivost tedy bude uvažována zjednodušeně pouze v jedné rovině, jak tomu bylo např. v [28] nebo [32].

Výskyt deterministického chaosu se u entit v této práci neočekává. Závěr je založen na poznacích získaných při řešení.

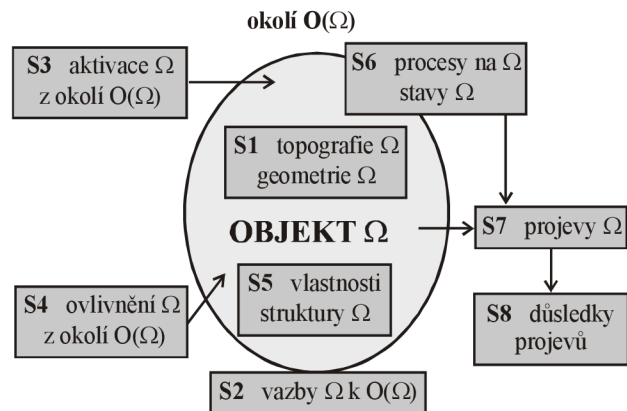
Problém lze považovat za ostrý, jelikož lze dostatečně přesně vymezit všechny kroky vedoucí k jeho řešení.

Z hlediska nadřazených restriktcí jsou nejzásadnější restriktce řešitelské, týkající se zejména nedostatečně výkonného hardwaru pro provádění výpočtů a nemožnosti provést experiment kvůli jeho finanční náročnosti.

## 7 Systém podstatných veličin

Systém podstatných veličin  $\Sigma(\Omega)$  je množina všech podstatných veličin a potenciálních vazeb mezi nimi souvisejících s řešením problému na objektu  $\Omega$ . [45]

„Pro každou entitu  $\Omega$  je charakteristické, že má určité okolí, tvar (geometrii), zaujímá určitou polohu (topologii). S okolím má určité vazby, přes které se realizují interakce, které entitu aktivují a ovlivňují. Aktivace entity na ní vyvolává procesy, které mění její stavy. Entita se do svého okolí určitým způsobem projevuje, což má určité důsledky.“ [45] Tyto charakteristiky vytváření po parametrizaci a formalizaci následující podmnožiny veličin [45] (shrnuté schématem na obr. 23), které byly sestaveny na základě kapitoly 5:



Obr. 23: Podmnožiny systému podstatných veličin  $\Sigma(\Omega)$  [45]

**Podmnožina S0** obsahuje veličiny, které popisují okolí objektu. [45]

Tato množina je prázdná.

**Podmnožina S1** obsahuje veličiny, které popisují rozmístění prvků entity v prostoru a geometrii těchto prvků [45]

Veličinami vyjadřující rozmístění prvků v prostoru jsou rozteče mezi válci, jejich úhlové natočení a posuvy průhybových válců.

Podstatnými veličinami týkajícími se geometrie válců jsou jejich průměr (pro  $x = 0$  podle obr. 22), délka funkční části a parametr hyperboly určující tvar funkční části.

U tyče je podstatný její průměr, počáteční křivost a dokonalý kruhový tvar.

**Podmnožina S2** obsahuje podstatné vazby okolí a objektu, nebo mezi jednotlivými prvky objektu. [45]

Podstatnou vazbou je kontakt mezi válci a tyčí, u kterého je/jsou důležité

- a) rozložení kontaktního tlaku na válcích

## 7 Systém podstatných veličin

b) síly, jimiž válce působí na tyč

**Podmnožina S3** obsahuje veličiny, které vyjadřují aktivaci objektu  $\Omega$  z jeho okolí, která na něm vyvolává procesy. [45]

Tato množina je prázdná.

**Podmnožina S4** obsahuje veličiny, které ovlivňují procesy na objektu z okolí. [45]

Tato množina je prázdná.

**Podmnožina S5** obsahuje veličiny, které vyjadřují vlastnosti prvků struktury objektu. [45]

Důležitými veličinami popisujícími vlastnosti tyče jsou mez kluzu, modul pružnosti v tahu, poissonovo číslo, hustota.

**Podmnožina S6** obsahuje veličiny popisující procesy na objektu, které uvádí objekt do stavů odlišných od počátečního. [45]

Tato množina je prázdná, protože řešíme „problém na makroúrovni mechaniky kontinua“. [45]

**Podmnožina S7** obsahuje veličiny vyjadřující projevy entity odpovídající stavům, do kterých se dostala v důsledku procesů. [45]

Entita se projevuje zbytkovým napětím a výslednou křivostí.

**Podmnožina S8** obsahuje veličiny, které popisují důsledky projevů objektu na sebe nebo své okolí. [45]

Důsledkem projevu popsaného výslednou křivostí může být veličina popisující vyrovnaní tyče nabývající hodnot vyrovnáno nebo nevyrovnáno.



## 8. Volba metody řešení problému

Podle [45] se jedná o přímý příčinný problém, tedy vstupem do algoritmu řešení problému jsou podmnožiny  $S_0$  až  $S_5$  a výstupem jsou podmnožiny  $S_6$  až  $S_8$ .

Byl vybrán nepřímým přístup pomocí modelování, jelikož přímý přístup není realizovatelný.

Problém je řešen výpočtovým modelováním, konkrétně metodou konečných prvků, jelikož použitím této metody lze postihnout všechny veličiny, které figurují v systému podstatných veličin.

Pro kvantifikování vlivu vstupních faktorů na sledované veličiny bude použita metoda plánování experimentů.

### 8.1 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků (MKP) je dominantně používaná numerická metoda v oblasti inženýrských výpočtů. Toto postavení je dáno zejména díky její univerzálnosti. Vychází z obecného členění postupů řešení problémů obecné pružnosti, metoda konečných prvků využívá variační formulaci problému založenou na minimalizaci určitého funkcionálu. U strukturálních úloh převažuje deformační varianta řešení, kdy hlavní neznámou jsou posuvy tělesa a napjatost je následně dopočítána pomocí konstitutivních vztahů. [10]

Samotný název metody zdůrazňuje, že základním stavebním kamenem je prvek konečných rozměrů – na rozdíl od diferenciální formulace problémů pružnosti, kde se vychází z rovnováhy na nekonečně malém elementu. Konečnými prvky se přibližně nahrazuje řešená oblast, která je ve skutečnosti spojitá. Tomuto procesu se říká diskretizace. Pro každý jednotlivý prvek se řeší rovnice, jenž vznikne minimalizací potenciální energie soustavy [10]:

$$KU = F \quad (30)$$

kde  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti,  $\mathbf{U}$  je matice posuvů a  $\mathbf{F}$  je matice vnějšího zatížení. Obecně se jedná o řešení velkého množství algebraických rovnic, proto je rozvoj metody konečných prvků spojen až s rozvojem prostředků umožňujících jejich efektivní řešení [10].

#### 8.1.1 Implicitní a explicitní algoritmus MKP

Tato kapitola je zpracována na základě [10].

Rozdíl mezi implicitním a explicitním algoritmem MKP (dále implicit a explicit) spočívá ve způsobu časové integrace pohybové rovnice

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}(t) \quad (31)$$

kde  $\mathbf{M}$  je matice hmotnosti,  $\mathbf{C}$  matice tlumení,  $\mathbf{K}$  matice tuhosti,  $\mathbf{U}$  matice posuvů a  $\mathbf{F}$  matice vnějších sil v závislosti na čase. Tečka nad veličinou značí její derivaci podle času. Matice tlumení se dá definovat jako proporcionální tlumení následovně

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (32)$$

kde  $\alpha$  a  $\beta$  jsou experimentálně určené konstanty.

V MKP nejsou veličiny spojité, ale nabývají diskretních hodnot, proto i časová integrace pohybové rovnice (31) probíhá v určitých časech s určitým časovým přírůstkem.

Nechť  $t_n$  je aktuální časový okamžik,  $t_{n+1}$  následující časový okamžik a liší se od sebe o  $\Delta t$ . Při implicitní formulaci se posuvy pro čas  $t_{n+1}$  získávají z pohybové rovnice (31) psané pro stejný časový okamžik. Při explicitní formulaci se posuvy pro čas  $t_{n+1}$  získávají z pohybové rovnice (31) formulované pro předchozí časový okamžik  $t_n$ .

Důsledky tohoto rozdílu ve formulaci jsou následující:

- Při použití implicitního alg. v nelineární oblasti je nutné v každém časovém kroku řešit soustavu rovnic, která vzniká z (31), včetně časově náročné triangularizace dynamické matice tuhosti, jenž je kombinací matice tuhosti a matice hmotnosti. To ovšem není nutné v explicitním alg. při použití diagonální matice hmotnosti. V tom případě se zmiňovaná soustava rovnic rozpadá na samostatné nezávislé rovnice a neznámou lze vyčísřit již na úrovni prvků. Výpočet jednoho časového kroku  $\Delta t$  je v explicitu o několik řádů rychlejší než v implicitu.
- U implicitního algoritmu lze při zanedbatelných setrvačných silách vypustit matici hmotnosti a tím problém přejde v řešení statické úlohy (při současném vypuštění matice tlumení přechází rovnice (31) v (30)). Naproti tomu v explicitu matici hmotnosti zanedbat nelze. Statické úlohy lze potom řešit například vhodným zadáním hmotnosti tak, aby byly setrvačné síly řádově menší než síly přetvárné.
- Implicitní alg. je nepodmíněně stabilní, tzn. stabilita není podmíněná zvolenou délkou časového kroku  $\Delta t$ . Explicitní alg. je podmíněně stabilní, tj. je stabilní, pokud je dodrženo

$$\Delta t < \Delta t_{cr} \quad (33)$$

kde  $\Delta t_{cr}$  je doba, za kterou projdou napěťové vlny přes nejmenší prvek v modelu

$$\Delta t_{cr} = \frac{L}{c} = L \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (34)$$

kde  $L$  je charakteristický rozměr nejmenšího prvku,  $\rho$  je hustota,  $E$  modul pružnosti v tahu a  $c$  rychlost šíření zvuku v daném prostředí.

- Z hlediska používaného hardware jsou u implicitního algoritmu zásadní paměťové požadavky při výpočtu, naproti tomu u explicitu je limitujícím faktorem výpočetní výkon dán např. počtem jader procesoru a jeho frekvencí.

Obecně lze říci, že explicitní algoritmus je vhodný v případech analýzy velmi rychlých dějů, topologicky složitých prostorových sítí nebo při výrazných nelinearitách, např. materiálových nebo geometrických. Z této analýzy vyplývá vhodnost využití explicitního algoritmu MKP pro řešení problému v této práci, jelikož jsou očekávány významné nelinearity.

## 8.2 ABAQUS

Pro aplikaci explicitního algoritmu byl vybrán Abaqus. Konkrétně je použita verze softwaru 2019. Je to konečnoprvkový systém z rodiny Simulia společnosti Dassault Systemes, který nabízí možnost řešení inženýrských úloh v oblasti mechaniky těles, hydromechaniky, termomechaniky, elektromagnetismu a spouště dalších. Společnost Dassault Systemes je známá i svými dalšími produkty, jako jsou například Catia nebo Solidworks.

Systém zahrnuje moduly [14]

- Abaqus/Standard využívající implicitní algoritmus MKP
- Abaqus/Explicit využívající explicitní algoritmus MKP
- Abaqus/CFD (Computational fluid dynamics) používaný k řešení problémů spojených s kapalinami
- Abaqus/CAE (Computer aided engineering), což je interaktivní uživatelské prostředí sloužící k přípravě, spouštění a vyhodnocení analýz. Používá se tedy pro preprocessing a postprocessing.

K řešení problému, je použit právě Abaqus/Explicit spolu s Abaqus/CAE.

### 8.2.1 Prvky Abaqusu pro explicitní MKP

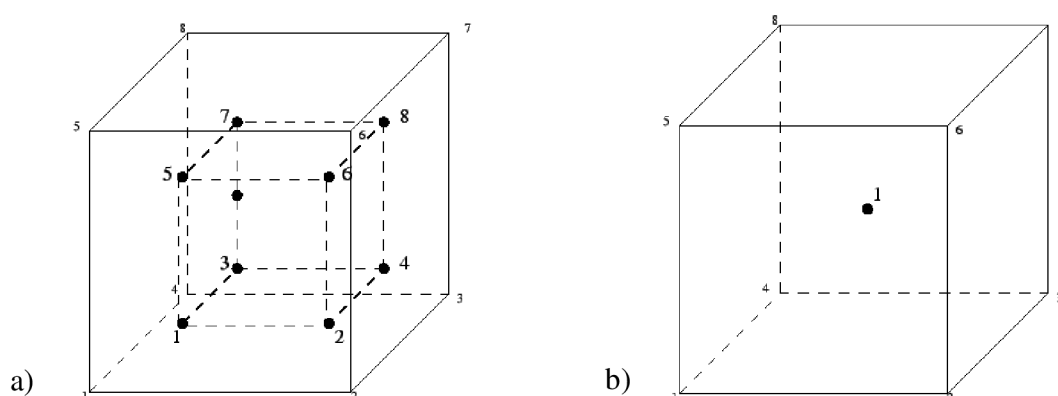
Abaqus ve své knihovně prvků pro výpočty prostorových strukturálních úloh (rodina 3D stress) při použití explicitní formulace MKP nabízí šestistěny (hexahedral elements) spolu s jejich tvarově degenerovanými podobami (*čtyřstěny* – tetrahedral elements, *pětistěny* – wedge elements, volně přeloženo „klínové elementy“) s lineárními báзовými funkcemi. Pokud jsou požadovány kvadratické báзовé funkce, musí se uživatel spokojit pouze se čtyřstěny.

V této práci jsou použity pouze lineární šestistěny a kvadratické čtyřstěny, proto se omezíme jen na jejich popis

#### 8.2.1.1 Lineární šestistěn – C3D8(R)

Lineární šestistěn se často schematicky zobrazuje jako kvádr s uzly v každém svém vrcholu, jak je vidět na obr. 24. Obecně to ovšem kvádr není, jelikož úhly, které mezi sebou svírají jednotlivé hrany nemusí být pravé.

Abaqus nabízí dvě varianty tohoto prvku, které se liší na základě počtu Gaussových integračních bodů, přes které probíhá numerická integrace prvkové matice tuhosti [10][11].

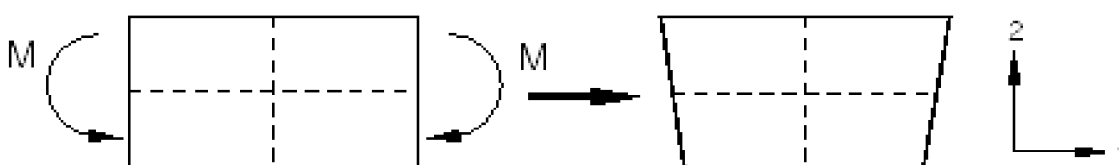


Obrázek 24: Lineární šestistěn – tučně jsou zvýrazněné integrační body  
a) plná integrace b) redukovaná integrace [9]

První variantou je šestistěn s plnou integrací (C3D8), který obsahuje osm integračních bodů podle schématu na obr. 24 a). Tento element se nedoporučuje [11] používat v aplikacích, kde hrozí tzv. „shear locking“. Podle [12] tento jev nastává z toho důvodu, že lineární prvky nejsou při ohybu štíhlých prutů nebo tenkých plátů schopny správně popsat jejich křivost. Vzniká tedy přidavné smykové napětí, kvůli kterému je rovnovážný stav tělesa při menších výchylkách, než odpovídá skutečnosti. Prvek se pak jeví jako tužší. Dále se nedoporučuje [9]

používat tento prvek pro modelování izochorického chování materiálu, tj. při vysoké hodnotě poissonova čísla nebo plastické deformaci.

Druhou variantou je použití šestistěnného prvku s redukovanou integrací (C3D8R), u kterého je k dispozici pouze 1 integrační bod, jak je vidět na obr. 24 b). Tento prvek se používá pro výrazné snížení výpočetního času oproti C3D8 [11]. Velkou nevýhodou při použití redukované integrace je výskyt jevu zvaného **hourglassing**. Podle [11] se jedná o nefyzikální odezvu prvků na zatěžování, která může znehodnotit výsledky výpočtu, proto je potřeba ji kontrolovat. Obecně doporučovanou metodou [7] pro snížení vlivu tohoto jevu je zjemnění konečnoprvkové sítě.



Obrázek 25: Hourglassing – deformace lineárního prvku s redukovanou integrací při aplikaci ohybového momentu [12]

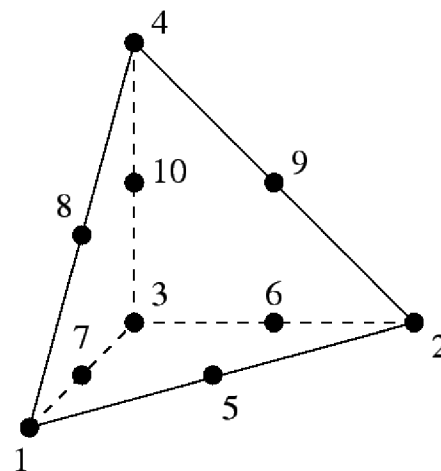
Jeden z deformačních modů, u kterého se hourglassing projevuje, je zobrazen na obr. 25. Přerušované čáry před deformací (vlevo) a po deformaci (vpravo) zůstávají nezměněny jak v délce, tak v úhlu, který mezi sebou svírají. Takovouto deformací elementu nevzniká při redukované integraci žádná energie napjatosti, element nemá v tomto deformačním modu žádnou tuhost. [12]

#### 8.2.1.2 Kvadratický čtyřstěn – C3D10(M)

Jedná se o trojboký jehlan s uzly v každém vrcholu a ve středu každé hrany, jak jde vidět na obr. 26. Celkem má element deset uzlů a čtyři integrační body.

Tyto prvky je obecně vhodné používat všude tam, kde není možnost použít kvadratické šestistěny, které dávají lepší výsledky pro stejný počet stupňů volnosti. [9]

Obecně nejsou doporučovány pro řešení kontaktních úloh. [11][13]



Obrázek 26: Kvadratický čtyřstěn [9]

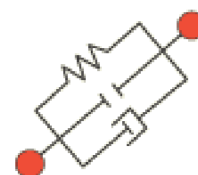
### 8.2.2 Využití funkce Abaqusu

V této kapitole si stručně přiblížíme podstatu některých funkcí Abaqusu, které jsou dále v práci využívány. Názvy jsou buď ponechány v původním tvaru nebo počesťeny, nejsou překládány.

#### 8.2.2.1 Connector

Connectory jsou speciální prvky používané pro simulaci různých typů spojení vyskytujících se v technické praxi, například objímka, pant, svar.

V práci je využit typ AXIAL, který působí silou pouze na spojnicí mezi dvěma body v závislosti na relativním posuvu nebo relativní rychlosti těchto bodů ve směru daném jejich spojnicí. Schéma prvku je na obr. 27. Tímto prvkem lze modelovat pružiny, tlumiče nebo vůle. [47]



Obrázek 37: Osový connector [47]

#### 8.2.2.2 Coupling

Coupling je typ vazby, kdy je jedním hlavním uzlem (reference/master node) řízena nebo ovlivňována větší skupina jiných uzlů (slave/constrained nodes). Vazbou jde například svázat stupně volnosti (DOF) těchto uzlů nebo distribuovat zatížení podle předepsaných rovnic. [46]

## 8.3 Plánování experimentů

Plánování experimentů (DOE – design of experiments) je jednou z metod aplikované statistiky sloužící k získání maximálního množství informací s minimem vynaložených zdrojů – zpravidla jde o minimalizaci počtu realizací experimentu, který může být velice nákladný. Cílem je popsat vliv jak jednotlivých faktorů na odezvu procesu, tak odezvu vzájemné interakce jednotlivých faktorů.

Tato podkapitola je zpracována podle [5].

### 8.3.1 Základní pojmy

**Experimentem** se rozumí pokus nebo série pokusů sloužící ke zvýšení kvality produktu nebo procesu.

**Faktorem** se rozumí vstupní veličina.

**Odezvou** se rozumí výstupní veličina.

**Interakcí** se rozumí společné působení několika faktorů – minimálně dvou.

**Úroveň faktoru** se rozumí hodnota, kterou vstupní veličina nabývá při dané realizaci experimentu

### 8.3.2 Základní dělení experimentů

Experiment lze rozdělit na

- Jednofaktorový – předmětem šetření je pouze jediný faktor u kterého se určuje, zda se odezva výrazně liší při různých úrovních faktoru.
- Vícefaktorový – zkoumá se vliv více faktorů současně s cílem identifikovat faktory s významným vlivem na odezvu a vliv jejich vzájemných interakcí. Vícefaktorové experimenty mohou být:
  - Úplné – provádějí se realizace experimentu pro všechny kombinace faktorů a jejich úrovní
  - Dílčí/částečné – umožňují snížení počtu realizací experimentu za cenu neschopnosti vyhodnotit všechny možné interakce faktorů
  - Dvouúrovňové – faktory nabývají pouze dvou úrovní, zpravidla své minimální a maximální hodnoty. Tato varianta je výhodná z hlediska malého počtu realizací, ovšem lze s ní vyhodnotit pouze lineární závislosti mezi faktory.
  - Víceúrovňové – za cenu vysokého počtu realizací lze vyhodnotit složitější závislosti mezi faktory

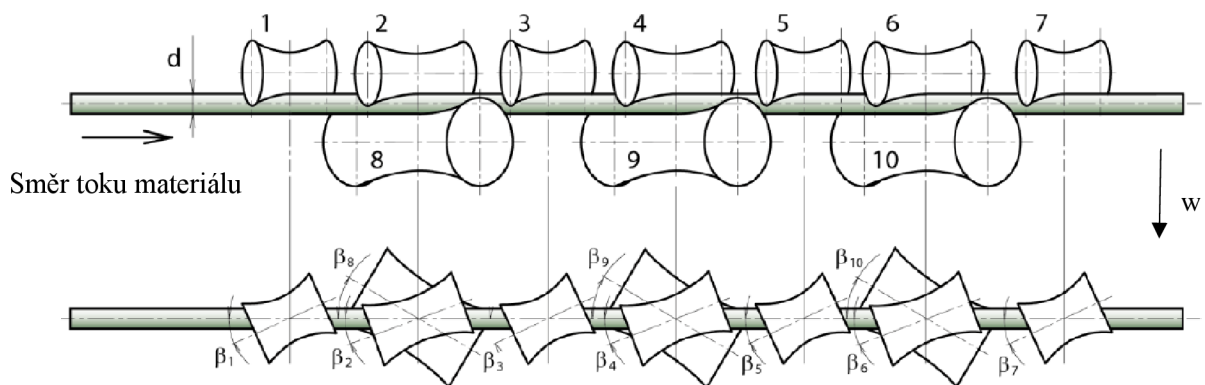
### 8.4 Použitý hardware

K výpočtům je k dispozici počítač se čtyřjádrovým procesorem o frekvenci 3,5 GHz a s operační pamětí 16 GB, z čehož pro výpočet je ve většině případů využit procesor na 100 % a operační paměť pouze na 40 %.

