



Pedagogická  
fakulta  
Faculty  
of Education

Jihočeská univerzita  
v Českých Budějovicích  
University of South Bohemia  
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích  
Pedagogická fakulta  
Katedra matematiky

Diplomová práce

Návrh pracovních listů pro výuku  
matematiky se zaměřením na vzdělávací  
okruh Závislosti, vztahy a práce s daty  
na 2. stupni základních škol

Vypracoval: Bc. Eva Hrnečková  
Vedoucí práce: Mgr. Hana Štěpánková, Ph.D.

České Budějovice 2018

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Návrh pracovních listů pro výuku matematiky se zaměřením na vzdělávací okruh Závislosti, vztahy a práce s daty na 2. stupni základních škol jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích, 11. dubna 2018

.....

## **Poděkování**

Dovoluji si tímto poděkovat paní Mgr. Haně Štěpánkové, Ph.D. za její ochotu, trpělivost a čas, který mi věnovala, ale i za připomínky, nápady a cenné rady při zpracování mé diplomové práce. Děkuji také své rodině a příteli za podporu a trpělivost při psaní diplomové práce.

## **Anotace**

Diplomová práce se zabývá tematickým okruhem Závislostmi, vztahy a prací s daty, který patří do Matematiky a jejích aplikací v Rámcovém vzdělávacím programu. Tento okruh je nedílnou součástí matematiky, ale i běžného života. V běžném životě se totiž setkáváme s různými situacemi, kde poznáváme a zjišťujeme různé typy závislostí či změn, které se dají popsat matematickými modely.

Práce je rozdělena na tři části. V první části je v teoretické rovině seznámení s okruhem Závislosti, vztahy a práce s daty, dále pohovoření o tvorbě a využití pracovních listů ve vyučování. Druhou část tvoří pracovní listy, které jsou opatřené řešením. Poslední část se zabývá ověřením pracovních listů v praxi.

## **Klíčová slova**

závislosti, vztahy, data, škola, pracovní listy

## **Annotation**

The diploma thesis deals with the thematic circuit of Dependencies, relations and work with data that belongs to Mathematics and its applications in the Framework Educational Program. This circuit is an integral part of mathematics but also of everyday life. In everyday life, we encounter different situations where we recognize and identify different types of dependencies or changes that can be described by mathematical models.

The work is divided into three parts. In the first part, the theoretical level is familiar with the range of Dependencies, relations and work with data, as well as the treatise on the creation and use of worksheets in the teaching. In the second part, the author created the worksheets that are provided with the solution. The last part deals with verification of worksheets in practice.

## **Keywords**

dependencies, relations, data, school, worksheets

## Obsah

1	Úvod.....	7
2	Závislosti, vztahy a práce s daty .....	8
2.1	Přehled učiva tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty na 2. stupni základní školy.....	8
2.2	Klíčové kompetence a výuka matematiky.....	9
3	Pracovní listy .....	11
3.1	Metodika tvorby pracovních listů.....	11
3.2	Využití pracovních listů v jednotlivých etapách vyučovací hodiny.....	12
3.3	Soubor pracovních listů.....	13
3.3.1	Pracovní listy.....	13
3.3.2	Navrhované řešení pracovních listů .....	26
4	Ověření pracovních listů v praxi.....	45
4.1	Výzkum .....	45
4.1.1	Cíl výzkumu a zkoumaný vzorek.....	45
4.1.2	Metodika a průběh výzkumu.....	45
4.1.3	Výsledky výzkumu .....	46
4.2	Celkové zhodnocení pracovních listů a případné navržené úprav .....	56
4.2.1	Připomínky žáků k pracovním listům .....	57
4.2.2	Návrhy na zlepšení pracovních listů .....	58
5	Závěr .....	60
6	Seznam literatury .....	61

# 1 Úvod

Diplomová práce částečně navazuje na bakalářskou práci Závíslosti, vztahy a práce s daty na prvním a druhém stupni ZŠ [16]. Hlavním cílem bakalářské práce bylo zmapování učebnic a vytvoření přehledu pro vyučující. Tento přehled jim může pomoci při výběru učebnic pro výuku.

Hlavním cílem této práce je vytvořit a poté otestovat pracovní listy z matematiky na téma Závíslosti, vztahy a práce s daty pro žáky základních školy. Pracovní listy budou tvořit pomůcku při vyučování matematiky, kdy je vyučující může využít na zopakování daného učiva či procvičovací hodinu.

Při vytváření pracovních listů jsem vycházela z Rámcového vzdělávacího programu pro základní školy. Ten definuje okruh Závíslosti, vztahy a práce s daty. V tomto okruhu se setkáme i se situacemi z běžného života, ať se jedná o různé závíslosti či vztahy, které můžeme popsat matematickými modely.

V první části diplomové práce je objasněn okruh Závíslosti, vztahy a práce s daty na druhém stupni základní školy v rámci Rámcového vzdělávacího programu pro základní školu. Poté jsem se zaměřila na učivo v daném okruhu, které se vyučuje na druhém stupni základní školy a klíčové kompetence v kombinaci s výukou matematiky.

V druhé části se nachází teoretické zpracování metodiky vytváření pracovních listů a možnosti využití pracovních listů v jednotlivých částí vyučovací hodiny. Dále tato část obsahuje vytvořené pracovní listy a jejich řešení.

V poslední části je ověření pracovních listů v praxi a případné navržení alternativních postupů při řešení pracovních listů.

## 2 Závislosti, vztahy a práce s daty

V tomto tematickém okruhu podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání se žáci učí rozpoznávání různých druhů změn a závislostí, se kterými se setkávají v reálném světě. Snaží se pochopit změny a závislosti zjištěných jevů, docházejí k jejich pochopení a to tak, že změnou může být pokles, růst či změna může mít nulovou hodnotu. Žáci tyto změny a závislosti rozebírají pomocí tabulek, grafů a diagramů. V jednodušších situacích je konstruují a vyjadřují matematickým předpisem nebo je konstruují pomocí vhodného softwaru či grafického kalkulátoru (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2013).

### 2.1 Přehled učiva tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty na 2. stupni základní školy

Učivo patřící do tohoto tematického okruhu na 2. stupni základní školy:

- **Příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti**

Využití získaných dat z reálného světa a vytvoření tabulek, grafů, diagramů, schémat atd. a naopak.

- **Schémata**

Využití získaných dat z reálného světa a zpracování formou schémat, které usnadní např. vytvoření diagramů, grafů, ale i usnadní lepší pochopení dané situace.

- **Diagramy**

Využití získaných dat z reálného světa, jejich posouzení a zpracování formou diagramů.

- **Grafy**

Porozumění a pochopení grafu. Dále pomocí údajů z tabulky, funkčního předpisu či údajů z textu vytvoření grafu.

- **Četnost znaku**

Určení množství druhů daných znaků v určitém souboru.

- **Aritmetický průměr**

Vypočítání aritmetického průměru z daných údajů. Informace o jiných průměrech, např. váženém, geometrickém či harmonickém.

- **Poměr**

Určení celku a jeho dělení v určitém poměru. Dále určení měřítko mapy, vzdálenosti na mapě či skutečné vzdálenosti.

- **Přímá a nepřímá úměrnost, trojčlenka**

Pomocí úměrností vypočítat neznámý člen. Pochopení trojčlenky jako jednoho z algoritmů v matematice.

- **Funkce**

Porozumění zobrazení základních křivek, které prezentují grafy daných funkcí. Porozumění vlastnostem funkcí, pochopení zadaných funkcí různými způsoby (tabulkou či funkčním předpisem).

- **Goniometrické funkce**

Pochopení základních goniometrických funkcí a využití znalostí pravoúhlého trojúhelníka k definování funkce sinus, kosinus, tangens a kotangens. Určování goniometrických funkcí pomocí tabulek či kalkulačky.

## 2.2 Klíčové kompetence a výuka matematiky

Pokud u žáků rozvineme patřičné kompetence, které jim pomohou matematiku lépe pochopit, můžeme docílit toho, že žáci budou úspěšní. Tyto kompetence využijí pro rozvoj své osobnosti.

Blažková (2015) říká, že klíčové kompetence představují „*souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti.*“

Do klíčových kompetencí ve výuce matematiky patří:

- kompetence k učení – rozvoj myšlení, pochopení matematických pojmů a souvislost mezi nimi



- kompetence k řešení problémů – řešení problémových úloh, hledání řešení, vytváření hypotéz
- kompetence komunikativní – přesnost formulace myšlenek, přesné vyjadřování a chápání matematických pojmů
- kompetence sociální a personální – pozitivní atmosféra vyučovací hodiny, spolupráce mezi spolužáky
- kompetence občanské – dodržování norem a zákonů, respekt k názoru ostatních
- kompetence pracovní – dovednosti, pracovní návyky, správné použití matematických pomůcek

(Blažková, 2015)

### 3 Pracovní listy

Pracovní listy mohou být pro učitele i žáky vhodnou a názornou učební pomůckou ve vyučování. Pracovní listy řadíme mezi materiální učební pomůcky.

Než začne autor vytvářet pracovní list, měl by vzít v potaz a měl by si odpovědět na základní otázky:

- pro koho pracovní listy vytváří (věk žáků, jednotlivec či skupina)
- časová dotace (vyučovací hodina či několik vyučovacích hodin)
- prostředí, ve kterém budou pracovní listy použity (učebna, jiný prostor školy, příroda atd.)
- účel pracovních listů (opakování, procvičování, zavedení nového učiva atd.)
- formulace úloh a motivace žáků

Podle Žáčoka a Shlarmannové máme dodržovat některé didaktické zásady:

- obsah pracovních listů v souladu s probíraným učivem
- pracovní listy aktuální a úlohy z praxe
- pracovní listy přizpůsobené věku žáka, ale i jeho schopnostem
- pracovní listy mají žáka motivovat
- pracovními listy podporovat aktivitu žáků, poskytovat jim podněty k samostatné práci a šanci na kontrolu vlastních výsledků
- obtížnost úloh odstupňována
- zadání úloh stručné a jasné
- zajímavé vytváření jednotlivých úloh pro danou skupinu žáků
- užívání otevřených otázek ke zjištění tvořivosti a zformulování myšlenky žákem
- pracovní listy doplnit dostatkem dokumentačního materiálu, obrázkových prostředků (ilustrace, tabulky, schémata, fotografie atd.) či různých typů her (Žáčok, Shlarmannová, 2005)

#### 3.1 Metodika tvorby pracovních listů

Osvaldová ve svém článku uvádí, že pracovní listy plní svoji úlohu ve vyučování, pokud jsou kvalitně sestavené. Důležitá je samotná práce s pracovními listy, která dbá na dodržení metodických pokynů, a tím naplnění stanoveného cíle. Při použití

pracovního listu je kladen důraz na jeho správné a vhodné využití v edukačním procesu. Vyučující může využít pracovního listu během jakékoliv části vyučování, ale je zde nutné zvážit jeho funkci. Vyučující určí, zda budou žáci pracovat samostatně či ve skupinkách, a nesmí zapomenout na zpětnou vazbu – kontrolu úloh. Dále se vyučující musí zaměřit na to, aby žáci správně pochopili zadání úloh (Osvaldová, 2017).

Podle předchozích praktických zkušeností a pokynů na tvorbu pracovních listů koncipujeme následný metodický postup, podle kterého vytvářet pracovní listy. Metodický postup dělíme na dvě části:

1. Didaktická analýza učiva, která předchází tvorbě pracovního listu:

- předmět a ročník
- tematický celek
- cíl vyučovací hodiny
- didaktické metody a didaktické pomůcky
- organizační forma
- výběr úloh a otázek

2. Tvorba pracovního listu

- grafické zpracování pracovního listu
- programy na zpracování (Word, PowerPoint atd.)

(Osvaldová, 2017)

### **3.2 Využití pracovních listů v jednotlivých etapách vyučovací hodiny**

Edukační proces je složitý, a i když jsou v něm různé aktivity provázané, můžeme je seřadit do různých etap. Jak je výše uvedeno, pracovní listy vyučující může využít v různých etapách vyučovací hodiny, ale musí dbát na to, že jsou závislé na funkci, kterou mají plnit (Osvaldová, 2017).

V literatuře se setkáváme s rozdílným členěním vyučovací hodiny. Nejčastěji se vyskytuje členění vyučovací hodiny na tyto části:

- a) organizační část
- b) kontrolní část (např. kontrola domácích úkolů)

- c) opakování předešlého učiva
  - d) motivace k novému učivu
    - vzbudit zájem u žáka
    - nechat žákovi prostor na svobodné prezentování jeho myšlenek
    - úlohy související s daným předmětem, ale připojení mezipředmětových vztahů
    - např. křížovky, obrázky, grafy, dešifrování zakódované informace atd.
  - e) vytváření nových vědomostí, návyků (expoziční část)
    - využití textu, poučky či definice v přehledném zpracování k ukotvení pravdivé informace, kterou žák přemění na poznatek
    - např. doplňování slov, přiřazování, spojování atd.
  - f) opakování a upevnění probíraného učiva (fixační část)
    - zjištění, zda žák zvládl učivo v předchozí etapě a pro žáka zpětnou vazbou, zda pochopil dané učivo
    - žák objevuje vztahy a souvislosti
    - opakování učiva
    - např. opravování textu, přeformulovat text, vyjádření pochopení učiva vlastními slovy atd.
  - g) zadání domácího úkolu
  - h) krátké zhodnocení práce žáků
  - i) závěr vyučovací hodiny
- (Osvaldová, 2017)

### 3.3 Soubor pracovních listů

#### 3.3.1 Pracovní listy

##### PRACOVNÍ LIST Č. 1 – GRAFY A DIAGRAMY

**Autor:** Eva Hrnečková

**Předmět:** matematika

**Ročník:** 6. ročník

**Předpokládaná časová dotace:** 75 minut (ne celé dvě vyučovací hodiny)

### Cíle aktivit:

- žák by měl použít získaná data ze svého života a z nich zvládnout vytvořit např. diagramy, schémata, grafy atd.
- žák by měl porozumět grafům a tabulkám, zjistit z nich údaje, dále je zpracovat či odpovědět na otázky týkající se údajů

**Prostředky a pomůcky:** pracovní list pro žáka, pracovní list s řešením

**Mezipředmětové vztahy:** člověk a jeho svět, člověk a společnost

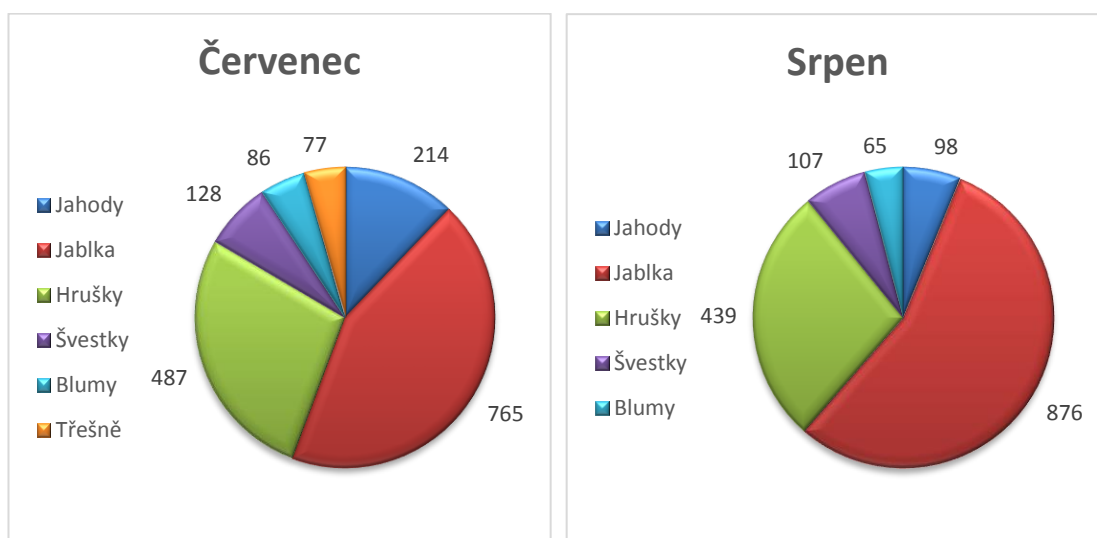
### Metodický komentář:

Pracovní list obsahuje čtyři úlohy na téma grafy a diagramy. V první a třetí úloze má žák zadaná data pomocí grafů. Odpovědi na různé otázky by měl žák umět vyčíst z těchto grafů. Je to dovednost, kterou se žáci učí pro život, neboť nenajdeme mnoho situací v životě, kde je toho zapotřebí. V první úloze porovnává data za dva měsíce.

Ve druhé a čtvrté úloze jsou zadaná data a žáci je mají zpracovat a znázornit pomocí diagramů. Ve druhé úloze má žák ještě odpovědět na otázky, které se týkají dat osob jazykového centra. Ve čtvrté úloze žák vytvoří kruhový diagram.

### Úloha 1

Majitel ovocnářství Ovocíček prodával o prázdninách několik druhů ovoce, ze kterých si zpracoval údaje grafiky. Grafy ukazují počty v kilogramech jednotlivých druhů ovoce, které prodal za prázdniny (měsíce červenec a srpen).



Určete z grafů:

- a) Kolik kg jahod se prodalo v měsíci srpnu?
- b) Kolik kg třešní se prodalo v měsíci červenci?

- c) Prodaly se nějaké třešně v měsíci srpnu?
- d) Který druh ovoce se nejméně prodával během prázdnin?
- e) Který druh ovoce se nejvíce prodával během prázdnin?
- f) Které druhy ovoce se prodávaly více v srpnu než v červenci?
- g) Kolik kg ovoce se prodalo za měsíc červenec?
- h) Kolik kg ovoce se prodalo za měsíc srpen?
- i) Který měsíc se prodalo více kg ovoce?

