

Univerzita Hradec Králové
Přírodovědecká fakulta
Katedra matematiky

Badatelsky orientovaná výuka matematiky
na 1. stupni ZŠ

Diplomová práce

Autor: Martina, Nedělová
Studijní program: M7503 / Učitelství pro základní školy (1. stupeň)
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D.



Zadání diplomové práce

Autor: Martina Nedělová

Studium: P14P0916

Studijní program: M7503 Učitelství pro základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Název diplomové práce: **Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ**

Název diplomové práce AJ: Inquiry-based mathematics education in primary school

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Diplomová práce se zabývá badatelsky orientovanou výukou v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ. Cílem práce je na základě studia dostupné odborné didaktické literatury a dalších didaktických a podpůrných materiálů analyzovat fáze badatelsky orientované výuky, posoudit roli žáka a roli učitele v ní a studovat možnosti jejího využití v matematice. Za tímto účelem je vypracován soubor příprav na vyučování matematiky, vedené touto formou. Přípravy jsou experimentálně ověřeny ve školní praxi a na základě reflexe navržena jejich alterace.

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. (2015) Dítě, škola a matematika. Praha: Portál. Rendl, M., Vondrová, N. a kol. (2013) Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: Univerzita Karlova - PedF. Rendl, M., Vondrová, N. a kol. (2015) Kritická místa matematiky na základní škole v řešení žáků. Praha: Karolinum. Cachová, J., Coufalová, J., Hošpesová, A., Krátká, M., Vondrová, N. (2015). Mezinárodní šetření TALIS 2013. Zkušenosti s využitím inovativní metody vzdělávání učitelů matematiky. Praha: Česká školní inspekce. DOSTÁL, Jiří. (2015) Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. ISBN 978-80-244-4393-5. Samková, L., Hošpesová, A., Roubíček, F., Tichá, M. Badatelsky orientované vyučování matematice. Scientia in educatione, 2015. 91?122. Dostupné z <http://www.scied.cz/index.php/scied/article/viewFile/154/145>

Garantující pracoviště: Katedra matematiky,
Přírodovědecká fakulta

Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D.

Oponent: Mgr. Lukáš Vízek, Ph.D.

Datum zadání závěrečné práce: 30.11.2017

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne

Poděkování

Ráda bych na tomto místě poděkovala PhDr. Janě Cachové, Ph.D. za vedení práce, trpělivost, ochotnou snahu pomoci, vstřícný přístup a podnětné rady.

Anotace

NEDĚLOVÁ, M. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ*. Hradec Králové, 2019. Diplomová práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí práce: PhDr. Jana Cachová, Ph.D. 88 s.

Diplomová práce se zabývá badatelsky orientovanou výukou a jejím zařazením do hodin matematiky na 1. stupni základní školy. Cílem práce je na základě studia dostupné odborné didaktické literatury a dalších didaktických a podpůrných materiálů popsat úroveň bádání, analyzovat fáze badatelsky orientované výuky, posoudit roli žáka a roli učitele v ní, shrnout výhody a nevýhody a studovat možnosti jejího využití v matematice. Za tímto účelem je vypracován soubor příprav na vyučování matematiky na 1. stupni, vedené touto formou. Přípravy jsou experimentálně ověřeny ve školní praxi a na základě reflexe navržena jejich alterace.

Klíčová slova: badatelsky orientovaná výuka, bádání, matematika, konstruktivistický přístup, 1. stupeň ZŠ.

Annotation

NEDĚLOVÁ, M. *Inquiry-based mathematics education in primary school*. Hradec Králové, 2019. Diploma Thesis at the Faculty of Natural Sciences, University Hradec Králové. Supervisor: PhDr. Jana Cachová, Ph.D. 88 p.

This diploma thesis is focused on inquiry-based mathematics education in primary school. The aim of the thesis is to analyse the phases of inquiry-based education, characterize the role of the teacher and the student, sum up the advantages and disadvantages and determine its usage in the Mathematics. All these parts are based on available didactic literature. There is also a set of lesson plans developed for inquiry-based teaching of Mathematics. There are suggested alternations of the lesson plans according to the reflection of its testing during practise.

Keywords: inquiry-based mathematics education, inquiry, mathematics, constructivist concept, primary school.

Obsah

Obsah	7
Úvod.....	9
1 Teoretická část	10
1.1 Badatelsky orientovaná výuka	10
1.1.1 Charakteristika	10
1.1.2 Stav v České republice.....	11
1.1.3 Úrovně bádání.....	12
1.1.4 Fáze bádání	14
1.1.5 Role učitele a žáka	16
1.1.6 Výhody a nevýhody BOV.....	18
1.2 Badatelsky orientovaná výuka v matematice.....	20
1.2.1 Specifika BOV matematiky	21
1.2.2 Znaky BOV matematiky	22
1.2.3 Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání a BOV	23
1.3 Projekty	24
1.3.1 Projekt FIBONACCI	24
1.3.2 Projekt Primas.....	26
1.3.3 Projekt MaSciL	26
1.3.4 Projekt ASSIST-ME	27
2 Praktická část	28
2.1 Náměty na BOV	28
2.1.1 Matematické ráno	30
2.1.2 Bonbóny.....	32
2.1.3 Pentomino	34
2.1.4 Výlet.....	36
2.1.5 Hrátky s čísly	38
2.1.6 Jídelníček	40
2.1.7 Byt.....	42
2.1.8 Geometrické akvárium.....	44
2.2 Realizace BOV	46
2.2.1 Charakteristika školy A	46
2.2.2 Charakteristika školy B.....	46

2.2.3	Reflexe	47
3	Diskuze	62
	Závěr	65
	Seznam použité literatury	66
	Seznam obrázků.....	69
	Seznam příloh	70

Úvod

Aktuálním trendem školství je snaha o zkvalitnění a zvýšení efektivity výuky. Mezi metody, které na uvedený trend reagují, patří i badatelsky orientovaná výuka (BOV), která je předmětem této diplomové práce.

Badatelsky orientovaná výuka je založená na konstruktivistickém přístupu. Žák zažívá proces bádání, při kterém je veden k aktivnímu porozumění, pochopení a řešení problému. Celé pojetí výuky tedy vychází z předpokladu, že aktivní a zaujatý žák si z hodin odnese více trvalých informací.

Toto téma jsem si vybrala především proto, abych zjistila, do jaké míry je možné badatelsky orientovanou výuku začlenit na 1. stupeň základní školy. V průběhu praxí jsem se setkala s žáky, kteří nedokázali vyřešit jednoduché úkoly, protože se nad nimi nezamysleli. Snažili se na úlohy aplikovat známé postupy, ale pokud byl výsledek nesmyslný, nepozastavili se nad ním. BOV se jeví jako postup, který vyžaduje logický úsudek a schopnost řešit problémy. Proto se domnívám, že výuka je pro žáky náročná, ale nese s sebou i velké množství výhod.

Diplomová práce je rozčleněna na dvě části – teoretickou a praktickou. Teoretická část obsahuje charakteristiku BOV, která je zpracována na základě studia dostupné odborné literatury a dalších podpůrných materiálů.

V české literatuře nalezneme řadu publikací, které se zaměřují na badatelsky orientovanou výuku. Z nich se však minimum zabývá bádáním v oblasti matematiky. Z tohoto důvodu je jeden z cílů práce charakterizovat specifické znaky badatelsky orientované výuky matematiky, které jsou souhrnem informací jak z českých zdrojů, tak i z cizojazyčných. Dalším cílem je provést stručnou charakteristiku existujících projektů, které se zaměřují na bádání v matematice, a to s ohledem na využití v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ.

Cílem praktické části je vytvoření vzorových příprav pro BOV matematiky na 1. stupni. Současně si práce klade za cíl navržené přípravy ověřit ve vybraných základních školách a na základě účinnosti je upravit do finální podoby. Součástí praktické části je i soubor pracovních listů k jednotlivým hodinám, který je uveden v přílohách.

1 Teoretická část

1.1 Badatelsky orientovaná výuka

Badatelsky orientovaná výuka (BOV) je překladem termínu *inquiry-based education*. V české literatuře můžeme narazit i na pojmy jako je *badatelsky orientované učení*, *badatelsky orientované vyučování* a *badatelsky orientované vzdělávání*. V přírodovědných oborech se pak používá zkratka IBSE (*inquiry-based science education*).

1.1.1 Charakteristika

Hlavním východiskem pro badatelsky orientovanou výuku je konstruktivistický přístup. Učitel učivo nepředává výkladem v hotové podobě, ale znalosti se vytváří cestou řešení problémů a systémem kladených otázek. (Dostál, 2015b, s. 23)

Klíčovou aktivitou badatelsky orientovaného vyučování je inquiry, což je v tomto kontextu překládáno jako bádání. (Samková, 2015, s. 92) Dostál (2015b, s. 21) definuje bádání žáka jako „*aktivní činnost jedince zaměřenou na samostatné a nezprostředkované poznávání skutečnosti*“. Stuchlíková (2010, s. 129) termín inquiry popisuje jako zkoumání, hledání pravdy nebo pátrání.

Co všechno tedy zahrnuje badatelsky orientovaná výuka? Na tuto otázku nelze lehce odpovědět. Po provedení analýzy jednotlivých definic můžeme sledovat dva odlišné přístupy autorů. První z nich inklinuje ke spojení BOV s problémovou výukou, kdy hlavní podstatou je řešení problémů. (Dostál, 2015b, s. 34)

Druhá skupina chápe badatelsky orientovanou výuku jako proces, kde je důležité řešení problémů, avšak jedná se o mnohem širší chápání přesahující problémovou výuku a mající odlišné cíle. (Dostál 2015b, s. 35) Jako příklad uvádím některá vymezení spadající do širšího chápání pojmu:

„BOV představuje výukový postup založený na vlastním zkoumání, při kterém se uplatňuje řada aktivizujících metod. Jednoduše řečeno, jedná se o proces diagnózy problému, experimentování, rozpoznávání alternativ, plánování výzkumu, stanovení a ověřování hypotéz, vyhledávání informací, tvorby modelů, diskuze s kolegy a argumentace. Badatelský způsob výuky poskytuje žákům příležitost pracovat s různým materiálem a nástroji, spoléhat na své předchozí

vědomosti, zlepšit ovládání vědeckých metod a poznat jejich silnou a slabou stránku.“ (Čtrnáctová a Čížková, 2010, s. 141)

„Badatelsky orientovaná výuka je činnost učitele a žáka zaměřená na rozvoj vědomostí, dovedností a postojů žáka na základě aktivního a relativně samostatného poznávání skutečnosti, kterou se sám učí objevovat a objevuje.“
(Dostál 2015b, s. 54)

Artigue a Blomhøj (2013, s. 797) vymezují badatelsky orientovanou výuku jako styl vyučování, při kterém žáci pracují způsobem obvyklým pro vědce. Samková (2011, s. 337) uvádí, že *„badatelsky orientovaná výuka je výuka inspirovaná bádáním a badatelskými postupy“*.

Je třeba zmínit, že koncept konstruktivistického přístupu ke vzdělání využívaný v BOV není nový. Tento přístup k výuce využívá mnoho osvědčeného z dalších pedagogických metod – projektové metody, problémové metody nebo aktivizující metody obecně. (Šulová, 2017, s. 9) Proto někteří mohou nahlížet na BOV jako na trend, který aktivuje nový směr vzdělávání. Naopak se objevuje i názor, že tato výuka nepřináší nic nového a jde jen o moderní formulaci toho, co už známe.

Já osobně chápu badatelsky orientovanou výuku tak, že shrnuje známé pedagogické metody, které se osvědčily jako efektivní v procesu vzdělávání. Zároveň tyto metody dává do jiných souvislostí a vytváří tak nový komplexní výukový postup.

1.1.2 Stav v České republice

Pojem badatelsky orientovaná výuka se v českém školství neobjevuje příliš dlouho. V roce 2010 upozorňuje Papáček (2010a, s. 41), že i přes zájem skupiny autorů o tento směr výuky se pojem badatelsky orientovaná výuka v České republice zatím plošněji neužívá.

Tento termín se začal objevovat až v souvislosti s mezinárodními projekty. Ty se zaměřovaly na badatelsky orientované vzdělávání a byly financované ze Sedmého rámcového evropského výzkumného programu. Nejdříve to byly projekty pro přírodovědné předměty (POLLEN, S-TEAM, ESTABLISH nebo PRI-SCI-NET) a teprve poté projekty kombinující přírodovědné předměty a matematiku. (Samková, 2015, s. 95) Projektům, které jsou zaměřené na matematiku, je věnovaná samostatná kapitola (s. 24).

Skupina autorů provedla nedávno studii, kdy hlavním cílem bylo zjistit posun ve využívání BOV a pohled učitelů na BOV s časovým odstupem pěti let. V letech 2012 a 2017 byly všem gymnaziálním učitelům biologie odeslány anonymní dotazníky. Při obou šetřeních se vrátilo asi 23 % dotazníků, které se později srovnávaly. Výsledky ukázaly, že povědomí o badatelsky orientované výuce se zvýšilo o více jak polovinu.

Co se týče využívání ve vyučovacích hodinách, v roce 2012 uvedlo jen 15 % učitelů, že BOV zařazuje do výuky. O pět let později BOV realizuje 42 % učitelů. (Radvanová, 2018, s. 84–97)

Z tohoto šetření je patrné, že o badatelsky orientovanou výuku stoupá v posledních letech zájem. Stále se zde ale objevují mnohá úskalí, což je důvod, proč se učitelé této metodě vyhýbají (viz kapitola Nevýhody, s. 19).

1.1.3 Úrovně bádání:

Pro badatelsky orientovanou výuku platí soubor určitých znaků. Některé z nich jsou zcela odlišné od tradiční výuky. Není tedy vhodné předpokládat, že žáci budou okamžitě schopni bádání. Proto zůstává na učiteli, aby připravil žáky na postupné přebírání vlastní odpovědnosti k učení. Díky několika úrovním bádání se žák tomuto procesu plynule naučí. Dostál (2015b, s. 36) ve své knize zmiňuje čtyři základní úrovně (dle Banchi a Bell, 2008):

- potvrzující bádání (confirmation inquiry);
- strukturované bádání (structured inquiry);
- nasměrované bádání (guided inquiry);
- otevřené bádání (open inquiry).

V **potvrzujícím bádání** má učitel dominantní postavení, proces řídí a žákům poskytuje velké množství informací. Žáci tedy znají otázku, postup i výsledky. Cílem je ověření výsledků vlastní praxí. Tento typ lze považovat za nejjednodušší úroveň bádání. Žák sice neřeší problém, ale upevňuje a osvojuje si dříve zavedené vědomosti tím, že vyhodnocuje vlastní výsledky a porovnává je se známými řešeními.

U **strukturovaného bádání** učitel hraje stále významnou roli. Bádání je ale už založené na řešení problémů. Učitel klade návodné otázky, kterými stanovuje cestu. Žákům je tedy poskytnuta otázka a možný postup, ale sami hledají řešení na základě důkazů, které nashromáždili a snaží se učinit závěr. Žáci mají větší možnost projevit se tvůrčím

přístupem. Tento typ bádání je důležitý pro přirozený posun žáků k samostatnějšímu myšlení a otevřenějšímu bádání.

U **nasměrovaného bádání** se učitel stává aktivním průvodcem žakovského bádání. Poskytuje rady při plánování a spolu s žáky stanovuje výzkumné otázky. Žáci pak sami vytvářejí pracovní postup a realizují jej. Podpora ze strany učitele je mnohem menší než v předchozích úrovních. Současně je potřebné, aby žáci měli zkušenost s předchozími úrovněmi bádání.

Otevřené bádání je nejvyšší úrovní, a tedy i nejnáročnější. V největší míře se blíží skutečnému vědeckému bádání. Celé je založeno na samostatné činnosti žáka. Žáci jsou schopni sami klást otázky, promýšlet postup, provádět výzkum a formulovat závěry.

Jednotlivé úrovně bádání vycházejí z širšího pojetí. To znamená, že na badatelsky orientovanou výuku se nahlíží jako na výuku zaměřenou nejen na řešení problémů, ale také zahrnující rozvoj badatelských znalostí, dovedností a postojů, které mohou být pro pozdější řešení problému nezbytné. Zároveň je nutné si uvědomit, že je nežádoucí setrvání v nabývání a rozvoji badatelských dovedností na úrovni informačně-receptivní. (Dostál, 2015b, s. 38)



Obrázek 1: Znárodnění vzájemného poměru zapojení učitele a žáka (Votápková 2013, s. 17)

V praktické části této práce, kde navrhuji přípravy pro badatelsky orientovanou výuku, jsou zastoupeny všechny úrovně bádání. Při realizaci jsem postupovala od nejjednoduššího bádání, tedy potvrzujícího (Geometrické akvárium s. 44), až k otevřenému (Matematické ráno s. 30). Jelikož třídy neměly žádnou předchozí

zkušenost s tímto způsobem výuky, zařadila jsem více námětů, které využívají badání strukturované (Hrátky s čísly s. 38, Jídelníček s. 40, Byt s. 42). Pro menší zapojení učitele do výuky a větší samostatnost žáků jsou vytvořené přípravy, kdy je badání nasměřované (Bonbóny s. 32, Pentomino s. 34, Výlet s. 36).

1.1.4 Fáze badání

Celý badatelský cyklus můžeme rozdělit do jednotlivých kroků. Kroky člení autoři různě, nicméně obsahově se všechny shodují. Ryplová uvádí tzv. „osnovu badatelského výukového celku“:

1. motivace;
2. získávání informací, studium různých zdrojů;
3. vyvozování otázek a výběr vhodné výzkumné otázky;
4. sestavení hypotézy;
5. plánování postupu ověření hypotézy;
6. ověření hypotézy, zápis výsledků;
7. vyhodnocení výsledků a vyvození závěrů;
8. hledání souvislostí vyvozených závěrů s dalšími fakty, problémy, okolním světem;
9. prezentace závěrů.

V *Průvodci pro učitele badatelsky orientovaného vyučování*, který vznikl pod sdružením TEREZA, je badatelský cyklus rozdělený do čtyř základních kroků. (Votápková, 2013, s. 30–106) Pro lepší představu u jednotlivých fází zmiňuji konkrétní činnosti vycházející z jedné přípravy, která je podrobně zpracovaná v praktické části (Matematické ráno, s. 30). Cílem badání této problematiky bylo zjistit informace o třídě a následně je uspořádat do grafu.

1.1.4.1 Krok 1: Co chci řešit – Motivace

Na začátku jde především o to, abychom žáka motivovali, zaujali a spustili v jeho hlavě myšlenkové pochody (např. Jak to jen je?). K tomu můžeme využít lecco – video, neobvyklou pomůcku, situaci z reálného života, navození problémové situace, hru, nebo cokoliv, co žáky zajímá. Dále žák o tématu přemýšlí a získává si informace z různých zdrojů, kdy se současně učí rozlišovat jejich věrohodnost. Klade si otázky, na které

hledá odpovědi ve svých znalostech a zkušenostech a v neposlední řadě si žák vybírá výzkumnou otázku.

Při otevřeném bádání výzkumnou otázku klade přímo žák. Na 1. stupni ZŠ k tomu můžeme využít myšlenkovou mapu nebo brainstorming. Celá třída se může zabývat jednou výzkumnou otázkou, nebo bude mít každá skupina jinou. Nejvhodnější je používat do otázek zájmena: co, kdy, kde, kolik, jak dlouho atd. Zvolit můžeme i proč, ale bude mnohem těžší najít odpověď a zejména mladší žáky to může demotivovat. (Kříž, 2017)

V navrhované přípravě odpovídá motivaci společná diskuze a následné zamyšlení, co všechno by se dalo jednoduše zaznamenat do grafu ve spojitosti s rámem a danou třídou. Poté žáci ve skupinách vymýšlí několik výzkumných otázek.