## 9. Výběr vstupních parametrů do metody řešení problému

### 9.1 Rovnací stroj

Pro řešení problému byla vybrána desetiválcová rovnačka XRK 10 firmy ŽŽDAS, která je na obr. 28, z důvodu, že pro tuto rovnačku jsou k dispozici potřebné vstupní údaje, včetně parametrů používaných pro nastavení rovnačného stroje (přesazení válců a jejich úhlové natočení) pro některé kombinace meze kluzu a průměru tyče. [1]



Obrázek 28: Schéma použitého rovnačného stroje [1]; upraveno

- **Počet válců [1]: 10**
  - Válců 1, 3, 5, 7 jsou horní průhybové nepoháněné
  - Válců 2, 4, 6 jsou horní přítlačné nepoháněné
  - Válců 8, 9, 10 jsou dolní poháněné
- **Parametry válců [1]:** Hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1
  - D - Střední průměr válce
  - X1 - Délka hyperbolické části válce
  - C - Parametr hyperboly
- **Vzdálenost mezi válci (rozteč) [1]: 475 mm**
- **Rychlost rovnání [1]: <15; 120> m/min**
  - Z toho zvolena rychlost posuvu tyče pro vývoj modelu i následující výpočty
 
$$v_s = 60 \text{ m/min} = 1 \text{ m/s}$$
  - Rychlost rotace je dopočítána z rozboru kinematiky tyče [1]

Válec č.	Parametry		
	D [mm]	X1 [mm]	C [mm]
1	370	125	423
2	370	125	423
3	540	180	573
4	370	125	423
5	540	180	573
6	370	125	423
7	370	125	423
8	540	230	573
9	540	230	573
10	540	230	573

Tab. 1: Parametry válců [1]

$$\omega_s = \frac{2v_s}{d \tan(\beta)} = 52.8 \text{ rad/s} \quad (35)$$



kde  $\beta = 28.4^\circ$  je průměr hodnot natočení válců 8, 9 a 10, které pocházejí z rovnic tabulek pro příslušné hodnoty  $d$  a  $R_e$ .

- **Tuhost pružin přítlačných válců** – hodnota této veličiny  $k_p$  není autorovi práce známa. Jejímu nastavení je věnována část kapitoly 11.2.3

## 9.2 Rovnané tyče na stroji XRK 10

- **Délka tyče:** Pevně zvolena standartní délka pro kruhové ocelové tyče válcované za tepla 6 m, k nalezení v katalogu Ferony [2]
- **Mez kluzu** [1]:  $\langle 300; 1200 \rangle$  MPa
  - Pro vývoj modelu zvoleno  $R_e = 500$  MPa
- **Průměr tyčí** [1]:  $\langle 30; 90 \rangle$  mm
  - Pro vývoj modelu zvoleno  $d = 70$  mm
- **Počáteční křivost:** 5 mm/m v jedné rovině – hodnota zvolena bez jakéhokoliv rozsahu, protože v průmyslové praxi jsou hodnoty veličiny jen obtížně zjistitelné
- **Modul pružnosti v tahu:** Zvolena standartní hodnota pro ocel  $E = 210$  GPa
- **Poissonovo číslo:** Použita standartní hodnota pro ocel  $\mu = 0.3$
- **Hustota:** Zvolena standartní hodnota pro ocel  $\rho = 7850$  kgm<sup>-3</sup>
- **Tečný modul zpevnění** [1]:  $E_t = 10\,000$  MPa
- **Materiálové tlumení:** Hodnota popisující vnitřní tlumení materiálu, ze kterého je tyč vyrobena, je nesnadno zjistitelná. Je tedy nastavena tak, aby sloužila ke stabilizaci výpočtu a potlačení dynamických jevů vyskytujících se v důsledku škálování hmotnosti. Určení její hodnoty se věnuje část kapitoly 11.3.5.
- **Součinitel smykového tření** [53]: Použita hodnota 0.2

Parametrům, které souvisejí s nastavením výpočtového modelu, se věnuje kapitola 11.2. Tyto jsou následující:

- **Velikost prvků:** Měla by být taková, aby se při zjemnění sítě, tj. při zmenšení velikosti prvků, významně neměnily hodnoty sledovaných výstupních parametrů. Dále se nesmí významně projevit umělá deformace sítě vlivem hourglassingu. Tento vliv je vyhodnocován na základě koeficientu HG, který bude definován níže v textu.
- **Škálování hmotnosti** (mass scaling): Mělo by být takové, aby v úloze, ve které nejsou dynamické jevy podstatné, hodnota kinetické energie nenarostla natolik, že přestane být zanedbatelnou vůči energii napjatosti tělesa. Tento vliv je vyhodnocován na základě koeficientu MS, který bude definován níže v textu.

## 10 Výstupní veličiny a postupy použité pro jejich vyhodnocování

Výstupem z výpočtu jsou následující veličiny

- **Výsledná křivost** – primárně minimalizovaná veličina při rovnání hutních polotovarů. Tyč je považována za vyrovnanou, je-li hodnota menší než 1 mm/m.
- **Zbytkové napětí** - veličina, která by rovněž měla dosahovat minimálních hodnot z důvodu, že její vysoké hodnoty mají nežádoucí účinky z hlediska funkce součástí vyrobených z těchto polotovarů.
- **Velikost kontaktní plochy** – veličina související s mírou opotřebení válců rovnacího stroje a v důsledku s jejich životností.

Postup vyhodnocení jednotlivých výstupních veličin je popsán v následujících podkapitolách

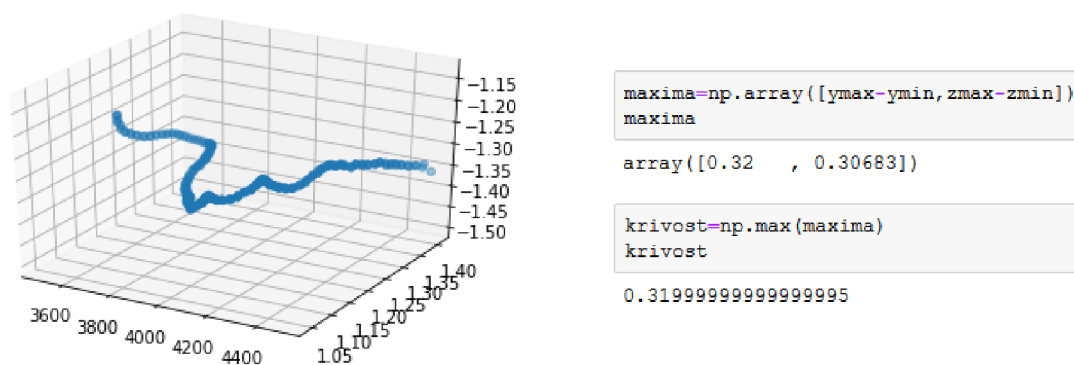
### 10.1 Postup vyhodnocení výsledné křivosti

Výsledná křivost je vyhodnocována použitím Analýzy hlavních komponent (Principal Component Analysis – PCA). Postup vychází z podstaty měření výsledné křivosti ve společnosti ŽDAS, které bude popsáno v následující podkapitole.

Youcai ve své publikaci [3] uvádí, že PCA je statistická procedura, jež pomocí ortogonální transformace převádí sadu pozorování proměnných, které mohou být vzájemně závislé, na sadu hodnot lineárně nezávislých veličin nazývaných hlavní komponenty. V publikaci autora He [4] se dočteme, že tyto hlavní komponenty tvoří bázi vektorového prostoru a jsou seřazeny podle klesajícího rozptylu, tedy že první hlavní komponenta nese nejvíce informací z původních dat, a tak dále.

Použití PCA v této práci si lze zjednodušeně představit tak, že obecná prostorová křivka, kterou je střednice rovnané tyče, se obalí do nejmenšího možného kvádrů. První hlavní komponenta zde odpovídá délce tyče, druhá a třetí potom rozměrům zmiňovaného kvádrů ve dvou navzájem kolmých směrech. Pro délku vyhodnocovaného úseku 1 m pak větší z těchto dvou rozměrů přímo odpovídá **výsledné křivosti** v jednotkách mm/m. Více o interpretaci křivosti v následující podkapitole.

Samotná realizace tohoto procesu je prováděna prostřednictvím jazyka Python. Do příslušného scriptu jsou nainportovány x, y, z souřadnice bodů střednice vyhodnocovaného úseku tyče. Ve scriptu je pak vykreslena deformovaná střednice, spočteny hlavní komponenty, následně vykreslena střednice v hlavních souřadnicích a určena hodnota křivosti. Poslední dva kroky jsou vidět na obr. 29.



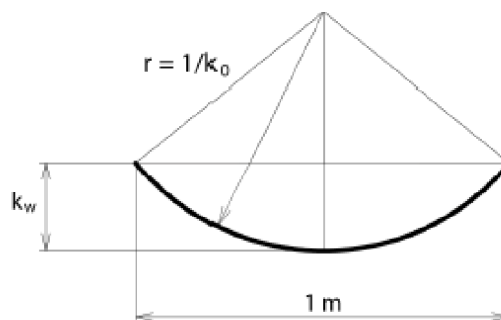
Obrázek 29: Vykreslení střednice v hlavních souřadnicích a určení křivosti

### 10.1.1 Způsob vyhodnocení zbytkové křivosti ve společnosti ŽĎAS

Interpretace křivosti  $k_0$  představená v kapitole 5.2.2 a definovaná rovnicí (10) není příliš praktická pro měření v inženýrské praxi.

„V praxi se často křivost uvádí jako maximální průhyb tyče mezi dvěma podporami vzdálenými od sebe 1 m“ [1]. To je naznačeno na obr. 30.

Výše zmíněné křivosti lze mezi sebou přepočítat na základě vztahu [1]



Obrázek 30: Vyhodnocování křivosti ve společnosti ŽĎAS [1]

$$k_0 = \frac{2 k_w}{250000 + k_w^2} \quad (35)$$

Tento vztah je v práci použit pouze pro stanovení vstupní křivosti. V dalším textu bude výstupní křivostí míněno  $k_w$ , nebude-li uvedeno jinak.

## 10.2 Postup vyhodnocení hourglassingu

Koeficient hourglassingu HG definujeme pro účely této práce jako

$$HG = \frac{ALLAE}{ALLIE} * 100 [\%] \quad (36)$$

tedy jako poměr umělé energie hourglassingu k vnitřní energii součásti na konci analýzy. ALLAE a ALLIE je značení příslušných veličin v Abaqusu.

V této práci bude kontrolováno, zdali hodnota HG nepřesáhne hodnotu 10 % (zvoleno podle doporučení v [7]).

## 10.3 Postup vyhodnocení vlivu škálování hmotnosti

Koeficient škálování hmotnosti definujeme pro účely této práce následujícím způsobem

$$MS = \frac{ALLKE}{ALLIE} * 100 [\%] \quad (37)$$

tedy jako poměr kinetické a vnitřní energie tělesa předtím, než dojde k zastavení tyče.

K tomuto omezení nebude přistupováno tak striktně jako u kvazistatické analýzy, např. tahové zkoušky. Během rovnání dochází k posuvu a rotaci tyče, je tedy z podstaty přítomna kinetická energie a jedná se o dynamický proces. Ovšem dynamické jevy by neměly být tak významné jako například u simulace průstřelu nebo výbuchu. Zde je hlavním předmětem zájmu ohyb tyče, který se bude projevovat nárůstem vnitřní energie tyče.

Autorem této práce bylo určeno, že MS nesmí přesáhnout hodnotu 15 %.

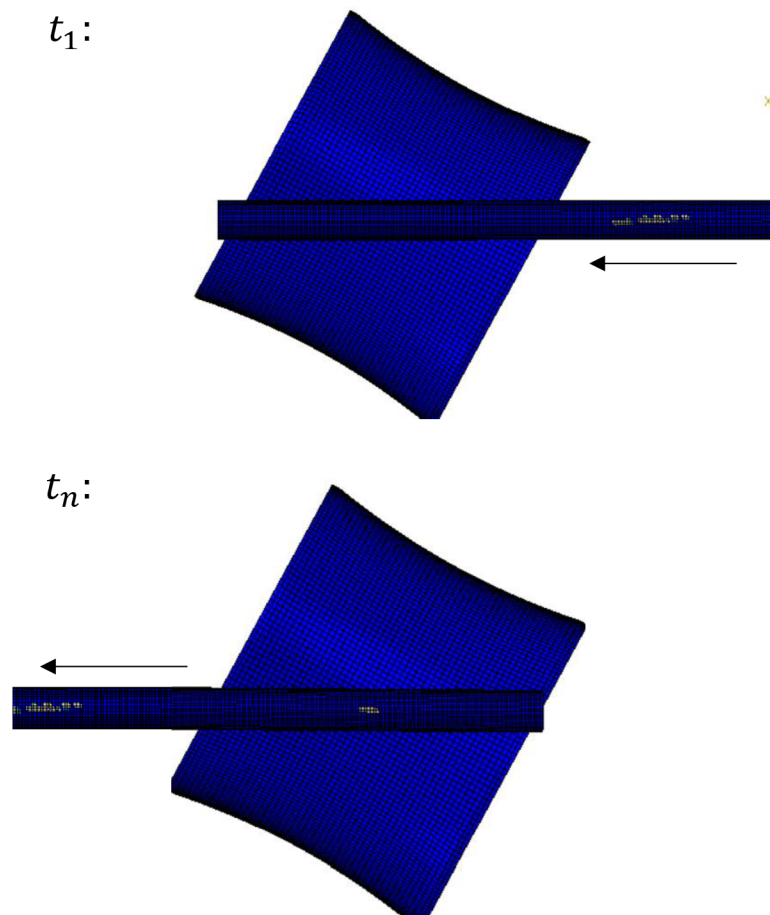
## 10.4 Postup pro vyhodnocení zbytkového napětí

Kvantitativní vyhodnocení zbytkového napětí spočívá v odečtení maximální a minimální hodnoty osového napětí pro metrový úsek tyče, ve kterém je vyhodnocována výsledná křivost.

Kvalitativní vyhodnocení napětí spočívá ve vizuálním porovnání průběhu osového napětí po průřezu tyče s teoreticky stanoveným průběhem, který je uveden v kap. 5.2.

### 10.5 Postup pro vyhodnocení kontaktní plochy

Velikost kontaktní plochy je stanovena jako průměrná hodnota kontaktních ploch v časovém úseku  $T = \langle t_1; t_n \rangle$ , který je ohraničen stavy zobrazenými na obr. 31. V tomto časovém úseku se po celé délce možné kontaktní plochy nachází část tyče s jemnou sítí.



Obrázek 31: Stavy, kterými se definují krajní hodnoty intervalu  $T$  pro vyhodnocení kontaktních tlaků

## 11. Vývoj výpočtového modelu

Vývoj modelu lze rozdělit na jeho kvalitativní a kvantitativní část.

V kvalitativní části vývoje modelu jde o nalezení vhodných podmínek tak, aby chování modelu odpovídalo skutečnostem zjištěným v rešerši. V této části práce byl použit heuristický přístup k řešení problému obsahující metodu pokus omyl v kombinaci s intuitivním rozhodováním, kvalifikovaným odhadem a zdravým rozumem.

V kvantitativní části vývoje modelu je snaha o nalezení optimálního nastavení parametrů výpočtového modelu pro dosažení požadovaných hodnot výstupních veličin a splnění omezujících veličin. V této části práce byla použita citlivostní analýza pro zjištění vlivu některých parametrů. Rovněž se uplatňoval i heuristický přístup popsany výše.

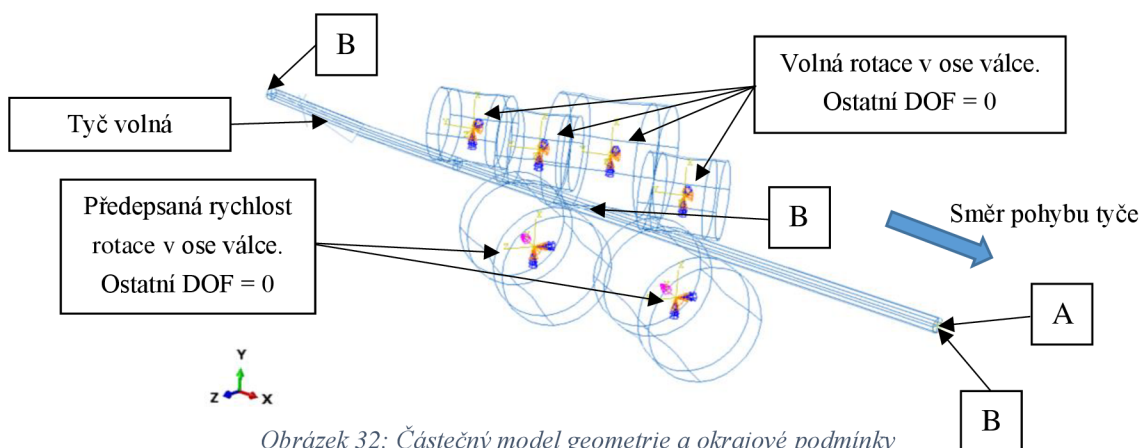
Při zjišťování konkrétních hodnot parametrů výpočtového modelu se vycházelo z předpokladu, že nastavení průhybů a úhlu natočení válců z rovnic tabulek jsou empiricky zjištěné podmínky, při kterých se výsledná křivost blíží minimální hodnotě. Rovnicí tabulky zde suplují experiment, jenž nebylo možné v rámci této práce provést. Parametry entit použitých ke stabilizaci výpočtového modelu jsou stanoveny tak, aby ovlivnění výstupních veličin bylo minimální.

Vývoj probíhal pro zjednodušený tvar válců, kde byla hyperbolická funkční plocha válce aproximována méně body než v dalších částech práce (verifikace, experiment).

## 11.1 Kvalitativní vývoj modelu

### 11.1.1 Částečný model

Zpočátku výpočty probíhaly za použití částečného modelu geometrie s velmi hrubou sítí, který obsahuje pouze 2/4 průhybových, 2/3 poháněcích a 2/3 přitlačných válců. Okrajové podmínky jsou nastaveny tak, aby odpovídaly podmínkám ve skutečnosti. Viz obr. 32.



Obrázek 32: Částečný model geometrie a okrajové podmínky

V této části práce bylo provedeno několik výpočtů. Postupovalo se tak, že se z výsledku předchozího výpočtu identifikovalo nežádoucí chování (dále problém) a v další analýze byly aplikovány kroky k vyřešení tohoto problému.

#### Problém:

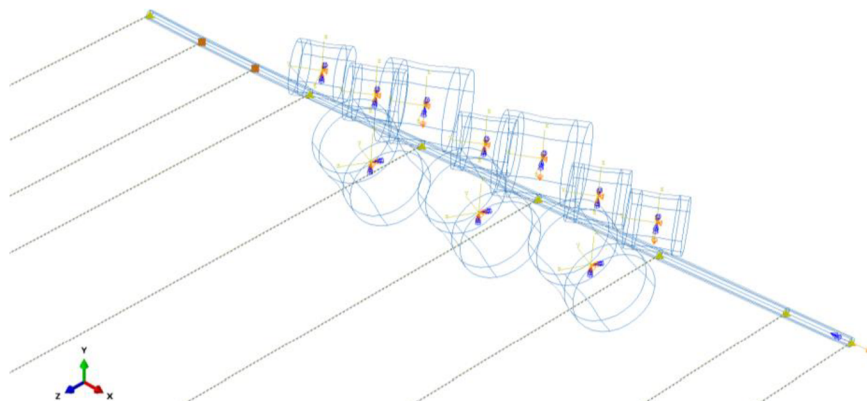
- Posuv tyče není rovnoměrný a tyč neprojde všemi válci.
- Tyč před koncem analýzy vypadne z válců ve směru osy Z
- Tyč nerotuje rychlostí, která byla zjištěna v [1].

#### Řešení:

- Řízen posuv tyče v místě A
- Zamezení posuvů střednice ve směru osy Z v bodech B
- Řízena rotace tyče v místě A, volná rotace poháněcích válců

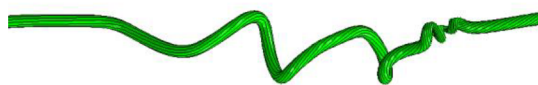
### 11.1.2 Plný model

Následně byl vytvořen model se všemi válci a při předepisování okrajových podmínek byly uplatněny poznatky z předchozí kapitoly. Bylo ovšem přehodnoceno zamezení posuvů střednice ve směru osy Z, jelikož toto omezení je velice vzdálené realitě. Místo toho byly k tyči připevněny connectory ve funkci slabých pružin, které umožní pohyb tyče v tomto směru, ale zároveň zabrání vypadnutí (viz obr. 33).



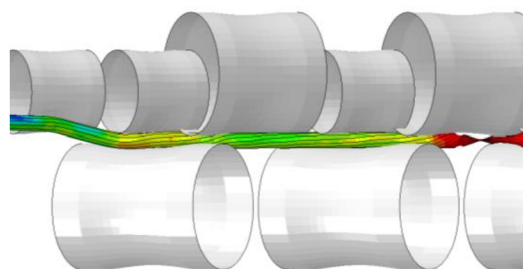
Obrázek 33. Plný model a okrajové podmínky

Problémem bylo, že při příliš vysoké hodnotě tuhosti docházelo k rozkmitání tyče a následnému „zauzlení“ (viz obrázek 34) a při příliš nízké hodnotě tuhosti tyč vypadávala z válců a docházelo k jejímu ukroucení (obr. 35).



Obrázek 34: Nestabilita tyče vlivem vysoké tuhosti pružin

Pro zmírnění kmitání bylo connectorům kromě tuhosti předepsáno i tlumení. Systematicky byly voleny hodnoty tuhosti a tlumení a pozorováno chování tyče. Výsledek byl takový, že s tlumením se tyč rozkmitávala později než bez něj.



Obrázek 35: Vypadnutí tyče z válců vlivem malé tuhosti pružin

Úplně eliminovat tento nežádoucí jev se podařilo až při snížení hodnoty škálování hmotnosti modelu.

Dále docházelo k přílišnému průhybu tyče po opuštění rovnačky (viz obr. 36). Pro vyřešení tohoto problému byly přidány connectory i ve směru osy Y, což simuluje vliv válečkového dopravníku, na kterém tyč spočívá po opuštění soustavy válců.