## Úloha 2

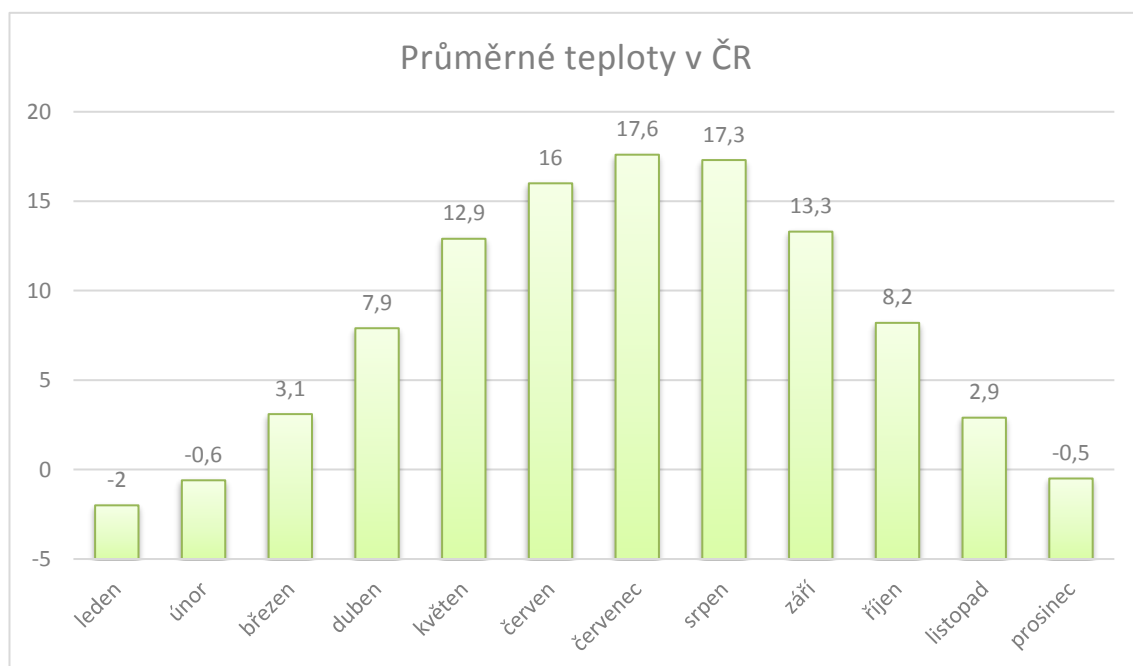
V jazykovém centru navštěvovalo 78 lidí angličtinu, 45 lidí ruštinu, 66 lidí němčinu, 15 lidí španělštinu, 34 lidí čínštinu a 21 lidí francouzštinu.

Zpracuj výsledky do sloupcového diagramu a odpověz na otázky:

- a) Kolik lidí celkem navštěvovalo jazykové centrum?
- b) Který jazyk byl nejnavštěvovanější?
- c) Chodilo více lidí na ruštinu a němčinu nebo na angličtinu a španělštinu?
- d) Centrum má kapacitu 360 osob, kolik osob tedy ještě může navštěvovat centrum?

## Úloha 3

V grafu jsou zaznamenány průměrné teploty každého měsíce v České republice (zdroj: [www.kurzy.cz](http://www.kurzy.cz)).



Rozhodni, zda je tvrzení správné, či nikoli.

- a) V srpnu byla vyšší průměrná teplota než v červenci.
- b) V dubnu průměrná teplota překonala 8 °C.
- c) V listopadu průměrná teplota neklesla pod nulu.
- d) O prázdninách překonal součet průměrných teplot v obou měsících 33,9 °C.
- e) V červenci byla průměrná teplota vyšší než součet průměrných teplot v březnu a v dubnu.
- f) V prosinci byla průměrná teplota stejná jako v únoru.

#### Úloha 4

V pizzerii prodávali čtyři druhy pizzy, a to šunkovou, salámovou, sýrovou a zeleninovou. V pondělí celkem prodali 100 kusů pizzy. Šunkové prodali 33 kusů, salámové 17 kusů, sýrové 38 kusů a zeleninové 12 kusů.

Znáznorněte výsledky pomocí kruhového diagramu.

### PRACOVNÍ LIST Č. 2 – POMĚR, PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

**Autor:** Eva Hrnečková

**Předmět:** matematika

**Ročník:** 7. ročník

**Předpokládaná časová dotace:** 90 minut (dvě vyučovací hodiny)

**Cíle aktivit:**

- žák by se měl naučit porozumět dělení celku v určitém poměru, prokázat znalost v aplikaci na různých příkladech
- žák by měl porozumět aplikaci poměru v příkladech na měřítko mapy či plánů
- žák by měl získat informace o pojmech přímá a nepřímá úměra, porozumět jim a z těchto znalostí dokázat vypočítat neznámý člen úměry

**Prostředky a pomůcky:** pracovní list pro žáka, pracovní list s řešením

**Mezipředmětové vztahy:** zeměpis, člověk a jeho svět, člověk a společnost

**Metodický komentář:**

Pracovní list obsahuje 9 úloh na poměr, měřítko mapy, přímou a nepřímou úměrnost. První dvě úlohy se zabývají poměrem, kde žáci vypočítají rozdělení karamelky či skautů v daném poměru. V první úloze přemýšlejí v jakém poměru si karamelky rozdělit, poté

si je mají rozdělit tak, aby žádnou nemuseli dělit překrajováním. U první úlohy může vyučující provést diskuzi nad tím, jaký je to poměr a jak by to jednotliví žáci rozdělili. Ve druhém úkolu na žáky čeká rozdělení skautů na vlčata a rovery, pokud ví, kolik je skautů celkem a jejich poměr.

V úlohách tři až pět žáci mají počítat měřítko mapy, skutečnou vzdálenost či vzdálenost na mapě. Zde mohou využít zkušenosti z předmětu zeměpis, kde už se s tímto možná setkali a třeba jim tato cvičení mohou pomoci objasnit některé zeměpisné pojmy.

Úlohy šest až devět se zabývají přímou a nepřímou úměrností. V úloze šest a sedm mají žáci sestavit graf dané úměry a mají určit, zda jedna věc závisí na jiné věci. Úlohy osm a devět jsou procvičovací – na úměru a na jejich matematické myšlení.

### Úloha 1

Jana a Dana pomohly své tetě se sázením tulipánů. Jana jich zasadila dvakrát tolik. Od tety za odměnu dostaly 21 karamelky a měly si je rozdělit podle toho, kolik tulipánů zasadily.

Pokud si Dana vzala 1 karamelku, kolik karamelky si vzala Jana?

Jak si dívky rozdělily karamelky, aby žádná nezbyla a žádnou nemusely překrajovat?

### Úloha 2

Na skautském táboře je počet vlčat a roverů v poměru 4 : 6. Celkem jich je na táboře 50. Kolik je vlčat a kolik roverů?

### Úloha 3

Délka trasy mezi městy České Budějovice a Praha je podle *mapy.cz* 151 km (viz. Obr. 1). V jakém měřítku je zobrazena mapa, jestliže trasa na obrázku mapy měří 5 cm?



Obr. 1 - Trasa mezi ČB a Prahou (zdroj: *mapy.cz*)



#### **Úloha 4**

Mapa na informační tabuli na Šumavě má uvedené měřítko 1 : 20 000. Jaká je skutečná vzdálenost dvou pohoří v kilometrech, když na mapě je jejich vzdálenost 4 cm?

#### **Úloha 5**

Měřítko mapy pilota helikoptéry je 1 : 500 000. Vzdušná vzdálenost jeho letu z města A do města B je 150 km. Jaká je vzdálenost měst A a B na mapě?

#### **Úloha 6**

Jedna čokoláda Lindt stojí 79 Kč. Sestavte tabulku, do které zapište kolik stojí 1, 2, 3, 4, ... , 8 čokolád. Sestrojte graf závislosti kusů čokolády na ceně. Vyplývá z grafu, že počet kusů závisí/nezávisí na ceně?

#### **Úloha 7**

Pět zahradníků zasadí květiny v zahradě za 2 dny. Za kolik dní udělá tu samou práci 1, 2, a 4 zahradníci? Sestrojte graf závislosti počtu dní na počtu zahradníků. Vyplývá z grafu, že počet dní závisí/nezávisí na zahradnících?

#### **Úloha 8**

Kuchtík měl nakoupit zeleninu na salát. Koupil 2 kg okurek za 68 Kč, 3 kg paprik za 123 Kč a 2,5 kg rajčat za 125 Kč. Za který druh zeleniny zaplatil kuchtík nejméně za 1 kg? Kolik celkem zaplatil za zeleninu na salát?

#### **Úloha 9**

Osm cukrářek zvládne svatební zakázku za 15 hodin. Než se zakázkou začaly, tak zjistily, že termín odevzdání se změnil a musí zakázku odevzdat o 3 hodiny dříve. Kolik se musí přibrat cukrářek, aby zakázku zvládly za daný čas?

### **PRACOVNÍ LIST Č. 3 – ZÁKLADY STATISTIKY (ARITMETICKÝ PRŮMĚR, ČETNOSTI)**

**Autor:** Eva Hrmečková

**Předmět:** matematika

**Ročník:** 9. ročník

**Předpokládaná časová dotace:** 45 minut (jedna vyučovací hodina)

**Cíle aktivit:**

- žák by měl umět vyčíst data z tabulky a porozumět jim
- žák by měl z daných informací zjistit četnost znaku (relativní a absolutní četnost), modus a medián
- žák by měl umět spočítat aritmetický průměr z daných hodnot

**Prostředky a pomůcky:** pracovní list pro žáky, pracovní list s řešením

**Mezipředmětové vztahy:** informační a komunikační technologie, člověk a jeho svět, člověk a společnost

**Metodický komentář:**

V pracovním listu na dané téma se nachází pět slovních úloh, kde si žák procvičí aritmetický průměr, četnost znaku (relativní a absolutní), modus a medián. V první úloze žák zjistí informace od vyučujícího a odpoví na následující otázky, které se týkají zjištěných dat, se kterými dokáže pracovat.

V úloze dvě žák určí aritmetický průměr z daných hodnot cvičení Aničky na flétnu. Aritmetickým průměrem se žák bude dále zabývat i v úloze páté, kde jej kromě aritmetického průměru čeká i medián na příkladu s obědy ze školní jídelny. Medián a modus se nachází v úloze třetí, kde žáci počítají nejčastější a prostřední hodnotu známek dvou sourozenců.

Úloha čtvrtá se zabývá relativní a absolutní četností, žák bude muset znovu zapojit vyučujícího a s jeho pomocí získat data, kde poté zpracuje jejich četnosti.

**Úloha 1**

V 8. C žáci psali písemku na lineární rovnice. Zeptejte se vyučujícího na jejich výsledky a zpracujte je do tabulky četností:

Známka	1	2	3	4	5
Četnost					

Odpovězte na otázky s využitím tabulky četností:

Kolik žáků psalo celkem písemku?

Jakou známku dostalo nejvíce žáků?

Jakou známku dostalo nejméně žáků?

Kolik žáků dostalo lepší známku než 3?

Kolik žáků dostalo horší známku než 3?

### Úloha 2

Anička v pondělí cvičila na flétnu 100 minut, v úterý 60 minut, ve středu 80 minut, ve čtvrtek 50 minut a v pátek 30 minut. Jak dlouho průměrně denně Anička cvičila v pracovním týdnu na flétnu?

### Úloha 3

Sourozenci Petr a Pavel chtěli zjistit, kdo je lepší v matematice. Petr má známky 1, 3, 1, 5, 2, 1, 3 a Pavel 2, 2, 3, 1, 1, 2, 4. Určete modus a medián Petrových a Pavlových známek. Zkuste rozhodnout, kdo je lepší v matematice.

### Úloha 4

Zjistěte, za pomoci vyučující, kolik žáků z vaší třídy má barvu vlasů hnědou, černou či blondatou. Určete absolutní a relativní četnost tohoto rozdělení (pomocí tabulky četností).

### Úloha 5

Školní jídelnu navštívili v prvním týdnu školy žáci a učitelé. V pondělí školní jídelna uvařila 82 obědů, v úterý 609 obědů, ve středu 620 obědů, ve čtvrtek 588 obědů a v pátek 431 obědů. Určete aritmetický průměr a medián školních obědů.

## PRACOVNÍ LIST Č. 4 – FUNKCE

**Autor:** Eva Hrnečková

**Předmět:** matematika

**Ročník:** 9. ročník

**Předpokládaná časová dotace:** 75 minut (necelé dvě vyučovací hodiny)

**Cíle aktivit:**

- žák by měl umět určit definiční obor a obor hodnot
- žák by měl porozumět zobrazení základních křivek, které jsou představeny grafy funkcí
- žák by měl umět řešit funkci zadanou různými způsoby (grafem, tabulkou či funkčním předpisem)

- žák by měl chápat přímou a nepřímou úměru jako funkci, dále by měl porozumět lineárním a kvadratickým funkcím (ve tvaru  $y = ax^2$ )

**Prostředky a pomůcky:** pracovní list pro žáky, pracovní list s řešením

**Mezipředmětové vztahy:** člověk a jeho svět, člověk a společnost

**Metodický komentář:**

Pracovní list na téma Funkce obsahuje pět úloh, ve kterých si žák procvičí funkce lineární, kvadratické, přímou či nepřímou úměru. V první úloze má žák zakreslit podle předpisu graf dané funkce do předem připravené kartézské soustavy.

Úloha dvě určuje funkce předpisem ve formě tabulky, kde má žák odpovědět na otázky, týkající se dané funkce (obor hodnot, definiční obor, hodnotu funkce v nějakém bodě, graf a určit její předpis). Na podobném principu je úloha tři, v níž má žák předpisem danou funkci. Má vyplnit tabulku hodnot a poté sestrojít graf této funkce.

V úloze čtyři má žák vyřešit soustavu rovnic graficky. Jeho úkolem je zakreslit obě dvě funkce do kartézské soustavy souřadnic.

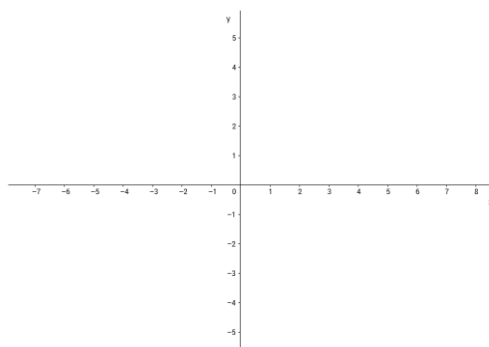
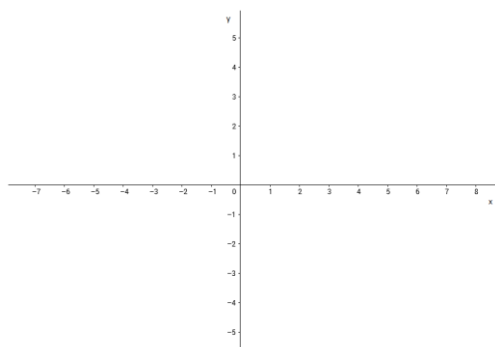
V poslední páté úloze má žák zadané funkce graficky. Má určit jejich předpis (může k tomu využít například tabulku hodnot, kterou si sám vytvoří), definiční obor a obor hodnot dané funkce.