1.1.4.2 Krok 2: Přicházím s domněnkou – Hypotéza

V této fázi je klíčová formulace hypotéz. Žáci přicházejí s domněnkou, odhadem výsledku, tipem nebo názorem. Hypotéza se vždy vztahuje k celkovému tématu a také výzkumné otázce. Tento krok se považuje za velmi efektivní formu učení. Žák na základě svých dosavadních znalostí odhaduje neznámé.

Hypotéza musí být vždy jednoznačná, proto bychom neměli používat slova jako „moc, málo, většina,“ ale určovat výsledek v číslech nebo jasných termínech. Nepreferujeme hypotézy, které budou nutně potvrzeny. (Kříž, 2017)

1.1.4.3 Krok 3: Jak zjistím, že mám pravdu – Vlastní bádání

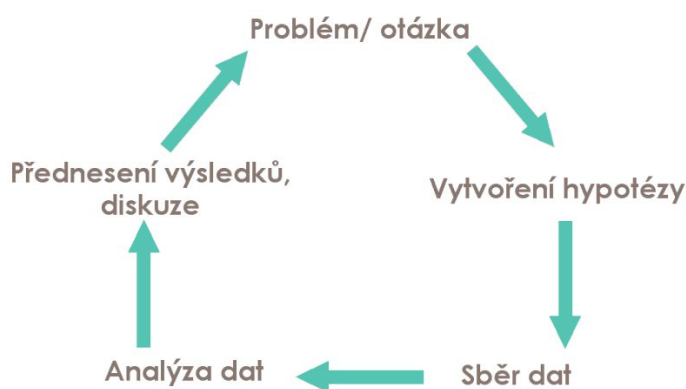
Pro další krok je charakteristické ověřování. Na řadu tedy přichází plánování a příprava pokusu, provedení, zaznamenání a vyhodnocení dat. V této fázi žáci musí mít představu o prezentování výsledků, aby mohli vytvořit vše potřebné. Pokud se pracuje ve skupině, je nutná spolupráce a rozdělení rolí.

V námětu *Matematické ráno* se při vlastním bádání žáci nejprve rozhodují, jakým způsobem získají informace od spolužáků, podle vlastního úsudku je vyhodnotí a zaznamenají v podobě grafu na plakát.

1.1.4.4 Krok 4: Na konci cesty sklízím ovoce své práce – Závěr

Závěrečný krok uzavírá badatelskou cestu, zároveň však může být počátkem pro další. Hlavním bodem je tedy vyhodnocení vlastního bádání. Žák se vrací k hypotéze a posuzuje, jestli jeho domněnka byla potvrzena, nebo vyvrácena. Shrne podstatná fakta, uvede zdroje, odpovídá na položené otázky, popřípadě představí problémy, které se v průběhu objevily.

V uvedené přípravě v závěrečné části předstoupí každá skupina se svým plakátem, představí otázky, kterými se zabývala, sdělí, jaké byly jejich domněnky a odprezentují výsledky práce. Je zde i prostor pro otázky od spolužáků, ať už přímo na výsledky, tak i na postup práce. Následuje společná diskuze a shrnutí hodiny (viz podrobně Matematické ráno, s. 30).



Obrázek 2: Badatelský cyklus, upraveno dle (Hošpesová, 2012, s. 124)

Celkový postup můžeme znázornit tzv. badatelským cyklem (obr. 2), který je analogií spirály obvykle používané ke znázornění postupu poznání ve vědě. (Hošpesová, 2012, s. 124)

1.1.5 Role učitele a žáka

1.1.5.1 Role učitele

Role učitele je při badatelsky orientované výuce velmi důležitá. Dostál (2015a, s. 42) poukazuje na to, že „učitel se při BOV musí vyhnout roli dávkovače znalostí nebo roli pouhého průvodce“. Učitel se stává „trenérem“ žákova učení, protože pomáhá žákům v procesu získávání informací, usměrňuje aktivity žáků, usnadňuje žákům myšlení a modeluje proces učení. (Dostál, 2015a, s. 42) Zároveň učitel vede žáka obdobným postupem jako je při reálném výzkumu. (Papáček, 2010b, s. 146)

Co tedy učitel dělá? Nejprve musí zvolit vhodné téma. To by mělo vycházet nejen z obsahu učiva, ale i ze zájmu žáků. Pro žáky připravuje takové situace, které jim umožní se rozvíjet. Pomocí návodných otázek určuje cestu, ale nikdy nedává přesný návod na řešení. Během vyučování vše sleduje a podporuje žáky v různých pohledech na daný problém. Nezasahuje ale do myšlenkových pochodů žáka. Pohotově odpovídá na nečekané otázky a reaguje na zajímavé návrhy. Při volbě metod přemýšlí nad tím, aby se každý žák zapojil. (Papáček, 2010b, s. 153) Zajišťuje nezbytné pomůcky a nástroje, ale také zdroje informací. Podporuje dobré klima třídy, umí pracovat s chybou a postupně zvyšuje žakovu odpovědnost za proces učení. Na konci je vždy nutné shrnutí celé činnosti a zhodnocení toho, co se žáci naučili. Učitel tedy vede diskuze a učí žáky propojovat vědomosti a hledat souvislosti.

Učitel vytváří takové podmínky, aby žák měl potřebu poznávat a osvojovat si dané věci. Zároveň úlohu žák nemůže zvládnout známými postupy, ale musí hledat nové způsoby řešení. Je důležité, aby žákovi, který si neumí poradit s problémovou situací, nabídl doplňující otázky a rady, které mu dodají sebedůvěru a chuť k řešení problému. (Dostál, 2015a, s. 42)

Jak bylo řečeno v předchozí kapitole, bádání se musí žáci naučit. Badatelsky orientovanou výuku nelze zvládnout bez předchozí přípravy. K tomu nám napomáhají jednotlivé úrovně bádání. A to neplatí jen pro žáky, ale také pro učitele. Ten v průběhu získává zkušenosti a jeho role trenéra se zlepšuje. Bylo by tedy chybné předpokládat, že učitel hned badatelsky orientovanou výuku perfektně zvládne.

V rámci praktické části jsem měla možnost vyzkoušet si roli učitele a musím souhlasit s výše uvedeným tvrzením. Zpočátku je těžké vše skloubit tak, aby to fungovalo a jednalo se o badatelsky orientovanou výuku. Vlastní zkušenost více popisuji v kapitole Diskuze (s. 62).

1.1.5.2 Role žáka

U většiny moderních vyučovacích metod je klíčová aktivita žáka a není tomu jinak ani při BOV. Zde je žák postaven do role „vědce“, který spolu s kolegy bádá nad možným řešením problému. (Artigue a Blomhøj (2013, s. 797) Žákova činnost by tedy měla vycházet především z jeho vnitřní motivace.

Žáci v této roli kladou otázky, formulují hypotézy, vymýšlí postupy a provádí experimenty. Kriticky posuzují výsledky experimentu, srovnávají výsledky a vyvozují závěry na základě práce s literaturou či vlastních zkušeností. Dále posuzují chyby vznikající při experimentu a navrhují jejich minimalizaci, experimentují, aby doložili či vyvrátili nějaké tvrzení a snaží se objevovat nové souvislosti. Při práci si vybírají pomůcky, které potřebují k objevování. Formulují odpovědi a vysvětlení, sdělují závěry a diskutují s ostatními spolužáky i s učitelem. (Kříž, 2017) V neposlední řadě rozvíjí své badatelské schopnosti.

1.1.6 Výhody a nevýhody BOV

Badatelsky orientovaná výuka, stejně jako všechny ostatní metody, v sobě ukrývá značné množství přínosů, ale také úskalí. Ta nejčastěji diskutovaná jsou uvedena níže.

1.1.6.1 Výhody

Hejný a Kuřina (2009, s. 202) ve své publikaci upozorňují na rozdíly mezi transmisí a konstrukcí ve vzdělání. Vyzdvihují to, že konstruktivistickým přístupem si žák odnese mnohem více poznatků než pouhým předáním informací. Badatelsky orientovaná výuka tedy přináší žákům prožitek a hlubší pochopení. V praxi to vypadá tak, že žák je aktivní, poučuje se z vlastních chyb a přichází na souvislosti.

V roce 2008 byla provedena studie, která porovnávala schopnosti žáků, na kterých byla aplikovaná BOV, s žáky z předchozích ročníků, kteří byli vyučováni bez badatelského přístupu. Celý proces trval tři měsíce a zúčastnilo se ho 141 žáků. Ze studie je patrné, že u žáků, kteří prošli badatelsky orientovanou výukou, došlo k rozvoji některých klíčových kompetencí (zvýšila se schopnost pro řízení práce, schopnost pro analyzování informací, kreativita, schopnost kritického myšlení, komunikace a schopnost spolupracovat). (Chu et al., 2008, s. 11–26)

V posledních letech upadá zájem o přírodovědné obory. (Papáček, 2010b, s. 146) Badatelsky orientovaná výuka na tohle reaguje, a nejen díky prožitku vyvolává u žáků zájem. Má tedy motivační charakter. Tato výhoda se mi potvrdila i v průběhu realizace konkrétních příprav. Většina námětů žákům poskytla jiný pohled na problematiku, a tím v nich vyvolala zájem. Ten se projevil i u žáků, kteří matematiku považují za neoblíbený předmět (viz s. 58).

Výuka zasahuje i do mezipředmětových vztahů. Nejčastěji se využívá v souvislosti s přírodovědou, ale inklinuje také k matematice. Z českého jazyka je zde využíváno čtení s porozuměním, hledání v textu nebo komunikační schopnosti. V praktické části navrhuji přípravy, které spojují právě matematiku a přírodovědu (Výlet s. 36, Jídelníček s. 40).

Při BOV se často pracuje ve skupinách, žákovi se proto naskytuje příležitost týmově řešit problém. To zahrnuje i komunikaci ve skupině a respektování názoru druhých. Žák tedy rozvíjí kompetence k řešení problémů, sociální a personální kompetence. Další výhodou spatřuji v tom, že žák své názory a nápady prezentuje před ostatními.

Několikrát jsem se setkala s tím, že se žáci bojí přiznat, když něco neví. BOV žákům ukazuje, že je přirozené nevědět. Zároveň ale poskytuje jeden z možných návodů, jak o dané věci zjistit více.

1.1.6.2 Nevýhody

Nejčastěji zmiňovanou nevýhodou je časová náročnost. Nejedná se jen o přípravu výuky, ale také o realizaci. Při bádání je nutné poskytnout žákům potřebný čas a většinou to nebývá přesných 45 minut. Nicméně si myslím, že na 1. stupni, kde jeden vyučující učí více předmětů, je tento problém řešitelný a učitel může nastavit jinou vyučovací dobu.

Další úskalí vychází z minima zkušeností učitelů s bádáním. Role učitele, jak popisují výše, je složitá a učitelé sami bádání nezažili, natož z pozice žáka. Na tohle téma provedly Samková, Hošpesová a Tichá (2016, s. 552–556) zajímavou studii. Zrealizovaly dvouleté šetření, do kterého byl zapojen celý ročník studentů magisterského studia Učitelství pro 1. stupeň ZŠ. Základem všeho bylo experimentální vyučování. Na přednáškách vymezily nezbytné pojmy a v seminářích se odehrály badatelské aktivity. Celé tohle vyučování mělo dvě části – kurz aritmetiky a kurz didaktiky matematiky. Celková analýza dat získaných od studentů v průběhu kurzu aritmetiky odhalila vesměs pozitivní změny ve znalostech i v postoji k matematice. Co se týče kurzu didaktiky, studenti nebyli spokojeni s průběhem a do hodin odučených v rámci praxe zařazovali BOV velmi zřídka. Zde vyvstává otázka, jak velkou roli hraje fakt, že experimentální skupina byla tvořena budoucími učiteli bez velké praxe a zda by byly jiné závěry, kdyby tohle absolvovala skupina učitelů s dlouholetou praxí?

Problém může nastat i ve chvíli, kdy učitel nezná celou metodiku badatelsky orientované výuky. Na první setkání si například zvolí otevřené bádání, které demotivuje jak žáky, tak i učitele samotného, protože nedojde k takovým výsledkům, jaké všichni účastníci čekali. V posledních letech ale vzniká mnoho příruček¹ typu „Jak na to?“, které rozpracovávají jednotlivé kroky a učitelům mohou zjednodušit zavádění.

Jako další překážky učitelé uvádějí nedostatek výukových materiálů, hodnocení výkonu žáka, či malá podpora školy ve využívání nových výukových přístupů. (Radvanová, 2018, s. 83–84)

Při hodnocení výkonu žáka vyvstává otázka, co přesně hodnotit? Pokud chci BOV zařazovat častěji, je nutné shrnout jak informace, které mi práce přinesla, tak i samotné postupy, žakovu aktivitu nebo práci v týmu. V praxi se mi ale potvrdilo, že i žáci posuzují svoje výkony především v souvislosti se získanými informacemi.

Osobně největší nevýhodu spatřuji v tom, že je velmi tenká hranice, kdy se ještě jedná o BOV a kdy už ne. Pokud učitel nešikovně položí otázku nebo prozradí až příliš, výuka ztrácí jeden z hlavních cílů.

1.2 Badatelsky orientovaná výuka v matematice

„Každý žák by si měl vytvářet svou vlastní matematiku, s níž by byl důvěrně spjat a kterou by při všech vhodných příležitostech používal.“ (Hejný a Kuřina, 2009, s. 197)
Tito autoři ve své publikaci zároveň zdůrazňují, že má vyučování směřovat k tomu, aby každý žák pro sebe pocítil potřebu matematiky, aby k ní našel dobrý vztah a aby pochopil, že matematika přispívá k lepší orientaci ve světě, neboť ho učí vidět souvislosti a učí ho argumentovat. (Hejný a Kuřina, 2009, s. 197)

Základ matematiky spočívá ve vztazích a zákonitostech. Někteří žáci mají obtíže s osvojením těchto principů a souvislostí, a proto se jim paradoxně může zdát matematika jako nelogická věda. Badatelsky orientovaná výuka je proto ideální metoda

¹Průvodce pro učitele badatelsky orientovaným vyučováním (Badatelé.cz) Ke stažení: <http://badatele.cz/cz/metodicke-materialy-pro-zs>

Guide for professional development providers (Primus Project). Dostupné: https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/FINAL_WP4_Guide_PD_providers_licence_150708.pdf

pro pochopení všech oblastí matematiky, a to i jejího praktického využití v běžném životě.

1.2.1 Specifika BOV matematiky

Nejdříve se BOV objevovala ve spojení čistě s přírodními vědami. Každý z nás si dovede představit činnost vědce při objevování něčeho nového, ale představa činnosti matematika může být obtížnější. V něčem se objevují malé odchylky, proto badatelsky orientovaná výuka matematiky vykazuje svoje specifické znaky.

Bádání v matematice začíná otázkou, nebo problémem. Odpovědi na ně hledáme pozorováním a zkoumáním, přičemž realizujeme mentální, skutečné nebo virtuální experimenty. „*Hledáme další, již dříve řešené a vyřešené zajímavé otázky a problémy, které jsou podobné těm našim; používáme a přizpůsobujeme, je-li to potřeba, známé matematické techniky.*“ (Samková et al., 2015, s. 99) Celý proces bádání vede k předpokládaným domněnkám, které je potřeba ověřit.

Hlavní myšlenka badatelsky orientované výuky matematiky je ta, že matematiku neprezentuje jako hotovou strukturu určenou k osvojení. Žákům nabízí možnost vyzkoušet si, prostřednictvím osobních a kolektivních pokusů, jak se matematické znalosti tvoří a jak mohou být dále využívány k zodpovězení nových a náročných problémů. (Artigue et al., 2011, s. 8) Příkladem toho mohou být náměty z praktické části Bonbóny (s. 32), Hrátky s čísly (s. 38).

V souvislosti s badatelsky orientovanou výukou v matematice rozlišujeme dva typy úkolů. Žáci mohou buď znovuobjevovat školskou matematiku, nebo řešit aplikační problémy související s každodenní realitou. Pech (2015, s. 17) rozděluje matematické bádání na dva směry podle toho, jaký je základ:

- „*praktický (potřebuji vyřešit nějaký praktický problém; badatel vidí cíl, ale neví, jestli k němu vede cesta, ani jak tato cesta vypadá);* (Výlet, s. 36)
- *teoretický (vidím zajímavé teoretické souvislosti, zajímá mě, kam mě dovedou, co z nich vyplyne; badatel vidí cestu, ale neví, jestli vede k nějakému cíli, ani jak ten cíl vypadá).*“ (Hrátky s čísly, s. 38)

Z výše popsaného lze matematické bádání zjednodušeně charakterizovat jako souhrn činností, při kterých:

- „*hledáme;*

- *pozorujeme;*
- *porovnáváme;*
- *dedukujeme;*
- *nabízíme hypotézy;*
- *snažíme se je ověřit;*
- *nemusíme dojít k žádnému konečnému závěru;*
- *závěry záleží na našem momentálním rozhledu;*
- *různí badatelé mohou dojít k různým závěrům;*
- *různí badatelé mohou stejná fakta interpretovat různě.*“ (Pech, 2015, s. 19)

Proto, aby při řešení úlohy došlo k bádání, musí úloha vždy obsahovat něco neznámého, co žák vnímá jako podnětné nebo zajímavé. Přitom musí mít žák možnost přistupovat k řešení prostřednictvím již známých věcí. Ty mu umožňují vyvozovat domněnky a jejich prostřednictvím hledat cestu k řešení úlohy. (Hošpesová, 2012, s. 124)

1.2.2 Znaky BOV matematiky

Artigue a Baptist (2012, s.16) popisují v souvislosti s BOV matematiky tzv. základní vzorce, které ukazují směr. Z nich částečně vychází Samková et al. (2015, s. 100) při charakteristice výuky. Za hlavní znaky badatelsky orientované výuky matematiky tedy můžeme považovat:

- výuka směřuje žáka k pochopení podstaty věci;
- ve výuce dominuje problémová úloha;
- řešená úloha má více způsobů řešení; k výsledkům můžeme dojít různými cestami, přičemž i výsledky mohou být odlišné;
- žák se sám rozhoduje o procesu učení (autonomní učení);
- výuka propojuje nové poznatky s dříve nabytými znalostmi (kumulativní učení);
- výuka propojuje matematiku s jinými předměty (český jazyk, dějepis) nebo s reálným světem;
- žáci se učí z chyb;
- výuka podporuje spolupráci u žáků;
- žáci pracují obdobně jako vědci.

1.2.3 Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání a BOV

Rámcový vzdělávací program základního vzdělávání považuje za jeden z hlavních cílů vybavit žáka klíčovými kompetencemi². Z předchozích kapitol vyplývá, že badatelsky orientovaná výuka z velké části podporuje rozvoj všech šesti klíčových kompetencí, a proto může být dobrým nástrojem pro jejich naplnění.

Nejvíce rozvíjeny jsou kompetence k řešení problémů a učení. Při práci ve skupině se rozvíjí nejvíce sociální a personální kompetence. V posledním kroku BOV žáci své bádání zhodnotí a prezentují před třídou, můžeme tedy hovořit o kompetenci komunikativní. V neposlední řadě si žák organizuje práci, tedy rozvíjí pracovní kompetence. V praktické části jsou u každého námětu vypsány jednotlivé kompetence a k nim přiřazeny konkrétní činnosti, které vychází z RVP ZV.