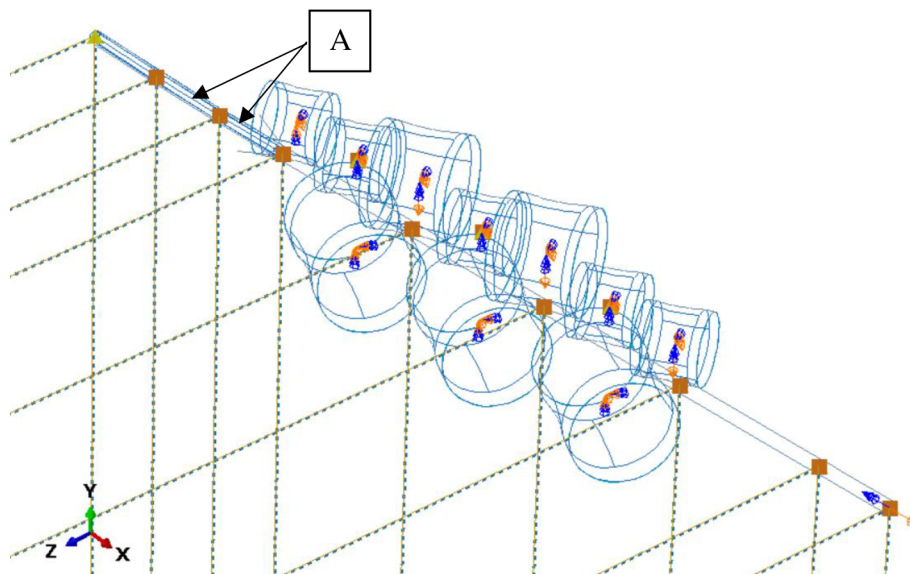


Obrázek 36: Průhyb konce tyče po opuštění rovnačky



## 11.2 Kvantitativní vývoj modelu

Při výpočtech v této části práce již byla sledována hodnota výstupní křivosti. Oproti předchozím modelům zde byla vytvořena jemnější síť v oblasti vyhodnocování výstupní křivosti – A v obr. 37.



Obrázek 37: Geometrie a okrajové podmínky u prvního kvantitativního modelu

Kromě výstupní křivosti  $k_w$  bylo nutné sledovat omezující veličiny které zaručí, že do výpočtu není uměle vnášena příliš velká chyba. Jedná se zejména o vliv hourglassingu popsany koeficientem HG, vliv mass scalingu popsany koeficientem MS a vliv connectorů, který je dán koeficientem CN. Poslední ze zmíněných koeficientů je definován v následující kapitole.

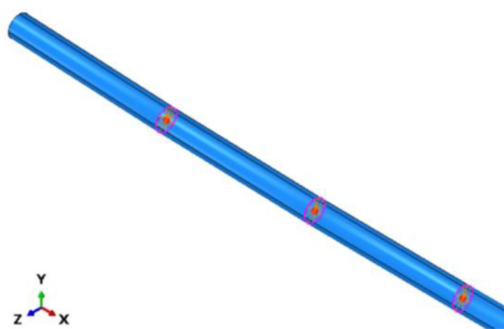
První výpočet (v tab. 2) přinesl neuspokojivé hodnoty výsledné křivosti a koeficientu hourglassingu.

Do dalšího výpočtu bylo změněno nastavení single precision na double precision v návaznosti na upozornění řešiče na nezanedbatelné zaokrouhlovací chyby důsledkem velkého počtu iterací.

Dále docházelo ve vyhodnocovaném úseku ke kumulaci plastické deformace na střednici tyče, což neodpovídá faktu, že při ohybu jsou nejzatíženější krajní vlákna příčného průřezu. Příčinou bylo upevnění connectorů do 1 uzlu na střednici, které vnášelo

Výp.	1	2
$k_w$	1.06	0.24
CN	1.5 %	1.9 %
HG	30 %	12 %
MS	13 %	13 %

Tabulka 2



Obrázek 38: Coupling

do těchto bodů singularity. Řešením byla distribuce přenášeného zatížení do většího množství uzlů v daném průřezu pomocí funkce coupling (viz obr. 38).

Poslední změnou vstupující do dalšího výpočtu bylo zohlednění skutečnosti, že přítlačné válce nejsou pevně uchyceny, ale jejich uložení ve směru osy Y je pomocí pružin.

Ve druhém výpočtu po aplikování výše popsanych změn bylo již dosaženo velmi dobré hodnoty výsledné křivosti a hodnota koeficientu HG téměř dosáhla přijatelné hodnoty.

### 11.2.1 Vliv connectorů a koeficient CN

Connectory je nutné chápat jako umělé prvky vnesené do systému pro zlepšení stability výpočtu. Jelikož jsou definovány pomocí tuhosti a tlumení, působí na tyč během procesu rovnání přidavnými silovými účinky. Toto umělé působení musí být zanedbatelné vzhledem k rovnacím silám, kterými působí válce na tyč. Proto byl definován koeficient CN, pomocí kterého se hodnotí vliv connectorů

$$CN = \frac{C}{V} * 100 [\%] \quad (38)$$

kde

$$C = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sum_{i=1}^m f_{it}^2} \quad (39)$$

$$V = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^q F_{jt}^2} \quad (40)$$

Význam jednotlivých symbolů

- n je počet kroků, na které je rozdělen výpočet
- m je počet connectorů

- $q$  je dvojnásobek počtu válců, jelikož je uvažována složka síly jak ve směru  $y$ , tak ve směru  $z$
- $f_{it}$  je síla  $i$ -tého connectoru v čase  $t$
- $F_{jt}$  je síla  $j$ -tého válce v čase  $t$

V podstatě jde o poměr efektivní hodnoty sil connectorů a válců během celého výpočtu.

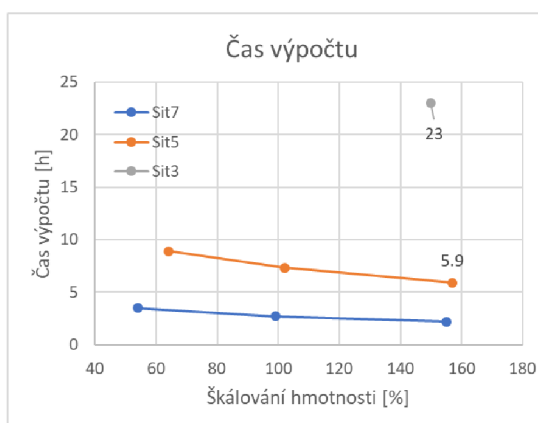
Byla stanovena přípustná hodnota tohoto koeficientu 5 %.

### 11.2.2 Vliv škálování hmotnosti a velikosti sítě

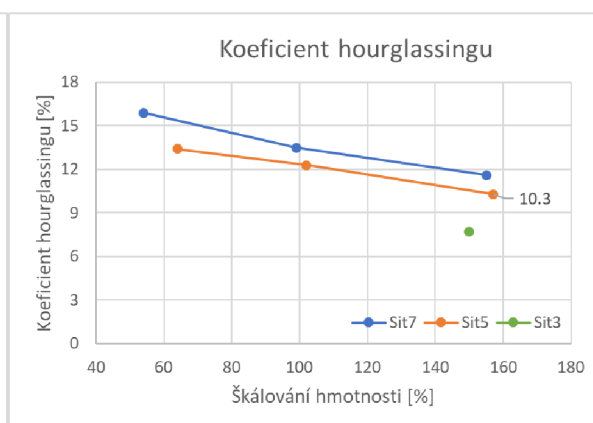
Dále se zkoumal vliv škálování hmotnosti (v grafech 39 a 40 na ose  $x$ ), tj. o kolik procent je hmotnost tyče v simulaci vyšší než ve skutečnosti, a velikosti sítě v oblasti zájmu na výpočetní čas a koeficient hourglassingu (HG).

Cílem bylo určit první dva zmíněné parametry tak, aby byla splněna podmínka kladená na HG a zároveň bylo dosaženo příznivého výpočetního času pro další ladění modelu s ohledem na větší množství prováděných simulací.

Byly použity 3 různé velikosti prvků v oblasti zájmu a to 7, 5 a 3 mm. Pro velikost sítě 3 mm byl proveden pouze jeden výpočet pro nejvyšší zvolenou hodnotu mass scalingu, který trval 23 h (viz obr. 39). Další výpočty pro tuto velikost prvku nebyly prováděny z důvodu časové náročnosti, která byla neúměrná rané fázi vývoje.



Obrázek 39: Závislost času výpočtu na Mass Scalingu a velikosti sítě



Obrázek 40: Závislost koeficientu hourglassingu na Mass Scalingu a velikosti sítě

Jak jde vidět na obr. 40, koeficient hourglassingu klesá se zmenšující se velikostí sítě a stoupá se snižujícím se škálování hmotnosti, stejně jako čas výpočtu.

Bylo rozhodnuto pokračovat s velikostí sítě 5 mm a navýšením o hmotnosti 158 %, což odpovídá času výpočtu 5.9 h a koeficientu hourglassingu 10.3.

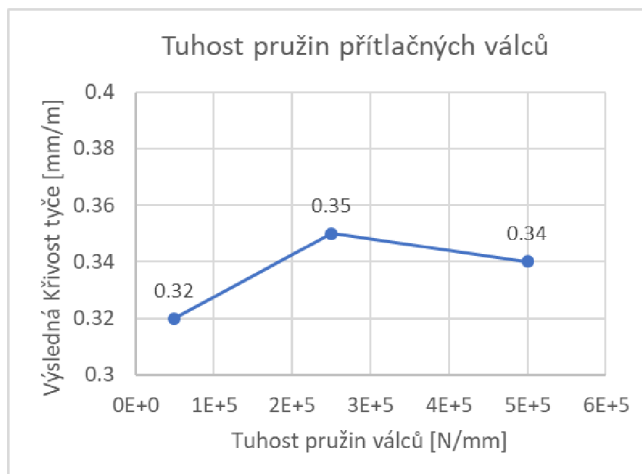
### 11.2.3 Vliv tuhosti pružin přitlačných válců

Síla, kterou jsou předepnuty přitlačné válce, aby se zajistil přenos hybnosti z poháněcích válců na tyč, není známa. Tato síla je součinem přesazení válců a tuhosti pružiny.

Hodnota přesazení válců je dána rovnicemi tabulkami a tuhost pružiny není známa, proto byl zkoumán její vliv na výslednou křivost pro zjištění vhodného nastavení.

Z výsledků zobrazených na obr. 41 lze konstatovat, že tuhost pružiny nemá vliv. Rozdíl v hodnotách výsledné křivosti při různých nastaveních tuhosti pružiny je zřejmě menší, než je nejistota vstupních dat.

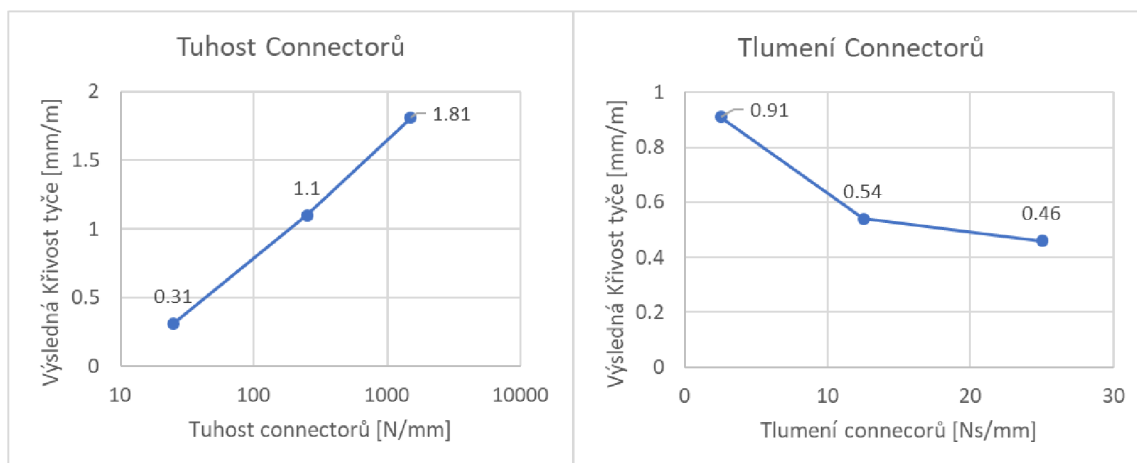
Byla vybrána hodnota 100 000 N/mm.



Obrázek 41: Závislost výsledné křivosti tyče na tuhosti pružin přitlačných válců

### 11.2.4 Stanovení tuhosti a tlumení connectorů

Jelikož connectory jsou umělý konstrukt sloužící ke stabilizaci výpočtu, je nutné zajistit, aby měly na průběh a výsledky procesu co nejmenší vliv, ale zároveň nedocházelo k jevům popsaným v kap. 11.1.2.



Obrázek 5: Závislost výsledné křivosti tyče na tuhosti connectorů

Obrázek 5: Závislost výsledné křivosti tyče na tlumení connectorů

Při zjišťování konkrétních hodnot tuhosti a tlumení se vycházelo z předpokladu uvedeného v úvodu kapitoly 11, tedy že použitá nastavení průhybů a úhlu natočení válců z rovnic tabulek jsou empiricky zjištěné podmínky, při kterých se výsledná křivost blíží minimální hodnotě. Zároveň musí být síly connectorů působící na tyč zanedbatelně malé oproti silám rovnic válců.

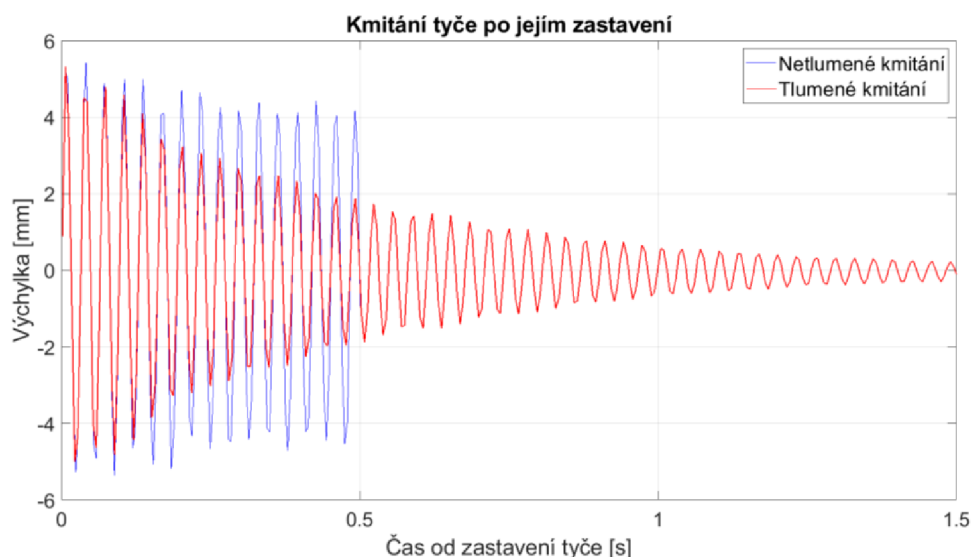
Na obr. 42 a 43 jsou vyneseny závislosti, ze kterých byly voleno nastavení tuhosti a tlumení connectorů, v tomto pořadí  $25 \text{ N/mm}$  a  $25 \text{ Ns/mm}$ . Koeficient CN přitom nabyval hodnoty 2 %, což bylo vyhodnoceno jako přijatelné.

### 11.2.5 Komplikace při vyhodnocování zbytkového napětí

Při vyhodnocování zbytkového napětí v rámci jedné analýzy se jeho maximální hodnota měnila dynamicky v rozmezí  $68 \div 370 \text{ MPa}$ . Toto chování bylo nestandardní, proto se hledala příčina.

Zjistilo se, že po zastavení tyče docházelo ke kmitání v axiálním směru, jehož průběh je vykreslen modrou barvou na obr. 44. Je patrné, že téměř nedochází ke snižování amplitudy výchylky. To je způsobeno absencí tlumení v tomto směru. V ostatních dvou směrech zprostředkovávají tlumení připojené connectory.

Bylo rozhodnuto zavést do analýzy tlumení úměrné hmotnosti jako materiálový parametr  $\alpha$ . Oproti tlumení  $\beta$  úměrnému tuhosti byla tato varianta zvolena proto, že podle uživatelské příručky Abaqusu [8] výrazně méně prodlužuje výpočetní čas.



Obrázek 44: Závislost výchylky bodu na střednici tyče v axiálním směru na čase

Pomocí Rychlé Fourierovy transformace byla zjištěna frekvence  $f = 32.75 \text{ Hz}$  tohoto kmitání a za použití vztahu [8]

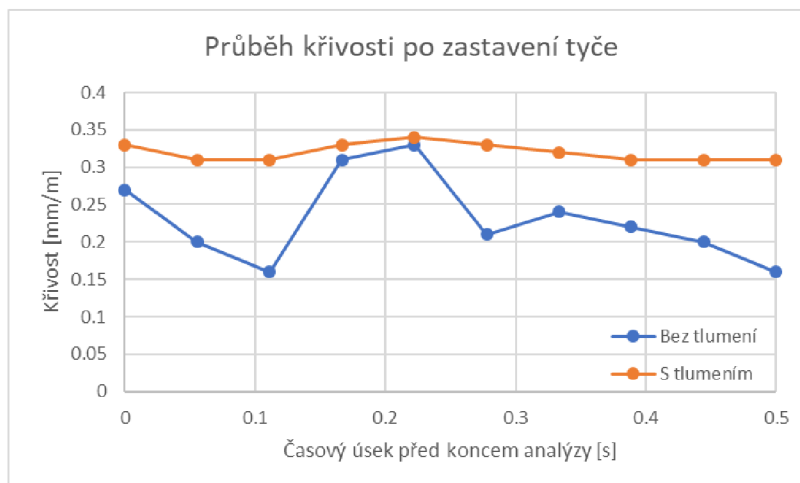
$$\alpha = 2\omega_{min}\xi \quad (41)$$

kde  $\xi$  je poměrný útlum o velikosti 0.01 a  $\omega_{min}$  je nejmenší úhlová frekvence kmitání v simulaci. Po dosazení vychází koeficient tlumení

$$\alpha = 4.11 \text{ s}^{-1}$$

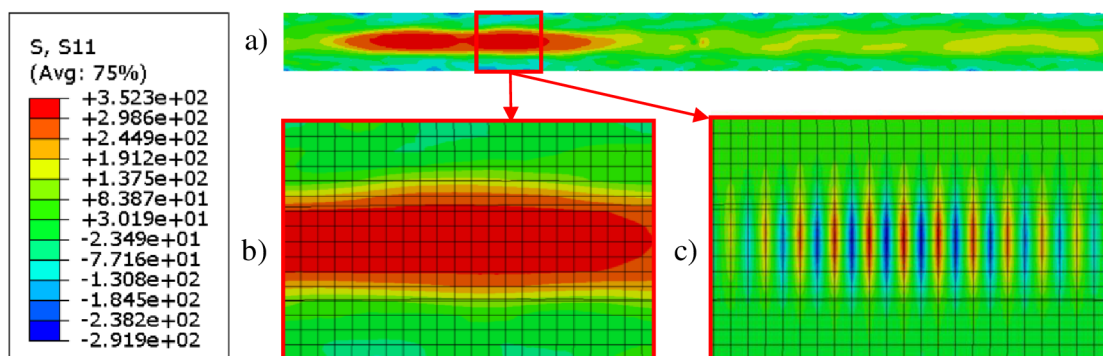
Po několika iteracích byla stanovena doba 1.5 s místo původní 0.5 s, během které tyč stojí, jako kompromis mezi 5 % mírou dokmitání tyče, danou poměrem rozkmitu na konci a na začátku vymezeného časového intervalu, a prodloužením času výpočtu o 50 % z 6 h na 9 h. Výsledkem je tedy červený průběh na obr. 44.

Rovněž vyvstala otázka, zda axiální kmitání nemělo významný vliv na výsledky výsledné křivosti, které byly doposud vyhodnocovány. Po vykreslení průběhu výsledné křivosti (obr. 45) v časovém intervalu, v němž tyč stojí a dokmitává, bylo zjištěno, že amplituda kmitání hodnoty výsledné křivosti je relativně malá (přibližně 0.09 mm/m) a tedy doposud získané hodnoty výsledné křivosti jsou dostatečně vypovídající. Kmitání výsledné křivosti po zavedení tlumení je již zcela zanedbatelné.



Obrázek 45: Srovnání průběhů křivosti pro tyč s tlumením a bez tlumení

Při následném vyhodnocování zbytkového napětí došlo k omezení jeho rozkmitu na jednotky MPa. Ovšem jeho rozložení (obr. 46 a) neodpovídalo teoretickému průběhu analyzovaném v kap. 5.2.5 (obr. 20).



Obrázek 46 a) Průběh osového napětí na metrovém úseku tyče v řezu rovinou procházející její osou;  
 b) Detail osového napětí spolu s konečnoprvkovou sítí  
 c) Detail průběhu složky zrychlení ležící v ose řezu a kolmé na střednici  
 Škála platí pouze pro případy a) a b). Hodnoty v případě c) jsou nevýznamné

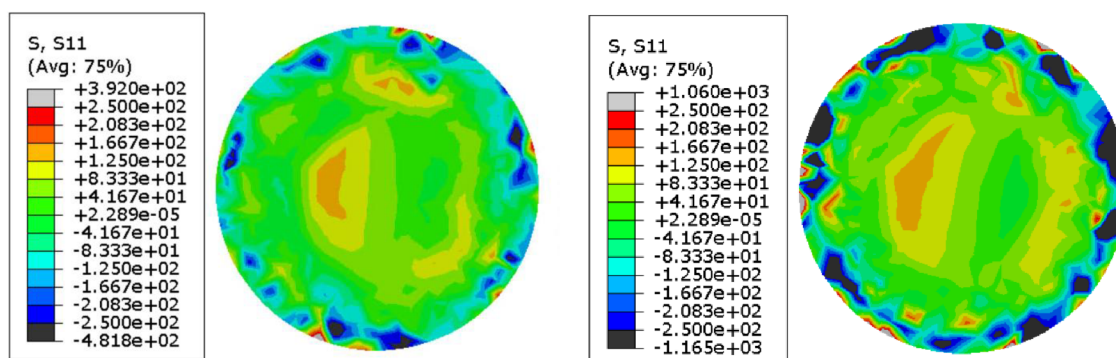
Při hledání příčiny se zkoumaly i průběhy dalších veličin. Průběh složky zrychlení kolmé na osu tyče vykazoval abnormalitu, která je zobrazena na obr. 46 c). Lze si povšimnout, že na hranicích mezi prvky dochází k výraznému střídání kladného a záporného zrychlení (tj. mají vůči sobě opačný směr), jehož amplituda je mnohem vyšší než u prvků bližších okraji tyče.