### Úloha 1

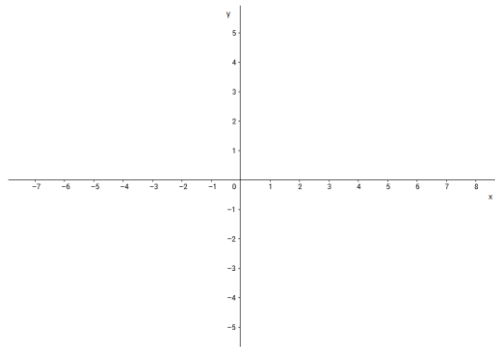
Sestrojte grafy funkcí:

a)  $y = 2x$

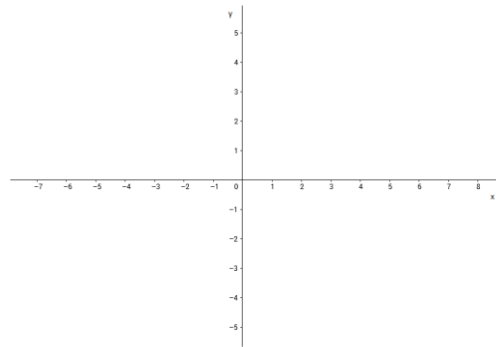
b)  $y = \frac{7}{x}$



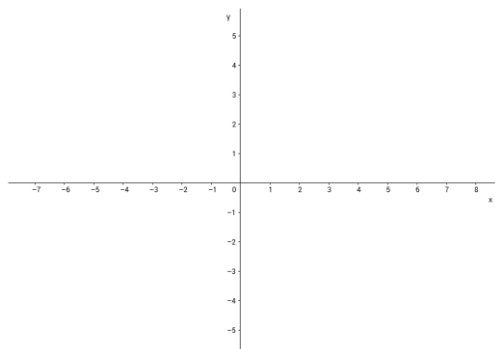
c)  $y = 4x - 2$



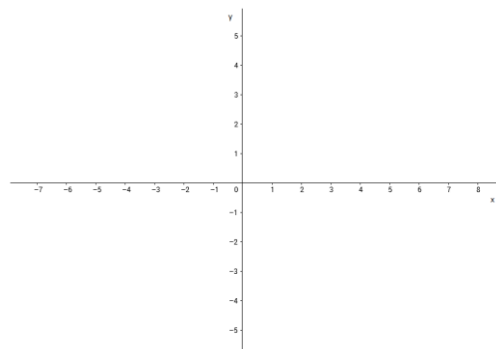
d)  $y = -4x + 2$



e)  $y = 6x^2$



f)  $y = 5$



### Úloha 2

Funkce je dána tabulkou:

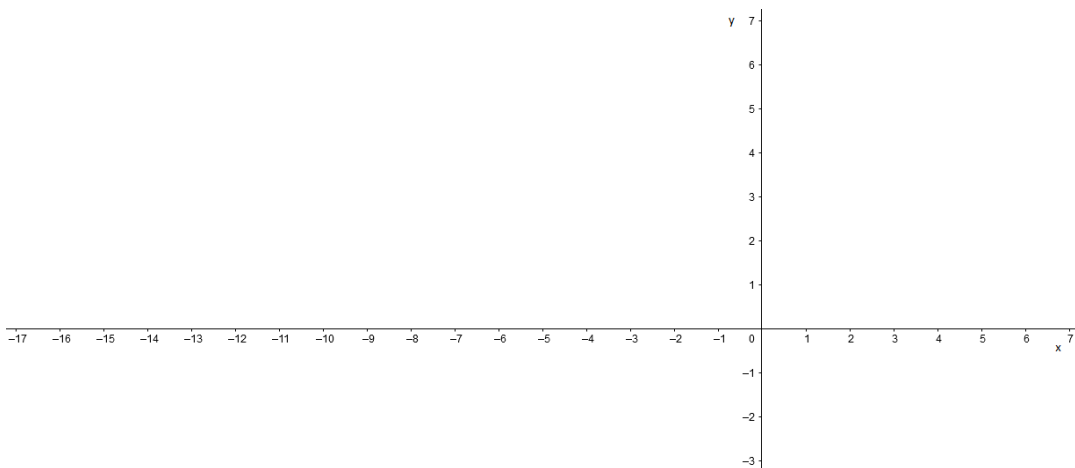
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1

- Sestrojte graf funkce v pravoúhlé soustavě souřadnic.
- Určete definiční obor funkce.
- Určete obor hodnot funkce.
- Určete hodnotu funkce, která je daná čísly -1 a 1.
- Určete předpis funkce.

### Úloha 3

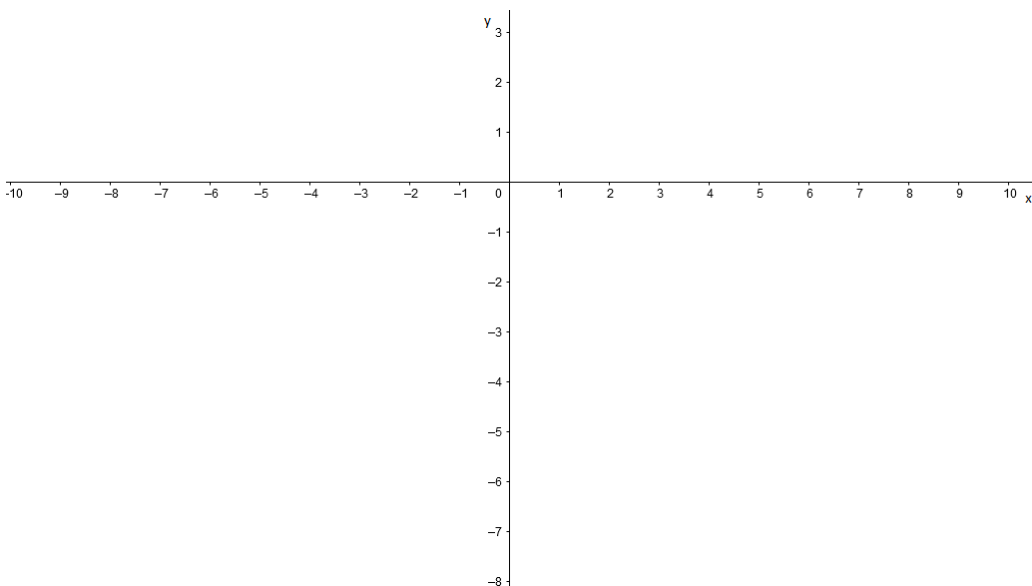
Je dána funkce  $f: y = \frac{1}{5}x + 3$ . Doplněte do tabulky chybějící hodnoty funkce pro daná  $x$  a sestrojte graf dané funkce.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



#### Úloha 4

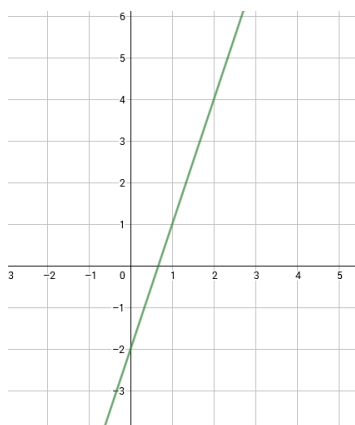
Graficky vyřešte soustavu rovnic  $f: y = 2x - 3$  a  $g: y = 4x + 1$ .



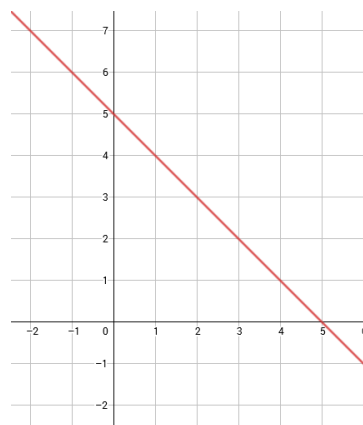
#### Úloha 5

Určete předpisy funkcí z obrázků a), b), c) a d). Dále určete definiční obor a obor hodnot daných funkcí.

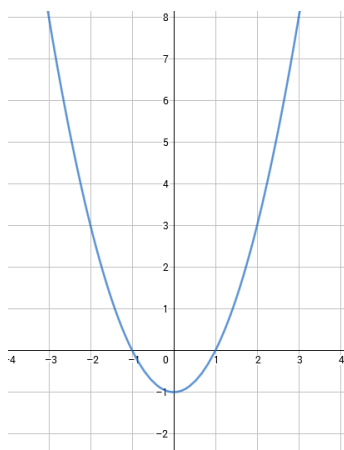
a)



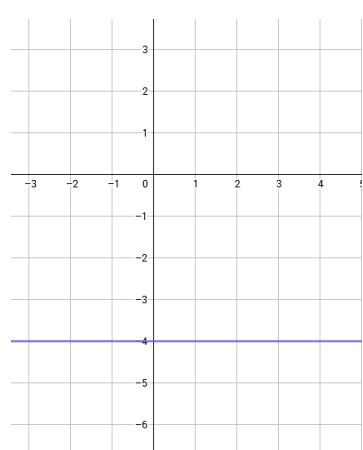
b)



c)



d)



## PRACOVNÍ LIST Č. 5 – GONIOMETRICKÉ FUNKCE

**Autor:** Eva Hrnečková

**Předmět:** matematika

**Ročník:** 9. ročník

**Předpokládaná časová dotace:** 45 minut (jedna vyučovací hodina)

**Cíle aktivit:**

- žák by měl znát základní goniometrické funkce (sinus, kosinus, tangens a kotangens)
- žák by měl umět pomocí matematických tabulek a kalkulačky určit hodnoty goniometrických funkcí
- žák by měl využít pravouhlý trojúhelník k určení goniometrických funkcí

- žák by měl sestavit graf goniometrické funkce podle zadaných údajů

**Prostředky a pomůcky:** pracovní list pro žáka, pracovní list s řešením, Matematicko-fyzikální tabulky

**Mezipředmětové vztahy:** člověk a jeho svět, člověk a společnost

**Metodický komentář:**

V pracovním listu se nachází pět úloh na procvičení goniometrických funkcí. V první a druhé úloze žák využije tabulky, ve kterých bude hledat hodnoty funkcí a velikost úhlu, pokud bude znát  $\alpha$ .

V úloze třetí a čtvrté bude počítat velikost úhlu a délku přepony, když zná zbývající hodnoty. V poslední páté úloze žák bude zjišťovat velikost úhlu, když na člověka bude svítit slunce.

### Úloha 1

Z tabulek určete sinus, kosinus, tangens a kotangens úhlu:

$$\sin 24^{\circ}10' =$$

$$\operatorname{tg} 29^{\circ} =$$

$$\cos 56^{\circ} =$$

$$\operatorname{cotg} 22^{\circ}10' =$$

$$\operatorname{tg} 35^{\circ}60' =$$

$$\sin 89^{\circ}20' =$$

$$\operatorname{cotg} 78^{\circ}50' =$$

$$\cos 18^{\circ}50' =$$

$$\sin 61^{\circ} =$$

$$\operatorname{tg} 49^{\circ}40' =$$

$$\cos 69^{\circ}30' =$$

$$\operatorname{cotg} 58^{\circ} =$$

### Úloha 2

Z tabulek určete velikost úhlu  $\alpha$ :

$$\sin \alpha = 0,3529 \quad \alpha =$$

$$\cos \alpha = 0,7698 \quad \alpha =$$

$$\sin \alpha = 0,9863 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1,483 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = 0,3607 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,7002 \quad \alpha =$$

### Úloha 3

Máme pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ . Strany  $a = 7,8$  cm,  $c = 11,2$  cm. Vypočítejte velikost úhlu  $\alpha$ .



#### Úloha 4

Máme pravouhlý trojúhelník  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ . Strana  $a = 5,2$  cm, úhel  $\alpha = 43^\circ$ . Vypočítejte délku přepony  $c$ .

#### Úloha 5

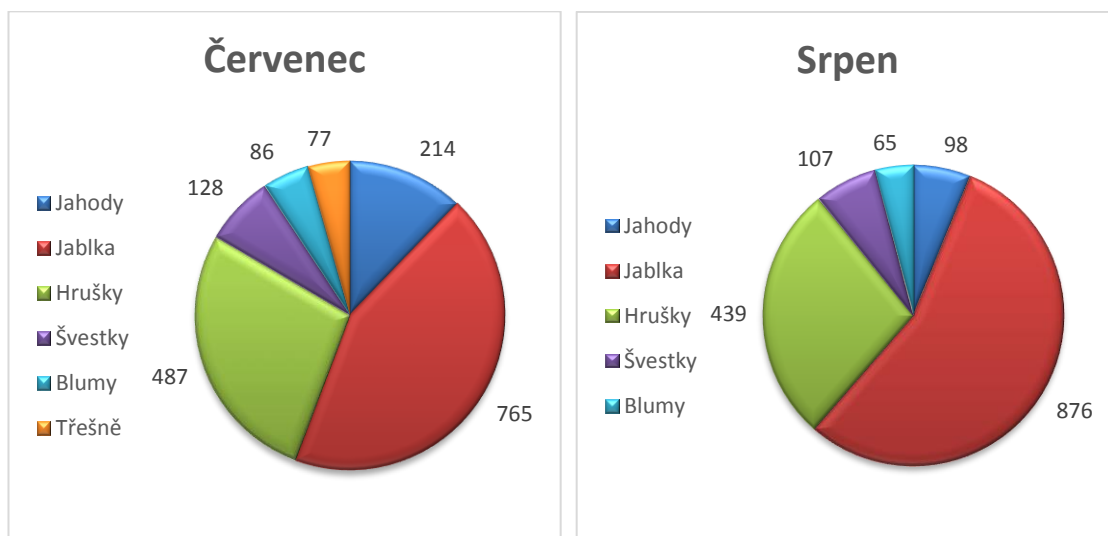
Jaký úhel mají sluneční paprsky, které dopadají na povrch země, pokud Jan stojící rovně, má 178 cm a jeho stín je dlouhý 8 cm?

### 3.3.2 Navrhované řešení pracovních listů

#### PRACOVNÍ LIST Č. 1 – GRAFY A DIAGRAMY

##### Úloha 1

Majitel ovocnářství Ovocíček prodával o prázdninách několik druhů ovoce, ze kterých si zpracoval údaje grafiky. Grafy ukazují počty v kilogramech jednotlivých druhů ovoce, které prodal za prázdniny (měsíce červenec a srpen).



Určete z grafů:

- Kolik kg jahod se prodalo v měsíci srpnu?
- Kolik kg třešní se prodalo v měsíci červenci?
- Prodaly se nějaké třešně v měsíci srpnu?
- Který druh ovoce se nejméně prodával během prázdnin?
- Který druh ovoce se nejvíce prodával během prázdnin?
- Které druhy ovoce se prodávaly více v srpnu než v červenci?

- g) Kolik kg ovoce se prodalo za měsíc červenec?
- h) Kolik kg ovoce se prodalo za měsíc srpen?
- i) Který měsíc se prodalo více kg ovoce?

**Řešení:**

- a) V srpnu se prodalo 98 kg jahod.
- b) V červenci se prodalo 77 kg třešní.
- c) Ne, v srpnu se neprodaly žádné třešně.
- d) Nejméně se během prázdnin prodávaly třešně, protože se prodávaly jen v červenci, a to 77 kg.
- e) Nejvíce se prodávaly během prázdnin jablka, celkem za oba měsíce se prodalo 1 641 kg jablek.
- f) V srpnu se prodávala více jablka.
- g) V červenci se prodalo 1 757 kg ovoce.
- h) V srpnu se prodalo 1 585 kg ovoce.
- i) Více ovoce se prodalo v červenci, a to o 172 kg.

**Úloha 2**

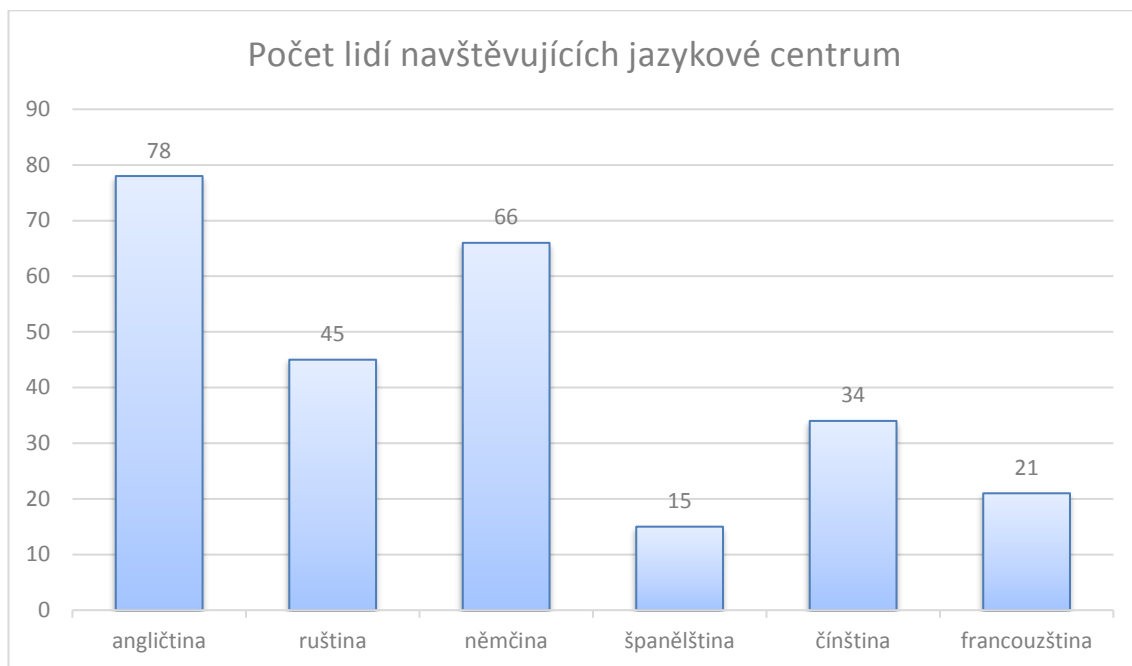
V jazykovém centru navštěvovalo 78 lidí angličtinu, 45 lidí ruštinu, 66 lidí němčinu, 15 lidí španělštinu, 34 lidí čínštinu a 21 lidí francouzštinu.

Zpracuj výsledky do sloupcového diagramu a odpověz na otázky:

- a) Kolik lidí celkem navštěvovalo jazykové centrum?
- b) Který jazyk byl nejnavštěvovanější?
- c) Chodilo více lidí na ruštinu a němčinu nebo na angličtinu a španělštinu?
- d) Centrum má kapacitu 360 osob, kolik osob tedy ještě může navštěvovat centrum?