1.2.3.1 Matematika a její aplikace a BOV

Vzdělávací oblast *Matematika a její aplikace* je rozdělena na čtyři základní tematické okruhy. Všechny jsou založené především na aktivních činnostech, které poskytují vědomosti a dovednosti potřebné pro praktický život a umožňují tak získávat matematickou gramotnost. (RVP ZV, 2017, s. 30)

Jedním z tematických okruhů jsou *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Řešení těchto problémů nebývá závislé na již nabytých znalostech, ale pro jejich vyřešení je nutné zapojit logické uvažování. „*Žáci by měli umět problém pochopit, analyzovat a nalézt způsob, jak dojít ke správnému řešení.*“ (RVP ZV, 2017, s. 30) Tyto úkoly přímo vybízejí k využití badatelsky orientované výuky.

V RVP ZV (2017, s. 30–31) jsou uvedeny jednotlivé cíle pro tuto vzdělávací oblast. Vybrala jsem některé z nich a navrhla jsem pro jejich naplnění konkrétní námět. Zde uvádím jen název námětu, podrobně zpracovaný je v praktické části.

- „*Žák využívá matematické poznatky a dovednosti v praktických činnostech – odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností.*“ (Hrátky s čísly, s. 38)

² „*Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. V etapě základního vzdělávání to jsou kompetence: k učení, k řešení problémů, komunikativní, sociální a personální, občanské a pracovní.*“ (RVP ZV 2016, s. 10)

- „Žák provádí rozbor problému a plánu řešení, odhaduje výsledky, volí správný postup a vyhodnocuje správnost výsledku vzhledem k podmínkám problému.“ (Pentomino, s. 34)
- „Žák rozvíjí schopnost spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi.“ (Výlet, s. 36)
- „Žák rozvíjí důvěru ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, žák je veden k soustavné sebekontrolě při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematickosti, vytrvalosti a přesnosti a k vytváření dovednosti vyslovovat hypotézy.“ (Bonbóny, s. 32)
- „Žák se přesně a stručně vyjadřuje užíváním matematického jazyka včetně symboliky.“ (Geometrické akvárium, s. 44)
- „Žák rozvíjí kombinatorické a logické myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů.“ (Byt, s. 42)
- „Žák vnímá složitosti reálného světa a porozumí jim; rozvíjí zkušenosti s matematickým modelováním; poznává, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely.“ (Matematické ráno, s.30)

1.3 Projekty

Jak již bylo řečeno, velký podíl na rozšíření badatelsky orientované výuky měly projekty. V této kapitole představím ty, které se zaměřují na matematiku nebo na kombinaci přírodních věd a matematiky. Mimo to ještě uvedu, jaké náměty z těchto projektů jsou využitelné v matematice na 1. stupni ZŠ.

1.3.1 Projekt FIBONACCI

Fibonacci byl jeden z prvních evropských projektů, který byl orientovaný na badatelsky orientované postupy. Zaměřoval se na návrhy, realizace, testování a formování procesů šíření BOV v přírodovědných předmětech a v matematice pro základní a střední školy v Evropě. (Baptist et al., 2013)

Projekt byl zahájen v lednu 2010 a trval tři roky, tedy do roku 2013. Zapojilo se do něj 24 zemí včetně České republiky. České centrum projektu sídlí na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích.

Projekt usiluje především:

- o šíření informací o projektu Fibonacci a jeho myšlenkách;
- o poskytování učitelům odbornou pomoc ohledně BOV, zajišťování jejich komunikaci a výměnu zkušeností;
- o koordinování a pořádání setkání učitelů se zájmem o BOV;
- o podporování tvorby učebních materiálů zaměřených na BOV;
- o provádění výzkumné činnosti v oblasti BOV. (Pech a Samková, 2013)

1.3.1.1 Konkrétní náměty pro žáky 1. stupně

Na webu Fibonacci³ je celá řada materiálů ke stažení, mezi kterými jsou i náměty do výuky. Kromě pracovních listů zde můžeme najít deskovou hru nebo návrh na projekt, který kombinuje přírodní vědy a matematiku. Ovšem většina materiálů je určena pro druhý stupeň a střední školy.

Pro výuku matematiky na 1. stupni ZŠ je ke stažení jeden dokument⁴. Ten obsahuje 17 různých námětů, které jsou založeny na učebních osnovách, ale zároveň rozvíjí hlubší pochopení matematiky. Náměty jsou rozděleny do třech skupin – aritmetika, praktické problémy a geometrie. U každého je uveden účel, jsou zde popsány souvislosti s danou pomůckou, technikou nebo pojmem, se kterým se pracuje, dále pak metodické pokyny, odkazy na další zdroje informací a přílohy k námětu.

Velká výhoda celého dokumentu je ta, že na jedno téma je několik pracovních listů s různými úkoly. Ty mají odlišnou obtížnost, proto zde není uveden doporučený věk žáků. Naopak nevýhodou je to, že celý soubor je v angličtině. I přes to si myslím, že lze spoustu věcí využít. Pracovní listy se zadáním by stačilo přeložit do českého jazyka nebo použít jednotlivé obrázky a šablony k řešení daného úkolu. Příklady přeložených pracovních listů jsou v příloze této práce.

³ <http://www.fibonacci-project.eu/>

⁴ Inquiry Based Mathematics Education for Gifted Children in Primary School, (<http://fibonacci.uni-bayreuth.de/resources/examples-of-activities/in-mathematics.html>).

Jak jsem již zmínila, partnerem projektu je Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích. Po skončení projektu stejný tým autorů přispíval do různých časopisů. Jeden z jejich článků obsahuje mimo jiné i náměty přímo na badatelsky orientovanou výuku matematiky na 1. stupni ZŠ. Jde o příspěvek⁵ v časopise *Scientia in educatione*, který je volně ke stažení. Je zde dohromady 20 matematických úloh s krátkým komentářem. Jako zdroj inspirace do BOV poslouží, myslím, výborně.

1.3.2 Projekt Primas

Mezi další projekty patří Primas (Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education Across Europe), který se zaměřoval na prezentaci BOV a její zařazení do vzdělávání. Na projektu spolupracovaly univerzity z 12 evropských zemí. Pro učitele byla uskutečněna řada kurzů a seminářů v rámci celoživotního vzdělávání, kde si sami mohli vyzkoušet studium na základě objevování. Tento projekt myslel i na rodiče žáků. Na webových stránkách byla sekce s informacemi, a dokonce byly realizovány workshopy a přednášky. Celý projekt probíhal v letech 2010–2013. (Primas Project, 2013)

Na webových stránkách⁶ jsou umístěny tematické příručky k BOV. K dispozici jsou v angličtině, ale i ve slovenštině. Nicméně jde především o náměty týkající se přírodovědných oblastí určené starším žákům.

1.3.2.1 Konkrétní náměty pro žáky 1. stupně

Náměty využitelné v matematice na 1. stupni ZŠ nalezneme ve výstupní publikaci⁷. Dva z nich kombinují přírodní vědy a matematiku a další čtyři jsou čistě matematické. Součástí publikace nejsou žádné pracovní listy, ale je zde vždy popsán daný problém a předpokládaný průběh aktivity. Celá publikace je opět v angličtině.

1.3.3 Projekt MaSciL

MaSciL (Mathematics and Science for Life) probíhal v letech 2013–2016. Tento projekt si kladl za cíl spojit výuku matematiky a přírodovědných předmětů se světem práce

⁵ Badatelsky orientované vyučování matematice (<https://ojs.cuni.cz/scied/article/view/154/145>), s. 107–115.

⁶ <https://primas-project.eu>

⁷ Inquiry-based learning in maths and science classes (https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf), s. 23–40.

(tj. reálným životem) za pomoci badatelsky orientované výuky. Tímto přístupem chtěl učinit zmíněné předměty smysluplnějšími a přístupnějšími pro žáky. (Doorman et al., 2016, s. 11) Projekt spolupracoval s 18 evropskými univerzitami, kdy českým partnerem byla Univerzita Hradec Králové.

1.3.3.1 Konkrétní náměty pro žáky 1. stupně

Na webových stránkách⁸ v záložce classroom material je k dispozici několik námětů. Pro prvostupňovou matematiku jich zde je 37, většina je ale použitelná až v páté třídě. Navíc stránky působí nepřehledně, jelikož náměty nemají jednotnou formu, a opět je vše v angličtině. I přesto zde najdeme spoustu informací a materiálů.

1.3.4 Projekt ASSIST-ME

Poslední projekt, který zmíním, je ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education). Ten se zabýval posouzením průběhu a výsledků vyučovacích metod k podpoře a zlepšení badatelských přístupů. Dále zkoumal formativní a souhrnné metody hodnocení. Do projektu se zapojilo 8 evropských zemí včetně České republiky a probíhal v letech 2013–2016. (ASSIST-ME, 2018)

1.3.4.1 Konkrétní náměty pro žáky 1. stupně

V souvislosti s tímto projektem vznikla diplomová práce⁹, ve které můžeme najít 5 námětů na BOV matematiky na 1. stupni ZŠ. Všechny jsou vyzkoušeny v praxi a podrobně popsány. Mimo jiné zde jsou příklady žákovských řešení nebo popsány problémy, které se při řešení vyskytovaly.

⁸ <https://mascil-project.ph-freiburg.de/>

⁹ Badatelsky orientované vyučování v matematice – desítková soustava a velká čísla (https://theses.cz/id/2bcxjq/Diplomov_prce_Ron_kov.pdf), s. 28–64.

2 Praktická část

2.1 Náměty na BOV

Jedna z nevýhod badatelsky orientované výuky je nedostatek výukových materiálů. Přesto, že tato metoda se v posledních letech stává oblíbenější, náměty se objevují více přírodovědné než matematické. Proto bylo cílem práce vypracovat soubor příprav na vyučování matematiky na 1. stupni ZŠ, které jsou vedeny badatelsky orientovanou výukou. Všechny náměty byly experimentálně ověřeny ve školní praxi a na základě reflexe navržena jejich alterace.

Celkem se jedná o osm námětů, které jsou určeny pro 3.–5. třídu. Jednotlivá témata mají zastoupení ve všech tematických okruzích, které stanovuje RVP ZV. U všech námětů jde o takové úlohy, kdy žáci aplikují získané schopnosti, vědomosti a dovednosti v nových situacích. Žádná z navržených příprav tedy není primárně určena pro zavedení nového učiva.

Navržené přípravy mají jednotnou strukturu pro snadnější orientaci. Podle rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání jsou zařazeny do tematického okruhu a jsou uvedeny očekávané výstupy a klíčové kompetence, které zde žáci rozvíjí. Dále obsahují cíl a úroveň bádání, formu výuky, cílovou skupinu žáků, orientační časovou náročnost a potřebné pomůcky. Struktura hodiny je vždy rozdělena do čtyř fází bádání – motivace s výzkumnou otázkou, hypotéza, vlastní bádání a závěr.

V poznámkách jsou pak uvedeny návrhy, jak bádání rozšířit. U některých námětů odkazují na publikace, které zpracovávají podobná téma, ale jiným způsobem. Jde však o cizojazyčné příručky, které vznikly v rámci evropských projektů. Proto jsem vybrané pracovní listy přeložila do českého jazyka. Všechny tyto podklady jsou v přílohách společně s dalším potřebným materiálem pro realizaci námětů.

Tabulka 1: Přehled námětů

Námět	Tematický okruh (Téma)	Forma výuky	Úroveň bádání	Ročník	Časová náročnost
Matematické ráno	Závislosti, vztahy a práce s daty (Vztahy a práce s daty)	skupinová	otevřené	4.–5.	90 min
Bonbóny	Nestandardní aplikační úlohy a problémy (Desetinná čísla v reálných situacích)	skupinová	nasměřované	4.–5.	90 min
Pentomino	Geometrie v rovině a prostoru (Pokrývání části roviny)	skupinová	nasměřované	4.–5.	90 min
Výlet	Nestandardní aplikační úlohy a problémy (Orientace v čase, čtení jízdních řádů)	skupinová	nasměřované	4.–5.	90 min
Hrátky s čísly	Číslo a početní operace (Číselný obor 0 – 10 000)	individuální	strukturované	3.–5.	45 min
Jídelníček	Nestandardní aplikační úlohy a problémy (Číselný obor do 10 000)	skupinová	strukturované	4.–5.	60 min
Byt	Geometrie v rovině a prostoru (Práce se čtvercovou sítí, kombinatorika)	individuální	strukturované	4.–5.	60 min
Geometrické akvárium	Geometrie v rovině a prostoru (Rovinné obrazce)	individuální	potvrzující	3.–5.	60 min

2.1.1 Matematické ráno

Tematický okruh: Závislosti, vztahy a práce s daty

Téma: Vztahy a práce s daty

Matematický cíl: Žák rozvíjí zkušenosti s matematickým modelováním; poznává, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely.

Očekávané výstupy podle RVP ZV:

- žák vyhledává, sbírá a třídí data
- žák čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák si vytváří komplexnější pohled na matematické a společenské jevy
- kompetence k řešení problémů – žák promyslí a naplánuje způsob řešení problémů, využívá k tomu vlastního úsudku a zkušeností; vyhledá informace vhodné k řešení problému, nachází jejich shodné, podobné a odlišné znaky; volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy; činí uvážlivá rozhodnutí, je schopen je obhájit
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu; naslouchá promluvám druhých lidí, snaží se jim porozumět, vhodně na ně reaguje, účinně se zapojuje do diskuze; využívá informační a komunikační prostředky a technologie pro kvalitní a účinnou komunikaci s okolním světem
- kompetence sociální a personální – žák účinně spolupracuje ve skupině; podílí se na utváření příjemné atmosféry v týmu;
- kompetence pracovní – žák si vhodně organizuje vlastní práci
- kompetence občanské – respektuje přesvědčení druhých lidí

Cíl bádání: Žák zvolí výzkumnou otázku, sesbírá data a sestaví jednoduchý graf týkající se vlastní třídy.

Úroveň bádání: otevřené

Forma výuky: skupinová

Cílová skupina: 4.–5. třída

Časová náročnost: 90 min

Pomůcky: výkresy A3, čtverečkové papíry, barevné lístečky, fixy, pastelky

Další pomůcky: jakýkoliv graf na ukázkou

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	Ukázka grafů (co je to, jak to funguje, co všechno mohu pomocí grafu zaznamenat) <i>„Co jsi dělal dnes ráno?“</i> (společná diskuze) <i>„Co všechno by šlo na dnešním ránu spočítat v rámci třídy, co by šlo zaznamenat do tabulky nebo z toho vyvodit závěr?“</i> Třídu rozdělíme do skupin, každá skupina si vymyslí několik otázek a vybere z nich dvě, kterými by se chtěla zabývat.
Krok 2: Hypotéza	Každá skupina se zamyslí, jak budou spolužáci na otázky odpovídat, jaké budou výsledky.
Krok 3: Vlastní bádání	Sběr dat – Skupinka vždy předstoupí před třídu, rozdá lístečky a dá pokyn k tomu, co přesně chtějí od spolužáků zjistit. Lístečky si vzápětí vyberou. (Žáci mohou navrhnout i jinou variantu získání dat.) Zpracování plakátu – vytvoření grafu/tabulky, ... Žáci si vybírají, jak budou plakát zpracovávat a jak budou přesně vyhodnocovat jednotlivé odpovědi.
Krok 4: Závěr	Každá skupina představí otázky, kterými se zabývala a výsledky odprezentují zbytku třídy. Prostor na další otázky od spolužáků a učitele (co jste vyhodnotili jako neplatný hlas, jak jste pracovali s časovými údaji, zkoumali jste i další hlediska, ...) Společná diskuze nad postupy, problémy, tím, kdo byl překvapený výsledky (oproti vlastnímu předpokladu). Shrnutí hodiny.
Poznámky	V průběhu bádání se mohou objevit další doplňující informace k jednotlivým otázkám. Měli bychom dát prostor k dalšímu sběru dat. V tom případě je potřeba počítat s větší časovou náročností. Inspirace: Primas Project (Inquiry-based learning in maths and science classes)

2.1.2 Bonbóny

Tematický okruh: Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Téma: Desetinná čísla v reálných situacích

Matematický cíl: Žák rozvíjí důvěru ve vlastní schopnosti a možnosti při řešení úloh, žák je veden k soustavné sebekontrolě při každém kroku postupu řešení, k rozvíjení systematickosti, vytrvalosti a přesnosti a k vytváření dovednosti vyslovovat hypotézy.

Očekávané výstupy podle RVP ZV:

- žák provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel
- žák provádí odhady početních operací v oboru přirozených čísel
- žák modeluje a určuje část celku, používá zápis ve formě zlomku
- žák řeší jednoduché praktické úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí
- kompetence k řešení problémů – žák promyslí a naplánuje způsob řešení problémů a využívá k tomu vlastního úsudku a zkušeností; vyhledá informace vhodné k řešení problému; využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy; uvědomuje si zodpovědnost za svá rozhodnutí a výsledky svých činů zhodnotí
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu; účinně se zapojuje do diskuze
- kompetence sociální a personální – žák účinně spolupracuje ve skupině, podílí se na utváření příjemné atmosféry v týmu, přispívá k diskuzi v malé skupině, oceňuje zkušenosti druhých lidí, respektuje různá hlediska a čerpá poučení z toho, co si druzí lidé myslí, říkají a dělají
- kompetence pracovní – žák používá bezpečně a účinně materiály, nástroje a vybavení; vhodně si organizuje vlastní práci

Cíl bádání: Žák vybere cenově nejvýhodnější produkt z určených.

Úroveň bádání: nasměřované

Forma výuky: skupinová (max. pětičlenné skupiny)

Cílová skupina: 4.–5. třída

Časová náročnost: 90 min

Pomůcky: odlišné balíčky bonbónu, účtenky, různé druhy vah

Další pomůcky: pracovní list (Příloha č. 1)

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	<p>„Máte tradici ve třídě, když má někdo narozeniny? Řešili jste při koupi bonbónů nějaký problém? Já jsem nikdy nevěděla, jaký balíček mám koupit, aby mi bonbóny vyšly pro celou třídu, a navíc jsem chtěla ušetřit. Tak co jsem měla koupit?“</p> <p>Podle čeho se rozhodujete? Kolik bonbónů je v jednom balíčku? Je nejlevnější balíček opravdu nejlevnější?</p> <p>Jaký balíček je nejvýhodnější koupit?</p>
Krok 2: Hypotéza	Třídu rozdělíme do skupin, jednotlivé týmy si vybírají balíček, jehož koupě je podle nich nejvýhodnější. Výběr odůvodní.
Krok 3: Vlastní bádání	Žáci posuzují cenu bonbónu vzhledem k ceně balíčku, počtu bonbónu, hmotnosti bonbónu, ... Možná práce s pracovním listem.
Krok 4: Závěr	Každá skupina představí svoji značku a uvede cenu a hmotnost balíčku a cenu a hmotnost jednoho bonbónu. Společná diskuze na téma – jaká je tedy nejvýhodnější koupě a proč? Společná diskuze nad postupy, problémy apod. Shrnutí hodiny.
Poznámky	Rychlejší skupiny mohou tvořit slovní úlohy, které vycházejí z tématu výhodné balení bonbónů. Jiná skupina slovní úlohu vypočítá a ohodnotí. Dopředu zadáme žákům úkol, aby si donesli bonbóny, které jsou podle nich nejlevnější. Poté porovnáme opět cenu jednoho bonbónu.

2.1.3 Pentomino

Tematický okruh: Geometrie v rovině a prostoru

Téma: Pokrývání části roviny

Matematický cíl: Žák provádí rozbor problému a plánu řešení, odhaduje výsledky, volí správný postup a vyhodnocuje správnost výsledku vzhledem k podmínkám problému.