Z důvodu výskytu výše uvedeného na hranicích prvků padlo podezření na nedostatečnou hustotu sítě konečných prvků. Po změně velikosti prvku z 5 na 4 mm a zopakování analýzy ovšem nedošlo k potlačení onoho nepříznivého fenoménu. Délka výpočtu se přitom zvýšila dvojnásobně z 9 na 18 h. Z toho důvodu nebylo další zjemnění sítě řešením problému.

Když nepomohlo zjemnění sítě, byla snaha o narušení její pravidelnosti, která je vidět na obr. 46. Doposud používané lineární šestistěny s redukovanou integrací, která významně snižuje výpočtový čas, byly nahrazeny kvadratickými čtyřstěny. Jejich velikost byla nastavena tak, aby byl počet prvků srovnatelný s doposud počítanými případy. Tato změna skutečně vedla k odstranění nepříznivého fenoménu se zrychlením.

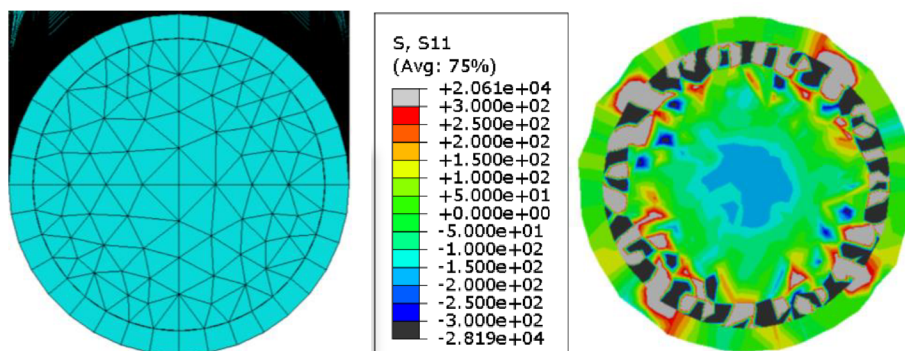
### 11.2.6 Vliv sítě a modelu materiálu na zbytkové napětí

Z rešerše vyplývá, že čtyřstěny se nehodí pro kontaktní úlohy, což jde vidět na obr. 47 zejména pro izotropní model zpevnění, při jehož použití vznikají extrémní hodnoty napětí na povrchu tyče vlivem kontaktu s válci.



Obrázek 47: Průběh osového napětí po průřezu tyče; řez ve stejném místě tyče; Použité kvadratické čtyřstěny  
Vlevo – kinematické zpevnění; Vpravo – izotropní zpevnění

Proto byla vyzkoušena varianta, ve které jsou použity lineární šestistěny na kontaktní plochy a na zbytek objemu kvadratické čtyřstěny, jak jde vidět na obr. 48 (pro předchozí variantu byla síť čtyřstěňů obdobná). Zde se ukázalo, že Abaqus přechod mezi nekompatibilními prvky nezvládá, jak demonstruje průběh osového napětí v témže obrázku, přestože tuto možnost sám nabízí. Od této varianty se rovněž upustilo.



Obrázek 48: Průběh osového napětí po průřezu tyče;  
Kombinace lineárních šestistěny s redukovanou integrací a kvadratických čtyřstěny

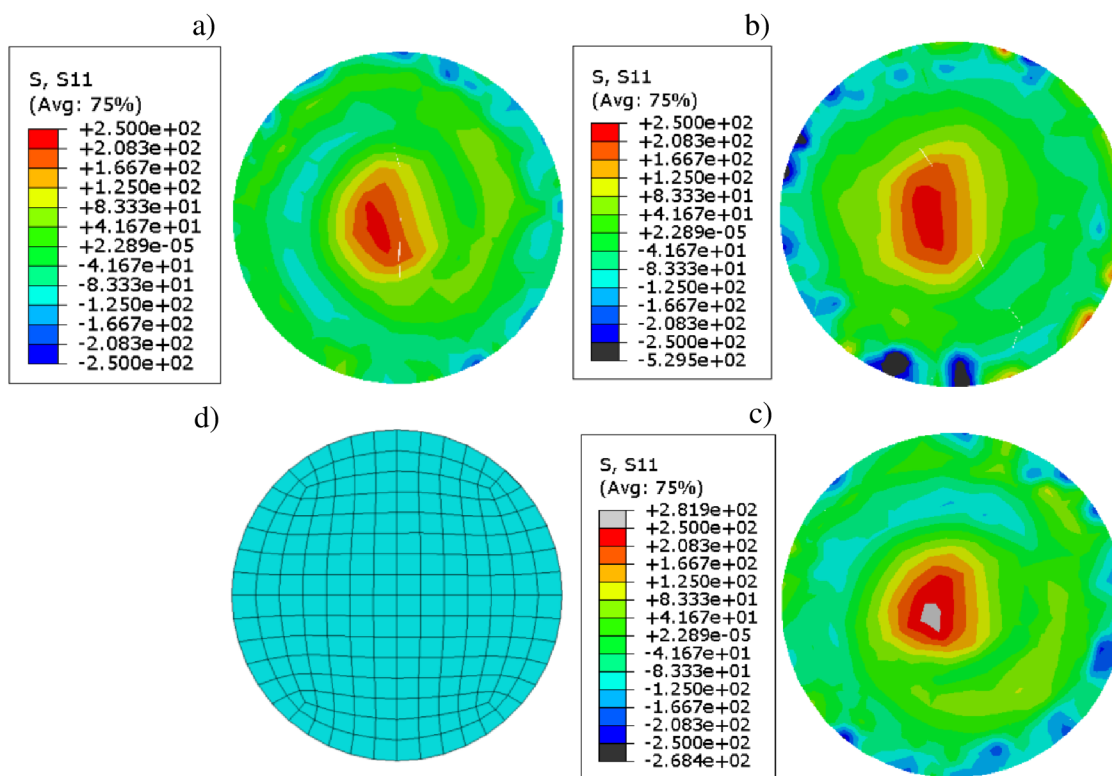
Úspěšnou se nakonec stala varianta, ve které byla ponechána původní síť složená z lineárních šestistěny (obr. 49), ale místo redukované byla použita plná integrace.

Byly provedeny výpočty pro tři různé modely materiálu (bez zpevnění a se zpevněním kinematickým/izotropním). Pro modely bez zpevnění a s kinematickým zpevněním průběh zbytkového napětí kvalitativně odpovídal teoretickému průběhu rozebranému v kap. 5.2.5.

Nakonec byl pro další výpočty zvolen model s kinematickým zpevněním z několika dalších důvodů

- Odpovídá skutečnosti pro případ cyklického zatěžování
- Je doporučován autory již provedených prací, např. [44]





Obrázek 49: Průběh osového napětí po průřezu tyče pro místa s maximálním tahovým napětím pro  
 a) Kinematický model zpevnění b) Izotropní model zpevnění  
 c) Ideálně elastoplastický materiál (bez zpevnění); d) Síť v příčném průřezu

### 11.2.7 Ukončení vývoje

Vývoj byl ukončen u případu z obr. 49 a). Na závěr si uvedme v tabulce 3 přehled sledovaných veličin pro tento případ.

Díky charakteru použitých prvků se již v analýzách nebude vyskytovat hourglassing, proto jej není nutné nadále kontrolovat.

Přehled sledovaných veličin	
Výsledná křivost	0.31 mm/m
Zbytkové napětí tah	236 Mpa
Zbytkové napětí tlak	329 Mpa
Koeficient hourglassingu HG	0%
Koeficient connectorů CN	3.76%
Koeficient škálování hmotnosti MS	8.30%

Tabulka 3 – přehled sledovaných veličin

### 11.2.8 Poznámka k dalším kapitolám

Vývoj probíhal se zjednodušeným tvarem válců. Při verifikaci modelu bylo zjištěno, že tvar je příliš zjednodušený (málo analyticky spočtených bodů, kterými prochází polynommická funkce použitá k aproximaci tvaru) a byl nahrazen tvarem přesnějším – viz kap. 12.2.

Hodnoty koeficientu connectorů CN a škálování hmotnosti MS byly u všech výpočtů v následujících kapitolách kontrolovány a u všech vyhovují předepsaným podmínkám. Přesné hodnoty nejsou předmětem zájmu, proto nejsou dále uváděny.

## 12 Vytvořený výpočtový model

Cílem této kapitoly je podat ucelený pohled na vytvořený výpočtový model.

Konkrétní hodnoty parametrů nejsou uváděny, pokud jsou uvedeny v kap. 9 nebo jinak specifikovány v následujících kapitolách.

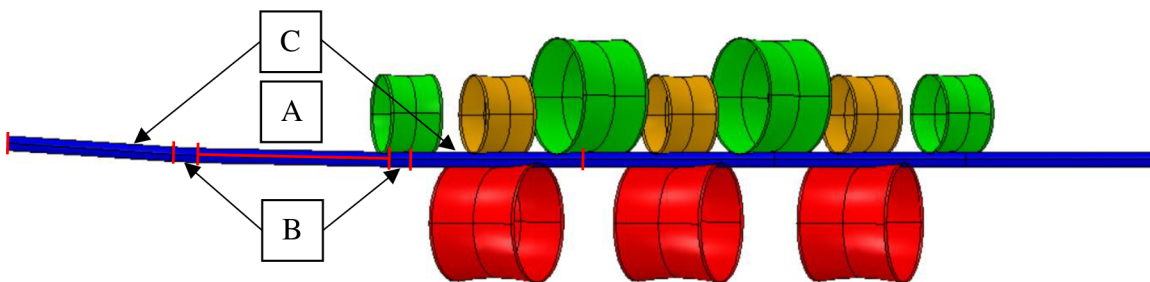
### 12.1 Model materiálu

Pro popis chování materiálu byl vybrán bilineární model materiálu s kinematickým zpevněním. Část modelu popisující plasticitu je zadána tabulkou v souřadnicích  $\sigma - \varepsilon_p$  vytvořenou na základě znalosti modulu plasticity  $H$  spočteného podle vztahu 27.

Materiál je považován za izotropní a homogenní.

### 12.2 Model geometrie

Model geometrie se skládá z modelu rovnané tyče a modelů deseti válců, z toho jsou tři válce poháněcí, tři přítlačné a čtyři průhybové – viz obr. 50.



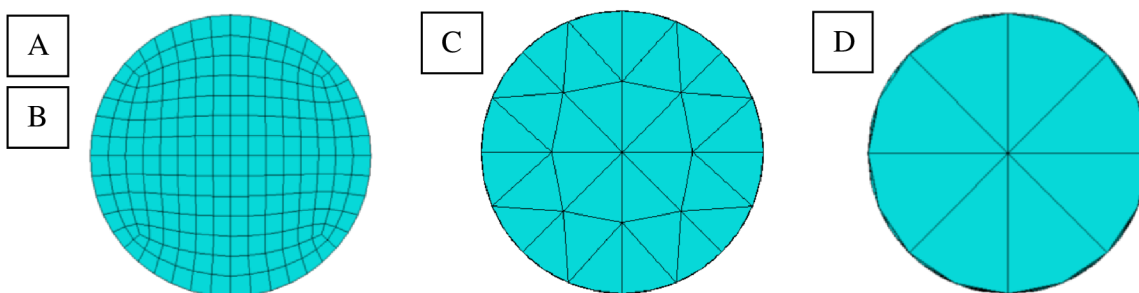
Obrázek 50: Model geometrie; poháněcí válce – červená; přítlačné válce – oranžová; průhybové válce - zelená

Příčný průřez tyče je nadělen na čtvrtiny kvůli tvorbě konečnoprvkové sítě. Podélně je tyč nadělena v pravidelných metrových intervalech. Důvod tohoto dělení je zřejmý z kapitoly 12.4. Kolem úseku A, na kterém jsou vyhodnocována zbytková napětí a křivost, jsou dva úseky přibližně 100 mm dlouhé ozn. jako B, jejichž význam popisuje následující kapitola.

Model geometrie válců sestává z hyperbolické části uprostřed a dvou krátkých válcových částí na okrajích. Hyperbolická část je definovaná pomocí vztahu 29, ze kterého byly vypočteny souřadnice konkrétních bodů s rozestupy o velikosti 10 mm, jenž byly následně proloženy polynomickou funkcí (spline). Krátké lemy (15 mm) na okrajích byly přidány pro zlepšení stability kontaktu mezi kraji hyperbolické části a tyčí.

### 12.3 Síť konečných prvků

Při tvorbě konečnoprvkové sítě bylo použito několik velikostí a typů prvků. Rozložení prvků po průřezu tyče je zřejmé z obr. 51. Zobrazené průřezy a uvedené velikosti prvků se týkají průměru tyče 70 mm. Pro jiné průměry je dopočítána velikost prvků tak, aby byl zachován stejný počet prvků po průřezu jako v uvedeném případě. Zmiňované velikosti prvků, které jsou předepisovány síťovacímu algoritmu, se přesně neshodují s finální velikostí prvků, jež je tímto algoritmem přizpůsobena tak, aby vznikla optimálně pravidelná síť.

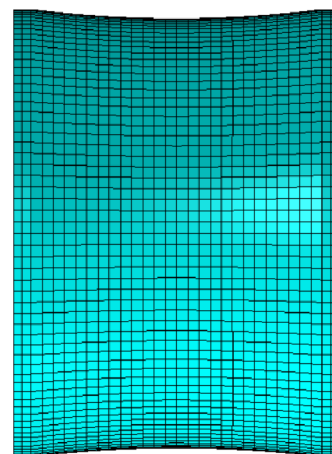


Obrázek 51: Konečnoprvková síť tyče průměru 70 mm; A, B – lineární šestistěny, velikost 5 mm; C – kvadratické čtyřstěny, velikost 15 mm; Zbytek tyče (D) – kvadratické čtyřstěny o velikosti 25 mm

V oblasti zájmu A byly použity lineární šestistěny o velikosti 5 mm. Tyto prvky jsou rovněž použity v oblasti B. Z důvodu nekompatibility lineárních šestistěnu a kvadratických čtyřstěnu, použitých v modelu, vzniká v místě napojení těchto prvků singularita, která by zkreslila výsledky v oblasti zájmu (A). Význam oblasti B je tedy v minimalizaci ovlivnění vyhodnocovaných veličin touto singularitou.

V části C jsou aplikovány kvadratické čtyřstěny o velikosti 15 mm a ve zbývajícím úseku tyče (D) mají prvky velikost 25 mm. V oblasti C je jemnější síť (než v D) z toho důvodu, že síla působící v této oblasti způsobuje ohybový moment v A, a tedy má přímý vliv na sledované veličiny. Velikost prvků 15 mm je kompromisem mezi požadavkem na krátký výpočetní čas a přesností popisu kontaktu tyče s válci.

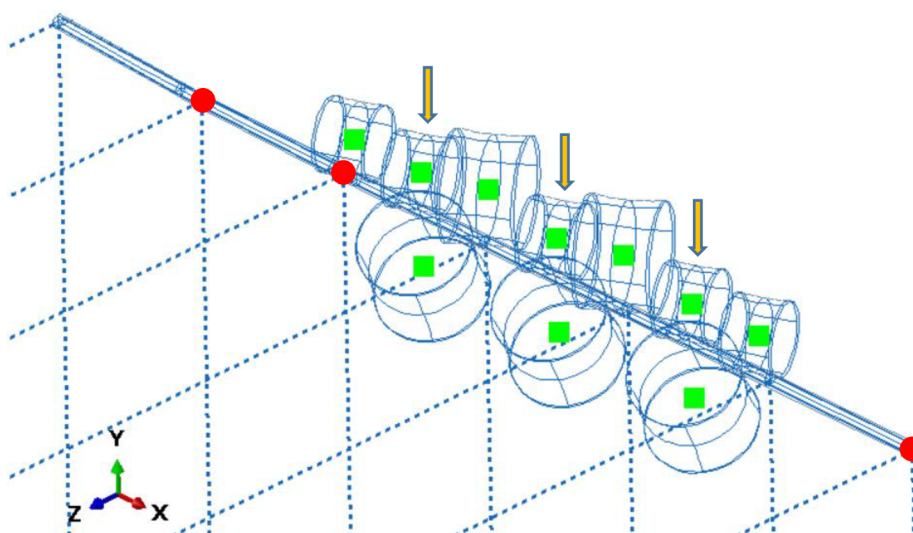
Síť konečných prvků válců je tvořena rovinnými čtyřuzlovými čtyřúhelníky (obr. 52) pro dokonale tuhá tělesa. Zadaná velikost prvků je 10 mm. Znovu jde o kompromis mezi malým počtem prvků a přesností popisu kontaktu mezi válcem a tyčí.



Obrázek 52: Konečnoprvková síť průhybového válce

## 12.4 Model interakcí

Na první pohled viditelnými prvky modelu na obr. 53 jsou connectory vyobrazené přerušovanými čarami. Tyto prvky byly ve funkci pružin a tlumičů byly použity pro stabilizaci výpočtu a nemají v modelu interakcí fyzikální opodstatnění. Nastavení těchto prvků a minimalizaci jejich vlivu se podrobně věnuje kap. 11.2. Connectory jsou připevněny na pomocné geometrii nacházející se v dostatečné vzdálenosti tak, aby při průhybu tyče byla složka síly působící ve směru kolmo na osu connectoru co nejmenší. Zároveň pomocná geometrie vykonává v ose X stejnou translaci jako tyč, aby působící síly byly vždy kolmé na osu X.



Obrázek 53: Model interakcí; přerušovaná čára – connector; červená – coupling; zelená – hmotný bod; šipky – válce na pružinách modelovaných connectory

Zeleně jsou na obrázku vyznačeny hmotné body spojené s jednotlivými válci, jimž jsou předepsány hmotnosti a momenty setrvačnosti.

Červeně jsou vyznačena místa, kde je použit coupling (viz kap. 8.2.2.2). Bodem vpravo je označeno místo, kde jsou svázány stupně volnosti kvůli uplatněné deformační okrajové podmínce (viz dále) a ve zbývajících dvou červeně označených místech je couplingem zajištěna distribuce sil z connectorů na tyč tak, aby došlo k minimálnímu ovlivnění veličin v oblasti zájmu.

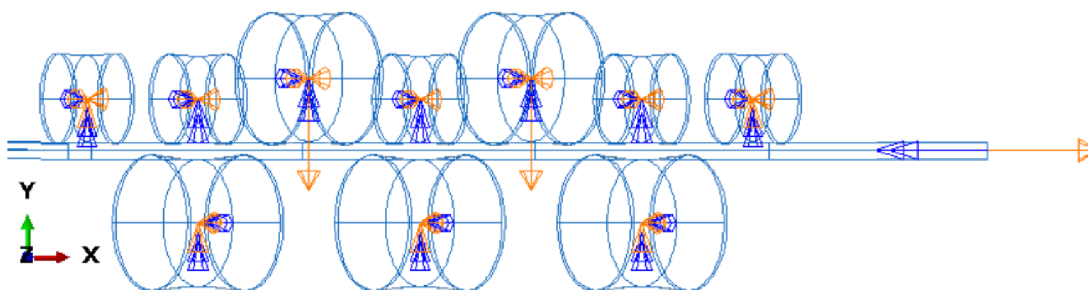
Na válce označené šipkami jsou připevněny connectory s předepsanou tuhostí simulující jejich pružné uložení. Předpětí těchto pružin je dosaženo počáteční penetrací válců do tyče,

jíž je pro pružinu definován stav s nulovým protažením. Penetrace je na začátku analýzy eliminována pomocí kontaktního algoritmu.

Bez bližšího vysvětlení dále uveďme, že na modelování kontaktů je použit pokutový algoritmus. Na detekci kontaktních dvojic je použit obecný kontakt, který zabraňuje prostoupení všech povrchů v modelu.

## 12.5 Okrajové podmínky

Na tyč jsou aplikovány deformační okrajové podmínky v podobě nenulového posuvu (oranžová šipka vpravo na obr. 54) v ose X a nenulové rotace kolem těže osy (modrá šipka vpravo na obr. 54). Ostatní stupně volnosti nejsou definovány. Tímto je řízen pohyb tyče rovnicím strojem.



Obrázek 54: Okrajové podmínky; Oranžové šipky – posuvy; Modré šipky – rotace; Šipka směřující do bodu – nulová hodnota okrajové podmínky; Šipka směřující z bodu – nenulová hodnota okrajové podmínky

Válcům byly předepsány všechny stupně volnosti nulové kromě

- rotace kolem osy Y v jejich lokálním souřadném systému (jeho vymezení je v tab. 4), která je volná, tedy nedefinovaná
- nenulových posuvů válců 3 a 5, kterými je zajištěno ohýbání tyče
- nedefinovaných posuvů přítláčných válců v ose X, ve které se mohou pohybovat v rámci svého pružného uložení.

Lokální souřadný systém	Definice
Osa X	Osa Y, GSS
Osa Y	Osa rotace válce

Tabulka 4: Vymezení lokálního souřadného systému válce; (GSS – globální souřadný systém)

	U <sub>x</sub>	U <sub>y</sub>	U <sub>z</sub>	ROT <sub>x</sub>	ROT <sub>y</sub>	ROT <sub>z</sub>
Válec 1	0	0	0	0	N	0
Válec 2	N	0	0	0	N	0
Válec 3	-w <sub>3</sub>	0	0	0	N	0
Válec 4	N	0	0	0	N	0
Válec 5	-w <sub>5</sub>	0	0	0	N	0
Válec 6	N	0	0	0	N	0
Válec 7	0	0	0	0	N	0
Válec 8	0	0	0	0	N	0
Válec 9	0	0	0	0	N	0
Válec 10	0	0	0	0	N	0

Tabulka 5: Okrajové podmínky pro válce

Všechny okrajové podmínky jsou zobrazeny ve schématu na obr. 54. a přehledně vypsány v tab. 5.

### 12.6 Další nastavení výpočtu

Okrajové podmínky jsou aplikovány postupně ve třech krocích uvedených v tabulce 6. V prvním kroku dojde k posuvu průhybových válců, ve druhém kroku se pohybuje tyč skrz rovnačku a ve třetím kroku je tyč mimo rovnačku zastavena a dokmitává (viz kap. 11). Všechny ostatní okrajové podmínky jsou aplikovány před krokem 1 v čase 0.

Krok	Koncový čas	Aplikovaná okrajová podmínka
1	0.1	Posuv -w3 a -w5
2	5.2	Posuv a rotace tyče
3	6.7	Tyč se nepohybuje

*Tabulka 6: Kroky, časování a aplikace okrajových podmínek*

V simulaci je použito škálování hmotnosti – tzv. mass scaling pro zkrácení času výpočtu. Hmotnost tyče je zvýšena o 150 %.