**Řešení:**

Sloupcový diagram:



a)  $78 + 45 + 66 + 15 + 34 + 21 = 259$

Celkem navštěvuje jazykové centrum 259 lidí.

b) Nejnavštěvovanější jazyk byla angličtina.

c) ruština a němčina:  $45 + 66 = 111$

angličtina a španělština:  $78 + 15 = 93$

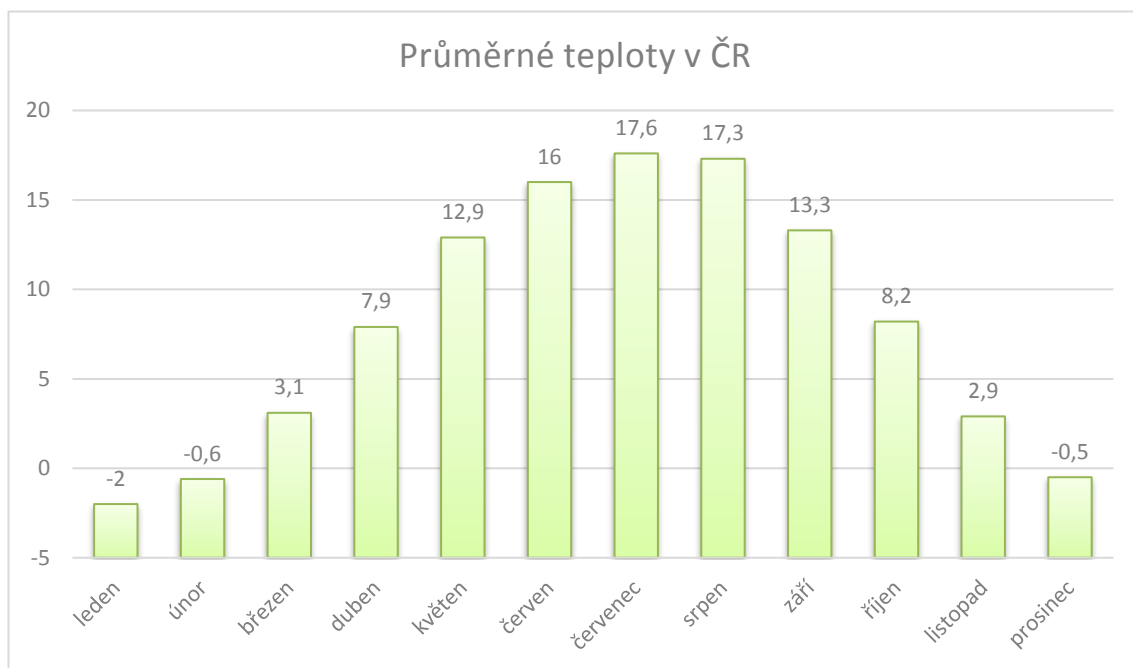
Více lidí chodilo na ruštinu a němčinu.

d)  $360 - 259 = 101$

Centrum může ještě navštěvovat 101 lidí.

### Úloha 3

V grafu jsou zaznamenány průměrné teploty každého měsíce v České republice (zdroj: www.kurzy.cz).



Rozhodni, zda je tvrzení správné, či nikoli.

- V srpnu byla vyšší průměrná teplota než v červenci.
- V dubnu průměrná teplota překonala  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- V listopadu průměrná teplota neklesla pod nulu.
- O prázdninách překonal součet průměrných teplot v obou měsících  $33,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- V červenci byla průměrná teplota vyšší než součet průměrných teplot v březnu a v dubnu.
- V prosinci byla průměrná teplota stejná jako v únoru.

**Řešení:**

- NE
- NE
- ANO
- ANO
- ANO
- NE

#### Úloha 4

V pizzerii prodávali čtyři druhy pizzy, a to šunkovou, salámovou, sýrovou a zeleninovou. V pondělí celkem prodali 100 kusů pizzy. Šunkové prodali 33 kusů, salámové 17 kusů, sýrové 38 kusů a zeleninové 12 kusů.

Znázorněte výsledky pomocí kruhového diagramu.

**Řešení:**



### PRACOVNÍ LIST Č. 2 – POMĚR, PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

#### Úloha 1

Jana a Dana pomohly své tetě se sázením tulipánů. Jana jich zasadila dvakrát tolik. Od tety za odměnu dostaly 21 karamelky a měly si je rozdělit podle toho, kolik tulipánů zasadily.

Pokud si Dana vzala 1 karamelku, kolik karamelky si vzala Jana?

Jak si dívky rozdělily karamelky, aby žádná nezbyla a žádnou nemusely překrajovat?

**Řešení:**

Pokud si Dana vzala 1 karamelku, kolik karamelky si vzala Jana?

Jana a Dana zasadily tulipány v poměru 1 : 2, z čehož plyne, když si Dana vezme jednu karamelku, tak si Jana vezme dvě karamelky.

Jak si dívky rozdělily karamelky, aby žádná nezbyla a žádnou nemusely překrajovat?

Celkem 21 karamelk, dívky se je mají rozdělit v poměru 1 : 2.

Tedy 21 karamelk musíme rozdělit na tři stejné díly. Jana si vezme 1 díl a Dana 2 díly.

$$21 \div 3 = 7$$

$$\text{Jana: } 7 \times 1 = 7$$

$$\text{Dana: } 7 \times 2 = 14$$

Dívky si rozdělí karamelky tak, že Jana bude mít 7 karamelk a Dana 14 karamelk.

## Úloha 2

Na skautském táboře je počet vlčat a roverů v poměru 4 : 6. Celkem jich je na táboře 50.

Kolik je vlčat a kolik roverů?

### Řešení:

Na táboře je celkem 50 skautů rozdělených v poměru 4 : 6, z čehož plyne rozdělení 50 skautů na 10 dílů. Vlčat budou zabírat 4 díly a roveři 6 dílů.

$$50 \div 10 = 5$$

$$\text{vlčat: } 5 \times 4 = 20$$

$$\text{roverů: } 5 \times 6 = 30$$

Na skautském táboře je 20 vlčat a 30 roverů.

## Úloha 3

Délka trasy mezi městy České Budějovice a Praha je podle *mapy.cz* 151 km (viz. Obr. 1). V jakém měřítku je zobrazena mapa, jestliže trasa na obrázku mapy měří 5 cm?



Obr. 1 - Trasa mezi ČB a Prahou (zdroj: *mapy.cz*)

**Řešení:**

Měřítko představuje MAPA : SKUTEČNOST.

151 km převedeme na cm, což je 15 100 000 cm.

Položíme číselné hodnoty do poměru a vznikne nám 5 : 15 100 000, kde po zkrácení 5 dostáváme 1 : 3 020 000.

Mapa trasy z Českých Budějovic do Prahy je zobrazená v měřítku 1 : 3 020 000.

**Úloha 4**

Mapa na informační tabuli na Šumavě má uvedené měřítko 1 : 20 000. Jaká je skutečná vzdálenost dvou pohoří v kilometrech, když na mapě je jejich vzdálenost 4 cm?

**Řešení:**

$$20\,000 \times 4 = 80\,000 \text{ cm} = 0,8 \text{ km}$$

Skutečná vzdálenost dvou pohoří je 0,8 km.

**Úloha 5**

Měřítko mapy pilota helikoptéry je 1 : 500 000. Vzdušná vzdálenost jeho letu z města A do města B je 150 km. Jaká je vzdálenost měst A a B na mapě?

**Řešení:**

převedeme skutečnou vzdálenost na cm:  $150 \text{ km} = 15\,000\,000 \text{ cm}$

$$15\,000\,000 \div 500\,000 = 30 \text{ cm}$$

Vzdálenost měst A a B na mapě je 30 cm.

**Úloha 6**

Jedna čokoláda Lindt stojí 79 Kč. Sestavte tabulku, do které запиšte kolik stojí 1, 2, 3, 4, ... , 8 čokolád. Sestrojte graf závislosti kusů čokolády na ceně. Vyplývá z grafu, že počet kusů závisí/nezávisí na ceně?

**Řešení:**

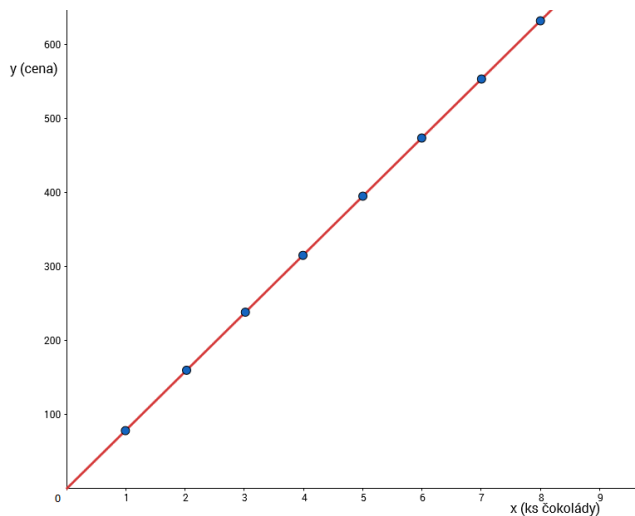
ks čokolády	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena	79,-	158,-	237,-	316,-	395,-	474,-	553,-	632,-

↑	1 tabulka čokolády	.....	79 Kč	↑
	2 tabulky čokolády	.....	x Kč	

$$x = \frac{2}{1} \times 79$$

$$x = 158 \text{ Kč}$$

jedná se o přímou úměrnost, z čehož plyne, že počet kusů závisí na ceně  
 graf závislosti kusů čokolády na ceně:



### Úloha 7

Pět zahradníků zasadí květiny v zámecké zahradě za 2 dny. Za kolik dní udělá tu samou práci 1, 2, a 4 zahradníci? Sestrojte graf závislosti počtu dní na počtu zahradníků. Vyplývá z grafu, že počet dní závisí/nezávisí na zahradnících?

**Řešení:**

počet zahradníků	1	2	4	5
počet dní	10	5	2,5	2

5 zahradníků	.....	2 dny	↑
4 zahradníci	.....	x dnů	

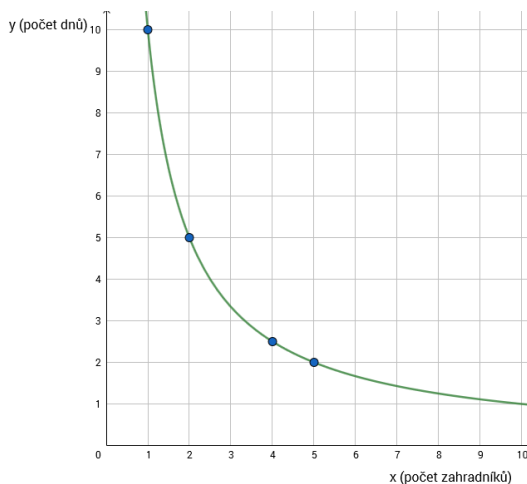
$$x = \frac{5}{4} \times 2$$

$$x = 2,5 \text{ dne}$$

jedná se o nepřímou úměrnost, z čehož plyne, že počet dní nezávisí na počtu zahradníků



graf závislosti počtu dní na počtu zahradníků:



### Úloha 8

Kuchtík měl nakoupit zeleninu na salát. Koupil 2 kg okurek za 68 Kč, 3 kg paprik za 123 Kč a 2,5 kg rajčat za 125 Kč. Za který druh zeleniny zaplatil kuchtík nejméně za 1 kg? Kolik celkem zaplatil za zeleninu na salát?

**Řešení:**

nejmenší cena za jedno kilo:

$$\begin{array}{r} \uparrow \\ 2 \text{ kg okurek} \quad \dots\dots\dots 68 \text{ Kč} \\ 1 \text{ kg okurek} \quad \dots\dots\dots x \text{ Kč} \\ \hline x = \frac{1}{2} \times 68 \end{array}$$

$$x = 34 \text{ Kč}$$

$$\begin{array}{r} \uparrow \\ 3 \text{ kg paprik} \quad \dots\dots\dots 123 \text{ Kč} \\ 1 \text{ kg paprik} \quad \dots\dots\dots x \text{ Kč} \\ \hline x = \frac{1}{3} \times 123 \end{array}$$

$$x = 41 \text{ Kč}$$

$$\begin{array}{r} \uparrow \\ 2,5 \text{ kg rajčat} \quad \dots\dots\dots 125 \text{ Kč} \\ 1 \text{ kg rajčat} \quad \dots\dots\dots x \text{ Kč} \\ \hline x = \frac{1}{2,5} \times 125 \end{array}$$

$$x = 50 \text{ Kč}$$

Kuchtík zaplatí nejméně za 1 kg okurek.

celkem za zeleninu:  $68 + 123 + 125 = 316 \text{ Kč}$

Kuchtík celkem zaplatil 316 Kč za zeleninu na salát.

### Úloha 9

Osm cukrářek zvládne svatební zakázku za 15 hodin. Než se zakázkou začaly, tak zjistily, že termín odevzdání se změnil a musí zakázku odevzdat o 3 hodiny dříve. Kolik se musí přibrat cukrářek, aby zakázku zvládly za daný čas?

**Řešení:**

$$\begin{array}{l} \downarrow 15 \text{ hodin} \dots\dots\dots 8 \text{ cukrářek} \\ 12 \text{ hodin} \dots\dots\dots x \text{ cukrářek} \end{array}$$

$$x = \frac{15}{12} \times 8$$

$$x = 10 \text{ cukrářek}$$

svatební zakázku stihne za 12 hodin 10 cukrářek, z čehož plyne:

$$10 - 8 = 2$$

Musí se přibrat 2 cukrářky, aby se zakázka stihla za 12 hodin.

## PRACOVNÍ LIST Č. 3 – ZÁKLADY STATISTIKY (ARITMETICKÝ PRŮMĚR, ČETNOSTI)

### Úloha 1

V 8. C žáci psali písemku na lineární rovnice. Zeptejte se vyučujícího na jejich výsledky a zpracujte je do tabulky četností:

známka	1	2	3	4	5
četnost					

Odpovězte na otázky s využitím tabulky četností:

Kolik žáků psalo celkem písemku?

Jakou známku dostalo nejvíce žáků?

Jakou známku dostalo nejméně žáků?

Kolik žáků dostalo lepší známku než 3?

Kolik žáků dostalo horší známku než 3?

**Řešení:**

známka	1	2	3	4	5
četnost	5	13	7	2	1

celkem žáků: 28 žáků

známka, kterou dostalo nejvíce žáků: 2

známka, kterou dostalo nejméně žáků: 5

počet žáků, kteří dostali lepší známku než 3: 18 žáků

počet žáků, kteří dostali horší známku než 3: 3 žáci

## Úloha 2

Anička v pondělí cvičila na flétnu 100 minut, v úterý 60 minut, ve středu 80 minut, ve čtvrtek 50 minut a v pátek 30 minut. Jak dlouho průměrně denně Anička cvičila v pracovním týdnu na flétnu?

### Řešení:

$$100 + 60 + 80 + 50 + 30 = 320 \text{ minut za celý týden}$$

$$320 \div 5 = 64 \text{ minut}$$

Anička cvičila průměrně 64 minut denně.

## Úloha 3

Sourozenci Petr a Pavel chtěli zjistit, kdo je lepší v matematice. Petr má známky 1, 3, 1, 5, 2, 1, 3 a Pavel 2, 2, 3, 1, 1, 2, 4. Určete modus a medián Petrových a Pavlových známek. Zkuste rozhodnout, kdo je lepší v matematice.

### Řešení:

modus – hodnota znaku, který má největší četnost

medián – prostřední hodnota seřazené posloupnosti

Petr:

$$\text{modus} = 1$$

$$\text{medián} = 2 \quad (1, 1, 1, 2, 3, 3, 5)$$

Pavel:

$$\text{modus} = 2$$

$$\text{medián} = 2 \quad (1, 1, 2, 2, 2, 3, 4)$$

Kdo je lepší v matematice?

aritmetický průměr Petra:

$$x = \frac{1 + 3 + 1 + 5 + 2 + 1 + 3}{7}$$

$$x = 2,286$$

aritmetický průměr Pavla:

$$x = \frac{2 + 2 + 3 + 1 + 1 + 2 + 4}{7}$$

$$x = 2,143$$

V matematice je lepší Pavel podle hodnocení ve formě známek.

#### Úloha 4

Zjistěte, za pomoci vyučující, kolik žáků z vaší třídy má barvu vlasů hnědou, černou či blondatou. Určete absolutní a relativní četnost tohoto rozdělení (pomocí tabulky četností).

**Řešení:**

Barva vlasů	Absolutní četnost	Relativní četnost
hnědá	12	12/28
černá	6	6/28
blondatá	10	10/28
Celkem	28	1

#### Úloha 5

Školní jídelnu navštívili v prvním týdnu školy žáci a učitelé. V pondělí školní jídelna uvařila 82 obědů, v úterý 609 obědů, ve středu 620 obědů, ve čtvrtek 588 obědů a v pátek 431 obědů. Určete aritmetický průměr a medián školních obědů.