Očekávané výstupy:

- žák řeší jednoduché praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly
- kompetence k řešení problémů – žák promyslí a naplánuje způsob řešení problémů a využívá k tomu vlastního úsudku a zkušeností; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu; účinně se zapojuje do diskuze
- kompetence sociální a personální – žák účinně spolupracuje ve skupině, oceňuje zkušenosti druhých lidí, respektuje různá hlediska a čerpá poučení z toho, co si druzí lidé myslí, říkají a dělají
- kompetence pracovní – žák si vhodně organizuje vlastní práci

Cíl bádání: Žák nalézá všechna pentomina a pracuje s nimi.

Úroveň bádání: nasměřované

Forma výuky: skupinová (ve dvojicích)

Cílová skupina: 4.–5. třída

Časová náročnost: 90 min

Pomůcky: čtvercová síť (Příloha č. 2)

Další pomůcky: vytyčená čtvercová síť (Příloha č. 3), čtvercová síť s obrázkem (Příloha č. 4) Magformers

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	Žákům představíme pomůcku Magformers. Každá dvojice dostane 5 těchto čtverců. Co všechno s touto pomůckou mohu dělat? K čemu mi bude? Žákům vysvětlíme, co je to pentomino – rovinný obrazec složený z pěti shodných čtverců.
Krok 2: Hypotéza	Kolik pentomin existuje? Každý odhadne počet.
Krok 3: Vlastní bádání	Žáci ve dvojicích hledají všechna možná pentomina. Zaznamenávají je do čtvercové sítě. Poté vzniklými pentominy vyplňují prostor (sít' 6 x 12, sít' 10 x 5, obrázky zvířat).
Krok 4: Závěr	Společná diskuze o pentominu (Kolik jich tedy je? Jak jste postupovali při hledání dalších? Měl jste někdo nějakou metodu? ...) Zhodnocení postupů pokrývání prostoru – více možných řešení Shrnutí hodiny.
Poznámky	Téma pentomino v prostoru je zpracováno i v projektu Fibonacci v publikaci Inquiry Based Mathematics Education for Gifted Children in Primary School (s. 70–79). Pracovní listy přeložené do českého jazyka jsou v příloze (Příloha 5, 6).

2.1.4 Výlet

Tematický okruh: Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Téma: Orientace v čase, čtení jízdních řádů

Matematický cíl: Žák rozvíjí schopnost spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi.

Očekávané výstupy:

- žák vyhledává, sbírá a třídí data
- žák čte jednoduché tabulky a diagramy
- žák popisuje závislosti z praktického života
- žák řeší jednoduché praktické problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí; poznává nové souvislosti a vytváří si tak komplexnější pohled
- kompetence k řešení problémů – žák promyslí a naplánuje způsob řešení problémů a využívá k tomu vlastního úsudku a zkušeností; vyhledá informace vhodné k řešení problému; kriticky myslí, činí uvážlivá rozhodnutí, je schopen je obhájit
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu; účinně se zapojuje do diskuze
- kompetence sociální a personální – žák účinně spolupracuje ve skupině, podílí se na utváření příjemné atmosféry v týmu, přispívá k diskuzi v malé skupině, oceňuje zkušenosti druhých lidí, respektuje různá hlediska a čerpá poučení z toho, co si druzí lidé myslí, říkají a dělají
- kompetence pracovní – žák používá bezpečně a účinně materiály, nástroje a vybavení; vhodně si organizuje vlastní práci

Cíl bádání: Žák naplánuje celodenní školní výlet.

Úroveň bádání: nasměrované

Forma výuky: skupinová

Cílová skupina: 4.–5.

Časová náročnost: 90 min

Pomůcky: jízdní řády, prospekty z místa výletu, ceník objednaných autobusů, počítač, seznam vybraných míst a aktivit

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	„Kde jste byli na výletě v poslední době?“ Brainstorming na tabuli – Jak se dostanu na výlet? Co chci od dobrého školního výletu?
Krok 2: Hypotéza	Třídu rozdělíme do skupin. Každá skupina posoudí, jaký způsob dopravy je nejlepší. Určí, kolik peněz bude jejich výlet stát.
Krok 3: Vlastní bádání	Žáci plánují dopravu a program na školní výlet. K dispozici mají mapy, jízdní řády, různé prospekty a počítač.
Krok 4: Závěr	Každá skupina představí svůj plán výletu (musí zaznít časová náročnost a cena dopravy a cena celého výletu – cca). Společná diskuze na téma – Jaký je tedy nejlepší způsob dopravy a proč? Jak moc se lišila odhadovaná cena s konečnou? Jaké by v daném místě byly nejlepší aktivity? Chtěli byste na výlet jet (přesně podle programu)? Společná diskuze nad postupy, problémy apod. Shrnutí hodiny.
Poznámky	Námět lze realizovat i s drobnou změnou. Některé aktivity můžeme určit jako povinné a žáci budou vybírat jen doplňkové. V ideálním případě pak zrealizujeme výlet podle jednoho návrhu.

2.1.5 Hrátky s čísly

Tematický okruh: Číslo a početní operace

Téma: Číselný obor 0 – 10 000

Matematický cíl: Žák využívá matematické poznatky a dovednosti v praktických činnostech.

Očekávané výstupy podle RVP ZV:

- žák provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel
- žák provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací v oboru přirozených čísel
- žák řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí
- kompetence k řešení problémů – žák využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- kompetence sociální a personální – žák přispívá k debatě celé třídy

Cíl bádání: Žák tvoří taková čísla, která odpovídají určitým podmínkám.

Úroveň bádání: strukturované

Forma výuky: individuální

Cílová skupina: 3.–5.

Časová náročnost: 45 min

Pomůcky: pracovní list (Příloha č. 7)

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	Na tabuli jsou napsaná čísla 4 0 7 4. Co všechno s těmito čísli mohu dělat? Žáci píší nápady na tabuli.
Krok 2: Hypotéza	Kolik čísel lze vytvořit z 4 0 7 4? Každý žák odhadne počet.
Krok 3: Vlastní bádání	Žáci se snaží přijít na všechna možná řešení a plní doplňující úkoly z pracovního listu.
Krok 4: Závěr	Kolik čísel lze tedy vytvořit? Který odhad byl nejbližší? Jak jste postupovali? Společná diskuze o řešení dalších úkolů z pracovního listu. Shrnutí hodiny.
Poznámky	Podobný námět je zpracován i v projektu Fibonacci v publikaci Inquiry Based Mathematics Education for Gifted Children in Primary School (s. 38–43). Pracovní listy přeložené do českého jazyka jsou v příloze (Příloha č. 8, 9, 10, 11)

2.1.6 Jídelníček

Tematický okruh: Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Téma: Číselní obor do 10 000

Matematický cíl: Žák rozvíjí schopnost spolupráce při řešení problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi.

Očekávané výstupy podle RVP ZV:

- žák využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost sčítání a násobení
- žák provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel
- žák vyhledává, sbírá a třídí data

Klíčové kompetence:

- kompetence k řešení problémů – žák vyhledá informace vhodné k řešení problému; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu; účinně se zapojuje do diskuze; ověřuje prakticky správnost řešení problémů a osvědčené postupy aplikuje při řešení obdobných situací
- kompetence sociální a personální – žák účinně spolupracuje ve skupině, podílí se na utváření příjemné atmosféry v týmu, přispívá k diskuzi v malé skupině, oceňuje zkušenosti druhých lidí, respektuje různá hlediska a čerpá poučení z toho, co si druzí lidé myslí, říkají a dělají
- kompetence pracovní – žák používá účinně nástroje a vybavení; vhodně si organizuje vlastní práci

Cíl bádání: Žák sestaví jídelníček na jeden den, který odpovídá energetickému příjmu dítěte.

Úroveň bádání: strukturované

Forma výuky: skupinová

Cílová skupina: 4.–5. třída

Časová náročnost: 60 min

Pomůcky: obrázek zdravého talíře, tabulka energetických hodnot potravin (Příloha č. 12), počítač (kaloricketabulky.cz)

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	Brainstorming na téma zdravá strava. Jak by měl vypadat konkrétní jídelníček dítěte?
Krok 2: Hypotéza	Co je to zdravý talíř? Zásady zdravého talíře.
Krok 3: Vlastní bádání	Žáci společně tvoří jídelníček na jeden den o pěti chodech. Berou ohled na zásady zdravého talíře, energetickou hodnotu jídla a také na to, aby si pochutnali. Mimo tabulku s energetickými hodnotami jídla využívají i PC.
Krok 4: Závěr	Každá skupina představí sestavený jídelníček. Zhodnotí, jak moc splňuje požadavky zdravého talíře, vlastní preference a jaká je celková energetická hodnota (můžeme se zaměřit i na poměr EH v jednotlivých jídlech). Společná diskuze na téma – v jakých potravinách můžu hledat jednotlivé živiny, srovnávání množství (Je více bílkovin ve 100g kuřecího masa, nebo 100g sýru eidam, ...) Společná diskuze nad postupy, problémy apod. Shrnutí hodiny.
Poznámky	Při sestavování jídelníčku se můžeme zaměřit více na zásady zdravého talíře a zastoupení jednotlivých maker. Každá dvojice si vybere jednu z nabízených hypotéz (Příloha č. 13), nebo vymyslí vlastní (hypotézy srovnávají množství živin). Poté sbírají informace a dochází k závěru (potvrdí, nebo vyloučí hypotézu). Získané informace využívají v sestavování jídelníčku.

2.1.7 Byt

Tematický okruh: Geometrie v rovině a prostoru

Téma: Práce se čtvercovou sítí, kombinatorika

Matematický cíl: Žák rozvíjí kombinatorické a logické myšlení, ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů.

Očekávané výstupy podle RVP ZV:

- žák určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly; uvádí věci do souvislostí; samostatně pozoruje a experimentuje, získané výsledky porovnává, kriticky posuzuje a vyvozuje z nich závěry pro využití v budoucnosti
- kompetence k řešení problémů – žák samostatně řeší problémy; volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- kompetence sociální a personální – žák přispívá k debatě celé třídy

Cíl: Žák se řídí a tvoří podmínky pro daný plánec bytu.

Úroveň bádání: strukturované

Forma výuky: samostatná

Cílová skupina: 4.–5. třída

Časová náročnost: 60 min

Pomůcky: pracovní list (Příloha č. 14)

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	<p>„Zavři oči a představ si, že jsi zrovna přišel domů. Sundáš si boty, odložíš si bundu a kam se v bytě vydáš dál?</p> <p>Společná diskuze o bydlení (Bydlíš v domě, nebo v bytě? Kolik máte pokojů? Jaká místnost je největší? Kolik má asi metrů?)</p> <p>Jaký je ideální byt?</p>
Krok 2: Hypotéza	<p>„Ocitneme se v roli projektanta. Ten doslat za úkol navrhnout jeden byt, ale majitel bytového komplexu mu zadal určité podmínky, které musí dodržet.“</p> <p>Podmínky: Byt musí být větší než 90 m². Musí mít minimálně 4 místnosti (i s chodbou). Záchod bude sousedit s ložnicí. Obývací pokoj bude největší místnost v domě. Ložnice bude mít stejný obvod jako jeden z jiných pokojů.</p>
Krok 3: Vlastní bádání	<p>Práce s pracovním listem. Žáci se snaží i přes podmínky navrhnout byt podle svých představ.</p> <p>List žáci přehnou a předají spolužákovi. Podle nových parametrů se snaží zakreslit plánek bytu. Pokud jim něco chybí v parametrech, napíší to na druhou stranu.</p>
Krok 4: Závěr	<p>Společná diskuze v kruhu o prvním úkolu (Kdo splnil podmínky? Chtěli byste v navrženém bytě bydlet? Jak moc se liší od vašeho bydlení? Jaká podmínka byla nejhorší?)</p> <p>Porovnání původních a nových návrhů (Co Vám chybělo? Co bylo lehčí? Napsali byste teď parametry jinak? ...)</p> <p>Shrnutí hodiny.</p>
Poznámky	<p>Námět může být pojat jako nasměrované bádání:</p> <p>Třídu rozdělíme do skupin. Každá skupina si zvolí 5 podmínek, které musí být v jejich vysněném bytě a udělají rychlý návrh. Poté si seznam požadavků skupiny mezi sebou vymění a navrhnou podle něj byt. Opět se snaží dát do návrhu vlastní preference, ale přitom se stále drží podmínek. Poslední krok hodiny je stejný.</p> <p>Z jedné hypotézy pravděpodobně vzniknou dva odlišné závěry. (Žáci si tohle často neuvědomují a je pro ně jen jedno možné řešení – to jejich navržené.)</p>

2.1.8 Geometrické akvárium

Tematický okruh: Geometrie v rovině a prostoru

Téma: Rovinné obrazce

Matematický cíl: Žák se přesně a stručně vyjadřuje užíváním matematického jazyka včetně symboliky.

Očekávané výstupy podle RVP ZV:

- žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa

Klíčové kompetence:

- kompetence k učení – žák operuje s obecně užívanými termíny, znaky a symboly, uvádí věci do souvislostí
- kompetence k řešení problémů – žák volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy
- kompetence komunikativní – žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory v logickém sledu
- kompetence sociální a personální – žák přispívá k debatě celé třídy
- kompetence pracovní – žák si vhodně organizuje vlastní práci

Cíl bádání: Žák poskládá origami podle návodu a pojmenuje všechny vzniklé geometrické tvary.

Úroveň bádání: potvrzující

Forma výuky: individuální

Cílová skupina: 3.–5. třída

Časová náročnost: 60 min

Pomůcky: pracovní list (Příloha č. 15), list A4, barevné listy A5, nůžky, lepidlo

Struktura hodiny:

ČÁST HODINY	POPIS ČINNOSTI
Krok 1: Motivace Výzkumná otázka:	Jaké znáš geometrické tvary (rovinné obrazce). Ukázky poskládaných origami a společná diskuze o origami. Jak souvisí origami a matematika?
Krok 2: Hypotéza	S jakými geometrickými tvary se setkáš při skládání origami ryby? Žáci nápady píší na tabuli.
Krok 3: Vlastní bádání	Žáci skládají origami podle návodu. Komu se nedaří, má k dispozici ještě video návod. Poté žáci tvoří geometrické akvárium. To musí být tvořené pouze z geometrických tvarů, které žáci umí pojmenovat a musí na něm být všechny tvary, které zazněly na začátku hodiny.
Krok 4: Závěr	Společná diskuze o skládání origami a o všech vzniklých geometrických tvarech na origami. Shrnutí hodiny.
Poznámky	Téma skládání origami je zpracováno i v projektu Fibonacci v publikaci Inquiry Based Mathematics Education for Gifted Children in Primary School (s. 66–69). Pracovní listy přeložené do českého jazyka jsou v příloze (Příloha č. 16, 17).

2.2 Realizace BOV

Jak jsem již zmínila, všechny navržené náměty byly ověřené ve školní praxi. Výuku jsem realizovala na dvou základních školách, které jsou níže charakterizovány. Nutno zmínit, že školy jsem vybrala náhodně. Zkušenost s badatelsky orientovanou výukou matematiky neměly. Žádnou třídu jsem neznala a ani jsem dopředu neviděla, jak žáci v matematice pracují. Proto jsem při výuce často musela improvizovat a rychle reagovat na určité problémy, kterým by se dalo nejspíše předejít. Nicméně si myslím, že i přes tyto obtíže byla realizace úspěšná.

2.2.1 Charakteristika školy A

První základní škola je situována v kraji Vysočina. Nachází se v malé vesnici a navštěvuje ji přibližně 50 žáků. Vyučuje se zde do pátého ročníku, a to ve třech třídách. Jedná se tedy o malotřídní školu.

Výuky se zúčastnili žáci čtvrtého a pátého ročníku. Celkem šlo o 15 dětí, které jsou seskupené do jedné třídy. Od počátku školní docházky je zde matematika vyučovaná metodou Hejného. Ta je především založená na tom, aby žák objevoval matematiku sám. Paní učitelka ještě uvedla, že v matematice žáci často pracují ve skupinách, snaží se spojovat získané znalosti a dovednosti s reálným životem a celkově je třída plná šikovných a zvědavých dětí.

2.2.2 Charakteristika školy B

Druhá základní škola se nachází na okraji města Hradec Králové. Jde o menší školu s prvním i druhým stupněm, kterou navštěvuje přibližně 280 žáků.

Zde byla výuka realizována v pátém ročníku, do kterého chodí 17 žáků. Ve třídě je několik žáků se specifickými poruchami učení a chování. Z tohoto důvodu je výuka občas složitější a vykazuje některé specifické znaky. Například to, že ne vždy je možné efektivně pracovat ve skupinách. Paní učitelka uvedla, že zde jsou žáci, kteří mají s matematikou a jejím pochopením problém, žáci, kteří mají jen naučené struktury, ale neumí je uvést do souvislostí, ale také žáci, kteří jsou zvědaví a matematika je baví.

2.2.3 Reflexe

V této kapitole popisuji, jak konkrétně výuka probíhala. Zaměřuji se především na různé postupy, nápady a konečné řešení úloh, ke kterým žáci dospěli. Snažím se ale také poukázat na problémy, které se ve třídách objevily, a na které je třeba dát pozor.

2.2.3.1 Matematické ráno

Tento námět byl jako jediný realizovaný v obou třídách. Bádání zde probíhá na nejvyšší úrovni a práce je tedy založena na samostatné činnosti žáka. Z toho lze předpokládat, že postupy a výsledky práce se mohou lišit.

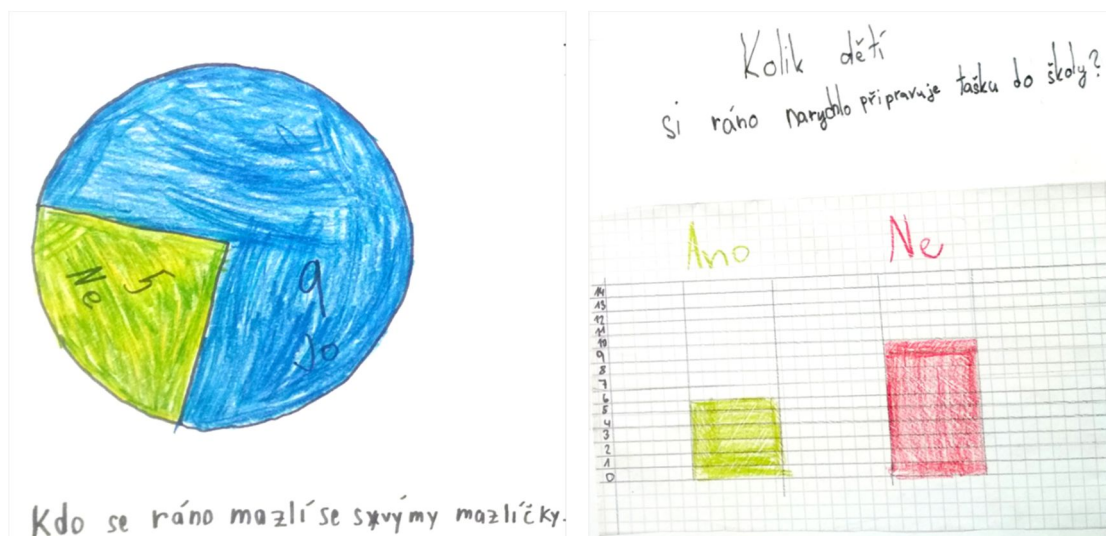
V obou třídách šlo o naše poslední setkání a myslím, že žáky i nejvíce bavilo. Někteří měli zprvu strach z práce, jelikož nebyl zadán přesný postup. Nakonec si ale každá skupina práci rozvrhla a došla k určitým závěrům. Na žácích bylo vidět, že je baví získávat informace o jejich třídě. Při závěrečné prezentaci se pak hodně vypyтали na různé detaily.