Z důvodu snížení vlivu zaokrouhlovacích chyb při velkém množství iterací je použito nastavení double precision – veličiny jsou ve výpočtu uvažovány s větším počtem platných číslic.

## 13 Verifikace modelu

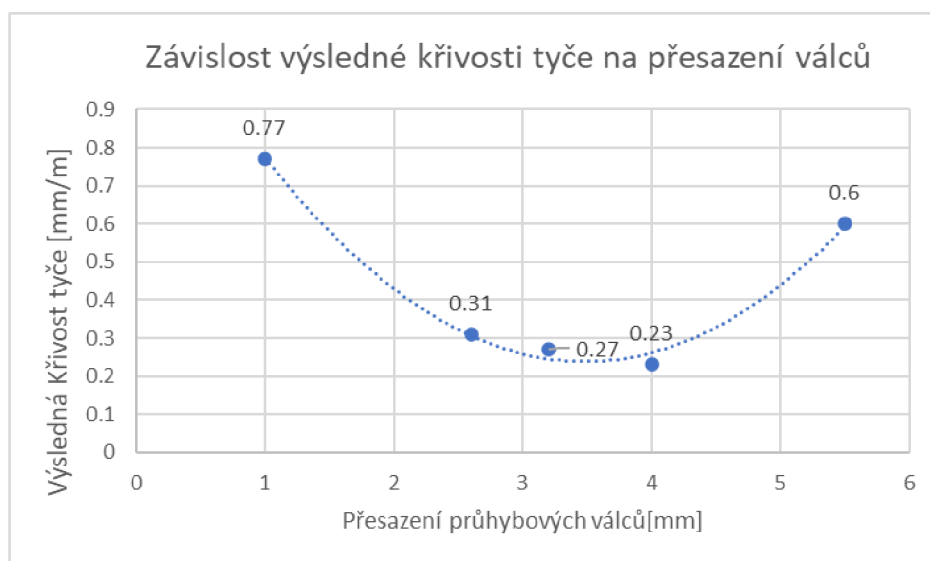
Model byl verifikován na základě několika kritérií a testů nalezených v literatuře.

### 13.1 Závislost výstupní křivosti na přesazení průhybových válců

Nejprve byl proveden test, ve kterém se zkoumá reakce systému v podobě výstupní křivosti (závislá veličina) na různá přesazení průhybových válců (nezávisle proměnná veličina). Na základě závislostí nalezených v [1] a [26] se očekává závislost zprvu klesající, která po dosažení svého minima začne růst.

Vstupní údaje: průměr tyče 70 mm, mez kluzu 500 MPa, vstupní křivost 5 mm/m, zjednodušený tvar válců.

Z výsledku testu na obr. 55 lze vidět, že získaná závislost splňuje výše popsaná očekávání. Test lze hodnotit jako uspokojivý.



Obrázek 55: Závislost výsledné křivosti tyče na přesazení průhybových válců

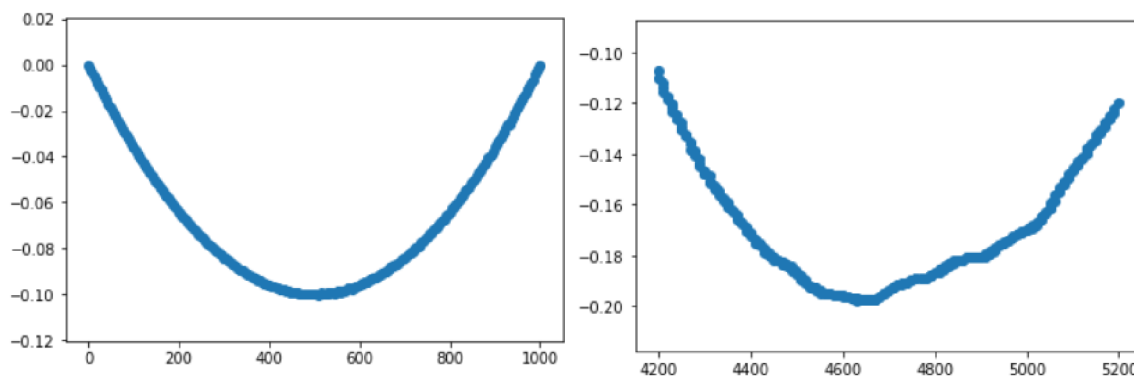
### 13.2 Elastický průchod rovné tyče rovnačkou

U tohoto testu se předpokládá [1], že při průchodu rovné tyče rovnačkou s nulovým přesazením průhybových válců nedojde k rozvoji plastických deformací v tyči a tím pádem ani ke změně vstupní křivosti.

Vstupní údaje: průměr tyče 70 mm, mez kluzu 900 MPa, vstupní křivost 0.1 mm/m, přesazení průhybových válců 0.1 mm pro zlepšení stability výpočtu, zjednodušený tvar válců.

Při testu došlo ke zplastizování sledované oblasti. Příčinou je kontaktní tlak mezi tyčí a válci. Hodnoty plasticity jsou o řád nižší než při testu v předchozím případě a křivost se redukovala nevýrazně z hodnoty z počáteční hodnoty 0.1 na 0.09 mm/m. Změna tvaru střednice při testu je vidět na obr. 56.

Výsledky testu lze považovat za přijatelné.



Obrázek 56: Tvar střednice před (vlevo) a po (vpravo) průchodu rovné tyče rovnačkou

### 13.3 Elastický průchod zakřivené tyče rovnačkou

Tento test, stejně jako test předcházející, vychází z předpokladů formulovaných v [1], podle kterých se očekává, že i při průchodu zakřivené tyče rovnačkou s nulovým přesazením průhybových válců se bude deformace realizovat v elastické oblasti a nedojde ke změně výstupní křivosti.

Vstupní údaje: průměr tyče 70 mm, její mez kluzu 900 MPa, vstupní křivost tyče 5 mm/m, přesazení průhybových válců 0.1 mm kvůli stabilitě výpočtu, zjednodušený tvar válců.

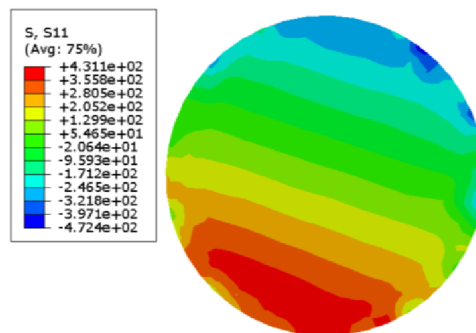
Výsledkem tohoto testu je změna vstupní křivosti 5 mm/m na 3.5 mm/m na výstupu z rovnačky. To neodpovídá původnímu předpokladu.

Na sledovaném úseku tyče došlo k rozvoji plastických deformací, které mají za následek změnu křivosti střednice. Při hlubší analýze výsledků bylo zjištěno, že tyto plastické deformace nevznikají ohybem tyče – obr. 57 ukazuje průběh napětí pod (průhybovým) válcem 3, tj. okamžik kdy na příčný průřez (podle teoretického rozboru provedeného v rešerši) působí maximální ohybový moment. Hodnoty tahového nebo tlakového napětí nepřesáhnou 500 MPa (mez kluzu tyče 900 MPa). K rozvoji plastických deformací dochází v místech kontaktu válců s tyčí, kde napětí lokálně přesahuje mez kluzu.



Přestože nebyl potvrzen původní předpoklad, je nesoulad vysvětlen a výsledky tohoto testu jsou považovány za přijatelné.

Původní předpoklad lze na základě dosažených výsledků přeformulovat následovně: Při průchodu zakřivené tyče rovnačkou s nulovým přesazením průhybových válců se bude deformace vlivem ohybu realizovat v elastické oblasti a nedojde k **výrazné** změně výstupní křivosti.



Obrázek 57: Průběh napětí pod válcem 3 během rovnání v příčném průřezu, ve kterém se dosahuje maximálního tahového napětí

### 13.4 Srovnání s experimentem a implicitním MKP

Z finančních důvodů nemohl být proveden v této práci vlastní experiment, proto se vycházelo z experimentu provedeném v [1] pro devítiválcovou rovnačku XRK 9-100. Vstupní údaje do experimentu shrnuté v tabulce 7 jsou přejaty z [26], kde bylo provedeno srovnání algoritmu založeného na Lagrangeově pojetí kontinua řešeného pomocí implicitní formulace MKP s algoritmem založeným na Eulerovském pojetí kontinua z práce [1]. Přístup použitý v této práci lze pak označit jako založený na Lagrangeově pojetí kontinua za použití explicitní formulace MKP.

Mechanické vlastnosti tyče a vstupní parametry		
Název	Tyč	Jednotky
Modul pružnosti v tahu	206000	[MPa]
Mez kluzu	900	[MPa]
Mez pevnosti	1100-1300	[MPa]
Průměr tyče	70	[mm]
Vstupní křivost	4	[mm/m]
Globální vstupní křivost	32	[mm/5,5m]
Přesazení válců H2, H4	5,2	[mm]

Tabulka 7: Vstupní údaje do experimentu [26][1]

V experimentu byla vstupní křivost rovné tyče vyvolána třibodovým ohybem na hydraulickém lisu. Nutno tedy poznamenat, že v tyči bylo přítomno zbytkové napětí, které není v této práci uvažováno. Práce [26] zbytkové napětí uvažovala, ale bylo ho dosaženo silovou dvojicí vyvolávající konstantní ohybový moment.

Po provedení prvního výpočtu v této kapitole a jeho důkladném vyhodnocení se zjistilo, že charakter kontaktní plochy mezi tyčí a jednotlivými válci, která byla dvojbodová,

neodpovídá liniové kontaktní ploše, jež byla pro totožné nastavení válců vyhodnocena ve [26]. Tato neshoda byla odstraněna až zpřesněním aproximace tvaru hyperbolických částí válců, která byla dosažena snížením rozestupů mezi analyticky spočtenými body popsány podrobněji v kap. 12.2. Nepředpokládá se, že by tato nekorektnost měla vliv na závěry plynoucí z předchozího textu, jelikož nedocházelo ke změnám úhlového natočení válců.

Přístup	Experiment [1]	Euler. alg. [1]	Lagr. alg. - implicit [26]		Lagr. alg. - explicit
			Prutové prvky	Kvad. Šestistěny	Lin. Šestistěny
Výst. křivost [mm/m]	1	0.9	1.7	2.4	1.9
Síla na válci 5 [kN]	300	329	251	246	234
Čas výpočtu	N/A	140 s	8 h	12 dní	18 h

Tabulka 8: Srovnání výsledků z [1], [26] a této práce

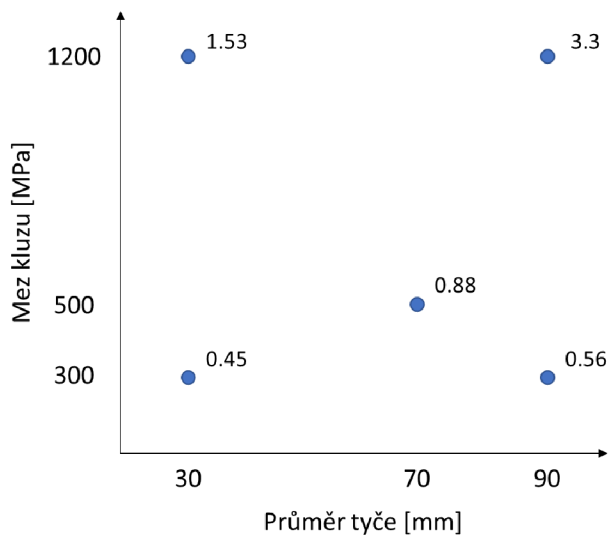
Ze srovnání v tabulce 8 lze vidět při řešení explicitem dobrá shoda s implicitem, a to jak v hodnotách sil působících na válec 5, tak v hodnotách výstupní křivosti. Ovšem ve srovnání s experimentem hodnoty neodpovídají:

- Neshoda ve výsledné křivosti může být způsobena zbytkovým napětím, které zde není uvažováno. V práci [1] bylo zjištěno, že tyč se zbytkovým napětím se vyrovná snáze než bez něj. Mezi těmito stavy se jedná o rozdíl až 40 % v hodnotách výstupní křivosti. [1]
- Jak plyne z provedené rešerše a experimentu popsaného v kap. 14, síly ve válcích, a tedy i výslednou křivost, významně ovlivňuje úhlové natočení válců. Hodnoty pro jejich natočení byly použity z práce [26], kde byly stanoveny nezávisle na experimentu tak, aby byl zajištěn liniový styk mezi tyčí a válci. V práci [1], ze které všechny ostatní údaje o experimentu pocházejí, nejsou tyto uvedeny. To může být vysvětlením dobré shody mezi řešeními provedenými za základě Lagrangeova pojetí kontinua a neshody s [1], resp. experimentem

### 13.5 Ověření parametrů z rovnic tabulek při extrémních hodnotách meze kluzu a průměru tyčí

Na závěr této kapitoly bylo provedeno několik analýz za účelem konfrontace vyvinutého modelu s rovnicemi tabulkami výrobce. Pro tento účel byly vybrány ze sortimentu rovných tyčí kombinace jejich extrémních hodnot, v souřadnicích (Re [MPa], d [mm]): (300, 30), (300, 90), (1200, 30) a (1200, 90).

Spočtené hodnoty výsledné křivosti spolu s bodem (500, 70) získaným při vývoji jsou ve schématu na obr. 58.



Obrázek 58: Výsledná křivost pro extrémní hodnoty meze kluzu a průměru tyče a pro hodnoty použité při vývoji

Z výsledků jde vidět, že pro nízké hodnoty meze kluzu model predikuje vyrovnání tyče. Pro vyšší hodnoty meze kluzu se tyč nevyrovná, zejména pak pro vyšší průměry. Za současné situace, s dostupnými zdroji a možnostmi při tvorbě této práce ovšem nelze říci, zda model nefunguje správně pro vyšší meze kluzu nebo jsou nesprávně nastaveny hodnoty v rovnicích tabulkách.

## 14 Experiment

Ve většině dosud provedených prací byl podrobně analyzován vliv přesazení průhybových válců na výstupní veličiny – např. v [26]. Proto se tato práce zaměří zejména na zkoumání vlivu natočení válců na jejich opotřebení a výslednou křivost tyče.

### 14.1 Jednofaktorový experiment

Pro zmapování návrhového prostoru byl použit jednofaktorový experiment. Důvod je následující: O návrhovém prostoru je k dispozici minimum informací a tímto postupem je možné během experimentu stanovit jak extrémní úrovně faktoru (hranice návrhového prostoru), tak rozestupy mezi jeho jednotlivými úrovněmi (oblasti s vysokým gradientem sledované veličiny je potřeba zmapovat podrobněji než oblasti s nízkým gradientem) podle průběžného vyhodnocování odezvy.

Jako výchozí bod návrhového prostoru bylo vybráno nastavení podle rovnic tabulek výrobce pro parametry rovnání uvedené v tab. 9. Referenční hodnoty natočení, vůči kterým je vztahována úroveň faktoru, jsou poté v tabulce 10.

Veličina	Označení	Hodnota	Jednotka
Průhyb válce 3	$w_3$	2.6	mm
Průhyb válce 5	$w_5$	2.6	mm
Průměr tyče	$d$	70	mm
Mez kluzu tyče	$R_e$	500	Mpa

Tabulka 9: Vstupní údaje do experimentu

Válec č.	$\beta$ [°]
1	26.9
2	30.5
3	27.4
4	28.4
5	27.3
6	29.5
7	29.4
8	28.7
9	28.1
10	28.4

Tabulka 10: Referenční hodnoty natočení

Sledovat opotřebení je relevantní u válců, na které působí při rovnání největší síly. Z analýzy silových poměrů během rovnání, jejíž výsledky jsou vidět v tabulce 11, vyplynulo, že největší síly působí na válce průhybové válce 3 a 5 a poháněcí 8, 9 a 10.

Počet faktorů byl zredukován svázáním natočení průhybových válců (3, 5) do jednoho faktoru a natočení poháněcích válců (8, 9, 10) do druhého faktoru.

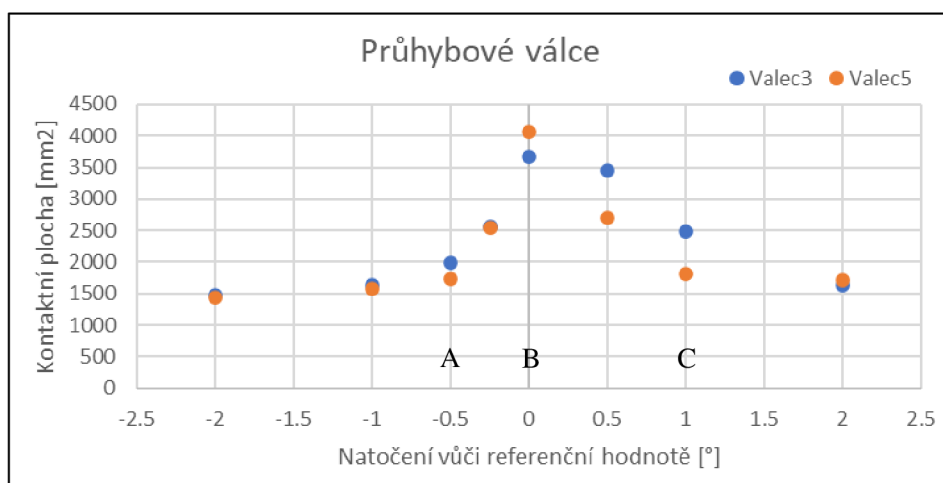
Průměrná síla na válce										
Válec č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Síla [kN]	-23.7	-5.3	-76.5	-4.7	-74.6	-4.4	-7.8	45.3	116	35.7

Tabulka 11: Průměrná síla na válce ve směru posuvu průhybových válců pro nastavení odpovídající rovnicím tabulkám

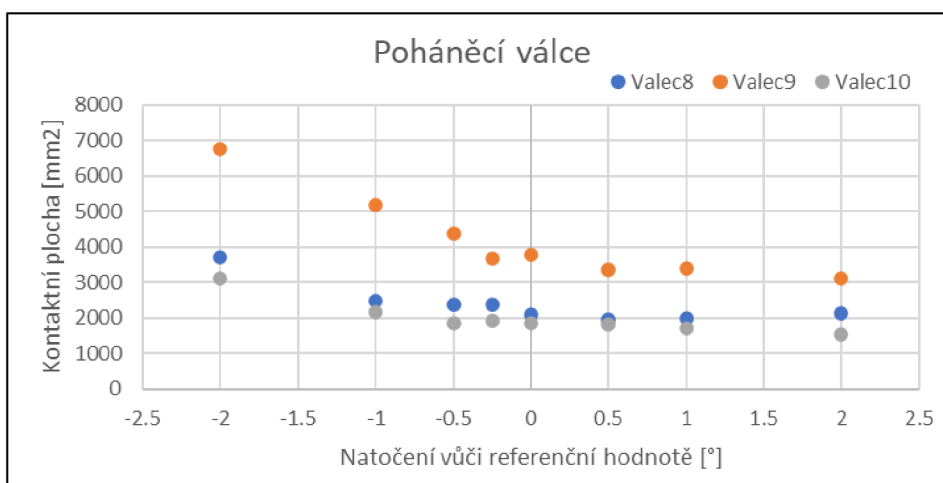
### 14.1.1 Jednofaktorový experiment pro průhybové válce

Návrhový prostor byl od počátečního bodu rozšiřován změnou úrovně faktoru (natočení průhybových válců) o  $1^\circ$  jak do kladných, tak do záporných hodnot. Extrémní hodnoty faktoru byly stanoveny na  $+2^\circ$ , kdy už nedocházelo ke změně hodnoty výsledné křivosti, a  $-2^\circ$ , kdy už nedocházelo ke změně velikosti kontaktní plochy u průhybových válců. Následně bylo provedeno ještě několik analýz v intervalu  $(-1^\circ, 1^\circ)$  z důvodu značné změny v hodnotách velikosti kontaktní plochy u průhybových válců.

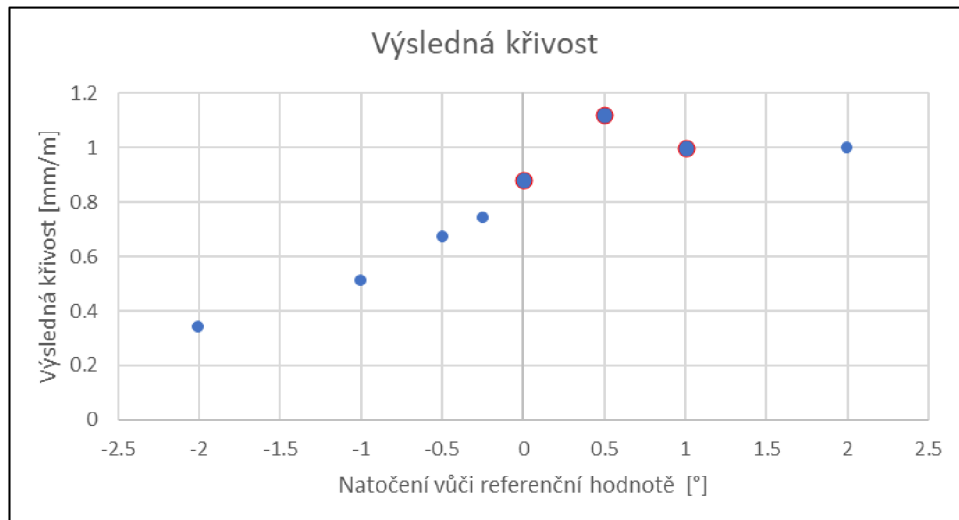
Výsledkem je závislost kontaktní plochy průhybových válců 3 a 5 na natočení vůči referenční hodnotě (dále jen natočení) na obr. 59, závislost kontaktní plochy poháněcích válců na natočení na obr. 60 a závislost výsledné křivosti na natočení na obr. 61.