**Řešení:**

aritmetický průměr:

$$x = \frac{82 + 609 + 620 + 588 + 431}{5}$$

$$x = 466$$

medián:

82, 431, 588, 609, 620

medián = 588

## PRACOVNÍ LIST Č. 4 – FUNKCE

### Úloha 1

Sestrojte grafy funkcí:

a)  $y = 2x$

b)  $y = \frac{7}{x}$

c)  $y = 4x - 2$

d)  $y = -4x + 2$

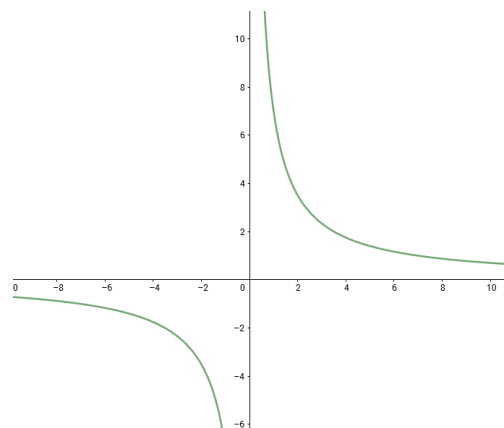
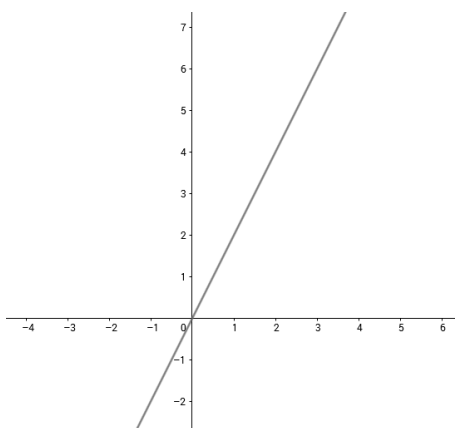
e)  $y = 6x^2$

f)  $y = 5$

**Řešení:**

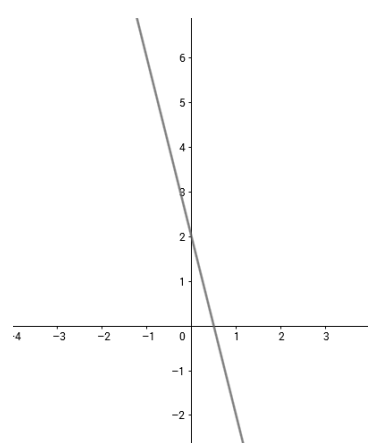
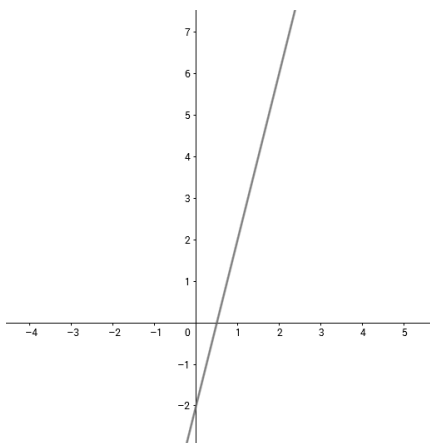
a)  $y = 2x$

b)  $y = \frac{7}{x}$

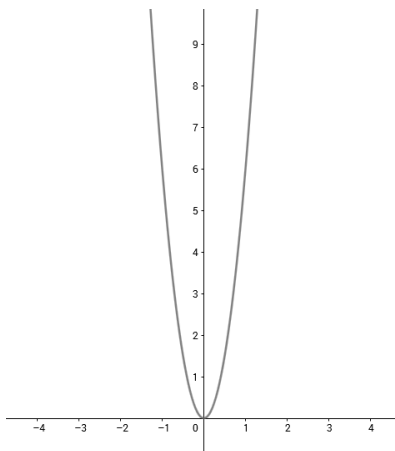


c)  $y = 4x - 2$

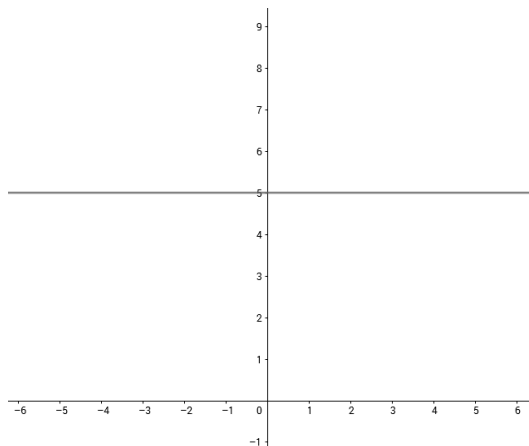
d)  $y = -4x + 2$



e)  $y = 6x^2$



f)  $y = 5$



## Úloha 2

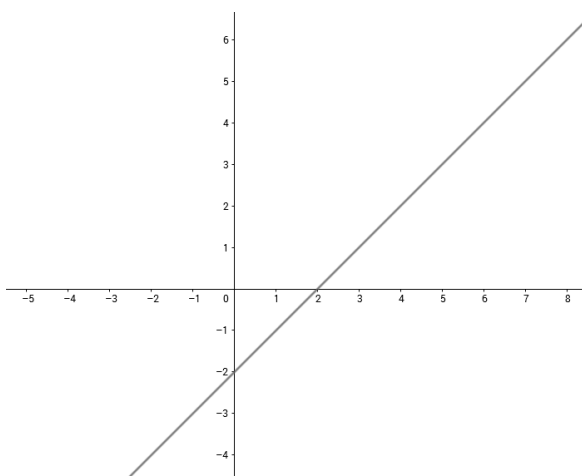
Funkce je dána tabulkou:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1

- Sestrojte graf funkce v pravoúhlé soustavě souřadnic.
- Určete definiční obor funkce.
- Určete obor hodnot funkce.
- Určete hodnotu funkce, která je daná čísly -1 a 1.
- Určete předpis funkce.

**Řešení:**

a)



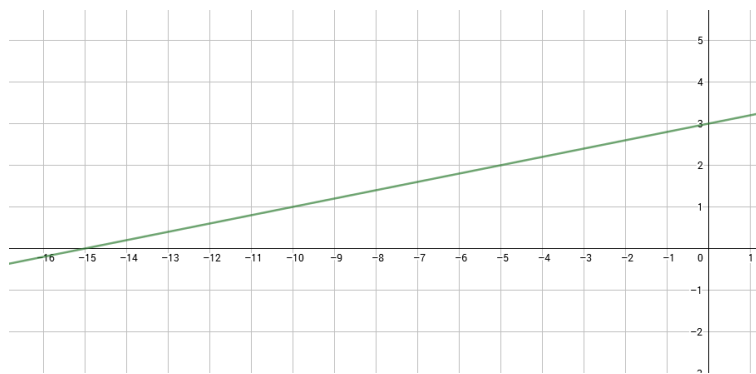
- b)  $D(f) = R$   
 c)  $H(f) = R$   
 d)  $f(-1) = -3$   
 $f(1) = -1$   
 e)  $y = x - 2$

### Úloha 3

Je dána funkce  $f: y = \frac{1}{5}x + 3$ . Doplňte do tabulky chybějící hodnoty funkce pro daná  $x$  a sestrojte graf dané funkce.

**Řešení:**

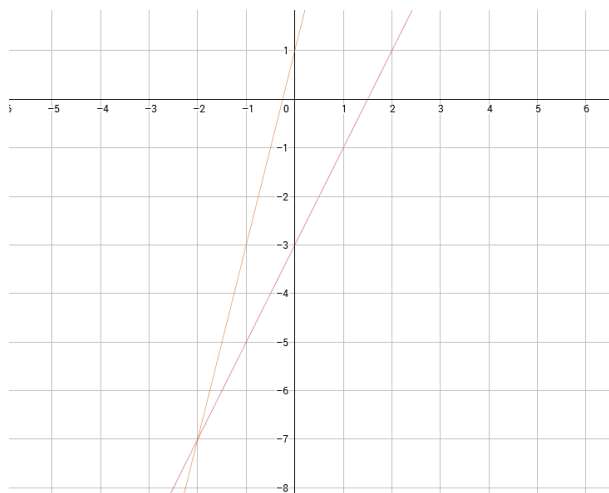
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6



### Úloha 4

Graficky vyřešte soustavu rovnic  $f: y = 2x - 3$  a  $g: y = 4x + 1$ .

**Řešení:**

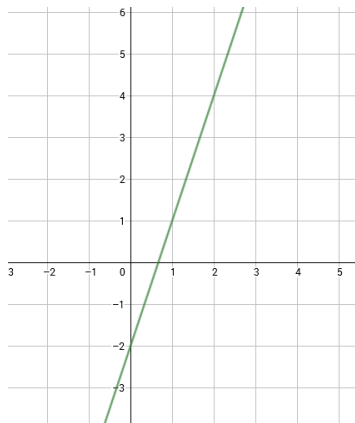


### Úloha 5

Určete předpisy funkcí z obrázků a), b), c) a d). Dále určete definiční obor a obor hodnot daných funkcí.

**Řešení:**

a)

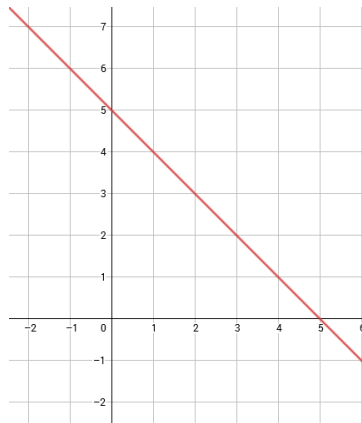


$$y = 3x - 2$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \mathbb{R}$$

b)

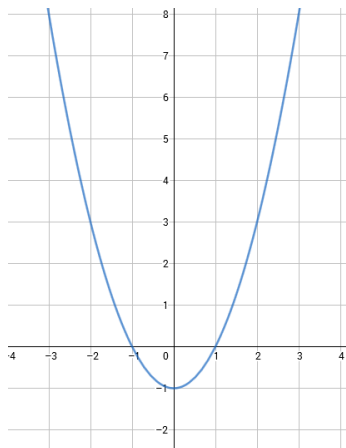


$$y = -x + 5$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = \mathbb{R}$$

c)

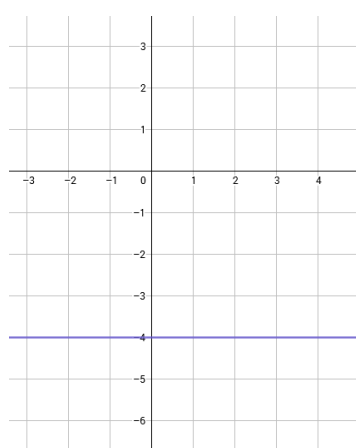


$$y = x^2 - 1$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = (-1, \infty)$$

d)



$$y = -4$$

$$D(f) = \mathbb{R}$$

$$H(f) = -4$$



## PRACOVNÍ LIST Č. 5 – GONIOMETRICKÉ FUNKCE

### Úloha 1

Z tabulek určete sinus, kosinus, tangens a kotangens úhlu:

**Řešení:**

$$\sin 24^{\circ}10' = 0,4094$$

$$\cos 56^{\circ} = 0,5592$$

$$\operatorname{tg} 35^{\circ}60' = 0,7265$$

$$\operatorname{cotg} 78^{\circ}50' = 0,1974$$

$$\sin 61^{\circ} = 0,8660$$

$$\cos 69^{\circ}30' = 0,3502$$

$$\operatorname{tg} 29^{\circ} = 0,5543$$

$$\operatorname{cotg} 22^{\circ}10' = 2,455$$

$$\sin 89^{\circ}20' = 0,999$$

$$\cos 18^{\circ}50' = 0,9465$$

$$\operatorname{tg} 49^{\circ}40' = 1,178$$

$$\operatorname{cotg} 58^{\circ} = 0,6249$$

### Úloha 2

Z tabulek určete velikost úhlu  $\alpha$ :

**Řešení:**

$$\sin \alpha = 0,3529 \quad \alpha = 20^{\circ}40'$$

$$\cos \alpha = 0,7698 \quad \alpha = 39^{\circ}20'$$

$$\sin \alpha = 0,9863 \quad \alpha = 80^{\circ}30'$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1,483 \quad \alpha = 56^{\circ}$$

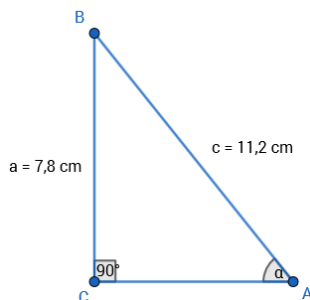
$$\operatorname{cotg} \alpha = 0,3607 \quad \alpha = 70^{\circ}10'$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,7002 \quad \alpha = 35^{\circ}$$

### Úloha 3

Máme pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ . Strany  $a = 7,8$  cm,  $c = 11,2$  cm. Vypočítejte velikost úhlu  $\alpha$ .

**Řešení:**



Známe dvě strany (odvěsnu a přeponu) a chceme dopočítat úhel  $\alpha$ . K tomu využijeme funkci  $\sin \alpha$ .

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{7,8}{11,2}$$

$$\sin \alpha \doteq 0,6964$$

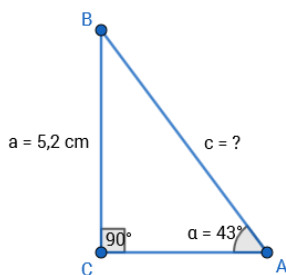
$$\alpha \doteq 44^{\circ}8'$$

Úhel  $\alpha$  má přibližnou velikost  $44^{\circ}8'$ .

#### Úloha 4

Máme pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ . Strana  $a = 5,2$  cm, úhel  $\alpha = 43^{\circ}$ . Vypočítejte délku přepony  $c$ .

**Řešení:**



Chceme vypočítat odvěsnu  $c$ , tak použijeme funkci  $\sin \alpha$ , kde z tohoto vztahu vytkneme přeponu  $c$  a dopočteme.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$c = \frac{5,2}{\sin 43^{\circ}}$$

$$c \doteq \frac{5,2}{0,6820}$$

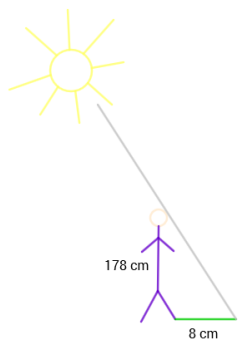
$$c \doteq 7,6 \text{ cm}$$

Délka přepony  $c$  je 7,6 cm.

#### Úloha 5

Jaký úhel mají sluneční paprsky, které dopadají na povrch země, pokud Jan stojící rovně, má 178 cm a jeho stín je dlouhý 8 cm?

**Řešení:**



Budeme počítat úhel, pod kterým dopadá sluneční paprsek na povrch země, proto využijeme goniometrickou funkci tg.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,78}{8}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,2225$$

$$\alpha \doteq 12^{\circ} 32'$$

Sluneční paprsky dopadají pod úhlem  $12^{\circ}32'$  na povrch země.

## **4 Ověření pracovních listů v praxi**

### **4.1 Výzkum**

#### **4.1.1 Cíl výzkumu a zkoumaný vzorek**

Hlavním cílem výzkumu bude zjištění znalostí žáků druhého stupně Základní školy A a Základní školy B, a to v tematickém okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty. Ověření znalostí proběhne pomocí navržených pracovních listů na dané téma.

Zkoumaný vzorek nám představují dvě základní školy v Jihočeském kraji. První Základní škola A je jednou z větších základních škol, kde je ve třídě okolo 30 žáků a v ročníku se nachází tři třídy. Druhá Základní škola B je menší škola, kde mají v ročníku po jedné třídě a ve třídě je okolo 18 žáků.

Testování se zúčastnili žáci druhého stupně základní školy a jednalo se o žáky 6., 7. a 9. ročníku. Jejich věk byl od 11 do 16 let.

Pracovního listu č. 1 – Grafy a diagramy se zúčastnilo 48 žáků ze dvou tříd 6. ročníku (31 žáků ze Základní školy A, a 17 žáků ze Základní školy B).

Pracovního listu č. 2 – Poměr, přímá a nepřímá úměrnost se zúčastnilo 51 žáků ze dvou tříd 7. ročníku (32 žáků ze Základní školy A, a 19 žáků ze Základní školy B).

Pracovního listu č. 3 – Základy statistiky (aritmetický průměr, četnosti) se zúčastnilo 45 žáků ze dvou tříd 9. ročníku (29 žáků ze Základní školy A, a 16 žáků ze Základní školy B).

Pracovního listu č. 4 – Funkce se zúčastnilo 48 žáků ze dvou tříd 9. ročníku (30 žáků ze Základní školy A, a 18 žáků ze Základní školy B).

Pracovního listu č. 5 – Goniometrické funkce se zúčastnilo 50 žáků ze dvou tříd 9. ročníku (31 žáků ze Základní školy A, a 19 žáků ze Základní školy B).

#### **4.1.2 Metodika a průběh výzkumu**

Tematický celek Závislosti, vztahy a práce s daty provází žáky základní školy celých devět let. Na druhém stupni se s ním žáci setkávají hlavně v 6. ročníku v kapitole Grafy a diagramy, v 7. ročníku v kapitole Poměr, přímá a nepřímá úměrnost a v 9. ročníku

v kapitolách Funkce, Goniometrické funkce a Základy statistiky. Záleží na škole, kdy se učivo v daném ročníku probírá.

Při testování byly použity vytvořené pracovní listy, které jsou zaměřené na danou problematiku. Vyhodnocení výsledků úloh v pracovních listech bylo pomocí stupnice známek viz. Tab. 1, a to od 1 do 5, kde byla předem stanovená kritéria pro hodnocení.

Známka	Kritérium
1	celé správně – 1 chyba
2	2 chyby
3	3 – 4 chyby
4	5 – 6 chyb
5	7 a více chyb

Tab. 1 – Hodnocení úkolů v pracovních listech

Celkové hodnocení bylo pomocí stupnice známek, viz. Tab. 2, a to od 1 do 5, kde byla předem stanovená kritéria pro hodnocení.

Známka	Kritérium
1	aritmetický průměr hodnocení úloh do 1,4
2	aritmetický průměr hodnocení úloh do 2,4
3	aritmetický průměr hodnocení úloh do 3,4
4	aritmetický průměr hodnocení úloh do 4,4
5	aritmetický průměr hodnocení úloh od 4,4

Tab. 2 – Hodnocení pracovního listu

Výzkum proběhl ve dvou školách, kde žáci obdrželi pracovní listy, které měli za úkol vyplnit. Žáci dané učivo právě probírali nebo už ho probrali před nějakou dobou. Na pracovní list měli vyhrazenou dobu, která byla doporučena autorem pracovního listu.

### 4.1.3 Výsledky výzkumu

#### PRACOVNÍ LIST Č. 1 – GRAFY A DIAGRAMY

Tento pracovní list se testoval na 48 žácích 6. ročníku, a to na dvou základních školách. Ze Základní školy A se zúčastnilo testování 31 žáků a ze Základní školy B se zúčastnilo 17 žáků.