Ve třídě B žáci nepracovali ve skupinách, ale jen ve dvojicích. Jak jsem zmínila v charakteristice školy, skupinová práce je v této třídě náročnější a po konzultaci s paní učitelkou jsem žáky rozdělila takto. Každá dvojice pak měla za úkol vymyslet minimálně pět otázek. Jelikož ve třídě bylo hodně skupin, chtěla jsem předejít tomu, aby se otázky několikrát opakovaly. Nakonec si každá dvojice vybrala dvě otázky a na ty sbírala anonymní odpovědi pomocí barevných lístečků.

Hned při tvoření otázek se ve třídách objevily odchylky. V třídě A žáci vymýšleli převážně takové otázky, na které se odpovídalo čísly. Byly to například: *V kolik hodin vstáváš? V kolik hodin vycházíš z domu? Jak dlouho ti trvá cesta do školy? Kolik naše třída vypije čaje?* apod. Ve třídě B se mimo tohle objevily i trochu konkretizující otázky: *Jakou posloucháš hudbu při cestě do školy?* nebo *Kdo tě ráno budí?* Bohužel ve zpracovaných plakátech se tyhle informace už neobjevily, kvůli složitému vyhodnocení. Žáci je alespoň představili při prezentaci. Příště bych při zpracování takových otázek dané skupině dala nějaký podnět, aby se nad tím zamysleli, případně to zahrnuli nějakým způsobem do grafů.

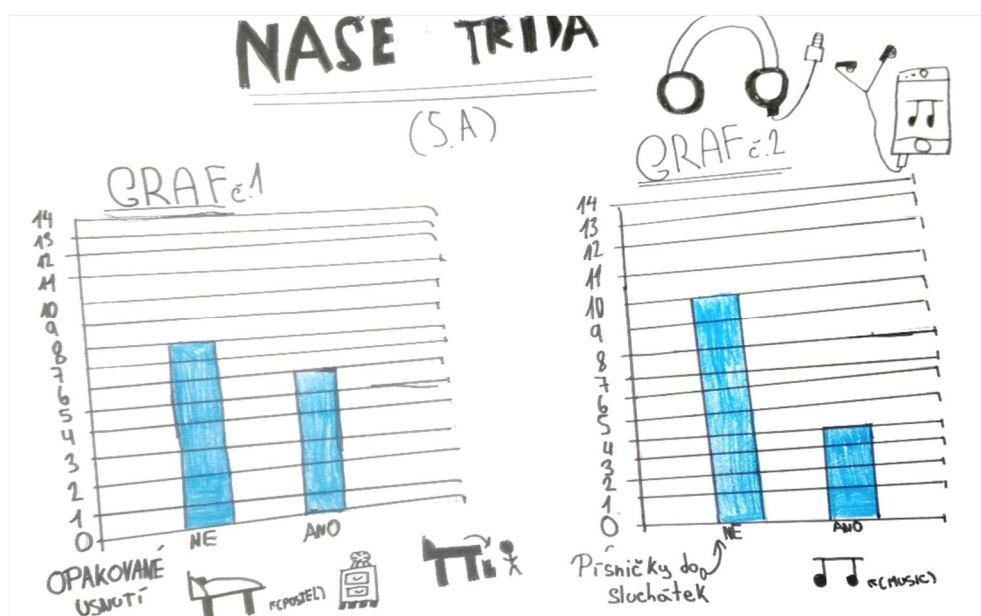
V matematice se obě třídy s grafy setkaly, ale nikdy je netvořily. Proto jsem byla překvapená, že nevznikl žádný graf, který by byl nepřehledný. Dokonce ve třídě vznikly jak sloupcové, tak i kruhové grafy (obr. 3). Při vytváření grafů měli žáci k dispozici

čtverečkované papíry. Většina skupin tuhle možnost však nevyužila a raději si graf přizpůsobila sama sobě.

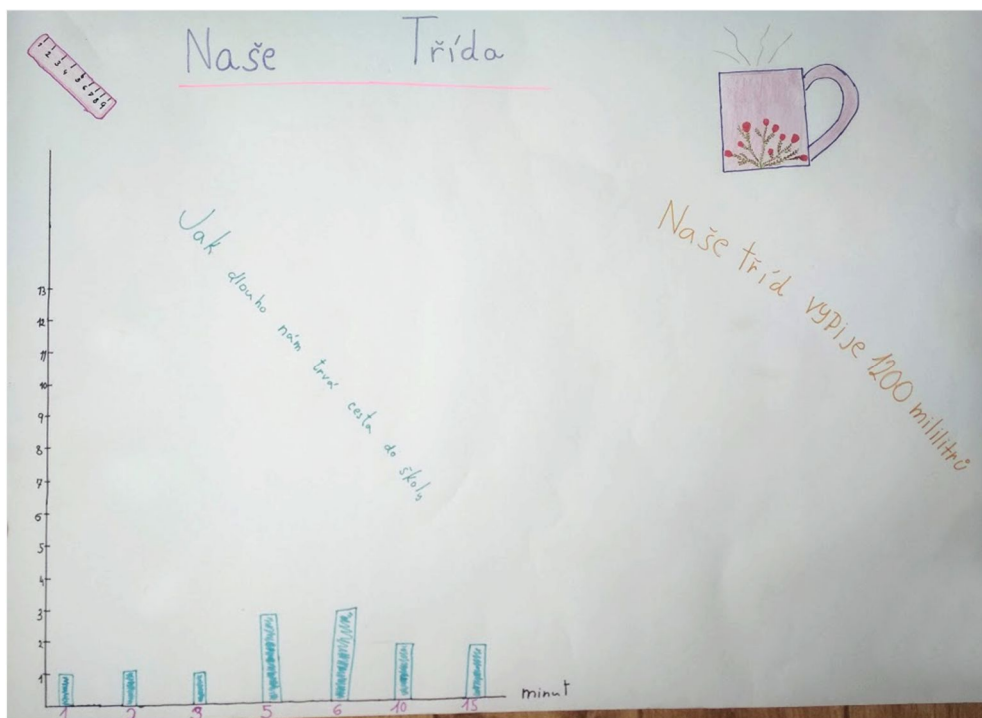


Obrázek 3: Kruhový a sloupcový graf

V každé třídě jsem použila jiné formáty papíru. Lépe byly využity menší rozměry (A3), jelikož je žáci snadněji zaplnili a mohli se věnovat více grafům než vizuální stránce (obr. 4). U práce s velkým formátem některé skupiny požadovaly více času na dokreslení a grafy nejsou na první pohled zcela jasné (obr. 5).

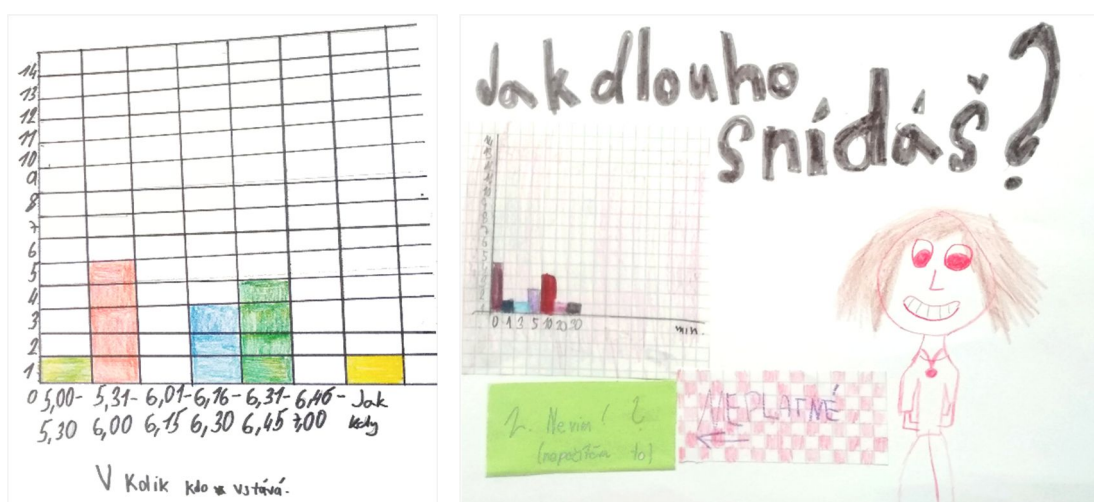


Obrázek 4: Menší formát



Obrázek 5: Větší formát

Tvorbu i vyhodnocování jsem nechala na žácích. Jedna skupina do sloupcového grafu nezaznamenávala konkrétní odpovědi, ale určité výseče. Žáci zjišťovali, v kolik hodin spolužáci vstávají, a protože se časy hodně lišily, zpracovali graf takto (obr. 6 – vlevo). Na plakátech se také objevovaly i neplatné hlasy. Konkrétní důvody pak skupiny uváděly při prezentacích, nejčastěji to byla nesmyslná odpověď (obr. 6 – vpravo).



Obrázek 6: Zajímavé zpracování

Před prezentováním měli žáci čas na to, aby se domluvili, jak to celé pojmu. Při sdělování výsledků někteří poukázali i na problémy, se kterými se setkali (neplatné hlasy, obtížnost vyhodnocení) a jejich následné řešení. Jak už jsem říkala, v této části se i hodně vyptávali spolužáci. Já jsem se snažila také ptát na různé otázky a naznačit další možnou cestu. Tím se v žácích vzbudila další vlna motivace a napadala je různá témata, která by šla obdobně zpracovat.

Cíl bádání byl naplněn v plné míře (žák zvolí výzkumnou otázku, sesbírá data a sestaví jednoduchý graf týkající se vlastní třídy). Výuka splňovala všechny znaky, které jsou typické pro BOV a prošla i všemi fázemi – volba výzkumných otázek, sběr dat, plánování postupu práce a vyvození závěrů. Jediné, co žáci považovali jako zbytečné, bylo formulování hypotézy. Chtěli se dozvědět skutečnost a nezdržovat se domněnkami. V obou případech došlo k pochopení významu grafu.

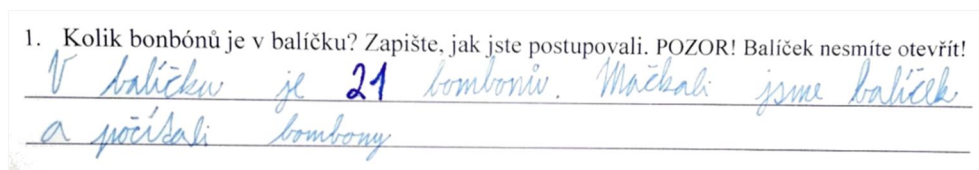
2.2.3.2 Bonbóny

Hodinu jsem realizovala ve třídě A, kde v každé skupině byl minimálně jeden žák pátého ročníku. S rozdělením do skupin mi pomáhala paní učitelka.

Zadání úlohy žáky zaujalo a bylo vidět, že jsou sami zvědaví, který balíček se ukáže jako nejvýhodnější koupě. Když si skupiny vybíraly, s jakou značkou bonbónů budou pracovat, nebyl žádný problém a vše si rozdělily.

Při vlastním bádání byly k dispozici různé pomůcky. Dost mě překvapilo, že žáci měli problém zvážit balíček na kuchyňské váze. Většina skupin položila balíček na váhu a až potom ji zapnula. Ani hledání v účtence nebylo pro žáky jednoduché.

V třetí fázi žáci pracovali s pracovním listem. První úlohu většinou řešili pomocí hmatu (obr. 7). Jedna skupina ale prošla všechny informace na obalu a počet bonbónů si nějak odvodila ze složení, což bylo chybné. Jiná skupina odhadla hmotnost jednoho bonbónu a podle celkové hmotnosti vypočítala počet všech bonbónů.



Obrázek 7: Počet bonbónů

Žáci měli vypočítat cenu jednoho bonbónu, což pro ně bylo složité. Žádná skupina si příklad graficky neznázornila a ani nenapsala správný výpočet. Objevil se výpočet $30 : 24$ (cena balíčku 30 Kč, počet bonbónů 24), kdy cena jednoho bonbónu vyšla na 6 Kč (obr. 8). Skupina na nad tímto výsledkem nijak nepozastavila.

5. Kolik stojí balíček bonbónů? Vypočítejte, kolik stojí jeden bonbón, postup запиšte.

$$\begin{array}{r} 29,90 \\ \hline 30 \\ -24 \\ \hline 06 \end{array} \quad \begin{array}{r} 06 \\ 24 \\ \hline 30 \end{array}$$

Jeden bonbón stojí 6 Kč.

Obrázek 8: Cena jednoho bonbónu

Jiná skupina se k výpočtu přiblížila, ale otočila dělitele a dělence (obr. 9). Ostatní skupiny na to šly spíše logickou úvahou a metodou pokus x omyl. Určily, zda bude cena vyšší, nebo nižší než 1 Kč. Poté zkoušely sčítat (nikoliv násobit), zda jim cena vyjde. Tento úkol hodnotily jako nejtěžší.

5. Kolik stojí balíček bonbónů? Vypočítejte, kolik stojí jeden bonbón, postup запиšte.

Balíček stojí 29,90 = 1 bonbón stojí 1,27

$$\begin{array}{r} 38:3,0 = 1,20 \\ 08 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,27 \\ 30 \\ \hline 000 \\ 3810 \end{array}$$

Obrázek 9: Cena jednoho bonbónu 2

Překvapilo mě, že při porovnávání výsledků a určování výhodné koupi žáci brali ohled i na chuť bonbónů. Několikrát zaznělo, že sice tahle značka je dražší, ale bonbóny jsou mnohem chutnější. Ve formulování postupů a závěrů měly některé skupiny problém. Nemohly najít správná slova a jejich projev nebyl zcela pochopen.

Cíl bádání byl splněn jen z části (vybrat cenově nejvýhodnější produkt z určených). Úloha se žákům zdála obtížná, proto nedošli k úplnému závěru. Část třídy se pokusila o odhad, který vyplýval z logického úsudku. Naopak jiné skupiny se nad výsledkem nepozastavily i přes to, že byl neslučitelný s realitou.

2.2.3.3 Pentomino

Toto téma jsem učila ve třídě A, hned jako druhé v pořadí. Zvolila jsem záměrně nasměrované bádání, jelikož jsem z předchozí zkušenosti nabyla dojmu, že to žáci zvládnou. Navíc se v matematice podle Hejného pracuje s podobnými tvary, které jsou složeny z různých počtů čtverců.

Na začátku jsem žákům představila pomůcku Magformers (obr. 10). Nikdo ji neznal, ale všechny zaujala natolik, že se mě žáci několikrát ptali, kde se dá sehnat. Proto jsem je nechala, aby se s ní důkladně seznámili.

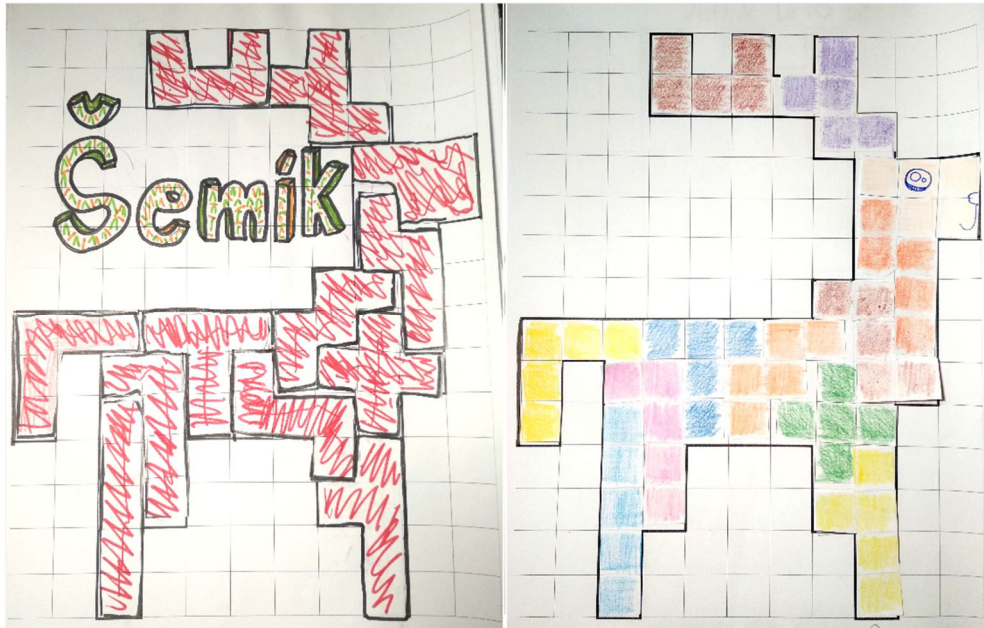


Obrázek 10: Pomůcka Magformers

Se slovem pentomino se žáci ještě neseťkali, ale rychle pochopili, co to je. Při objevování možných kombinací celá třída přišla na všech dvanáct tvarů. Všichni postupovali náhodným skládáním a experimentováním. Myslím, že díky zmíněné pomůcce také dokázali rychle identifikovat zrcadlově stejné tvary.

Dále měli žáci za úkol pokrýt obrázek jelena. Překvapilo mě, že to bylo obtížnější než objevování všech tvarů. Předpokládala jsem, že to budou mít za chvíli a všichni se vrhnou na pokrývání obdélníku, ale jen tato práce zabrala spoustu času. Některým dvojicím jsem nakonec dávala nápovědu – umístění nějakého tvaru.

V průběhu práce žáci našli dva způsoby pokrytí, které se liší jen záměnou tří tvarů – u přední nohy. Obrázky si žáci nakonec upravili podle svého (obr. 11).



Obrázek 11: Příklady pokrytí obrázku

Cílem bádání bylo nalézt celou sadu pentomin, což se povedlo. Práce probíhala ve dvojicích, tudíž došlo k zapojení všech žáků. Pro další použití této úlohy bych nechala žáky nalézt nějaký systém objevování všech pentomin. Bylo by to možné východisko pro práci s většími objekty (např. při prostorovém skládání, viz poznámka, s. 35).

2.2.3.4 Výlet

Hodinu jsem realizovala ve třídě A. Byla to už několikátá badatelsky orientovaná výuka, proto jsem nechala žákům velkou volnost. To se ale neukázalo jako nejlepší řešení. Sice žáci hledali spoustu informací, které museli ověřovat a třídit, ale úplně to zastínilo původní plán hodiny. Příště bych tuhle aktivitu nechala až na dobu, kdy žáci budou mít větší zkušenosti s BOV.

Konkrétně žáci plánovali výlet do Hradce Králové. Do programu museli zahrnout návštěvu Moderní galerie, která se konala v určitý čas.

V úvodní fázi při brainstormingu byli žáci nápavití. Reálné možnosti, které se daly využít na náš výlet jsme vyznačili a skupiny si poté vybraly s jakou možností budou pracovat (obr. 12).

Výjezd do Hlinska 7:04 1 dítě stojí
 Dorazíme do Hlinska 7:38 1 dospělí stojí
 Dorazíme do Bratce 19:56
 Přespím v hotelu Alessandria

Obrázek 14: Plán výletu 2

Důvodem toho, že se ve třídě objevily až nesmyslné plány, bylo právě náročné hledání informací. Pokud by nebylo tolik možností, žáci by se nejspíš zaměřili více na program. Pokud bych měla hodinu opakovat ve stejné třídě, zařadila bych bádání strukturované.