Obrázek 59: Závislost kontaktní plochy na natočení pro průhybové válce



Obrázek 60: Závislost kontaktní plochy na natočení pro poháněcí válce



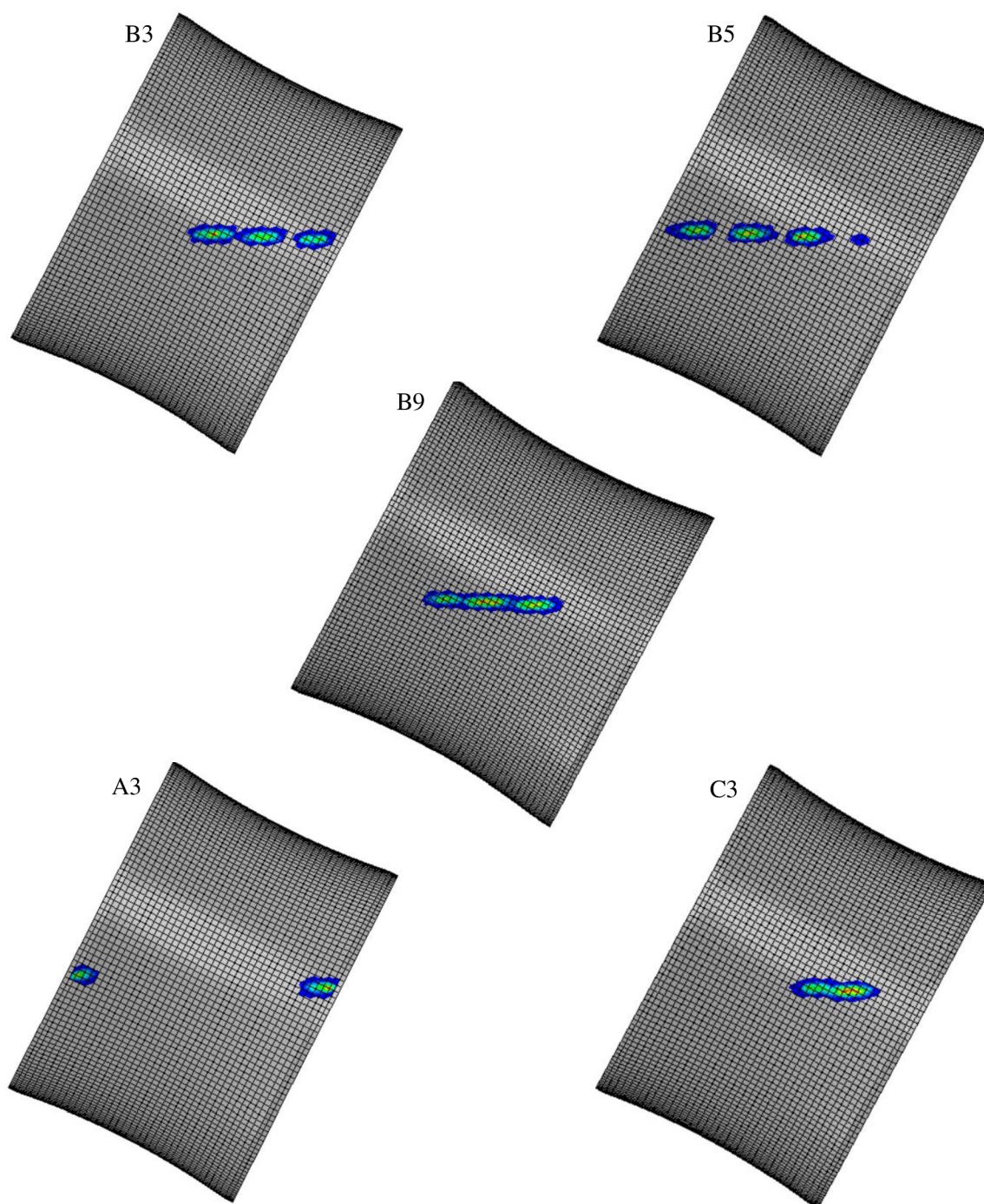
Obrázek 61: Závislost výsledné křivosti na natočení

Dále byly na obr. 62 vyobrazeny typické kontaktní plochy pro případy zaznačené v obr. 59 písmeny A, B, C kvůli kvalitativní zhodnocení stykových útvarů (podle kap. 5.2.6), které se dělí na

- bodový – dochází ke kontaktu v malé oblasti
- liniový – dochází ke kontaktu ve větší podlouhlé oblasti, a tedy k optimálnímu opotřebení válců
- Dvoubodový – dochází ke kontaktu ve dvou bodech, které se nachází na protilehlých stranách funkční plochy válce

Na obr. 62 se nachází dvě logické sekvence. V první sekvenci jsou pro případ B, kdy je největší kontaktní plocha na průhybových válcích, vyobrazeny oba průhybové válce a poháněcí válec 9, kolem kterého jsou válce 3 a 5 symetricky umístěny a tvoří konfiguraci pro trojbodový ohyb. Všimněme si, že ač jsou stykové plochy na válcích 3 a 5 liniového charakteru, jsou od středů válců posunuty směrem k válci 9, v důsledku čehož jsou průhybové válce opotřebávány nerovnoměrně. U válce 9 výrazný posuv stykového útvaru od středu válce není.

Druhá sekvence se týká válce 3 ve všech třech případech (A, B, C). Pro menší hodnoty natočení je stykový útvar dvoubodový a k vyšším hodnotám natočení přechází v liniový a následně bodový. Z grafu na obr. 59 je zřejmé, že přechod mezi liniovým a dvoubodovým stykovým útvarem je prudký, téměř až skokový, kdežto přechod od liniového útvaru k bodovému je spíše pozvolný, u válce 5 rychlejší než u válce 3.



Obrázek 62: Typické kontaktní útvary pro případy A, B, C z obr. 59 pro válce 3, 5 a 9  
Např. označení A3 znamená případ A válec 3

Na obrázku 62 není vykreslena stupnice, jelikož je nepodstatná z hlediska určování charakteru stykového útvaru. Barvy na jednotlivých válcích nepocházejí ze stejných stupnic.

Na obr. 62 nejsou případy A5 a C5, jelikož jsou stejného charakteru jako u válce 3 jen zrcadlově prohozeny podle svislé osy obrázku, jako je tomu mezi případy B3 a B5.

Graf na obr. 60 ukazuje, že velikost stykové plochy pro válec 9, který se nachází uprostřed, je značně vyšší než pro válce 8 a 10, jelikož je tyč na něj z obou stran dotlačována průhybovými válci, kdežto na válce 8 a 10 je dotlačována pouze z jedné strany, protože na průhybových válcích 1 a 7 se nenastavuje žádná hodnota průhybu.

Zvětšování hodnoty natočení průhybových válců nemá vliv na velikost kontaktní plochy poháněcích válců. Při zmenšování hodnoty natočení ovšem velikost stykových útvarů roste, pro válec 9 rychleji než pro válce 8 a 10. Válec 9 si zachovává liniový charakter styku v celém rozsahu experimentu, u válců 8 a 10 při snižování hodnoty natočení bodový styk přechází postupně v liniový a v celém rozsahu experimentu si zachovávají posun stykového útvaru od středu válce směrem k válci 9.

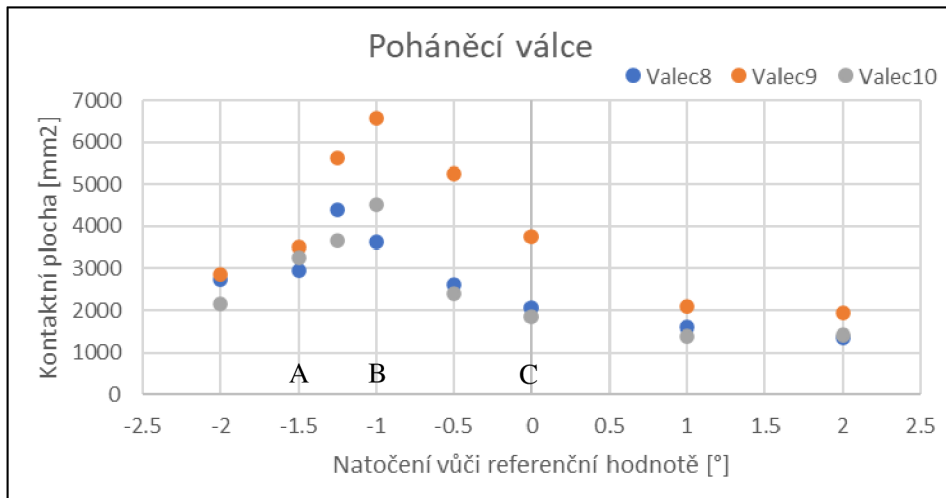
Výsledná křivost do natočení  $0.5^\circ$  nelineárně roste, od  $1^\circ$  zůstává konstantní na hranici vyrovnání, která činí  $1 \text{ mm/m}$ . Úsek v intervalu  $(0^\circ, 1^\circ)$  nazvěme přechodovou oblastí, ve které výsledná křivost přesáhla hranici vyrovnání. Chování výsledné křivost v tomto úseku je vysvětleno níže v textu.

#### 14.1.2 Jednofaktorový experiment pro poháněcí válce

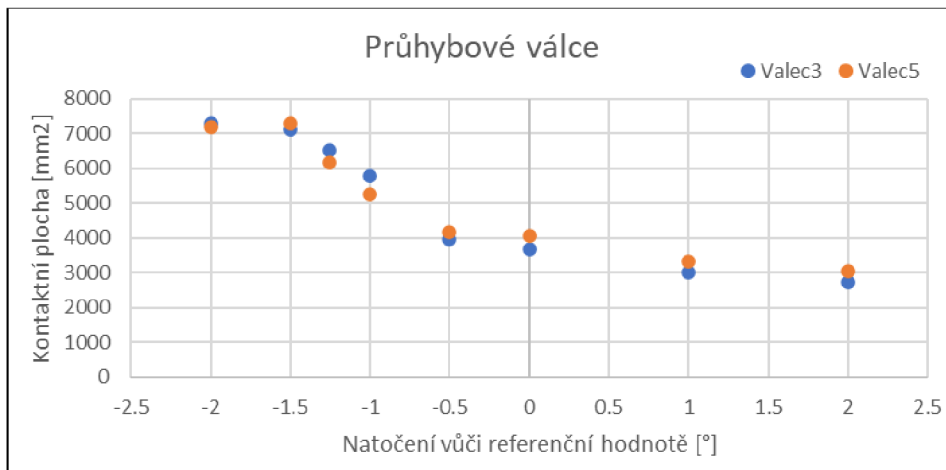
Experiment probíhal obdobně jako pro průhybové válce, ovšem pro faktor natočení poháněcích válců. Návrhový prostor skončil shora omezen hodnotou  $+2^\circ$ , jelikož už se neměnila velikost stykové plochy ani výsledná křivost, a zdola omezen hodnotou  $-2^\circ$ . Z grafu na obr. 63 sice není patrné, že by již nemělo docházet ke změně velikosti kontaktní plochy, ovšem po vyhodnocení stykového útvaru pro  $-2^\circ$  jako dvoubodového se dalo na základě předchozího experimentu předpokládat, že k výrazné změně velikosti stykové plochy by dále nedošlo. Následně bylo několik dalších analýz provedeno v intervalu  $(-2^\circ, 0^\circ)$ , kde docházelo k výrazným změnám jak velikosti kontaktní plochy u poháněcích válců, tak výsledné křivosti.

Výsledkem jsou na obr. 63, 64 a 65 závislosti stejného charakteru jako v předchozím experimentu.

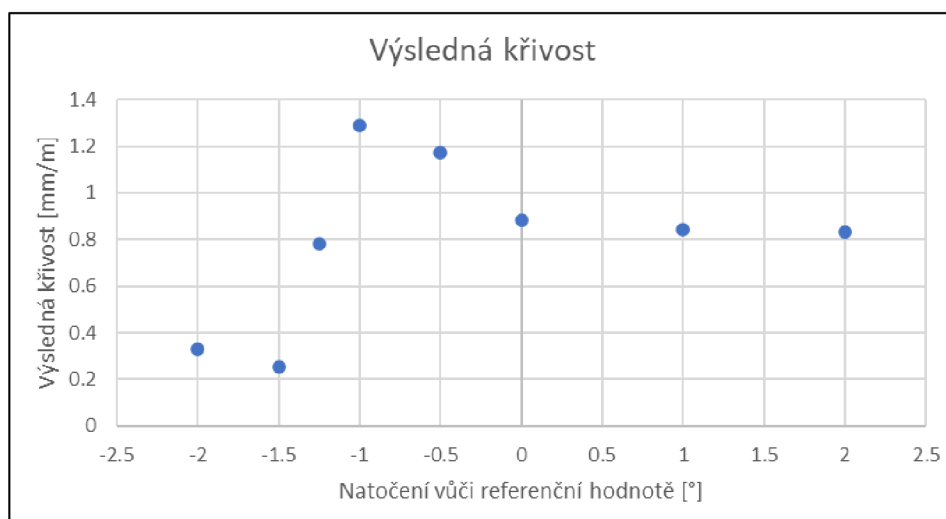




Obrázek 63: Závislost kontaktní plochy na natočení pro poháněcí válce



Obrázek 64: Závislost kontaktní plochy na natočení pro průhybové válce



Obrázek 65: Závislost výsledné křivosti na natočení

Dále byly na obr. 66 vyobrazeny typické kontaktní útvary případů A, B, C, označených na obr. 63, pro jejich kvalitativní zhodnocení - analogicky k předchozí kapitole.

Sekvence B8, B3 a B9 ukazuje rozložení kontaktního tlaku při nejvyšších zaznamenaných velikostech kontaktní plochy. Rozložení kontaktního tlaku na válci 5, resp. 10 je pouze zrcadlově převrácené k jejich protějškům, tedy válci 3, resp. 8.

Sekvence A9, B9 a C9 ukazuje vývoj charakteru kontaktní plochy pro válec 9 při zvyšování natočení od dvoubodového kontaktu, přes liniový k bodovému.

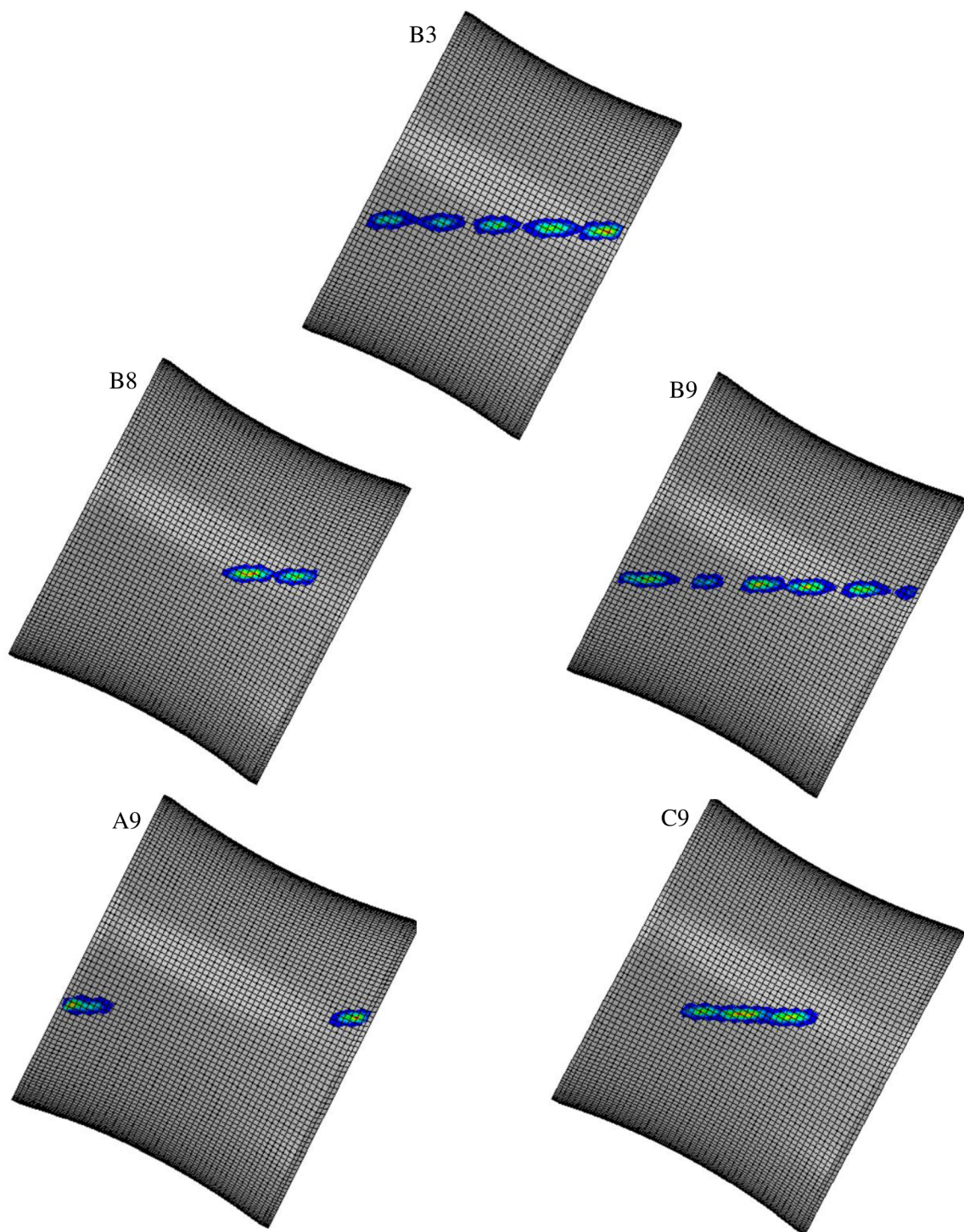
U průhybových válců má kontaktní útvar liniový charakter v celém návrhovém prostoru, pouze se prodlužuje s klesajícím natočením poháněcích válců.

Na obr. 67 jsou dva kontaktní útvary, které byly v případě A pro válec 8 (resp. zrcadlově převrácené pro válec 10) vyhodnoceny jako typické – vyskytovaly se s obdobnou četností. Nejedná se pouze o „klasický“ dvojbodový kontakt, jako je na obr. 21, 62 nebo 66, ale objevuje se dvojbodový kontakt se stykem na kraji a uprostřed válce (obr. 67 vpravo). V obou případech ovšem dochází k nerovnoměrnému opotřebovávání válců, jelikož je kontaktní plocha buď posunuta směrem k válci 9, nebo je na straně směrem k válci 9 vyšší kontaktní tlak.

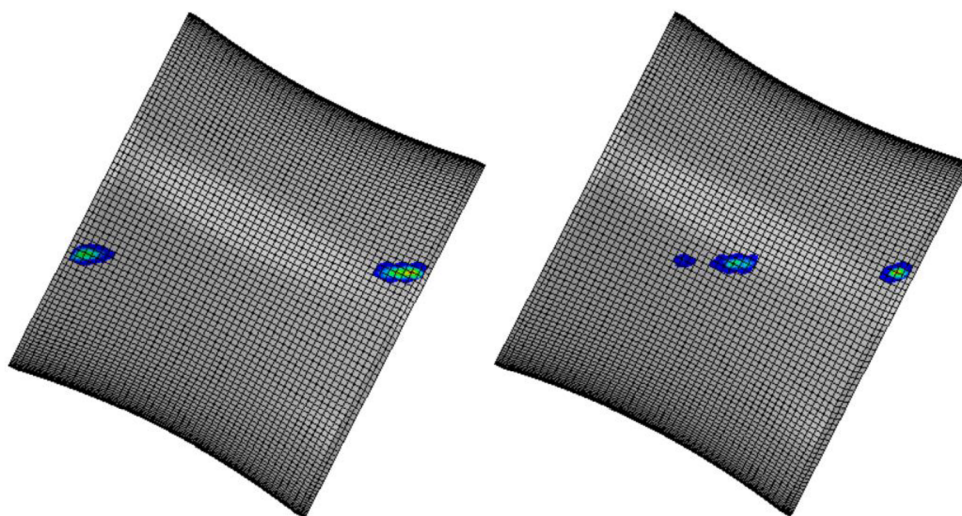
U válce 8 a 9 platí, že přechod od bodového kontaktu k liniovému s maximální kontaktní plochou je pozvolný, přechod od liniového kontaktu k dvojbodovému je prudký, stejně jako tomu bylo u předchozího experimentu pro válce 3 a 5. U válce 10 je ovšem situace při snižování hodnoty natočení poněkud odlišná – dochází k prudkému přechodu od bodového kontaktu k liniovému, kdežto přechod k dvojbodovému je spíše pozvolný. U bodu ležícího mezi případy A10 a B10 se vyskytuje dvojbodový a liniový kontakt se stejnou četností.

Hodnota výsledné křivosti pro natočení válců  $-1^\circ$ , kdy je kontaktní plocha největší, je výrazně nad hodnotou požadovanou pro vyrovnanou tyč. Tento nedostatek lze ovšem kompenzovat zvětšením přesazení průhybových válců, čemuž se bude věnovat kapitola dále.

V závislosti výsledné křivosti na natočení se i při tomto experimentu vyskytuje jev pozorovaný v předchozím experimentu (tedy při zvyšování hodnoty natočení přijde po růstu výsledné křivosti mírný pokles, než se výsledná křivost ustálí na konstantní hodnotě), ovšem zde je tato přechodová oblast poněkud výraznější. Vysvětlením se zabývá následující kapitola.



Obrázek 66: Typické kontaktní útvary pro případy A, B, C z obr. 63 pro válce 3, 8 a 9  
Např. označení A9 znamená případ A válec 9



Obrázek 67: Typické kontaktní útvary válce 8 pro případ A

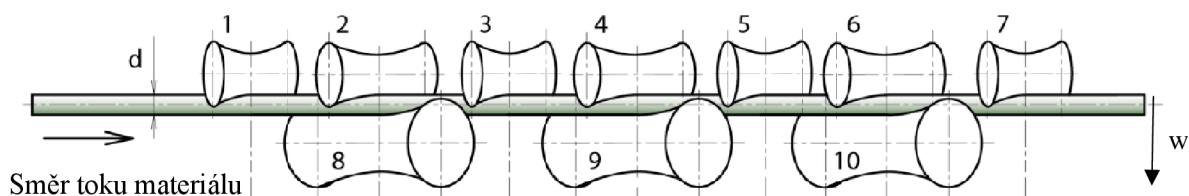
### 14.1.3 Závislosti výsledné křivosti na natočení – přechodová oblast

Vysvětlení podané v této kapitole je založeno na následujících předpokladech

- Vycházejí z kap. 5.2.5 je uvažován třibodový ohyb dle schématu na obr. 69
- Působí síla  $F$  je uvažováno v polovině vzdálenosti  $l$  mezi podpěrami, přestože výpočtový model ukazuje mírné vyosení
- Osa Z směřuje ve směru působení síly  $F$ , osa X leží na střednici prutu
- Pro závislost mezi silou  $F$ , ohybovým momentem  $M_o$  v místě působení síly a vzdáleností podpěr  $l$  platí vztah

$$M_o = \frac{Fl}{4} \quad (37)$$

Z informací získaných rešerší lze formulovat následující tvrzení: Čím vyšší hodnota ohybového momentu, tím větší zplastizovaná oblast v průřezu prutu a čím větší zplastizovaná oblast, tím menší výsledná křivost. To je možné spojit do jednoho tvrzení: Čím větší je hodnota ohybového momentu, tím menší je výsledná křivost (a naopak).