## Hodnocení úloh

V tabulkách 3 a 4 jsou zaznamenány odpovědi žáků dvou základních škol na dané úlohy v pracovním listu.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	30	1	0	0	0
Úloha 2	27	2	0	1	1
Úloha 3	29	2	0	0	0
Úloha 4	24	2	4	0	1

Tab. 3 – Výsledky úloh ZŠ A

Z tabulky 3 vyplývá, že žáci ze Základní školy A měli největší problém z údajů vytvořit kruhový diagram. Naopak zjišťování údajů z grafů a odpovídání na otázky v úloze 1 a 3 jim nedělalo problém.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	17	0	0	0	0
Úloha 2	13	0	2	1	1
Úloha 3	15	0	2	0	0
Úloha 4	16	1	0	0	0

Tab. 4 – Výsledky úloh ZŠ B

Z tabulky 4 vyplývá, že žákům Základní školy B dělá největší problém z údajů vytvořit sloupcový diagram. Zjišťování údajů z grafů a odpovídání na otázky v úloze 1 a 3 jim takové problémy nedělá, a to mi vyučující na konci hodiny oznámila, že s žáky toto téma ještě neprobírala.

## Porovnání škol

Při pohledu na tabulky 3 a 4 zjistíme, že úlohu 1 a 3 žáci zvládají a nemají se zjišťováním dat a odpovídání na otázky problém.

Větším problémem pro žáky obou škol bylo vytvoření diagramu. Překvapivě v Základní škole A žákům nešel vytvořit kruhový diagram, kdežto v Základní škole B měli žáci problém vytvořit sloupcový diagram.

## Celkové hodnocení

Pro celkové zjištění úspěšnosti se pracovní listy oznamkovaly, a to na stupnici od 1 do 5, viz. Tab. 2.

Známka	Počet žáků
1	26
2	3
3	2
4	0
5	0

Tab. 5 – Celkové hodnocení ZŠ A

Známka	Počet žáků
1	15
2	0
3	2
4	0
5	0

Tab. 6 – Celkové hodnocení ZŠ B

Celkové hodnocení udává, že pracovní list se povedl žákům obou základních škol stejně. Vyučující ze Základní školy B byla příjemně překvapená, jak žáci tyto pracovní listy na toto téma dobře zvládali.

## PRACOVNÍ LIST Č. 2 – POMĚR, PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

Testování tohoto pracovního listu se zúčastnilo 51 žáků ze 7. ročníků základních škol. Ze Základní školy A se zúčastnilo 32 žáků a ze Základní školy B se zúčastnilo 19 žáků.

### Hodnocení úloh

V tabulkách 7 a 8 jsou zaznamenány odpovědi na dané úlohy z pracovního listu.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	22	4	3	0	3
Úloha 2	28	3	1	0	0
Úloha 3	30	2	0	0	0
Úloha 4	29	2	1	0	0
Úloha 5	30	1	0	0	0
Úloha 6	20	5	4	1	2
Úloha 7	22	4	4	1	1
Úloha 8	30	1	1	0	0
Úloha 9	29	2	0	0	0

Tab. 7 – Výsledky úloh ZŠ A

Z tabulky 7 vyplývá, že žáci ze Základní školy A měli největší problém s úlohami 6 a 7, kde měli sestrojit tabulku přímé a nepřímé úměrnosti, z této tabulky poté graf a odpovědět, zda jedna položka závisí či nezávisí na druhé. Zde žákům nejvíce dělalo problém vytvořit graf a určit závislost. Další problémovou úlohou byla úloha 1, kde žáci nedokázali odpovědět na otázku: „Pokud si Dana vzala jednu karamelku, kolik karamelků si vzala Jana?“

Naopak úlohy 3, 4 a 5 na měřítko mapy žákům nedělaly skoro žádné problémy. To samé úlohy na přímou a nepřímou úměrnost, kde stačilo pouze spočítat daný příklad žákům nedělaly problém.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	17	0	2	0	0
Úloha 2	15	1	1	2	0
Úloha 3	12	5	2	0	0
Úloha 4	10	0	6	2	1
Úloha 5	9	1	7	1	1
Úloha 6	16	3	0	0	0
Úloha 7	17	1	1	0	0
Úloha 8	19	0	0	0	0
Úloha 9	18	1	0	0	0

Tab. 8 – Výsledky úloh ZŠ B

V tabulce 8 je vidět úspěšnost či neúspěšnost žáků Základní školy B. Žákům této školy dělaly veliké problémy úlohy 3, 4 a 5 na měřítko mapy. Naopak ostatní úlohy, jako jsou úlohy 1 a 2 na poměr, žáci dokázali spočítat, a též úlohy na přímou a nepřímou úměrnost se zakreslením grafu a určením závislosti žákům nedělaly velký problém.

### Porovnání škol

V pracovním listu na téma Poměr, přímá a nepřímá úměrnost jsou velké rozdíly v obou školách. V Základní škole A dělaly žákům problémy úlohy na přímou a nepřímou úměrnost, a to hlavně v určení tabulky, zakreslení grafu a určení závislosti. Naopak tomu úlohy, kde měli pomocí přímé a nepřímé úměrnosti spočítat např. kolik stojí kilogram zeleniny, pokud ví, že 2,5 kg stojí  $x$  Kč, jim nedělaly vyloženě problém. Oproti tomu v Základní škole B měli žáci problém s měřítkem mapy.



V obou školách šlo žákům vypočítat slovní úlohu na přímou a nepřímou úměrnost. Špatně na tom nebyla ani úloha 2, kde většina žáků dokázala podle poměru rozdělit celek.

### **Celkové hodnocení**

Pro zjištění celkové úspěšnosti žáků v obou školách se pracovní listy oznámkovaly na stupnici od 1 do 5, viz. Tab. 2.

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	23
2	4
3	3
4	2
5	0

Tab. 9 – Celkové hodnocení ZŠ A

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	11
2	5
3	3
4	0
5	0

Tab. 10 – Celkové hodnocení ZŠ B

Z celkového hodnocení vyplývá, že žákům obou škol dělal tento pracovní list problémy. Žáci jedné školy byli horší v jedné části, kdežto žáci druhé školy byli horší v části jiné.

### **PRACOVNÍ LIST Č. 3 – ZÁKLADY STATISTIKY (ARITMETICKÝ PRŮMĚR, ČETNOSTI)**

Testování pracovního listu na téma Základy statistiky se zúčastnilo 45 žáků 9. ročníku, a to 29 žáků Základní školy A a 16 žáků Základní školy B.

## Hodnocení úloh

V tabulkách 11 a 12 jsou zaznamenány odpovědi žáků na dané úlohy v pracovním listu.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	27	2	0	0	0
Úloha 2	26	1	0	0	2
Úloha 3	20	3	4	0	2
Úloha 4	22	0	0	5	2
Úloha 5	27	1	1	0	0

Tab. 11 – Výsledky úloh ZŠ A

Z tabulky 11 můžeme určit, že žáci Základní školy A měli největší problém s úlohami 3 a 4. V úloze 3 zapomínali určit modus a medián u Pavla, počítali jen s Pavlovými údaji. V úloze 4 většina špatných řešitelů vytvořila tabulku, kde určila absolutní četnost, ale už netušila, jak určit relativní četnost.

Naopak nejmenší problém měli žáci s úlohou 1, kde měli z tabulky, kde s pomocí vyučujícího získali data, odpovědět na otázky. Ani úloha 2 a 5 jim nedělala velký problém, uměli spočítat aritmetický průměr.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	16	0	0	0	0
Úloha 2	15	0	1	0	0
Úloha 3	12	3	1	0	0
Úloha 4	14	0	0	1	1
Úloha 5	14	0	1	1	0

Tab. 12 – Výsledky úloh ZŠ B

Z tabulky 12 vidíme, že úloha 1 žákům nedělala žádný problém, naopak úloha 3 žákům dělala větší problém. I žáci této školy zapomínali na Pavla, u kterého také měli určit modus a medián. Úlohy 2, 4 a 5 žáci docela zvládali.

## Porovnání škol

Pokud chceme určit, kteří žáci dané školy jsou v probraném učivu lepší, byla by to Základní škola B. Žáci obou škol měli problém v úloze 3, kde ze zadání zapomněli určit modus a medián Pavlových známek. Spočítali tedy jen jednoho ze sourozenců.

Aritmetický průměr v úlohách 2 a 5 žáci v obou školách zdárně zvládali, neměli ani problém s odpovídáním na otázky, pokud mají zjištěná data zapsaná v tabulce.

S úlohou 4 měli problém žáci Základní školy A, kde část z nich nevěděla, jak se počítá relativní četnost.

### **Celkové hodnocení**

Pro zjištění celkové úspěšnosti pracovních listů se oznamkovaly na stupnici od 1 do 5, viz. Tab. 2.

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	21
2	4
3	2
4	2
5	0

Tab. 13 – Celkové hodnocení ZŠ A

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	14
2	0
3	2
4	0
5	0

Tab. 14 – Celkové hodnocení ZŠ B

Z celkového hodnocení vyplývá, že pracovní list vypracovali lépe žáci Základní školy B.

### **PRACOVNÍ LIST Č. 4 – FUNKCE**

Testování toho pracovního listu se zúčastnilo 48 žáků z 9. ročníku základní školy A i B. Ze Základní školy A se zúčastnilo 30 žáků a ze Základní školy B se zúčastnilo 18 žáků.

## Hodnocení úloh

V tabulkách 15 a 16 jsou zaznamenány odpovědi žáků na dané úlohy v pracovním listu.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	24	3	1	0	2
Úloha 2	22	2	6	0	0
Úloha 3	18	10	0	2	0
Úloha 4	28	2	0	0	0
Úloha 5	10	18	1	0	1

Tab. 15 – Výsledky úloh ZŠ A

Z tabulky 15 vyplývá, že žáci Základní školy A měli největší problémy s úlohou číslo 5, kde správné řešení mělo jen pár žáků. Naopak úloha číslo 1 nedělala žákům moc velké problémy.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	16	1	1	0	0
Úloha 2	15	1	2	0	0
Úloha 3	17	1	0	0	0
Úloha 4	18	0	0	0	0
Úloha 5	9	4	3	1	1

Tab. 16 – Výsledky úloh ZŠ B

Z tabulky vyplývá, že žáci Základní školy B měli největší problém s úlohou číslo 5, ve kterém většina žáků měla problém určit předpis funkce a obor hodnot. Naopak úlohu číslo 4 měli všichni žáci správně nebo s jednou malou chybičkou.

## Porovnání škol

Při porovnání obou škol vidíme, že v úloze 1 nejsou mezi školami žádné rozdíly a jsou na tom obě školy dobře. V úloze 2, 3 a 4 je na tom lépe škola B, úloha 5 dělala problém oběma školám stejně.

Z pozorování vyplývá, že žákům dělá problémy z obrázku určit předpis funkce a následně definiční obor a obor hodnot. Někteří žáci mají problém s doplněním tabulky, kde mají funkci danou předpisem (ve funkci se vyskytuje zlomek) a mají dopočítat hodnotu  $y$ . Pár žáků mělo problém s určením předpisu funkce, když znali funkci zadanou tabulkou.

Nejmenším problémem pro žáky byla úloha 4, kde měli graficky vyřešit soustavu rovnic a určit průsečík.

### **Celkové hodnocení**

Pro zjištění celkové úspěšnosti se oznamkovaly pracovní listy na stupnici od 1 do 5, viz. Tab. 2.

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	25
2	3
3	2
4	0
5	0

Tab. 17 – Celkové hodnocení ZŠ A

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	16
2	2
3	0
4	0
5	0

Tab. 18 – Celkové hodnocení ZŠ B

Z celkového hodnocení vyplývá, že pracovní list se více povedl žákům Základní školy B. Jedna z možností, proč byli lepší je ta, že vyučující má na žáky více času, může každému individuálně poradit. Oproti tomu v Základní škole B je ve třídě žáků pomalu dvakrát tolik.

### **PRACOVNÍ LIST Č. 5 – GONIOMETRICKÉ FUNKCE**

Při testování pracovního listu na téma Goniometrické funkce se zúčastnilo 50 žáků 9. ročníku základních škol A a B, a to 31 žáků Základní školy A a 19 žáků Základní školy B.

## Hodnocení úloh

V tabulkách 19 a 20 jsou zaznamenány odpovědi žáků na dané úlohy v pracovním listu.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	30	1	0	0	0
Úloha 2	31	0	0	0	0
Úloha 3	28	3	0	0	0
Úloha 4	25	4	0	1	1
Úloha 5	22	6	2	0	1

Tab. 19 – Výsledky úloh ZŠ A

V tabulce 19 můžeme vyčíst, že žáci Základní školy A měli největší problém s úlohou 5, kde měli určit úhel dopadu slunečních paprsků. V této úloze to většina žáků počítala pomocí Pythagorovy věty. Naopak s úlohami 1 a 2, kde hledali hodnoty goniometrických funkcí v matematicko-fyzikálních tabulkách, neměli žádné problémy.

	Odpovědi za 1	Odpovědi za 2	Odpovědi za 3	Odpovědi za 4	Odpovědi za 5
Úloha 1	19	0	0	0	0
Úloha 2	16	3	0	0	0
Úloha 3	17	1	1	0	0
Úloha 4	12	1	2	0	4
Úloha 5	17	0	0	1	1

Tab. 20 – Výsledky úloh ZŠ B

V tabulce 20 vidíme, že žáci Základní školy B měli největší problémy s úlohou 4, kde většina špatně dokázala ze vzorce určit stranu  $c$ , kterou měli počítat. Nejlépe měli úlohu 1, ve které všichni umí hledat hodnoty v matematicko-fyzikálních tabulkách.

## Porovnání škol

Při porovnání obou škol vidíme, že v úloze 1 a 2 nejsou mezi školami žádné viditelné rozdíly a jsou na tom obě školy dobře. Žáci tedy umí vyhledat hodnotu v matematicko-fyzikálních tabulkách. V úloze 3 jsou na tom obě dvě základní školy také hodně podobně.

Největším problémem pro žáky byla úloha 4 a 5, kde se v obou školách ukázalo, že někteří žáci nepochopili ze zadání, co mají počítat. V úloze 4 byl u většiny žáků problém v tom, že špatně dokázali ze vzorce určit stranu  $c$ , kterou měli spočítat. Takže ve více případech žáci měli nedostatek v úpravách rovnic, než v počítání

goniometrických funkcí. V úloze 5 byla horší Základní škola A, kde část žáků počítala tento příklad pomocí Pythagorovy věty.

### **Celkové hodnocení**

Pro zjištění celkové úspěšnosti se oznamkovali pracovní listy na stupnici od 1 do 5, viz. Tab. 2.

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	25
2	4
3	1
4	1
5	0

Tab. 21 – Celkové hodnocení ZŠ A

<b>Známka</b>	<b>Počet žáků</b>
1	12
2	5
3	0
4	1
5	1

Tab. 22 – Celkové hodnocení ZŠ B

Z celkového hodnocení vyplývá, že žáci obou dvou základních škol jsou v tomto učivu na hodně podobné úrovni.

## **4.2 Celkové zhodnocení pracovních listů a případné navržené úprav**

Z předchozí kapitoly vidíme, že úspěšnost pracovních listů byla nadprůměrná. Žáci těchto dvou základních škol (Základní škola A a Základní škola B) zvládli obstojně pracovní listy vyřešit.

I vyučující, u jejichž žáků byly pracovní listy testovány, mi k pracovním listům řekli své názory. Většinou vyučujících se líbily a nic by na nich neměnili. Úlohy jsou pěkně zpracované a srozumitelné.

Připomínek ze strany učitelů bylo málo. Ale přece jen se jich pár našlo. K pracovním listům na téma Grafy a diagramy a Základy statistiky žádné připomínky nebyly. Vyučující ze Základní školy A měl připomínku k pracovnímu listu na téma Funkce,

kde by osobně zvětšil kartézské soustavy souřadnic, ale hlavně z důvodu, že on sám má radši všechno ve větším formátu. Naopak vyučující ze Základní školy B říkal, že tato velikost je vyhovující, že se žáci naučí přesnosti při rýsování. K pracovnímu listu na téma Goniometrické funkce měl vyučující ze Základní školy B připomínku k úloze 3, 4 a 5, kde by doplnil, že si žáci mají předem nakreslit obrázek, aby přesně mohli určit, co v úloze mají vypočítat. K pracovnímu listu na téma Poměr, přímá a nepřímá úměrnost měl vyučující ze Základní školy A velkou připomínku a to, že je pro žáky lepší dostat pracovní list na jednu vyučovací hodinu, že by úlohy v tomto pracovním listu rozdělila na dva.

Připomínky vyučujících jsou pro mě přínosem, protože oni mají delší praxi než já.

#### **4.2.1 Připomínky žáků k pracovním listům**

Na konci hodiny jsem žákům rozdala čistý papír, aby anonymně pracovní list zhodnotili a navrhli případné změny. Většina žáků na papír napsala pouze to, že se jim úlohy líbily. Našlo se ale i pár žáků, kteří k pracovním listům měli připomínky.

Připomínky žáků 6. ročníku k pracovnímu listu č. 1 – Grafy a diagramy:

- málo času na řešení úloh
- v úloze 2 by bylo dobré mít linky na lepší zakreslení sloupcového diagramu
- v úloze 3 napsat do zadání, odpověz ano či ne

Připomínky žáků 7. ročníku k pracovnímu listu č. 2 – Poměr, přímá a nepřímá úměrnost:

- málo času na řešení úloh
- nepochopení první otázky v úloze 1 (žáci měli odpovědět na otázku: „Pokud si Dana vzala 1 karamelku, kolik karamelky si vzala Jana?“)
- neznalost nakreslení grafu v úloze 6 a 7 (někteří žáci netušili, jak vytvořit graf přímé a nepřímé úměrnosti)

Připomínky žáků 9. ročníku k pracovnímu listu č. 3 – Základy statistiky (aritmetický průměr, četnosti):

- v úloze 4 předpřipravit tabulku



- nedávat tak vysoká čísla v úloze 5

Připomínky žáků 9. ročníku k pracovnímu listu č. 4 – Funkce:

- v úloze 1 větší kartézskou soustavu souřadnic
- v úloze 3 lepší hodnoty funkce, aby pro daná  $x$  vyšla lepší  $y$
- lehčí funkce v úloze 5

Připomínky žáků 9. ročníku k pracovnímu listu č. 5 – Goniometrické funkce:

- méně příkladů na hledání úhlu v úloze 1
- lepší zadání na pochopení u úlohy 5

#### 4.2.2 Návrhy na zlepšení pracovních listů

Po zjištění zpětné vazby od žáků, kteří pracovní listy vyplňovali, bych navrhla pár malých úprav.