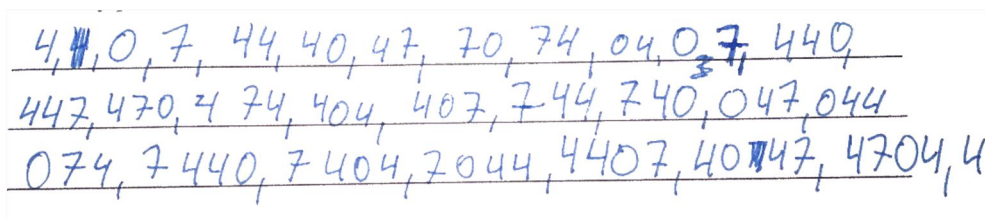
Cílem bádání bylo plánování školního výletu, což se podařilo jen málokterým skupinám. Ostatní skupiny si špatně zorganizovaly postup práce, a to se odrazilo ve výsledcích bádání. V tomto případě také nedošlo k úplnému zhodnocení hypotéz. Proto bych se pro příště více zaměřila na druhou fázi bádání. Hypotézy bych napsala na papír a vyvěsila je. V závěrečné části bych měla jasně dané, které se potvrdily a které se naopak vyvrátily. Z tohoto zjištění bych pak vycházela při skutečném plánování školního výletu.

2.2.3.5 Hrátky s čísly

Námět *Hrátky s čísly* jsem realizovala jako úplně první ve třídě A, proto jsem volila práci s pracovním listem, a tedy i strukturované bádání. Žáci pracovali nejdříve sami a poté ve čtyřčlenných skupinách.

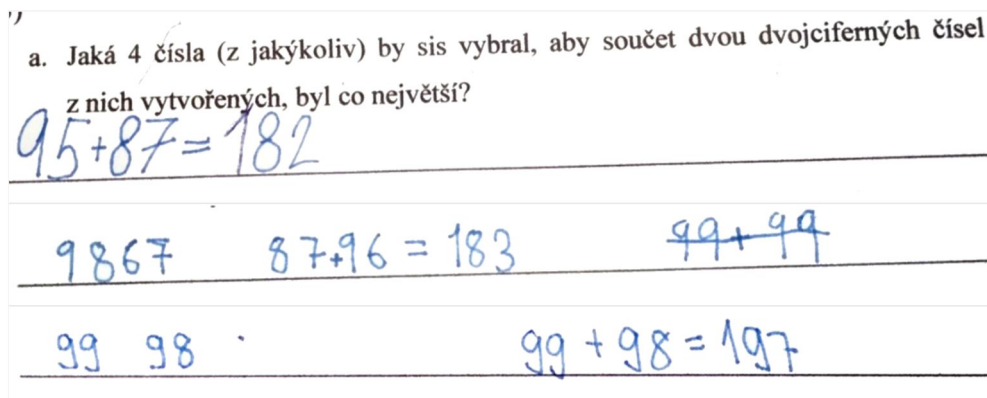
Při brainstormingu žáci nejčastěji říkali, že čísla můžeme sčítat a odčítat. Většina totiž číslo brala jako jedno, nikoliv jako čtyři číslice. Jakmile ale zaznělo, že můžeme čísla tvořit, naskočily i jiné nápady – tvořit, sčítat, odčítat, násobit, dělit, psát, kreslit, tvořit slovní úlohy s nimi, řadit se do skupin podle nich, vytvářet zlomky, ...

Při vytváření čísel nikdo nenašel všechna. Často žáci postupovali tak, že napsali jednociferná, dvouciferná, trojiciferná, a nakonec čtyřiciferná čísla. Také psali, že čísla 7 a 07 jsou rozdílná (obr.15). Nicméně tohle tvoření čísel bylo pro žáky nejvíce poutavé a zábavné.

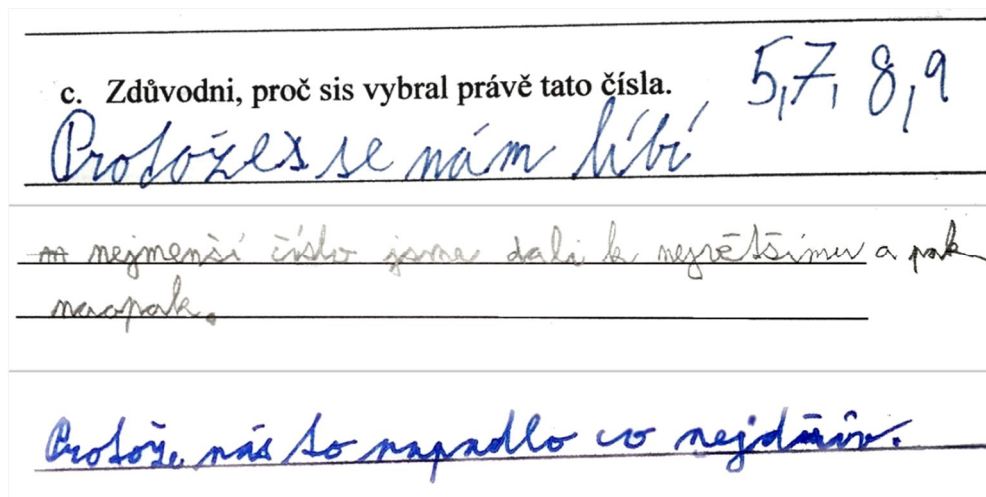


Obrázek 15: Tvoření čísel

K dalšímu cvičení žáci přistupovali různorodě. Někdo zvolil sestupnou řadu největších čísel, jiní si ke třem takovým přidali jedno menší (obr. 16). Důvody k tomuto kroku se objevovaly různé (obr. 17).



Obrázek 16: Největší dvouciferný součet



Obrázek 17: Zdůvodnění

Cílem hodiny bylo uvědomění, jak se chová číslo v určitých matematických situacích. Opět některé skupiny dokázaly nalézt obecná pravidla („nejmenší číslo jsme dali k největšímu a naopak“), jiné postupovaly intuitivně. Tento typ úlohy bych zařadila nejen pro skupinovou práci, ale také jako samostatnou s následným společným vyvozením závěrů.

2.2.3.6 Jídelníček

Námět jsem realizovala ve třídě B a byl to jediný námět, kde žáci pracovali ve větších skupinách (čtyřčlenných). Bohužel, dvě skupiny po chvíli odmítly pracovat z důvodu špatné spolupráce. Ať už jsem se snažila jakkoliv je motivovat, nedošly k žádnému závěru. Navíc to rušilo ostatní.

Po konzultaci s paní učitelkou jsem na začátek hodiny ještě zařadila počítání jednoho ukázkového jídelníčku. Bylo to hlavně z toho důvodu, aby se žáci seznámili s celou tabulkou. Při sestavování jídelníčku se i přesto objevil problém s posledním sloupečkem v tabulce. Zde byla hodnota zadaná na 100 gramů potravin. Žáci sice věděli, že je to na tuto hmotnost, ovšem nevěděli, kolik gramů másla se například maže na chleba. Proto jedna skupina (obr.18) zvolila na svačinu jeden rohlík a 100 gramů másla.

SVAČINA:

Rohlík , vosačina , maslo , okurka , džus

(Energetická hodnota celé svačiny: 5810)

Obrázek 18: Svačina

Některé skupiny sestavily jídelníček tak, jak by jim chutnal a zásady zdravého stravování úplně vypustily (obr. 19). Občas se objevilo ovoce a zelenina, ale velké zastoupení v jídelníčku neměly (obr. 20).

Sestavte jídelníček s pěti denními chody

SNÍDANĚ: cereálie

(Energetická hodnota celé snídaně: 900)

SVAČINA: rohlík

(Energetická hodnota celé svačiny: 500)

OBĚD: svičková

(Energetická hodnota celé oběda: 1800)

SVAČINA: Hamburger

(Energetická hodnota celé svačiny: 3100)


VEČEŘE: pizza (8 kusů)

(Energetická hodnota celé večeře: 9200)


Celková energetická hodnota jídla: 15590

Obrázek 19: Ukázka jídelníčku


Sestavte jídelníček s pěti denními chody, jehož energetická hodnota bude asi 10 000 kJ.

SNÍDANĚ: TOUSTY, 100 ml kakao 100 ml 


(Energetická hodnota celé snídaně: 1735)

SVAČINA: DABLKO, JOGURT, voda, šokoládová 


(Energetická hodnota celé svačiny: 1280)

OBĚD: RÍŽEK, BRAMBOROVÁ KAŠE, PŽUS 100 ml 

(Energetická hodnota celé oběda: 2380)

SVAČINA: BĀBA OVKA ($\frac{1}{3}$), voda 

(Energetická hodnota celé svačiny: 148)

VEČEŘE: PIZZA, ČAJ 100 ml
(3 kusy) 

(Energetická hodnota celé večeře: 3550)

Celková energetická hodnota jídla: 10 151 kJ

Obrázek 20: Ukázka jídelníčku 2

Při prezentaci výsledů zazněla velmi zajímavá otázka, a to kolik jídla už jsme snědli. Jeden chlapec tedy začal počítat, kolik obědů za svůj život snědl a ostatní to velmi zaujalo. Začaly se objevovat otázky, kolik kilogramů jídla by to bylo a zda by se vše vešlo do jedné místnosti. Myslím, že to jsou velice zajímavé nápady na další náměty, které lze určitě použít.

Ve výsledku všechny skupiny vytvořily jídelníček na jeden den. Nicméně se vzdalovaly zásadám zdravého talíře, a navíc bych výuku nenazvala jako badatelsky orientovanou. I přes to, že šlo o strukturované bádání, odmítavý postoj ke skupinové práci narušil celý průběh. Nedošlo tedy k naplnění matematického cíle ani k rozvoji klíčových kompetencí. Z těchto důvodů jsem přípravu viditelně pozměnila.

2.2.3.7 Byt

Téma *Byt* jsem učila ve třídě B. Jednalo se o strukturované bádání a musím říci, že hodina žáky velmi bavila, především její první část.

Ještě před začátkem hodiny mi paní učitelka sdělila, že si myslí, že pro některé to bude těžká práce. Jeden žák, kterého matematika nebaví, do plánku dokonce zakreslil i dveře. Všechny dané podmínky splnil a jako jediný do parametrů popsal i tvar místnosti (obr. 21). Na všechny úkoly reagoval velmi rychle a celkově bylo vidět, že ho úlohy baví. Po hodině za mnou přišel a říkal, že se moc těší na další hodinu matematiky.

Podmínky:

- Musí být větší než 90 m²
- Musí mít minimálně 4 místností (i s chodbou)
- Záchod bude sousedit s ložnicí
- Obývací pokoj bude největší místnost v domě
- Ložnice bude mít stejný obvod jako jeden z jiných pokojů

Napiš další podmínky, které platí pro tvůj byt?
(piš je tak, aby si někdo další dokázal tvůj byt co nejpřesněji představit)

CHODBA MÁ TVAR PÍSMENE L

PRACOVNA MÁ DVA VCHODY

DŮM MÁ 7 MÍSTNOSTÍ (1 S CHODBOU)

OBÍVACÍ POKOJ MÁ 48 m²

Obrázek 21: Plán bytu

V dalších případech se objevovaly rozměry jednotlivých místností. Někde i umístění (naproti ložnici je dětský pokoj). Tyto podrobné popisy byly většinou na pracovních listech, které vyplňovala děvčata. (obr. 22, obr. 23)

Pracovní list – Vlastní byt

Kuchyně sousedí s 2 pokoji.

Chodba sousedí s obývacím pokojem, záchodem, ložnicí, kuchyní.

Záchod sousedí s ložnicí a pokojem.

Jeden pokoj nesusedí s chodbou.

Kompenza je v pravo dole.

Ložnice je v levo dole.

Obývací pokoj je v levo nahore.

Byt má 3 pokoje.

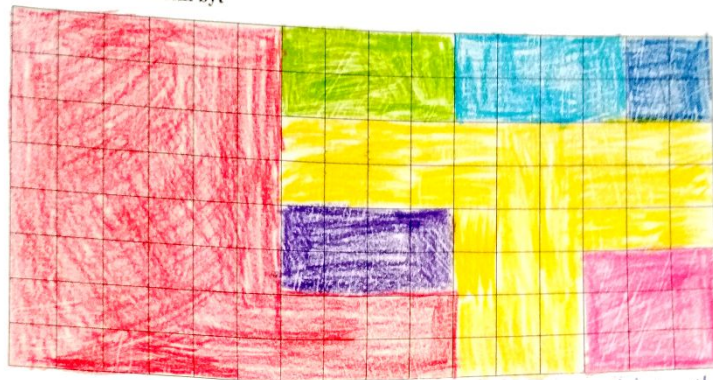
Má 9 místností.

Záchod a kompenza je v jednom.

CHODBA
OBÍVACÍ POKOJ
ZÁCHOD
LOŽNICE
POKOJ
KUCHINĚ
KOMPENZA

Obrázek 22: Plán bytu 2

Pracovní list – Vlastní byt



Kuchyň, obývací a jídelna jsou propojené.
Naproti ložnici je dětský pokoj.
Největší místnost má 56 m^2 (Kuchyň).
Ložnice s dětským pokojem mají 8 m^2 .
Pracovna má 9 m^2 .
Záchod a koupelna mají 8 m^2 .
Místnost s pračkou má 4 m^2 .
Chodba má 35 m^2 .

- kuchyň, obývací, jídelna
- záchod, koupelna
- místnost s pračkou
- chodba
- pracovna
- pokoj pro děti
- ložnice

Obrázek 23: Plán bytu 3

Tato výuka se zabývá základy kombinatoriky. Žákům nedělalo velký problém se řídit pravidly, ovšem pohled z opačné strany byl pro ně složitější. S námětem by se dalo pracovat delší dobu, aby došlo k úplnému pochopení významu kombinatoriky. Cíl bádání byl ale splněn.

2.2.3.8 Geometrické akvárium

Tento námět jsem realizovala jako první badatelsky orientovanou výuku ve třídě B, proto jde o potvrzující bádání.

Při motivaci žáci projevili velký zájem o origami, dokonce valná část třídy se s tímto skládáním papíru už v minulosti setkala. Přes to, že jsme se stále vraceli ke geometrickým tvarům, na konci hodiny mně část třídy řekla, že se spíše jednalo o hodinu pracovních činností než o matematiku.

Při skládání podle návodu a vyplňování pracovního listu si ale spousta žáků nevěděla rady. Rybu složila necelá půlka třídy, proto jsem ještě pustila video návod. Žákům, kteří origami nesložili ani podle videa, jsem ukázala skládanku znovu já.

Při pojmenovávání geometrických tvarů žáci neměli žádný problém. Z tohoto důvodu si myslím, že činnost je vhodná i pro mladší ročníky.

3 Diskuze

Hlavním smyslem teoretické části bylo prostudovat dostupnou literaturu týkající se badatelsky orientované výuky. Na základě získaných informací a bližšího prozkoumání kurikulárního dokumentu (RVP ZV) bylo zjištěno, že BOV může sloužit k rozvoji všech klíčových kompetencí, což je jeden z hlavních cílů základního vzdělávání.

Pro lepší porozumění BOV byly prostudovány existující materiály s konkrétními úlohami, které by se daly využít v matematice na 1. stupni ZŠ. Takových materiálů ale není mnoho. Některé z nich obsahují pouze úlohu, ale už nerozpracovávají práci jako takovou. Nejsou zde například uvedeny jednotlivé fáze bádání, které jsou pro BOV typické. Navíc je většina materiálů v anglickém jazyce.

Materiály, které vznikly v rámci diplomové práce, vychází ze základní charakteristiky badatelsky orientované výuky matematiky autorů Artigue a Baptist (2012) a Samková et al. (2015). Součástí jsou podrobné přípravy na jednotlivé hodiny, pracovní listy a další doplňující materiály.

Badatelsky orientovaná výuka směřuje žáka k pochopení podstaty věci. Zejména v námětech, které vycházejí z učiva matematiky, to je velmi zřetelné. Při hledání čísel (Hrátky s čísly), které měly splňovat určité podmínky, žáci nakonec našli algoritmy pro daný typ problému. Jindy si žáci vyzkoušeli učivo z jiného pohledu. *Matematické ráno* dalo žákům možnost vytvořit graf, z čehož někteří žáci pochopili obecné využití grafů.

Základní prvek této výuky je vždy problémová úloha. Ta může vycházet jak z matematického učiva (Hrátky s čísly, Geometrické akvárium), tak z reálných potřeb žáků (Bonbóny, Výlet). Někdy může vzniknout jen jiným pohledem na všední věc (Matematické ráno).

Zvolené problémové úlohy by měly mít více způsobů řešení, přičemž k výsledkům můžeme dojít různými cestami, a i výsledky mohou být odlišné. V některých úkolech šlo o malé odchylky ve výsledcích (Pentomino), v jiných se už lišil celý postup práce (Výlet, Bonbóny). Tento znak by měl platit i v nižších úrovních bádání. Hodina *Geometrické akvárium* má v první části přesně daný výsledek práce, druhá část však dává žákovi větší volnost a samostatnost.

Při bádání si žáci sami plánují práci. Nejvíce se to projevuje při otevřeném bádání. To jsem zařadila v obou třídách až na úplný závěr (Matematické ráno). I přes malé zkušenosti si žáci poradili velice dobře a v žádné skupině nedošlo k problémům. Při některých hodinách (Pentomino), které nevyžadovaly rozvržení více kroků práce, žáci postupovali spíše intuitivně. K záměrnému plánování postupu práce tedy nedocházelo vždy.

Dalším znakem je kumulativní učení. Ve všech námětech jsou úlohy, k jejichž správnému vyřešení musí žáci použít dříve získané znalosti a dovednosti. Do jaké míry došlo k propojení s novými poznatky nemohu posoudit, jelikož jsem třídy navštěvovala jen v rámci realizace badatelsky orientované výuky.

Mezi často vyzdvihované výhody patří posílení mezipředmětových vztahů a spojení s reálným světem. *Jídelníček* dává prostor pro velké uplatnění znalostí z přírodovědy. Když žáci plánovali výlet (Výlet), pracovali s informacemi, které odpovídají skutečnosti. V dalších námětech (Matematické ráno, Byt) pak žáci pracují s navrženými informacemi, dochází ke čtení s porozuměním.

Pro badatelsky orientovanou výuku je typická skupinová práce, výuka tedy podporuje spolupráci u žáků. Ve třídě A byli žáci na skupinovou práci zvyklí a problém vždy řešili jako tým. V hodině *Hrátky s čísly* žáci vášnivě debatovali o řešení problému, a nakonec vybrali to, na kterém se všichni shodli. Naopak třída B měla se skupinovou prací problémy. Spojení skupinové práce s novou metodou výuky pak nebylo efektivní (*Jídelníček*). Pokud tedy chceme BOV zavádět, měla by třída být schopná pracovat ve skupinách.

Mezi další znaky BOV patří, že žáci pracují obdobně jako vědci. Občas se žáci pozastavovali nad formulací hypotéz. Pokud byla spojená s jinou činností (Bonbóny, *Hrátky s čísly*, Geometrické akvárium), žáci ji brali jako přirozenou cestu. Ve chvíli, kdy měli vyslovit nějakou domněnku (Matematické ráno), považovali tento krok za zbytečný. Je tedy důležité dodržovat celý badatelský cyklus a žádnou fázi nepřeskakovat, aby se žáci s jednotlivými kroky dobře seznámili.

V rámci ověřování námětů jsem si vyzkoušela roli učitele, abych lépe pochopila, s jakými úskalími se začínající pedagogové mohou potýkat. Před první hodinou jsem měla velké obavy z toho, jak budou žáci reagovat, jak úlohu vést, aby pro ně byla atraktivní a současně, aby se jednalo o BOV. Tento strach ale s každou další hodinou

opadával. O něco složitější pak pro mě bylo dodat žákům, kteří si nevěděli rady, chuť k řešení problémů, aniž bych jim neprozradila postup. I přes to se ale ztotožňuji s tvrzením, že učitel svou roli trenéra zlepšuje s přibývajícím zkušenostmi.