Obrázek 68: Schéma uspořádání válců [1]; upraveno

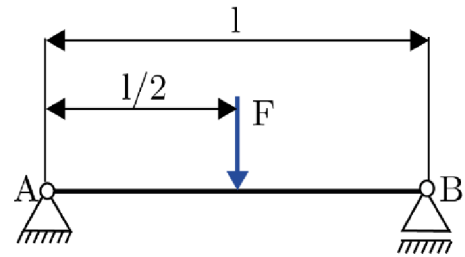
## 14 Experiment

### 14.1 Jednofaktorový experiment

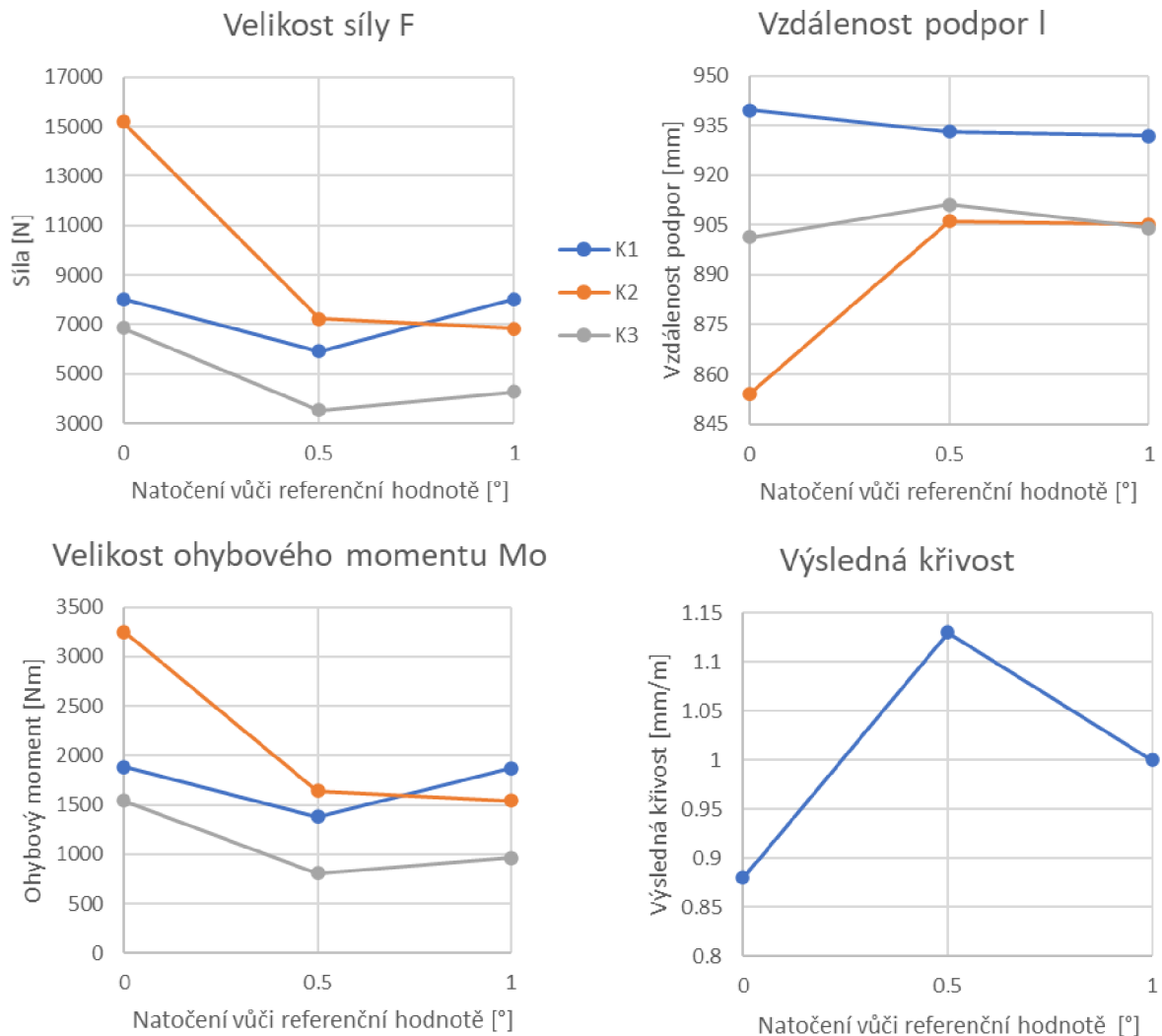
Válce byly rozděleny do následujících konfigurací s významem (podpora A, síla F, podpora B):

- K1 - (8, 3, 9)
- K2 - (5, 9, 3)
- K3 - (9, 5, 10)

Pro každou konfiguraci byly zjištěny veličiny  $F, l$  zprůměrováním přes časový interval, ve kterém se zkoumaný úsek tyče nachází pod válcem reprezentujícím sílu  $F$ . Příslušný časový interval



Obrázek 69: Uvažované schéma třibodového ohybu [48]



Obrázek 70: Veličiny  $F$  a  $l$  z numerického výpočtu a z nich spočtený ohybový moment  $M_0$ ; výsledná křivost - výřez z obr. 61 obsahující červeně označené body

je definován časovými okamžiky podle kapitoly 10.5. Vzdálenost podpor  $l$  je měřena mezi působišti silových výslednic kontaktu tyče s příslušnými válci.

Výše popsané platí pro experiment z kapitoly 14.1.1 pro interval natočení  $(0, 1)$  nazvaný přechodová oblast. Příslušné body spadající do intervalu jsou na obr. 61 označeny červenou barvou a na obr. 70 pro úplnost znovu vykresleny.

Na obr. 70 jsou vidět odečtené hodnoty sil a vzdáleností z příslušných analýz a z nich vypočtený ohybový moment. Při přechodu od natočení  $0^\circ$  k  $0,5^\circ$  je vidět výrazný pokles ohybového momentu, čemuž odpovídá nárůst hodnoty výsledné křivosti. To je v souladu s tvrzením na začátku této kapitoly.

Při přechodu od  $0,5^\circ$  k  $1^\circ$  jde vidět nárůst ohybového momentu v konfiguraci K1 o  $500 \text{ Nm}$  a v K3 o  $150 \text{ Nm}$  oproti mírnému poklesu ohybového momentu v K2 o  $100 \text{ Nm}$ . Celkově se tedy dá hovořit o nárůstu ohybového momentu, jehož důsledkem je pokles výsledné křivosti, což je v souladu s tvrzením na začátku kapitoly.

U jednofaktorového experimentu s natočením poháněcích válců se vyskytuje stejný efekt, který je pouze umocněn tím, že poháněcí válce jsou delší, a proto je vliv zkrácení vzdáleností podpor výraznější.

#### **14.1.4 Kompenzace vysoké hodnoty výsledné křivosti při maximální velikosti kontaktní plochy**

Bylo provedeno několik dalších výpočtů ve snaze dosáhnout maximální velikosti kontaktní plochy na základě informací získaných v jednofaktorových experimentech a zajistit vyrovnání tyče zvýšením přesazení průhybových válců. Provedené výpočty dokumentuje tab. 12. Výchozí analýza je označena jako výpočet 0 a koresponduje s případem B na obr. 63, v němž je dosažena největší kontaktní plocha. Natočení průhybových válců v této kapitole odpovídá referenčním hodnotám.

V prvním výpočtu je pouze změněno natočení válce 8, u kterého byla největší styková plocha dosažena až v případě C z obr. 63. K tomu bylo zvýšeno přesazení průhybových válců. Výsledná křivost se snížila dostatečně na to, aby tyč byla považována za vyrovnanou. Velikost kontaktní plochy narostla při zachování liniového kontaktu u všech válců kromě válce 8. Po kvalitativním vyhodnocení je možné konstatovat, že důvodem je změna charakteru kontaktní plochy (válce 8) z liniového na dvojbodový. Z vývoje hodnot A3 a A5

Lze vidět, že se zvýšením přesazení průhybových válců naroste kontaktní plocha. Nutno ovšem dodat, že to platí pouze při zachování liniového charakteru kontaktní plochy.

Z vývoje kontaktní plochy válce 8 lze usoudit, že zvýšení přesazení průhybových válců je příčinou kvalitativní změny kontaktní plochy ve směru jednobodový – liniový – dvojbodový kontakt. V tomto ohledu má tedy ekvivalentní vliv jako snižování hodnoty natočení válců.

Výpočet	Průhyb 3	Průhyb 5	Natočení 8	Natočení 9	Natočení 10
0	0.0	0.0	-1.0	-1.0	-1.0
1	0.5	0.5	-1.25	-1.0	-1.0
2	0.6	0.6	-0.6	-1.0	-1.0

Výpočet	VK	A3	A5	A8	A9	A10
0	1.29	5800	5200	3600	6600	4500
1	0.74	6700	6200	3500	8000	5400
2	0.88	5900	7000	4400	7100	4600

Tabulka 12: Nastavení a výsledky výpočtů provedených v kap. 14.1.4

Výsledná křivost VK uvedena v [mm/m]; Velikost kontaktní plochy A3, A5... uvedena v [mm<sup>2</sup>] a zaokrouhlena na stovky pro zvýšení přehlednosti; Nastavení uváděno v relativních hodnotách

Při další analýze, označené jako výpočet 2, byla zvýšena hodnota natočení válce 8 na  $-0.6^\circ$ . Jelikož tento krok má podle předchozí kapitoly za následek zvýšení výsledné křivosti, je pro kompenzaci zvýšena hodnota přesazení. Důsledkem je změna charakteru kontaktní plochy na válci 8 z dvojbodového na liniový, srovnání velikosti kontaktní plochy u válce 8 a 10 a zachování hodnoty výsledné křivosti pod hodnotou 1 mm/m.

Nastavení vedoucí k těmto výsledkům lze považovat za optimální, proto lze doporučit příslušnou změnu referenčních hodnot.

## 14.2 Dvoufaktorový experiment

Následně byl proveden dvoufaktorový experiment, který umožní nejenom získat odezvu systému na jednotlivé faktory, ale i porozumět jejich interakci. Za faktory byly vybrány natočení průhybových válců vůči referenční hodnotě. Návrhový prostor byl omezen na oblast, v níž má hlavní veličina kvantifikující opotřebení válců maximální hodnotu i gradient. Podle obr. 59 byly stanoveny extrémní úrovně faktorů na  $-0,5^\circ$  a  $0,5^\circ$ .

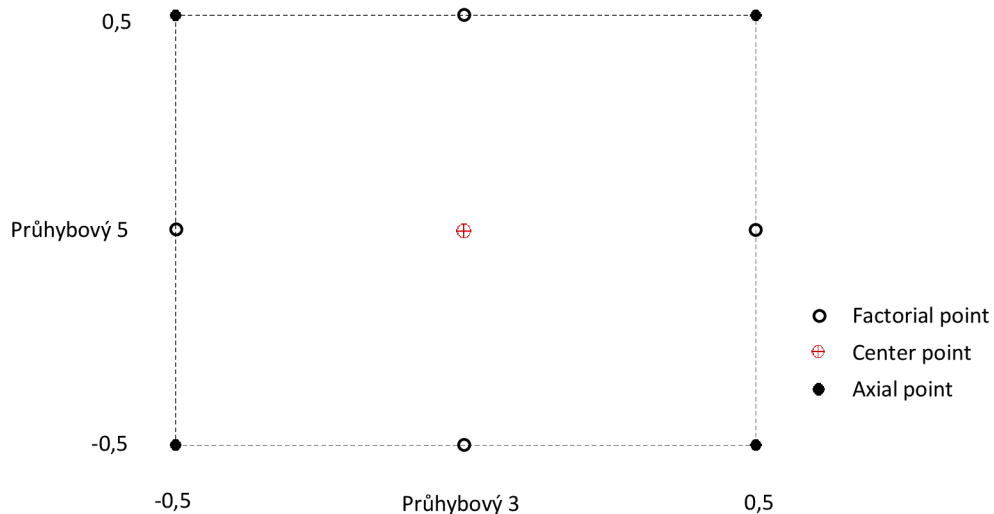
K návrhu a vyhodnocení experimentu byla zvolena jedna z metod odezvové plochy, konkrétně centrální kompozitní návrh (central composite design), z následujících důvodů [49]:

- Na základě výsledků jednofaktorového experimentu se očekává, že odezvy systému nejsou lineární, a tato metoda používá lineární regresi s polynomem stupně 2, což umožní zachytit zakřivení odezvové plochy
- Dokáže využít při sestavování návrhového prostoru již provedené realizace jednofaktorového experimentu

Tento návrh se od faktorového návrhu liší tím, že vyžaduje vyšší množství realizací, návrhový prostor tedy kromě faktorových bodů (factorial points) a centrálního bodu (center point) obsahuje ještě osové body (axial points). Osové body jsou charakteristické koeficientem  $\alpha$ , který může nabývat hodnoty

- $\alpha > 1$ , pak osové body leží vně čtverce (u třífaktorového experimentu obecně kvádru) tvořeného faktorovými body
- $\alpha < 1$ , pak osové body leží uvnitř čtverce
- $\alpha = 1$ , pak osové body leží na hranách čtverce, jak je vidět v návrhovém prostoru tohoto experimentu, který je zobrazen na obr. 71. Tento případ se nazývá „Face centered“

#### Návrh dvoufaktorového experimentu - natočení válců 3 a 5



Obrázek 71: Návrhový prostor dvoufaktorového experimentu vytvořeného metodou „central composite design“

Jak již bylo zmíněno, lineární regrese v centrálním kompozitním designu používá polynom stupně 2, což zahrnuje mimo konstantu výrazy:  $A$ ,  $B$ ,  $A^2$ ,  $B^2$ ,  $A*B$ ; kde  $A$  znamená natočení válce 3,  $B$  natočení válce 5 a  $A*B$  je člen vyjadřující interakci mezi faktory.



Statistické vyhodnocení, provedené v softwaru Minitab, se skládá z analýzy rozptylu (ANOVA – analysis of variance) a stanovení regresních parametrů.

Analýzou rozptylu se zjišťuje, které z výše zmíněných výrazů regresního polynomu mají významný vliv na odezvu systému na určité hladině významnosti  $\alpha$ . Pro tento experiment je zvolena hladina významnosti  $\alpha = 0,05$  (pokud není dále uvedeno jinak).

Při zpracování dat je použita metoda zpětné eliminace [50], ve které se provede několikrát statistické vyhodnocení a při každé iteraci se odstraní nejméně významný výraz z regresního polynomu. Iteruje se do toho okamžiku, kdy všechny výrazy v regresním polynomu mají  $p$ -hodnotu nižší, než je stanovená hladina významnosti. Tím se zaručí, že v regresním modelu budou pouze statisticky významné faktory nebo jejich kombinace.

$P$ -hodnota je porovnávací kritérium, které používají statistické softwary při testování hypotéz. Standardně se porovnává s hladinou významnosti  $\alpha$  a platí, že pokud  $p - \text{hodnota} < \alpha$ , nulová hypotéza je zamítnuta, jinak nulová hypotéza zamítnuta není. [51]

Při statistickém vyhodnocení všech sledovaných veličin, jejichž přehled je uveden v tab. 12, jsou na grafech residuí (residual plots) kontrolovány předpoklady kladené na metodu nejmenších čtverců (MNČ), která se používá k odhadu regresních koeficientů [45]:

- Náhodné chyby (residua) mají normální rozdělení
- Náhodné chyby mají konstantní a konečný rozptyl
- Náhodné chyby mají nulovou střední hodnotu

Sledované veličiny	Označení
Výsledná křivost	VK
Kont. plocha vál. 3	A3
Kont. plocha vál. 5	A5
Kont. plocha vál. 8	A8
Kont. plocha vál. 9	A9
Kont. plocha vál. 10	A10
Zbytkové nap. tah.	RS+
Zbytkové nap. tlak.	RS-

Tabulka 12: Označení sledovaných veličin

### 14.2.1 Výsledky experimentu

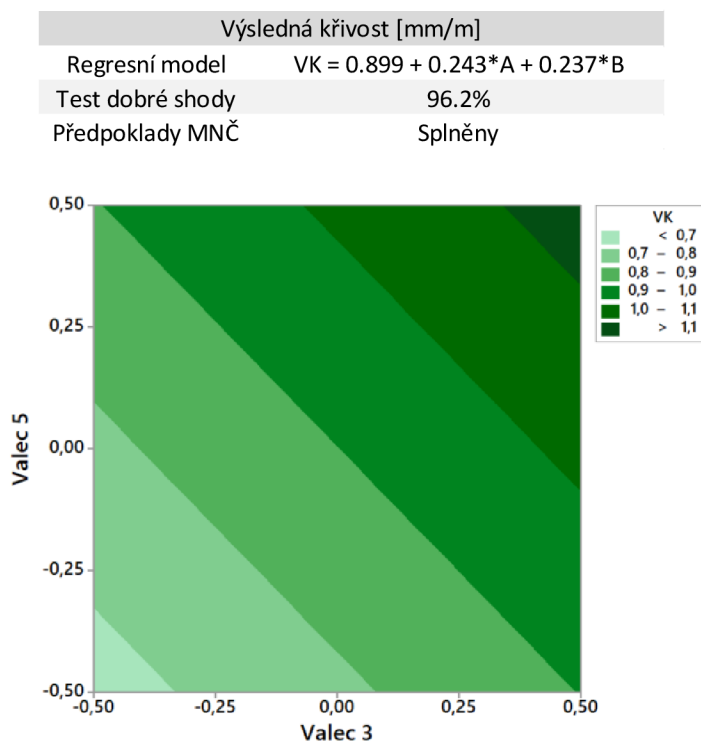
Pro každou veličinu je vždy uveden výsledný regresní model, obsahující pouze statisticky významné faktory, test dobré shody (goodness-of-fit) zpravidla označovaný jako  $R^2$ , který vyjadřuje odchylku dat od použité regresní závislosti, a ověření předpokladů pro metodu nejmenších čtverců.

Test dobré shody nabývá hodnoty v intervalu  $(0,100)$  %, přičemž 100 % znamená, že použitá regresní závislost přesně popisuje daná data.

Tabulky a obrázky nejsou v této kapitole označeny číslem ani popiskem.

#### 14.2.1.1 Výsledky experimentu – výsledná křivost

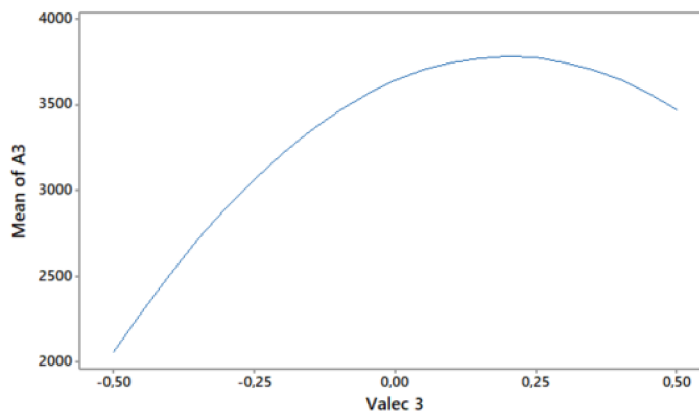
Statisticky významně ovlivňují výslednou křivost oba zvolené faktory shodnou měrou. Použitý regresní model velmi dobře popisuje získaná data.



14.2.1.2 Výsledky experimentu – kontaktní plocha válce 3

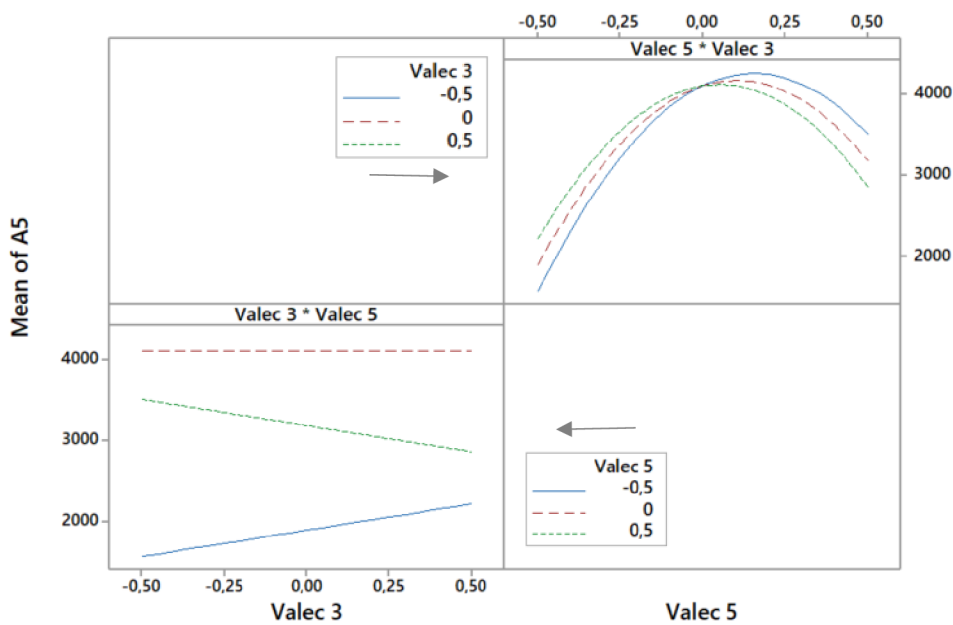
Z regresního modelu lze vidět, že natočení válce 5 nemá statisticky významný vliv na velikost kontaktní plochy válce 3.

Kontaktní plocha válce 3 [mm <sup>2</sup> ]	
Regresní model	$A_3 = 3645 + 1415 \cdot A - 3493 \cdot A^2$
Test dobré shody	92.1%
Předpoklady MNČ	Splněny



14.2.1.3 Výsledky experimentu – kontaktní plocha válce 5

Kontaktní plocha válce 5 [mm <sup>2</sup> ]	
Regresní model	$A_5 = 4111 + 646 \cdot B - 1566 \cdot B^2 - 325 \cdot A \cdot B$
Test dobré shody	97.3%
Předpoklady MNČ	Splněny



Jelikož v tomto případě je významný i vliv interakce faktorů, jsou výsledky vykresleny v tzv. matici interakcí. V příslušném políčku matice je vždy vykreslen vliv jednoho faktoru na odezvu při konstantní hodnotě druhého faktoru.