V pracovním listu č. 1 – Grafy a diagramy bych žádné úpravy neprováděla. V doporučeném čase 75 minut zvládli skoro všichni žáci vypracovat pracovní list, někteří ho odevzdali i s předstihem. Co se týká úpravy zadání v úloze 3, kde mají žáci rozhodnout, zda je tvrzení správné či nikoliv, bych žádné nedělala. Žáci buď odpověděli ano či ne, nebo správné či nesprávné. Není proto důvod do zadání dopisovat, odpovězte ano či ne.

V pracovním listu č. 2 – Poměr, přímá a nepřímá úměrnost bych úpravy času také nedělala. I zde většina žáků odevzdala pracovní list v daném limitu. Úloha v pracovním listu je 9, přičemž některé jsou náročnější a některé nikoli. Většina žáků řešila jako první úlohy, kterými si byla jistá, a při druhé hodině už dodělávala úlohy, kde si tak jistá nebyla. Dále byl problém s úlohou 1, kde část žáků nedokázala určit poměr ze zadání. Toto bych v pracovním listu také neměnila, ale doporučila bych vyučujícím matematiky, když budou probírat Poměr, aby na toto nezapomínali. Jako poslední byla připomínka na grafy přímé a nepřímé úměrnosti, které by vyučující měli s žáky probrat ještě předtím, než začnou řešit slovní úlohy. Obě dvě úlohy, a to úlohy 6 a 7, bych z pracovního listu neodstraňovala. Návrh vyučující byl podnětný a pracovní list by se dal rozdělit na dvě části, ale osobně si nemyslím, že by žáci museli mít na každou

hodinu jiný pracovní list či že by si ho nemohli přinést na další den. Vyučující na konci hodiny může pracovní listy vybrat a na další hodinu je přinést.

V pracovním listu č. 3 – Základy statistiky (aritmetický průměr, četnosti) bych také žádné změny neprováděla. Ani po připomínce, že by měla být předpřipravená tabulka v úloze 4, bych ji nedělala, je na fantazii a zručnosti žáků, jak si tabulku vytvoří.

V pracovním listu č. 4 – Funkce bych v úloze 1 mohla zvětšit kartézskou soustavu souřadnic, ale pokud je takto menší, je hlavně na pečlivosti žáků, s jakou přesností dokáží danou funkci zakreslit. Na připomínku, že v úloze 3 by mohla být lepší čísla pro daná  $x$ , aby vycházela celá čísla, by se čísla mohla poupravit, ale protože jsou žáci v 9. ročníku, tak přeci nemůže všechno vycházet jako krásná celá čísla.

V pracovním listu č. 5 – Goniometrické funkce neodstráním část příkladů z úlohy 1, aby jich tam bylo míň. Žáci si tímto vyzkouší a procvičí hledání v matematicko-fyzikálních tabulkách. Ani k připomínce v úloze 5, aby bylo lepší zadání, bych úlohu neměnila. V této úloze si žáci jako první musí nakresli obrázek, aby pochopili, co v dané úloze mají počítat. K úlohám je možné dopsat, že si žáci mají jako první nakreslit obrázek, aby věděli, jak dané úlohy vyřešit.

## 5 Závěr

Při zpracovávání diplomové práce jsem si vyzkoušela vytvořit pracovní listy, které jsou určeny pro žáky matematiky na 2. stupni základní školy. Při vytváření pracovních listů jsem vycházela z učebnic matematiky pro 2. stupeň základní školy. Další velkou oporou při jejich vytváření mi byla má bakalářská práce, ve které jsem zkoumala, jak se učebnice matematiky pro základní školu zabývají matematickým okruhem Závislosti, vztahy a práce s daty, který udává Rámcový vzdělávací program.

Další částí práce je ověření pracovních listů u žáků základní školy. Pracovní listy jsem v daných třídách rozdala a sama jsem sledovala žáky, jak je vyplňují. Nenašlo se moc žáků, kteří by nepochopili zadání. Při testování jsem zjistila, že někteří žáci netuší, že se s daným učivem setkávají i v běžném životě. Například v pracovním listu na poměr, přímou a nepřímou úměrnost žáci zjistili, že si mohou vypočítat vzdálenost, kterou ujedou v létě s rodiči na kole, když si ji naplánují v mapě.

V přílohách jsou pracovní listy, které jsou vhodné k tisku. Vyučující je proto může využít ve svých hodinách a nemusí si je nijak upravovat. K řešení může využít kapitolu Pracovní listy, kde v podkapitole Navrhované řešení pracovních listů najde vysvětlené řešení. Většina úloh se dá řešit i jinými postupy, v podkapitole najdete právě jedno z možných řešení.

Doufám, že má diplomová práce bude někdy přínosem pro vyučující matematiky či jiné osoby, kteří budou chtít vyzkoušet pracovní listy ve svém vyučování nebo si budou chtít vyzkoušet úlohy na procvičení tematického okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty.

## 6 Seznam literatury

- [1] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 6, Aritmetika, učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-654-3.
- [2] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 6, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-655-0.
- [3] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 7, Aritmetika, učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-679-6.
- [4] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 7, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-680-2.
- [5] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 8, Aritmetika, učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0.
- [6] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 8, Aritmetika, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-685-7.
- [7] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 9, Algebra, učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-689-5.
- [8] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 9, Algebra, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-690-1.

- [9] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 9, Geometrie, učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-691-8.
- [10] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 9, Geometrie, pracovní sešit pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-692-5.
- [11] BLAŽKOVÁ, R. *Klíčové kompetence a výuka matematiky*. In: [online]. [cit. 2015-02-18]. Dostupné z: [http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CBOQFjAA&url=http%3A%2F%2Fis.muni.cz%2Fel%2F1441%2Fjaro2008%2FFZ1MP\\_PDM2%2Fklicovekompetence.doc&ei=XC73VIuWLIr\\_ygOop4HACA&usg=AFQjCNGqqjRgp1n78M15Ws9tbHXKW6ItRg&bvm=bv.87519884,d.bGb](http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CBOQFjAA&url=http%3A%2F%2Fis.muni.cz%2Fel%2F1441%2Fjaro2008%2FFZ1MP_PDM2%2Fklicovekompetence.doc&ei=XC73VIuWLIr_ygOop4HACA&usg=AFQjCNGqqjRgp1n78M15Ws9tbHXKW6ItRg&bvm=bv.87519884,d.bGb)
- [12] BOUŠKOVÁ, J., BRZOŇOVÁ, M. *Matematika pro 7. ročník základní školy, pracovní sešit – aritmetika*. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-412-2.
- [13] BOUŠKOVÁ, J., BRZOŇOVÁ, M. *Matematika pro 8. ročník základní školy, pracovní sešit – aritmetika*. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-420-7.
- [14] BOUŠKOVÁ, J., BRZOŇOVÁ, M., TREJBAL, J. *Matematika pro 9. ročník základní školy, pracovní sešit - algebra*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-488-7.
- [15] BOUŠKOVÁ, J., BRZOŇOVÁ, M., TREJBAL, J. *Matematika pro 9. ročník základní školy, pracovní sešit – geometrie*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-490-0.

- [16] HRHEČKOVÁ, E. *Závislosti, vztahy a práce s daty na prvním a druhém stupni ZŠ*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2016.
- [17] Obor vzdělávání 21, oddělení předškolního, základního a základního uměleckého vzdělávání 210 MŠMT ČR. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2013.
- [18] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Matematika [2] pro 7. ročník základní školy (Poměr, Přímá a nepřímá úměrnost, Procento)*. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-126-4.
- [19] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Pracovní sešit z matematiky pro 7. ročník základní školy*. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-162-0.
- [20] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Matematika [2] pro 8. ročník základní školy (Lineární rovnice, Základy statistiky)*. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-167-1.
- [21] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Pracovní sešit z matematiky pro 8. ročník základní školy*. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-201-5.
- [22] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Matematika [2] pro 9. ročník základní školy (Funkce, Podobnost, Goniometrické funkce)*. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-208-2.
- [23] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J. *Pracovní sešit z matematiky pro 9. ročník základní školy*. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 80-7196-227-9.
- [24] OSVALDOVÁ, Z. *Pracovní listy ako prostriedok aktivizácie žiakov vo vyučovacím procese*. Edukácia (Vedecko-odborný časopis). 2017, roč. 2, č. 1. ISSN 1339-8725.

- [25] PŮLPÁN, Z., ČIHÁK, M., MÜLLEROVÁ, S. *Matematika pro 7. ročník základní školy – aritmetika*. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-398-9.
- [26] PŮLPÁN, Z., ČIHÁK, M., MÜLLEROVÁ, S. *Matematika pro 8. ročník základní školy – aritmetika*. Praha: SPN, 2009. ISBN 978-80-7235-419-1.
- [27] PŮLPÁN, Z., ČIHÁK, M., TREJBAL, J. *Matematika pro 9. ročník základní školy – algebra*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-487-0.
- [28] PŮLPÁN, Z., ČIHÁK, M., TREJBAL, J. *Matematika pro 9. ročník základní školy – geometrie s rozšířením o kapitoly Statistika a Pravděpodobnost pro zájemce*. Praha: SPN, 2010. ISBN 978-80-7235-489-4.
- [29] ŽÁČOK, Ľ., SHLARMANNOVÁ, J. *Metodika tvorby pracovných listov pre základné školy*. Technológia vzdelávania (Slovenský učiteľ – príloha). 2005, roč. 13, č. 7. ISSN 1335-003X.

## **Přílohy**

### **Pracovní listy pro tisk**

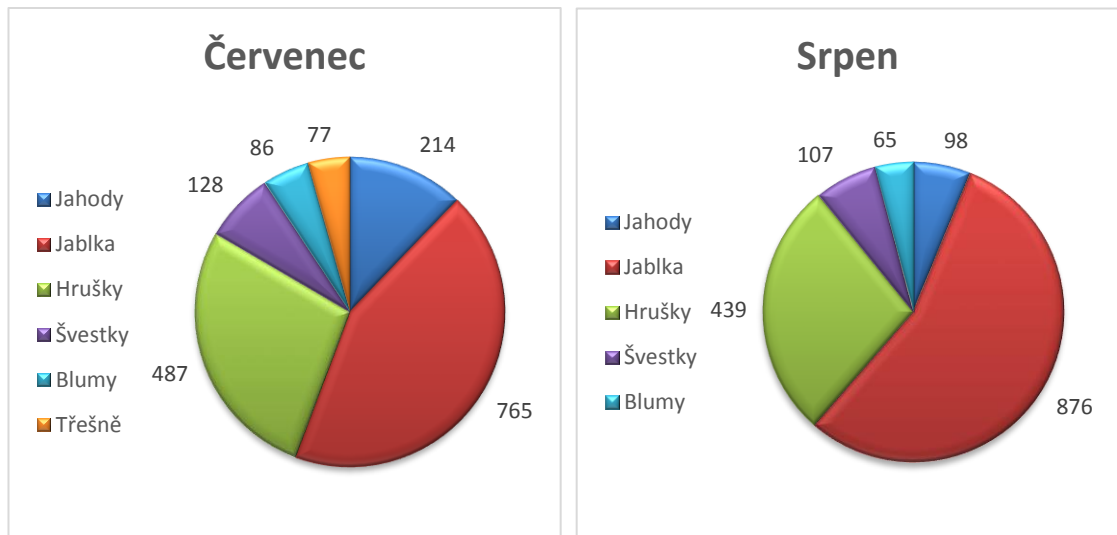
V této kapitole se nacházejí pracovní listy, které jsou vhodné pro tisk. Vyučující je může využít ve svých hodinách. Žák zde má rovnou prostor pro splnění zadání. V kapitole 3.3.2 má vyučující možnost využití řešení, které patří k zadání v pracovních listech.



## PRACOVNÍ LIST Č. 1 – GRAFY A DIAGRAMY

### Úloha 1

Majitel ovocnářství Ovocíček prodával o prázdninách několik druhů ovoce, ze kterých si zpracoval údaje grafiky. Grafy ukazují počty v kilogramech jednotlivých druhů ovoce, které prodal za prázdniny (měsíce červenec a srpen).



Určete z grafů:

- Kolik kg jahod se prodalo v měsíci srpnu?
- Kolik kg třešní se prodalo v měsíci červenci?
- Prodaly se nějaké třešně v měsíci srpnu?
- Který druh ovoce se nejméně prodával během prázdnin?
- Který druh ovoce se nejvíce prodával během prázdnin?
- Které druhy ovoce se prodávaly více v srpnu než v červenci?
- Kolik kg ovoce se prodalo za měsíc červenec?
- Kolik kg ovoce se prodalo za měsíc srpen?

i) Který měsíc se prodalo více kg ovoce?

## Úloha 2

V jazykovém centru navštěvovalo 78 lidí angličtinu, 45 lidí ruštinu, 66 lidí němčinu, 15 lidí španělštinu, 34 lidí čínštinu a 21 lidí francouzštinu.

Zpracuj výsledky do sloupcového diagramu a odpověz na otázky:

a) Kolik lidí celkem navštěvovalo jazykové centrum?

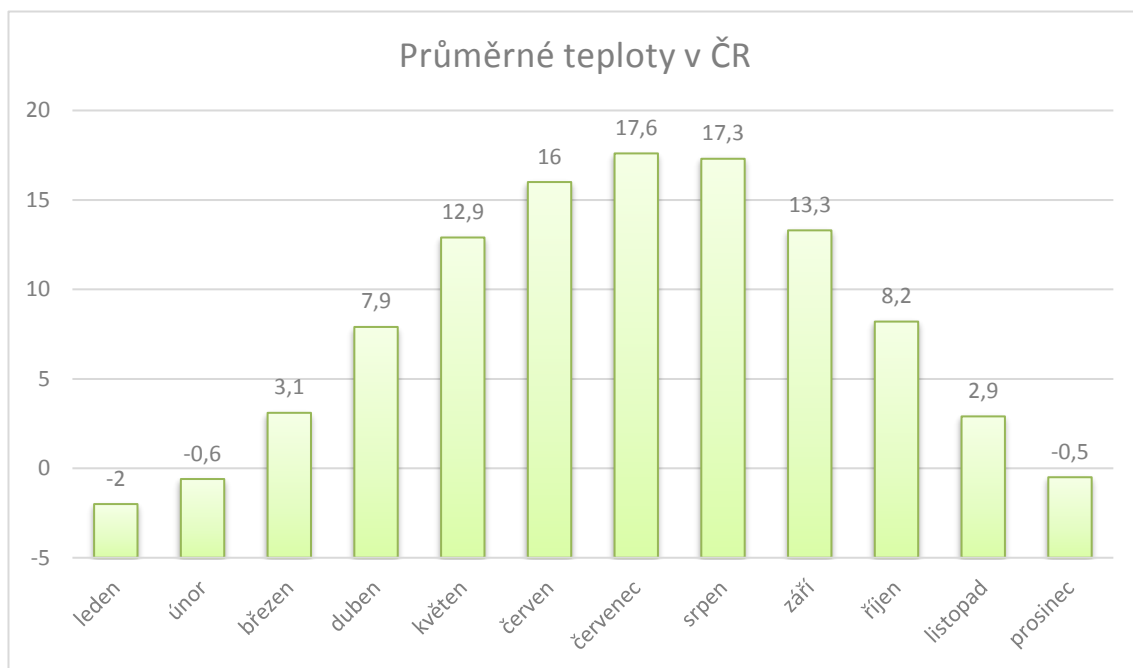
b) Který jazyk byl nejnavštěvovanější?

c) Chodilo více lidí na ruštinu a němčinu nebo na angličtinu a španělštinu?

d) Centrum má kapacitu 360 osob, kolik osob tedy ještě může navštěvovat centrum?

### Úloha 3

V grafu jsou zaznamenány průměrné teploty každého měsíce v České republice (zdroj: www.kurzy.cz).



Rozhodni, zda je tvrzení správné, či nikoli.

- V srpnu byla vyšší průměrná teplota než v červenci.
- V dubnu průměrná teplota překonala  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- V listopadu průměrná teplota neklesla pod nulu.
- O prázdninách překonal součet průměrných teplot v obou měsících  $33,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- V červenci byla průměrná teplota vyšší než součet průměrných teplot v březnu a v dubnu.
- V prosinci byla průměrná teplota stejná jako v únoru.

#### **Úloha 4**

V pizzerii prodávali čtyři druhy pizzy, a to šunkovou, salámovou, sýrovou a zeleninovou. V pondělí celkem prodali 100 kusů pizzy. Šunkové prodali 33 kusů, salámové 17 kusů, sýrové 38 kusů a zeleninové 12 kusů.

Znázorněte výsledky pomocí kruhového diagramu.

## PRACOVNÍ LIST Č. 2 – POMĚR, PŘÍMÁ A NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST

### Úloha 1

Jana a Dana pomohly své tetě se sázením tulipánů. Jana jich zasadila dvakrát tolik. Od tety za odměnu dostaly 21 karamelky a měly si je rozdělit podle toho, kolik tulipánů zasadily.

Pokud si Dana vzala 1 karamelku, kolik karamelky si vzala Jana?