Za největší úskalí badatelsky orientované výuky je považována časová náročnost. Musím souhlasit, že příprava na tento typ výuky je náročná. Ale s přibývajícím zkušenostmi se zkracuje doba přípravy na hodinu. Co se týče realizace, školní vyučovací jednotka není příznivě nakloněna k této metodě, protože většinou na bádání nestačí 45 min. Na druhou stranu si myslím, že tato situace je na 1. stupni ZŠ řešitelná. Pokud jeden učitel učí všechny předměty, může některé v rámci mezipředmětových vztahů spojit.

Literatura doporučuje systematickosti a postupný přechod při zavádění BOV. Při realizaci jsem se snažila vždy ve třídách postupovat od potvrzujícího nebo strukturovaného bádání až k otevřenému. To se dařilo dobře, nicméně si myslím, že pro ještě hlubší pochopení celé výuky, by mělo zavádění proběhnout pozvolna a v průběhu celého školního roku. Tahle možnost pro mě ale nebyla reálná, protože neučím svou třídu.

Závěr

Cílem této diplomové práce bylo charakterizovat obecné rysy badatelsky orientované výuky a poté i specifika bádání v matematice. Toho bylo dosaženo na základě studia odborné literatury a jiných podpůrných materiálů, a to jak českých, tak i zahraničních. Tato část práce může tedy posloužit případným zájemcům o BOV pro získání podrobnějších informací.

Dalším cílem teoretické části práce bylo stručně charakterizovat existující projekty, které se zaměřují na badatelsky orientovanou výuku v matematice s přihlédnutím na její využití na 1. stupni ZŠ. V rámci těchto projektů vznikly materiály, které obsahují konkrétní náměty do výuky. Nicméně bylo zjištěno, že námětů, využitelných na 1. stupni, není mnoho, navíc jsou téměř všechny v anglickém jazyce. I z tohoto důvodu jsou tyto dostupné ukázky pracovních listů v anglickém jazyce přeloženy a zařazeny do příloh této práce. Čtenář si tak může udělat představu, jak daný materiál vypadá.

Následující cíl, a to vytvoření vzorových příprav pro BOV v matematice, byl hlavní náplní praktické části práce. Pro ověření účinnosti byly všechny navržené náměty realizovány ve školní praxi. Na základě toho u některých příprav došlo k následným malým úpravám. Průběh experimentálního vyučování byl popsán s přihlédnutím k žákovským řešením. V práci nechybí ani shrnutí výsledků a různých postřehů, ke kterým při realizaci došlo.

Obecně lze konstatovat, že BOV žáky zaujala a přinesla jim jiný pohled na matematické učivo. Nicméně toto pojetí výuky v sobě ukrývá i značná úskalí a je náročné nejen pro žáky, ale také pro učitele. Pokud chce učitel BOV využívat, musí počítat s tím, že to není otázka deseti vyučovacích hodin. Žáci se seznamují s výukou postupně. S přibývajícimi zkušenostmi se zvyšuje úroveň bádání, ale stále je potřeba dodržovat jednotlivé kroky. Na druhou stranu, tato výuka značně přispívá k rozvoji klíčových kompetencí, což je jeden z cílů základního vzdělávání.

Budu ráda, pokud bude tato diplomová práce jak zdrojem informací, tak i zdrojem inspirace pro učitele, kteří chtějí BOV zařadit do výuky.

Seznam použité literatury

1. ARTIGUE, M. a BLOMHØJ, M. *Conceptualizing inquiry-based education in mathematics*. ZDM Mathematics Education. 2013, 45 (6), s. 797–810.
2. ARTIGUE, M., BAPTIST, P., DILLON, J., et al. *Learning through inquiry*. The Fibonacci project resources [online]. 2011 [cit. 2018-12-27]. Dostupné z: <http://www.fibonacci-project.eu>
3. ARTIGUE, M., BAPTIST, P. *Inquiry in Mathematics Education*. The Fibonacci project resources [online]. 2012 [cit. 2019-01-09]. Dostupné z: <http://www.fibonacci-project.eu>
4. *ASSIST-ME* [online]. Copenhagen. Department of Science Education. 2018 [cit. 2019-01-01]. Dostupné z: <https://assistme.ku.dk/>
5. BAPTIST, P. *The Fibonacci Project* [online]. Bayreuth. The Fibonacci. 2013 [cit. 2019-01-01]. Dostupné z: <http://www.fibonacci-project.eu/>
6. ČTRNÁCTOVÁ, H. a ČÍŽKOVÁ, V. *Inovace obsahu a metod výuky přírodních věd v současné společnosti*. Chemické rozhledy. 2010, 139–146, ISSN 13358391.
7. DOORMAN, M., JONKER, V., WIJERS, M., et al. *Matematika a přírodní vědy pro život: badatelsky orientovaná výuka a svět práce: čtyři roky evropské spolupráce v rámci projektu MaSciL*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2016. ISBN 978-80-7435-662-9.
8. DOSTÁL, J. *Badatelsky orientovaná výuka: kompetence učitelů k její realizaci v technických a přírodovědných předmětech na základních školách*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015a. ISBN 978-80-244-4515-1.
9. DOSTÁL, J. *Badatelsky orientovaná výuka: pojetí, podstata, význam a přínosy*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015b. ISBN 978- 80-244-4393-5.
10. HEJNÝ, M. a KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. vyd. Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-7367-397-0.
11. HOŠPESOVÁ, A. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni základního vzdělávání*. Orbis scholae. 2016, 10 (2), s. 117–130.
12. HOŠPESOVÁ, A., SAMKOVÁ, L. *Skládání tvarů jako podnět k badatelským aktivitám v geometrii na ZŠ*. In Sborník konference Jak učit matematice žáky ve věku 10–16 let. Plzeň: Vydavatelský servis. 2012, s. 123–130.

13. CHU, S., CHOW, K., TSE, S., et al. *Grade 4 students' development of research skills through inquiry-based learning projects*. *School libraries worldwide*, 2008, 14 (1), 10–37
14. KŘÍŽ, M. *Badatelsky orientovaná výuka*. In: rvp.cz [online]. 2. 11. 2017. [cit.2018-12-29]. Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=13531>
15. MAAß, K., ed al. *Inquiry-based learning in maths and science classes* [online]. Germany: University of Education Freiburg, 2013 [cit. 2019-01-01]. ISBN 978-3-00-043851-6. Dostupné z: https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf
16. *Mascil Mathematics and Science for Life* [online]. Germany. Mascil project. 2013 [cit. 2019-01-01]. Dostupné z: <https://mascil-project.ph-freiburg.de/>
17. PAPÁČEK, M. *Badatelsky orientované přírodovědné vyučování – cesta pro biologické vzdělávání generací Y, Z a alfa?* *Scientia in educatione*. 2010a, 1(1), s. 33–49. ISSN 1804-7106.
18. PAPÁČEK, M. *Limity a šance badatelsky orientovaného vyučování přírodopisu a biologie v České republice*. In: *Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování*. DiBi 2010: sborník příspěvků semináře, 25. a 26. března 2010. Editor Miroslav Papáček. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2010b, s. 145–163.
19. PECH, P., ČINČUROVÁ, L., GÜNZEL M., et al. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2015. ISBN 978-80-7394-531-2.
20. PECH, P. a SAMKOVÁ, L. *Projekt Fibonacci. Katedra matematiky: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích Pedagogická fakulta* [online]. České Budějovice, 2013 [cit. 2019-01-01]. Dostupné z: <https://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/m/fibo.html>
21. PETR, J. *Biologická olympiády – inspirace pro badatelsky orientované vyučování přírodopisu a jeho didaktiku*. In: *Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování*. DiBi 2010: sborník příspěvků semináře, 25. a 26. března 2010. Editor Miroslav Papáček. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2010, s. 136–144.
22. *Primas Project* [online]. Freiburg. PRIMAS. 2013 [cit. 2019-01-01]. Dostupné z: <https://primas-project.eu/>

23. RADVANOVÁ, S., ČÍŽKOVÁ, V. a MARTINKOVÁ, P. *Mění se pohled učitelů na badatelsky orientovanou výuku?*. Scientia in educatione. 2018, 9(1), s. 81–103. ISSN 1804-7106.
24. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online]. Praha: MŠMT, 2017. [cit. 2018-12-31]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/file/43792/>
25. RONČÁKOVÁ, S. *Badatelsky orientované vyučování v matematice: desítková soustava a velká čísla*. České Budějovice, 2016. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
26. RYPLOVÁ, R. *Učíme badatelsky – teorie a praxe badatelsky orientovaného vyučování*. [online]. [cit. 2018-12-27]. Dostupné z: <http://slideplayer.cz/slide/3164604/>
27. SAMKOVÁ, L., HOŠPEŠOVÁ, A. a TICHÁ, M. *Role badatelsky orientované výuky matematiky v přípravě budoucích učitelů 1. stupně ZŠ*. Pedagogika. 2016, 66(5), s. 549–569.
28. SAMKOVÁ, L., HOŠPEŠOVÁ, A., ROUBÍČEK, F., et al. *Badatelsky orientované vyučování matematice*. Scientia in educatione (sciED). 2015, 6, (1), s. 91–122. ISSN 1804-7106.
29. SAMKOVÁ, L. *Badatelsky orientované vyučování matematiky*. In: Sborník 5. konference Užití počítačů ve výuce matematiky. 2011, s. 336–341. ISBN 978-80-7394-324-0.
30. STUHLÍKOVÁ, I. *O badatelsky orientovaném vyučování*. In: Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování. DiBi 2010: sborník příspěvků semináře, 25. a 26. března 2010. Editor Miroslav Papáček. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2010, s. 129–135.
31. ŠULOVÁ, V. *Badatelsky orientovaná výuka matematiky*. České Budějovice, 2017. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích.
32. ULM, V., et al. *Inquiry-Based Mathematics Education for Gifted Children in Primary School* [online]. 1. German: University of Augsburg, 2011 [cit. 2019-01-01]. ISBN 978-3-00-033657-7. Dostupné z: <http://fibonacci.uni-bayreuth.de/resources/examples-of-activities/in-mathematics.html>
33. VOTÁPKOVÁ, D., et al. *Badatelé.cz: Průvodce pro učitele badatelsky orientovaným vyučováním*. Praha: Sdružení Tereza, c2013. ISBN 978-80-87905-02-9.

Seznam obrázků

Obrázek 1: Znázornění vzájemného poměru zapojení učitele a žáka.....	13
Obrázek 2: Badatelský cyklus.....	16
Obrázek 3: Matematické ráno: Kruhový a sloupcový graf.....	48
Obrázek 4: Matematické ráno: Menší formát.....	48
Obrázek 5: Matematické ráno: Větší formát.....	49
Obrázek 6: Matematické ráno: Zajímavé zpracování.....	49
Obrázek 7: Bonbóny: Počet bonbónů.....	50
Obrázek 8: Bonbóny: Cena jednoho bonbónu.....	51
Obrázek 9: Bonbóny: Cena jednoho bonbónu 2.....	51
Obrázek 10: Pentomino: Pomůcka Magformers.....	52
Obrázek 11: Pentomino: Příklady pokrytí obrázku.....	53
Obrázek 12: Výlet: Brainstorming.....	54
Obrázek 13: Výlet: Plán výletu 1.....	54
Obrázek 14: Výlet: Plán výletu 2.....	55
Obrázek 15: Hrátky s čísly: Tvoření čísel.....	56
Obrázek 16: Hrátky s čísly: Největší dvouciferný součet.....	56
Obrázek 17: Hrátky s čísly: Zdůvodnění.....	56
Obrázek 18: Jídelníček: Svačina.....	57
Obrázek 19: Jídelníček: Ukázka jídelníčku.....	57
Obrázek 20: Jídelníček: Ukázka jídelníčku 2.....	58
Obrázek 21: Byt: Plán bytu.....	59
Obrázek 22: Byt: Plán bytu 2.....	59
Obrázek 23: Byt: Plán bytu 3.....	60
Obrázek 24: Geometrické akvárium: Ukázky geometrických akvárií.....	61

Seznam příloh

Příloha č. 1: Pracovní list – Bonbóny

Příloha č. 2: Čtvercová síť – Pentomina

Příloha č. 3: Čtvercová síť – 6x10

Příloha č. 4: Čtvercová síť – Jelen

Příloha č. 5: Pentomino – Najdeš všechny?

Příloha č. 6: Pentomino – řešení

Příloha č. 7: Pracovní list – Hrátky s čísly

Příloha č. 8: Číselné karty

Příloha č. 9: Experimentování s číselnými kartami 1

Příloha č. 10: Experimentování s číselnými kartami 2

Příloha č. 11: Experimentování s číselnými kartami 3

Příloha č. 12: Tabulka s energetickou hodnotou potravin

Příloha č. 13: Seznam možných hypotéz

Příloha č. 14: Pracovní list – Byt

Příloha č. 15: Pracovní list – Origami

Příloha č. 16: Pokyny pro skládání origami – Liška

Příloha č. 17: Záznam o skládání origami – Liška

Příloha č. 1: Pracovní list – Bonbóny

1. POZOR! Balíček nesmíte otevřít! Kolik bonbónů je v balíčku? Zapište, jak jste postupovali.

2. Odpovídá hmotnost uvedená na obalu hmotnosti skutečné? Proč tomu tak je?

3. Kolik váží jeden bonbón?

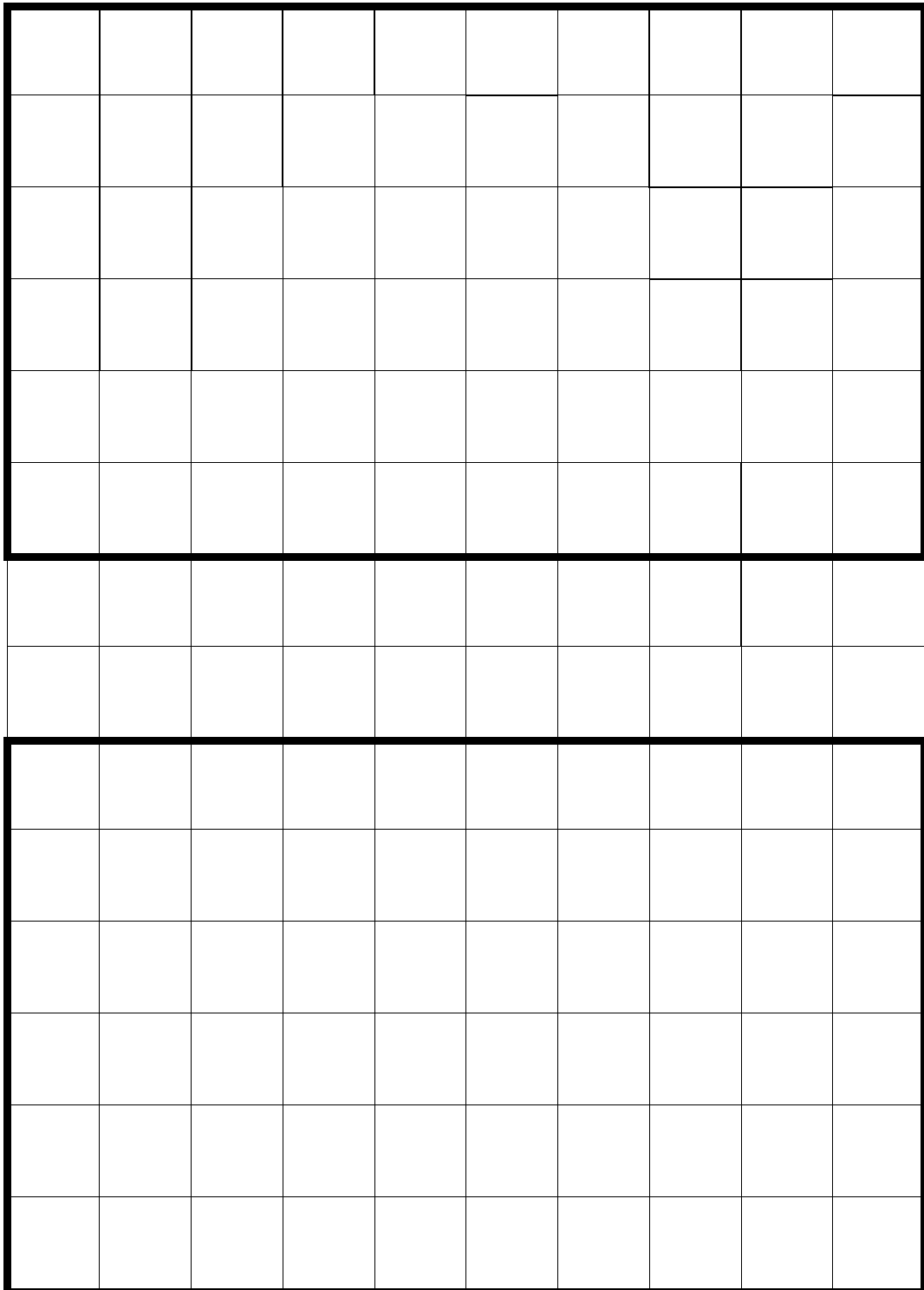
4. Kolik stojí balíček bonbónů?

5. Vypočítejte, kolik stojí jeden bonbón, postup zapište.

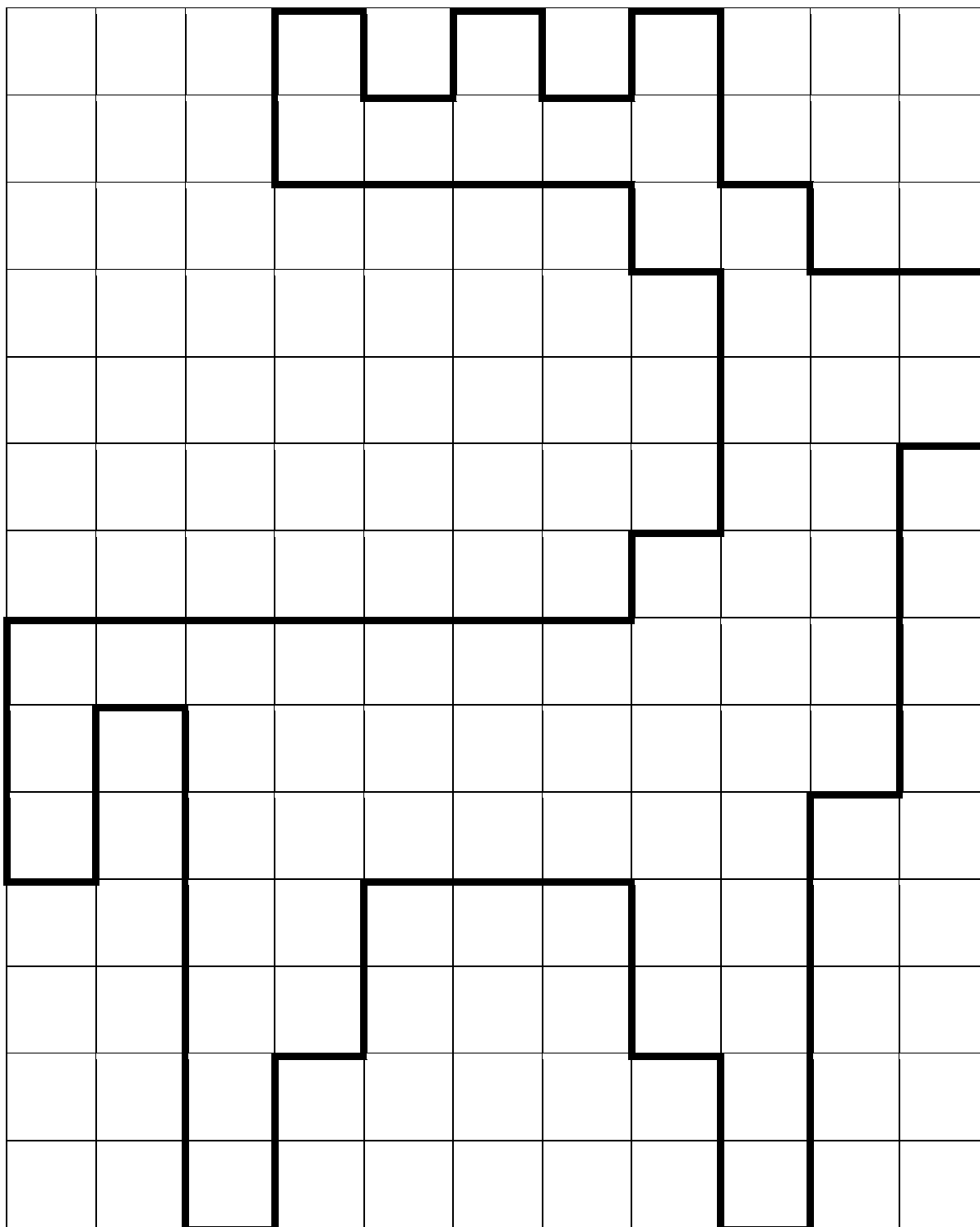
Příloha č. 2: Čtvercová síť – Pentomina



Příloha č. 3: Čtvercová síť – 6x10



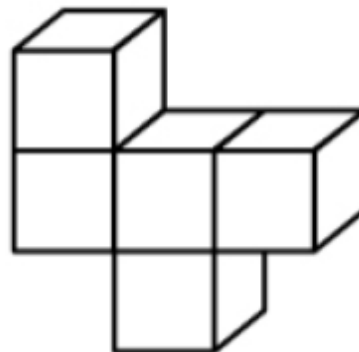
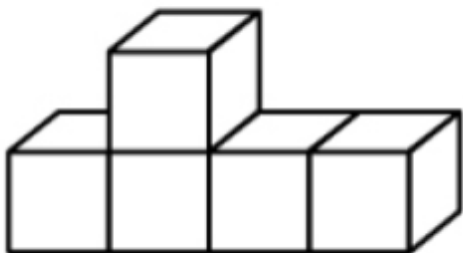
Příloha č. 4: Čtvercová síť – Jelen



Příloha č. 5: Pentomino – Najdeš všechna?