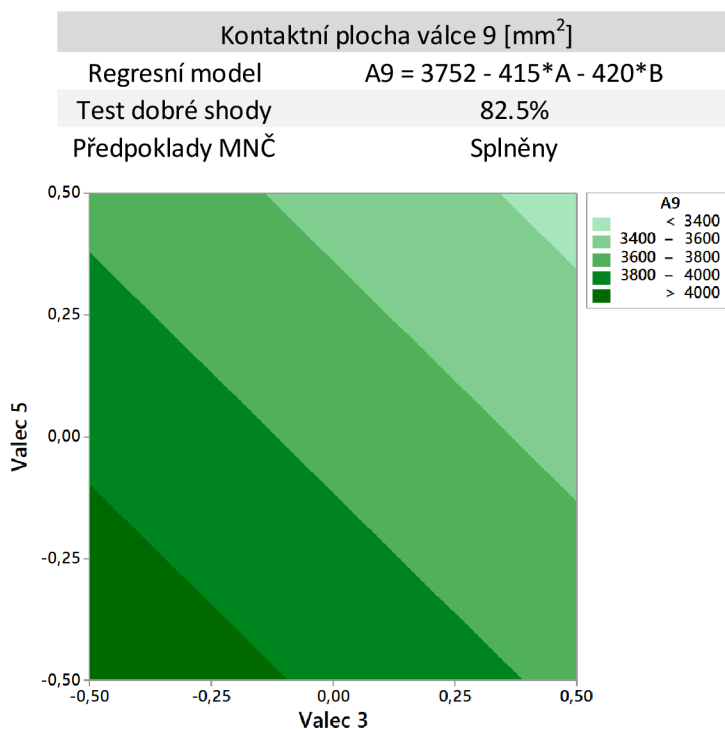
#### 14.2.1.4 Výsledky experimentu – kontaktní plocha válce 8

Velikost kontaktní plochy válce 8 je závislá pouze na natočení válce 3 a to lineárně, jak jde vidět z výsledného regresního modelu, který poměrně dobře přiléhá k získaným datům.

Kontaktní plocha válce 8 [mm <sup>2</sup> ]	
Regresní model	$A8 = 2138 - 307 \cdot A$
Test dobré shody	87.3%
Předpoklady MNČ	Splněny

#### 14.2.1.5 Výsledky experimentu – kontaktní plocha válce 9

Kontaktní plochu válce 9 ovlivňují oba faktory lineárně, stejnou měrou. Odezvová plocha je poměrně dobře proložena získanými daty.



## 14.2.1.5 Výsledky experimentu – kontaktní plocha válce 10

Kontaktní plocha válce 10 závisí lineárně na natočení válce 5.

U výsledného regresního modelu je poměrně nízká hodnota testu dobré shody, tedy data jsou kolem regresní závislosti rozptýlena. Ovšem ani při zvýšení hladiny významnosti v metodě zpětné eliminace z 0.05 na 0.1 nebyl nalezen model, který by lépe popsala získaná data.

Kontaktní plocha válce 10 [mm <sup>2</sup> ]	
Regresní model	$A_{10} = 1786 - 164 \cdot B$
Test dobré shody	52.3%
Předpoklady MNČ	Splněny

## 14.2.2 Diskuse výsledků experimentu

U většiny sledovaných veličin byly nalezeny regresní modely, které obsahují všechny významné faktory nebo jejich kombinace na hladině významnosti  $\alpha = 0.05$  a testy dobré shody dosahují vysokých hodnot. Pouze u jedné veličiny není použitý regresní model příliš vhodný, ovšem lepší nebyl v rámci experimentu nalezen.

Pro velikost kontaktní plochy se dá obecně říci, že změna v natočení průhybového válce ovlivní velikost kontaktní plochy (kromě sebe) pouze u sousedních poháněcích válců – např. při změně natočení válce 3 došlo ke změně velikosti kontaktní plochy u válců 8 a 9, tedy válců sousedních. Válec 10 ovšem nebyl touto změnou neovlivněn.

Pro velikost kontaktní plochy válce 3 nebyla zjištěna interakce natočení válce 3 a 5 – tedy natočení válce 5 nemá vliv na velikost kontaktní plochy válce 3, ovšem v opačném případě statisticky významná interakce zjištěna byla. Vysvětlení tohoto jevu se nabízí v tom, že válec 5 leží ve směru toku materiálu až za válcem 3. Tedy pokud se pod válcem 3 tyč dostatečně nevyrovná, přebírá částečně funkci válce 5 a naopak. Ovšem změníme-li natočení válce 5 a tyč se dostatečně nevyrovná, pod válcem 3 již neprojde, a proto ho neovlivní.

Zjištěnou interakci lze chápat následovně: Pokud je válec 5 natočen na hodnotu  $0,5^\circ$  vůči referenční hodnotě, je stykový útvar liniový. Při snižování natočení válce 3 je rovná tyč více dotlačována na válec 5 a dochází k prodlužování liniového kontaktu a velikost kontaktní plochy roste. Ovšem pokud je válec 5 natočen na hodnotu  $-0,5^\circ$ , stykový útvar je dvojbodový a při snižování natočení válce 3 je tyč více dotlačována na válec 5, čímž se body styku posouvají k okrajům válce a velikost kontaktní plochy se zmenšuje.

Co se týče výsledné křivosti, pak experiment ukázal, že v návrhovém prostoru se na její hodnotě podílí natočení obou válců stejnou měrou

## 15 Zobecnující závěry

- Při nižších hodnotách úhlu natočení válců je styková plocha dvojbodová na krajích válce a při zvyšování hodnoty natočení přechází kontakt přes liniový na jednobodový.
- Závislost velikosti stykové plochy na natočení válců je křivka s jedním extrémem, konkrétně maximem, při kterém je kontaktní plocha liniového charakteru.
- Velikost stykové plochy mezi dvojbodovým a liniovým kontaktem se mění skokově, mezi liniovým a jednobodovým pozvolně.
- Kromě válce 9, který se nachází uprostřed rovnacího stroje, je rozložení kontaktního tlaku na válcích vždy posunuté od středu daného válce směrem ke středu rovnacího stroje, kvůli čemuž je opotřebení válců nerovnoměrné.
- Kromě natočení válců a přesazení průhybových válců ovlivňuje hodnotu výsledné křivosti ještě poloha stykového útvaru a z ní plynoucí poloha silové výslednice v kontaktu, kterou je možné interpretovat jako vzdálenost podpor při třibodovém ohybu.
- Natočení válce ovlivňuje více stykovou plochu válců, které se nacházejí za daným válcem ve směru toku materiálu než před ním a míra ovlivnění slábne se vzdáleností válců.
- Existuje horní mez pro natočení válců, nad kterou již nemá tato veličina vliv na výslednou křivost ani velikost kontaktní plochy.
- Nejzatíženějším válcem je válec 9 (prostřední poháněcí), na který z obou stran působí shodnou měrou (při stejných hodnotách přesazení) sousední průhybové válce.
- Snižování hodnoty natočení určitého válce má za následek následující změny velikosti kontaktní plochy okolních válců
  - V případě bodového styku sousedního válce se kontaktní plocha zvětšuje
  - V případě liniového styku se kontaktní plocha zvětšuje do určité meze, po jejímž překročení se začne zmenšovat
  - V případě dvojbodového styku se kontaktní plocha zmenšuje
- Zvýšení hodnoty přesazení průhybových válců má stejný vliv na charakter kontaktní plochy jako snižování hodnoty jejich natočení.

## 16 Závěr

Na počátku práce byla provedená rozsáhlá rešerše pro zjištění současného stavu poznání a hlubší porozumění řešené problematice. Byla rozdělena na dvě stěžejní části. V první části byly zkoumány již provedené práce zabývající se výpočtovým modelováním procesu rovnání včetně diplomových prací zpracovaných na ÚMTMB. Druhá část se zabývala rovnicí stroje, jejich konfiguracemi, válci a mechanismem rovnání, jehož rozbor vedl k důkladnému studiu teorie ohybu a modelování plasticity.

Na základě rešerše a systémové metodologie byla provedena analýza řešeného problému z hlediska dynamičnosti, stochastičnosti, možnosti výskytu deterministického chaosu apod., byly identifikovány veličiny podstatné z hlediska řešení problému a byl sestaven systém podstatných veličin, na jehož základě byla zvolena metoda řešení problému. Problém byl řešen v komerčním prostředí Abaqus, které umožňuje efektivní aplikaci explicitní formulace MKP. Pro zpracování výsledků bylo zvoleno prostředí Minitab a metoda plánování experimentů.

Byl vyvinut výpočtový model, který umožňuje snadno simulovat proces rovnání desetiválcové rovnačky společnosti ŽĐAS pro různé materiálové vlastnosti tyče, natočení válců, přesazení průhybových válců, rozteče mezi válci, velikosti prvků a škálování hmotnosti. S menšími zásahy do kódu lze dále provádět simulace pro různé průměry tyče, počáteční křivosti, či různý počet a geometrii válců. Při vývoji bylo nutné překonat několik komplikací jako např. vypadnutí tyče z válců, její rozkmitání, ukroucení apod. Model byl vyvíjen s ohledem na minimalizaci ovlivnění výsledků vlivem např. hourglassingu, škálování hmotnosti, konečnoprvkové sítě apod. za současné minimalizace výpočtového času. Představený výpočtový model byl verifikován několika testy nalezenými v literatuře s použitím rovnic tabulek výrobce. Model nebylo možné z finančních důvodů validovat.

Nakonec bylo provedeno několik experimentů, ve kterých byl výpočtově kvantifikován vliv konfigurace rovnačného stroje, konkrétně vliv natočení válců, na výsledky procesu rovnání, konkrétně na velikost a charakter stykové plochy související s opotřebením válců a výslednou křivost. Byly formulovány zobecňující závěry plynoucí z informací získaných v práci a byla doporučena optimální konfigurace rovnačného stroje pro určitou hodnotu průměru a meze kluzu tyče.

## 17 Literatura

- [1] NÁVRAT, Tomáš. *Nový přístup k výpočtové simulaci procesu rovnání dlouhých vývalků: Novel approach to computational simulation of straightening long bars*. Brno: VUTIUM, 2015. ISBN 978-80-214-5257-2.
- [2] *Ferona: VELKOOBCHOD HUTNÍM MATERIÁLEM* [online]. 2017 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <https://online.ferona.cz/detail/25302/tyc-ocelova-kruhova-valcovana-za-tepla-csn-42-5510-11-a-normalni-presnost-prumer-70>
- [3] YOUCAI, Zhao. *Pollution control and resource recovery: industrial construction and demolition wastes*. Amsterdam: Elsevier, [2017]. ISBN 978-0-12-811754-5.
- [4] HE, Yunze. *Transient electromagnetic-thermal nondestructive testing: pulsed eddy current and transient eddy current thermography*. Oxford, United Kingdom: Elsevier; National Defense Industry Press, [2017]. ISBN 978-0-12-812787-2.
- [5] DOHNAL, Gejza. *Úvod do navrhování a analýzy průmyslových experimentů*. Praha: Ústav technické matematiky Fakulty strojní ČVUT v Praze, 2014.
- [6] *Minitab: Support* [online]. [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/doe/how-to/factorial/analyze-factorial-design/interpret-the-results/all-statistics-and-graphs/effects-plots>
- [7] *LS-DYNA: Support* [online]. [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <https://www.dynasupport.com/howtos/element/hourglass>
- [8] Abaqus Analysis User's Guide: 26.1.1 Material damping. *Abaqus 6.13* [online]. 2013 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/books/usb/default.htm?startat=pt05ch26s01abm51.html>
- [9] DHONDT, Guido. *CalculiX: USER'S MANUAL*. MIT: *Massachusetts Institute of Technology* [online]. 2014 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: [http://web.mit.edu/calculix\\_v2.7/CalculiX/ccx\\_2.7/doc/ccx/node25.html](http://web.mit.edu/calculix_v2.7/CalculiX/ccx_2.7/doc/ccx/node25.html)
- [10] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. Vysoké učení technické v Brně Fakulta strojního inženýrství Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>
- [11] ABAQUS Theory Manual: 3.2 Continuum elements. *ABAQUS: Version 6.5 Documentation* [online]. 2004 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.5/books/stm/ch03s02.html>
- [12] Getting Started with ABAQUS/Explicit: Keywords Version: 4.3 Example: hourglassing in a rubber block. *ABAQUS: Version 6.5 Documentation* [online]. 2004 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z:



<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.5/books/gsx/default.htm?startat=ch04s03.html>

[13] TYRRELL, Richard J. Getting Bodies into Contact - the Despair and Joy. *Advanced Analysis Ltd: Engineering Problem Solving through Simulation* [online]. 2011 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: [https://advancedanalysis.co.uk/AAL/Web\\_Files/docs/AAL-Getting%20Bodies%20into%20Contact%20-%20the%20Despair%20and%20Joy.pdf](https://advancedanalysis.co.uk/AAL/Web_Files/docs/AAL-Getting%20Bodies%20into%20Contact%20-%20the%20Despair%20and%20Joy.pdf)

[14] Abaqus Analysis User's Guide: 1.1.1 Introduction: general. *Abaqus 6.13* [online]. 2013 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/books/usb/default.htm?startat=pt01ch01s01abo01.html>

[15] HLUŠKA, Milan. *Využití rychlého algoritmu kosoúhlého rovnání k optimalizaci procesu rovnání pomocí neuronových sítí* [online]. Brno, 2020 [cit. 2020-02-05]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125114>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Tomáš Návrat.

[16] BELHADJ AHMED, Abdelwahed, Cyrille BAUDOUIN, Stéphane LELEU, Régis BIGOT a Pascal SECORDEL. Methodology to Straighten the End Parts of Long Workpieces. *Key Engineering Materials* [online]. 2013, **554-557**, 328-336 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.554-557.328. ISSN 1662-9795. Dostupné z: <https://www.scientific.net/KEM.554-557.328>

[17] KATO, Masakazu, Atsushi HASEGAWA, Shoji SUGYO, Hiroshi NAKAMURA, Masanori KOBAYASHI a Yoshio MORIMOTO. Straightening Technology of Round Bars Using 2-roll Rotary Straightener. *Procedia Engineering* [online]. 2014, **81**, 233-238 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1016/j.proeng.2014.09.156. ISSN 18777058. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877705814012570>

[18] WU, B.J., L.C. CHAN, T.C. LEE a L.W. AO. A study on the precision modeling of the bars produced in two cross-roll straightening. *Journal of Materials Processing Technology* [online]. 2000, **99**(1-3), 202-206 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1016/S0924-0136(99)00421-5. ISSN 09240136. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0924013699004215>

[19] A. Mutrux, and B. Berisha, "Numerical modelling of cross roll straightening," in Proc. 7. LS-Dyna Anwederforum, Bamberg, 2008.

[20] A. Mutrux, and B. Berisha, "FE Simulation of cross roll straightening: a submodel approach," in Proc. X International Conference on Computational Plasticity, edited by E. Ōnate, and D. Owen, Barcelona, 2009

[21] MUTRUX, A., B. BERISHA, P. HORA, F. BARLAT, Y. H. MOON a M. G. LEE. *FE Simulation of Cross Roll Straightening: a Strain Tensor Field Approach* [online]. In: 2010, s. 941-948 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1063/1.3457658. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.3457658>

- [22] PETRUŠKA, Jindřich, Tomáš NÁVRAT a František ŠEBEK. Novel approach to computational simulation of cross roll straightening of bars. *Journal of Materials Processing Technology* [online]. 2016, **233**, 53-67 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2016.02.004. ISSN 09240136. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0924013616300371>
- [23] NASTRAN, M. a K. KUZMAN. Stabilisation of mechanical properties of the wire by roller straightening. *Journal of Materials Processing Technology* [online]. 2002, **125-126**, 711-719 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1016/S0924-0136(02)00316-3. ISSN 09240136. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0924013602003163>
- [24] KAISER, Robert, Thomas HATZENBICHLER, Bruno BUCHMAYR a Thomas ANTRETTTER. Simulation of the Roller Straightening Process with Respect to Residual Stresses and the Curvature Trend. *Materials Science Forum* [online]. 2013, **768-769**, 456-463 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.768-769.456. ISSN 1662-9752. Dostupné z: <https://www.scientific.net/MSF.768-769.456>
- [25] ŠTOURAC, V. Výpočtová analýza kosoúhlého rovnání tyčí. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 65 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
- [26] BENEŠOVSKÝ, M. Výpočtová simulace kosoúhlého rovnání tyčí. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 105 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
- [27] MEŇHERT, Samuel. Vliv modelu zpevnění na výsledky simulace kosoúhlého rovnání. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2019. 62s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, Csc.
- [28] TOKUNAGA, Haruo. On the Roller Straightener: 2nd Report, Straightening of Round Bars, Pipe and Tubings. *Bulletin of JSME* [online]. 1961, **4(15)**, 605-611 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1299/jsme1958.4.605. ISSN 1881-1426. Dostupné z: <http://joi.jlc.jst.go.jp/JST.Journalarchive/jsme1958/4.605?from=CrossRef>
- [29] MARCINIAK, Zdisław. *Teorie tváření plechů*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964.
- [30] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-x.
- [31] HENDRYCH, Martin. *Technická mechanika: Pružnost a pevnost, Průřezové veličiny v ohybu 17* [online]. [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <https://www.slideserve.com/paulina-dante/pru-nost-a-pevnost-pr-ezov-veli-iny-v-ohybu-17>
- [32] DAS TALUKDER, N. K. a A. N. SINGH. Mechanics of Bar Straightening, Part 2: Straightening in Cross-Roll Straighteners. *Journal of Engineering for Industry* [online]. 1991, **113(2)**, 228-232 [cit. 2020-04-14]. DOI: 10.1115/1.2899683. ISSN 0022-0817. Dostupné z:

<https://asmedigitalcollection.asme.org/manufacturingscience/article/113/2/228/454918/Mechanics-of-Bar-Straightening-Part-2>

- [33] PEŠINA, Eugen. *Základy užití teorie plasticity*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury; Slovenské vydavateľ'stvo technickej literatúry, 1966, 184 s
- [34] Chaboche, J. L., Dang-Van, K. Cordier, G. "Modelization of strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel" In: Transactions of the 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Berlin, No. Div L in 11/3, 1979
- [35] PETRUŠKA, Jindřich. *Inovace výuky nelineární mechaniky těles ve vybraných předmětech studia strojního inženýrství: MKP v nelineárních úlohách mechaniky těles* [online]. 2009 [cit. 2020-04-15]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/Nelinearni%20ulohy%20mechaniky%20v%20MKP/RNK.zip>
- [36] HANSON, Roger Sandberg. *Solutions of two plasticity problems by the deformation and incremental theories*. 1958. Dissertation. Iowa State College.
- [37] JENÍK, I. *Identifikace parametrů elasto-plastických modelů materiálu z experimentálních dat*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 87 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Kubík
- [38] BURŠA, Jiří. *Konstitutivní modely materiálů: Přednášky pro magisterský předmět RK0* [online]. [cit. 2020-04-15]. Dostupné z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [39] *ANSYS Help: 4.4.3.2.1. Bilinear Kinematic Hardening* [online]. [cit. 2020-04-15]. Dostupné z: [https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v201/en/ans\\_mat/amp8sq21ldm.html%23bkin](https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v201/en/ans_mat/amp8sq21ldm.html%23bkin)
- [40] LENFELD, Petr. Technologie II: 8. technologie plošného tváření - Rovnání. *Katedra tváření kovů a plastů: Skripta* [online]. [cit. 2020-04-15]. Dostupné z: [http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/skripta\\_tkp/sekce/08.htm](http://www.ksp.tul.cz/cz/kpt/obsah/vyuka/skripta_tkp/sekce/08.htm)
- [41] TOKUNAGA, Haruo. On the Roller Straightener: (Report 1, Straightening of Sections). *Bulletin of JSME* [online]. 1960, **3**(12), 572-579 [cit. 2020-04-15]. DOI: 10.1299/jsme1958.3.572. ISSN 1881-1426. Dostupné z: <http://joi.jlc.jst.go.jp/JST.Journalarchive/jsme1958/3.572?from=CrossRef>
- [42] DAS TALUKDER, N.K., A.N. SINGH a W. JOHNSON. Cross-roll straighteners and their performance. *Journal of Materials Processing Technology* [online]. 1990, **21**(1), 101-109 [cit. 2020-04-15]. DOI: 10.1016/0924-0136(90)90033-Q. ISSN 09240136. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/092401369090033Q>
- [43] DAS TALUKDER, N. K. a A. N. SINGH. Mechanics of Bar Straightening, Part 1: General Analysis of Straightening Process. *Journal of Engineering for Industry* [online]. 1991, **113**(2), 224-227 [cit. 2020-04-15]. DOI: 10.1115/1.2899682. ISSN 0022-0817. Dostupné z:

<https://asmedigitalcollection.asme.org/manufacturingscience/article/113/2/224/454909/Mechanics-of-Bar-Straightening-Part-1-General>

[44] BOUFFIOUX, Chantal, Romain BOMAN, Nicolas CAILLET, Nicolas RICH, Jean Philippe PONTHOT a Anne Marie HABRAKEN. Effect of the Kinematic Hardening in the Simulations of the Straightening of Long Rolled Profiles. *Key Engineering Materials* [online]. 2014, **611-612**, 178-185 [cit. 2020-04-15]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.611-612.178. ISSN 1662-9795. Dostupné z: <https://www.scientific.net/KEM.611-612.178>

[45] JANÍČEK, Přemysl. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014. ISBN 978-80-7204-887-8.

[46] Abaqus Analysis User's Guide: 35.3.2 Coupling constraints. *Abaqus 6.13* [online]. 2013 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/books/usb/default.htm?startat=pt08ch35s03aus133.html#usb-cni-pcoupling>

[47] Abaqus Analysis User's Guide: 31.1.5 Connection-type library. *Abaqus 6.13* [online]. 2013 [cit. 2020-04-14]. Dostupné z: <http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/books/usb/default.htm?startat=pt06ch31s01aus114.html#usb-elm-econnector-axial>

[48] BOLCEK, Jan. Posouzení přesnosti Žuravského vztahu pro smyková napětí u vybraných tvarů nosníků [online]. Brno, 2019 [cit. 2019-05-23]. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/116931>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce: prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

[49] *Minitab 18 Support: Response surface* [online]. 2019 [cit. 2020-06-06]. Dostupné z: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/doe/supporting-topics/response-surface-designs/response-surface-central-composite-and-box-behnken-designs/>

[50] *Minitab 18 Support: Backward elimination* [online]. 2019 [cit. 2020-06-06]. Dostupné z: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/doe/how-to/mixtures/analyze-mixture-design/perform-the-analysis/specify-the-term-options-for-backward-elimination/>

[51] *Minitab 18 Support: p-value* [online]. 2019 [cit. 2020-06-06]. Dostupné z: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/basics/example-of-getting-and-interpreting-a-p-value/>

[52] *The Minitab Blog: Regression Analysis* [online]. 2013 [cit. 2020-06-06]. Dostupné z: <https://blog.minitab.com/blog/adventures-in-statistics-2/regression-analysis-how-do-i-interpret-r-squared-and-assess-the-goodness-of-fit>

[53] LEINVEBER, Jan, Jaroslav ŘASA a Pavel VÁVRA. *Strojnické tabulky*. 3., dopl. vyd., dot. Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-7183-164