Jak si dívky rozdělily karamelky, aby žádná nezbyla a žádnou nemusely překrajovaly?

### Úloha 2

Na skautském táboře je počet vlčat a roverů v poměru 4 : 6. Celkem jich je na táboře 50. Kolik je vlčat a kolik roverů?

### Úloha 3

Délka trasy mezi městy České Budějovice a Praha je podle *mapy.cz* 151 km (viz. obr. 1). V jakém měřítku je zobrazena mapa, jestliže trasa na obrázku mapy měří 5 cm?



Obr. 2 - Trasa mezi ČB a Prahou (zdroj: *mapy.cz*)

### Úloha 4

Mapa na informační tabuli na Šumavě má uvedené měřítko 1 : 20 000. Jaká je skutečná vzdálenost dvou pohoří v kilometrech, když na mapě je jejich vzdálenost 4 cm?

### **Úloha 5**

Měřítko mapy pilota helikoptéry je 1 : 500 000. Vzdušná vzdálenost jeho letu z města A do města B je 150 km. Jaká je vzdálenost měst A a B na mapě?

### **Úloha 6**

Jedna čokoláda Lindt stojí 79 Kč. Sestavte tabulku, do které zapište kolik stojí 1, 2, 3, 4, ... , 8 čokolád. Sestrojte graf závislosti kusů čokolády na ceně. Vyplývá z grafu, že počet kusů závisí/nezávisí na ceně?

### **Úloha 7**

Pět zahradníků zasadí květiny v zahradě za 2 dny. Za kolik dní udělá tu samou práci 1, 2, a 4 zahradníci? Sestrojte graf závislosti počtu dní na počtu zahradníků. Vyplývá z grafu, že počet dní závisí/nezávisí na zahradnících?

### **Úloha 8**

Kuchtík měl nakoupit zeleninu na salát. Koupil 2 kg okurek za 68 Kč, 3 kg paprik za 123 Kč a 2,5 kg rajčat za 125 Kč. Za který druh zeleniny zaplatil kuchtík nejméně za 1 kg? Kolik celkem zaplatil za zeleninu na salát?

### **Úloha 9**

Osm cukrářek zvládne svatební zakázku za 15 hodin. Než se zakázkou začaly, tak zjistily, že termín odevzdání se změnil a musí zakázku odevzdat o 3 hodiny dříve. Kolik se musí přibrat cukrářek, aby zakázku zvládly za daný čas?



## PRACOVNÍ LIST Č. 3 – ZÁKLADY STATISTIKY (ARITMETICKÝ PRŮMĚR, ČETNOSTI)

### Úloha 1

V 8. C žáci psali písemku na lineární rovnice. Zeptejte se vyučujícího na jejich výsledky a zpracujte je do tabulky četností:

Známka	1	2	3	4	5
Četnost					

Odpovězte na otázky s využitím tabulky četností:

Kolik žáků psalo celkem písemku?

Jakou známku dostalo nejvíce žáků?

Jakou známku dostalo nejméně žáků?

Kolik žáků dostalo lepší známku než 3?

Kolik žáků dostalo horší známku než 3?

## **Úloha 2**

Anička v pondělí cvičila na flétnu 100 minut, v úterý 60 minut, ve středu 80 minut, ve čtvrtek 50 minut a v pátek 30 minut. Jak dlouho průměrně denně Anička cvičila v pracovním týdnu na flétnu?

## **Úloha 3**

Sourozenci Petr a Pavel chtěli zjistit, kdo je lepší v matematice. Petr má známky 1, 3, 1, 5, 2, 1, 3 a Pavel 2, 2, 3, 1, 1, 2, 4. Určete modus a medián Petrových a Pavlových známek. Zkuste rozhodnout, kdo je lepší v matematice.

#### **Úloha 4**

Zjistěte, za pomoci vyučující, kolik žáků z vaší třídy má barvu vlasů hnědou, černou či blondatou. Určete absolutní a relativní četnost tohoto rozdělení (pomocí tabulky četností).

#### **Úloha 5**

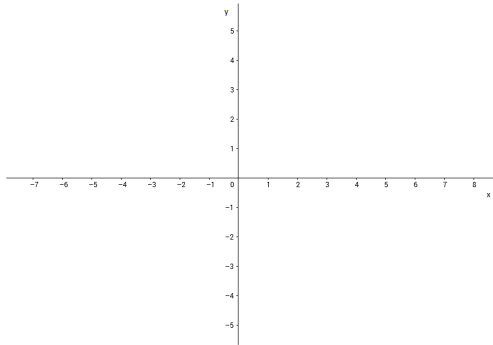
Školní jídelnu navštívili v prvním týdnu školy žáci a učitelé. V pondělí školní jídelna uvařila 82 obědů, v úterý 609 obědů, ve středu 620 obědů, ve čtvrtek 588 obědů a v pátek 431 obědů. Určete aritmetický průměr a medián školních obědů.

## PRACOVNÍ LIST Č. 4 – FUNKCE

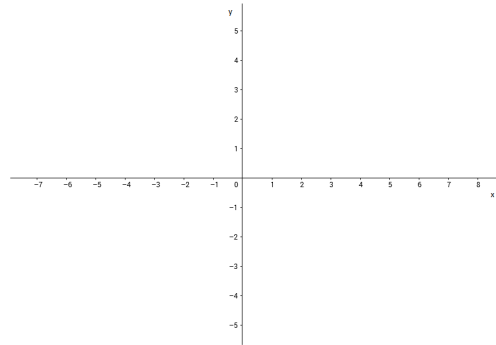
### Úloha 1

Sestrojte grafy funkcí:

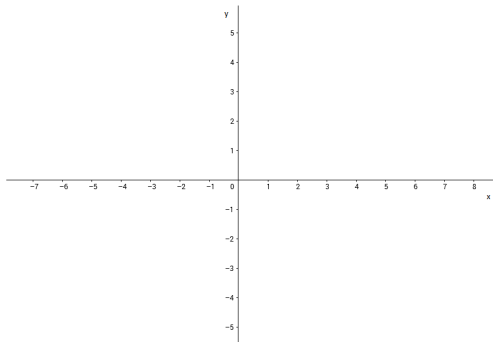
a)  $y = 2x$



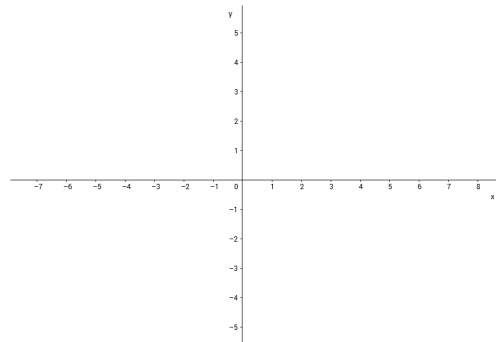
b)  $y = \frac{7}{x}$



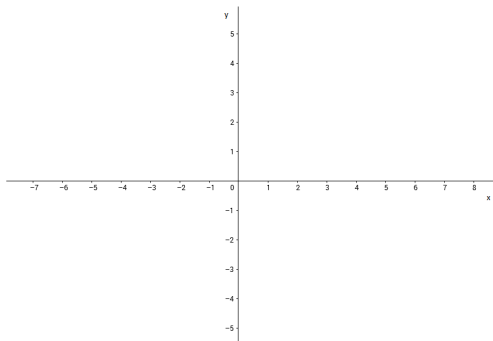
c)  $y = 4x - 2$



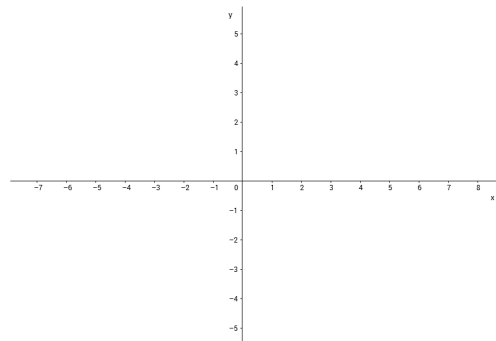
d)  $y = -4x + 2$



e)  $y = 6x^2$



f)  $y = 5$

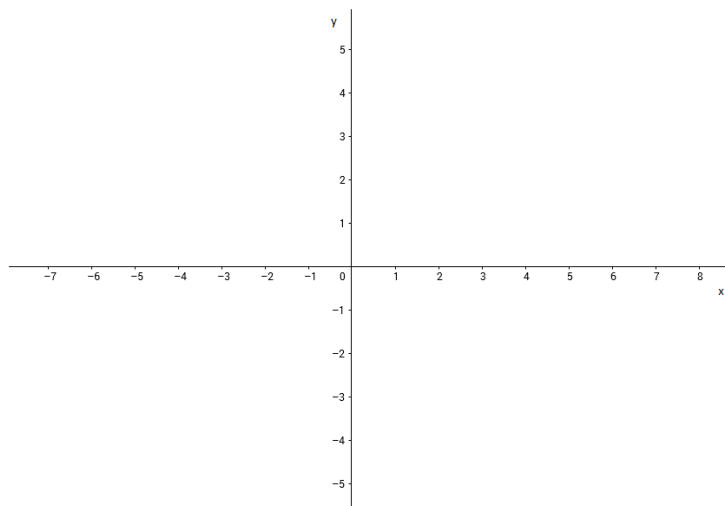


## Úloha 2

Funkce je dána tabulkou:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1

a) Sestrojte graf funkce v pravoúhlé soustavě souřadnic.



b) Určete definiční obor funkce.

c) Určete obor hodnot funkce.

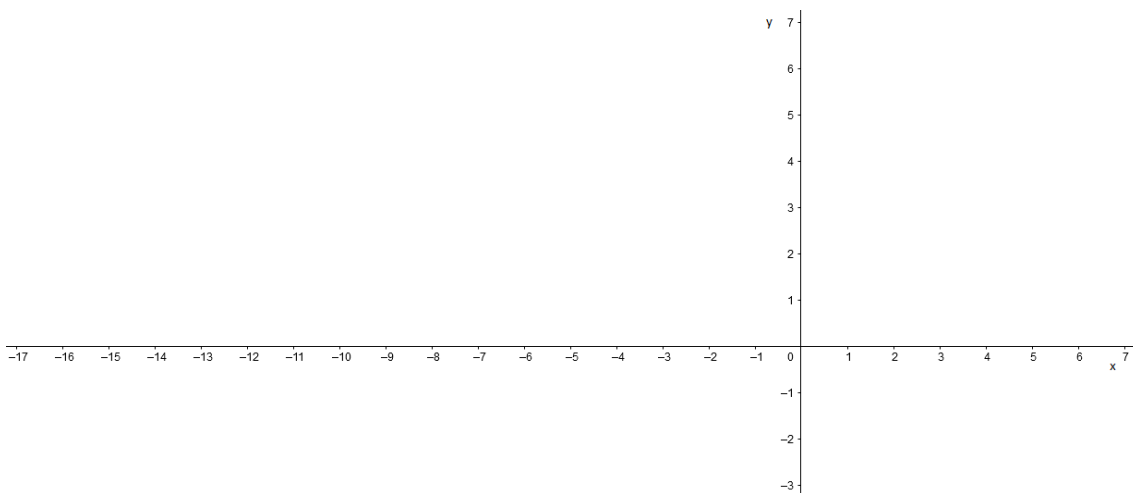
d) Určete hodnotu funkce, která je daná čísly -1 a 1.

e) Určete předpis funkce.

### Úloha 3

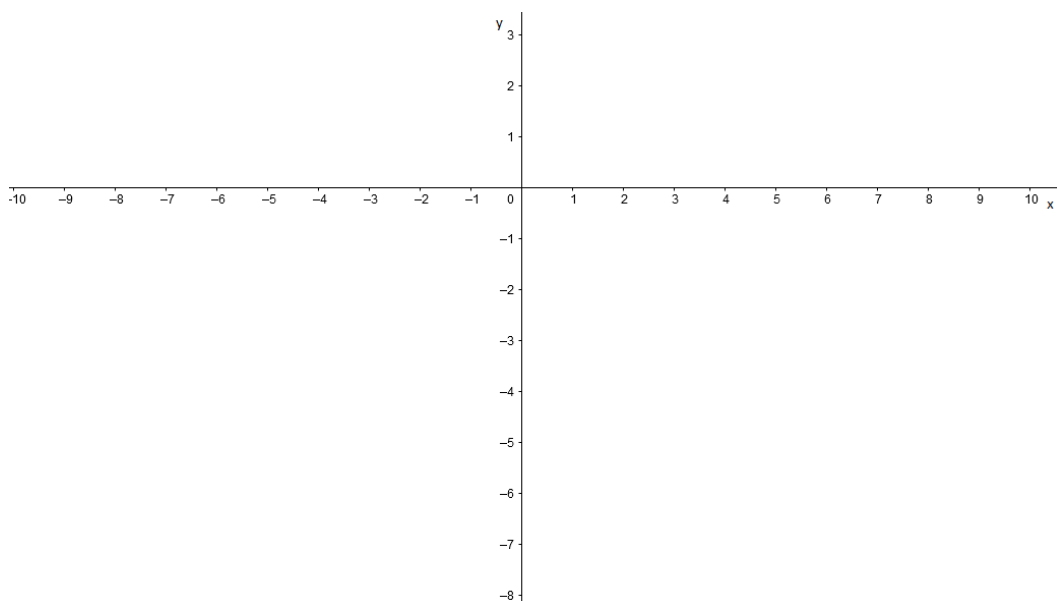
Je dána funkce  $f: y = \frac{1}{5}x + 3$ . Doplňte do tabulky chybějící hodnoty funkce pro daná  $x$  a sestrojte graf dané funkce.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



### Úloha 4

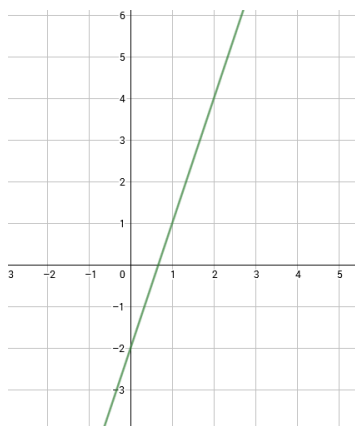
Graficky vyřešte soustavu rovnic  $f: y = 2x - 3$  a  $g: y = 4x + 1$ .



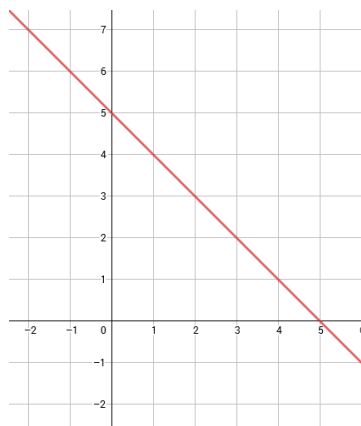
## Úloha 5

Určete předpisy funkcí z obrázků a), b), c) a d). Dále určete definiční obor a obor hodnot daných funkcí.

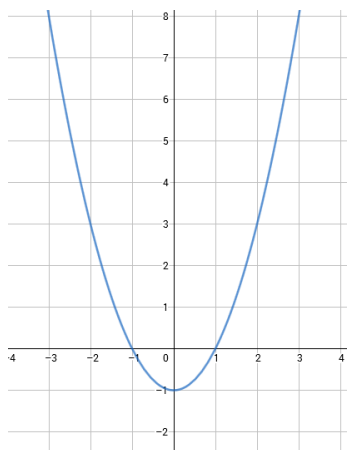
a)



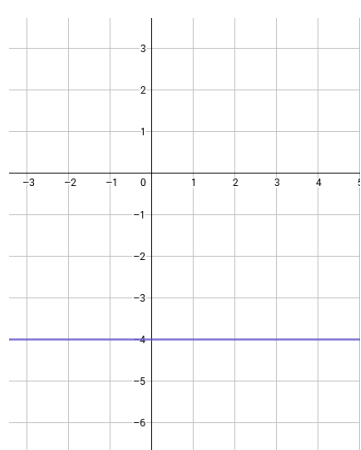
b)



c)



d)



## PRACOVNÍ LIST Č. 5 – GONIOMETRICKÉ FUNKCE

### Úloha 1

Z tabulek určete sinus, kosinus, tangens a kotangens úhlu:

$$\sin 24^{\circ}10' =$$

$$\operatorname{tg} 29^{\circ} =$$

$$\cos 56^{\circ} =$$

$$\operatorname{cotg} 22^{\circ}10' =$$

$$\operatorname{tg} 35^{\circ}60' =$$

$$\sin 89^{\circ}20' =$$

$$\operatorname{cotg} 78^{\circ}50' =$$

$$\cos 18^{\circ}50' =$$

$$\sin 61^{\circ} =$$

$$\operatorname{tg} 49^{\circ}40' =$$

$$\cos 69^{\circ}30' =$$

$$\operatorname{cotg} 58^{\circ} =$$

### Úloha 2

Z tabulek určete velikost úhlu  $\alpha$ :

$$\sin \alpha = 0,3529 \quad \alpha =$$

$$\cos \alpha = 0,7698 \quad \alpha =$$

$$\sin \alpha = 0,9863 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1,483 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = 0,3607 \quad \alpha =$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,7002 \quad \alpha =$$

### Úloha 3

Máme pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ . Strany  $a = 7,8$  cm,  $c = 11,2$  cm. Vypočítejte velikost úhlu  $\alpha$ .



#### Úloha 4

Máme pravouhlý trojúhelník  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ . Strana  $a = 5,2$  cm, úhel  $\alpha = 43^\circ$ . Vypočítejte délku přepony  $c$ .

#### Úloha 5

Jaký úhel mají sluneční paprsky, které dopadají na povrch země, pokud Jan stojí rovně, má 178 cm a jeho stín je dlouhý 8 cm?