Pentomino se skládá z pěti stejných kostek, které tvoří objekt.

Dva příklady pentomin:

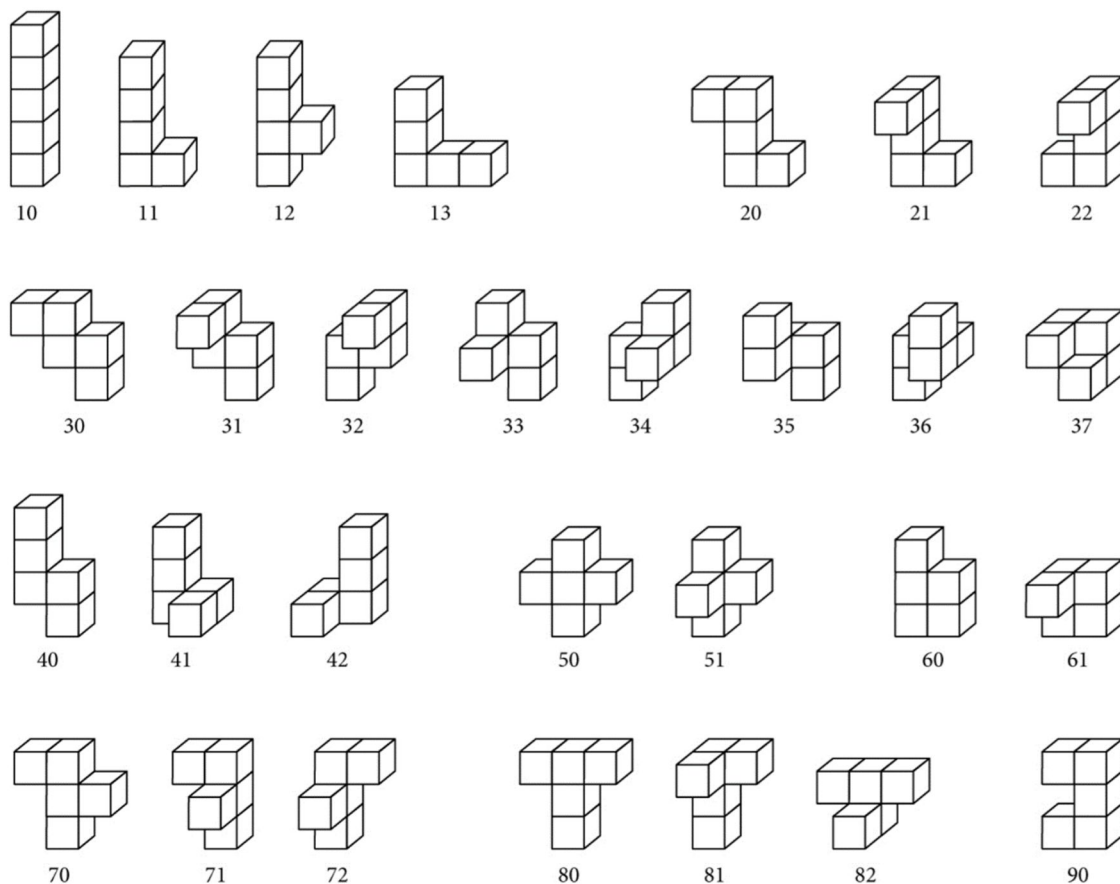


1. Vytvoř tolik různých pentomin, kolik dokážeš. Najdeš všech 29?
2. Vzniklé pentomina rozděl do skupin podle nějakého hlediska. Skupiny pojmenuj a vysvětli, proč jsi je tak rozdělil.
3. Podívej se na řešení. Dokážeš vysvětlit, jaký systém byl použit při objevování?
4. Podívej se na všechna pentomina. Zaměř se na symetrii objektů.

Zdroj The Fibonacci Project (vlastní překlad z angličtiny)

Příloha č. 6: Pentomino – řešení

Sada všech možných pentomin:



Řešení úkolů:

Sada byla tvořena tak, že se přesunula vždy jen jedna kostka.

Klasifikace pentomin podle symetrie

1. Skupina – Pentomina symetrické s jiným objektům
 - příklady: 21–22, 31–32, 33–34, 35–36, 41–42, 71–72
2. Skupina – Pentomina symetrické sama k sobě
 - příklady: 10, 11, 12, 13, 20, 30, 37, 40, 50, 51, 60, 70, 80, 81, 82, 90
3. Skupina – Pentomina bez symetrie
 - příklady: 61

Zdroj The Fibonacci Project (vlastní překlad z angličtiny)

Příloha č. 7: Pracovní list – Hrátky s čísly

Máš k dispozici čísla 0, 4, 4, 7.

1) Kolik čísel z nich dokážeš vytvořit? Zkus nejdříve počet čísel odhadnout.

Odhad:

Skutečný počet:

2) Vytvoříš více lichých nebo sudých čísel? Zdůvodni proč.

3) Vytvoř taková dvě dvouciferná čísla (každé číslo můžeš ale použít jen jednou), aby jejich součet byl co největší.

4)

- a. **Jaká 4 čísla** (jakákoliv) by sis vybral, aby součet dvou dvouciferných čísel z nich vytvořených, byl co největší?

- b. **Jaká 4 různá čísla** (jakákoliv) by sis vybral, aby součet dvou dvouciferných čísel z nich vytvořených, byl co nejmenší?

- c. Zdůvodni, proč sis vybral právě tato čísla.

Příloha č. 8: Číselné karty

4	9
3	8
2	7
1	6
0	5

Příloha č. 9: Experimentování s číselnými kartami 1

Připrav si deset kartiček s čísly 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Během práce zapisuj vždy všechny postupy a nápady!

1. Vyber si **čtyři** kartičky (kromě karty s číslem 0).
Vytvoř z nich **dvouciferná** čísla. Kolik jich najdeš?
2. Z vytvořených čísel najdi dvě taková, která jsou k sobě **nejblíž**.
Všiml sis něčeho? Zkus to vysvětlit.
3. Z vytvořených čísel najdi dvě taková, která jsou od sebe **nejdál**.
Všiml sis něčeho? Zkus to vysvětlit.
4. Vyber si **nové** čtyři kartičky. Dokonči úlohy 1–3, před vyřešením se pokus odhadnout, co se stane.
5. Co je jiné, když je jedna **číslice 0**? Zkus to vysvětlit.
6. Které čtyři karty si vybereš, aby **rozdíl** mezi největším a nejmenším dvouciferným číslem byl co **nejmenší**?

Zdroj The Fibonacci Project (vlastní překlad z angličtiny)

Příloha č. 10: Experimentování s číselnými kartami 2

Připrav si deset kartiček s čísly 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Během práce zapisuj vždy všechny postupy a nápady!

1. Vyber si **čtyři** kartičky (kromě karty s číslem 0).
Vytvoř z nich **dvouciferná** čísla. Kolik jich najdeš?
2. Z vybraných kartiček vytvoř dvě dvouciferná čísla tak, aby jejich **rozdíl** byl co **nejmenší**.
3. Z vybraných kartiček vytvoř dvě dvouciferná čísla tak, aby jejich **rozdíl** byl co **největší**.
4. Z vytvořených čísel vyber takovou dvojici, jejichž **součet** je blízký **50**.
5. Z vytvořených čísel vyber takovou dvojici, jejichž **rozdíl** je blízký **20**.
6. Vymysli podobné úlohy jako je 4. a 5. a vypracuj je.
7. Z vybraných kartiček vytvoř všechna **trojciferná** čísla.
8. Co je odlišné, pokud je jedno z **čísel 0**? Zkus to vysvětlit.
9. Vyber si **nové** čtyři kartičky. Dokonči znovu úlohy 1–8. Před vyřešením se pokus odhadnout, co se stane.

Zdroj The Fibonacci Project (vlastní překlad z angličtiny)

Příloha č. 11: Experimentování s číselnými kartami 3

Připrav si deset kartiček s čísly 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Během práce zapisuj vždy všechny postupy a nápady!

1. Vyber si **šest** kartiček (kromě karty s číslem 0).
Vytvoř z nich **trojciferná** čísla. Kolik jich najdeš? Dokážeš to nějak zdůvodnit?
2. Z vybraných kartiček vytvoř dvě trojciferná čísla, jejichž **součet** je co **největší** nebo **nejmenší**.
3. Z vybraných kartiček vytvoř dvě trojciferná čísla, jejichž **rozdíl** je co **největší** nebo **nejmenší**.
4. Z vybraných kartiček vytvoř dvě trojciferná čísla, jejichž **součet** je co nejblíže **500**, poté **1000**.
5. Z vybraných kartiček vytvoř dvě trojciferná čísla, jejichž **rozdíl** je co nejblíže **500**, poté **200**.
6. Vymysli podobné úlohy jako je 5. a 6. a vypracuj je.
7. Kolik čtyřciferných, pěticiperných a šesticiperných čísel můžeš vytvořit **z vybraných kartiček**?
8. Vyber si šest **nových** kartiček. Dokonči znovu úlohy 1–7. Při vybírání nových kartiček nezapomeň, že budeš tvořit největší a nejmenší součet i rozdíl.
9. Kolik čtyřciferných, pěticiperných a šesticiperných čísel můžeš vytvořit **z celé sady kartiček**?

Příloha č. 12: Tabulka s energetickou hodnotou potravin

Potraviny KUS		Jídlo PORCE		Jídlo 100 GRAMŮ	
Banán	420	Boloňské špagety	2225	Kuře	320
Hrozny (hrst)	290	Pizza (3 kusy)	3450	Hovězí maso	670
Menší jablko	250	Hamburger	3100	Vepřové maso	1220
Hruška	250	Svíčková	1890	Filé	300
Pomeranč	200	Hranolky	1010	Vepřová šunka	1520
Mrkev	140	Rýže	520	Drůbeží šunka	480
Okurka	90	Knedlík (1 kus)	320	Vysočina	1930
Paprika	80			Máslo	3110
Rajče	100			Flora	2600
Žitný chléb	310	Pití 100 ml		Lučina	1220
Bábovka	740	Džus	180	Mléčná čokoláda	2235
Tvarohový koláč	700	Coca Cola	160	Brambůrky	2200
Rohlík	500	Kakao	355	Eidam	1100
Chléb	450	Čaj s cukrem	100		
Vejce	340				
Ovocný jogurt	780				

* Tabulky udávají energetickou hodnotu potravin v kJ!

Příloha č. 13: Seznam možných hypotéz

V avokádu jsou především sacharidy.
100 gramů kuřecího masa má více bílkovin než 100 gramů sýru Eidam.
Průměrný banán váží 250 gramů.
Ve vejci jsou především bílkoviny a tuky.
V průměru je ve 100 gramech syrových špaget 100 gramů sacharidů.
Jedna okurka má kolem 200 kJ.
Jedna tatranka má kolem 1 000 kJ.
V rybách jsou tuky, proto jsou nezdravé.
Malá lahev Kofoly (0,5 l) má 200 kJ.
Jedna porce syrové rýže je 200 gramů.
Z bílkovin si mozek bere energii.
Protein je čistá bílkovina.

Příloha č. 14: Pracovní list – Byt

Podmínky, podle kterých se musíš řídit:

- Byt musí být větší než 80 m².
- Byt musí mít minimálně 4 místností (i s chodbou).
- Záchod bude sousedit s ložnicí.
- Obývací pokoj bude největší místnost v domě.
- Ložnice bude mít stejný obvod jako jeden z jiných pokojů.

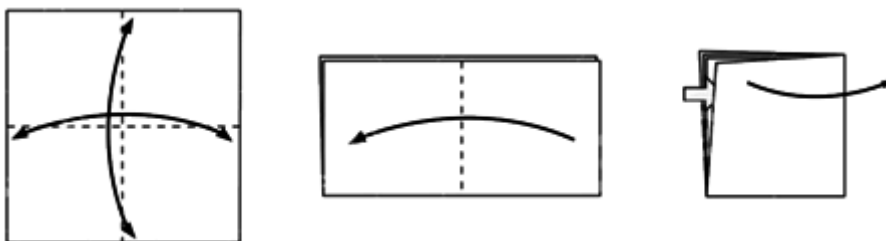
Napiš další podmínky, které pro tvůj byt platí.

(Piš tak, aby si někdo jiný podle nich dokázal představit byt co nejpřesněji)

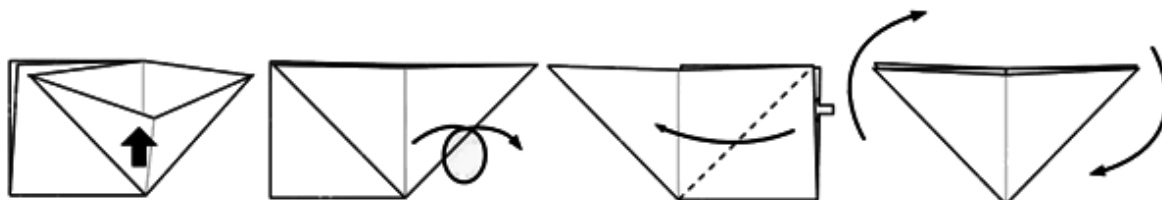
Příloha č. 15: Pracovní list – Origami

Vycházíme z formátu A5 – co je to za geometrický tvar?

Udělej z něj čtverec. Ten přelož napůl a pak ještě jednou, vznikne ti opět čtverec.



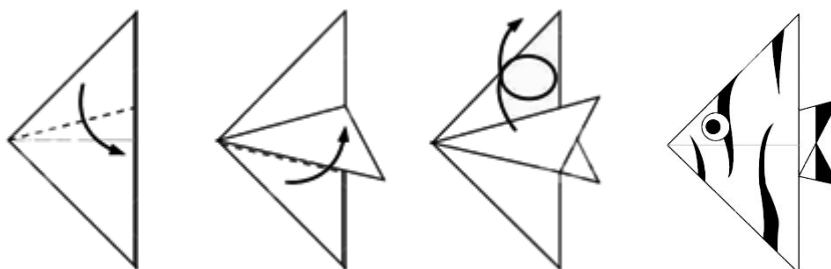
Dále pokračuj podle návodu:



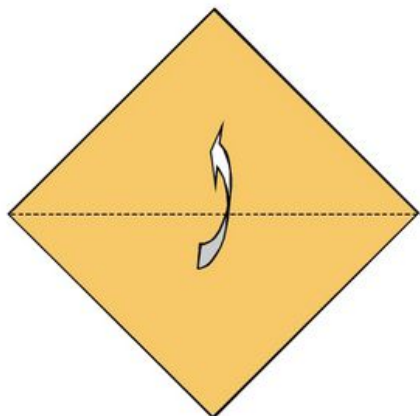
Jaký tvar ti vznikl teď?

Dokážeš ho charakterizovat? (Co pro něj platí, jaké jsou druhy, ...)

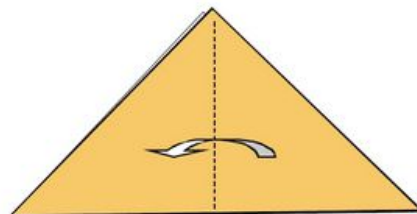
Origami dodělej podle návodu:



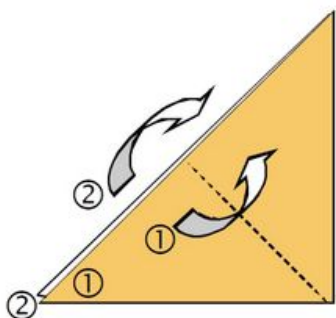
Příloha č. 16: Pokyny pro skládání origami – Liška



1. Čtverec přelož napůl.



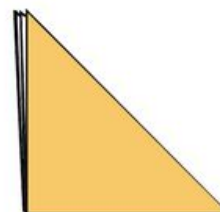
2. Vezmi pravý roh (cíp 1)
a přilož ho na levý roh (cíp 2).



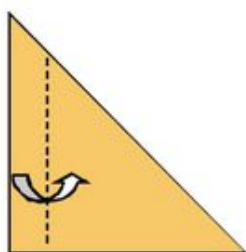
3. Přehni cíp 1 dopředu
nahoru a cíp 2 dozadu nahoru.



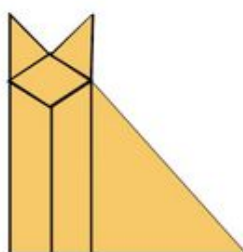
4. Otoč proti směru
hodinových ručiček.



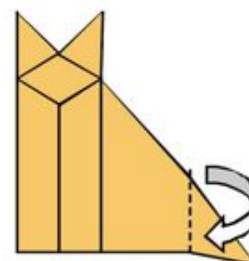
5. Otevřené hrany jsou na levé
straně.



6. Přelož proužek vpravo.



7. Otevři proužek
uprostřed. Uvidíš hlavu



8. Přimáčkní prstem nos
a přelož ocas.

Zdroj The Fibonacci Project (vlastní překlad z angličtiny)

Příloha č. 17: Záznam o skládání origami – Liška

1. Podívej se na svou lišku zblízka. Co zjistíš?



2. Čemu jsi věnoval pozornost při skládání?

3. Jaká část byla nejtěžší?

4. Jak jsi uspěl ve skládání?

5. V návodu na skládání je spousta různých tvarů. Dokážeš je najít a pojmenovat?

	Trojúhelníky	Čtverce	Další čtyřúhelníky
Obrázek 1			
Obrázek 2			
Obrázek 6			
Obrázek 8			

Zdroj The Fibonacci Project (vlastní překlad z angličtiny)